Universidade Federal de Juiz de Fora

Instituto de Ciências Exatas

PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Aline Souza Reis

A colaboração da História da Álgebra para análise e compreensão de problemas matemáticos: Uma proposta para o ensino de equação polinomial do primeiro grau

Juiz de Fora

2017

Aline Souza Reis

A colaboração da História da Álgebra para análise e compreensão de problemas matemáticos: Uma proposta para o ensino de equação polinomial do primeiro grau

Dissertação apresentada ao PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientador: Sandro Rodrigues Mazorche

Juiz de Fora

2017

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Reis, Aline Souza.

A colaboração da História da Álgebra para análise e compreensão de problemas matemáticos : Uma proposta para o ensino de equação polinomial do primeiro grau / Aline Souza Reis. – 2017.

45 f.

Orientador: Sandro Rodrigues Mazorche

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2017.

1. Resolução de Problemas. 2. História da Álgebra. 3. Equação polinomial do primeiro grau. I. Mazorche, Sandro Rodrigues, orient. II. Título.

Aline Souza Reis

A colaboração da História da Álgebra para análise e compreensão de problemas matemáticos: Uma proposta para o ensino de equação polinomial do primeiro grau

Dissertação apresentada ao PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovada em: 05 de agosto de 2017.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Sandro Rodrigues Mazorche
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Rogério Casagrande
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Dênis Emanuel da Costa Vargas
Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais
Campus Rio Pomba

Dedico este trabalho ao meu sobrinho Luiz Miguel Nogueira Reis.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus que iluminou o meu caminho durante essa jornada.

Aos meus pais, Renato e América, que com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa da minha vida.

Aos meus irmãos, Júnior e Ricardo, e minha cunhada, Ana Carolina, que considero uma irmã, por estarem sempre ao meu lado dando força para enfrentar os desafios.

Ao professor Dr. Sandro Rodrigues Mazorche, pela orientação e incentivo que tornaram possível a conclusão desta dissertação.

Aos professores do PROFMAT, por todo conhecimento transmitido.

A todos meus colegas de curso por todos os momentos difíceis que enfrentamos e vencemos juntos.

A CAPES, pelo incentivo financeiro.

A amiga e colega de profissão, professora Renata Gerhardt, pelo incentivo e ideias compartilhades para a elaboração das atividades aqui propostas.

A todos os amigos que fazem parte da trajetória da minha vida que estiveram preocupados comigo e com minha formação acadêmica.

"O real prazer de estudar Matemática está na satisfação que surge quando o aluno, por si só resolve um problema"
Luiz Roberto Dante

RESUMO

Este trabalho surgiu a partir de uma preocupação do desenvolvimento do raciocínio algébrico dos estudantes, visto que, muitos deles não se sentem confortáveis quando começam a estudar as incógnitas dentro da Matemática. Propomos a utilização da metodologia da Resolução de Problemas aliada a História da Álgebra, no desenvolvimento da linguagem algébrica, como método facilitador da compreensão dos conceitos relacionados à equação polinomial do primeiro grau. Buscamos, a partir de estudos bibliográficos referentes à História da Álgebra e Resolução de Problemas Matemáticos, propor atividades pedagógicas que abordam o desenvolvimento da linguagem algébrica. As atividades aqui descritas são proposta a serem aplicadas com turmas de 7º ano do Ensino Fundamental, ao longo de oito semanas, com encontros semanais de 1 hora e 40 minutos. Esperamos ampliar a formação do estudante contribuindo para a construção de conceitos relativos à abstração e generalização matemática, pois acreditamos ser primordial que o aluno compreenda a transição da linguagem verbal para a linguagem algébrica .

Palavras-chave: Resolução de Problemas. História da Álgebra. Equação polinomial do primeiro grau.

ABSTRACT

This work arose from a concern for the development of students' algebraic reasoning, since many of them do not feel comfortable when they begin to study the variables within Mathematics. We propose the use of the Problem Solving methodology and the History of Algebra, in the development of algebraic language, as a facilitating method for understanding the concepts related to the first-degree polynomial equation. From bibliographic studies concerning the History of Algebra and Resolution of Mathematical Problems, we have proposed pedagogical activities that deal with the development of algebraic language. The activities are proposed to be applied with 7th grade classes of elementary school, over eight weeks, with weekly meetings of 1 hour and 40 minutes. We hope to broaden student training by contributing to the construction of concepts related to abstraction and mathematical generalization, as we believe it is paramount that the student understands the transition from verbal to algebraic language.

Key-words: Problem Solving. History of Algebra. First-degree polynomial equation.

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho busca, ao longo de três capítulos, discutir argumentos que possam apresentar a metodologia da Resolução de Problemas aliada com a História da Matemática como um objeto facilitador da apropriação da linguagem Matemática.

No 7º ano do Ensino Fundamental onde os alunos têm contato com o conteúdo de equação polinomial do 1º grau, é necessário que os alunos tenham um vasto conhecimento algébrico para o bom desenvolvimento desses conceitos e cabe ao professor desenvolver estratégias que favoreçam a aprendizagem.

Grande parte dos estudantes obtém fracasso no aprendizado de Matemática, pois muitos deles possuem medo dessa disciplina, não conseguem entender matemática da forma que ela é causando assim um bloqueio na aprendizagem da mesma, bloqueio esse que vem desde a antiguidade onde aprender matemática era privilegio de uma minoria. Como relata TENÓRIO (1995) [27]: "Desta forma, desde o início, a produção e organização do conhecimento matemático estavam em mãos da classe dominante, já que os sacerdotes constituíam-se em aliados importantes do poder".

Alguns estudantes também se veem desestimulados a estudar matemática por acharem, de forma errada, que ela não aplica no seu cotidiano tornando assim de difícil compreensão e perdem o interesse em estudá-la, PONTE (1994) diz que:

> Para os alunos, a principal razão do insucesso na disciplina de Matemática resulta desta ser extremamente difícil de compreender. No seu entender, os professores não a explicam muito bem nem a tornam interessante. Não percebem para que serve nem porque são obrigados a estudá-la. Alguns alunos interiorizam mesmo desde cedo uma autoimagem de incapacidade em relação à disciplina. Dum modo geral, culpam-se a si próprios, aos professores, ou às características específicas da Matemática. (PONTE, 1994, p.2) [23].

Em minha experiência como educadora no Ensino Fundamental, ouvi diversas vezes por parte dos estudantes que gostavam de estudar Matemática quando a mesma era composta apenas por números. Acredito que esse relato se deve ao fato de, na maioria das vezes, os alunos não conseguirem compreender o que as incógnitas representam dentro de uma equação polinomial do primeiro grau.

Percebo que este tipo de defasagem gera desconforto no estudo da matemática também em séries posteriores. É comum encontrarmos no Ensino Médio, onde o grau de complexidade dos conteúdos aumenta, alunos que ainda não possuem o raciocínio algébrico bem desenvolvido, a boa compreensão de equações polinomiais do 1º grau irá colaborar para o estudo de sistema linear com duas incógnitas, equação polinomial do 2º grau, o estudo das funções, entre outros conteúdos matemáticos.

Baseado em estudos dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e alguns autores, a dissertação aqui apresentada procura investigar a metodologia da Resolução de Problemas como uma importante estratégia para a aprendizagem de conhecimentos Matemáticos, pois ela visa estimular os estudantes a formular seus próprios questionamentos e assim melhor estruturar o raciocínio.

Também iremos verificar que, para uma boa compreensão dos conceitos matemáticos, os estudantes precisam desenvolver intuitivamente o raciocínio algébrico e, após o desenvolvimento deste raciocínio, partir para o formalismo da linguagem matemática.

Dentro do desenvolvimento da linguagem algébrica, os primeiros registros algébricos vieram dos Babilônios e eram feitos sem nenhum rigor da escrita, apenas utilizando-se da linguagem cotidiana. A linguagem algébrica se desenvolveu basicamente por três períodos: a álgebra retórica onde se utilizavam apenas da linguagem cotidiana; a álgebra sincopada onde algumas abreviações já eram utilizadas para a representação das incógnitas; e a álgebra simbólica, ou moderna, quando se utiliza de letras para a representação de incógnitas.

A utilização da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem é de grande importância, pois ela colabora para a compreensão de que a Matemática é uma ciência que surgiu e se desenvolveu a partir da necessidade de interação do homem com a ciência.

Este trabalho apresenta propostas que buscam facilitar o desenvolvimento algébrico utilizando a metodologia da Resolução de Problemas e do desenvolvimento da linguagem algébrica, em turmas de 7º ano do Ensino Fundamental.

Antes de se trabalhar o conteúdo de equação do 1º grau os alunos serão estimulados a resolver problemas apenas na linguagem natural. Apenas os símbolos para representar as operações básicas da Matemática serão utilizados, pois os mesmo já são presentes na vida do educando nesta fase escolar. Somente após essa etapa os alunos serão apresentados ao conceito de incógnita e começarão a utilizar as expressões literais para melhor registrar suas resoluções, utilizando-se então da álgebra simbólica para o registro de seus pensamentos matemáticos.

Acredito que a Matemática fica mais clara para o aluno quando ele consegue compreender a transição da álgebra retórica para a álgebra simbólica. Por isso, o que se espera com esse trabalho é que os alunos percebam que a utilização de letras e símbolos veio para facilitar os registros de um pensamento matemático, bem como sua formalização e padronização da escrita, fazendo com que os educandos sintam-se mais confortáveis ao se depararem com problemas de equação polinomial do 1º grau.

2 A IMPORTÂNCIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO E A LINGUAGEM MATEMÁTICA

Utilizar a metodologia de resolução de problemas no ensino da Matemática permite ao aluno desenvolver o raciocínio lógico, provocando diversos questionamentos e evita que eles resolvam os cálculos de maneira mecânica. É preciso que o aluno crie significado para o conceito estudado criando estratégias para a resolução do problema proposto, com nos aponta o PCNs:

> Em contrapartida à simples reprodução de procedimentos e ao acúmulo de informações, educadores matemáticos apontam a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução. (BRASIL, 1998, p. 39 e 40) [2].

Roland Charnay [5] nos alerta: "Um dos objetivos essências (e ao mesmo tempo uma das dificuldades principais) do ensino da matemática é precisamente que o que se ensine esteja carregado de significado, tenha sentido para o aluno." Dessa forma, é imprescindível que, desde o primeiro contato do aluno com as equações algébricas, essas equações e incógnitas façam sentido para esse aluno, facilitando a conexão da linguagem cotidiana com a linguagem matemática.

O aluno precisa perceber que a Matemática possui sua linguagem própria E essa linguagem procura relacionar o enunciado com a equação proposta. D'Ambrosio nos mostra que é essencial comparar a matemática com a linguagem natural.

> O fato de a matemática ser uma linguagem (mais fina e precisa que a linguagem natural) que permite ao homem comunicar-se sobre fenômenos naturais, consequentemente, ela se desenvolve no curso da história da humanidade desde os "sons" mais elementares, e, portanto intimamente ligada ao contexto sociocultural em que se desenvolve – por isso falamos em matemática grega, matemática hindu, matemática pré-colombiana. (D'AMBROSIO, 1986, p.35) [6].

A grande dificuldade encontrada hoje na resolução de problemas é que, muitas vezes, os alunos não conseguem fazer a conexão do que se pede no enunciado do problema com o formalismo matemático que permitirá chegar a uma solução.

2.1 APROPRIAÇÃO DA LINGUAGEM MATEMÁTICA

O conhecimento matemático está inteiramente ligado a uma formalidade da linguagem matemática, que representa, em boa parte, a abstração, como nos mostra Granel:

> O conhecimento matemático é profundamente dependente de uma linguagem específica, de caráter formal, que difere muito das linguagens naturais. A característica dessa linguagem é tentar abstrair o essencial das relações matemáticas, eliminando qualquer referencia ao contexto ou à situação, ao ponto de na linguagem algébrica – considerada com a autêntica linguagem matemática – os números, em si abstratos, serem substituídos por letras, que tem caráter muito mais genérico. (GRANEL, 2003, p. 260) [13].

O pensamento matemático desenvolve-se a partir da apropriação da linguagem matemática. A aprendizagem de conteúdos matemáticos não deve estar concentrada em aprender símbolos e sim os conceitos. Na perspectiva de Grasseschi [14], para apropriação da linguagem matemática é necessário "a utilização inicial de noções intuitivas, sem rigor formal, mas acessíveis por meio de recurso à linguagem natural".

A partir desta perspectiva, vemos a importância do professor desenvolver o raciocínio matemático a partir do pensamento intuitivo do aluno e, ao longo do processo, desenvolver o formalismo da linguagem algébrica.

2.2 A IMPORTÂNCIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Muitas vezes a Matemática é diretamente associada à resolução de problemas, porém nem toda atividade realizada dentro do estudo de Matemática é caracterizada como um problema. Em muitos casos teremos apenas um exercício.

Dante (1991) [8], afirma que: "É preciso fazer clara distinção entre o que é um exercício e o que é um problema [...] exercício serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo. Problema ou problema-processo,é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não se tem previamente estabelecido algoritmo que garanta sua solução."

Ainda de acordo com Dante, a resolução de problemas apresenta diferentes objetivos a serem desenvolvidos, sendo o desenvolvimento do raciocínio lógico; oportunizar enfrentar situações novas; envolver o educando com as aplicações da Matemática.

Para os PCN de Matemática:

> O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada. (BRASIL, 1998. p.40) [2].

Podemos então constatar que os exercícios são comumente utilizados ao final do conteúdo didático para que o educando coloque em prática os conhecimentos teóricos adquiridos. Enquanto que os problemas de matemática são utilizados para que o alunos ampliem a construção de conceitos matemáticos criando novas fórmulas para resolver problemas.

De acordo com os PCNs [2], o significado do conhecimento matemático se constrói quando o aluno se depara com situações desafiadoras para resolver, trabalhando as estratégias dessa resolução. Educadores matemáticos apontam a resolução de problemas como ponto de partida para o ensino de matemática.

Fazer o aluno pensar matematicamente, levantar ideais, estabelecer relações entre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e outras áreas de desenvolver a capacidade de resolver problemas fazem parte dos objetivos gerais da Matemática que buscam contemplar todas as linhas que devem ser trabalhadas no ensino de Matemática.

A resolução de problemas deve ser vista como uma atividade de grande importância na Matemática contribuindo para aprendizagem e motivação dos alunos, elevando sua capacidade de raciocínio e não meros reprodutores de conceitos, como nos mostra Dante.

> Ensinar a resolver problemas é uma tarefa muito mais complexa do que ensinar algoritmo e equações. A postura do professor ao ensinar um algoritmo é, em geral, a de um orientador dando instruções, passo a passo, de como fazer. Na resolução de problemas, ao contrário, o professor deve funcionar como incentivador e moderador das ideias geradas pelos próprios alunos. Nesse caso, as crianças participam ativamente "fazendo Matemática", e não ficam passivamente "observando" a Matemática "ser feita" pelo professor (DANTE, 1991, p. 52). [8]

Conseguimos perceber o grande papel de se trabalhar a metodologia da resolução de problemas em qualquer nível de ensino, pois ela não somente irá contribuir para a aprendizagem de conceitos matemáticos, mas também para o desenvolvimento do raciocínio lógico dos estudantes.

2.3 A METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O desinteresse por grande parte dos alunos e as dificuldades do ensino de matemática é apontado por muito professores como uma questão preocupante no desenvolvimento do raciocínio lógico. A metodologia de Resolução de problemas como tendência de ensino de matemática é capaz de desafiar a curiosidade do educando, provocando novas estratégias que o levem a raciocinar, questionar e compartilhar ideias afim de encontrar uma solução, como nos mostra Polya.

> Se ele desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com os conhecimentos destes e auxiliando-os

> por meio de indagações estimulantes, poderá incutir-lhes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes certos meios para alcançar este objetivo. (POLYA, 1995, p. V) [22].

O papel do professor ao utilizar a Resolução de Problemas, é de incentivador e mediador das estratégias apresentadas pelos alunos. Estratégias essas, que não devem ser meras repetições de regras, deve-se desenvolver diferentes estratégias para um mesmo problema, para que o aluno desenvolva diferentes formas de raciocínio, como nos mostra Dante:

> Não deve se constituir em experiências repetitivas, através da aplicação dos mesmos problemas (com outros números) resolvidos pelas mesmas estratégias. O interessante é resolver diferentes problemas com as mesmas estratégias e aplicar diferentes estratégias para resolver um mesmo problema. Isso facilitará a ação futura dos alunos diante de um problema novo. (DANTE, 1991, p. 59 e 60) [8].

O ensino através da resolução de problemas deve levar os alunos a desenvolver as suas capacidades intelectuais de diversas maneiras para que não apliquem somente no âmbito escolar, mas nas diversas situações. Para Soares e Pinto [24] "é interessante que os problemas propostos estejam vinculados a fatos e acontecimentos do dia-a-dia do aluno". Desta maneira o aluno poderá refletir com mais desejo e dedicação.

Polya [22] nos apresenta quatro etapas para a Resolução de Problemas: Compreensão do Problema, Estabelecimento de um Plano, Execução do Plano e Retrospecto.

A primeira etapa trata da compreensão do Problema, nessa etapa o aluno precisa compreender o problema em sua totalidade, identificar qual seria a incógnita, os dados do problema e como essas informações se correlacionam.

Na segunda etapa, Polya nos fala do estabelecimento de um plano. Nessa fase é importante que o aluno consiga relacionar os dados desse problema com conceitos estudados anteriormente e também analisar outros problemas resolvidos para que auxilie na elaboração das estratégias desse novo problema.

A terceira etapa trata da execução do plano. Se as duas fases anteriores estiverem bem definidas, a terceira etapa se torna bem simples. Nessa etapa é possível perceber a necessidade de ajustes ou até mesmo a reformulação das etapas anteriores.

E a quarta é etapa é o retrospecto, onde ele nos sugere examinar a solução obtida e verificar se ela atende o que se pede no enunciado. Nessa etapa também se pode verificar se existem outras maneiras de se chegar na mesma solução.

Para ONUCHIC e ALLEVATO o ensino pela metodologia de resolução de problemas não consiste apenas em resolver os problemas, mas ensinar Matemática, pois o problema é o ponto central para a construção do conhecimento.

> O ponto central de nosso interesse em trabalhar o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas baseia-se na crença de que a razão mais importante para esse tipo de ensino é de ajudar os alunos a compreenderem os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro do trabalho feito em cada unidade temática. (ONUCHIC e ALLEVATO, 2004, p.228) [21].

Sendo assim, a metodologia da resolução de problemas desenvolve a habilidade dos alunos para procurarem respostas para seus próprios questionamentos ao invés de apenas receberam respostas prontas e elaboradas pelo professor. Esta metodologia também favorece a ampliação das estratégias de resolução, estimulando que os alunos busquem maneiras diferentes para resolver o mesmo problema.

3 BREVE HISTÓRICO DA ÁLGEBRA E A UTILIZAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO

Por intermédio de fontes históricas, podemos observar o grande significado do desenvolvimento da Matemática. Grandes avanços em todas as ciências exatas só foram possíveis a partir do desenvolvimento dos conceitos matemáticos. A Matemática tornou-se essencial na vida do homem, pois havia a necessidade de contagem e registros dos fatos.

Segundo EVES [10], o período de 3000 a 525 a.C. foi marcado pelo surgimento de um novo modelo de civilização motivado pelo revolução agrícola. As novas sociedades eram baseadas na economia agrícola. Esses povos criaram a escrita, desenvolveram empiricamente a matemática básica da agrimensura, da engenharia e do comércio, dentre outras contribuições.

Os primeiros registros algébricos originam-se dos Babilônios, que desenvolveram a partir da necessidade dos homens em resolver problemas no dia a dia, um sistema aritmético avançado. Nesta época, álgebra não possuía a notação atual. Todos os problemas eram escritos na linguagem cotidiana, sem a utilização de símbolos. Mesmo sem o auxilio da álgebra moderna, os babilônios possuíam habilidades significantes para resolver equações.

O Papiro de Rhind é o mais antigos dos documentos matemáticos que se tem notícia. Eves [10] observa que o Papiro de Rhind é um documento matemático com registros dos antigos egípcios. Segundo ele, esse documento contém registro de operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, além da utilização de fração e a regra da falsa posição na solução de problemas.

Segundo Boyer [4], ele é o papiro de natureza matemática mais extenso preservado até os dias atuais. Pertence ao Museu Britânico, exceto alguns fragmentos que estão no Museu do Brooklin. O papiro também é conhecido como papiro de Ahmes, pois este é o nome do escriba que o copiou. O papiro foi adquirido por Henry Rhind em 1858. O primeiro indício do uso de equações que foi, aproximadamente, em 1650 a. C., está no Papiro de Rhind.

Durante a idade média, predominou a álgebra dos hindus e dos árabes, que registram grandes avanços no conhecimento algébrico. Os hindus possuíam habilidades em aritmética e contribuíram significativamente para o desenvolvimento da álgebra. Muitos dos seus problemas algébricos eram resolvidos pelo método da falsa posição. Este método trabalhava com uma hipótese inicial e verifica-se o que acontecia. Como no exemplo citado por Garbi [11] “Qual o número que somado à sua terça parte dá 8?”

A regra da falsa posição consistia em supor um número e aplicar a ele essa sequencia de operações. Vamos supor que esse número seja o 3. Somando 3 com sua terça parte, obtemos 3+1=4, metade de 8, que é o resultado esperado. Logo, o número procurado deve ser o dobro de 3, ou seja, 6.

O desenvolvimento da linguagem algébrica, segundo Boyer [4], passa por três fases: a retórica, onde o registro do pensamento matemático era feito apenas em linguagem verbal e escrito com palavras; a sincopada, onde eram adotadas algumas abreviações para operações e incógnitas; e a simbólica, onde se simboliza as expressões. O caminho até a representação algébrica atual se deu ao longo de três mil anos.

A fase retórica se caracteriza como uma etapa que não se fazia uso de símbolo e nem abreviações para expressar o pensamento algébrico. Todos os passos eram descritos em linguagem cotidiana. Presente desde os babilônios (1700 a. C.) até o matemático grego Diofanto (250 d. C.), teria sido a álgebra utilizada pelos egípcios, babilônios e gregos pré-diofantinos. Garbi nos mostra um exemplo de resolução de um problema matemática na linguagem retórica.

> Em terreiro existem vacas e galinhas, sendo 20 cabeças e 70 pernas; quantos animais de cada tipo existem? Se fossem todas galinhas, haveria 40 pernas; então, as 30 a mais devem vir de 15 vacas; então o número de galinhas é 5. (GARBI, 2006, p. 96) [12].

A fase sincopada do pensamento algébrico teria começado a se desenvolver com Diofanto, que é considerado o principal algebrista grego. Ele utilizava de abreviações para representar quantidade e operações e também costumava usar uma palavra no lugar das incógnitas para resolver problemas.

Na fase simbólica, as ideias algébricas são expressas apenas com símbolos. O principal responsável pela introdução de símbolos na álgebra foi François Viète (1540 - 1603), mesmo tendo utilizado a álgebra sincopada.

O desenvolvimento até a notação atual se deve a René Descartes (1596 - 1650), que consolidou o uso da linguagem simbólica com a publicação, em 1967, de *La Géométrie* (A Geometria). Nessa obra, Descartes utiliza as ultimas letras do alfabeto (x, y, z,...) como incógnitas e as primeiras letras do alfabeto (a, b, c,...) como constantes. Como nos aponta Ifrah *apud* Moura e Sousa:

> A álgebra não teria conhecido um tal avanço se esta generalização do número não tivesse sido acompanhada por uma descoberta igualmente fundamental, realizada em 1591 por François Viète e aperfeiçoada em 1637 por René Descartes: a notação simbólica literal. (IFRAH, 1998 *apud* MOURA e SOUZA, 2005, p. 13) [18].

3.1 PORQUE SE UTILIZAR DO RECURSO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA COMPREENSÃO DE PROBLEMAS DE EQUAÇÃO POLINOMIAL DO PRIMEIRO GRAU

O conhecimento humano é fruto das interações do homem com o meio em que vive. A matemática é uma atividade humana, logo, seus conceitos são construídos através das tentativas de soluções de problemas cotidianos. Os diversos contextos e situações vivenciadas por nossos antepassados devem ser considerados como um recurso metodológico no ensino desta disciplina. Evidenciar essas situações no âmbito escolar pode contribuir para o ensino de matemática, pois os alunos terão contatos com os procedimentos utilizados para resolver os problemas da época. De acordo com os PCNs.

> A própria História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria matemática. (BRASIL, 1998, p. 28) [2].

Um dos principais objetivos do ensino de Matemática é desenvolver a capacidade de abstração e a formação de conceitos decorrentes da representação simbólica, caracterizando uma linguagem específica da Matemática. Muitos alunos encontram dificuldade na apropriação dessa linguagem por não conseguirem identificar onde poderão utilizar esses conceitos. Spinelli nos mostra que, ao utilizar a História da Matemática como recurso metodológico, permite ao professor ampliar suas estratégias favorecendo a identificação da matemática em situações cotidianas, proporcionando aos alunos a construção de significado aos conceitos matemáticos podendo contribuir para o processo de ensino e aprendizagem.

> Estudar matemática com base em contexto composto a partir da História da Matemática representa resignificar elementos da época do surgimento do conceito, especialmente os culturais, com o objetivo de produzir sequências de atividades que aproximem as condições históricas da realidade atual do estudante. (SPINELLI, 2011, p. 97).

Diante dessas proposições, podemos destacar que a História da Matemática deve ser inserida no contexto de uma atividade cotidiana. Inserir a História da Matemática no ensino vai além de apresentar datas ou nomes de matemáticos que contribuíram para o desenvolvimento da mesma, mas ela deve atrair a curiosidade do aluno para a compreensão do conteúdo abordado. Ainda de acordo com os PCNs:

> Entretanto, essa abordagem não deve ser entendida simplesmente que o professor deva situar no tempo e no espaço cada item do

> programa de Matemática ou contar sempre em suas aulas trechos da história da Matemática, mas que a encare como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados. (BRASIL, 1998, p. 43) [2].

Uma proposta de inserção da História no ensino de Matemática esta ligada a apresentação dos problemas históricos, como abordado anteriormente. A resolução de problemas favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos e amplia as estratégias de resolução de problemas, proposta esta que é apresentada no PCNs.

Para D'ambrosio [7], "desvincular a Matemática das outras atividades humanas é um dos maiores erros que se pratica particularmente na Educação Matemática". Ou como a história é uma atividade humana, é essencial que se recorra à História para se discutir práticas educativas e estilos de aprendizagem.

Neste trabalho, queremos propor uma maneira de se ensinar o conteúdo de equação polinomial do primeiro grau, utilizando-se do desenvolvimento da linguagem algébrica ao longo do tempo com objetivo de facilitar a "tradução" da linguagem cotidiana para a linguagem matemática. Dessa maneira, o conhecimento matemático seria apresentado aos estudantes como algo que foi construído e desenvolvido historicamente.

4 ATIVIDADES PROPOSTAS PARA APLICAÇÃO EM SALA DE AULA NO ENSINO DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO PRIMEIRO GRAU

Pensando em tornar a aprendizagem mais significativa, o aluno será submetido a uma sequencia de atividades envolvendo o raciocínio matemático e a representação na linguagem algébrica, com o objetivo de facilitar essa transição. Uma das grandes dificuldades de estudantes na resolução de problemas de equação polinomial do primeiro grau é "equacionar" esse problema. A transição da linguagem cotidiana para a linguagem matemática, na maioria das vezes, não fica clara para grande parte dos educandos, de acordo com Hogben (1970) *apud* Moura e Souza.

> A transição da álgebra retórica para a álgebra simbólica pode trazer dificuldades, até mesmo entre os matemáticos, ao traduzir problemas em linguagem vulgar usada pelo homem comum em sentença matemática. Não há como aprender matemática sem aprender a fazer a transição da álgebra retórica para a álgebra simbólica. Ao resolvermos equações, estamos efetuando essa transição, de forma que o significado da equação venha a se tornar evidente para nós. Aqui se defende a idéia de que a matemática é compreensível se compreendermos a transição da álgebra retórica para a álgebra simbólica. (HOGBEN, 1970 *apud* MOURA e SOUZA, 2005, p. 16) [18].

Esta sequência de atividades foi pensada para turmas de 7º ano do Ensino Fundamental, no componente curricular de Resolução de Problemas Matemáticos. Este componente conta com duas aulas semanais, geralmente realizadas em um encontro com duas aulas seguidas, de 50 minutos cada, com turmas de aproximadamente 25 alunos.

Essa proposta deverá ser desenvolvida antes dos alunos serem apresentados ao conteúdo de equação do 1º grau, pois este conteúdo será desenvolvido ao longo da proposta.

As atividades aqui apresentada estão divididas em cinco etapas descritas a seguir.

4.1 AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

> Para que a avaliação diagnóstica seja possível, é preciso compreendê-la e realizá-la comprometida com uma concepção pedagógica. No caso, considerarmos que ela deva estar comprometida com uma proposta pedagógica histórico-crítica, uma vez que esta concepção está preocupada com a perspectiva de que o educando deverá apropriar-se criticamente de conhecimentos e habilidades necessárias à sua realização como sujeito crítico dentro desta sociedade que se caracteriza pelo modo capitalista de produção. A avaliação diagnostica não se propõe e nem existe uma forma solta isolada. É condição de sua existência e articulação com uma concepção pedagógica progressista. (Luckesi, 2003, p. 176) [16].

A primeira etapa será a aplicação de uma avaliação diagnostica. Os objetivos desta fase são: perceber os conhecimentos matemáticos prévios, como as operações básicas da matemática, utilizados pelos educandos na resolução de problemas, a compreensão da linguagem matemática existente no problema e etapas de resolução utilizadas para o problema; estabelecer os limites das etapas seguintes de forma a tornar aprendizagem mais eficiente e eficaz; verificar as habilidades e requisitos que os alunos possuem par o processo.

Será composta de duas partes:

1ª parte: Uma avaliação objetiva com questões envolvendo conhecimento das operações básicas da matemática e o raciocínio para resolução de problemas básicos de equação do primeiro grau. Embora as questões sejam objetivas, os alunos serão orientados a registrarem o raciocínio utilizado.

Neste momento, deseja-se verificar os conhecimentos prévios dos alunos. Para o bom entendimento de equação polinomial do 1º grau é essencial que os alunos tenham domínio das operações básicas da matemática. Se neste momento for identificado que alguns alunos possuem defasagem neste conteúdo, será importante que o professor dedique alguns encontros com atividades de nivelamento da turma.

Esta primeira parte deverá ser aplicada em 1 encontro de 50 minutos e se encontra no Apêndice A deste trabalho.

Os alunos deverão registrar o cálculo ou o raciocínio utilizado na resolução de cada questão. A prova será objetiva, pois nesse momento, permite avaliar se o aluno utilizou das alternativas para tentar descobrir a reposta.

2ª parte: Avaliação com questões dissertativas envolvendo o conhecimento matemático de equações do 1º grau na resolução de problemas, questões essas que não apresentaram opções de resposta com o objetivo de se obter o registro do desenvolvimento da mesma. Neste momento os alunos ainda não foram apresentados ao conteúdo de equação do primeiro grau, logo, espera-se que os mesmos utilizem do raciocínio lógico e linguagem verbal para a resolução destas questões.

Esta avaliação deverá ser aplicada em 1 encontro de 50 minutos. A avaliação se encontra no Apêndice B deste trabalho.

Os alunos deverão apresentar o raciocínio de forma escrita explicitando o desenvolvimento da questão. A prova será dissertativa, pois nesse momento os alunos ainda não tiveram contato com o simbolismo matemático, espera-se que ele utilize apenas de raciocínio lógico para o desenvolvimento da questão, permitindo avaliar os recursos matemáticos utilizados para o mesmo.

Após a aplicação dessas avaliações, o professor deve dedicar dois encontros para discutir essas questões com os alunos. Neste momento os alunos deverão conversar entre si sobre as diferentes formas de resolver um mesmo problema.

4.2 SOLUCIONANDO PROBLEMAS COM AUXILIO DA ÁLGEBRA RETÓRICA E SINCOPADA

> É importante que os problemas a serem abordados se integrem com os outros conteúdos algébricos e que o curso seja planejado de modo a ajudar os alunos a desenvolverem as aptidões necessárias para resolvê-los e não apenas para dominar técnicas algébricas. (VELOSO e FERREIRA, 2010, p. 64) [29].

Nesta segunda etapa propõe-se apresentar exercícios de equação polinomial do 1º grau que possibilitem soluções não algébricas, utilizando do recurso da álgebra retórica, onde a reusolução de problemas era apenas com a escrita verbal, e álgebra sincopada, onde algumas abreviações são permitidas. Os objetivos desta etapa são: desenvolver o raciocínio lógico matemático do aluno sem que o mesmo possa utilizar do recurso da simbologia; facilitar a compreensão de problemas matemáticos aproximando-se da linguagem cotidiana; embasar o aluno para futura apropriação da linguagem simbólica matemática.

O objetivo principal desta etapa é que o aluno desenvolva o raciocínio necessário para a resolução de problemas de equação polinomial do 1º grau. Nesta etapa não estamos preocupados com o rigor da escrita matemática e os resgistros das soluções não deverão seguir o formalismo da linguagem algébrica.

Esta etapa será composta por duas partes:

A primeira parte será composta de uma apresentação, pelo professor, de forma oral e dialogada dos problemas propostos e soluções utilizando a linguagem verbal. É importante destacar que nesta fase o professor também deve se preocupar em trabalhar com os alunos as estratégias de resolução de problemas matemáticos. Para esta etapa será dedicada 2 aulas de 50 minutos cada.

Os problemas que serão trabalhados nesta etapa foram retirados do livro didático de Bianchini [1]. Os enunciados dos problemas foram adaptados de acordo com as necessidades da proposta.

Problema 1 - *Um número é somado com 10. Multiplica-se essa soma por 3 e o resultado é 72. Que número é esse?*

Solução: Vamos separar este problema por etapas. Primeiro iremos descobrir o número que multiplicado por 3 resulta em 72. Para isso usaremos o raciocínio inverso: Iremos dividir 72 por 3.

$$72 \div 3 = 24$$

Agora precisamos descobrir o número que adicionado 10 resulta em 24. Utilizando também do raciocínio inverso temos:

$$24 - 10 = 14$$

Portanto o número procurado é o 14.

Problema 2 - *Em um estacionamento, cobram-se R\$ 7,00 pela primeira hora e R\$ 1,50 a cada hora excedente. Se um cliente pagou R\$ 16,00, quanto tempo seu carro permaneceu neste estacionamento?*

Solução: Precisamos descobrir em quantas horas este cliente excedeu seu tempo no estacionamento. Do valor total pago podemos retirar o valor da primeira hora e descobrir quanto ele pagou somente nas horas excedentes. Com este valor das horas excedentes podemos efetuar a divisão pelo valor de cada hora excedente e assim descobrimos quanto tempo este carro permaneceu no estacionamento.

$$16 - 7 = 9$$

O cliente pagou R\$ 9,00 por horas excedentes, como cada hora custa R\$ 1,50, temos:

$$9 \div 1{,}50 = 6$$

Descobrimos que o cliente pagou por 6 horas excedentes, mas não podemos esquecer da primeira hora. Portanto, ele permaneceu no estacionamento por 7 horas.

Problema 3 - *Uma mesa plástica custa o triplo de uma cadeira plástica. Duas dessas mesas e oito dessas cadeiras custam R\$ 226,80. Qual é o preço de uma cadeira? Qual é o preço de uma mesa?*

Solução: Neste problema teremos que usar a relação de equivalência dos valores. Com o valor de 1 mesa plástica é possível comprar 3 cadeiras plásticas. Se o valor de 2 mesas e 8 cadeiras é R\$226,80, podemos dizer que será equivalente ao valor de 14 cadeiras (2 mesas = 6 cadeiras, + 8 cadeiras).

$$226{,}80 \div 14 = 16{,}20$$

Como o valor da mesa é o triplo da cadeira, basta multiplicar o valor encontrado por 3, obtemos:

$$16{,}20 \times 3 = 48{,}60$$

Portanto o preço da mesa é de R$ 48,60 e o da cadeira é R$ 16,20.

Problema 4 - *Gabriel, Giovana e Guilherme são irmãos. Hoje, a idade de Giovana é o triplo da idade de Gabriel, e a idade de Guilherme é o quíntuplo da idade de Gabriel. Qual é a idade de cada irmão se, juntos, eles têm 27 anos?*

Solução: Para facilitar nossa escrita iremos representar a Idade de Gabriel somente por Gabriel, e assim para as idades de Giovana e Guilherme.

Vamos organizar as informações do enunciado.

Giovana tem o triplo da idade de Gabriel, podemos escrever:

$$\text{Giovana} = 3 \times \text{Gabriel}$$

Guilherme tem o quíntuplo da idade de Gabriel, podemos escrever:

$$\text{Guilherme} = 5 \times \text{Gabriel}$$

Como a soma das idades dos irmãos é 27, temos:

$$\text{Gabriel} + \text{Giovana} + \text{Guilherme} = 27$$

Que podemos substituir pela equivalência com a idade de Gabriel, obtendo:

$$1 \times \text{Gabriel} + 3 \times \text{Gabriel} + 5 \times \text{Gabriel} = 27$$

$$9 \times \text{Gabriel} = 27 \text{ Dividindo ambos os lados da equação por 9}$$

$$(9 \times \text{Gabriel}) \div 9 = 27 \div 9$$

$$\text{Gabriel} = 3$$

Portanto Gabriel tem 3 anos.

Como a Giovana possui o triplo da idade de Gabriel, Giovana tem 9 anos, e, Guilherme possui o quíntuplo da idade de Gabriel, logo, Guilherme possui 15 anos.

As idades de Gabriel, Giovana e Guilherme são, respectivamente, 3, 9 e 15 anos.

Problema 5 - *Maria tem o dobro da idade de Lúcia. Se Maria tivesse 8 anos a menos e Lúcia 4 anos a mais, elas teriam a mesma idade. Qual a idade de Lúcia e de Maria?*

Solução: Vamos representar a idade atual de Maria apenas por Maria e, a Idade atual de Lúcia apenas por Lúcia.

Se Maria possui o dobro da idade de Lúcia, podemos dizer:

$$\text{Maria} = 2 \times \text{Lúcia}$$

Maria com 8 anos a menos e Lúcia com 4 anos a mais teriam a mesma idades, podemos escrever:

$$\text{Maria} - 8 = \text{Lúcia} + 4$$

Resolvendo esta equação, temos:

$$\text{Maria} = \text{Lucia} + 4 + 8 \ \text{Maria} - \text{Lucia} = 12$$

Como Maria = 2 × Lúcia, temos

$$2 \times \text{Lucia - } 1 \times \text{Lucia} = 12 \ \text{Lucia} = 12$$

Portanto a idade de Lúcia é 12 anos e por consequência Maria tem 24 anos.

Segunda parte: Os alunos serão divididos em grupos de, no máximo três alunos, para discussão e resolução de outros problemas de mesmo nível com o objetivo de apresentarem soluções seguindo a proposta da linguagem retórica da álgebra. Esta etapa também deverá ser dedicada 2 aulas de 50 minutos.

Os problemas propostos aos alunos, também foram retirados do livro didático de Bianchini [1], com as devidas adapatações. Essa atividades encontra-se no Anexo A deste trabalho. Ao fim desta atividade espera-se que o aluno tenha apropriado do raciocínio matemático para a resolução de problemas de equação polinomial do primeiro grau.

Para o desenvolvimento da próxima etapa seria importante questionar aos alunos, caso os mesmos ainda não tenham levantado este questionamento, se não existiria uma maneira mais fácil, menos verbal, de representar essas soluções.

Se os alunos, por si só, desenvolverem algum tipo de codificação algébrica na solução das questões propostas, será importante o professor abordar a necessidade da padronização da linguagem algébrica para um entendimento universal da escrita matemática.

4.3 SOLUCIONANDO PROBLEMAS COM AUXILIO DA ÁLGEBRA SIMBÓLICA

A terceira etapa consiste em codificar a linguagem matemática, ou seja, neste momento o aluno fará a transição da linguagem retórica para a linguagem simbólica, se apropriando de símbolos matemáticos, códigos e incógnitas. O objetivo é de que o aluno se aproprie da linguagem formal matemática na resolução de problemas; codifique a linguagem matemática através da transição da linguagem retórica para a linguagem simbólica; compreenda um problema matemático apresentando sua solução na linguagem formal matemática.

Esta etapa será composta por duas partes:

Primeira parte: Apresentação, pelo professor, de forma oral e dialogada dos problemas propostos na segunda etapa, entretanto apresentando soluções com a codificação da linguagem retórica da álgebra utilizada anteriormente utilizando-se do recurso da linguagem simbólica da álgebra. O professor irá dedicar 2 aulas de 50 minutos para a apresentação deste conteúdo

Problema 1 - *Um número é somado com 10. Multiplica-se essa soma por 3 e o resultado é 72. Que número é esse?*

Solução: Vamos representar este número por meio da letra x e escrever a equação para este problema. Vamos representar cada etapa do enunciado por uma expressão algébrica até conseguirmos chegar na equação que nos permitirá descobrir o valor de x.

Tabela 1 – Problema 1: Linguagem Verbal x Linguagem Algébrica

Linguagem Verbal	**Linguagem Algébrica**
Um número é somado com 10	x+10
Multiplica-se essa soma por 3	3(x+10)
O resultado é 72	3(x+10)=72

Com a equação definida, vamos resolve-la para encontrar o número desejado.

$$3(x+10)=72$$

Dividindo ambos os lados da igualdade por 3 obtemos:

$$x+10=24$$

Subtraindo ambos os membros por 10, temos:

$$x=14$$

Portando o número procurado é o 14.

Problema 2 - *Em um estacionamento, cobram-se R$ 7,00 pela primeira hora e R$ 1,50 a cada hora excedente. Se um cliente pagou R$ 16,00, quanto tempo seu carro permaneceu neste estacionamento?*

Solução: Vamos representar por meio de uma expressão quanto o cliente pagaria pela quantidade x de horas que o seu veiculo permacer neste estacionamento.

Tabela 2 – Problema 2: Linguagem Verbal x Linguagem Algébrica

Linguagem Verbal	**Linguagem Algébrica**
Hora excedente	x-1
R$ 1,50 por cada hora excedente	1,50(x-1)
Mais 7 reais da primeira hora	1,50(x-1)+7
O cliente pagou no total R$ 16,00	1,50(x-1)+7=16

Agora precisamos resolver a equação encontrada.

$$1{,}50(x\text{-}1)+7=16$$

Subtraindo 7 de ambas as partes da igualdade temos:

$$1{,}50(x\text{-}1)=9$$

Dividindo ambos os lados por 1,50, obetemos:

$$x\text{-}1= 6$$

Somando 1 em ambos os membros da igualdade:

$$x=7$$

Portanto o valor de x é 7. Podemos concluir que o cliente permaneceu com seu carro no estacionamento por 7 horas.

Problema 3 - *Uma mesa plástica custa o triplo de uma cadeira plástica. Duas dessas mesas e oito dessas cadeiras custam R$ 226,80. Qual é o preço de uma cadeira? Qual é o preço de uma mesa?*

Solução: Iremos representar o valor de uma cadeira por x e equacinar o problema proposto.

Tabela 3 – Problema 3: Linguagem Verbal x Linguagem Algébrica

Linguagem Verbal	**Linguagem Algébrica**
Uma mesa plástica custa o triplo de uma cadeira	3x
O valor de duas mesas e oito cadeiras	2.3x+8x
Este valor é igual a R$226,80	2.3x+8x=226,80

Conseguimos estabeler a equação do nosso problema. Deveremos resolver a equação:

$$2.3x+8x=226{,}80 \Rightarrow$$

$$6x+8x=226{,}80 \Rightarrow$$

$$14x=226{,}80$$

Dividindo ambos os lados da equação por 14, obtemos:

$$x=16{,}20.$$

Portanto o valor da cadeira é de R$ 16,20. O preço da mesa será o triplo de R$16,20, que é R$48,60.

Problema 4 - *Gabriel, Giovana e Guilherme são irmãos. Hoje, a idade de Giovana é o triplo da idade de Gabriel, e a idade de Guilherme é o quíntuplo da idade de Gabriel. Qual é a idade de cada irmão se, juntos, eles têm 27 anos?*

Solução: Iremos representar a Idade de Gabriel pela letra x, e a partir dela estabelecer a relação com as idades dos irmãos de Gabriel.

Tabela 4 – Problema 4: Linguagem Verbam x Linguagem Algébrica

Linguagem Verbal	**Linguagem Algébrica**
Idade de Gabriel	x
A idade de Giovana é o triplo da idade de Gabriel	$3x$
A idade de Guilherme é o quíntuplo da idade de Gabriel	$5x$
O três irmãos juntos somam 27 anos	$x+3x+5x=27$

De posse da equação, iremos encontrar as idades de cada irmão:

$$x+3x+5x=27 \Rightarrow$$

$$9x = 27$$

Dividindo ambos os lados da equação por 9 obtemos:

$$x=3.$$

Portanto Gabriel tem 3 anos, Giovana que possui o triplo de Gabriel tem 9 anos e Guilherme que tem o quíntuplo de Gabriel tem 15 anos.

Problema 5 - *Maria tem o dobro da idade de Lúcia. Se Maria tivesse 8 anos a menos e Lúcia 4 anos a mais, elas teriam a mesma idade. Qual a idade de Lúcia e de Maria?*

Solução: Iremos representar a idade de Lúcia pela letra x

Tabela 5 – Problema 5: Linguagem Verbal x Linguagem Algébrica

Linguagem Verbal	**Linguagem Algébrica**
Idade de Lúcia	x
Maria tem o dobro da idade de Lúcia	$2x$
Se Maria tivesse 8 anos a menos	$2x$-8
Se Lúcia tivesse 4 anos a mais	x+4
Neste caso, as idades seriam iguais.	$2x$-8=x+4

Agora devemos resolver a equação $2x$ - 8 = x + 4.

$$2x\text{-}8 = x+4$$

Somando 8 em ambos os lados da igualdade temos:

$$2x\text{-}8+8 = x+4+8 \Rightarrow$$
$$2x = x+12$$

Subtraindo x em ambos os lados da igualdade obtemos:

$$2x\text{-}x = x+12\text{-}x \Rightarrow$$
$$x=12$$

Portanto Lúcia possui 12 anos e Maria 24 anos.

Segunda parte: Os alunos serão divididos em grupos de no máximo três alunos para discussão e resolução dos problemas propostos aos grupos na segunda etapa (Anexo A) com o objetivo de apresentarem soluções seguindo a proposta de codificação da linguagem retórica apresentando a solução do problema na linguagem simbólica da álgebra. Escolhemos trabalhar com as mesmas questões da etapa anterior para que os alunos façam a transição de uma solução totalmente verbal para a escrita algébrica. Com isso, esperamos que ele conclua que o uso de símbolos na notação matemática existe para facilitar a escrita matemática. Será dedicada 2 aulas de 50 minutos para essa atividade.

4.4 FACILITANDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

> Os jogos permitem as crianças inventarem novos procedimentos, constituem contextos excelentes para a construção do possível e necessário. Os possíveis dizem respeito aos diferentes meios de se alcançar o resultado, e a necessidade, à coerência e a integração dos meios em função dos resultados.(BRENELLI, 1996, p. 39) [3].

Nesta etapa o objetivo é instigar os alunos estimulando a curiosidade e o prazer na descoberta de solução de um problema matemático. Como nos mostra Dante [9] “O real prazer de estudar Matemática está na satisfação que surge quando o aluno por si só resolve um problema”. E Segundo Starepravo [26] “Na solução de problemas apresentados pelos jogos, os alunos levantam hipóteses, testam sua validade, modificam seus esquemas de conhecimento e avançam cognitivamente”.

Com a transição da linguagem retórica para a linguagem simbólica esta etapa consiste em estimular os alunos a resolverem problemas matemáticos de diferentes níveis de dificuldades através da proposta lúdica do circuito matemático.

A sala de aula será disposta em ilhas sequencias cada uma com um desafio matemático diferente aumentando o nível de dificuldade (Nível 1: fácil, Nível 2: médio, Nível 3: difícil e Nível 4: avançado) onde os grupos de alunos avançarão cada fase quando encontrarem a solução do nível anterior. Será considerado vencedor do circuito o grupo que primeiro concluir a ultima fase. Esta etapa será aplicada em 2 aulas de 50 minutos cada.

As questões propostas nesta etapa foram retiradas do livro *Iniciação à Matemática: um curso com problemas e soluções*, capitulo 2, de Oliveira e Fernández [20]

Nível 1 Outro dia ganhei 250 reais, incluindo o pagamento de horas extras. O salário (sem horas extras) excede em 200 reais o que recebi pelas horas extras. Qual é o meu salário sem horas extras?

Nível 2 Roberto disse a Valéria: "Pense um número, dobre esse número, some 12 ao resultado, divida o resultado por 2. Quanto deu?"Valéria disse "15"ao Roberto, que imediatamente revelou o número original que Valéria havia pensado. Calcule esse número.

Nível 3 Eu tenho o dobro da idade que tu tinhas quando eu tinha a tua idade. Quando tu tiveres a minha idade, a soma das nossas idades será de 45 anos. Quais são as nossas idades?

Nível 4 Um homem gastou tudo o que tinha no bolso em três lojas. Em cada uma gastou 1 real a mais do que a metade do que tinha ao entrar. Quanto o homem tinha ao entrar na primeira loja?

Os problemas desta etapa são considerados avançados para os alunos do 7º ano do

Ensino Fundamental, mas a partir do momento que os mesmo se apropriam da linguagem matemática se tornarão capazes de solucioná-los.

4.5 AVALIAÇÃO PROCESSUAL

> A verdadeira avaliação do processo consiste na auto avaliação ou avaliação mútua e permanente da prática educativa por professor e alunos, qualquer processo formal de notas e exames, deixa de ter sentido em tal concepção. No processo de avaliação proposto, tanto os alunos como os professores saberão quais suas dificuldades, quase seus progressos. (MIZUKAMI, 1986, p. 102) [17].

Nesta etapa os alunos serão avaliados individualmente através de um teste com situações problemas de variados níveis com o objetivo de auto avaliar-se na construção do conceito de solução de um problema algébrico; perceber a evolução e construção do conhecimento matemático neste nível do processo. Esta avaliação deverá ser aplicada em 1 aula de 50 minutos. Após a realização do teste será realizado uma roda de conversas com a participação do professor onde se retoma a avaliação diagnóstica para se comparar os resultados e possíveis progressos na solução dos problemas, dedicando 1 aula de 50 minutos para a conclusão desta sequência de atividades.

Esta avaliação não será de caráter quantitativo. Queremos comparar a evolução dos alunos desde a avaliação diagnóstica até a última etapa das atividades proposta. Esta avaliação não deverá compor a nota bimestral.

As questões da avaliação processual foram retiradas do livro *Contando a História da Matemática. Equações: O idioma da Álgebra* de Oscar Guelli [15]. A avaliação se encontra no Anexo B deste trabalho.

4.6 O QUE SE ESPERA COM ESSA PROPOSTA

> O fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 42) [2].

Na experiência de sala de aula encontramos situações desafiadoras a nós professores. Se pudéssemos destacar uma, a principal seria a falta de motivação e interesse ou até curiosidade pelo conhecimento matemático. Encontramos alunos com alto nível de dificuldade na compreensão deste conhecimento. A proposta de desenvolver a álgebra nas cinco etapas supracitadas propõe que através da apropriação da História da Matemática traga maior significação ao conteúdo a ser estudado. Traz ainda a proposta da interação entre os alunos e é nessa troca que podemos perceber a ampliação do desenvolvimento da linguagem, estratégias e hipóteses, desafiando os alunos a pensarem em uma ou mais soluções para um mesmo problema ou ainda a mesma solução escrita em diferentes linguagens. De acordo com Brenelli [3], permitir que as crianças inventem novos procedimentos constituem contextos excelentes para a construção do possível e necessário.

Esperamos que ao longo desta atividade o aluno seja capaz de estruturar o raciocínio logico-matemático se beneficiando de recursos como a História da Matemática, a comparação entre as linguagens algébricas, desafios matemáticos, mediação do professor e troca de ideias entre os estudantes; despertar o prazer e a curiosidade na busca de soluções aos desafios matemáticos; perceber a Matemática como um conhecimento sociocultural construído.

A comparação dos resultados da avaliação diagnóstica e avaliação processual permite uma auto avaliação que oportuniza ao educando identificar o seus resultados, avaliar-se criticamente e definir novos objetivos. A auto avaliação permite ao aluno de forma autônoma criticar-se e reconhece-se neste processo.

A roda de conversas abre ao grupo a possibilidade de perceber os resultados de seus colegas permitindo de forma mútua a avaliação do processo e a percepção de que o conhecimento matemático não é apenas um processo individual e isolado, mas que é construído em um ambiente propício à troca saberes. Breno Moura deixa claro que a utilização da história e natureza da ciência possibilita esta percepção.

> Os cientistas utilizam imaginação, crenças pessoais, influências externas, entre outros para fazer Ciência. No senso comum, há uma noção de que o cientista está alheio ao mundo ao redor, fazendo uma Ciência neutra e livre de influências. Entretanto, a análise da construção da Ciência revela uma característica de todo cientista: eles são seres humanos comuns, por isso, cometem erros, utilizam de suas crenças e expectativas para elaborar e legitimar suas ideias, têm qualidades e defeitos etc. Isto nos leva a concluir que não há um modelo único de cientista; cada um se faz dentro de seu próprio contexto. O cientista de hoje certamente não é o mesmo de ontem, e isso não necessariamente significa que o primeiro seja melhor que o último, apenas que pertencem a contextos diferentes. (MOURA, 2014, p. 35) [19].

Para esta proposta de atividade, pensamos em dedicar 16 aulas, sendo 2 aulas a cada semana. Totalizando assim, 8 semanas, para a execução desta atividade. Esse tempo poderá ser estendido de acordo com a realidade de cada turma.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A desmotivação em relação ao estudo de Matemática acontece, pois grande parte dos alunos não possuem os conhecimentos básicos necessários para o processo de ensino-aprendizagem. Em algumas situações, quando são colocados de frente com problemas que julgam incapazes de resolver, eles esperam que o professor resolva para eles.

Em minha experiência como docente no segundo segmento do Ensino Fundamental e também no Ensino Médio, percebo que os alunos possuem muitas dificuldades em trabalhar com as incógnitas dentro de um problema matemático. Os mesmos encontram dificuldades em "equacionar" um problema matemático, pois não conseguem compreender o significado da incógnita dentro de uma situação problema.

Diante desta dificuldade, o presente estudo teve, como principal objetivo, desenvolver uma proposta de trabalho com a metodologia de Resolução de Problemas no ensino de equação polinomial do primeiro grau no 7º ano do Ensino Fundamental. Para esta proposta utilizou-se também do recurso da História da Álgebra, com o desenvolvimento da linguagem algébrica, com a finalidade de facilitar o entendimento da transição da linguagem cotidiana para a linguagem matemática.

Vimos que, para a boa compreensão da matemática, os alunos precisam entendê-la como uma linguagem específica, formal e bem diferente da linguagem natural. E para apropriação desta linguagem é importante a utilização de noções intuitivas sem o rigor do formalismo, de forma acessível à linguagem natural.

O uso da metodologia de Resolução de problemas já vem sendo apontada, pelos próprios professores, como o ponto de partida para o desenvolvimento do conhecimento matemático. O uso dessa metodologia permite ao aluno desenvolver o raciocínio lógico, evitando que eles apenas resolvam os cálculos de maneira mecânica. É importante ressaltar que devemos sempre buscar novas estratégias para resolução de um mesmo problema.

Trabalhar com a História da Álgebra pode ser um poderoso recurso a ser utilizado em sala de aula É através da história que o aluno pode perceber que a Matemática é uma ciência que nasceu e se desenvolveu a partir de uma necessidade humana.

Dentro desta abordagem, elaboramos uma sequencia didática onde o principal objetivo era facilitar a compreensão da transição da linguagem verbal para a linguagem algébrica. Primeiramente os alunos teriam contato com o formato de resolução de problemas utilizando-se da linguagem verbal, sem utilização de incógnitas para facilitar a escrita, ou seja, sem o rigor do formalismo matemático. O que será exigido neste primeiro momento é que ele desenvolva e registre o raciocínio matemático utilizado. Em um segundo momento, os alunos serão introduzidos ao conceito de incógnitas e a utilização de letras para representa-las, tornando mais sucinta a escrita da solução de um problema matemático. Neste momento, é importante que ele perceba a importância da adoção de padrões na escrita facilitando a compreensão dessa solução por qualquer individuo que possua o conhecimento da linguagem algébrica.

Após estes dois momentos, onde visa desenvolver o raciocínio e o formalismo matemático do estudante, buscamos facilitar a resolução de problemas, estimulando a competitividade e o trabalho em equipe. Os alunos passarão por um desafio composto de um circuito matemático em quatro níveis. Essas questões serão resolvidas em trio, o objetivo de cada trio será completar o circuito em menor tempo. Eles só poderão passar para o próximo nível caso completem, de maneira correta, o nível anterior.

A avaliação do processo será de maneira individual, deverá ser aplicada no encontro posterior ao desafio das equipes, uma avaliação dissertativa, onde se espera que o aluno, conhecendo o formalismo matemático, seja capaz de equacionar e resolver os problemas, de maneira sucinta e formal.

Desta maneira, esperamos com este trabalho, contribuir para o entusiasmo dos estudantes ao estudo de Matemática, buscando uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos, desenvolvendo o raciocínio lógico através da metodologia de resolução de problemas.

Como trabalho futuro, pretendo aplicar a sequência didática aqui elaborada em futuras turmas e socializar o relato dessa experiência de ensino em meios de divulgação científica, tais como periódicos ou eventos sobre Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

[1] BIANCHINI, E.; *Matemática*. São Paulo: Moderna, 2011.

[2] BRASIL; *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Matemática. Ensino Fundamental terceiro e quarto ciclo. Brasília: MEC/SEF,1998.

[3] BRENELLI, R. P.; *O jogo como espaço para pensar: a construção de noções lógicas e artimética*. Campinas: Papirus,1996.

[4] BOYER, C. B.; *História da Matemática*. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Blücher, 1996.

[5] CHARNAY, R.; *Aprendendo (com) a resolução de problemas*. In Parra, Cecília (org). *Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artmed, 1996.

[6] D'AMBROSIO, U. ; *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e Matemática*. São Paulo: Summus, 1986.

[7] D'AMBROSIO, U. ; *A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática*. Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. BICUDO, M. A. V.(org.). São Paulo: UNESP, 1999.

[8] DANTE, L. R.; *Didática da resolução de problemas de matemática*.São Paulo: Ática, 1991.

[9] DANTE, L. R.; *Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática*. São Paulo: Ática, 2010.

[10] EVES, H.; *Introdução à História da Matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: UNICAMP, 2004.

[11] GARBI, G. G.; *O romance das equações algébricas*. São Paulo: Makron Books, 1997.

[12] GARBI, G. G.; *A rainha das ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática*. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

[13] GRANELL, C. G.; *Aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado*. In: TEBEROSKY, A. e TOLCHINSKY, L.; *Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática*. São Paulo: Ática, 2003.

[14] GRASSESCHI. ; *A linguagem matemática e a língua nativa*. In: *Educadores: Memórias, Imagens, Vozes e Saberes.Revista Educação e Linguagem*. São Paulo: Obsesp, 2001.

[15] GUELLI, O.; *Contando a História da Matemática. Equação: O idioma da álgebra*. São Paulo: Ática, 1998.

[16] LUCKESI, C. C.; *Avaliação da Aprendizagem Escolar*.São Paulo: Cortez, 2003.

[17] MIZUKAMI, M. G. N.; *Ensino: as abordagens do processo*. São Paulo: EPU, 1986.

[18] MOURA, A. R. L. e SOUZA, M. C.; *O lógico-histórico da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica: dois olhares diferentes*. Campinas: Zetetike, 2005.

[19] MOURA, B. A.; *O que é a natureza da Ciência e qual sua relação com a História e Filosofia da Ciência?*. Revista Brasileira de História da Ciência, n. 1, p 32-46,2014.

[20] OLIVEIRA, K. I. M. e FERNÁNDEZ, A. J. C.; *Iniciação à Matemática: um curso com problemas e soluções*. Rio de Janeiro: SBM, 2010.

[21] ONUCHIC L. R. ; ALLEVATO, N. S. G. *Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas*. In: BICUDO, M. A.; BORBA, M. (orgs.) *Educação Matemática-pesquisa em movimento*.São Paulo:Cortez, 2004.

[22] POLYA, G. ; *A arte de resolver problemas*. São Paulo: Interciência, 1978.

[23] PONTE, J. P. ; *Matemática: uma disciplina condenada ao insucesso* NOESIS, 1994. Disponível em www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/94-Ponte(NOESIS).rtf. Acesso em: Agosto de 2017.

[24] SOARES, M. T. C. e PINTO, N. B.; *Metodologia da Resolução de Problemas*. In: Grupo de Trabalho de Educação Matemática – GT19, 24ª Reunião, 2001, Caxambú, 9 p.

[25] SPINELLI, W. ; *A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar: o caso do ensino da matemática*. São Paulo: FEUSP, 2011. 138f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

[26] STAREPRAVO, A. R.; *Jogando com a matemática, números e operações*. Curitiba: Aymará, 2009.

[27] TENÓRIO, R. M. ; *Aprendendo pelas raízes: alguns caminhos da matemática na história*. Salvador: Centro Editorial e Didático da UFBA, 1995.

[28] TOLEDO, M. B. A. e TOLEDO, M. A.; *Teoria e prática de Matemática: como dois e dois*. São Paulo: FTD,2009.

[29] VELOSO, D. S. e FERREIRA, A. C. *Uma reflexão sobre as dificuldades dos alunos que se iniciam no estudo da Álgebra*. Dissertação de Mestrado, UFOP(2010).

APÊNDICE A – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA (OBJETIVA)

Estabelecimento: ____

Aluno(a): ____ Turma: _________

Questão 1 – Em um auditório, há 15 fileiras com 18 cadeiras e 17 fileiras com 20 poltronas. O número total de poltronas é:

a. 550

b. 590

c. 610

d. 680

Questão 2 - Caio e Emanuel colecionam selos. Caio tem 24 selos, que correspondem a 7 selos a mais que Emanuel. Caio e Emanuel têm juntos:

a. 29 selos

b. 33 selos

c. 41 selos

d. 49 selos

Questão 3 – Bruno gosta muito de enigmas e pediu para que seu professor apresentasse um para a sua turma. O professor propôs o seguinte enigma: "o dobro do dia que eu nasci, somado a 18 é igual ao triplo desse mesmo dia subtraído 7". Em que dia o professor de Bruno nasceu?

a. 7

b. 11

c. 18

d. 25

Questão 4 – O consumo de energia elétrica em uma casa variou nos meses de Janeiro, Fevereiro, Março e Abril de determindo ano, coforme descrito abaixo:

Em fevereiro consumiu-se 40 kWh a menos que o consumido em Janeiro.

Em Março, 60 kWh a mais que o consumido em Fevereiro.

Em Abril, 40 kWh a mais que o consumido em Março.

Se o total consumido nesses quatro meses foi 560 kWh, qual foi o consumo durante o mês de Janeiro?

a) Inferior a 100 kWh

b) O menor nesse perído

c) Igual ao mês de Março

d) Maior que 110 kWh

Questão 5 – Estela e Bernardo possuem juntos R$ 321,00. Estela possui R$ 30,00 a mais que o dobro de Bernardo. Quanto Estela possui?

a) R$ 80,00

b) R$ 97,00

c) R$ 224,00

d) R$ 321,00

APÊNDICE B – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA (DISCURSIVA)

Estabelecimento: ____

Aluno(a): ____ Turma: _________

Questão 1 – Um número somado com seu sucessor é igual a 81. Que número é esse?

Questão 2 - Juliana juntou sua mesada de 6 meses para comprar um celular de R$ 900,00. Qual é o valor da mesada dela?

Questão 3 - Em um estacionamento há vagas para carro e motos. Sabendo que nela há estacionado 40 carros, e tem um total de 200 rodas. Qual o número de motos estacionado neste estacionamento?

Questão 4 - O dobro de um número adicionado 45 é igual ao quíntuplo desse mesmo número adicionado 15. Que numero é esse?

ANEXO A – PROBLEMAS PROPOSTOS AOS ALUNOS

Estabelecimento: ____

Alunos(as): ____________________________________ Turma: ________

Questão 1 - Em um jogo de basquete, foram assinalados 118 pontos. A equipe vencedora ganhou por uma diferença de 12 pontos. Quantos pontos marcou a equipe vencedora?

Questão 2 - Ricardo e Julinho subiram juntos em uma balança, e o ponteiro da balança marcou 80 kg. Ricardo desceu, e Julinho pode então verificar que ele tinha 6 kg a mais que Ricardo. Quantos quilogramas tem Julinho?

Questão 3 - Quatro candidatos disputavam a prefeitura de uma cidade. Após a apuração dos 5219 votos, foram obtidos os resultados: o primeiro candidato conseguiu 22 votos a mais que o segundo, 130 a mais que o terceiro e 273 votos a mais que o ultimo. Quantos votos recebeu o candidato eleito?

Questão 4 - Uma estrada tem um trecho asfaltado e outro de terra. Danilo e Diego resolveram percorrer essa estrada de bicicleta. Danilo transpôs o trecho asfaltado, mais 6 km do trecho de terra e retornou ao ponto de partida.

Diego percorreu o trecho asfaltado, mais 2 km de terra, voltou, refez o caminho anterior e, então, retornou ao ponto de partida.

Quando fizeram as contas, descobriram que haviam percorrido a mesma distância. Quantos quilômetros tem o trecho asfaltado?

Questão 5 - A uma festa compareceram 43 convidados. Se tivessem ido mais dois jovens, eles seriam o quádruplo do número de adultos. Quantos adultos compareceram a essa festa? E quantos jovens?

Questão 6 - Fernanda disse para José:

- Pense em um número. Já pensou? Então dobre, some 8, multiplique o resultado por 5, some 60 e tire 100. Quanto deu?

José respondeu para Fernanda:

- Deu 10.

Descubra o número que José pensou.

ANEXO B – AVALIAÇÃO PROCESSUAL

Estabelecimento: ____

Aluno(a): ____ Turma: _________

Questão 1 - Se Pablo ganhar o dobro das moedas que tem agora, ficará com 30 moedas. Quantas moedas Pablo tem?

Questão 2 - Se triplicarmos um número e, em seguida, multiplicarmos o resultado por 4, obtemos 96. Que número é esse?

Questão 3 - Fábio tem um conjunto de pesos todos iguais. Se ele colocar 4 pesos num dos pratos de uma balança e, no outro prato, colocar um desses pesos e mais 9 kg, a balança se mantém e equilíbrio. Qual o valor de cada peso?

Questão 4 - Ana e Marta colheram 72 mexericas. Ana colheu 36 mexericas a mais da metade das que Marta colheu. Quantas mexericas cada menina colheu?

Questão 5 - O maior de dois números pares e consecutivos é metade do menor mais 8. Encontre os dois números.