Universidade Federal do Pará

Adenilson Pereira Bonfim

Produção e Aplicação de Material Didático

para Estudantes Iniciantes em Olimpíadas de Matemática

Belem - Pará

Março/2013

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
MESTRADO PROFISSONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

ADENILSON PEREIRA BONFIM

PRODUÇÃO E APLICAÇÃO DE MATERIAL DIDÁTICO PARA ESTUDANTES INICIANTES EM OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso Profissional de Matemática, da Universidade Federal do Pará, como pré-requisito para obtenção do Título de Mestre em Matemática.

Data da defesa: 05 / 03 / 2013

Conceito: EXCELENTE

Banca examinadora

PROF. DR. VALCIR JOÃO DA CUNHA FARIAS – ORIENTADOR - UFPA

PROF. DR. JOÃO PABLO PINHEIRO DA SILVA – MEMBRO - UFPA

PROF. DR. ROBERTO CARLOS DANTAS ANDRADE – MEMBRO - ETRB

Bonfim, Adenilson Pereira, 1981-
Produção e aplicação de material Didatico para estudantes iniciantes em olimpíadas de matemática / Adenilson Pereira Bonfim. - 2013.

Orientador: Valcir João Da Cunha Farias.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática (Mestrado Profissional), Belém, 2013.

1. Material didático - Matemática. 2. Olimpíadas-Matemática. I. Título.
CDD 22. ed. 371.330151

DEDICATÓRIA

A meu pai, por toda a dedicação para com a formação estudantil de sua esposa e de seus filhos.

AGRADECIMENTOS

À minha esposa, Stela, pelo apoio dado desde o concurso do PROFMAT até agora e sempre, e pelo exemplo de estima que tem sido em minha vida

Aos meus pais e irmã, por todo incentivo e orientação para com os estudos e a vida nos momentos mais diversos pelos quais passei.

Ao meu avô, Osvaldino, falecidos dias atrás, por ter me ensinado o “noves fora” quando garoto, início de todo o conhecimento da contagem que muito tem me servido por toda vida para as grandes deduções matemáticas que pude compreender, desenvolver e ensinar.

Aos meus amigos, pelos conselhos e frases que enunciaram a fim de fortalecer meu estímulo pelo estudo.

Aos meus alunos por todas as indagações que acabam por me induzir ao aperfeiçoamento de meus conhecimentos.

Aos professores, que me fizeram retomar o gosto por novos conceitos, novos conhecimentos.

Ao professor Doutor João dos Santos Protázio pelo incentivo e palavras sábias após o desligamento em minha primeira tentativa em obter o mestrado.

E, a Deus por ter me direcionado até aqui.

ADENILSON PEREIRA BONFIM

“O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e por em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios gozará o triunfo da descoberta”

Niuza Bertoni, RPM nº 2

RESUMO

Este trabalho visa justificar a necessidade da construção de um material didático que contemple estudantes do Ensino Básico Público e Particular, que esbocem interesse em iniciar preparação para as Olimpíadas de Matemática Nacionais de forma a tornar este estudo, hoje seletivo, em abrangente e costumeiro. Nele, apresenta-se tal produção sugerida junto ao cronograma em que foi aplicada em uma Escola Pública Federal de Ensino Básico do Estado do Pará durante os anos de 2011 e 2012 e, à justificativa da construção do método didático com que o mesmo foi planejado e exposto aos docentes. Ao final, há a afirmação da técnica didática utilizada através de depoimentos de professores e alunos e, resultados concretos da participação destes nas Olimpíadas de Matemática Objetivadas.

Palavras-chave: OBMEP, OBM, Olimpíadas de Matemática, Raciocínio Lógico.

ABSTRACT

This paper aims to justify the necessity of building a courseware that addresses students of Basic Education Public and Private, showing interest in starting preparation for the National Mathematics Olympics in order to make this study, selective today in comprehensive and customary. In it presents itself as suggested by the production schedule that was implemented in a Public School Primary Education of the State of Pará during the years 2011 and 2012, and the justification for the construction of the teaching method with which it was planned and exposed teachers. Finally, there is the affirmation of didactic technique used by testimonials from teachers and students, and concrete results of their participation in the Math Olympics.

Key-words: OBMEP, OBM, Olympic math, logical reasoning

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

1.1 INTRODUÇÃO

Durante meus estudos deparei-me com as ideias defendidas por Vigotsky(1998). E percebi que muito do que ele havia defendido em suas pesquisas estava fincado em minha juventude, durante meu ensino básico. O detalhe é que as formas de influenciar o desenvolvimento do indivíduo sugeridas por Vigotsky, em suma, não fizeram parte das escolas onde estudei, e sim, do dia-a-dia, desde as brincadeiras corriqueiras de roda e jogos até os desafios estabelecidos como metas em meus estudos por meus pais.

Ao estudar com mais afinco o legado de Vigotsky, observei que suas teorias eram base para a Educação Especial e que apresentavam uma linha de ensino-aprendizagem que se desenvolvia em conformidade com as possibilidades de cada indivíduo, sempre visando sua exposição a situações que superassem suas habilidades atuais, porém, mantendo forte proximidade com os conhecimentos necessários para adaptar-se a tais problemáticas. Foi o que Vigotsky(1998) denominou de zona de desenvolvimento proximal, a região habitada por situações-problema que o indivíduo não consegue solucionar sozinho, porém, com a ajuda de um ente externo, geralmente os adultos, compreende a solução destas problemáticas a ponto de em seguida ter discernimento para reconstruir tal ensejo sem o auxílio externo, ou seja, é a zona de conhecimentos ainda não assimilados, mas de possível compreensão.

Notei que a prática de imaginar utilização de objetos e ferramentas para auxiliar a execução de tarefas estava, também, conceituada por Vigotsky(1998) em suas concepções. Eram a mediação, processo de intervenção de um elemento intermediário em uma relação, e os signos ou instrumentos psicológicos, que análogos aos instrumentos concretos auxiliam o controle da internalização de ações as quais são previstas e avaliadas mentalmente antes da externalização de sua execução. A mediação permite um caminho menos árduo na execução da solução de uma problemática, tendo os signos psicológicos a função de refinar tal execução.

Esses conceitos e concepções influentes no que se sugere por ensino-aprendizagem, que nortearam o desenvolvimento deste trabalho, vieram sedimentando-se como base de minha prática de ensino à medida que alunos pediam orientação para seus estudos ao demonstrarem-se interessados por participar da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM).

Em 2011, devido a minha admissão como professor do Ensino Básico Federal (Ensino Público), surgiu a oportunidade de aplicar essa Preparação em Olimpíadas de Matemática com a meta de melhorar o desempenho por parte dos estudantes da Escola onde trabalho na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

O detalhe é que, com a permissão da implementação do Curso de Preparação para as Olimpíadas de Matemática por parte da diretoria desta referida escola através de sua coordenação de Matemática, deparei-me com um problema crucial: quais conteúdos ministrar e de que forma estes seriam ensinados nas aulas integrantes dessa preparação?

Havia então a necessidade de localizar ou desenvolver um método, uma ordem didática que acelerasse nos estudantes o desenvolvimento da habilidade de manipular os instrumentos psicológicos, assim como, diversificar o leque de instrumentos a serem utilizados por esses indivíduos em uma possível solução das problemáticas, de cunho matemático, a que fossem submetidos.

Analisei inicialmente os Bancos de Questões fornecidos pela OBMEP para direcionar os estudos dos estudantes interessados em melhorar seu desempenho nesta competição, visto que seus organizadores indicavam tal material didático, inclusive sugerindo o acompanhamento por parte dos professores. Desta análise, notei que tal material didático não se encaixava na ideia inicialmente proposta para nortear o desenvolvimento do curso.

O fato é que os Bancos de Questões de 2005, 2006, 2007, 2008, 2009 e 2010 eram coletâneas de listas compostas por questões distribuídas aleatoriamente, ser conformidade entre os conceitos matemáticos exigidos para suas resoluções, sem vínculo entre os conhecimentos a serem aplicados na resolução de questões de uma mesma lista. Essa apresentação aleatória com que estavam distribuídas as questões não entrou em sintonia com a engenharia didática pré-definida de ensino-aprendizagem, aquela em que há a apresentação dos conhecimentos em ordem crescente de dificuldade e com a exposição dos alunos a novos raciocínios em cronograma cuidadosamente controlado questão a questão, e com sequência similar dos raciocínios e conhecimentos exigidos dentro de um mesmo grupo de exercícios.

Quando foram apresentados os Bancos de Questões de 2011 e de 2012, com questões separadas por semelhança de conteúdo, ou seja, que precisam de uma mesma linha de conhecimentos para sua correta resolução, outro problema foi notado, o nível de dificuldade com que se classificariam as questões apresentou-se mais compatível com as provas de 2ª fase do que com as questões comumente abordadas nas provas de 1ª fase da OBMEP e da OBM.

Restou-me então a necessidade por organizar listas de exercícios, contemplando também aprofundamentos em conformidade com a fase inicial dessas competições, que suprissem as ideias propostas por Vigotsky(1998) para um melhor rendimento no aprendizado dos alunos do curso.

Desta forma, foi produzido o primeiro bloco de exercícios (anexo 1). Eram questões anteriormente utilizadas em 1ª fase da OBM, sendo que foram estrategicamente separadas por semelhança de conteúdos programáticos, ou como prefiro dizer, por semelhança de conhecimentos matemáticos exigidos em suas resoluções.

Esse método organização exigiu uma divisão coerente dos conteúdos para as aulas preparatórias às provas de 1ª fase da OBM. Uma divisão que estimulasse o aprendizado dos alunos em conformidade com sua zona de desenvolvimento proximal, sempre apresentando informações novas, mas em condições de serem assimiladas pelos estudantes. Evitaram-se, assim, os atropelos e os saltos desconexos entre informações, fato observado nos primeiros Bancos de Questões da OBMEP.

A produção do material didático em conformidade com a estratégia citada acima tornaria possível a exposição resumida de conteúdos já ministrados na sala de aula regular, facilitando e acelerando o aprofundamento, com teor de raciocínio lógico, através da resolução de questões exigidas em Olimpíadas de Matemática de anos anteriores e solidificando os conhecimentos prévios para os itens mais complexos com que os alunos se deparariam nas provas de 2ª fase.

Consoante esta necessidade, emergiu o objetivo principal deste trabalho, que foi o de desenvolver um material didático auxiliar, de forma a beneficiar o aprendizado de estudantes iniciantes na preparação para Olimpíadas de Matemática, o qual contivesse forma e sequência de conteúdos e exercícios que facilitassem a compreensão durante as aulas e o estudo de casa, individual ou coletivo, de seus estudantes participantes sem abdicar do aprofundamento necessário.

Outro objetivo foi o de elevar a autoestima dos participantes do curso, através da melhoria de seu desempenho escolar, instigando o interesse futuro de estudantes não-participantes desse curso ao perceberem o melhor rendimento estudantil de seus colegas de classe frequentadores das aulas de Matemática para as Olimpíadas, sejam nas próprias, nas notas escolares, ou nos vestibulares e concursos.

1.2 AS OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA

1.2.1 Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)

A OBMEP é dedicada aos estudantes vinculados ao ensino público municipal, estadual e federal do Brasil. Nela, os 500 competidores medalhitas de ouro recebem sua medalha diretamente das mãos do(a) presidente deste país.

Composta por duas fases, sendo a fase inicial objetiva, classificam-se para a segunda fase discursiva, independente da classificação nacional, 5% dos alunos mais bem classificados em cada escola participante, forçando o empenho dos estudantes em destaque em cada uma das instituições de ensino a que esta competição atinge, influenciando também o empenho de seus professores que podem acumular pontos a partir do desempenho de seus alunos, concorrendo a premiações específicas para docentes.

1.2.2 Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM)

A OBM é uma competição onde os conhecimentos exigidos para a resolução dos problemas, a que são expostos os estudantes, estão em um nível de complexidade bem mais elevado quando comparada à OBMEP, e é dedicada a todas as escolas de Ensino Básico do Brasil, sejam públicas ou particulares.

Composta por três fases sendo a primeira objetiva e as seguintes discursivas, na OBM não há uma quantidade pré-definida de alunos de cada escola a serem classificados para as fases subsequentes, o critério é atingir uma pontuação mínima determinada para continuar na fase seguinte dessa competição.

1.2.3 Olimpíada Paraense de Matemática (OPM)

De menos importância em termos de divulgação e premiação, a OPM recebe estudantes a partir do desempenho destes na 1ª fase da OBM para uma prova discursiva única com questões que vão de simples raciocínios até o uso de complexas ferramentas matemáticas.

Quem estuda dedicadamente para esta competição fortalece-se bastante para as nacionais anteriormente citadas e, mesmo sem ter sido utilizada na produção dos blocos de exercícios a que se propõe esse trabalho por não possuir uma fase inicial própria, a OPM é importante ao ponto de merecer ser citada inclusive nos resultados avaliados após a aplicação da preparação proposta.

CAPÍTULO 2

DESENVOLVIMENTO DO CURSO DE PREPARAÇÃO EM OLIPÍADAS DE MATEMÁTICA NOS ANOS DE 2011 E 2012

2.1 INTRODUÇÃO

O curso foi ministrado a alunos de uma Escola Pública do Ensino Básico Federal do Estado do Pará, em aulas semanais. Cada aula foi dividida em dois períodos de uma hora e vinte e cinco minutos de duração com intervalo de dez minutos entre os períodos, em turno oposto ao turno de suas aulas regulares.

Os alunos foram divididos em turmas conforme os níveis com que são classificados os estudantes participantes das Olimpíadas de Matemática no Brasil. No Nível 1 participaram estudantes do 6º ano e do 7º ano do Ensino Fundamental. No Nível 2 participaram estudantes do 8º ano e do 9º ano do Ensino Fundamental. E, no Nível 3 participaram os estudantes de todo o Ensino Médio.

A priori não houve exigências preliminares no que versa o conhecimento prévio necessário para acompanhar os raciocínios e conteúdos abordados neste curso. Porém, em momento futuro, os alunos já iniciados com dois ou três anos de participação no curso necessitarão estar em salas de aula separadas dos novatos devido já apresentarem conhecimentos em nível acima daqueles que irão estar iniciando tal estudo.

2.2 DESCRIÇÃO DAS PRÁTICAS DO CURSO EM 2011

No ano de 2011, os alunos que diariamente frequentavam a escola no turno da manhã, das 7 horas às 12 horas e 45 minutos, foram convidados para participar de aulas, que ocorreriam às terças-feiras durante a tarde de 15 às 18 horas, a fim de obterem conhecimentos matemáticos que lhes renderiam melhores desempenhos nas Olimpíadas de Matemática, competições das quais já participavam os alunos desta referida escola.

É fato que inicialmente o interesse por assistir aulas extras de Matemática com o cunho de aprofundamento não foi apresentado por um grande número de alunos, visto que o título citava o termo “Olimpíadas de Matemática” e muitos estudantes imaginam ser impossível de se obter bom desempenho neste tipo de competição, no entanto era presumido que os bons resultados de alguns alunos dessa escola trariam muitos outros para as aulas do curso em momento posterior.

As aulas em 2011 ocorreram com a colaboração de mais três professores (Prof_A, Prof_B, Prof_C) num total de quatro turmas, com troca de professor a cada período da aula, anterior e posterior ao intervalo de 10 minutos, de forma a haver também uma secção dos conteúdos em duas frentes.

O horário das aulas ocorridas nas terças-feiras está exposto na tabela abaixo:

Tabela_1: Horário das aulas do curso em 2011

Turma / Horário	Nível 1A	Nível 1B	Nível 2	Nível 3
15:00 - 16:25	Prof_C	Prof_A	Prof_B	Adenilson
16:35 - 18:00	Adenilson	Prof_B	Prof_C	Prof_A

A procura maior por parte dos alunos de 6º e 7º anos do Ensino Fundamental somada ao cuidado maior necessário para se ensinar estudantes oriundos recente do Ensino Fundamental I, geralmente de faixa etária menor, gerou a decisão de manter duas turmas com alunos do nível 1, de forma que os professores Prof_C e Prof_A ministravam uma mesma frente de conteúdos, enquanto Adenilson Bonfim e Prof_B ministravam a outra frente.

2.2.1 Descrição das Atividades do Nível 1 em 2011 (Anexo 1)

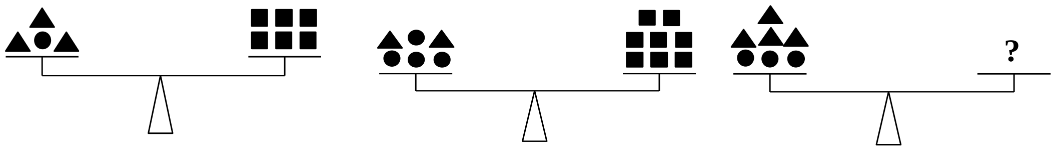
Tabela_2: Cronograma das Atividades do Nível 1 em 2011

Nível 1	PROF_A – PROF_C	Adenilson – PROF_B
	Bloco 1	Bloco 2
24/fev	Lógica Matemática	Cálculos, Multiplicação e Divisão, e Expressão Numérica
03/mar	Contagem I	Potência e S.Numeração Decimal
10/mar	Contagem II	Números Primos e MMC
17/mar	Cont. Contagem	Divisibilidade
24/mar	Cálculos Sequenciais I	Noção Espacial
31/mar	Cálculos Sequenciais II	Perímetros e Áreas
07/abr	1 AVALIAÇÃO	1 AVALIAÇÃO
14/abr	Lógica Matemática II e Estratégia de Jogos	Ângulos nos Polígonos e Cálculo de Áreas
21/abr	FERIADO	FERIADO
28/abr	Problemas	Razão e Proporção
05/mai	Porcentagem	Regra de Três
12/mai	Médias e Problemas com Frações	Ajustes
19/mai	Cont. Médias e Frações	Sistemas
26/mai	Revisão	Cont. Sistemas
02/jun	OBMEP 2008 - Resolução	OBMEP 2008 - Resolução
09/jun	OBM Resolução	OBM Resolução
16/jun	OBM Resolução	OBM Resolução

- **Lógica Matemática:** Esta lista contempla exercícios que envolvem raciocínio lógico quantitativo e qualitativo nos quais a interpretação é de suma importância. Escolhida como abre-alas do curso, esta lista traz problemas de cunho curioso e desafiador, instigando a participação dos alunos e o debate entre os próprios em sala de aula.

Como exemplo, temos a questão abaixo:

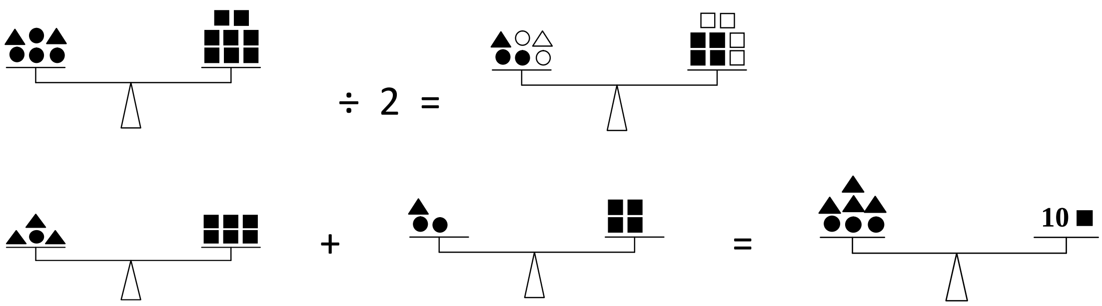
Exemplo_1: (OBM) Figuras com mesma forma representam objetos de mesma massa. Quantos quadrados são necessários para que a última balança fique em equilíbrio?



A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

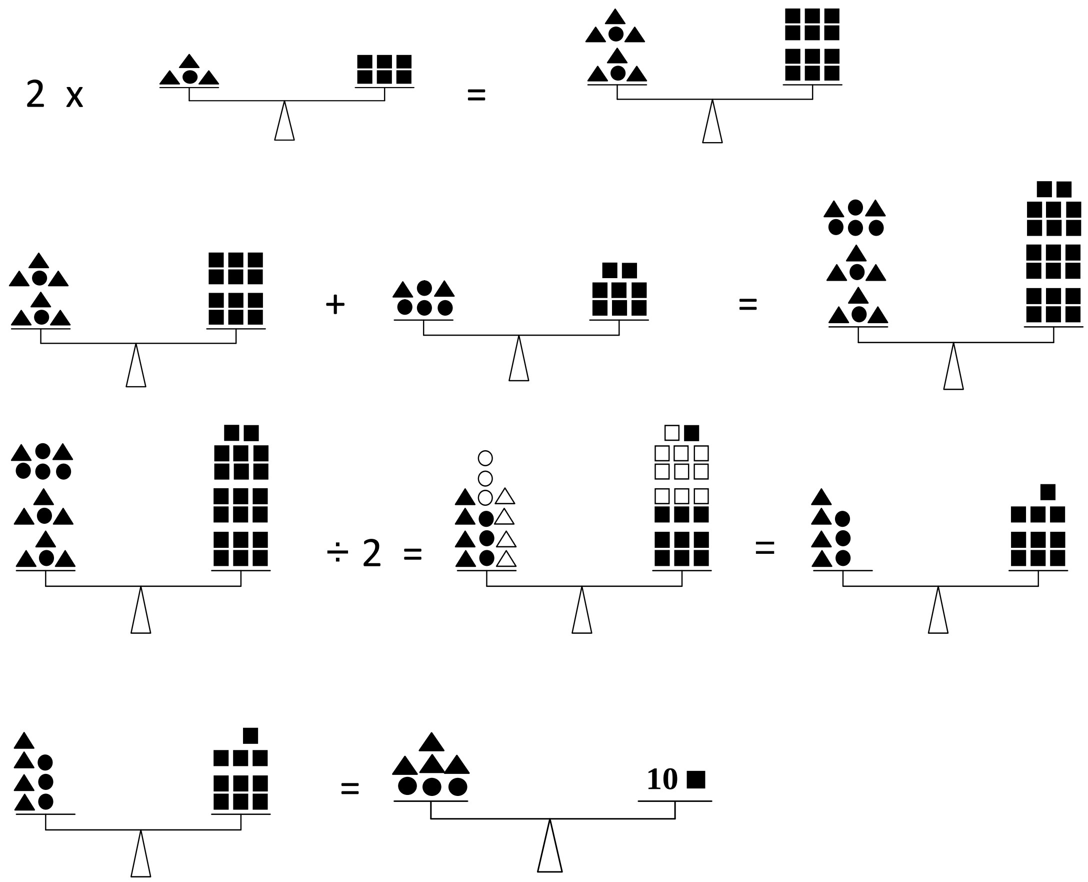
Exercícios desta linhagem costumam surgir na vida estudantil de um indivíduo durante o contato com álgebra, momento em que ele se depara com o uso de letras para substituir valores numéricos ainda não conhecidos. Isto acontece somente a partir do 7º ano do ensino fundamental. No entanto, este exercício foi proposto também a estudantes do 6º ano do ensino fundamental em uma 1ª fase da OBM. O detalhe é que este exercício também vai permitir uma solução outra que fuja do algebrismo comumente treinado, usando somente a ideia das operações básicas: adição, ao se unir figuras de balanças diferentes; subtração, ao se retirar de uma balança quantidades equivalentes apresentadas, às vezes, em outra balança; multiplicação, ao se dobrar ou mesmo triplicar as quantidades comparadas sobre as balanças; e, divisão, ao se separar quantidades comparadas em grupos menores e iguais, como observado nas duas soluções abaixo:

Solução 1:



Alternativa D: 10 quadrados

Solução 2:



Alternativa D: 10 quadrados

- **Contagem 1:** Exercícios que exigem habilidade de contar elementos após interpretar problemas quantitativos, obedecendo a características gerais e características restritivas. Para esta linha de problemas dá-se enfoque ao método utilizado em sua solução, prioriza-se a análise inicial para criação posterior de um modelo matemático que preveja os resultados finais sem que seja realmente aplicada a prática de contar elemento por elemento.
- **Contagem 2:** Semelhante a “Contagem 1”, esta lista é composta por exercícios que exigem habilidade de contar elementos que, após a análise do problema, haverá a possibilidade de aplicar o processo multiplicativo de contagem.
- **Cálculos Sequenciais I:** Exercícios de contagem que exigem a análise de padrões, de forma a desenvolver implicitamente a ideia de sequências, principalmente a Progressão Aritmética, permitindo ao aluno modelar matematicamente um evento periódico para em seguida calcular de forma breve grandezas que se apresentam em um grande número de repetições.
- **Cálculos Sequenciais II:** Continuação da parte 1 com exercícios mais aprofundados no que se refere à complexidade do padrão a ser observado.

- **Lógica Matemática II e Estratégia de Jogos:** Exercícios que envolvem raciocínio lógico matemático quantitativo em que há certos padrões a serem percebidos para o desenvolvimento de uma melhor solução. No caso dos jogos temos problemas que forçam a elaboração de estratégias, em conformidade com regras estabelecidas, que gerem resultados finais favoráveis, independente da influência externa dos oponentes dentro de regras pré-estabelecidas.
- **Problemas:** Problemas matemáticos que exigem a interpretação para posterior aplicação de operações matemáticas básicas.
- **Porcentagem:** Exercícios que exigem se utilizam da aplicação de porcentagem
- **Médias e Problemas com Frações:** Exercícios que necessitam da habilidade de calcular médias, principalmente a média aritmética, e exercícios que envolvem o conhecimento de operações com fração.
- **Cálculos, Multiplicação e Divisão, e Expressão Numérica:** Lista composta por exercícios que necessitam quase que apenas das operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) para serem solucionados, inclusive com a formação de expressões numéricas que se contemplem tais operações.
- **Potência e Sistema de Numeração Decimal:** Apostila composta, em sua primeira parte, por exercícios que necessitam da aplicação do cálculo de potência e de suas propriedades. A segunda parte contempla a manipulação de algarismos, em seus valores absoluto e relativo, em unidade, dezena e centena, assim como nas várias classes numéricas.
- **Números Primos e MMC:** Exercícios que se utilizam de conhecimentos que versam sobre números primos e sobre a manipulação dos múltiplos comuns entre números naturais.
- **Divisibilidade:** Uma explanação sobre as principais regras de divisibilidade, com breve dedução, em linguagem compatível com a faixa etária, seguida de exercícios que exigem a aplicação dessas regras para sua resolução.
- **Noção Espacial:** Exercícios que envolvem rotações e translações em duas e três dimensões, planificações, etc. De uma forma geral, necessitam da percepção espacial dos estudantes para que sejam solucionados.
- **Perímetros e Áreas:** Questões que envolvem perímetros de figuras geométricas básicas (quadrado, retângulo e triângulo) e também as áreas dessas figuras, enfatizando os cortes, a translação e a sobreposição entre partes hachuradas e não hachuradas.

- **Ângulos nos Polígonos e Cálculo de Áreas:** Estudos dos ângulos de figuras geométricas planas de uma forma geral (triângulos isósceles ou não, polígonos regulares ou não, paralelas cortadas por transversais, soma de Ângulos, etc.) e cálculo de áreas de figuras simples a partir das medidas de suas dimensões.
- **Razão e Proporção:** apresentação do conceito de razão, propriedades das proporções e divisão proporcional.
- **Regra de Três:** Apresentação da regra-de-três simples, explanação sobre grandezas diretamente e inversamente proporcionais e sua aplicação em métodos práticos para resolução de problemas. No que se refere à regra-de-três composta, utilizou-se principalmente o método das "setas" para acompanhar o método ensinado nas aulas regulares, porém com a construção intuitiva da constante de proporcionalidade para uma aplicação posterior.
- **Sistemas:** Resolução de sistemas na forma algébrica e em formas alternativas, de acordo com o problema, principalmente na forma comparativa entre grandezas. Neste momento dá-se a apresentação inicial das notações algébricas para os estudantes do 6º Ano do Ensino Fundamental.

2.2.2 Descrição das Atividades do Nível 2 em 2011 (Anexo 2)

Tabela_3: Cronograma das Atividades do Nível 2 em 2011

Nível 2	PROF_C	PROF_B
	Bloco 1	Bloco 2
24/fev	Lógica Matemática I	Problemas Envolvendo Álgebra
03/mar	Aritmética e Numeração Decimal	Ângulos nos Polígonos
10/mar	Divisibilidade e MMC	Cont. Ângulos nos Polígonos
17/mar	Números Inteiros e Potência	Perímetros
24/mar	Cálculos Sequenciais	Noção Espacial
31/mar	Contagem	Geometria Plana
07/abr	AVALIAÇÃO ESCOLAR	AVALIAÇÃO ESCOLAR
14/abr	Contagem II	Problemas com Fração e Porcentagem I
21/abr	FERIADO	FERIADO
28/abr	Lógica Matemática II e Estratégia de Jogos	Razão e Proporção
05/mai	Fatoração e Equações	Cont. Razão – Proporção
12/mai	Equação do 2º Grau	Médias
19/mai	Regra de Três	Gráficos
26/mai	Porcentagem II	Sistemas
02/jun	OBMEP 2008 - Resolução	OBMEP 2008 - Resolução
09/jun	OBM Resolução	OBM Resolução
16/jun	OBM Resolução	OBM Resolução

- **Lógica Matemática I:** Esta lista contempla exercícios que envolvem raciocínio lógico quantitativo e qualitativo nos quais a interpretação é de suma importância. Escolhida como abre-alas do curso, esta lista traz problemas de cunho curioso e desafiador, instigando a participação dos alunos e o debate entre os próprios em sala de aula.

- **Aritmética e Numeração Decimal:** Lista composta por exercícios que necessitam quase que apenas das operações básicas (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) para serem solucionados, inclusive com a formação de expressões numéricas que contemplem tais operações. Em relação à parte de sistema de numeração, necessita-se habilidade para a manipulação de algarismos, em seus valores absoluto e relativo, em unidade, dezena e centena, assim como nas várias classes numéricas da escrita decimal.
- **Divisibilidade e MMC:** Uma explanação sobre as principais regras de divisibilidade, com breve dedução, em linguagem compatível com a faixa etária, seguida de exercícios que exigem a aplicação dessas regras para sua resolução. Também há a apresentação dos múltiplos de um número e dos múltiplos comuns entre números com a aplicação deste conhecimento em situações-problema.
- **Números Inteiros e Potência:** Exercícios que exigem a aplicação de propriedades específicas dos números inteiros para que se obtenha sua resolução e aplicação de propriedades da potenciação em um cunho mais aprofundado que a primeira aparição desta operação ocorrida em momento anterior, com auxílio também de fatoração numérica.
- **Cálculos Sequenciais:** Exercícios de contagem que exigem a análise de padrões, de forma a desenvolver implicitamente a ideia de sequências, principalmente a Progressão Aritmética, permitindo ao aluno modelar matematicamente um evento periódico para em seguida calcular de forma breve grandezas que se apresentam em um grande número de repetições.
- **Contagem** Exercícios de contagem em que se apresenta a ideia inicial do processo multiplicativo exigindo como pré-requisito trabalho conjunto com a análise de padrões anteriormente trabalhada.
- **Contagem II:** Exercícios de contagem que exigem o processo multiplicativo com requisitos específicos ocasionando dificuldade em grau maior que o trabalhado no item anterior. É quando damos o surgimento dos termos: permutação, arranjo, combinação, repetição circular, etc.
- **Lógica Matemática II e Estratégia de Jogos:** Exercícios que envolvem raciocínio lógico matemático quantitativo em que há certos padrões a serem percebidos para o desenvolvimento de uma melhor solução. No caso dos jogos

temos problemas que forçam a elaboração de estratégias, em conformidade com regras estabelecidas, que gerem resultados finais favoráveis, independente da influência externa dos oponentes dentro de regras pré-estabelecidas.

- **Fatoração e Equações:** Exercícios que exigem a aplicação dos conhecimentos de fatorações numérica e algébrica para serem solucionados em formato de expressões ou equações, basicamente de 1º grau.
- **Equação do 2º Grau:** Exercícios-exemplo cuja finalidade é apresentar ferramentas de forma diversificada permitam solucionar equações do 2º grau e afins por raciocínios matemáticos diferentes e assemelhados, juntamente com tratamento e análise de coeficientes e raízes.
- **Regra de Três:** Teoria e exercícios sobre regra-de-três simples e composta, explanação sobre grandezas diretamente e inversamente proporcionais e sua aplicação em métodos práticos para resolução de problemas. Assim como a construção intuitiva da constante de proporcionalidade.
- **Porcentagem II:** Exercícios que exigem se utilizam da aplicação de porcentagem com um grau de complexidade superior ao apresentado em Porcentagem I, quando o objetivo estava mais direcionado à simples aplicação da semelhança entre fração e porcentagem.
- **Problemas Envolvendo Álgebra:** Lista de exercícios composta por problemas matemáticos que após serem interpretados necessitam do uso da álgebra para serem solucionados.
- **Ângulos nos Polígonos:** Estudo dos ângulos de figuras geométricas planas de uma forma geral (triângulos isósceles ou não, polígonos regulares ou não, paralelas cortadas por transversais, soma de ângulos, bissetrizes, etc.).
- **Perímetros:** Questões que envolvem perímetros de figuras geométricas básicas (quadrado, retângulo e triângulo).
- **Noção Espacial:** Exercícios que envolvem rotações e translações em duas e três dimensões, planificações, etc. De uma forma geral, necessitam da percepção espacial dos estudantes para que sejam solucionados.
- **Geometria Plana:** Questões de geometria plana que envolvem cálculos de comprimentos e áreas, tais como semelhança e congruência de triângulos.
- **Problemas com Fração:** Exercícios que exigem fração como requisito principal para sua resolução

- **Porcentagem I:** exercícios que apresentam porcentagem e terão em sua resolução a transformação da porcentagem em frações de denominador 100, enfatizando operações com fração.
- **Razão e Proporção:** apresentação do conceito de razão, propriedades das proporções e divisão proporcional.
- **Médias:** Exercícios que necessitam da habilidade de calcular médias, principalmente a média aritmética.
- **Gráficos:** leitura interpretação de informações apresentadas através de gráficos, inclusive com aplicação no cálculo de médias.
- **Sistemas:** Resolução de problemas que induzem o equacionamento em entes matemáticos que se utilizam das técnicas de resolução de sistemas, seja na forma algébrica ou em formas alternativas, de acordo com o problema, inclusive, quando possível, na forma comparativa entre grandezas.

2.2.3 Descrição das Atividades do Nível 3 em 2011 (Anexo 3)

Tabela_4: Cronograma das Atividades do Nível 3 em 2011

Nível 3	PROF_A	Adenilson
	Bloco 1	Bloco 2
24/fev	Lógica Matemática	Problemas Envolvendo Álgebra
03/mar	Contagem	Ângulos nos Polígonos
10/mar	Divisibilidade e Multiplicidade	Geometria Plana I
17/mar	Números Primos	Cálculos Sequenciais l
24/mar	Revisão	Cálculos Sequenciais Il
31/mar	Análise Combinatória	Cont. Cálculos Sequenciais
07/abr	1 AVALIAÇÃO	1 AVALIAÇÃO
14/abr	Cont. Análise Combinatória	Números Inteiros e Equações
21/abr	FERIADO	FERIADO
28/abr	Problemas Diversos e Porcentagem	Equação do 2 Grau
05/mai	Conjuntos e Frações	Função
12/mai	Regra de Três	Geometria Plana II
19/mai	Sistemas	Circunferência
26/mai	Gráficos e Médias	Geom. Espacial
02/jun	OBMEP Resolução	OBMEP Resolução
09/jun	OBM Resolução	OBM Resolução
16/jun	OBM Resolução	OBM Resolução

- **Lógica Matemática:** Esta lista contempla exercícios que envolvem raciocínio lógico quantitativo e qualitativo nos quais a interpretação é de suma importância. Escolhida como abre-alas do curso, esta lista traz problemas de cunho curioso e desafiador, instigando a participação dos alunos e o debate entre os próprios em sala de aula.

- **Contagem:** Exercícios que exigem habilidade de contar elementos após interpretar problemas quantitativos, obedecendo a características gerais e características restritivas. Para esta linha de problemas dá-se enfoque ao método utilizado em sua solução, prioriza-se a análise inicial para criação posterior de um modelo matemático que preveja os resultados finais sem que seja realmente aplicada a prática de contar elemento por elemento. Dá-se nesse momento a base inicial da Análise Combinatória formal.
- **Divisibilidade e Multiplicidade:** Uma explanação sobre as principais regras de divisibilidade, apresentadas com suas provas algébricas, seguida de exercícios que exigem a aplicação dessas regras para sua resolução trazendo vinculada a ideia de múltiplos e divisores.
- **Números Primos:** Exercícios que se utilizam de conhecimentos que versam sobre números primos.
- **Análise Combinatória:** Exercícios de contagem que exigem o processo multiplicativo. Apresentam-se os processos de: permutação, arranjo, combinação, repetição circular, permutação com repetição etc. não deixando de defender sua essência a partir do processo multiplicativo básico.
- **Problemas Diversos e Porcentagem:** Inicialmente apresenta-se nesta lista problemas que visam a prática dos alunos sem indicação de qual método matemático utilizar, seguidos de problemas que envolvem porcentagem.
- **Conjuntos e Frações:** Exercícios de conjuntos seguidos de outros que necessitam do uso de fração para sua resolução
- **Equação do 2º Grau:** Exercícios-exemplo cuja finalidade é apresentar ferramentas de forma diversificada permitam solucionar equações do 2º grau e afins por raciocínios matemáticos diferentes e assemelhados, juntamente com tratamento e análise de coeficientes e raízes.
- **Regra de Três:** Teoria e exercícios sobre regra-de-três simples e composta, explanação sobre grandezas diretamente e inversamente proporcionais e sua aplicação em métodos práticos para resolução de problemas. Assim como a construção intuitiva da constante de proporcionalidade.
- **Problemas Envolvendo Álgebra:** Lista de exercícios composta por problemas matemáticos que após serem interpretados necessitam do uso da álgebra para serem solucionados.

- **Ângulos nos Polígonos:** Estudo dos ângulos de figuras geométricas planas de uma forma geral (triângulos isósceles ou não, polígonos regulares ou não, paralelas cortadas por transversais, soma de Ângulos, etc.).
- **Geometria Plana I:** Questões que envolvem cálculo de comprimento em polígonos (quadrado, retângulo, triângulo, etc.).
- **Cálculos Sequenciais I:** Exercícios de contagem que exigem a análise de padrões, de forma a desenvolver implicitamente a ideia de sequências, principalmente a Progressão Aritmética, permitindo ao aluno modelar matematicamente um evento periódico para em seguida calcular de forma breve grandezas que se apresentam em um grande número de repetições.
- **Cálculos Sequenciais II:** Continuação da parte 1 com exercícios mais aprofundados no que se refere à complexidade do padrão a ser observado.
- **Equações e Números Inteiros:** Exercícios envolvendo a parte algébrica em equações, inclusive com a utilização de propriedades específicas de números inteiros incomuns no ensino da Matemática regular do Ensino Básico.
- **Geometria Plana II:**
- **Função:** Exercício que se utilizam dos conhecimentos de função par sua resolução
- **Circunferência:** Tópico de Geometria em que há a aparições de propriedades típicas dos círculos e circunferências
- **Geometrias Espacial e Analítica:** Exercícios que envolvem figuras geométricas em três dimensões ou representadas no Plano Cartesiano.
- **Sistemas:** Resolução de problemas que induzem o equacionamento em entes matemáticos que se utilizam das técnicas de resolução de sistemas, seja na forma algébrica ou em formas alternativas, de acordo com o problema, inclusive, quando possível, na forma comparativa entre grandezas.
- **Gráficos:** leitura interpretação de informações apresentadas através de gráficos, inclusive com aplicação no cálculo de médias.

2.2.4 Descrição das Atividades no 2º Semestre de 2011

A 2ª fase da OBMEP em 2011 ocorreu apenas no mês de novembro, isso estendeu o tempo para que se trabalhasse primeiramente com as provas de 2ª fase da OBM cujo nível de complexidade é muito elevado. Isso veio por assustar e cansar alguns estudantes, os quais vinham em uma boa crescente, no que se refere à obtenção e manipulação de novas ferramentas matemáticas. É que esse grupo de alunos, apesar de estar apresentando rendimento satisfatório para os professores, sentia certa incapacidade, falha ocasionada por se trabalhar primeiro a 2ª fase da OBM que é mais complexa que a 2ª fase da OBMEP.

Nesse primeiro ano do trabalho notou-se certa evasão e desmotivação por parte de alguns alunos, inclusive nos estudos para a 1ª fase das competições. Este desalento ocorreu porque o nível de conhecimento exigido para a resolução das questões ainda estava elevado para boa parte dos alunos participantes do curso. E, mesmo com o bom aproveitamento de alguns alunos cujos resultados justificaram o sucesso do trabalho, achou-se importante a produção, para o ano de 2012, de um novo bloco de exercícios com a mesma ideia utilizada na produção do primeiro bloco, porém com questões menos exigentes. Estas questões ditas menos exigentes vieram das provas de 1ª fase da OBMEP dos anos de 2005 a 2011.

O objetivo dessa reformulação do material didático aplicado em 2011 se deu com o intuito de fortalecer a obediência à importância dada à zona de desenvolvimento proximal dos alunos propícios à desmotivação aflorada pelos exercícios cuja dificuldade estava acima da possibilidade de aprendizado doos estudantes que frequentaram este curso.

2.3 DESCRIÇÃO DAS PRÁTICAS DO CURSO EM 2012

Em 2012, Além da reformulação do material didático, agora com questões oriundas de provas anteriores de 1ª fase da OBMEP, houve algumas mudanças nos horários do curso devido a adequação necessária aos horários da escola onde se implementou o curso, não tendo sido possível manter todos os níveis em um mesmo horário.

O nível 1 manteve suas aulas nas terças-feiras. Já o nível 2 teve suas aulas deslocadas para as sextas-feiras, no horário de 15 horas às 18 horas, com um intervalo de 10 minutos, porém sem a troca de professor. Optou-se por se ter um professor apenas para acompanhar cada nível, com esporádicas substituições.

O Ensino Médio da referida escola teve seu horário deslocado para o turno vespertino, com dois ou três dias de aulas semanais no turno da manhã: segunda-feira, terça feira e quinta-feira. Fator esse que praticamente obrigou as aulas do curso funcionarem às quartas-feiras, em horário sugerido pelos alunos, de 7:00 horas às 10:00 horas, sem intervalo.

Segue a seguir o cronograma das aulas ministradas no 1º semestre de 2012.

Tabela_5: Cronograma das Atividades do 1º Semestre de 2012

Semana	PROF_A	PROF_B	Adenilson
	Nível 1	Nível 2	Nível 3
01	Aritmética	Aritmética e Problemas	Contagem
02	---	Raciocínio Lógico	Cont Contagem
03	Manipulação Geométricas	Contagem	Contagem-OBM
04	Problemas_Multip_Divisão	Contagem II	Raciocínio Lógico
05	Contagem	Problemas Envolvendo Frações	Lógica 1 – OBM
06	Geometria	Interpretação de Gráficos	Manipulações Geométricas
07	Raciocínio Lógico	Manipulações Geométricas	Geometria
08	Frações_Problemas	Geometria-Ângulos	Cont. Geometria
09	Sistemas_Numeração Decimal	Geometria-Áreas	Gráficos e Frações
10	Interpretação de Gráficos	Regra-de Três	Cont. Gráficos e Frações
11		Sistemas	Cálculos Sequenciais – OBM
02/jun	OBMEP 2007 - Resolução	OBMEP 2007 - Resolução	OBMEP 2007 – Resolução
09/jun	OBM Resolução	OBM Resolução	OBM Resolução
16/jun	OBM Resolução	OBM Resolução	OBM Resolução

2.3.1 Descrição das Atividades do Nível 1 aplicadas em 2012 (Anexo 4)

- **Aritmética:** Lista composta por exercícios que exigem a aplicação das operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão; dispostos em expressões numéricas ou em problemas que exigem leitura, interpretação e desenvolvimento do modelo matemático necessário para solucionar o problema. É interessante observar que em muitos desses testes a escolha de métodos não corriqueiros pode gerar menor complexidade nos cálculos de sua resolução. Como no exemplo abaixo:

  Exemplo_2: (OBM) Calcule o valor de 1997 + 2004 + 2996 + 4003

  A) 10000 **B)** 11000 **C)** 10900 **D)** 12000 **E)** 13000

  SOLUÇÃO 1:

$$\begin{array}{r l} 1997 & \\ 2004 & + \\ 2996 & \\ 4003 & \\ \hline 11000 & \end{array}$$

  SOLUÇÃO 2:

$$1997 + 200\underset{\overset{4}{\curvearrowright}}{\underline{4}} + 2996 + 400\underline{3} \;=\; 2000 + 2000 + 3000 + 4000 \;=\; 11000$$

$$3$$

O método utilizado na Solução 2, que se baseia no deslocamento da “sobra” de uma parcela que vira “complemento” de outra, permite a utilização de cálculos com valores arredondados, ou seja, de menor complexidade, podendo inclusive ser efetuado apenas mentalmente.

- **Manipulação Geométricas**: São exercícios que envolvem deslocamento, giro refleção, planificação, cortes, etc. Ou seja, que exigem a manipulação de entes geométricos instigando a percepção espacial do indivíduo.
- **Problemas_Multip_Divisão**: Problemas que envolvem, prioritariamente, as operações de multiplicação e divisão.
- **Contagem**: Lista composta por exercícios que utilizam-se da análise e da contagem de elementos dentro de um grupo que obedeçam condições previamente estabelecidas. O foco neste momento não vem a ser a contagem de elementos propriamente dita, e sim o desenvolvimento de um método

matemático que nos permita calcular tal resultado final sem o desgaste de contar todas as possibilidades de elementos condizentes com as características estabelecidas.

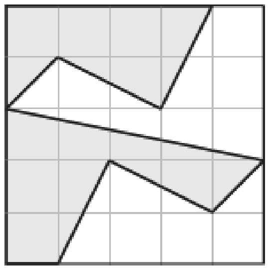
- **Geometria**: Esta lista é composta por exercícios de geometria que, apesar de envolverem cálculos de comprimentos e áreas de figuras planas, estas são normalmente seccionadas, de forma a se poder calcular valores simplesmente sobrepondo ou reposicionando as partes e, consequentemente fracionando também os valores das grandezas observadas.
- **Raciocínio Lógico:** Esta lista contempla exercícios que envolvem raciocínio lógico quantitativo e qualitativo nos quais a interpretação é de suma importância. Nela há a aparição de problemas de cunho curioso e desafiador, instigando a participação dos alunos e o debate entre os próprios em sala de aula.
- **Frações_Problemas:** problemas matemáticos envolvendo o conhecimento do significado e das operações com fração.
- **Sistemas_Numeração Decimal:** Questões que envolvem conhecimento de métodos de resolução de sistemas matemáticos algébricos, assim como a sua formulação a partir de situações problema e, questões que se utilizam das particularidades do sistema de numeração decimal.
- **Interpretação de Gráficos:** leitura interpretação de informações apresentadas através de gráficos, inclusive com aplicação no cálculo de média aritmética.

2.3.2 Descrição das Atividades do Nível 2 aplicadas em 2012 (Anexo 5)

- **Aritmética e Problemas:** Lista composta por exercícios que exigem a aplicação das operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão; dispostos em expressões numéricas ou em problemas que exigem leitura, interpretação e desenvolvimento do modelo matemático necessário para solucionar o problema.
- **Raciocínio Lógico:** Problemas matemáticos que necessitam de uma interpretação cuidadosa e raciocínio aguçado para lidar com as informações implícitas nos enunciados. Este é um forte momento de empolgar o aluno, fortalecendo sua autoestima e seu empenho por novas descobertas matemáticas, é nesses que ocorre a aparição de problemas de cunho curioso e desafiador, instigando a participação dos alunos e o debate entre os próprios em sala de aula.
- **Contagem**: Lista composta por exercícios que utilizam-se da análise e da contagem de elementos dentro de um grupo que obedeçam condições previamente estabelecidas. O foco neste momento não vem a ser a contagem de elementos propriamente dita, e sim o desenvolvimento de um método matemático que nos permita calcular tal resultado final sem o desgaste de contar todas as possibilidades de elementos condizentes com as características estabelecidas.
- **Contagem II**: Em continuação à lista anterior, os exercícios deste momento do curso direcionam o uso do método multiplicativo da contagem para sua resolução.
- **Problemas Envolvendo Frações e Porcentagem:** problemas matemáticos envolvendo o conhecimento do significado e das operações com fração. Na sequencia temos a aplicação de fração em problemas de porcentagem.
- **Interpretação de Gráficos:** leitura interpretação de informações apresentadas através de gráficos, inclusive com aplicação no cálculo de média aritmética.
- **Manipulações Geométricas**: São exercícios que envolvem deslocamento, giro, reflexão, planificação, cortes, etc. Ou seja, que exigem a manipulação de entes geométricos instigando a percepção espacial do indivíduo.
- **Geometria**: Esta lista é composta por exercícios de geometria que, apesar de envolverem cálculos de comprimentos e áreas de figuras planas, estas são normalmente seccionadas, de forma a se poder calcular valores simplesmente

sobrepondo ou reposicionando as partes e, consequentemente, fracionando também os valores das grandezas observadas.

Exemplo_3: (OBMEP) Na figura, o lado de cada quadradinho mede 1 cm. Qual é a área da região cinza?



A) 10 cm^2

B) 12,5 cm^2

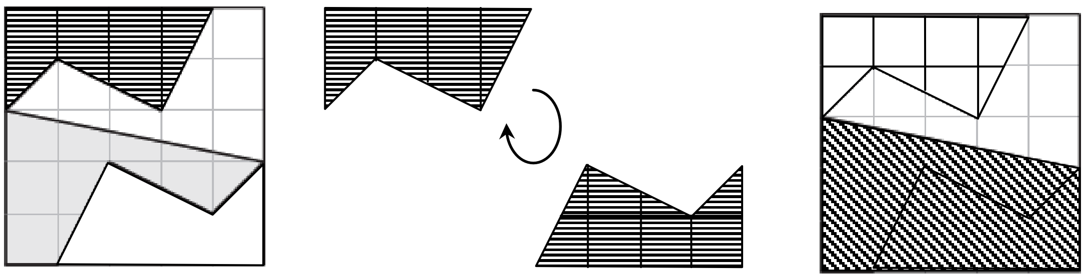
C) 14,5 cm^2

D) 16 cm^2

E) 18 cm^2

SOLUÇÃO:

Temos que a região hachurada em destaque, quando rotacionada como mostrado abaixo, equivalerá à região branca não hachurada na parte inferior da figura, de forma a construir uma figura equivalente à primeira, na qual se constatará visualmente que metade de sua área estará hachurada.



Assim, partindo do fato de que há 25 quadradinhos de 1cm^2 de área, então a área hachurada representará 12,5 cm^2 de área, metade do valor da área da figura completa.

- **Regra-de-três:** Ocorre neste momento o reforço na ideia de proporcionalidade.
- **Sistemas_Numeração Decimal:** Questões que envolvem conhecimento de métodos de resolução de sistemas matemáticos algébricos, assim como a sua formulação a partir de situações problema e, questões que se utilizam das particularidades do sistema de numeração decimal.

2.3.3 Descrição das Atividades do Nível 3 aplicadas em 2012 (Anexo 6)

- **Contagem**: Lista composta por exercícios que utilizam-se da análise e da contagem de elementos dentro de um grupo que obedeçam condições previamente estabelecidas. O foco neste momento não vem a ser a contagem de elementos propriamente dita, e sim o desenvolvimento de um método matemático que nos permita calcular tal resultado final sem o desgaste de contar todas as possibilidades de elementos condizentes com as características estabelecidas.
- **Raciocínio Lógico:** Problemas matemáticos que necessitam de uma interpretação cuidadosa e raciocínio aguçado para lidar com as informações implícitas nos enunciados. Este é um forte momento de empolgar o aluno, fortalecendo sua autoestima e seu empenho por novas descobertas matemáticas, é nesses que ocorre a aparição de problemas de cunho curioso e desafiador, instigando a participação dos alunos e o debate entre os próprios em sala de aula.
- **Manipulações Geométricas**: São exercícios que envolvem deslocamento, giro, reflexão, planificação, cortes, etc. Ou seja, que exigem a manipulação de entes geométricos instigando a percepção espacial do indivíduo.
- **Geometria**: Esta lista é composta por exercícios de geometria que, apesar de envolverem cálculos de comprimentos e áreas de figuras planas, estas são normalmente seccionadas, de forma a se poder calcular valores simplesmente sobrepondo ou reposicionando as partes e, consequentemente, fracionando também os valores das grandezas observadas.
- **Gráficos e Frações:** Problemas matemáticos envolvendo o conhecimento do significado e das operações com fração, ainda com a interpretação de informações apresentados em gráficos.
- **Observação:** Houve a utilização de algumas listas de exercícios de 2011, retirados de provas da OBM, para elevar o nível de dificuldade quando os alunos demonstravam-se mais a vontade com as resoluções dos exercícios da OBMEP.

2.3.4 Descrição das Atividades aplicadas no 2º Semestre de 2012

Tendo em vista que o objetivo principal dessa preparação no ano de 2012 foi o de angariar premiações na OBMEP, deixando um pouco de lado a OBM por ser mais difícil em termos de complexidade de conhecimentos e ferramentas matemáticas, os momentos posteriores à 1ª fase das competições se deu prioritariamente através da resolução de provas anteriormente aplicadas em 2ª fase da OBMEP.

Apesar de elevado o grau de complexidade e, também a extensão das resoluções das questões em provas de 2ª fase, neste momento deu-se prioridade para os alunos ainda na competição, o que se traduz em alunos que obtiveram uma maior assimilação de conhecimentos prévios, aqueles trabalhados no 1º semestre com o material didático a que se propôs este trabalho.

CAPÍTULO 3

RESULTADOS

3.1 INTRODUÇÃO

Como a implementação do Curso de Preparação para Olimpíadas de Matemática se deu nos anos de 2011 e 2012, num período de dois anos, resolveu-se tomar os dois anos anteriores a este período para comparativo, ou seja, 2009 e 2010. Porém, sem a possibilidade da contabilização, por não ser quantitativo, talvez um resultado mais importante que os citados acima seja a autoconfiança adquirida por muitos dos alunos que frequentaram as atividades desempenhadas durante este trabalho. A leitura, a interpretação, os cálculos matemáticos e, principalmente, os raciocínios a que tais estudantes foram exposto nestas aulas colocaram-nos em um patamar acima no que se refere à zona de desenvolvimento proximal de cada um deles.

Para a análise comparativa foram consideradas as seguintes Olimpíadas de Matemática a seguir.

3.2 OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP)

A OBMEP, coordenada pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), vem em suas estatísticas registrando participação anual das escolas de todo o país em um número superior a 43.000, tendo em 2012 culminado com a participação de 46.728 Escolas Públicas do Ensino Básico. Este número, quando traduzido em quantidade de estudantes, está em torno dos surpreendentes 19.000.000.

Como forma de manter a participação de um maior número de escolas na 2ª fase da competição, o regulamento da OBMEP estabelece a classificação dos 5% melhores resultados de cada escola. Esta regra faz com que escolas como a referida neste trabalho que possui cerca de 1100 alunos do 6º Ano do Ensino Fundamental ao 3º Ano do Ensino Médio, classifique um total de 57 alunos para a fase discursiva da competição.

As medalhas, que vinham se mantendo num total anual de 3200, atingiram em 2012 a quantidade de 4500 as quais são divididas entre os três níveis da competição em ouro, prata e bronze. Em se tratando da escola onde foi implementado esse curso, em 2009 foram conquistadas duas medalhas e, em 2010, foram também duas medalhas.

Com o auxílio do Curso de Preparação para Olimpíadas de Matemática, o número de medalhas conquistadas pelos alunos da escola utilizada para verificação da funcionalidade desse curso aumentou consideravelmente, foram cinco em 2011 e quatorze em 2012. Como observado no quadro abaixo:

Tabela_6: Premiações da Escola na OBMEP

Medalhas	2009	2010	2011	2012
Ouro	-	-	1	1
Prata	-	1	2	-
Bronze	2	1	2	13
Total de Medalhas	**2**	**2**	**5**	**14**
Menção Honrosa	12	17	17	21
Total de Premiações	**14**	**19**	**22**	**35**

Além do resultado expresso por medalhas, há também a Menção Honrosa dada a alunos que pontuaram logo abaixo da média necessária para as medalhas de bronze. Ao incluir os alunos dessa escola agraciados com esta forma de premiação, a quantidade de premiados aumentou de 19, em 2009, para 35, em 2012, sendo que estes 35 estudantes representam cerca de 70% dos 50 que estiveram presentes na 2ª fase.

Quando comparada às outras escolas do Estado do Pará, a referida escola foi em 2011 e 2012 a escola que mais obteve medalhas. Em 2012 o destaque foi notável, visto que cinco escolas, as melhores classificadas após a escola onde se implementou esse curso, chegaram à marca de duas, muito abaixo das 14 medalhas obtidas onde funcionou a preparação proposta neste.

Ao expandir essa comparação ao todo da competição, em 2012, com as modificações e adaptações do material didático utilizado em 2011 visando a melhoria do aprendizado dos estudantes participantes do Curso de Preparação para Olimpíadas de Matemática, o número de escolas no Brasil que superaram a marca de 14 medalhas foi de 17 escolas apenas.

3.3 OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA (OBM)

A escola referida ainda não havia, até 2010, aprovado nenhum aluno para a terceira e última fase da competição. Em 2011 este tabu foi quebrado com a excelente participação de um aluno, o qual, apesar do empenho, naquele momento, não conseguiu premiação.

Quando em 2012, com a sequência do trabalho e com a sedimentação do estudo dos alunos que participavam do Curso de Preparação para as Olimpíadas de Matemática pelo segundo ano, dois foram os alunos da referida escola classificados para a terceira fase da OBM. E, então, o estudante já classificado para esta última fase em 2011, participante do nível 1 deste prélio, conseguiu atingir pontuação que o agraciou com a Menção Honrosa, melhor premiação já recebida por um paraense representante do nível 1 desde 1998, quando o Pará retomou participação na OBM, igualando-se a dois outros estudantes do Pará, um premiado em 2002 e outro em 2011.

Com este feito, a referida escola passou a ser a única escola pública do Estado do Pará com um estudante do Ensino Básico premiado na OBM.

3.4 OLIMPÍADA PARAENSE DE MATEMÁTICA (OPM):

Nesta competição novamente obtivemos sucesso. Ainda sem o resultado do ano de 2012, os anos de 2009, com 3 medalhas de prata, e 2010 com 1 medalha de prata e 4 de bronze foram superados em 2011, ao serem conquistadas 3 medalhas de ouro, 2 de prata e 3 de bronze.

CAPÍTULO 4

DEPOIMENTOS

4.1 Introdução

Alguns dos alunos e professores do Curso de Preparação em Olimpíadas de Matemática se dispuseram a expor brevemente sua forma de ver o que o curso trouxe, ou traz, para sua vida de um modo geral.

4.2 Depoimento dos Alunos

Aluno A (2º Ano do Ensino Médio)

Vontade de aprender e amor à Matemática são geralmente as características básicas de quem procura o curso de lógica matemática. Embora algumas pessoas o procurem apenas por curiosidade.

Mas, em geral, não importa o motivo que levou a pessoa àquele curso, ela acaba ficando porque gosta. O curso é tão interessante, que acaba prendendo as pessoas, pois não só se aprendem coisas novas, mas também aprimoram as técnicas já conhecidas. Aprendem também a raciocinar mais rápido e melhoram sua interpretação de texto.

Logo, o curso de lógica matemática não influencia apenas em Matemática. Um aluno desse curso torna-se apto a ser bem sucedido nas demais matérias da escola.

Aluno B (2º Ano do Ensino Médio)

Por parte dos alunos, o decorrer do curso mostra resoluções de questões diversas e de muitos outros métodos para isso, conteúdos que não foram abrangidos de forma explanativa no decorrer do ano letivo, e que foram trabalhados aplicados à resolução de questões de olimpíada.

Muitos alunos passaram para as próximas fases de várias olimpíadas, OBMEP, OBM, e consequentemente a OPM, mostrando o resultado real adquirido *pelas aulas de preparação. Além disso, mostra o quanto essas questões podem ajudar no dia-dia do aluno, que vê de forma mais clara o conteúdo explicado em sala de aula.*

Aluno C (3º Ano do Ensino Médio)

O curso preparatório de matemática para as olimpíadas é um belo recurso que os professores deram aos alunos para que tais possam aumentar suas capacidades e habilidades na disciplina, um ato de generosidade de dimensões incalculáveis, pois os professores que lá atuam usam de seu tempo para além de ensinar assuntos novos e de grande utilidade, guiar e apoiá-los com o objetivo de levá-los a uma medalha em qualquer olimpíada que tais alunos participem.

O interessante das aulas do curso preparatório para as olimpíadas é o fato de ser um pequeno grupo de alunos sendo ministrados por outro pequeno grupo de professores, mas que gera grandes resultados, como o aumento considerável de medalhistas desde o início das atividades, assim como o de notas na disciplina no contexto escolar, pois foi averiguado que os alunos que estavam participando do curso, mesmo que a média de notas de sua sala tivesse drasticamente baixa, ele conseguia manter-se na media desejada.

O curso se baseia em 3 horas seguidas de aula, as quais são muito bem utilizadas pelos professores, onde são entregues provas antigas, ou então fichas formuladas pelos próprios professores com a utilidade de preparar os alunos para as olimpíadas.Nas aulas, o relacionamento entre aluno e professor é de amizade, tranquilidade e principalmente de respeito mútuo, por isso, qualquer dúvida que um aluno tenha, em qualquer assunto abordado, basta somente ele falar sua dúvida que ambos iram respeitar e querer ajudar o aluno a entender, tanto os professores quanto os próprios colegas de classe, um verdadeiro ambiente de sala de aula.

Outra coisa apreciável do curso é que qualquer aluno da escola está convidado a fazer, este sendo bom ou não na disciplina, basta o interesse, e também o fato do curso ser bancado pelos professores, o que desperta o interesse de vários alunos a participarem.

Aluno D (3º Ano do Ensino Médio)

Estudo na escola "Tenente Rêgo Barros" desde a chamada "alfabetização". Durante esse período de tempo (alfabetização até o segundo ano do ensino médio), quase que anualmente realizávamos as chamadas "Olimpíadas de Matemática". No entanto, durante todos esses anos eu nunca havia sequer conseguido obter 5 questões de todas as 20 que esta prova contém (OBMEP).

Então no ano de 2012, entrei no Curso de Preparação para as Olimpíadas que estava sendo ministrado pelo professor Adenilson. No início, eu olhava para tudo aquilo e não entendia absolutamente nada, eram questões complicadas até mesmo impossíveis para eu resolver.

Entretanto, o tempo passou e aquelas coisas foram deixando de ser complicadas, e passaram a ser solucionáveis. Notei então que ir à escola todas as quartas de manhã estavam surtindo efeito. E então quando chegou o dia da prova da primeira fase, eu consegui a aprovação para segunda, até que pela primeira vez eu obtive uma menção honrosa que para mim significara bastante, já que antes, nem para a segunda fase eu conseguia passar.

Meus pais acharam muito boa esta atitude, já que o professor beneficia, e muito, o aluno, proporcionando um ensino da Matemática de forma intensa e com muita qualidade.

4.3 Depoimento dos Professores Colaboradores

Professor C

O Ministério da Educação (MEC), através de suas diretrizes aponta cinco competências visando à produção harmônica do conhecimento: domínio de linguagens, compreensão de fenômenos, construção de argumentações, solução de problemas e elaboração de propostas. As questões de Olimpíadas de Matemática tem se mostrado a atender as expectativas do MEC, pois a resolução de problemas com várias estratégias de resolução vem sendo aplicado para que os alunos venham a desenvolver as habilidades para a aplicação do conhecimento proposto pelo MEC.

O trabalho com Olimpíadas nos faz observar vários aspectos das diretrizes do MEC, além de outros como a motivação e a autoestima dos alunos que assistem as aulas. Muitos não conseguem ser medalhistas, porem todos tem significativa melhora nas notas de testes e provas da Disciplina Matemática. Há, inclusive, alunos que tem melhorado seu desempenho até em outras disciplinas, como língua portuguesa e ciências.

As Questões de Olimpíadas são desafiadoras e motivadoras tanto para os alunos como para nós professores a Matemática de competição atrai e nos faz querer superar os desafios a cada questão proposta. É notória a alegria das crianças ao se depararem com uma questão de competição e realizar sua solução com êxito. As Olimpíadas vêm se mostrado uma ótima ferramenta para o ensino-aprendizagem ao longo da minha experiência docente.

Professor D

É com muita honra e gratidão que recebo este convite para fazer um depoimento sobre nossas atividades no curso de preparação para as olimpíadas de matemática. Digo isto, porque obtive um crescimento profissional muito grande em virtude do nosso projeto. Além disso, conseguimos perceber em nossos alunos uma evolução significativa não só no conhecimento matemático, mas também em sua motivação e autoconfiança.

Para conduzir nossas aulas, tivemos que estudar conteúdos diferenciados daqueles que estávamos habituados a trabalhar nas turmas regulares, separar questões específicas para cada aula ministrada, além de mudar a dinâmica da própria sala de aula. Semanalmente nos reuníamos para discutir nossa prática, planejar e tentar melhorar cada vez mais.

Quanto aos alunos que eram selecionados ou convidados para participar de nossa preparação, em virtude do que já foi citado anteriormente, ganham uma carga de conhecimento diferenciado que possibilita um olhar mais abrangente e profundo da matemática, o que não só o prepara para as olimpíadas, mas também melhora o seu desempenho na sala de aula regular nas matérias de exatas. Além de proporcionar, através dos resultados obtidos em suas avaliações regulares e olimpíadas, um aumento de sua motivação e autoconfiança.

Finalmente, tenho certeza que por influência do projeto, consegui ingressar no programa de mestrado da Sociedade Brasileira de Matemática (PROFMAT), além de receber convites para trabalhar com formação de professores de instituições do nosso Estado. Nossos alunos, além do conhecimento adquirido, conseguiram premiações e reconhecimento da sociedade, inclusive, para alguns, o recebimento de bolsa de estudos e encontro com a Presidente de nosso país. Sem dúvida, continuarei desenvolvendo este projeto ao lado de meus colegas para o crescimento do ensino/aprendizagem de matemática no Brasil e da educação como um todo.

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao término do primeiro dos dois anos de funcionamento do Curso de Preparação para as Olimpíadas de Matemática já era observada a elevação do desempenho dos alunos da referida escola nas competições a que nos propomos a participar.

O empenho dos alunos participantes de 2011, o despertar do interesse daqueles que viriam a ser os novatos de 2012 e a confiança deles em nós professores eram tão nítidos que empenhei-me no recesso de final de ano para produzir um material didático todo reformulado que melhor se adaptasse aos novos alunos e sem desagradar àqueles que dariam seguimento ao estudo do ano findado.

Quando observado o comparativo entre as medalhas conquistadas é surpreendente o aumento do rendimento dos alunos da referida escola, a qual ganhou ainda um de seus discente na Preparação Especial para Competições Internacionais, o único estudante paraense classificado para este programa.

No que se refere à opinião da comunidade escolar, vale ressaltar que os objetivos propostos neste trabalho estiveram confirmados dentro dos depoimentos dos alunos os quais demonstraram grande contentamento com seu crescimento estudantil por participarem deste curso e cujos desempenhos, é importante frisar, não chegaram ainda a credenciá-los como medalhistas em nenhuma das competições disputadas.

No relato dos professores colaboradores encontramos citações sobre a compatibilidade deste trabalho com as propostas sugeridas pelo Ministérios da Educação (MEC), sobre a manutenção do estudo e da busca do conhecimento por parte de quem ensina, sobre a influência positiva na prática didática desses docentes, sobre o contato mais aproximado com os alunos influenciando em sua maior dedicação para com os estudos, sobre o uso da prática dos grupos de estudo cujos integrantes são os professores influenciados a desempenharem-se pela formação continuada de docentes e, sobre a satisfação inigualável por ver seu trabalho reconhecido pela comunidade em que está inserido, mesmo sem perceber talvez que essa comunidade já é de uma amplitude bem maior.

Agora, a vitória da implementação desse trabalho se deu realmente por não se perceber nas falas, nem de alunos, nem de professores, que as dificuldades apresentadas pelas Olimpíadas de Matemática são, como se costumou escutar antes deste ensejo, impossíveis de serem superadas. Isto por causa do formato desenvolvido para a organização do Material didático produzido e para o decorrer de sua utilização por parte dos professores em suas explanações e dos alunos em seu estudo individual ou conjunto.

Fica então para a continuação futura deste método, que se mostrou satisfatório em seus resultados, a necessidade de alimentar o material didático produzido com as questões das novas provas da OBM e da OBMEP a medida em que forem sendo aplicadas ano a ano. E, também, a possível produção de um material didático de grau de complexidade intermediário aos dois blocos produzidos, um de menor complexidade embasado na OBMEP e o outro de maior complexidade embasado na OBM, que contemple questões da Olimpíada do Canguru Matemático Sem Fronteiras.

CAPÍTULO 6

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

IMPA/OBMEP. **Banco de Questões 2012**. Rio de Janeiro, IMPA, 2012. Disponível em www.obmep.org.br

IMPA/OBMEP. **Banco de Questões 2012**. Rio de Janeiro, IMPA, 2011. Disponível em www.obmep.org.br

IMPA/OBMEP. **Banco de Questões 2012**. Rio de Janeiro, IMPA, 2010. Disponível em www.obmep.org.br

IMPA/OBMEP. **Banco de Questões 2012**. Rio de Janeiro, IMPA, 2009. Disponível em www.obmep.org.br

IMPA/OBMEP. **Banco de Questões 2012**. Rio de Janeiro, IMPA, 2008. Disponível em www.obmep.org.br

IMPA/OBMEP. **Banco de Questões 2012**. Rio de Janeiro, IMPA, 2007. Disponível em www.obmep.org.br

IMPA/OBMEP. **Banco de Questões 2012**. Rio de Janeiro, IMPA, 2006. Disponível em www.obmep.org.br

IMPA/OBMEP. **Banco de Questões 2012**. Rio de Janeiro, IMPA, 2005 Disponível em www.obmep.org.br

KUMON Toru. **Estudo Gostoso de Matemática: O Segredo do Método Kumon.** 9ª Ed. São Paulo: Kumon Instituto de Educação,2001.

REILY , Lúcia. **Escola Inclusiva: Linguagem e Mediação.** Campinas, SP, Papirus, 2004. – (Série Educação Especial)

VYGOTSKY, Lev Sevenovich. **A formação social da mente: O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 6.ed. São Paulo, Martins Fontes, 1998.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. 2ª ed. São Paulo, Martins Fontes, 1998

www.obm.org.br

ANEXO 1 - AULAS DO NÍVEL 1 EM 2011

SUMÁRIO

ALUNO: ____ AULA 01

CÁLCULOS

01- (OBM) Calcule o valor de 1997 + 2004 + 2996 + 4003.
A) 10000 B) 11000 C) 10900 D) 12000 E) 13000

02- (OBM) Qual dos números a seguir é ímpar?
A) 7×8 B) $37 - 23$ C) 9×36 D) $144 : 36$ E) 17×61

03- (OBM) Perguntado, Arnaldo diz que 1 bilhão é o mesmo que um milhão de milhões. Professor Piraldo o corrigiu e disse que 1 bilhão é o mesmo que mil milhões. Qual é a diferença entre essas duas respostas?
A) 1 000 B) 999 000 C) 1 000 000 D) 999 000 000 E) 999 000 000 000

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

04- (OBM) Uma fábrica embala 8 latas de palmito em caixas de papelão cúbicas de 20 cm de lado. Para que possam ser melhor transportadas, essas caixas são colocadas, da melhor maneira possível, em caixotes de madeira de 80 cm de largura por 120 cm de comprimento por 60 cm de altura. O número de latas de palmito em cada caixote é
A) 576 B) 4.608 C) 2.304 D) 720 E) 144

05- (OBM) Uma escola precisa comprar mesas e cadeiras novas para seu refeitório, cada mesa com 4 cadeiras, que serão distribuídas nos 3 setores do refeitório. Em cada setor do refeitório cabem 8 fileiras de mesas e, em cada fileira, cabem 14 mesas. Quantas mesas e cadeiras deverão ser compradas?
A) 112 mesas e 448 cadeiras
B) 112 mesas e 1344 cadeiras
C) 336 mesas e 448 cadeiras
D) 336 mesas e 896 cadeiras
E) 336 mesas e 1344 cadeiras

06- (OBM) O número N de três algarismos multiplicado por 7 deu como resultado um número que termina em 171. A soma dos algarismos de N é:
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

07- (OBM) Observe as multiplicações a seguir:

$12\ 345\ 679 \times 18 = 222\ 222\ 222$
$12\ 345\ 679 \times 27 = 333\ 333\ 333$
$12\ 345\ 679 \times 54 = 666\ 666\ 666$

Para obter 999 999 999 devemos multiplicar 12 345 679 por:
A) 29 B) 99 C) 72 D) 41 E) 81

08- (OBM) Na multiplicação ao lado, alguns algarismos, não necessariamente iguais, foram substituídos pelo sinal *. Qual é a soma dos valores desses algarismos?
A) 17 B) 27 C) 37 D) 47 E) 57

```
   * * *
 x   * 7
 -------
   * * *
 * * *
 -------
 6 1 5 7
```

09- (OBM) Dos números a seguir, qual é o único que pode ser escrito como produto de quatro naturais consecutivos?
A) 712 B) 548 C) 1026 D) 1456 E) 1680

10- (OBM) O quociente e o resto na divisão de 26097 por 25 são, respectivamente:
A) 1043 e 22 **B)** 1044 e 3 **C)** 143 e 22 **D)** 1044 e 22 **E)** 144 e 3

11- (OBM) Você possui muitos palitos com 6 cm e 7 cm de comprimento. Para fazer uma fila de palitos com comprimento total de 2 metros, o número mínimo de palitos que você precisa utilizar é:
A) 29 B) 30 C) 31 D) 32 E) 33

12- (OBM) Um galão de mel fornece energia suficiente para uma abelha voar 7 milhões de quilômetros. Quantas abelhas iguais a ela conseguiriam voar mil quilômetros se houvesse 10 galões de mel para serem compartilhados entre elas?
A) 7 000 B) 70 000 C) 700 000 D) 7 000 000 E) 70 000 000

13- (OBM) Numa certa cidade, o metrô tem todas suas 12 estações em linha reta. A distância entre duas estações vizinhas é sempre a mesma. Sabe-se que a distância entre a terceira e a sexta estações é igual a 3 300 metros. Qual é o comprimento dessa linha?
A) 8,4 km B) 12,1 km C) 9,9 km D) 13,2 km E) 9,075 km

EXPRESSÃO NUMÉRICA

14- (OBM) Esmeralda compra cinco latas de azeite a quatro reais e setenta centavos a lata, cinco latas de leite em pó a três reais e doze centavos cada e três caixas de iogurte com seis iogurtes cada caixa ao preço de oitenta centavos por iogurte. Paga com uma nota de cinqüenta reais e quer saber quanto irá receber de troco. Qual das expressões aritméticas a seguir representa a solução para este problema?
A) $50-5\times(4{,}70+3{,}12)+18\times0{,}80$ **B)** $5\times4{,}70+5\times3{,}12+3\times6\times0{,}80-50$
C) $-[5\times(4{,}70+3{,}12)+3\times6\times0{,}80]+50$ **D)** $50-[5\times(4{,}70+3{,}12)+3\times6+0{,}80]$
E) $50-[5\times(4{,}70+3{,}12)+6\times0{,}80]$

15- (OBM) Uma empresa de telefonia celular oferece planos mensais de 60 minutos a um custo mensal de R$ 52,00, ou seja, você pode falar durante 60 minutos no seu telefone celular e paga por isso exatamente R$ 52,00. Para o excedente, é cobrada uma tarifa de R$ 1,20 cada minuto. A mesma tarifa por minuto excedente é cobrada no plano de 100 minutos, oferecido a um custo mensal de R$ 87,00. Um usuário optou pelo plano de 60 minutos e no primeiro mês ele falou durante 140 minutos. Se ele tivesse optado pelo plano de 100 minutos, quantos reais ele teria economizado?
A) 10 **B)** 11 **C)** 12 **D)** 13 **E)** 14

16- (OBM) O preço de uma corrida de táxi é igual a R$2,50 ("bandeirada"), mais R$0,10 por cada 100 metros rodados. Tenho apenas R$10,00 no bolso. Logo tenho dinheiro para uma corrida de até:
A) 2,5 km **B)** 5,0 km **C)** 7,5 km **D)** 10,0 km **E)** 12,5 km

17- (OBM) Considere um número inteiro *x* e faça com ele as seguintes operações sucessivas: multiplique por 2, some 1, multiplique por 3 e subtraia 5. Se o resultado for 220, o valor de *x* é:
A) um número primo. B) um número par.
C) um número entre 40 e 50. um número múltiplo de 3.
D) um número cuja soma dos algarismos é 9.

LÓGICA MATEMÁTICA

18- (OBM) João é mais velho que Pedro, que é mais novo que Carlos; Antônio é mais velho do que Carlos, que é mais novo do que João. Antônio não é mais novo do que João e todos os quatro meninos têm idades diferentes. O mais jovem deles é:
A) João B) Antônio C) Pedro D) Carlos
E) impossível de ser identificado a partir dos dados apresentados

19- (OBM) Três amigos moram na mesma rua: um médico, um engenheiro e um professor. Seus nomes são: Arnaldo (A), Bernaldo (B) e Cernaldo (C). O médico é filho único e o mais novo dos três amigos. Cernaldo é mais velho que o engenheiro e é casado com a irmã de Arnaldo. Os nomes do médico, do engenheiro e do professor, nessa ordem, são:
A) A, B, C **B)** C, A, B **C)** B, A, C **D)** B, C, A **E)** A, C, B

20- (OBM) Seis amigos planejam viajar e decidem fazê-lo em duplas, cada uma utilizando um meio de transporte diferente, dentre os seguintes: avião, trem e carro. Alexandre acompanha Bento. André viaja de avião. Carlos não acompanha Dário nem faz uso do avião. Tomás não anda de trem. Qual das afirmações a seguir é correta?
A) Bento vai de carro e Carlos vai de avião.
B) Dário vai de trem e André vai de carro.
C) Tomás vai de trem e Bento vai de avião.
D) Alexandre vai de trem e Tomás vai de carro.
E) André vai de trem e Alexandre vai de carro.

21- (OBM) Sobre uma mesa estão três caixas e três objetos, cada um em uma caixa diferente: uma moeda, um grampo e uma borracha. Sabe-se que

- A caixa verde está à esquerda da caixa azul;
- A moeda está à esquerda da borracha;
- A caixa vermelha está à direita do grampo;
- A borracha está à direita da caixa vermelha.

Em que caixa está a moeda?
A) Na caixa vermelha. **B)** Na caixa verde. **C)** Na caixa azul.
D) As informações fornecidas são insuficientes para se dar uma resposta.
E) As informações fornecidas são contraditórias.

22- (OBM) Pedro e Maria formam um estranho casal. Pedro mente às quartas, quintas e sextas-feiras, dizendo a verdade no resto da semana. Maria mente aos domingos, segundas e terças-feiras, dizendo a verdade no resto da semana. Certo dia, ambos dizem: "Amanhã é dia de mentir". O dia em que foi feita essa afirmação era:
A) segunda-feira B) terça-feira C) sexta-feira D) sábado E) domingo

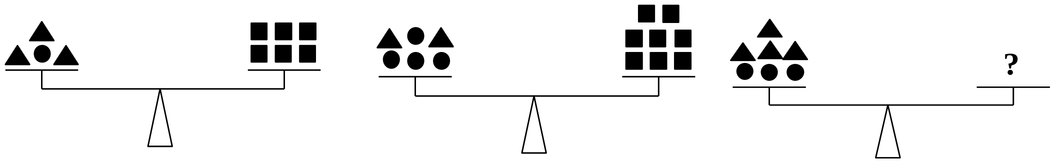
23- (OBM) Quatro amigos vão visitar um museu e um deles resolve entrar sem pagar. Aparece um fiscal que quer saber qual deles entrou sem pagar.

- **–** Eu não fui, diz o Benjamim.
- **–** Foi o Carlos, diz o Mário.
- **–** Foi o Pedro, diz o Carlos.
- **–** O Mário não tem razão, diz o Pedro.

Só um deles mentiu. Quem não pagou a entrada do museu?
A) Mário **B)** Pedro **C)** Benjamim **D)** Carlos
E) não é possível saber, pois faltam dados

24- (OBM) Cinco animais *A, B, C, D,* e *E,* são cães ou são lobos. Cães sempre contam a verdade e lobos sempre mentem. *A* diz que *B* é um cão. *B* diz que *C* é um lobo. *C* diz que *D* é um lobo. *D* diz que *B* e *E* são animais de espécies diferentes. *E* diz que *A* é um cão. Quantos lobos há entre os cinco animais?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

25- (OBM) Figuras com mesma forma representam objetos de mesma massa. Quantos quadrados são necessários para que a última balança fique em equilíbrio?



A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

26- (OBM) As 10 cadeiras de uma mesa circular foram numeradas com números consecutivos de dois algarismos, entre os quais há dois que são quadrados perfeitos. Carlos sentou-se na cadeira com o maior número e Janaína, sua namorada, sentou-se na cadeira com o menor número. Qual é a soma dos números dessas duas cadeiras?
A) 29 B) 36 C) 37 D) 41 E) 64

27- (OBM) Sílvia pensou que seu relógio estava atrasado 10 min e o acertou, mas na verdade o relógio estava adiantado 5 min. Cristina pensou que seu relógio estava adiantado 10 min e o acertou, mas na verdade o relógio estava atrasado 5 min. Logo depois, as duas se encontraram, quando o relógio de Sílvia marcava 10 horas. Neste momento, que horas o relógio de Cristina indicava?
A) 9h 30min **B)** 9h 50min **C)** 10h **D)** 10h 5min **E)** 10h 15min

28- (OBM) Numa caixa havia 3 meias vermelhas, 2 brancas e 1 preta. Professor Piraldo retirou 3 meias da caixa. Sabendo-se que nenhuma delas era preta, podemos afirmar sobre as 3 meias retiradas que:
A) são da mesma cor. B) são vermelhas.
C) uma é vermelha e duas são brancas. D) uma é branca e duas são vermelhas.
E) pelo menos uma é vermelha.

29- (OBM) Numa caixa havia várias bolas, sendo 5 azuis, 4 amarelas, 3 vermelhas, 2 brancas e 1 preta. Renato retirou 3 bolas da caixa. Sabendo que nenhuma delas era azul, nem amarela, nem preta, podemos afirmar a respeito dessas 3 bolas que:
A) são da mesma cor. **B)** são vermelhas. **C)** uma é vermelha e duas são brancas.
D) uma é branca e duas são vermelhas. **E)** pelo menos uma é vermelha.

30- (OBM) Em uma urna há 28 bolas azuis, 20 bolas verdes, 12 bolas amarelas, 10 bolas pretas e 8 bolas brancas. Qual é o número mínimo de bolas que devemos sacar dessa urna para termos certeza que sacaremos pelo menos 15 bolas da mesma cor?
A) 58 B) 59 C) 60 D) 71 E) 72

ALUNO: ____ AULA 02

POTÊNCIA

31- (OBM) Qual dos números a seguir é o maior?
A) 3^{45} B) 9^{20} C) 27^{14} D) 243^{9} E) 81^{12}

32- (OBM) A metade do número $2^{11}+4^{8}$ é igual a:
A) $2^{5}+4^{4}$ B) $2^{5}+2^{8}$ C) $1^{10}+2^{8}$ D) $2^{15}+4^{5}$ E) $2^{9}+4^{7}$

33- (OBM) Quanto é $2^6 + 2^6 + 2^6 + 2^6 - 4^4$?
A) 0 B) 2 C) 4 D) 4^2 E) 4^4

34- (OBM) A razão $\frac{(2^4)^8}{(4^8)^2}$ é igual a:

A) $\frac{1}{4}$ **B)** $\frac{1}{2}$ **C)** 1 **D)** 2 **E)** 8

35- (OBM) No planeta POT o número de horas por dia é igual a número de dias por semana, que é igual ao número de semanas por mês, que é igual ao número de meses por ano. Sabendo que em POT há 4096 horas por ano, quantas semanas há num mês?
A) 8 B) 12 C) 64 D) 128 E) 256

SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

36- (OBM) Um certo número N de dois algarismos é o quadrado de um número natural. Invertendo-se a ordem dos algarismos desse número, obtém-se um número ímpar. A diferença entre os dois números é o cubo de um número natural. Podemos afirmar que a soma dos algarismos de N é:
A) 7 **B)** 10 **C)** 13 **D)** 9 **E)** 11

37- (OBM) Um certo número N de dois algarismos é o quadrado de um número natural. Invertendo-se a ordem dos algarismos desse número, obtém-se um número ímpar. A diferença entre os dois números é o cubo de um número natural. Podemos afirmar que a soma dos algarismos de N é:
A) 7 **B)** 10 **C)** 13 **D)** 9 **E)** 11

38- (OBM) O número N tem três algarismos. O produto dos algarismos de N é 126 e a soma dos dois últimos algarismos de N é 11. O algarismo das centenas de N é:
A) 2 B) 3 C) 6 D) 7 E) 9

39- (OBM) O algarismo das unidades do número $1 \times 3 \times 5 \times \ldots \times 97 \times 99$ é
A) 1 **B)** 3 **C)** 5 **D)** 7 **E)** 9

40- (OBM) Ao somar cinco números consecutivos em sua calculadora, Esmeralda encontrou um número de 4 algarismos: 2 0 0 *. O último algarismo não está nítido, pois o visor da calculadora está arranhado, mas ela sabe que ele não é zero. Este algarismo só pode ser:
A) 5 **B)** 4 **C)** 3 **D)** 2 **E)** 9

41- (OBM) Qual é o último algarismo da soma de 70 números inteiros positivos consecutivos?
A) 4 **B)** 0 **C)** 7 **D)** 5 **E)** Faltam dados

NÚMEROS PRIMOS

42- (OBM) Preenchemos as casas vazias da tabela ao lado com o produto dos números que estão sombreados na mesma linha e na mesma coluna da casa vazia a ser preenchida. Quantas dessas casas conterão números primos?

x	1	2	3	5	7	11	13
1							
2							
3							
5							
7							
11							
13							

A) 6 **B)** 7 **C)** 12 **D)** 14 **E)** 26

43- (OBM) Quantos números de dois algarismos não são primos nem múltiplos de 2, 3 ou 5 ?
A) 1 **B)** 3 **C)** 2 **D)** 4 **E)** mais de 4

44- (OBM) O número 10 pode ser escrito de duas formas como soma de dois números primos: 10 = 5 + 5 e 10 = 7 + 3. De quantas maneiras podemos expressar o número 25 como uma soma de dois números primos?
A) 4 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** nenhuma

45- (OBM) Quantos números de dois algarismos são primos e têm como antecessor um quadrado perfeito?
A) 2 B) nenhum C) 1 D) 3 E) 6

MMC

46- (OBM) Numa reunião da comunidade do bairro, cada uma das 125 pessoas presentes recebeu um número diferente, a partir do número 1 até o 125. Em dado momento, foi feita uma lista das pessoas com número par e das pessoas com número múltiplo de 3, que deveriam participar de um projeto. Algumas pessoas reclamaram, dizendo que o seu nome aparecia duas vezes na lista. Quantas pessoas apareceram duas vezes na lista?
A) 2 **B)** 6 **C)** 20 **D)** 41 **E)** 62

47- (OBM) Devido a um defeito de impressão, um livro de 600 páginas apresenta em branco todas as páginas cujos números são múltiplos de 3 ou de 4. Quantas páginas estão impressas?
A) 100 B) 150 C) 250 D) 300 E) 430

48- (OBM) Numa festa típica, cada prato de arroz foi servido para duas pessoas, cada prato de maionese para três pessoas, cada prato de carne servia quatro pessoas e cada prato de doces dava exatamente para cinco pessoas. Foram utilizados 77 pratos e todas as pessoas se serviram de todos os pratos oferecidos. Quantas pessoas havia na festa?
A) 20 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

49- (OBM) Contando-se os alunos de uma classe de 4 em 4 sobram 2, e contando-se de 5 em 5 sobra 1. Sabendo-se que 15 alunos são meninas e que nesta classe o número de meninas é maior que o número de meninos, o número de meninos nesta classe é:
A) 7 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 10 **E)** 11

50- (OBM) O emir Abdel Azir ficou famoso por vários motivos. Ele teve mais de 39 filhos, incluindo muitos gêmeos. De fato, o historiador Ahmed Aab afirma num dos seus escritos que todos os filhos do emir eram gêmeos duplos, exceto 39; todos eram gêmeos triplos, exceto 39; todos eram gêmeos quádruplos, exceto 39. O numero de filhos do emir é:
A) 111 B) 48 C) 51 D) 78 E) 75

ALUNO: ____ AULA 02

CONTAGEM

51- (OBM) Um menino joga três dados e soma os números que aparecem nas faces voltadas para cima. O número dos diferentes resultados dessa adição é:
A)12 B) 18 C) 216 D) 16 E) 15

52- (OBM) Uma urna contém 2008 cartões. Cada cartão recebeu um número diferente, a partir do número 1 até o 2008. Retiram-se dois cartões ao acaso e somam-se os números dos cartões. Quantos números ímpares diferentes podem ser obtidos dessa maneira?
A) 1004 **B)** 1005 **C)** 2007 **D)** 2008 **E)** 4016

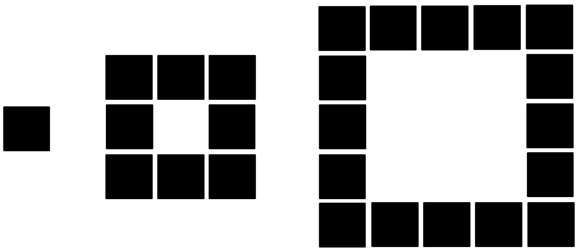
53- (OBM) Quantos números inteiros positivos de três algarismos têm a soma de seus algarismos igual a 4?
Observação: lembre-se de que zeros à esquerda não devem ser contados como algarismos; por exemplo, o número 031 tem dois algarismos.
A) 4 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 10 **E)** 12

54- (OBM) Quantos números de 3 algarismos existem cuja soma dos algarismos é 25 ?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

55- (OBM) Escrevendo todos os números inteiros de 100 a 999, quantas vezes escrevemos o algarismo 5?
A) 250 **B)** 270 **C)** 271 **D)** 280 **E)** 292

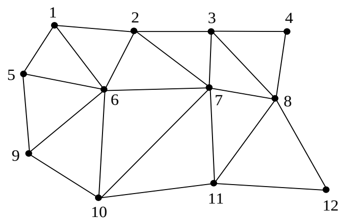
56- (OBM) Os números inteiros positivos de 1 a 1000 são escritos lado a lado, em ordem crescente, formando a seqüência 123456789101112131415... 9991000. Nesta seqüência, quantas vezes aparece o grupo "89" ?
A) 98 **B)** 32 **C)** 22 **D)** 89 **E)** 21

57- (OBM) Usando pastilhas de cerâmica preta na forma de quadradinhos foi composta uma decoração numa parede, mostrada parcialmente abaixo:

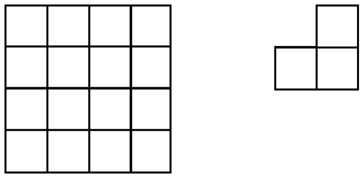


Quantas pastilhas foram empregadas em toda a decoração considerando-se que na última peça montada foram utilizadas 40 pastilhas?
A) 60 **B)** 68 **C)** 81 **D)** 100 **E)** 121

58- (OBM) O mapa ao lado mostra um conjunto residencial onde as casas, numeradas, são interligadas por 23 ruelas. O vendedor Zé Ruela, que mora na casa 8, planeja passar por todas as outras casas e retornar à sua, percorrendo o menor número possível de ruelas. Ele deixará de caminhar por quantas ruelas?
A) 15 **B)** 10 **C)** 13 **D)**12 **E)** 11



59- (OBM) São dados um tabuleiro e uma peça, como mostra a figura.



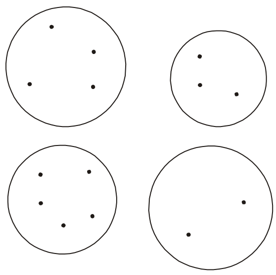
De quantas maneiras diferentes podemos colocar a peça no tabuleiro, de modo que cubra completamente 3 casas?
A) 16 B) 24 C) 36 D) 48 E) 60

60- (OBM) Renata digitou um trabalho de 100 páginas numerados de 1 a 100 e o imprimiu. Ao folhear o trabalho, percebeu que sua impressora estava com defeito, pois trocava o zero pelo um e o um pelo zero na numeração das páginas. Depois de consertar a impressora, quantas páginas teve que reimprimir, no mínimo ?
A) 18 B) 20 C) 22 D) 30 E) 28

61- (OBM) Numa certa cidade, foi adotado o seguinte sistema de rodízio de carros: duas vezes por semana, de segunda a sexta, cada carro fica proibido de circular, de acordo com o final de sua placa (algarismo das unidades). O número médio de finais de placa proibidos diferentes para cada dia de proibição é:
A) 4 B) 1 C) 3 D) 2 E) indefinido

62- (OBM) Num relógio digital, que marca de 0:00 até 23:59, quantas vezes por dia o mostrador apresenta todos os algarismos iguais?
A) 10 **B)** 8 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 9

63- (OBM) Na figura abaixo, temos 4 circunferências e alguns pontos destacados no interior dessas circunferências. Escolhendo exatamente um desses pontos dentro de cada uma das circunferências, e unindo-os por segmentos de reta que não se cruzam, formamos um quadrilátero. Quantos quadriláteros diferentes seremos capazes de desenhar nessas condições?
A) 4 **B)** 14 **C)** 60 **D)** 120 **E)** 24



64- (OBM) Quantos números inteiros e positivos menores do que 1.000.000 existem cujos cubos terminam em 1?
A) 1.000 **B)** 10.000 **C)** 50.000 **D)** 100.000 **E)** 500.000

65- (OBM) Em um ano, no máximo quantos meses têm cinco domingos?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

ALUNO: ____ AULA 03

CONTAGEM II

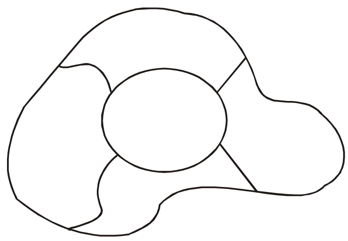
66- (OBM) Quantos números pares de três algarismos têm dois algarismos ímpares?
A) 20 **B)** 48 **C)** 100 **D)** 125 **E)** 225

67- (OBM) As permutações da palavra BRASIL foram listadas em ordem alfabética, como se fossem palavras de seis letras em um dicionário. A 361ª palavra nessa lista é:
A) BRISAL **B)** SIRBAL **C)** RASBIL **D)** SABRIL **E)** LABIRS

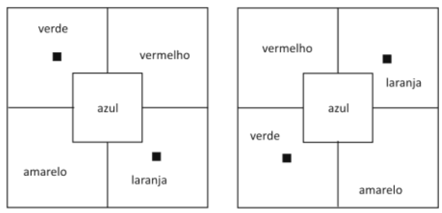
68- (OBM) O alfabeto usado no planeta X tem somente duas letras: X e *x*. O sobrenome (nome de família) de cada um de seus habitantes é uma seqüência formada por 4 letras. Por exemplo, *x*X*xx* é um possível sobrenome utilizado nesse planeta. O maior número de sobrenomes diferentes que podem ser dados no planeta X é:
A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

69- (OBM) Um código de barras é formado por barras verticais pretas de três larguras diferentes. Duas barras pretas sempre são separadas por uma barra branca, também com três larguras diferentes. O código começa e termina com uma barra preta, como no exemplo ao lado.
Considere um código S, formado por uma barra preta fina, duas médias e uma grossa, separadas por barras brancas finas. Quantos códigos S diferentes podem ser assim formados?
A) 4 **B)** 6 **C)** 12 **D)** 24 **E)** 36

70- (OBM) O desenho ao lado mostra o mapa de um país (imaginário) constituído por cinco estados. Deseja-se colorir esse mapa com as cores verde, azul e amarela, de modo que dois estados vizinhos não possuam a mesma cor. De quantas maneiras diferentes o mapa pode ser pintado?
A) 12 **B)** 6 **C)** 10 **D)** 24 **E)** 120



71- (OBM) Soninha tem muitos cartões, todos com o mesmo desenho em uma das faces. Ela vai usar cinco cores diferentes (verde, amarelo, azul, vermelho e laranja) para pintar cada uma das cinco partes do desenho, cada parte com uma cor diferente, de modo que não haja dois cartões pintados da mesma forma. Na figura abaixo, por exemplo, os cartões são iguais, pois um deles pode ser girado para se obter o outro. Quantos cartões diferentes Soninha conseguirá produzir?
A) 16 **B)** 25 **C)** 30 **D)** 60 **E)** 120



72- (OBM) Se você tiver uma mesa de bilhar retangular cuja razão entre a largura e o comprimento seja 5/7 e bater em uma bola que está em um canto, de modo que ela saia na direção da bissetriz do ângulo desse canto, quantas vezes ela baterá nos lados antes de bater em um dos cantos?
A) 10 vezes **B)** 12 vezes **C)** 13 vezes **D)** 14 vezes **E)** 15 vezes

73- (OBM) Quantas vezes num dia (24 horas) os ponteiros de um relógio formam ângulo reto ?
A) 48 B) 44 C) 24 D) 22 E) 23

74- (OBM) Você sabe que existem 9 números de um algarismo, 90 números de dois algarismos, 900 números de três algarismos, etc. Considere agora cada número cujo último

algarismo à direita representa o número de algarismos desse número. Por exemplo, o número 9 074 é um deles, pois 4 é o número de seus algarismos. Quantos números desse tipo existem ?
A) 99 999 999 B) 99 999 992 C) 100 000 000 D) 10 000 000 E) 1 000 000 000

75- (OBM) Num relógio digital, as horas são exibidas por meio de quatro algarismos. Por exemplo, ao mostrar 00:00 sabemos que é meia-noite e ao mostrar 23:59 sabemos que falta um minuto para meia-noite. Quantas vezes por dia os quatro algarismos mostrados são todos pares?
A) 60 **B)** 90 **C)** 105 **D)** 180 **E)** 240

76- (OBM) São escritos todos os números de 1 a 999 nos quais o algarismo 1 aparece exatamente 2 vezes (tais como, 11, 121, 411, etc). A soma de todos estes números é:
A) 6882 **B)** 5994 **C)** 4668 **D)** 7224 **E)** 3448

77- (OBM) A primeira fase da OBM se realiza no dia 14 de junho, um sábado do ano bissexto 2008. Daqui a quantos anos o dia 14 de junho será novamente no sábado?
A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8

78- (OBM) Escrevem-se, em ordem crescente, os números inteiros e positivos que sejam múltiplos de 7 ou de 8 (ou de ambos), obtendo-se 7, 8, 14, 16, ... O 100º número escrito é:
A) 406 **B)** 376 **C)** 392 **D)** 384 **E)** 400

79- (OBM) Um feirante vende batatas e, para pesar, utiliza uma balança de dois pratos, um peso de 1 kg, um peso de 3 kg e um peso de 10 kg. Considere a seguinte afirmação: "Este feirante consegue pesar (com uma pesagem) *n* quilogramas de batatas". Quantos valores positivos de *n* tornam essa afirmação verdadeira, supondo que ele pode colocar pesos nos dois pratos?
A) 7 **B)** 10 **C)** 12 **D)**13 **E)**14

80- (OBM) A seqüência "22" descreve a si mesma, pois ela é formada por exatamente dois 2. Analogamente, a seqüência "31 12 33 15" descreve a si mesma, pois é formada por exatamente três 1, um 2, três 3 e um 5. Qual das seguintes seqüências *não* descreve a si mesma?
A) 21 32 23 16 B) 31 12 33 18 C) 31 22 33 17 19
D) 21 32 33 24 15 E) 41 32 23 24 15 16 18

ALUNO: ____ AULA 04

DIVISIBILIDADE

Critérios de divisibilidade: São regras que nos auxiliam a saber se um número qualquer, é ou não divisível por outro, sem efetuar a divisão

♦ **Divisão por 2:** Um número é divisível por 2 quando seu último algarismo é par

♦ **Divisão por 3:** Um número é divisível por 3 quando a soma de seus algarismos é um número divisível por 3. Ex: 231 é divisível por 3, pois 2+3+1 = 6, que é divisível por 3.

♦ **Divisão por 4:** Um número é divisível por 4 quando termina em um número de dois algarismos que é divisível por 4. Ex: 127<u>36</u> é divisível por 4.

♦ **Divisão por 5:** Um número é divisível por 5 quando o último algarismo, ou algarismo das unidades, é zero ou cinco.
Ex: 200<u>5</u> é divisível por 5
Ex: 102<u>0</u> é divisível por 5

♦ **Divisão por 6:** Um número é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3.
Ex: 17394 é divisível por 2 pois é par
Ex: 17394 é divisível por 3 pois 1 + 7 + 4 + 8 + 4 = 24 é divisível por 3.
Como 17394 é divisível por 2 e por 3 então também é divisível por 6.

♦ **Divisão por 8:** Um número é divisível por 8 quando o numeral formado pelos 3 últimos algarismos da direita é divisível por 8.
Ex: 2000 é divisível por 8

♦ **Divisão por 9:** Um número é divisível por 9 quando a soma de seus algarismos é divisível por 9.
Ex: 819 é divisível por 9, pois 8+1+9 = 18 é divisível por 9

♦ **Divisibilidade por 11:** Um número é divisível por 11 quando a soma dos algarismos de ordem par subtraída da soma dos algarismos de ordem ímpar é um número divisível por 11.
Ex: 3652 é divisível por 11 pois:
3+5 = 8 (pares)
6+2 = 8 (ímpares)
logo 8 – 8 = 0 que é divisível por 11.

♦ **Divisibilidade por 12:** Um número é divisível por 12 quando for divisível por 3 e 4.

EXERCÍCIOS

01 – Quanto deve valer m para que 43m72 seja divisível por 6 ?
02 – Calcular o m.d.c entre 171 e 172
03 – Qual o número de divisores inteiros e positivos de $2.3^2.5$?
04 - Qual o valor de m para que $2^m.5^2$ possua 15 divisores inteiros é positivo ?

81- (OBM) Uma professora tem 237 balas para dar a seus 31 alunos. Qual é o número mínimo de balas a mais que ela precisa conseguir para que todos os alunos recebam a mesma quantidade de balas, sem sobrar nenhuma para ela?
A) 11 **B)** 20 **C)** 21 **D)** 31 **E)** 41

82- (OBM) 108 crianças da 5ª e 6ª séries vão fazer um passeio numa caverna. São formados grupos iguais com mais de 5 porém menos de 20 alunos. Com relação ao número de estudantes por grupo, de quantas formas diferentes eles podem ser feitos?
A) 2 **B)** 8 **C)** 5 **D)** 4 **E)** 3

83- (OBM) Sabendo-se que $9\,174\,532 \times 13 = 119\,268\,916$, pode-se concluir que é divisível por 13 o número:
A) 119 268 903 B) 119 268 907 C) 119 268 911 D) 119 268 913 E) 119 268 923

84- (OBM) No conjunto {101, 1 001, 10 001, ..., 1 000 000 000 001} cada elemento é um número formado pelo algarismo 1 nas extremidades e por algarismos 0 entre eles. Alguns desses elementos são números primos e outros são compostos. Sobre a quantidade de números compostos podemos afirmar que:
A) é igual 11 **B)** é igual a 4 **C)** é menor do que 3
D) é maior do que 4 e menor do que 11 **E)** é 3

85- (OBM) Quantos números de três algarismos ímpares distintos são divisíveis por 3?
A) 18 **B)** 24 **C)** 28 **D)** 36 **E)** 48

86- (OBM) Um certo número inteiro positivo, quando dividido por 15 dá resto 7. Qual é a soma dos restos das divisões desse número por 3 e por 5?
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

87- (OBM) Letícia vendeu todos seus CDs de videogames para três amigos, que lhe pagaram, respectivamente, R$ 240,00, R$ 180,00 e R$ 320,00. Todos os CDs tinham o mesmo preço. Quantos CDs tinha Letícia no mínimo?
A) 20 B) 37 C) 28 D) 21 E) 25

ALUNO: ____ AULA 05

CÁLCULOS SEQUENCIAIS

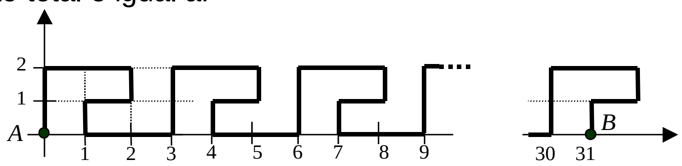
88- (OBM) Considere a seqüência oscilante: 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, …
O 2003º termo desta seqüência é:
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

89- (OBM) Se os números naturais são colocados em colunas, como se mostra abaixo, debaixo de que letra aparecerá o número 2000?

A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*
1		**2**		**3**		**4**		**5**
	9		**8**		**7**		**6**	
10		**11**		**12**		**13**		**14**
	18		**17**		**16**		**15**	
19		**20**		**21**		**...**		**...**

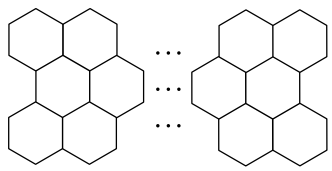
A) *F* **B)** *B* **C)** *C* **D)** *I* **E)** *A*

90- (OBM) A linha poligonal AB é desenhada mantendo-se sempre o mesmo padrão mostrado na figura. Seu comprimento total é igual a:

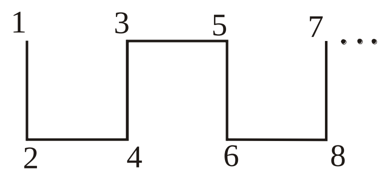


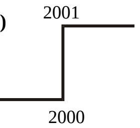
A) 31 **B)** 88 **C)** 90 **D)** 97 **E)** 105

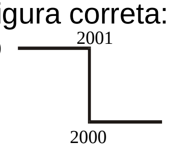
91- (OBM) O arranjo a seguir, composto por 32 hexágonos, foi montado com varetas, todas com comprimento igual ao lado do hexágono. Quantas varetas, no mínimo, são necessárias para montar o arranjo?
A) 113 **B)** 123 **C)** 122 **D)** 132 **E)** 152

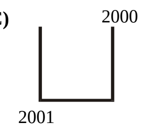


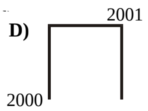
92- (OBM) Escrevem-se os números naturais numa faixa decorativa, da seguinte maneira (ao lado):
Assinale a figura correta:

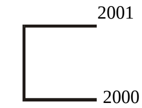


A)


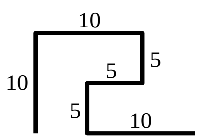
B)


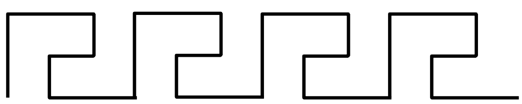
C)


D)


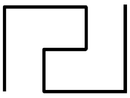
E)


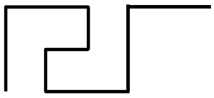
93- (OBM) Um serralheiro solda varetas de metal para produzir peças iguais que serão juntadas para formar o painel abaixo. O desenho ao lado apresenta as medidas, em centímetros, de uma dessas peças. O serralheiro usa exatamente 20 metros de vareta para fazer o seu trabalho.

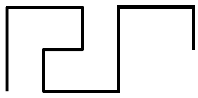


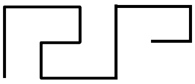


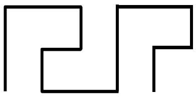
Qual dos desenhos abaixo representa o final do painel?

A) 

B) 

C) 

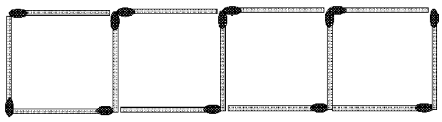
D) 

E) 

94- (OBM) Joana escreve a seqüência de números naturais 1, 6, 11, ..., onde cada número, com exceção do primeiro, é igual ao anterior mais cinco. Joana pára quando encontra o primeiro número de três algarismos. Esse número é:

A) 100 **B)** 104 **C**) 101 **D)** 103 **E)** 102

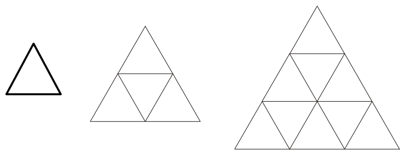
95- (OBM) Joãozinho brinca de formar quadrados com palitos de fósforo como na figura a seguir.



A quantidade de palitos necessária para fazer 100 quadrados é:

A) 296 B) 293 C) 297 D) 301 E) 28

O triângulo equilátero T à direita tem lado 1. Juntando triângulos congruentes a esse, podemos formar outros triângulos equiláteros maiores, conforme indicado no desenho.



Qual é o lado do triângulo equilátero formado por 49 dos triângulos T?

A) 7 B) 49 C) 13 D) 21

E) é impossível formar um triângulo equilátero com esse número de triângulos T

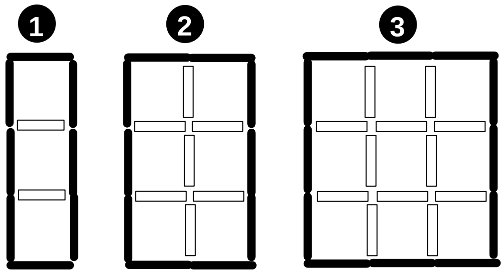
96- (OBM) A soma de todos os números ímpares de dois algarismos menos a soma de todos os números pares de dois algarismos é:

A) 50 B) 46 C) 45 D) 49 E) 48

97- (OBM) A soma de todos os números positivos ímpares até 2007 menos a soma de todos os números positivos pares até 2007 é igual a:

A) 1003 B) 1004 C) 2005 D) 2006 E) 2007

98- (OBM) As figuras a seguir são construídas com palitos pretos e brancos. Para construir as figuras, os palitos pretos foram colocados apenas nas bordas e os brancos apenas no interior. A figura de número *n* corresponde a um retângulo 3 por *n*. Continuando esse procedimento, quantos palitos brancos teremos na figura 2002?

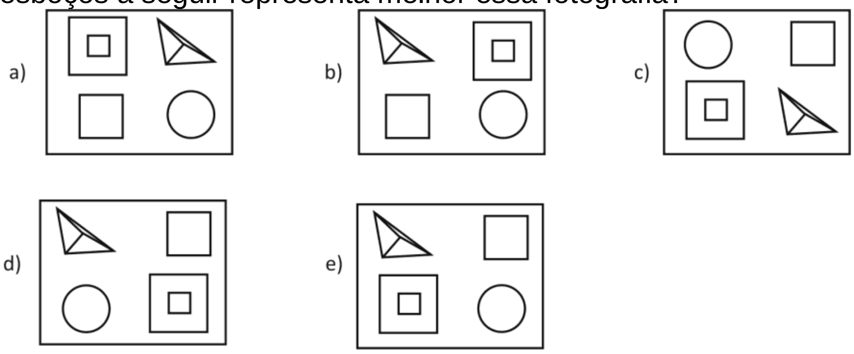


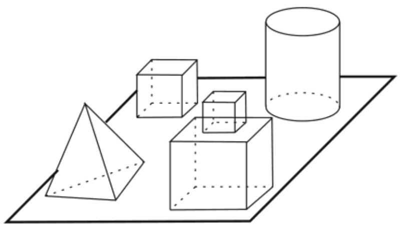
A) 2001 **B)** 4004 **C)** 12006 **D)** 10007 **E)** 10010

ALUNO: ____ AULA 05

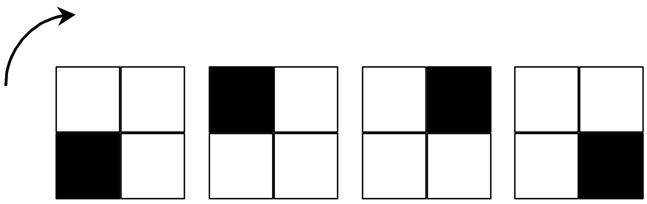
NOÇÃO ESPACIAL

99- (OBM) Sobre uma mesa retangular de uma sala foram colocados quatro sólidos, mostrados no desenho. Uma câmera no teto da sala, bem acima da mesa, fotografou o conjunto. Qual dos esboços a seguir representa melhor essa fotografia?





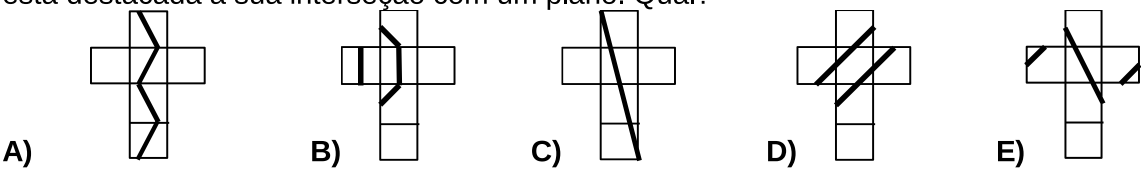
100- (OBM) As 4 colorações a seguir são consideradas iguais por coincidirem por rotação.



De quantos modos diferentes é possível colorir as casas de um tabuleiro 2 × 2 de branco ou preto de modo que não existam dois tabuleiros que coincidam por rotação?

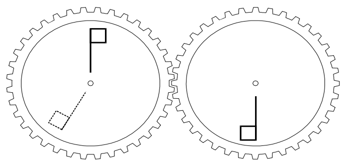
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

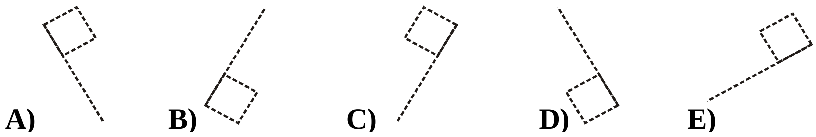
101- (OBM) Somente uma das figuras a seguir representa a planificação de um cubo na qual está destacada a sua interseção com um plano. Qual?



102- (OBM) Juliano colou uma bandeirinha cinza em cada engrenagem, como mostra a figura ao lado.

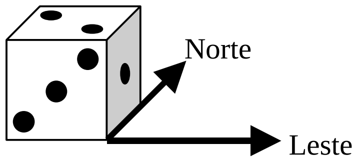
As engrenagens são iguais e quando a engrenagem da esquerda girou um pouco, a sua bandeirinha ficou na posição indicada com a bandeirinha branca pontilhada. Nesta condição, podemos afirmar que a posição da bandeirinha na engrenagem da direita é:





103- (OBM) Tenho um cubo de madeira, com três faces vermelhas e três faces azuis, de modo que faces opostas tenham cores diferentes. O cubo é cortado em 3 x 3 x 3 = 27 cubos menores. Quantos destes cubos menores têm, pelo menos, uma face vermelha e outra azul? **A)** 6 **B)** 12 **C)** 13 **D)** 14 **E)** 16

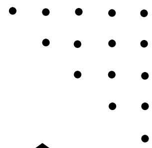
104- (OBM) O desenho abaixo mostra um dado comum cujas somas das pontuações em faces opostas é sempre igual a 7. Ele é colocado em uma mesa horizontal com a face "1" voltada para Leste. O dado é, então, movido quatro vezes.



Um movimento consiste em uma rotação de 90° em relação a uma aresta. Depois do primeiro movimento a face em contato com a mesa passa a ser a "1", depois a "2", então a "3" e, finalmente, a face "5". Para que sentido está voltada a face "1" após esta seqüência de movimentos?

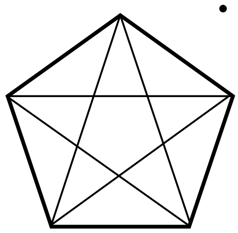
A) Oeste **B)** Leste **C)** Norte **D)** Sul **E)** Cima

105- (OBM) Quantos quadrados têm como vértices os pontos do reticulado ao lado?



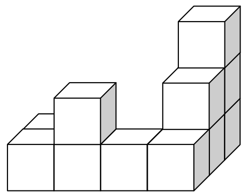
A) 6 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 9 **E)** 10

106- (OBM) Quantos triângulos isósceles têm como vértices os vértices do pentágono regular desenhado ao lado?



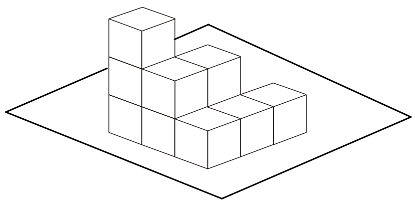
A) 5 **B)** 10 **C)** 15 **D)** 20 **E)** 25

107- (OBM) Onze cubinhos, todos de mesma aresta, foram colados conforme a figura a seguir. O menor número de cubinhos, iguais aos já utilizados, que devem ser agregados ao sólido formado pelos onze cubinhos para obtermos um cubo maciço é igual a:



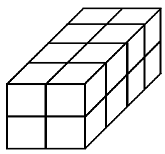
A) 48 B) 49 C) 52 D) 53 E) 56

108- (OBM) Vários caixotes cúbicos de plástico azul ficaram armazenados ao ar livre, na posição indicada na figura ao lado, na qual apenas um dos caixotes não é visível. Com o tempo, o plástico exposto ao ar perdeu sua cor, tornando-se cinza. Ao desfazer a pilha, verificaremos que o número de caixotes com três faces azuis e três cinzentas será:



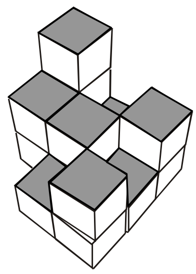
A) 4 B) 5 C) 3 D) 2 E) 1

109- (OBM) Dezesseis cubos de 1cm de lado são colocados juntos, formando o paralelepípedo representado ao lado. A superfície do mesmo foi pintada de verde e, em seguida, os cubos foram separados. O número de cubos com exatamente duas faces verdes é:



A) 2 B) 6 C) 4 D) 8 E) 10

110- (OBM) Num armazém foram empilhadas embalagens cúbicas conforme mostra a figura a seguir. Se cada caixa pesa 25 kg, quanto pesa toda a pilha?



A) 300 kg **B)** 325 kg **C)** 350 kg **D)** 375 kg **E)** 400 kg

ALUNO: ____ AULA 06

CÁLCULOS SEQUENCIAIS II

111- (OBM) Observe as multiplicações a seguir:

$$101 \times 11 = 1111$$
$$101 \times 111 = 11211$$
$$101 \times 1111 = 112211$$
$$101 \times 11111 = 1122211$$
$$\ldots$$

Qual é a soma dos algarismos do número obtido quando multiplicamos 101 pelo número $\underbrace{11111\ldots11}_{2007 \text{algarismos} 1}$?

A) 1001 **B)** 2007 **C)** 2009 **D)** 4008 **E)** 4014

112- (OBM) Sara foi escrevendo nas casas de um tabuleiro 95 por 95 os múltiplos positivos de 4, em ordem crescente, conforme a figura a seguir.

4	8	12	16	20	...	376	380
760	756	752	748	744	...	388	384
764	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...
⋮							
							U

O número que Sara escreveu onde se encontra a letra U é:

A) 35192 **B)** 35196 **C)** 36100 **D)** 36104 **E)** 36108

113- (OBM) Qual é o dígito das unidades do número 3^{1998}?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

114- (OBM) Ao efetuar a soma $13^1 + 13^2 + 13^3 + \cdots + 13^{2006} + 13^{2007}$ obtemos um número inteiro. Qual é o algarismo das unidades desse número?

A) 1 **B)** 3 **C)** 5 **D)** 7 **E)** 9

115- (OBM) A primeira fase da OBM se realiza no dia 14 de junho, um sábado do ano bissexto 2008. Daqui a quantos anos o dia 14 de junho será novamente no sábado?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8

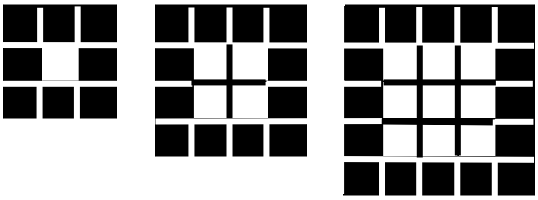
116- (OBM) Hoje é sábado. Que dia da semana será daqui a 99 dias?

A) segunda-feira
B) sábado
C) domingo
D) sexta-feira
E) quinta feira

117- (OBM) Qual ´e o valor de $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{5}$ de $\frac{5}{6}$ de $\frac{6}{7}$ de $\frac{7}{8}$ de $\frac{8}{9}$ de $\frac{9}{10}$ de 1000?

A) 250 B) 200 C) 100 D) 50 E) Nenhum destes

118- (OBM) Com azulejos quadrados brancos e pretos todos do mesmo tamanho, construímos os seguintes mosaicos.



A regra para se construir estes mosaicos é a seguinte: inicialmente formamos um quadrado com 1 azulejo branco cercado por azulejos pretos; e em seguida, outro quadrado, este com 4 azulejos brancos, também cercado por azulejos pretos; e assim sucessivamente.

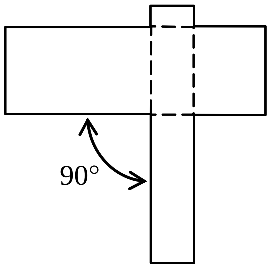
Com 80 azulejos pretos, quantos azulejos brancos serão necessários para se fazer uma seqüência de mosaicos como esta?

A) 55 **B)** 65 **C)** 75 **D)** 85 **E)** 100

ALUNO: ____ AULA 06

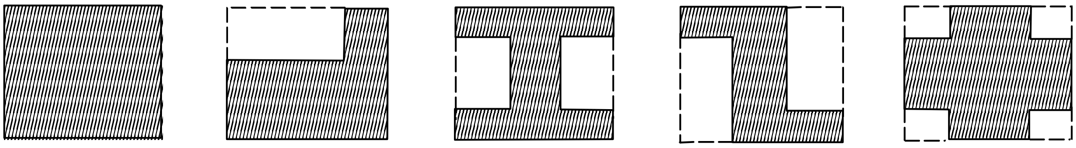
PERÍMETROS

119- (OBM) São dadas duas tiras retangulares de papel com 20 cm de comprimento, uma com 5 cm de largura e outra com 11 cm de largura. Uma delas foi colada sobre a outra, perpendicularmente, de modo a formar a figura ilustrada ao lado. Qual é o perímetro dessa figura, em centímetros?



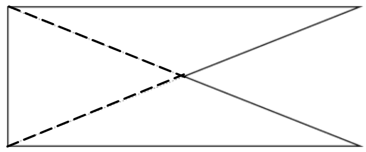
A) 50 **B)** 60 **C)** 80 **D)** 100 **E)** 120

120- (OBM) Um arquiteto apresenta ao seu cliente cinco plantas diferentes para o projeto de ajardinamento de um terreno retangular, onde as linhas cheias representam a cerca que deve ser construída para proteger as flores. As regiões claras são todas retangulares e o tipo de cerca é o mesmo em todos os casos. Em qual dos projetos o custo da construção da cerca será maior?



A) B) C) D) E)

121- (OBM) Dois cartões iguais têm a forma de um triângulo retângulo de lados 5 cm, 12 cm e 13 cm. Esmeralda juntou os dois cartões sobre uma folha de papel e, contornando as beiradas com um lápis, obteve uma figura como a ao lado, que está fora de escala. Qual é o perímetro dessa figura?



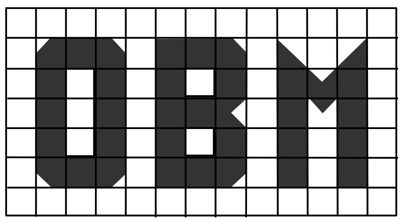
A) 28 cm **B)** 35 cm **C)** 42 cm **D)** 43 cm **E)** 60 cm

122- (OBM) Dizer que uma tela de televisão tem 20 polegadas significa que a diagonal da tela mede 20 polegadas. Quantas telas de televisão de 20 polegadas cabem numa de 60 polegadas?

A) 9 **B)** 10 **C)** 18 **D)** 20 **E)** 30

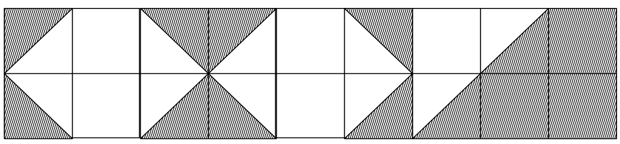
ÁREAS

123- (OBM) No quadriculado ao lado, cada quadradinho tem 1 cm^2. Os segmentos inclinados ligam pontos médios dos lados dos quadradinhos ou um vértice ao centro de um quadradinho. Qual é a área ocupada pela sigla OBM, em cm^2?



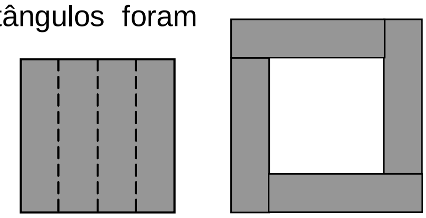
A) 28 **B)** 32 **C)** 33 **D)** 34 **E)** 35

124- (OBM) Dezoito quadrados iguais são construídos e sombreados como mostra a figura. Qual fração da área total é sombreada?



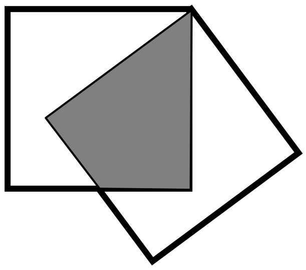
A) $\frac{7}{18}$ **B)** $\frac{4}{9}$ **C)** $\frac{1}{3}$ **D)** $\frac{5}{9}$ **E)** $\frac{1}{2}$

125- (OBM) Um quadrado de área 1 foi dividido em 4 retângulos congruentes, conforme indicado no desenho à esquerda. Em seguida, os quatro retângulos foram reagrupados de maneira a formar um quadrado, com um buraco quadrado no centro, conforme indica o desenho à direita.
A área do buraco é igual a:



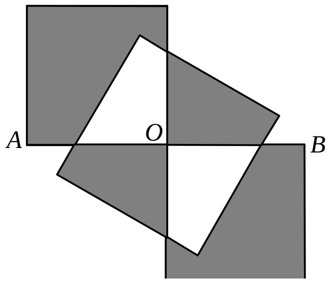
A) $\frac{1}{2}$ **B)** $\frac{9}{16}$ **C)** $\frac{16}{25}$ **D)** $\frac{3}{4}$ **E)** 1

126- (OBM) A figura ao lado é formada por dois quadrados de área 100 cm^2 cada um, parcialmente sobrepostos, de modo que o perímetro da figura (linha mais grossa) é igual 50 cm. Qual é a área da região comum aos dois quadrados, em cm^2 ?



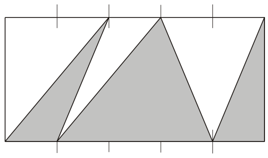
A) 20 **B)** 25 **C)** 30 **D)** 40 **E)** 50

127- (OBM) O desenho à direita representa dois quadrados menores congruentes de lado 20 e um quadrado maior. O vértice *O* é o único ponto comum aos dois quadrados menores e é o centro do quadrado maior. Os vértices *A*, *O* e *B* estão alinhados e a área da região do quadrado maior não pintada é igual a 36% da área de toda a região pintada. Qual é a área do quadrado maior?



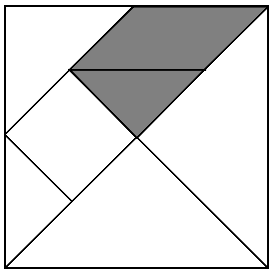
A) 420 **B)** 496 **C)** 576 **D)** 640 **E)** 900

128- (OBM) Se a área do retângulo dado é 12, qual é a área da figura sombreada?



A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 8

129- (OBM) **10)** A figura a seguir representa um Tangram, quebra-cabeças chinês formado por 5 triângulos, 1 paralelogramo e 1 quadrado. Sabendo que a área do Tangram a seguir é 64 cm^2, qual é a área, em cm^2, da região sombreada?

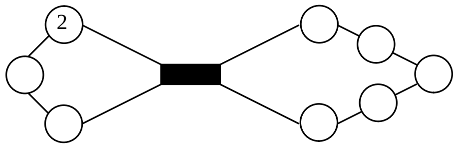


A) 7,6 **B)** 8 **C)** 10,6 **D)** 12 **E)** 21,3

ALUNO: ____ AULA 07

LÓGICA MATEMÁTICA II

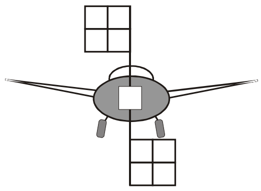
130- (OBM) Dentre os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10, escolha alguns e coloque-os nos círculos brancos de tal forma que a soma dos números em dois círculos vizinhos seja sempre um quadrado perfeito. Atenção: o 2 já foi colocado em um dos círculos e não é permitido colocar números repetidos; além disso, círculos separados pelo retângulo preto não são vizinhos.



A soma dos números colocados em todos os círculos brancos é:

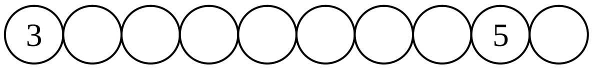
A) 36 B) 46 C) 47 D) 49 E) 55

131- (OBM) Escreva os números inteiros de 1 a 9 nos nove quadradinhos, de forma que as somas dos quatro números em cada uma das pás da "hélice" sejam iguais e de maior valor possível. Esse valor é:



A) 23 B) 22 C) 21 D) 20 E) 19

132- (OBM) Escreva um número em cada círculo da fila abaixo, de modo que a soma de três números quaisquer vizinhos (consecutivos) seja 12.



No último círculo à direita deve estar escrito o número:

A) 3 B) 2 C) 1 D) 4 E) 7

133- (OBM) Qual é a quantidade total de letras de todas as respostas incorretas desta questão?

A) Quarenta e oito. **B)** Quarenta e nove. **C)** Cinqüenta.
D) Cinqüenta e um. **E)** Cinqüenta e quatro.

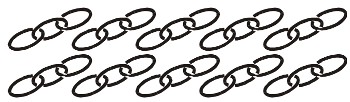
134- (OBM) A prefeitura de uma certa cidade fez uma campanha que permite trocar 4 garrafas de 1 litro vazias por uma garrafa de 1 litro cheia de leite. Até quantos litros de leite pode obter uma pessoa que possua 43 dessas garrafas vazias?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

135- (OBM) Em um tabuleiro retangular com 6 linhas e 9 colunas, 32 casas estão ocupadas. Podemos afirmar que:

A) Todas as colunas têm pelo menos 3 casas ocupadas.
B) Nenhuma coluna tem mais de 3 casas ocupadas.
C) Alguma coluna não tem casas ocupadas.
D) Alguma linha tem pelo menos 6 casas ocupadas.
E) Todas as linhas têm pelo menos 4 casas ocupadas.

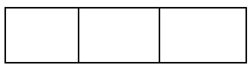
136- (OBM) Um serralheiro tem 10 pedaços de 3 elos de ferro cada um, mostrados ao lado. Ele quer fazer uma única corrente de 30 elos. Para abrir e depois soldar um elo o serralheiro leva 5 minutos. Quantos minutos **no mínimo** ele levará para fazer a corrente?



A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

137- (OBM) Em um quadrado mágico, a soma dos números de cada linha, coluna ou diagonal é sempre a mesma. No quadrado mágico a seguir, o valor de **x** é:

A) 20 B) 22 C) 23 D) 25 E) 27

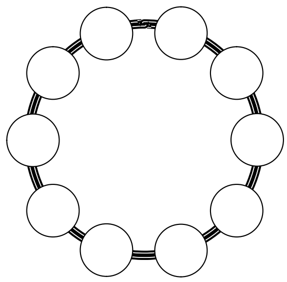


1	14	x
26		13

ESTRATÉGIA DE JOGOS

138- (OBM) As nove casas de um tabuleiro 3×3 devem ser pintadas de forma que cada coluna, cada linha e cada uma das duas diagonais não tenham duas casas de mesma cor. Qual é o menor número de cores necessárias para isso?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

139- (OBM) Escreva os números de 0 a 9 nos círculos ao lado, de forma que eles cresçam no sentido anti-horário. Em seguida, subtraia 1 dos números ímpares e some 1 aos números pares. Escolhendo três círculos consecutivos, qual é a maior soma que se pode obter?
A) 19 B) 21 C) 23 D) 24 E) 25



140- (OBM) Camila e Lara estão disputando o seguinte jogo num tabuleiro 4×4: Camila marca algumas casas do tabuleiro e informa à Lara o número de casas marcadas na vizinhança de cada casa do tabuleiro. Neste jogo, duas casas distintas são consideradas vizinhas se possuem um lado ou um canto (vértice) em comum. Lara deve descobrir quais casas foram marcadas por Camila. Após marcar algumas casas, Camila passou para Lara o tabuleiro ao lado.
O número de casas marcadas foi:
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

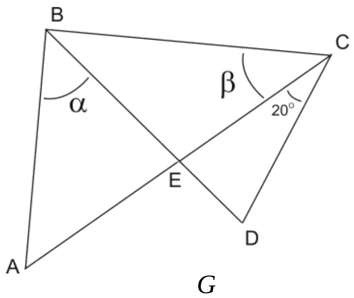
1	**2**	**1**	**1**
0	**2**	**1**	**2**
2	**3**	**3**	**1**
1	**0**	**2**	**1**

141- (OBM) Em um jogo de duas pessoas, os jogadores tiram, alternadamente, 1, 2, 3, 4 ou 5 palitos de uma pilha que inicialmente tem 1000 palitos. Ganha o jogador que tirar o último palito da pilha. Quantos palitos o jogador que começa deve tirar na sua jogada inicial de modo a assegurar sua vitória?
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

142- (OBM) A calculadora de Juliana é bem diferente. Ela tem uma tecla **D**, que duplica o número escrito no visor e a tecla **T**, que apaga o algarismo das unidades do número escrito no visor.Assim, por exemplo, se estiver escrito 123 no visor e apertarmos **D**, teremos 246; depois, apertando **T**, teremos 24. Suponha que esteja escrito 1999. Se apertamos **D** depois **T**, em seguida **D**, depois **T**, teremos o número:
A) 96 B) 98 C) 123 D) 79 E) 99

ALUNO: ____ AULA 07

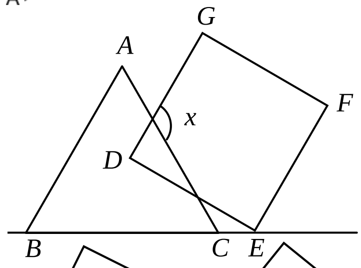
Ângulos nos Polígonos



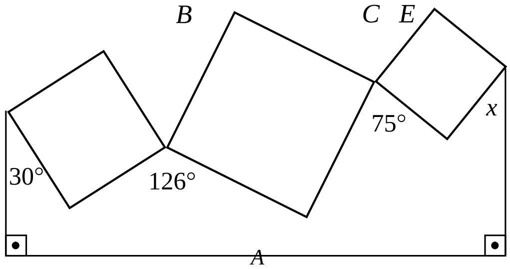
143- (OBM) No desenho temos *AE=BE=CE=CD*. Além disso, α e β são medidas de ângulos. Qual é o valor da razão $\frac{\alpha}{\beta}$?

A) $\frac{3}{5}$ **B)** $\frac{4}{5}$ **C)** 1 **D)** $\frac{5}{4}$ **E)** $\frac{5}{3}$

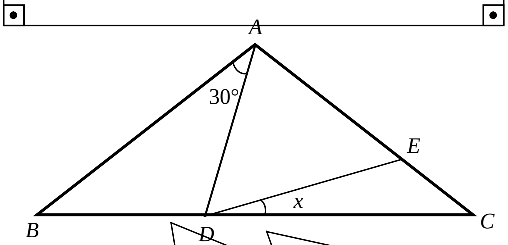
144- (OBM) Determine em qual dos horários abaixo o ângulo determinado pelos ponteiros de um relógio é o menor.
A) 02h30 **B)** 06h20 **C)** 05h40 **D)** 08h50 **E)** 09h55



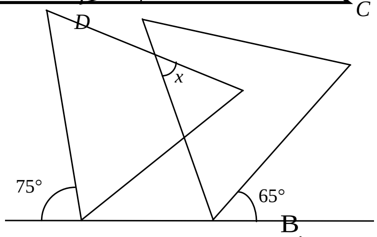
145- (OBM) Na figura, o lado $\overline{AB}$ do triângulo eqüilátero *ABC* é paralelo ao lado $\overline{DG}$ do quadrado *DEFG*. Qual é o valor do ângulo *x*?
A) 80^{o} **B)** 90^{o} **C)** 100^{o} **D)** 110^{o} **E)** 120^{o}



146- (OBM) Três quadrados são colados pelos seus vértices entre si e a dois bastões verticais, como mostra a figura ao lado.
A medida do ângulo *x* é:
A) 39º **B)** 41º **C)** 43º **D)** 44º **E)** 46º

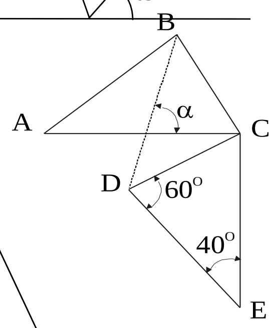


147- (OBM) Na figura, *AB* = *AC*, *AE* = *AD* e o ângulo *BAD* mede 30^{o}. Então o ângulo *x* mede:
A)10^{o} **B)** 20^{o} **C)** 15^{o}
D) 30^{o} **E)** 5^{o}

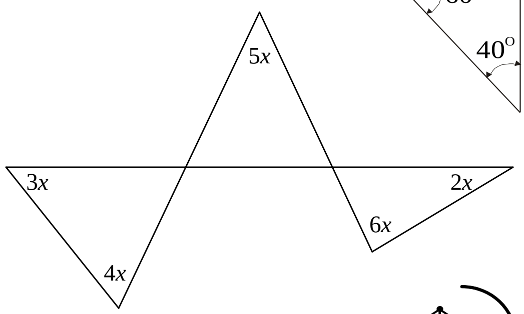


148- (OBM) Na figura, os dois triângulos são eqüiláteros. Qual é o valor do ângulo *x*?

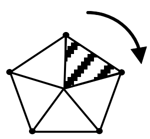
A) 30^{o} B) 40^{o} C) 50^{o} D) 60^{o} E) 70^{o}



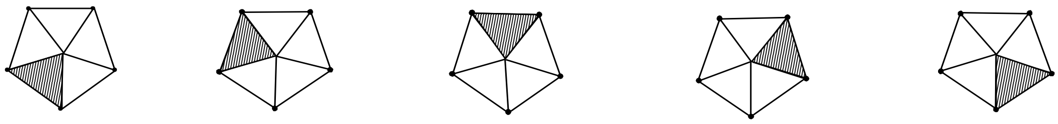
149- (OBM) O triângulo *CDE* pode ser obtido pela rotação do triângulo *ABC* de 90^{o} no sentido anti-horário ao redor de *C*, conforme mostrado no desenho abaixo. Podemos afirmar que α é igual a:
A)75^{o} **B)**65^{o} **C)**70^{o} **D)**45^{o} **E)** 55^{o}



150- (OBM) Na figura, quanto vale *x*?
A) 6° **B)** 12° **C)** 18° **D)** 20°
E) 24°



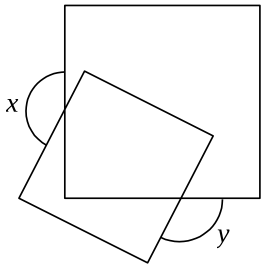
151- (OBM) Se girarmos o pentágono regular, ao lado, de um ângulo de 252°, em torno do seu centro, no sentido horário, qual figura será obtida?



A) **B)** **C)** **D)** **E)**

152- (OBM) *DEFG* é um quadrado no exterior do pentágono regular *ABCDE*. Quanto mede o ângulo *EÂF*?

A) 9º **B)** 12º **C)** 15º **D)** 18º **E)** 21º

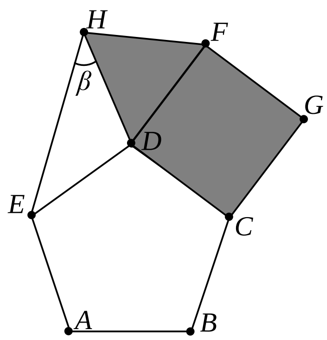


153- (OBM) A figura mostra dois quadrados sobrepostos. Qual é o valor de $x + y$, em graus?

A) 270 **B)** 300 **C)** 330 **D)** 360 **E)** 390

154- (OBM) *ABCDE* é um pentágono regular e *ABF* é um triângulo equilátero interior. O ângulo *FCD* mede:

A) 38° **B)** 40° **C)** 42° **D)** 44° **E)** 46°



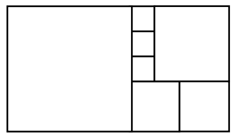
155- (OBM) Na figura abaixo, *ABCDE* é um pentágono regular, *CDFG* é um quadrado e *DFH* é um triângulo equilátero. O valor do ângulo β é:

A) 30º **B)** 36º **C)** 39º **D)** 45º **E)** 60º

156- (OBM) Dado um triângulo *ABC* onde $\hat{A} = 80°$ e $\hat{C} = 40°$, a medida do ângulo agudo formado pelas bissetrizes dos ângulos $\hat{A}$ e $\hat{B}$ é:

A) 40° **B)** 60° **C)** 70º **D)** 80° **E)** 110º

Cálculo de Áreas

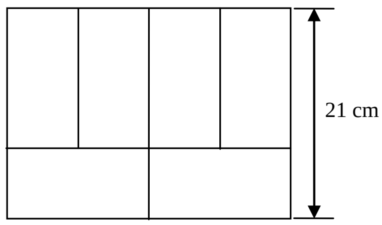


157- (OBM) O retângulo da figura a seguir está dividido em 7 quadrados. Se a área do menor quadrado é igual a 1, a área do retângulo é igual a:

A) 42 B) 44 C) 45 D) 48 E) 49

158- (OBM) Dois quadrados, cada um com área 25cm^2, são colocados lado a lado para formar um retângulo. Qual é o perímetro do retângulo?

A) 30 cm B) 25 cm C) 50 cm D) 20 cm E) 15 cm



159- (OBM) Seis retângulos idênticos são reunidos para formar um retângulo maior conforme indicado na figura. Qual é a área deste retângulo maior?

A) 210 cm^2 B) 280 cm^2 C) 430 cm^2
D) 504 cm^2 E) 588 cm^2

160- (OBM) Uma fazenda retangular que possui 10 km de largura por 20 km de comprimento foi desapropriada para reforma agrária. Se a fazenda deve ser dividida para 200 famílias de modo que todas as famílias recebam a mesma área, então cada família deve receber:

A) 1.000.000 m^2 B) 100.000 m^2 C) 5.000 m^2 D) 1.000 m^2 E) 10.000 m^2

ALUNO: ____ AULA 0**8**

PROBLEMAS

161- (OBM) Um artesão começa a trabalhar às 8h e produz 6 braceletes a cada vinte minutos; seu auxiliar começa a trabalhar uma hora depois e produz 8 braceletes do mesmo tipo a cada meia hora. O artesão pára de trabalhar às 12h mas avisa ao seu auxiliar que este deverá continuar trabalhando até produzir o mesmo que ele. A que horas o auxiliar irá parar?
A) 12h B) 12h30min C) 13h D) 13h30min E) 14h30min

162- (OBM) Entre 1986 e 1989, época em que vocês ainda não tinham nascido, a moeda do país era o cruzado (Cz$). Com a imensa inflação que tivemos, a moeda foi mudada algumas vezes: tivemos o cruzado novo, o cruzeiro, o cruzeiro real e, finalmente, o real. A conversão entre o cruzado e o real é: 1 real = 2.750.000.000 cruzados
Imagine que a moeda não tivesse mudado e que João, que ganha hoje 640 reais por mês, tivesse que receber seu salário em notas novas de 1 cruzado. Se uma pilha de 100 notas novas tem 1,5 cm de altura, o salário em cruzados de João faria uma pilha de altura:

A) 26,4 km **B)** 264 km **C)** 26 400 km **D)** 264 000 km **E)** 2 640 000 km

163- (OBM) Um estacionamento para carros cobra 1 real pela primeira hora e 75 centavos a cada hora ou fração de hora seguinte. André estacionou seu carro às 11h 20min e saiu às 15h 40min. Quantos reais ele deve pagar pelo estacionamento?
A) 2,50 B) 4,00 C) 5,00 D) 4,75 E) 3,75

164- (OBM) Imagine uma pilha com cem milhões de folhas de papel sulfite, cada uma com 0,1 milímetro de espessura. Assinale a alternativa mais próxima da altura da pilha.
A) a sua altura.
B) o comprimento do maior animal do mundo, a baleia azul, que é cerca de 29 metros.
C) a altura do edifício mais alto do mundo, o *Petronas Tower*, que tem 88 andares.
D) a altura do pico mais alto do mundo, o *Monte Everest*, que é 8848 metros.
E) a distância do planeta Terra à Lua, que é muito maior que todas as alternativas anteriores.

165- (OBM) Patrícia mora em São Paulo e quer visitar o Rio de Janeiro num feriado prolongado. A viagem de ida e volta, de ônibus, custa 80 reais, mas Patrícia está querendo ir com seu carro, que faz, em média, 12 quilômetros com um litro de gasolina. O litro da gasolina custa, em média, R$1,60 e Patrícia calcula que terá de rodar cerca de 900 quilômetros com seu carro e pagar 48 reais de pedágio. Ela irá de carro e para reduzir suas despesas, chama duas amigas, que irão repartir com ela todos os gastos. Dessa forma, não levando em conta o desgaste do carro e outras despesas inesperadas, Patrícia irá:

A) economizar R$20,00.
B) gastar apenas R$2,00 a mais.
C) economizar R$24,00.
D) gastar o mesmo que se fosse de ônibus.
E) gastar R$14,00 a mais.

166- (OBM) João quer desfazer-se de sua coleção de 1.000 bolinhas. Para tanto escolhe dez garotos da rua onde mora. Dá ao primeiro garoto x bolinhas, ao segundo $x + 1$ bolinhas. Assim faz até chegar ao décimo garoto. Sempre dá uma bolinha a mais para o próximo garoto. No final, João ainda fica com um resto de bolinhas. Sendo x o número que deixa João com o menor resto possível, x é igual a:
A) 94 B) 95 C) 96 D) 97 E) 98

167- (OBM) 1 litro de álcool custa R$0,75. O carro de Henrique percorre 25 km com 3 litros de álcool. Quantos reais serão gastos em álcool para percorrer 600 km?
A) 54 B) 72 C) 50 D) 52 E) 45

168- (OBM) Uma escola vai organizar um passeio ao zoológico. Há duas opções de transporte. A primeira opção é alugar "vans": cada van pode levar até 6 crianças e seu aluguel custa R$60,00. A segunda opção é contratar uma empresa para fazer o serviço: a empresa usa ônibus com capacidade para 48 crianças e cobra R$237,00, mais R$120,00 por ônibus utilizado. A escola deve preferir a empresa de ônibus se forem ao passeio pelo menos N crianças. O valor de N é:
28 B) 31 C) 32 D) 33 E) 36

169- (OBM) Três carros com velocidades constantes cada um, na mesma estrada, passam no mesmo momento por Brasilópolis. Ao viajar 100 quilômetros, o carro A passa por *Americanópolis*, 20 quilômetros à frente do carro B e 50 quilômetros à frente do carro C. Quando o carro B passar por *Americanópolis*, quantos quilômetros estará à frente do carro C?
A) 20 **B)** 25,5 **C)** 30 **D)** 35 **E)** 37,5

170- (OBM) Esmeralda e Pérola estão numa fila. Faltam 7 pessoas para serem atendidas antes de Pérola e há 6 pessoasdepois de Esmeralda. Duas outras pessoas estão entre Esmeralda e Pérola. Dos números abaixo, qual pode ser o número de pessoas na fila?
A) 9 B) 11 C) 13 D) 14 E) 15

ALUNO: ____ AULA 08

RAZÃO E PROPORÇÃO

1 - Se numa turma de 70 alunos há 40 meninas, determinar a razão entre a quantidade de meninos e o número de meninas.
Solução:
Nº de meninos: 70 – 40 = 30 ⇒ razão procurada → V= fórmula, isto é, para cada grupo de 3 meninos, existem 4 meninas.

2- Dividir a quantia de R$3.000,00 em partes (diretamente) proporcionais ao número de dias trabalhados por João (3) , Marcelo (5), e Pedro (7).

Solução: $\frac{J}{3}=\frac{M}{5}=\frac{P}{7}=\frac{J+M+P}{3+5+7}=\frac{3000}{15}=200 \Leftrightarrow \frac{J}{3}=200; \frac{M}{5}=200; \frac{P}{7}=200 \Leftrightarrow$ $\boxed{\text{J = R\$ 600,00}}$;
$\boxed{\text{M = R\$ 1.000,00}}$; $\boxed{\text{P = R\$ 1.400,00}}$

3 – Dividir R$ 810,00 em quantias proporcionais aos dias trabalhados por Maria, Antônia e Beatriz (respectivamente a 1, 2 e 1) e inversamente proporcionais ao número de advertências (3, 5 e 6).
Solução:

$$\begin{matrix}\text{D.P} \rightarrow \\ \text{I.P.} \rightarrow\end{matrix} \frac{M}{\frac{1}{3}}=\frac{A}{\frac{2}{5}}=\frac{B}{\frac{1}{6}}=\frac{M+A+B}{\frac{1}{3}+\frac{2}{1}+\frac{1}{6}}=\frac{810}{\frac{27}{30}}=\frac{810}{\frac{9}{10}} =$$

$$= 810 \cdot \frac{10}{9} = 90.10 = 900 \Leftrightarrow \frac{M}{\frac{1}{3}} = 900 ; \frac{A}{\frac{2}{3}} = 900 ;$$

$$\frac{B}{\frac{1}{6}}=900 \Leftrightarrow M = 900 \cdot \frac{1}{3} = \boxed{\text{R\$ 300,00}} ; A = 900 \cdot \frac{2}{5} =$$

$$= \boxed{\text{R\$ 360,00}} ; B = 900 \cdot \frac{1}{6} = \boxed{\text{R\$ 150,00}}$$

<u>Questões de Olimpíadas</u>

171- (OBM) Uma loja de sabonetes realiza uma promoção com o anúncio *"Compre um e leve outro pela metade do preço"*. Outra promoção que a loja poderia fazer oferecendo o mesmo desconto percentual é

A) *"Leve dois e pague um"*
B) *"Leve três e pague um"*
C) *"Leve três e pague dois"*
D) *"Leve quatro e pague três"*
E) *"Leve cinco e pague quatro"*

172- (OBM) 2 melancias custam o mesmo que 9 laranjas mais 6 bananas; além disso, meia dúzia de bananas custa a metade de uma melancia. Portanto, o preço pago por uma dúzia de laranjas e uma dúzia de bananas é igual ao preço de:

A) 3 melancias **B)** 4 melancias **C)** 6 melancias
D) 5 melancias **E)** 2 melancias

173- (OBM) Um fazendeiro tinha 24 vacas e ração para alimentá-las por 60 dias. Entretanto, 10 dias depois, ele comprou mais 6 vacas e 10 dias depois dessa compra ele vendeu 20 vacas. Por mais quantos dias após esta última compra ele pode alimentar o gado com a ração restante?

A) 50 **B)** 60 **C)** 70 **D)** 80 **E)** 90

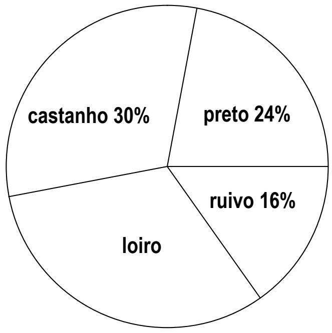
ALUNO: ____ AULA 09

PORCENTAGEM

174- (OBM) 20% de 40 é igual a
A) 5 **B)** 8 **C)** 10 **D)** 12 **E)** 20

175- (OBM) Em uma prova de olimpíada, 15% dos estudantes não resolveram nenhum problema, 25% resolveram pelo menos um problema, mas cometeram algum erro, e os restantes, 156 estudantes, resolveram todos os problemas corretamente. O número de estudantes que participaram da olimpíada foi:
A) 200 **B)** 260 **C)** 93 **D)** 223 **E)** 300

176- (OBM) Os resultados de uma pesquisa das cores de cabelo de 1200 pessoas são mostrados no gráfico abaixo.
Quantas dessas pessoas possuem o cabelo *loiro*?
A) 60 **B)** 320 **C)** 360 **D)** 400 **E)** 840



177- (OBM) Uma loja de CD`s realizará uma liquidação e, para isso, o gerente pediu para Anderlaine multiplicar todos os preços dos CD`s por 0,68. Nessa liquidação, a loja está oferecendo um desconto de:
A) 68% **B)** 6,8% **C)** 0,68% **D)** 3,2% **E)** 32%

178- (OBM) Diamantino colocou em um recipiente três litros de água e um litro de suco composto de 20% de polpa e 80% de água. Depois de misturar tudo, que porcentagem do volume final é polpa?
A) 5% B) 7% C) 8% D) 20% E) 60%

179- (OBM) Dona Zizi comprou 2 balas para cada aluno de uma 5ª série. Mas como os meninos andavam meio barulhentos, ela resolveu redistribuir essas balas, dando 5 para cada menina e apenas 1 para cada menino. Podemos concluir que na 5ª série
A) 20% são meninos B) 30% são meninas C) 75% são meninos
D) 50% são meninas E) 66,6% são meninos

180- (OBM) Películas de *insulfilm* são utilizadas em janelas de edifícios e vidros de veículos para reduzir a radiação solar. As películas são classificadas de acordo com seu grau de transparência, ou seja, com o percentual da radiação solar que ela deixa passar. Colocando-se uma película de 70% de transparência sobre um vidro com 90% de transparência, obtém-se uma **redução** de radiação solar igual a :
A) 3% B) 37% C) 40% D) 63% E) 160%

181- (OBM) Uma pera tem cerca de 90% de água e 10% de matéria sólida. Um produtor coloca 100 quilogramas de pera para desidratar até o ponto em que a água represente 60% da massa total. Quantos litros de água serão evaporados? (lembre-se: 1 litro de água tem massa de 1 quilograma).
A) 15 litros **B)** 45 litros **C)** 75 litros **D)** 80 litros **E)** 30 litros

ALUNO: ____ AULA 10

REGRA DE TRÊS: SIMPLES E COMPOSTA

Exercícios Resolvidos : 1- Se 14 pedreiros levam 180 dias para construir uma casa de um conjunto residencial (Júlia Seffer), para que 10 pedreiros construam a mesma casa serão necessários:

a) 4 meses b) 6 meses
c) 6 meses e 20 dias d) 7 meses e dez dias
e) 252 dias

Solução :
I – <u>GRANDEZAS</u>: número de pedreiros; dias de construção (grandeza problema)
II – <u>DADOS NUMÉRICOS</u>: 140 pedreiros, 180 dias // 10 pedreiros, ? dias.
III- <u>CLASSIFICAÇÃO</u>: se, por exemplo, o número de pedreiros trabalhando numa certa obra ***aumenta***, o tempo necessário ***diminui***. Portanto, as grandezas são ***inversamente proporcionais*** entre si. **<u>ARMAÇÃO</u>** :

PEDREIROS	DIAS	
14	180	Grandeza - problema
10	X	
Inversamente		

IV – <u>CÁLCULO</u> : $\frac{180}{x} = \frac{10}{14}$ (Inversão da Razão) ou $\frac{x}{180} = \frac{104}{10}$ $\Leftrightarrow$ X = 18.14 = $\boxed{\text{252 dias}}$ $\Rightarrow$ Alternativa **E**.

2 – Numa fábrica de sabão trabalham 16 operários, que produzem em 8 horas de serviço 120 pares de sapatos .Desejando-se ampliar as instalações para produzir mais 180 pares diariamente, quantos operários serão necessários para assegurar essa produção com 10 horas de trabalho diário ?

a) 32 b) 50 c) 48 d) 82 e) 26

Solução :

OPERÁRIOS	h/d	PARES
16 X	8 10	120 300 (120+180)
Grandeza-problema	**Inversamente**	**Diretamente**

Daí:

$$\frac{16}{x} = \underbrace{\frac{1\cancel{0}}{\cancel{8}}}_{\text{(inverso)}} . \frac{12\cancel{0}}{30\cancel{0}} \left(\text{ou} \ \frac{x}{16} = \frac{8}{10} . \frac{300}{120} \right) \Leftrightarrow \frac{16}{x} = \frac{1}{2}$$

$\boxed{\text{x = 32 operários}}$ $\Rightarrow$ **ALTERNATIVA A**

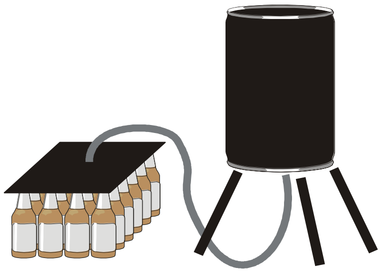
EXERCÍCIOS

01- (Unifor-CE) Das 35 pessoas reunidas em uma sala, sabe-se que 23 são do sexo masculino, 15 usam óculos e 6 são mulheres que não usam óculos. Em relação ao total de presentes, qual é a porcentagem de homens que não usam óculos?

Questões de Olimpíadas

182- (OBM) Um produtor de leite engarrafa diariamente toda a produção de leite de sua fazenda. Depois de tirado, o leite segue para um tanque de forma cilíndrica e então é engarrafado, conforme vemos na figura a seguir. Na tabela vemos a quantidade de garrafas que foram enchidas e o nível do leite dentro do tanque. Depois de quantas garrafas serem enchidas o tanque ficará vazio?

Quantidade de garrafas enchidas	Nível do Tanque (cm)
0	210
200	170
400	130
600	90



A) 1000 **B)** 1050 **C)** 1100 **D)** 1150 **E)** 1200

183- (OBM) Um pequeno caminhão pode carregar 50 sacos de areia ou 400 tijolos. Se foram colocados no caminhão 32 sacos de areia, quantos tijolos pode ainda ele carregar?
A) 132 B) 144 C) 146 D) 148 E) 152

184- (OBM) Para fazer 12 bolinhos, preciso exatamente de 100g de açúcar, 50g de manteiga, meio litro de leite e 400g de farinha. A maior quantidade desses bolinhos que serei capaz de fazer com 500g de açúcar, 300g de manteiga, 4 litros de leite e 5 quilogramas de farinha é:
A) 48 B) 60 C) 72 D) 54 E) 42

ALUNO: ____ AULA 10

MÉDIAS

185- (OBM) Na tabela a seguir vemos o consumo mensal de água de uma família durante os 5 primeiros meses de 2003.

Meses	***Consumo (m^3)***
Janeiro	12,5
Fevereiro	13,8
Março	13,7
Abril	11,4
Maio	12,1

O consumo mensal médio dessa família durante os 5 meses foi:
A) 11,3 m^3 B) 11,7 m^3 C) 12,7 m^3 D) 63,5 m^3 E) 317,5 m^3

186- (OBM) Os 61 aprovados em um concurso, cujas notas foram todas distintas, foram distribuídos em duas turmas, de acordo com a nota obtida no concurso: os 31 primeiros foram colocados na turma A e os 30 seguintes na turma B. As médias das duas turmas no concurso foram calculadas. Depois, no entanto, decidiu-se passar o último colocado da turma A para a turma B. Com isso:
A) A média da turma A melhorou, mas a da B piorou.
B) A média da turma A piorou, mas a da B melhorou.
C) As médias de ambas as turmas melhoraram.
D) As médias de ambas as turmas pioraram.
E) As médias das turmas podem melhorar ou piorar, dependendo das notas dos candidatos.

187- (OBM) 6 cartões com números somente numa das faces são colocados sobre uma mesa conforme a ilustração. Os cartões X e Y estão com a face numerada voltada para baixo. A média aritmética dos números de todos os cartões é 5. A média aritmética dos números do cartão Y e seus três vizinhos é 3. Qual é o número escrito no cartão X ?

8	2	4
X	6	Y

A) – 4 B) 12 C) 0 D) 15 E) 10

188- (OBM) Numa certa cidade, foi adotado o seguinte sistema de rodízio de carros: duas vezes por semana, de segunda a sexta, cada carro fica proibido de circular, de acordo com o final de sua placa (algarismo das unidades). O número mêdio de finais de placa proibidos diferentes para cada dia de proibição é:
A) 4 B) 1 C) 3 D) 2 E) indefinido

PROBLEMAS COM FRAÇÕES

189- (OBM) Efetuando as operações indicadas na expressão: $\boxed{\left(\dfrac{2^{2007}+2^{2005}}{2^{2006}+2^{2004}}\right)\times 2006}$ obtemos um número de quatro algarismos. Qual é a soma dos algarismos desse número?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

190- (OBM) Um agricultor esperava receber cerca de 100 mil reais pela venda de sua safra. Entretanto, a falta de chuva provocou uma perda da safra avaliada entre $\dfrac{1}{5}$ e $\dfrac{1}{4}$ do total previsto. Qual dos valores a seguir pode representar a perda do agricultor?
A) R$ 21.987,53 B) R$ 34.900,00 C) R$ 44.999,99
D) R$ 51.987,53 E) R$ 60.000,00

191- (OBM) Toda a produção mensal de latas de refrigerante de uma certa fábrica foi vendida a três lojas. Para a loja A, foi vendida metade da produção; para a loja B, foram vendidos $\frac{2}{5}$ da produção e para a loja C, foram vendidas 2500 unidades. Qual foi a produção mensal dessa fábrica?
A) 4166 latas **B)** 10000 latas **C)** 20000 latas **D)** 25000 latas **E)** 30000 latas

192- (OBM) A fortuna de João foi dividida da seguinte forma. Um quinto para seu irmão mais velho, um sexto do restante para seu irmão mais novo e partes iguais do restante para cada um de seus 12 filhos. Que fração da fortuna cada filho recebeu?
A) $\dfrac{1}{20}$ B) $\dfrac{1}{18}$ C) $\dfrac{1}{16}$ D) $\dfrac{1}{15}$ E) $\dfrac{1}{14}$

193- (OBM) Rafael tem $\frac{2}{3}$ da idade de Roberto e é 2 anos mais jovem que Reinaldo. A idade de Roberto representa $\frac{4}{3}$ da idade de Reinaldo. Em anos, a soma das idades dos três é:
A) 48 B) 72 C) 58 D) 60 E) 34

194- (OBM) Sabe-se que $\dfrac{2}{9}$ do conteúdo de uma garrafa enchem $\dfrac{5}{6}$ de um copo. Para encher 15 copos iguais a esse, quantas garrafas deverão ser usadas?
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

195- (OBM) O conteúdo de uma garrafa de refrigerantes enche três copos grandes iguais e mais meio copo pequeno ou 5 desses copos pequenos iguais mais a metade de um daqueles grandes. Qual é a razão entre o volume de um copo pequeno e o de um grande?
A) $2/5$ **B)** $3/7$ **C)** $7/10$ **D)** $5/9$ **E)** $3/5$

ALUNO: ____ AULA 11

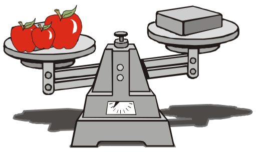
SISTEMAS

196- (OBM) Um time de futebol ganhou 8 jogos mais do que perdeu e empatou 3 jogos menos do que ganhou, em 31 partidas jogadas. Quantas partidas o time venceu?
A) 11 B) 14 C) 15 D) 17 E) 23

197- (OBM) Três anos atrás, a população de Pirajussaraí era igual à população que Tucupira tem hoje. De lá para cá, a população de Pirajussaraí não mudou mas a população de Tucupira cresceu 50%. Atualmente, as duas cidades somam 9000 habitantes. Há três anos, qual era a soma das duas populações?
A) 3 600 B) 4 500 C) 5 000 D) 6 000 E) 7 500

198- (OBM) Os alunos de uma escola participaram de uma excursão, para a qual dois ônibus foram contratados. Quando os ônibus chegaram, 57 alunos entraram no primeiro ônibus e apenas 31 no segundo. Quantos alunos devem passar do primeiro para o segundo ônibus para que a mesma quantidade de alunos seja transportada nos dois ônibus?
A) 8 B) 13 C) 16 D) 26 E) 31

199- (OBM) No planeta Z todos os habitantes possuem 3 pernas e cada carro possui 5 rodas. Em uma pequena cidade desse planeta, existem ao todo 97 pernas e rodas. Então podemos afirmar:
A) É possível que existam 19 carros nessa cidade
B) Existem no máximo 16 carros nessa cidade
C) Essa cidade tem 9 habitantes e 14 carros
D) Essa cidade possui no máximo 17 carros
E) Nessa cidade existem mais carros do que pessoas



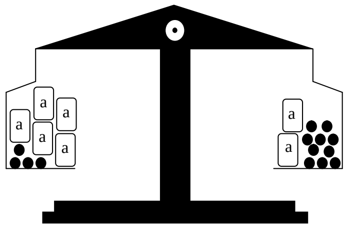
200- (OBM) Marcos quer pesar três maças numa balança de dois pratos, mas ele dispõe de apenas um bloco de 200 gramas. Observando o equilíbrio na balança, ele observa que a maçã maior tem o mesmo peso que as outras duas maçãs juntas; o bloco e a maçã menor pesam tanto quanto as outras duas maçãs juntas; a maçã maior junto com a menor pesam tanto quanto bloco. O peso total das três maçãs é:
A) 250 g B) 300 g C) 350 g D) 400 g E) 450 g

201- (OBM) Numa seqüência, cada termo, a partir do terceiro, é a soma dos dois termos anteriores mais próximos. O segundo termo é igual a 1 e o quinto termo vale 2005. Qual é o sexto termo?
A) 3 002 B) 3 008 C) 3 010 D) 4 002 E) 5 004

202- (OBM) João disse para Maria: "Se eu lhe der um quarto do que tenho, você ficará com metade do que vai me sobrar". Maria acrescentou: "E eu lhe daria 5 reais, se lhe desse a metade do que tenho". Juntos, os dois possuem:
A) 80 reais B) 90 reais C) 100 reais D) 120 reais E) 130 reais

203- (OBM) Numa festa típica, cada prato de arroz foi servido para duas pessoas, cada prato de maionese para três pessoas, cada prato de carne servia quatro pessoas e cada prato de doces dava exatamente para cinco pessoas. Foram utilizados 77 pratos e todas as pessoas se serviram de todos os pratos oferecidos. Quantas pessoas havia na festa?
A) 20 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

204- (OBM) Na balança a seguir temos pesadas bolas de chumbo, todas iguais, e leves saquinhos de plástico, todos com a mesma quantidade de bolinhas, iguais às que estão fora dos mesmos. Quantas bolinhas há em cada saquinho?



A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 5 **E)** 6

205- (OBM) 2 melancias custam o mesmo que 9 laranjas mais 6 bananas; além disso, meia dúzia de bananas custa a metade de uma melancia. Portanto, o preço pago por uma dúzia de laranjas e uma dúzia de bananas é igual ao preço de:
A) 3 melancias B) 4 melancias C) 6 melancias D) 5 melancias E) 2 melancias

206- (OBM) Em Tumbólia, um quilograma de moedas de 50 centavos equivale em dinheiro a dois quilogramas de moedas de 20 centavos. Sendo 8 gramas o peso de uma moeda de 20 centavos, uma moeda de 50 centavos pesará:
A) 15 gramas B) 10 gramas C) 12 gramas
D) 20 gramas E) 22 gramas

207- (OBM) Ronaldo, sempre que pode, guarda moedas de 50 centavos ou 1 real. Atualmente, ele tem 100 moedas, num total de 76 reais. Quantas moedas de um valor ele tem a mais do que a de outro valor ?
A) 48 B) 4 C) 8 D) 52 E) 96

208- (OBM) No fim de 1994, Neto tinha a metade da idade de sua avó. A soma dos anos de nascimento dos dois é 3844. Quantos anos Neto completa em 2006?
A) 55 B) 56 C) 60 D) 62 E) 108

209- (OBM) Há 18 anos Hélio tinha precisamente três vezes a idade de seu filho. Agora tem o dobro da idade desse filho. Quantos anos têm Hélio e seu filho?
A) 72 anos e 36 anos. B) 36 anos e 18 anos.
C) 40 anos e 20 anos. D) 50 anos e 25 anos.
E) 38 anos e 19 anos.

210- (OBM) Em uma certa cidade, a razão entre o número de homens e mulheres é 2 : 3 e entre o número de mulheres e crianças é 8 : 1. A razão entre o número de adultos e crianças é:
A) 5 : 1 B) 16 : 1 C) 12 : 1 D) 40 : 3 E) 13 : 1

ANEXO 2 - AULAS DO NÍVEL 2 EM 2011

SUMÁRIO

ALUNO: ____ AULA 01

PROBLEMAS ENVOLVENDO ÁLGEBRA

211- (OBM) Um estacionamento para carros cobra 1 real pela primeira hora e 75 centavos a cada hora ou fração de hora seguinte. André estacionou seu carro às 11h 20min e saiu às 15h 40min. Quantos reais ele deve pagar pelo estacionamento?

A) 2,50 B) 4,00 C) 5,00 D) 4,75 E) 3,75

212- (OBM) As seguradoras de automóveis A e B cobram um valor anual (prêmio) mais um valor que o usuário deve pagar em caso de acidente (franquia). Jean quer fazer um seguro para seu automóvel e recebeu as seguintes propostas das seguradoras:

Seguradora A: Prêmio anual de R$ 1500,00 e franquia de R$ 1400,00
Seguradora B: Prêmio anual de R$ 1700,00 e franquia de R$ 700,00

Para valer a pena Jean contratar a Seguradora A, ele não deve se acidentar com o carro por pelo menos N anos. O valor de N é:

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

213- (OBM) Patrícia mora em São Paulo e quer visitar o Rio de Janeiro num feriado prolongado. A viagem de ida e volta, de ônibus, custa R$80,00, mas Patrícia está querendo ir com seu carro, que faz, em média, 12 quilômetros com um litro de gasolina. O litro de gasolina custa, em média, R$1,60 e Patrícia calcula que terá de rodar cerca de 900 quilômetros com seu carro e pagar 48 reais de pedágio. Ela irá de carro e para reduzir suas despesas, chama duas amigas, que irão repartir com ela todos os gastos. Dessa forma, não levando em conta o desgaste do carro e outras despesas inesperadas, Patrícia irá:

A) economizar R$20,00.
B) gastar apenas R$2,00 a mais.
C) economizar R$24,00.
D) gastar o mesmo que se fosse de ônibus.
E) gastar R$14,00 a mais.

214- (OBM) Marcelo leva exatamente vinte minutos para ir de sua casa até a escola. Uma certa vez, durante o caminho, percebeu que esquecera em casa a revista Eureka! que ia mostrar para a classe; ele sabia que se continuasse a andar, chegaria à escola 8 minutos antes do sinal, mas se voltasse para pegar a revista, no mesmo passo, chegaria atrasado 10 minutos. Que fração do caminho já tinha percorrido neste ponto?

A) $\frac{2}{5}$ **B)** $\frac{9}{20}$ **C)** $\frac{1}{2}$ **D)** $\frac{2}{3}$ **E)** $\frac{9}{10}$

215- (OBM) Entre 1986 e 1989, época em que vocês ainda não tinham nascido, a moeda do país era o cruzado (Cz$). Com a imensa inflação que tivemos, a moeda foi mudada algumas vezes: tivemos o cruzado novo, o cruzeiro, o cruzeiro real e, finalmente, o real. A conversão entre o cruzado e o real é:

1 real = 2.750.000.000 cruzados

Imagine que a moeda não tivesse mudado e que João, que ganha hoje 640 reais por mês, tivesse que receber seu salário em notas novas de 1 cruzado. Se uma pilha de 100 notas novas tem 1,5 cm de altura, o salário em cruzados de João faria uma pilha de altura:

A) 26,4km **B)** 264km **C)** 26400km **D)** 264000km **E)** 2640000km

216- (OBM) Edmilson, Carlos e Eduardo ganharam um total de R$150,00 lavando carros. Eles ganharam quantidades diferentes de dinheiro. Como eles são muito amigos decidiram dividir o dinheiro ganho em partes iguais. Para isto, Edmilson deu metade do que ganhou para dividir em partes iguais entre Carlos e Eduardo, porém, Carlos tinha muito dinheiro e, portanto, deu R$ 10,00 a cada um dos outros dois. Finalmente, para que cada um tivesse a mesma quantidade de dinheiro, Eduardo deu R$ 2,00 a Edmilson. Quanto Eduardo ganhou antes da divisão?

A) R$ 76,00 **B)** R$ 51,00 **C)** R$ 23,00
D) R$ 50,00 **E)** R$ 100,00

217- (OBM) Uma escola vai organizar um passeio ao zoológico. Há duas opções de transporte. A primeira opção é alugar "vans": cada van pode levar até 6 crianças e seu aluguel custa R$60,00. A segunda opção é contratar uma empresa para fazer o serviço: a empresa utiliza ônibus com capacidade para 48 crianças e cobra R$237,00 mais R$120,00 por ônibus utilizado. A escola deve preferir a empresa que utiliza ônibus se forem ao passeio pelo menos N crianças. O valor de N é:

A) 28 **B)** 31 **C)** 32 **D)** 33 **E)** 36

218- (OBM) Um artesão começa a trabalhar às 8h e produz 6 braceletes a cada vinte minutos; seu auxiliar começa a trabalhar uma hora depois e produz 8 braceletes do mesmo tipo a cada meia hora. O artesão pára de trabalhar às 12h mas avisa ao seu auxiliar que este deverá continuar trabalhando até produzir o mesmo que ele. A que horas o auxiliar irá parar?

A) 12h **B)** 12h30min **C)** 13h **D)** 13h30min **E)** 14h30min

219- (OBM) Em uma pista de corrida, cujo formato é de um polígono regular de *n* vértices, numerados de 1 até *n* no sentido anti-horário, existem três pessoas: Nelly, Sônia e Penha, estando inicialmente todas em um mesmo vértice. Em um dado momento elas começam a caminhar pelos lados do polígono. Nelly caminha no sentido anti-horário, enquanto que Sônia e Penha caminham no sentido contrário. Nelly cruza com Sônia pela primeira vez em um vértice e com Penha dois vértices à frente. A velocidade de Nelly é o dobro da velocidade de Sônia e a velocidade de Sônia é o dobro da velocidade de Penha. Quantos vértices tem o polígono?

A) 30 **B)** 60 **C)** 15 **D)** 10 **E)** 6

220- (OBM) Três carros com velocidades constantes cada um, na mesma estrada, passam no mesmo momento por *Brasilópolis*. Ao viajar 100 quilômetros, o carro A passa por *Americanópolis*, 20 quilômetros à frente do carro B e 50 quilômetros à frente do carro C. Quando o carro B passar por *Americanópolis*, quantos quilômetros estará à frente do carro C?

A) 20 **B)** 25,5 **C)** 30 **D)** 35 **E)** 37,5

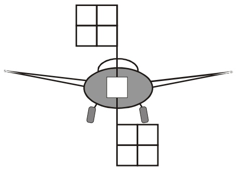
ALUNO: ____ AULA 01

LÓGICA MATEMÁTIICA I

221- (OBM) Qual é a quantidade total de letras de todas as respostas incorretas desta questão?
A) Quarenta e oito. **B)** Quarenta e nove. **C)** Cinqüenta.
D) Cinqüenta e um. **E)** Cinqüenta e quatro.

222- (OBM) A sequência "22" descreve a si mesma, pois ela é formada por exatamente dois 2. Analogamente, a sequência "31 12 33 15" descreve a si mesma, pois é formada por exatamente três 1, um 2, três 3 e um 5. Qual das seguintes sequências *não* descreve a si mesma?
A) 21 32 23 16 B) 31 12 33 18 C) 31 22 33 17 19
D) 21 32 33 24 15 E) 41 32 23 24 15 16 18

223- (OBM) Escreva os números inteiros de 1 a 9 nos nove quadradinhos, de forma que as somas dos quatro números em cada uma das pás da "hélice" sejam iguais e de maior valor possível. Esse valor é:
A) 23 **B)** 22 **C)** 21 **D)** 20 **E)** 19



224- (OBM) Às 6h o relógio da igreja levou 1 minuto para dar as 6 badaladas. Jorge concluiu que às 12h ele levaria 2 minutos para dar as 12 badaladas. Mas ele estava enganado. Qual o tempo correto?
a) 114s b) 120s c) 128s d) 132s e) 136s

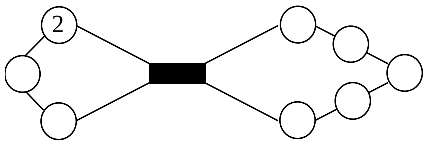
225- (OBM) Em uma eleição há 8 candidatos e 201 eleitores. Se não há votos nulos ou em branco, qual o número mínimo de votos que pode ter o vencedor?
a) 25 b) 26 c) 27 d) 67 e) 102

226- (OBM) Numa fila para compra de ingressos para um jogo da seleção brasileira, havia 49 pessoas: 25 corintianos, 14 flamenguistas e 10 gremistas. Sabendo que cada pessoa da fila torce para um único time, dois torcedores do mesmo time não estão em posições consecutivas, podemos concluir que:
A) tal fila não existe.
B) algum dos torcedores das extremidades da fila é gremista.
C) algum dos torcedores das extremidades da fila é flamenguista.
D) algum flamenguista é vizinho de um gremista.
E) algum gremista é vizinho de dois corintianos.

227- (OBM) Sobre uma mesa estão três caixas e três objetos, cada um em uma caixa diferente: uma moeda, um grampo e uma borracha. Sabe-se que

- A caixa verde está à esquerda da caixa azul;
- A moeda está à esquerda da borracha;
- A caixa vermelha está à direita do grampo;
- A borracha está à direita da caixa vermelha.

Em que caixa está a moeda?
A) Na caixa vermelha. Na caixa verde. **C)** Na caixa azul.
D) As informações fornecidas são insuficientes para se dar uma resposta.
E) As informações fornecidas são contraditórias.



228- (OBM) Dentre os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10, escolha alguns e coloque-os nos círculos brancos de tal forma que a soma dos números em dois círculos vizinhos seja sempre

um quadrado perfeito. Atenção: o 2 já foi colocado em um dos círculos e não é permitido colocar números repetidos; além disso, círculos separados pelo retângulo preto não são vizinhos.
A soma dos números colocados em todos os círculos brancos é:
A) 36 B) 46 C) 47 D) 49 E) 55

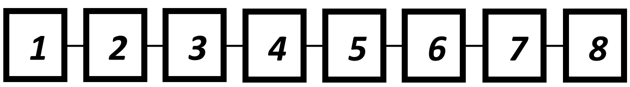
229- (OBM) Seis amigos planejam viajar e decidem fazê-lo em duplas, cada uma utilizando um meio de transporte diferente, dentre os seguintes: avião, trem e carro. Alexandre acompanha Bento. André viaja de avião. Carlos não acompanha Dário nem faz uso do avião. Tomás não anda de trem. Qual das afirmações a seguir é correta?
A) Bento vai de carro e Carlos vai de avião.
B) Dário vai de trem e André vai de carro.
C) Tomás vai de trem e Bento vai de avião.
D) Alexandre vai de trem e Tomás vai de carro.
E) André vai de trem e Alexandre vai de carro.

230- (OBM) Cinco animais *A, B, C, D,* e *E,* são cães ou são lobos. Cães sempre contam a verdade e lobos sempre mentem. *A* diz que *B* é um cão. *B* diz que *C* é um lobo. *C* diz que *D* é um lobo. *D* diz que *B* e *E* são animais de espécies diferentes. *E* diz que *A* é um cão. Quantos lobos há entre os cinco animais?
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

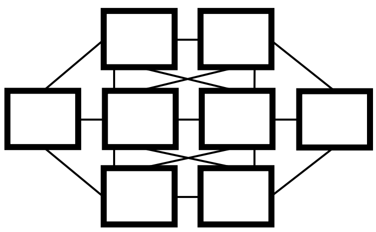
231- (OBM) Quatro amigos vão visitar um museu e um deles resolve entrar sem pagar. Aparece um fiscal que quer saber qual deles entrou sem pagar.
– Eu não fui, diz o Benjamim. – Foi o Carlos, diz o Mário.
– Foi o Pedro, diz o Carlos. – O Mário não tem razão, diz o Pedro.
Só um deles mentiu. Quem não pagou a entrada do museu?
A) Mário **B)** Pedro **C)** Benjamim
D) Carlos
E) não é possível saber, pois faltam dados

232- (OBM) Você está em um país estrangeiro, a LUCIÂNIA, e não conhece o idioma, o LUCIANÊS, mas sabe que as palavras "BAK" e "KAB" significam *sim* e *não*, porém não sabe qual é qual. Você encontra uma pessoa que entende português e pergunta: "KAB significa *sim*?" A pessoa responde "KAB". Pode-se deduzir que:
A) KAB significa *sim*.
B) KAB significa *não*.
C) A pessoa que respondeu mentiu.
D) A pessoa que respondeu disse a verdade.
E) Não é possível determinar sem um dicionário LUCIANÊS-PORTUGUÊS.

(PARA PENSAR) Uma rua possui oito casas numeradas de 1 a 8, como mostra a figura ao lado, onde as casas vizinhas são interligadas por uma reta, ou seja, a casa 1 é vizinha da casa 2, a casa 4 é vizinha das casas 3 e 5, etc.



Houve uma reestruturação da rua e, por isso, as casas devem ser reorganizadas da seguinte forma: numere os retângulos abaixo, de forma que casas vizinhas na primeira estrutura, não sejam vizinhas na nova estrutura.



ALUNO: ____ AULA 02

ARITMÉTICA

233- (OBM) Se m e n são inteiros não negativos com $m < n$, definimos $m \nabla n$ como a soma dos inteiros entre m e n, incluindo m e n. Por exemplo, $5 \nabla 8 = 5 + 6 + 7 + 8 = 26$. O valor numérico de $\frac{22\nabla 26}{4\nabla 6}$ é:

A) 4 **B)** 6 **C)** 8 **D)** 10 **E)** 12

234- (OBM) Perguntado, Arnaldo diz que 1 bilhão é o mesmo que um milhão de milhões. Professor Piraldo o corrigiu e disse que 1 bilhão é o mesmo que mil milhões. Qual é a diferença entre essas duas respostas?

A) 1 000 B) 999 000 C) 1 000 000 D) 999 000 000 E) 999 000 000 000

235- (OBM) Qual dos números a seguir é o maior?

A) 3^{45} B) 9^{20} C) 27^{14} D) 243^{9} E) 81^{12}

236- (OBM) A metade do número $2^{11} + 4^{8}$ é igual a:

A) $2^{5} + 4^{4}$ B) $2^{5} + 2^{8}$ C) $1^{10} + 2^{8}$ D) $2^{15} + 4^{5}$ E) $2^{9} + 4^{7}$

237- (OBM) Uma fábrica embala latas de palmito em caixas de papelão cúbicas de 20 cm de lado, de modo que cada caixa contém 8 latas. Para poderem ser melhor transportadas, essas caixas são colocadas, da melhor maneira possível, em caixotes de madeira de 80 cm de largura por 120 cm de comprimento por 60 cm de altura. O número de latas de palmito em cada caixote é:

A) 576 **B)** 4.608 **C)** 2.304 **D)** 720 **E)** 144

238- (OBM) Entre treze reais não nulos há mais números positivos do que negativos. Dentre os $\frac{13\times 12}{2} = 78$ produtos de dois dos treze números, 22 são negativos. Quantos números dentre os treze números dados são negativos?

A) 2 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

239- (OBM) O produto de um milhão de números naturais é igual a um milhão. Qual é o maior valor possível para a soma desses números?

A) 1 000 000 **B)** 1 250 002 **C)**1 501 999 **D)** 1 999 999 **E)** 13 999 432

240- (OBM) Os números 72, 8, 24, 10, 5, 45, 36, 15 são agrupados em duplas de modo que o produto de cada dupla é o mesmo. Qual número fica com o 10?

A) 36 **B)** 45 **C)** 24 **D)** 15 **E)** 72

241- (OBM) O algarismo das unidades do número $1\times 3\times 5\times ...\times 97\times 99$ é:

A) 1 **B)** 3 **C)** 5 **D)** 7 **E)** 9

242- (OBM) O número N de três algarismos multiplicado por 7 deu como resultado um número que termina em 171. A soma dos algarismos de N é:

A) 10 **B)** 11 **C)** 12 **D)** 13 **E)** 14

NUMERAÇÃO DECIMAL

243- (OBM) Os algarismos a, b e c são tais que os números de dois algarismos $\overline{aa}$, $\overline{bc}$ e $\overline{cb}$ são números primos e $\overline{aa}+\overline{bc}+\overline{cb}=\overline{aa}^2$. Se $b<c$, então $\overline{bc}$ é igual a:
A) 19 **B)** 17 **C)** 37 **D)** 29 **E)** 59

244- (OBM) Se um número de dois dígitos é 5 vezes a soma de seus dígitos, então o número formado pela troca dos dígitos é a soma dos dígitos multiplicada por:
A) 3 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 4 **E)** 7

245- (OBM) Um número com dois dígitos distintos e não nulos é chamado de bonito se o dígito das dezenas é maior do que o dígito das unidades. A quantidade de números bonitos é:
A) 72 **B)** 36 **C)** 35 **D)** 64 **E)** 56

246- (OBM) A quantidade de inteiros x com três dígitos tais que $6x$ e $7x$ possuem a mesma quantidade de dígitos é:
A) 767 **B)** 875 **C)** 876 **D)** 974 **E)** 975

247- (OBM) Considere todos os números *abc* de três algarismos onde $b = a^2 + c^2$ e $a \neq 0$. A diferença entre o maior e o menor destes números é um número:
A) Múltiplo de 3
B) Primo
C) Com último algarismo igual a 7
D) Cuja soma dos algarismos é 10
E) Múltiplo de 7

248- (OBM) Qual é o maior valor da soma dos algarismos da soma dos algarismos de um número de três algarismos?
A) 7 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 10 **E)** 11

249- (OBM) Rafael tem 10 cartões. Cada um tem escrito um dos números 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 48, 53, 68, e todos os dez números aparecem. Qual o menor número de cartões que Rafael pode escolher de modo que a soma dos números nos cartões escolhidos seja exatamente 100?
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5
E) não é possível obter soma 100 com esses cartões.

250- (OBM) Quantos são os números inteiros de 2 algarismos que são iguais ao dobro do produto de seus algarismos?
A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

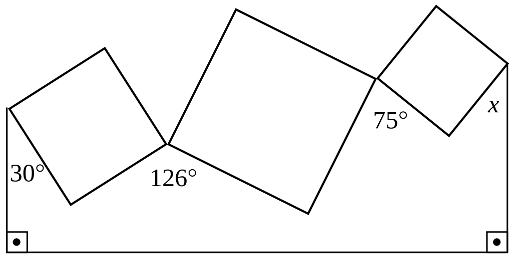
251- (OBM) Ao somar cinco números consecutivos em sua calculadora, Esmeralda encontrou um número de 4 algarismos: 2 0 0 *. O último algarismo não está nítido, pois o visor da calculadora está arranhado, mas ela sabe que ele não é zero. Este algarismo só pode ser:
A) 5 **B)** 4 **C)** 3 **D)** 2 **E)** 9

252- (OBM) Quantos dígitos tem o menor quadrado perfeito cujos quatro últimos dígitos são 2001?
A) 9 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8

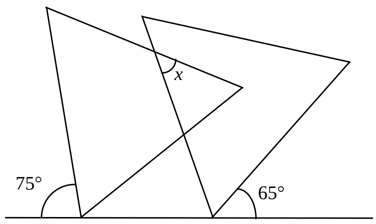
ALUNO: ____ AULA 02

ÂNGULOS NOS POLÍGONOS

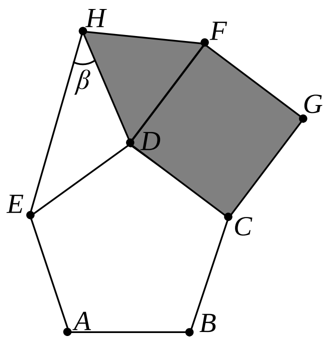
253- (OBM) Três quadrados são colados pelos seus vértices entre si e a dois bastões verticais, como mostra a figura.
A medida do ângulo *x* é:
A) 39º **B)** 41º **C)** 43º **D)** 44º **E)** 46º



254- (OBM) Na figura, os dois triângulos são eqüiláteros. Qual é o valor do ângulo *x*?
A) 30º B) 40º C) 50º D) 60º E) 70º



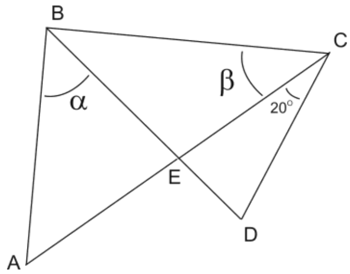
255- (OBM) Determine em qual dos horários abaixo o ângulo determinado pelos ponteiros de um relógio é o menor.
A) 02h30 **B)** 06h20 **C)** 05h40
D) 08h50 **E)** 09h55



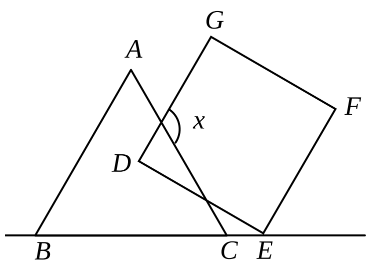
256- (OBM) Na figura abaixo, *ABCDE* é um pentágono regular, *CDFG* é um quadrado e *DFH* é um triângulo equilátero. O valor do ângulo β é:
A) 30º **B)** 36º **C)** 39º **D)** 45º **E)** 60º

257- (OBM) No desenho temos *AE* = *BE* = *CE* = *CD*. Além disso, α e β são medidas de ângulos. Qual é o valor da razão $\frac{\alpha}{\beta}$?

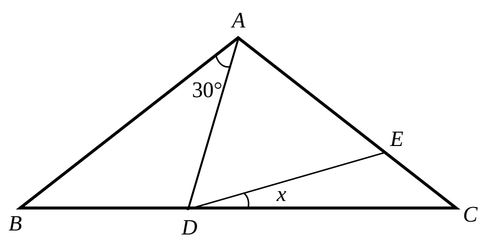
01) A) $\frac{3}{5}$ **B)** $\frac{4}{5}$ **C)** 1 **D)** $\frac{5}{4}$ **E)** $\frac{5}{3}$



258- (OBM) Na figura, o lado $\overline{AB}$ do triângulo eqüilátero *ABC* é paralelo ao lado $\overline{DG}$ do quadrado *DEFG*. Qual é o valor do ângulo *x*?
A) 80º **B)** 90º **C)** 100º **D)** 110º **E)** 120º

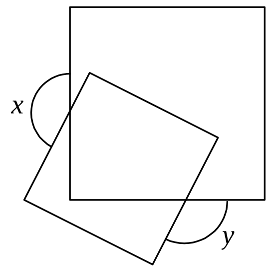


259- (OBM) Na figura, *AB* = *AC*, *AE* = *AD* e o ângulo *BAD* mede 30º. Então o ângulo *x* mede:
A)10º **B)** 20º **C)** 15º **D)** 30º **E)** 5º



260- (OBM) A figura mostra dois quadrados sobrepostos. Qual é o valor de $x + y$, em graus?

A) 270 **B)** 300 **C)** 330 **D)** 360 **E)** 390

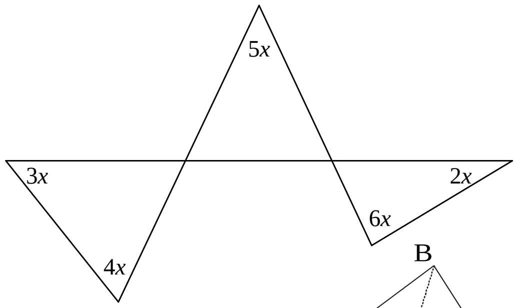


261- (OBM) *DEFG* é um quadrado no exterior do pentágono regular *ABCDE*. Quanto mede o ângulo *EÂF*?

A) 9^o **B)** 12^o **C)** 15^o **D)** 18^o **E)** 21^o

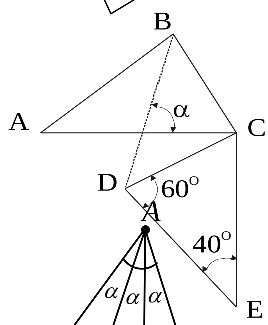
262- (OBM) *ABCDE* é um pentágono regular e *ABF* é um triângulo equilátero interior. O ângulo *FCD* mede:

A) 38° **B)** 40° **C)** 42° **D)** 44° **E)** 46°



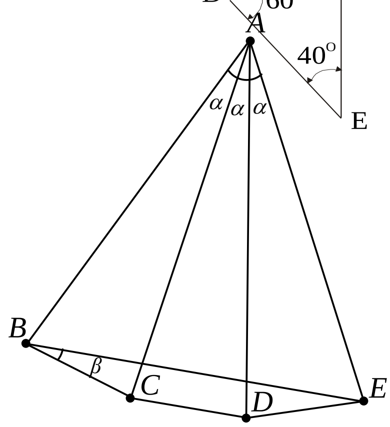
263- (OBM) Na figura ao lado, quanto vale *x*?

A) 6° **B)** 12° **C)** 18° **D)** 20° **E)** 24°



264- (OBM) O triângulo *CDE* pode ser obtido pela rotação do triângulo *ABC* de 90^o no sentido anti-horário ao redor de *C*, conforme mostrado no desenho abaixo. Podemos afirmar que α é igual a:

A) 75^o **B)** 65^o **C)** 70^o **D)** 45^o **E)** 55^o

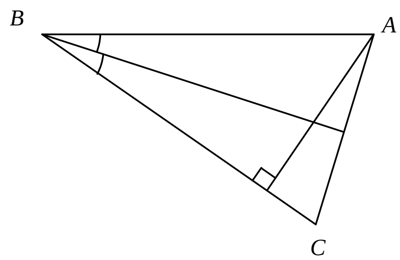


265- (OBM) Na figura ao lado, $\alpha = 18^\circ$ e *AB* = *AC* = *AD* = *AE*. O valor do ângulo β é:

A) 18^o **B)** 36^o **C)** 15^o **D)** 20^o **E)** 30^o

266- (OBM) Dado o quadrilátero *ABCD* tal que ∠*CAD* = 25°, ∠*ACD* = 45° e ∠*BAC* = ∠*BCA* = 20°, qual o valor do ângulo ∠*DBC*?

A) 40° **B)** 45° **C)** 50° **D)** 55° **E)** 60°



267- (OBM) No triângulo *ABC* representado ao lado, a medida do ângulo $\hat{C}$ é 60° e a bissetriz do ângulo $\hat{B}$ forma 70° com a altura relativa ao vértice *A*. A medida do ângulo $\hat{A}$ é:

A) 50° **B)** 30° **C)** 40° **D)** 80° **E)** 70°

268- (OBM) Dado um triângulo *ABC* onde $\hat{A} = 80°$ e $\hat{C} = 40°$, a medida do ângulo agudo formado pelas bissetrizes dos ângulos $\hat{A}$ e $\hat{B}$ é:

A) 40° **B)** 60° **C)** 70^o **D)** 80° **E)** 110^o

269- (OBM) Em um triângulo ABC, ∠A = 20^o e ∠B = 110^o. Se I é o incentro (centro da circunferência inscrita) e O o circuncentro (centro da circunferência circunscrita) do triângulo ABC, qual a medida do ângulo $\angle IAO$?

A) 20^o **B)** 25^o **C)** 30^o **D)** 40^o **E)** 35^o

ALUNO: ____ AULA 03

DIVISIBILIDADE

270- (OBM) Sejam *a*, *b* e *c* inteiros e positivos. Entre as opções abaixo, a expressão que **não** pode representar o número 24 é:
A) ab^3 **B)** a^2b^3 **C)** a^cb^c **D)** ab^2c^3 **E)** $a^bb^cc^a$

271- (OBM) Qual dos seguintes inteiros é um múltiplo de 81?
A) 200.007 **B)** 20.000.007 **C)** 2.000.000.007
D) 200.000.000.007 **E)** 20.000.000.000.007

272- (OBM) Para quantos inteiros positivos *m* o número $\frac{2004}{m^2-2}$ é um inteiro positivo?
A) um **B)** dois **C)** três **D)** quatro **E)** mais do que quatro

273- (OBM) Quantos números inteiros positivos menores que 500 têm exatamente 15 divisores inteiros positivos?
A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

274- (OBM) Se N é o quadrado do quadrado de um número inteiro e tem 12 como fator, o menor valor para $\frac{N}{12}$ é:
A) 3 **B)** 12 **C)** 36 **D)** 54 **E)** 108

275- (OBM) Quantos dos números 2, 3, 5, 7, 11 são divisores de $371^4 - 41^4$?
A) um **B)** dois **C)** três **D)** quatro **E)** cinco

276- (OBM) O máximo divisor comum entre os números 1221, 2332, 3443, 4554,........, 8998 é:
A) 3 **B)** 33 **C)** 37 **D)** 11 **E)** 101

277- (OBM) O inteiro *n* é tal que $n \cdot 2^n$ possui 2008 divisores a mais que *n*. A soma dos algarismos de *n* é igual a:
A) 5 **B)** 7 **C)** 9 **D)** 11 **E)** 12

MMC

278- (OBM) Os inteiros positivos *m* e *n* satisfazem 15*m* = 20*n*. Então é possível afirmar, com certeza, que *mn* é múltiplo de:
A) 5 **B)** 10 **C)** 12 **D)** 15 **E)** 20

279- (OBM) Devido a um defeito de impressão, um livro de 600 páginas apresenta em branco todas as páginas cujos números são múltiplos de 3 ou de 4. Quantas páginas estão impressas?
A) 100 B) 150 C) 250 D) 300 E) 430

280- (OBM) Alberto, Beatriz e Carlos correm numa pista circular. Todos saem ao mesmo tempo e do mesmo lugar, cada um desenvolvendo velocidade constante. Alberto e Beatriz correm no mesmo sentido. Correndo no sentido oposto, Carlos encontra Alberto, pela primeira vez, exatamente 90 segundos após o início da corrida e encontra Beatriz exatamente 15 segundos depois. Quantos segundos são necessários para que Alberto ultrapasse Beatriz pela primeira vez?
A) 105 **B)** 630 **C)** 900 **D)** 1.050 **E)** não pode ser determinado

281- (OBM) Dois irmãos, Pedro e João, decidiram brincar de pega-pega. Como Pedro é mais velho, enquanto João dá 6 passos, Pedro dá apenas 5. No entanto, 2 passos de Pedro equivalem à distância que João percorre com 3 passos. Para começar a brincadeira, João dá 60 passos antes de Pedro começar a persegui-lo. Depois de quantos passos Pedro alcança João?
A) 90 passos **B)** 120 passos **C)** 150 passos **D)** 180 passos **E)** 200 passos

282- (OBM) Se você tiver uma mesa de bilhar retangular cuja razão entre a largura e o comprimento seja 5/7 e bater uma bola que está em um canto, de modo que ela saia na direção da bissetriz do ângulo desse canto, quantas vezes ela baterá nos lados antes de bater em um dos cantos?
A) 10 vezes **B)** 12 vezes **C)** 13 vezes **D)** 14 vezes **E)** 15 vezes

283- (OBM) Contando-se os alunos de uma classe de 4 em 4 sobram 2, e contando-se de 5 em 5 sobra 1. Sabendo-se que 15 alunos são meninas e que nesta classe o número de meninas é maior que o número de meninos, o número de meninos nesta classe é:
A) 7 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 10 **E)** 11

284- (OBM) Quantos números de dois algarismos não são primos nem múltiplos de 2, 3 ou 5?
A) 1 **B)** 3 **C)** 2 **D)** 4 **E)** mais de 4

285- (OBM) Numa festa típica, cada prato de arroz foi servido para duas pessoas, cada prato de maionese para três pessoas, cada prato de carne servia quatro pessoas e cada prato de doces dava exatamente para cinco pessoas. Foram utilizados 77 pratos e todas as pessoas se serviram de todos os pratos oferecidos. Quantas pessoas havia na festa?
A) 20 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

286- (OBM) Os pontos P_1, P_2, P_3, … estão nesta ordem sobre uma circunferência e são tais que o arco que une cada ponto ao seguinte mede 35°. O menor valor de $n > 1$ tal que P_n coincide com P_1 é:
A) 37 **B)** 73 **C)** 109 **D)** 141 **E)** 361

287- (OBM) O emir Abdel Azir ficou famoso por vários motivos. Ele teve mais de 39 filhos, incluindo muitos gêmeos. De fato, o historiador Ahmed Aab afirma, num de seus escritos, que todos os filhos do emir eram gêmeos duplos, exceto 39; todos eram gêmeos triplos, exceto 39; todos eram gêmeos quádruplos, exceto 39. O número de filhos do emir é:
A) 75 **B)** 48 **C)** 51 **D)** 78 **E)** 111

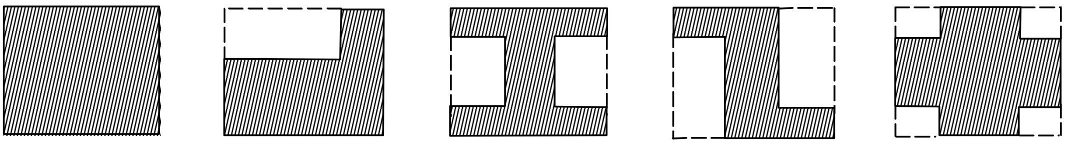
ALUNO: ____ AULA 04

PERÍMETROS

288- (OBM) Dizer que uma tela de televisão tem 20 polegadas significa que a diagonal da tela mede 20 polegadas. Quantas telas de televisão de 20 polegadas cabem numa de 60 polegadas?

A) 9 **B)** 10 **C)** 18 **D)** 20 **E)** 30

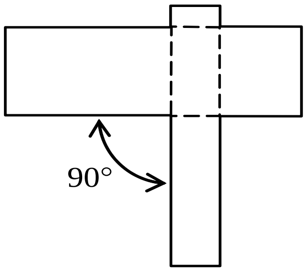
289- (OBM) Um arquiteto apresenta ao seu cliente cinco plantas diferentes para o projeto de ajardinamento de um terreno retangular, onde as linhas cheias representam a cerca que deve ser construída para proteger as flores. As regiões claras são todas retangulares e o tipo de cerca é o mesmo em todos os casos. Em qual dos projetos o custo da construção da cerca será maior?



A) **B)** **C)** **D)** **E)**

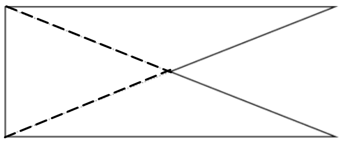
290- (OBM) São dadas duas tiras retangulares de papel com 20 cm de comprimento, uma com 5 cm de largura e outra com 11 cm de largura. Uma delas foi colada sobre a outra, perpendicularmente, de modo a formar a figura ilustrada ao lado. O perímetro dessa figura, em centímetros é:

A) 50 **B)** 60 **C)** 80 **D)** 100 **E)** 120



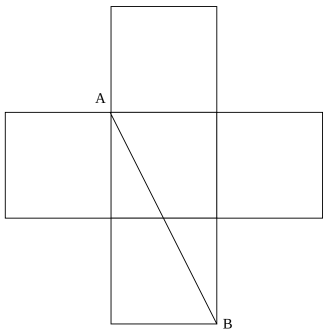
291- (OBM) Dois cartões iguais têm a forma de um triângulo retângulo de lados 5 cm, 12 cm e 13 cm. Esmeralda juntou os dois cartões sobre uma folha de papel e, contornando as beiradas com um lápis, obteve uma figura como a ao lado, que está fora de escala. Qual é o perímetro dessa figura?

A) 28 cm **B)** 35 cm **C)** 42 cm **D)** 43 cm **E)** 60 cm



292- (OBM) O jardim da casa de Maria é formado por cinco quadrados de igual área e tem a forma da figura abaixo. Se AB = 10 m, então a área do jardim em metros quadrados é:

A) 200 **B)** $10\sqrt{5}$ **C)** 100 **D)** $\frac{500}{3}$ **E)** $\frac{100}{3}$



293- (OBM) Qual o menor perímetro inteiro possível de um triângulo que possui um dos lados com medida igual a $\frac{5\sqrt{3}}{2}$?

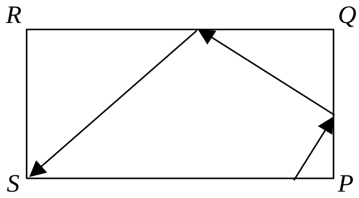
A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 11 **E)**12

294- (OBM) No triângulo *PQR*, a altura *PF* divide o lado *QR* em dois segmentos de medidas *QF* = 9 e *RF* = 5. Se PR = 13, qual é a medida de *PQ*?

A) 5 **B)** 10 **C)** 15 **D)** 20 **E)** 25

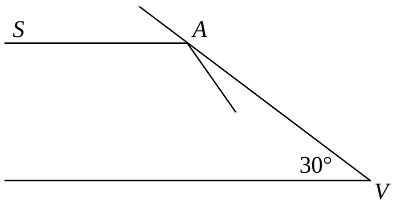
295- (OBM) Uma mesa de bilhar tem dimensões de 3 metros por 6 metros e tem caçapas nos seus quatro cantos *P*, *Q*, *R* e *S*. Quando uma bola bate na borda da mesa, sua trajetória forma um ângulo igual ao que a trajetória anterior formava.

Uma bola, inicialmente a 1 metro da caçapa *P*, é batida do lado *SP* em direção ao lado *PQ*, como mostra a figura. A quantos metros de *P* a bola acerta o lado *PQ* se a bola cai na caçapa *S* após duas batidas na borda da mesa?



A) 1 **B)** $\frac{6}{7}$ **C)** $\frac{3}{4}$ **D)** $\frac{2}{3}$ **E)** $\frac{3}{5}$

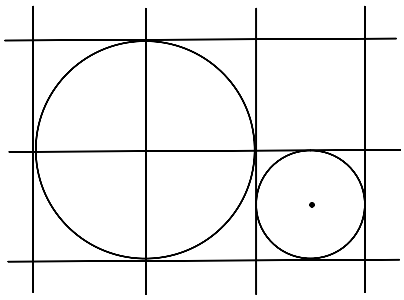
296- (OBM) Dois espelhos formam um ângulo de 30^o no ponto *V*. Um raio de luz, vindo de uma fonte *S*, é emitido paralelamente a um dos espelhos e é refletido pelo outro espelho no ponto *A*, como mostra a figura. Depois de uma certa quantidade de reflexões, o raio retorna a *S*. Se *AS* e *AV* têm 1 metro de comprimento, a distância percorrida pelo raio de luz, em metros, é



A) 2 **B)** $2+\sqrt{3}$ **C)** $1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$

D) $\sqrt{2}\left(1+\sqrt{3}\right)$ **E)** $5\sqrt{3}$

297- (OBM) Em uma folha quadriculada em que cada quadrado tem lado 2cm, são desenhados dois círculos como na figura ao lado. A distância mínima entre os dois círculos mede:

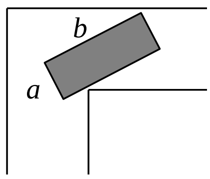


A) 3cm **B)** $\sqrt{10}$ cm **C)** $\left(\sqrt{10}+3\right)$cm **D)** $\left(\sqrt{10}-2\right)$ cm **E)** $\left(\sqrt{10}-3\right)$cm

298- (OBM) No triângulo PQR isósceles, com *PQ* = *PR* = 3 e *QR* = 2, a tangente à sua circunferência circunscrita no ponto *Q* encontra o prolongamento do lado *PR* em *X*. O valor de *RX* é:

A) $\frac{16}{5}$ **B)** $\frac{12}{5}$ **C)** $\frac{8}{3}$ **D)** $\frac{9}{2}$ **E)** $\frac{9}{4}$

299- (OBM) Uma mesa retangular, cujos pés têm rodas, deve ser empurrada por um corredor de largura constante, que forma um ângulo reto. Se as dimensões da mesa são *a* e *b* (com 2*a* < *b*), qual deve ser a largura mínima do corredor para que a mesa possa ser empurrada através dele?



A) *a* + *b* **B)** $(a+b)\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C)** $(a+b)\frac{\sqrt{2}}{4}$ **D)** $(2a+b)\frac{\sqrt{2}}{4}$ **E)** $(a+2b)\frac{\sqrt{2}}{4}$

ALUNO: ____ AULA 04

NÚMEROS INTEIROS

300- (OBM) Os inteiros 0 < *x* < *y* < *z* < *w* < *t* são tais que *w* = *z*(*x* + *y*) e *t* = *w*(*y* + *z*). Sendo *w* = 9, então *t* é igual a

A) 45 **B)** 54 **C)** 63 **D)** 72 **E)** 81

301- (OBM) As letras *O*, *B* e *M* representam números inteiros. Se *O* × *B* × *M* = 240, *O* × *B* + *M* = 46 e *O* + *B* × *M* = 64, quanto vale *O* + *B* + *M*?

A) 19 B) 20 C) 21 D) 24 E) 36

302- (OBM) Cinco inteiros positivos a, b, c, d, e maiores que um satisfazem as seguintes condições:

$$a(b+c+d+e)=128$$
$$b(a+c+d+e)=155$$
$$c(a+b+d+e)=203$$
$$d(a+b+c+e)=243$$
$$e(a+b+c+d)=275$$

Quanto vale a soma $a+b+c+d+e$?

A) 9 **B)** 16 **C)** 25 **D)** 36 **E)** 49

303- (OBM) Observe que:

$$3^2+4^2=5^2,$$
$$3^2+4^2+12^2=13^2,$$
$$3^2+4^2+12^2+84^2=85^2.$$

Qual o menor valor possível da soma $x+y$ com x, y inteiros positivos tais que

$$3^2+4^2+12^2+84^2+x^2=y^2\ ?$$

A) 289 **B)** 250 **C)** 425 **D)** 795 **E)** 103

304- (OBM) Quantos números inteiros e positivos menores do que 1.000.000 existem cujos cubos terminam em 1?

A) 1.000 **B)** 10.000 **C)** 50.000 **D)** 100.000 **E)** 500.000

305- (OBM) Quantos são os números inteiros de 2 algarismos que são iguais ao dobro do produto de seus algarismos?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

306- (OBM) Divida os números 2, 3, 5, 7, 11, 13 e 17 em dois grupos *x* e *y* com produtos *A* e *B*, respectivamente, de modo que *A* – *B* = 1. A soma dos algarismos de *A* é:

A) 10 B) 11 C) 13 D) 14 E) 15

307- (OBM) Sejam a, b, c, d números inteiros tais que $a < 2b$, $b < 3c$, $c < 4d$. Se $d < 40$, o maior valor possível de a será:

A) 960 **B)** 959 **C)** 951 **D)** 934 **E)** 927

POTÊNCIA

308- (OBM) Considere os números $X = 2^{700}$, $Y = 11^{200}$ e $Z = 5^{300}$. Assinale a alternativa correta:

A) X< Z< Y B) Y<X<Z C) Y<Z<X D) Z<X<Y E) Z<Y<X

309- (OBM) Quantos números naturais de 1 a 100, inclusive, podem ser escritos na forma de potência a^b, com a,b ∈ ℕ e $a, b > 1$?

A) 10 **B)** 12 **C)** 14 **D)** 16 **E)** 18

310- (OBM) Quanto é $2^6 + 2^6 + 2^6 + 2^6 - 4^4$?

A) 0 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 4^2 **E)** 4^4

311- (OBM) Se $2(2^{2x}) = 4^x + 64$, então x é igual a:

A) – 2 **B)** – 1 **C)** 1 **D)** 2 **E)** 3

312- (OBM) O valor da soma $\dfrac{2^{2003} \cdot 9^{1001}}{4^{1001} \cdot 3^{2003}} + \dfrac{2^{2002} \cdot 9^{1001}}{4^{1001} \cdot 3^{2003}}$ é:

A) $\dfrac{1}{3}$ B) $\dfrac{2}{3}$ C) 1 D) $\dfrac{4}{3}$ E) 2

313- (OBM) Efetuando as operações indicadas na expressão $\left(\dfrac{2^{2007} + 2^{2005}}{2^{2006} + 2^{2004}}\right) \times 2006$ obtemos um número de quatro algarismos. Qual é a soma dos algarismos desse número?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8

314- (OBM) Um episódio muito conhecido na Matemática foi quando ao visitar o grande matemático Ramanujam no hospital, o outro grande matemático Hardy disse que o número do táxi que o trouxe, 1729, era um número sem graça; Ramanujam respondeu prontamente: "Não diga isso, Hardy! 1729 é o menor número inteiro positivo que pode ser escrito como soma de dois cubos perfeitos positivos de duas maneiras diferentes!" De fato, $1729 = 10^3 + 9^3 = 12^3 + 1^3$.

Um outro episódio não muito conhecido na Matemática foi quando o pequeno matemático Muralijam foi visitado pelo outro pequeno matemático Softy, que disse que o número do lotação que o trouxe era um número sem graça. Muralijam responde imediatamente: "Não, Softy, ele é o menor inteiro positivo que pode ser escrito como soma de dois quadrados perfeitos positivos de duas maneiras diferentes!"

A que número Muralijam e Softy se referem?

A) 18 **B)** 41 **C)** 45 **D)** 50 **E)** 65

RADICIAÇÃO

315- (OBM) Quantos dos números abaixo são maiores que 10?

$$3\sqrt{11},\ 4\sqrt{7},\ 5\sqrt{5},\ 6\sqrt{3},\ 7\sqrt{2}$$

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

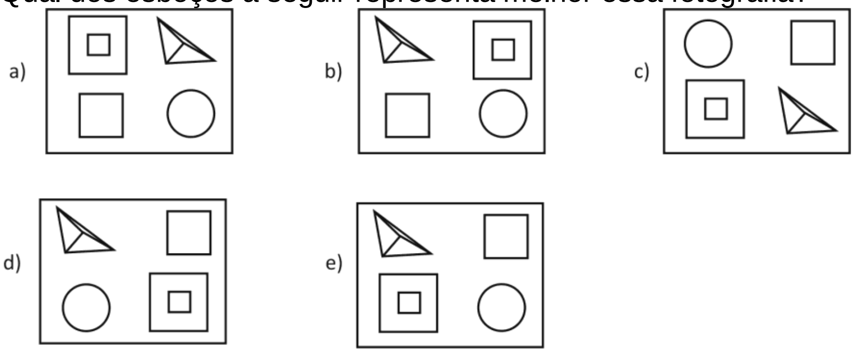
316- (OBM) $\sqrt{12^{12}}$ é igual a:

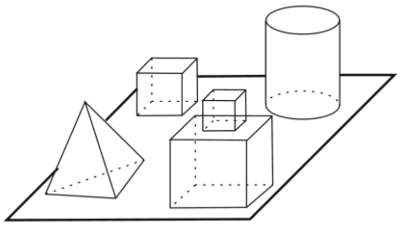
A) 6^6 **B)** $12^{2\sqrt{3}}$ **C)** $2^{12}.3^6$ **D)** 6^{12} **E)** $\sqrt{12}^{\sqrt{12}}$

ALUNO: ____ AULA 05

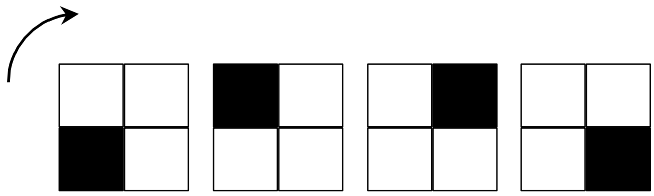
NOÇÃO ESPACIAL

317- (OBM) Sobre uma mesa retangular de uma sala foram colocados quatro sólidos, mostrados no desenho. Uma câmera no teto da sala, bem acima da mesa, fotografou o conjunto. Qual dos esboços a seguir representa melhor essa fotografia?





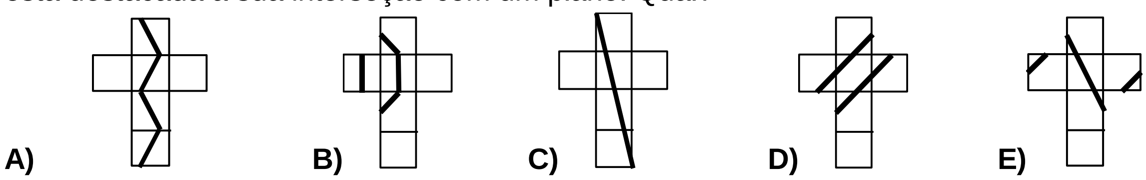
318- (OBM) As 4 colorações a seguir são consideradas iguais por coincidirem por rotação.



De quantos modos diferentes é possível colorir as casas de um tabuleiro 2 × 2 de branco ou preto de modo que não existam dois tabuleiros que coincidam por rotação?

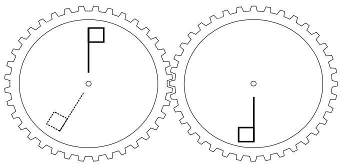
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

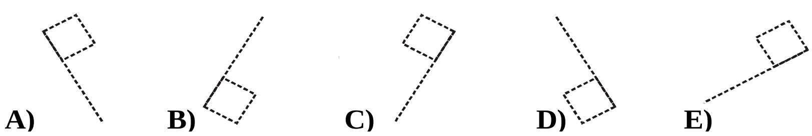
319- (OBM) Somente uma das figuras a seguir representa a planificação de um cubo na qual está destacada a sua interseção com um plano. Qual?



320- (OBM) Juliano colou uma bandeirinha cinza em cada engrenagem, como mostra a figura ao lado.

As engrenagens são iguais e quando a engrenagem da esquerda girou um pouco, a sua bandeirinha ficou na posição indicada com a bandeirinha branca pontilhada. Nesta condição, podemos afirmar que a posição da bandeirinha na engrenagem da direita é:

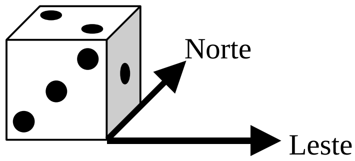




321- (OBM) Tenho um cubo de madeira, com três faces vermelhas e três faces azuis, de modo que faces opostas tenham cores diferentes. O cubo é cortado em 3 x 3 x 3 = 27 cubos menores.

Quantos destes cubos menores têm, pelo menos, uma face vermelha e outra azul? **A)** 6 **B)** 12 **C)** 13 **D)** 14 **E)** 16

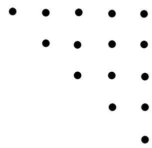
322- (OBM) O desenho abaixo mostra um dado comum cujas somas das pontuações em faces opostas é sempre igual a 7. Ele é colocado em uma mesa horizontal com a face "1" voltada para Leste. O dado é, então, movido quatro vezes.



Um movimento consiste em uma rotação de 90° em relação a uma aresta. Depois do primeiro movimento a face em contato com a mesa passa a ser a "1", depois a "2", então a "3" e, finalmente, a face "5". Para que sentido está voltada a face "1" após esta sequência de movimentos?

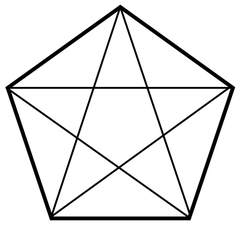
A) Oeste **B)** Leste **C)** Norte **D)** Sul **E)** Cima

323- (OBM) Quantos quadrados têm como vértices os pontos do reticulado ao lado?



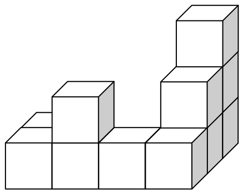
A) 6 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 9 **E)** 10

324- (OBM) Quantos triângulos isósceles têm como vértices os vértices do pentágono regular desenhado ao lado?



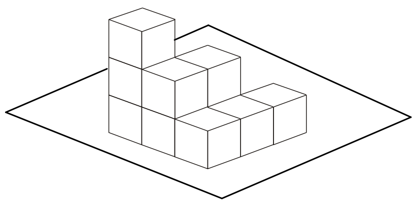
A) 5 **B)** 10 **C)** 15 **D)** 20 **E)** 25

325- (OBM) Onze cubinhos, todos de mesma aresta, foram colados conforme a figura a seguir. O menor número de cubinhos, iguais aos já utilizados, que devem ser agregados ao sólido formado pelos onze cubinhos para obtermos um cubo maciço é igual a:



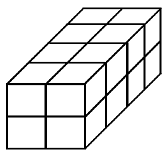
A) 48 B) 49 C) 52 D) 53 E) 56

326- (OBM) Vários caixotes cúbicos de plástico azul ficaram armazenados ao ar livre, na posição indicada na figura ao lado, na qual apenas um dos caixotes não é visível. Com o tempo, o plástico exposto ao ar perdeu sua cor, tornando-se cinza. Ao desfazer a pilha, verificaremos que o número de caixotes com três faces azuis e três cinzentas será:



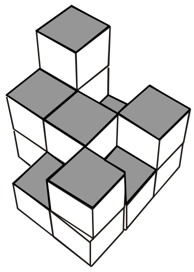
A) 4 B) 5 C) 3 D) 2 E) 1

327- (OBM) Dezesseis cubos de 1cm de lado são colocados juntos, formando o paralelepípedo representado ao lado. A superfície do mesmo foi pintada de verde e, em seguida, os cubos foram separados. O número de cubos com exatamente duas faces verdes é:



A) 2 B) 6 C) 4 D) 8 E) 10

328- (OBM) Num armazém foram empilhadas embalagens cúbicas conforme mostra a figura a seguir. Se cada caixa pesa 25 kg, quanto pesa toda a pilha?



A) 300 kg **B)** 325 kg **C)** 350 kg **D)** 375 kg **E)** 400 kg

ALUNO: ____ AULA 05

CÁLCULOS SEQUENCIAIS

329- (OBM) A soma de todos os números ímpares de dois algarismos menos a soma de todos os números pares de dois algarismos é:

A) 50 B) 46 C) 45 D) 49 E) 48

330- (OBM) A soma de todos os números positivos ímpares até 2007 menos a soma de todos os números positivos pares até 2007 é igual a:

A) 1003 B) 1004 C) 2005 D) 2006 E) 2007

331- (OBM) Considere a sequência oscilante: **1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, …** O 2003º termo desta sequência é:

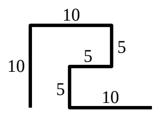
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

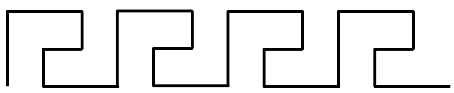
332- (OBM) Se os números naturais são colocados em colunas, como se mostra abaixo, debaixo de que letra aparecerá o número 2000?

A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*
1		**2**		**3**		**4**		**5**
	9		**8**		**7**		**6**	
10		**11**		**12**		**13**		**14**
	18		**17**		**16**		**15**	
19		**20**		**21**		**...**		**...**

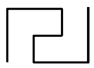
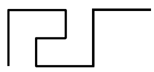
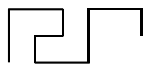
A) *F* **B)** *B* **C)** *C* **D)** *I* **E)** *A*

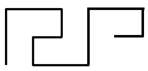
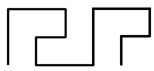
333- (OBM) Um serralheiro solda varetas de metal para produzir peças iguais que serão juntadas para formar o painel abaixo. O desenho ao lado apresenta as medidas, em centímetros, de uma dessas peças. O serralheiro usa exatamente 20 metros de vareta para fazer o seu trabalho.





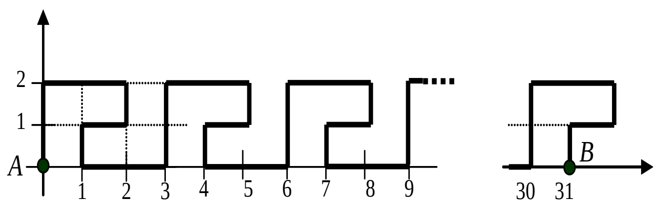
Qual dos desenhos abaixo representa o final do painel?

A)  B)  C) 

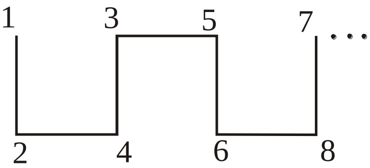
D)  E) 

334- (OBM) A linha poligonal AB é desenhada mantendo-se sempre o mesmo padrão mostrado na figura. Seu comprimento total é igual a:

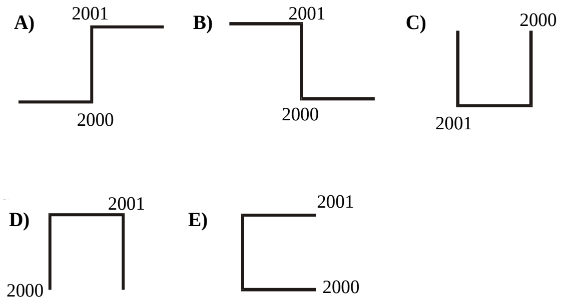
A) 31 **B)** 88 **C)** 90 **D)** 97 **E)** 105



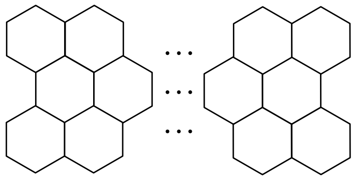
335- (OBM) Escrevem-se os números naturais numa faixa decorativa, da seguinte maneira (abaixo):



Assinale a figura correta:

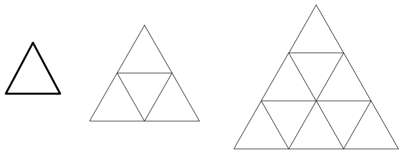


336- (OBM) O arranjo a seguir, composto por 32 hexágonos, foi montado com varetas, todas com comprimento igual ao lado do hexágono. Quantas varetas, no mínimo, são necessárias para montar o arranjo?



A) 113 **B)** 123 **C)** 122 **D)** 132 **E)** 152

337- (OBM) O triângulo equilátero T à direita tem lado 1. Juntando triângulos congruentes a esse, podemos formar outros triângulos equiláteros maiores, conforme indicado no desenho.

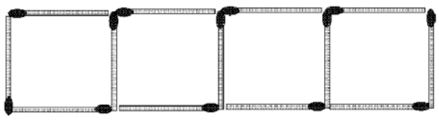


Qual é o lado do triângulo equilátero formado por 49 dos triângulos T?

A) 7 B) 49 C) 13 D) 21

E) é impossível formar um triângulo equilátero com esse número de triângulos T

338- (OBM) Joãozinho brinca de formar quadrados com palitos de fósforo como na figura a seguir.



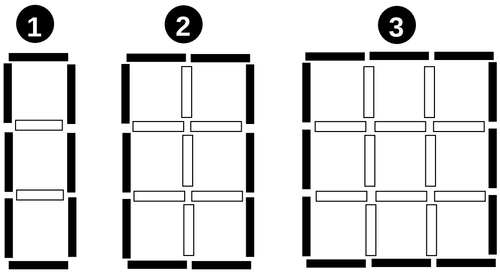
A quantidade de palitos necessária para fazer 100 quadrados é:

A) 296 B) 293 C) 297 D) 301 E) 28

339- (OBM) Joana escreve a sequência de números naturais 1, 6, 11, ..., onde cada número, com exceção do primeiro, é igual ao anterior mais cinco. Joana pára quando encontra o primeiro número de três algarismos. Esse número é:

A) 100 **B)** 104 **C**) 101 **D)** 103 **E)** 102

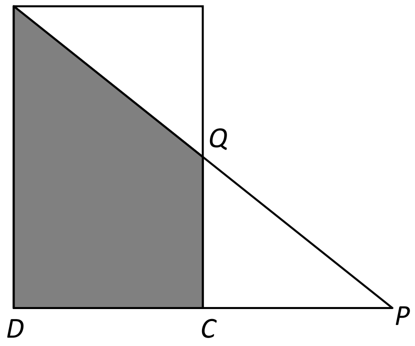
340- (OBM) As figuras a seguir são construídas com palitos pretos e brancos. Para construir as figuras, os palitos pretos foram colocados apenas nas bordas e os brancos apenas no interior. A figura de número *n* corresponde a um retângulo 3 por *n*. Continuando esse procedimento, quantos palitos brancos teremos na figura 2002?



B) 2001 **B)** 4004 **C)** 12006 **D)** 10007 **E)** 10010

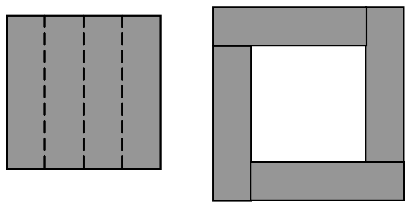
ALUNO: ____ AULA 06

GEOMETRIA PLANA



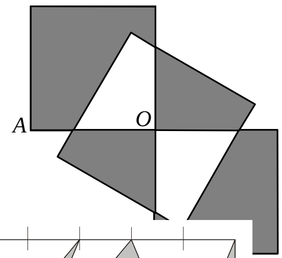
341- (OBM) Na figura, P é um ponto da reta CD. A região cinza é comum ao retângulo ABCD e ao triângulo ADP.
Se AB = 5 cm, AD = 8 cm e a área da região cinza é 3/4 da área do retângulo, quanto vale a distância PC?
A) 1 cm B) 2 cm C) 3 cm
D) 4 cm E) 5 cm

342- (OBM) Um quadrado de área 1 foi dividido em 4 retângulos congruentes, conforme indicado no desenho à esquerda. Em seguida, os quatro retângulos foram reagrupados de maneira a formar um quadrado, com um buraco quadrado no centro, conforme indica o desenho à direita. A área do buraco é igual a:



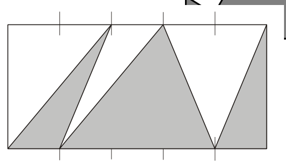
A) $\frac{1}{2}$ **B)** $\frac{9}{16}$ **C)** $\frac{16}{25}$ **D)** $\frac{3}{4}$ **E)** 1

343- (OBM) O desenho à direita representa dois quadrados menores congruentes de lado 20 e um quadrado maior. O vértice *O* é o único ponto comum aos dois quadrados menores e é o centro do quadrado maior. Os vértices *A*, *O* e *B* estão alinhados e a área da região do quadrado maior não pintada é igual a 36% da área de toda a região pintada. Qual é a área do quadrado maior?



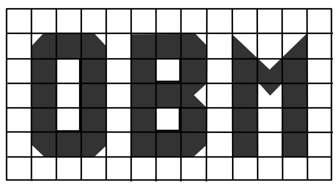
A) 420 **B)** 496 **C)** 576 **D)** 640 **E)** 900

344- (OBM) Se a área do retângulo dado é 12, qual é a área da figura sombreada?



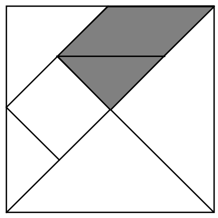
A) 3**B)** 4**C)** 5 **D)** 6 **E)** 8

345- (OBM) No quadriculado ao lado, cada quadradinho tem 1 cm^2. Os segmentos inclinados ligam pontos médios dos lados dos quadradinhos ou um vértice ao centro de um quadradinho. Qual é a área ocupada pela sigla OBM, em cm^2?



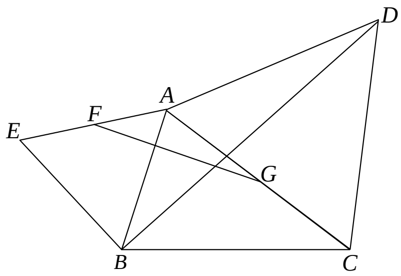
A) 28 **B)** 32 **C)** 33 **D)** 34 **E)** 35

346- (OBM) A figura a seguir representa um Tangram, quebra-cabeças chinês formado por 5 triângulos, 1 paralelogramo e 1 quadrado. Sabendo que a área do Tangram a seguir é 64 cm^2, qual é a área, em cm^2, da região sombreada?



A) 7,6 **B)** 8 **C)** 10,6 **D)** 12 **E)** 21,3

347- (OBM) Na figura a seguir, *ABC* é um triângulo qualquer e *ACD* e *AEB* são triângulos eqüiláteros. Se *F* e *G* são os pontos médios de *EA* e *AC*, respectivamente, a razão $\frac{BD}{FG}$ é:



A) $\frac{1}{2}$ **B)** 1

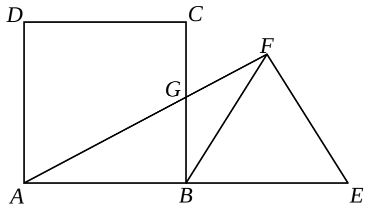
C) $\frac{3}{2}$ **D)** 2

E) Depende das medidas dos lados de *ABC*.

348- (OBM) Um ponto *P* pertence ao interior de um quadrado com 10 cm de lado. No máximo, quantos pontos da borda do quadrado podem estar a uma distância de 6 cm do ponto *P*?

A) 1 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 6 **E)** 8

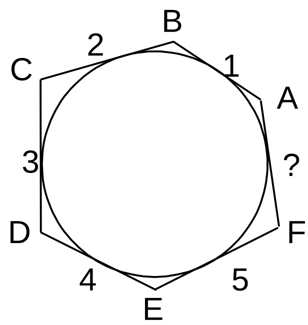
A figura a seguir mostra um quadrado *ABCD* e um triângulo eqüilátero *BEF*, ambos com lado de medida 1cm . Os pontos *A*, *B* e *E* são colineares, assim como os pontos *A*, *G* e *F*.



A área do triângulo *BFG* é, em cm^2:

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{12}$ E) $\frac{3}{10}$

349- (OBM) O hexágono ABCDEF é circunscritível. Se *AB* = 1, *BC* = 2, *CD* = 3, *DE* = 4 e *EF* = 5, quanto mede *FA*?



A) 1 **B)** 3 **C)** 15/8 **D)** 6 **E)** 9

350- (OBM) Em um triângulo ABC foi traçada a altura AH. Sejam M e N pontos sobre os lados AB e AC, respectivamente, tais que HM é perpendicular a AB e HN é perpendicular a AC. Achar MN, sabendo que o perímetro do triângulo órtico do triângulo ABC é igual a 10.

Observação: o triângulo órtico de um triângulo é aquele cujos vértices são as interseções das alturas do triângulo com os respectivos lados. Pode-se demonstrar que o incentro (encontro das bissetrizes) do triângulo órtico é sempre igual ao ortocentro (encontro das alturas) do triângulo original.

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

351- (OBM) Dado um triângulo *ABC* de lados *AB* = 3, *BC* = 4 e *AC* = 5. Sejam R_1 e R_2, respectivamente, os raios da circunferência inscrita e da circunferência com centro sobre o lado *BC* que passa por *B* e é tangente ao lado *AC*. A razão $\frac{R_1}{R_2}$ vale:

A) $\frac{3}{4}$ **B)** $\frac{2}{3}$ **C)** $\frac{3}{2}$ **D)** $\frac{8}{9}$ **E)** $\frac{4}{5}$

ALUNO: ____ AULA 06

CONTAGEM

352- (OBM) Ludmilson percebeu que para numerar as páginas de um livro, consecutivamente, a partir da página 2, foram usados 2006 algarismos. O número de páginas do livro de Ludmilson é:

A)701 **B)** 702 **C)** 703 **D)** 704 **E)** 705

353- (OBM) De quantas maneiras podemos dividir R$ 10,00 em moedas de 10 centavos e de 25 centavos, se pelo menos uma moeda de cada valor tem que ser usada?

A) 15 **B)** 16 **C)** 17 **D)** 18 **E)** 19

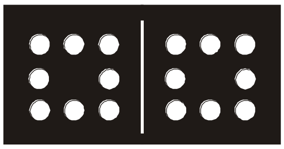
354- (OBM) Escrevendo todos os números inteiros de 100 a 999 quantas vezes escrevemos o algarismo 5?

A) 250 **B)** 270 **C)** 271 **D)** 280 **E)** 292

355- (OBM) Os números inteiros positivos de 1 a 1000 são escritos lado a lado, em ordem crescente, formando a sequência 123456789101112131415... 9991000. Nesta sequência, quantas vezes aparece o grupo "89" ?

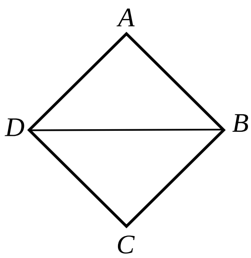
A) 98 **B)** 32 **C)** 22 **D)** 89 **E)** 21

356- (OBM) O dominó mais conhecido tem como maior peça o duplo 6. Neste dominó são empregadas 28 peças diferentes. Quantas peças tem o dominó cuja maior peça é o duplo 8?



A) 34 B) 36 C) 42 D) 55 E) 45

357- (OBM) A figura ao lado é o mapa de um bairro: os pontos *A*, *B*, *C* e *D* são as casas e os segmentos são as ruas. De quantas casas é possível fazer um caminho que passa exatamente uma vez por cada uma das ruas? É permitido passar mais de uma vez por uma mesma casa.



A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

358- (OBM) Um número natural *A* de três algarismos *detona* um número natural *B* de três algarismos se cada algarismo de *A* é maior do que o algarismo correspondente de *B*. Por exemplo, 876 detona 345; porém, 651 não detona 542 pois 1 < 2. Quantos números de três algarismos detonam 314?

A) 120 **B)** 240 **C)** 360 **D)** 480 **E)** 600

359- (OBM) Num relógio digital, as horas são exibidas por meio de quatro algarismos. Por exemplo, ao mostrar 00:00 sabemos que é meia-noite e ao mostrar 23:59 sabemos que falta um minuto para meia-noite. Quantas vezes por dia os quatro algarismos mostrados são todos pares?

A) 60 **B)** 90 **C)** 105 **D)** 180 **E)** 240

360- (OBM) Quantos números entre 10 e 13000, quando lidos da esquerda para a direita, são formados por dígitos consecutivos e em ordem crescente? Exemplificando, 456 é um desses números, mas 7890 não é:

A) 10 B) 13 C) 18 D) 22 E) 25

361- (OBM) Um relógio, com ponteiros de horas, minutos e segundos, faz *plim* toda vez que um ponteiro ultrapassa outro no mostrador. O número de *plins* registrados em um certo dia, no período entre as 12 horas e 1 segundo e as 23 horas, 59 minutos e 59 segundos é:

A) 732 B) 1438 C) 1440 D) 1446 E) 1452

362- (OBM) Esmeralda, a digitadora, tentou digitar um número de seis algarismos, mas os dois algarismos 1 não apareceram (a tecla devia estar com defeito). O que apareceu foi 2004. Quantos são os números de seis algarismos que ela pode ter tentado digitar?

A) 4 **B)** 8 **C)** 10 **D)** 15 **E)** 20

363- (OBM) Quantos números inteiros positivos menores que 900 são múltiplos de 7 e terminam em 7?

A) 10 **B)** 11 **C)** 12 **D)** 13 **E)** 14

364- (OBM) Um número de quatro dígitos é dito *paladino* se é múltiplo de 9 e nenhum de seus dígitos é nulo. Quantos números paladinos existem?

A) 1284 **B)** 1024 **C)** 849 **D)** 1109 **E)** 729

365- (OBM) João escreveu todos os números com menos de 4 dígitos usando apenas os algarismos 1 e 2 numa folha de papel e depois somou todos eles. O valor obtido foi:

A) 2314 **B)** 3000 **C)** 1401 **D)** 2316 **E)** 1716

366- (OBM) Entre os inteiros positivos $n+4018,\ n=1,2,...,2009^2$, quantos são quadrados perfeitos?

A) 1945 **B)** 1946 **C)** 1947 **D)** 1948 **E)** 1949

367- (OBM) Uma avenida possui 100 prédios numerados de 1 a 100, onde prédios com numeração par se situam do lado direito da rua e prédios com numeração ímpar se situam no lado esquerdo. A quantidade de andares de cada prédio é igual à soma dos algarismos do número correspondente ao prédio. Assim, podemos afirmar que:

A) A quantidade de prédios com mais de 10 andares é maior do lado direito da rua.

B) A quantidade de prédios com menos de 5 andares é maior do lado direito da rua.

C) Pelo menos metade dos prédios possui 10 ou mais andares.

D) Em ambos os lados da rua há a mesma quantidade de prédios com exatos 8 andares.

E) Pelo menos 25% dos prédios possui menos de 5 andares.

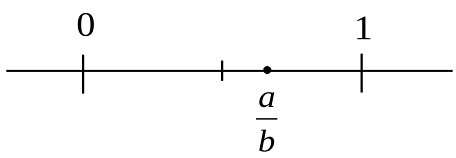
368- (OBM) Doze pontos estão sobre um círculo. Quantos polígonos convexos podemos formar com vértices nesses 12 pontos?

A) 4017 **B)** 220 **C)** 4095 **D)** 66 **E)** 3572

ALUNO: ____ AULA 07

PROBLEMAS COM FRAÇÃO

369- (OBM) A fração $\frac{a}{b}$, onde *a* e *b* são inteiros positivos, representa um número entre 0 e 1, na posição indicada no desenho ao lado. Qual é um possível valor para a soma $a+b$?

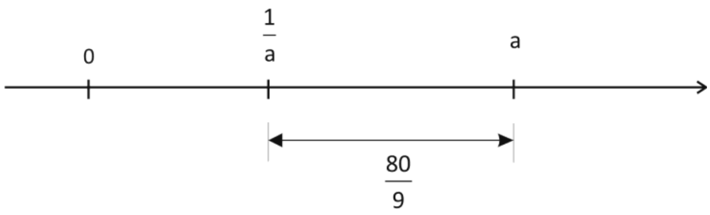


A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

370- (OBM) Se $\frac{1}{8}$ de um número é $\frac{1}{5}$, quanto vale $\frac{5}{8}$ desse número?

A) $\frac{1}{8}$ **B)** $\frac{1}{5}$ **C)** 1 **D)** $\frac{8}{5}$ **E)** 2

371- (OBM) O número inteiro positivo *a* e o número $\frac{1}{a}$ localizam-se na reta da seguinte maneira:



Qual é a soma desses dois números?

A) $\frac{9}{81}$ **B)** $\frac{9}{80}$ **C)** $\frac{81}{9}$ **D)** $\frac{82}{9}$ **E)** 9

372- (OBM) Uma barra de chocolate é dividida entre Nelly, Penha e Sônia. Sabendo que Nelly ganha $\frac{2}{5}$ da barra, Penha ganha $\frac{1}{4}$ e Sônia ganha 70 gramas, o peso da barra, em gramas, é:

A) 160 **B)** 200 **C)** 240 **D)** 280 **E)** 400

373- (OBM) Paulo e Cezar têm algum dinheiro. Paulo dá a Cezar R$5,00 e, em seguida, Cezar dá a Paulo $\frac{1}{3}$ do que possui. Assim, ambos ficam com R$18,00. A diferença entre as quantias que cada um tinha inicialmente é:

A) R$7,00 **B)** R$8,00 **C)** R$9,00 **D)** R$10,00 **E)** R$11,00

374- (OBM) Sabe-se que $\frac{2}{9}$ do conteúdo de uma garrafa enchem $\frac{5}{6}$ de um copo. Para encher 15 copos iguais a esse, quantas garrafas deverão ser usadas?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

375- (OBM) O conteúdo de uma garrafa de refrigerantes enche três copos grandes iguais e mais meio copo pequeno ou 5 desses copos pequenos iguais mais a metade de um daqueles grandes. Qual é a razão entre o volume de um copo pequeno e o de um grande?

A) $\frac{2}{5}$ **B)** $\frac{3}{7}$ **C)** $\frac{7}{10}$ **D)** $\frac{5}{9}$ **E)** $\frac{3}{5}$

376- (OBM) Sendo $x = 10^{-2008}$, assinale a alternativa que apresenta o maior valor.

A) $\frac{1}{x}$ **B)** $\frac{1}{x(x+1)}$ **C)** $\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}$ **D)** x **E)** $\frac{x}{x+\frac{1}{x}}$

377- (OBM) Uma usina comprou 2000 litros de leite puro e então retirou certo volume V de leite para produção de iogurte e substituiu este volume por água. Em seguida, retirou novamente o mesmo volume V da mistura e substituiu novamente este volume por água. Na mistura final existem 1 125 litros de leite puro. O volume V é:

A) 500 litros **B)** 600 litros **C)** 700 litros **D)** 800 litros **E)** 875 litros

PORCENTAGEM I

378- (OBM) 20% de 40 é igual a

A) 5 **B)** 8 **C)** 10 **D)** 12 **E)** 20

379- (OBM) Uma loja de CD`s realizará uma liquidação e, para isso, o gerente pediu para Anderlaine multiplicar todos os preços dos CD`s por 0,68. Nessa liquidação, a loja está oferecendo um desconto de:

A) 68% **B)** 6,8% **C)** 0,68% **D)** 3,2% **E)** 32%

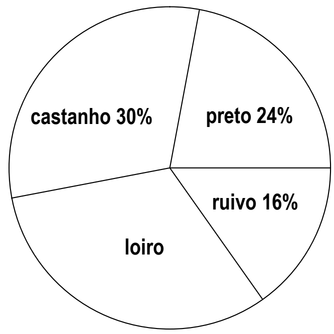
380- (OBM) Um comerciante comprou dois carros por um total de R$ 27.000,00. Vendeu o primeiro com lucro de 10% e o segundo com prejuízo de 5%. No total ganhou R$ 750,00. Os preços de compra foram, respectivamente,

A) R$ 10.000,00 e R$ 17.000,00 **B)** R$ 13.000,00 e R$ 14.000,00
C) R$ 14.000,00 e R$ 13.000,00 **D)** R$ 15.000,00 e R$ 12.000,00
E) R$ 18.000,00 e R$ 9.000,00

381- (OBM) Em uma prova de olimpíada, 15% dos estudantes não resolveram nenhum problema, 25% resolveram pelo menos um problema, mas cometeram algum erro, e os restantes, 156 estudantes, resolveram todos os problemas corretamente. O número de estudantes que participaram da olimpíada foi:

A) 200 **B)** 260 **C)** 93 **D)** 223 **E)** 300

382- (OBM) Os resultados de uma pesquisa das cores de cabelo de 1200 pessoas são mostrados no gráfico abaixo.



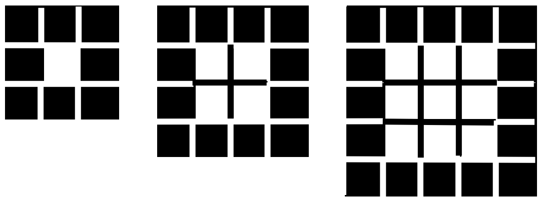
Quantas dessas pessoas possuem o cabelo *loiro*?

A) 60 **B)** 320 **C)** 360 **D)** 400 **E)** 840

ALUNO: ____ AULA 07

CONTAGEM II

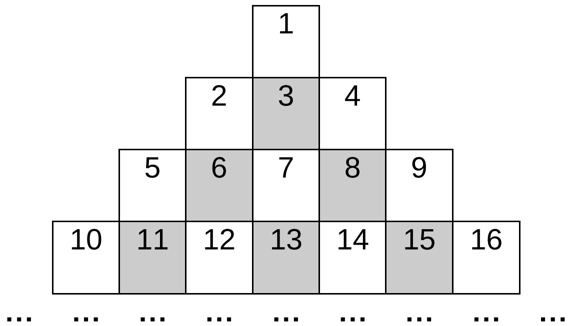
383- (OBM) Com azulejos quadrados brancos e pretos todos do mesmo tamanho, construímos os seguintes mosaicos. A regra para se construir estes mosaicos é a seguinte: inicialmente formamos um quadrado com 1 azulejo branco cercado por azulejos pretos; e em seguida, outro quadrado, este com 4 azulejos brancos, também cercado por azulejos pretos; e assim sucessivamente.



Com 80 azulejos pretos, quantos azulejos brancos serão necessários para se fazer uma sequência de mosaicos como esta?

A) 55 **B)** 65 **C)** 75 **D)** 85 **E)** 100

384- (OBM) Colocamos em ordem crescente os números escritos nas casas brancas do tabuleiro a seguir (estamos mostrando apenas as suas quatro primeiras linhas). Assim, por exemplo, o nono número da nossa lista é 14. Qual é o 2000º número da nossa lista?



A) 3931 **B)** 3933 **C)** 3935 **D)** 3937 **E)** 3939

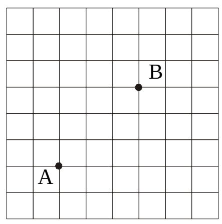
385- (OBM) O professor Piraldo aplicou uma prova de 6 questões para 18 estudantes. Cada questão vale 0 ou 1 ponto; não há pontuações parciais. Após a prova, Piraldo elaborou uma tabela como a seguinte para organizar as notas, em que cada linha representa um estudante e cada coluna representa uma questão.

Questões →	1	2	3	4	5	6
Estudantes ↓						
Arnaldo	0	1	1	1	1	0
Bernaldo	1	1	1	0	0	1
Cernaldo	0	1	1	1	1	0
⋮			⋮			

Piraldo constatou que cada estudante acertou exatamente 4 questões e que cada questão teve a mesma quantidade *m* de acertos. Qual é o valor de *m*?

A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 12 **E)** 14

386- (OBM) Quantos são os retângulos que têm os pontos *A* e *B* como vértices, e cujos vértices estão entre os pontos de interseção das 9 retas horizontais com as 9 retas verticais da figura abaixo?



A) 3 **B)** 4 **C)** 7 **D)** 2 **E)** 5

387- (OBM) Uma caixa contém 900 cartões, numerados de 100 a 999. Retiram-se ao acaso (sem reposição) cartões da caixa e anotamos a soma dos seus algarismos. Qual é a menor quantidade de cartões que devem ser retirados da caixa, para garantirmos que pelo menos três destas somas sejam iguais?

A) 51 **B)** 52 **C)** 53 **D)** 54 **E)** 55

388- (OBM) Arnaldo, Bernaldo, Cernaldo e Dernaldo baralharam as 52 cartas de um baralho e distribuíram 13 cartas para cada um. Arnaldo ficou surpreso: "Que estranho, não tenho nenhuma carta de espadas." Qual a probabilidade de Bernardo também não ter cartas de espadas?

A) $\frac{39!}{26!52!}$ **B)** $\frac{26!}{13!39!}$ **C)** $\frac{39!39!}{26!52!}$ **D)** $\frac{26!26!}{13!39!}$ **E)** $\frac{39!13!}{52!}$

389- (OBM) De quantas maneiras dois casais podem sentar-se em quatro cadeiras em fila se marido e mulher devem sentar-se em cadeiras vizinhas?

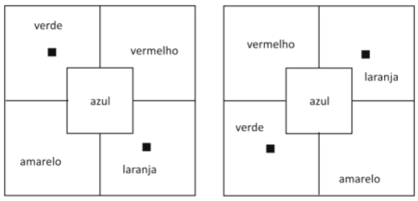
A) 2 **B)** 4 **C)** 8 **D)** 12 **E)** 24

390- (OBM) Dizemos que uma palavra *Q* é *quase-anagrama* de outra palavra *P* quando *Q* pode ser obtida retirando-se uma letra de *P* e trocando a ordem das letras restantes, resultando em uma palavra com uma letra a menos do que *P*. Um quase-anagrama pode ter sentido em algum idioma ou não. Por exemplo, RARO, RACR e ARCO são quase-anagramas de CARRO.

Quantos são os quase-anagramas da palavra BACANA que começam com A?

A) 48 **B)** 60 **C)** 72 **D)** 96 **E)** 120

391- (OBM) Soninha tem muitos cartões, todos com o mesmo desenho em uma das faces. Ela vai usar cinco cores diferentes (verde, amarelo, azul, vermelho e laranja) para pintar cada uma das cinco partes do desenho, cada parte com uma cor diferente, de modo que não haja dois cartões pintados da mesma forma. Na figura abaixo, por exemplo, os cartões são iguais, pois um deles pode ser girado para se obter o outro. Quantos cartões diferentes Soninha conseguirá produzir?



A) 16 **B)** 25 **C)** 30 **D)** 60 **E)** 120

392- (OBM) Considere 10 pessoas, todas de alturas diferentes, as quais devem ficar em fila de tal modo que, a partir da pessoa mais alta, as alturas devem decrescer para ambos os lados da fila (se a pessoa mais alta for a primeira ou a última da fila, todas as pessoas a partir dela devem estar em ordem decrescente de altura). Obedecendo essas condições, de quantos modos essas pessoas podem ficar em fila?

A) 256 **B)** 768 **C)** 1260 **D)** 512 **E)** 2560

393- (OBM) Há 1002 balas de banana e 1002 balas de maçã numa caixa. Lara tira, sem olhar o sabor, duas balas da caixa. Seja *p* a probabilidade de as duas balas serem do mesmo sabor e seja *q* a probabilidade de as duas balas serem de sabores diferentes. Quanto vale a diferença entre *p* e *q*?

A) 0 **B)** $\frac{1}{2004}$ **C)** $\frac{1}{2003}$ **D)** $\frac{2}{2003}$ **E)** $\frac{1}{1001}$

ALUNO: ____ AULA 08

LÓGICA MATEMÁTICA II

394- (OBM) Um professor de Inglês dá aula particular para uma classe de 9 alunos, dos quais pelo menos um é brasileiro. Se o professor escolher 4 alunos para fazer uma apresentação, terá no grupo pelo menos dois alunos de mesma nacionalidade; se escolher 5 alunos, terá no máximo três alunos de mesma nacionalidade. Quantos brasileiros existem na classe?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

395- (OBM) A figura abaixo é um exemplo de um quadrado mágico de ordem 4. A soma dos 4 números em cada linha, coluna e diagonal é 34. Então dizemos que a soma mágica deste quadrado mágico é 34. Suponha que exista um quadrado mágico de ordem 7, formado pelos números inteiros de 1 a 49. Determine sua soma mágica.

A) 175 **B)** 2450 **C)** 1225 **D)** 190 **E)** 100

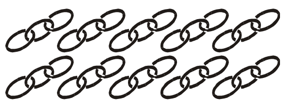
16	**3**	**2**	**13**
5	**10**	**11**	**8**
9	**6**	**7**	**12**
4	**15**	**14**	**1**

396- (OBM) Em um quadrado mágico, a soma dos números de cada linha, coluna ou diagonal é sempre a mesma. No quadrado mágico a seguir, o valor de **x** é:

A) 20 B) 22 C) 23 D) 25 E) 27

1	14	**x**
26		13

397- (OBM) Um serralheiro tem 10 pedaços de 3 elos de ferro cada um, mostrados abaixo.Ele quer fazer uma única corrente de 30 elos. Para abrir e depois soldar um elo o serralheiro leva 5 minutos. Quantos minutos **no mínimo** ele levará para fazer a corrente?



A) 30 **B)** 35 **C)** 40 **D)** 45 **E)** 50

398- (OBM) Em um tabuleiro retangular com 6 linhas e 9 colunas, 32 casas estão ocupadas. Podemos afirmar que:

A) Todas as colunas têm pelo menos 3 casas ocupadas.
B) Nenhuma coluna tem mais de 3 casas ocupadas.
C) Alguma coluna não tem casas ocupadas.
D) Alguma linha tem pelo menos 6 casas ocupadas.
E) Todas as linhas têm pelo menos 4 casas ocupadas.

399- (OBM) O grupo A da última Copa do Mundo de futebol terminou com os seguintes resultados:

Equipe	Número de Pontos
Áustria	7
Brasil	5
Camarões	4
Dinamarca	0

Sabe-se que Áustria e Camarões levaram apenas 1 gol, cada um. Além disso, Brasil e Dinamarca marcaram apenas 1 gol, cada um, enquanto que Áustria marcou 3 gols. Qual o resultado da partida Áustria × Dinamarca?

Observação: no grupo, cada seleção joga com as demais exatamente uma vez e, em cada partida, o time vencedor ganha 3 pontos, o perdedor não ganha nem perde pontos e, em caso de empate, cada time ganha 1 ponto.

A) 1 × 0 **B)** 2 × 1 **C)** 2 × 0 **D)** 0 × 0

E) Nada se pode afirmar.

ESTRATÉGIA DE JOGOS

400- (OBM) Uma certa máquina tem um visor, onde aparece um número inteiro *x*, e duas teclas A e B. Quando se aperta a tecla A o número do visor é substituído por $2x + 1$. Quando se aperta a tecla B o número do visor é substituído por $3x – 1$.

Se no visor está o número 5, apertando alguma sequência das teclas A e B, o maior número de dois algarismos que se pode obter é:

A) 85 B) 87 C) 92 D) 95 E) 96

401- (OBM) Beatriz, Isabele e Nicole estão disputando um jogo fazendo lançamentos sucessivos com uma moeda. Beatriz ganha se, em dois lançamentos consecutivos, o primeiro resultar cara e o segundo coroa. Isabele ganha se forem obtidas duas coroas em dois lançamentos consecutivos, e Nicole ganha se forem obtidas duas caras em dois lançamentos consecutivos. Elas fazem os lançamentos até que uma das jogadoras seja vencedora. Qual(is) jogadora(s) possui(em) menos chances de ganhar o jogo?

A) Beatriz B) Isabele C) Nicole D) Beatriz e Nicole

E) As três têm a mesma chance.

402- (OBM) Camila e Lara estão disputando o seguinte jogo num tabuleiro 4 × 4: Camila marca algumas casas do tabuleiro e informa à Lara o número de casas marcadas na vizinhança de cada casa do tabuleiro. Neste jogo, duas casas distintas são consideradas vizinhas se possuem um lado ou um canto (vértice) em comum. Lara deve descobrir quais casas foram marcadas por Camila. Após marcar algumas casas, Camila passou para Lara o tabuleiro ao lado. O número de casas marcadas foi:

1	2	1	1
0	2	1	2
2	3	3	1
1	0	2	1

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

403- (OBM) Em um jogo de duas pessoas, os jogadores tiram, alternadamente, 1, 2, 3, 4 ou 5 palitos de uma pilha que inicialmente tem 1000 palitos. Ganha o jogador que tirar o último palito da pilha. Quantos palitos o jogador que começa deve tirar na sua jogada inicial de modo a assegurar sua vitória?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

A calculadora de Juliana é bem diferente. Ela tem uma tecla **D**, que duplica o número escrito no visor e a tecla **T**, que apaga o algarismo das unidades do número escrito no visor.Assim, por exemplo, se estiver escrito 123 no visor e apertarmos **D**, teremos 246; depois, apertando **T**, teremos 24. Suponha que esteja escrito 1999. Se apertamos **D** depois **T**, em seguida **D**, depois **T**, teremos o número:

A) 96 B) 98 C) 123 D) 79 E) 99

ALUNO: ____ AULA 08

RAZÃO E PROPORÇÃO

Divisão Proporcional :

Dividir a quantia de R$3.000,00 em partes (diretamente) proporcionais ao número de dias trabalhados por João (3) , Marcelo (5), e Pedro (7).

Solução: $\frac{\mathrm{J}}{3}=\frac{\mathrm{M}}{5}=\frac{\mathrm{P}}{7}=\frac{\mathrm{J}+\mathrm{M}+\mathrm{P}}{3+5+7}=\frac{3000}{15}=200 \Leftrightarrow \frac{\mathrm{J}}{3}=200; \frac{\mathrm{M}}{5}=200; \frac{\mathrm{P}}{7}=200 \Leftrightarrow$ $\boxed{\text{J = R\$ 600,00}}$;

$\boxed{\text{M = R\$ 1.000,00}}$; $\boxed{\text{P = R\$ 1.400,00}}$

404- (OBM) Em uma certa cidade, a razão entre o número de homens e mulheres é 2 : 3 e entre o número de mulheres e crianças é 8 : 1. A razão entre o número de adultos e crianças é:

A) 5 : 1 **B)** 16 : 1 **C)** 12 : 1 **D)** 40 : 3 **E)** 13 : 1

405- (OBM) Sejam a, b, c e k números reais diferentes de zero satisfazendo as relações $k=\frac{a}{b+c}=\frac{b}{c+a}=\frac{c}{a+b}$. Qual é o número de possíveis valores que *k* pode assumir?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

406- (OBM) Uma loja de sabonetes realiza uma promoção com o anúncio *"Compre um e leve outro pela metade do preço"*. Outra promoção que a loja poderia fazer oferecendo o mesmo desconto percentual é

A) *"Leve dois e pague um"* B) *"Leve três e pague um"*

C) *"Leve três e pague dois"* D) *"Leve quatro e pague três"*

E) *"Leve cinco e pague quatro"*

407- (OBM) Um artesão começa a trabalhar às 8h e produz 6 braceletes a cada vinte minutos; seu auxiliar começa a trabalhar uma hora depois e produz 8 braceletes do mesmo tipo a cada meia hora. O artesão pára de trabalhar às 12h mas avisa ao seu auxiliar que este deverá continuar trabalhando até produzir o mesmo que ele. A que horas o auxiliar irá parar?

A) 12h **B)** 12h30min **C)** 13h **D)** 13h30min **E)** 14h30min

408- (OBM) 2 melancias custam o mesmo que 9 laranjas mais 6 bananas; além disso, meia dúzia de bananas custa a metade de uma melancia. Portanto, o preço pago por uma dúzia de laranjas e uma dúzia de bananas é igual ao preço de:

A) 3 melancias **B)** 4 melancias **C)** 6 melancias **D)** 5 melancias **E)** 2 melancias

409- (OBM) Um fazendeiro tinha 24 vacas e ração para alimentá-las por 60 dias. Entretanto, 10 dias depois, ele comprou mais 6 vacas e 10 dias depois dessa compra ele vendeu 20 vacas. Por mais quantos dias após esta última compra ele pode alimentar o gado com a ração restante?

A) 50 **B)** 60 **C)** 70 **D)** 80 **E)** 90

ALUNO: ____ AULA 09

FATORAÇÃO

410- (OBM) O máximo divisor comum de todos os termos da sequência $a_n = n^3 - n$, $n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$ é:

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

411- (OBM) Seja n = 9867. Se você calculasse $n^3 - n^2$ você encontraria um número cujo algarismo das unidades é:

A) 0 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 6 **E)** 8

412- (OBM) Se x é real positivo e $1 + (x^2 + x)(x^2 + 5x + 6) = 181^2$, então o valor de $x(x + 3)$ é:

A) 180 **B)** 150 **C)** 120 **D)** 182 **E)** 75

413- (OBM) O resto da divisão por 9 de $\sqrt{1111111111 - 22222}$ é:

A) 0 **B)** 1 **C)** 3 **D)** 6 **E)** 8

414- (OBM) Simplificando a expressão:

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}\,.\,\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}\,.\,\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}\,.\,\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$$

obtemos:

A) $\sqrt{2}$ **B)** $\sqrt{3}$ **C)** 1 **D)** $2 + \sqrt{2}$ **E)** $2 + \sqrt{3}$

415- (OBM) Se x e y são números reais positivos, qual dos números a seguir é o maior?

A) xy **B)** $x^2 + y^2$ **C)** $(x + y)^2$ **D)** $x^2 + y(x + y)$ **E)** $\dfrac{x^3 + y^3}{x + y}$

416- (OBM) Sejam x, y, z números reais não nulos tais que $x + y + z = 0$. O valor de $\left(x^2y^2z^2\right)\left(\dfrac{1}{x^3y^3} + \dfrac{1}{x^3z^3} + \dfrac{1}{y^3z^3}\right)$ é:

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

417- (OBM) Sejam a e b números reais positivos tais que $\dfrac{a}{b} < 1$. Então $\dfrac{a+1}{b+1}$

A) é igual a $\dfrac{a}{b} + 1$. **B)** é igual a $\dfrac{a}{b}$. **C)** é menor que $\dfrac{a}{b}$.

D) é maior que $\dfrac{a}{b}$, mas menor que 1. **E)** pode ser maior que 1.

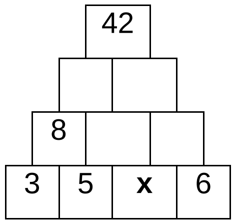
EQUAÇÕES

418- (OBM) Se $\frac{1}{x+5}=4$, o valor de $\frac{1}{x+6}$ é:

A) $\frac{1}{5}$ **B)** $\frac{1}{4}$ **C)** $\frac{2}{3}$ **D)** $\frac{4}{5}$ **E)** 1

419- (OBM) Considere um número inteiro *x* e faça com ele as seguintes operações sucessivas: multiplique por 2, some 1, multiplique por 3 e subtraia 5. Se o resultado foi 220, o valor de *x* é:
A) um número primo.
B) um número par.
C) um número entre 40 e 50.
D) um número múltiplo de 3.
E) um número cuja soma dos algarismos é 9.

420- (OBM) Na figura, o número 8 foi obtido somando-se os dois números diretamente abaixo de sua casinha. Os outros números nas três linhas superiores são obtidos da mesma forma. Qual é o valor de **x**?



421- (OBM) Numa sequência, cada termo, a partir do terceiro, é a soma dos dois termos anteriores mais próximos. O segundo termo é igual a 1 e o quinto termo vale 2005. Qual é o sexto termo?
A) 3 002 B) 3 008 C) 3 010 D) 4 002 E) 5 004

422- (OBM) Quantos pares ordenados (*x*, *y*) de números reais satisfazem a equação:

$$\left(x-y^2\right)^2+\left(x-y-2\right)^2=0?$$

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** infinitos

423- (OBM) De quantas maneiras diferentes podemos escrever o número 2007 como soma de dois ou mais números inteiros positivos e consecutivos?
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

424- (OBM) Sendo *a*, *b* e *c* números reais, pela propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, é verdade que $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$. A distributiva da adição em relação à multiplicação $a + (b \times c) = (a + b) \times (a + c)$ não é sempre verdadeira, mas ocorre se, e somente se,
A) $a = b = c = \frac{1}{3}$ ou $a = 0$ B) $a = b = c$
C) A igualdade nunca ocorre D) $a + b + c = 1$ ou $a = 0$ E) $a = b = c = 0$

425- (OBM) Qual dos inteiros positivos abaixo satisfaz a seguinte equação:

$$\frac{4}{n^4}+\frac{5}{n^4}+\frac{6}{n^4}+\cdots+\frac{n^4-6}{n^4}+\frac{n^4-5}{n^4}+\frac{n^4-4}{n^4}=309?$$

A) 2007 **B)** 309 **C)** 155 **D)** 25 **E)** 5

ALUNO: ____ AULA 10

MÉDIAS

- Qual a média aritmética entre 206, 4 e 10 ?
- Calcular a média geométrica entre 4 e 9.
- Calcule a média ponderada da tabela abaixo

Avaliação	Peso	Nota
1ª	1	2
2ª	2	6
3ª	4	5

426- (OBM) Nove números são escritos em ordem crescente. O número do meio é a média aritmética dos nove números. A média aritmética dos 5 maiores é 68 e a média aritmética dos 5 menores é 44. A soma de todos os números é:

A) 560 **B)** 504 **C)** 112 **D)** 56 **E)** 70

427- (OBM) O professor Piraldo aplicou uma prova para seus cinco alunos e, após corrigi-las, digitou as notas em uma planilha eletrônica que calcula automaticamente a média das notas à medida que elas são digitadas. Piraldo notou que após digitar cada nota a média calculada pela planilha era um número inteiro. Se as notas dos cinco estudantes são, em ordem crescente, 71, 76, 80, 82 e 91, a última nota que Piraldo digitou foi:

A) 71 **B)** 76 **C)** 80 **D)** 82 **E)** 91

428- (OBM) Considere as seguintes definições:

- A *média aritmética* de dois números reais positivos é a metade da sua soma.
- A *média harmônica* de dois números reais positivos é o inverso da média aritmética dos inversos desses números.

A diferença entre a média aritmética e a média harmônica dos números 4 e 6 é:

A) 0,1 B) 0,2 C) 0,3 D) 0,4 E) 0,5

429- (OBM) Os 61 aprovados em um concurso, cujas notas foram todas distintas, foram distribuídos em duas turmas, de acordo com a nota obtida no concurso: os 31 primeiros foram colocados na Turma A e os 30 seguintes na Turma B. As médias das duas turmas no concurso foram calculadas. Depois, no entanto, decidiu-se passar o último colocado da Turma A para a Turma B. Com isso:

A) A média da turma A melhorou, mas a da B piorou.

B) A média da turma A piorou, mas a da B melhorou.

C) As médias de ambas as turmas melhoraram.

D) As médias de ambas as turmas pioraram.

E) As médias das turmas podem melhorar ou piorar, dependendo das notas dos candida

1) Nos 12 meses de 2002, uma delegacia registrou:

4 3 5 5 10 8 9 6 3 4 8 7

assaltos a mão armada. Calcule a média, isto é, o numero médio de assalto por mês.

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

2) Entre sessenta números, vinte são iguais a 5, dez são iguais a 6, quinze são iguais a 8, dez são iguais a 12, e cinco são iguais a 16. Determine a média aritmética desses números.

ALUNO: ____ AULA 10

EQUAÇÃO DE 2º GRAU

Exercícios

01) Determine as raízes de $x^2 – 5x + 6=0$

02) Determine as raízes de $x^2 – 8x + 16=0$

03) Resolva a equação $3x^2 + 2x – 5 = 0$

04) Resolva a equação $x^4 + 10x^2 – 56 = 0$

05) Resolva a equação $x^6 – 7x^3 – 8 = 0$

06) Resolva a equação $\sqrt{x-1} = x - 3$

07) Resolva a equação $7-\sqrt{x-5} = x$

08) Resolva a equação $\sqrt{x+3} - \sqrt{2x-1} = 1$

09) Resolva a equação $\sqrt[3]{8+x} = 2 - x$

10) Calcular a soma e o produto das raízes da equação $x^2 – 7x + 12 = 0$, sem resolvê-la.

11) Calcule a soma dos inversos das raízes da equação $x^2 + 4x + 1 = 0$, sem resolvê-la.

12) Calcule a soma dos quadrados das raízes da equação $x^2 + 5x + 2 = 0$, sem resolvê-la.

13) Determine m para que uma das raízes da equação $x^2 + 2mx + m + 5 = 0$, seja o dobro da outra.

14) Determine m para que a equação $x^2 + 2x + m = 0$ possua duas raízes de mesmo sinal.

15) Determine m para que a equação $mx^2 + 2(m – 3)x + m + 1 = 0$ possua duas raízes positivas distintas.

16) Forme a equação do segundo grau cujas raízes são $2+\sqrt{5}$ e $2-\sqrt{5}$.

17) Forme a equação biquadrada que admite 1 e 3 como raízes.

18) Sendo a e b as raízes da equação $x^2 + 4x + 1=0$, forme q equação cujas raízes são a+1 e b+1.

19) Resolva:

a) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} = \frac{3}{2}$ b) $\frac{x-2}{x+1} + \frac{x-3}{x-1} = 1$ c) $\frac{x-1}{x+2} - \frac{2}{2-x} = \frac{4x}{x^2-4}$ d) $\frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} = -2$

20) Determinar K na equação $x^2+kx+36=0$, de modo que entre as raízes x_1 e x_2 exista a relação: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{5}{12}$

430- (OBM) A maior raiz da equação $(x – 37)^2 – 169 = 0$ é:
A) 39 B) 43 C) 47 D) 50 E) 53

431- (OBM) As equações do 2º grau $2007x^2 + 2008x + 1 = 0$ e $x^2 + 2008x + 2007 = 0$ têm uma raiz comum. Qual é o valor do produto das duas raízes que não são comuns?
A) 0 **B)** 1 **C)** 2007 **D)** 2008 **E)** 2007

432- (OBM) Os inteiros positivos *x* e *y* satisfazem a equação

$$\sqrt{x+\tfrac{1}{2}\sqrt{y}}-\sqrt{x-\tfrac{1}{2}\sqrt{y}}=1.$$

Qual das alternativas apresenta um possível valor de *y*?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

433- (OBM) Vamos provar que 4 é maior que 4. Sejam *a* e *b* dois números tais que *a* > 4 e *a* = *b*.

1) Vamos subtrair 4 dos dois termos desta equação:

$$a = b$$
$$a - 4 = b - 4$$

2) Colocamos –1 em evidência no segundo membro da equação:

$$a - 4 = -1\,(-b + 4)$$
$$a - 4 = -1\,(4 - b)$$

3) Elevamos ambos os termos da equação ao quadrado:

$$(a-4)^2 = [-1\cdot(4-b)]^2$$
$$(a-4)^2 = (-1)^2(4-b)^2$$
$$(a-4)^2 = 1\cdot(4-b)^2 \ (a-4)^2 = (4-b)^2$$

4) Extraímos a raiz quadrada dos dois membros da equação:

$$\sqrt{(a-4)^2} = \sqrt{(4-b)^2}$$
$$a - 4 = 4 - b$$

5) Como *a* = *b*, substituímos *b* por *a*

$$a - 4 = 4 - a$$

6) Resolvemos a equação:

$$a - 4 = 4 - a$$
$$2a = 8$$
$$a = 4$$

Como escolhemos *a* tal que *a* > 4, chegamos à inacreditável conclusão de que 4 > 4.

Onde está o erro no argumento acima?

A) Na passagem 2. **B)** Na passagem 3. **C)** Na passagem 4
D) Na passagem 5. **E)** Na passagem 6.

434- (OBM) Dizemos que um natural *X* é um *repunit* quando os seus algarismos são todos iguais a 1, ou seja, quando *X* é da forma 11…1. Sejam *p*, *q* e *r* inteiros, $p > 0$, tais que $pX^2 + qX + r$ é um repunit sempre que *X* é um repunit. Qual dos valores a seguir é um possível valor de *q*?

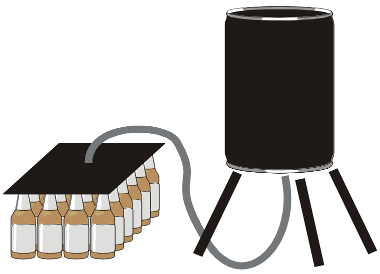
A) –2 **B)** –1 **C)** 0 **D)** 1 **E)** 2

ALUNO: ____ AULA 11

REGRA DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA

435- (OBM) Um produtor de leite engarrafa diariamente toda a produção de leite de sua fazenda. Depois de tirado, o leite segue para um tanque de forma cilíndrica e então é engarrafado, conforme vemos na figura a seguir. Na tabela vemos a quantidade de garrafas que foram enchidas e o nível do leite dentro do tanque. Depois de quantas garrafas serem enchidas o tanque ficará vazio?

Quantidade de garrafas enchidas	Nível do Tanque (cm)
0	210
200	170
400	130
600	90



A) 1000 **B)** 1050 **C)** 1100 **D)** 1150 **E)** 1200

436- (OBM) Um pequeno caminhão pode carregar 50 sacos de areia ou 400 tijolos. Se foram colocados no caminhão 32 sacos de areia, quantos tijolos pode ainda ele carregar?

A) 132 B) 144 C) 146 D) 148 E) 152

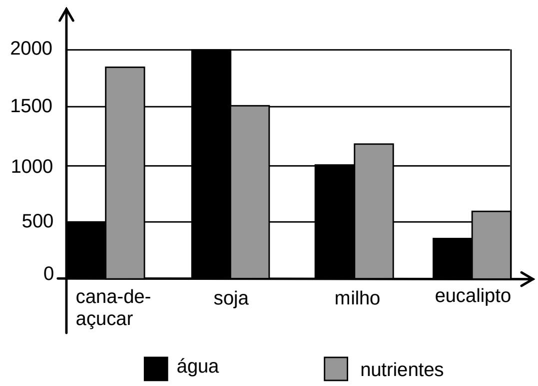
437- (OBM) Para fazer 12 bolinhos, preciso exatamente de 100g de açúcar, 50g de manteiga, meio litro de leite e 400g de farinha. A maior quantidade desses bolinhos que serei capaz de fazer com 500g de açúcar, 300g de manteiga, 4 litros de leite e 5 quilogramas de farinha é:

A) 48 B) 60 C) 72 D) 54 E) 42

ALUNO: ____ AULA 11

GRÁFICOS

438- (OBM) O gráfico a seguir apresenta informações sobre o impacto causado por 4 tipos de monocultura ao solo. Para cada tipo de monocultura, o gráfico mostra a quantidade de água, em litros, e a de nutrientes (nitrogênio, fósforo e potássio), em quilogramas, consumidos por hectare para a produção de 1kg de grãos de soja ou 1kg de milho ou 1kg de açúcar ou 1kg de madeira de eucalipto. Sobre essas monoculturas, pode-se afirmar que:



A) O eucalipto precisa de cerca de 1/3 da massa de nutrientes necessários de que a cana-de-açúcar precisa para se desenvolver.

B) O eucalipto é a que mais seca e empobrece o solo, causando desequilíbrio ambiental.

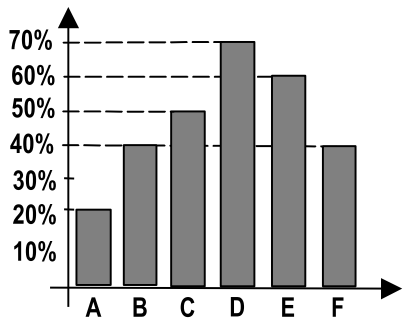
C) A soja é cultura que mais precisa de nutrientes.

D) O milho precisa do dobro do volume de água de que precisa a soja.

E) A cana-de-açúcar é a que necessita do ambiente mais úmido para crescer.

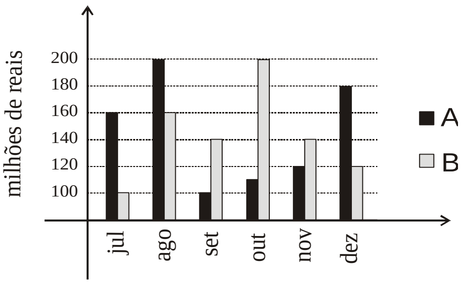
439- (OBM) O gráfico ao lado mostra o percentual de acertos numa prova de 60 testes de seis candidatos finalistas de um concurso. Qual foi o número médio de questões erradas por esses candidatos nessa prova?

A) 14 **B)** 24 **C)** 30 **D)** 32 **E)** 40



440- (OBM) O gráfico abaixo mostra o *faturamento* mensal das empresas A e B no segundo semestre de 2001.

Com base nesse gráfico, podemos afirmar que:



A) houve um mês em que o faturamento da empresa A foi o dobro do faturamento da empresa B.

B) no mês de julho, a diferença de faturamentos foi maior que nos demais meses.

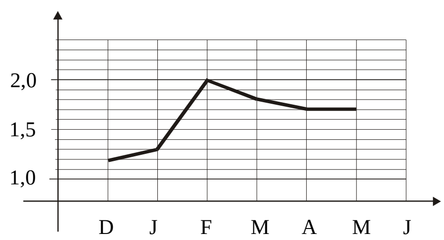
C) a empresa B foi a que sofreu a maior queda de faturamento entre dois meses consecutivos.

D) no semestre, o faturamento total de A foi maior que o de B.

E) a diferença entre os faturamentos totais do semestre excedeu os 20 milhões de reais.

441- (OBM) O gráfico abaixo mostra o valor *aproximado* do dólar em reais no dia 15 dos últimos 6 meses.

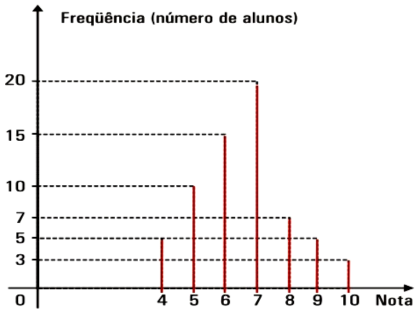
Marcelo comprou um carro usando um sistema de financiamento chamado *leasing corrigido pela variação do dólar* e suas prestações vencem exatamente no dia 15 de cada mês. Em dezembro, Marcelo pagou R$ 600,00 de prestação. Com base na tabela, podemos dizer que em maio a prestação foi de:



A) R$ 700,00 **B)** R$ 850,00 **C)** R$ 650,00 **D)** R$ 900,00 **E)** R$ 800,00

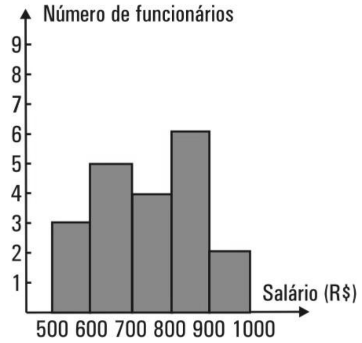
EXERCÍCIOS EXTRAS

01) O gráfico abaixo mostra a distribuição de frequência das notas obtidas pelos alunos da 2ª série do ensino médio numa prova de Educação Física.

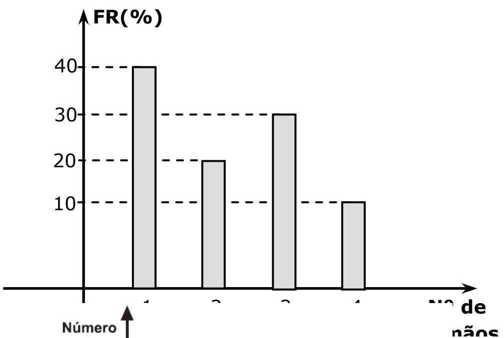


Determine:
a) a nota média desses alunos.
b) a moda dessa distribuição.

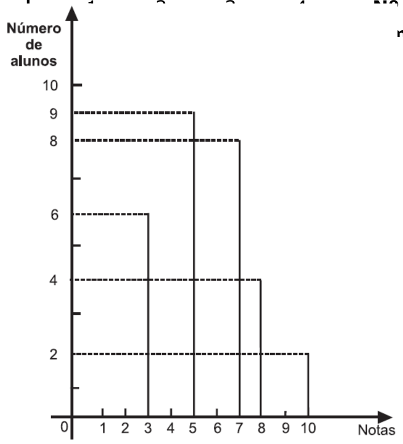
02) O histograma mostra a distribuição salarial (em reais) dos funcionários de uma firma. Calcule o salário médio e a moda da distribuição.



03) O gráfico a seguir mostra a distribuição percentual dos 20 alunos de uma classe em relação ao número de irmãos que possuem:
Com base no gráfico, quantos alunos possuem 2 irmãos?
a) 20 alunos
b) 2 alunos
c) 4 alunos
d) 6 alunos
e) 10 alunos



04) (UFRJ) O gráfico mostra a distribuição de uma prova de matemática.



a) Quantos alunos fizeram a prova?

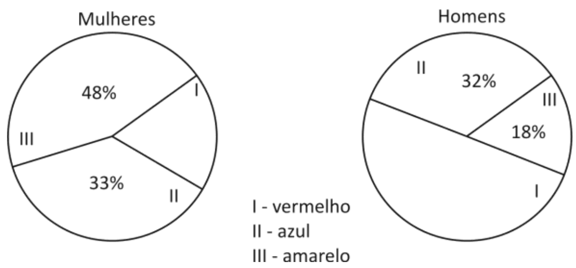
b) Sendo x_1, x_2, x_3, ..., x_n as notas obtidas pelos *n* alunos nessa prova (*n* é o número de alunos que fizeram a prova), determine o número , denominado média aritmética das notas dessa prova.

ALUNO: ____ AULA 12

PORCENTAGEM II

442- (OBM) Uma pesquisa foi feita entre pessoas de ambos os sexos, em igual número, com a seguinte pergunta: *Entre as cores azul, vermelho e amarelo, qual é a cor que você prefere?*

Cada pessoa apresentou a sua preferência por uma, e só uma, dessas cores. E o resultado da pesquisa aparece nos gráficos abaixo:



Podemos concluir que, em relação ao total de pessoas pesquisadas, a ordem de preferência das cores é:

A) I, II, III **B)** I, III, II
C) II, I, III **D)** II, III, I
E) III, II, I

443- (OBM) Diamantino colocou em um recipiente três litros de água e um litro de suco composto de 20% de polpa e 80% de água. Depois de misturar tudo, que porcentagem do volume final é polpa?

A) 5% B) 7% C) 8% D) 20% E) 60%

444- (OBM) Em certa cidade, acontece um fato interessante. Dez por cento dos Baianos dizem que são Paulistas e dez por cento dos Paulistas dizem que são Baianos. Todos os outros Paulistas e Baianos assumem a sua verdadeira origem. Dentre os Paulistas e Baianos, 20% dizem que são Paulistas. Que percentual os realmente Paulistas representam dentre os Paulistas e Baianos?

A) 12,5% B) 18% C) 20% D) 22% E) 22,5%

445- (OBM) Películas de *insulfilm* são utilizadas em janelas de edifícios e vidros de veículos para reduzir a radiação solar. As películas são classificadas de acordo com seu grau de transparência, ou seja, com o percentual da radiação solar que ela deixa passar. Colocando-se uma película de 70% de transparência sobre um vidro com 90% de transparência, obtém-se uma **redução** de radiação solar igual a:

A) 3% B) 37% C) 40% D) 63% E) 160%

446- (OBM) Dona Zizi comprou 2 balas para cada aluno de uma 5ª série. Mas como os meninos andavam meio barulhentos, ela resolveu redistribuir essas balas, dando 5 para cada menina e apenas 1 para cada menino. Podemos concluir que na 5ª série

A) 20% são meninos B) 30% são meninas
C) 75% são meninos D) 50% são meninas
E) 66,6% são meninos

447- (OBM) Durante sua viagem ao país das Maravilhas a altura de Alice sofreu quatro mudanças sucessivas da seguinte forma: primeiro ela tomou um gole de um líquido que estava numa garrafa em cujo rótulo se lia: "beba-me e fique 25% mais alta". A seguir, comeu um pedaço de uma torta onde estava escrito: "prove-me e fique 10% mais baixa"; logo após tomou um gole do líquido de outra garrafa cujo rótulo estampava a mensagem: "beba-me e fique 10% mais alta". Finalmente, comeu um pedaço de outra torta na qual estava escrito:"prove-me e fique 20% mais baixa". Após a viagem de Alice, podemos afirmar que ela:

A) ficou 1% mais baixa
B) ficou 1% mais alta
C) ficou 5% mais baixa
D) ficou 5% mais alta
E) ficou 10% mais alta

448- (OBM) Tintas pretas opacas absorvem 97% da luz, refletindo o restante. Cientistas desenvolveram uma nova cobertura superpreta que é "dez vezes mais preta" que tintas pretas opacas, querendo dizer que ela reflete 1/10 da luz refletida pelas tintas pretas opacas. Que porcentagem de luz a nova cobertura absorve?

A) 9,7 **B)** 90,3 **C)** 99,7 **D)** 99,9 **E)** 970

449- (OBM) Películas de *insulfilm* são utilizadas em janelas de edifícios e vidros de veículos para reduzir a radiação solar. As películas são classificadas de acordo com seu grau de transparência, ou seja, com o percentual da radiação solar que ela deixa passar. Colocando-se uma película de 70% de transparência sobre um vidro com 90% de transparência, obtém-se uma **redução** de radiação solar igual a :

A) 3% B) 37% C) 40% D) 63% E) 160%

450- (OBM) Uma pera tem cerca de 90% de água e 10% de matéria sólida. Um produtor coloca 100 quilogramas de pera para desidratar até o ponto em que a água represente 60% da massa total. Quantos litros de água serão evaporados? (lembre-se: 1 litro de água tem massa de 1 quilograma).

A) 15 litros **B)** 45 litros **C)** 75 litros **D)** 80 litros **E)** 30 litros

ALUNO: ____ AULA 12

SISTEMAS

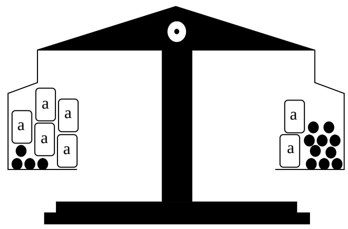
451- (OBM) Um time de futebol ganhou 8 jogos mais do que perdeu e empatou 3 jogos menos do que ganhou, em 31 partidas jogadas. Quantas partidas o time venceu?

A) 11 B) 14 C) 15 D) 17 E) 23

452- (OBM) Os alunos de uma escola participaram de uma excursão, para a qual dois ônibus foram contratados. Quando os ônibus chegaram, 57 alunos entraram no primeiro ônibus e apenas 31 no segundo. Quantos alunos devem passar do primeiro para o segundo ônibus para que a mesma quantidade de alunos seja transportada nos dois ônibus?

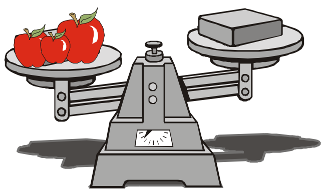
A) 8 B) 13 C) 16 D) 26 E) 31

453- (OBM) Na balança a seguir temos pesadas bolas de chumbo, todas iguais, e leves saquinhos de plástico, todos com a mesma quantidade de bolinhas, iguais às que estão fora dos mesmos. Quantas bolinhas há em cada saquinho?



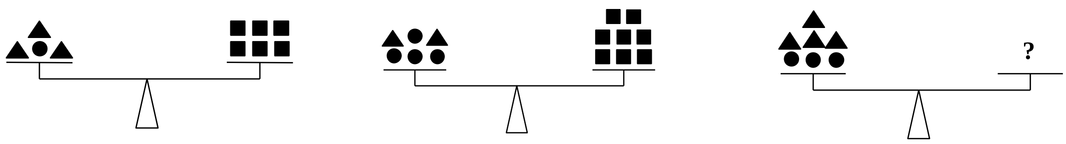
A) 1**B)** 2**C)** 3 **D)** 5 **E)** 6

454- (OBM) Marcos quer pesar três maças numa balança de dois pratos, mas ele dispõe de apenas um bloco de 200 gramas. Observando o equilíbrio na balança, ele observa que a maçã maior tem o mesmo peso que as outras duas maçãs juntas; o bloco e a maçã menor pesam tanto quanto as outras duas maçãs juntas; a maçã maior junto com a menor pesam tanto quanto bloco. O peso total das três maçãs é:



A) 250 g B) 300 g C) 350 g D) 400 g E) 450 g

455- (OBM) Figuras com mesma forma representam objetos de mesma massa. Quantos quadrados são necessários para que a última balança fique em equilíbrio?



A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

456- (OBM) Em Tumbólia, um quilograma de moedas de 50 centavos equivale em dinheiro a dois quilogramas de moedas de 20 centavos. Sendo 8 gramas o peso de uma moeda de 20 centavos, uma moeda de 50 centavos pesará:

A) 15 gramas B) 10 gramas C) 12 gramas

D) 20 gramas E) 22 gramas

457- (OBM) Ronaldo, sempre que pode, guarda moedas de 50 centavos ou 1 real. Atualmente, ele tem 100 moedas, num total de 76 reais. Quantas moedas de um valor ele tem a mais do que a de outro valor ?

A) 48 B) 4 C) 8 D) 52 E) 96

458- (OBM) No planeta Z todos os habitantes possuem 3 pernas e cada carro possui 5 rodas. Em uma pequena cidade desse planeta, existem ao todo 97 pernas e rodas. Então podemos afirmar:

A) É possível que existam 19 carros nessa cidade

B) Existem no máximo 16 carros nessa cidade

C) Essa cidade tem 9 habitantes e 14 carros

D) Essa cidade possui no máximo 17 carros

E) Nessa cidade existem mais carros do que pessoas

459- (OBM) Numa sequência, cada termo, a partir do terceiro, é a soma dos dois termos anteriores mais próximos. O segundo termo é igual a 1 e o quinto termo vale 2005. Qual é o sexto termo?

A) 3 002 B) 3 008 C) 3 010 D) 4 002 E) 5 004

460- (OBM) João disse para Maria: "Se eu lhe der um quarto do que tenho, você ficará com metade do que vai me sobrar". Maria acrescentou: "E eu lhe daria 5 reais, se lhe desse a metade do que tenho". Juntos, os dois possuem:

A) 80 reais B) 90 reais C) 100 reais D) 120 reais E) 130 reais

461- (OBM) No fim de 1994, Neto tinha a metade da idade de sua avó. A soma dos anos de nascimento dos dois é 3844. Quantos anos Neto completa em 2006?

A) 55 B) 56 C) 60 D) 62 E) 108

462- (OBM) 2 melancias custam o mesmo que 9 laranjas mais 6 bananas; além disso, meia dúzia de bananas custa a metade de uma melancia. Portanto, o preço pago por uma dúzia de laranjas e uma dúzia de bananas é igual ao preço de:

A) 3 melancias B) 4 melancias C) 6 melancias D) 5 melancias E) 2 melancias

463- (OBM) Há 18 anos Hélio tinha precisamente três vezes a idade de seu filho. Agora tem o dobro da idade desse filho. Quantos anos têm Hélio e seu filho?

A) 72 anos e 36 anos. B) 36 anos e 18 anos. C) 40 anos e 20 anos.

D) 50 anos e 25 anos. E) 38 anos e 19 anos.

464- (OBM) Em uma certa cidade, a razão entre o número de homens e mulheres é 2 : 3 e entre o número de mulheres e crianças é 8 : 1. A razão entre o número de adultos e crianças é:

A) 5 : 1 B) 16 : 1 C) 12 : 1 D) 40 : 3 E) 13 : 1

465- (OBM) Três anos atrás, a população de Pirajussaraí era igual à população que Tucupira tem hoje. De lá para cá, a população de Pirajussaraí não mudou mas a população de Tucupira cresceu 50%. Atualmente, as duas cidades somam 9000 habitantes. Há três anos, qual era a soma das duas populações?

A) 3 600 B) 4 500 C) 5 000 D) 6 000 E) 7 500

466- (OBM) Samuel possui três irmãos a mais do que irmãs. O número de irmãos de Samila, irmã de Samuel, é igual ao dobro do número de suas irmãs. O número de filhos (homens e mulheres) que possui o pai de Samuel e Samila é:

A) 10 **B)** 13 **C)** 16 **D)** 17 **E)** 20

467- (OBM) Uma pêra tem cerca de 90% de água e 10% de matéria sólida. Um produtor coloca 100 quilogramas de pêra para desidratar até o ponto em que a água represente 60% da massa total. Quantos litros de água serão evaporados? (lembre-se: 1 litro de água tem massa de 1 quilograma).

A) 15 litros **B)** 45 litros **C)** 75 litros **D)** 80 litros **E)** 30 litros

468- (OBM) A soma de três números naturais consecutivos é igual ao produto desses três números. A soma dos quadrados desses números é:

A) 14 **B)** 15 **C)** 18 **D)** 24 **E)** 36

469- (OBM) Abaixo temos um quadrado mágico multiplicativo, onde o produto dos números em cada linha, coluna e diagonal é o mesmo e igual ao número de quatro dígitos ABCD, onde cada letra representa um dígito e cada casa contém um número inteiro. Se AC representa o número de dois dígitos no centro do quadrado, a soma A + B + C + D vale:

		4
	AC	
	C	24

A) 17 **B)** 18 **C)** 19 **D)** 20 **E)** 21

470- (OBM) Se $x + y = 8$ e $xy = 15$, qual é o valor de $x^2 + 6xy + y^2$?

A) 64 **B)** 109 **C)** 120 **D)** 124 **E)** 154

471- (OBM) Se $xy = 2$ e $x^2 + y^2 = 5$, então $\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}+2$ vale:

A) $\frac{5}{2}$ **B)** $\frac{25}{4}$ **C)** $\frac{5}{4}$ **D)** $\frac{1}{2}$ **E)** 1

472- (OBM) O número de soluções inteiras e positivas do sistema abaixo é:

$$\begin{cases} a+b=c^2 \\ a+b+c=30 \end{cases}$$

A) 45 **B)** 23 **C)** 24 **D)** 25 **E)** 72

473- (OBM) **13)** O número de soluções reais do sistema

$$\begin{cases} a^2 = b+2 \\ b^2 = c+2 \\ c^2 = a+2 \end{cases}$$

é igual a:

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 4 **E)** 8

13) Todo número real *a* pode ser escrito de forma única como $a = \lfloor a \rfloor + \{a\}$, em que $\lfloor a \rfloor$ é inteiro e $0 \le \{a\} < 1$. Chamamos $\lfloor a \rfloor$ *parte inteira* de *a* e $\{a\}$ *parte fracionária* de *a*.

Se $x+\lfloor y \rfloor+\{z\}=4{,}2$, $y+\lfloor z \rfloor+\{x\}=3{,}6$ e $z+\lfloor x \rfloor+\{y\}=2$, quanto vale $x - y + z$?

A) –1 **B)** –0,5 **C)** 0 **D)** 0,5 **E)** 1

474- (OBM) Qual o número de soluções reais do sistema

$$x\cdot|x|+y\cdot|y|=1 \quad \text{e} \quad \lfloor x \rfloor+\lfloor y \rfloor=1,$$

onde $\lfloor x \rfloor$ representa a parte inteira de *x*?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 4 **E)** infinitas

ANEXO 3 - AULAS DO NÍVEL 3 EM 2011

SUMÁRIO

PROBLEMAS ENVOLVENDO ÁLGEBRA

475- (OBM) As seguradoras de automóveis A e B cobram um valor anual (prêmio) mais um valor que o usuário deve pagar em caso de acidente (franquia). Jean quer fazer um seguro para seu automóvel e recebeu as seguintes propostas das seguradoras:

Seguradora A: Prêmio anual de R$ 1500,00 e franquia de R$ 1400,00

Seguradora B: Prêmio anual de R$ 1700,00 e franquia de R$ 700,00

Para valer a pena Jean contratar a Seguradora A, ele não deve se acidentar com o carro por pelo menos N anos. O valor de N é:

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

476- (OBM) Patrícia mora em São Paulo e quer visitar o Rio de Janeiro num feriado prolongado. A viagem de ida e volta, de ônibus, custa R$80,00, mas Patrícia está querendo ir com seu carro, que faz, em média, 12 quilômetros com um litro de gasolina. O litro de gasolina custa, em média, R$1,60 e Patrícia calcula que terá de rodar cerca de 900 quilômetros com seu carro e pagar 48 reais de pedágio. Ela irá de carro e para reduzir suas despesas, chama duas amigas, que irão repartir com ela todos os gastos. Dessa forma, não levando em conta o desgaste do carro e outras despesas inesperadas Patrícia irá:

A) economizar R$20,00.
B) gastar apenas R$2,00 a mais.
C) economizar R$24,00.
D) gastar o mesmo que se fosse de ônibus.
E) gastar R$14,00 a mais.

477- (OBM) Marcelo leva exatamente vinte minutos para ir de sua casa até a escola. Uma certa vez, durante o caminho, percebeu que esquecera em casa a revista Eureka! que ia mostrar para a classe; ele sabia que se continuasse a andar, chegaria à escola 8 minutos antes do sinal, mas se voltasse para pegar a revista, no mesmo passo, chegaria atrasado 10 minutos. Que fração do caminho já tinha percorrido neste ponto?

A) $\frac{2}{5}$ **B)** $\frac{9}{20}$ **C)** $\frac{1}{2}$ **D)** $\frac{2}{3}$ **E)** $\frac{9}{10}$

478- (OBM) Entre 1986 e 1989, época em que vocês ainda não tinham nascido, a moeda do país era o cruzado (Cz$). Com a imensa inflação que tivemos, a moeda foi mudada algumas vezes: tivemos o cruzado novo, o cruzeiro, o cruzeiro real e, finalmente, o real. A conversão entre o cruzado e o real é:

1 real = 2.750.000.000 cruzados

Imagine que a moeda não tivesse mudado e que João, que ganha hoje 640 reais por mês, tivesse que receber seu salário em notas novas de 1 cruzado. Se uma pilha de 100 notas novas tem 1,5 cm de altura, o salário em cruzados de João faria uma pilha de altura:

A) 26,4km **B)** 264km **C)** 26400km **D)** 264000km **E)** 2640000km

479- (OBM) Ao somar cinco números consecutivos em sua calculadora, Esmeralda encontrou um número de 4 algarismos: 2 0 0 *. O último algarismo não está nítido, pois o visor da calculadora está arranhado, mas ela sabe que ele não é zero. Este algarismo só pode ser:

A) 5 **B)** 4 **C)** 3 **D)** 2 **E)** 9

480- (OBM) Um estacionamento para carros cobra 1 real pela primeira hora e 75 centavos a cada hora ou fração de hora seguinte. André estacionou seu carro às 11h 20min e saiu às 15h 40min. Quantos reais ele deve pagar pelo estacionamento?

A) 2,50 B) 4,00 C) 5,00 D) 4,75 E) 3,75

481- (OBM) Edmilson, Carlos e Eduardo ganharam um total de R$150,00 lavando carros. Eles ganharam quantidades diferentes de dinheiro. Como eles são muito amigos decidiram dividir o dinheiro ganho em partes iguais. Para isto, Edmilson deu metade do que ganhou para dividir em partes iguais entre Carlos e Eduardo, porém, Carlos tinha muito dinheiro e, portanto, deu R$ 10,00 a cada um dos outros dois. Finalmente, para que cada um tivesse a mesma quantidade de dinheiro, Eduardo deu R$ 2,00 a Edmilson. Quanto Eduardo ganhou antes da divisão?

A) R$ 76,00 **B)** R$ 51,00 **C)** R$ 23,00 **D)** R$ 50,00 **E)** R$ 100,00

482- (OBM) Uma usina comprou 2000 litros de leite puro e então retirou certo volume V de leite para produção de iogurte e substituiu este volume por água. Em seguida, retirou novamente o mesmo volume V da mistura e substituiu novamente este volume por água. Na mistura final existem 1 125 litros de leite puro. O volume V é:

A) 500 litros **B)** 600 litros **C)** 700 litros **D)** 800 litros **E)** 875 litros

483- (OBM) Uma escola vai organizar um passeio ao zoológico. Há duas opções de transporte. A primeira opção é alugar "vans": cada van pode levar até 6 crianças e seu aluguel custa R$60,00. A segunda opção é contratar uma empresa para fazer o serviço: a empresa utiliza ônibus com capacidade para 48 crianças e cobra R$237,00 mais R$120,00 por ônibus utilizado. A escola deve preferir a empresa que utiliza ônibus se forem ao passeio pelo menos N crianças. O valor de N é:

A) 28 **B)** 31 **C)** 32 **D)** 33 **E)** 36

484- (OBM) Uma fábrica embala latas de palmito em caixas de papelão cúbicas de 20 cm de lado, de modo que cada caixa contém 8 latas. Para poderem ser melhor transportadas, essas caixas são colocadas, da melhor maneira possível, em caixotes de madeira de 80 cm de largura por 120 cm de comprimento por 60 cm de altura. O número de latas de palmito em cada caixote é:

A) 576 **B)** 4.608 **C)** 2.304 **D)** 720 **E)** 144

485- (OBM) Em uma pista de corrida, cujo formato é de um polígono regular de *n* vértices, numerados de 1 até *n* no sentido anti-horário, existem três pessoas: Nelly, Sônia e Penha, estando inicialmente todas em um mesmo vértice. Em um dado momento elas começam a caminhar pelos lados do polígono. Nelly caminha no sentido anti-horário, enquanto que Sônia e Penha caminham no sentido contrário. Nelly cruza com Sônia pela primeira vez em um vértice e com Penha dois vértices à frente. A velocidade de Nelly é o dobro da velocidade de Sônia e a velocidade de Sônia é o dobro da velocidade de Penha. Quantos vértices tem o polígono?

A) 30 **B)** 60 **C)** 15 **D)** 10 **E)** 6

486- (OBM) Um artesão começa a trabalhar às 8h e produz 6 braceletes a cada vinte minutos; seu auxiliar começa a trabalhar uma hora depois e produz 8 braceletes do mesmo tipo a cada meia hora. O artesão pára de trabalhar às 12h mas avisa ao seu auxiliar que este deverá continuar trabalhando até produzir o mesmo que ele. A que horas o auxiliar irá parar?

A) 12h **B)** 12h30min **C)** 13h **D)** 13h30min **E)** 14h30min

487- (OBM) Numa fila para compra de ingressos para um jogo da seleção brasileira, havia 49 pessoas: 25 corintianos, 14 flamenguistas e 10 gremistas. Sabendo que cada pessoa da fila torce para um único time, dois torcedores do mesmo time não estão em posições consecutivas, podemos concluir que:

A) tal fila não existe.

B) algum dos torcedores das extremidades da fila é gremista.

C) algum dos torcedores das extremidades da fila é flamenguista.

D) algum flamenguista é vizinho de um gremista.

E) algum gremista é vizinho de dois corintianos.

488- (OBM) Abaixo temos um quadrado mágico multiplicativo, onde o produto dos números em cada linha, coluna e diagonal é o mesmo e igual ao número de quatro dígitos ABCD, onde cada letra representa um dígito e cada casa contém um número inteiro. Se AC representa o número de dois dígitos no centro do quadrado, a soma A + B + C + D vale:

		4
	AC	
	C	24

A) 17

B) 18

C) 19

D) 20

E) 21

489- (OBM) Seis amigos planejam viajar e decidem fazê-lo em duplas, cada uma utilizando um meio de transporte diferente, dentre os seguintes: avião, trem e carro. Alexandre acompanha Bento. André viaja de avião. Carlos não acompanha Dário nem faz uso do avião. Tomás não anda de trem. Qual das afirmações a seguir é correta?

A) Bento vai de carro e Carlos vai de avião.

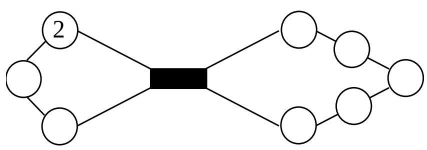
B) Dário vai de trem e André vai de carro.

C) Tomás vai de trem e Bento vai de avião.

D) Alexandre vai de trem e Tomás vai de carro.

E) André vai de trem e Alexandre vai de carro.

490- (OBM) Dentre os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10, escolha alguns e coloque-os nos círculos brancos de tal forma que a soma dos números em dois círculos vizinhos seja sempre um quadrado perfeito. Atenção: o 2 já foi colocado em um dos círculos e não é permitido colocar números repetidos; além disso, círculos separados pelo retângulo preto não são vizinhos.



A soma dos números colocados em todos os círculos brancos é:

B) 36 B) 46 C) 47 D) 49 E) 55

491- (OBM) Sobre uma mesa estão três caixas e três objetos, cada um em uma caixa diferente: uma moeda, um grampo e uma borracha. Sabe-se que

- A caixa verde está à esquerda da caixa azul;
- A moeda está à esquerda da borracha;
- A caixa vermelha está à direita do grampo;
- A borracha está à direita da caixa vermelha.

Em que caixa está a moeda?

B) Na caixa vermelha.

C) Na caixa verde.

C) Na caixa azul.

D) As informações fornecidas são insuficientes para se dar uma resposta.

E) As informações fornecidas são contraditórias.

492- (OBM) A seqüência "22" descreve a si mesma, pois ela é formada por exatamente dois 2. Analogamente, a seqüência "31 12 33 15" descreve a si mesma, pois é formada por exatamente três 1, um 2, três 3 e um 5. Qual das seguintes seqüências *não* descreve a si mesma?

A) 21 32 23 16 B) 31 12 33 18 C) 31 22 33 17 19 D) 21 32 33 24 15 E) 41 32 23 24 15 16 18

493- (OBM) Você está em um país estrangeiro, a LUCIÂNIA, e não conhece o idioma, o LUCIANÊS, mas sabe que as palavras "BAK" e "KAB" significam *sim* e *não*, porém não sabe qual é qual. Você encontra uma pessoa que entende português e pergunta: "KAB significa *sim*?" A pessoa responde "KAB". Pode-se deduzir que:

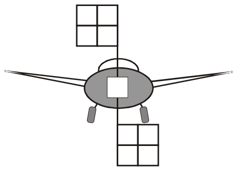
A) KAB significa *sim*.

B) KAB significa *não*.

C) A pessoa que respondeu mentiu.

D) A pessoa que respondeu disse a verdade.

E) Não é possível determinar sem um dicionário LUCIANÊS-PORTUGUÊS.



494- (OBM) Escreva os números inteiros de 1 a 9 nos nove quadradinhos, de forma que as somas dos quatro números em cada uma das pás da "hélice" sejam iguais e de maior valor possível. Esse valor é:

A) 23 **B)** 22 **C)** 21 **D)** 20 **E)** 19

495- (OBM) Qual é a quantidade total de letras de todas as respostas incorretas desta questão?

A) Quarenta e oito. **B)** Quarenta e nove. **C)** Cinqüenta. **D)** Cinqüenta e um. **E)** Cinqüenta e quatro.

496- (OBM) Cinco animais *A, B, C, D,* e *E,* são cães ou são lobos. Cães sempre contam a verdade e lobos sempre mentem. *A* diz que *B* é um cão. *B* diz que *C* é um lobo. *C* diz que *D* é um lobo. *D* diz que *B* e *E* são animais de espécies diferentes. *E* diz que *A* é um cão. Quantos lobos há entre os cinco animais?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

497- (OBM) Quatro amigos vão visitar um museu e um deles resolve entrar sem pagar. Aparece um fiscal que quer saber qual deles entrou sem pagar.

– Eu não fui, diz o Benjamim. – Foi o Carlos, diz o Mário.

– Foi o Pedro, diz o Carlos. – O Mário não tem razão, diz o Pedro.

Só um deles mentiu. Quem não pagou a entrada do museu?

A) Mário **B)** Pedro

C) Benjamim **D)** Carlos
E) não é possível saber, pois faltam dados

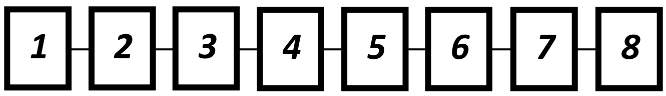
498- (OBM) Às 6h o relógio da igreja levou 1 minuto para dar as 6 badaladas. Jorge concluiu que às 12h ele levaria 2 minutos para dar as 12 badaladas. Mas ele estava enganado. Qual o tempo correto?

a) 114s b) 120s c) 128s d) 132s e) 136s

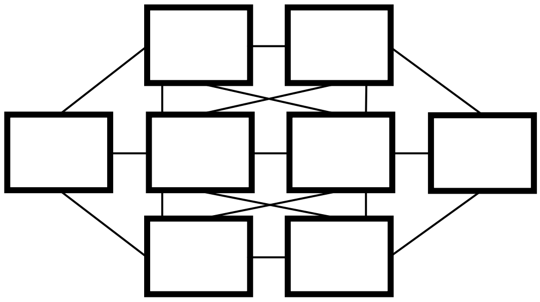
499- (OBM) Em uma eleição há 8 candidatos e 201 eleitores. Se não há votos nulos ou em branco, qual o número mínimo de votos que pode ter o vencedor?

a) 25 b) 26 c) 27
d) 67 e) 102

(PARA PENSAR) Uma rua possui oito casas numeradas de 1 a 8, como mostra a figura ao lado, onde as casas vizinhas são interligadas por uma reta, ou seja, a casa 1 é vizinha da casa 2, a casa 4 é vizinha das casas 3 e 5, etc.



Houve uma reorganização na estrutura da rua e, por isso, as casas devem ser reorganizadas de acordo com a estrutura abaixo. Numere os retângulos abaixo, de forma que casas vizinhas na primeira estrutura, não podem continuar vizinhas na nova estrutura.

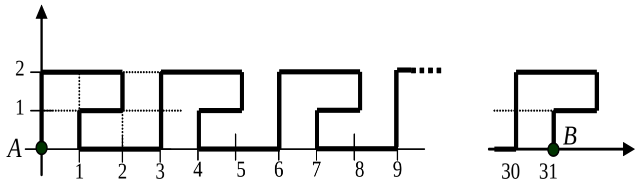


CONTAGEM

01- (OBM) Considere a seqüência oscilante: 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, ... O 2003º termo desta seqüência é:

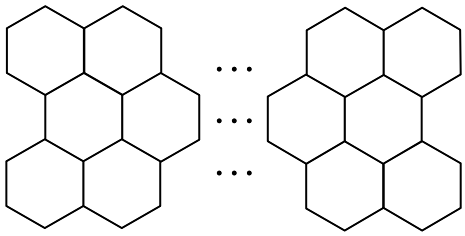
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

02- (OBM) A linha poligonal AB é desenhada mantendo-se sempre o mesmo padrão mostrado na figura. Seu comprimento total é igual a:



A) 31 **B)** 88 **C)** 90 **D)** 97 **E)** 105

O arranjo a seguir, composto por 32 hexágonos, foi montado com varetas, todas com comprimento igual ao lado do hexágono. Quantas varetas, no mínimo, são necessárias para montar o arranjo?



A) 113 **B)** 123 **C)** 122 **D)** 132 **E)** 152

03- (OBM) Uma avenida possui 100 prédios numerados de 1 a 100, onde prédios com numeração par se situam do lado direito da rua e prédios com numeração ímpar se situam no lado esquerdo. A quantidade de andares de cada prédio é igual à soma dos algarismos do número correspondente ao prédio. Assim, podemos afirmar que:

A) A quantidade de prédios com mais de 10 andares é maior do lado direito da rua.
B) A quantidade de prédios com menos de 5 andares é maior do lado direito da rua.
C) Pelo menos metade dos prédios possui 10 ou mais andares.
D) Em ambos os lados da rua há a mesma quantidade de prédios com exatos 8 andares.
E) Pelo menos 25% dos prédios possui menos de 5 andares.

04- (OBM) Quantos resultados diferentes podemos obter somando pares de números distintos do conjunto $\{1, 2, \ldots, 2006\}$?

A) 2006 **B)** 2007 **C)** 4009 **D)** 4011 **E)** 4012

05- (OBM) Em um ano, no máximo quantos meses têm cinco domingos?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

06- (OBM) A primeira fase da OBM se realiza no dia 14 de junho, um sábado do ano bissexto 2008. Daqui a quantos anos o dia 14 de junho será novamente no sábado?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

07- (OBM) Um número de quatro dígitos é dito paladino se é múltiplo de 9 e nenhum de seus dígitos é nulo. Quantos números paladinos existem?

A) 1284 B) 1024 C) 849 D) 1109 E) 729

08- (OBM) Quantos números entre 10 e 13000, quando lidos da esquerda para a direita, são formados por dígitos consecutivos e em ordem crescente? Exemplificando, 456 é um desses números, mas 7890 não é:

A) 10 B) 13 C) 18 D) 22 E) 25

09- (OBM) Esmeralda escreveu (corretamente!) todos os números de 1 a 999, um atrás do outro:

12345678910111213… 997998999.

Quantas vezes aparece o agrupamento "21", nesta ordem?

A) 11 **B)** 21 **C)** 31 **D)** 41 **E)** 51

10- (OBM) Os números inteiros positivos de 1 a 1000 são escritos lado a lado, em ordem crescente, formando a seqüência 123456789101112131415... 9991000. Nesta seqüência, quantas vezes aparece o grupo "89" ?

A) 98 **B)** 32 **C)** 22 **D)** 89 **E)** 21

11- (OBM) No triminó marciano, as peças têm 3 números cada (diferente do dominó da terra, onde cada peça tem apenas 2 números). Os números no triminó marciano também variam de 0 a 6, e para cada escolha de 3 números (não necessariamente distintos) existe uma e somente uma peça que contém esses 3 números. Qual é a soma dos números de todas as peças do triminó marciano?

A) 756 **B)** 1512 **C)** 84 **D)** 315 **E)** 900

12- (OBM) Quantos números de dois algarismos não são primos nem múltiplos de 2, 3 ou 5?

A) 1 **B)** 3 **C)** 2 **D)** 4 **E)** mais de 4

13- (OBM) Tenho um cubo de madeira, com três faces vermelhas e três faces azuis, de modo que faces opostas tenham cores diferentes. O cubo é cortado em 3 x 3 x 3 = 27 cubos menores. Quantos destes cubos menores têm, pelo menos, uma face vermelha e outra azul?

A) 6 B) 12 C) 13 D) 14 E) 16

14- (OBM) São escritos todos os números de 1 a 999 nos quais o algarismo 1 aparece exatamente 2 vezes (tais como, 11, 121, 411, etc). A soma de todos estes números é:

A) 6882 **B)** 5994 **C)** 4668 **D)** 7224 **E)** 3448

ÂNGULOS NOS POLIGONOS

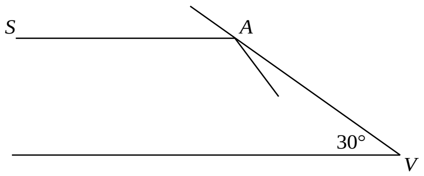
01- (OBM) Traçando as quatro retas perpendiculares aos lados de um paralelogramo não retângulo pelos seus pontos médios, obtém-se uma região do plano limitada por essas quatro retas. Podemos afirmar que a área dessa região é igual à área do paralelogramo se um dos ângulos do paralelogramo for igual a:

A) 30º B) 45º C) 60º D) 75º E) 90º

02- (OBM) As alturas de um triângulo medem 12, 15 e 20. O maior ângulo interno do triângulo mede

A) 72º **B)** 75º **C)** 90º **D)** 108º **E)** 120º

03- (OBM) Dois espelhos formam um ângulo de 30o no ponto V. Um raio de luz, vindo de uma fonte S, é emitido paralelamente a um dos espelhos e é refletido pelo outro espelho no ponto A, como mostra a figura. Depois de uma certa quantidade de reflexões, o raio retorna a S. Se AS e AV têm 1 metro de comprimento, a distância percorrida pelo raio de luz, em metros, é



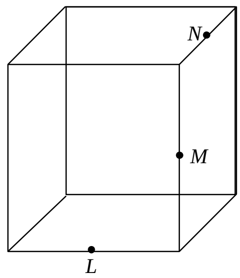
A) 2 B) $2+\sqrt{3}$ C) $1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$

D) $\sqrt{2}\left(1+\sqrt{3}\right)$ E) $5\sqrt{3}$

04- (OBM) Constrói-se o quadrado *ABXY* sobre o lado *AB* do heptágono regular *ABCDEFG*, exteriormente ao heptágono. Determine a medida do ângulo $B\hat{X}C$, em radianos.

A) $\frac{\pi}{7}$ **B)** $\frac{3\pi}{7}$ **C)** $\frac{\pi}{14}$ **D)** $\frac{3\pi}{14}$ **E)** $\frac{3\pi}{28}$

05- (OBM) O ângulo LMN do cubo ao lado, sendo L, M e N pontos médios das arestas, vale?



06- (OBM) No triângulo *ABC*, *AB* = 20, *AC* = 21 e *BC* = 29. Os pontos *D* e *E* sobre o lado *BC* são tais que *BD* = 8 e *EC* = 9. A medida do ângulo $D\hat{A}E$, em graus, é igual a:

A) 30 B) 40 C) 45 D) 60 E) 75

07- (OBM) No triângulo *ABC*, o ângulo $\hat{A}$ mede 60° e o ângulo *B* mede 50°. Sejam *M* o ponto médio do lado *AB* e *P* o ponto sobre o lado *BC* tal que *AC* + *CP* = *BP*. Qual a medida do ângulo *MPC*?

A) 120° **B)** 125° **C)** 130° **D)** 135° **E)** 145°

08- (OBM) Seja *ABCD* um trapézio retângulo cujos únicos ângulos retos são $\hat{A}$ e $\hat{B}$. *M* e *N* são os pontos médios de *AB* e *CD*, respectivamente. A respeito dos ângulos x = $A\hat{N}B$ e y = $C\hat{M}D$, podemos dizer que:

A) x < y x > y x = y

D) pode ocorrer qualquer uma das situações das alternativas A), B) e C).

E) o ângulo x é reto

GEOMETRIA PLANA I

09- (OBM) O ponto *D* pertence ao lado *BC* do triângulo *ABC*. Sabendo que *AB* = *AD* = 2, *BD* = 1 e os ângulos *BAD* e *CAD* são congruentes, então a medida do segmento *CD* é:

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{7}{6}$

10- (OBM) No triângulo PQR isósceles, com PQ = PR = 3 e QR = 2, a tangente à sua circunferência circunscrita no ponto Q encontra o prolongamento do lado PR em X. O valor de RX é:

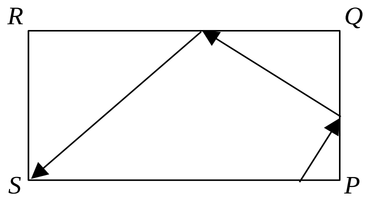
A) $\frac{16}{5}$ B) $\frac{12}{5}$ C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{9}{4}$

11- (OBM) As cidades Aópolis, Beópolis e Ceópolis são ligadas por estradas retas. Sabe-se a estrada que liga Aópolis e Beópolis é perpendicular à estrada que liga Aópolis e Ceópolis. Rubens mora em Beópolis e tem um compromisso em Ceópolis. Todavia, a estrada que liga Beópolis a Ceópolis está interditada, de modo que Rubens é obrigado a fazer o trajeto Beópolis-Aópolis-Ceópolis. Para chegar ao compromisso na hora certa, Rubens trafega com uma velocidade 24% maior do que trafegaria se utilizasse a estrada interditada.
Se □ é o menor ângulo do triângulo determinado pelas três estradas, então

A) 0 < tg□ < $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{6}$ < tg□ < $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ < tg□ < $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{4}$ < tg□ < $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$ < tg□ < 1

12- (OBM) No triângulo ABC, AD é a altura relativa ao lado BC. Se AB = DC = 1, assinale a alternativa que corresponde à área máxima do triângulo ABC.

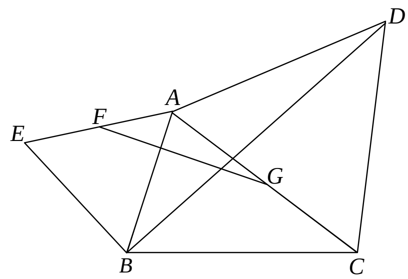
A) $\frac{3\sqrt{3}}{8}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$



13- (OBM) Uma mesa de bilhar tem dimensões de 3 metros por 6 metros e tem caçapas nos seus quatro cantos P, Q, R e S. Quando uma bola bate na borda da mesa, sua trajetória forma um ângulo igual ao que a trajetória anterior formava.

Uma bola, inicialmente a 1 metro da caçapa P, é batida do lado SP em direção ao lado PQ, como mostra a figura. A quantos metros de P a bola acerta o lado PQ se a bola cai na caçapa S após duas batidas na borda da mesa?

A) 1 B) $\frac{6}{7}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{5}$



14- (OBM) Na figura a seguir, *ABC* é um triângulo qualquer e *ACD* e *AEB* são triângulos eqüiláteros. Se *F* e *G* são os pontos médios de *EA* e *AC*, respectivamente, a razão $\frac{BD}{FG}$ é:

A) $\frac{1}{2}$ **B)** 1 **C)** $\frac{3}{2}$ **D)** 2 **E)** Depende das medidas dos lados de *ABC*.

15- (OBM) Seja *AB* um segmento de comprimento 26, e sejam *C* e *D* pontos sobre o segmento *AB* tais que *AC* = 1 e *AD* = 8. Sejam *E* e *F* pontos sobre uma semicircunferência de diâmetro *AB*, sendo *EC* e *FD* perpendiculares a *AB*. Quanto mede o segmento *EF*?

A) 5 **B)** $5\sqrt{2}$ **C)** 7 **D)** $7\sqrt{2}$ **E)** 12

16- (OBM) Considere a seguinte seqüência:

$27 = 3 \times 3 \times 3$, $207 = 3 \times 3 \times 23$, $2007 = 3 \times 3 \times 223$, $20007 = 3 \times 3 \times 2223$, ...

Qual dos seguintes inteiros é um múltiplo de 81?

A) 200.007 B) 20.000.007 C) 2.000.000.007
D) 200.000.000.007 E) 20.000.000.000.007

17- (OBM) O inteiro n é tal que $n \cdot 2^n$ possui 2008 divisores a mais que n. A soma dos algarismos de n é igual a:

A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 12

18- (OBM) Quantos dos números 2, 3, 5, 7, 11 são divisores de $371^4 - 41^4$?

A) um B) dois C) três D) quatro E) cinco

19- (OBM) As letras O, B e M representam números inteiros. Se O × B × M = 240, O × B + M = 46 e O + *B* × *M* = 64, quanto vale *O* + *B* + *M*?

A) 19 B) 20 C) 21 D) 24 E) 36

20- (OBM) Seja *N* o menor inteiro positivo que pode ser escrito como a soma de 9, 10 e 11 inteiros positivos consecutivos. A soma dos algarismos de *N* é igual a:

A) 9 B) 18 C) 22 D) 27 E) 30

21- (OBM) Abaixo temos um quadrado mágico multiplicativo, onde o produto dos números em cada linha, coluna e diagonal é o mesmo e igual ao número de quatro dígitos ABCD, onde cada letra representa um dígito e cada casa contém um número inteiro. Se AC representa o número de dois dígitos no centro do quadrado, a soma A + B + C + D vale:

		4
	AC	
	C	24

A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

22- (OBM) O número *N* de três algarismos multiplicado por 7 deu como resultado um número que termina em 171. A soma dos algarismos de *N* é:

A) 10 **B)** 11 **C)** 12 **D)** 13 **E)** 14

23- (OBM) Os números 72, 8, 24, 10, 5, 45, 36, 15 são agrupados em duplas de modo que o produto de cada dupla é o mesmo. Qual número fica com o 10?

A) 36 B) 45 C) 24 D) 15 E) 72

24- (OBM) 05 - Esmeralda digitou corretamente um múltiplo de 7 muito grande, com 4010 algarismos. Da esquerda para a direita, os seus algarismos são 2004 algarismos 1, um algarismo *n* e 2005 algarismos 2. Qual é o valor de *n*?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

25- (OBM) O máximo divisor comum entre os números 1221, 2332, 3443, 4554,........, 8998 é:
A) 3 B) 33 C) 37 D) 11 E) 101

26- (OBM) O inteiro positivo *x* é múltiplo de 2006 e $\sqrt{x}$ está entre 2005 e 2007. Qual é o número de possíveis valores de *x*?
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

27- (OBM) Considere os 2161 produtos $0 \cdot 2160$, $1 \cdot 2159$, $2 \cdot 2158$, ..., $2160 \cdot 0$. Quantos deles são múltiplos de 2160?
A) 2 **B)** 3 **C)** 12 **D)** 13 **E)** 2161

28- (OBM) $N = \theta 5399840$ é um número inteiro positivo com oito algarismos, sendo o primeiro e o último desconhecidos. Sabendo que *N* é um múltiplo de 198, encontre o algarismo das unidades de *N* / 198.
A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

29- (OBM) O resto da divisão por 9 de $\sqrt{1111111111-22222}$ é:
A) 0 **B)** 1 **C)** 3 **D)** 6 **E)** 8

30- (OBM) Os pontos P_1, P_2, P_3, … estão nesta ordem sobre uma circunferência e são tais que o arco que une cada ponto ao seguinte mede 35°. O menor valor de $n > 1$ tal que P_n coincide com P_1 é:
A) 37 **B)** 73 **C)** 109 **D)** 141 **E)** 361

500- (OBM) O emir Abdel Azir ficou famoso por vários motivos. Ele teve mais de 39 filhos, incluindo muitos gêmeos. De fato, o historiador Ahmed Aab afirma, num de seus escritos, que todos os filhos do emir eram gêmeos duplos, exceto 39; todos eram gêmeos triplos, exceto 39; todos eram gêmeos quádruplos, exceto 39. O número de filhos do emir é:
A) 75 **B)** 48 **C)** 51 **D)** 78 **E)** 111

NÚMEROS PRIMOS

31- (OBM) **8.** Qual dos valores abaixo de *x* é tal que $2x^2+2x+19$ não é um número primo?
A) 50 **B)** 37 **C)** 9 **D)** 5 **E)** 1

32- (OBM) 23 - Dois números inteiros são chamados de *primanos* quando pertencem a uma progressão aritmética de números primos com pelo menos três termos. Por exemplo, os números 41 e 59 são primanos pois pertencem à progressão aritmética (41; 47; 53; 59) que contém somente números primos. Assinale a alternativa com dois números que **não são** primanos.
A) 7 e 11 B) 13 e 53 C) 41 e 131 D) 31 e 43 E) 23 e 41

33- (OBM) No conjunto {101, 1 001, 10 001, ..., 1 000 000 000 001} cada elemento é um número formado pelo algarismo 1 nas extremidades e por algarismos 0 entre eles. Alguns desses elementos são números primos e outros são compostos. Sobre a quantidade de números compostos podemos afirmar que:
A) é igual 11 **B)** é igual a 4 **C)** é menor do que 3
D) é maior do que 4 e menor do que 11 **E)** é 3

CÁLCULOS SEQUENCIAIS I

34- (OBM) Seja $\{a_n\}$ uma sequência na qual cada termo é definido como o dobro da soma dos algarismos do termo anterior, mais uma unidade. Por exemplo, se $a_n = 234$, então $a_{n+1} = 2(2 + 3 + 4) + 1$.

Se, $a_1 = 1$ o valor de $a_{31} + a_{32} + a_{33} + a_{34} + a_{35}$ é igual a:

A) 44 B) 54 C) 64 D) 75 E) 84

35- (OBM) Os termos a_n de uma sequência de inteiros positivos satisfazem a relação

$$a_{n+3} = a_{n+2}(a_{n+1} + a_n) \text{ para } n = 1, 2, 3\ldots$$

Se $a_5 = 35$, quanto é a_4?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

36- (OBM) Num tabuleiro retangular de 13 linhas e 17 colunas colocamos números em cada casinha da seguinte maneira: primeiro, numeramos as casinhas da primeira linha, da esquerda para a direita, com os números 1, 2, 3, …, 17, nessa ordem; depois numeramos a segunda linha, também da esquerda para a direita, com os números de 18 a 34, e assim por diante. Após preenchermos todo o tabuleiro, colocamos em cada casinha um segundo número, numerando as casinhas da primeira coluna, de cima para baixo, com os números 1, 2, 3, …, 13, nessa ordem, depois numeramos a segunda coluna, também de cima da baixo, com os números de 14 a 26, e assim por diante. Deste modo, cada casinha tem dois números. Quantas casinhas têm dois números iguais?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

37- (OBM) Sejam $a = \frac{1^2}{1} + \frac{2^2}{3} + \frac{3^2}{5} + \cdots + \frac{1001^2}{2001}$ e $b = \frac{1^2}{3} + \frac{2^2}{5} + \frac{3^2}{7} + \cdots + \frac{1001^2}{2003}$.

Qual é o inteiro mais próximo de $a – b$?

A) 500 **B)** 501 **C)** 999 **D)** 1000 **E)** 1001

38- (OBM) Na sequência de Fibonacci 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, … cada termo, a partir do terceiro, é igual à soma dos dois termos anteriores.

Quanto vale a soma infinita $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{2}{8} + \frac{3}{16} + \frac{5}{32} + \frac{8}{64} + \frac{13}{128} + \frac{21}{256} + \frac{34}{512} + \frac{55}{1024} + \cdots$,

onde o n-ésimo termo é o n-ésimo termo da sequência de Fibonacci dividido por 2^n?

A) 3/2 B) 2 C) 5/2 D) 3 E) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

39- (OBM) Os quadrados dos números naturais maiores do que 2, subtraídos de seus sucessores, formam a sequência 5, 11, 19, ... O primeiro elemento dessa sequência que não é um número primo é o:

A) quarto B) décimo C) sexto D) nono E) sétimo

5. Qual é o dígito das unidades de $7^{7^{7^{7^{\cdots^{7}}}}}$, onde aparecem 2002 setes?

A) 7 **B)** 9 **C)** 3 **D)** 1 **E)** 5.

40- (OBM) Para cada número natural *n*, seja S_n a soma dos dez primeiros múltiplos positivos de *n*. Por exemplo, S_2 = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20. Quanto é $S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_{10}$?

A) 2925 **B)** 3025 **C)** 3125 **D)** 3225 **E)** 3325

41- (OBM) A primeira fase da OBM se realiza no dia 14 de junho, um sábado do ano bissexto 2008. Daqui a quantos anos o dia 14 de junho será novamente no sábado?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8

42- (OBM) Seja $P(n)$ a soma dos algarismos pares do número n. Por exemplo, $P(1234) = 2 + 4 = 6.$ Qual o valor de $P(1) + P(2) + P(3) + ... + P(100)$?

A) 200 **B)** 360 **C)** 400 **D)** 900 **E)** 2250

43- (OBM) Um número de três algarismos é 629 vezes menor que a soma de todos os outros números de três algarismos. Este número é:

A) 450 **B)** 785 **C)** 630 **D)** 471 **E)** 525

44- (OBM) Observe as multiplicações a seguir:

$$\begin{aligned} &101 \times 11 = 1111 \\ &101 \times 111 = 11211 \\ &101 \times 1111 = 112211 \\ &101 \times 11111 = 1122211 \\ &\ldots \end{aligned}$$

Qual é a soma dos algarismos do número obtido quando multiplicamos 101 pelo número $\underbrace{11111\ldots11}_{2007 \text{algarismos} 1}$?

A) 1001 **B)** 2007 **C)** 2009 **D)** 4008 **E)** 4014

45- (OBM) Em um ano, no máximo quantos meses têm cinco domingos?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

46- (OBM) Uma certa máquina tem um visor, onde aparece um número inteiro *x*, e duas teclas A e B. Quando se aperta a tecla A o número do visor é substituído por 2*x* + 1. Quando se aperta a tecla B o número do visor é substituído por 3*x* – 1.

Se no visor está o número 5, apertando alguma seqüência das teclas A e B, o maior número de dois algarismos que se pode obter é:

A) 85 B) 87 C) 92 D) 95 E) 96

47- (OBM) Os números *a*, *b*, e *c* são naturais consecutivos em ordem crescente. Então, o valor de $c^2 - ab$ é igual a:

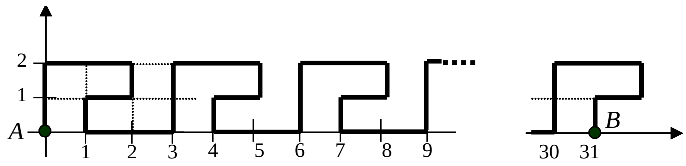
A) 0 B) 1 C) 2*a* + *b* D) 2*a* + *c* E) 2*b* + *c*

48- (OBM) Considere a sequência oscilante: 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, ...
O 2003o termo desta sequência é:

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

49- (OBM) A diferença entre os quadrados de dois números inteiros consecutivos é sempre:

A) um número primo.
B) um múltiplo de 3.
C) igual à soma desses números.
D) um número par.
E) um quadrado perfeito.



50- (OBM) A linha poligonal AB é desenhada mantendo-se sempre o mesmo padrão mostrado na figura. Seu comprimento total é igual a:

A) 31 **B)** 88 **C)** 90 **D)** 97 **E)** 105

51- (OBM) Qual é o último algarismo da soma de 70 números inteiros positivos consecutivos?

A) 4 **B)** 0 **C)** 7 **D)** 5 **E)** Faltam dados

52- (OBM) São escritos todos os números de 1 a 999 nos quais o algarismo 1 aparece exatamente 2 vezes (tais como, 11, 121, 411, etc). A soma de todos estes números é:

A) 6882 **B)** 5994 **C)** 4668 **D)** 7224 **E)** 3448

53- (OBM) Escrevem-se, em ordem crescente, os números inteiros e positivos que sejam múltiplos de 7 ou de 8 (ou de ambos), obtendo-se 7, 8, 14, 16, …. O 100° número escrito é:

A) 406 **B)** 376 **C)** 392 **D)** 384 **E)** 400

54- (OBM) Iniciando com o par (2048, 1024), podemos aplicar quantas vezes quisermos a operação que transforma o par (a, b) no par $\left(\frac{3a+b}{4}, \frac{a+3b}{4}\right)$, então, dentre os seguintes pares:

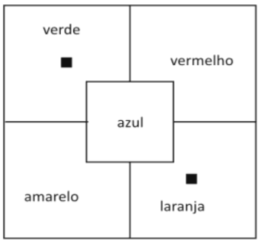
1) (1664, 1408)
2) (1540, 1532)
3) (1792, 1282)
4) (1537, 1535)
5) (1546, 1526)

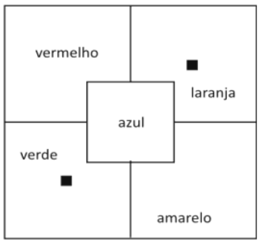
A) Todos podem ser obtidos.
B) Apenas o par 4 não pode ser obtido.
C) Apenas o par 3 não pode ser obtido.
D) Existem exatamente dois pares que não podem ser obtidos.
E) Existem mais de dois pares que não podem ser obtidos.

55- (OBM) Arnaldo, Bernaldo, Cernaldo e Dernaldo baralharam as 52 cartas de um baralho e distribuíram 13 cartas para cada um. Arnaldo ficou surpreso: "Que estranho, não tenho nenhuma carta de espadas." Qual a probabilidade de Bernardo também não ter cartas de espadas?

A) $\frac{39!}{26!52!}$ B) $\frac{26!}{13!39!}$ C) $\frac{39!39!}{26!52!}$ D) $\frac{26!26!}{13!39!}$ E) $\frac{39!13!}{52!}$

56- (OBM) Soninha tem muitos cartões, todos com o mesmo desenho em uma das faces. Ela vai usar cinco cores diferentes (verde, amarelo, azul, vermelho e laranja) para pintar cada uma das cinco partes do desenho, cada parte com uma cor diferente, de modo que não haja dois cartões pintados da mesma forma. Na figura abaixo, por exemplo, os cartões são iguais, pois um deles pode ser girado para se obter o outro. Quantos cartões diferentes Soninha conseguirá produzir?





A) 16 B) 25 C) 30 D) 60 E) 120

57- (OBM) Um número de quatro dígitos é dito peroba se possui pelo menos dois dígitos vizinhos com a mesma paridade. Quantos números perobas existem?

A) 8999 B) 8874 C) 7875 D) 8000 E) 7750

58- (OBM) Esmeralda, a digitadora, tentou digitar um número de seis algarismos, mas os dois algarismos 1 não apareceram (a tecla devia estar com defeito). O que apareceu foi 2004. Quantos são os números de seis algarismos que ela pode ter tentado digitar?

A) 4 **B)** 8 **C)** 10 **D)** 15 **E)** 20

59- (OBM) Dizemos que uma palavra Q é quase-anagrama de outra palavra P quando Q pode ser obtida retirando-se uma letra de P e trocando a ordem das letras restantes, resultando em uma palavra com uma letra a menos do que P. Um quase-anagrama pode ter sentido em algum idioma ou não. Por exemplo, RARO, RACR e ARCO são quase-anagramas de CARRO.

Quantos são os quase-anagramas da palavra BACANA que começam com A?

A) 48 B) 60 C) 72 D) 96 E) 120

60- (OBM) Considere 10 pessoas, todas de alturas diferentes, as quais devem ficar em fila de tal modo que, a partir da pessoa mais alta, as alturas devem decrescer para ambos os lados da fila (se a pessoa mais alta for a primeira ou a última da fila, todas as pessoas a partir dela devem estar em ordem decrescente de altura). Obedecendo essas condições, de quantos modos essas pessoas podem ficar em fila?

A) 256 B) 768 C) 1260 D) 512 E) 2560

61- (OBM) Cinco amigos, Arnaldo, Bernaldo, Cernaldo, Dernaldo e Ernaldo, devem formar uma fila com outras 30 pessoas. De quantas maneiras podemos formar esta fila de modo que Arnaldo fique na frente de seus 4 amigos?

(Obs.: Os amigos não precisam ficar em posições consecutivas.)

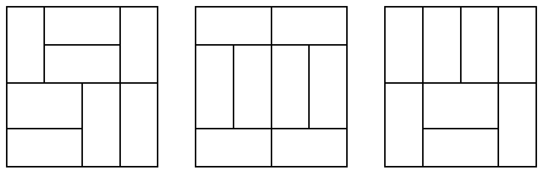
A) $35!$ B) $\frac{35!}{5!}$ C) $\frac{35!}{5}$ D) $\binom{35}{5}5!$ E) $e^{\pi\sqrt{163}}$

62- (OBM) De quantas maneiras podemos colocar, em cada espaço abaixo, um entre os algarismos 4, 5, 6, 7, 8, 9, de modo que todos os seis algarismos apareçam e formem, em cada membro, números de dois algarismos que satisfazem a dupla desigualdade?

_ _ **>** _ _ **>** _ _

A) 100 **B)** 120 **C)** 240 **D)** 480 **E)** 720

63- (OBM) O piso de um quarto tem forma de um quadrado de lado 4 m. De quantas maneiras podemos cobrir totalmente o quarto com oito tapetes iguais de dimensões 1 m e 2 m? Mostramos abaixo três maneiras de fazê-lo:



A) 27 **B)** 30 **C)** 34 **D)** 36 **E)** 52

64- (OBM) Dois cubos têm faces pintadas de ocre ou magenta. O primeiro cubo tem cinco faces ocres e uma face magenta. Quando os dois cubos são lançados, a probabilidade de as faces viradas para cima dos dois cubos serem da mesma cor (sim, ocre e magenta são cores!) é 1/2. Quantas faces ocres tem o segundo cubo?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

65- (OBM) Uma colônia de amebas tem inicialmente uma ameba amarela e uma ameba vermelha. Todo dia, uma única ameba se divide em duas amebas idênticas. Cada ameba na colônia tem a mesma probabilidade de se dividir, não importando sua idade ou cor. Qual é a probabilidade de que, após 2006 dias, a colônia tenha exatamente uma ameba amarela?

A) $\frac{1}{2^{2006}}$ B) $\frac{1}{2006}$ C) $\frac{1}{2007}$ D) $\frac{1}{2006\cdot 2007}$ E) $\frac{2006}{2007}$

66- (OBM) Duas pessoas vão disputar uma partida de **par ou ímpar**. Elas não gostam do zero e, assim, cada uma coloca 1, 2, 3, 4 ou 5 dedos com igual probabilidade.

A probabilidade de que a pessoa que escolheu **par** ganhe é:

A) 1/2 **B)** 2/5 **C)** 3/5 **D)** 12/25 **E)** 13/25

67- (OBM) Uma rifa foi organizada entre os 30 alunos da turma do Pedro. Para tal, 30 bolinhas numeradas de 1 a 30 foram colocadas em uma urna. Uma delas foi, então, retirada da urna. No entanto, a bola caiu no chão e se perdeu e uma segunda bola teve que ser sorteada entre as 29 restantes. Qual a probabilidade de que o número de Pedro tenha sido o sorteado desta segunda vez?

A) 1/29 **B)** 1/30 **C)** 1/31 **D)** 1/60 **E)** 2/31

NÚMEROS INTEIROS

68- (OBM) Para quantos inteiros positivos *m* o número $\dfrac{2004}{m^2-2}$ é um inteiro positivo?

A) um **B)** dois **C)** três **D)** quatro **E)** mais que quatro

69- (OBM) Para *n* inteiro positivo, definimos *n*! (lê-se "*n fatorial*") o produto de todos os inteiros positivos menores ou iguais a *n*. Por exemplo, 6! = 1 · 2 · 3 · 4 · 5 · 6. Se *n*! = $2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$, então *n* é igual a

A) 13 **B)** 14 **C)** 15 **D)** 16 **E)** 17

70- (OBM) Divida os números 2, 3, 5, 7, 11, 13 e 17 em dois grupos *x* e *y* com produtos *A* e *B*, respectivamente, de modo que *A* – *B* = 1.

A soma dos algarismos de *A* é:

A) 10 B) 11 C) 13 D) 14 E) 15

71- (OBM) Cinco inteiros positivos a, b, c, d, e maiores que um satisfazem as seguintes condições:

$$a(b+c+d+e)=128$$
$$b(a+c+d+e)=155$$
$$c(a+b+d+e)=203$$
$$d(a+b+c+e)=243$$
$$e(a+b+c+d)=275$$

Quanto vale a soma $a+b+c+d+e$?

A) 9 B) 16 C) 25 D) 36 E) 49

SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

72- (OBM) Esmeralda, a digitadora, queria digitar um número *N* de dois algarismos que é quadrado perfeito, mas se enganou, trocando cada algarismo pelo seu sucessor (afinal, as teclas são vizinhas!). Por uma grande coincidência, o número digitado também é quadrado perfeito! Qual é a soma dos algarismos de *N*?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8

73- (OBM) O número 19*AB*, onde *A* e *B* são dígitos, é um quadrado perfeito. O valor de $\sqrt{AB}$ da raiz quadrada do número cuja representação decimal é *AB* é:

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

EQUAÇÕES

74- (OBM) Os dois números reais a e b são não nulos e satisfazem ab = *a* – *b*. Assinale a alternativa que exibe um dos possíveis valores de $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-ab$.

A) –2 **B)** $-\frac{1}{2}$ **C)** $\frac{1}{3}$ **D)** $\frac{1}{2}$ **E)** 2

75- (OBM) Se $xy = 2$ e $x^2 + y^2 = 5$, então $\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}+2$ vale:

A) $\frac{5}{2}$ **B)** $\frac{25}{4}$ **C)** $\frac{5}{4}$ **D)** $\frac{1}{2}$ **E)** 1

76- (OBM) Qual dos inteiros positivos abaixo satisfaz a seguinte equação:

$\frac{4}{n^4}+\frac{5}{n^4}+\frac{6}{n^4}+\cdots+\frac{n^4-6}{n^4}+\frac{n^4-5}{n^4}+\frac{n^4-4}{n^4}=309$?

A) 2007 B) 309 C) 155 D) 25 E) 5

77- (OBM) O número de pares (x, y) de inteiros positivos que satisfazem a equação $x^8+3y^4=4x^2y^3$, com $1 \le y \le 2007$, é igual a:

A) 40 B) 41 C) 42 D) 43 E) 44

78- (OBM) Sejam *x* e *y* números racionais. Sabendo que $\frac{x-5\sqrt{2006}}{4-y\sqrt{2006}}$ também é um número racional, quanto vale o produto *xy*?

A) 20 **B**) Pode ser igual a 20, mas também pode assumir outros valores.

C) 1 **D)** 6 **E)** Não se pode determinar.

79- (OBM) Os inteiros positivos *x* e *y* satisfazem a equação

$$\sqrt{x+\tfrac{1}{2}\sqrt{y}}-\sqrt{x-\tfrac{1}{2}\sqrt{y}}=1.$$

Qual das alternativas apresenta um possível valor de *y*?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

80- (OBM) O conjunto das raízes reais da equação $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}=2$ é

A) {1} **B)** {1, 2} **C)** [1, 2] **D)**]1, 2[**E)** {2}

81- (OBM) Seja α a maior raiz de $x^2 + x - 1 = 0$. O valor de $\alpha^5 - 5\alpha$ é :

A) – 1 **B)** – 2 **C)** – 3 **D)** 1 **E)** 2

82- (OBM) Dizemos que um natural X é um repunit quando os seus algarismos são todos iguais a 1, ou seja, quando X é da forma 11…1.

Sejam p, q e r inteiros, $p > 0$, tais que $pX^2 + qX + r$ é um repunit sempre que X é um repunit. Qual dos valores a seguir é um possível valor de q?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

83- (OBM) O conjunto dos valores de c para os quais a equação $\sqrt{x} = \sqrt{\sqrt{x} + c}$ possui solução real está contido em:

A) $[-1; \infty[$ B) $]-\infty; 1]$ C) $[-3; 2]$ D) $[-2; 3]$ E) Z

84- (OBM) Sejam *x*, *y*, z números inteiros tais que *x* + *y* + *z* = 0. Sobre $x^3 + y^3 + z^3$ são feitas as seguintes afirmativas:

i) É necessariamente múltiplo de 2.
ii) É necessariamente múltiplo de 3.
iii) É necessariamente múltiplo de 5.

Podemos afirmar que:

A) somente i) é correta.
B) somente ii) é correta.
C) somente i) e ii) são corretas.
D) somente i) e iii) são corretas.
E) i), ii) e iii) são corretas.

85- (OBM) Sejam a, b e c números tais que

$a^2 - ab = 1$

$b^2 - bc = 1$

$c^2 - ac = 1$

O valor de abc·(a + b + c) é igual a:

A) 0 B) 1 C) 2 D) –1 E) –3

PROBLEMAS DIVERSOS

86- (OBM) Uma loja de sabonetes realiza uma promoção com o anúncio *"Compre um e leve outro pela metade do preço"*. Outra promoção que a loja poderia fazer oferecendo o mesmo desconto percentual é:

A)*"Leve dois e pague um"* B)*"Leve três e pague um"*

C)*"Leve três e pague dois"* D)*"Leve quatro e pague três"*

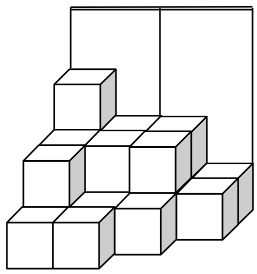
E)*"Leve cinco e pague quatro"*

87- (OBM) Platina é um metal muito raro, mais raro até do que ouro. Sua densidade é 21,45 g/cm^3. Suponha que a produção mundial de platina foi de cerca de 110 toneladas em cada um dos últimos 50 anos e desprezível antes disso. Assinale a alternativa com o objeto cujo volume é mais próximo do volume de platina produzido no mundo em toda a história.

A) uma caixa de sapatos B) uma piscina

C) um edifício de dez andares D) o monte Pascoal E) a Lua

88- (OBM) O dono de uma loja empilhou vários blocos medindo 0,8m x 0,8m x 0,8m no canto da loja e encostados numa parede de vidro que dá para a rua, conforme mostra a figura abaixo.



Quantos blocos no máximo, uma pessoa de 1,80m de altura que está do lado de fora da loja pode enxergar?

Obs. Consideramos que uma pessoa pode enxergar uma caixa se consegue ver uma pequena região de área positiva de sua superfície.

A) 13 **B)** 14 **C)** 15 **D)** 16 **E)** 17

89- (OBM) Numa festa típica, cada prato de arroz foi servido para duas pessoas, cada prato de maionese para três pessoas, cada prato de carne servia quatro pessoas e cada prato de doces dava exatamente para cinco pessoas. Foram utilizados 77 pratos e todas as pessoas se serviram de todos os pratos oferecidos. Quantas pessoas havia na festa?

A) 20 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

PORCENTAGEM

90- (OBM) Tintas pretas opacas absorvem 97% da luz, refletindo o restante. Cientistas desenvolveram uma nova cobertura superpreta que é "dez vezes mais preta" que tintas pretas opacas, querendo dizer que ela reflete 1/10 da luz refletida pelas tintas pretas opacas. Que porcentagem de luz a nova cobertura absorve?

A) 9,7 B) 90,3 C) 99,7 D) 99,9 E) 970

91- (OBM) Um comerciante comprou dois carros por um total de R$ 27.000,00. Vendeu o primeiro com lucro de 10% e o segundo com prejuízo de 5%. No total ganhou R$ 750,00. Os preços de compra foram, respectivamente,

A) R$ 10.000,00 e R$ 17.000,00

B) R$ 13.000,00 e R$ 14.000,00

C) R$ 14.000,00 e R$ 13.000,00

D) R$ 15.000,00 e R$ 12.000,00
E) R$ 18.000,00 e R$ 9.000,00

92- (OBM) Durante sua viagem ao país das Maravilhas a altura de Alice sofreu quatro mudanças sucessivas da seguinte forma: primeiro ela tomou um gole de um líquido que estava numa garrafa em cujo rótulo se lia: "beba-me e fique 25% mais alta". A seguir, comeu um pedaço de uma torta onde estava escrito: "prove-me e fique 10% mais baixa"; logo após tomou um gole do líquido de outra garrafa cujo rótulo estampava a mensagem: "beba-me e fique 10% mais alta". Finalmente, comeu um pedaço de outra torta na qual estava escrito:"prove-me e fique 20% mais baixa". Após a viagem de Alice, podemos afirmar que ela:

A) ficou 1% mais baixa
B) ficou 1% mais alta
C) ficou 5% mais baixa
D) ficou 5% mais alta
E) ficou 10% mais alta

93- (OBM) Uma pera tem cerca de 90% de água e 10% de matéria sólida. Um produtor coloca 100 quilogramas de pera para desidratar até o ponto em que a água represente 60% da massa total. Quantos litros de água serão evaporados? (lembre-se: 1 litro de água tem massa de 1 Kg).

A) 15 litros **B)** 45 litros **C)** 75 litros **D)** 80 litros **E)** 30 litros

94- (OBM) Em uma prova de olimpíada, 15% dos estudantes não resolveram nenhum problema, 25% resolveram pelo menos um problema, mas cometeram algum erro, e os restantes, 156 estudantes, resolveram todos os problemas corretamente. O número de estudantes que participaram da olimpíada foi:

A) 200 **B)** 260 **C)** 93 **D)** 223 **E)** 300

95- (OBM) Películas de insulfilm são utilizadas em janelas de edifícios e vidros de veículos para reduzir a radiação solar. As películas são classificadas de acordo com seu grau de transparência, ou seja, com o percentual da radiação solar que ela deixa passar. Colocando-se uma película de 70% de transparência sobre um vidro com 90% de transparência, obtém-se uma **redução** de radiação solar igual a:

A) 3% B) 37% C) 40% D) 63% E) 160%

96- (OBM) Em certa cidade, acontece um fato interessante. Dez por cento dos Baianos dizem que são Paulistas e dez por cento dos Paulistas dizem que são Baianos. Todos os outros Paulistas e Baianos assumem a sua verdadeira origem. Dentre os Paulistas e Baianos, 20% dizem que são Paulistas. Que percentual os realmente Paulistas representam dentre os Paulistas e Baianos?

A) 12,5% B) 18% C) 20% D) 22% E) 22,5%

97- (OBM) Considere a função f, definida no conjunto dos números reais e satisfazendo $f(x)=\frac{cx}{2x+3}$, para todo x ≠ –3/2. Determine o número de tais funções f para as quais f (f (x)) = x, para todo x tal que f (f (x)) está bem definida.

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) infinitas.

98- (OBM) A função real *f*, definida nos inteiros, satisfaz $f(n) - (n + 1)f(2 - n) = (n + 3)^2$, para todo *n* inteiro. Quanto vale *f*(0)?

A) –17 **B)** 0 **C)** 1 **D)** 2 **E)** 9

99- (OBM) **A fu**nção *f* é dada pela tabela a seguir. Por exemplo, *f*(2) = 1. Quanto vale *f(f(...(f(f(4)))...))*?
2004 vezes

X	1	2	3	4	5
f(*x*)	4	1	3	5	2

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

100- (OBM) O gráfico de $y=x^2-5x+9$ é rodado 180° em torno da origem. Qual é a equação da nova curva obtida?

A) $y=x^2+5x+9$ B) $y=x^2-5x-9$ C) $y=-x^2+5x-9$ D) $y=-x^2-5x+9$ E) $y=-x^2-5x-9$

101- (OBM) A função *f* é definida para todos os pares ordenados (*x*; *y*) de inteiros positivos e tem as seguintes propriedades:

f(*x*; *x*) = *x*, *f*(*x*; *y*) = *f*(*y*; *x*), (*x* + *y*)*f*(*x*; *y*) = (2*x* + *y*)*f*(*x*; *x* + *y*).

Qual é o valor de *f*(21; 12)?

A) $\frac{7}{4}$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{11}{6}$ D) $\frac{6}{11}$ E) $\frac{1}{2003}$

102- (OBM) Se $f:\Re\to\Re$ é uma função tal que, para todo $x\in\Re$, $f(x)(f(x)-x)=0$, então

A) *f* é a função nula.
B) *f* é a função identidade, ou seja, *f*(*x*) = *x* para todo *x* real
C) *f* é a função nula ou a função identidade
D) Há 4 possíveis funções *f*
E) Há infinitas funções *f*

103- (OBM) Uma escola **vai** organizar um passeio ao zoológico. Há duas opções de transporte. A primeira opção é alugar "vans": cada van pode levar até 6 crianças e seu aluguel custa R$60,00. A segunda opção é contratar uma empresa para fazer o serviço: a empresa utiliza ônibus com capacidade para 48 crianças e cobra R$237,00 mais R$120,00 por ônibus utilizado. A escola deve preferir a empresa que utiliza ônibus se forem ao passeio pelo menos N crianças. O valor de N é: **A)** 28 **B)** 31 **C)** 32 **D)** 33 **E)** 36

104- (OBM) **Seja** *f* uma função real de variável real que satisfaz a condição:

$f(x)+2f\left(\frac{2002}{x}\right)=3x$, para *x* > 0. O valor de *f*(2) é igual a:

A) 1000 **B)** 2000 **C)** 3000 **D)** 4000 **E)** 6000

105- (OBM) **Seja** $f(x) = x^2 - 3x + 4$. Quantas soluções reais tem a equação $f(f(f(...f(x)))) = 2$ (onde f é aplicada 2001 vezes)?

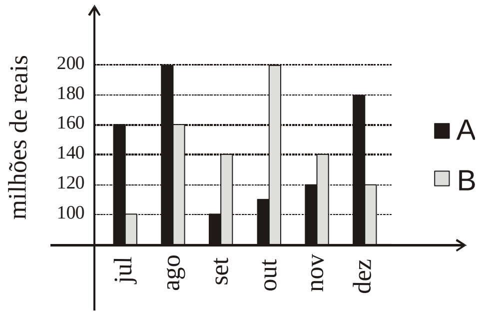
A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 2001 **E)** 2^{2001}

106- (OBM) **Seja** f uma função de Z em Z definida como $f(x) = x/10$ se x é divisível por 10 e $f(x) = x + 1$ caso contrário. Se $a_0 = 2001$ e $a_{n+1} = f(a_n)$, qual é o menor valor de n para o qual $a_n = 1$?

A) 20 **B)** 38 **C)** 93 **D)** 2000 **E)** a_n nunca é igual a 1

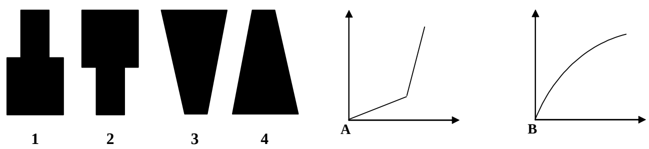
GRÁFICOS

107- (OBM) O **gráfico** abaixo mostra o *faturamento mensal* das empresas A e B no segundo semestre de 2001. Com base nesse gráfico, podemos afirmar que:



A) houve um mês em que o faturamento da empresa A foi o dobro do faturamento da empresa B.
B) no mês de julho, a diferença de faturamentos foi maior que nos demais meses.
C) a empresa B foi a que sofreu a maior queda de faturamento entre dois meses consecutivos.
D) no semestre, o faturamento total de A foi maior que o de B.
E) a diferença entre os faturamentos totais do semestre excedeu os 20 milhões de reais.

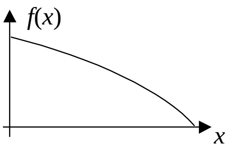
108- (OBM) A **seguir** (acima) vemos quatro vasos, os quais Angela vai encher com água, numa torneira cuja vazão é constante. Os gráficos *A* e *B* a seguir representam o nível da água (eixo vertical), em dois dos vasos, de acordo com o tempo (eixo horizontal).



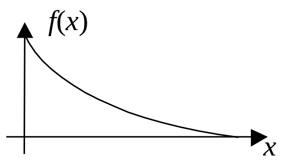
Qual dos vasos corresponde ao gráfico **A** e qual ao gráfico **B**, respectivamente?

A) 3 e 4 **B)** 2 e 4 **C)** 1 e 3 **D)** 2 e 3 **E)** 1 e 4

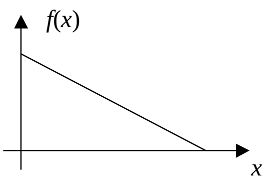
109- (OBM) Altino está **encostado** num muro bem alto, durante a noite. A rua onde Altino está é iluminada por uma lâmpada no topo de um poste de 4 metros de altura, a 10 metros de distância do muro. Altino, um rapaz de 2 metros de altura, anda em direção ao muro. Seja $f(x)$ a altura, em metros, da sombra de Altino produzida pela lâmpada no muro quando Altino está a uma distância de x metros do muro. Qual alternativa representa melhor o gráfico de $f(x)$?



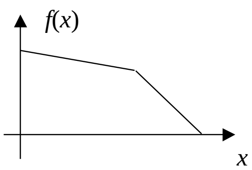
A)



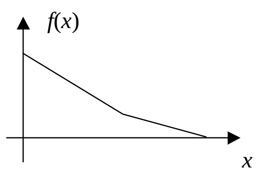
B)



C)



D)



E)

CONJUNTOS

01- (OBM) Uma grande empresa possui 84 funcionários, e sabe-se que cada funcionário fala pelo menos uma das línguas entre Português e Inglês. Além disso, 20% dos que falam Português também falam Inglês e 80% dos que falam Inglês também falam Português. Quantos funcionários falam as duas línguas?

A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

02- (OBM) Um professor de inglês dá aula particular para uma classe de 9 alunos, dos quais pelo menos um é brasileiro. Se o professor escolher 4 alunos para fazer uma apresentação, terá no grupo pelo menos dois alunos de mesma nacionalidade; se escolher 5 alunos, terá no máximo três alunos de mesma nacionalidade. Quantos brasileiros existem na classe?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

03- (OBM) Qual é o menor inteiro positivo *n* para o qual qualquer subconjunto de *n* elementos de {1,2,3,…,20} contém dois números cuja diferença é 8?

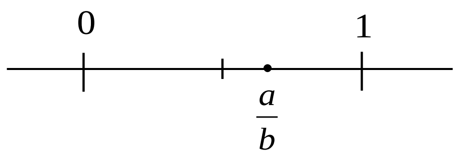
A) 2 **B)** 8 **C)** 12 **D)** 13 **E)** 15

04- (OBM) Com três algarismos distintos *a*, *b* e *c*, é possível formar 6 números de dois algarismos distintos. Quantos conjuntos {*a*, *b*, *c*} são tais que a soma dos 6 números formados é 484?

A) Um **B)** Dois **C)** Três **D)** Quatro **E)** Mais que quatro

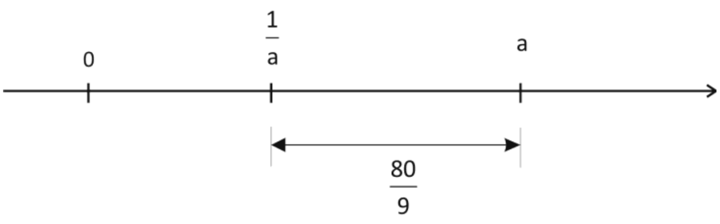
PROBLEMAS COM FRAÇÕES

05- (OBM) A fração $\frac{a}{b}$, onde *a* e *b* são inteiros positivos, representa um número entre 0 e 1, na posição indicada no desenho ao lado. Qual é um possível valor para a soma $a+b$?



A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

06- (OBM) O número inteiro positivo *a* e o número $\frac{1}{a}$ localizam-se na reta da seguinte maneira:



Qual é a soma desses dois números?

A) $\frac{9}{81}$ **B)** $\frac{9}{80}$ **C)** $\frac{81}{9}$ **D)** $\frac{82}{9}$ **E)** 9

07- (OBM) Sabe-se que $\frac{2}{9}$ do conteúdo de uma garrafa enchem $\frac{5}{6}$ de um copo. Para encher 15 copos iguais a esse, quantas garrafas deverão ser usadas?
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

08- (OBM) Três carros com velocidades constantes cada um, na mesma estrada, passam no mesmo momento por *Brasilópolis*. Ao viajar 100 quilômetros, o carro A passa por *Americanópolis*, 20 quilômetros à frente do carro B e 50 quilômetros à frente do carro C. Quando o carro B passar por *Americanópolis*, quantos quilômetros estará à frente do carro C?
A) 20 **B)** 25,5 **C)** 30 **D)** 35 **E)** 37,5

09- (OBM) O conteúdo de uma garrafa de refrigerantes enche três copos grandes iguais e mais meio copo pequeno ou 5 desses copos pequenos iguais mais a metade de um daqueles grandes. Qual é a razão entre o volume de um copo pequeno e o de um grande?
A) $2/5$ **B)** $3/7$ **C)** $7/10$ **D)** $5/9$ **E)** $3/5$

10- (OBM) Paulo e Cezar têm algum dinheiro. Paulo dá a Cezar R$5,00 e, em seguida, Cezar dá a Paulo $\frac{1}{3}$ do que possui. Assim, ambos ficam com R$18,00. A diferença entre as quantias que cada um tinha inicialmente é:
A) R$7,00 **B)** R$8,00 **C)** R$9,00 **D)** R$10,00 **E)** R$11,00

11- (OBM) Uma barra de chocolate é dividida entre Nelly, Penha e Sônia. Sabendo que Nelly ganha $\frac{2}{5}$ da barra, Penha ganha $\frac{1}{4}$ e Sônia ganha 70 gramas, o peso da barra, em gramas, é:
A) 160 **B)** 200 **C)** 240 **D)** 280 **E)** 400

12- (OBM) Se $\frac{p}{q}$ é a fração irredutível equivalente a $\frac{6,888...}{2,444...}$ o valor de *p* + *q* é igual a:
A) 38 **B)** 39 **C)** 40 **D)** 41 **E)** 42

13- (OBM) O maior inteiro que não supera $\frac{3^{2003}+2^{2003}}{3^{2001}+2^{2001}}$ é igual a:
A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

GEOMETRIA PLANA II

14- (OBM) Um ponto *P* pertence ao interior de um quadrado com 10 cm de lado. No máximo, quantos pontos da borda do quadrado podem estar a uma distância de 6 cm do ponto *P*?

A) 1 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 6 **E)** 8

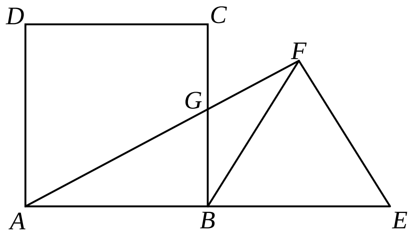
22. Para cada ponto pertencente ao interior e aos lados de um triângulo acutângulo *ABC*, considere a soma de suas distâncias aos três lados do triângulo. O valor máximo desta soma é igual

A) à média aritmética das 3 alturas do triângulo.
B) ao maior lado do triângulo.
C) à maior altura do triângulo
D) ao triplo do raio do círculo inscrito no triângulo.
E) ao diâmetro do círculo circunscrito ao triângulo.
F)

23. No triângulo *ABC*, *AB* = 5 e *BC* = 6. Qual é a área do triângulo *ABC*, sabendo que o ângulo $\hat{C}$ tem a maior medida possível?

A) 15 **B)** $5\sqrt{7}$ **C)** $7\sqrt{7}/2$ **D)** $3\sqrt{11}$ **E)** $5\sqrt{11}/2$

A figura a seguir mostra um quadrado *ABCD* e um triângulo eqüilátero *BEF*, ambos com lado de medida 1cm . Os pontos *A*, *B* e *E* são colineares, assim como os pontos *A*, *G* e *F*.

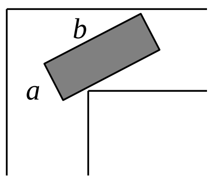


A área do triângulo *BFG* é, em cm^2:

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{12}$

E) $\frac{3}{10}$

15- (OBM) Uma mesa retangular, cujos pés têm rodas, deve ser empurrada por um corredor de largura constante, que forma um ângulo reto. Se as dimensões da mesa são *a* e *b* (com 2*a* < *b*), qual deve ser a largura mínima do corredor para que a mesa possa ser empurrada através dele?



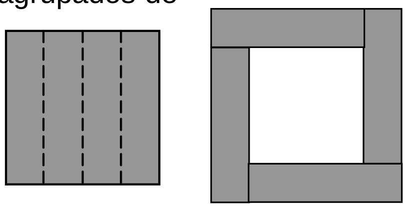
A) *a* + *b* **B)** $(a+b)\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C)** $(a+b)\frac{\sqrt{2}}{4}$ **D)** $(2a+b)\frac{\sqrt{2}}{4}$ **E)** $(a+2b)\frac{\sqrt{2}}{4}$

16- (OBM) Em um triângulo ABC foi traçada a altura AH. Sejam M e N pontos sobre os lados AB e AC, respectivamente, tais que HM é perpendicular a AB e HN é perpendicular a AC. Achar MN, sabendo que o perímetro do triângulo órtico do triângulo ABC é igual a 10.

Observação: o triângulo órtico de um triângulo é aquele cujos vértices são as interseções das alturas do triângulo com os respectivos lados. Pode-se demonstrar que o incentro (encontro das bissetrizes) do triângulo órtico é sempre igual ao ortocentro (encontro das alturas) do triângulo original.

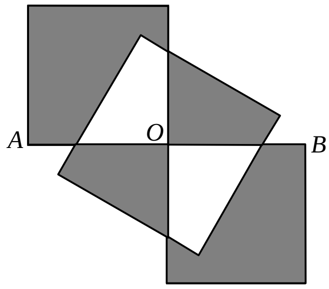
A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

17- (OBM) Um quadrado de área 1 foi dividido em 4 retângulos congruentes, conforme indicado no desenho à esquerda. Em seguida, os quatro retângulos foram reagrupados de maneira a formar um quadrado, com um buraco quadrado no centro, conforme indica o desenho à direita. A área do buraco é igual a:



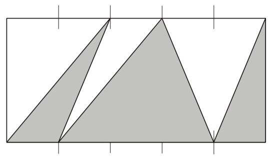
A) $\frac{1}{2}$ **B)** $\frac{9}{16}$ **C)** $\frac{16}{25}$ **D)** $\frac{3}{4}$ **E)** 1

18- (OBM) O desenho à direita representa dois quadrados menores congruentes de lado 20 e um quadrado maior. O vértice *O* é o único ponto comum aos dois quadrados menores e é o centro do quadrado maior. Os vértices *A*, *O* e *B* estão alinhados e a área da região do quadrado maior não pintada é igual a 36% da área de toda a região pintada. Qual é a área do quadrado maior?



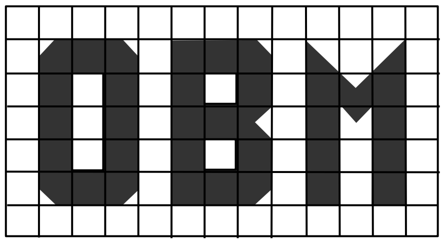
A) 420 **B)** 496 **C)** 576 **D)** 640 **E)** 900

19- (OBM) Se a área do retângulo dado é 12, qual é a área da figura sombreada?



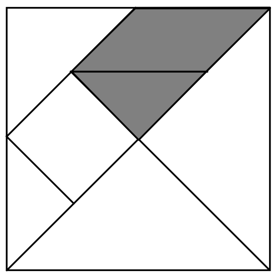
A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 8

20- (OBM) No quadriculado ao lado, cada quadradinho tem 1 cm^2. Os segmentos inclinados ligam pontos médios dos lados dos quadradinhos ou um vértice ao centro de um quadradinho. Qual é a área ocupada pela sigla OBM, em cm^2?



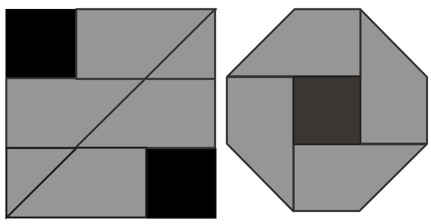
A) 28 **B)** 32 **C)** 33 **D)** 34 **E)** 35

21- (OBM) A figura a seguir representa um Tangram, quebra-cabeças chinês formado por 5 triângulos, 1 paralelogramo e 1 quadrado. Sabendo que a área do Tangram a seguir é 64 cm^2, qual é a área, em cm^2, da região sombreada?



A) 7,6 **B)** 8 **C)** 10,6 **D)** 12 **E)** 21,3

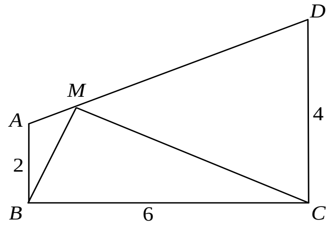
6. Traçando segmentos, podemos dividir um quadrado em dois quadradinhos congruentes, quatro trapézios congruentes e dois triângulos congruentes, conforme indica o desenho abaixo, à esquerda. Eliminando algumas dessas partes, podemos montar o octógono representado à direita. Que fração da área do quadrado foi eliminada?



A) $\frac{1}{9}$ **B)** $\frac{2}{9}$ **C)** $\frac{1}{4}$ **D)** $\frac{1}{3}$ **E)** $\frac{3}{8}$

8. No desenho ao lado, os segmentos AB e CD são perpendiculares ao segmento BC. Sabendo que o ponto *M* pertence ao segmento AD e que o triângulo *BMC* é retângulo não isósceles, qual é a área do triângulo *ABM* ?

A) 1 **B)** $\frac{6}{5}$ **C)** $\frac{7}{5}$ **D)** $\frac{8}{5}$ **E)** $\frac{9}{5}$



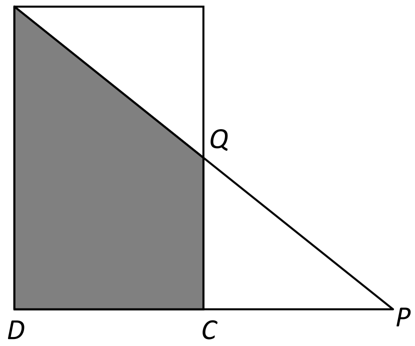
7. Em um trapézio *ABCD* de área 1, a base *BC* mede a metade da base *AD*. Seja *K* o ponto médio da diagonal *AC*. A reta *DK* corta o lado *AB* no ponto *L*. A área do quadrilátero *BCKL* é igual a:

A) $\frac{3}{4}$ **B)** $\frac{2}{3}$ **C)** $\frac{1}{3}$ **D)** $\frac{2}{9}$ **E)** $\frac{1}{9}$

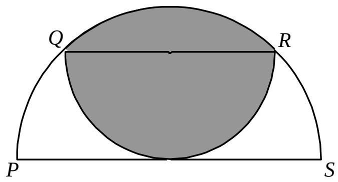
22- (OBM) Na figura, P é um ponto da reta CD. A região cinza é comum ao retângulo ABCD e ao triângulo ADP.

Se AB = 5 cm, AD = 8 cm e a área da região cinza é $\frac{3}{4}$ da área do retângulo, quanto vale a distância PC?

A) 1 cm B) 2 cm C) 3 cm
D) 4 cm E) 5 cm

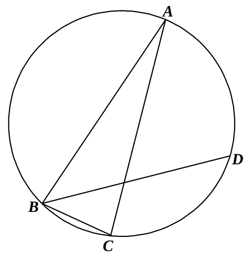


CIRCUNFERÊNCIA



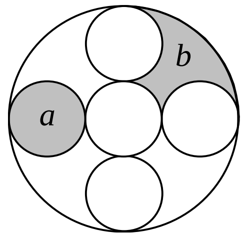
23- (OBM) Na figura temos dois semicírculos de diâmetros *PS*, de medida 4, e *QR*, paralelo a *PS*. Além disso, o semicírculo menor é tangente a *PS* em *O*. Qual é a área destacada?

A) 2Л – 2 **B)** 3 Л **C)** Л **D)** 4 **E)** 2 Л – 4



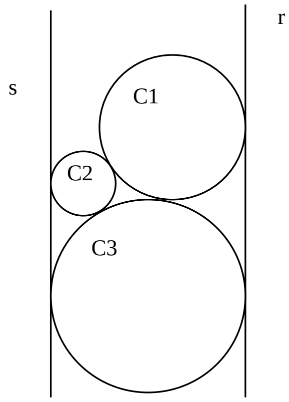
24- (OBM) Na circunferência ao lado, temos que: *AB* = 4, *BC* = 2, *AC* é diâmetro e os ângulos $A\hat{B}D$ e $C\hat{B}D$ são iguais. Qual é o valor de *BD*?

A) $2\sqrt{3}+1$ **B)** $\frac{9}{\sqrt{5}}$ **C)** $3\sqrt{2}$ **D)** $2+\sqrt{5}$ **E)** 4



25- (OBM) Na figura, todas as circunferências menores têm o mesmo raio *r* e os centros das circunferências que tocam a circunferência maior são vértices de um quadrado. Sejam *a* e *b* as áreas cinzas indicadas na figura. Então a razão $\frac{a}{b}$ é igual a:

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2



26- (OBM) Dois pontos *A* e *B* de um plano α estão a 8 unidades de distância. Quantas retas do plano α estão a 2 unidades de *A* e 3 unidades de *B*?

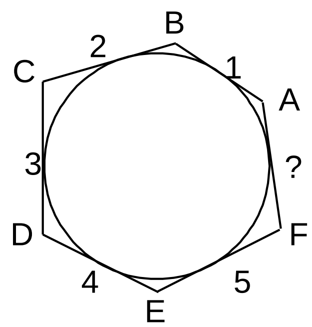
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

27- (OBM) Na A figura abaixo mostra duas retas paralelas *r* e *s*. A reta *r* é tangente às circunferências *C*1 e *C*3, a reta *s* é tangente às circunferências *C*2 e *C*3 e as circunferências tocam-se como também mostra a figura. As circunferências *C*1 e *C*2 têm raios *a* e *b*, respectivamente. Qual é o raio da circunferência *C*3?

A) $2\sqrt{a^2+b^2}$ B) *a* + *b* C) $2\sqrt{ab}$ D) $\frac{4ab}{a+b}$ E) 2*b* – *a*

28- (OBM) Dado um triângulo ABC de lados AB = 3, BC = 4 e AC = 5. Sejam R1 e R2, respectivamente, os raios da circunferência inscrita e da circunferência com centro sobre o lado BC que passa por B e é tangente ao lado AC. A razão $\frac{R_1}{R_2}$ vale:

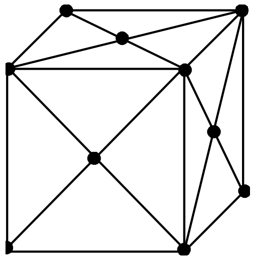
A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{8}{9}$ E) $\frac{4}{5}$



29- (OBM) O hexágono *ABCDEF* é circunscritível. Se *AB* = 1, *BC* = 2, *CD* = 3, *DE* = 4 e *EF* = 5, quanto mede *FA*? (desenho acima)

A) 1 **B)** 3 **C)** 15/8 **D)** 6 **E)** 9

GEOMETRIA ESPACIAL E ANALÍTICA

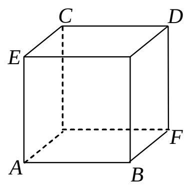


30- (OBM) A figura mostra um cubo de aresta 1 no qual todas as doze diagonais de face foram desenhadas. Com isso, criou-se uma rede com 14 vértices (os 8 vértices do cubo e os 6 centros de faces) e 36 arestas (as 12 arestas do cubo e mais 4 sobre cada uma das 6 faces). Qual é o comprimento do menor caminho que é formado por arestas da rede e que passa por todos os 14 vértices?

A) $1+6\sqrt{2}$ B) $4+2\sqrt{2}$ C) 6 D) $8+6\sqrt{2}$ E) $12+12\sqrt{2}$

31- (OBM) A Revolução Francesa, em 1789, trouxe muitas mudanças na humanidade. Em 1791, após a Revolução Francesa, a Academia Francesa de Ciências propôs um novo sistema de medidas. Esse sistema era baseado numa medida "natural" de comprimento, chamada *metro*, que foi definida como um décimo de milionésimo da distância do Pólo Norte ao Equador, medida em torno da circunferência do meridiano que passa por Paris. Tal sistema foi efetivamente adotado em 1795. A definição atual do metro é diferente mas o valor é aproximadamente o mesmo. Considerando os fatos acima, qual é a ordem de grandeza do volume do planeta Terra, em metros cúbicos? Obs.: Nesta questão você pode querer utilizar a fórmula do volume *V* da esfera, $V=\frac{4}{3}\pi R^3$, onde *R* é o raio da esfera.

A) 10^{16} B) 10^{21} C) 10^{26} D) 10^{31} E) 10^{36}



32- (OBM) Um cubo de aresta 1 é cortado em quatro regiões por dois planos: um deles contém as arestas *AB* e *CD* e o outro contém as arestas *AE* e *DF*. Qual é o volume da(s) maior(es) das quatro regiões?

A) $\frac{1}{4}$ **B)** $\frac{1}{3}$ **C)** $\frac{\sqrt{2}}{4}$ **D)** $\frac{3}{8}$ **E)** $\frac{1}{2}$

33- (OBM) Uma das faces de um poliedro é um hexágono regular. Qual é a quantidade mínima de arestas que esse poliedro pode ter?

A) 7 **B)** 9 **C)** 12 **D)** 15 **E)** 18

34- (OBM) Uma ampulheta é formada por dois cones idênticos. Inicialmente, o cone superior está cheio de areia e o cone inferior está vazio. A areia flui do cone superior para o inferior com vazão constante. O cone superior se esvazia em exatamente uma hora e meia. Quanto tempo demora até que a altura da areia no cone inferior seja metade da altura da areia no cone superior?

A) 30min **B)** 10h **C)** 1h03min20s **D)** 1h10min12s **E)** 1h14min30s

35- (OBM) O brinquedo favorito de Cícero é um cone reto de vidro com 5 cm de altura. Cícero encheu o cone com areia até a altura de 3 cm, como mostrado na figura 1. Em seguida, Cícero fechou a base do cone e virou-o de cabeça para baixo, como indicado na figura 2. A que altura da base do cone, em cm, ficou a marca de areia?

A) 1 **B)** 2 **C)** $5-\sqrt[3]{98}$ **D)** $\sqrt[3]{98}$ **E)** $1-\frac{\sqrt[3]{98}}{5}$

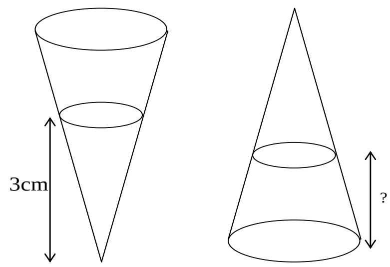
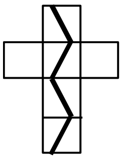
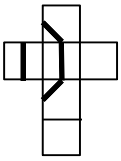
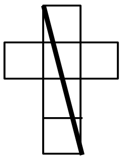
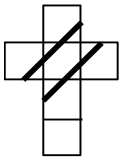
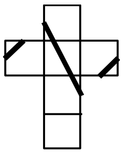


Figura 1 Figura 2

36- (OBM) Somente uma das figuras a seguir representa a planificação de um cubo na qual está destacada a sua interseção com um plano. Qual?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

37- (OBM) Qual é o menor valor que a expressão $\sqrt{x^2+1}+\sqrt{(y-x)^2+4}+\sqrt{(z-y)^2+1}+\sqrt{(10-z)^2+9}$ pode assumir, sendo *x*, *y* e *z* reais?

A) 7 **B)** 13 **C)** $4+\sqrt{109}$ **D)** $3+\sqrt{2}+\sqrt{90}$ **E)** $\sqrt{149}$

38- (OBM) Iniciando com o par (2048, 1024), podemos aplicar quantas vezes quisermos a operação que transforma o par (a, b) no par $\left(\frac{3a+b}{4}, \frac{a+3b}{4}\right)$, então, dentre os seguintes pares:
(1664, 1408) ; (1540, 1532) ;(1792, 1282) ;(1537, 1535) ;(1546, 1526)

A) Todos podem ser obtidos.
B) Apenas o par 4 não pode ser obtido.
C) Apenas o par 3 não pode ser obtido.
D) Existem exatamente dois pares que não podem ser obtidos.
E) Existem mais de dois pares que não podem ser obtidos.

SISTEMAS

39- (OBM) Um time de futebol ganhou 8 jogos mais do que perdeu e empatou 3 jogos menos do que ganhou, em 31 partidas jogadas. Quantas partidas o time venceu?

A) 11 B) 14 C) 15 D) 17 E) 23

40- (OBM) Os alunos de uma escola participaram de uma excursão, para a qual dois ônibus foram contratados. Quando os ônibus chegaram, 57 alunos entraram no primeiro ônibus e apenas 31 no segundo. Quantos alunos devem passar do primeiro para o segundo ônibus para que a mesma quantidade de alunos seja transportada nos dois ônibus?

A) 8 B) 13 C) 16 D) 26 E) 31

41- (OBM) No planeta Z todos os habitantes possuem 3 pernas e cada carro possui 5 rodas. Em uma pequena cidade desse planeta, existem ao todo 97 pernas e rodas. Então podemos afirmar:

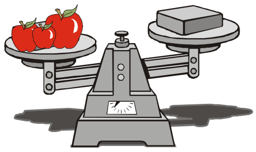
A) É possível que existam 19 carros nessa cidade

B) Existem no máximo 16 carros nessa cidade

C) Essa cidade tem 9 habitantes e 14 carros

D) Essa cidade possui no máximo 17 carros

E) Nessa cidade existem mais carros do que pessoas



42- (OBM) Marcos quer pesar três maças numa balança de dois pratos, mas ele dispõe de apenas um bloco de 200 gramas. Observando o equilíbrio na balança, ele observa que a maçã maior tem o mesmo peso que as outras duas maçãs juntas; o bloco e a maçã menor pesam tanto quanto as outras duas maçãs juntas; a maçã maior junto com a menor pesam tanto quanto bloco. O peso total das três maçãs é:

A) 250 g B) 300 g C) 350 g D) 400 g E) 450 g

43- (OBM) Numa seqüência, cada termo, a partir do terceiro, é a soma dos dois termos anteriores mais próximos. O segundo termo é igual a 1 e o quinto termo vale 2005. Qual é o sexto termo?

A) 3 002 B) 3 008 C) 3 010 D) 4 002 E) 5 004

44- (OBM) Três anos atrás, a população de Pirajussaraí era igual à população que Tucupira tem hoje. De lá para cá, a população de Pirajussaraí não mudou mas a população de Tucupira cresceu 50%. Atualmente, as duas cidades somam 9000 habitantes. Há três anos, qual era a soma das duas populações?

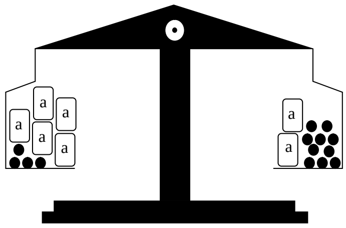
A) 3 600 B) 4 500 C) 5 000 D) 6 000 E) 7 500

45- (OBM) João disse para Maria: "Se eu lhe der um quarto do que tenho, você ficará com metade do que vai me sobrar". Maria acrescentou: "E eu lhe daria 5 reais, se lhe desse a metade do que tenho". Juntos, os dois possuem:

A) 80 reais B) 90 reais C) 100 reais D) 120 reais E) 130 reais

46- (OBM) Numa festa típica, cada prato de arroz foi servido para duas pessoas, cada prato de maionese para três pessoas, cada prato de carne servia quatro pessoas e cada prato de doces dava exatamente para cinco pessoas. Foram utilizados 77 pratos e todas as pessoas se serviram de todos os pratos oferecidos. Quantas pessoas havia na festa?

A) 20 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75



47- (OBM) Na balança a seguir temos pesadas bolas de chumbo, todas iguais, e leves saquinhos de plástico, todos com a mesma quantidade de bolinhas, iguais às que estão fora dos mesmos. Quantas bolinhas há em cada saquinho?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 5 **E)** 6

48- (OBM) 2 melancias custam o mesmo que 9 laranjas mais 6 bananas; além disso, meia dúzia de bananas custa a metade de uma melancia. Portanto, o preço pago por uma dúzia de laranjas e uma dúzia de bananas é igual ao preço de:

A) 3 melancias B) 4 melancias C) 6 melancias D) 5 melancias E) 2 melancias

49- (OBM) Em Tumbólia, um quilograma de moedas de 50 centavos equivale em dinheiro a dois quilogramas de moedas de 20 centavos. Sendo 8 gramas o peso de uma moeda de 20 centavos, uma moeda de 50 centavos pesará:

A) 15 gramas B) 10 gramas C) 12 gramas
D) 20 gramas E) 22 gramas

50- (OBM) Ronaldo, sempre que pode, guarda moedas de 50 centavos ou 1 real. Atualmente, ele tem 100 moedas, num total de 76 reais. Quantas moedas de um valor ele tem a mais do que a de outro valor ?

A) 48 B) 4 C) 8 D) 52 E) 96

51- (OBM) No fim de 1994, Neto tinha a metade da idade de sua avó. A soma dos anos de nascimento dos dois é 3844. Quantos anos Neto completa em 2006?

A) 55 B) 56 C) 60 D) 62 E) 108

52- (OBM) Há 18 anos Hélio tinha precisamente três vezes a idade de seu filho. Agora tem o dobro da idade desse filho. Quantos anos têm Hélio e seu filho?

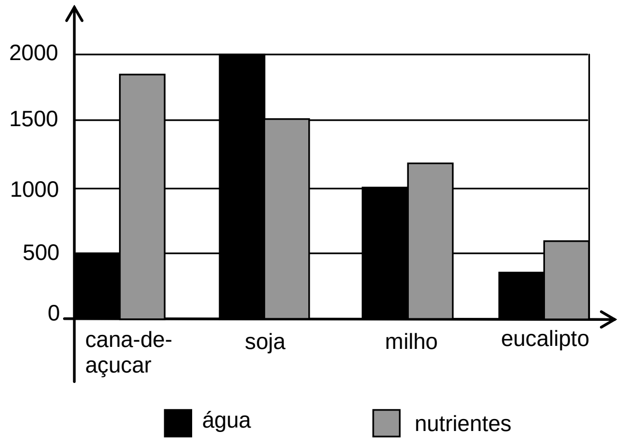
A) 72 anos e 36 anos. B) 36 anos e 18 anos. C) 40 anos e 20 anos.
D) 50 anos e 25 anos. E) 38 anos e 19 anos.

53- (OBM) Em uma certa cidade, a razão entre o número de homens e mulheres é 2 : 3 e entre o número de mulheres e crianças é 8 : 1. A razão entre o número de adultos e crianças é:

A) 5 : 1 B) 16 : 1 C) 12 : 1 D) 40 : 3 E) 13 : 1

GRÁFICOS

54- (OBM) O gráfico a seguir apresenta informações sobre o impacto causado por 4 tipos de monocultura ao solo. Para cada tipo de monocultura, o gráfico mostra a quantidade de água, em litros, e a de nutrientes (nitrogênio, fósforo e potássio), em quilogramas, consumidos por hectare para a produção de 1kg de grãos de soja ou 1kg de milho ou 1kg de açúcar ou 1kg de madeira de eucalipto. Sobre essas monoculturas, pode-se afirmar que:



A) O eucalipto precisa de cerca de 1/3 da massa de nutrientes necessários de que a cana-de-açúcar precisa para se desenvolver.

B) O eucalipto é a que mais seca e empobrece o solo, causando desequilíbrio ambiental.

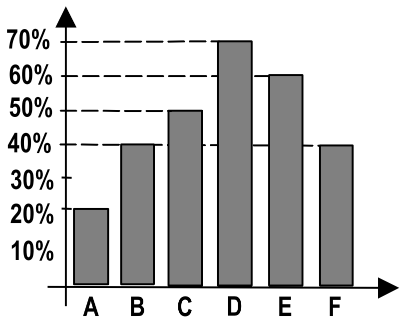
C) A soja é cultura que mais precisa de nutrientes.

D) O milho precisa do dobro do volume de água de que precisa a soja.

E) A cana-de-açúcar é a que necessita do ambiente mais úmido para crescer.

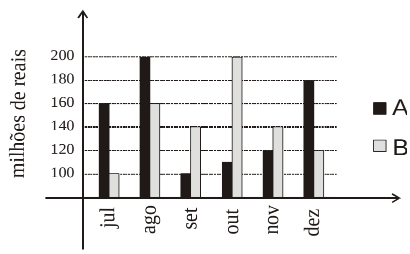
55- (OBM) O gráfico ao lado mostra o percentual de acertos numa prova de 60 testes de seis candidatos finalistas de um concurso. Qual foi o número médio de questões erradas por esses candidatos nessa prova?

A) 14 **B)** 24 **C)** 30 **D)** 32
E) 40

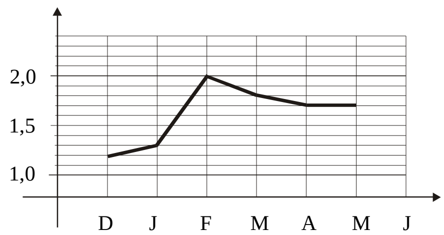


56- (OBM) O gráfico abaixo mostra o *faturamento* mensal das empresas A e B no segundo semestre de 2001.
Com base nesse gráfico, podemos afirmar que:

A) houve um mês em que o faturamento da empresa A foi o dobro do faturamento da empresa B.
B) no mês de julho, a diferença de faturamentos foi maior que nos demais meses.
C) a empresa B foi a que sofreu a maior queda de faturamento entre dois meses consecutivos.
D) no semestre, o faturamento total de A foi maior que o de B.
E) a diferença entre os faturamentos totais do semestre excedeu os 20 milhões de reais.



57- (OBM) O gráfico abaixo mostra o valor *aproximado* do dólar em reais no dia 15 dos últimos 6 meses.
Marcelo comprou um carro usando um sistema de financiamento chamado *leasing corrigido pela variação do dólar* e suas prestações vencem exatamente no dia 15 de cada mês. Em dezembro, Marcelo pagou R$ 600,00 de prestação. Com base na tabela, podemos dizer que em maio a prestação foi de:



A) R$ 700,00 B) R$ 850,00 C) R$ 650,00 D) R$ 900,00 E) R$ 800,00

EXERCÍCIOS EXTRAS

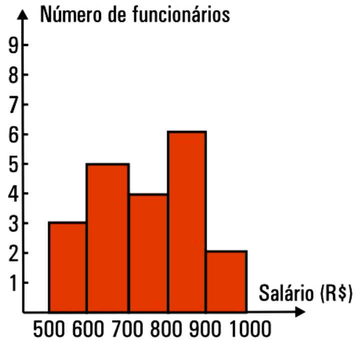
04) O gráfico abaixo mostra a distribuição de frequência das notas obtidas pelos alunos da 2ª série do ensino médio numa prova de Educação Física.

Determine:

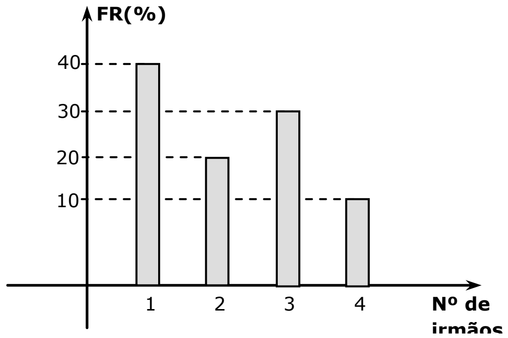
c) a nota média desses alunos.

d) a moda dessa distribuição.

05) O histograma mostra a distribuição salarial (em reais) dos funcionários de uma firma. Calcule o salário médio e a moda da distribuição.



06) O gráfico a seguir mostra a distribuição percentual dos 20 alunos de uma classe em relação ao número de irmãos que possuem:



Com base no gráfico, quantos alunos possuem 2 irmãos?

a) 20 alunos

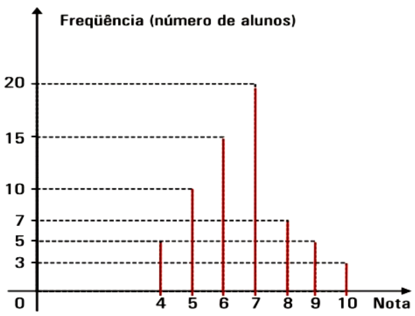
b) 2 alunos

c) 4 alunos

d) 6 alunos

e) 10 alunos

04) (UFRJ) O gráfico mostra a distribuição de uma prova de matemática.



a) Quantos alunos fizeram a prova?

b) Sendo x_1, x_2, x_3, ..., x_n as notas obtidas pelos *n* alunos nessa prova (*n* é o número de alunos que fizeram a prova), determine o número , denominado média aritmética das notas dessa prova.

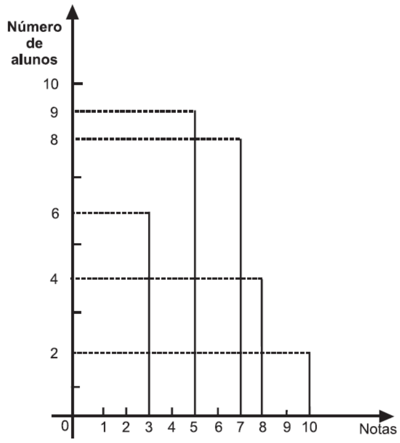
MÉDIAS

05) Nos 12 meses de 2002, uma delegacia registrou:

4 3 5 5 10 8 9 6 3 4 8 7

assaltos a mão armada. Calcule a média, isto é, o numero médio de assalto por mês.
b) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

06) Entre sessenta números, vinte são iguais a 5, dez são iguais a 6, quinze são iguais a 8, dez são iguais a 12, e cinco são iguais a 16. Determine a média aritmética desses números.



07) Quatro funcionários A, B, C e D de uma empresa têm respectivamente 8, 6, 10 e 16 anos de trabalho nessa empresa. O funcionário A recebeu um prêmio de R$ 500,00 por ano de casa; B recebeu um prêmio de R$ 600,00 por ano de casa; e C e D receberam, cada um, R$ 800,00 de prêmio por ano de casa. Qual foi o prêmio médio recebido por ano de casa por esses funcionários?

08) As classes A, B e C da segunda série do ensino médio tiveram respectivamente as seguintes médias na prova de matemática: 6,5; 6,0 e 7,0. Sabendo que a classe A é formada por 28 alunos, B é formada por 25 alunos e C, por 22 alunos, calcule a nota média de todos os 75 alunos.

09) (FAAP-SP) Nas eleições em 1º turno em todo o país, no dia 3 de outubro de 1996, inaugurou-se o voto eletrônico. Numa determinada seção eleitoral, cinco eleitores demoraram para votar, respectivamente: 1min 04s, 1min 32s, 1min 12s, 1min 52s e 1min 40s. A média aritmética do tempo de votação (em minutos e segundos) desses eleitores é:

a) 1 min 28s **d)** 1 min 04s
b) 1min 58 **e)** 2 min 04s
c) 1 min.

ANEXO 4 - AULAS DO NÍVEL 1 EM 2012

SUMÁRIO

ALUNO: ____ AULA 01

OPERAÇÕES BÁSICAS

01. (OBMEP) Qual é o número obtido calculando 2005 – 205 + 25 – 2?

A) 1 773 **B)** 1 823 **C)** 1 827

D) 1 873 **E)** 2 237

02. (OBMEP) Quanto é 99 + 999 + 9 999?

A) 10 997 **B)** 11 007 **C)** 11 097

D) 99 997 **E)** 99 999

03. (OBMEP) Aninha nasceu com 3,250 quilos. A figura mostra Aninha sendo pesada com um mês de idade. Quanto ela engordou, em gramas, em seu primeiro mês de vida?

A) 550 **B)** 650 **C)** 750

D) 850 **E)** 950

04. (OBMEP) Pedro Américo e Cândido Portinari foram grandes pintores brasileiros e Leonardo da Vinci foi um notável artista italiano. Pedro Américo nasceu em 1843. Já Leonardo nasceu 391 anos antes de Pedro Américo e 451 anos antes de Portinari.

Em que ano Portinari nasceu?

A) 1903 **B)** 1904 **C)** 1905

D) 1906 **E)** 1907

05. (OBMEP) Marina, ao comprar uma blusa de R$ 17,00, enganou-se e deu ao vendedor uma nota de R$ 10,00 e outra de R$ 50,00. O vendedor, distraído, deu o troco como se Marina lhe tivesse dado duas notas de R$ 10,00. Qual foi o prejuízo de Marina?

A) R$ 13,00 **B)** R$ 37,00 **C)** R$ 40,00

D) R$ 47,00 **E)** R$ 50,00

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

06. (OBMEP) Na adição ao lado, o símbolo ♣ representa um mesmo algarismo. Qual é o valor de ♣ x ♣ + ♣?

$$\begin{array}{r} 4\clubsuit 7 \\ +\ \ 8\,9\,5 \\ \hline 1\clubsuit\clubsuit 2 \end{array}$$

A) 6 **B)** 12

C) 20 **D)** 30

E) 42

07. (OBMEP) Davi estava fazendo uma conta no caderno quando sua caneta estragou e borrou quatro algarismos, como na figura. Ele se lembra que só havia algarismos ímpares na conta. Qual é a soma dos algarismos manchados?

A) 14 **B)** 18 **C)** 20

D) 26 **E)** 28

08. (OBMEP) Cada um dos símbolos □ e Δ representa um único algarismo. Se a multiplicação indicada ao lado está correta, então o valor de □ × Δ é

$$\begin{array}{r} \square\ 2\ \square \\ \times\quad\ \ \square \\ \hline \Delta\ 6\ \Delta \end{array}$$

A) 12 **B)** 15 **C)** 27

D) 39 **E)** 45

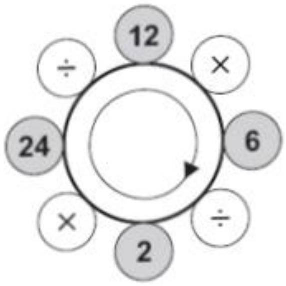
09. (OBMEP) Ao lado vemos uma velha bomba de gasolina que não mostra os algarismos em duas posições. Na situação da figura, qual é a soma desses dois algarismos?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4
D) 6 **E)** 7

10. (OBMEP) Sabendo que 987 × 154 = 151 998 podemos concluir que 9870 × 1,54 é igual a

A) 15,1998 **B)** 1 519,98 **C)** 15 199,8 **D)** 151 998 **E)** 1 519 980

11. (OBMEP) Partindo do número 2 na figura e fazendo as quatro contas no sentido da flecha o resultado é 12, porque 2× 24 = 48 , 48 ÷12 = 4 , 4× 6 = 24 e 24 ÷ 2 = 12 . Se fizermos a mesma coisa partindo do maior número que aparece na figura, qual será o resultado?

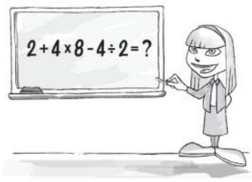


A) 18 **B)** 32
C) 64 **D)** 72
E) 144

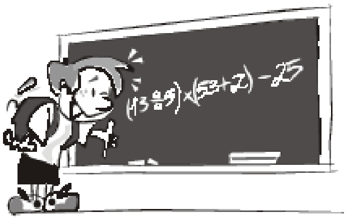
EXPRESSÕES NUMÉRICAS

12. (OBMEP) Qual é o resultado de 2 + 4 × 8 − 4 ÷ 2 ?

A) 9 **B)** 12 **C)** 22 **D)** 32 **E)** 46



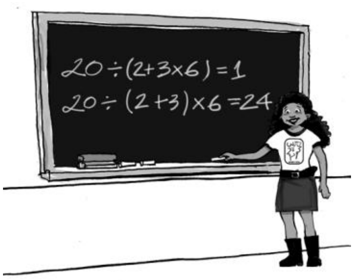
13. (OBMEP) Uma professora de Matemática escreveu uma expressão no quadro-negro e precisou sair da sala antes de resolvê-la com os alunos. Na ausência da professora, Carlos, muito brincalhão, foi ao quadronegro e trocou todos os algarismos 3 por 5, os 5 por 3, o sinal de + pelo de × e o de × pelo de +, e a expressão passou a ser **(13 ÷ 5) × (53 + 2) − 25**. Qual é o resultado da expressão que a professora escreveu?



A) 22 **B)** 32
C) 42 **D)** 52
E) 62

14. (OBMEP) Qual das expressões abaixo tem como resultado um número ímpar?

A) 7 x 5 x 11 x 13 x 2 **B)** (2005 - 2003) x (2004 + 2003)
C) 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 **D)** $5^2 + 3^2$
E) 3 x 5 + 7 x 9 + 11 x 13



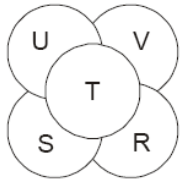
15. (OBMEP) Podemos colocar de várias maneiras um par de parênteses na expressão **20 ÷ 2 + 3 x 6**, como, por exemplo, **20 ÷(2 + 3 x 6) = 1** e **20 ÷ (2 + 3) x 6** = **24** . Qual é o maior valor que se pode obter desse modo?

A) 24 **B)** 28 **C)** 30 **D)** 78 **E)** 138

ALUNO: ____ AULA 02

MANIPULAÇÕES GEOMÉTRICAS

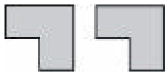
16. (OBMEP) Cinco discos de papelão foram colocados um a um sobre uma mesa, conforme mostra a figura. Em que ordem os discos foram colocados na mesa?



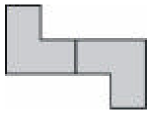
A) V, R, S, U, T **B)** U, R, V, S, T

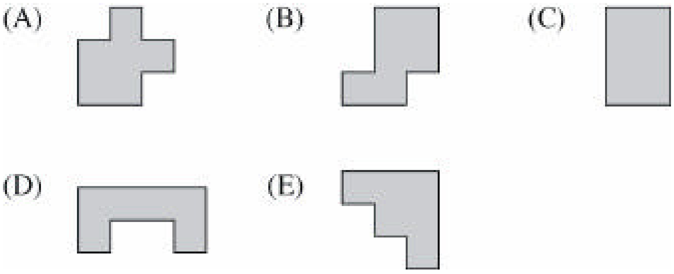
C) R, S, U, V, T **D)** T, U, R, V, S

E) V, R, U, S, T

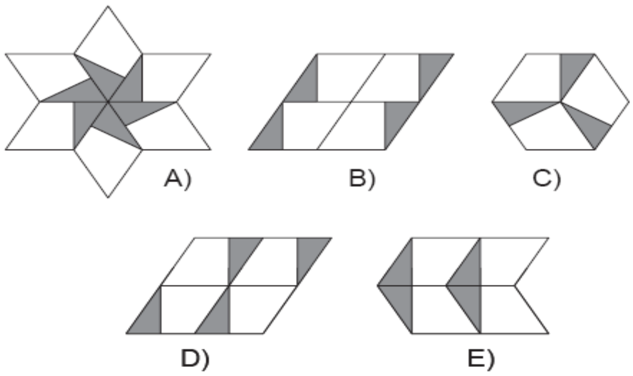
17. (OBMEP) As duas peças de madeira a seguir são iguais. 

Pode-se juntar essas duas peças para formar uma peça maior, como mostra o seguinte exemplo. Qual das figuras abaixo representa uma peça que **NÃO** pode ser formada com as duas peças dadas?

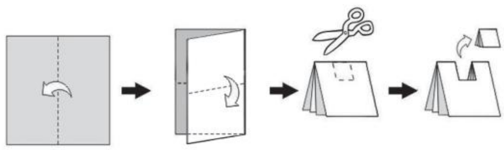




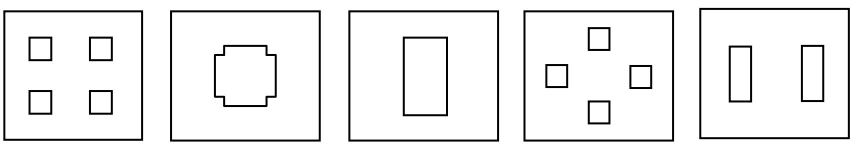
18. (OBMEP) A figura  mostra a superfície pintada de um azulejo em forma de losango. Dos cinco padrões abaixo, apenas um **não** pode ser montado com cópias desse azulejo. Qual é esse padrão?



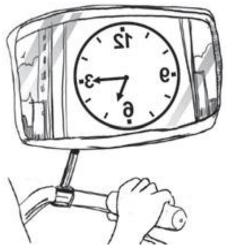
19. (OBMEP) Joãozinho dobrou duas vezes uma folha de papel quadrada, branca de um lado e cinza do outro, e depois recortou um quadradinho, como na figura. Qual das figuras abaixo ele encontrou quando desdobrou completamente a folha?



A) **B)** **C)** **D)** **E)**



20. (OBMEP) Benjamim passava pela praça de Quixajuba, quando viu o relógio da praça pelo espelho da bicicleta, como na figura. Que horas o relógio estava marcando?



A) 5h 15min **B)** 5h 45min

C) 6h 15min **D)** 6h 45min

E) 7h 45min

21. (OBMEP) A figura 1 mostra uma peça feita com quadradinhos. Com duas cópias dessa peça podemos construir um retângulo, como na figura 2. Com duas peças idênticas a cada uma das que aparecem nas alternativas também é possível montar um retângulo, **com exceção de uma delas**. Qual é essa peça?

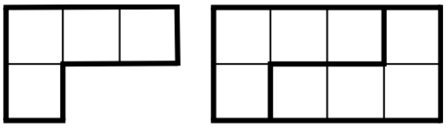
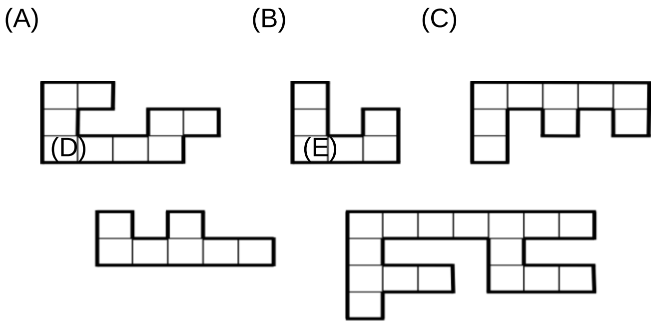
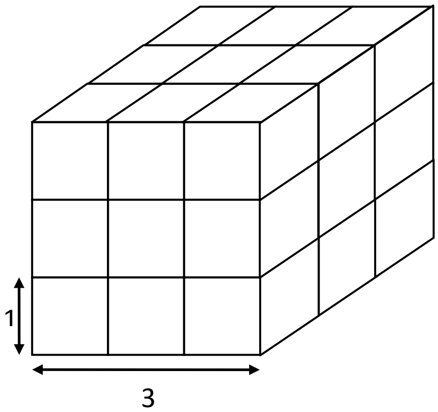


Figura 1 **Figura 2**

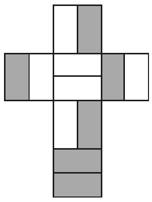


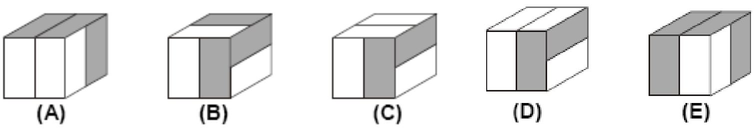
22. (OBMEP) Um cubo de madeira tem 3 cm de aresta. Duas faces opostas foram pintadas de amarelo e as outras quatro faces foram pintadas de verde. Em seguida o cubo foi serrado em 27 cubinhos de 1 cm de aresta, conforme indicado no desenho. Quantos cubinhos têm faces pintadas com as duas cores?



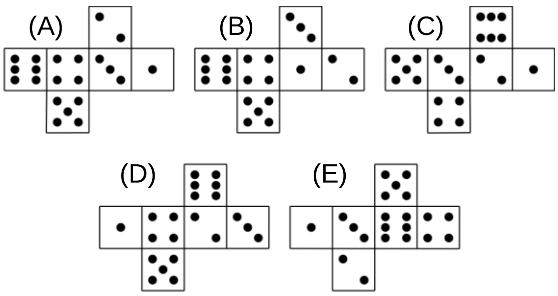
A) 16 **B)** 18 **C)** 20 **D)** 22 **E)** 24

23. (OBMEP) Para montar um cubo, Guilherme recortou um pedaço de cartolina branca e pintou de cinza algumas partes, como na figura ao lado. Qual das figuras abaixo representa o cubo construído por Guilherme?

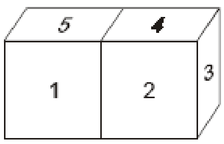




24. (OBMEP) Com as figuras mostradas ao lado podemos montar cinco dados diferentes. Com qual delas podemos montar um dado no qual a soma do número de pontos em quaisquer duas faces opostas é 7?



Em um dado a soma dos números de duas faces opostas é sempre 7. Dois dados iguais foram colados como na figura. Qual é a soma dos números que estão nas faces coladas?

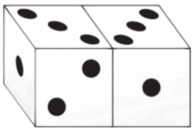


A) 8 **B)** 9

C) 10 **D)** 11

E) 12

25. (OBMEP) As doze faces de dois cubos foram marcadas com números de 1 a 12, de modo que a soma dos números de duas faces opostas em qualquer um dos cubos é sempre a mesma. Joãozinho colou duas faces com números pares, obtendo a figura ao lado. Qual o produto dos números das faces coladas?

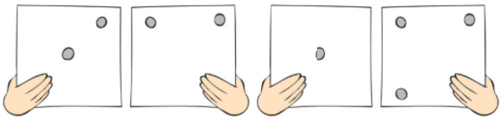


A) 42 **B)** 48

C) 60 **D)** 70

E) 72

26. (OBMEP) Jorginho desenhou bolinhas na frente e no verso de um cartão. Ocultando parte do cartão com sua mão, ele mostrou duas vezes a frente e duas vezes o verso, como na figura. Quantas bolinhas ele desenhou?

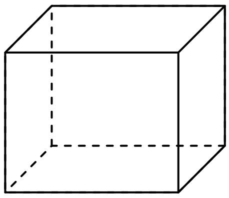


A) 3 **B)** 4

C) 5 **D)** 6

E) 8

27. (OBMEP) Mário montou um cubo com doze varetas iguais e quer pintá-las de modo que em nenhum vértice se encontrem varetas de cores iguais. Qual é o menor número de cores que ele precisa usar?

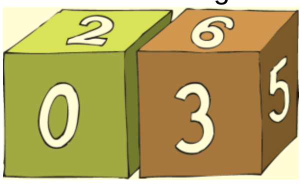


A) 2 **B)** 3

C) 4 **D)** 6

E) 8

28. (OBMEP) Pedro tem dois cubos com faces numeradas, com os quais ele consegue indicar os dias do mês de 01 a 31. Para formar as datas, os cubos são colocados lado a lado e podem ser girados ou trocados de posição. A face com o 6 também é usada para mostrar o 9. Na figura ao lado, os cubos mostram o dia 03. Qual é a soma dos números das quatro faces **não** visíveis no cubo da esquerda?

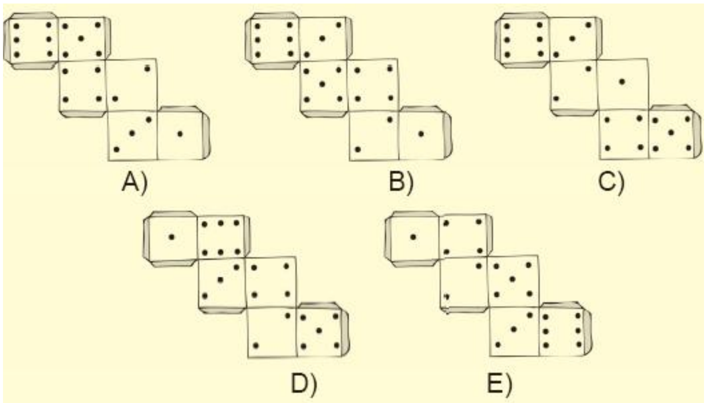


A) 15 **B)** 16

C) 18 **D)** 19

E) 20

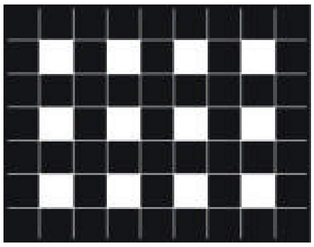
29. (OBMEP) Num dado comum, a soma dos pontos de duas faces opostas é sempre 7. É possível construir um dado comum dobrando e colando uma das peças de papelão a seguir. Que peça é essa?



ALUNO: ____ AULA 03

PROBLEMAS ENVOLVENDO MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

30. (OBMEP) O piso de uma cozinha foi revestido de ladrilhos brancos e pretos, conforme a figura. Cada ladrilho branco custou R$ 2,00 e cada ladrilho preto custou R$ 3,00. Quanto foi gasto na compra dos ladrilhos?



A) R$ 126,00 **B)** R$ 144,00
C) R$ 174,00 **D)** R$ 177,00
E) R$ 189,00

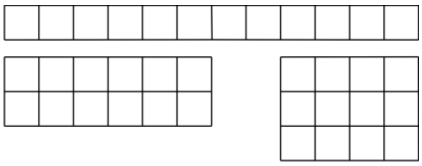
31. (OBMEP) Um bloco de folhas retangulares de papel pesa 2 kg. Outro bloco do mesmo papel tem o mesmo número de folhas que o primeiro, mas suas folhas têm o dobro do comprimento e o triplo da largura. Qual é o peso do segundo bloco?

A) 4 kg **B)** 6 kg
C) 8 kg **D)** 10 kg
E) 12 kg

32. (OBMEP) Um time ganha 3 pontos por vitória, 1 ponto por empate e nenhum ponto em caso de derrota. Até hoje cada time já disputou 20 jogos. Se um desses times venceu 8 jogos e perdeu outros 8 jogos, quantos pontos ele tem até agora?

A) 23 **B)** 25
C) 26 **D)** 27
E) 28

33. (OBMEP) A figura mostra os três retângulos diferentes que podem ser construídos com 12 quadradinhos iguais.



Quantos retângulos diferentes podem ser construídos com 60 quadradinhos iguais?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5
D) 6 **E)** 7

34. (OBMEP) Alvimar pagou uma compra de R$ 3,50 com uma nota de R$ 5,00 e recebeu o troco em moedas de R$ 0,25. Quantas moedas ele recebeu?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6
D) 7 **E)** 8

35. (OBMEP) Pedro vende na feira cenouras a R$1,00 por quilo e tomates a R$1,10 por quilo. Certo dia ele se distraiu, trocou os preços entre si, e acabou vendendo 100 quilos de cenoura e 120 quilos de tomate pelos preços trocados. Quanto ele deixou de receber por causa de sua distração?

A) R$ 1,00 **B)** R$ 2,00
C) R$ 4,00 **D)** R$ 5,00
E) R$ 6,00

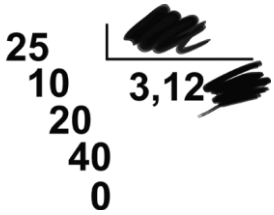
36. (OBMEP) Ana e Beatriz compraram dezoito bombons de mesmo preço. Ana pagou por oito deles e Beatriz pelos outros dez. Na hora do lanche, dividiram os bombons com Cecília e cada uma delas comeu seis. Para dividir igualmente o custo dos bombons, Cecília deveria pagar R$ 1,80 para Ana e Beatriz. Ela pensou em dar R$ 0,80 para Ana e R$ 1,00 para Beatriz, mas percebeu que essa divisão estava errada.Quanto ela deve pagar para Beatriz?

A) R$ 0,90 **B)** R$ 1,10

C) R$ 1,20 **D)** R$ 1,30

E) R$ 1,50

37. (OBMEP) Lucinda manchou com tinta dois algarismos em uma conta que ela tinha feito, como mostra a figura. Qual foi o menor dos algarismos manchados?



A) 4 **B)** 5

C) 6 **D)** 7

E) 8

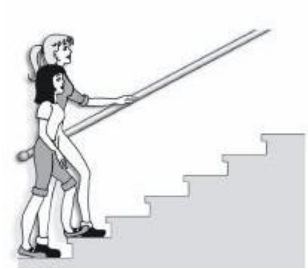
38. (OBMEP) Caio e Sueli começaram, separadamente, a guardar moedas de R$ 1,00 em janeiro de 2004. Todo mês Caio guardava 20 moedas e Sueli guardava 30 moedas. Em julho de 2004 e nos meses seguintes, Caio não guardou mais moedas, enquanto Sueli continuou a guardar 30 por mês. No final de que mês Sueli tinha exatamente o triplo do número de moedas que Caio guardou?

A) agosto **B)** setembro

C) outubro **D)** novembro

E) dezembro

39. (OBMEP) Rosa e Maria começam a subir uma escada de 100 degraus no mesmo instante. Rosa sobe 10 degraus a cada 15 segundos e Maria sobe 10 degraus a cada 20 segundos. Quando uma delas chegar ao último degrau, quanto tempo faltará para a outra completar a subida?

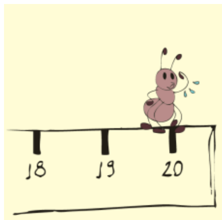


A) meio minuto **B)** 40 segundos

C) 45 segundos **D)** 50 segundos

E) 1 minuto

40. (OBMEP) Uma formiguinha andou sobre a borda de uma régua, da marca de 6 cm até a marca de 20 cm. Ela parou para descansar na metade do caminho. Em que marca ela parou?

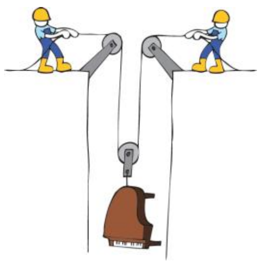


A) 11 cm **B)** 12 cm

C) 13 cm **D)** 14 cm

E) 15 cm

41. (OBMEP) A figura mostra dois homens erguendo um piano com uma corda. Se um dos homens puxar 15 m de corda e o outro puxar 25 m, quantos metros o piano vai subir?



A) 15 **B)** 20

C) 25 **D)** 30

E) 40

42. (OBMEP) Um salão de festas comporta 700 pessoas, entre convidados e garçons. Um garçom atende no máximo 10 convidados e todo convidado deve ser atendido por um garçom. Qual é o número máximo de pessoas que podem ser convidadas para uma festa nesse salão?

A) 584 **B)** 612

C) 624 **D)** 636

E) 646

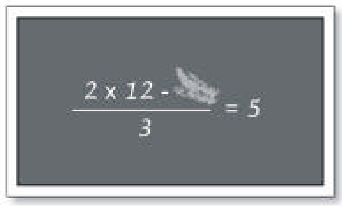
43. (OBMEP) O pé do Maurício tem 26 cm de comprimento. Para saber o número de seu sapato, ele multiplicou essa medida por 5, somou 28 e dividiu tudo por 4, arredondando o resultado para cima. Qual é o número do sapato do Maurício?

A) 38 **B)** 39

C) 40 **D)** 41

E) 42

44. (OBMEP) Margarida viu no quadro-negro algumas anotações da aula anterior, um pouco apagadas, conforme mostra a figura. Qual é o número que foi apagado?



A) 9 **B)** 10

C) 12 **D)** 13

E) 15

45. (OBMEP) Daniela fez uma tabela mostrando a quantidade de água que gastava em algumas de suas atividades domésticas.

Atividade	**Consumo**	**Frequência**
Lavar roupa	**150 litros por lavagem**	**1 vez ao dia**
Tomar um banho de 15minutos	90 litros por banho	1 vez ao dia
Lavar o carro com mangueira	100 litros por lavagem	1 vez na semana

Para economizar água, ela reduziu a lavagem de roupa a 3 vezes por semana, o banho diário a 5 minutos e a lavagem semanal do carro a apenas um balde de 10 litros. Quantos litros de água ela passou a economizar por semana?

A) 1010 **B)** 1110

C) 1210 **D)** 1211

E) 1310

ALUNO: ____ AULA 04

CONTAGEM

46. (OBMEP) O Campeonato 2005 é disputado por 22 times. Cada time enfrenta cada um dos outros duas vezes, uma vez em seu campo e outra no campo do adversário. Quantas partidas serão disputadas por cada time?

A) 40 **B)** 41 **C)** 42

D) 43 **E)** 44

47. (OBMEP) Dois casais de namorados vão sentar-se em um banco de uma praça. Em quantas ordens diferentes os quatro podem sentar-se no banco, de modo que cada namorado fique ao lado de sua namorada?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3

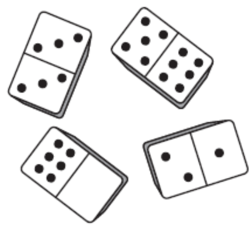
D) 4 **E)** 8

48. (OBMEP) Os bilhetes de uma rifa são numerados de 1 000 a 9 999. Marcelo comprou todos os bilhetes nos quais o algarismo sete aparece exatamente três vezes e o zero não aparece. Quantos bilhetes Marcelo comprou?

A) 32 **B)** 36

C) 45 **D)** 46

E) 48



49. (OBMEP) O jogo de dominó tem 28 peças diferentes. As peças são retangulares e cada uma é dividida em dois quadrados; em cada quadrado aparecem de 0 a 6 bolinhas. Em quantas peças o número total de bolinhas é ímpar?

A) 9 **B)** 10

C) 12 **D)** 21

E) 24

50. (OBMEP) Fábio tem cinco camisas: uma preta de mangas curtas, uma preta de mangas compridas, uma azul, uma cinza e uma branca, e quatro calças: uma preta, uma azul, uma verde e uma marrom. De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir com uma camisa e uma calça de cores distintas?

A) 12 **B)** 15

C) 17 **D)** 18

E) 20

51. (OBMEP) Um torneio de futebol com 57 times será disputado com as seguintes regras:

• Nenhum jogo pode terminar empatado.

• O time que perder duas partidas será eliminado.

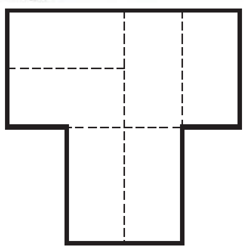
• O torneio termina quando sobrar apenas um time, que será o campeão.

Se o time campeão perder uma vez, quantas partidas serão disputadas no torneio?

A) 56 **B)** 57

C) 58 **D)** 112

E) 113



52. (OBMEP) A figura mostra um polígono em forma de **T** e uma maneira de dividi-lo em retângulos de lados 1 cm e 2 cm. De quantas maneiras distintas, incluindo a da figura, é possível fazer divisões desse tipo?

A) 7 **B)** 9
C) 11 **D)** 13
E) 15

53. (OBMEP) Gabriel comprou uma rosa, um cravo e um lírio e quer dar uma flor para cada uma de suas três amigas. Ele sabe que uma amiga não gosta de cravos, outra não gosta de lírios e a terceira não gosta de rosas. De quantas maneiras ele pode distribuir as flores de modo a agradar às três amigas?

A) 1 **B)** 2
C) 3 **D)** 4
E) 6

54. (OBMEP) Vovô Eduardo comemorou todos os seus aniversários a partir dos 40 anos colocando, no bolo, velinhas em forma de algarismos de 0 a 9 para indicar sua idade. Primeiro ele comprou as velinhas de números 0 e 4. Ele sempre guardou as velinhas para usar nos próximos aniversários, comprando uma nova somente quando não era possível indicar sua idade com as guardadas. Hoje vovô Eduardo tem 85 anos. Quantas velinhas ele comprou até hoje?

A) 10 **B)** 11
C) 13 **D)** 14
E) 16

55. (OBMEP) Um número natural é chamado *número circunflexo* quando:

• ele tem cinco algarismos;
• seus três primeiros algarismos a partir da esquerda estão em ordem crescente;
• seus três últimos algarismos estão em ordem decrescente.

Por exemplo, 13864 e 78952 são números circunflexos, mas 78851 e 79421 não o são. Quantos são os números circunflexos maiores do que 77777?

A) 30 **B)** 36
C) 42 **D)** 48
E) 54

56. (OBMEP) Observe que no tabuleiro 4 x 4 as duas diagonais cortam 8 quadradinhos. Já no tabuleiro 5 x 5, as duas diagonais cortam 9 quadradinhos. Em qual tabuleiro as diagonais cortam 77 quadradinhos?

A) 35 x 35 **B)** 36 x 36
C) 37 x 37 **D)** 38 x 38
E) 39 x 39

57. (OBMEP) Paula iniciou um programa de ginástica no qual os dias de treino são separados por dois dias de descanso. Se o primeiro treino foi em uma segunda-feira, em qual dia da semana cairá o centésimo treino?

A) domingo **B)** segunda-feira
C) terça-feira **D)** quinta-feira
E) sexta-feira

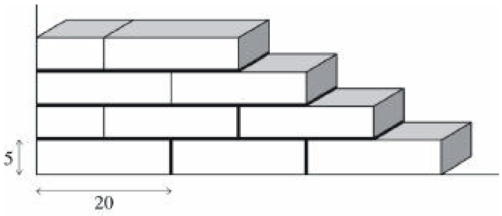
ALUNO: ____ AULA 05

UNIDADES DE COMPRIMENTO

58. (OBMEP) Guilherme está medindo o comprimento de um selo com um pedaço de uma régua, graduada em centímetros, como mostra a figura. Qual é o comprimento do selo?

A) 3 cm **B)** 3,4 cm
C) 3,6 cm **D)** 4 cm
E) 4,4 cm

59. (OBMEP) Valdemar vai construir um muro de 2 m de altura por 7m de comprimento. Ele vai usar tijolos de 5 cm de altura por 20 cm de comprimento unidos por uma fina camada de cimento, conforme indicado na figura. Sabendo que os tijolos são vendidos em milheiros, quantos milheiros Valdemar vai ter que comprar para construir o muro?



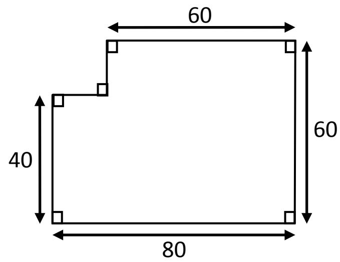
A) 1 **B)** 2
C) 3 **D)** 4
E) 5

60. (OBMEP) A estrada que passa pelas cidades de Quixajuba e Paraqui tem 350 quilômetros. No quilômetro 70 dessa estrada há uma placa indicando *Quixajuba a 92 km*. No quilômetro 290 há uma placa indicando *Paraqui a 87 km*. Qual é a distância entre Quixajuba e Paraqui?

A) 5 km **B)** 41 km
C) 128 km **D)** 179 km
E) 215 km

GEOMETRIA - PERÍMETROS

61. (OBMEP) Daniela quer cercar o terreno representado pela figura. Nessa figura dois lados consecutivos são sempre perpendiculares e as medidas de alguns lados estão indicadas em metros. Quantos metros de cerca Daniela terá que comprar?



A) 140 **B)** 280
C) 320 **D)** 1 800
E) 4 800

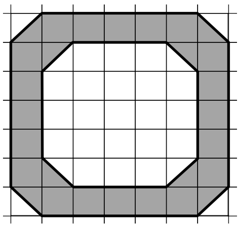
62. (OBMEP) Márcia cortou uma tira retangular de 2 cm de largura de cada um dos quatro lados de uma folha de papel medindo 12 cm por 20 cm. Qual é o perímetro do pedaço de papel que sobrou?

A) 48 cm **B)** 50 cm
C) 52 cm **D)** 54 cm
E) 56 cm

ALUNO: ____ AULA 06

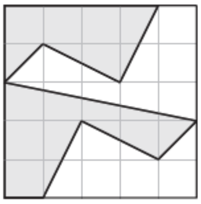
GEOMETRIA - ÁREAS

63. (OBMEP) O quadriculado da figura é feito com quadradinhos de 1 cm de lado. Qual é a área da região sombreada?



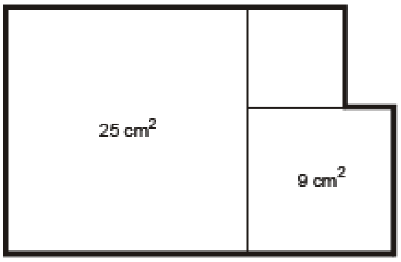
A) 16 cm^2 **B)** 18 cm^2
C) 20 cm^2 **D)** 24 cm^2
E) 30 cm^2

64. (OBMEP) Na figura, o lado de cada quadradinho mede 1 cm.Qual é a área da região cinza?



A) 10 cm^2 **B)** 12,5 cm^2
C) 14,5 cm^2 **D)** 16 cm^2
E) 18 cm^2

65. (OBMEP) A figura é formada por três quadrados, um deles com área de 25 cm^2 e o, outro com 9 cm^2. Qual é o perímetro da figura?

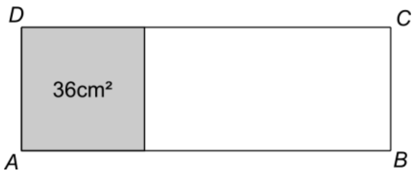


A) 20 cm **B)** 22 cm
C) 24 cm **D)** 26 cm
E) 38 cm

66. (OBMEP) Uma folha quadrada foi cortada em quadrados menores da seguinte maneira: um quadrado de área 16 cm^2, cinco quadrados de área 4 cm^2 cada um e treze quadrados de área 1 cm^2 cada um. Qual era a medida do lado da folha, antes de ela ser cortada?

A) 3 cm **B)** 4 cm
C) 5 cm **D)** 7 cm
E) 8 cm

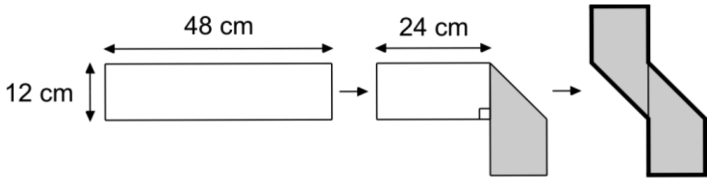
67. (OBMEP) A região cinza na figura é um quadrado de área 36 cm^2 que corresponde a $\frac{3}{8}$ da área do retângulo *ABCD*. Qual é o perímetro desse retângulo?



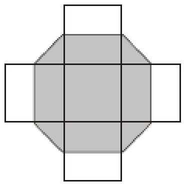
A) 44 cm **B)** 46 cm
C) 48 cm **D)** 50 cm
E) 52 cm

68. (OBMEP) Uma tira retangular de cartolina, branca de um lado e cinza do outro, foi dobrada como na figura, formando um polígono de 8 lados. Qual é a área desse polígono?

A) 216 cm^2 **B)** 264 cm^2
C) 348 cm^2 **D)** 432 cm^2
E) 576 cm^2



69. (OBMEP) Na figura, os cinco quadrados são iguais e os vértices do polígono sombreado são pontos médios dos lados dos quadrados. Se a área de cada quadrado é 1 cm2, qual a área do polígono sombreado?

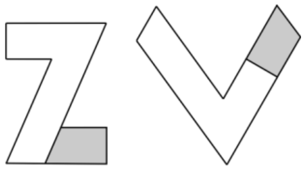


A) 2 cm^2 **B)** 2,5 cm^2

C) 3 cm^2 **D)** 3,5 cm^2

E) 4 cm^2

70. (OBMEP) A figura mostra as letras **V** e **Z**, ambas montadas com as mesmas duas peças de cartolina, uma branca e uma cinza, sem sobreposição. Qual das afirmativas abaixo é verdadeira?



A) O **V** e o **Z** têm perímetros iguais e áreas iguais.

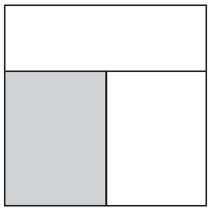
B) O **V** e o **Z** têm perímetros iguais, mas a área do **Z** é menor do que a do **V**.

C) O **V** e o **Z** têm perímetros iguais, mas a área do **Z** é maior do que a do **V**.

D) O **V** e o **Z** têm áreas iguais, mas o perímetro do **Z** é maior do que o do **V**.

E) O **V** e o **Z** têm áreas iguais, mas o perímetro do **Z** é menor do que o do **V**.

71. (OBMEP) A figura mostra um quadrado de lado 12 cm, dividido em três retângulos de mesma área. Qual é o perímetro do retângulo sombreado?

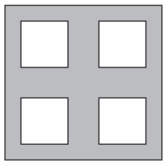


A) 28 cm **B)** 26 cm

C) 24 cm **D)** 22 cm

E) 20 cm

72. (OBMEP) A figura mostra quatro quadrados iguais dentro de um quadrado maior. A área em cinza é 128 cm^2 e a área de cada quadrado menor é igual a 9% da área do quadrado maior. Qual é a área do quadrado maior?

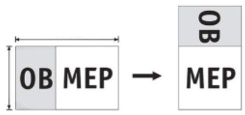


A) 128 cm^2 **B)** 162 cm^2

C) 200 cm^2 **D)** 210 cm^2

E) 240 cm^2

73. (OBMEP) Um cartão da OBMEP, medindo 11 cm por 18 cm, foi cortado para formar um novo cartão, como na figura. Qual é a área da parte com as letras **O** e **B**?

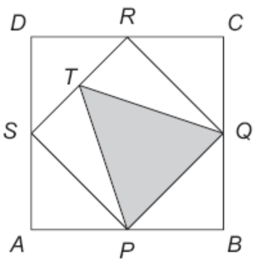


A) 77 cm^2 **B)** 88 cm^2

C) 99 cm^2 **D)** 125 cm^2

E) 198 cm^2

74. (OBMEP) Na figura, o quadrado *ABCD* tem área 40 cm^2. Os pontos *P*, *Q, R* e *S* são pontos médios dos lados do quadrado e *T* é o ponto médio do segmento *RS*. Qual é a área do triângulo *PQT*?



A) 10 cm^2 **B)** 12 cm^2

C) 14 cm^2 **D)** 16 cm^2

E) 18 cm^2

ALUNO: ____ AULA 07

RACIOCÍNIO LÓGICO

75. (OBMEP) Colocando sinais de adição entre alguns dos algarismos do número 123456789 podemos obter várias somas. Por exemplo, podemos obter 279 com quatro sinais de adição: 123 + 4 + 56 + 7 + 89 = 279. Quantos sinais de adição são necessários para que se obtenha assim o número 54?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6

D) 7 **E)** 8

76. (OBMEP) Um fazendeiro perguntou ao seu filho: Quantos pés eu posso contar quando eu estou tirando leite de uma vaca? O menino respondeu: São 6, sendo 4 da vaca e 2 seus. O pai então disse: Na verdade são 9, por que você esqueceu de contar os 3 do banquinho em que eu fico sentado. A seguir o pai propôs outro problema ao seu filho: Num curral há algumas pessoas, vacas e banquinhos, pelo menos um de cada. O número total de pés é 22 e o de cabeças é 5. Quantas vacas há no curral? O menino resolveu o problema corretamente. Qual foi sua resposta?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3

D) 4 **E)** 5

77. (OBMEP) Rosa preencheu com os algarismos 1, 2, 3 e 4 as oito casas que estão sem algarismo na tabela, de modo que em nenhuma linha e em nenhuma coluna aparecessem dois algarismos iguais. Qual a soma dos números que Rosa colocou nas casas marcadas com bolinhas pretas?

•	2		1
1	•	2	
2		•	3
	4	1	•

A) 10 **B)** 11 **C)** 12

D) 13 **E)** 14

78. (OBMEP) O tabuleiro abaixo é usado para codificar letras. Por exemplo, a letra A é codificada como 50 e a letra S é codificada como 82. Camila codificou duas vogais e duas consoantes e depois colocou em ordem crescente os algarismos das letras codificadas, obtendo 01145578. É correto afirmar que, entre as letras codificadas, aparece a letra:

	0	1	2	3	4
5	A	B	C	D	E
6	F	G	H	I	J
7	L	M	N	O	P
8	Q	R	S	T	U
9	V	X	Z		

A) O **B)** B **C)** M

D) E **E)** P

79. (OBMEP) Em Quixajuba choveu em 10 manhãs e em 17 tardes do mês de janeiro de 2010. Não choveu em 12 dias. Em quantos dias choveu apenas pela manhã?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3

D) 4 **E)** 5

80. (OBMEP) Alice foi à perfumaria e viu a tabela de preços, como na figura. Com R$ 10,00 ela comprou um sabonete, um creme dental e um desodorante e ainda sobrou dinheiro. Podemos garantir que entre os artigos comprados havia

A) um sabonete pequeno. **B)** um creme dental médio.

C) um desodorante pequeno. **D)** um sabonete médio.

E) um creme dental pequeno.

PREÇOS (R$)

	Sabonete	Creme dental	Desodorante
Pequeno	1,80	2,40	4,00
Médio	2,80	4,40	5,00
Grande	4,00	6,00	8,50

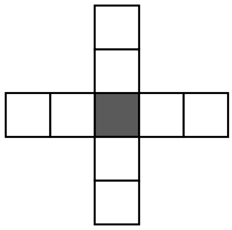
81. (OBMEP) Cada uma das 5 xícaras da figura está cheia só com café, só com leite ou só com suco. No total, a quantidade de café é o dobro da de suco. Nenhuma das bebidas está em mais de 2 xícaras diferentes. Quais as xícaras que contêm leite?

A) apenas a xícara I **B)** as xícaras III e IV

C) as xícaras II e V **D)** as xícaras III e V

E) as xícaras IV e V

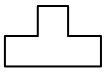
82. (OBMEP) Paulo quer escrever os números de 1 a 9 nos quadradinhos da figura, sem repetir nenhum deles, de modo que a soma dos cinco números na horizontal seja 27 e a soma dos cinco números na vertical seja 22. Que número ele deve escrever no quadradinho cinza?



A) 3 **B)** 4 **C)** 5

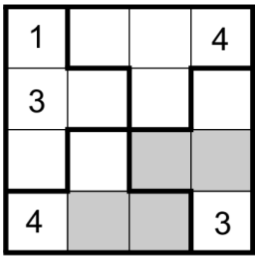
D) 6 **E)** 7

83. (OBMEP) Os quadradinhos do tabuleiro da figura devem ser preenchidos de modo que:

• nos quadradinhos de cada uma das regiões em forma de  apareçam os números 1, 3, 5 e 7 ou os números 2, 4, 6 e 8;

• em quadradinhos com um lado comum **não** apareçam números consecutivos.

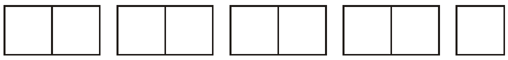
Qual é a soma dos números que vão aparecer nos quadradinhos cinza?



A) 12 **B)** 14 **C)** 16

D) 18 **E)** 20

84. (OBMEP) César tem cinco peças de madeira feitas de quadradinhos iguais: quatro peças com dois quadradinhos cada e uma com um único quadradinho.



Em cada quadradinho ele escreveu um número e, em seguida, montou com as peças o quadrado ao lado. O número que César escreveu na peça de um único quadradinho foi

12	9	25
10	14	8
20	41	16

(A) um número maior que 9.

(B) um número menor que 11.

(C) um número ímpar maior que 27.

(D) um número par menor que 10.

(E) um número maior que 21 e menor que 24.

85. (OBMEP) O quadriculado deve ser completado usando, em cada casa, um dos números inteiros de 1 a 8, de modo que não haja repetição. A soma dos números de cada linha e cada coluna deve ser como indicado fora do quadriculado; por exemplo, a soma dos números da última coluna deve ser 16. Qual é o número que vai aparecer na casa sombreada?

		9	18
			7
0			13
4	18	16	

A) 4 **B)** 5 **C)** 6

D) 7 **E)** 8

86. (OBMEP) Quatro times disputaram um torneio de futebol em que cada um jogou uma vez contra cada um dos outros. Se uma partida terminasse empatada, cada time ganhava um ponto; caso contrário, o vencedor ganhava três pontos e o perdedor, zero. A tabela mostra a pontuação final do torneio. Quantos foram os empates?

Time	Pontos
Cruzínthians	5
Flameiras	3
Nauritiba	3
Greminense	2

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

87. (OBMEP) Uma fila tem 21 pessoas, incluindo Samuel e Elisa. Há 9 pessoas atrás de Samuel e 6 na frente de Elisa. Quantas pessoas há entre Samuel e Elisa?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

88. (OBMEP) Arnaldo, Beto, Celina e Dalila formam dois casais. Os quatro têm idades diferentes. Arnaldo é mais velho que Celina e mais novo que Dalila. O esposo de Celina é a pessoa mais velha. É correto afirmar que:

A) Arnaldo é mais velho que Beto e sua esposa é Dalila.

B) Arnaldo é mais velho que sua esposa Dalila.

C) Celina é a mais nova de todos e seu marido é Beto.

D) Dalila é mais velha que Celina e seu marido é Beto.

E) Celina é mais velha que seu marido Arnaldo.

89. (OBMEP) Adriano, Bruno, Carlos e Daniel participam de uma brincadeira na qual cada um é um tamanduá ou uma preguiça. Tamanduás sempre dizem a verdade e preguiças sempre mentem.

• Adriano diz: "Bruno é uma preguiça".

• Bruno diz: "Carlos é um tamanduá".

• Carlos diz: "Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais".

• Daniel diz: "Adriano é uma preguiça".

Quantos dos quatro amigos são tamanduás?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

90. (OBMEP) Ari, Bruna e Carlos almoçam juntos todos os dias e cada um deles pede água ou suco.

• Se Ari pede a mesma bebida que Carlos, então Bruna pede água.

• Se Ari pede uma bebida diferente da de Bruna, então Carlos pede suco.

• Se Bruna pede uma bebida diferente da de Carlos, então Ari pede água.

• Apenas um deles sempre pede a mesma bebida.

Quem pede sempre a mesma bebida e que bebida é essa?

A) Ari; água **B)** Bruna; água

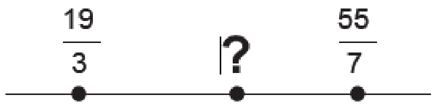
C) Carlos; suco **D)** Ari; suco

E) Bruna; suco

ALUNO: ____ AULA 08

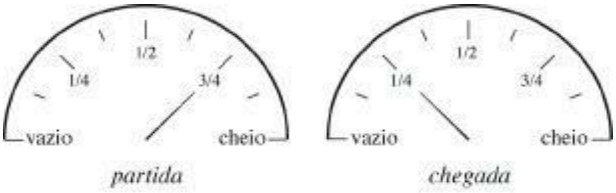
PROBLEMAS ENVOLVENDO FRAÇÕES

91. (OBMEP) Em qual das alternativas aparece um número que fica entre:



A) 2 **B)** 4
C) 5 **D)** 7
E) 9

92. (OBMEP) A capacidade do tanque de gasolina do carro de João é de 50 litros. As figuras mostram o medidor de gasolina do carro no momento de partida e no momento de chegada de uma viagem feita por João. Quantos litros de gasolina João gastou nesta viagem?

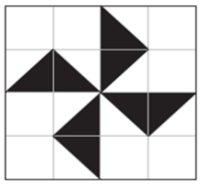


A) 10 **B)** 15
C) 18 **D)** 25
E) 30

93. (OBMEP) Em uma caixa quadrada há 4 bolas brancas e 2 bolas pretas, e numa caixa redonda há 6 bolas, todas pretas. Paula quer que tanto na caixa quadrada quanto na redonda a razão entre a quantidade de bolas brancas e o total de bolas em cada caixa seja a mesma. Quantas bolas brancas Paula precisa tirar da caixa quadrada e passar para a caixa redonda?

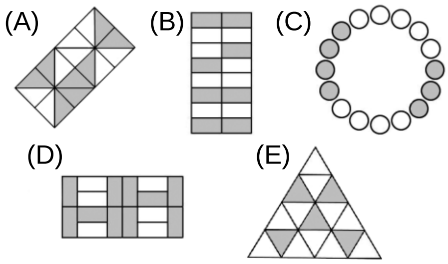
A) nenhuma **B)** 1
C) 2 **D)** 3
E) 4

94. (OBMEP) A figura mostra um quadrado dividido em 16 quadradinhos iguais. A área em preto corresponde a que fração da área do quadrado?



A) 4 **B)** 5
C) 6 **D)** 7
E) 8

95. (OBMEP) Cada uma das figuras está dividida em 16 partes iguais. Em qual delas a parte cinza corresponde a $\frac{5}{8}$ da área total?



96. (OBMEP) Um ônibus transporta 31 estudantes, baianos e mineiros, para um encontro de participantes da OBMEP. Entre os baianos, $\frac{2}{5}$ são homens e, entre os mineiros, $\frac{3}{7}$ são mulheres. Entre todos os estudantes quantas são as mulheres?

A) 12 **B)** 14 **C)** 15 **D)** 18 **E)** 21

97. (OBMEP) Em uma escola, $\frac{1}{6}$ das meninas usam um único brinco; das meninas restantes, metade usa dois brincos e a outra metade não usa brincos. O número de brincos usados pelas meninas é:

A) igual ao número de meninas.

B) o dobro do número de meninas.

C) a metade do número de meninas.

D) dois terços do número de meninas.

E) um terço do número de meninas.

98. (OBMEP) Qual é o valor de $1+\frac{1}{1-\frac{2}{3}}$?

A) 1/3 **B)** 3/2

C) 4/3 **D)** 2

E) 4

99. (OBMEP) Dois meses atrás o prefeito de uma cidade iniciou a construção de uma nova escola. No primeiro mês foi feito 1/3 da obra e no segundo mês mais 1/3 do que faltava. A que fração da obra corresponde a parte ainda não construída da escola?

A) 1/3 **B)** 4/9

C) ½ **D)** 2/3

E) 5/6

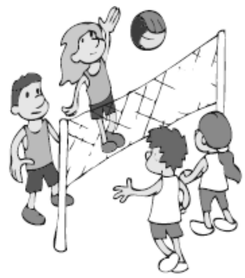
PORCENTAGEM

100. (OBMEP) A escola de Paraqui organizou uma Olimpíada de Matemática para seus 250 alunos e premiou com medalhas os 8% que obtiveram as notas mais altas. Quantas medalhas foram distribuídas?

A) 8 **B)** 11

C) 14 **D)** 17

E) 20



101. (OBMEP) Em 2009 uma escola tinha 320 alunos esportistas, dos quais 45% jogavam vôlei. Em 2010 essa porcentagem diminuiu para 25%, mas o número de jogadores de vôlei não se alterou. Qual era o número de alunos esportistas em 2010?

A) 480 **B)** 524

C) 560 **D)** 576

E) 580

102. (OBMEP) Um fabricante de chocolate cobrava R$ 5,00 por uma barra de 250 gramas. Recentemente o peso da barra foi reduzido para 200 gramas, mas seu preço continuou R$ 5,00. Qual foi o aumento percentual do preço do chocolate desse fabricante?

A) 10% **B)** 15%

C) 20% **D)** 25%

E) 30%

ALUNO: ____ AULA 09

NUMERAÇÃO DECIMAL

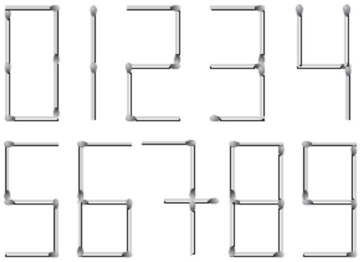
103. (OBMEP) Cláudia inverteu as posições de dois algarismos vizinhos no número 682479 e obteve um número menor. Quais foram esses algarismos?

A) 6 e 8 **B)** 8 e 2
C) 2 e 4 **D)** 4 e 7
E) 7 e 9

104. (OBMEP) O aniversário de Carlinhos é no dia 20 de julho. Em agosto de 2005, ao preencher uma ficha em sua escola, Carlinhos inverteu a posição dos dois últimos algarismos do ano em que nasceu. A professora que recebeu a ficha disse: – Carlinhos*, por favor, corrija o ano de seu nascimento, senão as pessoas vão pensar que você tem 56 anos!* Qual é a idade de Carlinhos?

A) 11 anos **B)** 12 anos
C) 13 anos **D)** 14 anos
E) 15 anos

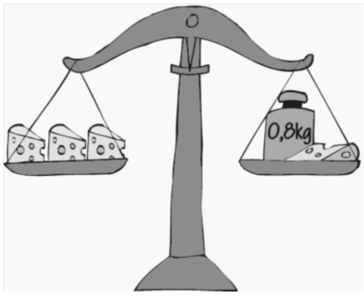
105. (OBMEP) Com palitos de fósforo formamos algarismos, conforme a figura. Deste modo, para escrever o número 188, usamos 16 palitos. César escreveu o maior número que é possível escrever com exatamente 13 palitos. Qual é a soma dos algarismos do número que César escreveu?



A) 8 **B)** 9
C) 11 **D)** 13
E) 15

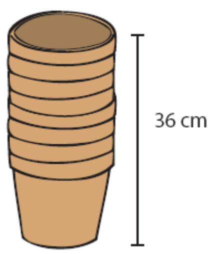
SISTEMAS

106. (OBMEP) Um queijo foi partido em quatro pedaços de mesmo peso. Três desses pedaços pesam o mesmo que um pedaço mais um peso de 0,8 kg. Qual era o peso do queijo inteiro?



A) 1,2 kg **B)** 1,5 kg
C) 1,6 kg **D)** 1,8 kg
E) 2,4 kg

107. (OBMEP) Oito vasos iguais, encaixados, formam uma pilha de 36cm de altura, como na figura. Dezesseis vasos iguais aos primeiros, também encaixados, formam outra pilha de 60cm de altura. Qual é a altura de cada vaso?



A) 15 cm **B)** 16 cm **C)** 18 cm
D) 20 cm **E)** 22 cm

108. (OBMEP) Usando todo o suco que está numa jarra é possível encher 9 copos pequenos e 4 copos grandes ou então encher 6 copos pequenos e 6 copos grandes. Quantos copos grandes é possível encher usando todo o suco da jarra?

A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 12

109. (OBMEP) Ontem Dona Dulce gastou R$ 12,00 no mercado para comprar 4 caixas de leite e 6 pães. Hoje, aproveitando uma promoção no preço do leite, ela comprou 8 caixas de leite e 12 pães por R$ 20,00 no mesmo mercado. O preço do pão foi o mesmo que o de ontem. Qual foi o desconto que o mercado deu em cada caixa de leite?

A) R$ 0,25 **B)** R$ 0,50

C) R$ 0,75 **D)** R$ 1,00

E) R$ 1,25

110. (OBMEP) Na volta de uma pescaria, Pedro disse para Carlos: "Se você me der um de seus peixes, eu ficarei com o dobro do número de peixes com que você vai ficar". Carlos respondeu: "E se, em vez disso, eu jogar um de seus peixes no rio, ficaremos com o mesmo número". Quantos peixes eles pescaram ao todo?

A) 5 **B)** 7

C) 8 **D)** 9

E) 11

111. (OBMEP) Saci, Jeca, Tatu e Pacu comeram 52 bananas. Ninguém ficou sem comer e Saci comeu mais que cada um dos outros. Jeca e Tatu comeram ao todo 33 bananas, sendo que Jeca comeu mais que Tatu. Quantas bananas Tatu comeu?

A) 16 **B)** 17

C) 18 **D)** 19

E) 20

112. (OBMEP) Quando João vai para a escola a pé e volta de ônibus, ele gasta uma hora e quinze minutos; quando vai e volta de ônibus, ele gasta meia hora. Para cada meio de transporte, o tempo gasto na ida é igual ao tempo gasto na volta. Quanto tempo ele gasta quando vai e volta a pé?

A) uma hora e meia

B) uma hora e quarenta e cinco minutos

C) duas horas

D) duas horas e quinze minutos

E) duas horas e meia

113. (OBMEP) João e Ana são irmãos. João tem cinco irmãos a mais do que irmãs. Quantos irmãos Ana tem a mais do que irmãs?

A) 2 **B)** 3

C) 5 **D)** 6

E) 7

114. (OBMEP) Ana deve a Beto 1 real, Carlos deve a Ana 1 real, Dora deve a Beto 2 reais, Beto deve a Emília 3 reais, Carlos deve a Emília 2 reais, Emília deve a Dora 1 real, Carlos deve a Beto 2 reais, Dora deve a Carlos 1 real e Ana deve a Dora 3 reais. Cada um deles recebeu de seus pais 10 reais para pagar suas dívidas. Depois que forem efetuados todos os pagamentos, quem vai ficar com mais dinheiro?

A) Ana **B)** Beto **C)** Carlos

D) Dora **E)** Emília

ALUNO: ____ AULA 10

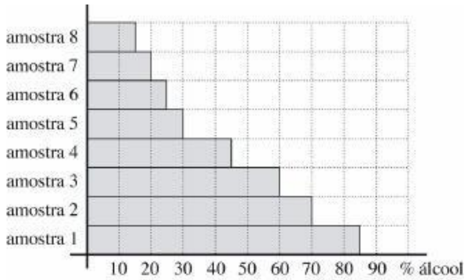
INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS

115. (OBMEP) A tabela apresenta as cinco seleções de futebol feminino mais bem classificadas no ano de 2010, segundo a FIFA. Cada **X** na tabela significa que a seleção na linha correspondente está mais bem classificada do que a seleção na coluna correspondente; por exemplo, a Alemanha está mais bem classificada do que o Brasil. Qual é a seleção que ocupa a quarta posição?

FIFA 2010 Futebol feminino	Alemanha	Brasil	EUA	Japão	Suécia
Alemanha		**X**		**X**	**X**
Brasil				**X**	**X**
EUA	**X**	**X**		**X**	**X**
Japão					
Suécia				**X**	

A) Alemanha **B)** Brasil **C)** EUA **D)** Japão **E**) Suécia

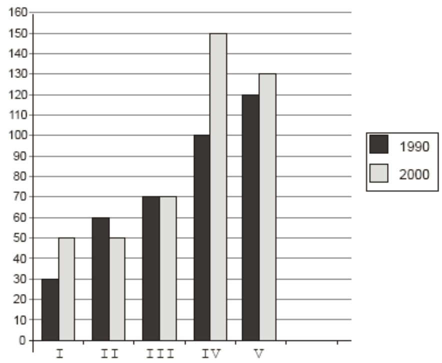
116. (OBMEP) Para testar a qualidade de um combustível composto apenas de gasolina e álcool, uma empresa recolheu oito amostras em vários postos de gasolina. Para cada amostra foi determinado o percentual de álcool e o resultado é mostrado no gráfico abaixo. Em quantas dessas amostras o percentual de álcool é maior que o percentual de gasolina?



A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

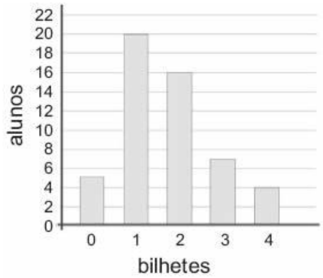
117. (OBMEP) No gráfico estão representadas as populações das cidades I, II, III, IV e V em 1990 e 2000, em milhares de habitantes. Por exemplo, em 1990 a população da cidade II era de 60 000 habitantes e em 2000 a cidade IV tinha 150 000 habitantes.

Qual cidade teve o maior aumento percentual de população de 1990 a 2000?



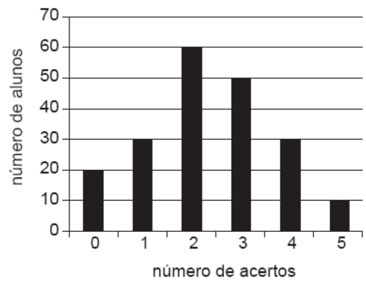
A) I **B)** II **C)** III
D) IV **E)** V

A turma do Carlos organizou uma rifa. O gráfico mostra quantos alunos compraram um mesmo número de bilhetes; por exemplo, sete alunos compraram três bilhetes cada um. Quantos bilhetes foram comprados?



A) 56 **B)** 68 **C)** 71
D) 89 **E)** 100

118. (OBMEP) Os alunos do sexto ano da Escola Municipal de Quixajuba fizeram uma prova com 5 questões. O gráfico mostra quantos alunos acertaram o mesmo número de questões; por exemplo, 30 alunos acertaram exatamente 4 questões. Qual das afirmações a seguir é verdadeira?



A) apenas 10% do total de alunos acertaram todas as questões

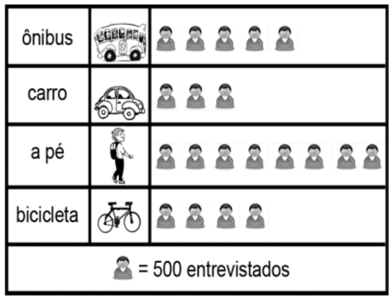
B) a maioria dos alunos acertou mais de 2 questões

C) menos de 200 alunos fizeram a prova

D) 40 alunos acertaram pelo menos 4 questões

E) exatamente 20% do total de alunos não resolveram nenhuma questão

119. (OBMEP) Veja na tabela o resultado da pesquisa feita em um bairro de uma grande cidade sobre os modos de ir ao trabalho.



Com base nessa tabela, qual é a alternativa correta?

A) Metade dos entrevistados vai a pé ao trabalho.

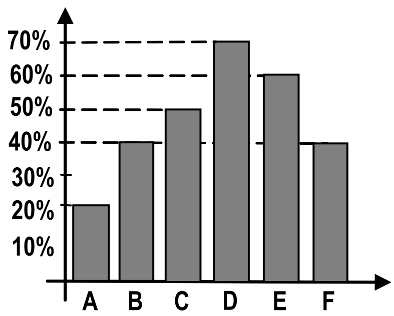
B) O meio de transporte mais utilizado pelos entrevistados para ir ao trabalho é a bicicleta.

C) 50% dos entrevistados vão ao trabalho de ônibus.

D) A maioria dos entrevistados vai ao trabalho de carro ou de ônibus.

E) 15% dos entrevistados vão ao trabalho de carro.

120. (OBMEP) O gráfico abaixo mostra o *faturamento* mensal das empresas A e B no segundo semestre de 2001.



Com base nesse gráfico, podemos afirmar que:

A) houve um mês em que o faturamento da empresa A foi o dobro do faturamento da empresa B.

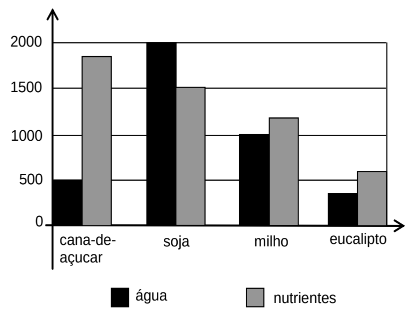
B) no mês de julho, a diferença de faturamentos foi maior que nos demais meses.

C) a empresa B foi a que sofreu a maior queda de faturamento entre dois meses consecutivos.

D) no semestre, o faturamento total de A foi maior que o de B.

E) a diferença entre os faturamentos totais do semestre excedeu os 20 milhões de reais.

121. (OBMEP) O gráfico a seguir apresenta informações sobre o impacto causado por 4 tipos de monocultura ao solo. Para cada tipo de monocultura, o gráfico mostra a quantidade de água, em litros, e a de nutrientes (nitrogênio, fósforo e potássio), em quilogramas, consumidos por hectare para a produção de 1kg de grãos de soja ou 1kg de milho ou 1kg de açúcar ou 1kg de madeira de eucalipto. Sobre essas monoculturas, pode-se afirmar que:



A) O eucalipto precisa de cerca de 1/3 da massa de nutrientes necessários de que a cana-de-açúcar precisa para se desenvolver.

B) O eucalipto é a que mais seca e empobrece o solo, causando desequilíbrio ambiental.

C) A soja é cultura que mais precisa de nutrientes.

D) O milho precisa do dobro do volume de água de que precisa a soja.

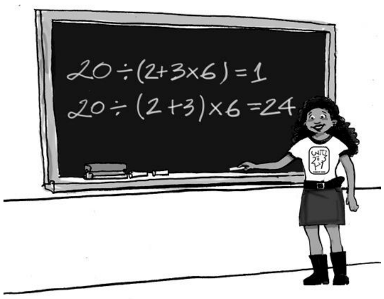
E) A cana-de-açúcar é a que necessita do ambiente mais úmido para crescer.

ANEXO 5 - AULAS DO NÍVEL 2 EM 2012

SUMÁRIO

ALUNO: ____ AULA 01

ARITMÉTICA



01. (OBMEP) Podemos colocar de várias maneiras um par de parênteses na expressão $20 \div 2 + 3 \times 6$, como, por exemplo, $20 \div (2 + 3 \times 6)$e $20 \div (2 + 3) \times 6$. Qual é o maior valor que se pode obter desse modo?

(A) 24 (B) 28 C) 30 (D) 78 (E) 138

02. (OBMEP) Cada quadradinho na figura deve ser preenchido com um sinal de adição (**+**) ou de multiplicação (**×**). Qual é o maior valor possível da expressão obtida depois de preenchidos todos os quadradinhos?

2 □ **3** □ **0** □ **8** □ **9** □ **1**

A) 77 B) 78 C) 79 D) 80 E) 81

03. (OBMEP) Qual das expressões abaixo tem como resultado um número ímpar?

(A) 7 x 5 x 11 x 13 x 2 **(B)** (2005 - 2003) x (2004 + 2003)

(C) 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 **(D)** $5^2 + 3^2$

(E) 3 x 5 + 7 x 9 + 11 x 13

04. (OBMEP) Qual é a soma dos algarismos do número $10^{1500} + 10^{1792} + 10^{1822} + 10^{1888} + 10^{1889}$?

(A) 1 **(B)** 5 **(C)** 10 **(D)** 1889 **(E)** 1890

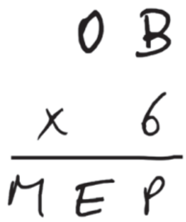
05. (OBMEP) Qual é a soma dos algarismos do número que se obtém ao calcular $2^{100} \times 5^{103}$?

A) 7 B) 8 C) 10 D) 12 E) 13

06. (OBMEP) A soma de três números inteiros consecutivos é igual a 90. Qual é o maior destes três números?

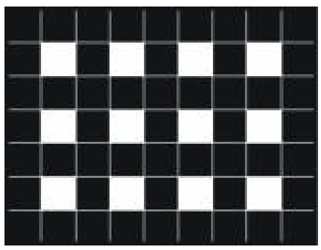
(A) 21 **(B)** 28 **(C)** 29 **(D)** 31 **(E)** 32

PROBLEMAS ENVOLVENDO MULTIPLICAÇÃO



07. (OBMEP) Os algarismos 2, 3, 4, 5, 6 e 7 foram usados na multiplicação indicada ao lado, em que cada letra da sigla *OBMEP* representa um algarismo diferente. Qual é o algarismo representado pela letra *O*?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7



08. (OBMEP) O piso de uma cozinha foi revestido de ladrilhos brancos e pretos, conforme a figura. Cada ladrilho branco custou R$ 2,00 e cada ladrilho preto custou R$ 3,00. Quanto foi gasto na compra dos ladrilhos?

A) R$ 126,00 **B)** R$ 144,00 **C)** R$ 174,00

D) R$ 177,00 **E)** R$ 189,00

09. (OBMEP) Um time ganha 3 pontos por vitória, 1 ponto por empate e nenhum ponto em caso de derrota. Até hoje cada time já disputou 20 jogos. Se um desses times venceu 8 jogos e perdeu outros 8 jogos, quantos pontos ele tem até agora?

A) 23 **B)** 25 **C)** 26 **D)** 27 **E)** 28

10. (OBMEP) Para curar uma infecção dentária de Bento, o Dr. Tiradentes prescreveu o tratamento descrito na receita abaixo.

Bento iniciou o tratamento às 6 horas da manhã do dia 22 de abril de 1785, tomando um comprimido verde e um azul. Quantos copos de água e quantos de leite Bento tomou por causa do tratamento?

> *Receita*
>
> *Para o Sr. Bento*
>
> *1. Remédio verde: 1 comprimido de 6 em 6 horas, tomar com um copo de água cheio – 5 caixas de 12 comprimidos.*
>
> *2. Remédio azul: 1 comprimido de 5 em 5 horas, tomar com um copo de água cheio – 5 caixas de 13 comprimidos.*
>
> *Atenção: Na coincidência de horários dos dois remédios, tomar os dois comprimidos apenas com um copo de leite cheio.*

A) 60 copos de água e 65 de leite.
B) 100 copos de água e 14 de leite.
C) 103 copos de água e 11 de leite.
D) 114 copos de água e 11 de leite.
E) 125 copos de água e nenhum de leite.

11. (OBMEP) Na multiplicação indicada na figura os asteriscos representam algarismos, iguais ou não. Qual é a soma dos números que foram multiplicados?

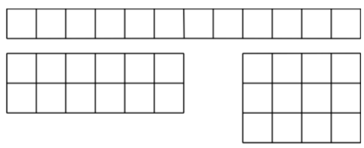
```
    * *
×   * *
  -----
  * * *
+ * *
  -----
1 6 5 6
```

A) 82 B) 95 C) 110 D) 127 E) 132

12. (OBMEP) Caio e Sueli começaram, separadamente, a guardar moedas de R$ 1,00 em janeiro de 2004. Todo mês Caio guardava 20 moedas e Sueli guardava 30 moedas. Em julho de 2004 e nos meses seguintes, Caio não guardou mais moedas, enquanto Sueli continuou a guardar 30 por mês. No final de que mês Sueli tinha exatamente o triplo do número de moedas que Caio guardou?

(A) agosto **(B)** setembro **(C)** outubro **(D)** novembro **(E)** dezembro

13. (OBMEP) A figura mostra os três retângulos diferentes que podem ser construídos com 12 quadradinhos iguais.Quantos retângulos diferentes podem ser construídos com 60 quadradinhos iguais?



A) 3 B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

14. (OBMEP) Daniela fez uma tabela mostrando a quantidade de água que gastava em algumas de suas atividades domésticas.

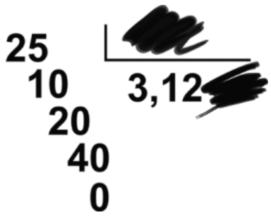
Atividade	Consumo	Frequência
Lavar roupa	150 litros por lavagem	1 vez ao dia
Tomar um banho de 15minutos	90 litros por banho	1 vez ao dia
Lavar o carro com mangueira	100 litros por lavagem	1 vez na semana

Para economizar água, ela reduziu a lavagem de roupa a 3 vezes por semana, o banho diário a 5 minutos e a lavagem semanal do carro a apenas um balde de 10 litros. Quantos litros de água ela passou a economizar por semana?

A) 1010 B) 1110 C) 1210 D) 1211 E) 1310

PROBLEMAS ENVOLVENDO DIVISÃO

15. (OBMEP) Lucinda manchou com tinta dois algarismos em uma conta que ela tinha feito, como mostra a figura. Qual foi o menor dos algarismos manchados?

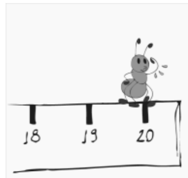


(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

16. (OBMEP) Quantos copos de 130 mililitros é possível encher, até a borda, com dois litros de água?

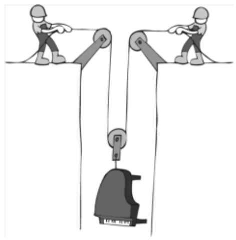
A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

17. (OBMEP) Uma formiguinha andou sobre a borda de uma régua, da marca de 6 cm até a marca de 20 cm. Ela parou para descansar na metade do caminho. Em que marca ela parou?



A) 11 cm B) 12 cm C) 13 cm D) 14 cm E) 15 cm

18. (OBMEP) A figura mostra dois homens erguendo um piano com uma corda. Se um dos homens puxar 15 m de corda e o outro puxar 25 m, quantos metros o piano vai subir?



A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40

19. (OBMEP) Qual é o resto da divisão de $1\times 2\times 3 \times ...\times 2011 + 21$ por 8?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

20. (OBMEP) Ana e Beatriz compraram dezoito bombons de mesmo preço. Ana pagou por oito deles e Beatriz pelos outros dez. Na hora do lanche, dividiram os bombons com Cecília e cada uma delas comeu seis. Para dividir igualmente o custo dos bombons, Cecília deveria pagar R$ 1,80 para Ana e Beatriz. Ela pensou em dar R$ 0,80 para Ana e R$ 1,00 para Beatriz, mas percebeu que essa divisão estava errada. Quanto ela deve pagar para Beatriz?

A) R$ 0,90 B) R$ 1,10 C) R$ 1,20 D) R$ 1,30 E) R$ 1,50

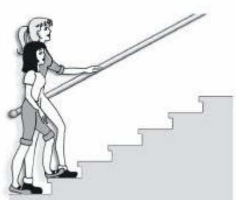
21. (OBMEP) Um salão de festas comporta 700 pessoas, entre convidados e garçons. Um garçom atende no máximo 10 convidados e todo convidado deve ser atendido por um garçom. Qual é o número máximo de pessoas que podem ser convidadas para uma festa nesse salão?

A) 584 B) 612 C) 624 D) 636 E) 646

22. (OBMEP) Ao lado vemos uma velha bomba de gasolina que não mostra os algarismos em duas posições. Na situação da figura, qual é a soma desses dois algarismos?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

23. (OBMEP) Rosa e Maria começam a subir uma escada de 100 degraus no mesmo instante. Rosa sobe 10 degraus a cada 15 segundos e Maria sobe 10 degraus a cada 20 segundos. Quando uma delas chegar ao último degrau, quanto tempo faltará para a outra completar a subida?



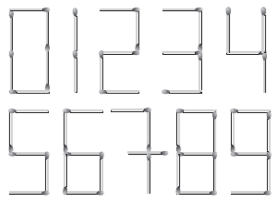
(A) meio minuto **(B)** 40 segundos **(C)** 45 segundos

(D) 50 segundos **(E)** 1 minuto

ALUNO: ____ AULA 02

RACIOCÍNIO LÓGICO

24. (OBMEP) Com palitos de fósforo formamos algarismos, conforme a figura. Deste modo, para escrever o número 188, usamos 16 palitos. César escreveu o maior número que é possível escrever com exatamente 13 palitos. Qual é a soma dos algarismos do número que César escreveu?



A) 8 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

25. (OBMEP) Ana e Daniela brincam de escrever números no quadronegro. A brincadeira começa com cada uma delas escrevendo um número natural. Depois disso:

• quem tiver o menor número mantém esse número;

• quem tiver escrito o maior número troca-o pela diferença entre seu número e o número da outra.

Elas repetem esse procedimento até que os dois números escritos no quadro-negro fiquem iguais. Se Ana começou escrevendo 100 e Daniela 88, qual o número que vai ficar escrito no quadro-negro ao final da brincadeira?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

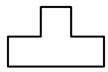
26. (OBMEP) Regina, Paulo e Iracema tentam adivinhar quantas bolas estão dentro de uma caixa fechada. Eles já sabem que este número é maior que 100 e menor que 140. Eles fazem as seguintes afirmações:

- Regina: Na caixa há mais de 100 bolas e menos de 120 bolas.
- Paulo: Na caixa há mais de 105 bolas e menos de 130 bolas.
- Iracema: Na caixa há mais de 120 bolas e menos de 140 bolas.

Sabe-se que apenas uma dessas afirmações é correta. Quantos são os possíveis valores para o número de bolas dentro da caixa?

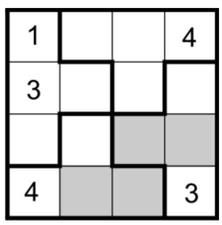
A) 1 **B)** 5 **C)** 11 **D)** 13 **E)** 16

27. (OBMEP) Os quadradinhos do tabuleiro da figura devem ser preenchidos de modo que:

• nos quadradinhos de cada uma das regiões em forma de  apareçam os números 1, 3, 5 e 7 ou os números 2, 4, 6 e 8;

• em quadradinhos com um lado comum **não** apareçam números consecutivos.

Qual é a soma dos números que vão aparecer nos quadradinhos cinza?



A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

28. (OBMEP) Bruno preencheu com os algarismos 1, 2, 3 e 4 as dez casas que estão sem algarismo na tabela, de modo que em nenhuma linha e em nenhuma coluna aparecessem dois algarismos iguais. Qual a soma dos números que Bruno colocou nas casas marcadas com bolinhas pretas?

•	2		1
1	•		
2		•	3
		1	•

A) 10 **B)** 11 **C)** 12 **D)** 13 **E)** 14

29. (OBMEP) Uma caixa contém 105 bolas pretas, 89 bolas cinzentas e 5 bolas brancas. Fora da caixa há bolas brancas em quantidade suficiente para efetuar repetidamente o seguinte procedimento, até que sobrem duas bolas na caixa:

• retiram-se, sem olhar, duas bolas da caixa;

• se as bolas retiradas forem de cores diferentes, a de cor mais escura é devolvida para a caixa;

• caso contrário, descartam-se as bolas retiradas e coloca-se na caixa uma bola branca.

Sobre as cores das duas bolas que sobram, pode-se garantir que

A) as duas serão brancas.

B) as duas serão cinzentas.

C) as duas serão pretas.

D) exatamente uma será preta.

E) exatamente uma será cinzenta.

30. (OBMEP) Rubens dirige seu carro com velocidade constante. Ele presta muita atenção nas placas da estrada que indicam a distância, em quilômetros, à cidade de Paraqui. Na primeira placa ele vê um número de três algarismos com um zero no meio. Quarenta e cinco minutos depois, ele passa por uma segunda placa e vê um número de dois algarismos, formado pelos mesmos algarismos da primeira placa em ordem inversa e sem o zero. Passados mais quarenta e cinco minutos, ele vê uma terceira placa com um número formado pelos mesmos dois algarismos da segunda placa. Qual é a velocidade do Rubens, em quilômetros por hora?

A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100

31. (OBMEP) Alice foi à perfumaria e viu a tabela de preços, como na figura. Com R$ 10,00 ela comprou um sabonete, um creme dental e um desodorante e ainda sobrou dinheiro. Podemos garantir que entre os artigos comprados havia

A) um sabonete pequeno.

B) um creme dental médio.

C) um desodorante pequeno.

D) um sabonete médio.

E) um creme dental pequeno.

PREÇOS (R$)

	Sabonete	Creme dental	Desodorante
Pequeno	1,80	2,40	4,00
Médio	2,80	4,40	5,00
Grande	4,00	6,00	8,50

32. (OBMEP) Colocando sinais de adição entre alguns dos algarismos do número 123456789 podemos obter várias somas. Por exemplo, podemos obter 279 com quatro sinais de adição: 123 + 4 + 56 + 7 + 89 = 279. Quantos sinais de adição são necessários para que se obtenha assim o número 54?

(A) 4 **(B)** 5 **(C)** 6 (**D)** 7 **(E)** 8

33. (OBMEP) Colocando sinais de adição entre alguns dos algarismos do número 123456789 podemos obter várias somas. Por exemplo, podemos obter 279 com quatro sinais de adição: 123 + 4 + 56 + 7 + 89 = 279. Quantos sinais de adição são necessários para que se obtenha assim o número 72?

(A) 3 **(B)** 4 **(C)** 5 **(D)** 6 **(E)** 7

34. (OBMEP) O tabuleiro abaixo é usado para codificar letras. Por exemplo, a letra A é codificada como 50 e a letra S é codificada como 82. Camila codificou duas vogais e duas consoantes e depois colocou em ordem crescente os algarismos das letras codificadas, obtendo 01145578. É correto afirmar que, entre as letras codificadas, aparece a letra:

	0	**1**	**2**	**3**	**4**
5	A	B	C	D	E
6	F	G	H	I	J
7	L	M	N	O	P
8	Q	R	S	T	U
9	V	X	Z		

A) O B) B C) M D) E E) P

35. (OBMEP) Quatro times disputaram um torneio de futebol em que cada um jogou uma vez contra cada um dos outros. Se uma partida terminasse empatada, cada time ganhava um ponto; caso contrário, o vencedor ganhava três pontos e o perdedor, zero. A tabela mostra a pontuação final do torneio. Quantos foram os empates?

Time	Pontos
Cruzínthians	5
Flameiras	3
Nauritiba	3

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

36. (OBMEP) Uma fila tem 21 pessoas, incluindo Samuel e Elisa. Há 9 pessoas atrás de Samuel e 6 na frente de Elisa. Quantas pessoas há entre Samuel e Elisa?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

37. (OBMEP) Cada uma das 5 xícaras da figura está cheia só com café, só com leite ou só com suco. No total, a quantidade de café é o dobro da de suco. Nenhuma das bebidas está em mais de 2 xícaras diferentes. Quais as xícaras que contêm leite?

(A) apenas a xícara I

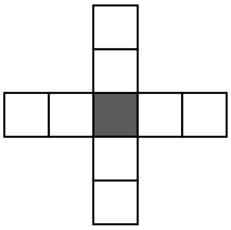
(B) as xícaras III e IV

(C) as xícaras II e V

(D) as xícaras III e V

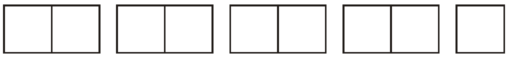
(E) as xícaras IV e V

38. (OBMEP) Paulo quer escrever os números de 1 a 9 nos quadradinhos da figura, sem repetir nenhum deles, de modo que a soma dos cinco números na horizontal seja 27 e a soma dos cinco números na vertical seja 22. Que número ele deve escrever no quadradinho cinza?



A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

39. (OBMEP) 12. César tem cinco peças de madeira feitas de quadradinhos iguais: quatro peças com dois quadradinhos cada e uma com um único quadradinho.



Em cada quadradinho ele escreveu um número e, em seguida, montou com as peças o quadrado ao lado. O número que César escreveu na peça de um único quadradinho foi

12	9	25
10	14	8
20	41	16

(A) um número maior que 9.

(B) um número menor que 11.

(C) um número ímpar maior que 27.

(D) um número par menor que 10.

(E) um número maior que 21 e menor que 24.

40. (OBMEP) O quadriculado deve ser completado usando, em cada casa, um dos números inteiros de 1 a 8, de modo que não haja repetição. A soma dos números de cada linha e cada coluna deve ser como indicado fora do quadriculado; por exemplo, a soma dos números da última coluna deve ser 16. Qual é o número que vai aparecer na casa sombreada?

		9	18
			7
0			13
4	18	16	

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

41. (OBMEP) Ari, Bruna e Carlos almoçam juntos todos os dias e cada um deles pede água ou suco.

• Se Ari pede a mesma bebida que Carlos, então Bruna pede água.

• Se Ari pede uma bebida diferente da de Bruna, então Carlos pede suco.

• Se Bruna pede uma bebida diferente da de Carlos, então Ari pede água.

• Apenas um deles sempre pede a mesma bebida.

Quem pede sempre a mesma bebida e que bebida é essa?

A) Ari; água B) Bruna; água C) Carlos; suco

D) Ari; suco E) Bruna; suco

42. (OBMEP) Arnaldo, Beto, Celina e Dalila formam dois casais. Os quatro têm idades diferentes. Arnaldo é mais velho que Celina e mais novo que Dalila. O esposo de Celina é a pessoa mais velha. É correto afirmar que:

A) Arnaldo é mais velho que Beto e sua esposa é Dalila.

B) Arnaldo é mais velho que sua esposa Dalila.

C) Celina é a mais nova de todos e seu marido é Beto.

D) Dalila é mais velha que Celina e seu marido é Beto.

E) Celina é mais velha que seu marido Arnaldo.

43. (OBMEP) Adriano, Bruno, Carlos e Daniel participam de uma brincadeira na qual cada um é um tamanduá ou uma preguiça. Tamanduás sempre dizem a verdade e preguiças sempre mentem.

• Adriano diz: “Bruno é uma preguiça”.

• Bruno diz: “Carlos é um tamanduá”.

• Carlos diz: ”Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais”.

• Daniel diz: “Adriano é uma preguiça”.

Quantos dos quatro amigos são tamanduás?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

44. (OBMEP) Tia Geralda sabe que um de seus sobrinhos Ana, Bruno, Cecília, Daniela ou Eduardo comeu todos os biscoitos. Ela também sabe que o culpado sempre mente e que os inocentes sempre dizem a verdade.

• Bruno diz: “O culpado é Eduardo ou Daniela.”

• Eduardo diz: “O culpado é uma menina.”

• Por fim, Daniela diz: “Se Bruno é culpado então Cecília é inocente.”

Quem comeu os biscoitos?

A) Ana B) Bruno C) Cecília D) Daniela E) Eduardo

45. (OBMEP) Mônica quer dividir o mostrador de um relógio em três partes com 4 números cada uma usando duas retas paralelas. Ela quer também que a soma dos quatro números em cada parte seja a mesma. Quais os números que vão aparecer em uma das partes quando Mônica conseguir o que ela quer?

Tentativas mal sucedidas de Mônica

(A) 1, 6, 7, 12

(B) 3, 4, 9, 10

(C) 12, 2, 5, 7

(D) 4, 5, 8, 9

(E) 1, 7, 8, 10

ALUNO: ____ AULA 03

CONTAGEM

46. (OBMEP) O Campeonato 2005 é disputado por 22 times. Cada time enfrenta cada um dos outros duas vezes, uma vez em seu campo e outra no campo do adversário. Quantas partidas serão disputadas por cada time?

(A) 40 **(B)** 41 **(C)** 42

(D) 43 **(E)** 44

47. (OBMEP) Para uma atividade com sua turma, uma professora distribuiu 100 cadeiras em volta de uma grande mesa redonda e numerou-as consecutivamente de 1 a 100. A professora, que é muito caprichosa, colocou as cadeiras voltadas para o centro da mesa, mantendo a mesma distância entre cada cadeira e suas duas vizinhas. Qual é o número da cadeira que ficou exatamente à frente da cadeira com o número 27?

(A) 76 **(B)** 77 **(C)** 78

(D) 79 **(E)** 80

48. (OBMEP) Mariana escreveu as decomposições em fatores primos dos números naturais de 2 a 100:

2, 3, 2×2, 5, 2×3 , ..., 3×3×11 , 2×2×5×5 .

Quantas vezes ela escreveu o algarismo 2?

A) 99 B) 104 C) 152

D) 188 E) 191

49. (OBMEP) Quantos números inteiros, múltiplos de 3, existem entre 1 e 2 005?

A) 664 **B)** 665 **C)** 667 **D)** 668 **E)** 669

50. (OBMEP) Vovô Eduardo comemorou todos os seus aniversários a partir dos 40 anos colocando, no bolo, velinhas em forma de algarismos de 0 a 9 para indicar sua idade. Primeiro ele comprou as velinhas de números 0 e 4. Ele sempre guardou as velinhas para usar nos próximos aniversários, comprando uma nova somente quando não era possível indicar sua idade com as guardadas. Hoje vovô Eduardo tem 85 anos. Quantas velinhas ele comprou até hoje?

A) 10 B) 11 C) 13

D) 14 E) 16

51. (OBMEP) Um número é *enquadrado* quando, ao ser somado com o número obtido invertendo a ordem de seus algarismos, o resultado é um quadrado perfeito. Por exemplo, 164 e 461 são enquadrados, pois $164 + 461 = 625 = 25^2$. Quantos são os números enquadrados entre 10 e 100?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

52. (OBMEP) Um torneio de futebol com 57 times será disputado com as seguintes regras:

• Nenhum jogo pode terminar empatado.

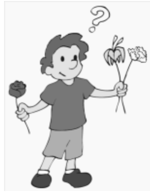
• O time que perder duas partidas será eliminado.

• O torneio termina quando sobrar apenas um time,que será o campeão.

Se o time campeão perder uma vez, quantas partidas serão disputadas no torneio?

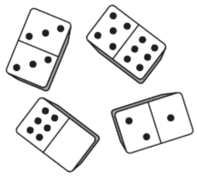
A) 56 B) 57 C) 58 D) 112 E) 113

53. (OBMEP) Gabriel comprou uma rosa, um cravo e um lírio e quer dar uma flor para cada uma de suas três amigas. Ele sabe que uma amiga não gosta de cravos, outra não gosta de lírios e a terceira não gosta de rosas. De quantas maneiras ele pode distribuir as flores de modo a agradar às três amigas?



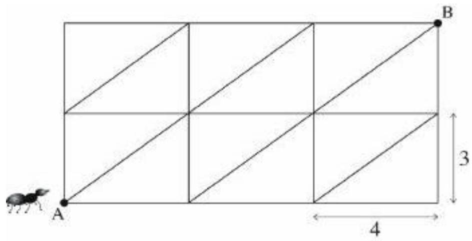
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

54. (OBMEP) O jogo de dominó tem 28 peças diferentes. As peças são retangulares e cada uma é dividida em dois quadrados; em cada quadrado aparecem de 0 a 6 bolinhas. Em quantas peças o número total de bolinhas é ímpar?



A) 9 B) 10 C) 12 D) 21 E) 24

55. (OBMEP) Uma formiga está no ponto *A* da malha mostrada na figura. A malha é formada por retângulos de 3 cm de largura por 4cm de comprimento. A formiga só pode caminhar sobre os lados ou sobre as diagonais dos retângulos. Qual é a menor distância que a formiga deve percorrer para ir de *A* até *B*?



A) 12 cm **B)** 14 cm **C)** 15 cm

D) 17 cm **E)** 18 cm

56. (OBMEP) Os termos de uma sequência são formados usando-se apenas os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5, como segue:

1º termo: 123454321

2º termo: 12345432123454321

3º termo: 1234543212345432123454321 e assim por diante.

Quantas vezes o algarismo 4 aparece no termo que tem 8001 algarismos?

A) 1000 **B)** 1001 **C)** 2000

D) 2001 **E)** 4000

57. (OBMEP) Paula iniciou um programa de ginástica no qual os dias de treino são separados por dois dias de descanso. Se o primeiro treino foi em uma segunda-feira, em qual dia da semana cairá o centésimo treino?

A) domingo B) segunda-feira C) terça-feira

D) quinta-feira E) sexta-feira

58. (OBMEP) Em Quixajuba choveu em 10 manhãs e em 17 tardes do mês de janeiro de 2010. Não choveu em 12 dias. Em quantos dias choveu apenas pela manhã?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

59. (OBMEP) Um certo mês tem cinco segundas-feiras e cinco quartas-feiras. Em que dia da semana cai o dia 26 desse mês?

A) segunda-feira B) terça-feira

C) quarta-feira D) quinta-feira

E) sexta-feira

60. (OBMEP) Observe que no tabuleiro 4 x 4 as duas diagonais cortam 8 quadradinhos. Já no tabuleiro 5 x 5, as duas diagonais cortam 9 quadradinhos. Em qual tabuleiro as diagonais cortam 77 quadradinhos?

A) 35 x 35 B) 36 x 36 C) 37 x 37 D) 38 x 38 E) 39 x 39

61. (OBMEP) Na sequência 9, 16, 13, 10, 7,... cada termo, a partir do segundo, é a soma de 7 com o algarismo das unidades do termo anterior. Qual é o 2009º termo da sequência?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 13 E) 15

62. (OBMEP) Patrícia escreveu, em ordem crescente, os inteiros positivos formados apenas por algarismos ímpares: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 31, 33,... Qual foi o 157º número que ela escreveu?

A) 997 B) 999 C) 1111 D) 1113 E) 1115

63. (OBMEP) Em certo ano bissexto (isto é, um ano que tem 366 dias) o número de sábados foi maior que o número de domingos. Em que dia da semana caiu o dia 20 de janeiro desse ano?

A) segunda-feira B) terça-feira C) quarta-feira

D) quinta-feira E) sexta-feira

64. (OBMEP) Daniel escreveu a lista, em ordem crescente, de todos os números inteiros de 1 a 100 que são múltiplos de 7 ou têm o algarismo 7. Os três primeiros números da lista são 7, 14 e 17. Quantos números possui essa lista?

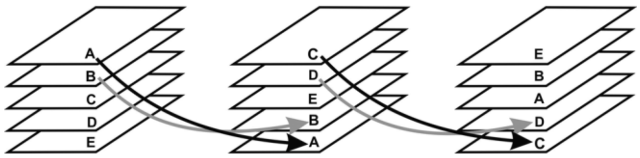
A) 28 B) 29 C) 30

D) 31 E) 32

65. (OBMEP) Estefânia tem cinco cartas marcadas com as letras A, B, C, D e E, empilhadas nessa ordem de cima para baixo. Ela embaralha as cartas pegando as duas de cima e colocando-as, com a ordem trocada, embaixo da pilha. A figura mostra o que acontece nas duas primeiras vezes em que ela embaralha as cartas. Se Estefânia embaralhar as cartas 74 vezes, qual carta estará no topo da pilha?

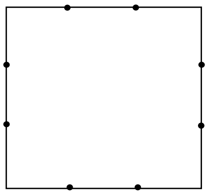
A) A B) B (C) C

D) D E) E



ALUNO: ____ AULA 04

CONTAGEM II



66. (OBMEP) De quantas maneiras é possível escolher três números inteiros de 1 a 19, de modo que o maior e o menor sejam ímpares e o outro seja par?

A) 165 B) 150 C) 140

D) 125 E) 100

67. (OBMEP) Podemos montar paisagens colocando lado a lado, em qualquer ordem, os cinco quadros da figura. Trocando a ordem dos quadros uma vez por dia, por quanto tempo, aproximadamente, é possível evitar que uma mesma paisagem se repita?

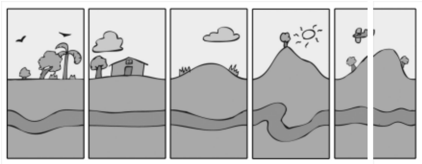
A) uma semana

B) um mês

C) dois meses

D) quatro meses

E) seis meses



68. (OBMEP) Os bilhetes de uma rifa são numerados de 1 000 a 9 999. Marcelo comprou todos os bilhetes nos quais o algarismo sete aparece exatamente três vezes e o zero não aparece. Quantos bilhetes Marcelo comprou?

(A) 32 **(B)** 36 **(C)** 45 **(D)** 46 **(E)** 48

69. (OBMEP) Dois casais de namorados vão sentar-se em um banco de uma praça. Em quantas ordens diferentes os quatro podem sentar-se no banco, de modo que cada namorado fique ao lado de sua namorada?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 8

70. (OBMEP) Três casais de namorados vão sentar-se em um banco de uma praça. Em quantas ordens diferentes os seis podem sentar-se de modo que cada namorado fique ao lado de sua namorada?

(A) 6 **(B)** 12

(C) 44 **(D)** 46

(E) 48

71. (OBMEP) Um número natural é chamado *número circunflexo* quando:

• ele tem cinco algarismos;

• seus três primeiros algarismos a partir da esquerda estão em ordem crescente;

• seus três últimos algarismos estão em ordem decrescente.

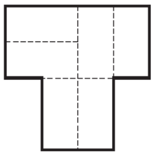
Por exemplo, 13864 e 78952 são números circunflexos, mas 78851 e 79421 não o são. Quantos são os números circunflexos maiores do que 77777?

A) 30 B) 36 C) 42 D) 48 E) 54

72. (OBMEP) Quantos números menores que 10 000 são tais que o produto dos seus algarismos seja 100? Por exemplo, 455 é um desses números, porque $4 \times 5 \times 5 = 100$.

A) menos de 10 **B)** 18 **C)** 21
D) 28 **E)** mais de 30

73. (OBMEP) A figura mostra um polígono em forma de **T** e uma maneira de dividi-lo em retângulos de lados 1 cm e 2 cm. De quantas maneiras distintas, incluindo a da figura, é possível fazer divisões desse tipo?



A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

74. (OBMEP) Com exatamente dois segmentos de reta, podemos fazer figuras diferentes unindo os vértices de um pentágono. Cinco dessas figuras estão ilustradas a seguir. Incluindo essas cinco, quantas figuras diferentes podemos fazer desse modo?

A) 20 B) 30 C) 35
D) 40 E) 45

75. (OBMEP) Distribuímos os números inteiros positivos em uma tabela com cinco colunas, conforme o padrão ao lado.

A	B	C	D	E
1				
2	3			
4	5	6		
7	8	9	10	
11	12	13	14	15
16				
17	18			
19	20	21		
22	23	24	25	
26	27	28	29	30
31				
32	33			
.				
.				
.				

Continuando a preencher a tabela desta maneira, qual será a coluna ocupada pelo número 2 005?

(A) coluna A **(B)** coluna B
(C) coluna C **(D)** coluna D
(E) coluna E

76. (OBMEP) Fábio tem cinco camisas: uma preta de mangas curtas, uma preta de mangas compridas, uma azul, uma cinza e uma branca, e quatro calças: uma preta, uma azul, uma verde e uma marrom. De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir com uma camisa e uma calça de cores distintas?

(A) 12 (B) 15 (C) 17 (D) 18 (E) 20

77. (OBMEP) No início de janeiro de 2006, Tina formou com colegas um grupo para resolver problemas de Matemática. Eles estudaram muito e por isso, a cada mês, conseguiam resolver o dobro do número de problemas resolvidos no mês anterior. No fim de junho de 2006 o grupo havia resolvido um total de 1 134 problemas. Quantos problemas o grupo resolveu em janeiro?

A) 12 **B)** 18 **C)** 20
D) 24 **E)** 36

78. (OBMEP) As peças da figura 1 são feitas de quadradinhos de cartolina cinza de um lado e branca do outro. A figura 3 mostra uma maneira de encaixar essas peças com o lado cinza para cima nos quatro quadrados da figura 2. De quantas maneiras diferentes é possível fazer isso?

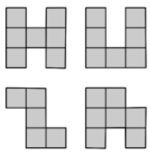


Figura 1

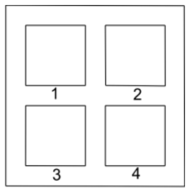


Figura 2

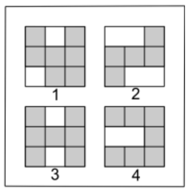


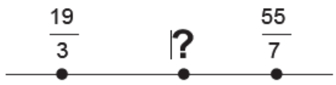
Figura 3

A) 1024 B) 1536 C) 2048
D) 3072 E) 4096

ALUNO: ____ AULA 05

PROBLEMAS ENVOLVENDO FRAÇÕES

79. (OBMEP) Em qual das alternativas aparece um número que fica entre:



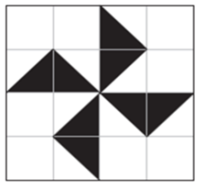
A) 2 B) 4 C) 5 D) 7 E) 9

80. (OBMEP) Se $\frac{1}{a+11} = \frac{37}{73}$**,** então é igual a:

A) $\frac{37}{78}$ **B)** $\frac{42}{78}$ **C)** $\frac{37}{98}$ **D)** $\frac{37}{75}$ **E)** $\frac{37}{147}$

81. (OBMEP) Dois meses atrás o prefeito de uma cidade iniciou a construção de uma nova escola. No primeiro mês foi feito 1/3 da obra e no segundo mês mais 1/3 do que faltava. A que fração da obra corresponde a parte ainda não construída da escola?

(A) 1/3 **(B)** 4/9 **(C)** ½ **(D)** 2/3 **(E)** 5/6



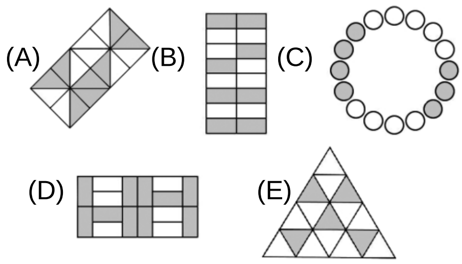
82. (OBMEP) A figura mostra um quadrado dividido em 16 quadradinhos iguais. A área em preto corresponde a que fração da área do quadrado?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

83. (OBMEP) Qual é o valor de $1+\frac{1}{1-\frac{2}{3}}$?

A) 1/3 B) 3/2 C) 4/3 D) 2 E) 4

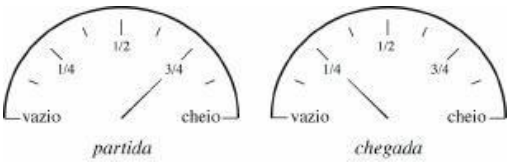
84. (OBMEP) Cada uma das figuras está dividida em 16 partes iguais. Em qual delas a parte cinza corresponde a $\frac{5}{8}$da área total?



85. (OBMEP) Na expressão $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{29}{30}$, as letras *a*, *b*, *c* e *d* representam números inteiros de 1 a 9. Qual é o valor de *a* + *b* + *c* + *d* ?

A) 14 **B)** 16 **C)** 19 **D)** 21 **E)** 23

86. (OBMEP) A capacidade do tanque de gasolina do carro de João é de 50 litros. As figuras mostram o medidor de gasolina do carro no momento de partida e no momento de chegada de uma viagem feita por João. Quantos litros de gasolina João gastou nesta viagem?



(A) 10 **(B)** 15 **(C)** 18

(D) 25 **(E)** 30

87. (OBMEP) Em uma caixa quadrada há 4 bolas brancas e 2 bolas pretas, e numa caixa redonda há 6 bolas, todas pretas. Paula quer que tanto na caixa quadrada quanto na redonda a razão entre a quantidade de bolas brancas e o total de bolas em cada caixa seja a mesma. Quantas bolas brancas Paula precisa tirar da caixa quadrada e passar para a caixa redonda?

(A) nenhuma (**B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** 4

88. (OBMEP) Um ônibus transporta 31 estudantes, baianos e mineiros, para um encontro de participantes da OBMEP. Entre os baianos, $\frac{2}{5}$ são homens e, entre os mineiros, $\frac{3}{7}$ são mulheres. Entre todos os estudantes quantas são as mulheres?

(A) 12 (B) 14 (C) 15 (D) 18 (E) 21

89. (OBMEP) Em uma escola, $\frac{1}{6}$ das meninas usam um único brinco; das meninas restantes, metade usa dois brincos e a outra metade não usa brincos. O número de brincos usados pelas meninas é:

A) igual ao número de meninas.

B) o dobro do número de meninas.

C) a metade do número de meninas.

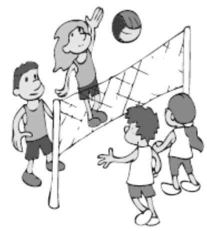
D) dois terços do número de meninas.

E) um terço do número de meninas.

90. (OBMEP) Uma torneira enche um tanque em oito horas e outra torneira enche o mesmo tanque em quatro horas. Ao meio dia, a primeira torneira foi aberta com o tanque vazio e, duas horas depois, a segunda torneira também foi aberta. A que horas o tanque ficou cheio?

A) 14h B) 14h 30min C) 15h D) 15h 30min E) 16h

PORCENTAGEM



91. (OBMEP) Em 2009 uma escola tinha 320 alunos esportistas, dos quais 45% jogavam vôlei. Em 2010 essa porcentagem diminuiu para 25%, mas o número de jogadores de vôlei não se alterou. Qual era o número de alunos esportistas em 2010?

A) 480 B) 524 C) 560 D) 576 E) 580

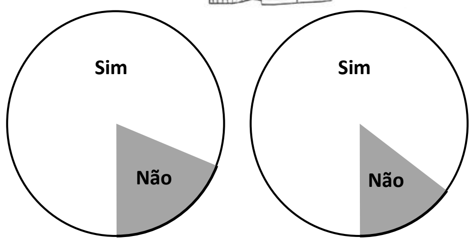
92. (OBMEP) A escola de Paraqui organizou uma Olimpíada de Matemática para seus 250 alunos e premiou com medalhas os 8% que obtiveram as notas mais altas. Quantas medalhas foram distribuídas?

A) 8 B) 11 C) 14 D) 17 E) 20

93. (OBMEP) A figura mostra o resultado de uma pesquisa sobre a aquisição de eletrodomésticos da qual participaram 1000 pessoas. Com base nesses dados, pode-se afirmar que o número de pessoas que possuem os dois eletrodomésticos é, no mínimo:

A) 500 B) 550 C) 650

D) 700 E) 800



Possui televisão? Possui geladeira?

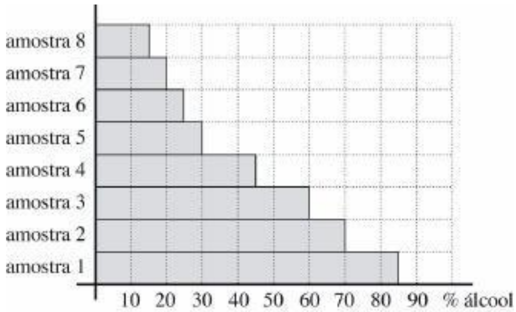
94. (OBMEP) Um fabricante de chocolate cobrava R$ 5,00 por uma barra de 250 gramas. Recentemente o peso da barra foi reduzido para 200 gramas, mas seu preço continuou R$ 5,00. Qual foi o aumento percentual do preço do chocolate desse fabricante?

A) 10% **B)** 15% **C)** 20% **D)** 25% **E)** 30%

ALUNO: ____ AULA 06

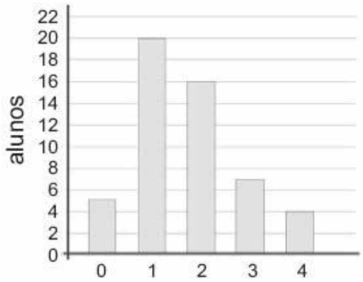
INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS E TABELAS

95. (OBMEP) Para testar a qualidade de um combustível composto apenas de gasolina e álcool, uma empresa recolheu oito amostras em vários postos de gasolina. Para cada amostra foi determinado o percentual de álcool e o resultado é mostrado no gráfico abaixo. Em quantas dessas amostras o percentual de álcool é maior que o percentual de gasolina?



A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

96. (OBMEP) A turma do Carlos organizou uma rifa. O gráfico mostra quantos alunos compraram um mesmo número de bilhetes; por exemplo, sete alunos compraram três bilhetes cada um. Quantos bilhetes foram comprados?

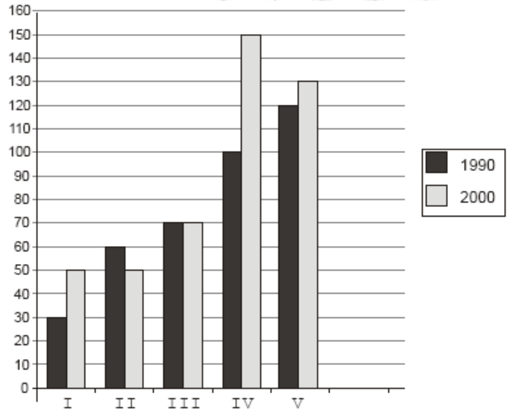


A) 56 **B)** 68 **C)** 71

D) 89 **E)** 100

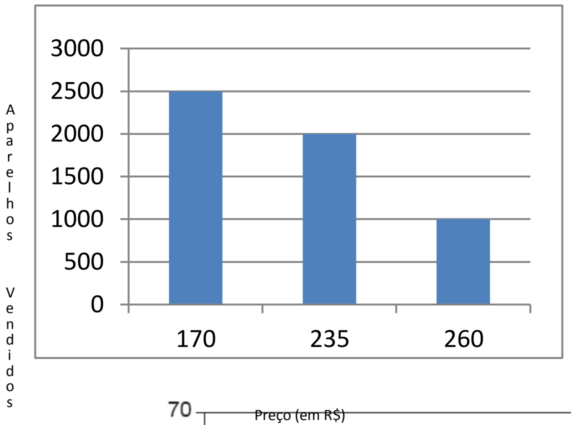
97. (OBMEP) No gráfico estão representadas as populações das cidades I, II, III, IV e V em 1990 e 2000, em milhares de habitantes. Por exemplo, em 1990 a população da cidade II era de 60 000 habitantes e em 2000 a cidade IV tinha 150 000 habitantes.

Qual cidade teve o maior aumento percentual de população de 1990 a 2000?



A) I **B)** II **C)** III **D)** IV **E)** V

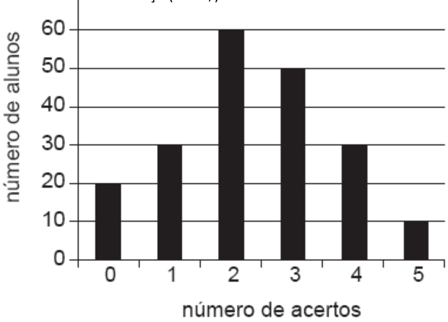
98. (OBMEP) O gráfico mostra o resultado da venda de celulares pela empresa BARATOCEL no ano de 2010. Qual foi o preço médio, em reais, dos celulares vendidos nesse ano?



A) 180 **B)** 200 C) 205

D) 210 **E)** 220

99. (OBMEP) Os alunos do sexto ano da Escola Municipal de Quixajuba fizeram uma prova com 5 questões. O gráfico mostra quantos alunos acertaram o mesmo número de questões; por exemplo, 30 alunos acertaram exatamente 4 questões. Qual das afirmações a seguir é verdadeira?



A) apenas 10% do total de alunos acertaram todas as questões

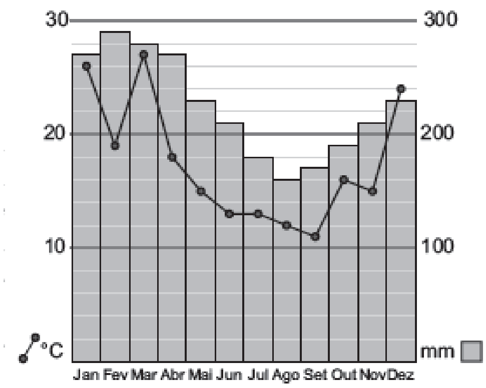
B) a maioria dos alunos acertou mais de 2 questões

C) menos de 200 alunos fizeram a prova

D) 40 alunos acertaram pelo menos 4 questões

E) exatamente 20% do total de alunos não resolveram nenhuma questão

100. (OBMEP) O gráfico mostra a temperatura média e a precipitação de chuva em Quixajuba em cada um dos meses de 2009. Qual das afirmativas abaixo está correta?



A) O mês mais chuvoso foi também o mais quente.

B) O mês menos chuvoso foi também o mais frio.

C) De outubro para novembro aumentaram tanto a precipitação quanto a temperatura.

D) Os dois meses mais quentes foram também os de maior precipitação.

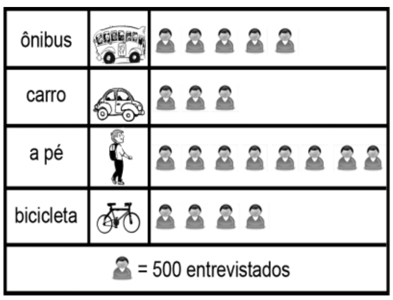
E) Os dois meses mais frios foram também os de menor precipitação.

101. (OBMEP) A tabela apresenta as cinco seleções de futebol feminino mais bem classificadas no ano de 2010, segundo a FIFA. Cada **X** na tabela significa que a seleção na linha correspondente está mais bem classificada do que a seleção na coluna correspondente; por exemplo, a Alemanha está mais bem classificada do que o Brasil. Qual é a seleção que ocupa a quarta posição?

FIFA 2010 Futebol feminino	Alemanha	Brasil	EUA	Japão	Suécia
Alemanha		**X**		**X**	**X**
Brasil				**X**	**X**
EUA	**X**	**X**		**X**	**X**
Japão					
Suécia				**X**	

A) Alemanha B) Brasil C) EUA D) Japão E) Suécia

102. (OBMEP) Veja na tabela o resultado da pesquisa feita em um bairro de uma grande cidade sobre os modos de ir ao trabalho.



Com base nessa tabela, qual é a alternativa correta?

(A) Metade dos entrevistados vai a pé ao trabalho.

(B) O meio de transporte mais utilizado pelos entrevistados para ir ao trabalho é a bicicleta.

(C) 50% dos entrevistados vão ao trabalho de ônibus.

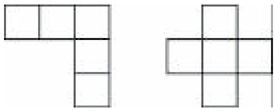
(D) A maioria dos entrevistados vai ao trabalho de carro ou de ônibus.

(E) 15% dos entrevistados vão ao trabalho de carro.

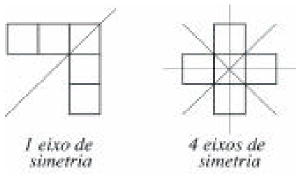
ALUNO: ____ AULA 07

MANIPULAÇÕES GEOMÉTRICAS

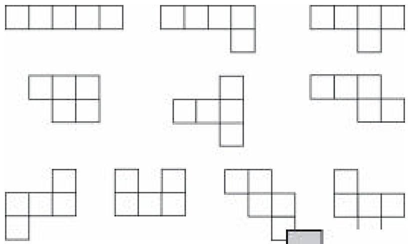
103. (OBMEP) As duas figuras a seguir são formadas por cinco quadrados iguais.



Observe que elas possuem eixos de simetria, conforme assinalado a seguir.

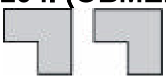


As figuras abaixo também são formadas por cinco quadrados iguais. Quantas delas possuem pelo menos um eixo de simetria?

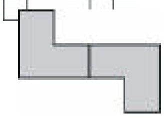


(A) 3 **(B)** 4 **(C)** 5 **(D)** 6 **(E)** 7

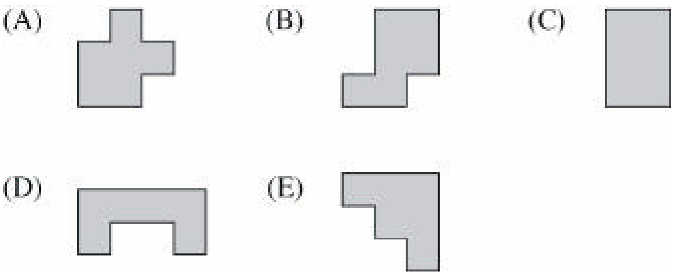
104. (OBMEP) As duas peças de madeira a seguir são iguais.



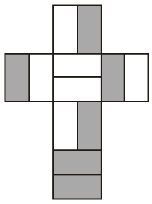
Pode-se juntar essas duas peças para formar uma peça maior, como mostra o seguinte exemplo.

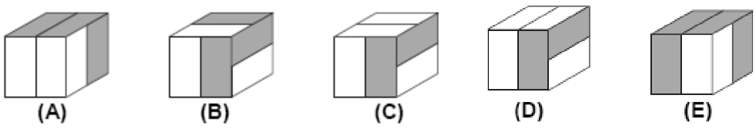


Qual das figuras abaixo representa uma peça que **NÃO** pode ser formada com as duas peças dadas?

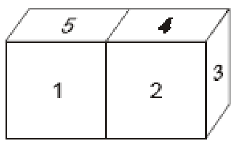


105. (OBMEP) Para montar um cubo, Guilherme recortou um pedaço de cartolina branca e pintou de cinza algumas partes, como na figura ao lado. Qual das figuras abaixo representa o cubo construído por Guilherme?

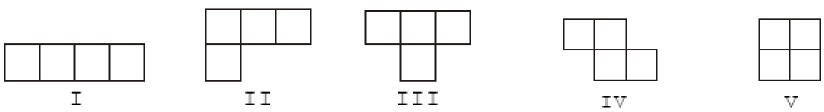




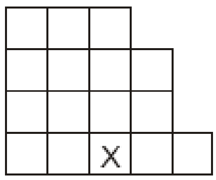
106. (OBMEP) As doze faces de dois cubos foram marcadas com números de 1 a 12, de modo que a soma dos números de duas faces opostas em qualquer um dos cubos é sempre a mesma. Joãozinho colou duas faces com números pares, obtendo a figura ao lado. Qual o produto dos números das faces coladas?



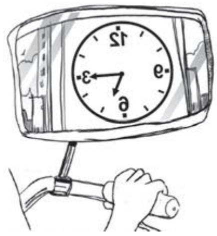
(A) 42 **(B)** 48 **(C)** 60 **(D)** 70 **(E)** 72



107. (OBMEP)
Paulo usou quatro peças diferentes dentre as cinco acima para montar a figura indicada. Em qual das peças está o quadradinho marcado com X?



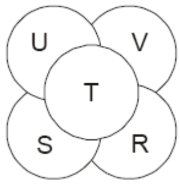
A) I **B)** II **C)** III **D)** IV **E)** V



108. (OBMEP) Benjamim passava pela praça de Quixajuba, quando viu o relógio da praça pelo espelho da bicicleta, como na figura. Que horas o relógio estava marcando?

A) 5h 15min B) 5h 45min C) 6h 15min

D) 6h 45min E) 7h 45min



109. (OBMEP) Cinco discos de papelão foram colocados um a um sobre uma mesa, conforme mostra a figura. Em que ordem os discos foram colocados na mesa?

A) V, R, S, U, T **B)** U, R, V, S, T **C)** R, S, U, V, T

D) T, U, R, V, S **E)** V, R, U, S, T

110. (OBMEP) A figura 1 mostra uma peça feita com quadradinhos. Com duas cópias dessa peça podemos construir um retângulo, como na figura 2. Com duas peças idênticas a cada uma das que aparecem nas alternativas também é possível montar um retângulo, **com exceção de uma delas**. Qual é essa peça?

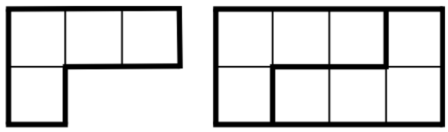
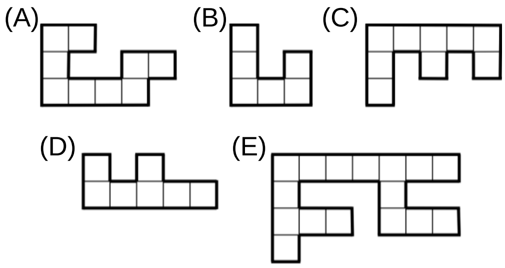
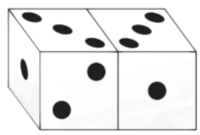


Figura 1 Figura 2

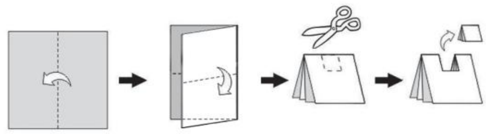




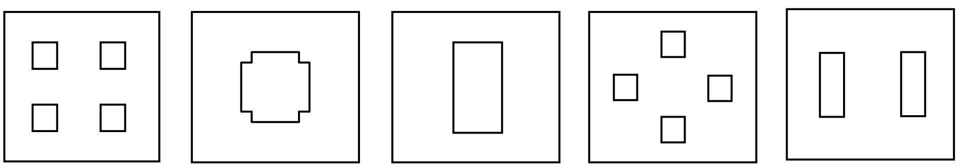
111. (OBMEP) Em um dado a soma dos números de duas faces opostas é sempre 7. Dois dados iguais foram colados como na figura. Qual é a soma dos números que estão nas faces coladas?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

112. (OBMEP) Joãozinho dobrou duas vezes uma folha de papel quadrada, branca de um lado e cinza do outro, e depois recortou um quadradinho, como na figura. Qual das figuras abaixo ele encontrou quando desdobrou completamente a folha?



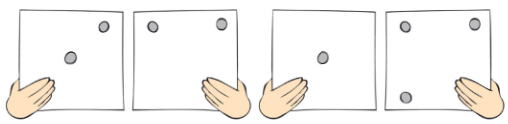
A) B) C) D) E)



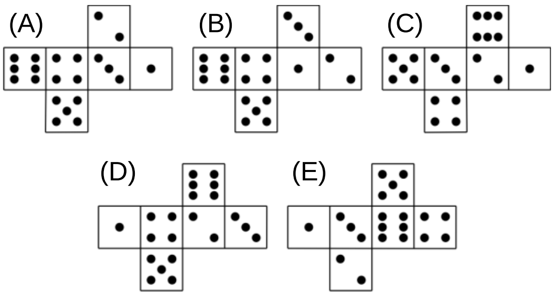
113. (OBMEP) Jorginho desenhou bolinhas na frente e no verso de um cartão. Ocultando parte do cartão com sua mão, ele mostrou duas vezes a frente e duas vezes o verso, como na figura. Quantas bolinhas ele desenhou?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5

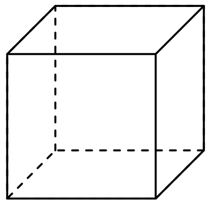
D) 6 **E)** 8



114. (OBMEP) Com as figuras mostradas abaixo podemos montar cinco dados diferentes. Com qual delas podemos montar um dado no qual a soma do número de pontos em quaisquer duas faces opostas é 7?

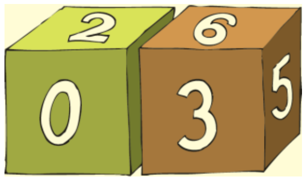


115. (OBMEP) Mário montou um cubo com doze varetas iguais e quer pintá-las de modo que em nenhum vértice se encontrem varetas de cores iguais. Qual é o menor número de cores que ele precisa usar?



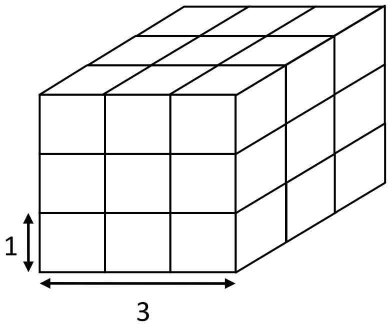
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 6 **E)** 8

116. (OBMEP) Pedro tem dois cubos com faces numeradas, com os quais ele consegue indicar os dias do mês de 01 a 31. Para formar as datas, os cubos são colocados lado a lado e podem ser girados ou trocados de posição. A face com o 6 também é usada para mostrar o 9. Na figura ao lado, os cubos mostram o dia 03. Qual é a soma dos números das quatro faces **não** visíveis no cubo da esquerda?



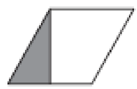
A) 15 B) 16 C) 18 D) 19 E) 20

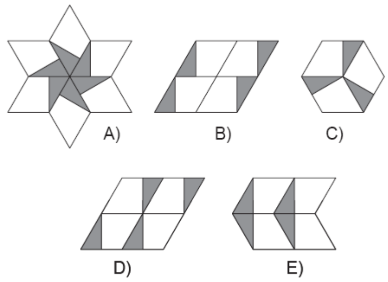
117. (OBMEP) Um cubo de madeira tem 3 cm de aresta. Duas faces opostas foram pintadas de amarelo e as outras quatro faces foram pintadas de verde. Em seguida o cubo foi serrado em 27 cubinhos de 1 cm de aresta, conforme indicado no desenho. Quantos cubinhos têm faces pintadas com as duas cores?

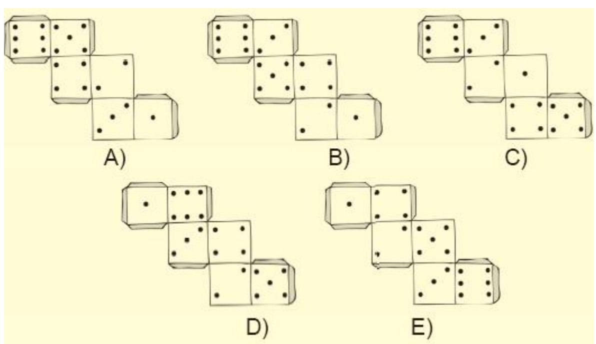


(A) 16 **(B)** 18 **(C)** 20 **(D)** 22 **(E)** 24

118. (OBMEP) A figura mostra a superfície pintada de um azulejo em forma de losango. Dos cinco padrões abaixo, apenas um **não** pode ser montado com cópias desse azulejo. Qual é esse padrão?







119. (OBMEP) Num dado comum, a soma dos pontos de duas faces opostas é sempre 7. É possível construir um dado comum dobrando e colando uma das peças de papelão a seguir. Que peça é essa?

ALUNO: ____ AULA 08

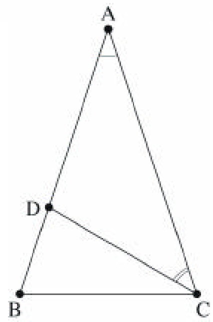
GEOMETRIA - ÂNGULOS

120. (OBMEP) Qual é a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio quando ele marca 12 horas e 30 minutos?

A) 90º **B)** 120º

C) 135º **D)** 150º

E) 165º



121. (OBMEP) O triângulo *ABC* é isósceles de base *BC* e o ângulo *BÂC* mede 30º. O triângulo *BCD* é isósceles de base *BD*.Determine a medida do ângulo $D\hat{C}A$

A) 45º **B)** 50º

C) 60º **D)** 75º

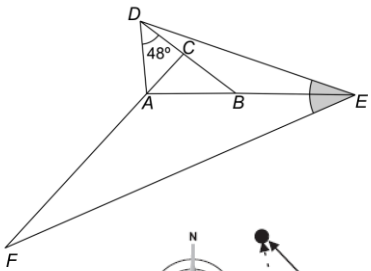
E) 90º

122. (OBMEP) Uma tira de papel retangular é dobrada ao longo da linha tracejada, conforme indicado, formando a figura plana da direita. Qual a medida do ângulo *x*?

A) 30° **B)** 50°

C) 80° **D)** 100°

E) 130°

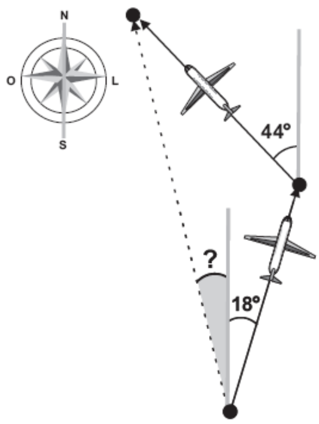


123. (OBMEP) Na figura o ângulo $A\hat{D}C$ mede 48º e os triângulos *ACD*, *DBE* e *EAF* são isósceles de bases *AD*, *DE* e *EF*, respectivamente. Quanto mede o ângulo $D\hat{E}F$?

A) 36º **B)** 40º

C) 42º **D)** 48º

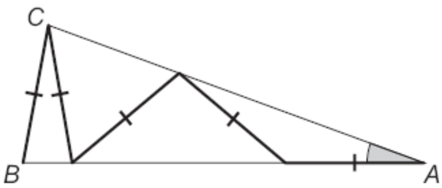
E) 58º



124. (OBMEP) A figura mostra dois trechos de 300 km cada um percorridos por um avião. O primeiro trecho faz um ângulo de 18º com a direção norte e o segundo, um ângulo de 44º, também com a direção norte. Se o avião tivesse percorrido o trecho assinalado em pontilhado, qual seria o ângulo desse trecho com a direção norte?

A) 12º **B)** 13º **C)** 14º

D) 15º **E)** 16º

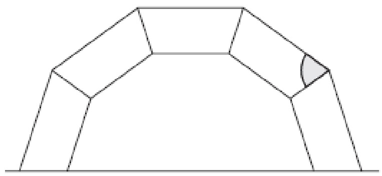


125. (OBMEP) No triângulo ABC temos *AB* = *AC* e os cinco segmentos marcados têm todos a mesma medida. Qual é a medida do ângulo *BÂC*?

A) 10º **B)** 15º **C)** 20º

D) 25º **E)** 30º

126. (OBMEP) A figura é formada por 5 trapézios isósceles iguais. Qual é a medida do ângulo indicado?



A) 72º **B)** 74º

C) 76º **D)** 78º

E) 80º

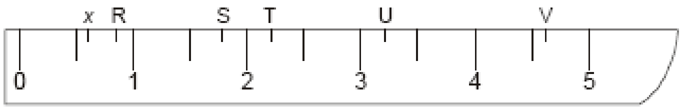
Unidades de Comprimento

127. (OBMEP) Guilherme está medindo o comprimento de um selo com um pedaço de uma régua, graduada em centímetros, como mostra a figura. Qual é o comprimento do selo?

A) 3 cm **B)** 3,4 cm **C)** 3,6 cm

D) 4 cm **E)** 4,4 cm

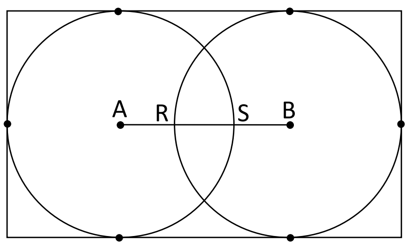
128. (OBMEP) A figura representa parte de uma régua graduada de meio em meio centímetro, onde estão marcados alguns pontos. Qual deles melhor representa o número $2x + 1$?



A) R **B)** S **C)** T **D)** U **E)** V

Geometria - Perímetros

129. (OBMEP) Na figura as circunferências de centros *A* e *B* são tangentes aos lados do retângulo e têm diâmetros iguais a 4 cm. A distância entre os pontos *R* e *S* é 1 cm. Qual é o perímetro do retângulo?



A) 16 cm **B)** 18 cm

C) 20 cm **D)** 22 cm

E) 24 cm

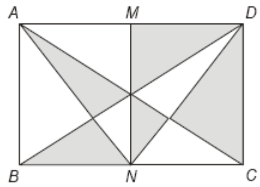
130. (OBMEP) Márcia cortou quatro tiras retangulares de mesma largura, cada uma de um dos lados de uma folha de papel medindo 30 cm por 50 cm. O perímetro do pedaço de papel que sobrou é 85% do perímetro da folha original. Qual é a largura das tiras?

A) 2 cm **B)** 2,5 cm **C)** 3 cm

D) 3,2 cm **E)** 3,5 cm

ALUNO: ____ AULA 09

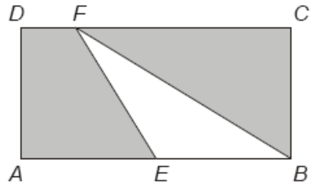
GEOMETRIA - ÁREAS



131. (OBMEP) No retângulo *ABCD* da figura, *M* e *N* são os pontos médios dos lados *AD* e *BC*. Qual é a razão entre a área da parte sombreada e a área do retângulo *ABCD*?

(A) 1/5 **(B)** ¼ **(C)** 1/3

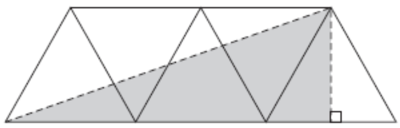
(D) ½ **(E)** 2/3



132. (OBMEP) No retângulo da figura temos *AB* = 6 cm e *BC* = 4 cm. O ponto *E* é o ponto médio do lado *AB*. Qual é a área da parte sombreada?

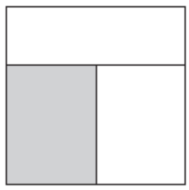
(A) 12 cm^2 **(B)** 15 cm^2 **(C)** 18 cm^2

(D) 20 cm^2 **(E)** 24 cm^2



133. (OBMEP) A figura mostra cinco triângulos equiláteros. A que fração da área da figura corresponde à área sombreada?

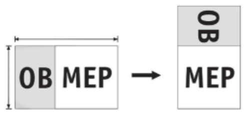
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{5}{8}$



134. (OBMEP) A figura mostra um quadrado de lado 12 cm, dividido em três retângulos de mesmo perímetro. Qual é a área do retângulo sombreado?

A) 36 cm^2 B) 40 cm^2 C) 48 cm^2

D) 54 cm^2 E) 72 cm^2

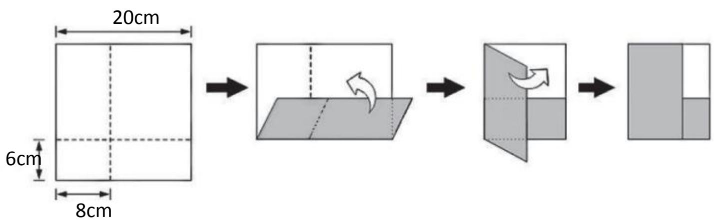


135. (OBMEP) Um cartão da OBMEP, medindo 11 cm por 18 cm, foi cortado para formar um novo cartão, como na figura. Qual é a área da parte com as letras **O** e **B**?

A) 77 cm^2 B) 88 cm^2 C) 99 cm^2

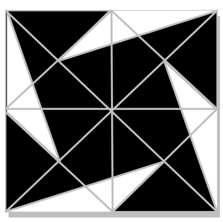
D) 125 cm^2 E) 198 cm^2

Um quadrado de papel de 20 cm de lado, com a frente branca e o verso cinza, foi dobrado ao longo das linhas pontilhadas, como na figura. Qual é a área da parte branca que ficou visível?



A) 18 cm^2 B) 32 cm^2 C) 36 cm^2

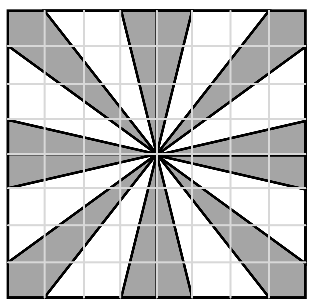
D) 72 cm^2 E) 84 cm^2



136. (OBMEP) A figura mostra um quadrado com suas diagonais e segmentos que unem os pontos médios de seus lados. A área em preto corresponde a que fração da área do quadrado?

A) ½ B) 2/3 C) 3/4

D) 3/8 E) 9/16

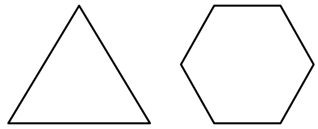


Na figura, os lados do quadrado foram divididos em oito partes iguais. Qual é a razão entre a área cinza e a área desse quadrado?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 1

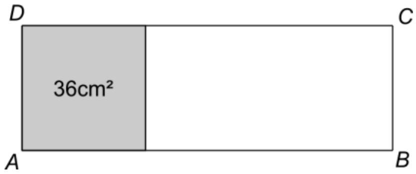
137. (OBMEP) Um triângulo equilátero e um hexágono regular têm o mesmo perímetro. A área do hexágono é 6 m^2. Qual é a área do triângulo?

A) 2 m^2 B) 3 m^2 C) 4 m^2 D) 5 m^2 E) 6 m^2



138. (OBMEP) A região cinza na figura é um quadrado de área 36 cm^2 que corresponde a $\frac{3}{8}$ da área do retângulo *ABCD*. Qual é o perímetro desse retângulo?

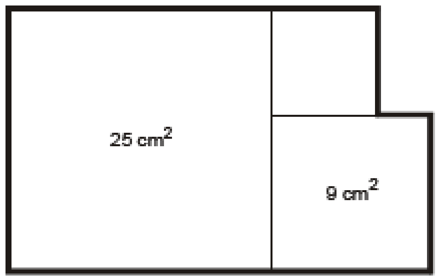
(A) 44 cm (B) 46 cm (C) 48 cm (D) 50 cm (E) 52 cm



139. (OBMEP) Uma folha quadrada foi cortada em quadrados menores da seguinte maneira: um quadrado de área 16 cm^2, cinco quadrados de área 4 cm^2 cada um e treze quadrados de área 1 cm2 cada um. Qual era a medida do lado da folha, antes de ela ser cortada?

(A) 3 cm **(B)** 4 cm **(C)** 5 cm

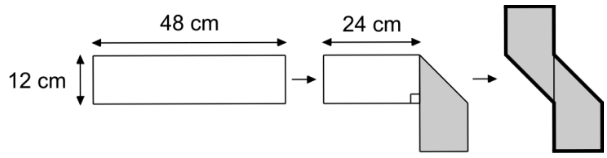
(D) 7 cm **(E)** 8 cm



140. (OBMEP) A figura é formada por três quadrados, um deles com área de 25 cm^2 e o, outro com 9 Cm^2. Qual é o perímetro da figura?

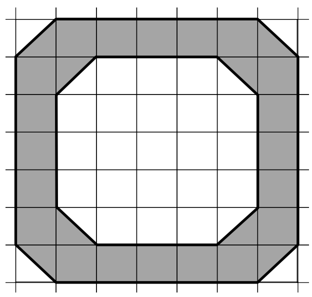
(A) 20 cm **(B)** 22 cm **(C)** 24 cm

(D) 26 cm **(E)** 38 cm



141. (OBMEP) Uma tira retangular de cartolina, branca de um lado e cinza do outro, foi dobrada como na figura, formando um polígono de 8 lados. Qual é a área desse polígono?

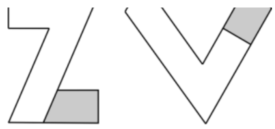
(A) 216 cm^2 (B) 264 cm^2 (C) 348 cm^2 (D) 432 cm^2 (E) 576 cm^2



142. (OBMEP) O quadriculado da figura é feito com quadradinhos de 1 cm de lado. Qual é a área da região sombreada?

A) 16 cm^2 B) 18 cm^2 C) 20 cm^2

D) 24 cm^2 E) 30 cm^2



143. (OBMEP) A figura mostra as letras **V** e **Z**, ambas montadas com as mesmas duas peças de cartolina, uma branca e uma cinza, sem sobreposição. Qual das afirmativas abaixo é verdadeira?

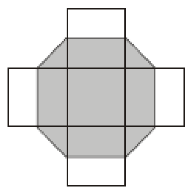
(A) O **V** e o **Z** têm perímetros iguais e áreas iguais.

(B) O **V** e o **Z** têm perímetros iguais, mas a área do **Z** é menor do que a do **V**.

(C) O **V** e o **Z** têm perímetros iguais, mas a área do **Z** é maior do que a do **V**.

(D) O **V** e o **Z** têm áreas iguais, mas o perímetro do **Z** é maior do que o do **V**.

(E) O **V** e o **Z** têm áreas iguais, mas o perímetro do **Z** é menor do que o do **V**.

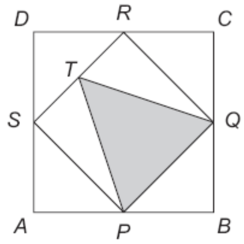


144. (OBMEP) Na figura, os cinco quadrados são iguais e os vértices do polígono sombreado são pontos médios dos lados dos quadrados. Se a área de cada quadrado é 1 cm2, qual a área do polígono sombreado?

(A) 2 cm^2 **(B)** 2,5 cm^2 **(C)** 3 cm^2

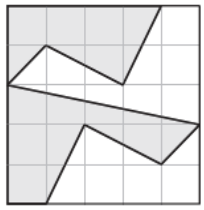
(D) 3,5 cm^2 **(E)** 4 cm^2

145. (OBMEP) Na figura, o quadrado *ABCD* tem área 40 cm^2. Os pontos *P*, *Q, R* e *S* são pontos médios dos lados do quadrado e *T* é o ponto médio do segmento *RS*. Qual é a área do triângulo *PQT*?



A) 10 cm^2 B) 12 cm^2 C) 14 cm^2 D) 16 cm^2 E) 18 cm^2

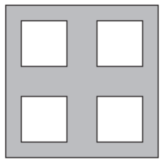
146. (OBMEP) Na figura, o lado de cada quadradinho mede 1 cm.Qual é a área da região cinza?



A) 10 cm^2 B) 12,5 cm^2 C) 14,5 cm^2

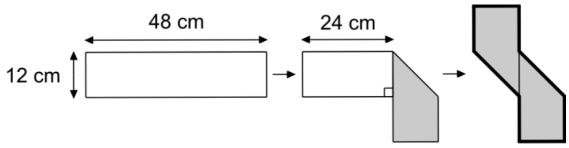
D) 16 cm^2 E) 18 cm^2

147. (OBMEP) A figura mostra quatro quadrados iguais dentro de um quadrado maior. A área em cinza é 128 cm2 e a área de cada quadrado menor é igual a 9% da área do quadrado maior. Qual é a área do quadrado maior?



A) 128 cm^2 B) 162 cm^2 C) 200 cm^2 D) 210 cm^2 E) 240 cm^2

148. (OBMEP) Uma tira retangular de cartolina, branca de um lado e cinza do outro, foi dobrada como na figura, formando um polígono de 8 lados. Qual é a área desse polígono?



(A) 216 cm^2 (B) 264 cm^2 (C) 348 cm^2

(D) 432 cm^2 (E) 576 cm^2

149. (OBMEP) Numa folha quadrada de papel de 30 cm de lado, branca de um lado e cinza do outro, marcou-se um quadrado *ABCD* em linhas pontilhadas, como na figura 1. A folha foi dobrada ao longo das linhas pontilhadas e o resultado está mostrado na figura 2, onde a parte cinza é um quadrado de área 144 cm^2. Qual é o comprimento do segmento *PA*?

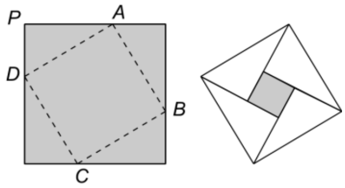
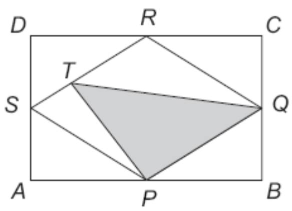


Figura 1 **Figura 2**

(A) 21 cm (B) 22 cm (C) 23 cm

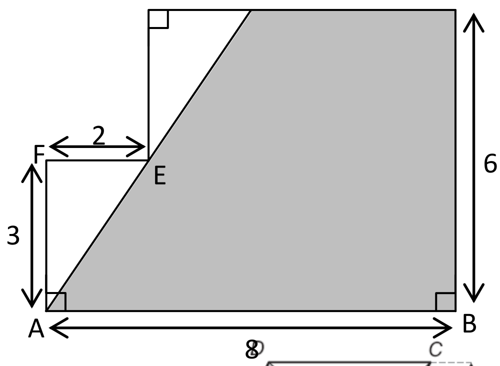
(D) 24 cm (E) 25 cm

Na figura o retângulo ABCD tem área 40 cm^2. Os pontos *P*, *Q*, *R* e *S* são pontos médios dos lados do retângulo e *T* está no segmento *RS*. Qual é a área do triângulo *PQT*?



A) 10 cm^2 B) 12 cm^2 C) 14 cm^2 D) 16 cm^2 E) 18 cm^2

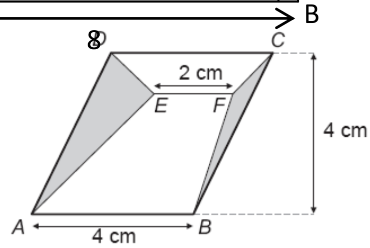
A figura mostra um polígono *ABCDEF* no qual dois lados consecutivos quaisquer são perpendiculares. O ponto *G* está sobre o lado *CD* e sobre a reta que passa por *A* e *E*. Os comprimentos de alguns lados estão indicados em centímetros. Qual é a área do polígono *ABCG* ?



(A) 36 cm **(B)** 37 cm **(C)** 38 cm

(D) 39 cm **(E)** 40 cm

150. (OBMEP) Na fi gura, *ABCD* é um paralelogramo e o segmento *EF* é paralelo a *AB*. Qual é a soma das áreas dos triângulos sombreados?



A) 2 cm^2 B) 4 cm^2 C) 6 cm^2 D) 8 cm^2 E) 10 cm^2

ALUNO: ____ AULA 10

REGRA-DE-TRÊS

3. Para encher uma caixa d'água são necessários 2000 baldes ou 2400 latas de água. Se já foram colocados 1500 baldes na caixa, quantas latas serão necessárias para acabar de enchê-la?

A) 600 **B)** 900 **C)** 960 **D)** 1080 **E)** 1200

11. Uma fábrica produz, a cada minuto, um litro de tinta branca e meio litro de tinta roxa. Para fazer oito litros de tinta lilás são necessários cinco litros de tinta branca e três litros de tinta roxa. De quanto tempo a fábrica precisa para produzir tinta suficiente para fazer 600 litros de tinta lilás?

A) 6h30min **B)** 6h45min **C)** 7h
D) 7h15min **E)** 7h30min

15. Alvino está a meio quilômetro da praia quando começa a entrar água em seu barco, a 40 litros por minuto. O barco pode suportar, no máximo, 150 litros de água sem afundar. A velocidade do barco é 4 quilômetros por hora. Quantos litros de água por minuto, no mínimo, Alvino deve tirar do barco para chegar à praia?

A) 20 **B)** 24 **C)** 28 **D)** 30 **E)** 32

5. Um bloco de folhas retangulares de papel pesa 2 kg. Outro bloco do mesmo papel tem o mesmo número de folhas que o primeiro, mas suas folhas têm o dobro do comprimento e o triplo da largura. Qual é o peso do segundo bloco?

A) 4 kg **B)** 6 kg **C)** 8 kg
D) 10 kg **E)** 12 kg

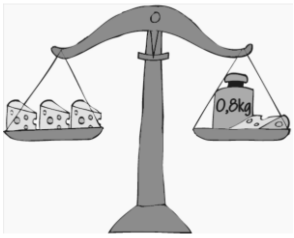
SISTEMAS

151. (OBMEP) Joãozinho inventou uma operação matemática com números inteiros, para a qual ele usa o sinal #. Ela funciona assim: $a \# b = (a + 1)(b - 1)$

Por exemplo, $3 \# 5 = (3+1) \times (5-1) = 16$.

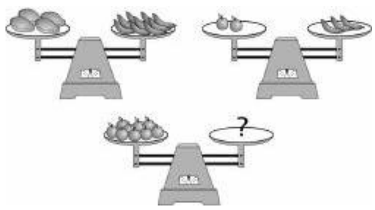
Se a e b são inteiros positivos tais que $a \# b = 24$ e $b \# a = 30$, quanto vale $a + b$?

A) 11 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18



152. (OBMEP) Um queijo foi partido em quatro pedaços de mesmo peso. Três desses pedaços pesam o mesmo que um pedaço mais um peso de 0,8 kg. Qual era o peso do queijo inteiro?

A) 1,2 kg B) 1,5 kg C) 1,6 kg D) 1,8 kg E) 2,4 kg



153. (OBMEP) Usando uma balança de dois pratos, verificamos que 4 abacates pesam o mesmo que 9 bananas e que 3 bananas pesam o mesmo que 2 laranjas. Se colocarmos 9 laranjas num prato da balança, quantos abacates deveremos colocar no outro prato, para equilibrar a balança?

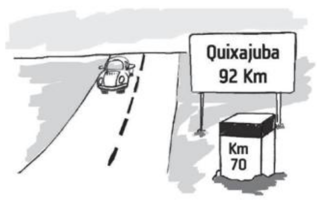
(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 4 **(D)** 5 **(E)** 6

154. (OBMEP) Adão atribuiu um valor numérico a cada letra do alfabeto. Multiplicando os valores atribuídos às letras, ele obteve PAPAI=12, GALO=5 e PAPAGAIO=24. Qual é o valor que ele atribuiu à letra L?

A) 1/4 B) 5/8 C) 10/3 D) 2 E) 5/2

155. (OBMEP) A estrada que passa pelas cidades de Quixajuba e Paraqui tem 350 quilômetros. No quilômetro 70 dessa estrada há uma placa indicando *Quixajuba a 92 km*. No quilômetro 290 há uma placa indicando *Paraqui a 87 km*. Qual é a distância entre Quixajuba e Paraqui?

A) 5 km B) 41 km C) 128 km D) 179 km E) 215 km



156. (OBMEP) Usando todo o suco que está numa jarra é possível encher 9 copos pequenos e 4 copos grandes ou então encher 6 copos pequenos e 6 copos grandes. Quantos copos grandes é possível encher usando todo o suco da jarra?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

157. (OBMEP) Ontem Dona Dulce gastou R$ 12,00 no mercado para comprar 4 caixas de leite e 6 pães. Hoje, aproveitando uma promoção no preço do leite, ela comprou 8 caixas de leite e 12 pães por R$ 20,00 no mesmo mercado. O preço do pão foi o mesmo que o de ontem. Qual foi o desconto que o mercado deu em cada caixa de leite?

(A) R$ 0,25 (B) R$ 0,50 (C) R$ 0,75 (D) R$ 1,00 (E) R$ 1,25

158. (OBMEP) João e Ana são irmãos. João tem cinco irmãos a mais do que irmãs. Quantos irmãos Ana tem a mais do que irmãs?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

159. (OBMEP) Saci, Jeca, Tatu e Pacu comeram 52 bananas. Ninguém ficou sem comer e Saci comeu mais que cada um dos outros. Jeca e Tatu comeram ao todo 33 bananas, sendo que Jeca comeu mais que Tatu. Quantas bananas Tatu comeu?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

160. (OBMEP) Quando João vai para a escola a pé e volta de ônibus, ele gasta uma hora e quinze minutos; quando vai e volta de ônibus, ele gasta meia hora. Para cada meio de transporte, o tempo gasto na ida é igual ao tempo gasto na volta. Quanto tempo ele gasta quando vai e volta a pé?

A) uma hora e meia

B) uma hora e quarenta e cinco minutos

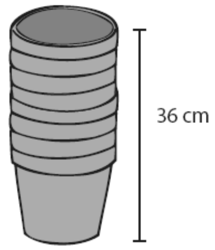
C) duas horas

D) duas horas e quinze minutos

E) duas horas e meia

161. (OBMEP) Oito vasos iguais, encaixados, formam uma pilha de 36cm de altura, como na figura.Dezesseis vasos iguais aos primeiros, também encaixados, formam outra pilha de 60cm de altura. Qual é a altura de cada vaso?

A) 15 cm B) 16 cm C) 18 cm D) 20 cm E) 22 cm



162. (OBMEP) Um cachorro começa a perseguir um coelho que está dez metros a sua frente. Enquanto o coelho corre um metro, o cachorro corre dez metros. É correto afirmar que o cachorro:

A) correrá exatamente dez metros até alcançar o coelho.

B) correrá mais que dez metros e menos que onze metros até alcançar o coelho.

C) correrá exatamente onze metros até alcançar o coelho.

D) correrá mais que onze metros e menos que doze metros até alcançar o coelho.

E) nunca alcançará o coelho.

163. (OBMEP) Um grupo de amigos acabou de comer uma pizza. Se cada um der R$ 8,00 faltarão R$ 2,50 para pagar a pizza e se cada um der R$ 9,00 sobrarão R$ 3,50. Qual é o preço da pizza?

A) R$ 45,50 B) R$ 48,50 C) R$ 50,50 D) R$ 52,50 E) R$ 54,50

164. (OBMEP) Seis crianças fizeram uma roda e cada uma, em voz baixa, falou seu número favorito para seus dois vizinhos. Em seguida, cada criança disse em voz alta a soma dos dois números que ouviu; a figura mostra o que Afonso, Camila e Eduardo disseram em voz alta. Qual é o número favorito de Fátima?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

165. (OBMEP) Vinte pessoas resolveram alugar um barco por R$ 200,00, quantia que seria dividida igualmente entre todos. No dia do passeio algumas pessoas desistiram. Por causa disso, cada participante do passeio teve que pagar R$ 15,00 a mais. Quantas pessoas desistiram do passeio?

(A) 10 **(B)** 11 **(C)** 12 **(D)** 13 **(E)** 14

166. (OBMEP) Uma caixa contém somente bolas azuis, verdes e brancas. O número de bolas brancas é o dobro do número de bolas azuis. Se colocarmos 10 bolas azuis e retirarmos 10 bolas brancas, a caixa passará a conter o mesmo número de bolas de cada cor. Quantas bolas a caixa contém?

(A) 30 **(B)** 40 **(C)** 60 **(D)** 80 **(E)** 90

167. (OBMEP) Um aluno compara as notas das 6 provas de Português que fez em 2004 e de outras 6, da mesma matéria, que fez em 2005. Ele repara que em 5 provas ele obteve as mesmas notas nos dois anos. Na outra prova a nota foi 86 em 2004 e 68 em 2005. Em 2004 a média aritmética das seis notas foi 84. Qual foi a média em 2005?

(A) 78 **(B)** 81 **(C)** 82 **(D)** 83 **(E)** 87

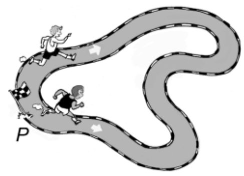
168. (OBMEP) Uma professora distribuiu 286 bombons igualmente entre seus alunos da 6ª série. No dia seguinte, ela distribuiu outros 286 bombons, também igualmente, entre seus alunos da 7ª série. Os alunos da 7ª série reclamaram que cada um deles recebeu 2 bombons a menos que os alunos da 6ª série. Quantos alunos a professora tem na 7ª série?

(A) 11 **(B)** 13 **(C)** 22 **(D)** 26 **(E)** 30

169. (OBMEP) Na volta de uma pescaria, Pedro disse para Carlos: “Se você me der um de seus peixes, eu ficarei com o dobro do número de peixes com que você vai ficar”. Carlos respondeu: “E se, em vez disso, eu jogar um de seus peixes no rio, ficaremos com o mesmo número”. Quantos peixes eles pescaram ao todo?

A) 5 B) 7 C) 8 D) 9 E) 11

170. (OBMEP) A pista de corrida da figura tem 6 km de comprimento. Mário e João partiram do ponto *P*, correndo em sentidos contrários. Mário correu 8 km e parou para descansar, enquanto João correu 15 km e também parou. Qual é a menor distância, ao longo da pista, que João deve andar até o ponto em que Mário parou?



(A) 0 km (B) 1 km (C) 2 km (D) 3 km (E) 4 km

171. (OBMEP) Carlos poderá aposentar-se quando a soma de sua idade com o número de anos que ele trabalhou for 100. Quando Carlos fez 41 anos, ele já havia trabalhado 15 anos. Qual é a idade mínima que ele deverá ter para poder se aposentar?

(A) 59 (B) 60 (C) 61 (D) 62 (E) 63

172. (OBMEP) A professora de Emília comprou 96 balas para repartir igualmente entre seus alunos, sem que sobrassem balas. No dia da distribuição todos os alunos foram à escola, exceto Emília. A professora distribuiu igualmente as balas entre os alunos presentes, mas sobraram 5 balas. Quantos alunos tem a turma de Emília?

(A) 6 (B) 8 (C) 12 (D) 14 (E) 16

173. (OBMEP) Numa mercearia, um quilo do queijo prato custa 10% a mais que um quilo do queijo de Minas. Se com determinada quantia pode-se comprar 37 gramas de queijo de Minas a mais que de queijo prato, quantos gramas de queijo de Minas pode-se comprar com essa quantia?

(A) 257 (B) 352 (C) 385 (D) 407 (E) 492

174. (OBMEP) Um fazendeiro perguntou ao seu filho: Quantos pés eu posso contar quando eu estou tirando leite de uma vaca? O menino respondeu: São 6, sendo 4 da vaca e 2 seus. O pai então disse: Na verdade são 9, por que você esqueceu de contar os 3 do banquinho em que eu fico sentado. A seguir o pai propôs outro problema ao seu filho: Num curral há algumas pessoas, vacas e banquinhos, pelo menos um de cada. O número total de pés é 22 e o de cabeças é 5. Quantas vacas há no curral? O menino resolveu o problema corretamente. Qual foi sua resposta?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

ANEXO 6 - AULAS DO NÍVEL 3 EM 2012

SUMÁRIO

ALUNO: ____ AULA 01

CONTAGEM

175. (OBMEP) Para uma atividade com sua turma, uma professora distribuiu 100 cadeiras em volta de uma grande mesa redonda e numerou-as consecutivamente de 1 a 100. A professora, que é muito caprichosa, colocou as cadeiras voltadas para o centro da mesa, mantendo a mesma distância entre cada cadeira e suas duas vizinhas. Qual é o número da cadeira que ficou exatamente à frente da cadeira com o número 27?

(A) 76 **(B)** 77 **(C)** 78 **(D)** 79 **(E)** 80

176. (OBMEP) Daniel escreveu a lista, em ordem crescente, de todos os números inteiros de 1 a 100 que são múltiplos de 7 ou têm o algarismo 7. Os três primeiros números da lista são 7, 14 e 17. Quantos números possui essa lista?

(A) 28 (B) 29 (C) 30 (D) 31 (E) 32

177. (OBMEP) Distribuímos os números inteiros positivos em uma tabela com cinco colunas, conforme o padrão abaixo.

A	B	C	D	E
1				
2	3			
4	5	6		
7	8	9	10	
11	12	13	14	15
16				
17	18			
19	20	21		
22	23	24	25	
26	27	28	29	30
31				
32	33			
.				
.				
.				

Continuando a preencher a tabela desta maneira, qual será a coluna ocupada pelo número 2 005?

(A) coluna A **(B)** coluna B **(C)** coluna C

(D) coluna D **(E)** coluna E

178. (OBMEP) Uma formiguinha está no ponto *A* do quadriculado da figura e quer chegar ao ponto *B* passando pelo ponto *R*. Ela anda sobre os lados dos quadradinhos e apenas para a direita ou para baixo. De quantas maneiras ela pode fazer esse trajeto?

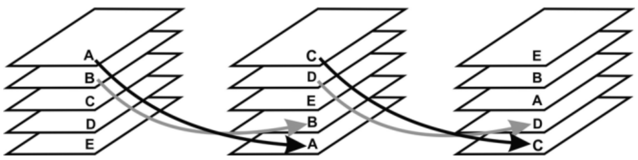
(A) 21 (B) 24 (C) 25 (D) 27 (E) 30

179. (OBMEP) No início de janeiro de 2006, Tina formou com colegas um grupo para resolver problemas de Matemática. Eles estudaram muito e por isso, a cada mês, conseguiam resolver o dobro do número de problemas resolvidos no mês anterior. No fim de junho de 2006 o grupo havia resolvido um total de 1 134 problemas. Quantos problemas o grupo resolveu em janeiro?

(A) 12 **(B)** 18 **(C)** 20 **(D)** 24 **(E)** 36

180. (OBMEP) Estefânia tem cinco cartas marcadas com as letras A, B, C, D e E, empilhadas nessa ordem de cima para baixo. Ela embaralha as cartas pegando as duas de cima e colocando-as, com a ordem trocada, embaixo da pilha. A figura mostra o que acontece nas duas primeiras vezes em que ela embaralha as cartas. Se Estefânia embaralhar as cartas 74 vezes, qual carta estará no topo da pilha?

posição inicial



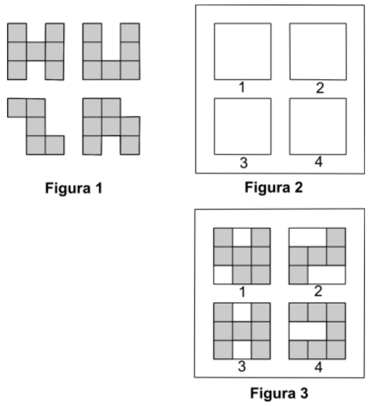
(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

181. (OBMEP) O Campeonato 2005 é disputado por 22 times. Cada time enfrenta cada um dos outros duas vezes, uma vez em seu campo e outra no campo do adversário. Quantas partidas serão disputadas por cada time?

(A) 40 **(B)** 41 **(C)** 42

(D) 43 **(E)** 44

182. (OBMEP) As peças da figura 1 são feitas de quadradinhos de cartolina cinza de um lado e branca do outro. A figura 3 mostra uma maneira de encaixar essas peças com o lado cinza para cima nos quatro quadrados da figura 2. De quantas maneiras diferentes é possível fazer isso?

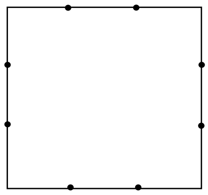


(A)1024 (B) 1536

(C) 2048 (D) 3072

(E) 4096

183. (OBMEP) Os oito pontos destacados na figura dividem os lados do quadrado em três partes iguais. Quantos triângulos retângulos podem ser traçados com os três vértices nesses pontos?



A) 8 B) 12 C) 16 D) 24 E) 32

184. (OBMEP) De quantas maneiras é possível escolher três números inteiros de 1 a 19, de modo que o maior e o menor sejam ímpares e o outro seja par?

A) 165 B) 150 C) 140 D) 125 E) 100

185. (OBMEP) Podemos montar paisagens colocando lado a lado, em qualquer ordem, os cinco quadros da figura. Trocando a ordem dos quadros uma vez por dia, por quanto tempo, aproximadamente, é possível evitar que uma mesma paisagem se repita?

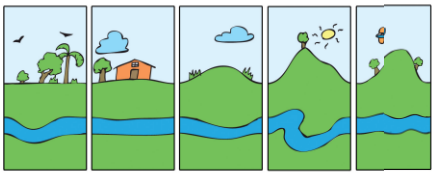
A) uma semana

B) um mês

C) dois meses

D) quatro meses

E) seis meses



186. (OBMEP) Mariana escreveu as decomposições em fatores primos dos números naturais de 2 a 100:

2, 3, 2×2, 5, 2×3 , ..., 3×□3×11 , 2×2×5×5 .

Quantas vezes ela escreveu o algarismo 2?

A) 99 B) 104 C) 152

D) 188 E) 191

187. (OBMEP) Vovô Eduardo comemorou todos os seus aniversários a partir dos 40 anos colocando, no bolo, velinhas em forma de algarismos de 0 a 9 para indicar sua idade. Primeiro ele comprou as velinhas de números 0 e 4. Ele sempre guardou as velinhas para usar nos próximos aniversários, comprando uma nova somente quando não era possível indicar sua idade com as guardadas. Hoje vovô Eduardo tem 85 anos. Quantas velinhas ele comprou até hoje?

A) 10 B) 11 C) 13

D) 14 E) 16

188. (OBMEP) Um número é *enquadrado* quando, ao ser somado com o número obtido invertendo a ordem de seus algarismos, o resultado é um quadrado perfeito. Por exemplo, 164 e

461 são enquadrados, pois 164 + 461 = 625 = 25^2. Quantos são os números enquadrados entre 10 e 100?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

189. (OBMEP) Quantos números inteiros, múltiplos de 3, existem entre 1 e 2 005?

(A) 664 **(B)** 665 **(C)** 667 **(D)** 668 **(E)** 669

190. (OBMEP) Os bilhetes de uma rifa são numerados de 1 000 a 9 999. Marcelo comprou todos os bilhetes nos quais o algarismo sete aparece exatamente três vezes e o zero não aparece. Quantos bilhetes Marcelo comprou?

(A) 32 **(B)** 36 **(C)** 45 **(D)** 46 **(E)** 48

191. (OBMEP) Dois casais de namorados vão sentar-se em um banco de uma praça. Em quantas ordens diferentes os quatro podem sentar-se no banco, de modo que cada namorado fique ao lado de sua namorada?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 8

192. (OBMEP) Três casais de namorados vão sentar-se em um banco de uma praça. Em quantas ordens diferentes os seis podem sentar-se de modo que cada namorado fique ao lado de sua namorada?

(A) 6 **(B)** 12 **(C)** 44 **(D)** 46 **(E)** 48

193. (OBMEP) Quantos números menores que 10 000 são tais que o produto dos seus algarismos seja 100? Por exemplo, 455 é um desses números, porque $4 \times 5 \times 5 = 100$.

(A) menos de 10 **(B)** 18 **(C)** 21 **(D)** 28 **(E)** mais de 30

194. (OBMEP) Observe que no tabuleiro 4 x 4 as duas diagonais cortam 8 quadradinhos. Já no tabuleiro 5 x 5, as duas diagonais cortam 9 quadradinhos. Em qual tabuleiro as diagonais cortam 77 quadradinhos?

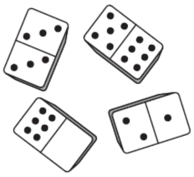
(A) 35 x 35 (B) 36 x 36 (C) 37 x 37 (D) 38 x 38 (E) 39 x 39

195. (OBMEP) Fábio tem cinco camisas: uma preta de mangas curtas, uma preta de mangas compridas, uma azul, uma cinza e uma branca, e quatro calças: uma preta, uma azul, uma verde e uma marrom. De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir com uma camisa e uma calça de cores distintas?

(A) 12 (B) 15 (C) 17 (D) 18 (E) 20

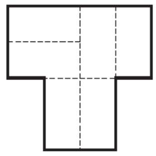
196. (OBMEP) Gabriel comprou uma rosa, um cravo e um lírio e quer dar uma flor para cada uma de suas três amigas. Ele sabe que uma amiga não gosta de cravos, outra não gosta de lírios e a terceira não gosta de rosas. De quantas maneiras ele pode distribuir as flores de modo a agradar às três amigas?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6



197. (OBMEP) O jogo de dominó tem 28 peças diferentes. As peças são retangulares e cada uma é dividida em dois quadrados; em cada quadrado aparecem de 0 a 6 bolinhas. Em quantas peças o número total de bolinhas é ímpar?

A) 9 B) 10 C) 12 D) 21 E) 24



198. (OBMEP) A figura mostra um polígono em forma de **T** e uma maneira de dividi-lo em retângulos de lados 1 cm e 2 cm. De quantas maneiras distintas, incluindo a da figura, é possível fazer divisões desse tipo?

A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

199. (OBMEP) Um torneio de futebol com 57 times será disputado com as seguintes regras:

• Nenhum jogo pode terminar empatado.

• O time que perder duas partidas será eliminado.

• O torneio termina quando sobrar apenas um time,que será o campeão.

Se o time campeão perder uma vez, quantas partidas serão disputadas no torneio?

A) 56 B) 57 C) 58 D) 112 E) 113

200. (OBMEP) Paula iniciou um programa de ginástica no qual os dias de treino são separados por dois dias de descanso. Se o primeiro treino foi em uma segunda-feira, em qual dia da semana cairá o centésimo treino?

A) domingo B) segunda-feira C) terça-feira

D) quinta-feira E) sexta-feira

201. (OBMEP) Em Quixajuba choveu em 10 manhãs e em 17 tardes do mês de janeiro de 2010. Não choveu em 12 dias. Em quantos dias choveu apenas pela manhã?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

202. (OBMEP) Um número natural é chamado *número circunflexo* quando:

• ele tem cinco algarismos;

• seus três primeiros algarismos a partir da esquerda estão em ordem crescente;

• seus três últimos algarismos estão em ordem decrescente.

Por exemplo, 13864 e 78952 são números circunflexos, mas 78851 e 79421 não o são. Quantos são os números circunflexos maiores do que 77777?

A) 30 B) 36 C) 42 D) 48 E) 54

203. (OBMEP) Na sequência 9, 16, 13, 10, 7,... cada termo, a partir do segundo, é a soma de 7 com o algarismo das unidades do termo anterior. Qual é o 2009º termo da sequência?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 13 E) 15

204. (OBMEP) Patrícia escreveu, em ordem crescente, os inteiros positivos formados apenas por algarismos ímpares: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 31, 33,... Qual foi o 157º número que ela escreveu?

A) 997 B) 999 C) 1111 D) 1113 E) 1115

205. (OBMEP) Com exatamente dois segmentos de reta, podemos fazer figuras diferentes unindo os vértices de um pentágono. Cinco dessas figuras estão ilustradas a seguir. Incluindo essas cinco, quantas figuras diferentes podemos fazer desse modo?

A) 20 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

206. (OBMEP) Um certo mês tem cinco segundas-feiras e cinco quartas-feiras. Em que dia da semana cai o dia 26 desse mês?

A) segunda-feira B) terça-feira

C) quarta-feira D) quinta-feira

E) sexta-feira

207. (OBMEP) Carolina tem três cartões brancos numerados de 1 a 3 e três cartões pretos, também numerados de 1 a 3. Ela escolheu, ao acaso, um cartão branco e um preto. Qual é a probabilidade de a soma dos números dos cartões escolhidos ser par?

A) 3 / 5 B) 5 / 9 C) 1 / 2

D) 2 / 3 E) 3 / 4

208. (OBMEP) Tio Paulo trouxe cinco presentes diferentes, entre os quais uma boneca, para distribuir entre suas sobrinhas Ana, Bruna, Cecília e Daniela. De quantos modos ele pode distribuir os presentes entre as sobrinhas de modo que todas ganhem pelo menos um presente e a boneca seja dada para Ana?

A) 20 B) 32 C) 60

D) 72 E) 120

209. (OBMEP) Em certo ano bissexto (isto é, um ano que tem 366 dias) o número de sábados foi maior que o número de domingos. Em que dia da semana caiu o dia 20 de janeiro desse ano?

(A) segunda-feira (B) terça-feira

(C) quarta-feira (D) quinta-feira

(E) sexta-feira

210. (OBMEP) Um ônibus transporta 31 estudantes, baianos e mineiros, para um encontro de participantes da OBMEP. Entre os baianos, $\frac{2}{5}$ são homens e, entre os mineiros, $\frac{3}{7}$ são mulheres. Entre todos os estudantes quantas são as mulheres?

(A) 12 (B) 14 (C) 15 (D) 18 (E) 21

211. (OBMEP) Em um jogo, Pedro lança uma moeda para decidir quantas casas avançar. Quando sai cara, ele avança uma casa; quando sai coroa, ele avança duas casas. O jogo acaba quando Pedro alcança ou ultrapassa a última casa. Faltam três casas para Pedro terminar o jogo. Qual é a probabilidade de que ele tire coroa em sua última jogada?

(A) 7 / 8 (B) 5 / 6 (C) 2 / 3

(D) 5 / 8 (E) 3 / 4

212. (OBMEP) Os termos de uma seqüência são formados usando-se apenas os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5, como segue:

<u>1º termo</u>: 123454321

<u>2º termo</u>: 12345432123454321

<u>3º termo</u>: 1234543212345432123454321 e assim por diante.

Quantas vezes o algarismo 4 aparece no termo que tem 8001 algarismos?

(A) 1000 **(B)** 1001 **(C)** 2000

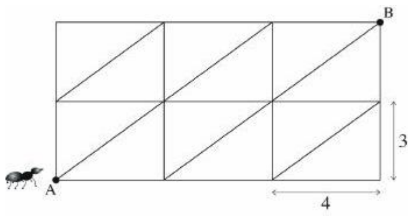
(D) 2001 **(E)** 4000

213. (OBMEP) Uma caixa contém cinco bolas numeradas de 1 a 5. Dela são retiradas ao acaso duas bolas. Qual a probabilidade de que o maior número assim escolhido seja o 4?

(A) 1/10 **(B)** 1/5 **(C)** 3/10

(D) 2/5 **(E)** 1/2

214. (OBMEP) Uma formiga está no ponto *A* da malha mostrada na figura. A malha é formada por retângulos de 3 cm de largura por 4cm de comprimento. A formiga só pode caminhar sobre os lados ou sobre as diagonais dos retângulos. Qual é a menor distância que a formiga deve percorrer para ir de *A* até *B*?



(A) 12 cm **(B)** 14 cm

(C) 15 cm **(D)** 17 cm

(E) 18 cm

215. (OBMEP) Os bilhetes de uma rifa são numerados de 1 000 a 9 999. Marcelo comprou todos os bilhetes nos quais o algarismo sete aparece exatamente três vezes e o zero não aparece. Quantos bilhetes Marcelo comprou?

(A) 32 **(B)** 36 **(C)** 45

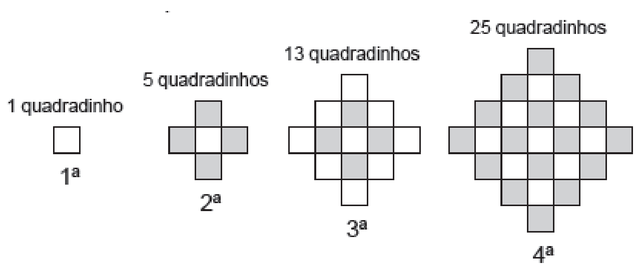
(D) 46 **(E)** 48

216. (OBMEP) Luciana tem três canetas pretas e três vermelhas. Ontem ela pegou, ao acaso, uma dessas canetas e colocou-a na bolsa. Hoje ela colocou uma caneta preta na bolsa. Se ela retirar uma dessas duas canetas da bolsa, sem olhar, qual a probabilidade de essa caneta ser preta?

A) 1 / 2 B) 2 / 3 C) 3 / 5

D) 3 / 4 E) 4 / 7

217. (OBMEP) Felipe construiu uma sequência de figuras com quadradinhos; abaixo mostramos as quatro primeiras figuras que ele construiu. Qual é a primeira figura que tem mais de 2009 quadradinhos?



A) A 30ª B) A 31ª

C) A 32ª D) A 33ª

E) A 34ª

RACIOCÍNIO LÓGICO

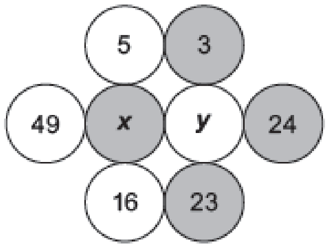
218. (OBMEP) Cada quadradinho na figura deve ser preenchido com um sinal de adição (**+**) ou de multiplicação (**×**). Qual é o maior valor possível da expressão obtida depois de preenchidos todos os quadradinhos?

2 □ 3 □ 0 □ 8 □ 9 □ 1

A) 77 **B) 78** **C) 79** **D) 80** **E) 81**

219. (OBMEP) Saci, Jeca, Tatu e Pacu comeram 52 bananas. Ninguém ficou sem comer e Saci comeu mais que cada um dos outros. Jeca e Tatu comeram ao todo 33 bananas, sendo que Jeca comeu mais que Tatu. Quantas bananas Tatu comeu?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20



220. (OBMEP) Na figura, x é a média aritmética dos números que estão nos quatro círculos claros e y é a média aritmética dos números que estão nos quatro círculos escuros. Qual é o valor de $x - y$?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

221. (OBMEP) Adriano, Bruno, Carlos e Daniel participam de uma brincadeira na qual cada um é um tamanduá ou uma preguiça. Tamanduás sempre dizem a verdade e preguiças sempre mentem.

- Adriano diz: "Bruno é uma preguiça".
- Bruno diz: "Carlos é um tamanduá".
- Carlos diz: "Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais".
- Daniel diz: "Adriano é uma preguiça".

Quantos dos quatro amigos são tamanduás?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

222. (OBMEP) João vai de bicicleta ao encontro de sua namorada Maria. Para chegar na hora marcada, ele deve sair às 8 horas e pedalar a 10 km/h ou sair às 9 horas e pedalar a 15 km/h. A que horas é o encontro dos namorados?

A) 10h B) 10h30min C) 11h D) 11h30min E) 12h

223. (OBMEP) Joana tem 10 pares diferentes de meias, guardados dentro de uma gaveta. Três meias estão furadas, sendo duas do mesmo par. Quantas meias ela deve tirar da gaveta, uma de cada vez e sem olhar, para ter certeza de que entre elas haja um par sem defeito?

A) 5 B) 6 C) 10 D) 11 E) 13

224. (OBMEP) Arnaldo, Beto, Celina e Dalila formam dois casais. Os quatro têm idades diferentes. Arnaldo é mais velho que Celina e mais novo que Dalila. O esposo de Celina é a pessoa mais velha. É correto afirmar que:

A) Arnaldo é mais velho que Beto e sua esposa é Dalila.

B) Arnaldo é mais velho que sua esposa Dalila.

C) Celina é a mais nova de todos e seu marido é Beto.

D) Dalila é mais velha que Celina e seu marido é Beto.

E) Celina é mais velha que seu marido Arnaldo.

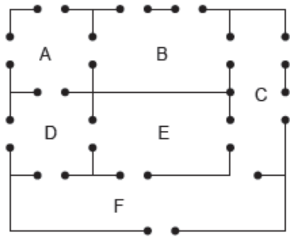
225. (OBMEP) Os 535 alunos e os professores de uma escola fizeram um passeio de ônibus. Os ônibus, com capacidade para 46 passageiros cada, ficaram lotados. Em cada ônibus havia um ou dois professores. Em quantos ônibus havia dois professores?

(A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 9

226. (OBMEP) Duas formiguinhas andam em sentidos contrários sobre uma circunferência. Enquanto uma delas dá nove voltas na circunferência, a outra dá seis. Em quantos pontos distintos da circunferência elas se cruzam?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

227. (OBMEP) A figura mostra a planta de uma escola que tem seis salas, indicadas pelas letras de A até F. Joãozinho entrou na escola, percorreu todas as salas e foi embora, tendo passado exatamente duas vezes por uma das portas e uma única vez por cada uma das outras. A porta pela qual Joãozinho passou duas vezes liga:



A) as salas A e B.

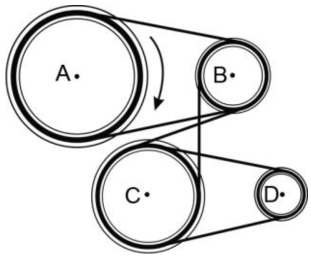
B) as salas C e E.

C) as salas E e F.

D) a sala D e o lado de fora da escola.

E) a sala F e o lado de fora da escola.

228. (OBMEP) Os discos A, B, C e D representam polias de diâmetros 8, 4, 6 e 2 cm, respectivamente, unidas por correias que se movimentam sem deslizar. Quando o disco A dá uma volta completa no sentido horário, o que acontece com o disco D?



(A) Dá 4 voltas no sentido horário

(B) Dá 3 voltas no sentido horário

(C) Dá 6 voltas no sentido anti-horário

(D) Dá 4 voltas no sentido anti-horário

(E) Dá 3 voltas no sentido anti-horário

229. (OBMEP) Os quadradinhos do tabuleiro da figura devem ser preenchidos de modo que:

• nos quadradinhos de cada uma das regiões em forma de apareçam os números 1, 3, 5 e 7 ou os números 2, 4, 6 e 8;

• em quadradinhos com um lado comum **não** apareçam números consecutivos.

Qual é a soma dos números que vão aparecer nos quadradinhos cinza?

1			4
3			
4			3

(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 20

230. (OBMEP) Pedrinho preencheu a tabela com números inteiros de forma que em cada linha, coluna ou diagonal, o número do meio é a média aritmética dos outros dois. Qual é a soma dos números que apareceram nas casas em cinza?

	7	
9		
		20

(A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19 (E) 20

231. (OBMEP) Ari, Bruna e Carlos almoçam juntos todos os dias e cada um deles pede água ou suco.

• Se Ari pede a mesma bebida que Carlos, então Bruna pede água.

• Se Ari pede uma bebida diferente da de Bruna, então Carlos pede suco.

• Se Bruna pede uma bebida diferente da de Carlos, então Ari pede água.

• Apenas um deles sempre pede a mesma bebida.

Quem pede sempre a mesma bebida e que bebida é essa?

(A) Ari; água (B) Bruna; água (C) Carlos; suco

(D) Ari; suco (E) Bruna; suco

232. (OBMEP) Partindo do mesmo ponto, Ana e Beatriz começam, ao mesmo tempo, uma corrida de bicicleta de ida e volta entre duas cidades distantes 150 km uma da outra. Ana e Beatriz mantêm velocidades constantes e Beatriz percorre, a cada hora, 10 km a mais que Ana. Beatriz completa o percurso de ida e inicia o de volta. Elas se cruzam no momento em que Beatriz completa 30 km no percurso de volta. Qual é a velocidade de Ana?

(A) 5 km/h **(B)** 10 km/h **(C)** 15 km/h **(D)** 20 km/h **(E)** 25 km/h

233. (OBMEP) Vera preencheu com os algarismos 1, 2, 3 e 4 as onze casas que estão sem algarismo na tabela, de modo que em nenhuma linha e em nenhuma coluna aparecessem dois algarismos iguais. Qual a soma dos números que Vera colocou nas casas marcadas com bolinhas pretas?

•	2		1
1	•		
2		•	3
		1	•

(A) 10 **(B)** 11 **(C)** 12 **(D)** 13 **(E)** 14

234. (OBMEP) Uma papelaria monta estojos. Dentro de cada estojo são colocadas 3 canetas, que podem ser azuis ou vermelhas, numeradas com 1, 2 e 3. Cada estojo recebe uma etiqueta com a letra **A** se as cores das canetas 1 e 2 são iguais, uma com a letra **B** se as cores das canetas 1 e 3 são iguais e uma com a letra **C** se as cores das canetas 2 e 3 são iguais (o mesmo estojo pode receber mais de uma etiqueta). Em certo dia foram utilizadas 120 etiquetas **A**, 150 etiquetas **B** e 200 etiquetas **C**, e exatamente 200 estojos receberam apenas uma etiqueta. Quantos estojos foram montados nesse dia?

(A) 220 (B) 230 (C) 260 (D) 290 (E) 310

235. (OBMEP) O número *abcde* tem cinco algarismos distintos e diferentes de zero, cada um deles representado por uma das letras *a, b, c, d, e*. Multiplicando-se este número por 4 obtém-se número de cinco algarismos *edcba*. Qual o valor de $a + b + c + d + e$?

(A) 22 **(B)** 23 **(C)** 24 **(D)** 25 **(E)** 27

236. (OBMEP) Para fazer 24 pães, um padeiro usa exatamente 1 quilo de farinha de trigo, 6 ovos e 200 gramas de manteiga. Qual é o maior número de pães que ele conseguirá fazer com 12 quilos de farinha, 54 ovos e 3,6 quilos de manteiga?

(A) 200 **(B)** 216 **(C)** 228 **(D)** 300 **(E)** 432

237. (OBMEP) Regina, Paulo e Iracema tentam adivinhar quantas bolas estão dentro de uma caixa fechada. Eles já sabem que este número é maior que 100 e menor que 140. Eles fazem as seguintes afirmações:

Regina: Na caixa há mais de 100 bolas e menos de 120 bolas.

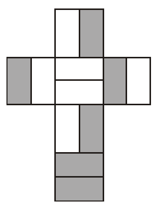
Paulo: Na caixa há mais de 105 bolas e menos de 130 bolas.

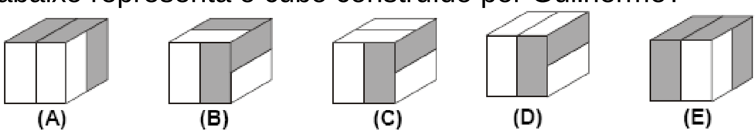
Iracema: Na caixa há mais de 120 bolas e menos de 140 bolas.

Sabe-se que apenas uma dessas afirmações é correta. Quantos são os possíveis valores para o número de bolas dentro da caixa?

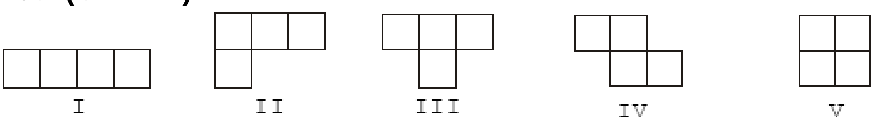
(A) 1 **(B)** 5 **(C)** 11 **(D)** 13 **(E)** 16

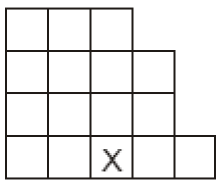
238. (OBMEP) Para montar um cubo, Guilherme recortou um pedaço de cartolina branca e pintou de cinza algumas partes, como na figura ao lado. Qual das figuras abaixo representa o cubo construído por Guilherme?





239. (OBMEP)





Paulo usou quatro peças diferentes dentre as cinco acima para montar a figura indicada. Em qual das peças está o quadradinho marcado com X?

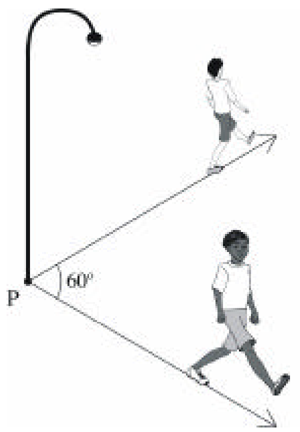
(A) I **(B)** II **(C)** III **(D)** IV **(E)** V

240. (OBMEP) Brasil e Argentina ‘participam de um campeonato internacional de futebol no qual competem oito seleções. Na primeira rodada serão realizadas quatro partidas, nas quais os adversários são escolhidos por sorteio. Qual é a probabilidade de Brasil e Argentina se enfrentarem na primeira rodada?

(A) 1/8 **(B)** 1/7 **(C)** 1/6 **(D)** 1/5 **(E)** 1/4

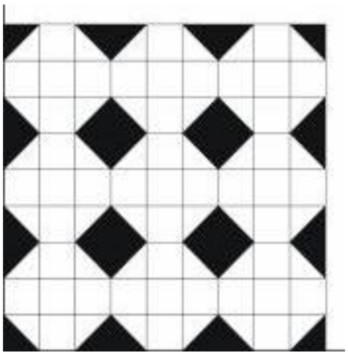
241. (OBMEP) Uma folha de papel retangular, de 10 cm de largura por 24 cm de comprimento, foi dobrada de forma a obter uma folha dupla, de 10 cm de largura por 12 cm de comprimento. Em seguida, a folha dobrada foi cortada ao meio, paralelamente à dobra, obtendo-se assim três pedaços retangulares. Qual é a área do maior desses pedaços?

(A) 30 cm^2 **(B)** 60 cm^2
(C) 120 cm^2 **(D)** 180 cm^2
(E) 240 cm^2



242. (OBMEP) Dois amigos partem ao mesmo tempo do ponto *P* e se afastam em direções que formam um ângulo de 60^o,conforme mostra a figura. Eles caminham em linha reta, ambos com velocidade de 6 km/h. Qual será a distância entre eles 1 minuto após a partida?

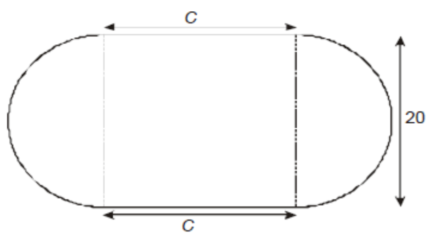
(A) 80 m **(B)** 90 m
(C) 95 m **(D)** 100 m
(E) 105 m



243. (OBMEP) Uma parede de 3 metros de altura por 9 metros de comprimento foi inteiramente coberta com azulejos quadrados de 10 cm de lado. Foram usados dois tipos de azulejos: um totalmente branco e o outro preto e branco. A figura representa o padrão usado, a partir do canto inferior esquerdo da parede. Qual é a área da parede coberta com a cor branca?

(A) 21 m^2 **(B)** 22 m^2
(C) 23 m^2 **(D)** 24 m^2
(E) 25 m^2

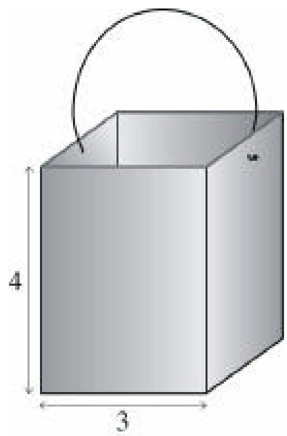
244. (OBMEP) Uma escola resolveu construir uma pista de corrida, formada por dois trechos retos de comprimento *C* e dois trechos semicirculares de raio igual a 10 metros, conforme indicado na figura (não se leva em conta a largura da pista). Os alunos da escola propuseram cinco valores para *C*: 20 m, 25 m, 30 m, 35 m e 40 m. Para qual desses valores de *C* a soma dos comprimentos dos trechos retos está mais próxima da soma dos comprimentos dos trechos semicirculares?



(A) 20 m **(B)** 25 m
(C) 30 m **(D)** 35 m
(E) 40 m

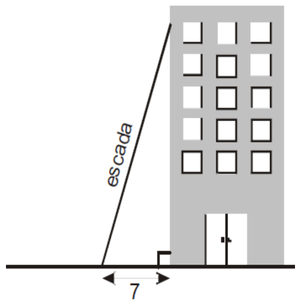
245. (OBMEP) Para cercar um terreno retangular de 60 metros quadrados com uma cerca formada por dois fios de arame foram usados 64 metros de arame. Qual é a diferença entre o comprimento e a largura do terreno?

(A) 4 m **(B)** 7 m
(C) 11 m **(D)** 17 m
(E) 28 m



246. (OBMEP) Na casa de Manoel há uma caixa d'água vazia com capacidade de 2 metros cúbicos. Manoel vai encher a caixa trazendo água de um rio próximo, em uma lata cuja base é um quadrado de lado 30 cm e cuja altura é 40 cm, como na figura. No mínimo, quantas vezes Manoel precisará ir ao rio até encher completamente a caixa d'água?

(A) 53 **(B)** 54
(C) 55 **(D)** 56
(E) 57

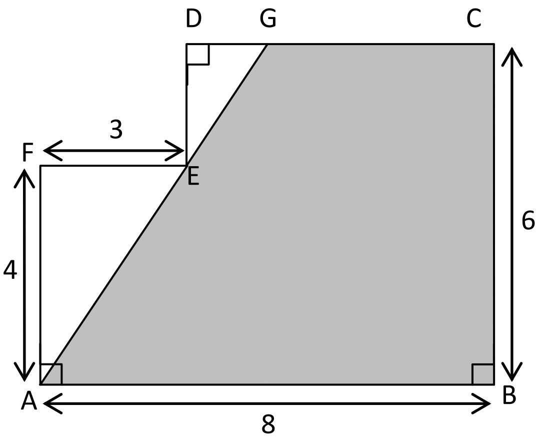


247. (OBMEP) O topo de uma escada de 25 m de comprimento está encostado na parede vertical de um edifício. O pé da escada está a 7 m de distância da base do edifício, como na figura. Se o topo da escada escorregar 4 m para baixo ao longo da parede, qual será o deslocamento do pé da escada?

(A) 4 m **(B)** 8 m
(C) 9 m **(D)** 13 m
(E) 15 m

248. (OBMEP) Qual dos seguintes números está mais próximo de 1?

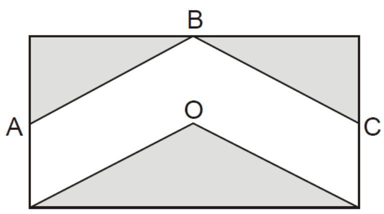
(A) 1 + 1/2 **(B)** 1 – 1/8
(C) 1 + 1/5 **(D)** 1 – 1/3
(E) 1+ 1/10



249. (OBMEP) A figura mostra um polígono ABCDEF no qual dois lados consecutivos quaisquer são perpendiculares. O ponto G está sobre o lado CD e sobre a reta que passa por A e E. Os comprimentos de alguns lados estão indicados em centímetros. Qual é o perímetro do polígono ABCG ?

(A) 22 cm **(B)** 23 cm
(C) 24 cm **(D)** 25 cm
(E) 26 cm

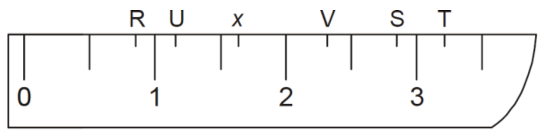
250. (OBMEP) No retângulo ao lado, *A*, *B* e *C* são pontos médios de seus lados e *O* é o ponto de encontro de suas diagonais. A área da região sombreada é



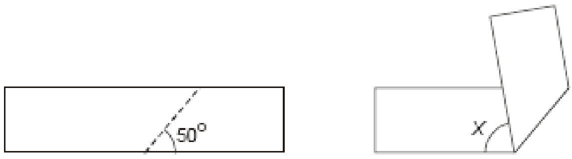
(A) 1/4 da área do retângulo.
(B) 1/3 da área do retângulo.
(C) 1/2 da área do retângulo.
(D) 3/5 da área do retângulo.
(E) 2/3 da área do retângulo.

251. (OBMEP) A figura representa parte de uma régua graduada de meio em meio centímetro, onde estão marcados alguns pontos. Qual deles melhor representa o número $2x - 2$?

(A) R **(B)** S
(C) T **(D)** U
(E) V



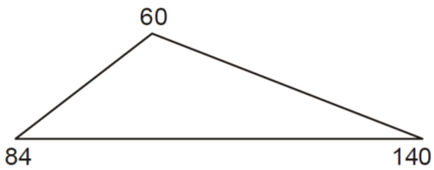
252. (OBMEP) Uma tira de papel retangular é dobrada ao longo da linha tracejada, conforme indicado, formando a figura plana da direita. Qual o valor do ângulo *x ?*



(A) 30° **(B)** 50°

(C) 80° **(D)** 100° **(E)** 130°

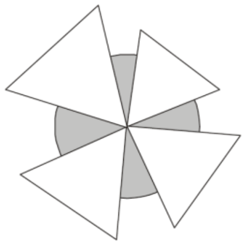
253. (OBMEP) Os comprimentos dos lados do triângulo da figura são números inteiros. Junto a cada vértice aparece o produto dos comprimentos dos lados a ele adjacentes. Qual é o perímetro do triângulo?



(A) 20 **(B)** 24

(C) 28 **(D)** 30 **(E)** 34

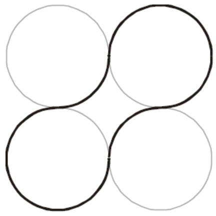
254. (OBMEP) A figura mostra um círculo de área 36 cm^2 sobre o qual estão desenhados quatro triângulos eqüiláteros com um vértice comum no centro do círculo. Qual é a área da região sombreada?



(A) 9 cm^2 **(B)** 12 cm^2

(C) 15 cm^2 **(D)** 20 cm^2 **(E)** 24 cm^2

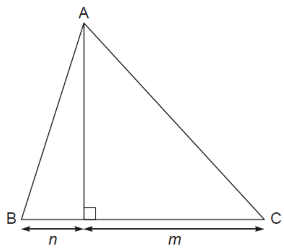
255. (OBMEP) Na figura os quatro círculos são tangentes e seus centros são vértices de um quadrado de lado 4 cm. Qual é o comprimento, em centímetros, da linha destacada?



(A) 2π **(B)** 4π

(C) 6π **(D)** 8π **(E)** 10π

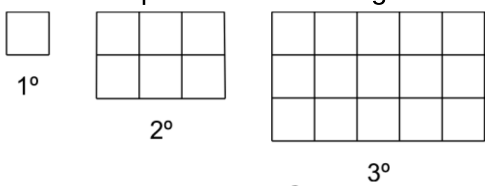
256. (OBMEP) No triângulo *ABC,* o comprimento dos lados *AB*, *BC* e *CA*, nessa ordem, são números inteiros e consecutivos. A altura relativa a BC divide este lado em dois segmentos de comprimentos m e n, como indicado. Quanto vale *m – n?*



(A) 1 **(B)** 2

(C) 3 **(D)** 4 **(E)** 6

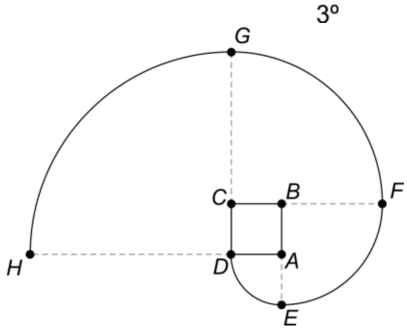
257. (OBMEP) Com quadradinhos de lado 1 cm, constrói-se uma seqüência de retângulos acrescentando-se, a cada etapa, uma linha e duas colunas ao retângulo anterior. A figura mostra os três primeiros retângulos dessa seqüência. Qual é o perímetro do 100º retângulo dessa seqüência?



(A) 402 cm (B) 472 cm

(C) 512 cm (D) 598 cm (E) 634 cm

258. (OBMEP) A figura mostra um quadrado *ABCD* de lado 1 cm e arcos de circunferência *DE*, *EF*, *FG* e *GH* com centros *A*, *B*, *C* e *D*, respectivamente. Qual é a soma dos comprimentos desses arcos?



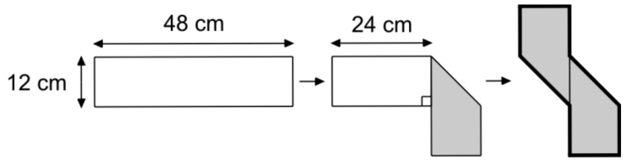
(A) 5πcm (B) 6π cm (C) 7π cm

(D) 8π cm (E) 9π cm

259. (OBMEP) Ronaldo quer cercar completamente um terreno retangular de 900 m^2. Ao calcular o comprimento da cerca ele se enganou, fez os cálculos como se o terreno fosse quadrado e comprou 2 metros de cerca a menos que o necessário. Qual é a diferença entre o comprimento e a largura do terreno?

(A) 2 m (B) 4 m (C) 7 m (D) 9 m (E) 11 m

260. (OBMEP) Uma tira retangular de cartolina, branca na frente e cinza atrás, foi dobrada como na figura, formando um polígono de 8 lados. Qual é o perímetro desse polígono?



(A) 96 cm

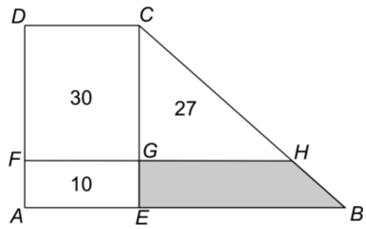
(B) $24 + 4\sqrt{2}$cm

(C) $60 + 12\sqrt{2}$cm

(D) $72 + 18\sqrt{2}$cm

(E) $72 + 24\sqrt{2}$cm

261. (OBMEP) O trapézio *ABCD* foi divido em dois retângulos *AEGF* e *FGCD*, um triângulo *GHC* e um trapézio *EBHG*. As áreas dos dois retângulos e do triângulo, em cm2, estão indicadas na figura. Qual é a área do trapézio *EBHG*?



(A) 15 cm^2

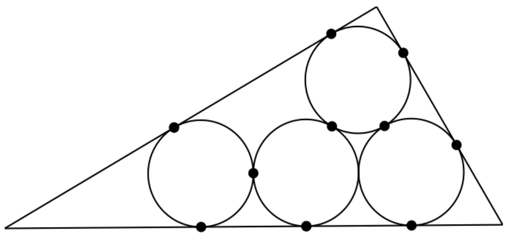
(B) 18 cm^2

(C) 21 cm^2

(D) 22 cm^2

(E) 24 cm^2

262. (OBMEP) A figura mostra quatro círculos de raio 1 cm dentro de um triângulo. Os pontos marcados são pontos de tangência. Qual é o comprimento do menor lado desse triângulo?

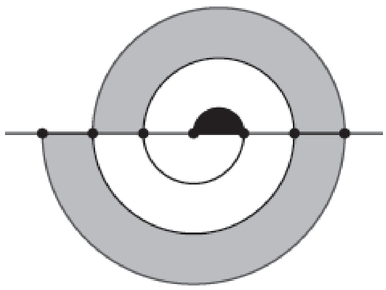


(A) 4 cm (B) cm

(C) 5 cm (D) cm

(E) cm

263. (OBMEP) Na figura ao lado os pontos destacados sobre a reta estão igualmente espaçados. Os arcos que ligam esses pontos são semicircunferências e a região preta tem área igual a 1. Qual é a área da região cinza?



A) 15

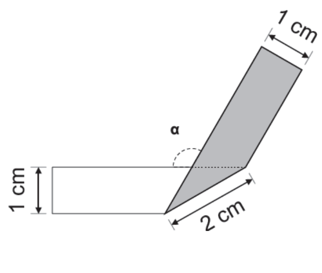
B) 18

C) 25

D) 30

E) 36

264. (OBMEP) Uma tira de papel retangular, branca de um lado e cinza do outro, foi dobrada como na figura. Qual é a medida do ângulo α?



A) 110º

B) 115º

C) 120º

D) 125º

E) 130º

265. (OBMEP) A figura 1 mostra um dado com as faces numeradas de 1 a 6. Com 27 desses dados montou-se um cubo, como na figura 2. Qual é a maior soma possível de todos os números que aparecem nas seis faces do cubo?

A) 162

B) 288

C) 300

D) 316

E) 324

Figura 1

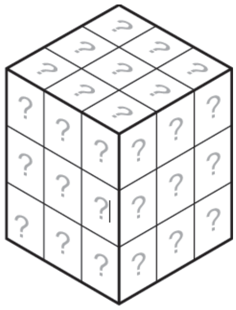


Figura 2

266. (OBMEP) Os círculos que formam as fi guras A, B e C são todos iguais. Os comprimentos dos contornos das figuras, indicados com linhas mais grossas, são *a*, *b* e *c*, respectivamente. Qual das alternativas é verdadeira?

A) $a = b = c$

B) $a < b = c$

C) $b < c < a$

D) $a = c < b$

E) $a = b < c$

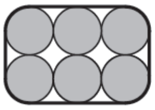


Figura A

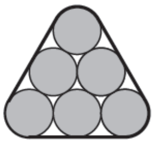


Figura B

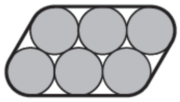


Figura C

267. (OBMEP) A figura mostra três circunferências de raios 1, 2 e 3, tangentes duas a duas nos pontos destacados. Qual é o comprimento do segmento *AB*?

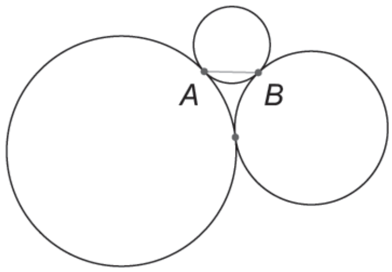
A) 1

B) $\sqrt{2}$

C) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

D) 3 / 2

E) 3



268. (OBMEP) Duas folhas de papel, uma retangular e outra quadrada, foram cortadas em quadradinhos de 1 cm de lado. Nos dois casos obteve-se o mesmo número de quadradinhos. O lado da folha quadrada media 5 cm a menos que um dos lados da folha retangular. Qual era o perímetro da folha retangular?

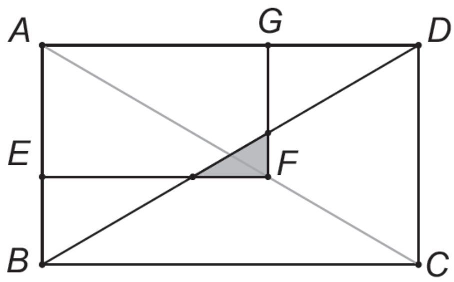
A) 48 cm B) 68 cm C) 72 cm D) 82 cm E) 100 cm

269. (OBMEP) Na figura, *ABCD* e *AEFG* são retângulos e o ponto *F* pertence à diagonal *AC*. A área do triângulo cinza é igual a 1 / 18 da área do retângulo *AEFG*. Qual é o valor de *AF / AC* ?

A) 3 / 5 B) 3 / 8

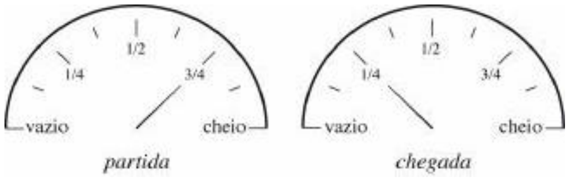
C) 8 / 13 D) 11 / 18

E) 3 / 4



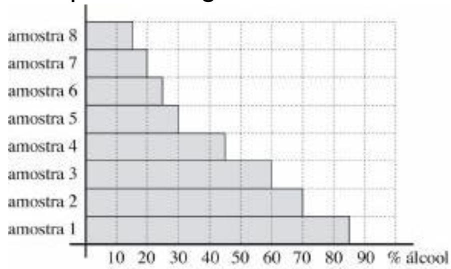
GRÁFICOS - FRAÇÕES

270. (OBMEP) A capacidade do tanque de gasolina do carro de João é de 50 litros. As figuras mostram o medidor de gasolina do carro no momento de partida e no momento de chegada de uma viagem feita por João. Quantos litros de gasolina João gastou nesta viagem?



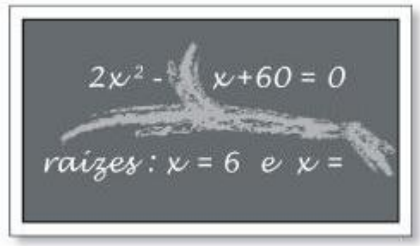
(A) 10 **(B)** 15
(C) 18 **(D)** 25
(E) 30

271. (OBMEP) Para testar a qualidade de um combustível composto apenas de gasolina e álcool, uma empresa recolheu oito amostras em vários postos de gasolina. Para cada amostra foi determinado o percentual de álcool e o resultado é mostrado no gráfico abaixo. Em quantas dessas amostras o percentual de álcool é maior que o percentual de gasolina?



(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3
(D) 4 **(E)** 5

272. (OBMEP) Mariana entrou na sala e viu no quadro-negro algumas anotações da aula anterior, parcialmente apagadas, conforme a figura. Qual número foi apagado na linha de cima do quadro-negro?

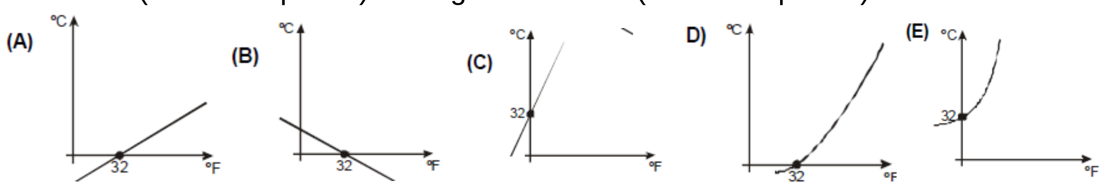


(A) 11 **(B)** 12 **(C)** 13 **(D)** 20 **(E)** 22

273. (OBMEP) Os médicos recomendam, para um adulto, 800 mg de cálcio por dia. Sabe-se que 200 ml de leite contêm 296 mg de cálcio. Quando um adulto bebe 200 ml de leite, qual é o percentual da dose diária recomendada de cálcio que ele está ingerindo?

(A) 17% **(B)** 27% **(C)** 37% **(D)** 47% **(E)** 57%

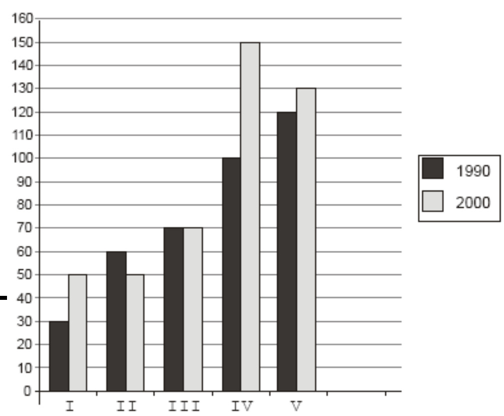
274. (OBMEP) No Brasil, usa-se a escala *Celsius* para medir temperaturas e, em outros países, usa-se a escala Fahrenheit. Para converter uma temperatura da escala *Fahrenheit* para a *Celsius* , subtrai-se 32 do valor da temperatura em graus *Fahrenheit* e multiplica-se o resultado por 5/9. Qual dos gráficos representa a relação entre as medidas de uma mesma temperatura em graus *Fahrenheit* (indicados por ^oF) e em graus *Celsius* (indicados por ^oC)?



Qual dos seguintes números está mais próximo de 1?

(A) 1 + 1/2 **(B)** 1 – 1/8 **(C)** 1 + 1/5
(D) 1 – 1/3 **(E)** 1+ 1/10

275. (OBMEP) No gráfico estão representadas as populações das cidades I, II, III, IV e V em 1990 e 2000, em milhares de habitantes. Por exemplo, em 1990 a



população da cidade II era de 60 000 habitantes e em 2000 a cidade IV tinha 150 000 habitantes.

Qual cidade teve o maior aumento percentual de população de 1990 a 2000?

(A) I **(B)** II **(C)** III

(D) IV **(E)** V

276. (OBMEP) Qual é a soma dos algarismos do número:

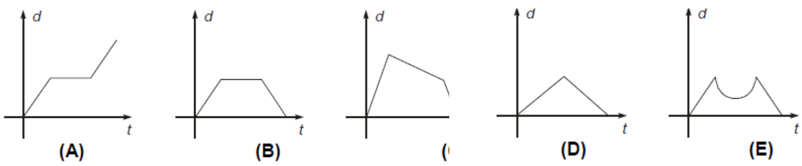
$$1+10+10^2+10^3+...+10^{2004}+10^{2005}+10^{2006}?$$

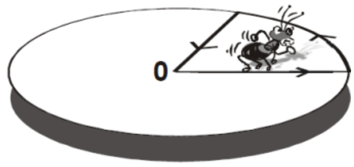
(A) 1 **(B)** 10 **(C)** 2 006 **(D)** 2 007 **(E)** 20 060

277. (OBMEP) Um trabalho de Matemática tem 30 questões de Aritmética e 50 de Geometria. Júlia acertou 70% das questões de Aritmética e 80% do total de questões. Qual o percentual das questões de Geometria que ela acertou?

(A) 43% **(B)** 54% **(C)** 58% **(D)** 75% **(E)** 86%

278. (OBMEP) Uma formiguinha parte do centro de um círculo e percorre uma só vez, com velocidade constante, o trajeto ilustrado na figura. Qual dos gráficos a seguir representa a distância *d* da formiguinha ao centro do círculo em função do tempo *t* ?





279. (OBMEP) No dia de seu aniversário em 2006, o avô de Júlia disse a ela: "Eu nasci no ano x^2 e completei x anos em 1980. Quantos anos eu completo hoje?". A resposta certa é:

(A) 61 **(B)** 64 **(C)** 67 **(D)** 70 **(E)** 72

280. (OBMEP) Carlos poderá aposentar-se quando a soma de sua idade com o número de anos que ele trabalhou for 100. Quando Carlos fez 41 anos, ele já havia trabalhado 15 anos. Qual é a idade mínima que ele deverá ter para poder se aposentar?

(A) 59 (B) 60 (C) 61 (D) 62 (E) 63

281. (OBMEP) Qual é o valor de $5353^2 - 2828^2$?

A) 2525^2 B) 3535^2 C) 4545^2 D) 4565^2 E) 5335^2

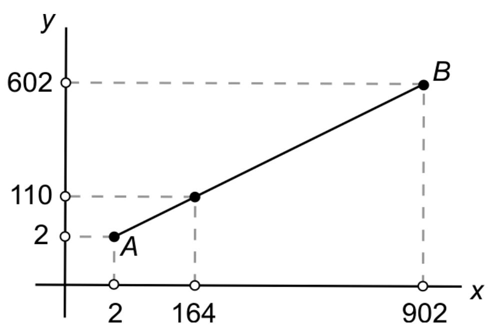
282. (OBMEP) Duas formiguinhas andam em sentidos contrários sobre uma circunferência. Enquanto uma delas dá nove voltas na circunferência, a outra dá seis. Em quantos pontos distintos da circunferência elas se cruzam?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

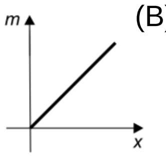
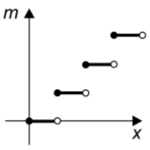
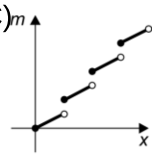
283. (OBMEP) No segmento *AB* da figura existem vários pontos de coordenadas inteiras, como por exemplo (164,110). Quantos pontos com as duas coordenadas inteiras existem nesse segmento, contando os extremos?

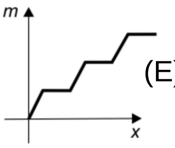
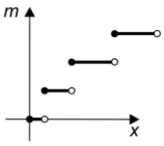
(A) 218 (B) 249 (C) 268

(D) 289 (E) 301



284. (OBMEP) Lúcia está correndo, sempre no mesmo sentido, em uma pista circular. Qual dos gráficos melhor descreve o número *m* de voltas completas que ela dá em função da distância *x* que ela corre?

(A)  (B)  (C) 

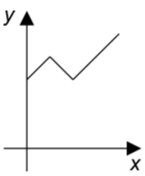
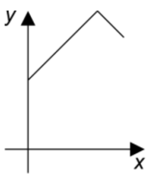
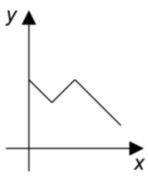
(D)  (E) 

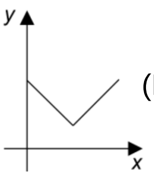
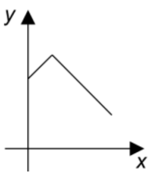
285. (OBMEP) Joãozinho inventou uma operação matemática com números inteiros, para a qual ele usa o sinal $*$. Ela funciona assim: $\boldsymbol{a * b = (a + 1)\,(b - 1)}$

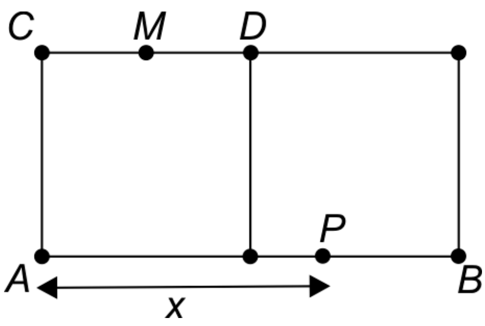
Por exemplo, $3 * 5 = (3+1)\times(5-1) = 16$. Se *a* e *b* são inteiros positivos tais que $a * b = 24$ e $b * a = 30$, quanto vale $a + b$?

A) 11 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

286. (OBMEP) Na figura vemos dois quadrados, sendo *M* o ponto médio de *CD*. Uma formiguinha parte de um ponto qualquer *P* do segmento *AB* e quer chegar ao ponto *M* andando apenas sobre os lados dos quadrados pelo menor caminho possível. Qual dos gráficos abaixo melhor representa a distância *y* que a formiguinha vai percorrer em função da distância *x* = *AP*?

(A)  (B)  (C) 

(D)  (E) 



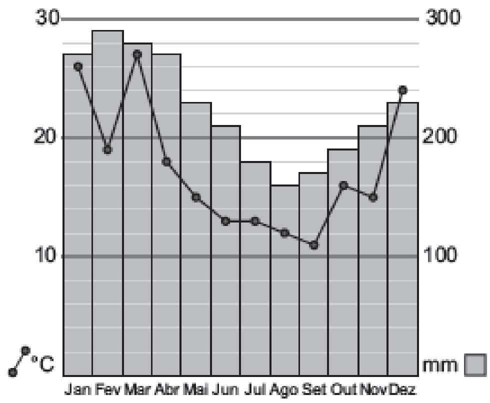
287. (OBMEP) Daniela fez uma tabela mostrando a quantidade de água que gastava em algumas de suas atividades domésticas.

Atividade	**Consumo**	**Frequência**
Lavar roupa	**150 litros por lavagem**	**1 vez ao dia**
Tomar um banho de 15minutos	90 litros por banho	**1 vez ao dia**
Lavar o carro com mangueira	100 litros por lavagem	**1 vez na semana**

288. (OBMEP) Para achar o número de seu sapato, Maurício mediu o comprimento de seu pé em centímetros, multiplicou a medida por 5, somou 28, dividiu tudo por 4 e arredondou o resultado para cima, obtendo o número 40. Qual das alternativas mostra um possível comprimento do pé do Maurício?

A) 24 cm B) 25 cm C) 26 cm

D) 27 cm E) 28 cm



289. (OBMEP) O gráfico mostra a temperatura média e a precipitação de chuva em Quixajuba em cada um dos meses de 2009. Qual das afirmativas abaixo está correta?

A) O mês mais chuvoso foi também o mais quente.

B) O mês menos chuvoso foi também o mais frio.

C) De outubro para novembro aumentaram tanto a precipitação quanto a temperatura.

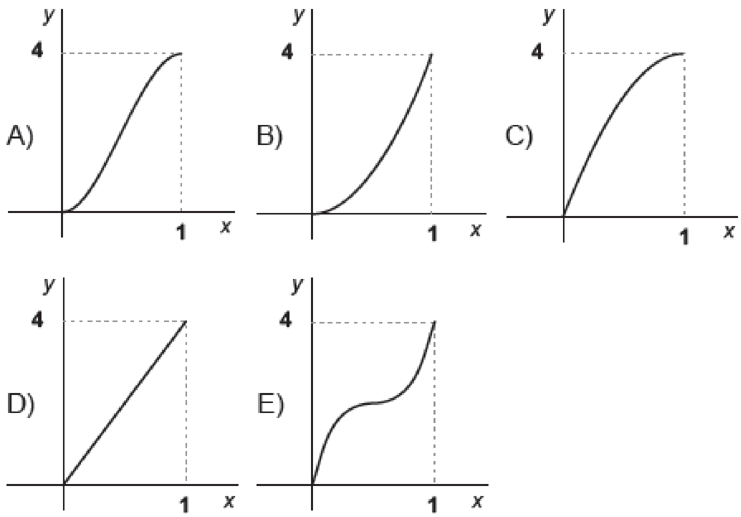
D) Os dois meses mais quentes foram também os de maior precipitação.

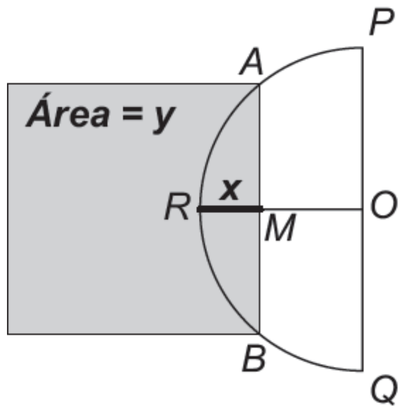
E) Os dois meses mais frios foram também os de menor precipitação.

290. (OBMEP) Para economizar água, ela reduziu a lavagem de roupa a 3 vezes por semana, o banho diário a 5 minutos e a lavagem semanal do carro a apenas um balde de 10 litros. Quantos litros de água ela passou a economizar por semana?

A) 1010 B) 1110 C) 1210 D) 1211 E) 1310

291. (OBMEP) O semicírculo da figura tem centro *O* e diâmetro *PQ* = 2 cm. O raio *OR* é perpendicular a *PQ*. Por um ponto qualquer *M* de *OR* traça-se a corda *AB* perpendicular a *OR*. Sejam *x* o comprimento de *RM*, em cm, e *y* a área do quadrado de lado *AB*, em cm2. Qual dos gráficos abaixo expressa a relação entre *x* e *y*?





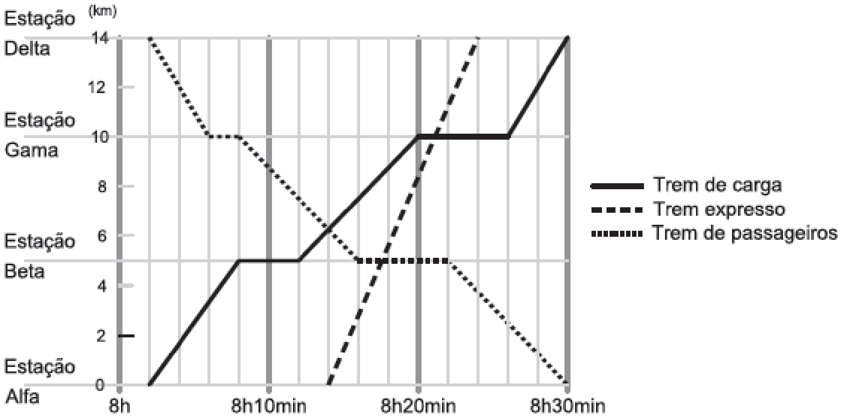
292. (OBMEP) Para qual valor de *x* a igualdade $3 - \frac{6}{4 - \frac{8}{1+x}} = 0$ é verdadeira?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

293. (OBMEP) Carmem tem duas caixas, **A** e **B**, cada uma com 4 bolas brancas e 10 bolas pretas. Se ela retirar 6 bolas da caixa **A** e as colocar na caixa **B**, qual será o menor percentual possível de bolas pretas na caixa **B**?

A) 50% B) 55% C) 60% D) 65% E) 70%

294. (OBMEP) O gráfico mostra a operação de três trens na cidade de Quixajuba de 8h às 8h30min. O eixo horizontal mostra o horário e o eixo vertical mostra a distância a partir da Estação Alfa. Qual das alternativas é correta?



A) O trem de passageiros leva 6 minutos para ir da Estação Beta à Estação Alfa.

B) O trem expresso para na Estação Beta.

C) Entre as Estações Alfa e Beta, o trem de carga é mais rápido que o trem expresso.

D) O trem expresso ultrapassa o trem de carga quando este último está parado.

E) O trem de passageiros para 10 minutos na Estação Beta.