



**Universidade Federal do Rio de Janeiro
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA – PROFMAT**

Marcia Porto de Carvalho Vianna

**TRATAMENTO DAS FRAÇÕES NO 6º E 7º ANOS DO
ENSINO FUNDAMENTAL PARA O LETRAMENTO DA
PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA**

Rio de Janeiro
2017

MARCIA PORTO DE CARVALHO VIANNA

**TRATAMENTO DAS FRAÇÕES NO 6º E 7º ANOS DO
ENSINO FUNDAMENTAL PARA O LETRAMENTO DA
PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA**

Trabalho de
Conclusão de Curso do Mestrado
Profissional em Matemática em Rede
Nacional, apresentada a Universidade
Federal do Rio de Janeiro como
requisito final para a obtenção do título
de Mestre.

Orientador: Prof. Nei Carlos dos Santos Rocha

**Rio de Janeiro
2017**

CIP - Catalogação na Publicação

Vianna, Marcia Porto de Carvalho

V617t Tratamento das frações no 6º E 7º anos do ensino fundamental para o letramento da probabilidade e estatística / Marcia Porto de Carvalho Vianna. -- Rio de Janeiro, 2017.

81 f.

Orientador: Nei Carlos dos Santos Rocha .

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, 2017.

1. Frações como probabilidade e estatística. 2. Ensino fundamental. I. Rocha , Nei Carlos dos Santos, orient. II. Título.

TRATAMENTO DAS FRAÇÕES NO 6º E 7º ANOS DO ENSINO
FUNDAMENTAL PARA O LETRAMENTO DA PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Nei Carlos dos Santos Rocha
Instituto de Matemática - UFRJ
(Orientador/Presidente da Banca Examinadora)



Profª Drª Walcy Santos
Instituto de Matemática – UFRJ



Profª Drª Marisa Beatriz Bezerra Leal
Instituto de Matemática – UFRJ



Profª Drª Alba Regina Moretti
Instituto de Matemática – UFRJ

Dedico esse trabalho ao meu pai e minha mãe (in memoriam), que durante toda minha vida sempre foram um grande incentivo para que eu melhorasse cada vez mais; ao meu filho e amigo Vinícius; e a Deus por estar ao meu lado todo o tempo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me proporcionado saúde e disposição para a realização desse trabalho.

Aos meus parentes e amigos que me incentivaram diante de todas as dificuldades, me dando infinito apoio.

À minha mãe Jovina (in memoriam) e ao meu pai Waldemar, que moldaram o meu caráter, dando-me toda a liberdade de criar e aprender com eles.

A todos os meus colegas do mestrado, em especial à Silvana, Paula, Vânia, Henrique e Sandrinho por todas as conversas e estudos em grupo.

Aos professores da UFRJ que tiveram toda paciência e dedicação ao compartilhar os seus conhecimentos.

Ao meu orientador, professor Nei Rocha pela paciência em conviver com as minhas ansiedades e dificuldades e pela firmeza na condução dessa pesquisa.

Aos colegas e amigos do CIEP Brizolão 398 por ceder o espaço durante este trabalho.

Aos alunos que participaram de todo esse processo de execução.

À Diretora Rosimeire Pereira por autorizar a aplicação no CIEP Brizolão 398.

À CAPES pelo apoio financeiro durante meu curso.

À UFRJ pela formação acadêmica e profissional que me proporcionou.

Enfim, a todos que contribuíram de forma direta e indireta para a realização deste trabalho com muito aprendizado e cheio de surpresas. Muito obrigado!

Resumo

O tema deste trabalho consiste em uma reflexão e discussão sobre o ensino de frações no 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, enfocando o letramento da Probabilidade e Estatística. Assim, o presente estudo tem por objetivo, através de pesquisa, bem como a análise de livros didáticos e aplicação de atividades contextualizadas junto aos alunos, analisar a importância do significado de frações enquanto taxas de ocorrência de fenômenos aleatórios já no Ensino Fundamental, de maneira a promover um entendimento incipiente da Probabilidade e, conseqüentemente, da Estatística. A partir da análise e do estudo dos pressupostos das poucas pesquisas existentes neste campo de conhecimento, foi-nos possível propor atividades em sala de aula com o objetivo de expor os alunos às diversas situações em que as frações estão relacionadas à Probabilidade e à Estatística, pois entendemos que sua aplicação é de grande importância para a relação da Matemática com as mais diversas questões do cotidiano, facilitando a compreensão do mundo atual imerso em incertezas e levando ao melhor posicionamento social.

Palavras-chave: Frações, Ensino Fundamental, Probabilidade, Estatística.

Abstract

The main theme of this work is the reflection and the discussion on the teaching of fractions in the 6th and 7th grades of elementary school, focusing on Probability and Statistics literacy. The objective of this study is to analyze the importance of fractions as random rates in elementary school, as well as the analysis of textbooks and contextualized activities with students in order to promote an incipient understanding of Probability and, consequently, of Statistics. From the analysis and the study of the presuppositions of the few researches in this field of knowledge, it was possible to propose activities in the classroom with the objective of exposing students to the various situations in which the fractions are related to Probability and Statistics, for we understand that its application is of great importance for the relationship of Mathematics with the most diverse issues of daily life, facilitating the understanding of the current world immersed in uncertainties and at the same time leading our students to a better social positioning.

Key-words: Fractions, Elementary School, Probability, Statistics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Sistema Babilônico	5
Figura 2: Papiro de Rhind	7
Figura 3: Diagrama de Venn 1	30
Figura 4: Situação-problema 1, livro Projeto Araribá 6ºano.....	34
Figura 5: Situação-problema 2, livro Projeto Araribá 6ºano.....	35
Figura 6: Atividades do livro Araribá 6º ano	36
Figura 7: Situação-problema, livro Projeto Araribá 7ºano.....	37
Figura 8: Atividades, livro Projeto Araribá 7ºano	38
Figura 9: Situação-problema, livro Matemática Bianchini 6ºano	39
Figura 10: Atividades, livro Matemática Bianchini 6ºano	40
Figura 11: Situação-problema, livro Matemática Bianchini 7ºano.....	41
Figura 12: Atividades, livro Matemática Bianchini 7ºano	42
Figura 13: Situação-problema 1, livro Ideias e Desafios 6ºano	43
Figura 14: Situação-problema 2, livro Ideias e Desafios 6ºano	44
Figura 15: Atividades, livro Ideias e Desafios 6ºano.....	44
Figura 16: Desafio, livro Ideias e Desafios 6ºano	45
Figura 17: Situação-problema 1, livro Ideias e Desafios 7ºano	45
Figura 18: Atividades 1, livro Ideias e Desafios 7ºano.....	46
Figura 19: Situação-problema 2, livro Ideias e Desafios 7ºano	47
Figura 20: Atividades 2, livro Ideias e Desafios 7ºano.....	48
Figura 21: Desafio, livro Ideias e Desafios 7ºano	49
Figura 22: Diagrama de Venn	50
Figura 23: Turma na realização das Atividades Propostas	52
Figura 24: Alunos resolvendo as Atividades Propostas	53

Quadro 1: Possibilidades de organização do Ensino Fundamental.	01
Quadro 2: Alguns autores e seus estudos relativos às frações.....	16
Quadro 3: Gráfico da classificação do grau dificuldade da atividade 1	54
Quadro 4: Gráfico da classificação do grau dificuldade da atividade 2	55
Quadro 5: Gráfico da classificação do grau dificuldade da atividade 3	57
Quadro 6: Gráfico da classificação do grau dificuldade da atividade 4	58
Quadro 7: Gráfico da classificação do grau dificuldade da atividade 5	59
Quadro 8: Gráfico do informativo sobre aula contextualizada	60
Quadro 9: Gráfico da utilidade da Probabilidade e Estatística	60
Quadro10: Gráfico da satisfação da atividade aplicada	61
Quadro11: Gráfico do interesse pela atividade aplicada	61

SUMÁRIO

Resumo	v
Abstract.....	vi
Lista de Ilustrações	vii
1. INTRODUÇÃO	1
2. A NATUREZA DOS NÚMEROS RACIONAIS	4
2.1 Um Breve Histórico	4
2.2 Frações no Ensino Fundamental	9
2.3 Modelos de Frações.....	14
2.4 Estudos Sobre o Ensino de Frações	16
3. PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL	21
3.1 Frações como Probabilidade	25
4. INTERPRETAÇÃO DOS RACIONAIS COMO RAZÕES DE CHANCE E PROBABILIDADE NOS LIVROS DIDÁTICOS	31
4.1 Projeto Araribá	33
4.2 Matemática Bianchini.....	39
4.3 Nos dias de hoje - Matemática na Medida Certa.....	43
4.4 Matemática – Ideias e Desafios	43
5. ESTUDO DE CASO	51
5.1 Ensinando o conteúdo de racionais e introduzindo probabilidade	51
5.2 Desenvolvimento da aplicação	52
5.3 Análise das Atividades Propostas	53
5.4 Alguns resultados das respostas dos alunos ao questionário	60

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	63
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	65
ANEXOS	68

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho apresenta uma proposta de discussão sobre o ensino de frações no 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, enfocando uma pequena investigação da sua aplicação na Probabilidade e Estatística. O foco no 6º e 7º anos de escolaridade é por eles formarem um ciclo (3º ciclo) nos PCN quando era regime seriado (5ª e 6ª séries), e em uma das possibilidades de organização do ensino fundamental de nove anos a serem implementadas pelos sistemas de ensino, como mostra a tabela abaixo retirada da AMPLIAÇÃO DO ENSINO FUNDAMENTAL PARA NOVE ANOS – 3º relatório do programa (2006, p.7).

RESOLUÇÃO Nº 3 CNE/CEB		POSSIBILIDADES DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO FUNDAMENTAL DE NOVE ANOS CRIADAS E IMPLEMENTADAS PELOS SISTEMAS DE ENSINO									
ANOS INICIAIS	1º ano	Fase Introdutória	1ª série básica	Ciclo de Alfabetização	Bloco Inicial de Alfabetização	1ª série	Turmas de 6 anos	1ª Ciclo	1ª Ciclo	2ª Ciclo	1ª Ciclo
	2º ano	1ª série básica	1ª série regular			2ª série	Turmas de 7 anos				2ª Ciclo
	3º ano	2ª série	2ª série	2ª série	3ª série	Turmas de 8 anos	3ª Ciclo				
	4º ano	3ª série	3ª série	3ª série	3ª série	4ª série	Turmas de 9 anos	4ª Ciclo			
	5º ano	4ª série	4ª série	4ª série	4ª série	5ª série	Turmas de 10 anos	5ª Ciclo			
ANOS FINAIS	6º ano	5ª série	5ª série	5ª série	5ª série	6ª série	Turmas de 11 anos	3ª Ciclo	2ª Ciclo	3ª Ciclo	
	7º ano	6ª série	6ª série	6ª série	6ª série	7ª série	Turmas de 12 anos				
	8º ano	7ª série	7ª série	7ª série	7ª série	8ª série	Turmas de 13 anos	4ª Ciclo			
	9º ano	8ª série	8ª série	8ª série	8ª série	9ª série	Turmas de 14 anos				

Quadro 1 – Possibilidades de organização do Ensino Fundamental

O problema a investigar, por meio de pesquisa bibliográfica, análise de alguns livros didáticos e a aplicação e estudo de caso de atividades contextualizadas para os alunos, parte da seguinte questão: Qual a relevância do ensino de frações ressignificadas em Probabilidade e Estatística para os alunos do Ensino Fundamental?

Apesar da grande importância que tem o estudo das frações no Ensino Fundamental, com vários tratamentos interpretativos, percebemos uma quase total omissão na sua interpretação probabilística tanto no sentido clássico quanto no sentido frequentista, subtraindo assim dos alunos um entendimento do conceito de probabilidade de forma embrionária nas séries iniciais para um bom tratamento do assunto num regime em espiral. O significado de frações como probabilidade, embora previsto pelos parâmetros curriculares em todo Ensino Fundamental, não possui um tratamento em alguns livros do sexto e do sétimo anos.

O ensino e aprendizagem da Matemática sempre foram foco de discussões e debates no intuito de promover melhorias neste campo do saber, uma vez que ainda se assiste ao preconceito em relação a esta disciplina, considerada difícil pelos alunos. Justifica-se o estudo deste tema para melhor compreender como o ensino deste conteúdo é crucial para o dia a dia dos alunos e, com isso, promover a motivação e o interesse por parte deles. No caso específico da aplicação com os alunos, nosso objetivo foi estimular uma aprendizagem contextualizada mais próxima da realidade e promover o entusiasmo diante do conteúdo ensinado.

A realização desta investigação científica foi elaborada a partir de um levantamento de informações em livros, artigos científicos, monografias, teses de doutorado e dissertações de mestrado, para obter o conhecimento existente sobre o ensino de frações no Ensino Fundamental e a introdução ao estudo da Probabilidade e Estatística. E para compor essa fundamentação teórica foi realizada uma pesquisa bibliográfica para aprofundar os conceitos e pressupostos teóricos que nortearam essa investigação. Segundo Gil (2008, p.50) a “pesquisa bibliográfica é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”.

A pesquisa foi desenvolvida como trabalho de conclusão de curso do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, cursado na Universidade Federal do Rio de Janeiro e orientado pelo Professor Nei Rocha.

A apresentação do trabalho se dá da seguinte forma:

No Capítulo 1 temos como introdução a importância do ensino das Frações para o letramento da Probabilidade e Estatística no 6º e 7º anos do Ensino Fundamental.

No Capítulo 2 temos como objetivo analisar a natureza dos Racionais, passando por um breve histórico e um pequeno estudo das Frações no Ensino Fundamental com enfoque nos PCN e estudos sobre ensino das Frações.

No Capítulo 3 temos como objetivo fazer um breve estudo da Probabilidade e Estatística no Ensino Fundamental, baseado nos PCN e no BNCC, e enfocando as Frações como Probabilidade.

No Capítulo 4 temos como objetivo fazer uma análise de alguns livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental para ver como eles fazem a abordagem do conceito de Probabilidade.

No Capítulo 5 temos como objetivo a aplicação e análise de um estudo de caso junto com os alunos.

No Capítulo 6 temos como objetivo fazer uma análise do trabalho aplicado e concluir com a importância de Frações, Probabilidade e Estatística no Ensino Básico para o melhor exercício da cidadania.

2. A NATUREZA DOS NÚMEROS RACIONAIS

Este capítulo tem como objetivo discutir o papel dos números racionais e suas interpretações, bem como os obstáculos epistemológicos para o seu aprendizado em sala de aula.

2.1 Um Breve Histórico

Diferentes culturas utilizavam frações durante o período histórico, como os egípcios, babilônios, hindus, chineses, gregos e árabes. Os homens da idade da pedra não usavam frações, mas com advento de culturas mais avançadas durante a Idade do Bronze parece ter surgido a necessidade do conceito de frações e de notação para frações.

Conforme relata Cavalieri (2005, p.17):

Historicamente, a necessidade de criar novos números, além dos naturais, foi sentida e sugerida naturalmente por problemas práticos da natureza geométrica. Houve tempo em que o homem não conhecia as frações. Mas a necessidade de medir terras, colheitas, líquidos, tecidos, com exatidão levou o homem a introduzir as frações e a criar unidades padrão para as medidas.

As inscrições hieroglíficas egípcias têm uma notação especial para frações unitárias, com numerador um. Os babilônios criaram um sistema sexagesimal, ou seja, base 60. Utilizavam somente dois símbolos, o \top para as unidades e o \angle para as dezenas, que eram combinados para formar os números de 1 a 59, no sistema aditivo, à partir daí os números eram representados no sistema posicional. O símbolo \top pode representar 1 ou 60, dependendo da posição, se estiver sozinho representa o 1 e se vier acompanhado de um espaço ele representa o 60, pois o espaço vazio era utilizado para representar o zero, somente posteriormente eles criaram um símbolo que representasse esse valor. Deles herdamos a divisão do círculo em 360 graus, cada grau em 60 minutos e cada minuto em 60 segundos, e também a patente do nosso modo de contar o tempo, conforme registros em milhares de tabuletas de argila.





Figura 1 – Sistema babilônico

Numa retrospectiva histórica, os primeiros registros sobre frações datam de 3000 a.C., no Antigo Egito, quando se construíram as famosas pirâmides. Num relato da antiguidade, Heródoto menciona que um rei dividiu as terras de forma igual a cada egípcio. Os lotes de terra eram medidos por agrimensores. A medição era feita com cordas que continham uma unidade de medida. No entanto, nunca havia uma medida inteira, exata. E isto motivou a criação de uma nova unidade de medida: os números fracionários. Portanto, um dos principais usos das frações era expressar medidas, e, mesmo hoje, há diversas instâncias em que isso pode acontecer.

Para Cavalieri (2005, p.18 e 19):

Há 3000 antes de Cristo, os geômetras dos faraós do Egito realizavam marcação das terras que ficavam às margens do rio Nilo, para a sua população. Mas, no período de junho a setembro, o rio inundava essas terras levando parte de suas marcações. Logo os 18 proprietários das terras tinham que marcá-las novamente e para isso, eles utilizavam uma marcação com cordas, que seria uma espécie de medida, denominada estiradores de cordas. As pessoas utilizavam as cordas, esticando-as e assim verificavam quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno, mas raramente a medida dava correta no terreno, isto é, não cabia um número inteiro de vezes nos lados do terreno; sendo assim eles sentiram a necessidade de criar um novo tipo de número - o número fracionário, onde eles utilizavam as frações.

O recíproco de qualquer inteiro era indicado colocando sobre a notação para o inteiro um sinal oval alongado () , por exemplo:  = 1/3 .

III

O surgimento de civilizações caracterizadas pelo uso de metais teve lugar primeiro em vales de rios, como os do Egito, Mesopotâmia, Índia e China. Segundo Boyer (1994, p. 7):

Antes do IV milênio a. C. uma forma primitiva de escrita estava em uso tanto no vale Mesopotâmico como no Nilo. Lá os primitivos registros pictográficos evoluíram para a ordem linear de símbolos mais simples. Na Mesopotâmia, onde o barro era abundante, marcas em forma de cunho eram feitas com um estilete sobre moles que depois eram cozidas em fornos ou calor do sol. Escrita cuneiforme por causa da forma dos sinais, esses documentos cuneiformes tinham grande durabilidade.

As antigas civilizações da China, Índia, Egito e Babilônia foram os centros de origem da matemática. O estudo da matemática dessas primeiras civilizações apresentam diferenças com a dos gregos, que foram capazes de desenvolver o modelo de matemática abstrata, através da geometria, que serve como modelo de realização matemática até os tempos modernos.

As inscrições egípcias revelam familiaridade com grandes números desde tempos remotos. As pirâmides exibem tão alto grau de precisão na construção e orientação que lendas mal fundamentadas surgiram em torno delas.

Os egípcios eram precoces no contar e medir. Eles começaram cedo a se interessar pela astronomia. Baseados no surgimento da Sirius os egípcios estabeleceram um bom calendário com doze meses de 30 dias cada um e mais cinco dias de festa.

Para realizações matemáticas mais progressistas devemos examinar o vale fluvial mais turbulento conhecido como Mesopotâmia. Muito de nossa informação sobre a matemática egípcia vem do Papiro Rhind ou de Ahmes, o mais extenso documento matemático do antigo Egito; mas há também outras fontes. Documento escrito em papiro de cerca de 6m de comprimento e 33cm de largura. Ele contém 87 problemas matemáticos. A matemática de Ahmes era a matemática de seus antepassados e descendentes.

De acordo com Luiz (2003, p.2):

Quase tudo o que sabemos sobre a Matemática dos antigos egípcios se baseia em dois grandes papiros: o Papiro Ahmes e o Papiro de Moscou. O primeiro foi escrito por volta de 1.650 a.C. e tem aproximadamente 5,5m de comprimento e 32cm de largura. Foi comprado em 1858 por um antiquário escocês chamado Henry Rhind. Por isso é também conhecido como Papiro de Rhind. Atualmente encontra-se no British Museum de Londres. O Papiro de Moscou quando compilado em aproximadamente 1850 a.C. continha 25 problemas já antigos. Agora se encontra no museu de Belas Artes de Moscou. Tem cerca de dezoito pés de comprimento por cerca de três polegadas de altura.



Figura 2 – Papiro de Rhind

Quem introduziu o uso de linha vertical e horizontal para simbolizar as frações foram árabes. Suas contribuições em frações decimais são encontrados no manuscrito sobrevivente da *Kitab al-fi al-hisab Fusul al-Hind*. Eles desenvolveram um sistema eficaz de notação fracionada, o que permitiu estabelecer aproximações decimais verdadeiramente surpreendentes.

A operação aritmética fundamental no Egito era a adição, e novas operações de multiplicação e divisão eram efetuadas no tempo de Ahmes por sucessivas duplicações. Nossa palavra “multiplicação”, na verdade, sugere o processo egípcio. Segundo Boyer (1994, p. 11):

Uma multiplicação de, digamos, 69 por 19 seria efetuada somando 69 com ele mesmo para obter 138, depois adicionando a si próprio para alcançar 276, novamente duplicando para obter 552 e mais uma vez, dando 1 104, que é, naturalmente, dezesseis vezes 69. Como $19 = 16 + 2 + 1$, o resultado da multiplicação de 69 por 19 é $1104 + 138 + 69$, ou seja, 1311.

Conforme se verifica ocorreu uma evolução no conceito de fração. Antes do conceito de fração ser formalizado, as pessoas usavam objetos concretos para representar as partes de um todo dividido. Por exemplo: quebravam um prato e contavam suas partes.

Nascimento (2008, p. 4) explica que:

A ideia de fração está relacionada a diferentes significados. Tradicionalmente a fração tem sido interpretada apenas como "uma ou mais partes da unidade". Essas diferentes formas de interpretar as frações não são trabalhadas na escola, principalmente porque muitos professores utilizam como material de apoio durante as aulas de frações, o livro didático, que por sua vez também se restringe ao uso escolar.

O termo vem do *fractio*, fração em latim, e tem dois significados principais: "divisão de um todo em partes" e "partes de um todo".

Para Contador (2008, p. 185)

A palavra fração é derivada de *fractiones*, que por sua vez é a tradução para o latim da palavra árabe *kasr*, que significa quebrado. As formas latinas *fractio* ou *fractiones ruptus*, quando da tradução para o inglês por antigos tradutores, receberam o nome de *broken numbers* ou números quebrados, assim uma fração nada mais é que um número quebrado.

O conceito matemático da fração corresponde à ideia intuitiva de dividir um todo em partes iguais. Quando se fala, por exemplo, um quarto de hora, metade de um bolo, ou de dois terços de um tanque de gasolina, podemos representar simbolicamente por uma fração. Porém três quartos de hora não são, obviamente, o mesmo que três quartos de um bolo, mas são "calculados" na mesma maneira: dividindo o total (uma hora, ou bolo) em quatro partes iguais e, em seguida, tomando três dessas partes. Por esta razão, nos dois casos, fala-se de dividir a unidade (uma hora, um bolo, etc.) em 4 partes iguais e em seguida, tomar 3 dessas partes.

2.2 Frações no Ensino Fundamental

O ensino de frações é um tema que gera muito debate e discussões entre educadores da disciplina de Matemática, pois há muita dificuldade por parte dos alunos na aprendizagem do conteúdo e, geralmente, os professores não diversificam as estratégias de ensino, o que contribui para gerar desmotivação e falta de interesse na sala de aula.

O processo ensino aprendizagem da matemática ainda é considerado tarefa difícil no ambiente escolar. Segundo Pamplona (2006, p.23):

O ensino da Matemática na escola do primeiro e segundo grau vive uma crise crônica há muitos anos. Muitas são as dificuldades encontradas. Além das ligadas diretamente ao ensino, temos os fatores sócio econômicos e políticos. Essas dificuldades vêm se perpetuando desde o início da década de sessenta, quando o ensino da matemática passou por uma reforma profunda, que deu origem ao que se convencionou chamar de Matemática Moderna.

Por esta razão, o ensino da matemática se apresenta como um desafio para os profissionais que atuam no campo educacional. Em sua práxis docente, o professor de Matemática se depara com o desafio de motivar os alunos para o processo de ensino e aprendizagem desta disciplina.

As Diretrizes para o Ensino da Matemática (MEC, 2006) deixam claro que um dos grandes desafios é o ensino desta disciplina por meio de conteúdos que propiciem a resolução de problemas. A orientação para abordagem de conteúdos tem por objetivo que os alunos busquem a aplicação de conhecimentos matemáticos que adquiriram em sala de aula e que apliquem em situações diversas.

Conforme Bach e Carvalho (2009, p.6):

Problematizar é, a partir da realidade concreta do sujeito, criar o conflito cognitivo que o leve a recorrer a seu referencial, identificar o que precisa ser mudado nesta realidade e, com base num referencial científico, buscar os conhecimentos necessários para, primeiro, compreendê-la, e posteriormente intervir na realidade.

Desta forma, o professor é o facilitador do processo ensino-aprendizagem, fornecendo recursos para que o aluno se desenvolva. Diante desta importante

missão, o professor encontra-se no centro do processo do progresso social, sendo o criador de condições de aprendizagem na sociedade do conhecimento.

Nota-se que a sala de aula se apresenta como parte fundamental das estratégias que serão elaboradas, tendo em mente que o objetivo será promover a satisfação da necessidade de aprendizagem dos alunos. Portanto, é preciso ressaltar que, para que o processo ensino-aprendizagem ocorra de forma eficiente, é preciso que o professor seja o mediador do conhecimento.

Okuma (2010, p.84) resgata que:

O professor que se preocupa com a construção de conhecimento pelo próprio aluno busca ser mediador do processo, levando o aluno a ter segurança e autoconfiança na busca de soluções, sendo de suma importância o professor conhecer os diferentes significados dos números fracionários, podendo assim propor aos alunos uma variedade de situações desafiadoras, provocando conflitos cognitivos que transformam as estratégias em ferramentas de pensamento.

Portanto, ressalta-se que, ao promover a participação do aluno como sujeito ativo do processo de ensino e aprendizagem, bem como de avaliação, o professor favorecerá o desenvolvimento da autonomia intelectual e social de seus alunos, permitindo que desfrutem do seu aprendizado com mais segurança e que desenvolvam atitudes de compromisso com a sociedade na qual estão inseridos, a partir da utilização de conceitos que foram internalizados em sala de aula.

Diante desta análise é preciso refletir que no processo ensino e aprendizagem de matemática o aluno está sendo conduzido para a sua formação, e por isso é importante que ele sinta prazer no ato de aprender. A tarefa educativa necessária, aliada à precariedade do sistema de educacional brasileiro, impõe ao professor de matemática a busca de novos caminhos para promover o ensino desta disciplina com qualidade.

Para que o processo ensino e aprendizagem ocorra de forma eficaz e desperte o interesse dos alunos, as atividades de sala de aula devem ser significativas para que os alunos estejam envolvidos com a aprendizagem. Considera-se que é preciso haver uma necessidade ou desejo por parte do aluno, e o objeto de aprendizagem precisa surgir como solução para esta necessidade. Quando o conteúdo está

organizado e é preparado de acordo com os interesses do aluno ele sente prazer nisto.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) adotam esta visão da Educação Matemática, afirmando que:

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento (BRASIL, 1998, p. 42).

A Resolução de Problemas é fundamental no ensino da Matemática, e o processo de ensino e aprendizagem deve estar calcado na abordagem e exploração dessa resolução de problemas, utilizando situações em que os alunos desenvolvam estratégias para a sua execução através de uma reflexão crítica, possibilitando que ele desenvolva o raciocínio lógico e não a utilização apenas do uso padronizado de regras, ou seja, não basta só conhecer, é necessário que os alunos participem das resoluções.

Ponte (2008) aponta várias causas para o insucesso da matemática e que, por conseguinte contribuem para o fracasso escolar dos alunos bem como para que estes tenham uma visão negativa da mesma. Para ele o que ocorre é uma massificação do ensino com o objetivo de memorização e de resolução de exercícios repetitivos, levando os alunos a internalizarem que a matemática é uma disciplina com um amontoado de regras sem relação entre si. Ponte (2008, p.4) argumenta que os alunos constroem uma visão negativa da matemática, pois:

Ignora-se dum modo geral a importância da diversificação das representações, a necessidade de tomar os conhecimentos dos alunos como ponto de partida das aprendizagens e a importância da interação social na criação dos novos saberes, persistindo-se numa tradição pedagógica que tende a perpetuar a imagem da Matemática como algo de misterioso e inacessível. Reforçam-se assim as concepções sobre a Matemática dominantes na sociedade: é uma disciplina intrinsecamente difícil, sendo, em última análise, desculpável ter maus resultados.

Nesta direção, Santos (2014) explica que para o ensino de frações é preciso que o professor busque dinamizar as aulas com diversificação de recursos didáticos

que motivem os alunos. No ensino de frações, Nascimento (2008) explica que é importante que o professor conheça as diferentes maneiras de se considerar uma fração, para que os alunos possam adquirir um conhecimento completo, compreendendo que as várias interpretações estão relacionadas.

Segundo Piaget, quando geralmente as crianças estudam os racionais fracionários, o que acontece no período aproximado dos 7 aos 11 anos, num primeiro momento, é indispensável trabalhar com material concreto para se chegar à abstração.

Sobre as dificuldades dos alunos adquirirem o conceito de fração, a experiência nos mostra que o significado das frações geralmente não é bem apreendido pelos alunos. Desta forma é preciso que o professor mostre o significado dos números e as relações entre estes para que formem o conceito de frações.

No ensino e aprendizagem das frações a maior dificuldade encontrada é nas diversas operações e propriedades no conjunto dos racionais quando se compara com o conjunto dos naturais, ou seja, fazer a extensão dos conceitos adquiridos com os números naturais para os números racionais, não compreendendo as características particulares de cada conjunto. Os alunos raciocinam com frações como se fossem números naturais. Eles não conseguem dar significados para as operações e, portanto, têm dificuldade em memorizar as regras. E muitos deles levam essa e outras dificuldades para o Ensino Médio, dificultando, assim, a aprendizagem de outros conteúdos que utilizam as frações.

As dificuldades aparecem nas mais variadas formas, segundo os PCN (BRASIL, 1998):

Embora as representações fracionárias e decimais dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número e tampouco os procedimentos de cálculo (BRASIL, 1998, p. 100 e 101).

Algumas pesquisas apontam que vários alunos, após anos de escolaridade, continuam lidando com as frações de forma simbólica, como se fossem “[...] números naturais, só que escritos de uma forma diferente, um em cima do outro [...]” (SILVA,

1997, apud CAMPOS, 2013, p.2). Isso ocorre porque eles não associam a fração como uma quantidade, não a percebendo como um número, nem como um quociente, pelo fato da não associação ao resultado de uma divisão.

Apesar das dificuldades encontradas pelos alunos, o estudo das frações é um conteúdo imprescindível no ensino da Matemática, pois é pré-requisito para outros conteúdos como: razão, proporção, regra de três, proporcionalidade, porcentagem, probabilidade, entre outros. E convém mencionar que há constatação de baixa proficiência no estudo das frações nas avaliações em larga escala no Sistema Educacional Brasileiro.

Para Nunes e Bryant:

Com as frações, as aparências enganam. Às vezes, as crianças parecem ter uma compreensão completa delas e ainda não a têm. Elas usam os termos corretos, falam sobre frações coerentemente, resolvem alguns problemas, mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem superar dificuldades relativas às frações sem que ninguém perceba (NUNES; BRYANT, 1997, p. 191).

Uma grande dificuldade comumente encontrada pelos estudantes é a de que a fração representa sempre menos que a unidade, entendendo, assim, que o numerador tem que ser sempre menor que o denominador. Isso converge com as ideias de Kerslake (1986, apud GIMÉNEZ, BAIRRAL, 2005):

Quando se associa a fração a uma parte de uma figura, ficamos induzidos a “pensar” que as frações são partes, pois sabemos que a parte é menor que o todo. Se dissermos que $7/5$ é uma fração, parece que estamos em uma contradição, pois se “as frações servem para indicar coisas menores que a unidade” torna-se difícil aceitar que essa fração é *um número*, ficando mais fácil admitir que são dois (KERSLAKE, 1986 apud GIMÉNEZ; BAIRRAL, 2005, p. 7).

Conforme os PCN (BRASIL, 1998, p. 101):

Uma explicação para as dificuldades encontradas possivelmente deve-se ao fato de que a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas para os números naturais. Ao trabalhar com os números racionais, os alunos acabam tendo de enfrentar vários obstáculos:

- cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias; por exemplo, $1/3$, $2/6$, $3/9$ e $4/12$, são diferentes representações de um mesmo número;
- a comparação entre frações, pois acostumados com a relação $3 > 2$, terão que construir uma escrita que lhes parece contraditória, ou seja, $1/3 < 1/2$;
- se o tamanho da escrita numérica, no caso dos naturais, é um bom indicador da ordem de grandeza ($8345 > 83$), a comparação entre 2,3 e 2,125 já não obedece ao mesmo critério;
- se, ao multiplicar um Número Natural por outro natural (sendo esse diferente de 0 ou 1), a expectativa era a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por $1/2$, ficarão surpresos ao ver que o resultado é menor do que 10;
- se a sequência dos números naturais permite falar em sucessor e antecessor, com frações isso não faz sentido, uma vez que entre duas frações quaisquer é sempre possível encontrar uma outra.

2.3 Modelos de Frações

Segundo os PCN:

O estudo dos números racionais, nas suas representações fracionária e decimal, merecem especial atenção no terceiro ciclo, partindo da exploração de seus significados, tais como: a relação parte/todo, quociente, razão e operador. (PCN 1998, p.66)

A fração aparece em diversos modelos e contextos do nosso dia a dia. No entanto, embora alguns autores façam a interpretação da probabilidade nos moldes do paradigma Parte-Todo, essa interpretação não é *ipso facto* congruente, uma vez que ao atribuir uma medida de chance a um evento aleatório, o “todo” deve ser visto como um processo contínuo em que blocos de determinado “tamanho” tem em média uma quantidade de observações do fenômeno. Assim, por exemplo, a probabilidade de $1/3$ para um determinado fenômeno, deve ter a interpretação de que blocos experimentos de tamanho 3 terão em média uma ocorrência do evento, algo essencialmente diferente do contexto Parte-Todo, em que o Todo é uma entidade fixa e imutável.

A seguir revisitaremos os modelos Número, Parte-todo, Quociente, Medida, Operador Multiplicativo, Razão e Probabilidade, exemplificando cada um deles. O modelo a ser utilizado é determinado de acordo com o que é pedido no exercício, ou seja, para cada tipo de exercício pode-se usar um modelo diferente.

- **Modelo Número**

A fração representa uma quantidade específica (um número), não sendo necessário fazer referência a uma situação. Exemplo: Represente $\frac{1}{4}$ na reta numérica.

- **Modelo Parte-todo**

É quando o todo (contínuo ou discreto) é dividido em n partes iguais, e cada uma dessas partes é representada como $\frac{1}{n}$. Nesse tipo de fração, o *todo* fica abaixo da *parte*. Exemplo: Paguei uma das quatro prestações da minha TV.

- **Modelo Quociente**

A fração indica uma divisão entre seus termos (numerador e denominador). Exemplo: Tenho dois reais e quero dividir igualmente entre oito crianças. Quanto receberá cada uma?

- **Modelo Medida**

Nesse modelo uma determinada parte é usada como referência para medir outra(s). Nesse caso, temos uma comparação, em geral usando a pergunta “quantas vezes?”. Exemplo: Quantas vezes um balde de $\frac{1}{4}$ de litros cabe num tanque de 10 litros?

- **Modelo Operador Multiplicativo**

Nesse caso a fração é aplicada a uma quantidade, transformando o seu valor para menos ou mais. Exemplo: Mariana tinha uma coleção com 60 bonecas e deu $\frac{1}{4}$ pra sua melhor amiga. Quantas bonecas deu à sua amiga?

- **Modelo Razão**

É uma fração que se refere a relação entre duas variáveis. Exemplo: Para se fazer um refresco eu uso 4 medidas de suco concentrado para 16 medidas de água. Qual é a razão de suco concentrado para a quantidade de água nesse refresco?

- **Modelo Probabilidade**

A fração como probabilidade pode ser determinada, em vários contextos, pela ocorrência de um evento (número de casos favoráveis) dividido pelo número de possibilidades no caso de fenômenos aleatórios definidos em espaços amostrais de elementos equiprováveis, ou como uma taxa média de ocorrência do fenômeno numa determinada quantidade (bloco) de experimentos. Exemplo: Em uma caixa há 3 bolas amarelas e 9 bolas roxas. Sorteando uma bola ao acaso, qual a probabilidade dessa bola ser amarela?

Em todos os exemplos citados a fração $\frac{1}{4}$ é uma constante, porém a mesma tem significados diferentes em cada caso e, para melhor compreensão desses diferentes significados, é necessário que o aluno conheça bem as várias interpretações que estão relacionadas. “É preciso encontrar caminhos para levar o aluno a identificar quantidades fracionárias em seu contexto cotidiano e a apropriar-se da ideia do número fracionário correspondente, usando-os de modo significativo.” (BERTONI apud LOTERIO, 2015, p. 3)

2.4 Estudos Sobre o Ensino de Frações

O objetivo desta seção é discutir os achados da literatura que demonstram os resultados de estudos científicos que abordam o ensino de frações no Ensino Fundamental. O quadro abaixo apresenta alguns autores e seus estudos relativos às frações:

AUTOR	ANO	TÍTULO	OBJETIVO	RESULTADO
Cavaliere	2005	O ensino das frações	Compreender sua aplicação e como pode ser facilitado seu ensino em sala de aula.	O estudo averiguou que o tratamento das frações é de grande importância, pois é um dos conteúdos essenciais no processo de aprendizagem no ensino fundamental.

Nascimento	2008	Perspectivas para aprendizagem e ensino dos números racionais	Discutir algumas concepções e representações sobre o ensino dos números racionais, em especial, na sua representação fracionária, nas séries iniciais do Ensino Fundamental.	Ao iniciar o ensino dos números fracionários, é preciso repensar em práticas, métodos, metodologias e que estratégias de ensino utilizar na abordagem desse tema. Uma reflexão sobre os métodos e as metodologias a serem empregadas é essencial para definir o ponto de partida para a aprendizagem desse conteúdo.
Bastos e Silva	2009	O ensino das frações e seus diferentes significados	Dar subsídios para o ensino-aprendizagem de fração apresentando conceitos que normalmente não são encontrados nos livros didáticos.	Há situações em que as frações podem ser interpretadas como razão, probabilidade e porcentagem e não são consideradas neste estudo como outros significados de fração pelo fato de emergirem de situações cuja resolução pode recorrer às frações que contenham implícitos os significados medida, parte-todo e operador multiplicativo.
Costa	2010	Referenciais históricos e metodológicos para o ensino de frações	Verificar as potencialidades de se aplicar o contexto histórico no ensino dentro das salas de aulas da educação básica.	A atividade prática de frações com representações retangulares em que o aluno pode, através de materiais como tesoura e régua, constatar as respectivas representações fracionárias.
Okuma	2010	Ensino e aprendizagem de fração: um estudo comparativo e uma intervenção didática	Investigar as variáveis envolvidas na produção de respostas na resolução dos problemas propostos sobre fração	Para sanar as dificuldades no ensino de fração, é necessário que os alunos tenham tempo para integrar os diferentes significados, com seus símbolos e suas representações, considerando que haja um ensino efetivo e uma aprendizagem significativa.
Breitenback	2010	O ensino de frações via as concepções parte/todo/ quociente/ medida	Relatar e discutir a implementação de uma proposta de ensino envolvendo a experimentação de abordagens alternativas para o ensino de frações	As atividades precisam ser elaboradas de forma que possam proporcionar mais tempo aos alunos para refletir sobre as soluções encontradas e compará-las.

Gislon	2010	Apropriação do conceito de frações	Observar a apropriação do conceito de Frações de alunos do 5º ano do ensino fundamental	Para que aconteça a apropriação do verdadeiro conceito é preciso levar em consideração todo e qualquer conhecimento ou conceito trazido pela criança de forma espontânea, cabendo ao professor desenvolver papel de mediador, auxiliando no aprimoramento da mente da criança, respeitando os níveis de desenvolvimento das mesmas.
Santos	2014	O ensino de frações utilizando materiais concretos.	Verificar as contribuições do uso de materiais didáticos manipuláveis no ensino e aprendizagem de frações com alunos do 6º ano do ensino fundamental.	O resultado verificou que o uso de materiais didáticos manipuláveis no ensino e aprendizagem de frações contribui para motivar os alunos, levando a uma aprendizagem satisfatória.
Silva	2012	Números fracionários uma discussão sobre a história, o ensino os significados e as operações	Oferecer subsídios ao ensino de frações no ensino fundamental	É importante o professor diversificar os materiais didáticos para o ensino de frações e não usar apenas nos livros didáticos.

Quadro 2 - Alguns autores e seus estudos relativos às frações

Costa (2010) realizou um estudo para verificar as potencialidades de se aplicar o contexto histórico no ensino dentro das salas de aulas da educação básica. Com a realização deste estudo o autor verificou que o ensino de frações a partir da História da Matemática contribui para desenvolver atitudes mais favoráveis por parte dos alunos, auxilia o professor em dificuldades de aprendizagem destas. Para dar significado à multiplicação de frações foi sugerida uma atividade prática com representações retangulares em que o aluno pode, através de materiais como tesoura e régua, constatar as respectivas representações fracionárias. É uma atividade que também leva para a tomada de uma parte de outra parte de um inteiro.

Por meio de um estudo bibliográfico, Cavalieri (2005) investigou o ensino de frações para compreender sua aplicação e como pode ser facilitado seu ensino em sala de aula. O estudo averiguou que o estudo das frações é de grande importância, pois é um dos conteúdos essenciais no processo de aprendizagem do Ensino Fundamental. Pode-se dizer que as frações são usadas no dia a dia das pessoas, e que o ensino das operações com frações são importantes para facilitar sua aplicação no cotidiano.

Okuma (2010) desenvolveu uma pesquisa com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental com o intuito de investigar as variáveis envolvidas na produção de respostas na resolução dos problemas propostos sobre fração. Foi constatado que o professor deve ser o facilitador do processo de aprendizagem, criando situações em sala de aula que motivem os alunos para aprender. Foi verificado também que para sanar as dificuldades no ensino de fração, é necessário que os alunos tenham tempo para integrar os diferentes significados, com seus símbolos e suas representações, considerando que haja um ensino efetivo e uma aprendizagem significativa.

Breitenback (2010) desenvolveu um trabalho monográfico sobre o ensino de frações via concepções parte/todo/quociente/medida, com o objetivo de relatar e discutir a implementação de uma proposta de ensino envolvendo a experimentação de abordagens alternativas para o ensino de frações. Após a aplicação das atividades práticas a autora concluiu que atividades precisam ser elaboradas de forma que possam proporcionar mais tempo aos alunos para refletir sobre as soluções encontradas e compará-las.

Em seu estudo, Santos (2014) buscou verificar as contribuições do uso de materiais didáticos manipuláveis no ensino e aprendizagem de frações com alunos do 6º ano do ensino fundamental. Os resultados dos dados coletados evidenciaram que o uso de materiais didáticos manipuláveis no ensino e aprendizagem de frações contribui para motivar os alunos, levando a uma aprendizagem satisfatória.

Perspectivas para aprendizagem e ensino dos números racionais foi o tema do estudo de Nascimento (2008) com intuito de discutir algumas concepções e representações sobre o ensino dos números racionais, em especial, na sua representação fracionária, nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Após a

realização deste estudo a autora concluiu que, ao iniciar o ensino dos números fracionários, é preciso repensar as práticas, métodos, metodologias e quais estratégias de ensino utilizar na abordagem desse tema. Uma reflexão sobre os métodos e as metodologias a serem empregadas é essencial para definir o ponto de partida e o ponto de chegada no ensino e aprendizagem desse conteúdo.

O objetivo da pesquisa de Gislon (2010) foi observar a apropriação do conceito de frações de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Como resultado foi observado que para que aconteça a apropriação do verdadeiro conceito é preciso levar em consideração todo e qualquer conhecimento ou conceito trazido pela criança de forma espontânea, cabendo ao professor desenvolver papel de mediador, auxiliando no aprimoramento e amadurecimento da mente da criança, respeitando os níveis de desenvolvimento das mesmas.

Ao realizar uma pesquisa de cunho bibliográfico, Silva (2012) teve por objetivo oferecer subsídios ao ensino de frações no Ensino Fundamental. Foi constatado por meio deste estudo que é importante o professor diversificar os materiais didáticos para o ensino de frações e não usar apenas nos livros didáticos.

3. PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

A Probabilidade e a Estatística estão presentes em todo currículo do Ensino Fundamental das Escolas Estaduais e Municipais do Rio de Janeiro como vem sinalizando o currículo mínimo, os PCN e a BNCC.

Em vista disso, o desenvolvimento de Estatística e Probabilidade no ensino fundamental tem sido objeto de investigação de muitos pesquisadores que buscam justificar cientificamente sua relevância. O que se verifica é que a pesquisa neste campo tem sido interdisciplinar entre educadores da Matemática e da Estatística em prol da melhoria da qualidade de ensino.

Para os PCN, os objetivos da Estatística e da Probabilidade se colocavam da seguinte forma:

Com relação à Estatística, a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu dia-a-dia. Além disso, calcular algumas medidas estatísticas como média, mediana e moda com o objetivo de fornecer novos elementos para interpretar dados estatísticos. (PCN 1998, p.52)

Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis). (PCN 1998, p.52)

Salta aos olhos, nas descrições acima sobre as diretrizes para o ensino de Estatística e Probabilidade, a ausência de um diálogo entre as duas searas do saber, algo que não ilumina a relevância dessa união de saberes para uma tomada de decisão em ambientes de incerteza, já que, no mais das vezes, a probabilidade não tem um fim em si mesma, mas representa uma ferramenta fundamental para uma tomada de decisão ótima segundo algum critério de optimalidade.

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), concluída recentemente, os conteúdos de Estatística e Probabilidade estão também presentes desde o 1º ano do

Ensino Fundamental. Até o final do 4º ano, os alunos já serão capazes de coletar, classificar e representar dados em tabelas simples ou de dupla entrada e em gráficos de colunas ou pictóricos, além de identificar eventos aleatórios cotidianos, reconhecendo-os como pouco ou muito prováveis, improváveis ou impossíveis, sem utilizar frações, e no 5º ano eles serão capazes de determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios equiprováveis. Já no 6º e 7º anos, podemos destacar a relevância de serem capazes de determinar a probabilidade na forma clássica e frequentista, e de construir e interpretar diferentes tipos de gráficos. Isso pode ser comprovado pelas orientações abaixo (BNCC, 2017):

6º ano – Objetos de conhecimento

- Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável. Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista).
- Leitura e interpretação de tabelas e gráficos (de colunas ou barras simples ou múltiplas) referentes a variáveis categóricas e variáveis numéricas.
- Coleta de dados, organização, registro construção de diferentes tipos de gráficos para representá-los e interpretação das informações.

7º ano - Objetos de conhecimento

- Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências.
- Estatística: média e amplitude de um conjunto de dados.
- Pesquisa amostral e pesquisa censitária. Planejamento de pesquisa, coleta e organização dos dados, construção de tabelas e gráficos e interpretação das informações.
- Gráficos de setores: interpretação, pertinência e construção para representar conjunto de dados.

Vemos agora um diferencial no tratamento destas disciplinas, uma vez que a proposta de se calcular probabilidades por meio de repetições experimentais encerra

um diálogo (ainda que incipiente) entre a Probabilidade e Estatística, visto que a modelagem probabilística de fenômenos da natureza pressupõe uma escrutinação de dados experimentais por meio da Estatística.

Estatística e Probabilidade devem ser ensinados a todos os indivíduos para que possam relacionar a Matemática com as mais diversas questões do seu cotidiano, facilitando sua compreensão e levando ao melhor posicionamento social. Na atualidade, a proposta curricular em Matemática enfatiza que o estudo deles é indispensável para que os indivíduos possam analisar índices de custos vida, realizarem pesquisas, escolherem amostras e tomarem decisões em diversas situações de incerteza de seu dia a dia.

Para Souza et al (2013, p.5):

O ensino e a aprendizagem da Probabilidade e da Estatística, desde o início da escolaridade, têm sido objeto de estudo e discussão em vários currículos de Matemática em âmbito internacional. No Brasil, em 1998, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN - (BRASIL, 1998) recomendaram, no Ensino Fundamental, a incorporação da Estatística ao currículo de Matemática e, em 2002, o mesmo foi prescrito para o Ensino Médio, com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEM - (BRASIL, 2002).

A competência nestas matérias permite ao aluno obter uma base sólida para aplicar em estudos futuros e agir em áreas científicas diversas, já que modelos mais realistas da realidade quase sempre incorporam componentes estocásticas. Além disso, quando se considera as rápidas mudanças que acontecem no mundo em que vivemos, é muito importante o conhecimento da Probabilidade de ocorrência de eventos para se fazer previsões e tomar decisões, levando ao desenvolvimento da capacidade crítica e da autonomia, e fazendo com que o aluno exerça sua cidadania de forma plena e satisfatória, de forma que aumentem suas chances de sucesso na vida pessoal e profissional.

Sobre o ensino de Probabilidade, Lopes (2008, p.16) argumenta que:

A probabilidade proporciona um modo de medir a incerteza e de mostrar aos estudantes como matematizar, como aplicar a matemática para resolver problemas reais. Para isso, recomenda-se um ensino das noções probabilísticas a partir de uma metodologia heurística e ativa, por meio da proposição de problemas concretos e da realização de experimentos reais ou simulados.

Em face disto considera-se que o estudo de Estatística e Probabilidade permite que o aluno desenvolva habilidades essenciais, tais como a análise crítica e discussão. Tais assuntos atualmente são muito importantes no currículo de Matemática do Ensino Fundamental.

No mundo da informação é cada vez mais necessário o acesso do cidadão às questões sociais e econômicas em que tabelas e gráficos resumem situações, e as taxas são comparadas e analisadas para sustentar ideias. Neste sentido Carvalho (2015, p.3) salienta que:

Atualmente a estatística é uma ferramenta de grande importância para a nossa sociedade. Exemplos de sua amplitude encontramos no mundo empresarial, em que ela é importante ferramenta para o auxílio na tomada das decisões. No Brasil, o ensino de Estatística entra na educação básica a partir da publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais que determinam que ela deva ser ensinada durante toda a Educação Básica, desde as séries iniciais.

Assim, é necessária que a escola forneça ao aluno, desde os primeiros anos da escola de base, a formação de conceitos que auxiliam no exercício sua cidadania. Entendemos que a cidadania é também a capacidade papel reflexivo, pensativo e crítico de um indivíduo em seu grupo social. Portanto, é urgente que a escola cumpra o seu papel de educar para a cidadania.

Neste sentido o ensino da Estatística e da Probabilidade contribuem para a realização deste fato, e é importante por permitir que os alunos confrontem com vários problemas do mundo real e tenham possibilidades para escolher as suas próprias estratégias para resolvê-los, enriquecendo, dessa forma, seu processo reflexivo.

Assim, defende-se a ideia de que os conceitos probabilísticos e estatísticos devem ser trabalhados desde os primeiros anos do ensino fundamental a fim de não privar o aluno de uma compreensão mais ampla dos problemas que acontecem em sua realidade social. Para tanto, é preciso que a escola lhe forneça instrumentos e conhecimentos que lhe permitam refletir sobre as constantes mudanças sociais e se preparar para o exercício pleno da cidadania.

A educação para a cidadania é um dos principais objetivos da educação hoje. Assim, acredita-se que trabalhar com Estatística e Probabilidade seja relevante para capacitar o aluno a desenvolver a capacidade para reunir, organizar, interpretar e comparar os dados, servindo de apoio para descobertas.

Uma das formas de estabelecer embrionariamente o entendimento do significado de Probabilidade, tanto no seu sentido clássico quanto no sentido frequentista, é ressignificar o conceito de frações também como taxas de ocupação de determinados eventos aleatórios de interesse, conceito esse pouco explorado nos anos escolares do Ensino Fundamental.

3.1 Frações como Probabilidade

Após aprenderem o conceito de frações, os alunos do Ensino Fundamental podem adquirir o conceito matemático de frações como probabilidade. Para alunos do Ensino Fundamental não é necessário estabelecer de forma profunda o conceito de probabilidade, pois isso se dá de forma paulatina. Basta que seja explicitado que a probabilidade é a medida relativa da ocorrência de eventos aleatórios. A probabilidade é quantificada como um número entre 0 e 1 (0% a 100%), numa gradação de plausibilidade. É muito comum, embora inexato, associar 0 a eventos impossíveis e 1 a eventos certos, por se desconhecer a estrutura de eventos definidos em conjuntos não-enumeráveis. Na verdade, eventos impossíveis de fato têm probabilidade nula, mas a recíproca não é verdadeira; ao mesmo tempo eventos certos têm probabilidade 1, mas há eventos de probabilidade 1, denominados “quase certos”, que não são certos. Esses contextos estão fora do alcance da Probabilidade abordada no Ensino Básico, porque dependem da estrutura de variáveis aleatórias contínuas, apenas veladamente exploradas no Ensino Médio quando a probabilidade é tratada no seu sentido geométrico. De qualquer forma, o que se pode dizer nessa fase inicial de letramento probabilístico é que, quanto maior a probabilidade de um evento, mais certo se está de que o evento ocorrerá com maior frequência.

O ensino da fração como probabilidade auxilia o aluno a estabelecer a relação entre a parte e o todo, podendo registrar a quantidade de fatos ou eventos que são

possíveis de acontecer diante de um determinado conjunto de possibilidades, em contextos em que os elementos do conjunto universal (espaço amostral) têm a mesma chance de ocorrência, ou seja, no contexto de espaços amostrais de elementos equiprováveis. Para melhor compreensão da probabilidade vamos analisar o exemplo do lançamento de uma moeda e a leitura da face voltada para cima, cujo resultado é claramente imprevisível pois não podemos afirmar se vai dar **cara** ou **coroa**. Porém, se lançarmos a moeda um número n de vezes e sair **cara (ou coroa)** um número m de vezes, a frequência relativa desse evento até o n -ésimo experimento será m/n . No entanto é importante discutir em sala de aula, por meio de atividades empíricas de simulação que, quanto mais lançamentos da moeda forem feitos, mais próxima a frequência relativa estará de $\frac{1}{2}$, valor que representa a parte todo do conjunto {cara} (ou {coroa}) em relação ao espaço amostral {cara, coroa}, sob a hipótese de que a moeda seja equilibrada fisicamente. Ou seja, a frequência relativa converge para a probabilidade teórica.

Esse é o conceito frequentista da probabilidade, cuja probabilidade de um evento pode ser medida observando a convergência da frequência relativa do mesmo em várias experiências idênticas e independentes. No caso do exemplo da moeda, se considerarmos 1000 lançamentos e observarmos 535 caras, a frequência relativa de cara será $525/1000 = 0,525$; se considerarmos 2000 lançamentos e observarmos 1020 caras, a frequência relativa de cara passará a $1020/2000 = 0,51$; e, se repetirmos o experimento variando o número de lançamentos, teremos que, nas razões indicadas por (número de vezes que saiu cara)/(número de lançamentos), essa razão estará cada vez mais próxima de $1/2 = 0,5$. Logo, podemos esperar que quase metade dos lançamentos seja ocupado pela ocorrência de caras e, nos demais lançamentos restantes, tenha havido coroas. Esse é o grande legado deixado pela Lei dos Grandes Números. O que importa aqui, ao nosso ver, é a leitura de frações (ditas “próprias”) como uma taxa média de ocorrência do fenômeno. Assim a fração $\frac{1}{2}$, com diversas interpretações, algumas bem trabalhadas em sala de aula, pode também ser interpretada que em média a cada dois experimentos espera-se a ocorrência de uma cara. É importante ressaltar a noção de média com os alunos do Ensino Fundamental, para que percebam que vários blocos de 2 lançamentos não atenderão a ter 1 cara e 1 coroa, mas que blocos de lançamentos de duas caras tendem a ser compensados por blocos de 2 coroas e vice-versa.

Discutir isso, é estender o conceito de fração para além do conceito parte-todo e trabalhar já o sentido estatístico frequentista de probabilidade.

Para Lopes (2008, p.14):

Ao estudar probabilidade e chance, os alunos precisam entender conceitos e palavras relacionadas à chance, incerteza e aleatoriedade, que aparecem nas nossas vidas diariamente, particularmente na mídia. Outras ideias importantes incluem a compreensão de que probabilidade é uma medida de incerteza, que modelos são úteis para simular eventos para estimar probabilidades e que, algumas vezes, as nossas intuições são incorretas e podem nos levar à conclusão errada no que se refere à probabilidade e eventos de chance.

Infelizmente, no ensino de Matemática da escola básica, a Probabilidade é ensinada de forma procedimental, utilizando fórmulas, e, com isso, dificultando a apreensão dos conceitos de chance e probabilidade. Vale mencionar que muitos entendem a chance como a certeza. Por exemplo: numa urna com 2 bolas brancas e 7 bolas pretas, tem-se mais chance de sair a bola preta, porém pode sair também a bola branca, ou seja, não é certo que vai sair a bola preta por ela ter chance maior. Temos que a chance é uma grandeza e a probabilidade é a medida dessa grandeza através de um número.

Um outro exemplo é o lançamento, ao mesmo tempo, de duas moedas. Cada moeda possui duas faces, definidas como "cara" e "coroa". E como são duas, as respostas são analisadas em pares, tendo como possibilidades: (cara, cara), (cara, coroa), (coroa, cara) e (coroa, coroa). A probabilidade de ocorrer um dos pares fixado pode ser demonstrada conforme a fórmula abaixo:

$$P = \frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100} = 25\%$$

Nesta atividade o aluno poderá exercitar a aplicação das frações como probabilidade, pois, analisará o conjunto de possibilidades do lançamento das moedas e calculará a probabilidade, que será uma fração.

Mas ao lidar com espaços amostrais de fenômenos realizados consecutivamente, como no caso de todos os resultados de números de caras nos lançamentos de quatro moedas honestas, por exemplo, pode-se cometer um erro

muito comum na atribuição das probabilidades para as diversas possibilidades. Neste exemplo, se optarmos por um espaço amostral de caracterização do número de caras em quatro lançamentos do tipo $U = \{4, 3, 2, 1, 0\}$, ao invés das diversas caracterizações de caras e coroas em quatro lançamentos, este não será composto de elementos equiprováveis, pois só há uma forma de se obter 4 caras, enquanto que há quatro formas de se obter 3 caras e 1 coroa, por exemplo. Isso pode ser evitado se considerarmos como elementos do espaço amostral, as sequências obtidas no lançamento dessas 4 moedas, como se tivesse sido uma de cada vez. Isso porque o lançamento em conjunto das quatro moedas não alteraria o espaço amostral a ser construído, uma vez que as moedas em si podem assumir papéis de cara ou coroa na mesma estrutura de lançamentos sequenciais.

Considerando que C significa cara e K significa coroa, teremos o seguinte espaço amostral de elementos equiprováveis: $U = \{ (C,C,C,C), (C,C,C,K), (C,C,K,C), (C,K,C,C), (K,C,C,C), (C,C,K,K), (K,K,C,C), (C,K,C,K), (K,C,K,C), (K,C,C,K), (C,K,K,C), (K,K,K,C), (K,K,C,K), (K,C,K,K), (C,K,K,K), (K,K,K,K) \}$.

Temos, então que:

- A probabilidade de se obter 4 caras (ou 4 coroas) é $1/16 = 0,0625 = 6,25\%$
- A probabilidade de se obter 1 cara e 3 coroas (ou 3 caras e 1 coroa) é $4/16 = 0,25 = 25\%$
- A probabilidade de se obter 2 caras e 2 coroas é $6/16 = 0,375 = 37,5\%$.

Os problemas que envolvem a probabilidade são úteis para determinar chances de ocorrer um evento que pertence a um espaço amostral finito. A chance de um evento ocorrer pode ser calculada por meio de uma fração em contextos de elementos equiprováveis. Nesse caso, temos como numerador da fração o número de casos favoráveis ao evento cuja probabilidade se deseja calcular, e temos como denominador o número de casos possíveis, ou seja, o total de casos que podem acontecer.

$$P = \frac{\text{Casos favoráveis}}{\text{Total de casos possíveis}}$$

Os resultados que são obtidos da razão podem ser apresentados na forma de frações irredutíveis ou de porcentagem.

No caso da porcentagem ressaltamos que a mesma está relacionada com a representação de partes de um total de 100 partes, ela surge de uma fração em que o denominador é 100. A origem do termo “por cento” (%) vem do latim “per centum”. Por exemplo: $4 / 100 = 0,04 = 4\%$

Tendo em vista que a probabilidade pode se apresentar em vários problemas na forma de fração, o seu estudo no terceiro ciclo pode em muito beneficiar e ser beneficiado pelo estudo das frações.

É também fundamental, ao nosso ver, que se possa sair da interpretação parte-todo (clássica) de probabilidade, onde esse conceito fica quase restrito à ideia de razão entre o número de casos favoráveis e possíveis, e assim trabalhar com estruturas muito mais gerais por meio da interpretação frequentista e por meio de casos em que os elementos não sejam equiprováveis. Vejamos o seguinte exemplo: Numa pesquisa feita com os habitantes de uma determinada cidade foi constatado que exatamente 65% possuem smartphone, 38% possuem computador e 14% possuem smartphone e computador. Ao analisar os dados da pesquisa encontramos 4 possibilidades para os habitantes dessa cidade: possui somente smartphone, possui somente computador, possui smartphone e computador ou não possui nem smartphone e nem computador. Porém, essas possibilidades não são equiprováveis, isto é, não há a mesma chance de ocorrência para os quatro casos possíveis, e a fração obtida na probabilidade de cada possibilidade considerada não será a mesma.

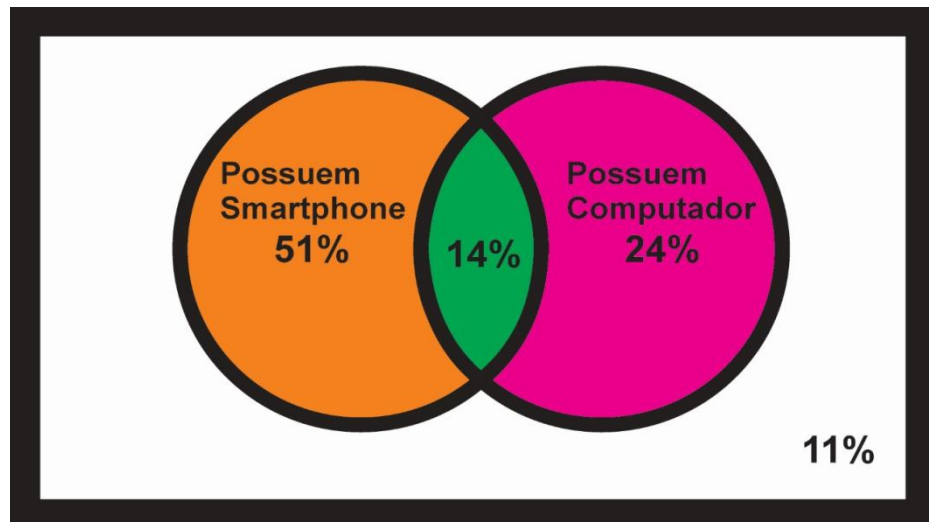


Figura 3 – Diagrama de Venn

Exemplos como esse ensejam uma ótima oportunidade para se desconstruir a ideia errônea de que espaços amostrais finitos são sempre equiprováveis.

4. INTERPRETAÇÃO DOS RACIONAIS COMO RAZÕES DE CHANCE E PROBABILIDADE NOS LIVROS DIDÁTICOS

Os livros didáticos desempenham um papel fundamental dentro do processo de aprendizagem em sala de aula, pois facilitam e norteiam o trabalho do professor e ajudam o aluno, permitindo uma melhor compreensão dos conteúdos trabalhados, e, muitas das vezes, é o único material didático pra consulta do professor e do aluno também.

Nesta direção, compreende-se que o livro é de significativa importância no processo ensino-aprendizagem, especialmente como uma ferramenta pedagógica. Portanto, o livro deve ter qualidade inquestionável devido à sua importância para transmitir conteúdos. Desta forma, cabe ao professor analisar e avaliar o livro didático que será utilizado em sala de aula, tendo em vista que deverá proporcionar a formação de um cidadão crítico e reflexivo.

Na análise do livro deve-se observar a sua organização, a estrutura e tudo o que dá sentido à sua forma. O professor tem que estar ciente do papel que o livro exerce em sala de aula. Portanto, deve saber como identificar principais características que nortearam os autores na preparação de seus livros.

Se o conteúdo de um livro não fornece algo novo e interessante para o estudante, o processo de aprendizagem perde um pouco do seu significado. O estudante deve ser levado a ter uma atitude crítica e, para o desenvolvimento dessa capacidade, há necessidade de se dispor de material adequado.

É muito importante refletir sobre alguns aspectos relacionados com o livro, porque, como se sabe, muitas vezes, ele é o elemento mais utilizado no desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem e, também é, quase sempre, o principal recurso disponível para professores e alunos. Mas não podemos fazer uso dele sem qualquer flexibilidade e, para isso, é preciso estar atento às propostas metodológicas e seguir a orientação dada pelo Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para auxiliar o professor na sua prática pedagógica.

O livro deve, portanto, apresentar o conteúdo e atividades personalizadas para ajudar os alunos a atingir o conhecimento desejado, que será adquirido através da reflexão e resolução de exercícios, onde se fará uso da observação e análise das situações propostas, despertando assim, o pensamento crítico e criativo dos mesmos.

O livro didático é uma ferramenta de grande importância para o professor em sua prática pedagógica, pois, além de guiarem a ação dos professores, oferecendo normas e regras a serem seguidas que facilitam o trabalho em sala de aula, eles são também uma fonte inestimável de consulta e material de estudo. Os livros orientam os professores principalmente por apresentarem os conteúdos de forma sequencial, com exemplos e atividades propostas. Em relação aos livros didáticos os PCN afirmam que:

Não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas da sala de aula, os professores apoiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória. (PCN 1998, p. 21 e 22)

Porém, muitas vezes ao utilizar somente o livro didático em sua prática pedagógica, devido à falta de abrangência que existe na maioria deles, o professor compromete seu planejamento e limita, assim, o processo ensino-aprendizagem.

É importante ver como os livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental fazem a abordagem do conceito de Probabilidade, percebendo como os autores trabalham as noções e qual a abrangência de diversas situações das noções trabalhadas nas atividades propostas.

Aqui faremos uma análise de alguns livros didáticos de Matemática do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental II, já que é nesses anos que se ensina o conjunto dos números racionais, ou seja, é quando se dá tratamento ao ensino das frações. E nessa análise veremos o tratamento que os autores dão ao ensino das frações como razões de chance e probabilidade, verificando, também, a provável ausência dessa interpretação. Para isso foram selecionados quatro livros didáticos que receberam aprovação do MEC através do PNLD (2017). Vale ressaltar que a análise não é em relação à qualidade dos livros e nem tem como objetivo a escolha do melhor; ela se

dá para se observar quais dão o enfoque mencionado de frações. Para tal, os aspectos observados serão:

- como é feita a introdução do assunto;
- abordagem ou não da fração como chance ou probabilidade;
- análise de exercícios resolvidos;
- análise de exercícios propostos.

Os livros analisados são:

- **Projeto Araribá: Matemática** – 6º e 7º anos - Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna, Editora Moderna, 4ª edição, São Paulo, 2014.
- **Matemática Bianchini** – 6º e 7º anos - Edwaldo Bianchini, Editora Moderna, 8ª edição, São Paulo, 2015.
- **Nos dias de hoje - Matemática na Medida Certa** – 6º e 7º anos - Marília Centurión e José Jakubovic, Editora Leya, 1ª edição, São Paulo, 2015.
- **Matemática – Ideias e Desafios** – 6º e 7º anos – Iracema e Dulce, Editora Saraiva, 18ª edição, São Paulo, 2016.

4.1 Projeto Araribá

Na análise feita no livro do 6º ano do **Projeto Araribá**, constata-se que, ao final de todo conteúdo de frações, é estudada a Porcentagem (páginas 165 e 166) e, a seguir, o Cálculo da Probabilidade de um Evento (páginas 167 e 168), que é introduzido através de duas situações-problema, em que começa pela ideia de possibilidades e vai ampliando e aprofundando o assunto até chegar aos cálculos de probabilidade de um evento. Vale ressaltar que os exemplos falam em possibilidades, chance e probabilidade. E o autor menciona, também, que a probabilidade geralmente é indicada por uma fração ou por uma porcentagem, o que é muito bom, pois com isso temos a ligação que buscamos, que é a interpretação de fração como probabilidade.


Na primeira situação-problema é apresentada uma rifa de uma bicicleta, com 100 números, para a qual Paula comprou 3 números e Davi comprou 4, e foi calculada a probabilidade de Paula ganhar a rifa, explicada detalhadamente; e em

seguida, foi calculada a probabilidade de Davi ganhar, de forma direta. Nos dois casos a probabilidade também foi apresentada em forma de porcentagem.

TRABALHANDO COM A INFORMAÇÃO

Cálculo da probabilidade de um evento

Acompanhe a situação a seguir.
A escola onde Paula estuda está rifando uma bicicleta. Nessa rifa há 100 números, e somente um será premiado. Paula comprou 3 números dessa rifa e Davi, 4.



Sabendo que todos os números têm a mesma chance de serem sorteados, Paula quis calcular a **probabilidade** de ela ganhar a bicicleta. Observe como ela fez.

- Se a rifa tem 100 números, então há 100 possibilidades de um número ser sorteado.
- Todos os números têm a mesma chance de serem sorteados. Então, para cada número há 1 possibilidade em 100. Assim, a probabilidade de um número ser sorteado é:
 $\frac{1}{100}$ ou 1%
- Como eu comprei 3 números, tenho 3 possibilidades em 100 de ganhar. Logo, a probabilidade de eu ganhar a bicicleta é:
 $\frac{3}{100}$ ou 3%

Davi comprou 4 números, portanto tem 4 possibilidades em 100 de ganhar. Então, a probabilidade de Davi ganhar é:
 $\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ ou 4%

A probabilidade geralmente é indicada por uma fração ou por uma porcentagem.

ILUSTRAÇÕES: MARCELO CAETANO

167

Figura 4 - Situação-problema 1, livro Projeto Araribá 6ºano

A outra situação foi o lançamento de um dado, com a análise detalhada e o cálculo da probabilidade de sair uma face par. Essa situação-problema envolve a

incerteza do resultado, levando o aluno a refletir sobre as possibilidades e a incerteza do que pode sair, fazendo previsões e análises.

TRABALHANDO COM A INFORMAÇÃO

Analise, agora, outra situação: o lançamento de um dado.
Os resultados possíveis do lançamento de um dado são:

1, 2, 3, 4, 5, 6

Nessa situação, há 6 possibilidades. Vamos considerar que a chance de sair qualquer uma das faces é a mesma e calcular a probabilidade de sair uma face par no lançamento do dado.

Para isso, observamos que, entre as possibilidades, há 3 faces pares: as faces 2, 4 e 6. Isso significa que há 3 possibilidades em 6.

Assim, a probabilidade de sair uma face par é indicada por:

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$$

Portanto, a probabilidade de sair uma face par no lançamento de um dado é $\frac{1}{2}$ ou 50%.




Figura 5 - Situação-problema 2, livro Projeto Araribá 6ºano

As atividades propostas em relação ao assunto Probabilidade são apenas três (página 168), não tornando a tocar no assunto nas atividades integradas. Na Atividade 1, as Orientações para o professor sugerem que, antes de se fazer os cálculos de probabilidade, os alunos pensem um pouco no problema e façam estimativa do que é mais provável, a retirada de um pirulito verde ou um pirulito vermelho, isso em função da quantidade de cada pirulito existente no saquinho, concluindo que a chance da retirada do que tem mais quantidade no saquinho é maior, porém não é certo que aconteça. Para as Atividades 2 e 3 não há sugestões do autor; porém, na Atividade 2 observa-se que a quantidade de participantes de meninas não é 19 e sim $19+1 = 20$, e isso pode gerar dúvida nos alunos. Já na Atividade 3 o aluno terá que, além de ver na tabela qual letra corresponde ao bilhete grátis, somar a quantidade correspondente a cada letra pra ter o total de nomes, e isso pode levar os alunos a dificuldades. Portanto, são exercícios para os quais, por


não terem visto exemplos semelhantes, os alunos vão necessitar do auxílio do professor.

ATIVIDADES
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 A professora de Lucas levou pirulitos para a turma. Ela colocou em um saquinho 10 pirulitos, sendo 3 verdes e 7 vermelhos. Sabendo que Lucas vai pegar um pirulito do saquinho sem olhar, qual é a probabilidade de ele pegar um único pirulito vermelho? $\frac{7}{10}$ ou 70%

2 Camila disputará o primeiro lugar em um concurso de dança com outras 19 meninas. A ordem das apresentações será determinada por sorteio. Se todas as candidatas têm a mesma probabilidade de serem sorteadas, qual é a probabilidade de Camila ser a primeira a se apresentar? $\frac{1}{20}$ ou 5%

3 Leia atentamente o problema, resolva-o e responda à questão.



Uma escola decidiu rifar uma coleção de livros de literatura utilizando uma cartela com 100 nomes. O valor a ser pago depende da letra que vai aparecer após o comprador raspar na cartela o nome escolhido, como mostra o quadro abaixo.

Letra	G	A	B	C
Valor	Grátis	R\$ 2,00	R\$ 4,00	R\$ 6,00

Sabe-se que, nessa cartela, há 5 nomes com a letra G, 10 com a letra A, 15 com a letra B e 70 com a letra C.

- André será a primeira pessoa a comprar um nome da cartela. Qual é a probabilidade de ele escolher um nome pelo qual não terá de pagar? $\frac{5}{100}$ ou 5%




Figura 6 – Atividades do livro Araribá 6º ano

No livro do 7º ano, o autor, atendendo à necessidade de compreensão dos assuntos referentes à Estatística e Probabilidade, introduz Número de Possibilidades de um Evento através de um exemplo contextualizado – modelos de automóveis –, em que os alunos são desafiados a buscar combinações e maneiras de organizar e realizar seus registros (página 179), com 4 atividades para serem feitas por eles (página 180). Após o estudo de Regra de Três, apresenta o Cálculo da Probabilidade de um Evento (páginas 191 e 192), em que a explanação é feita através de um exemplo que utiliza uma árvore de possibilidades, a partir da qual são feitos os cálculos de duas probabilidades pedidas. O autor menciona que, para calcularmos a probabilidade de um determinado evento, comparamos, por meio de uma razão, o

número de possibilidades favoráveis com o número total de possibilidades, e que isso já foi estudado em anos anteriores. Nas Orientações para o Professor ele diz: “Não se pretende o desenvolvimento de um trabalho baseado na definição de termos ou de fórmulas, mas a compreensão dessa ideia, ressaltando-se o caráter aleatório de muitos dos acontecimentos do cotidiano.”

TRABALHANDO COM A INFORMAÇÃO

Cálculo da probabilidade de um evento

Carolina participará de uma apresentação com um grupo de dança de rua. No mesmo dia, outros três grupos se apresentarão: o grupo de balé, o de sapateado e o de frevo. A ordem de apresentação dos grupos será definida por um sorteio, e todos os grupos têm a mesma probabilidade de ser sorteados.

- ▶ Qual é a probabilidade de o grupo de Carolina ser o primeiro a se apresentar? E qual é a probabilidade de o grupo de frevo ser o primeiro?
- ▶ Qual é a probabilidade de o grupo de sapateado ser o segundo e o de balé ser o quarto na ordem de apresentação?

Cálculo da probabilidade

Você já estudou em anos anteriores que, para calcular a probabilidade de determinado evento, comparamos, por meio de uma razão, o número de possibilidades favoráveis com o número total de possibilidades.

Então, para calcular as probabilidades pedidas, primeiro devemos obter o número total de possibilidades de ordem de apresentação. Chamando de **A** o grupo de dança de rua, de **B** o grupo de balé, de **C** o de sapateado e de **D** o grupo de frevo, vamos listar as possíveis ordens de apresentação com o auxílio de uma árvore de possibilidades.

1º 2º 3º 4º

1º 2º 3º 4º

A: dança de rua
B: balé
C: sapateado
D: frevo

1º 2º 3º 4º

1º 2º 3º 4º

Ou seja, há no total 24 possibilidades de ordem de apresentação dos grupos.

191

Figura 7 – Situação-problema, livro Projeto Araribá 7ºano

O assunto é encerrado com somente dois exercícios propostos aos alunos. No primeiro exercício, que não se utiliza da árvore de possibilidades como no exemplo, e é resolvido através de cálculos de probabilidade clássica, o autor sugere, nas Orientações para o Professor, que os alunos, antes de resolverem o exercício, estimem os resultados de cada um dos itens buscando comparações, por exemplo: a) é maior que 50%, já que mais da metade da turma é composta de meninos. O segundo exercício, que trata do lançamento de três moedas, pode ser resolvido utilizando-se da árvore das possibilidades, como o proposto no exemplo dado.

ATIVIDADES
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Na próxima aula de História, os alunos do 7º ano A deverão apresentar um seminário sobre a Guerra de Canudos. A professora sorteará um dos alunos para fazer a abertura.

Na turma, há 23 meninos e 17 meninas. Sabe-se ainda que 8 meninos e 5 meninas têm olhos azuis.

Supondo que, no dia da abertura, todos os alunos estarão presentes e que a chance de ser sorteado é a mesma para todos os alunos, calcule a probabilidade de:

c) $\frac{8}{40}$ ou 20%

a) ser sorteado um menino; $\frac{23}{40}$ ou 57,5%


b) ser sorteada uma menina; $\frac{17}{40}$ ou 42,5%

c) ser sorteado um menino de olhos azuis;

d) ser sorteada uma menina de olhos azuis. $\frac{5}{40}$ ou 12,5%

2 Marcelo e Bruno resolveram fazer uma brincadeira utilizando três moedas.

Nessa brincadeira, cada um lança as três moedas de uma só vez e anota o resultado: K para cara e C para coroa.



a) Quantos e quais são os resultados possíveis?

b) Qual é a probabilidade de sair apenas uma cara? $\frac{3}{8}$ ou 37,5%

c) Qual é a probabilidade de sair mais caras que coroas? $\frac{4}{8}$ ou 50%

Figura 8 – Atividades, livro Projeto Araribá 7ºano

Fazendo uma breve análise pode-se observar que não constam as definições de conceitos como espaço amostral, evento e tipos de eventos; faltam exemplos e exercícios que utilizem a forma frequentista da probabilidade, só apresentando a forma clássica; em relação ao tipo de atividades, são situações-problema com enunciado apenas ou com enunciado e ilustração, não apresentando gráficos ou tabelas.

4.2 Matemática Bianchini

No livro do 6º ano o autor, somente após o estudo das frações com suas operações e, também, expressões numéricas, apresenta, na página 201, Calculando Probabilidades, por meio de uma situação-problema em que Gabriela tem uma coleção com 100 bolinhas pula-pula de borracha: 30 amarelas, 25 azuis e 45 vermelhas, todas colocadas em uma caixa, e Gabriela, sem olhar, vai retirar uma bola de cada vez, e é feita a seguinte pergunta: “Sabendo que todas as bolinhas têm a mesma probabilidade de serem retiradas, qual cor tem maior chance de sair na primeira retirada: amarela, azul ou vermelha?” Ele explica que a probabilidade de uma bola ser retirada é 1 em 100, ou seja, $1/100 = 1\%$, e que a probabilidade de sair uma bola amarela é $30/100 = 30\%$, de sair uma bola azul é $25/100 = 25\%$ e de sair uma bola vermelha é de $45/100 = 45\%$, com isso conclui que a que tem maior chance de sair é a bolinha vermelha. É dito que a probabilidade é a medida da chance de ocorrer determinado resultado e, também, que a probabilidade no geral é indicada por uma fração irredutível ou na forma percentual.

TRABALHANDO A INFORMAÇÃO
i

Calculando probabilidades

Gabriela tem uma coleção com 100 bolinhas pula-pula de borracha: 30 amarelas, 25 azuis e 45 vermelhas.

Ela colocou todas as bolinhas em uma caixa. Gabriela vai retirar uma única bolinha por vez, sem olhar as que estão dentro da caixa.

Sabendo que todas as bolinhas têm a mesma **probabilidade** de serem retiradas, qual cor tem maior chance de sair na primeira retirada: amarela, azul ou vermelha?




Figura 9 – Situação-problema, livro Matemática Bianchini 6ºano

Os exercícios apresentados para os alunos, ainda na página 201, são apenas três. O primeiro exercício se refere ao exemplo, perguntando qual a cor da bolinha tem menor chance de ser sorteada. O segundo exercício é resolvido aplicando-se o cálculo da probabilidade clássica diretamente, em que um sorteio é realizado e pergunta-se a probabilidade de o aluno Hugo ser sorteado num total de 100. O terceiro exercício diz que numa caixa há três bolas brancas e duas bolas verdes e pergunta a probabilidade de tirarmos, sem olhar, uma bola verde da caixa. Nas

Orientações para o Professor, o autor sugere, nesse terceiro exercício, que se peça aos alunos responderem, antes de realizarem os cálculos: “Essa probabilidade está mais próxima de qual das seguintes porcentagens: 30%, 40%, 50% ou 60%?” A expectativa é que eles excluam as porcentagens 50% e 60%, pois, pelo enunciado, menos da metade das bolinhas é verde.

Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

- 1** Com base nos dados acima, responda: a bolinha de qual cor tem menor chance de ser sorteada: a azul ou a amarela? Por quê? Represente isso na forma de fração e na forma percentual.

Azul, pois: $\frac{25}{100} < \frac{30}{100}$; 25% < 30%.
- 2** A direção da escola Felicidade vai sortear um aluno entre os cem que possuem as maiores notas em História para representar a escola em um evento estadual. Sabendo que Hugo é um desses alunos e que todos os outros têm a mesma chance de serem sorteados, qual é a probabilidade de ele ser o escolhido? $\frac{1}{100}$ ou 1%
- 3** Em uma caixa há três bolas brancas e duas bolas verdes. Qual é a probabilidade de tirarmos, sem olhar, uma bola verde dessa caixa? $\frac{2}{5}$ ou 40%

Figura 10 – Atividades, livro Matemática Bianchini 6ºano

No livro do 7º ano, no meio do capítulo de Sistemas de Equações, na página 151, o autor fala de Possibilidades e Probabilidades através de uma situação-problema em que Hugo está jogando trilha com sua irmã e precisa, ao lançar dois dados, de soma 10, ou mais, para andar o número de casa necessárias e vencer o jogo na próxima rodada, e a pergunta feita foi: “Qual é a probabilidade de Hugo vencer o jogo na próxima rodada?”. São apresentadas todas as possibilidades do que pode sair nos dois dados, que são 36, e observadas as que satisfazem a condição de soma superior a 10, que são 6 ((4,6), (5,5), (5,6), (6,4), (6,5), (6,6)), logo a probabilidade é $6/36 = 1/6$. Vale ressaltar que a proposta de um jogo é levar o aluno a refletir sobre todas as possibilidades acerca do mesmo, a de ganhar ou perder, a da incerteza do que pode acontecer, e a fazer previsões e realizar experiências do que pode acontecer.

TRABALHANDO A INFORMAÇÃO **i**
Possibilidades e probabilidades

Hugo está jogando trilha com sua irmã. Para andar o número de casas necessárias e vencer o jogo na próxima rodada, ele precisa de uma soma de pelo menos 10 pontos ao lançar dois dados.

Qual é a probabilidade de Hugo vencer o jogo na próxima rodada?

Para calcular a probabilidade de Hugo vencer o jogo na próxima rodada, devemos inicialmente descobrir todas as possibilidades de soma de números que ele pode tirar nos dados.

Ao lançar dois dados, Hugo pode tirar os seguintes pares de números:



(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(5, 1)	(6, 1)
(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 2)	(5, 2)	(6, 2)
(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)	(5, 3)	(6, 3)
(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	(4, 4)	(5, 4)	(6, 4)
(1, 5)	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)	(5, 5)	(6, 5)
(1, 6)	(2, 6)	(3, 6)	(4, 6)	(5, 6)	(6, 6)

Observe que há 36 pares diferentes de números, mas nem todos têm soma igual a 10 ou maior. Por isso, circulamos os pares de números que satisfazem essa condição. Então, entre as 36 possibilidades, há somente 6 pares cuja soma de números é igual a 10 ou maior.

Como há 6 possibilidades em 36 de Hugo obter uma soma igual a 10 ou maior, dizemos que a probabilidade de Hugo vencer o jogo na próxima rodada é:

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Figura 11 – Situação-problema, livro Matemática Bianchini 7ºano

As atividades propostas para os alunos são duas, ainda referentes ao exemplo dado. Na primeira, supondo que Hugo precise obter nos dois dados uma soma igual ou maior que 8, pede que se responda, justificando, se a probabilidade dele ganhar o jogo aumenta; que o aluno facilmente responde fazendo uma analogia com o

exemplo resolvido. Na segunda, pergunta quantas casas Hugo precisa andar, supondo que a probabilidade dele vencer o jogo na próxima rodada fosse de 100%. Essa questão já é mais difícil de se resolver pois o aluno precisa saber que pode sair qualquer resultado, tem que pensar na pior das hipóteses, que é tirar (1,1), e que esse caso permite que ele ande uma ou duas casas. Vale ressaltar que no enunciado do exemplo não fica bem claro que o número de casas a ser andado é a soma do lançamento dos dois dados.

Agora quem trabalha é você! FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Considerando o problema de Hugo, responda às questões a seguir.

a) Supondo que Hugo precise obter nos dados uma soma igual a 8 ou maior, a probabilidade de ele ganhar o jogo aumenta? Justifique sua resposta. Sim, ela passa a ser de $\frac{15}{36}$.

b) Se a probabilidade de Hugo vencer o jogo na próxima rodada fosse de 100%, quantas casas ele precisaria andar? uma ou duas casas

Figura 12 – Atividades, livro Matemática Bianchini 7ºano

Nas Orientações para o Professor o autor ressalta que essa atividade pode levantar outras questões, como: “Se Hugo tirou o número 5 no lançamento do primeiro dado, qual é a probabilidade de que ele vença a partida?”, em que ele diz que os números que perfazem pelo menos 10 são o 5 e o 6, portanto a resposta é $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$, e “Se Hugo tirou o número 3 no lançamento do primeiro dado, qual é a probabilidade de ele vencer a partida nessa rodada?”, e a resposta é zero, pois para fazer soma 10 ou mais ele precisaria tirar 7 ou mais no segundo dado, e isso não é possível.

Analisando o exposto do livro em questão vemos que: (i) não constam as definições de conceitos como espaço amostral, evento e tipos de eventos; (ii) faltam exemplos e exercícios que utilizem a forma frequentista da probabilidade, só apresentando a forma clássica; (iii) em relação ao tipo de atividades, são sempre situações-problema apenas com enunciados, ou com enunciado e ilustração, sem apresentar tabelas ou gráficos.

4.3 Nos dias de hoje - Matemática na Medida Certa

Ao analisar os livros do 6º ano e do 7º ano da coleção **Nos dias de hoje - Matemática na Medida Certa** observamos que não constam as noções de probabilidade, o que vai de encontro às orientações do PCN, que prevê o ensino de probabilidade de maneira informal, por meio de investigações, levando o aluno a construir um espaço amostral e indicar a probabilidade através de uma razão, desenvolvendo, assim, o raciocínio probabilístico.

4.4 Matemática – Ideias e Desafios

Na análise feita no livro do 6º ano da coleção **Matemática – Ideias e Desafios** encontramos somente o estudo de Possibilidades, na página 81, onde são apresentadas duas situações-problema, uma em que fala da possibilidade quanto ao sexo de um bebê nascer (menino ou menina); e outra em que trata do lançamento de dados, em que Fábio já tirou 3 num lançamento, e faz uma análise das possibilidades de obter soma par no lançamento do dado novamente (isto é, obter 1, 3 ou 5).

Possibilidades

Para refletir e responder

É o primeiro filho de Bia e Edu e eles ainda não sabem o sexo do bebê.



Aposto que é menina!

Aposto que vai ser um garotão!

• Menino ou menina? Qual é seu palpite?
Resposta pessoal.

Figura 13 – Situação-problema 1, livro Ideias e Desafios 6ºano



Figura 14 – Situação-problema 2, livro Ideias e Desafios 6ºano

São quatro os exercícios propostos e estão na página 82, um tratando de lançamento de moeda e os outros três tratando de lançamentos de dados.

Fazer e aprender

95. É costume recorrer a uma moeda para decidir quem começa um jogo. Nessa situação, que possibilidades existem? *Cara ou coroa.*

96. Quando você joga um dado, considerando o número que aparece na face superior, que possibilidades existem? *1, 2, 3, 4, 5 ou 6.*

97. Jogando dois dados, Paulo tirou 4 em cada um deles, totalizando 8 pontos. Existem, no entanto, outras maneiras de obter esse mesmo total.

a) Quais são elas? *2 e 6; 3 e 5.*

b) Jogando dois dados, quais são todas as maneiras de obter 6 pontos no total?
1 e 5; 2 e 4; 3 e 3.

98. Observe os dados jogados por Patrícia durante um jogo.

a) Que pontos saíram nas faces de cima? *1 e 3.*

b) A soma dos pontos que ela marcou é par ou ímpar? *Par.*

c) Liste as demais situações em que ela obterá soma par. *1 e 1; 1 e 5; 2 e 2; 2 e 4; 2 e 6; 3 e 3; 3 e 5; 4 e 4; 4 e 6; 5 e 5; 6 e 6.*

d) Jogando os dois dados, quais são todas as possibilidades de ela obter soma ímpar?
1 e 2; 1 e 4; 1 e 6; 2 e 3; 2 e 5; 3 e 4; 3 e 6; 4 e 5; 5 e 6.

Figura 15 – Atividades, livro Ideias e Desafios 6ºano

E, ainda na página 82, há um desafio para os alunos: foram colocadas bolinhas azuis (4) e vermelhas (6) em um vidro e é feita a retirada de uma delas, sem olhar, por João. São feitas então duas perguntas: “Qual é a cor da bolinha que ele tem maior chance de retirar?” e “O que pode ser feito para que as chances de João retirar uma bolinha vermelha ou azuis sejam iguais?”. Nas Orientações Didáticas para o

Professor o autor informa: “Esta atividade envolve probabilidades e espera-se que o aluno desenvolva, ainda que intuitivamente, a análise de chances de ocorrência de um evento”. Vale ressaltar que a questão fala somente em chances, mas não se calcula a probabilidade, e não torna a falar e nem apresenta nenhum exercício do assunto.

Vermelha ou azul?

Observe as bolinhas coloridas que foram colocadas em um vidro.
João vai retirar, sem olhar, uma bolinha desse vidro.

- Qual é a cor da bolinha que ele tem maior chance de retirar?
Explique por quê.
- O que pode ser feito para que as chances de João retirar uma bolinha vermelha ou azul sejam iguais?

Resposta possível: Colocar mais 2 bolinhas azuis no vidro.

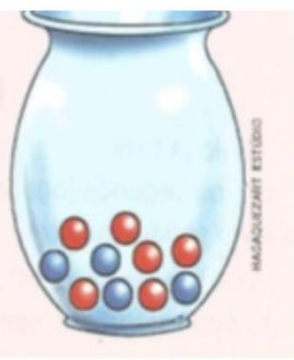


Figura 16 – Desafio, livro Ideias e Desafios 6ºano


Na análise do livro do 7º ano encontramos o estudo de Pares Ordenados e Possibilidades. Através do exemplo de dois lançamentos de uma moeda não viciada (página 207) e formando os pares com todos os resultados possíveis.

4 Estatística e probabilidade

Pares ordenados e possibilidades

No lançamento de uma moeda não viciada, ou seja, uma moeda equilibrada, podemos obter **coroa**, se a face com o valor estampado estiver voltada para cima, ou **cara**, caso ocorra o contrário.

Exemplo:
Pedro lançou uma moeda não viciada duas vezes.
Ele anotou os resultados marcando cara com a letra **k** e coroa com a letra **c** e registrou, em um “diagrama-árvore”, todas as possibilidades que podem ocorrer nos dois lançamentos.




1º lançamento	2º lançamento	resultados
K	K	(k, k)
	C	(k, c)
	K	(c, k)
C	C	(c, c)


Nesse diagrama, temos os resultados possíveis, que são os pares ordenados: (k, k), (k, c), (c, k) e (c, c). Ou seja, há quatro possibilidades para o resultado.

Figura 17 – Situação-problema 1, livro Ideias e Desafios 7ºano

Na página 208 o autor apresenta algumas atividades para o aluno referentes ao assunto para fixação do conteúdo, em que na primeira atividade forma pares ordenados com as cores de duas bolas retiradas, uma de cada vez, de um saco contendo 3 bolas nas cores vermelha, azul e preta, e na segunda atividade se formam pares ordenados a partir do lançamento de dois dados, um branco e um vermelho.



Fazer e aprender



FAÇA O
CADERNO

38. João colocou, em um saco não transparente, três bolas com mesmo tamanho nas cores vermelha, azul e preta. Ele vai retirar duas bolas, uma de cada vez, observar as cores e devolvê-las ao saco. Quais são os resultados possíveis considerando a ordem retirada? *(v, v); (v, a); (v, p); (a, a); (a, v); (a, p); (p, p); (p, v); (p, a)*

39. No lançamento de um dado há seis resultados que podem aparecer na face de cima: 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

Laura lançou dois dados: um branco e um vermelho.

a) Ela jogou o dado branco e saiu resultado 1 na face de cima. Ao jogar o dado vermelho, se sair o número 2, esses dois resultados podem ser indicados pelo par (1, 2). Escreva todos os pares ordenados que podem ser obtidos nesse caso.

(1, 1); (1, 2); (1, 3); (1, 4); (1, 5); (1, 6)

b) Faça o mesmo que no item a, imaginando que no lançamento do dado branco tenha saído resultado 2.

(2, 1); (2, 2); (2, 3); (2, 4); (2, 5); (2, 6)

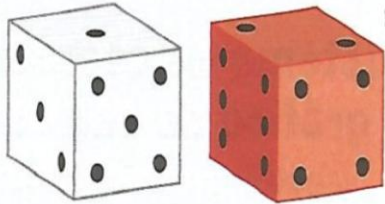


Figura 18 – Atividades 1, livro Ideias e Desafios 7ºano

O autor apresenta o assunto Razões e Probabilidade (páginas 235 e 236) com a apresentação de situações em que são usadas as palavras **chance**, **provável** e **risco** para descrever as possibilidades de ocorrência de um acontecimento. Em seguida apresenta uma situação, para refletir e responder, em que Anita e Ricardo jogaram uma moeda equilibrada 25 vezes, 50 vezes, 75 vezes e 100 vezes, e a seguinte pergunta: “Em sua opinião, quantas vezes saiu cara em 50 lançamentos? E em 100 lançamentos?”, que é pra ser respondida observando o registro das ocorrências nos experimentos de Anita e Ricardo numa tabela. Com isso ele faz com que o aluno analise o que acontece quando jogamos uma moeda equilibrada um grande número de vezes e verificando que as razões obtidas (número de vezes em saiu cara / número de lançamentos) são números próximos de $\frac{1}{2} = 0,5$, ou seja, que

podemos esperar que em quase metade das jogadas saia cara e no restante saia coroa, essa é a visão frequentista do cálculo de probabilidades.

Veja o registro das ocorrências nos experimentos de Anita e Ricardo, nesta tabela:

Experimento	Nº de lançamentos	Nº de vezes em que saiu cara	$\frac{\text{Nº de vezes em que saiu cara}}{\text{Nº de lançamentos}}$	Percentual
1	25	12	$\frac{12}{25} = 0,48$	48%
2	50	29	$\frac{29}{50} = 0,58$	58%
3	75	42	$\frac{42}{75} = 0,56$	56%
4	100	53	$\frac{53}{100} = 0,53$	53%

Figura 19 – Situação-problema 2, livro Ideias e Desafios 7ºano

São propostas três atividades para os alunos na página 236, as duas primeiras seguem a mesma linha de raciocínio do exemplo e na terceira é utilizada a definição clássica para sua resolução.

Fazer e aprender

58. Se em 200 lançamentos de uma moeda equilibrada sair 98 vezes cara, qual será a razão entre o número de vezes em que sai cara e o número de lançamentos da moeda? $\frac{98}{200}$ ou $\frac{49}{100}$

59. Uma urna continha duas bolas do mesmo tipo: uma vermelha e uma azul. Foram feitos 4 experimentos em que se retirava uma bola da urna, observava-se a cor e recolocava-se a bola na urna. A tabela a seguir mostra quantas vezes saiu a bola vermelha.

Experimento	Nº de retiradas	Nº de vezes que saiu bola vermelha
1	24	10
2	38	17
3	40	21
4	96	42

a) Calcule as razões entre o número de vezes em que saiu a bola vermelha e o número de retiradas. Essas razões são iguais? $\frac{10}{24}, \frac{17}{38}, \frac{21}{40}, \frac{42}{96}$; não.

b) No experimento 3, em quantos por cento das vezes saiu bola vermelha? 52,5%

c) No experimento 4, em quantos por cento das vezes saiu bola vermelha? 43,75%

d) Calcule a probabilidade de se retirar a bola vermelha nesse experimento. $\frac{1}{2}$

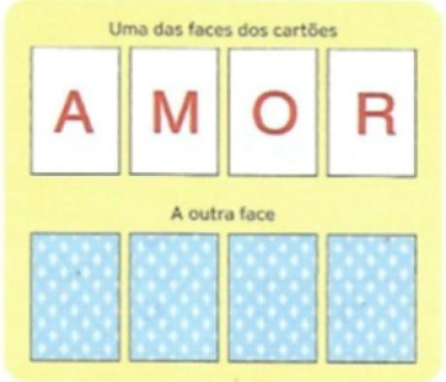
60. Tatiana tem 4 cartões de mesma forma e tamanho, marcados com as letras: A, M, O e R. Os cartões são embaralhados e arrumados sobre a mesa com a letra virada para baixo. Um dos cartões é virado e observa-se a letra estampada.

a) Quais são os possíveis resultados? A, M, O ou R.

b) Quantos são os possíveis resultados? 4 resultados.

c) Quantas possibilidades existem de sair o cartão com a letra M? 1 possibilidade.

d) Calcule a probabilidade de sair a letra M na virada do cartão. $\frac{1}{4}$



Uma das faces dos cartões

A outra face

Figura 20 – Atividades 2, livro Ideias e Desafios 7ºano

Na página 237 é apresentado um desafio para o aluno, desafio esse que o autor, nos comentários e resolução de atividades, diz: “Nessa atividade, os alunos terão a oportunidade de ampliar os conhecimentos adquiridos sobre problemas de contagem, probabilidades e medida das chances de ocorrência de um evento.”

Desafio

Preto, vermelho ou azul?

Três bolas pretas, uma bola vermelha e uma bola azul, do mesmo tipo, foram colocadas em uma caixa.

A cada vez:

- escolhe-se uma cor;
- retira-se uma bola da caixa, observa-se a cor e recoloca-se a bola na caixa.

A cada acerto ganha-se 1 ponto, e a cada erro perde-se 1 ponto.

- Se você tivesse de apostar em uma cor, em qual delas apostaria? Por quê?

Preto; $\frac{3 \text{ bolas pretas}}{5 \text{ bolas cores}} = \frac{3}{5}$; a probabilidade de sair a bola preta é maior do que a de saírem as das outras

Acerte a cor e marque pontos!

FACIANO CADERNO

Figura 21 – Desafio, livro Ideias e Desafios 7ºano

Analisando o livro em questão, podemos observar que não constam as definições de conceitos como espaço amostral, evento e tipos de eventos; dos livros analisados é o único que apresenta a probabilidade sob a forma frequentista; em relação ao tipo de atividades, são situações-problema apenas com enunciado, ou com enunciado e figura, ou ainda com enunciado e tabela, não apresentando gráficos.

Vemos, portanto, a partir das coleções analisadas, que poucos são os livros que tratam de probabilidade no sentido frequentista e uma ausência total de estruturas não equiprováveis, em exemplos utilizando diagramas de Venn, em que o espaço amostral é composto de elementos não equiprováveis, do tipo “No Canadá 20% da população é da província de Québec, 30% da população canadense fala francês e 5% da população canadense fala francês e é de Québec. Seleccionada uma pessoa aleatoriamente da população canadense, qual a probabilidade de: (a) ela ser de Québec ou falar francês; (b) não ser de Québec e nem falar francês.” Nesse exemplo, há quatro possibilidades de realização experimental dado pelo cruzamento de ser ou não de Québec e falar ou não francês. No entanto, esse seria um bom exemplo de discussão de que as quatro possibilidades não são equiprováveis, isto é, não têm cada uma 25% de chance de ocorrer. Além disso, conhecendo o diagrama de Venn e entendendo como preenchê-lo com as porcentagens, os alunos são capazes de operar eventos com os conectores “e”, “ou” e “não”, mesmo sem

conhecer as propriedades matemáticas relativas às probabilidades de união, interseção e complementariedade, apenas se apoiando na estrutura do diagrama de Venn e do que conhecem de conjuntos.

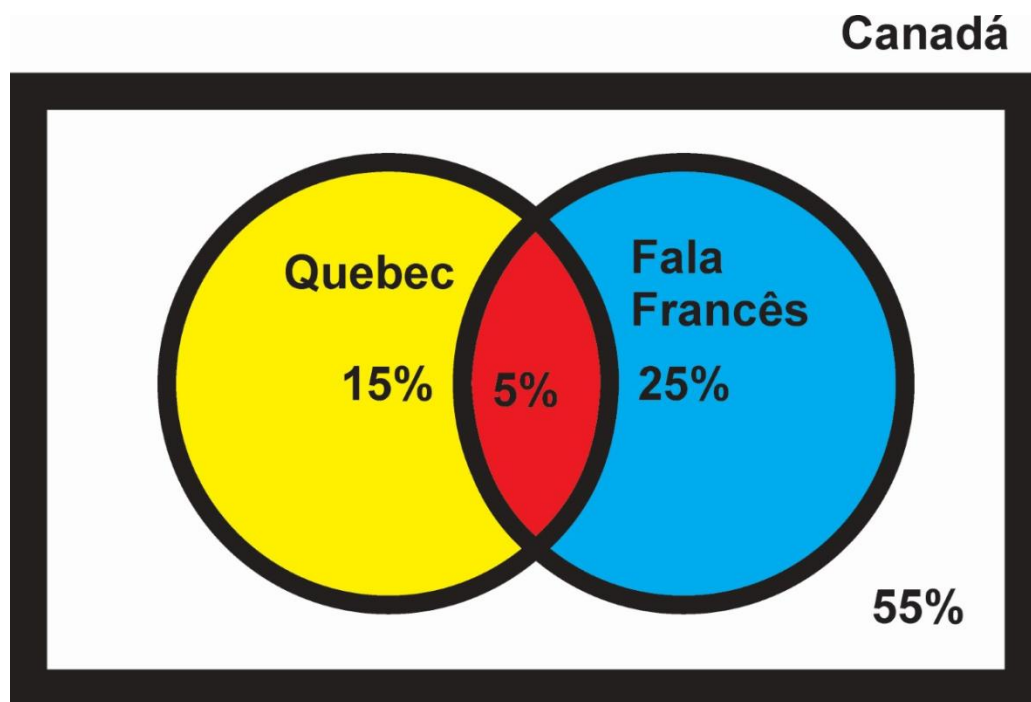


Figura 22 – Diagrama de Venn 2

5. ESTUDO DE CASO

Com a finalidade de implementar as ideias de um tratamento probabilístico-estatístico ao ensino de frações, uma aula prática foi aplicada no CIEP BRIZOLÃO 398 – Mário Lima, localizado no bairro Vila Jurandyr, em São João de Meriti / Baixada Fluminense, na Rede Estadual do Rio de Janeiro. A escola possui aproximadamente 1820 alunos divididos em 52 turmas e 3 turnos. A turma escolhida foi uma turma em que eu lecionava Matemática, do 6º ano do Ensino Fundamental, a turma 603, os alunos com idade média de 12 anos, e, com ela, foi desenvolvida a proposta de realizar atividades contextualizadas de tratamento dos racionais, como simulações de experimentos aleatórios em sala de aula, com vias a promover um letramento estatístico-probabilístico. Vale destacar a importância que deve ser dada ao tema, devido à sua aplicação e necessidade no nosso dia a dia, e ressaltar que seu ensino está previsto nos PCN e no BNCC.

5.1 Ensinando o conteúdo de racionais e introduzindo probabilidade

Com o objetivo de atender as necessidades dos alunos em se ter um estudo mais aprofundado no que diz respeito à Probabilidade e Estatística foi aplicada uma atividade contextualizada com o objetivo de propor situações em que os alunos possam fazer observações, já que o acaso e a incerteza se manifestam intuitivamente nos mesmos.

A aplicação da atividade aconteceu após se apresentar todo o conteúdo de frações para os alunos, incluindo a porcentagem, e de se introduzir o conteúdo de probabilidade utilizando-se o conceito frequentista, em que a probabilidade de um fenômeno pode ser obtida através da frequência relativa do mesmo em várias experiências idênticas e independentes, e da forma clássica, em que a probabilidade é calculada como sendo o **número de casos favoráveis / número de casos possíveis**, em analogia à interpretação de frações parte-todo, e mostrando que essa probabilidade é representada por meio de uma fração, e que pode, ainda, ser apresentada na forma percentual.

5.2 Desenvolvimento da aplicação

No dia 23 de novembro de 2016, estavam presentes 32 alunos da turma 603 em sala de aula, e estes foram organizados em sala de aula em 16 duplas, duplas essas formadas de maneira que os alunos com mais dificuldades interagissem com os alunos com menos dificuldades, para assim, um auxiliar o outro na realização das tarefas propostas. A lista das atividades aplicadas era composta de cinco exercícios contextualizados em que o objetivo era reforçar o conteúdo já estudado em sala de aula. Foi aplicado também um questionário pra avaliação da atividade. A duração da aplicação da atividade e do questionário foi de dois tempos de aula.

Os alunos se sentiram muito entusiasmados quando foram avisados que fariam uma atividade para reforçar o conteúdo ensinado em sala de aula, que esta aplicação seria utilizada para uma pesquisa e que seriam fotografados.



Figura 23 – Turma na realização das Atividades Propostas



Figura 24 – Alunos resolvendo as Atividades Propostas

5.3 Análise das Atividades Propostas

Aqui apresentaremos as especificidade das questões aplicadas junto aos alunos, juntamente com os comentários da aplicação de cada uma e do gráfico de classificação do grau de dificuldade retirado do questionário aplicado.

Questão 1:

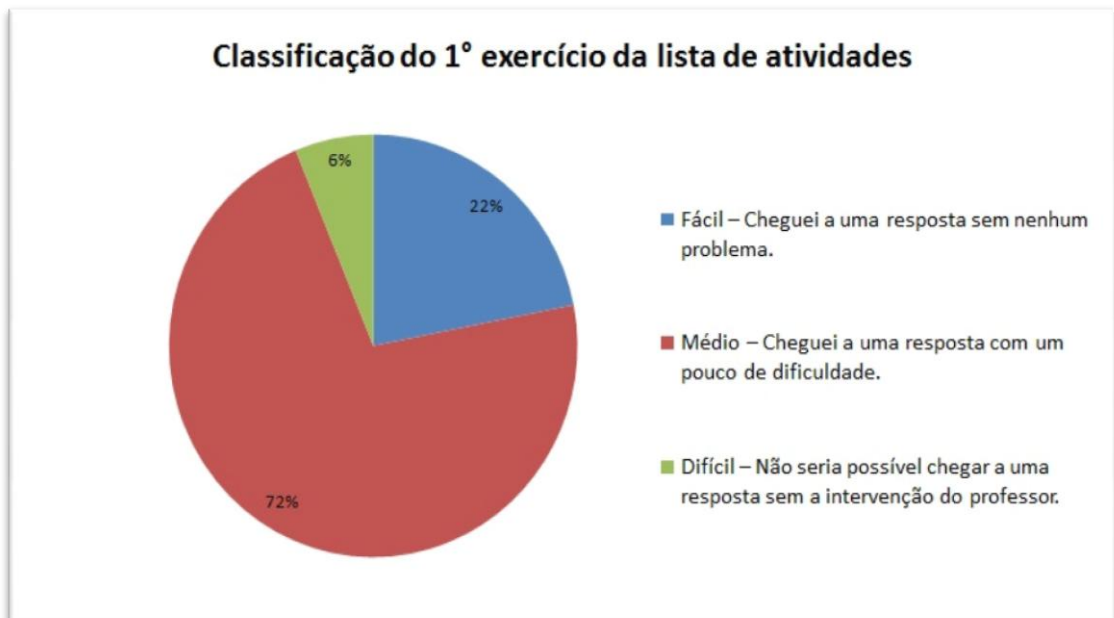
Uma urna contém bolas numeradas de 1 a 50. Ao retirar uma bola aleatoriamente:



- Qual é a fração correspondente da bola retirada em relação ao todo?
- O que significa essa fração como probabilidade?
- Qual a probabilidade de se retirar a bola de número 9?

Essa questão teve como objetivo verificar a habilidade dos alunos em sistematizar a ideia da probabilidade clássica, utilizando a noção de fração no modelo parte-todo. Além de fazer investigação para ver se os alunos, em eventos reais, percebem a utilização das ideias de Probabilidade para solucionar uma situação-problema.

Nessa questão os alunos apresentaram a dúvida do que seria aleatório. Ao serem esclarecidos, leram e responderam os itens (a) e (b) sem problemas, no item (c) alguns pensaram que a fração era $\frac{9}{50}$, pois confundiram o algarismo 9 com a quantidade de 9 bolinhas.



Quadro 3 – Gráfico da classificação do grau dificuldade da Atividade 1

Questão 2:

Considere o lançamento de uma moeda honesta de duas faces (cara e coroa):



(a) Qual a chance de sair cara num lançamento?

(b) Qual o significado da fração obtida no item anterior como probabilidade?

(c) Ao lançar a moeda 2 vezes, descreva os possíveis resultados dos lançamentos em ordem de ocorrência e responda às seguintes questões:

(c.1) Qual a chance de se obter duas caras?

(c.2) Qual a chance de se obter duas coroas?

(c.3) Qual a chance de se obter duas faces diferentes?

(c.4) Qual dos três casos é mais provável de acontecer?

Nessa questão é trabalhado os conceitos “chance” e “possibilidade”, é verificada habilidade dos alunos em sistematizar a ideia da probabilidade clássica, utilizando a noção de fração no modelo parte-todo, além de verificar a habilidade dos alunos referente à noção de combinação das faces da moeda, discutindo as noções de distinguibilidade e indistinguibilidade dos objetos.

Os alunos acharam graça da moeda ser honesta e perguntaram como a moeda poderia ser desonesta se ela não era uma pessoa. Foi então explicado que moeda honesta é não viciada, ou equilibrada, sem causar assim um resultado mais favorável que outro. No item (c), ao responderem (c1), (c2) e (c3), constataram que a chance de sair duas faces iguais (cara-cara ou coroa-coroa) é equivalente a sair duas faces diferentes (cara-coroa ou coroa-cara), e acharam que havia algo de errado, que isso não poderia ser, mas quando foram orientados e se explicou o porquê de ser assim, compreenderam os resultados.



Quadro 4 – Gráfico da classificação do grau dificuldade da Atividade 2

Questão 3:

Considerando um dado honesto de seis faces:



- (a) Qual a chance de sair o número 1 ou 6?
- (b) Qual o significado da fração obtida no item anterior como probabilidade?
- (c) Se jogarmos 12 vezes o dado, quantas vezes esperaríamos ter obtido os números 1 ou 6? Isso é certo acontecer?
- (d) Jogue um dado 12 vezes e registre o número de vezes em que houve face 1 ou 6. Qual a fração correspondente? Compare o resultado com o esperado.

Nessa questão a proposta foi trabalhar o sentido frequentista da probabilidade, fazendo uma comparação com o sentido clássico. Além de fazer investigação para ver se os alunos, em eventos reais, percebem a utilização das ideias de Probabilidade para solucionar uma situação-problema.

No item (c), as duplas discordavam em que, jogando o dado 12 vezes, seria certo sair o número 1 ou 6, depois conseguiram entender que nada garantia tal resultado, mas acharam que a fração obtida nos 12 lançamentos seria a mesma, ou bem próxima, a que obtiveram no item (a), onde fizeram o cálculo da probabilidade na forma clássica., o que não se pode afirmar pois o dado só foi jogado doze vezes, e para ter essa garantia teria ter sido feito muito mais lançamentos.



Quadro 5 – Gráfico da classificação do grau dificuldade da Atividade 3

Questão 4:

Existem 7 meninos e 3 meninas numa turma. Cada criança tem 2 tickets de uma rifa. São 20 tickets no total.

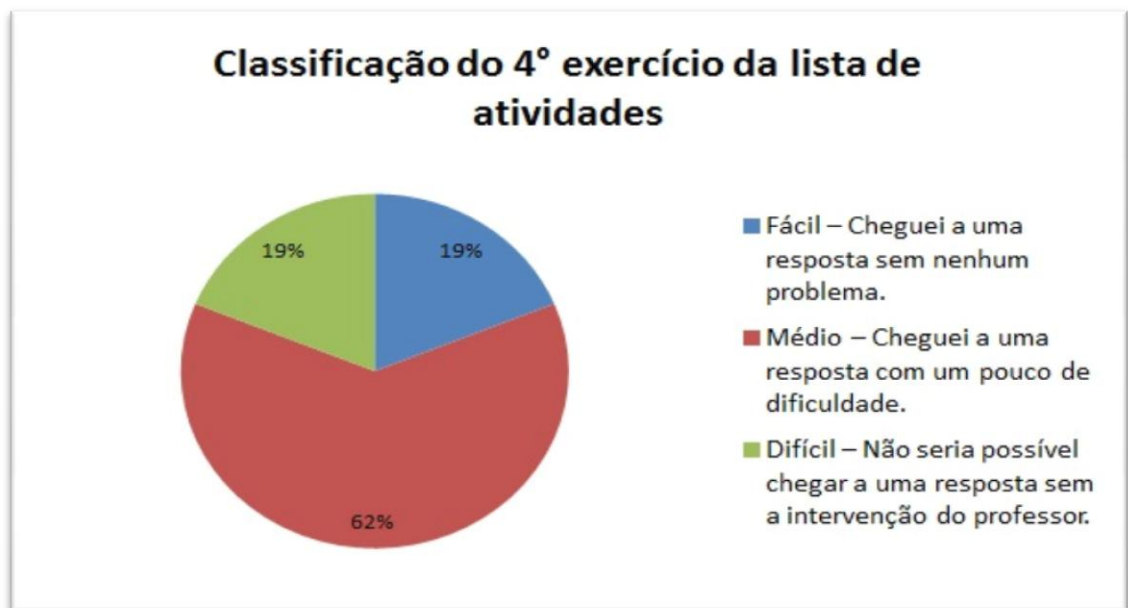


- Se Maria é uma das meninas do grupo, qual é a fração que representa a chance de que ela ganhe a rifa?
- Como fica essa fração em forma de porcentagem?
- Qual o significado dessa fração como probabilidade?
- Qual a probabilidade de que o prêmio seja dado para uma menina e não para um menino?

Nessa questão foi trabalhada a probabilidade no sentido clássico utilizando-se do modelo parte-todo de frações, juntamente com a representação da fração em forma de porcentagem e a probabilidade no sentido frequentista, dizendo que se eles

jogassem várias vezes, quantas vezes eles ganhariam. Além de fazer investigação para ver se os alunos, em eventos reais, percebem a utilização das ideias de Probabilidade para solucionar uma situação-problema.

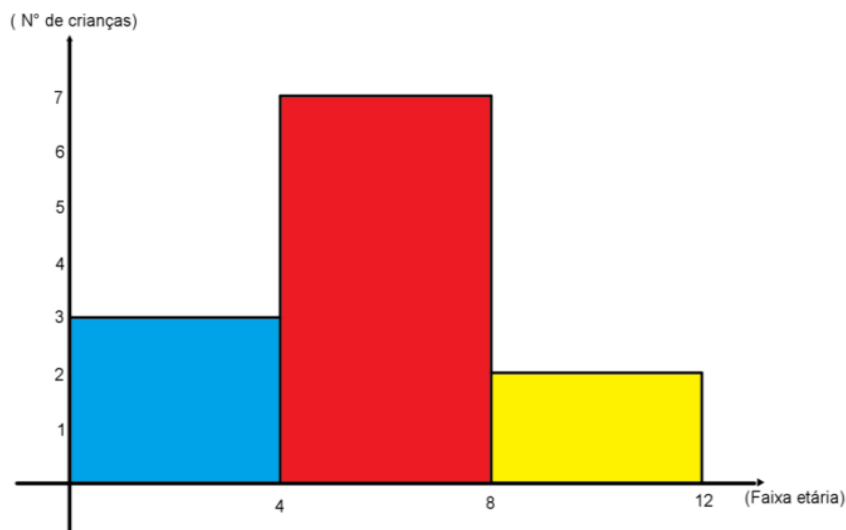
Os alunos ficaram em dúvida se deveriam obter a fração em relação ao gênero ou em número de tickets, mas discutindo o assunto com sua dupla conseguiram chegar ao raciocínio correto para obter a fração.



Quadro 6 – Gráfico da classificação do grau dificuldade da Atividade 4

Questão 5:

Foi feita uma pesquisa num grupo de crianças, que brincavam em um parque, pra saber a qual faixa etária pertenciam. E a pesquisa gerou o seguinte gráfico:



Pergunta-se:

(a) Qual a fração correspondente da área vermelha em relação à área total dada pela soma das três áreas?

(b) Qual é a chance de uma criança, escolhida aleatoriamente, ter entre 4 e 8 anos? Interprete esse resultado como a fração da área calculada em (a).

Nessa questão a proposta foi trabalhar o conceito de probabilidade se utilizando de apresentação em forma de gráfico. Além de fazer a utilização das ideias de Probabilidade para solucionar uma situação-problema. Além disso, a leitura do histograma, como embrião de modelos de variáveis aleatórias absolutamente contínuas, é oportunizada aqui, embora de forma velada.

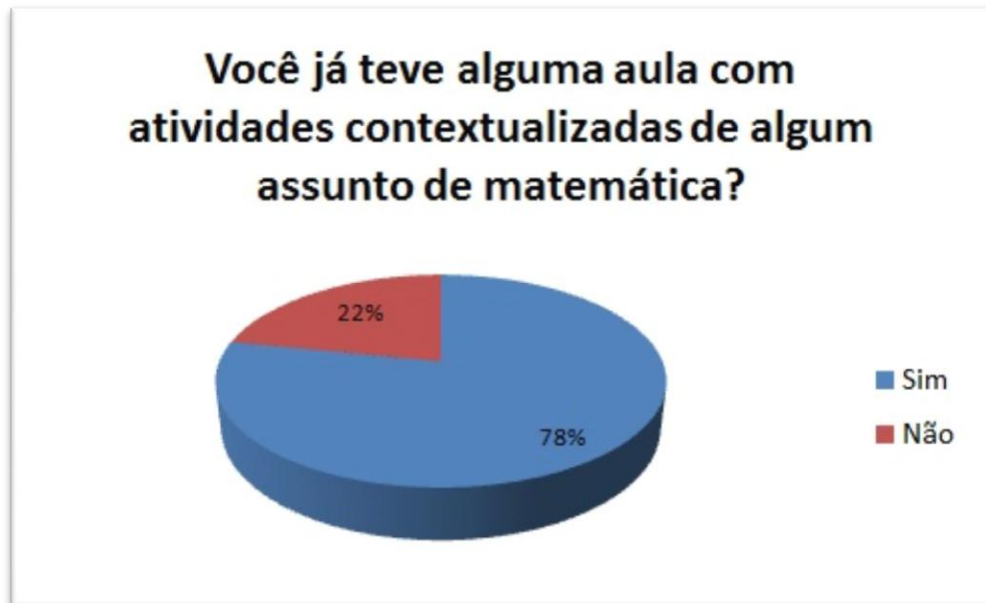
Foi necessário uma pequena orientação no sentido de precisarem calcular a área de cada cor e somarem para obter a área total e então calcular a fração pedida no item (a). Não tiveram problema em fazer a fração pedida do item (b) e compararam o resultado obtido em (a).



Quadro 7 – Gráfico da classificação do grau de dificuldade da Atividade 5

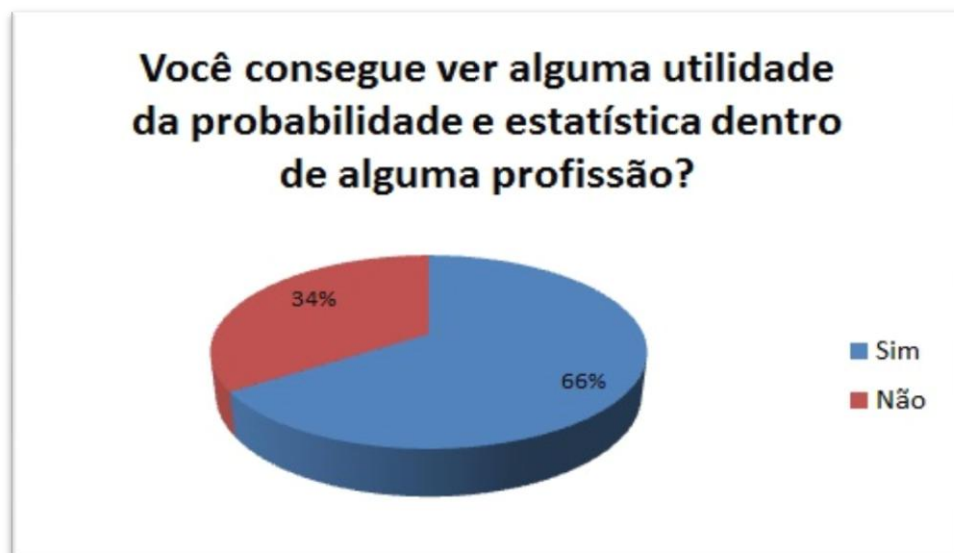
5.4 Alguns resultados das respostas dos alunos ao questionário

Perguntados se já haviam tido alguma aula com atividades contextualizadas anteriormente, 78%, a grande maioria, responderam que sim, e 22% responderam que não.



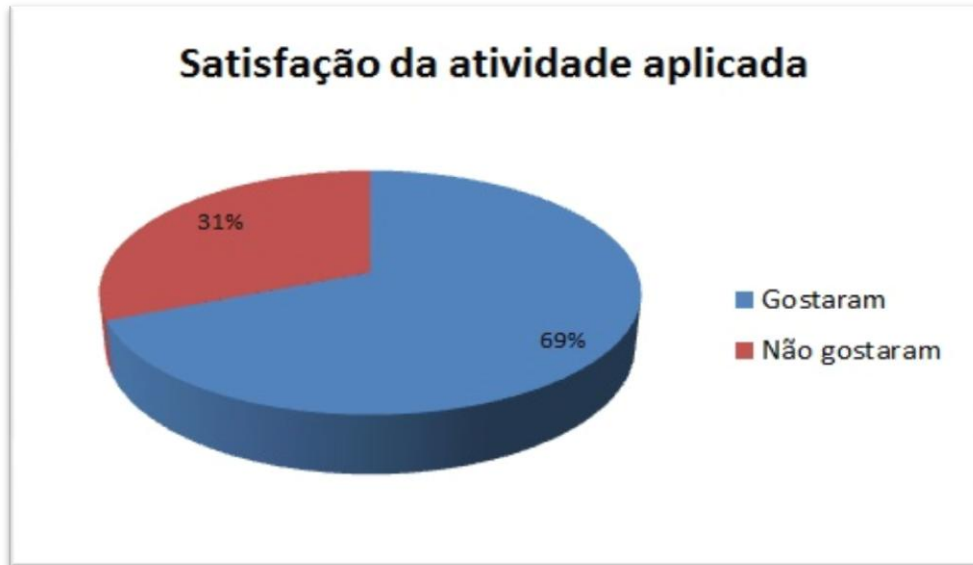
Quadro 8 – Gráfico do informativo sobre aula contextualizada

A grande maioria conseguiu ver utilidade da Probabilidade e Estatística dentro de alguma profissão (66% contra 34%).



Quadro 9 – Gráfico da utilidade da Probabilidade e Estatística

O resultado da satisfação pela metodologia adotada foi: 69% dos alunos gostaram, e 31% não gostaram.



Quadro 10 – Gráfico da satisfação da atividade aplicada

E por último, o resultado do interesse pela atividade aplicada foi: 53% dos alunos tiveram interesse, e 47% não tiveram.



Quadro 11 – Gráfico do interesse pela atividade aplicada

Baseado nos resultados obtidos no questionário, acreditamos que foi de grande relevância a aplicação da atividade, tendo em vista que mais da metade dos alunos

gostaram da realização da mesma, e acharam positivo, inclusive, vendo utilidade do conteúdo proposto em suas futuras vidas profissionais. Ainda que a diferença entre os dois grupos, caracterizados no quadro 11, não tenha sido tão significativa. No entanto, ficamos convencidos de que a abordagem do tema, em conjunção com o ensino de frações, de fato potencializa o entendimento dos estudantes, ainda que de forma incipiente, para os fenômenos aleatórios e sua matematização via probabilidade e estatística.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A realização deste estudo teve como objetivo principal analisar, por meio de revisão de literatura, de análise de livros didáticos e de aplicação de atividades, a importância do ensino de frações no Ensino Fundamental, com ênfase na relevância do estudo de Probabilidade e Estatística. A partir da análise e do estudo dos pressupostos de pesquisas existentes neste campo do conhecimento, foi possível atingir este objetivo proposto, uma vez que a bibliografia consultada e os estudos feitos comprovou que as frações são usadas no dia a dia das pessoas, e que suas aplicações no ensino da Probabilidade e Estatística são de grande relevância para facilitar nosso cotidiano.

Com a pesquisa foi possível constatar que após aprenderem o conceito de frações, os alunos do Ensino Fundamental podem adquirir o conceito científico de frações como Probabilidade e Estatística. Foi verificado que a Estatística e a Probabilidade devem ser ensinados a todos os indivíduos e em todos os níveis da educação num regime em espiral, para que possam utilizar esses conhecimentos básicos no exercício da sua cidadania. Atualmente, a proposta curricular em matemática enfatiza que o estudo deles é indispensável para que os indivíduos possam analisar índice de custos de vida, realizarem pesquisas, terem juízos sobre a escolha de amostras e tomarem decisões em diversas situações do nosso dia a dia.

Através da análise dos autores consultados pôde-se verificar que é necessário que a escola forneça ao aluno, desde os primeiros anos de escola de base, a formação de conceitos que auxiliem no exercício da sua cidadania. Entendemos que a cidadania é a capacidade de se ter um papel reflexivo, pensativo e crítico do indivíduo em seu grupo social. Portanto, é urgente que a escola cumpra o seu papel de educar para a cidadania. Tornar evidente que o ensino de frações, estatística e probabilidade contribuam para a realização deste fato é importante, por permitir que os alunos confrontem vários problemas do mundo real e tenham possibilidades de escolher as suas próprias estratégias para resolvê-los.

Mas, infelizmente, na análise feita nos livros didáticos, observa-se que o conceito de número racional como Probabilidade e Estatística é negligenciado, pois alguns deles não mostram a forma frequentista de fenômenos aleatórios e em nenhum deles encontramos estruturas não equiprováveis.

A aplicação em sala de aula se apresentou como parte fundamental das estratégias que foram elaboradas, tendo em mente que o objetivo era promover a satisfação em relação à necessidade de aprendizagem dos alunos. E os resultados obtidos foram positivos, já que as atividades propostas geraram engajamento e satisfação por parte dos alunos, além de terem sido significativas, pois eles conseguiram observar a relevância da Probabilidade e Estatística em suas futuras vidas profissionais. Portanto, é preciso ressaltar que, para que o processo ensino-aprendizagem ocorra de forma eficiente, é relevante que o professor seja o mediador do conhecimento, visando à promoção da educação de qualidade e a aprendizagem significativa dos alunos.

Esperamos que esse trabalho sirva de estímulo aos docentes do Ensino Básico para o tratamento dessas duas ferramentas poderosas do século XXI para a compreensão de nossos alunos de nosso mundo imerso em incertezas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BACH, Maria Regina e CARVALHO, Marco Antonio Batista. *Metodologia da Problematização como potencializadora da Educação Básica*. Disponível em <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/497-2.pdf>>: Acesso em 17 de maio de 2016.

BASTOS, Suely Miranda Cavalcante e SILVA, Aparecido José da. *O ensino das frações e seus diferentes significados*, 2009. Disponível em: <<http://www2.unucseh.ueg.br/ceped/edipe/anais/vedipefinal/pdf/Trabalhos%20encomendados/Suely%20Bastos.pdf>>: Acesso em de 12 abril de 2016

BERTONI, 2004 (apud LOTERIO, Janilson. *Frações, decimais e porcentagem: É possível trabalhar de forma integrada?*. Disponível em: http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/466/566>: Acesso em 22 de maio de 2016.

BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática Bianchini*. Editora Moderna. 8ª edição. São Paulo, 2015.

BOYER, Carl B. *História da Matemática*. 2.ª ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1994.

BRASIL. *Ampliação do ensino fundamental para nove anos: 3º relatório do programa / Secretaria de Educação Básica*. – Brasília: Ministério da Educação, 2006.

BRASIL. *Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica*. Brasília: MEC, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Terceira versão. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental*. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. MEC - Ministério da Educação - Secretaria de Educação Fundamental - *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental*. – Brasília: MEC / SEF, 1998.

BREITENBACK, Helena Massignam. *O ensino de frações via as concepções parte/todo/ quociente/medida*. Trabalho de conclusão de curso. 40 fls. Universidade Federal do Rio Grande do Sul- Porto Alegre, 2010. Disponível em <<http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/31566/000783247.pdf?...1>>: Acesso em de 12 abril de 2016.

CARVALHO, Alexandre. *A importância do ensino de estatística na formação inicial do professor de Matemática*. Universidade de Cruz do Sul. Disponível em <<http://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/Artigo-EBRAPEM-Revisado.pdf>>: Acesso em de 12 abril de 2016.

CAVALIERI, Leandro. *O ensino das frações*. Trabalho de conclusão de curso. 54 fls. Universidade Paranaense UNIPAR, Umuarama – PR 2005. Disponível em < http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Monografia_Cavaliere.pdf>: Acesso em de 12 abril de 2016.

CENTURIÓN, Marília e JAKUBOVIC, José. *Nos dias de hoje - Matemática na medida certa*. Leya. 1ª edição. São Paulo, 2015.

CONTADOR, Paulo Roberto Monteiro. *Matemática, uma breve história*. São Paulo: Livraria da Física, 2008 (apud Luana Gislon – Apropriação do Conceito de Frações – UNESC, Criciúma, 2010).

COSTA, Alan Cesar da. *Referenciais históricos e metodológicos para o ensino de frações*. Trabalho de conclusão de curso. 64 fls. Universidade Federal De São Carlos. São Carlos-SP. Disponível em < <http://www.dm.ufscar.br/profs/tcc/trabalhos/2010-2/282529.pdf> >: Acesso em de 12 abril de 2016.

GAY, Mara Regina Garcia. *Projeto Araribá Matemática*. Editora Moderna. 4ª edição. São Paulo, 2014.

GIL, Antonio Carlos. *Métodos e Técnicas de Pesquisa Social*. Editora Atlas S.A. 6ª edição. São Paulo, 2008.

GISLON, Luana. *Apropriação do conceito de frações*. 43 fls. Universidade Do Extremo Sul Catarinense – UNESC, Criciúma, 2010. Disponível em < <http://repositorio.unesc.net/bitstream/1/218/1/Luana%20Gislon.pdf> >: Acesso em de 12 abril de 2016

KERSLAKE, 1986 (apud GIMENEZ; BAIRRAL, 2005, p.7). GIMENEZ, J; BAIRRAL, M.A. *Frações no currículo do Ensino Fundamental conceitualização, jogos e atividades lúdicas*. Seropédica: GEPEM/EDUR, 2005.

LOPES, Celi Espasandin. *O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores*. Disponível em: < https://sistemas.riopomba.ifsudestemg.edu.br/dmafe/subsistemas/professor/material/2081973108_CELI%20ESPASANDIN%20LOPES.pdf > Acesso em 17 de novembro de 2016.

LUIZ, Wilson. *História da Matemática no Egito*. 2003. Disponível em :< <http://matematicapurabeleza.blogspot.com.br/2011/05/historia-da-matematica-no-egito.html>> Acesso em 13 de maio de 2016.

MORI, Iracema e ONAGA, Dulce Stiko. *Matemática Ideias e Desafios*. Editora Saraiva. 18ª edição. São Paulo, 2016

NASCIMENTO, Juliane do. *Perspectivas para aprendizagem e ensino dos números racionais*. Revista de Iniciação Científica da FFC, v. 8, n.2, p. 196-208, 2008.

NUNES, T.; BRYANT, P. *Crianças fazendo Matemática*. Porto Alegre, Artes Médicas, 1997 (apud MONTEIRO, Alexandre Branco; GROENWALD, Cláudia Lisete Oliveira.

Dificuldades na Aprendizagem de Frações: Reflexões à partir de uma Experiência Utilizando Testes Adaptativos, 2014)

OKUMA, Érika Kazue. *Ensino e aprendizagem de fração: um estudo comparativo e uma intervenção didática*. Trabalho de conclusão de curso. 88 fls. LINS 2010 UNISALESIANO Centro Universitário Católico Salesiano Auxilium Curso de Pedagogia. Disponível em <<http://www.unisaesiano.edu.br/biblioteca/monografias/51854.pdf>>: Acesso em de 12 abril de 2016

PAMPLONA , Maria Eduarda Pereira. *Jogos matemáticos: como utilizá-los em sala de aula para que atuem como facilitadores da aprendizagem na 3ª série do Ensino Fundamental*. Instituto Cenecista Fayal de Ensino Superior -Itajaí - SC -2006

PONTE, João Pedro da. *Matemática: Uma disciplina condenada ao insucesso?* Universidade de Lisboa, 2008. Disponível em: <[www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/94-Ponte\(NOESIS\).rtf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/94-Ponte(NOESIS).rtf) ->Acesso em 2 de abril de 2016.

SANTOS, Maria José Batista de Souza . *O ensino de frações utilizando materiais concretos*. Trabalho de conclusão de curso. 47 fls. Universidade Federal da Bahia. Campina Gande-Paraíba, 2014. Disponível em <<http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/4290/1/PDF%20-%20Maria%20Jos%C3%A9%20Batista%20de%20Souza%20Santos.pdf> >: Acesso em de 12 abril de 2016.


SILVA, 1997(apud CAMPOS, Claudia Maria de Matos, *Entendimentos Produzidos por alunos na Educação Básica*, 2013, p. 2. Disponível em: <<http://bibliodigital.unijui.edu.br:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/1930/Claudia%20Fatima%20de%20Matos%20Campos.pdf?sequence=1>>: Acesso em 18 de abril de 2016.

SILVA, Aparecido José da. *Números fracionários uma discussão sobre a história, o ensino os significados e as operações*. Trabalho de conclusão de curso.56 fls. Universidade Federal de Goiás. Anápolis, Goiás, 2012. Disponível em: <<http://www.ccet.ueg.br/biblioteca/Arquivos/monografias/Aparecido.pdf> >: Acesso em de 12 abril de 2016

SOUZA, Antonio Carlos et al. *O ensino de estatística e probabilidade na educação básica: atividades e projetos gerados a partir de pesquisas de mestrado profissional*. VIDYA, v. 33, n. 1, p.49-65, jan./jun., 2013 - Santa Maria, 2013. Disponível em:<<http://sites.unifra.br/Portals/35/Artigos/2013/04.pdf>> Acesso em 16 de abril de 2016.


ANEXOS

Anexo 1 - Folha de Atividades (Parte 1)

	CIEP Brizolão 398 – Mário Lima	Nº da DUPLA:	Data:
	Professora: Márcia Porto	Matemática	

Atividades

1. Uma urna contém bolas numeradas de 1 a 50. Ao retirar uma bola aleatoriamente:




(a) Qual é a fração correspondente da bola retirada em relação ao todo?

(b) O que significa essa fração como probabilidade?

(c) Qual a probabilidade de se retirar a bola de número 9?

2. Considere o lançamento de uma moeda honesta de duas faces (cara e coroa):



(a) Qual a chance de sair cara num lançamento?

(b) Qual o significado da fração obtida no item anterior como probabilidade?

(c) Ao lançar a moeda 2 vezes, descreva os possíveis resultados dos lançamentos em ordem de ocorrência e responda às seguintes questões:


(c.1) Qual a chance de se obter duas caras?

(c.2) Qual a chance de se obter duas coroas?

(c.3) Qual a chance de se obter duas faces diferentes?

(c.4) Qual dos três casos é mais provável de acontecer?

3. Considerando um dado honesto de seis faces:



Anexo 2 – Folha de Atividades (Parte 2)

(a) Qual a chance de sair o número 1 ou 6?

(b) Qual o significado da fração obtida no item anterior como probabilidade?

(c) Se jogarmos 12 vezes o dado, quantas vezes esperaríamos ter obtido os números 1 ou 6? Isso é certo acontecer?

(d) Jogue um dado 12 vezes e registre o número de vezes em que houve face 1 ou 6. Qual a fração correspondente? Compare o resultado com o esperado.

4. Existem 7 meninos e 3 meninas numa turma. Cada criança tem 2 tickets de uma rifa. São 20 tickets no total.



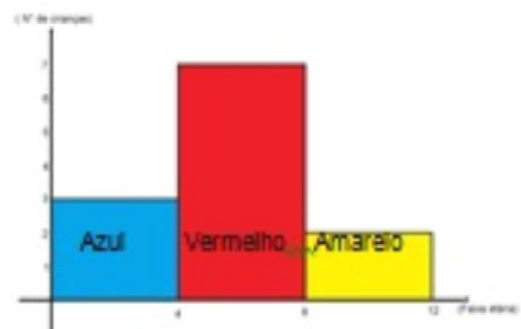
(a) Se Maria é uma das meninas do grupo, qual é a fração que representa a chance de que ela ganhe a rifa?

(b) Como fica essa fração em forma de porcentagem?

(c) Qual o significado dessa fração como probabilidade?

(d) Qual a probabilidade de que o prêmio seja dado para uma menina e não para um menino?

5. Foi feita uma pesquisa num grupo de crianças, que brincavam em um parque, pra saber a qual faixa etária pertenciam. E a pesquisa gerou o seguinte gráfico:



Pergunta-se:

(a) Qual a fração correspondente da área vermelha em relação à área total dada pela soma das três áreas?

(b) Qual é a chance de uma criança, escolhida aleatoriamente, ter entre 4 e 8 anos? Interprete esse resultado como a fração da área calculada em (a).

Anexo 3 - Questionário



CIEP Escola 398 - Mano Lima		Não se identifique	Data
Professora: Mircia Faria	Matemática		

Questionário

1. Você já teve alguma aula com atividades contextualizadas de algum assunto de matemática?

- Sim
 Não

2. Você considera esse tipo de aula importante para saber a utilização da matéria no dia a dia?

- Sim
 Não

3. Você consegue ver alguma utilidade da probabilidade e estatística dentro de alguma profissão?

- Sim
 Não

4. Você gostou dessa atividade de matemática?

- Sim
 Não

5. Classifique o 1º exercício da lista de atividades:
 Fácil - Cheguei a uma resposta sem nenhum problema.

- Médio - Cheguei a uma resposta com um pouco de dificuldade.
 Difícil - Não seria possível chegar a uma resposta sem a intervenção do professor.

6. Classifique o 2º exercício da lista de atividades:
 Fácil - Cheguei a uma resposta sem nenhum problema.

- Médio - Cheguei a uma resposta com um pouco de dificuldade.
 Difícil - Não seria possível chegar a uma resposta sem a intervenção do professor.

7. Classifique o 3º exercício da lista de atividades:
 Fácil - Cheguei a uma resposta sem nenhum problema.

- Médio - Cheguei a uma resposta com um pouco de dificuldade.

Difícil - Não seria possível chegar a uma resposta sem a intervenção do professor.

8. Classifique o 4º exercício da lista de atividades:
 Fácil - Cheguei a uma resposta sem nenhum problema.

- Médio - Cheguei a uma resposta com um pouco de dificuldade.
 Difícil - Não seria possível chegar a uma resposta sem a intervenção do professor.

9. Classifique o 5º exercício da lista de atividades:
 Fácil - Cheguei a uma resposta sem nenhum problema.

- Médio - Cheguei a uma resposta com um pouco de dificuldade.
 Difícil - Não seria possível chegar a uma resposta sem a intervenção do professor.

10. Os colegas de turma apresentaram interesse pelo processo ensino aprendizagem?

- Sim
 Não

11. O nível de preparo da turma é adequado para os níveis das questões trabalhadas nessa atividade?

- Sim
 Não

12. Qual foi a sua maior dificuldade?(marque apenas uma opção).

- Interpretar o que está sendo pedido
 Responder em forma de fração as chances solicitadas
 Compreender essa fração como probabilidade

13. Dê uma nota geral entre 0 (zero) e 10 (dez) para sua aprendizagem na matéria dada.

- 1 2 3 4 5
 6 7 8 9 10