



**Programa de Mestrado Profissional em Matemática
em Rede Nacional
Coordenação do PROFMAT**

LEONARDO PEÇANHA CURTINHA

***MATEMÁTICA FINANCEIRA: UMA PROPOSTA
PARA O USO DE FERRAMENTAS
MATEMÁTICAS E RECURSOS TECNOLÓGICOS
EM SALA DE AULA.***

Orientador: Prof. Dr. Mario Olivero Marques da Silva

**UNIVERSIDADE
FEDERAL
FLUMINENSE**

*NITERÓI
JULHO/2017*

LEONARDO PEÇANHA CURTINHA

**MATEMÁTICA FINANCEIRA: UMA PROPOSTA PARA O USO DE
FERRAMENTAS MATEMÁTICAS E RECURSOS TECNOLÓGICOS EM SALA DE
AULA.**

Dissertação apresentada por **Leonardo Peçanha Curtinha** ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Mario Olivero Marques da Silva

NITERÓI
JULHO - 2017

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca do Instituto de Matemática e Estatística da UFF

C978 Curtinha, Leonardo Peçanha

Matemática financeira – uma proposta para o uso de ferramentas matemáticas e recursos tecnológicos em sala de aula / Leonardo Peçanha Curtinha. – Niterói, RJ: [s.n.], 2017.

60 f.

Orientador: Prof. Dr. Mario Olivero Marques da Silva
Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal Fluminense, 2017.

1. Matemática Financeira. 2. Ensino da Matemática. I. Título.

CDD 510.7

LEONARDO PEÇANHA CURTINHA

**MATEMÁTICA FINANCEIRA: UMA PROPOSTA PARA O USO DE
FERRAMENTAS MATEMÁTICAS E RECURSOS TECNOLÓGICOS EM SALA DE
AULA.**

Dissertação apresentada por **Leonardo Peçanha Curtinha** ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre em Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Mario Olivero Marques da Silva (Orientador)
Universidade Federal Fluminense - UFF

Prof^ª. Dr^ª. Nancy de Souza Cardim
Universidade Federal Fluminense - UFF

Prof^ª. Dr^ª. Cristiane de Mello
Universidade Federal do Rio de Janeiro - UNIRIO

Prof. Dr. Luiz Manoel Silva Figueiredo
Universidade Federal Fluminense - UFF

DEDICATÓRIA

À Universidade Federal Fluminense, ao PROFMAT, ao coordenador, aos professores, ao meu orientador, aos colegas de turma, aos meus alunos, familiares e amigos pelo incentivo e apoio ao longo dessa jornada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter guiado meus passos até aqui, e ter me permitido concluir mais essa etapa da minha formação.

A minha mãe, que mesmo morando distante, sempre esteve presente na minha formação, me apoiando dentro das suas possibilidades.

A minha filha Maria Clara, minha princesa, que muito foi privada do meu tempo e atenção durante essa jornada, mas que sempre com um sorriso me motivava mais que mil palavras.

As escolas, que sempre me deram oportunidade desde o início de minha caminhada de professor e mais recentemente de colocar em prática minhas experiências do PROFMAT, confiando em minha competência e formação.

Aos meus alunos, razão de minha dedicação e formação contínua, em especial aos que participaram das atividades propostas sem as quais não teria concluído esse trabalho.

Aos meus amigos, principalmente aos que cativei no PROFMAT, que caminharam ao meu lado durante essa jornada vencendo as barreiras e celebrando as vitórias, e aos amigos que ficaram pelo caminho, eu nunca desistam do seu sonho.

Aos professores do PROFMAT – UFF que me instruíram nos últimos anos, dedicados e motivadores, que além de conhecimento me apoiaram e incentivaram. E sempre me respeitaram com um colega professor em formação, o que sempre lembrarei com carinho e admiração.

Ao coordenador do PROFMAT- UFF, professor Sponga e ao colegiado, que me ajudaram em momentos delicados de minha jornada, me deram uma chance de recuperar minha saúde e tentar novamente, sem eles teria abandonado a caminhada, meu eterno agradecimento.

A Universidade Federal Fluminense (UFF), por ter acreditado no PROFMAT e ter aberto essa oportunidade para que pudesse realizar esse sonho de cursar um mestrado nessa renomada instituição de ensino superior.

Ao professor Mario Olivero, orientador dedicado e motivador, sem o qual esse trabalho não seria possível. Um exemplo de professor, que me muito inspirou com o amor e a dedicação com que ministrou suas aulas no PROFMAT.

EPÍGRAFE

A mente que se abre a uma nova ideia
jamais voltará ao seu tamanho original.

Albert Einstein

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo ilustrar como o uso de ferramentas matemáticas e de recursos tecnológicos para resolver problemas relacionados à matemática financeira pode despertar no estudante o interesse por assuntos cotidianos, tornando-se assim um protagonista no processo de ensino e aprendizagem. Isso também o ajudará a tornar-se um cidadão mais consciente da realidade social na qual está inserido, pois a matemática financeira é muito presente em seu cotidiano. Foram feitas aplicação de atividades relacionadas a este tema em duas turmas. Na primeira, observamos o domínio dos estudantes na utilização de ferramentas matemáticas básicas para resolver problemas envolvendo matemática financeira, com uso mínimo de tecnologia. Na segunda turma as atividades envolveram problemas mais elaborados de matemática financeira que exigem uma matemática um pouco mais sofisticada. Neste caso os estudantes fizeram uso de recursos tecnológicos básicos, como calculadoras e celulares para resolver as questões propostas. A expectativa é despertar o interesse do estudante pela matemática como ferramenta no seu cotidiano e mostrar que os recursos tecnológicos podem ser grandes aliados quando dominamos suas funções de forma eficiente. A turma sem recursos tecnológicos exercitou mais a interpretação e a utilização de ferramentas matemáticas básicas, enquanto a segunda turma exercitou o uso dos recursos tecnológicos disponíveis num nível de interpretação menos complicado. Ambas as turmas demonstraram dificuldades em desenvolver as questões devido à falta de prática com as ferramentas matemáticas associadas ao tema, aos tópicos básicos do ensino e aprendizagem de matemática financeira e falta de domínio de funções básicas dos recursos tecnológicos associados à matemática. De qualquer forma, as duas turmas ficaram muito motivadas com o tema e, ao longo do desenvolvimento das atividades, superaram em boa parte essas dificuldades.

O desejo de despertar no estudante e no educador o senso crítico e o interesse pelo estudo da matemática financeira como uma ferramenta transformadora da realidade levou-nos a propor, no final do trabalho, uma série de atividades que demandam o uso de planilhas de cálculo em computadores, lidando com cálculos mais elaborados, além de sugestões de livros e filmes para estimular a discussão da matemática financeira em sala de aula.

Palavras-chaves: Matemática financeira, ferramentas matemáticas, recursos tecnológicos.

ABSTRACT

This work aims to illustrate how the use of mathematical tools and technological resources to solve problems related to financial mathematics can awaken in the student the interest in everyday subjects, becoming a protagonist in the teaching and learning process. This will also help you to become a citizen more aware of the social reality in which you are inserted, because financial mathematics is very present in your daily life. Activities related to this topic were applied in two classes. In the first class, we observed the mastery of students in the use of basic mathematical tools to solve problems involving financial mathematics with minimal use of technology. In the second class the activities involved more elaborate problems of financial mathematics that require a little more sophisticated mathematics. In this case the students made use of basic technological resources, such as calculators and cell phones to solve the proposed questions. The expectation is to awaken students' interest in mathematics as a tool in their daily lives and show that technological resources can be great allies when we master their functions efficiently. The non-technological class exercised more the interpretation and use of basic mathematical tools, while the second group exercised the use of available technological resources at a less complicated level of interpretation. Both classes demonstrated difficulties in developing the questions due to the lack of practice with the mathematical tools associated with the subject, the basic topics of teaching and learning in financial mathematics and lack of mastery of the basic functions of the technological resources associated with mathematics. In any case, the two groups were very motivated with the theme and, in the course of developing the activities, largely overcome these difficulties.

The desire to awaken in the student and the educator the critical sense and the interest in the study of financial mathematics as a transforming tool of reality led us to propose, at the end of the work, a series of activities that demand the use of spreadsheets in computers, dealing with more elaborate calculations, and suggestions of books and films to stimulate the discussion of financial mathematics in the classroom.

Keywords: Financial mathematics, mathematical tools, technological resources.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 A MATEMÁTICA FINANCEIRA NOS DOCUMENTOS OFICIAIS PROPOSTOS NO BRASIL	13
2.1 A Matemática Financeira e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)	14
3 A PESQUISA EM SALA DE AULA	18
3.1 Introdução do tema e a proposta de trabalho	19
3.1.1 1ª Turma – Não utilizando recursos tecnológicos	20
3.1.2 2ª Turma – Utilizando recursos tecnológicos	23
3.2 Dificuldades observadas	25
3.2.1 1ª Turma – sem o uso de recursos tecnológicos	25
3.2.1.1 Interpretação dos enunciados	25
3.2.1.2 Domínio de conteúdos básicos de matemática	25
3.2.1.3 Operações e cálculos com números decimais	26
3.2.1.4 Análise de resultados finais	26
3.2.1.5 Unidade monetária	26
3.2.2 2ª Turma – com o uso de recursos tecnológicos	26
3.2.2.1 Interpretação dos enunciados	26
3.2.2.2 Domínio de conteúdos de matemática elementar	27
3.2.2.3 Falta de prática com as funções da calculadora científica e aplicativos de celulares	27
3.2.2.7 Análise de resultados finais	28
3.2.2.5 Unidade monetária	28
4 CAMINHOS E SOLUÇÕES POSSÍVEIS AOS PROBLEMAS DETECTADOS NAS ATIVIDADES	29
4.1 Interpretação	29
4.2 Ferramentas matemáticas básicas	31
4.2.1 Porcentagem	31
4.2.2 Juros simples e juros compostos	32
4.2.2.1 Juros simples	33
4.2.2.2 Juros compostos	34
4.2.3 Funções afins, exponenciais e logarítmicas	37
4.3 Recursos tecnológicos	38

5 ATIVIDADES SUGERIDAS	41
5.1 Livros e filmes como atividades motivadoras do tema	41
5.1.1 Livros sugeridos.....	42
5.1.1.1 <i>Terapia financeira: realize seus sonhos com educação financeira</i> , de Reinaldo Domingos. São Paulo: DPSO Educação financeira; 2012.	42
5.1.1.2 <i>Casais inteligentes que enriquecem juntos</i> . Gustavo Cerbiasi. Rio de Janeiro: Sextante, 2014.....	42
5.1.2 FILMES SUGERIDOS	43
5.1.2.2 “Até que a sorte nos separe 2”.....	43
5.1.2.3 “Até que a sorte nos separe 3”.....	43
5.1.2.4 “Estagiários do Google”.....	44
5.1.2.5 “Quem quer ser um milionário?”	45
5.2 Atividades de matemática financeira.....	46
5.2.1 Atividades básicas sem o uso de recursos tecnológicos	46
5.2.1.1 Porcentagem.....	47
5.2.1.2 Juros simples	48
5.2.1.3 Juros compostos	50
5.2.2 Atividades com utilizações de recursos tecnológicos.....	51
5.2.2.1 Calculadoras científicas	52
5.2.2.2 Planilhas eletrônicas do Microsoft Excel	53
6 CONCLUSÃO	58

1 INTRODUÇÃO

A proposta de um mestrado profissional, como o PROFMAT, me trouxe novamente para a universidade. A falta de tempo e a grande quantidade de aulas que ministro semanalmente me impossibilitava de retornar às atividades acadêmicas ou tentar um mestrado acadêmico. No PROFMAT, encontrei a oportunidade de aprofundar meus estudos e buscar uma maneira prática de contribuir para o ensino e aprendizagem da matemática no cotidiano do estudante. As disciplinas, os professores, a rotina de estudos, o ambiente acadêmico, o acesso à biblioteca digital e o desejo de tentar contribuir para uma mudança real no futuro dos estudantes, me levou a pesquisar sobre o ensino e aprendizagem da matemática aplicada, a matemática financeira.

Buscar um tema motivador que utilize a matemática como uma ferramenta transformadora aliada ao estudo de conceitos básicos de matemática financeira para incentivar o estudo e a discussão entre os alunos, seus colegas e sua família me fez ter certeza da minha escolha. Utilizar de forma consciente alguns recursos tecnológicos (celulares, calculadoras e computadores) para solucionar problemas mais complexos, aproximando o cotidiano do estudante e o estudante do cotidiano era o grande desafio, bem como plantar uma semente no solo fértil da curiosidade juvenil para que no futuro ele possa ser um agente transformador da sua história, que possa interpretar de maneira correta problemas ligados à matemática financeira do dia-a-dia.

Esse tema foi escolhido depois de observar vários brasileiros com dívidas desde muito jovens. Pesquisar sobre o ensino e aprendizagem da matemática aplicada, a matemática financeira, bem como a educação financeira, pode contribuir para a vida do estudante e sua família. Aplicar a matemática em problemas práticos e desafiadores ligados à matemática financeira. Resolver problemas de forma tradicional ou utilizando recursos tecnológicos simples e disponíveis no cotidiano. Tentar com essa pesquisa despertar algo nos estudantes e nos colegas educadores. Mudar ou pelo menos tentar conscientizar a importância da matemática como ferramenta de mudança pessoal e social, mesmo que de forma utópica. Acreditar é preciso. Motivar um dos muitos alunos que fizeram parte dessa pesquisa, ou um dos futuros leitores, já será uma vitória.

Apesar da matemática financeira não aparecer de maneira explícita nos PCNS, as orientações de aproximar o estudante, no seu processo de ensino e aprendizagem, de assuntos cotidianos, fazem a mesma aparecer nas entre linhas. Nada mais cotidiano que saber utilizar os recursos financeiros ou aprender como a matemática está associada ao bom uso de tais recursos. Interpretar os problemas e criar modelos para resolvê-los de forma simples e objetiva. Utilizar os recursos tecnológicos para ir além, interpretando e resolvendo problemas cotidianos reais e mais complexos e, assim, desenvolver suas habilidades e competências como sugerido pelos PCNS.

Esse trabalho foi desenvolvido de maneira simples e prática, em duas turmas do 1º ano do ensino médio da rede particular de ensino do município de Niterói no Estado do Rio de Janeiro. Depois da apresentação da proposta e de uma breve discursão sobre o tema. Tive a certeza que fiz a escolha certa. Muitas perguntas e curiosidades sobre a matemática financeira e como poderia influenciar no seu cotidiano, na interpretação de matérias dos mais diversos meios de comunicação e nas redes sociais. Alguns depoimentos pessoais e ligados às profissões dos familiares e das suas escolhas profissionais. Com uma breve explicação teórica uma das turmas resolveu problemas de interpretação sem auxílio de recursos tecnológicos. Na segunda turma, foi feita a mesma introdução e com desafios mais ousados o que despertou mais ainda a curiosidade da turma. A possibilidade de dominar ferramentas e conhecimento para calcular prestações da casa própria, do automóvel da família, quanto terá num investimento futuro, deixou muitos curiosos, mesmo sabendo que esse era um pequeno passo nessa caminhada que muitos irão perseverar. Nessa turma os problemas foram mais elaborados e foi permitido o uso de alguns recursos tecnológicos como calculadoras e celulares.

Realizar uma pesquisa como essa em quatro tempos de aulas não nos permitiu aprofundar os estudos, mas despertou o interesse e a curiosidade de muitos alunos, pois a matemática financeira é assunto cobrado constantemente em concursos públicos, no ENEM e nos exames vestibulares. A maioria demonstrou interesse na parte financeira, o que nos levou a sugerir várias atividades para aprofundamento do assunto, além de filmes e livros. Sugerimos também algumas atividades mais complexas com a utilização de recursos tecnológicos e planilhas em Excel. As escolas ainda possuem uma programação intensa e conteudista, o que ainda dificulta a realização de atividades desse tipo.

Acreditar que no futuro teremos mais espaço para essas pesquisas e aplicações cotidianas da matemática nas escolas e na sociedade, e de forma simples contribuir para o bem estar do estudante e da sociedade nos trouxe até aqui.

2 A MATEMÁTICA FINANCEIRA NOS DOCUMENTOS OFICIAIS PROPOSTOS NO BRASIL.

Mesmo que a expressão “Matemática Financeira” não apareça claramente nos documentos oficiais, ela tem papel importante no ensino da Matemática. O ensino e a aprendizagem da matemática financeira são imprescindíveis à formação social do estudante, pois faz parte da sua vida cotidiana. A sua realidade escolar e o seu futuro profissional estão sempre ligados a esse tema. A LDB nos deixa claro o papel da educação na vida do estudante no artigo a seguir:

A educação abrange os processos formativos que se desenvolvem na vida familiar, na convivência humana, no trabalho, nas instituições de ensino e pesquisa, nos movimentos sociais e organizações da sociedade civil e nas manifestações culturais. (LDB. 1996, Art. 1)

As escolas e, principalmente, os educadores devem estar atentos a esse fato, pois educar é construir esse elo da sala de aula com o mundo do estudante. É levar o que se ensina para além dos muros da escola; todos sendo protagonistas e atuando nesse processo de ensino e aprendizagem, como nos lembra a LDB:

A educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do estudante, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho. (LDB. 1996, Art. 2)

O grande desafio das escolas e das famílias é conseguir motivar e apoiar os estudantes nessa jornada, fazendo a associação entre escola e sociedade, formando cidadãos críticos e com leitura de mundo. E a matemática financeira é importante nesse momento, pois o estudante é um ser humano inserido no mundo capitalista e lida a cada momento com recursos financeiros, realizando as mais diferentes transações.

2.1 A Matemática Financeira e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)

O ensino de matemática financeira não está detalhado na proposta do PCN, mas é uma ferramenta importantíssima para fazer a associação do conteúdo da sala de aula com o cotidiano do estudante.

As orientações curriculares para o ensino médio do PCN, no que diz respeito a questões referentes aos conteúdos de matemática, dizem:

No que se segue, partimos do princípio de que toda situação de ensino e aprendizagem deve agregar o desenvolvimento de habilidades que caracterizem o “pensar matematicamente”. Nesse sentido, é preciso dar prioridade à qualidade do processo e não à quantidade de conteúdos a serem trabalhados. A escolha de conteúdos deve ser cuidadosa e criteriosa, propiciando ao aluno um “fazer matemático” por meio de um processo investigativo que o auxilie na apropriação de conhecimento. (BRASIL, 2002. p.70)

E nessa escolha de conteúdos está subentendido a presença da matemática financeira e de outros temas importantes para esse saber matemático no processo da apropriação e domínio por parte do estudante.

Os PCN+ tratam das habilidades e competências em Matemática e exigem seu ensino de forma atualizada e em sintonia com o cotidiano:

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei nº 9.394/96), o ensino médio tem como finalidades centrais não apenas a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos durante o nível fundamental, no intuito de garantir a continuidade de estudos, mas também a preparação para o trabalho e para o exercício da cidadania, a formação ética, o desenvolvimento da autonomia intelectual e a compreensão dos processos produtivos. Nessa definição de propósitos, percebe-se que a escola de hoje não pode mais ficar restrita ao ensino disciplinar de natureza enciclopédica. De acordo com as Diretrizes Curriculares para o Ensino Médio, deve-se considerar um amplo espectro de competências e habilidades a serem desenvolvidas. Conforme destacam os PCNEM (2002) e os PCN+ (2002), o ensino da Matemática pode contribuir para que os alunos desenvolvam habilidades relacionadas à representação, compreensão, comunicação, investigação e, também, à contextualização sociocultural. (BRASIL, 2002. p.69)

Os PCNs+ tratam de tais habilidades básicas e das competências específicas que os estudantes devem desenvolver e dominar ao longo da sua formação e desafiam os educadores despertar nos estudantes a capacidade de investigar e compreender o mundo onde vivem e se tornarem protagonistas.

Resolver problemas cotidianos é uma das muitas utilidades da matemática, segundo o PCN+ do Ensino Médio, na parte referente à Matemática. Interpretar, compreender, analisar e tomar decisões faz parte das habilidades e competências desenvolvidas com o estudante.

A matemática tem um papel que vai além dos cálculos elementares. No PCN, temos isso explícito na parte que trata da Matemática no Ensino Médio:

A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. (BRASIL, 1998. p.40)

A matemática financeira faz parte da formação continuada do estudante, pois entender o mundo exige que o mesmo saiba lidar com recursos financeiros e as ferramentas matemáticas necessárias.

O PCN+ exige um comprometimento de todos, mas cabe aos educadores terem muita sensibilidade com uma formação continuada e atualizada, pois um dos desafios é:

A forma de trabalhar os conteúdos deve sempre agregar um valor formativo no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento matemático. Isso significa colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contraexemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva. Também significa um processo de ensino que valorize tanto a apresentação de propriedades matemáticas acompanhadas de explicação quanto a de fórmulas acompanhadas de dedução, e que valorize o uso da Matemática para a resolução de problemas interessantes, quer sejam de aplicação ou de natureza simplesmente teórica. (BRASIL, 2002. p. 69)

Os PCN+ orientam para que o estudante seja protagonista no processo de ensino e aprendizagem e, nada tão útil e atual quanto o ensino da matemática financeira. A divisão em conteúdos é sugerida pelo PCN+ tornando mais fácil a compreensão e a aplicação de temas transversais. Segundo com o PCN+:

Neste documento, os conteúdos básicos estão organizados em quatro blocos: Números e operações; Funções; Geometria; Análise de dados e probabilidade. Isso não significa que os conteúdos desses blocos devam ser trabalhados de forma estanque, mas, ao contrário, deve-se buscar constantemente a articulação entre eles. (BRASIL, 2002. p.70)

A matemática financeira associa assuntos cotidianos com os conteúdos propostos relativos aos números e suas operações e, segundo o PCN, temos:

No trabalho com Números e operações deve-se proporcionar aos alunos uma diversidade de situações, de forma a capacitá-los a resolver problemas do cotidiano, tais como: operar com números inteiros e decimais finitos; operar com frações, em especial com porcentagens; fazer cálculo mental e saber estimar ordem de grandezas de números; usar calculadora e números em notação científica; resolver problemas de proporcionalidade direta e inversa; interpretar gráficos, tabelas e dados numéricos veiculados nas diferentes mídias; ler faturas de contas de consumo de água, luz e telefone; interpretar informação dada em artefatos tecnológicos (termômetro, relógio, velocímetro). Por exemplo, o trabalho com esse bloco de conteúdos deve tornar o aluno, ao final do ensino médio, capaz de decidir sobre as vantagens/desvantagens de uma compra à vista ou a prazo; avaliar o custo de um produto em função da quantidade; conferir se estão corretas informações em embalagens de produtos quanto ao volume; calcular impostos e contribuições previdenciárias; avaliar modalidades de juros bancários. (BRASIL, 2002. P.71)

Muitos conteúdos podem e devem ser associados ao ensino de matemática financeira no ensino médio, dentre eles podemos destacar: funções afins, funções exponenciais, logarítmicas, progressão aritmética e progressão geométrica. Segundo o PCN+ esses blocos de conteúdos devem ser equilibrados:

No tratamento desses conteúdos, deve-se buscar o equilíbrio na atenção aos diversos ramos da Matemática. Deve-se, igualmente, afastar-se da compartimentalização e procurar ampliar as ocasiões de articulação entre os diferentes temas, atendendo a requisitos de diversidade, e lembrar-se de que um mesmo conceito matemático pode ser abordado em mais de um dos blocos de conteúdo. (BRASIL, 2002. p. 95)

O PCN+ no Ensino Médio ressalta isso de maneira clara e direta quando diz que:

É pertinente discutir o alcance do modelo linear na descrição de fenômenos de crescimento, para então introduzir o modelo de crescimento/decrescimento exponencial ($f(x) = a^x$). É interessante discutirem as características desses dois modelos, pois enquanto o primeiro garante um crescimento à taxa constante, o segundo apresenta uma taxa de variação que depende do valor da função em cada instante. Situações reais de crescimento populacional podem bem ilustrar o modelo exponencial. Dentre as aplicações da Matemática, tem-se o interessante tópico de Matemática Financeira como um assunto a ser tratado quando do estudo da função exponencial – juros e correção monetária fazem uso desse modelo. Nos problemas de aplicação em geral, é preciso resolver

uma equação exponencial, e isso pede o uso da função inversa – a função logaritmo. O trabalho de resolver equações exponenciais é pertinente quando associado a algum problema de aplicação em outras áreas de conhecimento, como Química, Biologia, Matemática Financeira, etc. Procedimentos de resolução de equações sem que haja um propósito maior devem ser evitados. Não se recomenda neste nível de ensino um estudo exaustivo dos logaritmos. (BRASIL, 2002. p. 74)

A matemática financeira pode ser introduzida, na escola, na forma de projetos que envolvam os educadores e estudantes. O PCN+ sugere:

Para desenvolver o trabalho com projetos, o professor deve estabelecer os objetivos educativos e de aprendizagem, selecionar os conteúdos conceituais e procedimentais a serem trabalhados, preestabelecer atividades, provocar reflexões, facilitar recursos, materiais e informações, e analisar o desenvolvimento individual de cada aluno. Essa modalidade de trabalho pode ser muito educativa ao dar espaço para os alunos construir e socializarem conhecimentos relacionados a situações problemáticas significativas, considerando suas vivências, observações, experiências, inferências e interpretações. (BRASIL, 2002. p.87)

Analisando o PCN+ para o ensino médio, pudemos nortear nossa pesquisa sem fugir do proposto nesse documento oficial. Ficou claro que, mesmo de forma indireta, a matemática financeira é citada algumas vezes e associada ao ensino e aprendizagem de vários conteúdos em tal documento.

3 A PESQUISA EM SALA DE AULA

Nesse capítulo, relataremos os detalhes das atividades feitas com alunos do primeiro ano do ensino médio, de uma escola particular onde leciono, sobre temas relacionados com a Matemática Financeira; como os alunos foram orientados e motivados pelo tema; como realizaram as atividades propostas e os recursos utilizados, bem como as dificuldades e sucessos a cada etapa do trabalho. Posteriormente, serão apresentadas as nossas considerações ao analisarmos os dados e as conclusões a respeito da fragilidade deles, em determinados assuntos da matemática básica que servem de ferramentas e suportes para a matemática financeira. Além do domínio restrito e limitado de alguns dos recursos tecnológicos que não tem hábito de utilizar, tais como: as calculadoras científicas e alguns aplicativos dos celulares.

Muitos educadores nunca utilizaram recursos tecnológicos em suas aulas, talvez pela formação que tiveram ou pela falta de ousadia e atualização constante. Por isso esses recursos ficam fora das salas de aula ou são subutilizados.

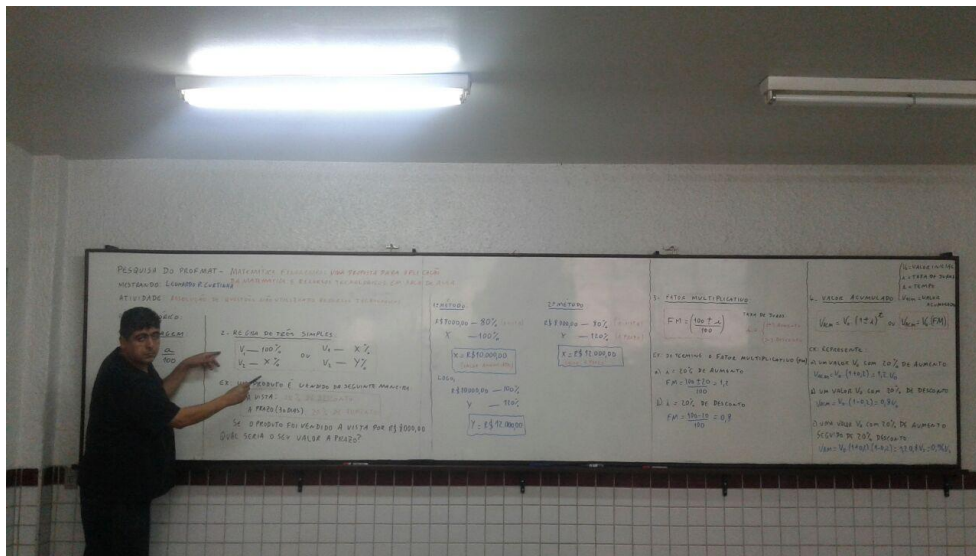
É preciso ainda uma rápida reflexão sobre a relação entre Matemática e tecnologia. Embora seja comum, quando nos referimos às tecnologias ligadas à Matemática, tomarmos por base a informática e o uso de calculadora, estes instrumentos, não obstante a sua importância, de maneira alguma constituem o centro de questão. O impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vai exigir competências que vão além do simples lidar com máquinas. A velocidade do surgimento e renovação de saberes e de formas de fazer em todas as atividades humanas tornarão rapidamente ultrapassadas a maior parte das competências adquiridas por uma pessoa ao início de sua vida profissional. (BRASIL, 2002)

Nossa pesquisa foi realizada em duas turmas, uma delas utilizando ferramentas matemáticas sem recursos tecnológicos; a outra, utilizando ferramentas matemáticas associadas aos recursos tecnológicos básicos.

Vale ressaltar que não analisamos somente os resultados finais, mas sim todo processo e suas dificuldades a cada momento do processo - a interpretação dos enunciados, utilização das ferramentas matemáticas e domínio dos recursos tecnológicos.

3.1 Introdução do tema e a proposta de trabalho

Os alunos receberam orientações básicas e uma breve introdução do tema no intuito de motivá-los. Falamos sobre a importância da matemática em nossas vidas e como ela é presente no nosso dia-a-dia; nos meios de comunicação; nas transações financeiras.



Motivação se faz com situações cotidianas. Uma vez motivado o estudante terá vontade de aprender para solucionar problemas práticos. Deste modo, tendo o domínio teórico e a motivação certa, teremos todos os ingredientes para uma receita de sucesso.

Ao se estabelecer um primeiro conjunto de parâmetros para a organização do ensino de Matemática no Ensino Médio, pretende-se contemplar a necessidade de sua adequação para o desenvolvimento e promoção de alunos, com diferentes motivações, interesses e capacidades, criando condições para sua inserção num mundo em mudança e contribuindo para desenvolver as capacidades que deles serão exigidas em sua vida social e profissional. Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quando para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional (BRASIL, 2000)

Quando se sentem protagonistas, os alunos sempre contribuem ativamente, fazendo da aula um ambiente fecundo para o ensino e aprendizado de tema proposto. E, nesse trabalho não foi diferente, eles contribuíram, lembrando sempre

da presença da porcentagem. Falaram dos juros e multas que escutam e lêem sempre nos meios de comunicação, tais como: pesquisas eleitorais; estatísticas do aumento da violência, citando os percentuais dos crimes mais comuns; aumentos abusivos que escutam os responsáveis comentando em casa.

Logo, o assunto foi financeiro, não se falava em outra coisa que não fosse dinheiro. Ao compartilharem suas angústias, falaram dos seus sonhos: do carro do ano financiado; da casa própria que os pais ainda pagam; dos baixos rendimentos da poupança e que muitos pais reclamam dos juros do cheque especial e do cartão de crédito.

3.1.1 1ª Turma – Não utilizando recursos tecnológicos

A turma com 24 alunos foi dividida em 12 duplas que acompanharam atentas a uma introdução aos conceitos iniciais de matemática financeira. Iniciamos com porcentagem com exemplos básicos e, com o tempo, fomos aumentando o grau de dificuldade. Falamos de juros simples e como era a capitalização, tudo de forma resumida. Depois, juros compostos e, como o valor acumulado tinha um comportamento que crescia de forma exponencial, utilizamos uma fórmula parecida com a progressão geométrica (PG). Após à introdução, na primeira turma, pedimos que fizessem as questões da pesquisa, sem utilizarem nenhum recurso tecnológico.

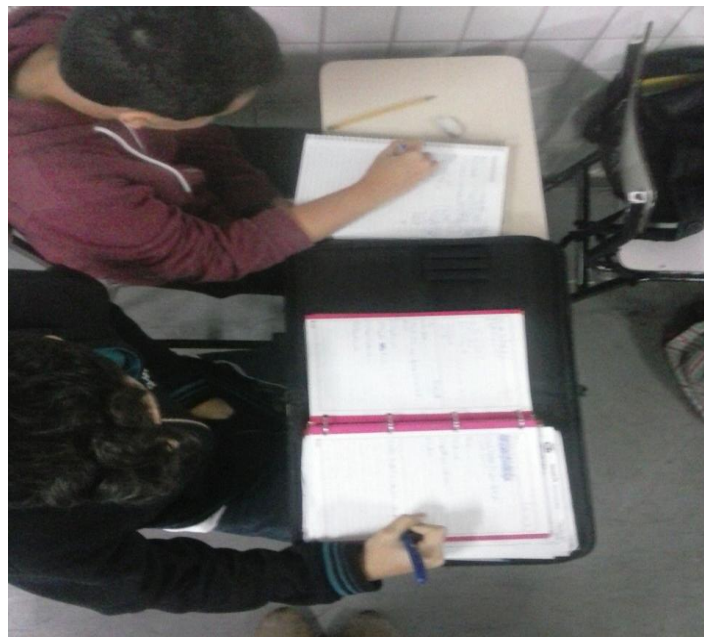
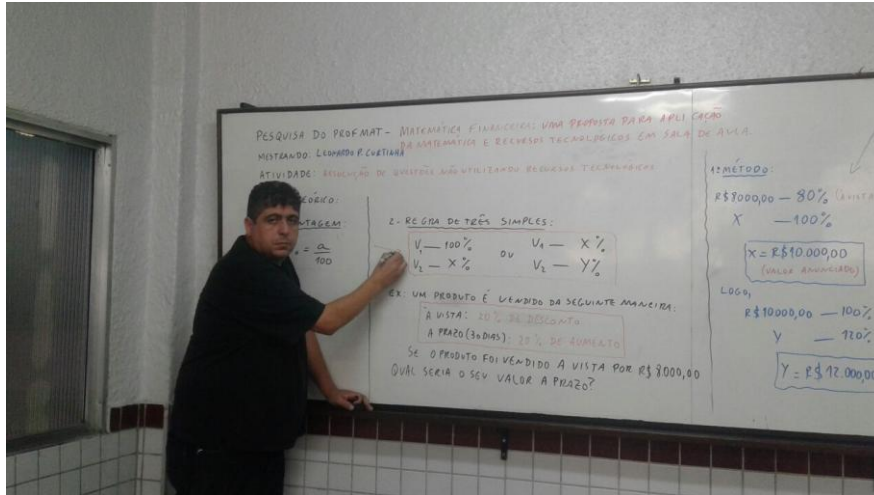


Foto da turma sem uso de recursos tecnológicos.

Cada dupla foi observada e, a cada dificuldade, eles podiam solicitar minha orientação. Cada vez que fui solicitado, indaguei a dupla: como eles viam a questão? Qual era a dificuldade matemática da questão? E quando acertavam: qual a conclusão que tiravam daquela resposta?



Vejamos as questões da 1  turma sem recursos tecnológicos e depois analisaremos os resultados.

PESQUISA DE MATEMÁTICA FINANCEIRA - PROFMAT

Resolu es de questões sem utilizar recursos tecnológicos.

Questões:

1-Um professor prestou uma consultoria para uma escola. Sabendo-se que sobre o valor bruto a receber incidiram os descontos de 11% de INSS e 7,5% de IRPF, e que o valor descontado de INSS foi de R\$210,00 a mais que o IRPF. Qual o valor líquido a receber por ele?

2 - O FGTS é um direito do trabalhador com carteira assinada, no qual o empregador é obrigado por lei a depositar em uma conta na Caixa Econ mica Federal o valor de 8% do s lrio bruto do funcionário. Esse dinheiro será sacado pelo funcionário, na ocorrência da demissão sem justa causa.

Determine o valor do depósito efetuado pelo empregador, calculado o FGTS de 8% sobre um salário bruto de R\$1.200,00.

3- Fábio contratou um empréstimo que deveria ser quitado em 30 de março. Como conseguiu o dinheiro necessário 30 dias antes dessa data, Fábio negociou com o gerente e conseguiu 5% de desconto. Assim, quitou o empréstimo antecipado, pagando R\$4.940,00. Qual era, em reais, o valor a ser pago por Fábio em 30 de março?

4- Uma mercadoria é vendida em, no máximo, em três prestações mensais e iguais, totalizando o valor de R\$900,00. Caso seja adquirida à vista, a loja oferece um desconto de 12% sobre o valor a prazo. Qual o preço à vista?

5- Um acordo entre o sindicato de determinada categoria e o sindicato patronal definiu que as porcentagens de reajuste salarial para o próximo biênio serão pela soma (IPCA do ano anterior + aumento real). A tabela a seguir mostra os percentuais de aumento real que foram acordados para cada ano, bem como as projeções para o IPCA.

Dados para o reajuste ano de	Projeção do IPCA para o ano anterior	Aumento real
2013	6%	2%
2014	7,5%	2,5%

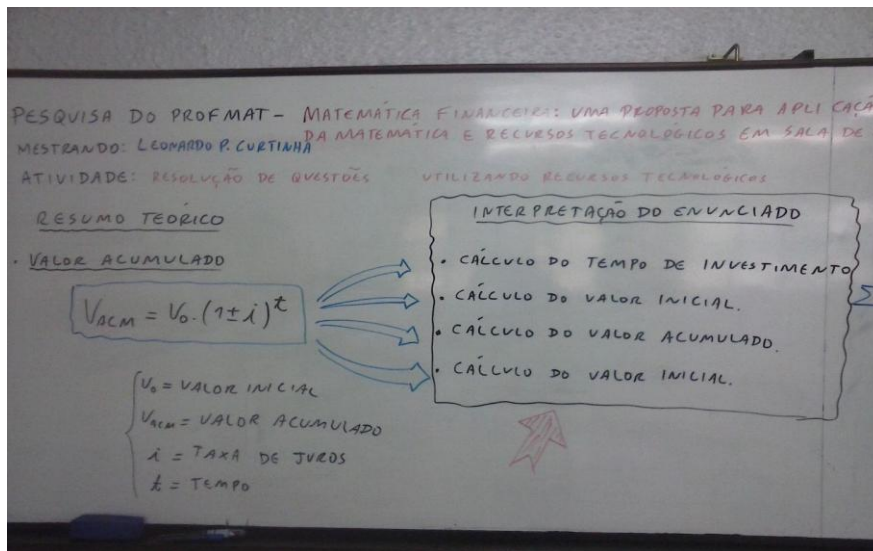
Considerando os dados da tabela, o salário de 2014 de um trabalhador dessa categoria deverá ser X% maior que o seu salário. Qual o valor de X?

6- Um caderno que custava R\$15,00 passou a custar R\$24,00. Qual a taxa de aumento?

7- Em uma sala de aula com 52 alunos, 13 utilizam bicicletas como transporte. Expresse em x% a quantidade de alunos que utilizam bicicleta?

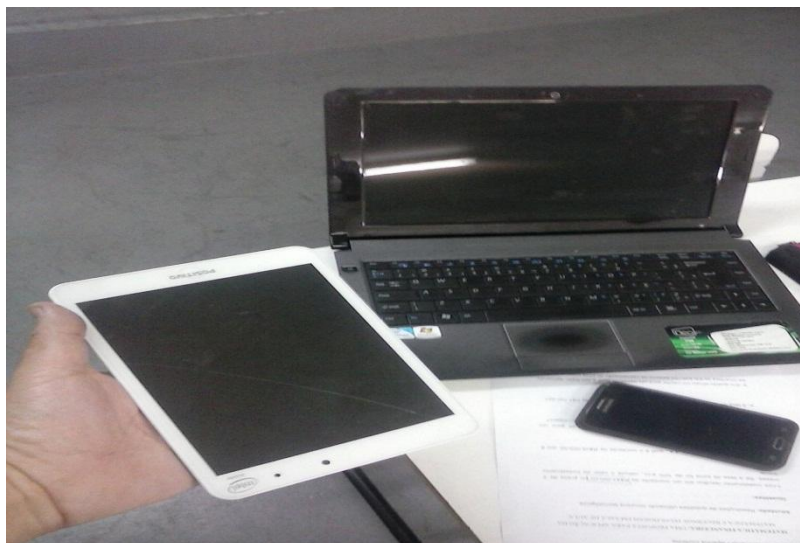
3.1.2 2ª Turma – Utilizando recursos tecnológicos

Essa turma com 30 alunos foi dividida em 15 duplas e, o trabalho foi mais sofisticado, com um resumo teórico mais detalhado, seguido da apresentação e resolução de dois exemplos de aplicações das fórmulas de valor acumulado em juros compostos com auxílio de recursos tecnológicos.



As questões em menor número, com enunciados menores e com todos os dados ao alcance do aluno, reservando a dificuldade, em sua maioria, para o manuseio dos recursos tecnológicos disponíveis.

Foi permitido utilizar calculadoras científicas e celulares, mas não foi ensinado, de imediato, como utilizar os recursos tecnológicos disponíveis.



Cada dupla foi observada e, a cada dificuldade, podia solicitar minha orientação. Cada vez que fui solicitado, indaguei à dupla: como viam a questão? Qual era a dificuldade matemática da questão? E, quando acertavam, qual a conclusão que tiravam daquela resposta? Como deveriam utilizar os recursos tecnológicos disponíveis? Dominavam todas as funções de cada recurso tecnológico que tinham em mãos? Quais as dificuldades, mesmo com os recursos, que estavam enfrentando? Quais as conclusões eles chegaram?

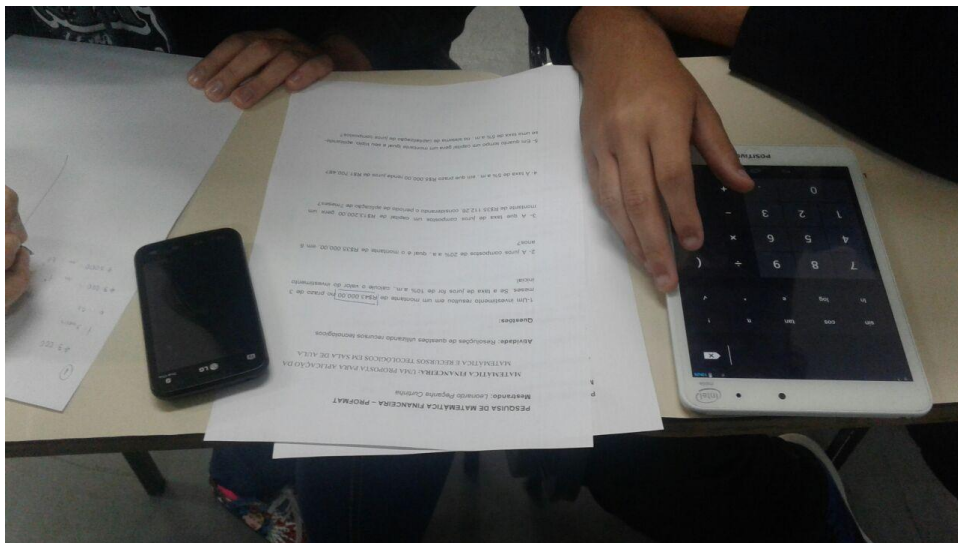


Foto da turma com uso de recursos tecnológicos

Vejamos as questões da 2ª turma e depois analisaremos os resultados.

PESQUISA DE MATEMÁTICA FINANCEIRA – PROFMAT

Resoluções de questões utilizando recursos tecnológicos.

Questões:

1-Um investimento resultou em um montante de R\$43.000,00 no prazo de 3 meses. Se a taxa de juros for de 10% a.m., calcule o valor do investimento inicial.

- 2- A juros compostos de 20% a.a., qual é o montante de R\$35.000,00, em 8 anos?
- 3- A que taxa de juros compostos um capital de R\$13.200,00 gera um montante de R\$35.112,26, considerando o período de aplicação de 7 meses?
- 4- À taxa de 5% a.m., em que prazo R\$5.000,00 rende juros de R\$1.700,48?
- 5- Em quanto tempo um capital gera um montante igual a seu triplo, aplicando-se uma taxa de 5% a.m., no sistema de capitalização de juros compostos?

3.2 Dificuldades observadas

3.2.1 1ª Turma – sem o uso de recursos tecnológicos

3.2.1.1 Interpretação dos enunciados

A maior dificuldade encontrada pelos estudantes, envolvidos nesse trabalho, foi à interpretação dos enunciados. Eles não conseguiam interpretar, devido à falta de prática em questões contextualizadas e, por serem pouco familiarizados com os termos específicos da matemática financeira, muito comum na vida do adulto, mas ainda pouco conhecida por eles. Mesmo que esses termos influenciassem pouco na solução das questões, eles confundiram alguns estudantes.

A interpretação foi um dos motivos da maioria não ter feito nem a primeira e nem a terceira questão. Tais questões exigiam mais atenção, além de noções de matemática financeira pouco, quando nunca, praticada antes por eles.

3.2.1.2 Domínio de conteúdos básicos de matemática

Os conteúdos de matemática básica cobrados foram: porcentagem, regra de três simples e equação do 1º grau.

Alguns estudantes demonstraram, ao longo do trabalho, pouco domínio com os conteúdos matemáticos solicitados. A falta de prática, as dificuldades em séries anteriores e a falta de atenção contribuíram para essas dificuldades comentadas pelos estudantes quando sentiam dificuldade ou eram comunicados de tais erros.

3.2.1.3 Operações e cálculos com números decimais

Depois de interpretarem o enunciado e definirem as ferramentas matemáticas necessárias, alguns estudantes apresentaram erros de cálculos básicos para o ano de escolaridade dos mesmos.

A falta de atenção, o uso constante de calculadoras simples e celulares de forma cotidiana, foi motivo comentado por eles quando sentiam dificuldades de realizar os cálculos.

3.2.1.4 Análise de resultados finais

Depois de vencidas algumas dificuldades iniciais, muitos não conseguiram ou foram desatentos na hora de responder a pergunta principal dos enunciados. Mesmo interpretando corretamente os dados iniciais do enunciado e realizando as operações matemáticas corretamente, na hora de analisar os resultados finais, cometeram vários erros.

A falta de atenção, o imediatismo, a ansiedade, o desconhecimento de alguns termos relacionados à matemática financeira e ao cotidiano dos adultos foram observados durante o trabalho e comentados pelos estudantes quando eram comunicados de tais erros.

3.2.1.5 Unidade monetária

Muitos cometeram esse erro na hora da resposta final. O desconhecimento do assunto, a falta de prática formal com a moeda brasileira ou a falta de atenção, foram as observações e os comentários dos estudantes quando foram informados de tais erros.

3.2.2 2ª Turma – com o uso de recursos tecnológicos

3.2.2.1 Interpretação dos enunciados

Uma das dificuldades encontradas pelos estudantes, envolvidos nesse trabalho, foi a interpretação dos enunciados. Eles não conseguiam interpretar, devido à falta de familiarização com os termos próprios da matemática financeira.

Quando não conseguiam interpretar, ou faziam de forma incorreta, ficavam desmotivados e relatavam que era devido à falta de prática e domínio do assunto.

3.2.2.2 Domínio de conteúdos de matemática elementar

Os conteúdos de matemática cobrados foram: porcentagem, potenciação, radiciação, exponenciais e logaritmos.

Com enunciados curtos e diretos, as ferramentas matemáticas foram de suma importância para resolver as questões. O estudante teria que dominar as aplicações de fórmulas de matemática financeira, que foram disponibilizadas no resumo teórico no quadro da sala de aula, durante a atividade.

Alguns estudantes demonstraram, no decorrer da atividade, pouco domínio com os conteúdos matemáticos solicitados. A falta de prática, as dificuldades em séries anteriores e a falta de atenção contribuíram para essas dificuldades comentadas pelos estudantes, quando sentiam dificuldade ou eram comunicados de tais erros.

A maior dificuldade foi em relação às propriedades dos logaritmos na hora de calcular o tempo de investimento. Relataram a falta de prática com as ferramentas desse assunto, pouco aplicadas em problemas cotidianos.

Também apresentaram dificuldade em transformar de potenciação para radiciação no cálculo da taxa de juros. Onde alguns relataram a falta de prática com essas ferramentas em tais operações, mas uma vez instruídos conseguiram resolver as questões.

3.2.2.3 Falta de prática com as funções da calculadora científica e aplicativos de celulares

Os estudantes apresentaram, durante a atividade, dúvidas de funções básicas dos recursos disponíveis. Apesar de fáceis, eram pouco utilizadas, tanto nos celulares como nas calculadoras científicas.

Sempre que solicitado, as dúvidas eram esclarecidas e a atividade fluía como o desejado. Não fizemos nenhum comentário das funções desses aplicativos e nem das calculadoras científicas.

Ficou claro o pouco ou nenhum domínio deles nas funções associadas a exponenciais e a logaritmos desses recursos tecnológicos. Eles utilizaram o mínimo possível, para fazer as quatro operações e nada mais.

3.2.2.7 Análise de resultados finais

Depois de vencidas algumas dificuldades iniciais, muitos não conseguiram ou foram desatentos na hora de responder a pergunta principal dos enunciados. Mesmo interpretando corretamente os dados iniciais do enunciado e realizarem as operações matemáticas corretamente, manuseando os recursos tecnológicos disponíveis, na hora de analisar os resultados finais, cometeram vários erros.

A falta de atenção, o imediatismo, a ansiedade, o desconhecimento de alguns termos relacionados à matemática financeira e ao cotidiano dos adultos foram observados durante o trabalho e comentados pelos estudantes quando eram comunicados de tais erros.

3.2.2.5 Unidade monetária

Muitos cometeram esse erro na hora da resposta final. O desconhecimento do assunto, a falta de prática formal com a moeda brasileira ou a falta de atenção, foram às observações e os comentários dos estudantes quando foram informados de tais erros.

4 CAMINHOS E SOLUÇÕES POSSÍVEIS AOS PROBLEMAS DETECTADOS NAS ATIVIDADES

Nesse capítulo, vamos propor soluções possíveis para minimizar os problemas diagnosticados nessa pesquisa. Soluções simples, porém que, a médio e longo prazo, poderão ajudar aos alunos dominarem o tema e as ferramentas necessárias para resoluções de problemas cotidianos. E com certeza, se motivados, poderão ir além das nossas expectativas.

Porém essas soluções dependem do educador se preparar e se comprometer em elaborar e tornar suas aulas sedutoras. Com conteúdo embasado em teorias da matemática básica e financeira, bem como, em recursos tecnológicos como calculadoras, celulares, computadores e, recursos práticos como tabelas, artifícios matemáticos e gráficos.

Planejar é fundamental. Preparar atividades dinâmicas e motivadoras ajuda nas tarefas diárias de estudantes e educadores, segundo LEMOV.

Pensar a respeito e planejar as atividades dos alunos é crucial. Ajuda você a ver a aula pela perspectiva deles e a mantê-los engajados de forma produtiva. Também ajuda a lembrar que é importante que você e os alunos mudem o ritmo de vez em quando, lançando mão de várias atividades diferentes durante a aula – escrever, refletir e debater. (LEMOV, 2011. p.84)

No final desse trabalho, iremos propor algumas atividades que podem ser utilizadas no dia a dia da sala de aula.

4.1 Interpretação

Em seu livro “Aula Nota 10”, Lemov afirma que todos os professores podem e devem ser professores de leitura.

Qualquer que seja a sua disciplina, você tem oportunidade e obrigação de assegurar que seus alunos leiam mais e melhor. Isso tem dois resultados valiosos: os alunos serão melhor informados sobre os conteúdos que você ensina e vão poder assimilar e analisar informação com mais eficiência no futuro – pois serão melhores leitores. É um investimento com resultados de curto e de longo prazo.

Se os alunos tivessem o hábito de leitura, a interpretação das questões seria mais fácil. Quanto mais eles interpretarem o texto matemático com problemas e exercícios, maior será a facilidade que terão para resolverem problemas.

Na verdade, os alunos muitas vezes não conseguem responder a perguntas mais complexas porque não entendem completamente o que leram e tentam dar saltos cognitivos sem ter os conhecimentos prévios necessários – e não porque não sabem pensar de maneira abrangente ou abstrata. (LEMOV, 2010. p.301)

A interpretação deve ser motivada pelo educador e pela família do estudante. Aprender a interpretar e como aprender a aprender, pois a leitura é a base de tudo, de acordo com o PCN temos:

Integrando o currículo, com o mesmo peso que os conceitos e os que o aluno aprenda a aprender. Omitir ou descuidar do trabalho com esse aspecto da formação pode impedir a aprendizagem inclusive da própria Matemática. Dentre esses valores e atitudes, podemos destacar que ter iniciativa na busca de informações, demonstrar responsabilidade, ter confiança em suas formas de pensar, fundamentar suas ideias e argumentações são essenciais para que o aluno possa aprender, se comunicar, perceber o valor da Matemática como bem cultural de leitura e interpretação da realidade e possa estar melhor preparado para sua inserção no mundo do conhecimento e do trabalho. (BRASIL, 1998)

Bons leitores tendem a ter mais facilidade para interpretar os problemas com mais segurança e rapidez. Interpretar e compreender faz com que tenham domínio das atividades escolares. Mas depende do estudante dominar as habilidades necessárias para avançar. Segundo Lemov temos:

Compreensão – o entendimento da relevância e do sentido completo de um texto – é o objetivo supremo da leitura, mas é muito difícil de ensinar diretamente, porque depende do domínio de diferentes habilidades. (LEMOV, 2010. p.301)

Ele também nos lembra que um bom leitor é capaz resolver questões mais complexas.

4.2 Ferramentas matemáticas básicas

4.2.1 Porcentagem

A porcentagem é a ferramenta que aparece em todas as questões de matemática financeira. Desde as mais simples, resolvidas com uma simples regra de três, até as mais sofisticadas operações de parcelamentos amortizações, que não são estudo nesse trabalho.

Porcentagem pode ser definida de forma simples como no texto a seguir:

Essas razões de denominador 100 são chamadas de razões centesimais, taxas percentuais ou simplesmente de porcentagens.

As porcentagens costumam ser indicadas pelo numerador seguido do símbolo % (lê-se: “por cento”). Assim, a taxa percentual de crescimento do PIB do país A foi de 8% e a do país B de 7%.

As porcentagens também costumam ser expressas sob a forma decimal, obtida dividindo-se o numerador por 100. (IEZZI, 2004. P.13).

Introduzida, desde o ensino fundamental - I, em algumas escolas, e aprofundada no ensino fundamental-II, no 7º ano. Depois revisada e associada à matemática financeira no ensino médio e muito presente nos exames do ENEM.

A variação percentual é muito utilizada e citada em muitas bibliografias, escolhemos o IEZZI que diz:

Variação Percentual

Suponhamos que, no início de certo mês, o preço de determinado produto seja R\$20,00 e, no final do mês, o preço tenha aumentado para R\$21,00. O aumento de preço foi de R\$1,00; a razão entre o aumento e o preço inicial, expressa na forma de porcentagem, é chamada de variação percentual de preço entre as datas consideradas. Assim, indicando a variação percentual por j , teremos:

$$J = \frac{1}{20} = 0,05 = 5\%$$

De modo geral, consideremos uma grandeza que assuma um valor V_0 na data 0 e o valor V , numa data futura t . Chamamos de variação percentual dessa grandeza entre as datas 0 e t , indicamos por j o número dado por:

$$J = \frac{V_t - V_0}{V_0}$$

Observemos que, pela propriedade distributiva, a variação percentual j também pode ser expressa por:

$$j = \frac{V_t}{V_0} - 1$$

Quando a variação percentual é positiva, denomina-se taxa percentual de crescimento, e, quando é negativa, seu valor absoluto é denominado taxa percentual de decréscimo (desde que $V_0 > 0$ e $V_t > 0$). (IEZZI, 2004. P.13).

Essa ferramenta deveria ser ensinada em todas as séries desde o 6º ano do ensino fundamental até o 3º ano do ensino médio. A cada ano de escolaridade deveria ser associada ao novo conteúdo, e ciclicamente revisada. Pois se trata da mais cotidiana ferramenta matemática que utilizamos, depois das quatro operações básicas.

Não deveria ser ensinada somente para provas escolares ou do Enem. Deveria ser ensinada para a vida e, ser levada para além das salas de aula, alcançar e envolver a família do estudante, a comunidade, as conversas entre os amigos nos mais diferentes círculos sociais. Pois ela se faz presente em tudo. Na religião, no esporte, no lazer, no trabalho, no transporte, nos meios de comunicação social. Cabe ao educador motivar e despertar a curiosidade do estudante. Cabe ao educador desafiar o estudante, pois é isso que gera a vontade de superar. Cabe ao educador plantar a semente e não deixá-la morrer.

4.2.2 Juros simples e juros compostos

São introduzidos no 7º ano do ensino fundamental, mas nem sempre são estudados com profundidade. Alguns professores atribuem esse fato ao conteúdo extenso e o pouco tempo. Outros, que os alunos não têm maturidade no ensino fundamental para estudar e aprofundar nesses assuntos. E o estudante, quando muito, tem um contato rápido e com fórmulas prontas no ensino médio. Onde para cumprir os conteúdos cobrados em exames vestibulares, sendo o ENEM, o mais importante no momento.

Esse erro deve ser corrigido. Os estudantes aprendem com mais facilidade quando desafiados, independente do ano de escolaridade, mas para isso é necessário que os mesmos tenham estudado e utilizado de forma segura questões de porcentagem.

Como a porcentagem, essas ferramentas deveriam ser apresentadas aos alunos no período correto e, depois, ano a ano aprofundadas, com base nos

conteúdos mínimos do ano de escolaridade, buscando problemas cotidianos e envolvendo toda comunidade e família.

Devemos buscar suporte na literatura especializada. Muitos livros de matemática financeira definem juros simples e compostos, apresentam suas fórmulas e aplicações.

Logo o estudante perceberá que o sistema de juros compostos é o mais utilizado no seu cotidiano, estando presentes nas transações bancárias, investimentos, capitalizações e amortizações.

Vejamos alguns tópicos de matemática financeira:

4.2.2.1 Juros simples

No regime de juros simples, os juros de cada período são calculados sempre sobre o mesmo principal. Não existe capitalização de juros nesse regime, pois os juros de determinado período não são incorporados ao principal para que essa soma sirva de base de cálculo dos juros do período seguinte. (SAMANEZ, 2010. p.2)

Consideremos um capital inicial C , aplicado no sistema de capitalização de juros simples, a uma taxa de juros i por período e durante n períodos de tempo. Podemos calcular o valor do montante dessa aplicação.

Temos:

Juros para $n = 1$:

$$J_1 = C.i$$

Juros para $n = 2$

$$J_2 = C.i + C.i = 2.C.i$$

Juros para $n = 3$:

$$J_3 = C.i + C.i + C.i = 3.C.i$$

Juros para após n períodos

$$J_n = C.i + C.i + C.i + \dots + C.i = n.C.i$$

Os juros simples de uma aplicação é igual à soma de n parcelas iguais a $C.i$, então:

$$J = J_1 + J_2 + J_3 + \dots + J_n$$

$$J = C.i + C.i + C.i + \dots + C.i$$

$$J = C.i.n$$

Utilizando essa fórmula podemos obter alguns valores utilizados em matemática financeira, mesmo não tendo aplicações cotidianas como os juros compostos que veremos a seguir.

Vejamos alguns desses elementos:

Cálculo do Montante M:

$$M = C + J$$

$$M = C.i.n + C$$

$$M = C.(i.n + 1)$$

Cálculo do capital inicial C:

$$J = C.i.n$$

$$C = \frac{J}{i.n}$$

Cálculo do tempo do investimento n:

$$J = C.i.n$$

$$n = \frac{J}{C.i}$$

Cálculo da taxa de juros i:

$$J = C.i.n$$

$$i = \frac{J}{C.n}$$

4.2.2.2 Juros compostos

O regime de juros compostos é o mais comum no dia do sistema financeiro e do cálculo econômico. Nesse regime, os juros gerados a cada período são incorporados ao principal para o cálculo dos juros do período seguinte. Ou seja, o rendimento gerado pela aplicação é incorporado a ela, passando a participar da geração do rendimento no período seguinte; dizemos, então que os juros são capitalizados. Chamamos de capitalização ao processo de incorporação dos juros ao principal.(SAMANEZ, 2010. p.14)

Consideremos um capital inicial C aplicado no sistema de capitalização de juros compostos, a uma taxa de juros i por período e durante n períodos de tempo. Podemos calcular o valor do montante dessa aplicação.

Temos:

Montante para $n = 1$:

$$M_1 = C + C \cdot i = C \cdot (1 + i)$$

Montante para $n = 2$:

$$M_2 = M_1 + M_1 \cdot i = M_1 \cdot (1 + i) = C \cdot (1 + i) \cdot (1 + i) = C \cdot (1 + i)^2$$

Montante para $n = 3$:

$$M_3 = M_2 + M_2 \cdot i = M_2 \cdot (1 + i) = C \cdot (1 + i)^2 \cdot (1 + i) = C \cdot (1 + i)^3 \dots$$

Montante após n períodos:

$$M_n = M_{n-1} + M_{n-1} \cdot i = M_{n-1} \cdot (1 + i) = C \cdot (1 + i)^{n-1} \cdot (1 + i) = C \cdot (1 + i)^n$$

Resumindo teremos:

$$M_n = C \cdot (1 + i)^n$$

Encontramos a fórmula anterior escrita sem o índice n , ou seja, simplesmente:

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

Podemos observar que foi deduzida para n inteiro, mas podemos utilizar valores fracionários no expoente, pois i pode estar em uma unidade de tempo diferente da unidade de n .

Também podemos escrever a fórmula da seguinte maneira,

$$M = C \cdot \left(1 + \frac{j}{k}\right)^{k \cdot m}$$

Sendo m o prazo da aplicação na mesma unidade de tempo da taxa nominal de juros j e k o número de vezes em que os juros são capitalizados no período a que a taxa nominal se refere.

Utilizando essa fórmula podemos obter vários elementos importantes da matemática financeira.

Vejamos alguns desses elementos:

Cálculo dos juros:

$$M = C.(1 + i)^n$$

e

$$M = C + J$$

Igualando as equações teremos,

$$C + J = C.(1 + i)^n$$

$$J = C.(1 + i)^n - C$$

$$J = C.[(1 + i)^n - 1]$$

Cálculo do capital inicial C:

$$M = C.(1 + i)^n$$

$$C = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

Cálculo do tempo do investimento n:

$$M = C.(1 + i)^n$$

$$(1 + i)^n = \frac{M}{C}$$

Utilizando logaritmos decimais obteremos,

$$\log(1 + i)^n = \log \frac{M}{C}$$

$$n.\log(1 + i) = \log M - \log C$$

$$n = \frac{\log M - \log C}{\log(1 + i)}$$

Cálculo da taxa de juros i:

$$M = C.(1 + i)^n$$

$$(1 + i)^n = \frac{M}{C}$$

$$1 + i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1 \quad \text{ou}$$

$$i = \left(\frac{M}{C}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

4.2.3 Funções afins, exponenciais e logarítmicas

Essas ferramentas, o estudante começa a dominar no ensino médio, e logo poderá associar a matemática financeira. Cálculos de valores acumulados e do tempo de investimentos não seriam possíveis sem elas.

Depois de dominarem as definições e propriedades desses conteúdos, os problemas de matemática financeira podem se tornar mais interessantes e possíveis. Como por exemplo: calcular o valor acumulado conhecendo a taxa de juros e o tempo; ou calcular o tempo conhecendo a taxa de juros, o valor inicial e o valor acumulado. Coisas que fizemos na nossa pesquisa.

Para utilizar de forma segura e, depois prazerosa, o estudante deve ter um embasamento teórico mais ao mesmo tempo uma funcionalidade para a mesma. Saber que com poucas operações ele será capaz de realizar cálculos úteis e de maneira segura e rápida. Utilizando tabelas ou recursos tecnológicos poderá resolver problemas cotidianos mais complexos.

A utilização constante dessas ferramentas se faz necessário para os alunos tenham uma base sólida até o 3º ano do ensino médio. E no futuro solucionar problemas comuns em concursos e no seu cotidiano. Embasamento teórico sim, mas com aplicação gradual e continua.

Uma dessas ferramentas é a função afim. Ela é apresentada no final do ensino fundamental, no 9º ano e depois aprofundada no ensino médio. Tem sua importância, pois pode ser associada aos juros simples e a progressão aritmética. Seus gráficos podem ajudar o estudante a visualizar e ter noções de crescimento ou decréscimo linear. De fácil domínio pode auxiliar na interpretação de gráficos ou construção dos mesmos.

Os juros simples estão associados à função afim como ferramenta e modelo matemático, como vemos no texto a seguir:

No regime de juros simples, o montante cresce linearmente, pois os juros de determinado período não são incorporados ao principal para o cálculo dos juros do período seguinte (não há capitalização de juros nesse regime). (SAMANEZ, 2010. p.14)

Como pudemos ver anteriormente na dedução da fórmula de juros simples.

Já os juros compostos são associados de maneira semelhante com as funções exponenciais de acordo com o texto abaixo:

Ajuros compostos, o dinheiro cresce exponencialmente em progressão geométrica ao longo do tempo dado que os rendimentos de cada período são incorporados ao saldo anterior em passam, por sua vez, a render juros. (SAMANEZ, 2010. p.14)

Quando o estudante conseguir associar tais ferramentas estará perto de dominar com mais segurança as ferramentas necessárias utilizadas no ensino e aprendizagem da matemática financeira básica.

4.3 Recursos tecnológicos

A utilização de recursos tecnológicos de forma consciente e integrada com o conteúdo, facilitando a aplicação cotidiana da matemática financeira. Auxiliando desde a construção de tabelas e gráficos até resolver problemas mais complexos e específicos do assunto. Esses recursos vão desde calculadoras simples, científicas ou financeiras, celulares e computadores.

O impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vai exigir competências que vão além do simples lidar com as máquinas. A velocidade do surgimento e renovação de saberes e de formas de fazer em todas as atividades humanas tornarão rapidamente ultrapassadas a maior parte das competências adquiridas por uma pessoa ao início de sua vida profissional. O trabalho ganha então uma nova exigência, que é a de aprender continuamente em um processo não mais solitário. O indivíduo, imerso em um mar de informações, se liga a outras pessoas, que, juntas, complementar-se-ão em um exercício coletivo de memória, imaginação, percepção, raciocínios e competências para a produção e transmissão de conhecimentos. Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento. (BRASIL, 1998. p.41)

O educador pode planejar aulas utilizando tais recursos em sala de aula individualmente ou desafios em grupos. Pode passar atividades para casa, que despertarão a curiosidade do estudante. Mas para isso o mesmo, tem que se atualizar constantemente, pesquisar e está disposto a encarar esse desafio. Pois, depois que os estudantes dominarem tais recursos, ele terá mais possibilidades de confrontar situações cotidianas, até então complexas demais para eles. Lembrando que para que isso ocorra as escolas devem acompanhar a evolução de tais e recursos e apoiar.

Cálculos maiores, em tempo mais curto de solução. Quando dominarem as ferramentas matemática e conseguiram fazer uma conexão com as ferramentas tecnológicas teremos infinitas possibilidades de atividades de matemática financeira de forma rápida, precisa e prazerosa.

Como toda ferramenta, é necessário que os usuários saibam os limites e momentos certos para utilizarem. Deve estar ciente que em avaliações tradicionais não são permitidas ainda tais ferramentas. Fazendo com que o mesmo tenha domínio de artifícios matemáticos, interpretação de gráficos e tabelas quando necessário. Muitos educadores utilizam de maneira eficiente tais recursos e fazem do ensino e aprendizado da matemática algo mais próximo da realidade do estudante. Já que a maioria deles, se não todos, possuem computadores e celulares.

O desafio é montar aulas e questões que não tornem as aulas “infopobres”. Aulas que não sejam meramente projeções de imagens de textos e fórmulas em lousas inteligentes ou telas de data show.

Os recursos tecnológicos devem ser ferramentas não “muletas” para educadores que se arrastam por aí, e não querem escrever no quadro. Já utilizei tais projeções para em as aulas de projetos com muitos gráficos e figuras, mais intercalando explicações e em números reduzidos, para não desgastar tal recurso.

Na pesquisa com uso de recursos tecnológicos ficou claro que muitos não dominam ou não conseguem fazer a conexão entre o problema e as soluções com os recursos tecnológicos. Vamos propor algumas atividades, no final desse trabalho, para utilizar de forma gradual e eficiente os recursos tecnológicos, em sala de aula e em casa.

Vamos propor atividades utilizando calculadoras científicas, celulares e computadores. O programa que será o Excel, para gerarmos planilhas com fórmulas e gráficos.

Muitos livros e sites tratam do assunto, um deles, de totalmente voltado para matemática financeira, dedica um apêndice as aplicações de Excel na matemática financeira.

O Microsoft Excel é o software de planilha eletrônica da família Office da Microsoft. Ferramenta bastante conhecida, o Excel, como simplesmente é chamado, disponibiliza uma série de recursos que vão desde uma simples soma até funções mais complexas. Com os recursos do Excel, podemos criar desde uma simples listagem de nomes até gerenciar pequenos

projetos. Infelizmente, a maioria das pessoas que utilizam essa ferramenta ainda desconhece a quantidade de recursos que ela pode oferecer. Utilizado em diversas tarefas, o Excel permite o gerenciamento e a integração de grande volume de dados; também permite que sejam construídos diversos tipos de modelos de gráficos, e facilitam a visualização dos resultados, além de complementar e enriquecer os relatórios gerenciais.(SAMANEZ pág.253)

De fácil acesso aos estudantes e de manuseio simples podemos utilizar esse recurso para ilustrar as aulas e realizar tarefas associadas ao tema. Como não utilizamos em nosso trabalho, vamos propor no próximo capítulo algumas atividades, que faremos futuramente com o grupo que participou da pesquisa.

5 ATIVIDADES SUGERIDAS

Depois da pesquisa resolvemos criar atividades que pudessem contribuir com o ensino e aprendizado de matemática financeira de forma motivadora e envolvente. Pensamos essas atividades para seduzir sem perder o foco no ensino e aprendizagem da matemática de qualidade. Não foram testadas ainda nessas turmas pesquisadas, mais alguns deles se mostraram curiosos para realizá-las no futuro.

Nesse capítulo, faremos sugestões de atividades para trabalhar matemática financeira em sala de aula. Fixando, revisando e utilizando ferramentas matemáticas básicas. Podendo explorar suas aplicações em matemática financeira a cada ano de escolaridade. Sempre voltando o olhar para o cotidiano do estudante.

Serão questões de vários níveis, algumas autorais e outras de livros didáticos. Algumas de exames vestibulares, baseados no ENEM e outras de concursos públicos, muitos dos quais fui consultor na área de matemática e raciocínio lógico. A maioria delas contextualizadas com o cotidiano.

Teremos também atividades voltadas para o uso consciente e didático dos recursos tecnológicos disponíveis em sala de aula, nos laboratório de informática e no cotidiano do estudante. Essas tarefas supervisionadas e pensadas pedagogicamente cotidiano.

Usaremos calculadoras científicas, celulares e computadores. O programa que iremos utilizar será o Excel, para gerarmos planilhas com fórmulas e gráficos. Indicaremos sites, livros e pesquisas de práticas pedagógicas bem sucedidas com uso de recursos tecnológicos.

Faremos sugestões de atividades com livros extraclasse e filmes, envolvendo a comunidade escolar e familiar do estudante. Levando o conhecimento para além da sala de aula e trazendo os resultados para debates. Pois o mundo é uma sala de aula onde aprendemos e ensinamos, somos estudante e educadores todos os dias, esse é o nosso desafio.

5.1 Livros e filmes como atividades motivadoras do tema

Vamos indicar alguns livros e filmes que possam motivar e gerar um debate em sala de aula ou na família do estudante, Esse material deve ser analisado pelo

educador e pela coordenação da unidade escolar. Depois de analisar o material e definir os objetivos, observando as classificações indicadas, podemos iniciar as atividades.

5.1.1 Livros sugeridos

5.1.1.1 *Terapia financeira: realize seus sonhos com educação financeira*, de Reinaldo Domingos. São Paulo: DPSO Educação financeira; 2012.

Nesse livro, o autor compartilha o método DPSO, um jeito simples e eficaz de lidar com dinheiro, que levou ele a conquistar a independência financeira aos 37 anos. Ele afirma que milhares de pessoas já encontraram o caminho da prosperidade espelhando-se nessa experiência.

5.1.1.2 *Casais inteligentes que enriquecem juntos*. Gustavo Cerbasi. Rio de Janeiro: Sextante, 2014.

Nesse livro o autor trata do planejamento dos casais de acordo com o perfil financeiro de cada uma dos parceiros. Tratando das rendas familiares, suas despesas e hábitos de consumo. Fazendo com que a vida à dois planejada e com objetivos seja mais feliz e produtiva.

Sugestão:

Esses livros podem ser utilizados ao longo de todo ano letivo e periodicamente realizar debates com os alunos envolvidos. Compartilhando as experiências e ouvindo os depoimentos poderemos observar a mudança de pensamento dos estudantes. Seus desafios pessoais e projetos para o futuro. Além de propor que debatam em casa com os responsáveis e tragam os resultados. Com certeza será uma atividade desafiadora que mudará a vida de muitos de nossos estudantes.

5.1.2 FILMES SUGERIDOS

5.1.2.1 “Até que a sorte nos separe 1”

O filme conta a história de Tino, um pai de família que tem sua rotina transformada ao ganhar na loteria. Em dez anos, o fanfarrão gasta todo o dinheiro com uma vida de ostentação. Ao descobrir que está falido, Tino, é obrigado a aceitar a ajuda de Amauri, seu vizinho, um consultor financeiro nada divertido e extremamente econômico. Quando Jane engravida do terceiro filho, Tino faz de tudo para esconder da esposa que estão na lona – a recomendação médica é que a grávida evite fortes emoções. Nessa missão, ele vai contar com ajuda de Adelson, seu melhor amigo, e dos filhos, em uma comédia de erros com situações hilárias.

5.1.2.2 “Até que a sorte nos separe 2”

Três anos depois, Tino (Leandro Hassum) e Jane (Camila Morgado) estão mais uma vez em dificuldades financeiras. O saldo bancário do casal é salvo graças ao inesperado falecimento de tio Olavinho, que deixou uma herança de R\$ 100 milhões a ser dividida igualmente entre Jane e sua mãe, Estela (Arlete Salles). Como o último desejo do tio foi que suas cinzas sejam jogadas no Grand Canyon, Tino aproveita para levar a esposa e dois de seus filhos para conhecer Las Vegas. Entretanto, ele se empolga com a jogatina de um cassino e perde todo o dinheiro ganho por Jane na mesa de pôquer. Para piorar a situação, ainda fica devendo US\$ 10 milhões a um capanga da máfia mexicana (Charles Paraventi), que deseja receber o dinheiro a todo custo.

5.1.2.3 “Até que a sorte nos separe 3”

Depois de perder a herança da família em Las Vegas, Tino se vira como pode para ganhar um trocado. Sua sorte muda quando ele é atropelado pelo filho do homem mais rico do Brasil e descobre que sua filha Teté e o rapaz se apaixonaram. Tino ganha um emprego na corretora do milionário, mas consegue quebrar a

empresa e provocar a desvalorização de ações brasileiras na Bolsa, levando a economia do país ao colapso. Agora, ele precisa administrar uma crise nacional, além de realizar um casamento digno para a filha.

Sugestões:

Esses filmes podem ser utilizados em sala de aula ou sugeridos que assistam em casa com as famílias. Depois podem realizar debates com os alunos envolvidos. Compartilhando as experiências e ouvindo os depoimentos poderemos observar a mudança de pensamento dos estudantes. Seus desafios pessoais e projetos para o futuro. Além de propor que debatam em casa com os responsáveis e tragam os resultados. Com certeza será uma atividade desafiadora que mudará a vida de muitos de nossos estudantes.

Poderemos explorar muitos assuntos nesses filmes, dentre eles:

- a experiência que tiramos das coisas cotidianas, a leitura de mundo que podemos ter.
- a administração dos recursos financeiros e a saúde financeira do estudante e da família.
- termos e expressões comuns da matemática financeira.
- a atual crise financeira do Brasil e os escândalos envolvendo governantes e empresários.

5.1.2.4 “Estagiários do Google”

Na comédia Os Estagiários, Vince Vaughn e Owen Wilson são Billy e Nick: dois vendedores de relógios à moda antiga, dos tipos que fazem amizade com o cliente antes de convencê-lo a comprar seu produto. Quando o dono da empresa decide acabar com o negócio, a dupla se vê jogada no mercado de trabalho, sem qualquer qualificação a não ser a habilidade com pessoas, e decide participar de um estágio no Google.

Sugestões:

Esse filme pode ser utilizado em sala de aula ou sugerido que assistam em casa com a família. Depois podem realizar debates com os alunos envolvidos. Compartilhando as experiências e ouvindo os depoimentos poderemos observar a mudança de pensamento dos estudantes. Seus desafios pessoais e projetos para o futuro. Além de propor que debatam em casa com os responsáveis e tragam os resultados. Com certeza será uma atividade desafiadora que mudará a vida de muitos de nossos estudantes.

Poderemos explorar muitos assuntos nesse filme, dentre eles:

- a experiência que tiramos das coisas cotidianas, a leitura de mundo.
- o fato de muitas das vezes a solução está em nossas mãos e deixamos passar devido a pouca experiência de vida no assunto em questão.
- a falta de dialogo com as pessoas mais experientes, familiares ou mais velhos.
- a importância de estarmos antenados nas notícias dos mais diversos meios de comunicação.
- a importância de estarmos antenados nos mais diversos recursos tecnológicos.
- cumprir metas e desafios propostos individualmente ou em equipe.
- trabalho em equipe.
- novas tecnologias: mercado de trabalho que mais cresce e admite jovens talentos.

5.1.2.5 “Quem quer ser um milionário?”

Jamal K. Malik (DevPatel) é um jovem que trabalha servindo chá em uma empresa de telemarketing. Sua infância foi difícil, tendo que fugir da miséria e violência para conseguir chegar ao emprego atual. Um dia ele se inscreve no popular programa de TV "Quem Quer Ser um Milionário?". Inicialmente desacreditado, ele encontra em fatos de sua vida as respostas das perguntas feitas.

Sugestões:

Esse filme pode ser utilizado em sala de aula ou sugerido que assistam em casa com a família. Depois podem realizar debates com os alunos envolvidos.

Compartilhando as experiências e ouvindo os depoimentos poderemos observar a mudança de pensamento dos estudantes. Seus desafios pessoais e projetos para o futuro. Além de propor que debatam em casa com os responsáveis e tragam os resultados. Com certeza será uma atividade desafiadora que mudará a vida de muitos de nossos estudantes.

Poderemos explorar muitos assuntos nesse filme, dentre eles:

- a experiência que tiramos das coisas cotidianas, a leitura de mundo que podemos ter. E também o fato de muitas das vezes a solução está em nossas mãos e deixamos passar.
- a falta de leitura de livros clássicos.
- a importância de estarmos antenados nas notícias dos mais diversos meios de comunicação.
- as desigualdades sociais.

5.2 Atividades de matemática financeira

Vamos propor algumas atividades com grau crescente de dificuldade para utilizar ferramentas matemáticas com ou sem recursos tecnológicos. Com o objetivo de praticar em sala de aula, em laboratório de informática ou em casa. Algumas poderão envolver os colegas de sala e a família do estudante.

Essas atividades são sugestões, ainda não foram testadas em sala de aula com as turmas dessa pesquisa, na verdade vieram de necessidades observadas durante a pesquisa.

Tais atividades teriam tornado a pesquisa prazerosa para os estudantes, e mais esclarecedora para nós. Esperamos poder utilizá-las com os alunos que permanecerem na escola nos próximos dois anos, e depois avaliar os resultados. Esse material deve ser analisado pelo educador e pela coordenação. Depois de analisar o material e definir os objetivos, poderemos iniciar as atividades.

5.2.1 Atividades básicas sem o uso de recursos tecnológicos

Introduzir a parte teórica dos conteúdos de cada lista com exemplos numéricos, contextualizando com assuntos que possam despertar o interesse do estudante. Utilizando anúncios de jornais e revistas dentro do tema. Podendo utilizar

também notícias da mídia tais como: aumento percentual do salário mínimo, pagamento de IRPF, recolhimento de FGTS, INSS dos empregados, promoções de lojas, calculo de multas devido aos atrasos dos pagamentos, etc.

A forma de trabalhar os conteúdos deve sempre agregar um valor formativo no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento matemático. Isso significa colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contraexemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva. Também significa um processo de ensino que valorize tanto a apresentação de propriedades matemáticas acompanhadas de explicação quanto a de fórmulas acompanhadas de dedução, e que valorize o uso da Matemática para a resolução de problemas interessantes, quer sejam de aplicação ou de natureza simplesmente teórica. (BRASIL, 2002. p. 69)

Se detectarem deficiências em conteúdos de matemática básica, como foi observado nessa pesquisa, revise tais conteúdos mostrando que cada ferramenta é importante para alcançar o objetivo final. E só depois utilize essas questões. Isso vai ser útil e tornar mais possível e prazerosa a atividade proposta, o que não foi feito como deveria, antes da pesquisa com a turma sem recursos tecnológicos. Por isso sugerimos esses cuidados iniciais que ajudarão no sucesso dessas atividades com os estudantes.

5.2.1.1 Porcentagem

Sugestão:

As questões podem ser elaboradas utilizando anúncios de jornais e revistas. Os alunos podem trazer os anúncios e elaborar as questões. Depois podem reponde-las ou desafiar aos colegas.

Envolvendo o estudante com a atividade e desenvolvendo habilidades, pois para elaborar as questões ele terá que saber resolvê-las. E será um protagonista no processo de ensino e aprendizagem.

Adaptamos algumas questões de livros didáticos e exames vestibulares para que possam ser analisadas pelos estudantes antes de elaborarem a deles.

Questões:

1 – Uma camisa cujo preço original era R\$40,00 sofreu um desconto de 20% devido uma liquidação. Qual o preço após o desconto?

2 – Um aparelho de celular passou a custar R\$560,00 após seu preço original sofrer um desconto de 30%. Qual o preço original do celular?

3 – A comissão de um corretor de imóveis é igual a 5% do valor de cada venda efetuada.

a) Um apartamento foi vendido por R\$200.000,00, calcule a comissão recebida pelo corretor.

b) Um proprietário recebe, pela venda de uma casa, R\$114.000,00, já descontada a comissão do corretor. Determine o valor da comissão.

c) Um corretor recebe R\$4.000,00, pela venda de um terreno. Qual o valor recebido pelo proprietário?

4 – Uma loja vende seus artigos nas seguintes condições: à vista com 20% de desconto sobre o preço da tabela ou no cartão de crédito com 20% de acréscimo sobre o preço de tabela. Qual o preço de um artigo, no cartão, que a vista sai por R\$ 8.000,00?

5 – Uma loja vende um DVD por R\$ 20,00 para pagamento à vista ou em duas prestações fixas de R\$ 12,00, uma de entrada e outra para 30 dias.

Qual a taxa de juros mensais cobrada pela firma?

5.2.1.2 Juros simples**Sugestão:**

As questões podem ser elaboradas utilizando anúncios de jornais e revistas. Os alunos podem trazer os anúncios e elaborar as questões. Depois podem reponde-las ou desafiar aos colegas.

Envolvendo o estudante com a atividade e desenvolvendo habilidades, pois para elaborar as questões ele terá que saber resolvê-las. E será um protagonista no processo de ensino e aprendizagem.

Os alunos devem ser informados que esse tipo de capitalização não é utilizado no cotidiano. Aparece em provas de alguns exames vestibulares e concursos públicos.

Adaptamos algumas questões de livros didáticos e exames vestibulares para que possam ser analisadas pelos estudantes antes de elaborarem a deles.

Questões:

1 – Um capital de R\$6.000,00 foi aplicado durante um semestre à taxa de 2% ao mês no sistema de juros simples. Calcule:

- a) os juros recebidos.
- b) o montante ao final do período.

2 – Durante quanto tempo um capital de R\$30.000,00 deve ser aplicado a juros simples e à taxa de 4% ao mês para se obter um montante de R\$42.000,00?

3 – Miriam investiu seu 13º salário e o seu um terço de férias de férias, aproximadamente R\$2.100,00, num investimento durante 12 meses, e recebeu R\$1.260,00 de juros.

Calcule o valor da taxa mensal de juros simples desse investimento.

4 – Leonardo investiu R\$2.000,00, a juros simples que rende 4% ao mês, durante seis meses. Depois retirou todo o dinheiro e aplicou somente os juros num investimento, a juros simples, a uma taxa de 5% ao mês por mais seis meses.

Qual foi o total de juros, depois das duas aplicações?

5.2.1.3 Juros compostos

Sugestão:

Os alunos devem ser informados que esse tipo de capitalização é mais utilizado no cotidiano. Aparece nas transações bancárias, em provas de alguns exames vestibulares e concursos públicos.

As questões podem ser elaboradas de anúncios bancários ou de financeiras. De cartões de crédito ou anúncios de lojas trazidos por eles. Envolvendo o estudante com a atividade e desenvolvendo habilidades, pois se sentirá parte do trabalho e poderá ficar tentado em resolvê-las. E será um protagonista no processo de ensino e aprendizagem.

Utilizaremos tabelas, já que não será permitida a utilização de recursos tecnológicos. Teremos em anexo a tabela de valor futuro para um único pagamento: $(1 + i)^n$. Além de outras para fornecer valores sempre que forem preciso. Adaptamos algumas questões de livros didáticos, exames vestibulares e concursos públicos, para que possam ser analisadas pelos estudantes.

Questões:

1 – Um capital de R\$2.000,00 é resgatado por Mário, em seis meses, à taxa de 2% ao mês, capitalizado mensalmente, no sistema de juros compostos.

Calcule o valor, aproximado, resgatado.

2 – Um capital de R\$1.000,00 é resgatado por Miriam, em dez meses, à taxa de 5% ao mês, capitalizado mensalmente, no sistema de juros compostos.

Calcule o valor, aproximado, dos juros resgatados.

3 – O Sebastião investiu um capital inicial C_0 , durante 1 ano à taxa de juros compostos de 4% ao mês, para comprar uma banca de jornais no valor de R\$12.007,50.

Qual o valor aproximado, do capital C_0 investido por ele?

4 – Determine o prazo, em anos, para que um empréstimo de R\$110.000,00 seja quitado por meio de um único pagamento de R\$341.638,00 sendo à taxa de juros de 12% ao ano no sistema de capitalização de juros compostos.

x	log x
1,1200	0,0492
3,1058	0,4922
3,4164	0,5335
12,0000	1,0792

Tabela de valor futuro para um único pagamento: $(1 + i)^n$

n	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,00010	1,02000	1,03000	1,04000	1,05000	1,06000	1,07000	1,08000	1,09000	1,10000
2	1,02010	1,04040	1,06090	1,08160	1,10250	1,12360	1,14490	1,16640	1,18810	1,21000
3	1,03030	1,06121	1,09273	1,12486	1,15763	1,19102	1,22504	1,25971	1,29503	1,33100
4	1,04060	1,08243	1,12551	1,16986	1,21551	1,26248	1,31080	1,36049	1,41158	1,46410
5	1,05101	1,10408	1,15927	1,21665	1,27628	1,33823	1,40255	1,46933	1,53862	1,61051
6	1,06152	1,12616	1,19405	1,26532	1,34010	1,41852	1,50073	1,58687	1,67710	1,77156
7	1,07214	1,14869	1,22987	1,31593	1,40710	1,50363	1,60578	1,71382	1,82804	1,94872
8	1,08286	1,17166	1,26677	1,36857	1,47746	1,59385	1,71819	1,85093	1,99256	2,14359
9	1,09369	1,19509	1,30477	1,42331	1,55133	1,68948	1,83846	1,99900	2,17189	2,35795
10	1,10462	1,21899	1,34392	1,48024	1,62889	1,79085	1,96715	2,15892	2,36736	2,59374
11	1,11567	1,24337	1,38423	1,53945	1,71034	1,89830	2,10485	2,33164	2,58043	2,85312
12	1,12683	1,26824	1,42576	1,60103	1,79586	2,01220	2,25219	2,51817	2,81266	3,13843

5.2.2 Atividades com utilizações de recursos tecnológicos

Iremos propor atividades com utilização de recursos tecnológicos ao alcance dos estudantes, tais como: uso de celulares, calculadoras científicas e computadores. Para facilitar as operações e os cálculos matemáticos, tornando possível resposta de problemas mais complexos em tempo mais curto.

Os estudantes e educadores devem ter familiaridade com os recursos tecnológicos disponíveis, para isso podem sempre que necessário utilizar os

manuais das calculadoras e celulares, ou recorrer a internet para pesquisar sobre os programas de computador, no nosso caso: o Excel.

Se detectarem deficiências no manuseio dos recursos tecnológicos, como foi observado nessa pesquisa, revise as principais funções de cada recurso, mostrando que cada ferramenta é importante para alcançar o objetivo final. E só depois utilize essas questões. Isso vai ser útil e tornar mais possível e prazerosa a atividade proposta, o que não foi feito como deveria, antes da pesquisa com a turma com recursos tecnológicos. Por isso sugerimos esses cuidados iniciais que ajudarão no sucesso dessas atividades com os estudantes.

5.2.2.1 Calculadoras científicas

É um recurso que muitos alunos possuem em casa ou nos seus celulares. Não trataremos da HP 12C, muito popular entre os economistas e carreiras afins. As calculadoras que sugeriremos são mais simples, mas com funções necessárias e suficientes para o nosso trabalho. Essas funções são dentre outras as exponenciais e os logaritmos. Essas funções possibilitam calcular desde os tempos de uma aplicação até resolver potências com bases decimais e grandes expoentes.

Seus manuais ensinam passo a passo como utilizar tais recursos, mais se necessário o estudante e o educador podem buscar tais informações na internet. É de fundamental importância treinar essas funções antes de realizar as atividades de modo que saibam utilizá-los sempre que solicitados nos cálculos das questões.

Questões:

1 - A juros compostos de 10% ao ano, qual é o montante de R\$20.000,00, em 10 anos?

2 - Um investimento resultou em um montante de R\$60.000,00 no prazo de um semestre. Se a taxa de juros for de 8% ao mês no sistema de capitalização em juros compostos. Calcule o valor do investimento inicial.

3- A que taxa mensal de juros compostos um capital de R\$15.000,00 gera um montante de R\$35.250,45, considerando o período de aplicação de 1 ano?

4 - Em quanto tempo um capital gera um montante igual ao seu sêxtuplo aplicando-se uma taxa de 5% ao mês, no sistema de capitalização de juros compostos?

5 - À taxa de 7% ao mês, em que prazo R\$8.000,00 rende juros de R\$2.560,48?

5.2.2.2 Planilhas eletrônicas do Microsoft Excel

Com a informática, temos em mãos várias ferramentas que podem tornar as atividades mais organizadas e práticas. Tantos cálculos simples e imediatos, como os mais complexos, tornam-se instantâneos se dominarmos tais recursos tecnológicos. É necessário que façamos uma introdução da utilização desses recursos. Suas funções básicas tais como: criar planilhas, utilizar as funções matemáticas na elaboração de fórmulas, utilização das unidades monetárias, arredondamentos.

Vamos propor atividades com planilhas eletrônicas do Excel, voltadas para o tema, que possam ser desenvolvidas por alunos do ensino fundamental e médio. Certos que existem muitas outras atividades e funções desse recurso tecnológico, dentro e fora do tema dessa pesquisa. Queremos que de forma modesta, essas atividades possam ajudar os educadores e estudantes nos primeiros passos dessa aplicação de Excel no tema.

Essas atividades foram pesquisadas em sites e livros associados ao tema, espero que sejam úteis e que utilizando o Microsoft Excel construa as planilhas e utilizando suas funções matemáticas resolva os desafios propostos.

Existem inúmeros manuais e tutoriais disponíveis na internet ao alcance de todo estudante e educadores. Agora é colocar as mãos na massa. Que esse material ajude a enriquecer e tornar mais encantadoras nossas aulas.

Atividades:

1 – Um empréstimo de R\$2.000,00 pode ser contratado à taxa de juros de 7,5% ao mês, no sistema de capitalização de juros simples.

Determine os juros e o montante:

- a) no final do primeiro mês;
- b) no final do primeiro bimestre;
- c) no final do primeiro trimestre;
- d) no final do primeiro semestre;
- d) no final do primeiro ano.

Sugestão:

Construa uma planilha no Excel

Modelo – 1:

Termologia	Dados	Descrição
VP	R\$2.000,00	Valor presente - capital inicial
n	1	Tempo
i	7,5%	Taxa de juros
VF	R\$2.150,00	Valor Futuro - Montante

Modelo – 2:

Valor inicial	Tempo	Taxa de juros (a.m.)	Juros	Montante
R\$2.000,00	1	7,5%	R\$ 150,00	R\$2.150,00
R\$2.000,00	2	7,5%	R\$ 300,00	R\$2.300,00
R\$2.000,00	3	7,5%	R\$ 450,00	R\$2.450,00
R\$2.000,00	6	7,5%	R\$ 900,00	R\$2.900,00
R\$2.000,00	12	7,5%	R\$1.800,00	R\$3.800,00

Trabalhe as unidades de tempo envolvidas;

Trabalhe as funções do Excel relacionadas a decimal e porcentagem;

Trabalhe as fórmulas de juro simples: juros e montante;

Construa um gráfico e faça uma relação com a função do 1º grau;

2 – Uma empresa liquidou, com atraso, as quatro duplicatas discriminadas a seguir. A taxa de juros de mora cobrada pelo banco foi de 8% ao mês, no sistema de capitalização de juros simples.

Nº	Valor da duplicata	Data do vencimento	Data do pagamento	Valor devido
1	R\$ 1.500,00	10/01/2016	10/05/2016	
2	R\$ 1.000,00	10/02/2016	10/05/2016	
3	R\$ 900,00	10/03/2016	10/05/2016	
4	R\$ 800,00	10/04/2016	10/05/2016	

Total:

Comissão de permanência(Mora) 8% a.m
 Determine:

- a) o montante de liquidação de cada duplicata;
- b) o montante de liquidação total das três duplicatas

Sugestão:

Construa uma planilha no Excel

Nº	Valor da duplicata	Data do vencimento	Data do pagamento	Valor devido
1	R\$ 1.500,00	10/01/2016	10/05/2016	R\$ 1.984,00
2	R\$ 1.000,00	10/02/2016	10/05/2016	R\$ 1.240,00
3	R\$ 900,00	10/03/2016	10/05/2016	R\$ 1.046,40
4	R\$ 800,00	10/04/2016	10/05/2016	R\$ 864,00

Total: R\$ 5.134,40

Comissão de permanência(Mora) 8% a.m

Trabalhe as unidades de tempo envolvidas e suas conversões;

Trabalhe as funções do Excel relacionadas a decimal e porcentagem;

Trabalhe a fórmula do montante em juros simples;

Construa os gráficos e faça uma relação com a função do 1º grau;

3 – Supondo que uma empresa contrate um financiamento de capital de giro no valor de R\$300.000,00, à taxa de juros de 10% ao mês.

Determine os juros e o montante:

- a) no vencimento do primeiro mês;
- b) no vencimento do primeiro bimestre;
- c) no vencimento do primeiro trimestre;
- d) no vencimento do primeiro semestre;
- e) no vencimento do primeiro ano

Sugestão:

Construa uma planilha no Excel

Modelo – 01:

Termologia	Dados	Descrição
VP	R\$300.000,00	Valor presente - Capital inicial
n	1	Tempo
i	10%	Taxa de juros
J	R\$ 30.000,00	Juros
VF	R\$330.000,00	Valor futuro - Montante

Modelo – 02:

Valor inicial	Tempo	Taxa de juros (a.m.)	Juros	Montante
R\$300.000,00	1	10%	R\$ 30.000,00	R\$330.000,00
R\$300.000,00	2	10%	R\$ 63.000,00	R\$363.000,00
R\$300.000,00	3	10%	R\$ 99.300,00	R\$399.300,00
R\$300.000,00	6	10%	R\$231.468,30	R\$531.468,30
R\$300.000,00	12	10%	R\$641.528,51	R\$941.528,51

Trabalhe as unidades de tempo envolvidas;

Trabalhe as funções do Excel relacionadas a decimal e porcentagem;

Trabalhe as fórmulas de juros compostos: juros e montante;

Construa um gráfico e faça uma relação com a função exponencial

4 – Investindo um capital inicial de R\$1.000,00 à uma taxa de juros mensais de 10% durante 10 meses.

Atividade:

1º passo: construa uma planilha em Excel dos montantes em juros simples e compostos.

2º passo: construa um gráfico do montante de juros simples em função do tempo

3º passo: construa um gráfico de juros compostos em função do tempo.

4º passo: compare os gráficos.

5º passo: construa um único gráfico comparando os dois montantes

Sugestão:

Tempo	Juros simples	Juro compostos
1	R\$1.100,00	R\$ 1.100,00
2	R\$1.200,00	R\$ 1.210,00
3	R\$1.300,00	R\$ 1.331,00
4	R\$1.400,00	R\$ 1.464,10
5	R\$1.500,00	R\$ 1.610,51
6	R\$1.600,00	R\$ 1.771,56
7	R\$1.700,00	R\$ 1.948,72
8	R\$1.800,00	R\$ 2.143,59
9	R\$1.900,00	R\$ 2.357,95
10	R\$2.000,00	R\$ 2.593,74

Dados:

Capital inicial: R\$ 1.000,00

Taxa de juros: 10%

5 – Um automóvel cujo preço à vista é de R\$40.000,00 será pago em 12 prestações mensais iguais que vencem ao final de cada mês no sistema de juros compostos cobrados de 6% ao mês.

Calcule o valor das prestações.

Sugestão:

Construa uma planilha no Excel

Termologia	Dados	Descrição
VP	R\$40.000,00	Valor do Automóvel
n	12	Número de parcelas
i	6%	Taxa de juros
P	-R\$ 4.501,02	Valor da parcela

6 CONCLUSÃO

Com a aplicação das atividades, podemos observar o interesse de cada aluno com a matemática financeira. Para muitos, um primeiro contato prático com a matemática financeira e, para outros, um aprofundamento. O interesse da maioria pelo assunto e o envolvimento com as atividades foi gratificante, mesmo sem se preocupar com os erros, eles tentaram e se envolveram. Por se tratar de um assunto cotidiano envolvendo, em sua maioria, manuseio com dinheiro, despertou a atenção deles.

Os estudantes puderam interpretar e aplicar conteúdos estudados em séries anteriores nos problemas cotidianos propostos, mesmo com erros comuns que foram observados, a maioria conseguiu desenvolver e alcançar os objetivos propostos. Na 1ª turma as atividades foram realizadas sem utilizar recursos tecnológicos, tendo como objetivo observar como o estudante iria interpretar os resultados e como utilizaria a matemática básica nos problemas propostos. Já na 2ª turma os estudantes, que utilizaram recursos tecnológicos, acharam prazerosa a experiência, mesmo sentindo dificuldade em utilizar algumas funções das calculadoras e celulares, fizeram o máximo para resolver as questões.

Ficou claro o envolvimento das turmas nas atividades, o que mostra que a matemática se torna atraente quando desperta o interesse do grupo e, ainda, o quanto o estudante se sente parte ativa do processo de ensino e aprendizagem, toda vez que consegue ver uma aplicação do conteúdo ou de um conjunto de conteúdos para solucionar um problema cotidiano ou um desafio proposto. Planejar aulas e atividades que tornem os estudantes protagonistas na construção de soluções próprias é um grande desafio para nós educadores. Orientar e conduzir, sem interferir de forma ditatorial no processo de apropriação do conhecimento é um cuidado que devemos estar atentos. Respeitar o tempo do estudante e suas limitações é importante para que ele se sinta parte do processo de ensino e aprendizagem e busque os conteúdos necessários por sua conta sem engolir os conteúdos impostos, mas sentindo necessidade de aprender para ter base e avançar nos estudos da matemática financeira e de outros assuntos.

Observando os resultados, lançamos propostas de atividades possíveis para reduzir os erros básicos cometidos por alguns alunos. E também sugerimos atividades para trabalhar com os alunos conceitos básicos da matemática financeira,

a interpretação de problemas e a utilização de tabelas. Além de atividades que utilizem recursos tecnológicos (celulares, calculadoras e computadores) como ferramentas de resolução de problemas mais complexos do cotidiano do estudante. Para dinamizar os debates e motivá-los no tema, sugerimos alguns filmes e livros, para trabalhar não somente em sala de aula mais tentar despertar o interesse da família do estudante e a participação dos colegas professores das mais diversas disciplinas. Tratar o assunto de várias maneiras diferentes, nas mais diversas disciplinas, enriquecer com depoimentos ou assuntos paralelos ao tema presentes nas mídias sociais e na imprensa, vai despertar ainda mais o interesse de todos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem da matemática financeira.

Cabe a nós professores planejarmos e incentivarmos práticas matemáticas envolventes, que despertem, no estudante, a curiosidade e a ação. Despertar para contribuir de maneira prática na vida cotidiana do estudante, trazendo para a sala de aula o cotidiano e, de forma lúdica, levando a sala de aula para o cotidiano do estudante. Fazendo dele o agente transformador da sua realidade. Desafiar é preciso. Acreditar é necessário. Agir é fundamental.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

Biblioteca digital do PROFMAT.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ensino Fundamental. Brasília: 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ensino Médio. Brasília: 1998.

BRASIL. **PCN+Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: 2002.

DOMINGOS, Reinaldo - **Terapia Financeira**. São Paulo: Editora DPSO Educação Financeira, 2012.

CERBIASI, Gustavo – **Casais inteligentes que enriquecem juntos**. Rio de Janeiro: Sextante, 2014.

IEZZI, Gelson, HAZZAN, Samuel, DEGENSZAJN, David, **Fundamentos da Matemática Elementar**, Volume 11, 1ª edição. São Paulo: Atual, 2004.

SAMANEZ, Carlos Patrício – **Matemática Financeira**. 5ª edição. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.