



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA - IM  
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA - SBM  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL-PROFMAT  
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NUMA  
REALIDADE SOCIAL:  
PROPOSTAS METODOLÓGICAS PARA O ENSINO MÉDIO

MAGALI GUALBERTO DE SOUZA DE FREITAS DE PINHO

Salvador - Bahia  
ABRIL DE 2013

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NUMA  
REALIDADE SOCIAL:  
PROPOSTAS METODOLÓGICAS PARA O ENSINO MÉDIO

MAGALI GUALBERTO DE SOUZA DE FREITAS DE PINHO

Dissertação de Mestrado apresentada à  
Comissão Acadêmica Institucional do  
PROFMAT-UFBA como requisito parcial  
para obtenção do título de Mestre .

**Orientador:** Prof. Dr. Perfilino Eugênio Fer-  
reira Júnior.

Salvador - Bahia  
Abril de 2013

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NUMA  
REALIDADE SOCIAL:  
PROPOSTAS METODOLÓGICAS PARA O ENSINO MÉDIO

MAGALI GUALBERTO DE SOUZA DE FREITAS DE PINHO

Dissertação de Mestrado apresentada à  
Comissão Acadêmica Institucional do  
PROFMAT-UFBA como requisito parcial  
para obtenção do título de Mestre, apresentada  
em 10 de abril de 2013.

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Dr. Perfilino Eugênio Ferreira Júnior(Orientador)  
UFBA

---

Prof. Dr. Vinícius Moreira Mello  
UFBA

---

Prof. Dr. Jean Fernandes Barros  
UEFS

“À minha família”

# Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus grande matemático do universo, pela oportunidade que me foi concedida de participar desta etapa de grande valor no crescimento da minha vida, pessoal, profissional e acadêmica, dando saúde e força para superar os obstáculos encontrados neste sinuoso caminho.

Aos meus pais Augusto(in memorian) e Marinalva por serem os maiores mestres na minha vida, exemplos de honestidade, força e trabalho, a minha avó Maria Edeultrudes(in memorian) e a minha mãe, grandes educadoras, por sempre acreditarem na educação como o melhor caminho a se seguir, pelos que desejam superar os preconceitos e vencer os desafios da vida, sempre incentivando aos seus descendentes a acreditarem no poder de transformação da educação libertadora.

A todos os meus familiares presentes ou ausentes que sempre me acompanharam durante toda a vida, agradeço pelas palavras e gestos de carinho.

Aos verdadeiros amigos, irmãos e companheiro até mesmo sem falar-lhes das dificuldades, se apresentavam com palavras de sabedoria e muita energia positiva.

Aos meus filhos Mayara, Alan e Lucas Augusto por terem me acompanhado durante todo o curso. Como se fossem pais responsáveis pela pequena filha, acompanhando as angústias, tristezas, superações, alegrias e conquistas, muito obrigada a vocês por serem fiéis companheiros de viagem.

Agradeço aos colegas da grande equipe PROFMAT-2011 UFBA pelo apoio mútuo, sem nosso espírito de equipe, muitos não teriam chegado ao final desta etapa.

Ao meu orientador, Prof Perfilino pelo acolhimento, paciência, ensinamentos e incentivo elementos estes indispensáveis no desenvolvimento deste trabalho.

Ao coordenador, Prof Marco Antonio por ter sido um grande líder, acompanhando o grupo desde os primeiros passos, e nos fez acreditar que poderíamos dar o melhor de nós, e com certeza fizemos.

A todos os professores da Universidade Federal da Bahia em especial os que contribuíram para o PROFMAT(Mestrado Profissional em Matemática) e a SBM(Sociedade Brasileira de Matemática) pela coragem, organização e disponibilidade, acreditando que através da formação continuada dos professores, possa efetivamente “estimular a melhoria do ensino de Matemática em todos os níveis”.

A CAPES(Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo incentivo financeiro durante o período do curso.

Agradeço a todos que de alguma maneira contribuíram para a realização deste projeto.

*“Tenha em mente que tudo que você aprende na escola é trabalho de muitas gerações. Receba essa herança, honre-a, acrescente a ela e, um dia, fielmente, deposite-a nas mãos de seus filhos”.*

*Albert Einstein*

# Resumo

Tanto a estatística como a probabilidade são dois tópicos importantes para estudo da Matemática no ensino médio, tendo ultimamente seus estudos evidenciados, destacando-se principalmente as utilidades na preparação do indivíduo a realizar sondagens e analisar situações, podendo assim tomar decisões pertinentes em várias questões do cotidiano. O presente trabalho pretende apresentar metodologias utilizadas e propostas no ensino das disciplinas supracitadas, junto à comunidade da cidade de Candeias, em escolas públicas do estado da Bahia do município a partir de 2007.

**Palavras-chave:** Estatística; Probabilidade; Coleta de Dados.



# Abstract

Both statistical and probability are two important topics for the study of mathematics in high school and has lately shown his studies, highlighting mainly the utilities in preparing the individual to conduct surveys and analyze situations, thus being able to make decisions on several issues relevant everyday. This work intends to present proposals and methodologies used in teaching the disciplines mentioned above, with the community of the city of Candeias, in public schools in the state of Bahia in the municipality since 2007.

**Keywords:** Statistics, Probability, Data Collection

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>Contexto Histórico e Social</b>	<b>12</b>
2.1	Estatística . . . . .	12
2.2	Estatística Social: Movimento na Educação Matemática . . . . .	13
2.3	Probabilidade e Estatística . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Fundamentação Teórica</b>	<b>15</b>
3.1	Estatística . . . . .	15
3.2	Probabilidade . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Metodologias</b>	<b>22</b>
<b>5</b>	<b>Relatos de Atividades</b>	<b>24</b>
5.1	Primeira Atividade - Estatística Social . . . . .	24
5.1.1	Atividade 1 . . . . .	26
5.2	Segunda Atividade - Estatística . . . . .	30
5.2.1	Atividade 2 . . . . .	31
5.3	Terceira Atividade - Probabilidade e Estatística . . . . .	34
5.3.1	Atividade 3 . . . . .	35
5.4	Quarta Atividade-Probabilidade . . . . .	38
5.4.1	Atividade 4 . . . . .	39
5.5	Quinta Atividade Proposta - Probabilidade . . . . .	42
5.5.1	Atividade 5 . . . . .	43
5.6	Sexta e Sétima -Atividades Propostas- Probabilidade e Frações . . . . .	46
5.6.1	Atividade 6 . . . . .	47
5.6.2	Atividade 7 . . . . .	49
5.7	Oitava, Nona e Décima - Atividades Propostas-Estatística e Probabilidade . . . . .	54
5.7.1	Atividade 8 . . . . .	55
5.7.2	Atividade 9 . . . . .	58
5.7.3	Atividade 10 . . . . .	60
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>62</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>63</b>
<b>7</b>	<b>Anexos</b>	<b>65</b>

# Capítulo 1

## Introdução

Candeias é um município que fica a 46 km de Salvador, e faz parte da região metropolitana. A origem de grande parte das famílias que hoje vive no município começa na década de 40, quando muitas pessoas ali chegaram em busca de oportunidade de emprego e renda. Naquela época a cidade era considerada como um dos marcos no estado da Bahia na descoberta e posterior exploração de petróleo, o chamado *ouro negro*.

A descoberta de poços de petróleo e a implantação da refinaria, exigiram a contratação de mão de obra, que vinham de várias partes do recôncavo baiano e também da capital.

O pequeno lugarejo foi modificado rapidamente, ocupado por pessoas que em busca de oportunidades que o *ouro negro* poderia proporcionar, fixaram suas residências na cidade.

Logo em poucas décadas a cidade aumentou significativamente o número de habitantes, e como não houve um planejamento prévio para acomodação destas novas famílias, a infraestrutura da cidade ficou bastante precária, e alguns problemas sociais das grandes cidades como: desemprego, violência, saneamento básico e outros entraves da sociedade atual, começaram a fazer parte do seu cenário.

A principal inquietação diante desta realidade, foi conseguir fazer um elo entre a realidade dos alunos, e a construção do conhecimento matemático de alguns conceitos no estudo de estatística e probabilidade, com propostas de atividades que fossem inerentes, ou seja próprios do dia a dia da comunidade escolar. Trazendo assim a importância de se aprender estatística e probabilidade no ensino médio, como uma importante ferramenta na tomada de decisões e análise da realidade do mundo contemporâneo.

Aqui apresentam-se contribuições para o processo de ensino aprendizagem da probabilidade através de experimentos práticos e da estatística a partir de questões sociais inerentes ao cotidiano do aluno, logo ao apresentar uma proposta em que a atividade prática esteja correlacionada aos conteúdos tradicionais temos uma ferramenta a mais na construção do conhecimento.

# Capítulo 2

## Contexto Histórico e Social

### 2.1 Estatística

*“A estatística é uma ciência que se dedica ao desenvolvimento e ao uso de método para coleta, resumo, organização, apresentação e análise de dados.”*(Farias, Soares e César, 2003).

A origem da palavra “estatística” vem do latim *statisticum* que tem acepção relativa ao Estado, na sua essência um conjunto de informações apresentadas através de resultados numéricos, sintetizando informações sobre questões de interesse do estado, existindo assim uma estreita relação entre o estudo estatístico e as ações governamentais.

A utilização de ideias de caráter estatístico como elemento na tomada de decisões, a partir da análise da realidade social, encontra-se desde o mundo antigo, a necessidade do conhecimento numérico sobre dados da população como: idade, sexo e situação econômica sempre foram preocupação em várias culturas, pois a necessidade de se conhecer estes entre outros fatores, está estritamente ligado ao domínio político da sociedade.

Existem indícios que o primeiro resultado estatístico ocorreu na civilização dos egípcios entre 2700 a 2500a.C., onde foi implantado o recenseamento de todos os indivíduos, estes deveriam indicar sua renda, e a atividade que exerciam para justificar os valores declarados, caso não o fizesse seria condenado a pena de morte.

Em outras civilizações também há registros de dados a partir de estudos estatísticos, no ano de 2238a.C., na China, foi estabelecido o primeiro recenseamento, em que o principal objetivo era obter com exatidão dados numéricos sobre a população, a partir destas informações tomar decisões com relação a divisão territorial, cobrança de impostos e em quais destas regiões tinha um maior potencial para a disponibilidade de homens para o serviço militar.

Na era cristã, por determinação do senado, o governador romano da Síria, fez o recenseamento das pessoas, sendo que deveriam responder no seu lugar de origem. Existindo registro bíblico no livro de Lucas:

*“Naquele tempo o imperador Augusto mandou uma ordem para todos os povos do Império. Todas as pessoas deviam se registrar a fim de ser feito uma contagem da população. Quando foi feito esse primeiro recenseamento, Cirênio era governador*

*da Sérvia . Então todos foram se registrar, cada um na sua própria cidade”*. Lucas 2.1,3.

No Brasil o primeiro censo populacional foi feito no ano de 1872, ordenado pelo Srº José Maria da Silva Paranhos, conhecido como Visconde do Rio Branco (1819-1880).

Como se vê os estudos estatísticos acompanham a evolução da humanidade, desde a história antiga tendo ultimamente seu papel reforçado na análise e interpretação de questões do mundo contemporâneo, e enquanto ciência uma importante ferramenta para o entendimento de várias questões “presentes de forma essencial no mundo natural e social.” (Orientações Curriculares Estaduais para o Ensino Médio P-78).

## **2.2 Estatística Social: Movimento na Educação Matemática**

A Estatística Social é uma parte integrante da Estatística que esta diretamente relacionado a análise dos acontecimentos da sociedade, estudando um grupo de pessoas que fazem parte do contexto a ser investigado, ela busca o entendimento de questões que são integrantes da realidade econômica, social e ambiental de uma população, buscando a partir destes, formulação e avaliação de políticas públicas com o objetivo de interferência direta nos problemas apresentados.

A Estatística Social associada a construção do conhecimento matemático é uma tendência na área da Educação Matemática, pois valoriza as questões sociais, econômicas e ambientais de uma certa população , e a partir da observação e estudo destes elementos, estes são utilizados como elo na construção da aprendizagem Matemática .

Trabalhar com a Estatística relacionando questões sociais, trazendo para a sala de aula temas de interesses dos alunos como elemento de motivação, valorizando a vivência social de um certo grupo de pessoas, e a partir destes elementos desenvolver propostas para a efetivação de uma aprendizagem significativa, pode ser uma forma de sensibilizar o aluno a perceber “*o valor da Matemática como bem cultural da leitura e interpretação da realidade*” (PCN, Ensino Médio P-92), despertando-o para a análise de sua realidade social para o efetivo exercício da cidadania, pois :

*“[...] segundo a história do desenvolvimento político, econômico, social e cultural, o homem, ao tentar resolver seus problemas cotidianos, desenvolveu a ciência e, entre elas a Matemática, que possui linguagem própria de caráter universal, essencial para a compreensão do universo e é construída pela humanidade”*(Orientações Curriculares Estaduais para o Ensino Médio P-145).

Uma das maiores dificuldades que o professor de Matemática tem é vencer a grande rejeição com relação a disciplina, ao apresentarmos a Matemática como um resultado da vivência humana, tem-se uma ferramenta a mais para superarmos esta realidade, pois o maior desafio na construção de uma educação de qualidade é o despertar para o desejo pelo conhecimento.

## 2.3 Probabilidade e Estatística

A probabilidade nasceu da observação experimental de certos fenômenos de natureza aleatórios, inicialmente relacionados ao estudo dos jogos de azar, Cardano é conhecido como o pai da Teoria da Probabilidade, sendo o primeiro a apresentar estudos e análises destes jogos na obra *Lider de Ludo Aleae* publicado em 1539. Para outros historiadores a Teoria da Probabilidade iniciou-se através das correspondências entre Pascal e Fermat em que um dos conteúdos aparece o termo “Geometria do Acaso” relacionado a Teoria da Probabilidade.

Segundo Ferreira et.al. (2002) a correlação entre a probabilidade que é a ciência do acaso e a estatística, veio apresentar uma novidade ao estudo da Estatística a inferência estatística, com o nascimento da “Aritmética Política” (século XVII) no trabalho apresentado por De Moivre.

Tanto a Estatística como a Probabilidade, estão apresentadas nos parâmetros curriculares nacionais no bloco tratamento da informação, ambas nasceram do estudo de problemas de natureza empírica, através da experimentação e observação de fatos reais associados a vivência social, no desenvolvimento histórico da humanidade, tornando-se uma importante ferramenta para o estudo em varias áreas do conhecimento pois :

*“As técnicas e raciocínios estatísticos e probabilísticos são, sem dúvida instrumentos tanto das Ciências da Natureza quanto das Ciências Humanas. Isto mostra como será importante uma cuidadosa abordagem dos conteúdos de contagem, estatística e probabilidade no Ensino Médio, ampliando a interface entre o aprendizado Matemático e das demais ciências e áreas”.* (PCN- ensino médio P-91).

# Capítulo 3

## Fundamentação Teórica

### 3.1 Estatística

A estatística estuda a variabilidade de um conjunto de dados, sendo um ramo da Matemática que trabalha com métodos científicos para coletar, organizar, resumir e apresentar análise de dados, direcionando para obter resultados que poderão conduzir a conclusões sobre o objeto de pesquisa analisando.

#### População e Amostra

A estatística nasceu a partir da observação de grupos, aos quais são chamados de população ou seja universo estatístico, ao considerarmos uma parte da população, ou seja um subconjunto do universo estatístico, estamos considerando uma amostra da população a ser estudada. Chamando de  $U$  o universo estatística e de  $A$  uma amostra temos:

$$A \subset U$$

#### Frequência Absoluta ( $F_a$ )

A fase preliminar de um estudo estatístico é a aquisição de dados, contagem e organização que serão analisados em certa população.

**Exemplo 1:** Consideremos as notas de 10 alunos nas turmas da 3ª série do Ensino Médio na disciplina Matemática durante a I unidade do ano letivo de 2013.

Aluno	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Notas	6,0	3,0	5,0	4,0	8,,0	6,0	5,0	4,0	5,0	6,0

Organizando estes dados em uma tabela temos:

Notas	Fa
3,0	1
4,0	2
5,0	3
6,0	3
8,0	1
<b>N=Total</b>	<b>10</b>

Sendo assim a frequência absoluta (Fa) do valor  $x_i$  considerado será o número de vezes que a variável estatística assume determinado valor. O total das frequências absolutas é dado por:

$$N = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_{10}, \text{ ou seja}$$

$$N = \sum_{i=1}^{10} F_i = 10$$

Assim podemos apresentar o total das frequências absolutas, com  $i$  variando de 1 até  $n$  com  $i \in N^*$  pelo somatório:

$$N = \sum_{i=1}^i F_i$$

### Frequência Relativa (Fr)

Chama-se frequência relativa (Fr) do valor  $x_i$  da variável considerada a razão entre a frequência absoluta (Fa) e o número de elementos  $N$  da amostra, normalmente este valor é apresentado em forma percentual.

$$Fr = \frac{F_i}{N} \cdot 100$$

### Frequência Acumulada (FA)

Chama-se frequência acumulada (FA) a soma das frequências absolutas do elemento considerado, com todas que assumem valor inferior ou igual a ele.

Completando a tabela do exemplo 1 com a frequência acumulada (FA) e a frequência relativa (Fr) temos:

NOTAS	Fa	FA	Fr
3,0	1	1	10%
4,0	2	3	20%
5,0	3	6	30%
6,0	3	9	30%
8,0	1	10	10%
<b>TOTAL(N)</b>	<b>10</b>	<b>-</b>	<b>100%</b>



## Mediana (Md)

Em uma distribuição de elementos ordenados de forma crescente ou decrescente o valor central ou a média dos dois valores intermediários, é chamado de mediana, sendo que será o valor central quando os elementos forem em quantidade ímpar e será a média dos valores centrais quando os elementos forem em quantidade par.

**Exemplo 2:** Em uma escola temos 9 turmas de Ensino Médio, respectivamente com 35, 40, 42, 38, 41, 43, 35, 38 e 40 alunos. A mediana desses valores será:

Colocando estes termos em ordem crescents ou decrescente temos:

35, 35, 38, 38, 40, 40, 41, 42, 43

$$Md = 40 \text{ alunos}$$

**Exemplo 3:** As idades de um grupo de 8 alunos do Ensino Médio é respectivamente: 18, 17, 16, 16, 17, 15, 18 e 15. A mediana desses valores será:

Colocando estes termos em ordem crescents ou decrescente temos:

15, 15, 16, 16, 17, 17, 18, 18

$$Md = \frac{16 + 17}{2} = 16,5 \text{ anos}$$

## Moda (Mo)

Em uma distribuição de elementos de um determinado conjunto de dados, o valor ou valores que aparece ou aparecem o maior número de vezes ,ou seja ,tem a maior frequência absoluta é chamado de moda.

No exemplo 2 temos:

$$Mo= 35 \text{ Mo}=38 \text{ e Mo}=40$$

## Média Aritmética (Ma)

A média aritmética (Ma) é o quociente entre a soma dos valores considerados pelo número de elementos de um conjunto.

$$Ma = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \text{ com } n \in N^*$$

## Média Ponderada (Mp)

No caso em que os elementos  $x_1, x_2, \dots, x_n$  de um conjunto, apresentam determinadas frequências  $F_1, F_2, \dots, F_n$  então temos a média ponderada Mp como:

$$Ma = \frac{F_1x_1 + F_2x_2 + F_3x_3 + \dots + F_nx_n}{F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i x_i}{\sum_{i=1}^n F_i}$$

## Inferência Estatística

É um processo a partir do raciocínio indutivo, em que se observa a tendência probabilística de um determinado evento, o nascimento da inferência estatística veio a partir da análise probabilística de resultados nos jogos de azar.

## 3.2 Probabilidade

Existem fenômenos que apesar de serem realizados varias vezes e sob as mesmas condições não apresentam o mesmo resultado. Por exemplo, no lançamento de uma moeda perfeita, o resultado não pode ser previsto com exatidão, esta incerteza de resultado é característico de fenômenos aleatórios. Pelo fato de não sabermos o valor correto, é necessário que analisemos os possíveis resultados de determinado evento ocorrer, daí surgiu a teoria da probabilidade que através da inferência estatística, tenta mensurar a tendência de certo evento ocorrer em um dado experimento com características aleatórias.

### Modelo Probabilístico

Em um experimento que temos elementos casuais ficará caracterizado no momento em que definimos:

1. Espaço amostral ( $\Omega$ ), que representa o conjunto de todos os possíveis resultados de um determinado experimento aleatório, podendo ser finita ou infinita:  $\Omega = \{W_1, W_2, W_3, \dots\}$ , os elementos  $W_n$  com  $n \in N^*$  são os pontos amostrais.
  - No lançamento de uma moeda  $\Omega = \{\text{cara, coroa}\}$
  - No lançamento de um dado  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
  - No jogo de futebol  $\Omega = \{\text{ganhar, empatar, perder}\}$

Todo e qualquer subconjunto do espaço amostral é chamado de evento.

2. Uma probabilidade,  $P(W)$ , para cada elemento, de modo que possamos encontrar a probabilidade  $P(A)$  de qualquer subconjunto do espaço amostral  $\Omega = \{W_1, W_2, W_3, \dots\}$  sendo esta dada pela relação:

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de } A}{\text{número de elementos de } \Omega} = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

**Exemplo 4:** Em uma caixa temos 20 bolas, das quais 5 são brancas (B), 3 verdes (V), 2 são azuis (A) e 10 são amarelas (M). Retirando-se uma bola ao acaso da caixa, qual a probabilidade de se obter uma bola nas cores presentes na caixa?

$$P(B) = \frac{1}{4}$$

$$P(A) = \frac{1}{10}$$

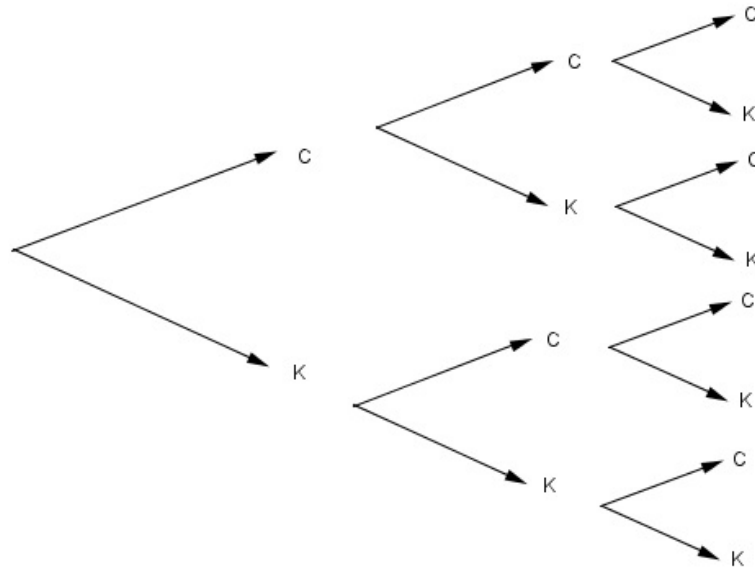
$$P(V) = \frac{3}{20}$$

$$P(M) = \frac{1}{2}$$

**Exemplo 5:** Suponha o lançamento de uma moeda três vezes sendo que C indica cara e K indica coroa.

- (a) Determine o espaço amostral

- (b) Qual a probabilidade de termos pelo menos duas coroas?  
(c) Qual a probabilidade de termos exatamente duas coroas?



(a) O espaço amostral será  $\Omega = \{W_1, W_2, W_3, W_4, W_5, W_6, W_7, W_8\}$ , onde:

- $W_1 = \{C, C, C\}$
- $W_2 = \{C, C, K\}$
- $W_3 = \{C, K, C\}$
- $W_4 = \{C, K, K\}$
- $W_5 = \{K, C, C\}$
- $W_6 = \{K, C, K\}$
- $W_7 = \{K, K, C\}$
- $W_8 = \{K, K, K\}$

Sendo  $n(\Omega) = 2^3 = 8$

(b)  $A = \{(C, K, K), (K, C, K), (K, K, C), (K, K, K)\} \rightarrow n(A) = 4$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{8} = 50\%$$

(c)  $B = \{(C, K, K), (K, C, K), (K, K, C)\} \rightarrow n(B) = 3$

$$P(A) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3}{8} = 37,5\%$$

## Algumas Propriedades

No lançamento de uma moeda é comum dizer que existe 50% de chance para cada um dos resultados cara ou coroa. Podemos observar em um certo experimento por exemplo de lançamento de uma moeda 10 vezes, obtermos 7 caras, então  $7/10=0,7$  é a frequência relativa de se obter cara entre os 10 lançamentos feitos. Consideremos aumentarmos gradativamente o número de lançamento, ou seja, estamos aumentando sucessivamente os possíveis resultados e para cada resultado encontramos a frequência relativa, estes resultados a medida que aumentamos gradativamente o número de lançamentos tenderá a se aproximar de  $1/2$ , caso tenhamos é claro, uma moeda “honestas”. Ao percebermos esta tendência, em particular verificamos que toda frequência relativa é um número entre 0 e 1 sendo:

- $P(A)=0$  ,o evento é impossível de ocorrer.
- $P(A)= 0,5$  ,o evento tem a mesma possibilidade de ocorrer e não ocorrer.
- $P(A)=1$  ,o evento certamente irá ocorrer.

Consideremos o espaço amostral ( $\Omega$ ) e o conjunto vazio  $\emptyset$ , como eventos onde  $P(\Omega) = 1$  e  $P(\emptyset) = 0$  Os conjuntos  $\emptyset, A, \Omega$  estão sempre relacionados por:

$$\emptyset \subset A \subset \Omega$$

relacionando o número de elementos desses conjuntos temos:

$$n(\emptyset) \leq n(A) \leq n(\Omega)$$

, dividindo esses três números por  $n(\Omega) > 0$ , encontramos:

$$\frac{n(\emptyset)}{n(\Omega)} \leq \frac{n(A)}{n(\Omega)} \leq \frac{n(\Omega)}{n(\Omega)}$$

com  $n(\emptyset) = 0$  ,  $\frac{n(A)}{n(\Omega)} = P(A)$  e  $\frac{n(\Omega)}{n(\Omega)} = 1$  , concluímos que:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

## Probabilidade Complementar

Consideremos  $A$  e  $\bar{A}$  dois eventos complementares de um espaço amostral  $U$ , então:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 , \text{ ou seja}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

No exemplo 5 ao perguntarmos, qual a probabilidade de sair pelo menos uma coroa? Temos:  $P(A)$ :probabilidade de sair pelo menos uma coroa;  $P(\bar{A})$ :probabilidade de não sair nenhuma coroa. Observemos que  $A$  e  $\bar{A}$  são dois eventos complementares de um mesmo espaço amostral  $U$ , então:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

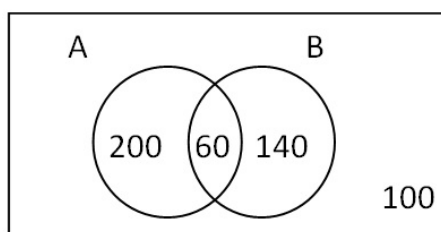
$$P(A) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

## Probabilidade da União e da Interseção de Eventos

**Exemplo 6:** Consideremos uma pesquisa realizada com um grupo de 500 pessoas sobre a preferência em relação o interesse de compra de imóveis em duas regiões de determinada cidade. O resultado foi o seguinte: 260 delas preferem comprar imóveis no condomínio A, 200 delas preferem comprar no condomínio B e 60 delas preferem tanto o condomínio A quanto o condomínio B. Escolhendo uma dessas pessoas ao acaso determine a probabilidade de se:

- (a) o possível comprador escolher o condomínio A e o condomínio B como possíveis escolhas na compra do imóvel.
- (b) o possível comprador de imóveis escolher o condomínio A ou o condomínio B.

Diagrama:



$$(a) P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \frac{60}{500} = \frac{3}{25}$$

$$\text{logo } P(A \cap B) = \frac{3}{25} = 12\%$$

$$(b) n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\frac{n(A \cup B)}{n(\Omega)} = \frac{n(A)}{n(\Omega)} + \frac{n(B)}{n(\Omega)} - \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{260}{500} + \frac{200}{500} - \frac{60}{500} = \frac{13}{25} + \frac{10}{25} - \frac{3}{25} = \frac{20}{25} = 40\%$$

### Probabilidade Condicional

Voltando ao exemplo 6, dado que um possível comprador escolhido ao acaso, tenha preferência pelo condomínio A, qual a probabilidade dele ter também a preferência pelos dois condomínios A e B, ao mesmo tempo.  $P(A \cap B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$  neste caso particular

$$\text{temos: } P(A \cap B/A) = \frac{3/25}{13/25} = \frac{3}{13} = 23,08\%$$

# Capítulo 4

## Metodologias

As turmas em que estas atividades foram desenvolvidas são em especial as do 3º ano do ensino médio, pois os alunos fazem o ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio, para ingresso em Universidades. Como conteúdos de estatística e probabilidade tem um grande destaque neste processo de seleção do ENEM, conseqüentemente a real necessidade de priorizar o estudo dos mesmos logo nas primeiras unidades do ano letivo.

No estudo de estatística primeiramente foi apresentado sua importância em diversas situações, como ela esta presente em jornais, revistas e em diversas questões do cotidiano como: crescimento da população, epidemias, taxas de desemprego, pesquisas eleitorais, consumo de certo produto, aumento da renda familiar e outros utilizam os recursos da estatística para tornar a informação mais rápida e prática, uma necessidade cada vez maior nos dias atuais, principalmente para se ter um posicionamento crítico e poder tomar decisão.

Sabendo que *a finalidade da estatística é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente no dia-a-dia.* (PCN, MEC, 1998 p-52). Foi proposto em linhas gerais que:

- A turma formasse grupos de estudo, sendo esta escolha livre com relação aos seus participantes da equipe.
- O grupo deveria escolher o tema gerador da pesquisa, fazer a elaboração de questionários a serem aplicados junto à comunidade, e apresentar a produção do grupo de estudo ao professor para possíveis intervenções.
- De posse do questionário fazer a pesquisa, coleta e organização dos dados em tabelas e gráficos, e apresentar as devidas conclusões sobre o objeto de pesquisa.

Na probabilidade

*[...]em que a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau de possibilidade acerca do resultado de um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser explorados na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos.* (PCN, MEC, 1998 p-52)

Desenvolvimento das atividades :

- Formação de grupos de estudo.  
Empregar moedas , dados e petecas para verificar a ocorrência de certo evento, através de experimentos práticos.
- Utilizar um sistema de contagem no desenvolvimento das atividades.
- Uso de conceitos estatísticos como: frequência absoluta, frequência relativa nas formas fracionária, decimal e percentual, para observar a tendência probabilística de certo evento.
- Atividades apresentando probabilidade complementar, da interseção, da união e probabilidade condicional utilizando a ideia de fração de um todo.
- Atividades relacionando riscos de acidentes de trabalho, através do mapa de risco na área de trabalho da Petrobrás.
- Todas as atividades foram acompanhadas de um roteiro de estudos.

# Capítulo 5

## Relatos de Atividades

### 5.1 Primeira Atividade - Estatística Social

Foi proposto aos alunos que formassem seus grupos de estudo, e cada grupo iria escolher de forma livre o tema gerador do questionário de pesquisa, escolhido o tema, a equipe iria elaborar uma enquete com no mínimo 2 perguntas, e cada pergunta com 5 alternativas. Feito isto o grupo deveria apresentar a sua produção, na aula seguinte, para possíveis correções por parte do professor, após as devidas intervenções iniciou-se o trabalho de pesquisa de campo.

A proposta da atividade era contemplar não somente os colegas de sala ou apenas pessoas do ambiente escolar, mas sim pessoas da sociedade em geral. Algumas orientações foram passadas aos alunos como por exemplo a postura do aluno-pesquisador no momento da entrevista devendo ter um comportamento sério e responsável, assim o entrevistado poderia se sentir seguro em prestar as informações com relação aos questionamentos apresentados. Todos foram identificados com nome e outras informações básicas que cada equipe achou necessário.

Após a coleta de dados o grupo fez a construção da tabela com a frequência absoluta, frequência acumulada e a frequência relativa utilizando a porcentagem. De posse destes resultados confeccionaram os gráficos de colunas e de setores, podendo ser utilizado ou não o recurso da informática. A não obrigação de apresentar os resultados da pesquisa utilizando o recurso da informática foram devidos primeiramente, a escola não dispor laboratório e parte dos alunos não possuem computadores.

Em seguida, após a coleta e organização dos dados coletados, foi necessário que cada equipe colocasse o ponto de vista e as conclusões a que chegaram após o término da pesquisa.

A criatividade foi colocada como um dos pontos da avaliação e algumas equipes colocaram textos sobre o tema gerador, desenhos ilustrativos, e também fotos de algumas pessoas na hora da entrevista.

Nesta atividade houve um grande envolvimento dos alunos e as questões sociais da cidade apresentadas no início do projeto como: desemprego, dependência química, violência, entre outros, foram objetos de estudo de muitas equipes, mostrando assim como questões



do cotidiano são lembradas e que realmente podem ser utilizados como elo na construção do conhecimento matemático, em prol da cidadania plena pois, *o aluno deve desenvolver a capacidade de raciocínio e compreender e usar a ciência como elemento de interpretação e intervenção do mundo.*(PCN's-ensino médio,2002 p-26.)

### 5.1.1 Atividade 1

#### Resultados Apresentados pelo Alunos Desemprego no Brasil

1. O que você acha da quantidade de vagas disponíveis no mercado de trabalho?
2. O que você acha das exigências feitas pelas empresas que disponibilizam vagas de emprego no mercado de trabalho?
3. O que você acha das exigências feitas pelas empresas para que o candidato a vaga de trabalho possua ao menos o ensino médio?

Gráficos e resultados em anexo.

#### Conclusão dos alunos por questão

1. Acerca da questão 1: O que constatamos foi que aproximadamente 47% das pessoas entrevistadas, acharam a quantidade de vagas disponíveis ruim, isso prova que existem poucas vagas de emprego, ou seja o desemprego é cada vez maior.
2. Acerca da questão 2: Cinquenta por cento das pessoas entrevistadas acham regular, isso prova que apesar de tantas exigências feitas pelas empresas é necessário que realmente os donos das empresas procurem trabalhadores que querem crescer cada vez mais, e este perfil não são todos os candidatos que tem.
3. Acerca da questão 3: Cinquenta e sete vírgula sete por cento das pessoas entrevistadas acham bom a exigência do ensino médio completo, sendo esta uma forma de influenciar os jovens de hoje em dia, que devem estudar, ou seja, devem ter ao menos o ensino médio, influenciando assim a redução de jovens fora da escola.

#### Conclusão Geral dos Alunos

Constatamos que o desemprego no Brasil, cresce cada vez mais, a quantidade de vagas disponíveis no mercado de trabalho diminuíram, porque muitas empresas procuram pessoas que ao menos possuem o ensino médio e nem todos os trabalhadores possuem este nível de escolaridade, sendo assim o desemprego cresce.

## Segurança

1. Como está a segurança na sua rua?
2. está a segurança na sua cidade?
3. Qual o grau de segurança que você tem ao andar em outras localidades?

Gráfico de resultados em anexo.

## Conclusão dos Alunos

A pesquisa mostra um quadro alarmante sobre segurança, muitos se perguntaram durante a entrevista até quando a violência vai durar ? De quem é a culpa? Dos votos mal escolhidos? Da educação dos pais para com seus filhos? A culpa é do aumento do uso das drogas? Todos anseiam por uma solução, enquanto isso não ocorrer e tentar sobreviver como se pode.

Ao fazer as perguntas com as pessoas sobre segurança, muitas delas afirmaram que não se sentem seguras, todas elas temem ser mais uma vítima que passa nos jornais e televisão, pessoas cada vez se trancam mais em suas casas, fortemente protegidas com seus portões, grades , muros, cerca elétrica, e câmera de segurança, mesmo assim, vemos cenas de violência, ao final quem não tem condições de usufruir de alguns destes itens de segurança em suas casas, é sentar e orar e pedir a Deus que lhe proteja.

## Drogas

Esta equipe acrescentou um texto sobre o tema gerador . Alguns itens apresentados durante o texto foram:

- Como as drogas batem a porta dos adolescentes e das crianças?.
- O que torna os jovens tão vulneráveis, seria o fato da personalidade pouco estruturada?
- Antecedentes familiares, existe realmente uma relação entre o convívio com pessoas dependentes na família como forma de influenciar também o uso de drogas pelos mais jovens ?
- Condições sociais e fatores de risco.
- Facilidade de obter drogas.
- O convívio com amigos usuários.
- A constatação de que uma pessoa está usando drogas é sinal que alguma coisa não está bem.
- Passaporte para a independência.

### Questionário:

1. Inicialmente porque os jovens se envolvem com drogas?
  - (a) Para se divertirem
  - (b) Induzidos por amigos
  - (c) Por problemas emocionais
  - (d) Está ligado a desigualdade social
  - (e) Por falta de informação
2. Você considera o álcool um a espécie de droga?
  - (a) Sim
  - (b) Talvez
  - (c) Com certeza
  - (d) Não
  - (e) Não sei responder
3. Você acha que os jovens que se envolvem com drogas, tem possibilidade de recuperação?
  - (a) Muito difícil
  - (b) Com certeza
  - (c) Não

- (d) As vezes
- (e) Não sei responder

Desenhos apresentados como ilustração do tema:



## 5.2 Segunda Atividade - Estatística

Esta atividade também foi desenvolvida em grupo e com o roteiro de estudo. No primeiro momento foi apresentada uma situação problema com relação a compra de alguns produtos com preços variados, as equipes confeccionaram a árvore de possibilidades dos resultados que poderíamos ter na resolução do problema, apresentado o resultado da situação problema as equipes fizeram as médias aritméticas dos valores encontrados, organizaram os resultados e encontraram a mediana, posteriormente foi construído o gráfico de colunas com os resultados. Ao final foi feito o questionamento sobre os pontos mais importantes, grande parte dos alunos chamou a atenção que para se fazer uma compra consciente é necessário avaliar as possibilidades.

## 5.2.1 Atividade 2

### Possibilidades de Compra

Leia o texto antes de resolver a atividade

A história da Matemática nos permite conhecer quais foram as situações-problemas que levaram à construção dos conceitos, por exemplo a análise combinatória surgiu a partir de análise dos jogos de azar. Os métodos de contagem foram elaborados a partir da necessidade de se calcular o número de possibilidades existentes nos jogos. Grandes matemáticos estudaram este tema: Niccollo Fontana, conhecido como Tartaglia, Pierre Fermat e Blaise Pascal.

A possibilidade da realização de contagem e da sistematização de métodos de contagem no nosso dia-a-dia é muito frequente, embora muitas vezes não estejamos atentos a isto. Veja, na atividade a seguir, uma situação em que um simples princípio de contagem pode simplificar o nosso cálculo de opções para escolha de produtos escolhidos para uma compra.

(Fonte: TP-5, Gestar II, P-66)

Quantas opções diferentes tem um consumidor que quer comprar uma das mesas e duas cadeiras diferentes anunciadas a seguir? Em qual delas ele ganha mais? e menos?



Mesa Simples  
R\$ 175,00  
M-1



Mesa Classic  
R\$ 250,00  
M-2



Mesa Compact  
R\$ 207,00  
M-3



Cadeira Giratória  
R\$ 252,00  
C-1

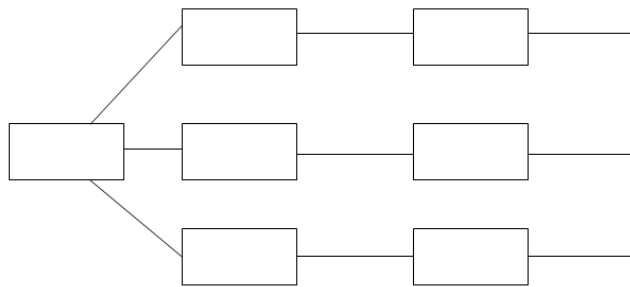
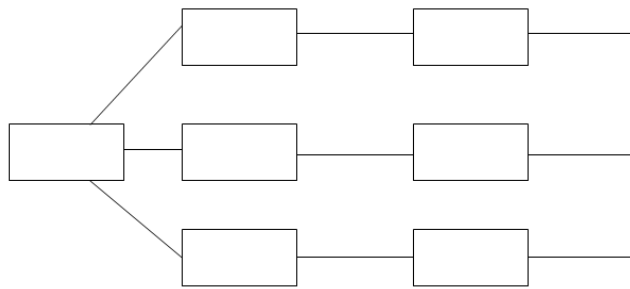
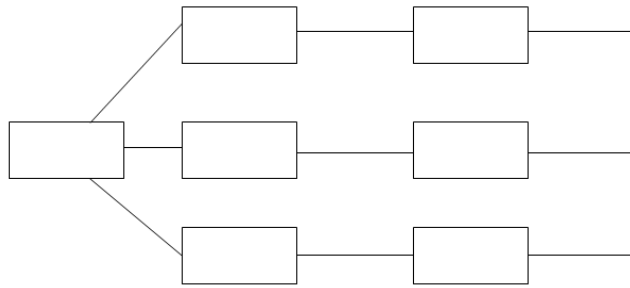


Cadeira Diretor  
R\$ 219,00  
C-2



Cadeira Simples  
R\$ 117,00  
C-3

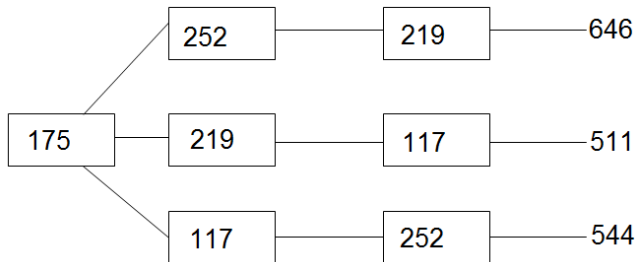
1. Represente as possibilidades para cada questão no diagrama de árvore a seguir, colocando os resultados de cada possibilidade de compra:



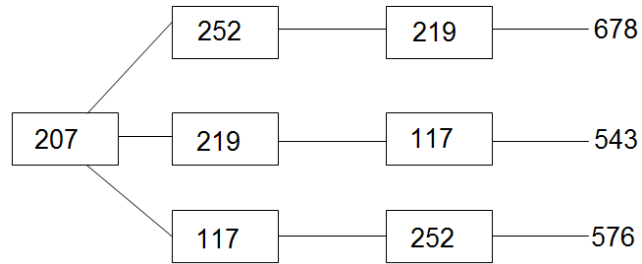
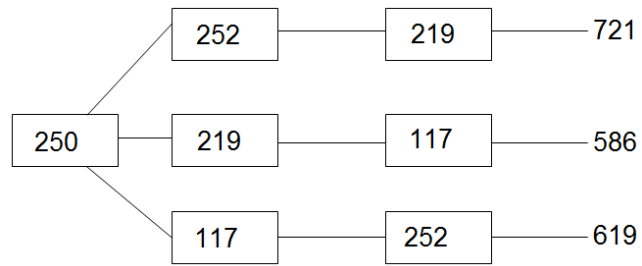
2. Qual a média aritmética dos valores encontrados?
3. Qual a mediana dos valores encontrados?
4. Construa o gráfico de colunas que representa as possibilidades encontradas.

**Exemplo de resposta dada pelos alunos**

1.



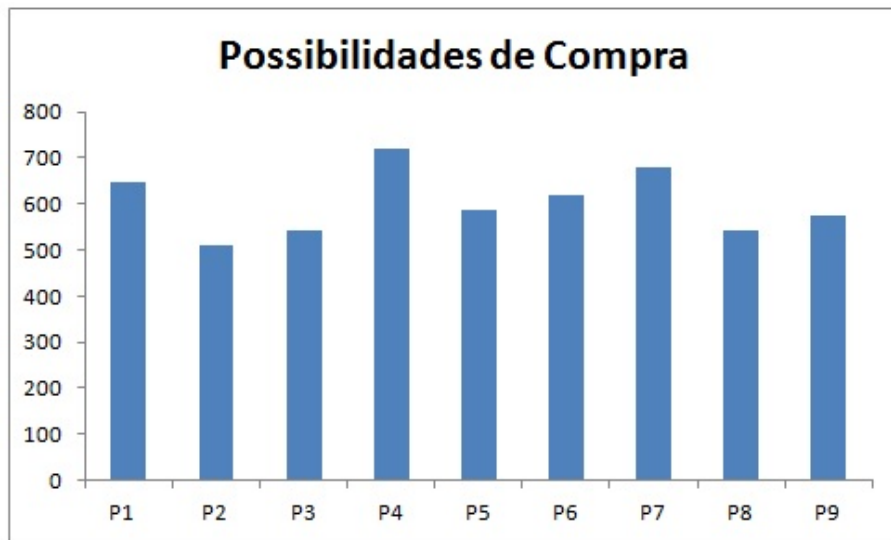




2.  $Ma = \frac{5424}{9} = 602,67$

3. Escrevendo em ordem crescente: 511, 543, 544, 576, 586, 619, 646, 678, 721. Logo a mediana é  $Md = 586$

4.



### 5.3 Terceira Atividade - Probabilidade e Estatística

A atividade também foi desenvolvida em grupo e seguindo um roteiro de estudos. Foi apresentada inicialmente uma situação problema e através deste, pediu-se a probabilidade de ocorrência do evento, a frequência relativa e a taxa percentual. Na questão seguinte foi feito o lançamento de uma moeda e cada equipe anotou , quantas vezes apareceram cara ou coroa, com estes resultados foi pedido a frequência absoluta e a frequência relativa, na forma fracionária ou decimal e também percentual. Após isso, foi feito o lançamento de um dado .Cada equipe anotou o resultado do lançamento em uma tabela,determinando a frequência absoluta e frequência relativa, depois que as equipes finalizaram todos deveriam trocar entre si os resultados e completar a tabela , com os seu resultados e os das outras equipes da sala, após este momento foi feito a razão entre a quantidade em que apareceu cada respectivo número com relação a quantidade total de lançamentos. Os alunos se mostraram motivados em fazer a atividade e colocaram como um dos pontos importantes da atividade a verificação na prática da ocorrência de certo evento.

### 5.3.1 Atividade 3

#### Probabilidade de um Evento

O estudo de probabilidade nos permite quantificar a chance que um acontecimento tem de ocorrer, este acontecimento pode ser chamado de evento.

Probabilidade em matemática, é um número que atribuímos a um evento para exprimir se ele tem muita ou pouca chance de ocorrer. Ela pode se qualquer número de 0 a 1, geralmente um número decimal, uma fração, ou uma porcentagem.

Sendo que:

- 0- Evento nunca irá ocorrer.
- 0,5-Evento tem a mesma probabilidade de ocorrer e de não ocorrer.
- 1-Certeza de que o evento irá ocorrer.

A probabilidade teoricamente é dada pela razão:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$$

Considerando:

- Evento: acontecimento que pode ocorrer dentro de um dado espaço amostral.
- Espaço Amostral: conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Observe:

No lançamento de uma moeda :  $\Omega = \{cara, coroa\}$

No lançamento de um dado :  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(Fonte : TP-2, Gestar II)

#### Exercício

1. Uma urna tem 20 bolas, das quais 3 são brancas, 5 verdes , 10 são azuis e 2 são amarelas. Se retirarmos uma bola da urna sem olhar , qual a probabilidade de retirarmos:

Bolas	Probabilidade	Frequência Relativa	Porcentagem
Uma bola branca			
Uma bola verde			
Uma bola azul			
Uma bola amarela			

	Cara	Coroa
Frequência absoluta		
Frequência relativa		
Porcentagem		

2. Lançar uma moeda 24 vezes , registrar o resultado na tabela e calcular a frequência relativa e a porcentagem de cada evento.
3. Lançar um dado 24 vezes, registrar o resultado na tabela e determinar para cada número a frequência relativa , em seguida anotar os resultados dos outros grupos e achar a frequência relativa média de cada evento.

Grupos	Numero 1	Número 2	Número 3	Número 4	Número 5	Número 6	Total de lançamentos
G-1							
G-2							
G-3							
G-4							
Total							
Frequência relativa							

4. De acordo com a atividade desenvolvida, quais os pontos mais importantes observados pela equipe, faça comentários, críticas e sugestões.

**Exemplo de resposta dada pelos alunos:**

Bolas	Probabilidade	Frequência relativa	Porcentagem
Uma bola branca	0,15	3/20	15%
Uma bola verde	0,25	5/20	25%
Uma bola azul	0,5	10/20	50%
Uma bola amarela	0,1	2/20	10%

1.

2.

	Cara	Coroa
Frequência absoluta	13	11
Frequência relativa	13/24	11/24
Porcentagem	54,16%	45,83%

3.

Grupos	Número 1	Número 2	Número 3	Número 4	Número 5	Número 6	Total de lançamentos
G-1	6	2	6	3	4	3	24
G-2	5	2	8	4	3	2	24
G-3	5	2	2	6	3	6	24
G-4	3	5	3	4	4	1	24
<b>Total</b>	19	13	21	17	14	12	96
<b>Frequência relativa</b>	$\frac{19}{96}$ = 0,197	$\frac{13}{96}$ = 0,135	$\frac{21}{96}$ = 0,219	$\frac{17}{96}$ = 0,177	$\frac{14}{96}$ = 0,146	$\frac{12}{96}$ = 0,125	0,999 $\cong$ 1,0

4. Nesta atividade nos permitiu compreender como podemos analisar a probabilidade de forma divertida . Sugerimos que tenhamos mais atividades relacionadas a probabilidade, pois ela nos ajuda em várias questões do cotidiano.

## 5.4 Quarta Atividade-Probabilidade

Nesta atividade também temos um roteiro de estudo. Foi feito lançamento de uma peteca em determinada região da sala, no caso por questões meramente didáticas dividiu-se a região em quatro partes iguais, logo após os alunos fizeram os lançamentos e anotaram os resultados dos lançamentos na tabela, indicando cada região em que a peteca caiu. Após este momento o grupo fez o estudo da probabilidade de ocorrência de cada evento, ou seja qual a probabilidade da peteca cair em certa região, na questão subsequente o questionamento foi qual a probabilidade de cair em regiões distintas da considerada anteriormente, neste momento foi trabalhado a probabilidade complementar, as equipes completaram a tabela com os resultados encontrados pelas outras equipes, ampliando assim o espaço amostral. Ao final foi pedido aos alunos que fizessem um comentário sobre quais os pontos mais importantes, fazendo críticas e dando sugestões.

A atividade proporcionou um momento de resgate de uma brincadeira antiga com petecas, sendo estas de origem indígena brasileira, ressaltando também que alguns jovens de hoje praticamente desconhecem. Durante o desenvolvimento da atividade os alunos participaram e acharam a atividade interessante e criativa, entre os comentários feitos pelos alunos temos:

- *“Ao desenvolver a atividade sobre probabilidade, podemos observar que se pode fazer várias formas para estudar experimentos aleatórios”*

### 5.4.1 Atividade 4

#### Probabilidade a Ciência do Acaso

Segundo M. G. Kendal *a humanidade precisou de centenas de anos para se acostumar com um mundo onde alguns eventos não tinham causa... ou eram determinados por causas tão remotas que somente podiam ser razoavelmente representados por modelos casuais.*

#### Roteiro

1. Cada equipe deverá utilizar uma região da sala e dividi-la em quatro partes iguais, utilizando fita adesiva e uma trena, feito isto iremos colocar letras associadas a cada região sendo A, B, C e D.
2. Cada equipe deverá escolher os alunos que faram os lançamentos.
3. Cada equipe deverá ter um aluno responsável pela anotação do resultado
4. Lançando a peteca agora por 16 vezes e anotando as regiões que ela caiu na tabela a seguir:

LANÇAMENTO	RESULTADO(REGIÃO)
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	

Total A:

Probabilidade(A):

Total B:

Probabilidade(B):

Total C:

Probabilidade(C):

Total D:

Probabilidade(D):

5. Qual a probabilidade de caírem em regiões:

Distintas da região(A):  $P(\bar{A}) =$

Distintas da região(B):  $P(\bar{B}) =$

Distintas da região(C):  $P(\bar{C}) =$

Distintas da região(D):  $P(\bar{D}) =$

6. Complete as tabelas com os resultados das outras equipes:

	Equipe 1	Equipe 2	Equipe 3	Equipe 4	Equipe 5	Total	Probabilidade
A							
B							
C							
D							

7. De acordo com a atividade desenvolvida, quais os pontos mais importantes, faça comentários, críticas e sugestões:

### Respostas dadas pelos alunos:

1.

Total de A:5

Total de B:3

Total de C:5

Total de D:3

$P(A)=5/16=31,25\%$

$P(B)=3/16=18,75\%$

$P(C)=5/16=18,75\%$

$P(D)=3/16=18,75\%$



LANÇAMENTO	RESULTADO(REGIÃO)
1	B
2	C
3	C
4	A
5	A
6	D
7	C
8	D
9	A
10	B
11	A
12	A
13	B
14	C
15	C
16	D

2.

Distintas da região(A):  $P(\bar{A}) = 68,75\%$

Distintas da região(B):  $P(\bar{B}) = 81,25\%$

Distintas da região(C):  $P(\bar{C}) = 68,75\%$

Distintas da região(D):  $P(\bar{D}) = 81,25\%$

3.

	Equipe1	Equipe2	Equipe3	Equipe4	Equipe5	Total	Probabilidade
A	5	3	4	3	-	15	23,44%
B	3	8	5	6	-	21	34,38%
C	5	1	5	5	-	16	25%
D	3	4	2	2	-	11	17,19%

4.

“ Ao desenvolver a atividade sobre probabilidade, podemos observar que se pode fazer várias formas para estudar experimentos aleatórios”

“Aprendemos de um jeito, prático e divertido sobre probabilidade, sendo uma forma diferente de aprender”

## 5.5 Quinta Atividade Proposta - Probabilidade

A atividade é uma proposta para aplicação em sala de aula, também será acompanhada de um roteiro de estudos, neste caso o lançamento será de duas petecas, anotando separadamente o resultado de cada lançamento na tabela, a região considerada será também uma região da sala dividida em quatro partes iguais. Após o registro na tabela os alunos deverão responder a alguns questionamentos:

- Número de vezes que houve coincidência no lançamento;
- Número de vezes que caíram em regiões diferentes;
- A probabilidade de caírem na mesma região;
- A probabilidade de caírem em regiões não adjacentes;
- Cada equipe deverá completar a tabela com os resultados do evento: quantidade de vezes que caíram em regiões distintas, incluindo os resultados das outras equipes;
- Em seguida será pedido que façam uma comparação entre o resultado individual e coletivo.
- Nas questões que se seguem foi pedido que se respondesse analisando teoricamente.
- Ao final será pedido uma conclusão sobre o experimento desenvolvido.

### 5.5.1 Atividade 5

Lançamento de duas petecas

1. Lance as duas petecas 16 vezes, sendo os lançamentos feitos separadamente, anote a região em que cada uma delas caiu na tabela a seguir:

A	B
C	D

LANÇAMENTO	1ª PETECA (REGIÃO)	2ª PETECA (REGIÃO)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		

Responda a partir dos resultados obtidos:

- (a) Número de vezes em que caíram na mesma região, ou seja, coincidiram?
  - (b) Número de vezes em que caíram em regiões diferentes?
  - (c) Qual a probabilidade de caírem na mesma região?
  - (d) Qual a probabilidade de caírem em regiões distintas?
  - (e) Qual a probabilidade de caírem em regiões não adjacentes?
2. Utilizando os resultados apresentados pelas outras equipes, preencha a tabela abaixo:

	EQUIPE1	EQUIPE2	EQUIPE3	EQUIPE4	EQUIPE5	TOTAL	PROBABILIDADE
Quantidade de vezes que caíram em regiões distintas							

3. Compare o resultado total com o que foi realizado pela sua equipe. Quais as observações vocês poderiam ter com relação a estes resultados?

Responda as questões 4 a 6 analisando-as teoricamente. Completando a tabela com todos os possíveis resultados temos:

A	A
A	B
A	C
A	D

B	A
B	B
B	C
B	D

C	A
C	B
C	C
C	D

D	A
D	B
D	C
D	D

4. Qual a probabilidade das duas petecas caírem em regiões distintas?
5. Qual a probabilidade de duas petecas caírem na mesma região?
6. Qual a probabilidade de caírem em regiões não adjacentes?
7. Quais as conclusões que a equipe chegou ao final do experimento?

**Exemplo:**

LANÇAMENTO	1ª PETECA (REGIÃO)	2ª PETECA (REGIÃO)
1	A	A
2	B	B
3	C	C
4	D	A
5	A	D
6	B	A
7	D	C
8	C	B
9	A	A
10	A	D
11	B	C
12	B	A
13	C	B
14	D	C
15	A	D
16	C	A

1.

(a)  $n(A) = 4$

$$(b) n(\bar{A}) = 12$$

$$(c) P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$(d) P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

$$(e) P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{7}{16} = 43,75\%$$

2.

	EQUIPE1	EQUIPE2	EQUIPE3	EQUIPE4	EQUIPE5	TOTAL	PROBABILIDADE
Quantidade de vezes que caíram em regiões distintas	12	11	10	9	7	49	$\frac{49}{80} = 61,25\%$

3. O valor final utilizando o resultado das outras equipes se aproxima do valor teórico de 75%.

$$4. P(A) = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} = 75\%$$

$$5. P(B) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 25\%$$

$$6. P(C) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 25\%$$

7. Podemos observar que na prática os valores encontrados através da observação do experimento tendem ao resultado teórico, não sendo encontrado na maioria das vezes o resultado exato, ou seja, utilizando na prática a inferência estatística para obtermos os resultados de forma indutiva através da análise das tendências probabilísticas do evento considerado.

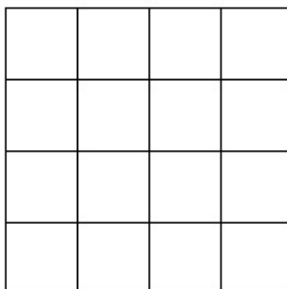
## 5.6 Sexta e Sétima -Atividades Propostas- Probabilidade e Frações

A atividade é uma adaptação do trabalho desenvolvido por professores universitários da Universidade São Marcos:”Uma investigação com alunos universitários”, apesar de ter sido realizado num contexto universitário pode perfeitamente ser avaliada no ensino médio.

A atividade também é uma proposta para aplicação em sala de aula,o objetivo será trabalhar, probabilidade associado a ideia de fração, utilizando a malha quadriculada para o desenvolvimento das questões,na atividade seis a proposta é trabalhar com a probabilidade complementar e da interseção entre as regiões consideradas utilizando frações, na sétima teremos a probabilidade da união e condicional, estas atividades foram desenvolvidas a partir da proposta de trabalho apresentada por um grupo de professores da Universidade São Marcos “Probabilidade e Geometria: uma investigação com alunos universitários”.

### 5.6.1 Atividade 6

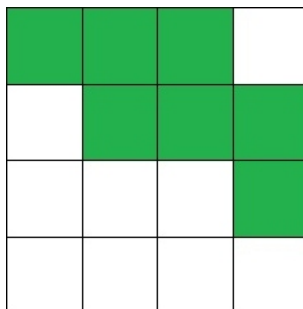
1. Utilizando a malha quadriculada a seguir pinte quantos quadradinhos quiser, deixando alguma área sem pintar.



Responda utilizando a ideia de fração: Suponha o lançamento de uma peteca.

- (a) Qual a probabilidade dela cair fora da região pintada?
- (b) Qual a probabilidade dela cair na região pintada?

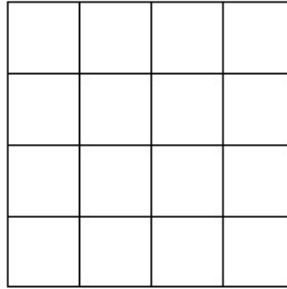
**Exemplo:**



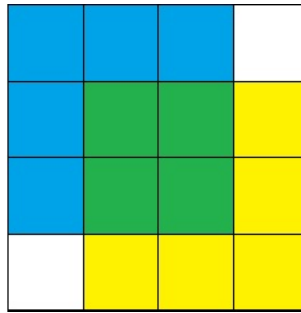
a)  $P(A) = \frac{9}{16}$

b)  $P(\bar{A}) = \frac{7}{16}$

2. Construa na malha quadriculada duas regiões de modo que haja interseção entre elas. Chame a primeira região de A e a segunda de B. Agora considere o lançamento aleatório de uma peteca. Qual a probabilidade da peteca cair nas duas regiões (na interseção)?



**Exemplo:**



$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{9}{16} + \frac{9}{16} - \frac{14}{16}$$

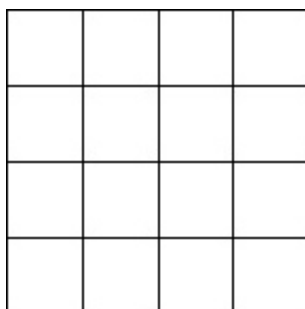
$$P(A \cap B) = \frac{1}{4} = 25\%$$



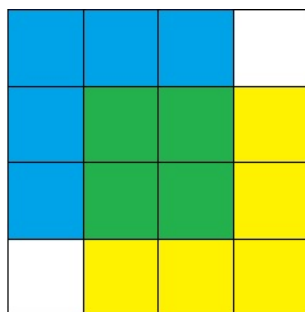
### 5.6.2 Atividade 7

1. Construa na malha quadriculada duas regiões de modo que haja interseção entre elas. Chame a primeira de A e a segunda de B.

Qual a probabilidade da peteca cair em uma região ou na outra?



**Exemplo:**



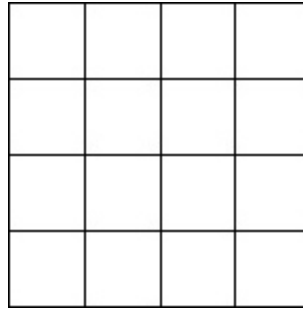
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{9}{16} + \frac{9}{16} - \frac{4}{16}$$

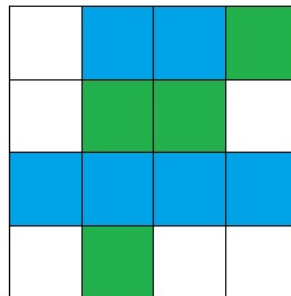
$$P(A \cup B) = \frac{7}{8} = 87,5\%$$

2. Construa na malha quadriculada duas regiões de modo que uma esteja contida na outra. Chame a primeira região de A(área maior) e a segunda de B(área menor). Suponha que no lançamento da peteca já se percebe que ela irá cair dentro da região A. Dada esta informação responda:

Qual é a probabilidade da peteca cair dentro da região B?



**Exemplo:**



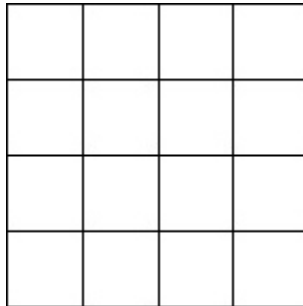
$$P(B/A) = \frac{B}{A}$$

$$P(B/A) = \frac{\frac{4}{16}}{\frac{10}{16}} = \frac{4}{10}$$

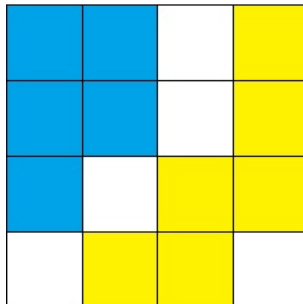
$$P(B/A) = \frac{2}{5} = 40\%$$

3. Construa na malha quadriculada duas regiões desconexas, ou seja, separadas. Chame a primeira região de A (área azul) e a segunda de B (área amarelo). Considerando o lançamento de uma peteca. Responda:

Qual é a probabilidade da peteca cair nas regiões A e B?



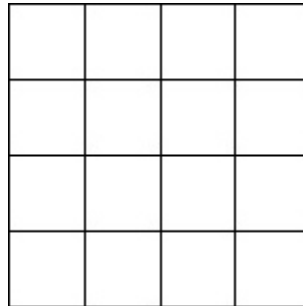
**Exemplo:**



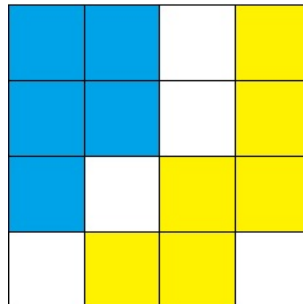
$$P(A \cap B) = 0$$

4. Construa na malha quadriculada duas regiões desconexas, ou seja, separadas. Chame a primeira região de A (área azul) e a segunda de B (área amarelo). Considerando o lançamento de uma peteca. Responda:

Qual é a probabilidade da peteca cair na região A ou na região B?



**Exemplo:**



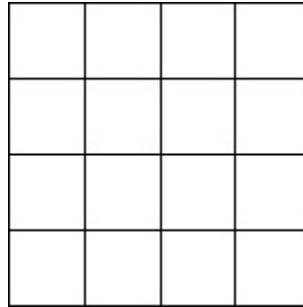
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{5}{16} + \frac{6}{16}$$

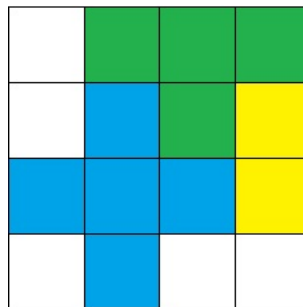
$$P(A \cup B) = \frac{11}{16}$$

5. Construa na malha quadriculada duas regiões de modo que uma esteja contida na outra, não totalmente. Chame a primeira região de A (área maior azul) e a segunda de B (área menor amarelo). Suponha que no lançamento da peteca já se percebe que ela irá cair dentro da região A. Dada esta informação responda:

Qual é a probabilidade da peteca cair dentro da região B?



**Exemplo:**



$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(B/A) = \frac{\frac{4}{16}}{\frac{9}{16}}$$

$$P(B/A) = \frac{4}{9}$$

## 5.7 Oitava, Nona e Décima - Atividades Propostas- Estatística e Probabilidade

Estas atividades são propostas para aplicação em sala de aula, no início da apresentação do desenvolvimento do trabalho, foi feita um relato com algumas características da cidade em que o projeto foi desenvolvido, um dos maiores desafios foi conseguir unir estatística, probabilidade e contexto social. As atividades que se seguem foram produzidas a partir do Mapa de Risco Base da BECAN (Base de Candeias), nelas estão apresentadas três atividades desenvolvidas de modelagem matemática, de riscos de acidentes no trabalho na área da Petrobrás, como foi citado no início do trabalho faz parte da realidade local.

- **Oitava Atividade** Leitura do texto: Riscos de Acidentes no Trabalho. Utilização do Mapa de Risco Base da BECAN, relacionando as variáveis de riscos; pequeno, médio e grande
- **Nona Atividade** Utilização do Mapa de Risco da BECAN, relacionando as variáveis: risco físico, risco biológico, risco químico, ergonômico e risco de acidentes.
- **Décima Atividade** Utilização do Mapa de Risco Base da BECAN, relacionando as variáveis, risco pequeno (peso 1), risco médio (peso 2) e risco grande (peso 3) em relação aos seguintes espaços:

1. banheiro
2. escritório
3. almoxarifado
4. paiol de tinta
5. pipe shop
6. cabine de pintura
7. cabine de jateamento
8. controle de jateamento
9. área livre
10. carbage stand
11. cozinha

### 5.7.1 Atividade 8

#### Riscos de Acidentes de Trabalho

O trabalho em refinarias de petróleo envolve o risco de acidentes triviais e ampliados. Os dados nacionais apontam para a relevância dos acidentes nesse setor.

Em relação aos trabalhadores próprios, houve predominância dos chamados acidentes triviais (54,2%) e quanto ao modo de operação, houve concentração dos acidentes nas atividades em operação normal (62,9%). Quanto aos trabalhadores terceirizados, os acidentes triviais (72,5%) tiveram predominância mais acentuada; e quanto ao modo de operação, houve um domínio quase total dos acidentes na atividade de manutenção (96,8%).

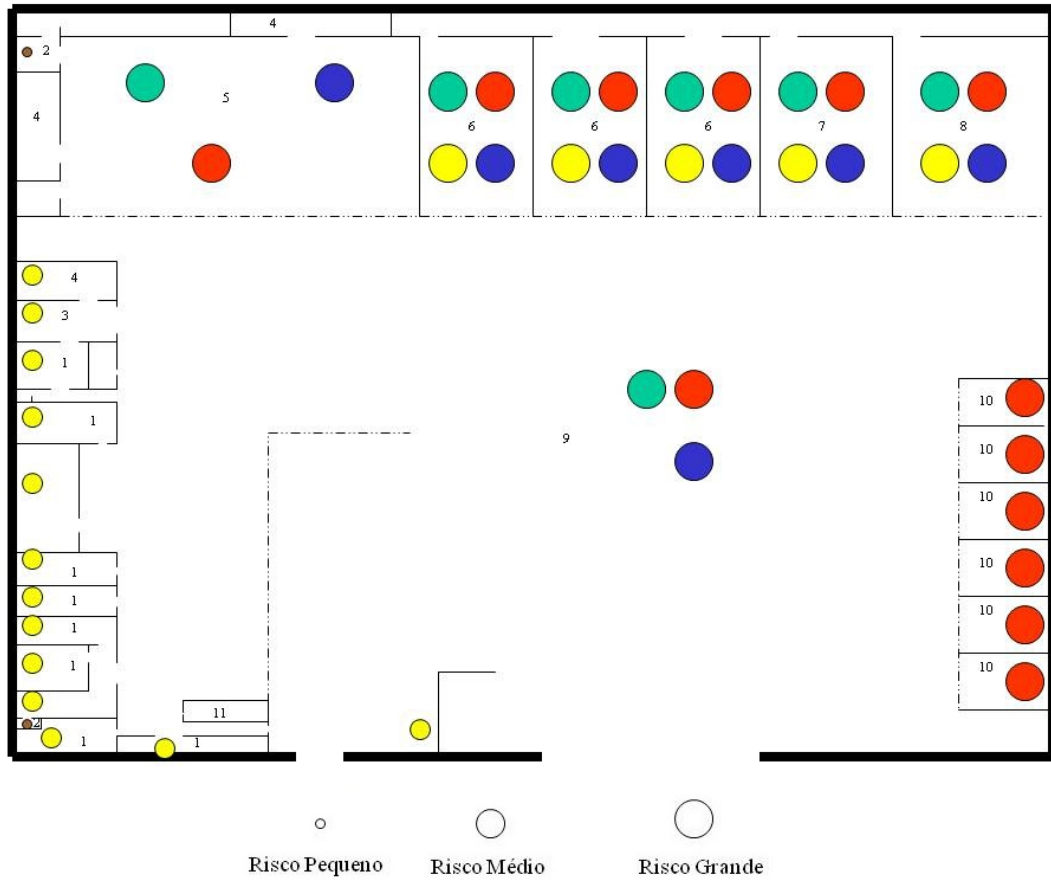
Os resultados mostraram um perfil de acidentes que afeta principalmente os níveis hierárquicos mais baixos, concentrando-se de modo geral nas atividades de manutenção, além da necessidade de modificações no sistema de registro e investigação de acidentes por parte da empresa.

Como observaram Ferreira & Iguti (1996), o trabalho dos petroleiros tem como características principais ser uma atividade complexa, contínua, coletiva e perigosa. Envolve não só os acidentes triviais, mas também os acidentes ampliados que, incluindo materiais tóxicos, explosivos e inflamáveis, tem resultado em múltiplas consequências aos trabalhadores, às comunidades vizinhas, às indústrias e ao meio ambiente.

Fonte: Rev Saúde pública 2002;36(5):576-83  
[www.fsp.usp.br/rsp](http://www.fsp.usp.br/rsp)

Observando que o ambiente de trabalho na indústria de petróleo em qualquer um dos setores como exploração, refino e transporte tem alto risco de acidentes de trabalho desenvolva as atividades seguintes que foram feitas a partir do mapa de risco base da BECAN( Base de Candeias) na área da Petrobrás.

## Mapa de Risco Base



1. Analisando o mapa acima complete a tabela abaixo:

Situação	Fa	Fr(%)
Risco Pequeno		
Risco Médio		
Risco Grande		

2. Qual o nível de risco com maior probabilidade de ocorrer na área observada?

3. Quais as conclusões que chegou após a análise da situação problema apresentada?



## Respostas:

1.

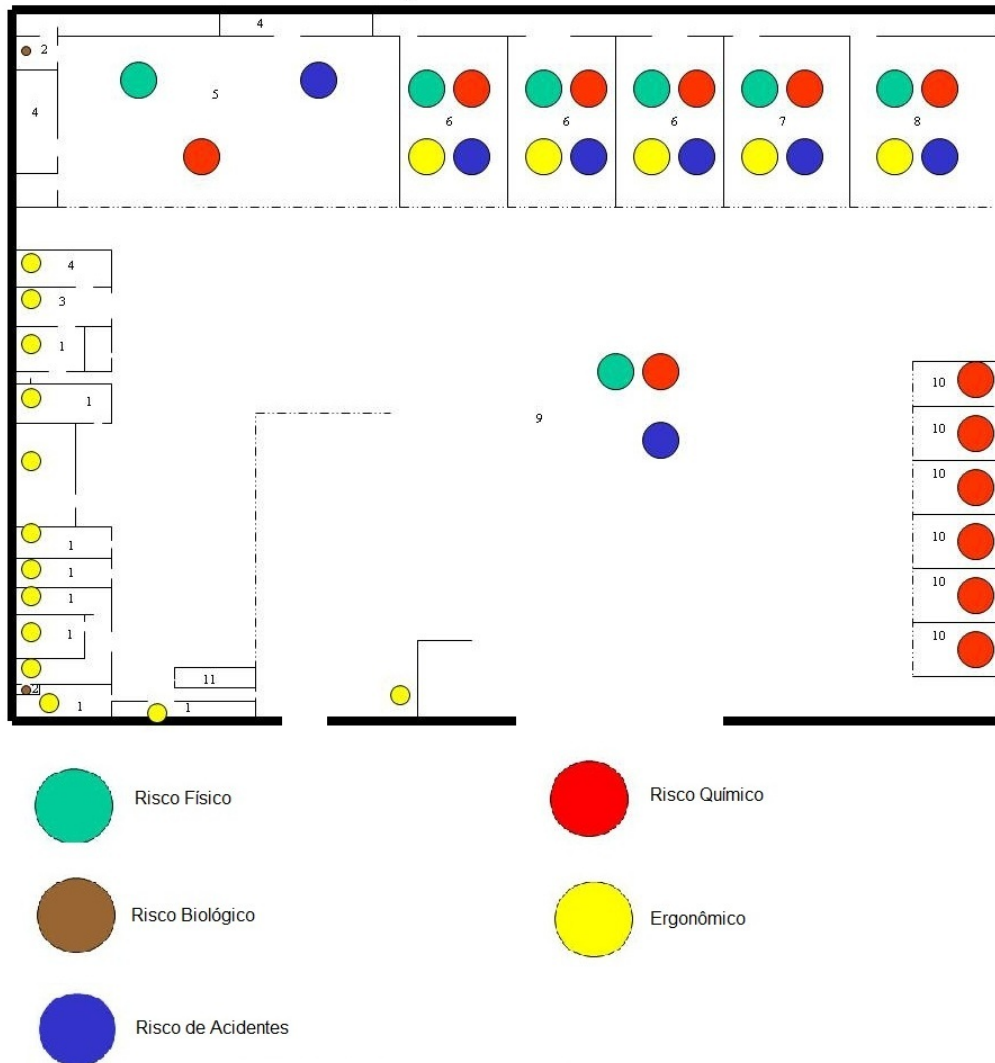
Situação	Fa	Fr(%)
Risco Pequeno	2	4,25%
Risco Médio	13	27,66%
Risco Grande	32	68,08%

2.O risco grande com 68,08%

3.Como foi apresentado no texto a área de trabalho das empresas do petróleo são ambientes com alto risco de acidentes de trabalho.

## 5.7.2 Atividade 9

**Mapa de Risco Base**



- Risco físico: Ruído; Influência de intempéries.
- Risco Químico: Emissão de aerodispersóides (poeira); Produtos Químicos.
- Risco Biológico: Higiene em geral (banheiros).
- Ergonômico: Postura em geral; Esforço físico; Fadiga.
- Risco de Acidentes: Queda com diferença de nível; Queda do mesmo nível; Impacto por/contra.

1. Complete a tabela por distribuição de risco por característica física, química, biológico ergonômico e risco de acidentes.

Caráter	Fa	Fr(%)
Risco Físico		
Risco Químico		
Risco Biológico		
Ergonômico		
Risco de Acidentes		

2. Qual o risco com maior probabilidade de ocorrer na área observada?
3. Quais as conclusões que chegou após a análise da situação problema apresentada?

**Respostas:**

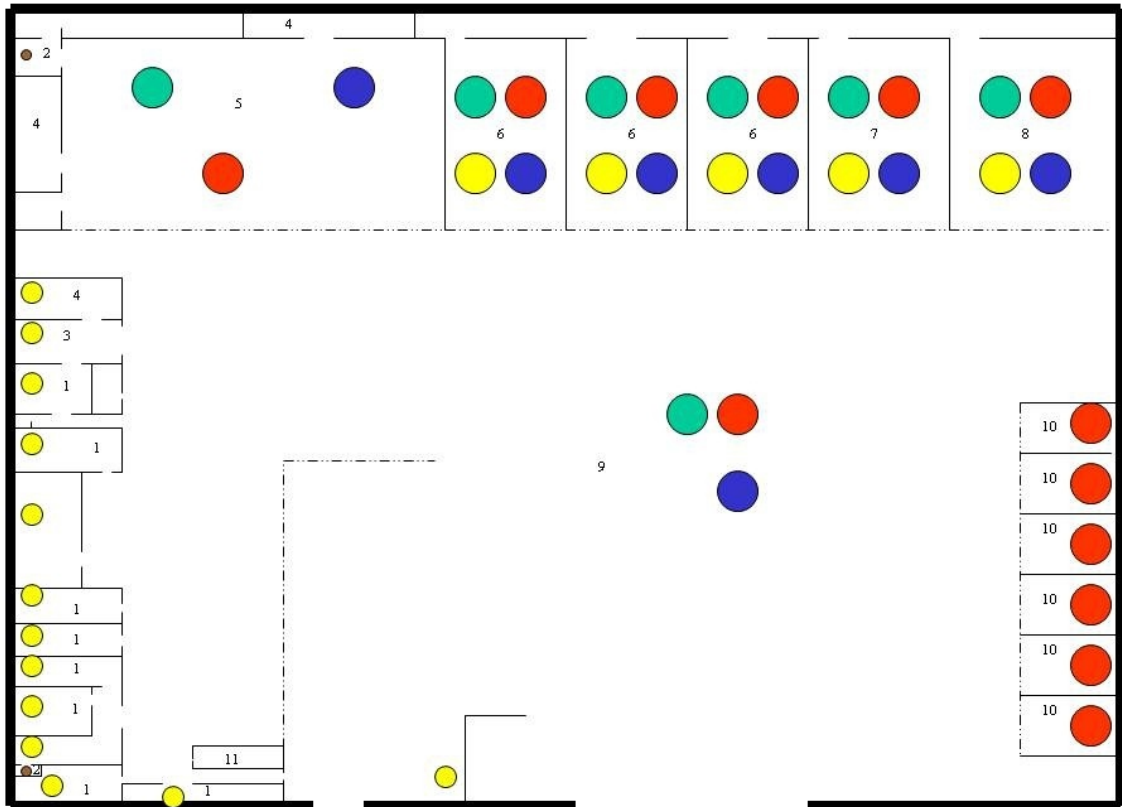
- 1.

Caráter	Fa	Fr(%)
Risco Físico	7	15,56%
Risco Químico	13	18,89%
Risco Biológico	2	4,44%
Ergonômico	18	40%
Risco de Acidentes	5	11,11%

2. Os riscos ergonômicos, que estão relacionados a postura do trabalhador ao executar seu trabalho, esforço físico e fadiga.

### 5.7.3 Atividade 10

#### Mapa de Risco Base



- 1- Escritório
- 2- Banheiro
- 3- Almojarifado
- 4- Paiol de Tinta

- 5- Pipe Shop
- 6- Cabine de Pintura
- 7- Cabine de Jateamento
- 8- Controle de Jateamento

- 9- Área Livre(Trabalho a Céu Aberto)
- 10- Carbage Stand
- 11- Cozinha.



Atribuindo-se os pesos:

- Pequeno risco: peso 1
- Médio risco: peso 2
- Grande risco: peso 3

1. Analisando o mapa acima complete a tabela abaixo levando em consideração os pesos anteriormente apresentados(Considerando apenas uma unidade de cada setor):

Local	Fa	Fr(%)
Escritório		
Banheiro		
Almoxarifado		
Paiol de tinta		
Pipe shop		
Cabine de Pintura		
Cabine de Jateamento		
Área livre		
Carbage Stand		
Cozinha		
Total		

2. Qual o ambiente com maior probabilidade de risco de acidente?
3. Quais as conclusões que chegou após a análise da situação problema apresentada?

### Respostas:

1.

Local	Fa	Fr(%)
Escritório	2	3,85%
Banheiro	1	1,92%
Almoxarifado	2	3,85%
Paiol de tinta	2	3,85%
Pipe shop	9	17,31%
Cabine de Pintura	12	23,08%
Cabine de Jateamento	12	23,08%
Área livre	9	17,31%
Carbage Stand	3	5,77%
Cozinha	0	0%
Total	52	100%

2. No caso os ambientes com maiores probabilidades de risco de acidente são a cabine de pintura e a cabine de jateamento.

# Capítulo 6

## Conclusão

Nas atividades desenvolvidas tanto de probabilidade como estatística, em que a prática foi bastante enfatizada os alunos puderam desenvolver o raciocínio probabilístico de forma dinâmica e a vivência estatística a partir de suas próprias experiências, aprendendo assim alguns conceitos de estatística e probabilidade não apenas de maneira narrativa, mas também fazendo uma correlação entre as formas experimental e teórica.

A responsabilidade social de uma escola enquanto meio de formação do cidadão é algo grandioso ,grande parte dos alunos irão direto do ensino médio para o mercado de trabalho. Poder permitir a estes uma oportunidade de se tornar um cidadão autônomo e consciente, só se efetiva quando:

*“[...]o homem percebe que o único homem que se educa é aquele que aprende a aprender; que aprendeu como se adaptar e mudar;que se capacitou de que nenhum conhecimento é seguro, que nenhum processo de buscar conhecimento oferece uma base de segurança.Mutabilidade, dependência de um processo antes de um conhecimento estático, eis a única coisa que tem certo o sentido da educação, no mundo moderno.”(Rogers, 1972, p-104-5)*

Sendo assim mesmo fora do ambiente escolar, nossos alunos devem ter atitude de acreditar que através da busca constante pelo conhecimento, tendo como base o prazer de aprender, independente de sua atuação no meio em que estiver inserido, será extremamente imprescindível para saber, ser e estar no mundo moderno.

# Bibliografia

- [1] Maria da Graça, Nicoletti Mizukami (1994) *Ensino: Abordagens do Processo*.
- [2] Dione, Lucchesi de Carvalho. (1996) *Metodologia do Ensino da Matemática*.
- [3] Parâmetros Curriculares Nacionais, Ensino Médio. (1999) *Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*.
- [4] Parâmetros Curriculares Nacionais. (1998) .
- [5] Nelson, Tunala. (Revista do Professor de Matemática.) *Determinação de Probabilidade por Métodos Geométricos*. RPM20
- [6] Programa de Gestão da Aprendizagem Escolar- Gestar II. (2006) *Matemática*.
- [7] Orientações Curriculares Estaduais para o Ensino Médio. (2005) *Área de Ciências da Natureza Matemática e suas tecnologias*.
- [8] Parâmetros Curriculares Nacionais. (1998) *Temas transversais*.
- [9] VYGOTSKY, L.S. (1991) *A formação Social da Mente*.
- [10] Morgado, Augusto César; Carvalho, João Bosco Pitombeira de Carvalho; Carvalho, Paulo Cezar Pinto; Fernandez, Pedro (2011) *Análise Combinatória e Probabilidade*.
- [11] Estatística social: Movimento didático de matemática em sala de aula no ensino médio (<http://www.linguisticallingugem.cepad.net.br/edicoes/09/arquivos/09pdf>) acessado em 17/03/2013 as 12:44.
- [12] Probabilidade e geometria: Uma investigação com alunos universitários ([redeabe.org.br/oficina-probabilidade\\_geometria](http://redeabe.org.br/oficina-probabilidade_geometria)) acessado em 17/03/2013 as 01:12.
- [13] A estatística e a probabilidade no currículo de Matemática da escola básica ([www.sbem.com.br/files/viii/pdf/13/MR10.pdf](http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/13/MR10.pdf)) acessado em 11/03/2013 as 18:11.
- [14] O nascimento da estatística e sua relação com o surgimento da teoria de probabilidade ([ftp://ftp.usj.br/pub/revint/191\\_41.pdf](ftp://ftp.usj.br/pub/revint/191_41.pdf)) acessado em 14/03/2013 as 22:19.
- [15] Perfil dos acidentes de trabalho em refinaria de petróleo ([www.scielo.br/pdf/rsp/v36n5/13146.pdf](http://www.scielo.br/pdf/rsp/v36n5/13146.pdf)) acessado em 14/03/2013 as 22:49.

- [16] A estatística e sua historia ([www.exatas.net/ssbec\\_estatistica\\_e\\_sua\\_historia.pdf](http://www.exatas.net/ssbec_estatistica_e_sua_historia.pdf)) acessado em 19/03/2013 as 23:25.
- [17] Morettin, Pedro Alberto (1975) *Introdução à Estatística* .



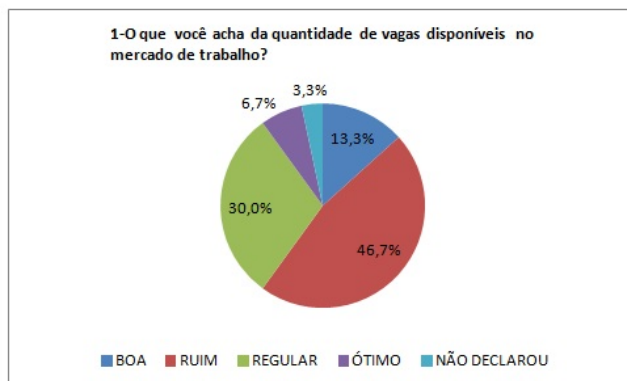
# Capítulo 7

## Anexos

### Resultados Atividade 1: Desemprego

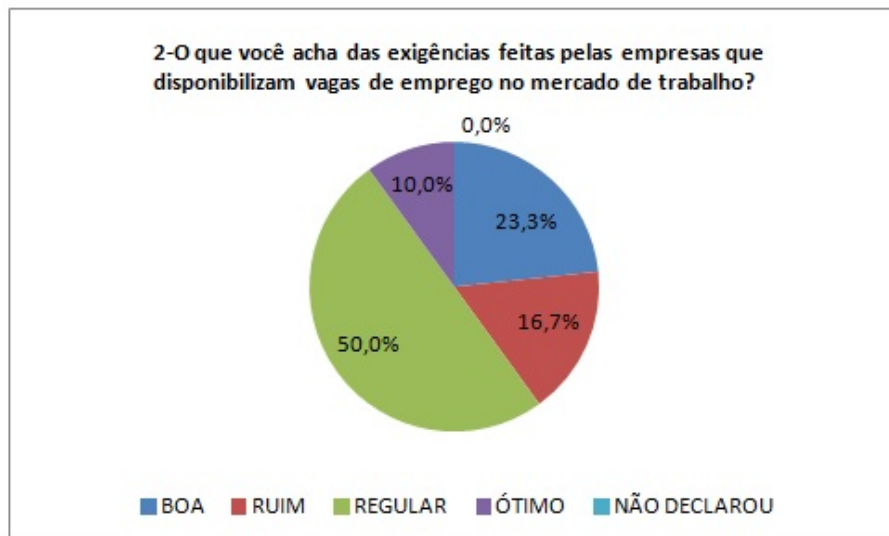
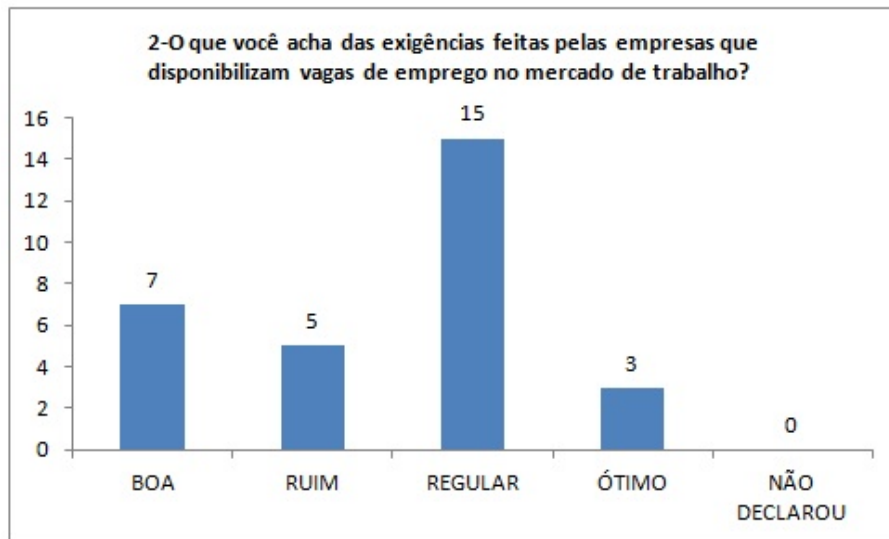
#### Questão1

Respostas	Fa	FA	Fr(%)
Boa	4	4	13,3
Ruim	14	18	46,7
Regular	9	27	30
Ótimo	2	29	6,7
Não declarou	1	30	3,3
Total	30	-----	100



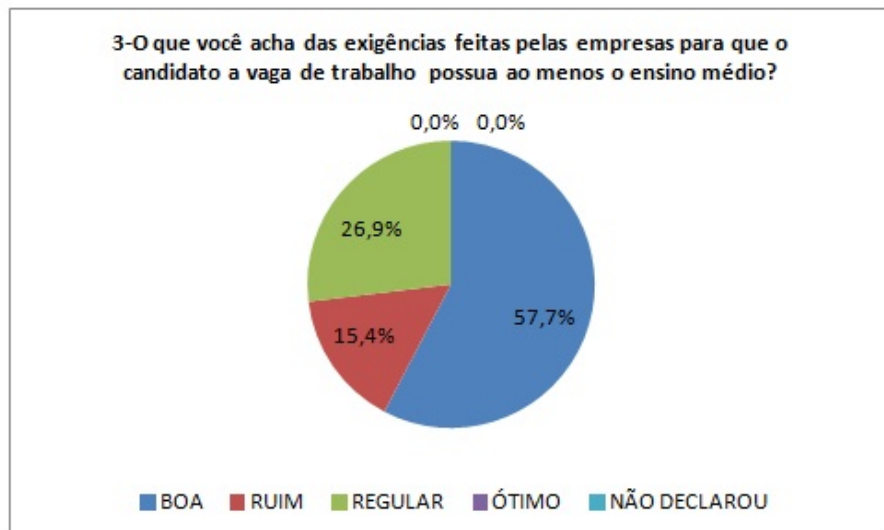
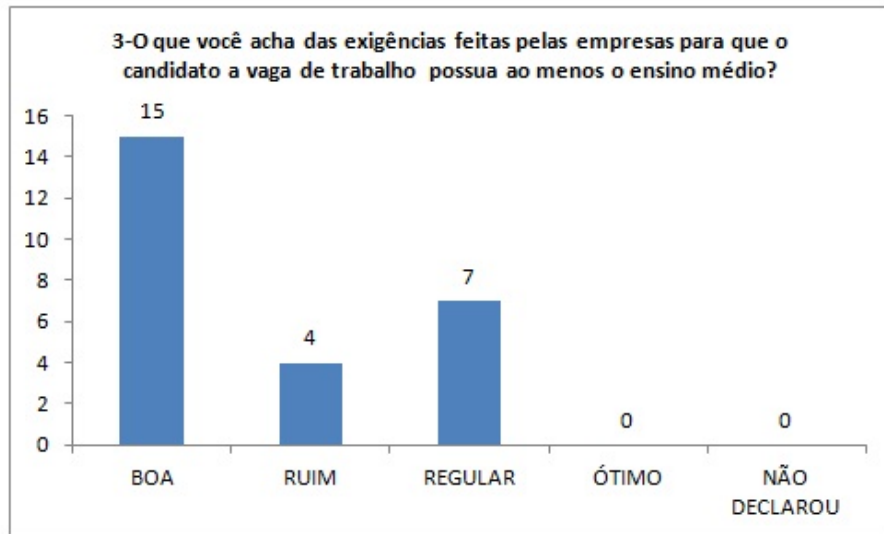
## Questão2

Respostas	Fa	FA	Fr(%)
Boa	7	7	23,3
Ruim	5	12	16,7
Regular	15	27	50
Ótimo	3	30	10
Não declarou	0	30	0
Total	30	---	100



### Questão3

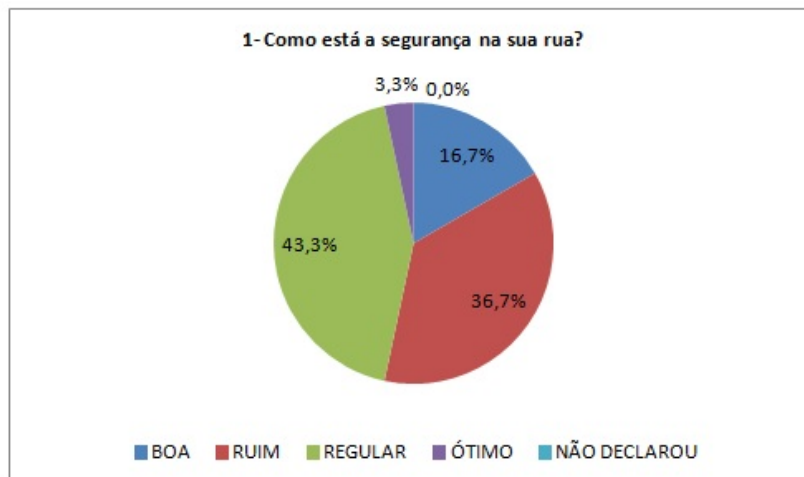
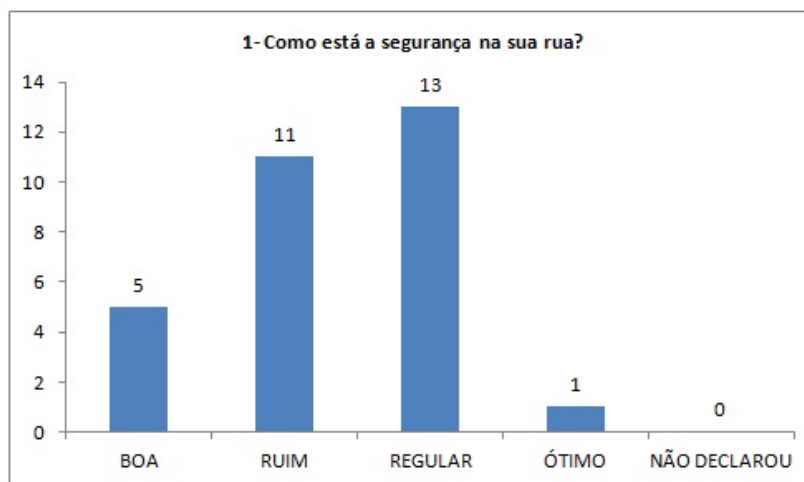
Respostas	Fa	FA	Fr(%)
Boa	15	15	50
Ruim	4	19	13,3
Regular	7	23	13,3
Ótimo	0	30	23,4
Não declarou	0	30	0
Total	30	----	100



## Resultados Atividade 2: Segurança

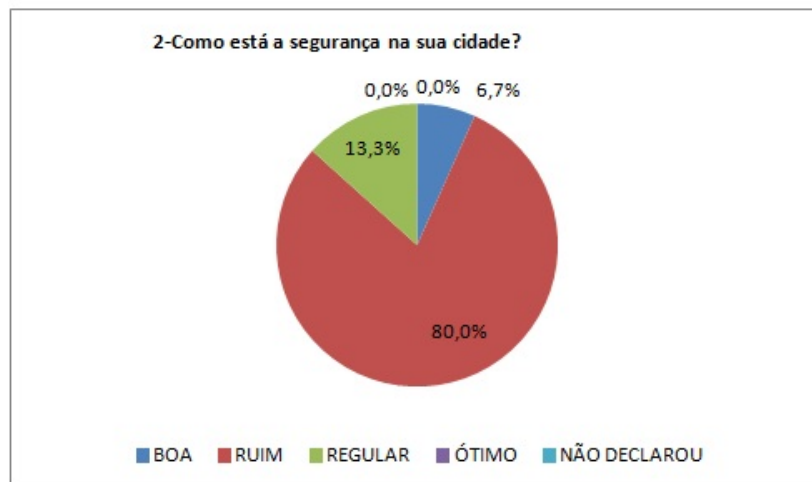
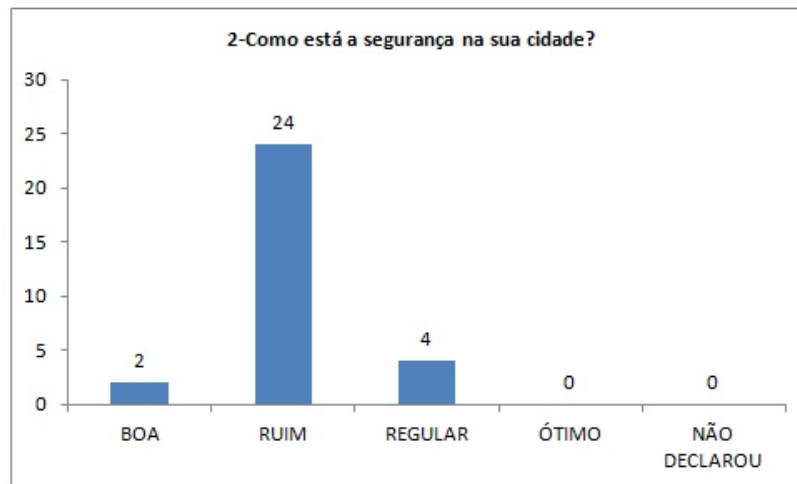
### Questão1

Respostas	Fa	FA	Fr(%)
Boa	5	5	16,7
Ruim	11	16	36,7
Regular	13	26	43,3
Ótimo	1	30	3,3
Não declarou	0	----	0
Total	30		100



## Questão2

Respostas	Fa	FA	Fr(%)
Boa	2	2	6,7
Ruim	24	26	80
Regular	4	30	13,3
Ótimo	0	0	0
Não declarou	0	0	0
Total	30	----	100



### Questão3

Respostas	Fa	FA	Fr(%)
Boa	4	4	13,3
Ruim	17	21	56,7
Regular	9	30	30
Ótimo	0	0	0
Não declarou	0	0	0
Total	---	---	100

