

# **Aplicações de Fenômenos Exponenciais e Logarítmicos em Sala de Aula**

por

Alessandra Beatriz P. Zavala

Preprint PROFMAT 1 (2013)

6 de Abril, 2013

Disponível via INTERNET:  
<http://www.mat.ufpr.br>

# Aplicações de Fenômenos Exponenciais e Logarítmicos em Sala de Aula

*Alessandra B. P. Zavala*

Departamento de Matemática - UFPR

81531-980, Curitiba, PR

Brasil

alebzavala@hotmail.com

6 de Abril de 2013

## Resumo

Neste artigo discute-se a aplicação de alguns modelos elementares de funções exponenciais e logarítmicas, servindo de auxílio ao ensino dessas funções, apresentando-as a professores e alunos como metodologia auxiliar no processo de ensino-aprendizagem.

**Palavras-Chave:** Modelagem Matemática, Funções Exponenciais e Logarítmicas, Sequência Didática

# 1 Introdução

Neste artigo discute-se a aplicação de alguns modelos elementares de funções exponenciais e logarítmicas, servindo de auxílio ao ensino dessas funções, apresentando-as a professores e alunos como metodologia auxiliar no processo de ensino-aprendizagem.

Para tanto, descreve-se os principais conceitos sobre a Modelagem Matemática, como propostos em [7] e [5]. Entretanto, em virtude das fragilidades da forma como a teoria é proposta em [7] e [6], seguiremos os pressupostos de [5], pois este dividiu a modelagem em três casos, dos quais escolhemos o primeiro que sugere apresentar a situação-problema direta ao aluno, auxiliando o professor que deseja iniciar o uso gradual da Modelagem em suas aulas.

Esse artigo está dividido em quatro seções, sendo que na primeira será apresentada definições sobre Modelagem; na segunda, será exibido uma lista de modelos Funções Exponenciais e Logarítmicas com sugestões de situações-problema; e já na terceira parte, duas sugestões de sequência didática. Por fim, conclui-se o presente texto apresentando as considerações finais sobre o trabalho proposto.

## 2 Modelagem Matemática

A inquietação dos professores perante a dificuldade dos alunos do Ensino Médio em compreender e aplicar os conceitos de Funções Exponenciais e Logarítmicas motivou a reflexão sobre o processo do ensino-aprendizagem desses dois assuntos específicos dos currículos da Matemática para o Ensino Médio.

Acredita-se que a aprendizagem só será efetiva no processo de construção dos conceitos matemáticos se for trabalhada de maneira que o aluno entenda-a no seu contexto e seja apresentada de forma significativa. Com base nessa perspectiva, a Modelagem Matemática entra como uma solução na significação e na contextualização de conceitos matemáticos abordados no Ensino Médio. Assim, tem-se na modelagem matemática um processo pelo qual se pode transformar problemas reais em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real e na linguagem Matemática.

Em [7] a Modelagem Matemática é apresentada como "um processo dinâmico, utilizado para a obtenção e generalização com a finalidade de previsão

de tendências". Existem várias definições sobre Modelagem Matemática dentre elas destaca-se as citadas por [7] e [5].

Vejam os seguintes conceitos que envolvem a Modelagem Matemática:

- **Modelagem Matemática:** segundo [7] "a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo-real."
- **Modelagem Matemática:** segundo [5] é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade de aprendizagem.

Como a proposta é apresentar uma forma de abordagem em sala-de-aula mais significativa para o aluno e mais conectada com a realidade, acredita-se que a definição de modelagem abordada por [5] seja mais prática e possa auxiliar o professor nesses primeiros passos de uma aula usando Modelagem como auxiliar no processo ensino-aprendizagem.

No ambiente da Modelagem Matemática, há "três níveis de possibilidades", os quais o autor chama de "casos", exibidos abaixo:

**1º Caso:** O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução. Quando o aluno investiga, logo aparecem as indagações sobre o processo investigativo. Assim, a relação entre investigação e indagação não podem estar separadas, pois uma é consequência da outra.

Neste caso percebe-se que a coleta de dados fica dentro das situações-problema, não havendo necessidade de investigação fora de sala-de-aula.

**2º Caso:** O professor traz para a sala de aula um problema de outras áreas da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução. Os dados são obtidos fora da sala-de-aula e os alunos são responsáveis pela simplificação das situações-problema.

**3º Caso:** A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema.

No 1º Caso, o professor perceberá que sua intervenção será maior, e é justamente esse caso que nos interessa, pois estamos galgando os primeiros passos no uso da modelagem matemática. Assim que o professor estiver familiarizado com as novas abordagens, ele poderá repensar sua prática usando o 2º e o 3º casos. Assim, o 1º Caso ficará em destaque em nossa abordagem.

O motivo que nos levou a elencar modelos exponenciais está ligado ao fato deles surgirem de forma espontânea em diversas situações onde envolvem aumento ou diminuição de grandezas e as várias possibilidades de aplicações, dentre elas: juros contínuos, resfriamento e aquecimento, decaimento radioativo, reprodução de bactérias, crescimento populacional, acústica, escala Richter, magnitude de uma estrela, eliminação de álcool ingerido.

### **3 Modelos Exponenciais**

Nesta seção será apresentado alguns modelos exponenciais, envolvendo funções exponenciais e logarítmicas aplicadas à realidade e que poderão ser utilizadas com alunos do Ensino Médio e do Nível Superior.

#### **3.1 Juros Contínuos**

Em geral, o regime de juros praticado no dia a dia é o de juros compostos, pois comumente a capitalização de quantias ocorre sempre em relação ao período anterior considerado. O fato de exibirmos o tema juros contínuos e compostos reside na relação com a função exponencial.

#### **3.2 Decaimento radioativo**

O processo de desintegração radioativa é aquele no qual os átomos de uma substância (como rádio ou o urânio) possuem uma tendência natural a se desintegrarem, emitindo partículas e transformando-se em outras substâncias. Assim sendo, com o passar do tempo, a quantidade de substância original diminui. Isto é feito de tal maneira que, num determinado instante, a quantidade de matéria que se desintegra de um corpo é proporcional à quantidade de substância presente naquele momento. A constante de proporcionalidade, que é uma medida da velocidade na qual determinada substância é decomposta com o passar do tempo, é determinada experimentalmente, pois essa constante varia de substância para substância, e de isótopo para isótopo.

### 3.3 O método do carbono 14

O método do Carbono 14 é um exemplo também retirado de [2] e representa mais um modelo de funções exponenciais, mas antes é importante entender o que é o método do Carbono 14, indicado por  $C^{14}$ . O Carbono 14 é um isótopo radioativo do Carbono, formado na atmosfera devido ao bombardeio da terra por raios cósmicos. Através dos tempo, a quantidade de  $C^{14}$  na atmosfera tem-se mantido constante porque sua produção é compensada por sua desintegração. Os seres vivos absorvem e perdem  $C^{14}$  de modo que, em cada espécie, a taxa de  $C^{14}$  também se mantém constante. O  $C^{14}$  é criado nos vegetais durante o processo da fotossíntese e absorvido pelos animais através da ingestão, direta ou indireta, de vegetais. Quando o ser morre, a absorção cessa mas o  $C^{14}$  nele existente continua a desintegrar-se. Este fato pode ser usado para determinar a idade de um fóssil ou de um objeto muito antigo feito de madeira.

### 3.4 Resfriamento de um corpo

O resfriamento de um corpo possui uma situação análoga à desintegração radioativa pois, pode-se associar a esse fenômeno um modelo de decaimento exponencial. Analisando a situação temos um objeto aquecido, colocado num meio mais frio (ar ou água por exemplo), e cuja grande massa faz com que a temperatura desse meio permaneça praticamente constante, sem ser afetada pela presença do objeto mais quente. Sendo assim, a *Lei do Resfriamento de Newton* afirma que, nessas condições, a diferença de temperatura  $D$ , entre o objeto e o meio que o contém, decresce com um taxa de variação proporcional a essa própria diferença.

### 3.5 Pressão atmosférica

A pressão atmosférica é a pressão exercida pela camada de moléculas do ar. Assim, como consequência da Lei de Boyle, temos:

$$p(h) = p_0 \cdot e^{-\alpha \cdot h}$$

Onde  $p_0$  é a pressão atmosférica ao nível do mar,  $h$  é altitude e  $\alpha$  é uma constante.

### **3.6 Eliminação do álcool ingerido**

O exemplo da eliminação do álcool, retirado de [7], foi realizado na PUC-CAMP em 1998 no curso de Modelagem. Nesse curso, foi mostrado que o álcool ingerido por um indivíduo sofre um processo de eliminação gradual através da urina, suor e respiração.

### **3.7 Escala Richter**

A escala Richter é uma escala logarítmica que mede a amplitude das ondas sísmicas (ondas causadas pela vibração do solo). A princípio, essa escala foi graduada de 1 a 9, porém, atualmente não existe limite teórico. Sendo assim, a Escala Richter é uma "escala aberta".

### **3.8 Magnitude Aparente de uma Estrela**

Nesse exemplo retirado de [13], temos na astronomia uma aplicação de logaritmos, pois as estrelas são classificadas pelo brilho, usando um sistema de magnitudes.

### **3.9 Escala Musical**

Na escala musical, uma oitava, representa um fator de 2 na frequência dos sons, é dividida em 12 meio-tons. Esses meio-tons são espaçados uniformemente cada um num fator de  $\sqrt[12]{2}$  a partir do anterior.

## **4 Aplicações de Exponenciais e Logaritmos em Sala de Aula**

Nesta seção será apresentado duas sequências didáticas que envolve a *Lei de Resfriamento de Newton* no uso da modelagem matemática proposta por [5]. Assim, o professor deve apresentar ao aluno uma situação-problema, com todas as informações necessárias para investigações e resolução da mesma.

Para as situações propostas é importante que os alunos tenham familiaridade com assuntos trabalhados em outros bimestres, por exemplo, o conhecimento prévio sobre progressões geométricas ajudará o aluno a entender melhor as funções exponenciais e estabelecer conexões com assuntos já estuda-

dos. Convém lembrar neste momento que para a aprendizagem em matemática ser significativa, é muito importante apresentar relações entre assuntos estudados.

#### 4.1 A temperatura ideal do café

A primeira situação-problema será o estudo da Lei de Resfriamento de Newton no caso de uma xícara de café quente, deixado para esfriar.

Para essa atividade sugerimos separar os alunos em duplas e apresentar o seguinte texto retirado de [10].

##### A Lenda do Café

Não há evidências reais sobre a descoberta do café, mas há muitas lendas que relatam sua origem. Uma das mais divulgadas é do pastor Kaldi que viveu na Absínia, hoje Etiópia, há cerca de mil anos. Ela conta que Kaldi, observando suas cabras, notou que elas ficavam alegres e saltitantes e que esta energia extra se evidenciava sempre que mastigavam os frutos de coloração amarelo-avermelhada dos arbustos existentes em alguns campos de pastoreio. O pastor notou que as frutas eram fonte de alegria e motivação, e somente com a ajuda delas o rebanho conseguia caminhar por vários quilômetros por subidas infindáveis. Kaldi comentou sobre o comportamento dos animais a um monge da região, que decidiu experimentar o poder dos frutos. O monge apanhou um pouco das frutas e levou consigo até o monastério. Ele começou a utilizar os frutos na forma de infusão, percebendo que a bebida o ajudava a resistir ao sono enquanto orava ou em suas longas horas de leitura do breviário. Esta descoberta se espalhou rapidamente entre os monastérios, criando uma demanda pela bebida. As evidências mostram que o café foi cultivado pela primeira vez em monastérios islâmicos no Iêmen. Agora para um bom preparo do seu café ao contrário do que se pensa, a água utilizada para fazer o café deve ser apenas aquecida, ou seja, não pode ferver, pois a perda de oxigênio altera a acidez do café. A temperatura ideal de preparo é próxima dos  $90^{\circ}\text{C}$  e a temperatura ideal para consumo é em torno de  $65^{\circ}\text{C}$ , acima disso, além do risco de queimar a língua, o paladar humano tem dificuldades em distinguir sabores em temperaturas maiores.

A seguir, será proposto três exemplos de questionamentos que podem ser retiradas do texto:

**Questionamento 1:** Quanto tempo devemos esperar para que o café esfrie ao ponto de ser bebido sem risco de queimar a língua?

**Questionamento 2:** O que ocorre com a mudança de temperatura e qual a relação entre a temperatura do café e do ar que o cerca?

**Questionamento 3:** Por que o café esfria?

Para que os alunos iniciem a resposta dos questionamentos, sugere-se a apresentação do seguinte texto:

### **A Lei de resfriamento de Newton**

A Lei de resfriamento de Newton é uma das leis básicas da física e de ampla aplicação. Por exemplo, essa lei garante que à medida que o café esfria, a taxa de resfriamento correspondente diminui, pois a diferença de temperatura entre o café e o ar diminui. A matemática ali encontrada ajuda a compreender muitos outros fenômenos, tais quais: decaimento radioativo, meia-vida de uma substância. A fórmula é simples e está associada ao nosso objeto de estudo: as funções exponenciais. É útil lembrar de aulas anteriores quando o tema progressões geométricas foi abordado. A relação entre esses dois assuntos é fundamental para que haja entendimento sobre o que está acontecendo, pois quando falamos de funções exponenciais estamos remetendo a variações de expoentes. Assim, a lei do resfriamento de Newton ajudará na determinação do tempo necessário para que, por exemplo, o leitor e sua família saboreiem uma boa xícara de café sem queimar a língua.

Assim, um objeto quando colocado em um ambiente com uma temperatura diferente da sua, tende a entrar em equilíbrio térmico com a vizinhança. Esse equilíbrio térmico segue a seguinte lógica: se este objeto estiver a uma temperatura mais alta do que a sua vizinhança, ele perderá calor para o ambiente e esfriará; caso contrário, esquentará. Dessa forma, a taxa de resfriamento de um objeto depende da diferença de temperatura entre este e o ambiente. A lei do resfriamento de Newton afirma que, para pequenas diferenças de temperaturas, a taxa de resfriamento é aproximadamente proporcional à diferença de temperatura. Um corpo que não possui internamente nenhuma fonte de calor, quando deixado em meio ambiente na temperatura  $T$ , tende àquela do meio que o cerca  $T_a$  (*temperatura ambiente*). Assim, se a temperatura  $T < T_a$ , esse corpo se aquecerá e caso, contrário, se resfriará.

A temperatura do corpo, considerada uniforme, será uma função do tempo  $T = T(t)$ . Verifica-se experimentalmente que quanto maior for o valor  $|T - T_a|$  mais rápida será a variação de  $T(t)$ . Isto é evidenciado de forma precisa pela

chamada Lei de resfriamento enunciada por Newton, que colocada em termos matemáticos fica assim:

$$T(t) = k \cdot e^{-\alpha t} + T_a, \quad (1)$$

ou

$$T(t) - T_a = k \cdot e^{-\alpha t},$$

onde fica mais evidente que a diferença entre a temperatura inicial e a temperatura do ambiente é proporcional a taxa de decaimento.

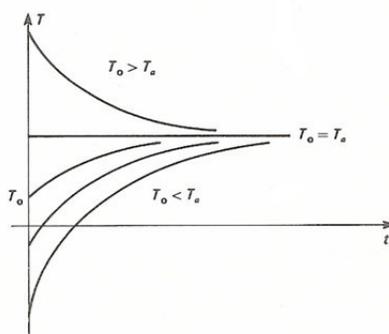


Figura 1: Algumas soluções da equação (1), com diferentes dados iniciais.

Com esses dois textos o professor deverá agir como mediador para que o aluno selecione todos os dados para responder o seguinte questionamento: "Se uma xícara de café estava a uma temperatura de  $95^{\circ}\text{C}$  e esfriou para  $85^{\circ}\text{C}$  em um minuto em uma sala a  $20^{\circ}\text{C}$ , em quanto tempo esse café atingirá a temperatura de  $65^{\circ}\text{C}$ , sendo possível tomá-lo sem riscos de queimadura?"

O aluno deve entender que  $T_0$  em (1) representa a temperatura inicial;  $T_a$  representa a temperatura com ambiente que em geral deve-se manter constante; e o que queremos determinar é o tempo necessário para que a xícara com café a  $95^{\circ}\text{C}$  chegue à temperatura de  $65^{\circ}\text{C}$ .

Com esses dados, espera-se que o aluno perceba que é necessário encontrar a taxa de decaimento antes de encontrar o tempo de resfriamento, pois esta taxa está relacionada com a diferença de temperatura. Assim, uma resolução que o professor deve esperar é:

Para determinar os valores de  $k$  e  $\alpha$  os alunos devem usar os dados fornecidos pelo problema. Como  $T(0) = 95$ , temos:

$$95 = k \cdot e^{-\alpha \cdot 0} + 20 \Rightarrow 95 = k + 20 \Rightarrow k = 75.$$

Com isso, é de se esperar que a determinação da constante  $\alpha$  ficará mais fácil e clara para o aluno e professor. De fato, temos:

$$85 = 20 + 75 \cdot e^{-\alpha} \Rightarrow e^{-\alpha} = \frac{65}{75} = \frac{13}{15} \Rightarrow \alpha = -\ln\left(\frac{13}{15}\right) \approx 0,1431.$$

Dessa forma o aluno encontrou todas as constantes usando os dados encontrando nos textos, e nos questionamentos que o professor fez ao longo do desenvolvimento. Assim o aluno ao substituir as constantes encontrará a função:

$$T(t) = 75 \cdot e^{-0,1431t} + 20.$$

Com a função e suas respectivas constantes, o aluno terá condições de responder, por exemplo, ao primeiro questionamento; ou seja, encontrar o tempo para que o café atinja a temperatura de  $65^{\circ}\text{C}$ . Fazendo  $T(t) = 65$  o professor esperará a seguinte resposta:

$$75e^{-0,1431t} + 20 = 65 \Rightarrow 75e^{-0,1431t} = 45 \Rightarrow e^{-0,1431t} = \frac{3}{5}.$$

Aplicando logaritmo neperiano em ambos os membros temos:

$$-0,1431t = \ln\left(\frac{3}{5}\right) \Rightarrow t = \frac{0,5108}{0,1431} \Rightarrow t = 3,57\text{min}.$$

A interpretação do resultado também faz parte do desenvolvimento da situação-problema; ou seja, o valor  $t = 3,57$  min significa que esse é o tempo necessário para que o café mantenha o sabor sem riscos de queimaduras.

## 4.2 Criminalística - a hora da morte?

Nesta situação-problema continuaremos o estudo da Lei do Resfriamento de Newton no caso da morte de Dona Florinda Flores.

Para essa atividade sugere-se separar os alunos em duplas e apresentar o seguinte texto retirado de [12], que trata de crimes que ficam sem solução.

### **Em um ano, 10 mil crimes ficam sem solução no Paraná**

No ano passado, 16,9% dos inquéritos concluídos ficaram sem definição do criminoso. Para especialistas, é isso que traz a sensação de impunidade. Há quem diga que o Brasil teve uma aula de investigação com o caso da menina Isabella Nardoni, jogada do sexto andar de um prédio em

São Paulo no dia 29 de março. A população pôde acompanhar ao vivo pela televisão a reconstituição do crime, o trabalho da perícia e as hipóteses levantadas. "Seria o sangue de Isabella o encontrado no apartamento?" "Qual objeto foi usado contra a menina?" "O crime levou quanto tempo?", foram perguntas que a polícia buscou responder. Dessa forma, o inquérito policial foi encerrado apontando os acusados, que serão julgados pela Justiça.

Longe dos holofotes, porém, crimes continuam sem solução. No Paraná, por exemplo, não foram definidos os autores de 10,9 mil crimes em 2007. Do total de inquéritos concluídos no estado no ano passado, 16,9% ficaram sem definição do criminoso, segundo dados da Secretaria de Estado de Segurança Pública (Sesp).

Para especialistas, a quantidade de crimes sem solução, que deveria ser zero, preocupa e traz consequências, como a sensação de impunidade. "A falta de responsabilização do autor do crime estimula ainda mais o crescimento da criminalidade", aponta o advogado criminal e doutor em Direito Penal pela Universidade Federal do Paraná, Juliano Breda.

Para ele, o aumento do número de inquéritos demonstra o acréscimo do fenômeno delitivo. Na comparação de 2006 com 2007, o número de inquéritos instaurados passou de 46,3 mil para 57,5 mil, o significa um aumento de 24,6%. "Enquanto as estatísticas do Ministério da Justiça apontam uma redução da criminalidade em alguns estados, especialmente em São Paulo, o Paraná vive um momento dramático de insegurança social", diz o advogado.

Após a leitura, a próxima sugestão é apresentar o vídeo "Os Suspeitos" que tem como referência [11] que trata da morte de Dona Florinda Flores, pois assim o professor poderá usar outro recurso para apresentar uma nova situação-problema ao seu aluno.

Vamos descrever a situação encontrada no vídeo acima:

### **Caso Florinda Flores**

"O corpo de Dona Florinda Flores foi encontrado por volta das 18:15 por uma amiga, sendo que os vizinhos disseram que ela foi vista viva por volta das 12:30. O principal suspeito é o jardineiro, pois o mesmo foi visto trabalhando na casa de Dona Florinda por volta das 12:30, e ficou por lá até às 13:30. Logo após, ele foi visto pegando o ônibus em direção ao outro serviço, que fica do outro lado da cidade, às 14:30."[...] "Para determinar a hora da morte, o delegado

informa que: a temperatura do corpo encontrado às 18:23 era de  $32^{\circ}\text{C}$  e a temperatura ambiente era de  $28^{\circ}\text{C}$ . Partindo do fato que a temperatura média de uma pessoa sem febre é de  $36,5^{\circ}\text{C}$  e o tempo que levaria para que o corpo de Dona Florinda esfriar e chegar à temperatura de  $28^{\circ}\text{C}$  é de aproximadamente 6 horas, é possível determinar se o jardineiro foi o autor do crime?"

No vídeo mencionado acima, [11], foi apresentado a seguinte função:

$$T_c(t) = t_i(0) \cdot e^{r \cdot t}.$$

O professor deve esperar que o aluno entenda as variáveis. Caso isso não ocorra, o professor deve questioná-lo sobre o significado das variáveis encontradas no problema. Após o total entendimento o aluno deverá identificar:

- $r$  = taxa de decaimento exponencial relacionada com a diferença de temperatura.
- $t$  = tempo transcorrido.
- $t_i$  = temperatura inicial de um corpo.

Após a apresentação das variáveis pelo aluno é esperado o início da resolução. Assim, o professor deverá perceber se o aluno conseguiu chegar à seguinte relação entre os dados do texto e a função apresentada.

$$T_c(t) = t_i(0) \cdot e^{r \cdot t} \Rightarrow 28 = 36,5 \cdot e^{6r} \Rightarrow e^{6r} = 0,767.$$

Aplicando o logaritmo a ambos os membros tem-se:

$$\ln e^{6r} = \ln 0,767 \Rightarrow 6r = -0,265 \Rightarrow r = -0,044.$$

Com isso, o professor deverá questionar os alunos sobre o significado de  $r = -0,044$ , pois é esperado uma resposta como, por exemplo:  $r$  é a taxa de decaimento exponencial para que o corpo atinja a temperatura ambiente. Entendido isso, o aluno está apto para encontrar o horário que Dona Florinda morreu, e com isso decidir se o jardineiro foi ou não o autor do assassinato.

Nessa etapa, o aluno deverá substituir o valor da taxa de variação da seguinte forma:

$$T_c(t) = t_i(0) \cdot e^{-0,044 \cdot t},$$

Usando essa função ele pode determinar quanto tempo o corpo levou para chegar à temperatura de  $32^{\circ}\text{C}$ . Dessa forma, deve-se esperar a seguinte resolução:

$$T_c(t) = t_i(0) \cdot e^{-0,044 \cdot t} \Rightarrow 32 = 36,5 \cdot e^{-0,044t} \Rightarrow e^{-0,044t} = 0,876.$$

Aplicando logaritmo neperiano em ambos os membros temos:

$$e^{-0,044t} = 0,876 \Rightarrow \ln e^{-0,044t} = \ln 0,876 \Rightarrow -0,044t = -0,132 \Rightarrow t = 3,$$

de posse desse resultado o aluno deve perceber que Dona Florinda morreu cerca de 3 horas antes dela ter sido encontrada por sua amiga. Isentando o jardineiro do crime.

Algo importante a ressaltar para os professores é o fato de que as funções exponenciais aqui apresentadas não são obtidas de forma trivial, pois a maioria são soluções de equações diferenciais, logo o professor que se interessar mais sobre esse assunto deve analisar melhor as referências de [8], [7] e livros sobre Equações Diferenciais.

## 5 Considerações Finais

Ao iniciar este artigo houve uma preocupação com o processo de ensino-aprendizagem de Funções Exponenciais e Logarítmicas, mais especificamente a forma como que os professores aplicam esses conceitos. Para isso, indicamos o uso da Modelagem Matemática baseada nos pressupostos de [7], [5] e [6].

Conforme foi verificado e devido a de algumas fragilidades apontadas por [7] e [6] optou-se pela teoria apresentada por [5]. Ele aponta três casos sobre Modelagem Matemática, dos quais selecionamos para esse trabalho o primeiro, pois propõe que se apresente a situação-problema diretamente ao aluno. Este, por sua vez, pode encontrar todos os dados necessários para a resolução dessa situação.

Outro fato que nos fez escolher esse primeiro caso é a facilidade e a praticidade que o professor encontra ao utilizar a Modelagem Matemática como uma metodologia auxiliar. Porém, ele deverá ficar mais atento aos questionamentos que envolverão a prática. Por esse motivo, apresentou-se uma lista com sugestões de situações-problema que envolvem funções exponenciais e logarítmicas para que o professor as utilize nas aulas em que usará a Modelagem. Além disso, foi também apresentado duas sequências didáticas das quais pode-se perceber na Modelagem a possibilidade de apresentar os conceitos de Funções Exponenciais e Logarítmicas de forma satisfatória, contextualizada e que pode vir a ser mais significativa para o aluno.

Desta forma, esse artigo visa, dentre as várias teorias que envolvem a Modelagem, ser um auxiliador para o professor que deseja iniciar o uso dessa metodologia em sala de aula e avançar com pesquisas nessa área. É importante

ressaltar que a Modelagem Matemática não pode ser vista como uma "tábua de salvação" no ensino da Matemática, ela é mais uma ferramenta para auxiliar nessa tarefa de ensinar de forma mais significativa e empolgante, tanto para professor quanto para o aluno.

## Referências

- [1] C. Kluepfel: *When are Logarithms used?*, The Mathematics Teacher, Vol. 74, No 4 (April, 1981), pp.250 - 253.
- [2] E. L. Lima: *Logaritmos*, SBM, Rio de Janeiro, 2009.
- [3] E. L. Lima: *A matemática do ensino médio Volume 1*/ Elon Lages Lima, Paulo Cezar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner, Augusto César Morgado, Rio de Janeiro, 2006.
- [4] E. L. Lima: *Temas e Problemas*/ Paulo Cezar Carvalho, Eduardo Wagner, Augusto César Morgado, SBM, Rio de Janeiro, 2001.
- [5] J. C. Barbosa: *Modelagem na Educação Matemática: contribuições para debate teórico*/In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, Rio de Janeiro, 24, 2001.
- [6] M. S. Biembengut: *Modelagem matemática no ensino*, Contexto, São Paulo, 2003.
- [7] R. C. Bassanezi: *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*, Contexto, São Paulo, 2002.
- [8] R. C. Bassanezi: *Equações Diferenciais: com Aplicações*, Harba, São Paulo, 1988
- [9] Escala Richter, [http://www.ufrgs.br/museudetopografia/artigos/Escala\\_Richter.pdf](http://www.ufrgs.br/museudetopografia/artigos/Escala_Richter.pdf), acessado 07/02/2013
- [10] ABIC - Associação Brasileira da Indústria do café, <http://www.abic.com.br/publique/cgi/cgilua.exe/sys/start.htm?sid=39>, Acessado em 10/03/2013.
- [11] <http://www.youtube.com/watch?v=Vy36aCdV35s>, acessado em: 23/03/2013.
- [12] <http://www.advocaciabittar.adv.br/noticias/item/em-um-ano-10-mil-crimes-ficam-sem-solucao-no-parana.html>, Acessado em: 23/03/2013.
- [13] <http://astroweb.iag.usp.br/~dalpino/AGA215/APOSTILA/cap08cor.pdf>, acessado em: 07/02/2013.