Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Dissertação de Mestrado

Um recurso para o ensino de Matemática: vídeos criados a partir de uma investigação sobre evasão

Antônio Júnior de Oliveira

Uberaba - Minas Gerais

Julho de 2017

Um recurso para o ensino de Matemática: vídeos criados a partir de uma investigação sobre evasão

Antônio Júnior de Oliveira

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT-UFTM como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Rodrigo Ottoboni

Uberaba - Minas Gerais

Julho de 2017

Catalogação na fonte: Biblioteca da Universidade Federal do Triângulo Mineiro

	Oliveira, Antônio Júnior de
O45r	Um recurso para o ensino de matemática: vídeos criados a partir de uma investigação sobre evasão / Antônio Júnior de Oliveira. -- 2017.
	79 f. : il.
	Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) -- Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, MG, 2017
	Orientador: Prof. Dr. Rafael Rodrigo Ottoboni
	1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Tecnologia educacional. 3. Recursos audiovisuais. 4. Gravações de vídeo. 5. Professores - Formação. I. Ottoboni, Rafael Rodrigo. II. Universidade Federal do Triângulo Mineiro. III. Título.
	CDU 51(07)

Antônio Júnior de Oliveira

Um recurso para o ensino de Matemática: vídeos criados a partir de uma investigação sobre evasão

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT-UFTM como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

7 de julho de 2017

Banca examinadora

Prof. Dr. Rafael Rodrigo Otobonni
Orientador
Univerdidade Federal do Triângulo Mineiro

Prof. Dr. Thadeu Alves Senne
Universidade Federal de São Paulo

Profa. Dra. Mônica de Cássia Siqueira Martines
Universidade Federal do Triângulo Mineiro

À minha filha, Teodora, por me inspirar
a acreditar e a lutar por um mundo melhor e
mais justo e ao meu filho, Miguel (in memorian),
por contribuir com minha evolução espiritual.

Agradecimentos

A Deus, pela proteção e força em toda minha vida.

À minha família, em especial, à minha esposa, Renata, por todo apoio e incentivo durante o período de estudos.

Ao professor, Doutor Rafael Ottoboni, pela orientação, pelas críticas e pelas sugestões.

Aos professores, pela gentileza em aceitar o convite para participação na banca: professora Dra. Mônica de Cássia Siqueira Martines e professor Dr. Thadeu Alves Senne como membros titulares; professora Dra. Vanessa de Paula Cintra e professora Ma. Ana Luíza de Oliveira como membros suplentes.

Aos professores do curso que se dedicaram à formação de novos mestres em Matemática.

Ao professor Ricardo Wiliam Pinheiro por compartilhar seus conhecimentos em relação à criação de vídeos.

Ao IFTM - Instituto Federal do Triângulo Mineiro - que me propiciou codições para a conclusão do curso.

À CAPES pelo apoio financeiro através da bolsa de estudos.

"A Matemática,

quando a compreendemos bem,

possui não somente a verdade,

mas também a suprema beleza."

Russel

Resumo

O objetivo deste trabalho é apresentar um recurso para graduandos em Licenciatura em Matemática e que possuam defasagem em conceitos matemáticos do Ensino Básico. Neste trabalho, há considerações sobre evasão escolar, especialmente, evasão em cursos de Licenciatura em Matemática; Tecnologia Educacional e vídeos. O recurso apresentado são videoaulas de pequena duração enfocando alguns conceitos de Matemática básica. Estes conceitos selecionados pelo autor, são justificados pela sua experiência profissional como professor de Matemática, pela relação entre erros matemáticos envolvendo alguns dos referidos conceitos e o cálculo de limites e pela resolução de questões relacionadas ao cálculo de Limites que exigem conhecimentos de Matemática básica.
Palavras-chave: Evasão Escolar, Matemática, Videoaulas.

Abstract

The aim of this paper is to show a resource for graduating students in Mathematics Degree who have a lag in mathematical concepts of Basic Education. In this paper, there are considerations about school dropout, especially, evasion in undergraduate courses in Mathematics; Educational Technology and videos. The feature presented are short video lessons focusing on some concepts of Basic Mathematics. These concepts, selected by the author, are justified by his professional experience as a Mathematics teacher, by the relation between mathematical errors involving some of these concepts and the calculation of limits and by the resolution of issues related to the calculation of limits that require basic Mathematics skills..
Keywords: School dropout, Mathematics, Video lessons.

Sumário

INTRODUÇÃO

Neste trabalho, fazem-se considerações, baseadas em pesquisa bibliográfica, sobre: evasão escolar, evasão no Ensino Superior e evasão em cursos de Licenciatura em Matemática; considerações sobre o uso da tecnologia no processo ensino-aprendizagem, destacando a utilização de vídeos e o canal do You Tube favorecendo este processo.

Feitas estas considerações, objetiva-se a elaboração de uma proposta que possa contribuir com a aprendizagem do ingressante em um curso de Licenciatura em Matemática e que possua defasagem[1] em alguns conteúdos básicos de Matemática. A proposta é composta por vídeos de pequena duração gravados pelo próprio autor, enfocando operações com números racionais, potenciação, radiciação, produtos notáveis, fatoração, equação polinomial do primeiro grau, equação quadrática, conceitos básicos sobre funções, função afim, função quadrática, função exponencial e função logarítmica.

O autor justifica a seleção dos temas abordados nos vídeos pela sua experiência como professor de Matemática, pela relação entre alguns erros envolvendo Matemática básica e o cálculo de Limites e pela apresentação de questões envolvendo o cálculo de Limites, destacando alguns conteúdos básicos necessários para a sua resolução.

O trabalho ficou estruturado da seguinte maneira:

No primeiro capítulo, inicialmente, apresenta-se a definição de evasão escolar e alguns tipos de evasão como: evasão do curso, evasão da instituição e evasão do sistema. Em seguida, aborda-se, brevemente, sobre evasão no Ensino Superior e, por fim, apresentam-se alguns estudos realizados por outros autores sobre evasão em cursos de Licenciatura em Matemática.

No segundo capítulo, com o objetivo de justificar a seleção de conceitos matemáticos a serem tratados nos vídeos, apresenta-se uma relação entre erros matemáticos

[1] Considera-se, neste trabalho, defasagem matemática como a não aprendizagem de conceitos matemáticos previstos em etapas anteriores ao ensino superior.

envolvendo conteúdos básicos de Matemática e o cálculo de Limites. Apresentam-se também questões envolvendo o cálculo de Limites nas quais alguns conceitos básicos de Matemática são de grande importância para a resolução.

No terceiro capítulo, fazem-se algumas considerções sobre Tecnologia Educacional, You Tube e vídeos. A partir das considerações feitas, são apresentados vídeos sobre conteúdos básicos de Matemática, que formam um recurso o qual poderá contribuir para que o graduando em Licenciatura em Matemática possa superar a defasagem matemática.

No apêndice A, apresentam-se listas de exercícios. Elas enriquecem a proposta, pois, para aprender matemática, a prática através da resolução de exercícios é fundamental. Estas listas são compostas, prioritariamente, por exercícios extraídos de livros didáticos. Acredita-se que esta seleção constitui um facilitador na organização do material de estudo. No apêndice B, apresenta-se o gabarito das questões do apêndice anterior.

Os vídeos serão disponibilizados na internet através de um canal no You Tube, as listas de exercícios serão disponibilizadas neste trabalho escrito. Não é objetivo deste trabalho produzir material para ser utilizado em sala de aula.

Ressalta-se, aqui, que os vídeos configuram-se como um recurso, dentre tantos outros, que viabilizam estudo, reflexão de conteúdos matemáticos. Não se tem a pretensão de substituir ou mesmo classificar ou subjugar os materiais já existentes, tão somente se objetiva propor um material que possa auxiliar graduandos de curso de Licenciatura em Matemática que se identificam com a utilização deste recurso em seus estudos.

1 Evasão: conceituando e discutindo

Considerando, especificamente, evasão escolar, Bissoli (2010) diz que se refere ao fato do discente abandonar a escola durante o ano letivo e acrescenta que é um grande desafio para governos, educadores e toda a sociedade. Porém, falar sobre evasão no contexto educacional é algo que, preliminarmente, necessita de definições mais específicas, pois existem vários tipos de evasão e, para cada uma delas, há uma infinidade de considerações pertinentes. Portanto, podem-se exemplificar alguns tipos de evasão: evasão do curso, evasão da instituição, evasão do sistema.

A evasão do curso ocorre quando o aluno abandona o curso, seja através de transferência para outro curso ou até mesmo abandono dos estudos.

A evasão da instituição de ensino ocorre quando o discente abandona uma instituição e ingressa em outra.

A evasão do sistema, a mais grave de todas, ocorre quando o discente deixa o sistema de ensino. Neste caso, considera-se o tipo de sistema, por exemplo, Sistema Federal de Ensino, Sistema de Ensino Superior Brasileiro.

Consoante às ideias dos autores citados, o estudo sobre evasão é dinâmico e muito relevante, pois o aluno evadido pode representar o fracasso de diversos atores envolvidos em um sistema educacional e, de maneira geral, uma grande perda para o país. A partir destes indicativos, propor algo, que contribua para a diminuição de índices relacionadas à evasão, é bastante relevante.

1.1 Evasão no Ensino Superior

Um dos maiores dificultadores para propor ações no combate à evasão no ensino superior é a escassez de informações. Quando elas existem, a coleta de dados que permite filtrar, de maneira específica, os motivos que mais contribuem para a evasão em um determinado curso ou em uma determinada instituição, não é uma tarefa fácil. Assim, há a necessidade de um trabalho mais investigativo e humano dentro das instituições, em que todos os envolvidos sejam ouvidos.

Ao buscar, na literatura, motivos que levam os discentes das Instituições de Ensino Superior (IES) a evadirem, encontram-se múltiplas razões, algumas gerais e outras específicas de cada instituição. Mas, existem estudos que permitem agrupar os motivos em três grupos; o primeiro, relacionado às características individuais dos alunos, o segundo, relacionado a fatores internos na instituição e o terceiro, relacionado a fatores externos à instituição (PEREIRA, 2003).

Lobo (2012) apresenta, de forma reduzida, as principais causas da evasão no ensino superior. As oito causas destacadas por Lobo são: inadaptação do ingressante ao estilo do ensino superior e falta de maturidade; formação básica deficiente; dificuldades financeiras; precariedade dos serviços oferecidos pelas IES; decepção com a pouca motivação e atenção dos professores; dificuldades com transporte, alimentação e ambientação na IES; mudança de curso e mudança de residência. O autor acrescenta que a evasão não é um problema a ser tratado apenas por professores ou pelo setor financeiro, é um problema a ser trabalhado também pela gestão da instituição.

Santos (2012, p.55) enfatiza este motivo em cursos superiores de ciências exatas quando diz: "...a complexidade dos conteúdos da área de exatas dificulta a aprendizagem dos estudantes que, supostamente, está relacionada à falta de base do ensino médio". Neste sentido, pode-se dizer que existe um apontamento relacionando evasão nos cursos de exatas com defasagem em Matemática nas etapas anteriores.

1.2 Evasão no curso de Licenciatura em Matemática

Como o público alvo deste trabalho são os discentes ingressantes no curso de licenciatura em Matemática, são relatadas considerações de estudos, realizados por outros pesquisadores, sobre a evasão em cursos de Licenciatura em Matemática.

Alkimin, Amaral e Leite (2013) investigam o abandono escolar no curso de Licenciatura do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Norte de Minas (IFNMG)-*Campus* Januária. A pesquisa revela que, dos 72 alunos evadidos que responderam à entrevista, 18 declararam abandono do curso devido às dificuldades escolares, ou seja, 25% dos alunos. Os maiores índices de abandono escolar ocorreram nos períodos iniciais.

Santos (2014) realizou um trabalho cujo título é “A problemática da evasão em uma Licenciatura em Matemática a distância: a compreensão dos alunos iniciantes”. A pesquisa neste trabalho foi realizada com alunos iniciantes no curso no Centro de Educação a Distância do Estado do Rio de Janeiro (CEDERJ). Através da análise dos dados, a pesquisadora aponta que, em diferentes assuntos abordados na entrevista, nota-se uma opinião geral: “Matemática é difícil”. Outra evidência em sua pesquisa é que os alunos são surpreendidos por uma Matemática a qual eles consideram estranha, visto que muitos deles eram vistos como bons alunos em Matemática e esta situação contribui para a evasão. Santos (2014, sp) afirma:“Similarmente a outros cursos presenciais, o CEDERJ também enfrenta o problema com relação à grande defasagem de conteúdos matemáticos por parte dos alunos”. Portanto, verifica-se a hipótese de que, tanto em cursos presenciais quanto em cursos a distância, a defasagem de conhecimentos matemáticos da Educação Básica é um problema.

Assis e Melo (2015) desenvolveram a pesquisa “A evasão sob o olhar dos professores e alunos do curso de Licenciatura em Matemática do *campus* universitário de Sinop da Universidade do Estado do Mato Grosso (UNEMAT)”. O público alvo de sua pesquisa foi os alunos que ingressaram no segundo semestre de 2011 e os dados foram obtidos no Departamento de Apoio Acadêmico da Instituição.

Assis e Melo (2015, p. 352) dizem que “foi possível constatar que o Curso de Matemática possui a maior média percentual de evasão quando comparada com as médias dos demais cursos inseridos no mesmo Campus”. Na pesquisa destes autores, os dados são apresentados separadamente, alunos regularmente matriculados, professores atuantes no referido curso e alunos evadidos. Quanto aos alunos regularmente matriculados, 53% deles dizem que já pensaram em desistir do curso, o maior motivo apontado, por eles, são as dificuldades acadêmicas. Quanto à opinião dos professores, 67% deles acreditam que a formação deficitária do aluno no ensino médio propicia a evasão do curso em questão. Quanto às declarações dos alunos evadidos, 9% relacionam com ensino básico ruim, 9% relacionam com repetidas reprovações, 5% relacionam com a rigidez excessiva por parte dos docentes.

A pesquisa de Assis e Melo (2015) permite associar, de forma significativa, a evasão no curso de Licenciatura em Matemática à formação dos discentes na Educação Básica, pois muitos docentes e discentes fazem a associação entre a evasão e a formação matemática no Ensino Básico.

Santos (2012), em sua tese de doutorado em Educação, também faz um estudo de caso em um curso de licenciatura em Matemática sobre a evasão discente. Um dos apontamentos feitos por ela, a partir dos depoimentos coletados, é que

> os professores e coordenadores que apontaram a falta de interesse dos estudantes como motivo para a evasão estão equivocados, pois de todos os evadidos entrevistados, nenhum deles apontou esse argumento como motivo da evasão. O que se destaca nos depoimentos dos sujeitos é que os estudantes do curso de Licenciatura em Matemática não têm base para aprender a Matemática que é trabalhada no curso, pois não aprenderam a verdadeira Matemática na educação básica. (SANTOS, 2012, p. 148)

Mais uma vez os conhecimentos matemáticos na Educação Básica são citados e relacionados à evasão discente em curso de Licenciatura em Matemática. Assim, o ingressante no referido curso, com defasagem em Matemática, precisa buscar formas alternativas para aprender os conteúdos básicos necessários.

Ainda enfatizando a significativa evasão nos cursos de Licenciatura em Matemática, apresentam-se as contribuições da pesquisa realizada por Costa (2017) a qual possui uma amplitude de dados maior e investiga a evasão no curso diurno de Licenciatura em Matemática da Universidade de Brasília. Em sua pesquisa, o período considerado é segundo semestre de 1977 ao primeiro semestre de 2016. Dos 1390 alunos ingressantes, 159 (11%) ainda estavam cursando na época da realização da pesquisa, 460 (33%) concluíram o curso e 771 (55%) evadiram.

Pelos dados e considerações feitas em trabalhos já realizados, verifica-se que a evasão, nos cursos de Licenciatura em Matemática nas instituições nas quais as pesquisas foram realizadas, existe em números significativos. Ressalta-se também que, na maioria destes trabalhos, faz-se a correspondência entre a formação matemática na Educação Básica com a evasão.

2 Seleção de tópicos de Matemática básica abordados nos vídeos

A seleção de conteúdos para a gravação dos vídeos foi, fortemente, influenciada pela experiência do autor na docência. Ele considera tópicos de Matemática da Educação Básica de extrema relevância para o graduando prosseguir seus estudos no curso de Licenciatura em Matemática.

O autor, fundamentado pela sua experiência como professor, acredita que alguns tópicos nos quais os alunos cometem erros, com grande frequência, são: operações com números racionais, potenciação, radiciação, produtos notáveis e fatoração. Por este motivo e para evidenciar a importância destes tópicos, faz-se uma relação desses com o cálculo de Limites tecendo argumentações pertinentes. O tópico Limites foi escolhido porque faz parte da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I no curso de Licenciatura em Matemática. Esta relação e as argumentações do autor são apresentados na subseção 2.1.

Para evidenciar a importância dos demais tópicos, apresentam-se algumas questões sobre Limites das quais os conteúdos básicos são considerados importantes ou fundamentais nas suas resoluções. Estas questões encontram-se na subseção 2.2.

2.1 Relação entre alguns erros de Matemática básica e o cálculo de Limites

As operações com números racionais constituem uma grande dificuldade para muitos discentes, porém é de grande importância que os conceitos e propriedades deste conteúdo sejam dominados pelos discentes para a aprendizagem de novos conceitos com os quais estejam relacionados. Confirmando a importância de se aprender os conteúdos básicos, Silva e Aumouloud (2008, p.76) dizem que "o aluno precisa dos conhecimentos iniciais bem fundamentados para ter sucesso na aprendizagem de novos conteúdos matemáticos".

Esta questão pode ser exemplificada pela relação que se segue.

Alguns erros que podem ser cometidos pelos discentes na educação básica:

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{3}{7}$$

$$\frac{15}{2}\div 5=\frac{3}{2}$$

Estes erros podem implicar os seguintes erros no cálculo de Limites:

$$\lim_{x\to\frac{2}{3}}(x+\frac{1}{4})=\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{3}{7}$$

$$\lim_{x\to\frac{15}{2}}\frac{x}{5}=\frac{\frac{15}{2}}{5}=\frac{15}{2}\div 5=\frac{3}{2}$$

Em relação à potenciação, Paias (2009) fez um estudo sobre os erros matemáticos em potenciação cometidos pelos alunos do nono ano do ensino fundamental e pelos alunos da primeira série do ensino médio de uma escola da rede estadual de São Paulo. A análise permitiu verificar que um dos grandes entraves é em relação à definição de potência; os alunos a entendem como uma multiplicação ($5^2 = 5.2 = 10$). Os casos considerados, pela autora, mais relevantes na pesquisa envolvem o expoente inteiro negativo, pois os alunos erram por não considerar a definição e as regras de sinais, outros alunos confundem o expoente com a base que leva ao erro também. A autora destaca que é importante valorizar a produção do aluno, certa ou errada, pois o erro pode ser explorado levando ao conhecimento correto.

Considerando a pesquisa de Paias (2009) e sua experiência profissional, o autor acredita que os erros na potenciação podem dificultar a aprendizagem sobre Limites. Abaixo segue relação que justifica este apontamento.

Possíveis erros envolvendo a potenciação:

$$-3^2=9$$

$$-(-3)^2=3^2=9$$

$$5^3 = 5 \times 3 = 15$$

$$(2+3)^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

$$6^{-2} = -36$$

$$(0,3)^2 = 0,9$$

Estes erros podem levar aos possíveis erros no cálculo de Limites:

$$\lim_{x \to 3} (-x^2 + 5) = -3^2 + 5 = 9 + 5 = 14$$

$$\lim_{x \to -3} (-x^2 + 4) = -(-3)^2 + 4 = 3^2 + 4 = 9 + 4 = 13$$

$$\lim_{x \to 5} (x^3 + 4x) = 5^3 + 4 \times 5 = 5 \times 3 + 20 = 15 + 20 = 35$$

$$\lim_{x \to 2} (x+3)^2 = (2+3)^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

$$\lim_{x \to 6} x^{-2} = 6^{-2} = -36$$

$$\lim_{x \to 0,3} (x^2 + 1) = (0,3)^2 + 1 = 0,9 + 1 = 1,9$$

Em relação à radiciação, Feltes (2007) - motivada pelo fato de que os alunos estudam potenciação e radiciação no ensino fundamental e, quando chegam ao ensino médio, cometem os mesmos erros cometidos anteriormente – pesquisou sobre esta questão, os sujeitos das pesquisas foram alunos do oitavo e novo ano de uma escolar particular de Porto Alegre e alunos de ensino médio de uma escola particular e outros de uma escola pública, ambas também de Porto Alegre. Uma das ideias que ficou para autora ao realizar esta pesquisa foi "Quando os erros são analisados, podem ser superados, pois erro e acerto fazem parte do processo do ensino e aprendizagem".(Feltes, 2007, p. 77)

A importância deste tópico para o cálculo de Limites é exemplificada pela relação abaixo:

Possível erro a ser cometido pelo aluno na educação básica:

$$5\sqrt{3}+7\sqrt{2}=12\sqrt{5}$$

Este erro pode levar ao seguinte erro no cálculo de Limites:

$$\lim_{x\to\sqrt{3}}(5x+7\sqrt{2})=5\sqrt{3}+7\sqrt{2}=12\sqrt{5}$$

Em relação aos produtos notáveis, para o autor, é comum encontrar vários erros ao corrigir as produções dos alunos, um destes erros é no desenvolvimento do quadrado da soma de dois termos.

A relação abaixo exemplifica este erro mostrando sua importância no cálculo de Limites.

Erro no desenvolvimento do quadrado da soma entre dois termos:

$$(x+5)^2=x^2+25$$

Este mesmo erro no cálculo de Limites:

$$\lim_{x\to 0}\frac{(x+5)^2-25}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{x^2+25-25}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to 0}x=0$$

Quanto à fatoração polinomial, ela é importante para simplificar o cálculo de diversos Limites.

Para exemplificar a importância deste conteúdo no cálculo de Limites, segue relação:

Erro na fatoração:

$$x^2-5x+6=(x-3)^2$$

Este erro pode levar ao seguinte erro no cálculo do Limite abaixo:

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-5x+6}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)^2}{x-3}=\lim_{x\to 3}(x-3)=3-3=0$$

Esta relação entre erros de Matemática, reforça a ideia de que o estudo sobre Limites, no curso de Licenciatura em Matemática, pode ser significativamente prejudicado se o graduando tiver defasagem dos conhecimentos básicos de Matemática mencionados.

2.2 Questões sobre cálculo de Limites

Nesta seção, apresentar-se-ão algumas questões envolvendo o cálculo de Limites, evidenciando alguns conteúdos trabalhados na Educação Básica necessários para a resolução dos mesmos.

Questão 1. Determine $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-5x+6}{x-3}$. (Questão elaborada pelo autor)

Note que a função $f(x) = \dfrac{x^2-5x+6}{x-3}$ não está definida em $x = 3$. Portanto, para o cálculo deste Limite, não se pode fazer a substituição direta de x por 3. No entanto, fatorando a expressão x^2-5x+6, pode-se simplificar a expressão $\dfrac{x^2-5x+6}{x-3}$ e encontrar uma função definida em $x = 3$. Esta fatoração pode ser realizada igualando a expressão x^2-5x+6 a zero ($x^2-5x+6=0$), resolve-se a equação quadrática obtida, encontrando suas raízes (x' e x''). Neste caso, $x' = 2$ e $x'' = 3$, então $x^2-5x+6 = (x-2)(x-3)$. Assim, tem-se:

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-5x+6}{x-3} = \lim_{x\to 3} \frac{(x-2)(x-3)}{x-3} = \lim_{x\to 3} (x-2) = 3-2 = 1$$

Esta questão apresentada objetiva destacar a importância da resolução de equação quadrática para o cálculo de alguns Limites.

Questão 2. Encontre $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^2+9}-3}{x^2}$. (STEWART, 2016, p. 95)

Nesta questão, substituindo o x por zero, encontra-se uma indeterminação. No entanto, ao racionalizar o numerador, é possível determinar o Limite, conforme resolução:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^2+9}-3}{x^2} =$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^2+9}-3}{x^2} . \frac{\sqrt{x^2+9}+3}{\sqrt{x^2+9}+3} =$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{(x^2+9)-9}{x^2(\sqrt{x^2+9}+3)} =$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{1}{\sqrt{x^2+9}+3} =$$

$$= \frac{1}{3+3} =$$

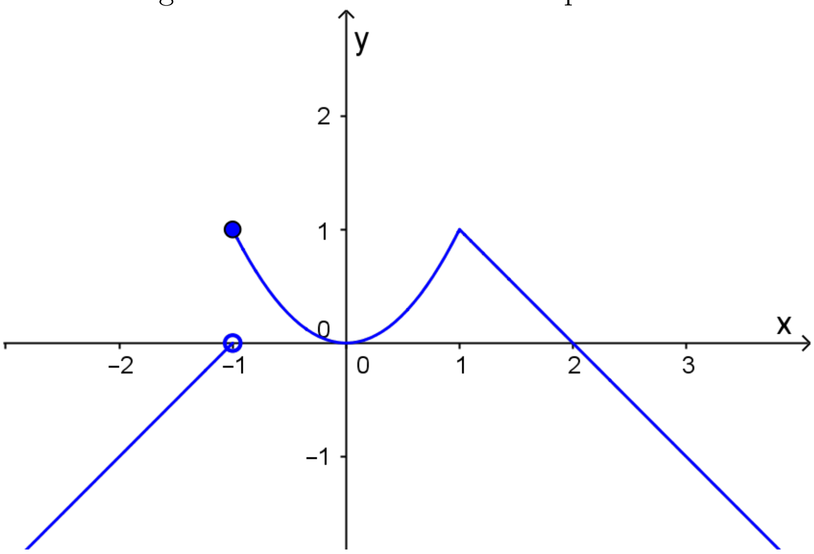
$$= \frac{1}{6}$$

Embora, para a resolução desta questão, tenham-se utilizados diversos conteúdos básicos, o objetivo é destacar a racionalização na resolução.

Questão 3. Esboce o gráfico da função e use-o para determinar os valores de a para os quais $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ existe. A função $f(x)$ é dada por $f(x) = \begin{cases} 1+x, & \text{se} \quad x < -1 \\ x^2, & \text{se} \quad -1 \leq x < 1 \\ 2-x, & \text{se} \quad x \geq 1 \end{cases}$

(STEWART, 2016, p. 89)

Figura 2.1: Gráfico referente à questão 3



Fonte: Elaborado pelo Autor, 2017

Nota-se, pelo gráfico, que $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ existe para qualquer a, exceto $a = -1$.
Ainda que se utilize vários conhecimentos para a resolução desta questão, objetiva-se, com este exemplo, destacar a necessidade do conhecimento em relação à construção do gráfico de uma função definida por partes e cujas partes são uma função afim e uma

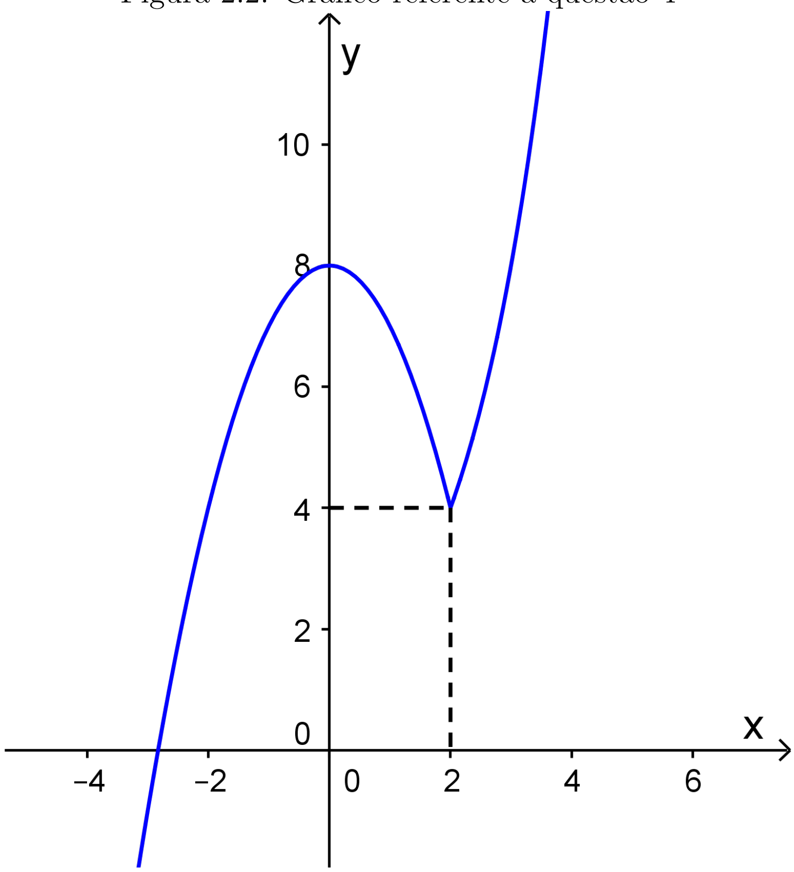
função quadrática.

Gráfico de uma função definida por partes e cujas partes são uma função afim e uma função quadrática.

Questão 4. Esboce o gráfico da função $f(x) = \begin{cases} 2^x, & \text{se} \quad x \geq 2 \\ 8 - x^2, & \text{se} \quad x < 2 \end{cases}$ e determine $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$.

(Questão elaborada pelo autor)

Figura 2.2: Gráfico referente à questão 4



Fonte: Elaborado pelo Autor, 2017

Verificam-se que, para a resolução desta questão, vários conhecimentos matemáticos são necessários. Mas, o objetivo é enfatizar a importância da construção do gráfico da função exponencial. Mostrando, assim, motivo para selecionar o tópico função exponencial.

Questão 5. Suponha $a > 1$ e, de forma intuitiva, determine $\lim\limits_{x \to +\infty} \log_a x$. (Questão adaptada de GUIDORIZZI, 2004, p.131)

Tabela 2.1: Tabela referente à questão 5

x	a	a^2	a^3	$\cdots$	$\to$	$+\infty$
$\log_a x$	1	2	3		$\to$	$+\infty$

Fonte: (GUIDORIZZI, 2014, p. 131)

Como $a > 1$, a sequência $(a,\ a^2,\ a^3 \cdots)$ tende para mais infinito, assim como a sequência $(1,\ 2,\ \cdots)$ também tende para mais infinito. Portanto, $\lim\limits_{x \to +\infty} \log_a x = +\infty$

Verifica-se que, nesta questão, são necessários conhecimentos em relação aos logarítmos. Esta questão objetiva exemplificar a importância dos logarítmos no cálculo de Limites.

3 Tecnologia, You Tube e vídeos

Partindo das discussões já postas sobre evasão escolar, em especial, evasão discente no curso de Licenciatura em Matemática, registra-se, aqui, a possível relação que se possa estabelecer com o uso da tecnologia, destacando os vídeos no canal do You Tube, na medida em que se faz uso deste ambiente virtual para tentar sanar a defasagem de conteúdos da Educação Básica e, assim, contribuir para melhor aprendizagem dos conceitos matemáticos no curso de Licenciatura em Matemática.

Existe uma grande quantidade de estudos voltados para o uso da tecnologia favorecendo o processo de ensino e de aprendizagem, Michael (2012, p. 15) afirma que o "paradigma tradicional já não é suficiente para oferecer uma aprendizagem completa aos alunos de hoje." Por esta afirmação, pressupõe-se que usar adequadamente recursos tecnológicos (calculadoras, vídeos, softwares, computador) no ensino favorece a aprendizagem. Colaborando com esta ideia, Sousa, Carvalho e Marques (2012, p. 8) dizem: "através das tecnologias, se adequadamente utilizadas, proporcionam o desenvolvimento da autonomia, cooperação e criticidade a partir de uma participação ativa do sujeito com as máquinas e com os outros sujeitos".

Neste contexto, tecnologia e educação, faz sentido ressaltar o termo Tecnologia Educacional que, conforme encontramos em Sousa, Carvalho e Marques (2012, p. 8), é "adequação das tecnologias (ou recursos tecnológicos) como meio facilitador do processo de ensino-aprendizagem e veiculação das informações, tendo como principal alvo o desenvolvimento educacional". Neste sentido, se os recursos tecnológicos podem facilitar o processo de ensino-aprendizagem, deve-se estudar formas para explorá-los para este fim e não ser indiferente a eles, pois conforme Michael (2012, p.15) afirma: "A tecnologia é o futuro ou, melhor, é o nosso presente, e isso a educação tem que acompanhar".

Vista a importância da Tecnologia Educacional, ressaltam-se dois importantes recursos tecnológicos, o canal You Tube e os vídeos, pois esses, juntos, podem constituir um significativo caminho para a busca do conhecimento.

O You Tube é um canal para compartilhamento de vídeos. Conforme encontra-se em Souza et al (2009):

> O You Tube é um site criado em 2005, que teve origem em uma garagem de San Francisco, nos Estados Unidos. Os criadores Chad Hurley e Steve Chen tinham como objetivo criar um programa de computador onde pudessem dividir vídeos com os amigos. Os dois rapazes passaram a ocupar a posição de primeiros membros da equipe de diretores do YouTube. (SOUZA et al, 2009, sp)

Eles acrescentam que aproximadamente 20 meses após a criação, ela foi vendida para a Google.

Neste canal, o acesso aos vídeos disponibilizados é livre. Através do endereço *www.youtube.com.br*, pode-se fazer a busca conforme assuntos de interesse do usuário. A postagem de vídeos também é livre, para isso, o usuário deve criar uma conta no canal. Estas características do site permitem entender que ele pode contribuir muito para divulgação do conhecimento através de vídeos.

A partir deste entendimento, importante se faz também, considerar a potencialidade dos vídeos, de acordo com Moran (1995, p. 27, apud SERAFIM E SOUSA, 2011, p.22), "o vídeo é sensorial, visual, linguagem falada, linguagem musical e escrita. Linguagens que interagem superpostas, interligadas, somadas, não separadas. Daí a sua força". Esta força, implica, mais uma vez, na importância da união entre tecnologia e educação, conforme Serafim e Sousa (2011, p. 25) reiteram: "A expressa necessidade de um maior envolvimento entre as áreas tecnológica e educacional é cada vez mais evidente".

Feitas estas considerações, pode-se inferir que os vídeos educacionais divulgados no canal do You Tube constituem um recurso de alta potencialidade para o processo ensino-aprendizagem.

Sendo assim, para construção destes vídeos neste capítulo, o autor elaborou slides abordando os tópicos matemáticos selecionados e, a partir deles, gravou as videoaulas. Para isso, utilizaram-se dois softwares: ActivePresenter e Audacity.

O ActivePresenter é um software que oferece recursos necessários para gravar a tela do computador e editar os vídeos. Possui a versão gratuita e a versão paga. O Audacity é um software livre para a edição de áudio. O último foi utilizado para melhorar a qualidade do áudio.

Para a escrita nos slides durante a gravação, foi utilizada uma mesa digitalizadora. O áudio foi capturado por um microfone condensador.

3.1 Uma proposta: videoaulas de Matemática básica

A proposta de videoaulas foi pensada para alunos ingressantes em cursos de licenciatura em Matemática e que possuem defasagem em conteúdos de Matemática básica, mas nada impede que demais estudantes aproveitem o material para aprenderem. Considerando os conteúdos referentes aos selecionados pelo autor, conforme justificativa no capítulo anterior.

Sabe-se que, atualmente, os estudantes têm acesso a diversos meios de comunicação, por exemplo internet, TV, livros etc. e que o ensino pode ser enriquecido com diversos tipos de linguagens. Silva et al (2010, p. 189) dizem que "é importante que o professor entenda as linguagens do cinema, da TV e do vídeo e que possa identificar suas potencialidades e peculiaridades".

Portanto, este recurso é composto por videoaulas de pequena duração disponibilizadas no canal do You Tube. No entanto, ressalta-se que este material não foi produzido com o intuito de ser utilizado em sala de aula, mas sim, como um recurso complementar aos estudos extraclasse. Destaca-se, também, que é apenas um recurso dentre inúmeros outros.

Para assistir aos vídeos, por meio deste material, basta clicar no link apresentado no tópico correspondente.

3.1.1 Operações com números racionais

VÍDEO 1 - Adição e subtração de números racionais

O vídeo traz uma breve explicação, por meio de exemplos, sobre adição e subtração com números racionais e tem como objetivos: mostrar, através de uma abordagem geométrica, a soma e a subtração de números fracionários; entender o processo prático para a soma e subtração de frações através do cálculo do mínimo múltiplo comum dos denominadores; calcular o valor numérico de algumas expressões simples envolvendo números racionais.

Segue o link do vídeo:

Adição e subtração de números racionais

VÍDEO 2 - Multiplicação e divisão de números racionais

O vídeo traz explicação sobre multiplicação com números racionais, divisão com números racionais e simplificação de expressões numéricas simples e tem como objetivos: favorecer a compreensão da multiplicação de números racionais, através da multiplicação de um número natural por um número fracionário; multiplicar números racionais; favorecer à compreensão de que dividir é o mesmo que multiplicar pelo inverso; dividir números fracionários; resolver expressões simples envolvendo números fracionários.

Segue o link do vídeo:

Multiplicação e divisão de números racionais

VÍDEO 3 - Possíveis erros nas operações com números racionais

O vídeo aborda sobre erros nas operações com números racionais e tem como objetivos: refletir sobre estes erros e incentivar a busca correta dos conceitos envolvidos.

Segue o link do vídeo:

Possíveis erros nas operações com números racionais

3.1.2 Potenciação

VÍDEO 1 - Potência de um número real com expoente natural, principais propriedades das potências

O vídeo refere-se à potência de um número real com expoente natural e destaca três propriedades importantes da potenciação – multiplicação de potências de mesma base, divisão de potências de mesma base e potência de uma potência. Os objetivos deste vídeo são: definir potência; ressaltar a diferença entre "menos um número ao quadrado"e o "quadrado de menos um número"; resolver expressões numéricas simples envolvendo a potenciação; compreender as propriedades: multiplicação de potências de mesma base, divisão de potências de mesma base e potência de uma potência.

Segue o link do vídeo:

Potência de um número real com expoente natural

VÍDEO 2 - Expoente zero, expoente inteiro negativo, simplificação de expressões

Neste vídeo, são tratados os seguintes tópicos: expoente zero, expoente inteiro negativo e simplificação de expressões, com ênfase na aplicação das propriedades da potenciação vistas no vídeo anterior. Os objetivos deste vídeo são: entender porque todo número elevado a zero é igual a um; compreender e calcular potências com expoente inteiro negativo; simplificar expressões envolvendo potências com expoente inteiro negativo.

Segue o link do vídeo:

Expoente zero, expoente inteiro negativo, simplificação de expressões

VÍDEO 3 - Erros cometidos no cálculo de potências

O vídeo aborda sobre erros cometidos no cálculo de potências e tem como objetivos: refletir sobre estes erros e incentivar a busca de soluções corretas.

Segue o link do vídeo:

Erros cometidos no cálculo de potências

3.1.3 Radiciação

VÍDEO 1 - Raíz enésima de um número real

Este vídeo aborda sobre a raiz enésima de um número real, destacando seus elementos e considerando três casos: índice par maior ou igual a dois e radicando real positivo, índice par maior ou igual a dois e radicando real negativo e índice impar maior ou igual a três. Os objetivos são: definir raiz enésima de um número real; calcular a raiz enésima de um número real; determinar o valor de expressões numéricas envolvendo o cálculo de radicais.

Segue o link do vídeo:

Raíz enésima de um número real

VÍDEO 2 - Simplificação de radicais

O vídeo refere-se à simplificação de radicais. O processo de extração de fatores do radicando é abordado de forma simples e detalhada. Os objetivos deste vídeo são: compreender as propriedades necessárias para a simplificação de radicais; simplificar radicais.

Segue o link do vídeo:

Simplificação de radicais

VÍDEO 3 - Operações com radicais

Neste vídeo, são apresentadas as quatro operações – adição, subtração, multiplicação e divisão – com radicais. Na multiplicação e divisão, consideraram-se somente radicais de mesmo índice. Os objetivos são: identificar radicais semelhantes; somar e subtrair radicais; multiplicar radicais de mesmo índice; dividir radicais de mesmo índice.

Segue o link do vídeo:

Operações com radicais

VÍDEO 4 - Racionalização de denominadores

Este vídeo trata da racionalização de denominadores. A explicação foi dividida em três casos. O primeiro, quando temos uma raiz quadrada no denominador, o segundo, quando temos outras raízes no denominador e o terceiro, quanto temos uma expressão irracional no denominador. O objetivo deste vídeo é racionalizar o denominador de uma fração.

Segue o link do vídeo:

Racionalização de denominadores

VÍDEO 5 - Potência com expoente racional

O vídeo refere-se ao cálculo de potência com expoente racional, estabelecendo relação com a radiciação. Os objetivos são: compreender que um radical pode ser escrito na forma de potência com expoente racional; calcular potência com expoente racional.

Segue o link do vídeo:

Potência com expoente racional

3.1.4 Produtos notáveis

VÍDEO 1 - Quadrado da soma de dois termos, quadrado da diferença de dois termos e produto da soma pela diferença de dois termos

O vídeo traz, em linguagem simples, exemplos sobre alguns produtos notáveis – quadrado da soma de dois termos, quadrado da diferença de dois termos, produto da soma pela diferença de dois termos e tem como objetivos: desenvolver uma expressão que envolva o quadrado da soma de dois termos ou o quadrado da diferença de dois termos ou o produto da soma pela diferença de dois termos; destacar erros neste desenvolvimento.

Segue o link do vídeo:

Produtos notáveis

3.1.5 Fatoração

VÍDEO 1 - Fator comum em evidência

O vídeo traz a fatoração colocando um fator comum em evidência. Em seguida, é apresentada a simplificação de algumas expressões algébricas para as quais a fatoração pela colocação de um fator comum em evidência é necessária. Os objetivos deste vídeo são: fatorar uma expressão pela colocação de um fator comum em evidência; simplificar uma expressão utilizando este tipo de fatoração.

Segue o link do vídeo:

Fator comum em evidência

VÍDEO 2 - Fatoração por agrupamento

O vídeo aborda sobre a fatoração por agrupamento e, ao final, apresenta a simplificação de algumas expressões algébricas e tem como objetivos: fatorar uma expressão por agrupamento; simplificar uma expressão utilizando fatoração.

Segue o link do vídeo:

Fatoração por agrupamento

VÍDEO 3 -Fatoração da diferença entre dois quadrados

O vídeo aborda sobre a fatoração da diferença entre dois quadrados. Os objetivos são: compreender e fatorar uma expressão composta pela diferença entre dois quadrados; simplificar uma expressão utilizando fatoração.

Segue o link do vídeo:

Fatoração da diferença entre dois quadrados

VÍDEO 4 - Fatoração do trinômio quadrado perfeito

O vídeo trata sobre a fatoração do trinômio quadrado perfeito e da simplificação de expressões algébricas. Os objetivos são: fatorar um trinômio quadrado perfeito; simplificar expressões utilizando a fatoração.

Segue o link do vídeo:

Fatoração do trinômio quadrado perfeito

VÍDEO 5 - Fatoração de uma expressão quadrática

O vídeo aborda sobre a fatoração de uma expressão quadrática e a simplificação de expressões algébricas. Os objetivos são: fatorar uma expressão quadrática que, quando igualada a zero, possui raiz real; simplificar expressões utilizando a fatoração.

Segue o link do vídeo:

Fatoração de uma expressão quadrática

3.1.6 Equações

VÍDEO 1 - Equação polinomial do primeiro grau com uma incógnita

Este vídeo traz exemplos de equações de primeiro grau, destacando o uso de operações inversas na resolução destas equações. Os objetivos são: compreender a utilização das operações inversas na resolução de uma equação do primeiro grau; resolver equação do primeiro grau.

Segue o link do vídeo:

Equação polinomial do primeiro grau com uma incógnita

VÍDEO 2 - Equação quadrática incompleta

Este vídeo trata da resolução de equações quadráticas incompletas, ou seja, equações que podem ser reduzidas à forma $ax^2 + bx = 0$, com $a \neq 0$ ou à forma $ax^2 + c = 0$, com $a \neq 0$. O objetivo é resolver este tipo de equação.

Segue o link do vídeo:

Equação quadrática incompleta

VÍDEO 3 - Fórmula resolutiva

Neste vídeo, encontra-se a demonstração da "Fórmula Resolutiva" e tem como objetivo mostrar que esta demonstração pode ser realizada utilizando-se apenas conhecimentos de Matemática básica.

Segue o link do vídeo:

Fórmula resolutiva

VÍDEO 4 - Os três casos: $\Delta > 0$, $\Delta < 0$ e $\Delta = 0$

Este vídeo é composto de exemplos envolvendo a resolução de equações quadráticas via fórmula resolutiva. São abordados os três casos possíveis para o discriminante, Δ. O objetivo deste vídeo é resolver equações quadráticas via fórmula resolutiva.

Segue o link do vídeo:

Os três casos: $\Delta > 0$, $\Delta < 0$ e $\Delta = 0$

VÍDEO 5 - Simplificando e resolvendo uma equação quadrática

Este vídeo aborda sobre a resolução de equação quadrática via fórmula resolutiva, neste caso, primeiro é necessário reduzir a equação e, para isso, são necessários conhecimentos de diversos tópicos básicos de Matemática. Os objetivos são: aplicar operações inversas para encontrar a forma reduzida de uma equação quadrática; resolver equação quadrática.

Segue o link do vídeo:

Simplificando e resolvendo uma equação quadrática

3.1.7 Função afim

VÍDEO 1 - Definição

Este vídeo versa sobre a definição de função afim baseada em Dante (2005), destacando três casos particulares desta função – função identidade, função linear e função constante. Nele, encontram-se também exemplos referentes à determinação da lei de uma função afim conhecendo dois pontos pertencentes ao seu gráfico. Os objetivos são: definir uma função afim; determinar a lei de uma função afim conhecendo dois pontos pertencentes ao seu gráfico.

Segue o link do vídeo:

Definição

VÍDEO 2 - Gráfico de uma função afim

Neste vídeo, trabalha-se com o gráfico de uma função afim e com a sua taxa de variação. Em seguida, relaciona-se esta taxa ao crescimento e decrescimento da função. Os objetivos são: construir o gráfico de uma função afim; determinar a fórmula para calcular a taxa de variação de uma função afim; calcular a taxa de variação de uma função afim e relacioná-la com o seu crescimento ou com o seu decrescimento.

Segue o link do vídeo:

Gráfico de uma função afim

VÍDEO 3 - Aplicações da função afim

Este vídeo explora algumas aplicações da função afim, para isso, são resolvidas questões contextualizadas. O objetivo é resolver alguns problemas que envolvem funções afins.

Segue o link do vídeo:

Aplicações da função afim

3.1.8 Função quadrática

VÍDEO 1 - Definição, zeros da função

O vídeo apresenta a definição de função quadrática e explora sobre os zeros ou raízes desta função. O conteúdo é trabalhado através da resolução de exercícios. Os objetivos são: compreender a definição de função quadrática; determinar seus zeros ou suas raízes.

Segue o link do vídeo:

Definição, zeros da função

VÍDEO 2 - Coordenadas do vértice

Neste vídeo, são trabalhadas as coordenadas do vértice de uma função quadrática. Os objetivos são: determinar fórmulas para o cálculo das coordenadas do vértice de uma função quadrática; determinar as coordenadas dos vértice de uma função quadrática aplicando fórmulas.

Segue o link do vídeo:

Coordenadas do vértice

VÍDEO 3 - Gráfico da função quadrática

Neste vídeo, explora-se a construção do gráfico de uma função quadrática e destacam-se seus coeficientes relacionados a seu gráfico. Os objetivos são: construir o gráfico de uma função quadrática; relacionar o gráfico com os parâmetros a, b e c da função quadrática.

Segue o link do vídeo:

Gráfico da função quadrática

3.1.9 Função exponencial

VÍDEO 1 - Definição, gráfico da função exponencial

Este vídeo apresenta a definição de função exponencial e a construção de seu gráfico. Os objetivos são: definir função exponencial; contruir o gráfico de uma função exponencial.

Segue o link do vídeo:

Definição, gráfico da função exponencial

VÍDEO 2 - Equação exponencial simples

Este vídeo explora a resolução de equações exponenciais simples e destaca as operações da potenciação para a resolução deste tipo de equação. O objetivo deste vídeo é resolver equações exponenciais simples evidenciando as propriedades da potenciação.

Segue o link do vídeo:

Equação exponencial simples

VÍDEO 3 - Equação exponencial que exige cálculos mais elaborados para sua resolução

Neste vídeo, aprofunda-se sobre a resolução de equações exponenciais. O objetivo deste vídeo é resolver equações exponenciais que exigem alguns "artifícios matemáticos"para sua resolução.

Segue o link do vídeo:

Equação exponencial que exige cálculos mais elaborados para sua resolução

3.1.10 Função logarítmica

VÍDEO 1 - Definição

O vídeo apresenta e explora a definição de logaritmo, o cálculo de logaritmos e as consequências de sua definição. Os objetios são: definir função logarítmica; escrever um logaritmo na forma exponencial; calcular logaritmo; compreender as consequências da definição.

Segue o link do vídeo:

Definição

VÍDEO 2 - Domínio de uma função logarítmica

O vídeo refere-se ao domínio de uma função logarítmica e tem como objetivo determinar este domínio.

Segue o link do vídeo:

Domínio de uma função logarítmica

VÍDEO 3 - Propriedades operatórias

Neste vídeo, são exploradas as propriedades operatórias dos logaritmos e tem como objetivo demonstrar estas propriedades (logaritmo de um produto, logaritmo de um quociente, logaritmo de uma potência e mudança de base).

Segue o link do vídeo:

Propriedades operatórias

VÍDEO 4 - Cálculo de logaritmo utilizando as propriedades operatórias

O vídeo aborda sobre as propriedades operatórias dos logaritmos e tem como objetivo aplicar estas propriedades no cálculo de logaritmos.

Segue o link do vídeo:

Cálculo de logaritmo utilizando as propriedades operatórias

VÍDEO 5 - Gráfico de uma função logarítmica

Este vídeo explora sobre o gráfico de uma função logarítmica e tem como objetivo contruir, de forma detalhada, este gráfico.

Segue o link do vídeo:

Gráfico de uma função logarítmica

VÍDEO 6 - Equações logarítmicas

O vídeo versa sobre a resolução de equações logarítmicas, destacando a definição de logaritmo e suas propriedades operatórias. O objetivo é resolver equações logarítmicas.

Segue o link do vídeo:

Equações logarítmicas

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pelas pesquisas sobre evasão no curso de Licenciatura em Matemática - realizadas por Alkimin, Amaral e Leite (2013), Santos (2014), Assis e Melo (2015), Santos (2012) e Costa (2017) – conclui-se que essa constitui um problema, revelando índices negativos relevantes. Além dos números apresentados pelas pesquisas, infere-se que a defasagem e as dificuldades em Matemática contribuem para que ocorra a evasão, nestes cursos.

Diante desta situação, é preciso utilizar recursos que favoreçam a aprendizagem. Dentre inúmeros recursos existentes, o uso da tecnologia beneficia esta aprendizagem. Um dos recursos tecnológicos de alta potencialidade, conforme visto no capítulo 3, são os vídeos e esses podem chegar, de forma democrática, a todos através do canal do You Tube.

Estas considerações e outras presentes no trabalho, permitiram ampliar a compreensão do problema acerca da evasão nos cursos de Licenciatura em Matemática, bem como, atingir o objetivo da pesquisa, criação de um recurso para alunos ingressantes em cursos de Licenciatura em Matemática.

Embora os vídeos sejam de caráter amador, os métodos utilizados para a seleção dos conceitos matemáticos abordados e para a gravação dos vídeos foram suficientes.

A proposta apresentada neste trabalho deixa possibilidades para novas pesquisas como: criação de vídeos sobre outros conteúdos; aplicação da proposta e verificação dos resultados.

REFERÊNCIAS

ALKIMIN, Maria Eva Freire; AMARAL, Tatiane Reis do; LEITE, Neila M. Gualberto. Abandono Escolar no Curso de Licenciatura em Matemática do IFNMG – Campus Januária. In: **VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática.** Canoas, RS: ULBRA, 2013.

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática**:7º ano. 3 ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

ASSIS, Luciana Mafalda Elias; Melo, Amilto Francisco. A Evasão sob o Olhara dos Professores e Alunos do Curso de Licenciatura em Matemática do Campus Universitário de Sinop da Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT, em 2011/2. **Revista Eventos Pedagógicos**, v.6, n. 2, 15 ed. , p. 347-363, 2015.

BISSOLI, S. C. A. (2010). Evasão escolar: o caso do Colégio Estadual Antonio Francisco Lisboa. Disponível em: http://www.escoladegestao.pr.gov.br/arquivos/File/artigos/educacao/evasao_escolar.pdf. Acesso em: 31 de janeiro de 2017.

BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **Matemática Fundamental**: 2ºgrau. Volume único. São Paulo: FTD, 1994.

CASTRUCI, Benedito; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **A conquista da matemática**: 7º ano. Ed. Renovada. São Paulo: FTD, 2009.

CASTRUCI, Benedito; GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **A conquista da matemática**: a + nova. São Paulo: FTD, 2002.

COSTA, Daniel Garcia. **Evasão do curso de Licenciatura em Matemática (Diurno) da Universidade de Brasília.** Monografia de conclusão de curso.Brasília: UnB, 2017.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática, volume único:** livro do professor. São Paulo: Ática, 2005.

DEMANA, FRANKLIN D.; WAITS, Bert K.; FOLEY, Gregory D.; KENNEDY, Daniel. **Pré-cálculo**. São Paulo: Pearson, 2009.

FELTES, Rejane Zeferino. **Análise de erros em potenciação e radiciação: um estudo com alunos de ensino fundamental e médio.** Dissertação de Mestrado. Porto Alegre: Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. 2007.

GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. **Um Curso de Cálculo**. v 1. 5 ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2004.

LOBO, M. B. C. M. Panorama da evasão no ensino superior brasileiro: aspectos gerais das causas e soluções. **Associação Brasileira de Mantenedoras de Ensino Superior. Cadernos,** n. 25, 2012.

MICHAEL, Ricardo Nunes. **O Uso de Vídeos no Ensino de Matemática**: E a Tecnologia em Sala de Aula. Trabalho de Conclusão de curso de Licenciatura em Matemática. Porto Alegre: UFRGS, 2012.

SOUSA, Deborah Lauriane da Silva; CARVALHO, Débora Costa; MARQUES, Eliana de Sousa Alencar. **O Uso de Recursos Tecnológicos em Sala de Aula**: relato envolvendo experiências do PIBID do curso de Pedagogia da UFPI. IV Fórum Internacional de Pedagogia. Parnaíba, 2012.

PAIAS, Ana Maria et al. **Diagnóstico dos erros sobre a Operação Potenciação aplicado a alunos dos Ensinos Fundamental e Médio.** Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC, 2009.

PEREIRA, Fernanda Cristina Barbosa et al. **Determinantes da evasão de alunos e os custos ocultos para as instituições de ensino superior:** uma aplicação na Universidade do Extremo Sul Catarinense. Tese de doutorado. Florianópolis: UFSC, 2003.

SAFIER, Fred. **Pré-cálculo**; tradução técninca Adonai Schlup Sant'Anna. 2 ed. Porto Alegre: Bookman, 2011.

SANTOS, Francely Aparecida dos. **Evasão Discente no Ensino Superior**: estudo de caso de um curso de Licenciatura em Matemática. Doutorado em Educação. Piracicaba, SP: UNIMEP, 2012.

SANTOS, Silvana Cláudia dos. **A Problemática da Evasão em uma Licenciatura em Matemática a Distância**: a compreensão dos alunos iniciantes. In: Simpósio Internacional de Educação a Distância, 2014.

SERAFIM, Maria Lúcia; SOUSA, Robson Pequeno de. Multimídia na educação: o vídeo digital integrado ao contexto escolar. In: CARVALHO, Ana Beatriz Gomes; MOITA, Filomena M. C. da S.; SOUSA, Robson Pequeno de. (Orgs.). **Tecnologias Digitais na Educação**. Campina Grande: EDUEPB, 2011.

SILVA, José Luiz da. et al. A utilização de vídeos didáticos nas aulas de Química do ensino médio para abordagem histórica e contextualizada do tema vidros. **Revista Química Nova na Escola.** Vol. 34, Nº 04, Novembro, 2012.

SILVA, Maria José Ferreira da.; ALMOULOUD, Saddo Ag. As Operações com Números Racionais e seus Significados a partir da Concepção Parte-todo. **Bolema: Mathematics Education Bulletin= Bolema: Boletim de Educação Matemática,** v. 21, n. 31, 2008.

SOUZA, Ana Clara Aparecida Alves de; MORAES, Iraci Oliveira de; CORDEIRO, Rafaela Almeida; RIOS, José Riverson Araújo Cysne. **Vídeos no You Tube como ferramenta didática no ensino superior de Publicidade e Propaganda**. XXXII Congresso Brasileiro de Ciências da Comunicação. Curitiba: Intercom – Sociedade Brasileira de Estudos Interdisciplinares da Comunicação. 4 a 7 de setembro de 2009.

STEWART, James. **Cálculo**, volume1. 7ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

APÊNDICES

A Exercícios de verificação de aprendizagem

Lista 1 - Operações com números racionais

A lista de exercícios subsequente está referenciada da seguinte maneira: atividades 01, 02, 03 e 05 fundamentadas em Castruci e Giovanni Júnior (2009), atividades 04 e 06 em Andrini e Vasconcelos (2012).

01- Calcule:

a) $-\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$

b) $+2,35-3$

c) $-\frac{1}{4}+\frac{3}{10}$

d) $-0,48-1,6$

e) $-\frac{7}{6}+\frac{8}{9}$

02- Calcule:

a) $\left(+\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)$

b) $(-4)\times\left(-\frac{3}{11}\right)$

c) $\left(+\frac{1}{2}\right)\times\left(+\frac{3}{4}\right)$

d) $\left(-\frac{5}{8}\right)\times(-0,4)$

03- Calcule:

a) $\left(+\frac{6}{7}\right) \div \left(-\frac{9}{7}\right)$
b) $\left(\frac{4}{7}\right) \div 2$
c) $-6 \div \left(\frac{12}{5}\right)$
d) $2 \div (-0,5)$

04- Calcule o valor das expressões, apresentando o resultado na forma de fração irredutível.
a) $0,5 + \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$
b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \div \frac{5}{6}$
c) $\frac{1}{4} \times 0,5 + \frac{1}{2}$
d) $\left(0,75 + \frac{1}{4}\right) \div \frac{2}{5} + \frac{1}{2}$

05- Qual é o número x, sabendo que $x = (+0,2) \div (-0,04) - 3 \times (-1,6)$?

06- Qual é o valor da expressão $\dfrac{3 + \frac{1}{5}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}$?

Lista 2 - Potenciação

A lista de exercícios subsequente está referenciada da seguinte maneira: atividades 01, 02, 03, 04 e 05 fundamentadas em Castruci e Giovanni Júnior (2002), atividade 06 em Demana et al (2009) e atividade 7 em Dante (2005).

01- Aplicando a definição de potência, calcule:

a) 7^2

b) $(-11)^2$

c) $(-5)^3$

d) $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$

e) -6^2

f) $(-0,6)^3$

02- Usando os sinais $=$ ou $\neq$, compare as potências:

a) 7^2 e $(-7)^2$

b) -9^2 e $(-9)^2$

c) $(-2)^5$ e -2^5

d) $(-4)^3$ e -4^3

03- Qual é o valor da expressão numérica $(-9)^2 + (-2)^3 + 7^0 - (-6)^2$?

04- Qual é o número expresso por $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + (0,2)^0 + (0,3)^2$?

05- Calcule:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

b) 10^{-3}

c) $-(-7)^{-2}$

d) $\frac{1}{2^{-4}}$

06- Simplifique as expressões abaixo. Suponha que as variáveis nos denominadores sejam diferentes de zero.

a) $\dfrac{x^4y^3}{x^2y^5}$

b) $\dfrac{(3x^2)^2y^4}{3y^2}$

c) $\dfrac{(x^{-3}y^2)^{-4}}{(y^6x^{-4})^{-2}}$

07- Calcule o valor das expressões numéricas:

a) $\dfrac{2^0+2^{-1}}{4^{-1}}$

b) $\dfrac{-2^{-4}+3^2+2^0}{-2^2+\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}}$

Lista 3 - Radiciação

A lista de exercícios subsequente está referenciada da seguinte maneira: atividades 01, 02 e 09 estão fundamentadas em Demana et al(2009), atividades 03, 04, 05, 06, 07, 08, 10 e 11 em Castruci e Giovanni Júnior (2002).

01- Encontre as raízes indicadas:

a) Raiz quadrada de 81;

b) Raiz quarta de 81;

c) Raiz cúbica de 64;

d) Raiz quinta de 243;

e) Raiz quadrada de $\frac{16}{9}$;

f) Raiz cúbica de $-\frac{27}{8}$.

02- Simplifique removendo fatores do radicando. Considere x e y não-negativos:

a) $\sqrt{288}$

b) $\sqrt[3]{-250}$

c) $\sqrt{2x^3y^4}$

d) $\sqrt[4]{3x^8y^6}$

e) $\sqrt[5]{96x^{10}}$

f) $\sqrt[3]{500}$

g) $\sqrt[3]{8x^6y^4}$

03- Escreva V se a igualdade for verdadeira e F se a igualdade for falsa:

a) $\sqrt{7}+\sqrt{3}=\sqrt{10}$

b) $\sqrt{5}+\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

c) $\sqrt{2}+1=1+\sqrt{2}$

d) $\sqrt{3}+\sqrt{3}=\sqrt{6}$

04- Escreva na forma mais simples possível cada uma das expressões:

a) $2\sqrt{5} + 10\sqrt{5}$

b) $9\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$

c) $\sqrt{10} + \sqrt{10} + \sqrt{10}$

d) $2\sqrt{5} + 8\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 8\sqrt{5} - 2\sqrt{2}$

05- Calcule as somas algébricas, suponha $x \geq 0$.

a) $4\sqrt{125} - 3\sqrt{45}$

b) $\sqrt{16x} - \sqrt{36x} - \sqrt{9x}$

c) $\sqrt{54} + \sqrt{6} - \sqrt{150} + 2\sqrt{24}$

d) $\frac{1}{4}\sqrt{48} + \frac{1}{2}\sqrt{243} - \frac{1}{6}\sqrt{12}$

06- Os lados de um triângulo medem $4\sqrt{96}$ cm, $5\sqrt{216}$ cm e $4\sqrt{486}$ cm. Qual é o perímetro desse triângulo?

07- Considere a não-negativo e efetue:

a) $\sqrt{3}.\sqrt{7}$

b) $\sqrt[5]{2a}.\sqrt[5]{3a}$

c) $2\sqrt{21}.5\sqrt{2}.\sqrt{7}$

d) $\sqrt{50}.\sqrt{10}$

08- Efetue as divisões:

a) $\sqrt{168} \div \sqrt{2}$

b) $\sqrt{200} \div \sqrt{5}$

c) $\sqrt{90} \div \sqrt{5}$

09- Racionalize o denominador:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

b) $\dfrac{4}{\sqrt[3]{2}}$

c) $\dfrac{1}{\sqrt[5]{x^2}}$

d) $\dfrac{2}{\sqrt[4]{3}}$

10- Vamos racionalizar o denominador de cada uma das seguintes expressões:

a) $\dfrac{1}{3+\sqrt{7}}$

b) $\dfrac{11}{2\sqrt{3}-1}$

c) $\dfrac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

11- Determine o valor da expressão:

$27^{\frac{2}{3}} - 16^{\frac{1}{2}} - 4^{\frac{1}{2}}$

Lista 4 - Produtos notáveis

Os exercícios desta lista foram criados pelo próprio autor da pesquisa.

01- Considerando $x > 0$, qual expressão representa a área de um quadrado de lado $x + 8$?

02- Seja x um número real maior que $\frac{4}{3}$. Qual expressão algébrica representa a área de um triângulo cuja medida da base $(3x - 4)$ é igual à medida da altura?

03- Desenvolva os produtos notáveis abaixo:

a) $(x + 9)^2$

b) $(3x - 5)^2$

c) $(7 - 2a)^2$

d) $(0,1 + b)^2$

e) $(x - 15)(x + 15)$

f) $(2x - 6)(2x + 6)$

g) $\left(x - \dfrac{2}{3}\right)^2$

04- Qual é o valor de ab, sabendo que $(2a + b)^2 - (2a - b)^2 = 3,5$?

05- Simplifique as expressões algébricas:

a) $(a + 5)^2 - (2a + 3)^2 + a(a + 2)$

b) $(3x - 1)^2 - (x + 2)(x - 2)$

c) $(9 - 3x)(9 + 3x) - (2x - 4)^2$

Lista 5 - Fatoração

Os exercícios desta lista estão fundamentados em Demana et al (2009).

01- Fatore colocando o fator comum em evidência:

a) $5x - 15$

b) $5x^3 - 20x$

c) $yz^3 - 3yz^2 + 2yz$

d) $2x(x + 3) - 5(x + 3)$

02- Fatore por agrupamento.

a) $x^3 - 4x^2 + 5x - 20$

b) $2x^3 - 3x^2 + 2x - 3$

c) $x^6 - 3x^4 + x^2 - 3$

d) $x^6 + 2x^4 + x^2 + 2$

e) $2ac + 6ad - bc - 3bd$

f) $3uw + 12uz - 2vw - 8vz$

03- Fatore as diferenças de dois quadrados.

a) $z^2 - 49$

b) $64 - 25y^2$

c) $9y^2 - 16$

d) $16 - (x + 2)^2$

04- Fatore o trinômio quadrado perfeito.

a) $y^2 + 8y + 16$

b) $4z^2 - 4z + 1$

c) $36y^2 + 12y + 1$

d) $9z^2 - 24z + 16$

05- Fatore o trinômio.

a) $x^2 + 9x + 14$

b) $z^2 - 5z - 24$

c) $y^2 - 11y + 30$

d) $6t^2 + 5t + 1$

e) $2x^2 - 3xy + y^2$

06- Simplifique:

a) $\dfrac{3}{x-1}.\dfrac{x^2-1}{9}$, para $x \neq 1$

b) $\dfrac{x+3}{7}.\dfrac{14}{2x+6}$, para $x \neq -3$

c) $\dfrac{x+3}{x-1}.\dfrac{1-x}{x^2-9}$, para $x \neq 1$, $x \neq 3$ e $x \neq -3$

d) $\dfrac{18x^2-3x}{3xy}.\dfrac{12y^2}{6x-1}$, para $x \neq 0$, $y \neq 0$ e $x \neq \dfrac{1}{6}$

e) $\dfrac{7x-7y}{4y} \div \dfrac{14x-14y}{3y}$, para $x \neq y$ e $y \neq 0$

f) $\dfrac{x^2-3x}{14y} \div \dfrac{2xy}{3y^2}$, para $x \neq 0$ e $y \neq 0$

g) $\dfrac{3}{x^2+3x} - \dfrac{1}{x} - \dfrac{6}{x^2-9}$, para $x \neq 0$, $x \neq -3$ e $x \neq 3$

07- Escreva com expoentes positivos e simplifique:

$\dfrac{(x+y)^{-1}}{(x-y)^{-1}}$, para $x \neq y$ e $x \neq -y$.

Lista 6 - Equações

A lista de exercícios subsequente está referenciada da seguinte maneira: atividades 01 e 02 estão fundamentadas em Demana et al (2009), atividades 03, 04 e 05 em Bonjorno, Giovanni e Giovanni Júnior (1994).

01- Resolva a equação.

a) $3x = 24$

b) $3t - 4 = 8$

c) $4x = -16$

d) $2t - 9 = 3$

e) $2x - 3 = 4x - 5$

f) $4 - 2x = 3x - 6$

g) $4 - 3y = 2(y + 4)$

h) $4(y - 2) = 5y$

i) $\frac{1}{2}x = \frac{7}{8}$

j) $\frac{2x-3}{4} + 5 = 3x$

k) $\frac{t+5}{8} - \frac{t-2}{2} = \frac{1}{3}$

02- Em qual das seguintes alternativas temos a solução da equação $x(x + 1) = 0$?

a) $x = 0$ ou $x = 1$

b) somente $x = -1$

c) somente $x = 1$

d) $x = 0$ ou $x = -1$

e) somente $x = 0$

03- Resolva as equações polinomiais do 2º grau, em $\mathbb{R}$:

a) $2x^2 - 50 = 0$

b) $3x^2 - 8x = 0$

c) $x^2 + 9 = 0$

d) $1 + \dfrac{x^2}{4} = \dfrac{5}{2}$

04- Determine, em $\mathbb{R}$, o conjunto solução das equações:

a) $x^2 - x - 6 = 0$

b) $5x^2 + 6x + 1 = 0$

c) $2x^2 + 2x = -1$

d) $3x(x+1) - x = 33 - (x-3)^2$

05- Ache dois números inteiros positivos e consecutivos sabendo que a soma de seus quadrados é 481.

06- Um jardim de forma retangular tem 96 m^2 de área. Se aumentarmos o comprimento desse jardim em 3 m e a largura em 2 m, a área do jardim passa a ter 150 m^2. Calcule as dimensões originais do jardim.

Lista 7 - Função afim

A lista de exercícios subsequente está referenciada da seguinte maneira: atividades 01, 02 e 03 estão fundamentadas em Demana et al (2009), atividades 04 e 05 em Bonjorno, Giovanni e Giovanni Júnior (1994).

01- Escreva uma equação para a reta que contém os pontos dados. Represente, graficamente, a reta com os pontos.

a) $(-2, 4)$ e $(3, 1)$

b) $(1, 5)$ e $(-2, -3)$

02- Escreva uma equação para a função polinomial do primeiro grau f, satisfazendo as condições dadas. Represente as funções graficamente.

a) $f(-5) = -1$ e $f(2) = 4$

b) $f(-3) = 5$ e $f(6) = -2$

c) $f(-4) = 6$ e $f(-1) = 2$

d) $f(0) = 3$ e $f(3) = 0$

03- Uma pequena empresa fabrica bonecas e, semanalmente, possui um custo fixo de R\$ 350,00. Se o custo para o material é R\$ 4,70 por boneca e seu custo total na semana é uma média de R\$ 500,00, quantas bonecas essa pequena empresa produz por semana?

04- Construa, num sistema ortogonal, o gráfico das seguintes funções, dizendo, em cada caso, se a função é crescente ou decrescente:

a) $f(x) = x + 2$

b) $f(x) = \dfrac{1}{2}x + 1$

c) $f(x) = -1 + 3x$

d) $f(x) = 1 + 2x$

05- Utilizando um sitema cartesiano ortogonal, trace o gráfico das funções:

a) $f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{se } x \geq 0 \\ -1, & \text{se } x < 0 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{se } x \geq 1 \\ 2, & \text{se } x < 1 \end{cases}$

Lista 8 - Função quadrática

A lista de exercícios subsequente está referenciada da seguinte maneira: atividades 01, 02, 03, 04, 08, 09 e 10 estão fundamentadas em Dante (2005), atividade 05 em Demana et al (2009) e atividades 06 e 07 em Safier (2011).

01- A área de um círculo é dada em função da medida r do seu raio, ou seja, $S = f(r) = \pi r^2$, que é uma função quadrática. Considerando $\pi = 3,14$, calcule:

a) S quando $r = 5$ cm;

b) r quando $S = 200,96\ m^2$.

02- Determine, se existirem, os zeros das funções quadráticas usando a fórmula:

a) $f(x) = x^2 - 3x$

b) $f(x) = x^2 + 4x + 5$

c) $f(x) = -x^2 + 2x + 8$

d) $f(x) = x^2 + 10x + 25$

03- Para que valores de m a função $f(x) = (m-1)x^2 - 4x - 1$ não admite zeros reais?

04- Os 180 alunos de uma escola estão dispostos de forma retangular, em filas, de tal modo que o número de alunos de cada fila supera em 8 o número de filas. Quantos alunos há em cada fila?

05- Encontre o vértice e o eixo de simetria do gráfico de cada função:

a) $f(x) = 3x^2 + 5x - 4$

b) $f(x) = -2x^2 + 7x - 3$

c) $f(x) = 8x - x^2 + 3$

d) $f(x) = 6 - 2x + 4x^2$

06- Determine o domínio e a imagem para cada função quadrática:

a) $f(x) = 3x^2 - 5$

b) $f(x) = -1 - \dfrac{1}{3}x^2$

c) $f(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

d) $f(x) = -2x^2 + 4x + 5$

07- Um projétil é disparado do chão com uma velocidade de 144 pés por segundo. Sua altitude $h(t)$ no instante t é dada por $h(t) = -16t^2 + 144t$. Calcule sua altitude máxima e o momento em que o projétil atinge o solo.

08- Sabe-se que o lucro total de uma empresa é dado pela fórmula $L = R - C$, em que L é o lucro total, R é a receita total e C é o custo total da produção. Numa empresa que produziu x unidades, verificou-se que $R(x) = 6000x - x^2$ e $C(x) = x^2 - 2000x$. Nessas condições, qual deve ser a produção x para que o lucro da empresa seja máximo?

09- A despesa total de um condomínio é de R$ 3600,00. No entanto, 10 condôminos deixaram de pagar, ocasionando um acréscimo de R$ 60,00 para cada condômino. Quantos são os condôminos e quanto cada um pagou?

10- Um ônibus de 40 lugares foi fretado para uma excursão. A empresa exigiu de cada passageiro R$ 20,00 mais R$ 2,00 por lugar vago. Qual o número de passageiros para que a rentabilidade da empresa seja máxima?

Lista 9 - Função exponencial

A lista de exercícios subsequente está referenciada da seguinte maneira: atividades 01, 02, 03 e 04 estão fundamentadas em Dante (2005), atividade 05 em Bonjorno, Giovanni e Giovanni Júnior (1994) e atividades 06 e 07 em Safier (2011).

01- Verifique quais das sentenças dadas correspondem à lei de formação de uma função exponencial.

a) $f(x) = 9^x$

b) $f(x) = (0,666...)^x$

c) $f(x) = (-4)^x$

d) $f(x) = 2^x$

e) $f(x) = x^2$

f) $f(x) = 0^x$

g) $f(x) = 1^x$

h) $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$

02- Dada a função $f(x) = 4^x$, determine:

a) $f(3)$

b) $f(-1)$

c) $f\left(\frac{1}{2}\right)$

d) $f\left(-\frac{1}{2}\right)$

e) m tal que $f(m) = 1$

f) $D(f)$ e $Im(f)$

03- Identifique as seguintes funções como crescentes (C) ou decrescentes D:

a) $f(x) = 4^x$

b) $f(x) = \pi^x$

c) $f(x) = (0,01)^x$

d) $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$

04- Construa o gráfico da função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2^{x-1}$ e determine a $Im(f)$.

05- Resolva as seguintes equações exponenciais:

a) $(2^x)^x = 16$

b) $(3^x)^{x-4} = \dfrac{1}{27}$

c) $(5^x)^{x-2} = 25^x$

d) $8^{x-2} = 4^{\frac{x}{2}}$

e) $10.2^{x^2-4} = 320$

f) $2^{2x} - 9.2^x + 8 = 0$

g) $5^{x-1} + 5^{x-2} = 30$

06- O número de bactérias em uma cultura é contado como 400 no começo de um experimento. Se o número de bactérias dobrar a cada 3 horas, o número de indivíduos pode ser expresso pela fórmula $N(t) = 400(2)^{\frac{t}{3}}$. Determine o número de bactérias presentes na cultura após 24 horas.

07- Populações humanas podem ser modeladas sobre curtos períodos por funções de crescimento populacional ilimitado. Se um país tem uma população de 22 milhões em 2000 e matém uma taxa de crescimento populacional de 1% ao ano, então sua população, em milhões de habitantes, após um tempo, assumindo que $t = 0$ em 2000, pode ser modelada como $N(t) = 22e^{0,01t}$. Estime a população em 2010.

Lista 10 - Função Logarítmica

A lista de exercícios subsequente está referenciada da seguinte maneira: atividades 01 e 02 estão fundamentadas em Safier (2011), atividades 03 e 04 estão fundamentadas em Demana et al (2009), atividades 05, 06, 07 e 08 estão fundamentadas em Bonjorno, Giovanni e Giovanni Júnior (1994), a atividade 09 está fundamentada em Dante (2005).

01- Escreva o que se segue em forma exponencial:

a) $\log_2 8 = 3$

b) $\log_{25} 5 = \frac{1}{2}$

c) $\log_{10} \frac{1}{100} = -2$

d) $\log_8 \frac{1}{4} = -\frac{2}{3}$

02- Escreva o que se segue na forma logarítmica:

a) $3^5 = 243$

b) $6^{-3} = \frac{1}{216}$

c) $256^{\frac{3}{4}} = 64$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 32$

03- Calcule os logaritmos sem usar calculadora:

a) $\log_4 4$

b) $\log_2 32$

c) $\log_6 1$

d) $\log_3 81$

e) $\log_5 \sqrt[3]{25}$

f) $\log_6 \frac{1}{\sqrt[5]{36}}$

g) $\log 10^3$

h) $\log 10000$

i) $\log 10^{-4}$

j) $\log \sqrt[3]{10}$

k) $\log \dfrac{1}{\sqrt{1000}}$

l) $\ln e^3$

m) $\ln 1$

n) $\ln \sqrt[4]{e}$

04- Calcule o valor exato da expressão sem usar a calculadora:

a) $7^{\log_7 3}$

b) $5^{\log_5 8}$

c) $10^{\log 0,5}$

d) $10^{\log 14}$

e) $e^{\ln 6}$

f) $e^{\ln \frac{1}{5}}$

05- Sendo $\log_b a = 4$ e $\log_b c = 1$, encontre o valor de:

a) $\log_b (ac)$

b) $\log_b \left(\dfrac{a}{c}\right)$

c) $\log_b (ac)^2$

d) $\log_b (\sqrt{a}.c)$

06- Sendo $\log 2 = a$ e $\log 3 = b$, determine $\log 180$ em função de a e b.

07- Resolva as equações:

a) $\log_2 (x+2) + \log_2 (x-2) = 5$

b) $2\log_7 x = \log_7 3x + \log_7 6$.

c) $\log_2 (x-1) + 1 = \log_2 (x+2) + \log_2 (7-x) - \log_2 3$

08- Sendo $\log 2 = 0,3$; $\log 3 = 0,4$ e $\log 5 = 0,7$, calcule:

a) $\log_2 50$

b) $\log_3 45$

c) $\log_9 2$

d) $\log_8 600$

09- Construa o gráfico das funções logarítmicas:

a) $f(x) = \log_3 x$

b) $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$

10- Uma pessoa deposita uma quantia em caderneta de poupança à taxa de 2% ao mês. Em quantos meses a quantia depositada triplica?

B Respostas dos exercícios

Lista 1 - Operações com números racionais

1. (a) $\frac{1}{12}$

   (b) $-0,65$

   (c) $\frac{1}{20}$

   (d) $-2,08$

   (e) $-\frac{5}{18}$

2. (a) $-\frac{4}{15}$

   (b) $\frac{12}{11}$

   (c) $\frac{3}{8}$

   (d) $\frac{1}{4}$

3. (a) $-\frac{2}{3}$

   (b) $\frac{2}{7}$

   (c) $-\frac{5}{2}$

   (d) -4

4. (a) $\frac{7}{12}$

   (b) $\frac{9}{10}$

   (c) $\frac{5}{8}$

   (d) 3

5. $-\frac{1}{5}$

6. $\frac{64}{5}$

Lista 2 - Potenciação

1. (a) 49
   (b) 121
   (c) -125
   (d) $\dfrac{4}{25}$
   (e) -36
   (f) $-\dfrac{27}{125}$

2. (a) $=$
   (b) $\neq$
   (c) $=$
   (d) $=$

3. 38

4. $\dfrac{193}{200}$

5. (a) 4
   (b) $\dfrac{1}{1000}$
   (c) $-\dfrac{1}{49}$
   (d) 16

6. (a) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^2$
   (b) $3\,x^4\,y^2$
   (c) $x^4\,y^4$

7. (a) 6
   (b) $\dfrac{159}{80}$

Lista 3 - Radiciação

1. (a) 9
   (b) 3
   (c) 4
   (d) 3
   (e) $\frac{4}{3}$
   (f) $-\frac{3}{2}$

2. (a) $12\sqrt{2}$
   (b) $-5\sqrt[3]{2}$
   (c) $x\,y^2\,\sqrt{2x}$
   (d) $x^2\,y\,\sqrt[4]{3\,y^2}$
   (e) $2\,x^2\,\sqrt[5]{3}$
   (f) $5\,\sqrt[3]{4}$
   (g) $2\,x^2\,y^3\,\sqrt[3]{y}$

3. (a) F
   (b) V
   (c) V
   (d) F

4. (a) $12\,\sqrt{5}$
   (b) $4\,\sqrt{3}$
   (c) $3\,\sqrt{10}$
   (d) $10\,\sqrt{5}$

5. (a) $11\,\sqrt{5}$
   (b) $-5\,\sqrt{x}$
   (c) $3\,\sqrt{6}$
   (d) $\frac{31\sqrt{3}}{6}$

6. $82\,\sqrt{6}$

7. (a) $\sqrt{21}$
   (b) $\sqrt[5]{6a^2}$
   (c) $70\sqrt{6}$
   (d) $10\sqrt{5}$

8. (a) $2\sqrt{21}$
   (b) $2\sqrt{10}$
   (c) $3\sqrt{2}$

9. (a) $\frac{\sqrt{5}}{5}$
   (b) $2\sqrt[3]{4}$
   (c) $\frac{\sqrt[5]{x^3}}{x}$
   (d) $\frac{2\sqrt[4]{27}}{3}$

10. (a) $\frac{3-\sqrt{7}}{2}$
    (b) $2\sqrt{3}+1$
    (c) $\frac{-1(1+\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{5})}{2}$

11. 3

Lista 4 - Produtos notáveis

1. $x^2 + 16x + 64$

2. $\dfrac{9x^2 - 24x + 16}{2}$

3. (a) $x^2 + 18x + 81$

   (b) $9x^2 - 30x + 25$

   (c) $49 - 28a + 4a^2$

   (d) $0,01 + 0,2b + b^2$

   (e) $x^2 - 225$

   (f) $4x^2 - 36$

   (g) $x^2 - \dfrac{4}{3}x + \dfrac{4}{9}$

4. $\dfrac{7}{16}$

5. (a) $-2a^2 + 16$

   (b) $8x^2 + 6x + 5$

   (c) $-13x^2 + 16x + 65$

Lista 5 - Fatoração

1. (a) $5(x-3)$
   (b) $5x(x^2-4)$
   (c) $yz(z^2-3z+2)$
   (d) $(x+3)(2x-5)$

2. (a) $(x-4)(x^2+5)$
   (b) $(2x-3)(x^2+1)$
   (c) $(x^2-3)(x^4+1)$
   (d) $(x^2+2)(x^4+1)$
   (e) $(c+3d)(2a-b)$
   (f) $(w+4z)(3u-2v)$

3. (a) $(z+7)(z-7)$
   (b) $(8-5y)(8+5y)$
   (c) $(3y+4)(3y-4)$
   (d) $(2-x)(6+x)$

4. (a) $(y+4)^2$
   (b) $(2z-1)^2$
   (c) $(6y+1)^2$
   (d) $(3z-4)^2$

5. (a) $(x+7)(x+2)$
   (b) $(z-8)(z+3)$
   (c) $(y-5)(y-6)$
   (d) $(2t+1)(3t+1)$
   (e) $(x-y)(2x-y)$

6. (a) $\dfrac{x+1}{3}$
   (b) 1
   (c) $\dfrac{1}{3-x}$
   (d) $12y$
   (e) $\dfrac{3}{8}$
   (f) $\dfrac{3(x-3)}{28}$
   (g) $\dfrac{1}{3-x}$

Lista 6 - Equações

1. (a) $S = \{8\}$
   (b) $S = \{4\}$
   (c) $S = \{-4\}$
   (d) $S = \{6\}$
   (e) $S = \{1\}$
   (f) $S = \{2\}$
   (g) $S = \{-\frac{4}{5}\}$
   (h) $S = \{-8\}$
   (i) $S = \{\frac{7}{4}\}$
   (j) $S = \{\frac{17}{10}\}$
   (k) $S = \{\frac{31}{9}\}$

2. d

3. (a) $S = \{-5,\ 5\}$
   (b) $S = \{0,\ \frac{8}{3}\}$
   (c) $S = \varnothing$
   (d) $S = \{-\sqrt{6},\ \sqrt{6}\}$

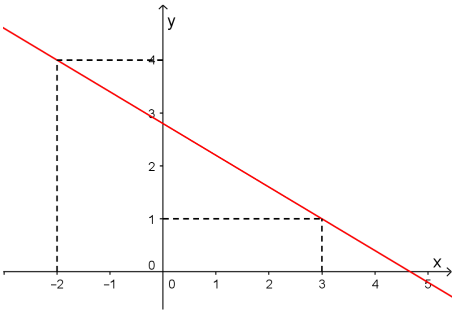
4. (a) $S = \{-2,\ 3\}$
   (b) $S = \{-1,\ -\frac{1}{5}\}$
   (c) $S = \varnothing$
   (d) $S = \{-2,\ 3\}$

5. 15 e 16

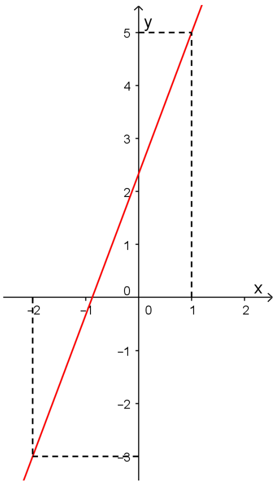
6. 12m e 8m

Lista 7 - Função afim

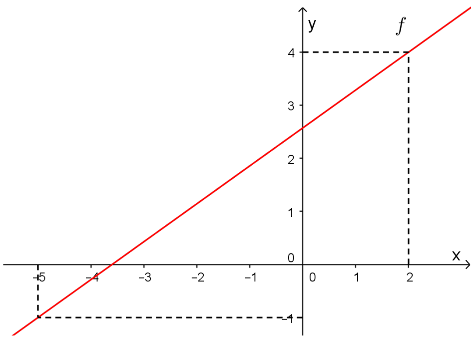
1. (a) $f(x) = -\dfrac{3}{5}x + \dfrac{14}{5}$



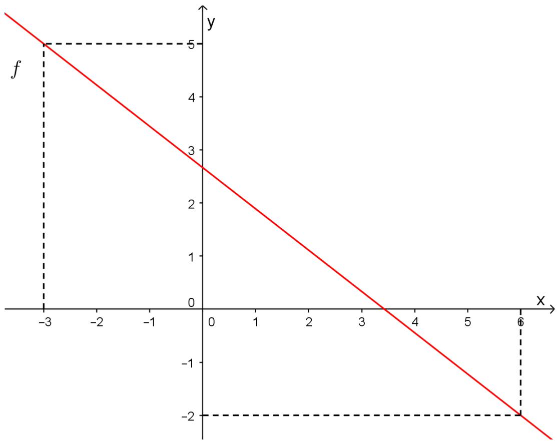
   (b) $f(x) = \dfrac{8}{3}x + \dfrac{7}{3}$



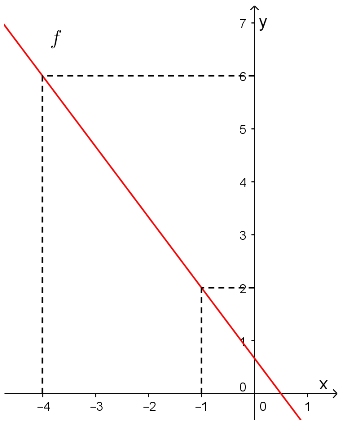
2. (a) $f(x) = \dfrac{5x + 18}{7}$



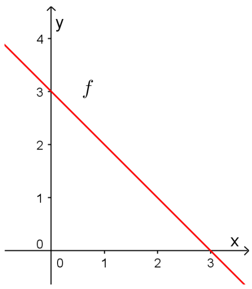
   (b) $f(x) = \dfrac{-7x + 24}{9}$



(c) $f(x) = \dfrac{-4x+2}{3}$

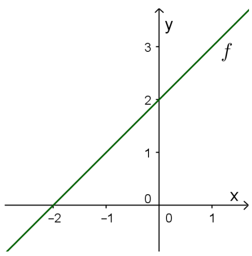


(d) $f(x) = -x + 3$

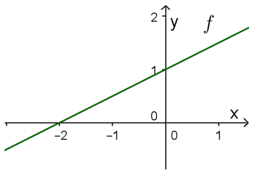


3. 32 bonecas em média.

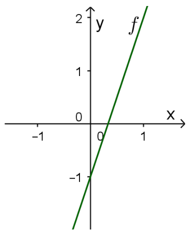
4. (a) crescente



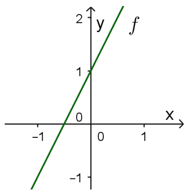
(b) crescente



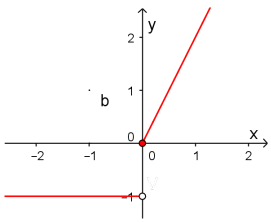
(c) crescente



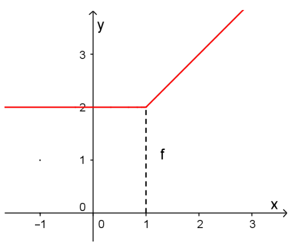
(d) crescente



5. (a) Gráfico:



(b) Gráfico:



Lista 8 - Função quadrática

1. (a) $78,5\,cm^2$

   (b) $8\,m$

2. (a) 0 e 3

   (b) A função não possui zeros

   (c) -2 e 4

   (d) -5

3. $\{m \in \mathbb{R} | m < -3\}$

4. 18 alunos

5. (a) Vértice: $\left(-\frac{5}{6}, -\frac{73}{12}\right)$

   eixo: $x = -\frac{5}{6}$

   (b) Vértice: $\left(\frac{7}{4}, \frac{25}{8}\right)$

   eixo: $x = \frac{7}{4}$

   (c) Vértice: (4, 19)

   eixo: $x = 4$

   (d) Vértice: $\left(\frac{1}{4}, \frac{23}{4}\right)$

   eixo: $x = \frac{1}{4}$

6. (a) $D(f) = \mathbb{R}$ e $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \,|\, y \geqslant -5\}$

   (b) $D(f) = \mathbb{R}$ e $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \,|\, y \leqslant -1\}$

   (c) $D(f) = \mathbb{R}$ e $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \,|\, y \geqslant 1\}$

   (d) $D(f) = \mathbb{R}$ e $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \,|\, y \leqslant 7\}$

7. 324 pés e 9 segundos

8. 2000 unidades

9. 20 condôminos e 180 reais

10. 25 passageiros

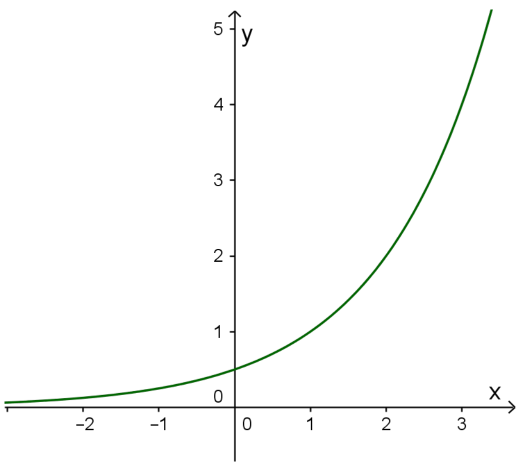
Lista 9 - função exponencial

1. Letras: a, b, d e h

2. (a) 64
   (b) $\frac{1}{4}$
   (c) 2
   (d) $\frac{1}{2}$
   (e) 0
   (f) $D(f) = \mathbb{R}$ $Im(f) = \mathbb{R}_+^*$

3. (a) C
   (b) C
   (c) D
   (d) D

4. Gráfico



5. (a) $\{-2, 2\}$
   (b) $\{1, 3\}$
   (c) $\{0, 4\}$

(d) $\{3\}$

(e) $\{-3, 3\}$

(f) $\{0, 3\}$

(g) $\{3\}$

6. 102 400 bactérias

7. 24,3 milhões

Lista 10 - Função logarítmica

1. (a) $2^3 = 8$
   (b) $25^{\frac{1}{2}} = 5$
   (c) $10^{-2} = \dfrac{1}{100}$
   (d) $8^{-\frac{2}{3}} = \dfrac{1}{4}$

2. (a) $\log_3 243 = 5$
   (b) $\log_6 \dfrac{1}{216} = -3$
   (c) $\log_{256} 64 = \dfrac{3}{4}$
   (d) $\log_{\frac{1}{2}} 32 = -5$

3. (a) 1
   (b) 5
   (c) 0
   (d) 4
   (e) $\dfrac{2}{3}$
   (f) $-\dfrac{2}{5}$
   (g) 3
   (h) 4
   (i) -4
   (j) $\dfrac{1}{3}$
   (k) $-\dfrac{3}{2}$
   (l) 3
   (m) 0
   (n) $\dfrac{1}{4}$

4. (a) 3

(b) 8

(c) $0,5$

(d) 14

(e) 6

(f) $\frac{1}{5}$

5. (a) 5

   (b) 3

   (c) 10

   (d) 3

6. $a + 2b + 1$

7. (a) $\{6\}$

   (b) $\{18\}$

   (c) $\{4\}$

8. (a) $\frac{17}{3}$

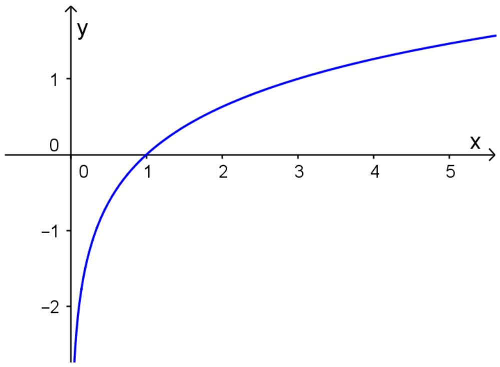
   (b) $\frac{15}{4}$

   (c) $\frac{3}{8}$

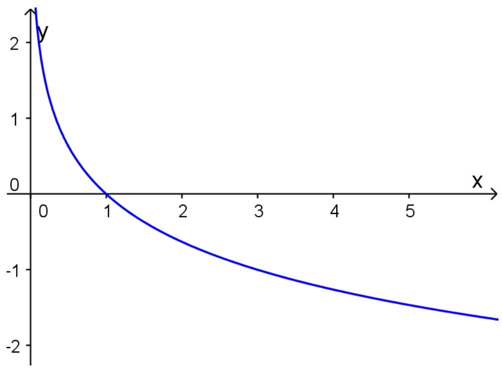
   (d) 3

9. Gráfico

   (a) Gráfico



(b) Gráfico



10. 56 meses