INSTITUTO FEDERAL
DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
São Paulo

O USO DO *SCRATCH* NA METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: uma proposta para o ensino de algumas propriedades dos polígonos através de desafios

EDER DO CARMO DE SOUZA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, orientada pela Profa. Dra. Mariana Pelissari Monteiro Aguiar Baroni.

IFSP
São Paulo
2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S719u Souza, Eder do Carmo de

O uso do scratch na metodologia da resolução de problemas: uma proposta para o ensino de algumas propriedades dos polígonos através de desafios / Eder do Carmo de Souza. São Paulo: [s.n.], 2017.

134 f.

Orientadora: Mariana Pelissari Monteiro Aguiar Baroni

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2017.

1. Metodologia de Resolução de Problemas. 2. Tecnologias Na Educação. 3. Polígonos. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título.

CDD 510

EDER DO CARMO DE SOUZA

O USO DO *SCRATCH* NA METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: uma proposta para o ensino de algumas propriedades dos polígonos através de desafios

Dissertação apresentada e aprovada em 11 de setembro de 2017 como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

A banca examinadora foi composta pelos seguintes membros:

Profa. Dra. Mariana Pelissari Monteiro Aguiar Baroni
IFSP – Câmpus São Paulo
Orientadora e Presidente da Banca

Prof. Me. Luciano Aparecido Magrini
IFSP – Câmpus São Paulo
Membro da Banca

Prof. Dr. Henrique Marins de Carvalho
IFSP – Câmpus São Paulo
Membro da Banca

Profa. Dra. Laurita dos Santos
Universidade Brasil
Membro da Banca

"Seja a mudança que você quer ver no mundo".

Mahatma Gandhi

Aos Meus Pais

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, aos meus pais, Adão e Helena, pelo auxilio no meu processo de constituição como sujeito, que norteiam os meus valores e escolhas na vida. Aos meus irmãos, Elizete, Elisângela e Wellington, pela oportunidade de convívio e aprendizagem ao longo desses anos.

À minha orientadora, Professora Doutora Mariana Pelissari Monteiro Aguiar Baroni, pela forma encorajadora com a qual me auxiliou, possibilitando a concretização desse trabalho, meus sinceros agradecimentos.

Agradeço a toda equipe do Instituto Federal de São Paulo, em especial, aos docentes com os quais pude conviver e aprimorar meus conhecimentos.

Aos colegas de turma, que compartilharam comigo diversas reflexões e risadas ao longo do mestrado.

Agradeço profundamente ao diretor Braz Nogueira, pela inspiração de suas ideias e práticas que fortalecem em mim a convicção de que é possível construir uma educação transformadora. À equipe gestora e educadores da escola Presidente Campos Salles, que não arredam o pé frente aos desafios diários em defesa de uma educação emancipadora. Aos estudantes da escola, com os quais tenho o privilégio de conviver, que mostram a cada dia serem indivíduos com valores e potencialidades almejadas por um projeto de país mais igualitário, onde todos possam exercer de fato a sua cidadania.

RESUMO

Os avanços tecnológicos das últimas décadas estão provocando profundas mudanças na forma como o ser humano se relaciona com o mundo e com os seus pares. Observamos o redimensionamento do espaço e do tempo, com o rompimento de barreiras geográficas, imprimindo um acelerado ritmo de transformações em praticamente todo o globo terrestre, naquilo que muitos estudiosos vêm denominando como processo de globalização. A escola pública, importante conquista da sociedade moderna, configurando-se como uma das instituições imprescindíveis na efetivação da inclusão social, precisa rever suas práticas, muitas das quais datadas de uma configuração social ultrapassada, para promover cidadãos capazes de enfrentarem as demandas oriundas desse processo histórico. Nesse contexto, o presente trabalho investiga o emprego de recursos tecnológicos no ensino da matemática, por meio da metodologia de Resolução de Problemas. O panorama histórico e a forma como as recentes alterações dos meios de produção impulsionam a reorganização da sociedade justificam conceber o uso do computador como facilitador do processo de construção de conhecimento. O retrospecto da Resolução de Problemas aponta os direcionamentos que seguiu essa modalidade de ensino da matemática desde que foi elaborada e sistematizada por George Polya. O caminho adotado tomou por base considerações a respeito da finalidade da matemática como componente curricular, cuja formulação é a do ensino da matemática através da Resolução de Problemas. A questão norteadora objetiva elencar as contribuições e implicações dessa proposta pedagógica no ensino de algumas propriedades dos polígonos. Para tanto, elabora-se um roteiro de estudos, a partir de uma proposta de atividade em um ambiente de programação, denominada Desafios. Verifica-se, entre outros, a mediação como ação principal do educador, para um educando em processo de construção de conhecimento. Concluímos, entre outros, que, como proposta, os Desafios desenvolvem uma atitude matemática nos estudantes, ao criarem um ambiente de aprendizagem onde esses sintam-se encorajados a formularem hipóteses a partir de conhecimentos já elaborados, imprimindo estilos individuais e coletivos no processo investigativo de resolução de problemas instigantes.

Palavras-chave: Tecnologia na educação, Resolução de problemas, Polígonos.

THE USE OF SCRATCH IN THE METHODOLOGY OF PROBLEM SOLVING: a proposal for teaching some polygon properties through challenges

ABSTRACT

The technological advances of the last decades are causing profound changes in the way of humans relate to the world and their peers. We observe the resizing of space and time, with the breaking of geographical barriers, imparting an accelerated pace of transformations in practically all the terrestrial globe, in what many researchers have denominated as globalization process. The public school, an important achievement of modern society that becoming one of the institutions essential to the realization of social inclusion, needs to review its practices once many of which date from an outdated social configuration, to promote citizens capable of facing the demands arising from this process historic. In this context, the present work investigates the use of technological resources in the teaching of mathematics, through the methodology of Problem Solving. The historical panorama and the way in which the recent changes of the means of production impel the reorganization of the society justify to conceive the use of the computer as facilitator of the knowledge construction. The retrospective of Problem Solving points out the directions that have followed this modality of teaching mathematics since it was elaborated and systematized by George Polya. The path adopted was based on considerations about the purpose of mathematics as a curricular component, whose formulation is the teaching of mathematics through Problem Solving. The guiding question aims to list the contributions and implications of this pedagogical proposal in the teaching of some polygons properties. For this, a study guided is elaborated, based on a proposal of activity in a programming environment, called Challenges. There is, among others, mediation as the main action of the teacher for a student in the process of building knowledge. One of our conclusions, that as a proposal, the Challenges develop a mathematical attitude in the students, by creating a learning environment where they are encouraged to formulate hypotheses from already elaborated knowledge, imprinting individual and collective styles in the investigative process of solve instigating problems.

Keywords: Technology in education, Problem solving, Polygons.

LISTA DE FIGURAS

Pág.

Figura 2.1 – Esquema de aquisição de novos conhecimentos. 47
Figura 2.2 – Interação sujeito–computador na construção do conhecimento. 73
Figura 3.1 – Nomenclatura de pontos e retas no plano. 79
Figura 3.2 – Possibilidades de segmentos consecutivos. 81
Figura 3.3 – Região convexa (esq.) e não convexa (dir.). 81
Figura 3.4 – Regiões angulares do plano. 82
Figura 3.5 – Grau como unidade de medida de ângulo. 83
Figura 3.6 – Um polígono convexo de cinco vértices. 84
Figura 3.7 - Ângulos externos do polígono $A_1A_2A_3A_4A_5$ em A_1. 84
Figura 3.8 – Ângulos internos e externos de um triângulo. 85
Figura 3.9 – Polígono convexo de n+1 lados. 86
Figura 3.10 – Polígono de n+1 lados dividido por uma reta que passa por dois de seus vértices. 87
Figura 3.11 – Tela de acesso da plataforma *Scratch*. 90
Figura 3.12 – Interface do *Scratch*. 90
Figura 3.13 – Plano Cartesiano do Palco. 91
Figura 3.14 – Paleta de blocos do *Scratch*. 92
Figura 3.15 – Indicação de encaixe de blocos. 92
Figura 3.16 – Banco de projetos na plataforma *Scratch*. 92
Figura 3.17 – Interface da apresentação de um Desafio. 97
Figura 3.18 – Ambiente de Programação do 1° Desafio – 1° Bloco. 98
Figura 3.19 – Registros no ambiente de programação. 99
Figura 3.20 – Interface do 2° Desafio – 1° Bloco. 102
Figura 3.21 – Possibilidade de solução do 2° Desafio – 1° Bloco. 103
Figura 3.22 – Interface do 3° Desafio – 1° Bloco. 105
Figura 3.23 – Possível trajetória do 3° desafio – 1° Bloco. 106
Figura 3.24 – Possível trajetória não compatível com as condicionantes. 107
Figura 3.25 – Correspondência entre direções e ângulos. 108
Figura 3.26 – Verificação de comandos isolados no 3° Desafio - 1° Bloco. 108
Figura 3.27 – Linha poligonal gerada no 3° Desafio – 1° Bloco. 109
Figura 3.28 – Ângulo de rotação do *Sprite*. 110
Figura 3.29 – Possível solução para o 1° Desafio – 3° Bloco. 115
Figura 3.30 – Estrutura do bloco de recursões. 116
Figura 3.31 – Solução do 2° Desafio – 3° Bloco sem o bloco de recursões. 117
Figura 3.32 – Solução do 2° Desafio – 3° Bloco com o bloco de recursões. 117
Figura 3.33 – Uso ineficiente do bloco de recursão do 2° Desafio – 3° Bloco. ... 118
Figura 3.34 – Possível solução do 3° desafio – 3° bloco com o bloco de recursão. 122
Figura 3.35 – Possível solução do 3° Desafio – 3° Bloco sem o bloco de recursões. 122
Figura 3.36 – Eneágono gerado no 3° Desafio – 3° Bloco. 123

Figura 3.37 – Polígono gerado não correspondente ao esperado no 3° Desafio – 3° Bloco. 123
Figura 3.38 – Uso de diálogos no 3° Desafio – 3° Bloco.................................... 124

LISTA DE QUADROS

Pág.

Quadro 3.1 – Denominações de polígonos. 88
Quadro 3.2 – Possíveis interligações entre o modelo cíclico no ambiente de programação e as fases da Resolução de Problemas.. 94

SUMÁRIO

	Pág.
PREFÁCIO	21
1 INTRODUÇÃO	27
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA	31
2.1. Metodologia da Resolução de Problemas	32
2.1.1. Resolução de Problemas no Brasil	32
2.1.2. Histórico da Resolução de Problemas como metodologia de ensino	37
2.1.3. A heurística da Resolução de Problemas de Polya	48
2.2. Tecnologias na Educação	52
2.2.1. Informática Educativa no Brasil	53
2.2.2. O repensar a escola através das transformações da sociedade atual	61
2.2.3. O uso de tecnologias no processo de construção de conhecimento	66
3 UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA USANDO O *SCRATCH*	75
3.1. Qual a finalidade do ensino da geometria?	75
3.2 Algumas definições, conceitos e resultados a respeito dos polígonos	78
3.2. A linguagem de programação visual *Scratch*	88
3.3. Roteiro para aplicação de desafios	93
3.3.1. 1º Bloco de Atividades	95
3.3.2. 2° Bloco de Atividades	110
3.3.3. 3° Bloco de Atividades	112
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	125
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	129
APÊNDICE A – GUIA PARA O 2º BLOCO DE ATIVIDADES	133

PREFÁCIO

A temática a ser desenvolvida nesse trabalho está diretamente ligada às indagações que me vem surgindo no decorrer da minha experiência profissional como educador.

Ao finalizar a graduação em Licenciatura em Matemática, ingressei na rede pública de ensino de São Paulo em 2010. Após escolher a escola, resolvi, dias antes de começar a lecionar, visitá-la. O intuito era me familiarizar com os estudantes e a rotina da instituição e assim conceber um plano de aula para os primeiros dias.

Ao me apresentar à direção e informar a intenção daquela visita, tive como resposta a impossibilidade de levar a cabo tal pretensão, pelo fato da escola ter abolido a prática de ensino através de aulas expositivas a algum tempo. Ao invés disso, atuaria num salão de estudos, pautado numa prática pedagógica onde os estudantes se organizavam em grupos para realizarem roteiros de estudos elaborados por professores. Não haveria aulas, diziam-me, “porque entendemos que os estudantes devem, entre outras coisas, ter autonomia para decidir quando e por onde começar os seus estudos”. Se em determinado dia, um grupo de estudantes decidirem apenas por matemática ou ciências, cabe aos professores a mediação necessária para que alcançasse os objetivos propostos. Após essas considerações, fui convidado a visitar um dos salões.

Quando penso nesse episódio me vem sempre o trecho da música Sampa de Caetano Veloso: “É que Narciso acha feio o que não é espelho”. Se na música o compositor aponta a forma como a mente de um sujeito, nascido e criado em uma cidade pequena, respondeu frente à perplexidade em que se viu ao chegar num local com a complexidade de São Paulo, para um professor recém-formado, deparar-se com uma metodologia de ensino que lhe era estranha, a resposta não foi diferente. Acredito que ao contrário das demais profissões, a carreira docente traz a peculiaridade de todos os profissionais já trazerem uma vasta experiência, mesmo antes de atuarem como tais, adquirida ao conviverem e observarem, enquanto estudantes, com um considerável número de professores e formas de ensinar, consolidando, assim, modelos mentais, a que muitos se prendem pelo resto da vida profissional.

Dado o espanto da nova realidade apresentada, passei a buscar informações sobre as razões motivadoras de tais mudanças. Conforme fui adentrando a sua história e me envolvendo com sua dinâmica, de estranhamento passei a sentir uma profunda identificação.

Com a chegada do diretor Braz em 1995, a escola inicia uma fase de intensas transformações. Deparando-se com uma realidade cotidiana de violência em seus mais diversos aspectos, com um espaço apartado da comunidade à qual estava inserida, o diretor começa uma articulação com os líderes comunitários, na pretensão de reverter a situação. Com as ideias norteadoras: "A escola como centro de liderança e Tudo passa pela Educação", em pouco tempo, e com trabalho articulado, "o estigma que pesava sobre a escola – "escola dos favelados, marginais e baderneiros" começou a ser substituído pela denominação de "escola da comunidade"" (NOGUEIRA e MAZON, 2005, p. 15).

A integração junto à comunidade mostrou ser um agente efetivo na transformação e consolidação de uma realidade violenta em um espaço de gerenciamento de conflitos pelo diálogo. Surge daí, por exemplo, as Comissões Mediadoras, um espaço de participação efetiva dos estudantes nas decisões do cotidiano escolar.

Contudo, as práticas de ensino-aprendizagem não acompanharam essas transformações. Como apontou o diretor Braz,

> As práticas ou metodologias que predominam nas salas de aula vêm o aluno como um ser menor, incompleto. Cabe ao professor completá-lo com aquilo que ele pensa que o aluno precisa para ser gente. Ele não é visto como um ser integral capaz de tomar decisões, capaz de organizar-se para aprender tanto individual como coletivamente e portador de saberes de sua cultura (NOGUEIRA e MAZON, 2005, p. 20).

O modelo instrucionista, como em muitas outras escolas, resultava em um número elevado de evasão escolar, falta ou afastamento de professores, e resultados insatisfatórios em exames externos, utilizados pelos governos para verificar se metas educacionais estão sendo alcançadas. Diante desse quadro, a mudança do método de ensino aprendizagem passou a ter prioridade.

O caminho encontrado foi baseado na experiência da Escola da Ponte, em Portugal. Sua metodologia tem um caráter de democratização do ensino, cujos alicerces estão nos princípios de autonomia, responsabilidade e solidariedade. Princípios esses que foram incorporados pela nossa escola junto aos outros dois já mencionados.

A partir de debates que envolveram a comunidade e os profissionais que atuavam na escola, foi aprovada em setembro de 2005, pelo conselho escolar, uma nova proposta metodológica, desencadeando, desde a sua implementação, várias ações, entre elas, aquelas com as quais entrei em contato na minha visitação.

O notório do projeto da escola é a forma como responde aos constantes desafios próprios da área educacional. As demandas são vistas como oportunidades de reflexões sobre o fazer pedagógico, gerando reformulações das práticas vigentes. Os propósitos das ações têm conotação processual, ou seja, não se encerram na aplicação. Servem de insumos para que a comunidade escolar debata, nos mais diversos espaços e tempos, as suas práticas com vias a criar um currículo condizente à sua realidade. Assim, a escola a qual ingressei anos atrás, não é a mesma escola que atuo nesse momento e possivelmente, ao final desse trabalho, já terá uma nova configuração. É, portanto, mesmo para aqueles que estão, como eu, a um tempo atuando nela, um objeto de constante espanto.

Com o intuito de financiar a implantação de um projeto baseado na cultura digital em ambientes educacionais públicas com propostas inovadoras, em 2013, um grupo de instituições privadas convidou a escola para participar desse empreendimento. Como resultado, a escola conta hoje com um acervo considerável de equipamentos tecnológicos, em especial, notebooks e sinal de banda larga de internet. Além disso, colocou em pauta a inserção das tecnologias na educação. Não que fosse uma temática até o momento fora do escopo de interesses da escola. A novidade foi discutir com base não apenas em questões de ordem teórica ou especulativa, devido ao fato da informática na rede municipal de ensino, assim como, guardadas proporções, Papert nos informa sobre a implementação dos computadores nas escolas americanas, ter seguido uma lógica,

> onde fazia mais sentido colocar os computadores juntos numa sala – enganosamente denominada “laboratório de computação”- sob o controle de um professor de computação especializado. Agora, todas as crianças poderiam unir-se e estudar computação durante uma hora (PAPERT, 2002, p. 41).

A eliminação das restrições de tempo e espaço do uso das tecnologias vem remodelando os dispositivos pedagógicos. Um movimento onde a comunidade escolar tem o desafio de se inserir na cultura digital, dispondo para tanto, daquilo que lhe proporciona o poder de transformação - o par ação-reflexão.

Nesse contexto, houve várias reflexões sobre qual era a finalidade dos computadores nos salões de estudos, entre as quais, o risco de inseri-los em um formato, denominado por Valente, de informatização do processo instrucional. (VALENTE, 1995). Realizando pesquisas para buscar experiências e programas que não seguiam esse modelo, entrei em contato com o software *Scratch*. Elaborado por uma equipe de pesquisadores do MIT, o programa pretende apresentar a linguagem de computação para crianças e adolescentes. Com ele, é possível a criação de animações e jogos através do agrupamento de blocos, seguindo critérios lógicos, próprio dos algoritmos computacionais.

A proposta é nitidamente inspirada no LOGO, primeiro software voltado à educação sem um viés instrucionista. Tendo Papert como o seu principal porta-voz, o LOGO fazia parte de um movimento, cunhado pelo próprio Papert, de Construcionismo, concebido como:

> Assim, o Construcionismo, minha reconstrução pessoal do Construtivismo, apresenta como principal característica o fato de que examina mais de perto do que outros – ismos educacionais a ideia da construção mental. Ele atribui especial importância ao papel das construções no mundo como apoio para o que ocorreu na cabeça, tornando-se, desse modo, menos uma doutrina puramente mentalista (PAPERT, 2002, p. 128).

Dessa forma, programas de linguagem de programação visual, como o LOGO e o *Scratch*, são ferramentas com quais é possível concretizar, na forma de linhas de comandos, o modo de pensar dos estudantes.

Desenvolvendo oficinas com estudantes, tratando nelas de alguns conteúdos da matemática com o uso do *Scratch*, ficou evidente a necessidade de se buscar abordagens ancoradas em metodologias que potencializava a criatividade deles, pois, os modelos mentais tradicionais de ensino com os quais convivi quando aluno, se impuseram novamente na forma de tutorias e aplicação direta de conceitos formais de determinado assunto. Como resposta, aquele olhar vibrante e curioso que verifiquei em muitos ao apresentar o programa, se esvaeceu ao longo dos encontros, transformando-se num semblante de quem se sentiu ludibriado, obrigados a realizar no computador tarefas que já estavam cansados de fazer no caderno.

Neste sentido, apresento uma proposta de utilização do *Scratch* como ferramenta para o ensino de polígonos, no intuito de buscar novamente os olhares vibrantes e curiosos dos meus estudantes.

1 INTRODUÇÃO

Dentre as metodologias de ensino, uma que se tornou objeto de vários estudos nos últimos anos é a Resolução de Problemas. Após passar por diversas reformulações, a Resolução de Problemas pode ser concebida hoje como uma metodologia de ensino que busca, a partir de um problema concreto, o entendimento de conceitos matemáticos. Conforme afirma Onuchic (1999, p. 207):

> Ao ensinar matemática através da resolução de problemas, os problemas são importantes não somente como propósito de se aprender matemática mas, também, como um primeiro passo para se fazer isso. [..] O aprendizado, deste modo, pode ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo de conceito ou da técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com esses símbolos).

Na intenção de contribuir com inserção da cultura digital no ambiente educacional com abordagens significativas para processo de ensino-aprendizagem, esse trabalho propõe uma investigação acerca do uso de linguagem de programação através da metodologia de Resolução de Problemas, tendo como questão diretriz: **Quais são as contribuições e implicações do uso de linguagens de programação visual, através da metodologia de Resolução de Problemas, no processo de ensino-aprendizagem de algumas propriedades dos polígonos?**

Sabemos que o uso pedagógico de recursos tecnológicos ainda encontra diversos entraves para sua efetivação. Na realidade econômica de muitos países, a presença de computadores nas escolas é uma utopia. Em países como o Brasil, em processo de desenvolvimento mas que apresentam desigualdades sociais profundas, um projeto nacional garantidor, na esfera educacional, do acesso a esses dispositivos, necessita de muitos esforços para sair do papel.

Contudo, em centros economicamente desenvolvidos como Estados Unidos e países europeus, ou mais localmente, a cidade de São Paulo, a viabilidade financeira mostrou ser apenas o primeiro passo. Basta citar, a exemplo do que ocorre na Rede Municipal de Ensino de São Paulo, a estagnação do tempo destinado a atividades que envolvam algum tipo de uso de tecnologias durante período de permanência do estudante na escola, em geral, por volta de uma aula semanal de quarenta e cinco minutos. Duração essa oriunda de um momento onde o computador ainda era novidade, mantendo-se numa realidade na qual as relações sociais são cada vez mais intermediadas por dispositivos digitais, assim como as transições comerciais e os meios de produção.

Dessa forma, acreditamos no necessário repensar da inserção da cultura digital na dinâmica educacional das instituições de ensino, de modo a torná-la significativa. Cientes de que mudanças paradigmáticas no campo da Educação dependem de diversos fatores, envolvidos em complexas interligações, o presente trabalho é pautado na crença onde o esforço na elaboração de repertórios condizentes às novas realidades é um passo imprescindível nessa empreitada, que ao encontrar ressonância, é capaz de promover rupturas e novos arranjos dentro do circuito educacional.

Por ser calcado na elaboração de repertório, o presente trabalho é baseado numa pesquisa bibliográfica, tendo como principais objetivos:

- Elencar os significados da Resolução de Problemas como metodologia por meio de um breve estudo histórico;
- Explicitar em qual significado da metodologia de Resolução de Problemas a proposta do trabalho se assenta;
- Diferenciar os tipos de usos pedagógicos dos recursos tecnológicos;
- Explicitar a referência pedagógica norteadora do uso de recursos tecnológicos na proposta do trabalho;
- Propor uma correspondência entre a metodologia de Resolução de Problemas e o modelo pedagógico do uso de recursos tecnológicos, apresentando o conceito de Desafios;
- Elaborar um roteiro de aplicação de atividades, com propostas de Desafios e considerações vinculadas aos objetivos e possibilidades de exploração.

Diante dessas pretensões, o trabalho é organizado em quatro capítulos, sendo descrito a seguir as ideias centrais contidas em cada um deles:

- No primeiro capítulo, procuramos contextualizar brevemente a motivação, bem como a relevância da investigação a que propôs o trabalho, finalizando com a formulação da questão norteadora e dos objetivos específicos;

- No segundo capítulo, é elaborada uma revisão bibliográfica de pesquisadores da Resolução de Problemas como metodologia do ensino da matemática e dos usos de recursos tecnológicos na educação, apontando esses dois eixos para uma mesma concepção de processo de aprendizagem, o construtivismo, sobre o qual será tecido um breve comentário. O aporte teórico foi amparado também em documentos governamentais, tanto nacionais quanto internacionais;

- No terceiro capítulo buscamos compreender o relevante papel da Geometria como viabilizadora de habilidades de diversas naturezas, como as relacionadas à estética e ao raciocínio lógico. Apresentamos o tópico da Geometria a ser desenvolvido na proposta de atividades através da sua formulação em documentos oficiais, os PCN's. Apresentamos o roteiro de aplicação de atividades, estruturado em blocos com objetivos específicos.

- No quarto capítulo, tecemos as considerações finais e as perspectivas de trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA

Esse capítulo destina-se a apresentar e discutir o embasamento teórico, resultado de uma pesquisa estruturada a partir da investigação acerca da pergunta norteadora do presente trabalho, o qual torna possível a elaboração de um repertório pedagógico, viabilizando o desenvolvimento da proposição de ensino, cuja exposição é tema do próximo capítulo.

Apresentamos uma pesquisa com abordagem qualitativa, modalidade que, de acordo com Bogdan e Biklen (1982) *apud* Ludke e André (1986, p. 11), caracteriza-se, entre outros, por ter “o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento”. Supõe, portanto, uma relação estreita e prolongada entre o pesquisador e o objeto de estudo, por entender que este último é influenciado demasiadamente pelo o contexto no qual está inserido, e que não deve ser submetido a procedimentos que valem-se de manipulações por parte do pesquisador, como ocorre numa pesquisa laboratorial, e sim observado e estudado no ambiente natural onde sua ocorrência é identificada. Por essa razão, acreditamos na compatibilidade entre essa forma de abordagem e a natureza educacional do problema que o presente trabalho trata, de caráter dinâmico e condicionante ao ambiente no qual está inserido. Outra característica que coaduna com a natureza do objeto de investigação é o fato dessa modalidade ter por foco o processo e não no produto, preocupando-se em como objeto “se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações cotidianas” (LUDKE e ANDRÉ, 1986, p. 12).

Além da abordagem, como aponta Gil (2002), é necessário traçar um modelo conceitual e operativo da pesquisa com a intenção de promover a confrontação entre a visão teórica e os dados da realidade. O fator crucial é a determinação do procedimento utilizado na coleta de dados, que de acordo com esse mesmo autor, pode ser definido em função da fonte utilizada: “aqueles que se valem das chamadas fontes de “papel” e aqueles cujos dados são fornecidos por pessoas”. (GIL, 2002, p. 43). O procedimento adotado nesse trabalho encontra-se no primeiro agrupamento, a pesquisa bibliográfica.

Ainda que seja uma exigência de praticamente qualquer trabalho científico, essa modalidade de pesquisa diferencia-se por ser desenvolver “exclusivamente a partir de fontes bibliográficas” (GIL, 2002, p. 43). Outra forma de pesquisa que se assemelha à bibliográfica é a pesquisa documental. De acordo com Gil (2002), a distinção está na natureza da fonte. Enquanto a documental vale-se de um acervo que ainda não passou por um crivo analítico, passível de reelaboração de acordo com o objeto da pesquisa, a bibliográfica baseia-se em documentos oriundos da contribuição de diversos autores sobre o assunto em questão.

Partindo dessas considerações, tratamos inicialmente da metodologia da Resolução de Problemas e, em seguida, do uso de recursos tecnológicos na educação, a partir de nossa pesquisa bibliográfica.

2.1. Metodologia da Resolução de Problemas

Na Resolução de Problemas, começamos por traçar um panorama, em âmbito nacional, de questões relacionadas a esse assunto. Buscamos contextualizá-lo através de considerações a respeito do ensino da matemática presentes em documentos governamentais destinados à efetivação do direito à educação, na forma como vem sendo assimilada em pesquisas acadêmicas, encontrando nesta última, a linha de estudos desenvolvida pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas, da Unesp, que nos servirá de aporte teórico. Com isso, apresentamos um breve histórico dessa metodologia, vinculada a uma revisão da finalidade do ensino da matemática, com o intuito de explicitar as bases em que se sustenta. Por fim, voltada aos aspectos pedagógicos, a explanação e reflexão da proposição de George Polya, com a qual, juntamente com a linha de estudos acima citada, guia as estratégias das atividades propostas neste trabalho.

2.1.1. Resolução de Problemas no Brasil

A Lei de Diretrizes e Bases promulgada em 1996, importante marco no processo de consolidação do direito à educação prescrita na Constituição Federal, aponta para a necessidade de se construir uma formação básica comum com vista ao exercício da cidadania, pilar indispensável no projeto de uma nação com aspirações democráticas. Da mobilização em torno da estruturação de uma base comum, são elaborados os Parâmetros Curriculares Nacionais, contando para tanto, com seguimentos da sociedade civil, pesquisadores, educadores.

O debate a respeito do que é e como gerar ações que promovam uma educação de qualidade tem enorme complexidade, pois, além de abarcar concepções muitas vezes antagônicas sobre o tema, possui diversas variáveis, como o de infraestrutura e formação dos profissionais. Contudo, é primordial "colocar também, no centro do debate, as atividades escolares de ensino e aprendizagem e a questão curricular como de inegável importância para a política educacional da nação brasileira." (PCN, 1997, p. 13).

Dividido por áreas, visando assim, as caracterizações e objetivos específicos de cada componente curricular, os PCN´s constituem um referencial potencialmente relevante na promoção de reflexões e possibilidades para o ensino. Na Área de Matemática, destacamos dentre os princípios norteadores, dois com aspectos inclusivos e outros dois voltados ao processo de ensino-aprendizagem, respectivamente:

- A matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar;

- A matemática precisa estar ao alcance de todos e a democratização de seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente;

- A atividade matemática escolar não é "olhar para coisas prontas e definitivas", mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar a sua realidade;

- Aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão de significado; aprender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos.

Ao vincular a relevância do ensino da matemática ao contexto histórico da sociedade atual, cuja concepção de mundo possui um viés fortemente científico, pautada no uso de tecnologias cada vez mais sofisticadas, principalmente as de comunicação,

> Os PCN visam à construção de um referencial que oriente a prática escolar de forma a contribuir para que toda criança e jovem brasileiro tenham acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite, de fato, sua inserção no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura (ONUCHIC, 1999, p. 209).

Entendemos, portanto, que a apropriação do pensamento matemático configura-se como um direito, fundamental na inclusão de indivíduos na sociedade, e como tal, exige a mobilização de diversos setores na sua promoção, entre os quais, o do trabalho docente. Práticas metodológicas que induzem a um imaginário no qual apenas alguns possuem “aptidões natas” para a matemática, capazes assim de compreenderem o que se passa nas aulas, necessitam de reformulações, pois caso contrário, estarão atuando na manutenção das desigualdades sociais.

E quais práticas estariam a favor da democratização do ensino? Aquelas onde a matemática é desenvolvida não como uma coleção de “coisas prontas e acabadas”, cujo domínio é medido pela capacidade de reproduzi-la. É antes, um processo de construção e apropriação, deslocando o estudante de um papel passivo a um de compreensão e transformação da sua realidade, sendo a compreensão uma competência em tecer relações entre objetos ou acontecimentos.

Dentre as metodologias que se alinham a essa concepção, os PCN apontam o recurso à Resolução de Problemas. Essa forma de abordagem ainda é pouco permissiva no cotidiano escolar brasileiro. No entanto, mostrou-se um campo muito fértil às pesquisas acadêmicas em nosso país.

Umas das referências pioneiras é o Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas, o GTERP, formado em 1992, coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic. Instituído no Departamento de Matemática da UNESP, configurou-se como um verdadeiro polo de atividades de aperfeiçoamento, investigação e produção científica em Resolução de Problemas. As investigações empreendidas compreendem desde pesquisas de cunho acadêmico, ao atendimento aos docentes em busca de aperfeiçoamento em suas práticas.

Os fundamentos norteadores do grupo originam-se em um movimento iniciado nos Estados Unidos na década de 80. Nas duas décadas anteriores à citada, as propostas de ensino de matemática, em boa parte do mundo, orbitavam em torno de um entendimento de que o desenvolvimento do currículo escolar deveria se apoiar “em estruturas lógica, algébrica e de ordem, enfatizando a teoria dos números” (ONUCHIC e ALLEVATO, 2011, p. 78). Denominada Movimento da Matemática Moderna, a proposta foi ao longo do período perdendo força, não por suas concepções, que oportunizaram a discussão de certos consensos até então vigentes, e sim, como aponta D´Ambrósio (2012, p. 50)

> Lamentavelmente, tudo o que se fala da matemática moderna é negativo. Mas sem dúvida foi um movimento da maior importância na demolição de certos mitos então prevalecentes na educação matemática. Como toda inovação radical, sofreu consequências do exagero, da precipitação e da improvisação.

Diante desse quadro, foram surgindo abordagens alternativas, dentre as quais, a proposta do *National Council of Teacher of Mathematics* (NCTM), órgão estadunidense, traduzido como Conselho Nacional de Professores de Matemática, formulada no documento *An Agenda for Action*, traduzido como Uma Agenda de Ação, de 1980, no qual se pretende um retorno as concepções de ensino anteriores ao da matemática moderna, estabelecendo a resolução de problemas como principal foco no ensino.

Os esforços do NTCM proporcionaram progressos relevantes, culminando em documentos, conhecidos como *Standards*, que são referência nos estudos em Educação Matemática e base de muitas propostas governamentais para o ensino. Os próprios PCN são um exemplo disso.

A implantação da proposta teve alguns entraves iniciais. Não havia consenso e clareza em relação à abordagem a ser adotada da Resolução de Problemas com vias a garantir resultados satisfatórios no ensino. Isso, como aponta Onuchic (1999), decorre dos diferentes entendimentos sobre a principal recomendação do documento *An Agenda for Action*, de ser a Resolução de Problemas o foco do ensino. De acordo com Schoeder e Lester, (1989, *apud* ONUCHIC, 1999, p. 206), existem três maneiras de se abordar a Resolução de Problemas: (1) ensinar sobre resolução de problemas, (2) ensinar matemática para resolver problemas, e (3) ensinar matemática através da resolução de problemas.

Mais adiante, ao traçar um histórico da Resolução de Problemas, damos maior ênfase ao papel dos *Standards* e nas abordagens acima citadas. No momento, indicamos apenas que a concepção adotada pelo GTERP, e apontada nos *Standards 2000*, é a de ensinar através da resolução de problemas.

Em concordância com o entendimento de que aprender e ensinar são momentos indissociáveis, por isso um processo de ensino-aprendizagem e a avaliação, vista como um componente atuante no desenvolvimento desse processo nos moldes de uma avaliação contínua e formativa, a linha de pesquisa do grupo desenvolve-se através de uma Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, numa dinâmica onde

> Ao ter em mente um trabalho em que estes três elementos ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por todos (ONUCHIC, 1999, p. 207).

Por um lado, o estudante é levado a um processo investigativo não apenas das soluções, mas também dos métodos utilizados, pelo qual avalia a maneira como enfrenta um problema. Por outro lado, ao deslocar a avaliação da fase final, de onde assumia um papel julgador, e a inserindo no próprio processo, o professor a utiliza como reorientadora das práticas em sala de aula.

O presente trabalho compactua com essas ideias, as quais contribuíram no embasamento da proposta metodológica a ser desenvolvida.

As características dessa metodologia passam a ser investigadas a seguir, por meio de um panorama histórico. Buscando, ao final, as justificativas que a tornam um importante ferramental nas aspirações educacionais acima discutidas.

2.1.2. Histórico da Resolução de Problemas como metodologia de ensino

Situar a Resolução de Problemas numa perspectiva metodológica é, dentro do âmbito da Educação Matemática, proporcionar reflexões ou proposições em torno da questão: Como ensinar matemática? Anterior a ela, há outra de caráter mais fundamental, evitada ou implícita muitas vezes nos debates, mas necessária, pois condiciona a primeira: Por que ensinar matemática? Com isso, é imprescindível tecermos considerações a essa questão antes de tratarmos propriamente da Resolução de Problemas.

Devido à complexidade, abarcando diferentes modalidades de abordagem, delimitamos a análise no contexto das reformas do ensino no século XX. A escolha por este período justifica-se uma vez que este tratou de profundas transformações sociais, demandando novas ações das políticas educacionais, as quais influenciam as concepções e debates atuais sobre o assunto.

O século passado foi palco dos desdobramentos de eventos iniciados com o declínio da Idade Média, onde cidades italianas deram inicio à retomada do comércio através da abertura de rotas marítimas. O mercantilismo ganha impulso com a chegada dos europeus em solo americano, possibilitando um acúmulo de riquezas, que dará, tempos depois, subsídios ao processo de industrialização. Começa a predominar uma interpretação quantitativa da natureza, a partir dos trabalhos de pensadores como Galileu e Newton, culminando no domínio dos fenômenos eletromagnéticos e nucleares, cujo emprego no desenvolvimento de artefatos moldou substancialmente a sociedade contemporânea.

No decorrer desse processo, a finalidade, bem como a quem se destinava o ensino da matemática modificaram-se, pois

> Ao passar de uma sociedade rural, onde “poucos precisavam conhecer matemática” para uma sociedade industrial onde mais gente “precisava aprender matemática” em razão da necessidade de técnicos especializados, daí para uma sociedade de informação onde a maioria das pessoas “precisa saber matemática” e agora, caminhando para uma sociedade do conhecimento que exige de todos “saber muita matemática”, é natural que o homem se tenha interessado em promover mudanças na forma de como se ensina e como se aprende matemática” (ONUCHIC, 1999, p. 200) .

As mudanças das estruturas produtivas e sociais respaldaram a universalização do ensino. A sua implantação, no entanto, não tardou a demonstrar preocupações,

> [...] o ideal da educação de massa, isto é, educação igual e para todos, independente de classe social e econômica, começou a dominar os ideias e aspirações políticos dos países a partir da Segunda Guerra Mundial. Vinte anos após, os efeitos ilusórios e algumas vezes negativos dessa política sentem-se em muitos países, o que também contribui para o clima questionador e consequentemente a mudança qualitativa a que nos referimos (D'AMBRÓSIO, 1998, p. 12).

Uma proposta como esta, de se universalizar o acesso ao ensino, mas, a partir de uma concepção de ensino moldada historicamente por grupos sociais privilegiados, e, portanto, imbuída de seus valores, transformou-se em um instrumento de dominação, presente ainda hoje nos sistemas educacionais.

Especificamente na matemática, essa problemática, de acordo com D'Ambrósio, passou a ter espaço nos debates da comunidade acadêmica, na forma de conferências e congressos internacionais, que até a década de 60 tinham por foco questões ligadas aos conteúdos. As concepções do ensino da matemática começam a sofrer mudanças qualitativas, implicando nas reformulações dos princípios, finalidades e estratégias do ensino da disciplina.

No livro Etnomatemática (D'AMBROSIO, 1998), D´Ambrósio nos fornece uma importante reflexão sobre a finalidade da disciplina, numa visão sociocultural, formulada na seguinte indagação: Por que se ensina matemática nas escolas com tal universalidade e intensidade? Ele sintetiza, na forma de questionamentos, cinco justificativas normalmente encontradas para a pergunta acima. Três com características denominadas pelo autor como internalistas, onde a própria disciplina é motivo de se ensiná-la:

- Por sua beleza intrínseca com construção lógica, formal etc.?
- Por sua própria universalidade?
- Porque ajuda a pensar com clareza e a raciocinar melhor?

Pretender que todos tenham acesso e dispender boa parte do tempo escolar ao seu ensino apenas por seus atributos estéticos, não parece uma boa justificativa, pois se assim fosse, deveria se dar a mesma importância à pintura ou à música, as quais, tem grande apreço e possuem estruturas lógicas em suas concepções.

A pintura e a música estão presentes em qualquer sociedade, contudo não recebem o mesmo tratamento no ensino formal que a matemática. Não é sustentável, com isso, a legitimação em tamanha ênfase ao ensino matemática apenas por sua natureza universal.

Se a matemática tem o potencial de desenvolver capacidades cognitivas, como a clareza de pensamento e raciocínio, assim também os têm muitos jogos eletrônicos. No entanto, não fazem parte da vida escolar, são vistos, na melhor das hipóteses, como conteúdo de entretenimento.

Esse tipo de solução encontrada, justificar a matemática pela matemática, é muito comum em escolas quando estudantes trazem tal questionamento. Assim como para eles, que lançam um olhar desconfiado com essas respostas, longe de legitimar, é um indicativo de imposição.

Se as de características internalistas são insuficientes, na outra ponta, verificamos nas justificativas de natureza externalista, a partir da análise do autor, o desvelamento de estruturas de dominação:

- Por ser parte integrante de nossas raízes culturais?
- Por ser útil?

Atribuir à matemática consolidada no currículo de praticamente todos os países a uma identidade cultural é desconsiderar o programa “civilizatório” encabeçado por países europeus, iniciado na expansão marítima, processo histórico já mencionado. Será que a matemática infinitesimal newtoniana pertence às raízes culturais dos povos asiáticos ou dos índios brasileiros? Ou encontra respaldo num processo político e econômico de dominação?

O currículo de História, por exemplo, foi durante muito tempo em nosso país construído a partir da concepção europeia. A África Subsaariana só figurava nas páginas dos livros a partir de meados do século XVI, com o início da colonização das Américas, ao fornecer mão de obra escrava. A promulgação da Lei 10.639/03, estabelecendo a obrigatoriedade do ensino de história e cultural afro-brasileiras no currículo nacional, é um claro movimento no sentido de reconstrução de uma realidade imposta e aparentemente imutável.

Não menos reveladores são os apontamentos acerca do discurso da finalidade utilitarista conferidas ao ensino. A matemática presente nas escolas tem servido à seleção social, daqueles que serão úteis na manutenção do poder. Útil, portanto, na manutenção de desigualdades e injustiças socioeconômicas entre e dentro dos países. Basta ver o acesso às instituições públicas de ensino superior, através das provas dos vestibulares, com o grau de dificuldade exigido nas questões dependendo da demanda pelos cursos. Estuda-se com afinco na esperança de obter os pontos necessários, garantindo a vitória na competição por uma vaga.

As considerações de D'Ambrosio não tem o propósito de desqualificar ou deslegitimar a matemática como componente curricular. Se assim fossem, estariam na contramão das demandas sociais decorrentes do uso massivo das tecnologias, o que tornaria as escolas ainda mais distanciadas da realidade. Ao contrário, servem de ponto de partida ao debate sobre um ensino alinhado aos princípios democráticos de igualdade e de uma formação capaz de engendrar posturas críticas e não servis. A finalidade do ensino da matemática será, dentro desses moldes, o da promoção de indivíduos capazes de compreender e agir no mundo.

Para ser útil, deve instrumentalizar para a vida, capacitando os estudantes no manejo de situações reais, com características perenes e diversificadas. E instrumentalizar para o trabalho, possibilitando novas abordagens com o uso de tecnologias, por exemplo.

Deve se considerar as raízes culturais da comunidade na qual a escola está inserida. Com isso, a imposição de um pensamento único, amparado no modelo consagrado por Euclides (ROMANATTO, 2012) deve ser flexibilizado pelo educador, respeitando as diversas maneiras de matematizar, advindas do repertório cultural dos estudantes, dando-lhes confiança e reconhecimento naquilo que conhecem. Tal postura redefine, consequentemente, a própria ação do educador na sua dinâmica de sala de aula, passando de impositiva, a uma proposta dialógica e mediadora:

> Para o educador-educando dialógico problematizador, o conteúdo programático da educação não é uma doação ou uma imposição – um conjunto de informes a ser depositado nos educandos, mas a devolução organizada, sistematizada e acrescentada ao povo, daqueles elementos que este lhe entregou de forma desestruturada (FREIRE, 2005, p. 96).

Da mesma forma, quando se pensa em justificativas internalistas, a intenção é propor reformulações que as tornem significativas. A imposição do modelo euclidiano no ensino não obteve êxito quanto à finalidade de auxiliar no desenvolvimento do pensar com clareza ou do raciocinar melhor. Ao contrário, promoveu um bloqueio para aqueles, a maioria, que não se identificaram com esse método. Criando uma classe minoritária daqueles com "dom" para matemática, o do restante, que lançam mão de artifícios no percurso escolar, como decorar fórmulas ou exercícios para fazerem provas.

Argumentar a respeito de suas características estéticas como se fossem observações imediatas ao se apresentar, por exemplo, um resultado como o teorema de Pitágoras, não passará de mais um recurso na consolidação da matemática acessível a poucos. Promover diversas situações de apreciação, não com a pretensão de se ensinar, mais de possibilitar o aprimoramento da sensibilidade, estabelecendo possíveis pontes entre a arte e as construções lógicas, pode ser uma maneira de explorar os aspectos estéticos da matemática em prol de um estreitamento entre a disciplina e as redes de significações construídas pelos estudantes.

A partir dessas reflexões, D'Ambrosio desenvolve uma ousada, porém lúcida, proposta alternativa de currículo. Tal empreitada foge ao escopo do presente trabalho, na pretensão apenas em delinear uma proposta metodológica. Vincular o propósito de se ensinar matemática aos preceitos democráticos, implica na adoção de metodologias com potencial de desencadearem processos com vistas a tal finalidade, uma vez que:

> [...] somos então levados a atacar diretamente a estrutura de todo o ensino, em particular a estrutura do ensino da matemática, mudando completamente a ênfase do conteúdo e da qualidade de conhecimentos que a criança adquira, para uma ênfase na metodologia que desenvolva atitude, que desenvolva capacidade de matematizar situações reais, que desenvolva capacidade de criar teorias adequadas para as situações mais diversas, e na metodologia que permita o recolhimento de informações onde ela esteja, metodologia que permita identificar o tipo de informação adequada para certa situação e condições para que sejam encontrados, em qualquer nível, os conteúdos e métodos adequados (D´AMBRÓSIO, 1986, p. 14-15).

Traçaremos um histórico da Resolução de Problemas com o objetivo entender a evolução das concepções de ensino e como, ao se tornar uma metodologia, possibilita a condução de um trabalho baseado nas acepções até então discutidas.

De acordo com Onuchic (1999), as reformas do ensino da matemática ao longo do século XX podem ser divididas em quatro momentos, cada qual com premissas muito bem definidas. O primeiro momento data do começo do século e tem como principal característica a noção de que a memorização era o principal instrumento no processo de aprendizagem. No cotidiano escolar, os estudantes deveriam repetir aquilo que o professor informava, conceitos ou exercícios, seja por meio da oralidade ou escrita. A avaliação era através da aplicação de teste, por onde se media o quanto o estudante conseguia reproduzir o que lhe foi informado. Um exemplo que se enquadra nesse modelo é a prática de se fazer chamada oral da tabuada.

Há um entendimento implícito nesse modelo que tomam os estudantes como seres desprovidos de pensamentos próprios, e que por isso existia a necessidade de lhes imprimirem, como numa folha em branco, conteúdos enrijecidos. O professor era o detentor do conhecimento. Em pequenas doses diárias, transmitia os conteúdos aos estudantes, e quanto maior era a capacidade de assimilação, maior sucesso era conferido. Certo que alguns desses estudantes conseguiam entender o que faziam.

Mas a maioria, como se mostrou na prática, esquecia ou mesmo não atribuía sentido a todo aquele repertório[1].

Tempos depois, o modelo da repetição perde espaço para um ensino voltado à compreensão. Os esforços são direcionados na intenção dos estudantes entenderem o que estavam fazendo. Dentro dessa perspectiva, a Resolução de Problemas começa a ganhar contornos de um meio pelo qual se aprende matemática, tomando como principal referência o livro *How to solve it*, de autoria de George Polya, publicado em 1945.

Mesmo com uma ruptura abrupta das concepções anteriores, o que se apresentou foi a manutenção de práticas pedagógicas centradas no professor. O conhecimento continuava em moldes rígidos, como um produto acabado e não submetido a um processo de construção pelos estudantes. Isso porque, em parte, os professores não tiveram devida preparação para as novas assertivas e adaptaram-nas a partir de práticas docentes arraigadas.

As pesquisas sobre a Resolução de Problemas no ensino, em grande parte, enfatizavam a crença de que o seu desenvolvimento teria uma relação proporcional à quantidade de problemas resolvidos. A atenção estava centrada nos resultados e não aos processos.

Os equívocos na implantação da proposta que tomava a compreensão como diretriz levou a um esgotamento, abrindo espaço a uma reestruturação do ensino, influenciada por um movimento, cujos aspectos principais já citamos anteriormente, denominado Matemática Moderna.

A Matemática Moderna baseava-se numa interpretação formal da disciplina, consolidada pela Teoria dos Conjuntos. A matemática era apresentada como um

[1] Usamos o tempo no pretérito neste parágrafo por entendê-lo como um paradigma datado. Sabemos, contudo, da manutenção em muitas escolas de práticas embasadas na crença da repetição e memorização nos dias atuais.

conhecimento constituído de estruturas lógicas, expressa através de linguagem algébrica e topológica.

Nas duas propostas anteriores, o professor era a fonte segura da informação e do conhecimento. Com preocupações excessivas em manipulações simbólicas e emprego de terminologias complexas, próprio de uma realidade acadêmica, que consagra o desenvolvimento de uma linguagem universal, concisa e precisa, o próprio docente se sentia deslocado da posição que lhe fora atribuída, pois muitas vezes era inseguro daquilo que falava. O significado da matemática distanciava-se dos estudantes, na medida em que despendiam muito esforço na tentativa de construir uma semântica a partir de uma sintaxe desconectada de sua realidade.

Esse movimento teve ampla abrangência entre as décadas de 60 e 70. Na segunda metade desse período começam a ganhar espaço, de acordo com os apontamentos anteriores, preocupações com um ensino vinculado aos anseios de uma sociedade composta por cidadãos conscientes do seu lugar no mundo, que possam fornecer subsídios na inserção destes no mundo do trabalho, o qual começava a se remodelar, com a inserção de tecnologias nos mais diversos setores da economia e da comunicação.

A Resolução de Problemas e suas implicações no currículo passam a ser objeto de investigação durante os anos 70, sendo, ao final dessa década, considerada uma proposta plausível aos novos anseios do ensino da matemática. Prova disso é a publicação, em 1980, do documento *An Agenda for Action: Recommendation for Mathematics of the 1980´s*, pelo National Council of Teacher of Mathematics, o NCTM.

O documento apresenta um quadro de recomendações, norteadoras de um movimento em busca da melhoria do ensino da matemática. A primeira delas coloca a Resolução de Problemas como principal foco na agenda dos anos 80. Sendo que

> o desenvolvimento da habilidade em resolução de problemas deveria dirigir os esforços dos educadores matemáticos por toda essa década e que o desempenho em saber resolver problemas mediaria a eficiência de um domínio, pessoal e nacional, da competência matemática (ONUCHIC, 1999, p. 204).

Segundo Allevato (2014), as novas diretrizes propostas pelas recomendações alavancaram um considerável aumento nas pesquisas sobre o tema, com o termo “resolução de problemas” passando a ser utilizado com frequência em livros de matemática. No entanto, como ressalta Onuchic (1999), havia falta de coerência no entendimento sobre o significado da Resolução de Problemas ser o foco do ensino. De acordo com Schoeder e Lester (1989, *apud* ONUCHIC, 1999, p. 206), ao final da daquela década, era possível constatar três concepções a esse respeito:

1. Ensinar sobre a Resolução de Problemas;
2. Ensinar para a Resolução de Problemas; e
3. Ensinar através da Resolução de Problemas.

Quando se pretende ensinar sobre a Resolução de Problemas, a atenção é voltada aos seus aspectos teóricos, conferindo contornos de disciplina, com conteúdo próprio a ser ensinado. O livro *How to solve it*, de Polya, é o principal exemplo disso. Nele, é claro o propósito em atribuir uma estrutura coerente ao tema, na intenção de ensina-la.

Na transposição desse arcabouço teórico para o ambiente escolar,

> prevalecia a recomendação da adoção e domínio de estratégias, e muitos entenderam que esse domínio seria atingido pela repetição. O aluno era submetido a longas listas de problemas semelhantes uns aos outros, visando promover a fixação do caminho adotado para se chegar à solução (ALLEVATO, 2014, p. 213).

É conferida uma finalidade específica ao ensino da matemática quando se pretende ensinar para a Resolução de Problemas. Dentro dessa visão, o professor deve organizar os conteúdos de modo a habilitar os estudantes a resolver problemas. Ensinar é sinônimo de instrumentalizar, destacando os aspectos utilitários da matemática.

Os conceitos são introduzidos de forma a servirem de ferramental na abordagem de um problema em um dado contexto. O foco passa a ser o desenvolvimento nos estudantes da habilidade de transferirem o que aprenderam em situações com contextos diferentes.

Essa concepção, segundo Allevato (2014), é a mais presente em salas de aulas atuais, bem como nos livros didáticos. Existe o entendimento nessa abordagem de que resolver problema prescinda de aprendizagem de conteúdo. Numa dinâmica, concebida por Van de Walle, (2001, *apud* ALLEVATO, 2014, p. 213), como “paradigma do *teach-then-solve*”, caracterizada por uma “abordagem em que há uma nítida separação entre o que é ensinar Matemática e o que é resolver problemas, realizados nessa ordem” (ALLEVATO, 2014, p. 213).

Quando entendida como uma via para se ensinar matemática, a Resolução de Problemas configura-se numa metodologia. De acordo com Allevato (2014), as implicações desse modelo procedimental passaram a ter destaque em estudos a partir da década de 90. Devido, principalmente, às publicações do NTCM, como o documento *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*, traduzido por Padrões curriculares e de avaliação em matemática escolar, de 1989.

Juntamente com *Professional standards for teaching mathematics*, de 1991, e o *Assessment standards for school mathematics*, de 1995, traduzidos, respectivamente, por “Padrões profissionais para o ensino da matemática” e “Padrões de avaliação para a matemática escolar”, constituem importantes marcos ao que ficou conhecido como movimento dos Padrões ou Era da Reforma em Matemática (NTCM, 2009, p. 20). Nos Padrões Profissionais há a recomendação de que matemática é de qualidade e significativa quando pensada para todas as crianças, combatendo o viés de exclusão no ensino. Nos Padrões de Avaliação pensa-se a avaliação como componente do processo de ensino-aprendizagem, e não como uma medidora de eficiência. São premissas que nortearam os documentos oficiais de muitas nações, entre elas o Brasil, quando da formulação dos PCN.

Os Padrões tiveram embasamento em pesquisas sobre a aprendizagem numa perspectiva construtivista: “O trabalho de Piaget e de outros psicólogos do desenvolvimento ajudaram a concentrar as pesquisas em como as crianças podem aprender melhor a matemática” (VAN DE WALLE, 2009, p. 20).

A atualização dos Padrões no ano 2000, com a publicação do *Principles and standards for school mathematics*, traduzido por Princípios e padrões para a matemática escolar, estabelece a Resolução de Problemas como um dos cinco padrões de procedimentos, entendidos como processos pelos quais os estudantes devem desenvolver e usar conhecimentos matemáticos.

A Resolução de Problemas como proposta metodológica se alinha ao modelo construtivista, na medida em que, como aponta Santos (2011, *apud* ALLEVATO, 2014, p. 214),

> [...] a aquisição de novos conhecimentos está estreitamente ligada ao processo de interação entre o sujeito e o objeto de estudo; em matemática costumamos dizer que o aluno aprende pela resolução de problemas, e não escutando o professor relatar esse objeto em sua aula.

Defronte a uma situação onde não lhe são dados atalhos ou artifícios, o estudante mobilizará seus conhecimentos na pretensão de solucionar o problema. A constatação de insuficiência ou mesmo de contradições de seus conhecimentos estruturados, quando aplicados na investigação, causará um conflito, que será a força motriz na busca de novas formas de abordagem, levando-o a construir novos conhecimentos para solucionar o problema.

Conforme o esquema apresentado por Santos (Figura 2.1) destaca-se o fato de não ser o conhecimento formal o ponto de partida, pois, "um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado" (ALLEVATO, 2014, p. 215).

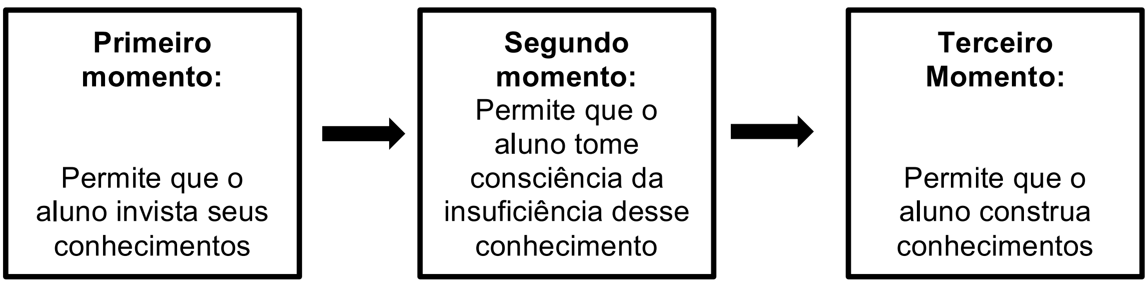


Figura 2.1 – Esquema de aquisição de novos conhecimentos.
Fonte: Adaptada de Santos (2002, p. 15).

Acreditamos que por esse enfoque, o estudante se responsabiliza pelo seu conhecimento, contribuindo no desenvolvimento de sua autonomia ao atribuir considerável relevância aos processos do indivíduo para matematizar, possibilitando uma aprendizagem significativa. Aqui, entendemos por aprendizagem significativa não apenas no sentido cognitivo, de considerável domínio de conteúdos, mas também aquela capaz de ser inserida no cotidiano, de utilizada na crítica e interpretação da realidade, à serviço de uma matemática cuja finalidade seja a de promover inclusão, de buscar soluções aos complexos problemas sociais.

O processo histórico nos forneceu subsídios para justificar a escolha da Resolução de Problemas como metodologia adequada à direção da finalidade concebida ao ensino, a qual foi delineada no início da seção. Passaremos a seguir a investigar os processos próprios dessa metodologia, tomando como base as ideias do pensador George Polya, cujas colaborações são uma das mais influentes nas pesquisas nessa área, com o propósito em dar suporte à proposta de atividade a ser desenvolvida adiante.

2.1.3. A heurística da Resolução de Problemas de Polya

No capítulo 3 do livro *How to Solve it: A New Aspect of Mathematical Method,* lançado no Brasil com o título “A Arte de Resolver Problemas: Um novo aspecto do método matemático”, há um dicionário onde são discutidos, com maior profundidade, os termos cruciais da proposta de Polya para o ensino.

No verbete sobre Heurística consta como finalidade: “O objetivo da Heurística é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção” (POLYA, 1995, p. 86). O verbete Heurística Moderna aponta que nesse estudo busca-se “compreender o processo solucionador de problemas, particularmente as operações mentais, típicas desse processo [...]” (POLYA, 1995, p. 87).

A Heurística enquadra-se em um campo metacognitivo, ao pretender a compreensão dos processos mentais presentes numa situação de resolução de algum problema. Quando, conta a lenda, o rei solicitou a Arquimedes que descobrisse se a sua coroa era ou não de ouro maciço, qual terá sido o processo mental que este experimentou daquele instante ao momento em que exclamou: “Eureka!”? É uma indagação própria da Heurística.

Polya propõe em seu livro um procedimento didático atrelado à Heurística por ele formulada, dividido em quatros fases dos processos mentais que ocorrem de maneira peristáltica, capazes de organizar e definir o trabalho dos estudantes, bem como a atuação dos professores quanto a utilização de Resolução de Problemas em ambientes educacionais.

A primeira fase é a **compreensão do problema**. Nela, existe a necessidade de compreensão e desejo. Este último merece destaque, pois concebe uma dimensão muitas vezes negligenciada no ensino. Há um pressuposto de que o estudo em si, de qualquer disciplina, causa disposição no estudante, ou ainda, atribui-se à aprendizagem escolar uma obrigação, pouco sujeita aos aspectos afetivos. Como Polya informa: “É triste trabalhar para um fim que não se deseje” (POLYA, 1995, p. 4). Mas é possível, na dinâmica escolar, abrir espaço para isso?

A principal atribuição do professor, de acordo com Polya, é auxiliar os estudantes. A eles, devem se dirigir um maior número de experiências pelo trabalho independente. A possibilidade do desejo por aquilo que estão fazendo está na forma como o professor, segundo o autor, deve auxiliar o estudante: o agir com naturalidade: “O professor deve colocar-se no lugar do aluno, perceber o ponto de vista deste, procurar compreender o que se passa em sua cabeça [...]” (POLYA, 1995, p. 1), e que deve haver uma curadoria, onde “O problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil, nem muito fácil, natural e interessante, e um certo tempo deve ser dedicado à sua apresentação natural e interessante” (POLYA, 1995, p. 1).

Em relação à compreensão, o estudante precisa ter entendimento do enunciado do problema, de modo que esteja em condições de identificar as partes principais do texto, quais sejam, a incógnita, os dados, as condicionantes. Nessa fase, cabe ao professor perceber se o processo mental de identificação ocorreu. Caso necessário, deve induzi-lo através de indagações do tipo: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? Dependendo da maturidade dos estudantes, pode-se juntar àquelas, já nessa fase preparatória, a indagação: É possível satisfazer a condicionante?

Feita a compreensão e elencado as informações necessárias, a próxima fase é o **estabelecimento de um plano**. O plano configura-se, de maneira exemplificada, na determinação de quais cálculos serão necessários, ou de quais desenhos são necessários para se resolver a incógnita, a depender da natureza do problema. O percurso da compreensão à definição de um plano pode ser o mais longo e tortuoso da empreitada. Como bem sabemos, não existe controle sobre o tempo necessário para maturação da ideia. Pode ser advinda de um processo de infrutíferas tentativas ou de um súbito lampejo.

Como já traçou ou conhece um caminho trilhado, o professor pode identificar como auxílio o fornecimento de atalhos na forma de entrega de informações da resolução que conhece. Mas será essa ação um auxílio? Será que não trará o entendimento de que, como o professor conhece a solução, não há necessidade de se dispender muito esforço para um problema resolvido? Não se estará induzindo a ideia da existência de apenas um caminho, sendo que este deve ser homologado pelo professor?

A proposta de Polya não segue essa direção, pois não está interessado na resolução de um problema em específico, mas sim no processo mental atribuído. Começa pelo exercício introspectivo do docente: “Para sentir a posição do estudante, o professor deve pensar na sua própria experiência, nas dificuldades e sucessos que ele mesmo encontrou ao resolver problemas” (POLYA,1995, p. 6).

Uma boa ideia pode ser originada em experiências passadas ou em conhecimentos prévios. Talvez a ideia de se ensinar matemática para a Resolução de Problemas encontre embasamento nessa afirmação. No entanto, Polya já adverte para o fato de ser uma condição necessária, porém não suficiente: “Não bastam os materiais para a construção de uma casa, mas não podemos construí-las sem lançar mão dos materiais necessários” (POLYA, 1995, p. 6). Assim, uma indagação do tipo: “Conhece um problema correlato?”, poderá ser uma alternativa de início de trabalho.

Não há garantias de sucesso ao se adotar esse caminho, como acontece a um matemático, que tenta demonstrar uma proposição em aberto e não encontra similaridades com outros resultados como meio de soluciona-lo. Outra estratégia seria tentar transforma-lo ou mesmo modifica-lo. Provocando tal abordagem com indagações: “É possível reformular o problema?”. Não existem, novamente, garantias de sucesso. É um momento onde, possivelmente, outros atributos precisam ser estimulados, como a persistência e o encorajamento.

Formulado o plano, o próximo processo é o de **executá-lo**. Mesmo que aparentemente trata-se de um momento mais prático, poderá proporcionar importantes considerações a respeito da maneira como o estudante procede na aplicação do plano: se possui um olhar atento em que cada passo e de que forma se convence da necessidade de correções.

Polya salienta que a autonomia de execução do plano está estreitamente relacionada à sua concepção. Se recebido pronto ou o aceitou por influência do professor, serão grandes as chances do estudante esquecê-lo. Assim, o problema se tornará um elemento estranho, sem muita significância, incorrendo em um tarefismo.

Aplicado o plano, a atitude mais esperada é a do estudante simplesmente dar-se por satisfeito, encerrando a atividade. Na contramão, Polya propõe a última fase, denominada **retrospecto**. Nela, cabe aos professores sensibilizar os estudantes a uma das principais características de um problema matemático, servindo de mola propulsora da evolução dessa ciência: “Um bom professor precisa compreender e transmitir a seus alunos o conceito de que problema algum fica completamente esgotado” (POLYA, 1995, p. 10).

É sempre conveniente um exame de verificação do argumento empreendido na resolução, principalmente se este foi trabalhoso. O estudante pode mesmo encontrar um forma rápida de verificação, o que configuraria um processo de síntese, possível apenas quando se tem apropriação do objeto de estudo.

“Vários caminhos levam a Roma”, já dizia o ditado. Como professor, muitas vezes nos deparamos com estudantes questionando qual era a resolução correta, quando havia mais de uma disponível entre eles. Atitude, possivelmente, consequente de uma matemática mecanicista, em que não há espaço para a criatividade. O momento do retrospecto abre possibilidades de resoluções ao se indagar: É possível chegar ao resultado por outro caminho? Seja valorizando a criatividade, imprimindo uma marca pessoal na resolução, ou para confirmar a solução, é de real valor oportunizar momentos da plasticidade do pensamento matemático.

Outra possiblidade nessa fase é a expansão do campo de compreensão de um tópico ao se criar pontes, imaginado como a solução desse problema poderia ser aplicada a outros problemas ou contextos, perguntando aos estudantes, por exemplo, “é possível utilizar o resultado, ou método, em algum outro problema?”. A história da matemática está repleta de episódios onde o seu progresso deveu-se a pontes entre os vários campos de estudos - é próprio da natureza do pensamento buscar ligações ou redes entre os diferentes tipos de conhecimentos. No entanto, a interligação é um dos grandes desafios do ensino, acostumado a uma visão atomista dos conteúdos.

As considerações ao longo da exposição sobre os aspectos histórico, proposital e estrutural da Resolução de Problemas como metodologia de ensino da matemática apontaram caminhos que nortearam as propostas de atividades mais adiante. Passamos a seguir a discutir questões relativas à inserção de recursos tecnológicos em ambientes educacionais, revelando as bases nas quais estaremos utilizando de forma pedagógica tais recursos.

2.2. Tecnologias na Educação

Neste tópico discutiremos a inserção e usos de tecnologias nos ambientes educacionais. Inicialmente, se faz necessário uma delimitação, uma vez que o termo “tecnologias” comporta uma ampla rede de significados. Mesmo que a investigação se insira em um contexto educacional, tal especificação ainda possibilitaria um considerável leque de abordagens, abrangendo desde o seu emprego na promoção de políticas inclusivas de indivíduos com necessidades especiais, até a potencial eficácia no gerenciamento da efetivação do direito ao acesso à educação em determinadas regiões através de cruzamentos de dados. Contudo, não é nossa intenção elencar e discutir os mais diferentes significados e usos, e sim, especificar o emprego que faremos do termo “tecnologias” no contexto escolar, situando o ponto a partir do qual desenvolveremos a concepção a ser a adotada na proposta do presente trabalho.

O enfoque que nos interessa será a utilização das tecnologias no processo de ensino-aprendizagem através da Informática Educativa, a qual

> [...] refere-se à inserção do computador no processo de ensino-aprendizagem de conteúdos curriculares de todos os níveis e modalidades de educação (VALENTE, 1999a, p. 1).

De início, discutiremos a Informática Educativa no âmbito nacional, seguido de uma reflexão acerca de como as mudanças dos paradigmas dos meios de produção e serviços, impulsionadas pela sistemática incorporação das tecnologias digitais, remodelaram os mais diversos setores da sociedade ao longo do século XX, determinando, consequentemente, uma demanda que cada vez menos encontra assimilação nos modelos educacionais consolidados. Com isso, abordaremos uma concepção alternativa, a qual será o nosso referencial ao desenvolvermos a proposta metodológica com o uso de tecnologias.

2.2.1. Informática Educativa no Brasil

A análise do caso brasileiro da Informática Educativa é baseada nas reflexões contidas no texto “Informática na Educação no Brasil: Análise e Contextualização Histórica” de José Armando Valente (1999a), coordenador do Núcleo de Informática Aplicada à Educação, da Universidade Estadual de Campinas.

De acordo com esse autor, os modelos de usos recorrentes dos recursos tecnológicos nas escolas podem ser categorizados em três, da seguinte maneira:

1. Alfabetização em Informática: Nessa visão, as aulas destinam-se ao aprendizado de noções básicas de computação, como os princípios de funcionamento da máquina, linguagem de programação, recursos de editores de textos, entre outros. Nessa modalidade, os recursos computacionais são

tomados como fim, e não um meio para se promover a aprendizagem. É a abordagem mais utilizada em países como os Estados Unidos, donde se cunhou a expressão "*computer literacy*";

2. Máquina de Ensinar: idealizado por Skinner, um dos teóricos propositores da corrente pedagógica behaviorista, ou comportamental, cujas bases estão, de maneira simplificada, no par estímulo-resposta, esse termo refere-se ao uso no ensino de mecanismos que precederam os computadores. Ao transpor para os computadores essa ideia, as mudanças mais significativas foram em relação ao incremento de possibilidades multimídias, impossibilitadas nas primeiras máquinas voltadas ao ensino, devido às restrições técnicas, pois tinham um funcionamento mecânico.;

A utilização dos computadores segue a mesma dinâmica do modelo tradicional de ensino, onde o estudante continua numa posição passiva, alterando apenas o regulador de atividades, ocupando o computador o lugar antes consagrado ao professor. Como exemplos, temos os programas tutoriais ou os de exercício-prática. Neles, o computador funciona como uma espécie de detentor de informações, as quais serão fornecidas aos estudantes, obedecendo a uma sequência pré-estabelecida. Ou seja, a aprendizagem continua sendo entendida como uma transmissão de conhecimentos, ou informações, que deverá ser assimilada pelos estudantes. A problemática se resume em criar ou utilizar programas que consigam "seduzi-los" a permanecerem com a atenção voltada ao que se está tentando transmitir. É, nas palavras de Valente, a "informatização da instrução".

3. Auxiliar no processo de construção de conhecimento: O pressuposto da forma como o computador é inserido nessa modalidade é o processo de aprendizagem no qual o estudante constrói o seu conhecimento. De transmissor de informações pasteurizadas,

> [...] o computador passa a ser uma máquina a ser ensinada, propiciando condições para o aluno descrever a resolução de problemas, usando linguagem de programação, refletir sobre os resultados obtidos e depurar suas ideias por intermédio da busca de novos conteúdos e novas estratégias (VALENTE, 1999a, p. 2);

> A construção de conhecimento advém do fato de o aluno ter que buscar novos conteúdos e estratégias para incrementar o nível de conhecimento que já dispõe sobre o assunto que está sendo tratado via computador (VALENTE, 1999a, p. 2).

Como máquina a ser ensinada, é o computador que deve se moldar ao pensamento do estudante, funcionando como um meio de expressão daquilo que vem se metabolizando durante o processo de construção de conhecimento. Este deve englobar não apenas os aspectos cognitivos, mas também outros componentes ligados à subjetividade, como a autonomia e a responsabilidade, ao criar um ambiente de aprendizagem onde se faz necessário a busca de conteúdos e estratégias no intuito de resolver indagações advindas de um processo investigativo. Esta dinâmica propicia que qualquer objeto de estudo pode proporcionar conhecimento com a impressão digital do sujeito que se dispôs a aprender de forma deliberada.

Um dos softwares pioneiros projetados por meio de concepções a tornar o computador um ambiente de construção de conhecimento foi o LOGO, interagindo com os estudantes através de uma linguagem de programação voltada a essa finalidade.

Contudo, os softwares, em si, não determinam em qual das modalidades o uso do computador é empregado. Mesmo moldado a partir de premissas construtivistas, o ambiente LOGO pode ser abordado com ênfase em seus aspectos técnicos, limitado a um curso sobre linguagem de programação, e assim, se enquadraria na alfabetização digital.

O fator crucial está na proposta pedagógica do seu uso, a qual é influenciada tanto pela intenção ao se implantar recursos de tecnologias digitais no cotidiano escolar, quanto pela disposição da comunidade escolar em reformular concepções pedagógicas.

Nas políticas em prol da inserção da informática nos espaços escolares em países como os Estados Unidos e França, que estão na vanguarda desse processo, a intenção era a adequação desses suportes aos modelos educacionais tradicionais. Nos Estados Unidos prevaleceu o uso de softwares baseado numa ideia derivada da máquina de ensinar de Skinner: a instrução auxiliada por computador. Produzidos a partir de conteúdos escolares pré-determinados, esses softwares serviram de reforço ao modelo de transmissão de conhecimento, estabelecendo nesse país um novo nicho mercadológico, o da produção de conteúdos digitais.

A superação dos limitantes técnicos dos primeiros computadores veio com o surgimento dos microcomputadores no início da década de 80, reduzindo custos de fabricação e espaços físicos necessários. Até então, a aplicação computacional na educação estava confinada em algumas universidades. Com a facilidade de acesso, os microcomputadores passaram a compor a paisagem das escolas de nível básico. A demanda por conteúdos promove uma explosão de produção de softwares: “[...] três anos após a comercialização dos primeiros microcomputadores – mais de 7.000 pacotes de software educacionais no mercado, sendo 125 eram adicionados a cada mês.” (VALENTE, 1999a, p. 3).

A formação de professores se limitava a capacitação dos mesmos ao manuseio dos programas, desprovida de um processo reflexivo sobre as implicações pedagógicas desse ferramental. Especialistas na área de computação eram contratados para ministrar aulas de informática em escolas, com o objetivo de erradicar o “analfabetismo digital”. Mesmo sediando os mais importantes polos tecnológicos do mundo, com inovações que causaram grandes impactos nas relações sociais, como a internet e os dispositivos móveis, nos Estados Unidos a utilização de artefatos tecnológicos na educação básica continua a seguir uma lógica de acomodação, pouco afeita à mudanças pedagógicas, onde “A preparação dos profissionais da educação ainda é feita com o objetivo de capacitá-los para atuarem em um sistema educacional que enfatiza a transmissão de informação” (VALENTE, 1999a, p. 4).

Iniciativas de tornar a inserção da informática um catalisador nas mudanças dos paradigmas educacionais nesse país não faltaram. O desenvolvimento da plataforma Logo é o exemplo mais promissor dessa empreitada. No entanto, a capacidade de engendrar uma reforma ampla no ensino não foi muito promissora. Menos devido ao potencial das concepções subjacentes às propostas do que pela resistência histórica de mudanças na educação.

Na França adotou-se uma política de implantação da informática nos meios educacionais de caráter centralizador. Se nos Estados Unidos esse processo ocorreu com mínima participação governamental, respaldado pela lógica de mercado competidor no ramo de inovações tecnológicas, no caso francês, onde há predominância da educação pública, o percurso foi completamente diferente do norte-americano. Foi a primeira iniciativa de um governo se organizar e gerir um programa de incorporação da informática educativa. Abrangia tanto a logística de distribuição e manutenção à produção de software e formação de professores, visando o acesso universal aos ambientes digitais.

Mesmo com a notória preocupação estatal em inserir seus cidadãos na era digital, a intenção nunca foi propiciar transformações profundas no modelo de ensino. Se no acesso seguiu o sentido contrário, na variável pedagógica possui o mesmo sinal vetorial do que ocorreu nos Estados Unidos, com preocupações que orbitavam em torno das questões: "deve-se preparar o aluno para dominar a informática ou deve-se educar por intermédio dela?" (VALENTE, 1999a, p. 5), assumindo na maioria das escolas, práticas que se enquadram nos modelos de Alfabetização em Informática e/ou Máquina de Ensinar.

No Brasil, as primeiras iniciativas datam do início da década de 70, com a organização em universidades de encontros direcionados a esse tema. Realizaram-se palestras a respeito do uso da informática aplicada ao ensino de física nas universidades americanas. Seymour Papert e Marvin Minsky, idealizadores do ambiente Logo, vieram ao país, iniciando-se um promissor intercâmbio entre esses e pesquisadores da UNICAMP. As primeiras experiências com crianças brasileiras em ambiente Logo foram realizadas com filhos de professores dessa universidade, utilizando o único computador disponível da instituição.

Como em muitos países, a questão da informática educativa encerrava-se em instituições de nível superior, assumindo em nosso país um caráter experimental ao longo daquele decênio. Essas iniciativas produziram um repertório, que, juntamente com as influências do que ocorria no resto do mundo e do contorno estratégico para o desenvolvimento nacional conferido pelos governantes, viabilizaram a sua decorrente ampliação.

A concepção de um projeto de implantação e difusão de programas educacionais baseados no uso da informática nas escolas públicas de ensino básico começa a se estabelecer no início dos anos 80. São organizados os Seminários Nacionais de Informática em Educação, ocorrendo em 1981 e 1982, na Universidade de Brasília e na Universidade Federal da Bahia, respectivamente. Do desdobramento desses encontros, surge o projeto EDUCOM, estruturado numa parceria entre a Secretaria Especial de Informática, ligada ao Conselho de Segurança Nacional da Presidência da República do período ditatorial, e o Ministério da Educação.

O projeto subsidiou a formação de pesquisadores acadêmicos, criando, a partir de 1987, o FORMAR, Curso de Especialização em Informática em Educação, sediado na UNICAMP, destinado originalmente à formação de profissionais que atuariam nos centros de informática educativa dos sistemas educacionais de esferas municipais e estaduais.

A própria denominação do projeto carrega um entendimento que já marcava uma distinção entre o caso americano, visto anteriormente, e o brasileiro em relação à formação:

> Com a escolha do nome Projeto FORMAR, tínhamos em mente marcar uma transição importante em nossa cultura de formação de professores. Ou seja, pretendíamos fazer uma distinção entre os termos formação e treinamento, mostrando que não estávamos preocupados com adestramento, ou simplesmente adicionar mais uma técnica ao conhecimento que o profissional já tivesse, mas, sobretudo, pretendíamos que o professor refletisse sobre a sua forma de atuar em sala de aula e propiciar-lhe condições de mudanças em sua prática pedagógica, na forma de compreender e conceber o processo de ensino aprendizagem, levando-o a assumir uma nova postura como educador (MORAES, 1997, p. 22).

Os passos seguintes de políticas destinadas à implantação da cultura digital nos meios educacionais foram a criação, pelo MEC, do Plano Nacional de Informática Educativa, em 1989, com o qual ampliou-se a participação do projeto FORMAR em outras regiões do país. Em 1997, surge o Programa Nacional de Informática na

Educação, consolidando o programa de polos de formação, com a presença em todos os entes federativos dos Núcleos de Tecnologia Educacional.

Na base dessas ações, encontram-se, desde o início, propostas pedagógicas embasadas em pesquisas fruto da parceria entre universidades e escolas públicas:

> Desde o início do programa, a decisão da comunidade de pesquisadores foi que as políticas a serem implantadas deveriam ser sempre fundamentadas em pesquisas pautadas em experiências concretas com a escola pública (VALENTE, 1999a, p. 7).

A ligação entre centros de pesquisas acadêmicos e escolas públicas é uma das principais características de distinção da política brasileira nesse campo em relação aos outros dois casos vistos anteriormente. Mesmo na França, onde é notável a predominância do caráter público do ensino, não prevaleceu essa diretriz.

Outra resolução foi a limitação da influência federal nas decisões políticas e pedagógicas das instituições que começavam a adotar e desenvolver o uso da informática. A ação do MEC era circunscrita ao acompanhamento, viabilização e implementação de decisões tomadas por aquelas instituições, não coadunando com a proposta dos Estados Unidos, pelo respaldo governamental e não mercantil, e nem com o da França, por descentralizar as decisões.

As propostas pedagógicas sejam talvez o eixo que torna o caso brasileiro mais peculiar. O caráter consolidador das práticas pedagógicas presentes nas propostas de uso dos computadores, não apenas nos casos americano e francês, e sim na maioria dos países, cede espaço a um programa onde “o papel do computador é o de provocar mudanças pedagógicas profundas, em vez, de “automatizar o ensino” ou preparar o aluno a ser capaz de trabalhar com a informática” (VALENTE, 1999a, p. 8). Assim, encerra um viés inovador, ao propor uma ruptura com os ineficientes, porém profundamente enraizados, modelos de ensino estruturados numa época com a qual só é possível entrar em contato através dos livros de história, numa empreitada onde, “O grande desafio era a mudança da abordagem educacional: transformar uma educação centrada no ensino, na transmissão da informação, para uma educação em que realizar atividades por intermédio do computador e, assim, aprender.” (VALENTE, 1999a, p. 8). Deste modo, a abordagem brasileira de implantação da informática segue o modelo onde o uso do computador auxilia no processo de construção de conhecimento.

Contudo, a experiência ao longo dos anos mostrou que a assimilação pelas escolas do uso dos computadores pendeu para os modelos consagradores do sistema tradicional de ensino pautado na instrução. Computadores foram dispostos em um único espaço, a Sala de Informática, transformando a informática em disciplina curricular, com horários e professores específicos.

O alto custo dos equipamentos e o pouco preparo de docentes para a adoção de recursos tecnológicos em suas práticas são algumas das razões para o desvirtuamento, na prática, de um projeto vanguardista, com proposições com vista a provocarem reformulações das práticas pedagógicas. Mas, se considerarmos os avanços dos últimos anos, com o advento de dispositivos eletrônicos mais acessíveis, como os *smartphones*, intensificando as relações sociais por intermédio digital, reformulando as mais diversas formas de expressão, somos levados a pensar que os grandes entraves às mudanças almejadas pelo projeto em questão vão além das novas demandas próprias da implantação e uso dos dispositivos. Assumem aspectos que estão vinculados aos tempos e espaços escolares:

> A análise das experiências realizadas nos permite entender que a promoção dessas mudanças pedagógicas não depende simplesmente de instalação dos computadores nas escolas. É necessário repensar a questão da dimensão do espaço e do tempo da escola. A sala de aula deve deixar de ser o lugar das carteiras enfileiradas para se tornar um local em que professor e alunos podem realizar um trabalho diversificado em relação ao conhecimento (VALENTE, 1999a, 4).

As mudanças pretendidas dependem, portanto, de ações derivadas, em grande medida, de um processo conjuntural, envolvendo subsídio governamental, universidades, professores, estudantes, pais e a comunidade na qual a escola está inserida. É um repensar a educação que parece lograr transformações relevantes mais por um processo artesanal do que em larga escala, onde os recursos tecnológicos encontrarão viabilidade como meios para auxiliar o estudante na construção de seu conhecimento. E é o que vem acontecendo em várias escolas brasileiras, principalmente nas públicas municipais. A escola municipal Presidente

Campos Salles é um exemplo de instituição em busca de alternativas pedagógicas mais coerentes com as demandas atuais, conforme descrição contida Prólogo deste trabalho.

E por quais razões tamanha mobilização no intuito de se criar propostas inovadoras de ensino se justificaria? Por que a presença de computadores e de aulas de informática nas escolas não são suficientes para as atuais demandas da sociedade? A continuidade de nossa investigação passa a encontrar nessas indagações o seu guia.

2.2.2. O repensar a escola através das transformações da sociedade atual

A finalidade do ensino da matemática desenhada durante a análise sobre os propósitos da Resolução de Problemas como metodologia teve na dimensão cultural, Etnomatemática, seu principal suporte. É legitimo o embasamento do papel que as tecnologias na educação devem desempenhar a partir de considerações dessa natureza, inclusive encontrando ressonância no que foi elencado naquela discussão.

Mas, ao invés de nos determos novamente em considerações de cunho cultural, passamos a uma verificação de como as mudanças atuais na estruturação dos meios dos sistemas de produção e serviços influenciam os demais setores, em especial a Educação, acompanhando as reflexões contidas no texto "Mudanças na Sociedade, Mudanças na Educação: o fazer e o compreender", de José Armando Valente; acrescentando assim, novos elementos que corroboram com o modelo onde o computador é usado como uma ferramenta auxiliadora no processo de construção de conhecimento.

De acordo com esse autor, passamos por um momento de transição paradigmática dos meios de produção e serviço, onde a produção em massa cede espaço para a produção "enxuta". O termo enxuta designa uma forma de pensar a produção baseada numa lógica de minimização de desperdícios, seja energética, de tempo ou esforço humano.

Os estudos sobre a organização das atividades humanas voltadas à produção destacam três modelos principais. Começando pelo modelo artesanal, onde a confecção é altamente customizada, exigindo o emprego de trabalhadores com grandes habilidades e ferramental flexível, muitas vezes construída pelos próprios trabalhadores; resulta em artefatos singulares, concebidos sob encomenda específica, não encontrando par idêntico, possuindo um considerável nível de qualidade. É voltada para uma seleta parcela da sociedade, por envolver um custo elevado de produção.

Em contrapartida, o modo de produção em massa visa ampliar o mercado consumidor, oferecendo produtos ou serviços a preços mais acessíveis. Isso é possibilitado por meio da padronização e diminuição da qualidade dos produtos ofertados. Pressupõe numa ponta, a homogeneidade de consumo e na outra, um grau elevado de hierarquia, divisão e alienação, estruturada numa linha de produção:

> Nesse sistema não é mais o cliente que encomenda, mas profissionais com formação específica que planejam o produto capaz de atender uma ampla gama de necessidades (VALENTE, 1999b, p. 30).
>
> O controle de produção está centralizado nas mãos de especialistas que planejam a tarefa, fragmentando-a em subtarefas simples para serem dominadas e realizadas por trabalhadores com pouca qualificação (VALENTE, 1999b, p. 29-30).
>
> O operário de linha deve executar o que é solicitado, sem questionar ou nem mesmo conversar com os colegas ao seu lado. As operações que executa são simples e exigem poucas habilidades (VALENTE, 1999b, p. 30).

Além das consequências sociais como desigualdades econômicas ou desconstrução da atuação política, com a criação de um espaço de trabalho enrijecido, pouco afeito à comunicação e circulação de ideias, esse modelo de produção mostrou-se pouco eficiente pelo demasiado desperdício de matérias-primas, tempo e mão-de-obra. Basta imaginar um trabalhador condicionado a uma tarefa específica ao longo dos anos, tendo que substituir alguém ou ser realocado em outro setor. Ou ainda, o custo de locação dos espaços para estocagens, uma vez que a logística se baseia num alto volume de produção, que nem sempre encontra demanda correspondente.

Da mesma maneira que o modelo de produção em massa, a produção enxuta surge nas indústrias automobilísticas. A Ford encontrou na linha de produção a fórmula para prover os cidadãos de classe média americana do sonho de possuírem carros. Concepção que não tardou a ser assimilada pelos demais setores de produção e de outras finalidades. Com o intuito de diminuir desperdícios, a montadora japonesa Toyota passa por uma reestruturação, aperfeiçoando os mecanismos de produção industrial, estimulada, sobretudo, pelo momento de extrema escassez pela qual passava o seu país sede, em decorrência da devastação causada pela segunda guerra mundial.

Outros ramos do mercado, aos poucos, começam a moldar seus empreendimentos aos ditames da indústria japonesa, influenciando consideravelmente o pensamento atual de outras áreas: “A sociedade está sendo impregnada dessas concepções e elas passam a fazer parte do nosso cotidiano – passamos a vivenciar um novo paradigma que permeia todos nós” (VALENTE, 1999b, p. 31).

Essa modalidade de produção caracteriza-se por adequar os benefícios advindos da produção em massa, qual seja, ter o potencial em fornecer a todos o acesso a bens e serviços, com a qualidade e certo grau de customização do modo artesanal de produção. A cadeia produtiva não “empurra” para os consumidores seus artefatos, e sim se flexibiliza para atender a um leque de possibilidades de escolhas, determinadas por consumidores que “puxam” produtos e serviços. O sistema *self-service* de restaurantes é um exemplo clássico disso. Os mais variados modelos de celulares disponíveis de uma mesma fabricante hoje contrastam como os primeiro modelo de carro voltado ao grande público da Ford, onde nem mesmo a opção pela cor estava disponível.

A adequação necessária para prover tal demanda é extremamente desafiadora. A padronização que permitia a elaboração anterior de toda a cadeia produtiva, concebendo subdivisões de trabalho com o propósito de exigir o mínimo de capacitação do trabalho, perde a rigidez, exigindo a flexibilização da linha de montagem para possibilitar diferentes escolhas. Ou seja, adequações podem surgir a todo momento, e portanto, “A mão de obra agora deve ser melhor qualificada, com habilidades e responsabilidades para poder tomar decisões, resolver dificuldades e realizar tarefas que podem não ter sido pensadas anteriormente” (VALENTE, 1999b, p. 31).

Por primar a eficiência, visa a redução do desperdício não apenas de matérias primas ou gasto energética, mas também da mão de obra, causando considerável impacto social ao eliminar postos de trabalho, produzindo um aumento substancial na taxa de desemprego. E uma das alternativas de se contornar essa questão é o desafio de promover, a agora indispensável, qualificação profissional, necessária nesse novo paradigma, de “um indivíduo crítico, criativo, com capacidade de pensar, de aprender a aprender, de trabalhar em grupo, de utilizar os meios automáticos de produção e disseminação da informação e de conhecer o seu potencial cognitivo, afetivo e social” (VALENTE, 1999b, p. 31). Competências apenas capazes de se desenvolverem em ambientes educativos que coloque a construção do conhecimento pelos sujeitos como sua principal diretriz.

Se os modos de produção induzem na sociedade novas formas de pensar e agir, a Educação, como uma de suas instâncias, acabam consequentemente sendo influenciada. Se pensarmos nas sociedades antigas, onde o trabalho artesanal era predominante, o ensino era realizado por mentores, encarregados de educar apenas um aprendiz, na maioria dos casos. Era assim, como no paradigma, voltado à uma parcela reduzida da sociedade pelo alto custo. Destinado aos filhos das famílias mais abastadas, a educação do futuro imperador Alexandre, o Grande, pelo filósofo Aristóteles, exemplifica bem esse modelo.

Da gradual passagem de uma sociedade vinculada à produção agrícola para uma sociedade industrial, emerge a necessidade de ser educar um número maior de pessoas para atuarem em fábricas e empresas. Antes confinadas nos ambientes da alta sociedade, o ensino começa a fazer parte do cotidiano de uma quantidade cada vez maior de indivíduos, sendo o seu acesso concebido como um direito universal ao longo do século passado.

Para atender o crescente público, os espaços escolares se organizaram aos ditames de uma de linha de produção fabril. O estudante sendo produto a ser montado ao longo dos anos, passando anualmente por um controle de qualidade, conferido por meio do grau de assimilação de conteúdos, podendo retornar novamente a um estágio anterior de fabricação, pela repetência, caso não alcance o padrão, o currículo escolar, ou mesmo ser descartado, pois é um modelo que apresenta um nível considerável de evasão. Os professores, da mesma maneira que os profissionais das fábricas, obedecem a uma organização setorizada, cada um responsável por uma tarefa específica, a disciplina, que por sua vez, obedece a uma ordem crescente de complexidade, a seriação.

Foi um modelo que teve o mérito de possibilitar a oportunidade de instrução a grande parcela da sociedade. Contudo, vêm sendo alvo de constantes críticas pelo descompasso com as atuais exigências sociais e profissionais. Por ter na assimilação de conteúdos o principal indício de aprendizagem, desperdiça a potencial capacidade de pensamento e criatividade dos indivíduos. Aos profissionais da educação fica a incumbência de apenas executar o programa e policiar o controle de qualidade, e assim, inibe-se o investimento profissional, pois não é necessário quando se apenas reproduz e pouco se elabora. Há desperdício de tempo e recursos materiais, quando se "empurra" para a sociedade algo que ela não necessariamente precisa.

Numa sociedade onde cada vez mais o desafio da escassez se coloca, exigindo a otimização de recursos de diversas natureza, o conhecimento e, portanto, os processos de aquisição de conhecimento, deve ser a tônica do repensar o espaço escolar. Necessidade que exerce enorme pressão sobre o atual paradigma, de cuja ruptura surgirá uma nova pedagogia, a qual, encontrará no paradigma enxuto sua base estrutural, conferindo novas atuações dos estudantes, professores e comunidade escolar em geral, que, ao invés de conteúdos apresentados de forma fragmentada e desconectados da realidade, promove estudantes capazes de se organizarem individual e coletivamente, criando ao longo do percurso formativo, "uma rede de pessoas e especialistas que o auxiliem no tratamento dos problemas complexos" (VALENTE, 1999b, p. 33), com espírito crítico que os chamem à responsabilidade para problemas que afligem tanto sua realidade próxima quanto por questões de maiores amplitudes. Este movimento é similar ao modelo enxuto, pelo qual os estudantes “puxam” os conteúdos, onde o uso de tecnologias esteja alinhado ao processo de construção de conhecimento, do protagonismo estudantil.

De acordo com Valente, a transição de uma Educação em sintonia com a produção em massa para uma baseada nos preceitos do paradigma enxuto, se dará, do ponto de vista pedagógico, quando o fundamental deixa de ser o fazer e passa a ser o compreender, numa perspectiva piagetiana. Esta concepção referencial dita o modo como se organizam as ações dos estudantes ao utilizarem o computador como máquina a ser ensinada. Sendo assim, nos detemos, a seguir, à investigação dos seus aspectos centrais, fornecendo a base da proposta metodológica a ser desenvolvida.

2.2.3. O uso de tecnologias no processo de construção de conhecimento

As diferentes políticas de implantação de recursos digitais não atentaram ou não obtiveram êxito em promover mudanças das concepções e práticas educacionais. No entanto, as mudanças estruturais pelas quais a sociedade atravessa, com o emprego sistemático da informatização nos meios produtivos e de serviços, com ênfase na eficiência do processo, de forma a minimizar os desperdícios, sejam de recursos materiais ou humanos, através da flexibilização dos processos, do qual serão indispensáveis profissionais com competências tais como pensamento criativo e trabalho em grupo, exercem enormes pressões por ambientes educacionais que promovam indivíduos capazes de atuarem nesses novos espaços. A pedra angular seria a passagem de um processo de ensino-aprendizagem baseado na transmissão de informação para outro onde a construção de conhecimento seja o centro orbital de todas as ações pedagógicas. É dentro dessa perspectiva que passamos a explorar as caraterísticas dos recursos tecnológicos que contribuem com a visão construtivista de educação.

Ao deslocar o centro do universo, tomando o Sol o lugar consagrado ao nosso planeta até então, Copérnico gerou uma crise não apenas aos cânones científicos, de base aristotélica, mas abalou praticamente toda a edificação ética, moral e religiosa existente, pois suas considerações inevitavelmente geraram questionamentos sobre o nosso lugar no mundo, das quais sobrevieram princípios científicos e filosóficos, que compõem a nossa forma de ver e agir nele. Revolução semelhante a essa, que extrapola os limites da investigação inicial, com grande potencial de se infiltrar e remodelar os mais diversos campos teóricos, iniciou-se com os estudos do cientista suíço Jean Piaget. Através de suas investigações e descobertas foi concebida uma teoria sobre a gênese do conhecimento condicionada aos aspectos do desenvolvimento biológico, denominada Epistemologia Genética. Os desdobramentos dessa teoria trouxeram não apenas um poderoso arsenal pedagógico para aqueles que faziam frente ao modelo educacional vigente, mais também proporcionou um novo olhar sobre a infância. Antes tidas apenas como adultos em miniatura, as crianças, por essa nova abordagem, possuem uma estrutura cognitiva própria, que as impossibilitam de raciocinar como aqueles, e que é desenvolvida ao longo do tempo. Nesta estrutura é possível identificar quatro momentos cruciais, chamados de estágios, determinados pela forma como as crianças interagem com o meio, na qual é engendrado um processo mental de organização da realidade de maneira a entendê-la, por onde o conhecimento “[...] é metabolizado, assimilado juntamente com todas as outras experiências diretas do mundo” (PAPERT, 2002, p. 16).

Podemos afirmar que tal constatação será um dos suportes a uma série de ações visando a plenitude do desenvolvimento infantil, encerradas no que se consagrou denominar cultura da infância. Dentre essas ações podemos citar a reformulação das ações pedagógicas, como, por exemplo, na importância dada ao brincar; e no campo do direito, recebendo, como no caso brasileiro, legislação própria, por meio do Estatuto da Criança e do Adolescente, cujas imputações procuram garantir, legalmente, direitos e deveres específicos a esse momento da vida, impedindo-lhes de serem submetidas à obrigações próprias da fase adulta, como o ingresso no mercado de trabalho.

Numa proposta de repensar a educação para fornecer subsídios condizentes às novas transformações sociais, Valente consubstancia a teoria piagetiana do conhecimento e o emprego de tecnologias nos ambientes escolares, a partir da dicotomia entre o fazer e o compreender.

Diferentemente da crença que dá suporte à forma como diversos dispositivos pedagógicos avaliativos tradicionalmente são utilizados, como em provas, aos moldes de um controle de qualidade ao final da linha de produção, oferecendo vestígios de que os estudantes assimilaram a transmissão de determinado conteúdo, em seus estudos, Piaget constata que o sucesso na realização de uma determinada tarefa não significa necessariamente a sua compreensão: "[...] a criança pode realizar uma atividade com sucesso e não necessariamente compreender o que fez." (VALENTE, 1995, p. 41). Portanto, a verificação do nível de compreensão necessita, como veremos, de instrumentos com características processuais e não pontuais. Primeiro, é preciso entender a diferenciação desses dois conceitos, fazer e compreender, o que, do ponto de vista piagetiano, é determinada através do movimento que leva o primeiro ao segundo.

De acordo com Valente,

> Piaget observou que a passagem do saber para o compreender se dá graças à tomada de consciência, que consiste na transformação do esquema de ações (permitem o fazer) em noções e operações (que constituem a conceitualização) (VALENTE, 1995, p. 42).

Conforme nos informa Mantoan, "partindo da posição de que a razão não é inata, a hipótese piagetiana confere às autoregulações e não à hereditariedade a explicação biológica das construções mentais" (MANTOAN, 1994, p. 1). Assim, o fato de não admitir como preexistentes, na forma de potencialidades que se realizam sem a interação com o meio externo, as estruturas da inteligência decorrem de um processo adaptativo, o que Piaget denominou equilibração - ao se deparar com algum novo dado, surgirá um desequilíbrio que desencadeará ações mentais visando o retorno à estabilidade, ocorrendo assimilação quando as estruturas mentais, atuando como filtros, retiram informações daquele novo dado. Nesse caso, é a capacidade interpretativa que trará a estabilidade. Ou seja, há um movimento de incorporação de um objeto ou ideias às estruturas mentais construídas e consolidadas pelo indivíduo. Simultaneamente ou de maneira complementar, pode ocorrer o processo de acomodação, quando as estruturas mentais existentes não são capazes de assimilar o novo conteúdo, havendo a necessidade de modificações desses esquemas, de modo a possibilitá-lhes a interpretação de um conjunto de dados que ofereciam, anteriormente, certa resistência.

O que permite as reformulações, transformando um nível inicial de cognição, ou seja, de atividade dos esquemas mentais, em outros mais elevados é, como aponta Mantoan (1994), a capacidade de abstração e a tomada de consciência, sendo abstração o reconhecimento de características comuns a um conjunto de objetos experimentados. Segundo Valente (1999b, p. 33), “Piaget também observou que a passagem desta forma prática de conhecimento para o compreender é realizado por intermédio da tomada de consciência”.

Esse movimento, que leva do fazer com sucesso à compreensão, acontece em três etapas:

> Piaget mostrou que a passagem do sucesso prematuro para a conceitualização é realizada em três fases: na primeira, a criança negligencia todos os elementos envolvidos na tarefa; na segunda, coordena alguns elementos e na terceira, coordena todos os elementos envolvidos na tarefa (VALENTE, 1999, p. 33).

Em sua teoria, Piaget concebe a existência de diferentes tipos de abstrações. Ocorrem abstrações empíricas quando apenas são retiradas informações de viés descritivos dos objetos ou de ações do sujeito. Através dessa modalidade de abstração atribuímos cores, peso, entre outros, aos objetos; e percebemos ações como comer, correr, nadar, subir em uma árvore.

Outra forma de abstração é a denominada pseudo-empírica. Nela, informações retiradas são oriundas de projeções em elementos observáveis dos esquemas mentais presentes no indivíduo. Assim, de acordo com Becher (2014, p. 114), “Ao retirar características dos observáveis, não retira o que pertence aos observáveis – como na abstração empírica, mas o que ele, sujeito, colocou neles.”. Numa situação onde se observa dois lápis vermelhos sobre uma mesa, sendo um maior do que o outro, a atribuição de cores ocorre num nível empírico de abstração, pois é algo pertencente aos objetos, enquanto que ser maior advêm de uma relação de ordem só percebida após ter sido colocada nos objetos. A capacidade de engendrar esse tipo de abstração nos possibilita, por exemplo, generalizações por meio indutivo, ao obtermos informações para além de um nível descritivo. Outra manifestação dessa modalidade de abstração encontra-se no recurso metafórico, muito utilizado nas artes. Quando o artista afirma ser o sol o astro-rei, atribui-lhe uma característica exterior a ele, a divindade, constituída apenas nos esquemas mentais daquele.

Nas abstrações-empíricas existe a necessidade de um suporte observável. Esta é um meio caminho entre a empírica e a outra forma de abstração, esta sim, responsável pela construção de conhecimentos, a abstração reflexiva, que é decisiva, mas viabilizada pelas duas anteriormente descritas.

Diferentemente dessas duas, na abstração reflexiva as informações retiradas não estão no que é observável. Suas fontes são as coordenações de ações, na dinâmica operacional dos esquemas mentais. É o que acontece, exemplificando, quando uma criança infere que multiplicação de 3 por 4 gera o mesmo resultado da soma 4 + 4 + 4, sintetizando em uma operação multiplicativa as duas operações aditivas. Essa síntese é resultado de transformações dos esquemas mentais, internas ao indivíduo.

Essa modalidade de abstração é composta por dois momentos: reflexionamento e reflexão:

> O reflexionamento consiste em retirar qualidades das coordenações, de um patamar qualquer, e transferi-las para o patamar acima. Consiste na projeção, sobre um patamar superior, daquilo que foi tirado de um patamar inferior (BECKER, 2014, p. 109).
>
> A reflexão (réflexion) consiste na reorganização do que foi transferido pelo reflexionamento ao patamar superior em função do que já existia ali (BECKER, 2014, p.109).

A noção algébrica da comutatividade aditiva pode ser entendida como elevação de patamar, a partir do reflexionamento, da mudança de posição de parcelas em somas aritméticas não alterar o resultado. A reorganização, por meio da reflexão, permitirá às coordenações de ações assimilarem essa noção, por exemplo, ao se estudar estruturas de espaços vetoriais.

Esse nível de abstração não permite o pensamento dedutivo. Para a passagem de um nível indutivo, no sentido do possível, para o dedutivo, do necessário, a estrutura mental deverá ter alcançado o estágio formal. Nessa transição, uma nova forma de abstração se estabelece: a refletida. Na verdade, não se trata propriamente de outra categoria de abstração. O que ocorre é a possibilidade de que as abstrações reflexivas tornem-se conscientes:

> A reflexão que deu origem a essa novidade pode se manter por muito tempo apenas no nível da ação, mediante um jogo de assimilações e coordenações ainda instrumentais e sem tomada de consciência. A abstração refletida ou tematização retrospectiva vem completar essa conceituação instrumental que resulta das reflexões e constitui uma construção nova na medida em que torna simultânea e explícita a correspondência transversal do que foi elaborado longitudinalmente (MANTOAN, 1994, p. 3).

E é essa tomada de consciência, como salientou anteriormente Valente, que distingue, de acordo com Piaget, o fazer do compreender.

O papel das abstrações na teoria de Piaget nos permite tecer algumas considerações a respeito do processo de aprendizagem. Primeiro, concebe ao conhecimento um caráter personalizado. O conhecimento é estreitamente relacionado ao indivíduo, um histórico do processo de acomodação-assimilação, do seu interagir com o mundo, abstração empírica e pseudo-empírica, e com si mesmo, abstração reflexiva e refletida. Assim, a impossibilidade do conhecimento passivo, transmitido, pois não é uma cópia mental da realidade, ao contrário, é moldado, confeccionado de forma única por esse indivíduo.

A qualidade da interação com os objetos é primordial na construção do conhecimento, sem a qual se corre o risco de limitar esse processo. É, portanto, crucial a atuação do educador enquanto mediador, “agente de aprendizagem – que tenha conhecimento do significado do processo de aprender por intermédio da construção de conhecimento” (VALENTE, 1999c, p. 92) e a vivência em ambientes educativos propícios a esses fins.

O papel desempenhado pela informática nesse contexto é o de “explorar as características dos computadores que contribuem para o processo de conceituação ou construção e conhecimento” (VALENTE, 1999c, p. 93). A linguagem de programação enquanto recurso pedagógico explora essas características, pois

> Elas estão presentes em atividades de programação e auxiliam o aprendiz a alcançar a fase de compreensão de conceitos. Ele pode

> refletir sobre os resultados de suas ações e ideias e essa reflexão é o mecanismo pelo qual o aprendiz se torna consciente de seu conhecimento e, assim, pode transformar seus esquemas mentais em operações e noções mais complexas (VALENTE, 1999c, p. 93).

Na programação, o computador assume um papel de ferramenta pela qual se resolve um problema, e são explicitados os conceitos, estratégias e estilos de resolução de problema do estudante. A análise de atividades permite, de acordo com Valente (1999), a identificação de etapas descritas em termos do ciclo descrição-execução-reflexão-depuração-descrição, pelas quais, a aquisição de conhecimento, compreensão, é viabilizada.

Na descrição envolvem diversas estruturas de conhecimentos, como os conceitos envolvidos na situação-problema, as estratégias de aplicação desses conceitos, os relacionados à própria linguagem de programação, de maneira a explicitar, em termos de linguagem de programação, os passos da resolução.

Na execução talvez esteja a colaboração mais significativa do uso do computador. Ao iniciar a execução, a máquina reproduz fielmente o que foi descrito, pois não adiciona nenhum elemento novo, delegando toda a ação a quem programou: "[...] existe uma correspondência direta entre cada comando e o comportamento da máquina" (VALENTE, 1999c, p. 91). O fator significativo é o imediatismo da resposta. A construção na tela pode ser acompanhada passo-a-passo assim que se inicia o programa. A comparação entre a descrição e o resultado na execução desencadeará a próxima etapa do ciclo, a reflexão.

A reflexão sobre o que foi produzido pelo computador motivará abstrações em diversos níveis. Numa forma mais simples, ocorrerá a abstração empírica. Se houver alguma dedução de conhecimento, haverá abstração pseudo-empírica. Reconhecer, por exemplo, que certa descrição formou um quadrado e não um retângulo, ao observar os seus lados, é uma manifestação dessa modalidade de abstração. Se, no entanto, for levado a refletir sobre a razão pela qual a descrição fornecida ter gerado um quadrado, a abstração será reflexiva, elevando de um patamar inferior a outro superior de cognição.

Nessa etapa haverá uma bifurcação. Se o que se esperava das ideias iniciais presentes na descrição condizer ao que aparece na tela, o problema estará resolvido. Caso contrário, passa-se à próxima etapa: a depuração.

A depuração consiste na busca de informações de natureza conceitual ou processual. Pode envolver conceitos do próprio problema, como por exemplo, o conceito de ângulos, ou da linguagem de programação, como a recursão. Pode ser processual, quando consegue utilizar técnicas de resolução de problemas ou aplicar os conceitos.

O encadeamento de comandos do programa facilita no transcorrer do movimento de achar e corrigir o erro pelo estudante, quanto ao professor avaliar e entender a forma como aquele pensou, tornando a mediação significativa. Em um nível mais desejável, permite ao estudante vislumbrar a maneira como pensou, ao relacionar o programa com o seu pensamento, promovendo a metacognição. Após a depuração o ciclo é reiniciado.

A Figura 2.2 ilustra a interação sujeito-computador em termos da aprendizagem como construção de conhecimento.

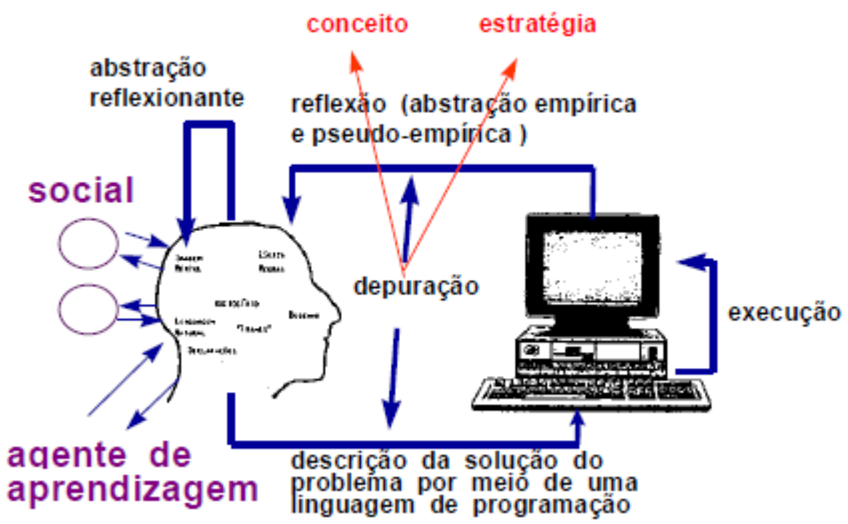


Figura 2.2 – Interação sujeito–computador na construção do conhecimento.
Fonte: Extraído de Valente (1999, p. 92).

Nesse tópico abordamos as concepções teóricas que irá subsidiar a proposta de atividades do trabalho. Passamos a seguir a desenvolver a proposta, realizando uma discussão sobre o conteúdo e a forma como será abordado, metodologia e recurso computacional utilizado. A estrutura da metodologia apresentará uma possível correspondência entre os quatro momentos propostos por Polya na Resolução de Problemas e o ciclo descrito por Valente no uso computador como ferramenta de construção de conhecimento.

3 UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA USANDO O *SCRATCH*

O conteúdo curricular a ser desenvolvido através da utilização de recursos tecnológicos está contido no campo da Geometria, mais especificamente ao estudo ligado ao Espaço e Forma. Inicialmente será especificado o conteúdo e o propósito de sua escolha, passando a seguir a caracterizar o software utilizado, finalizando com o desenvolvimento da proposta de ensino.

3.1. Qual a finalidade do ensino da geometria?

Diversos estudos a respeito do ensino da geometria no ensino básico apontam um recorrente descompasso entre a importância atribuída a esse componente curricular no discurso docente e sua incorporação na organização dos conteúdos a serem abordados ao longo do período letivo. A composição geralmente conta com a supremacia de conteúdos ligados à aritmética e álgebra, em detrimento ao geométrico. No que se refere a esse último, dá-se preferência por assuntos ligados à métrica, como o cálculo de áreas e volumes, à relação entre o comprimento de uma circunferência e o seu raio, ou ainda, à abordagem formal, baseada na axiomática euclidiana, ao tratar de algumas propriedades e teoremas relacionados à triângulos, entre outros.

No entanto, não pretendemos investigar as origens da ocorrência desse fato, muito menos generalizar e tecer críticas a essas práticas. Trata-se da necessidade, em decorrência de constatações como essas, de explicitar em quais finalidades do ensino da geometria estamos nos baseando, servindo de diretrizes à proposta de ensino.

Os PCN's organizam os conteúdos matemáticos em blocos. Espaço e Forma, segundo o documento, é um conjunto de conteúdos da geometria, cuja abordagem no processo de ensino-aprendizagem visam o desenvolvimento de habilidades, tanto cognitivas quanto da percepção estética, além de atitudinal, contribuindo na autoestima e perseverança frente aos obstáculos próprios de quem está construindo conhecimento:

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2006, p. 39).

A geometria pode ser considerada um campo de conhecimento que se elabora desde os primeiros tempos de vida dos indivíduos ao relacionarem-se com o meio externo, construindo noções de espaço e formas. Esse desenvolvimento precoce torna a geometria um tópico propício para se aprender matemática através da Resolução de Problemas. Isso porque as aplicações e os conceitos envolvidos nos problemas encontram facilmente suportes em componentes do mundo real percebidos pelos estudantes, colaborando com o entendimento do problema, elaboração de estratégia de resolução e sua execução. Não corroborando, contudo, com a ideia simplificada de atribuir ao ensino de uma matemática significativa apenas àquela capaz de encontrar lastros concretos. É, antes, tornar essa identificação sensorial um ponto de partida de um processo reflexivo que trará modificações ao próprio plano sensorial, aperfeiçoando essa forma de percepção, contribuído com o desenvolvimento de capacidades cognitivas como relacionar, analisar e sintetizar propriedades, primordiais ao raciocínio indutivo e dedutivo.

Além disso, a elaboração iniciada numa idade tenra de conceitos geométricos, engendrada numa interação do indivíduo com um ambiente não escolar, aglutina referências sociais e culturais, de modo a colaborar com um trabalho docente de atuação e investigação no intuito de promover a descolonização do ensino da matemática, em concordância com os preceitos da Etnomatemática, vistos anteriormente, na seção sobre Resolução de Problemas.

A questão central no ensino da geometria não deve ser, no entanto, pautada na escolha do tópico, mas em sua abordagem, que por sua vez, deve ser condicionada ao período de desenvolvimento cognitivo do estudante. Ou seja, atividades que abordam esse campo da matemática requerem um planejamento essencialmente estruturado no como e no quando, conferindo ao tópico o papel de meio para o que se pretende desenvolver.

O ensino da geometria através da metodologia da Resolução de Problemas com recursos tecnológicos é nossa proposta de abordagem. O público alvo são estudantes do 6° ano do ensino fundamental. Demos preferência a esse momento da vida escolar pelo predomínio de um período de transição, de um salto qualitativo dos esquemas mentais, que de acordo com a visão piagetiana, é a passagem do operatório concreto para o formal:

> Eles começam a estabelecer relações de causalidade, o que os estimula a buscar a explicação das coisas (porquês) e as finalidades (para que servem). O pensamento ganha maior flexibilidade, o que lhes possibilita perceber transformações. A reversibilidade do pensamento permite a observação de que alguns elementos dos objetos e das situações permanecem e outros se transformam. Desse modo, passam a descobrir regularidades e propriedades numéricas, geométricas e métricas. Também aumenta a possibilidade de compreensão de alguns significados das operações e das relações entre elas. Ampliam suas hipóteses, estendendo-as a contextos mais amplos (BRASIL, 2006, p. 56).

É um momento crucial para que os estudantes desenvolvam habilidades de modo a se relacionarem com o mundo de uma forma mais acurada, em um processo onde a atividade intelectiva se baseia não apenas no palpável e intuitivo, mas em coordenações de conceitos através de encadeamentos indutivos e dedutivos.

Contudo, é perceptível a fala de muitos professores de que a desmotivação por parte dos estudantes em aprender matemática começa, geralmente, nesse período, se estendendo e ampliando, muitas vezes, até o término da vida escolar. Por isso, o repensar práticas pedagógicas para esse momento, tornando o processo de aprendizagem e não o conteúdo em si o objetivo principal, tem potencial de garantir a motivação dos estudantes para uma nova fase que se inicia. Esta fase é determinante nas futuras construções de conhecimentos, bem como para o professor entender como os seus estudantes pensam, tornando o espaço escolar um ambiente de aprendizagem significativo, ao propor atividades provocativas coerentes com a realidade dos estudantes.

O tópico escolhido como meio para se desenvolver a proposta, consta no bloco Espaço e Forma, presente nos PCN's destinados ao ensino da matemática:

- Identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, número de ângulos, eixos de simetria, etc. (BRASIL, 2006, p. 60).

O tratamento conferido ao estudo dos polígonos, relacionando-os por meio de caraterísticas conceituais, lado, ângulo e simetrias, inicia-se no 6° ano, como podemos observar nos livros didáticos e em documentos oficiais destinados à educação, como o da rede municipal de ensino de São Paulo, ao explicitar nas expectativas de aprendizagem destinadas àquele ano:

- Resolver situações-problema que envolva propriedades de figuras bidimensionais como o triângulo, o quadrado, o retângulo, outros polígonos e círculos. (SÃO PAULO, 2006, p.49)

Consequentemente, outros tópicos podem ser contemplados, entre eles:

- Resolver situações-problema que envolva a posição ou a movimentação de pessoas ou objetos, utilizando coordenadas. (SÃO PAULO, 2006, p.49)

A exploração desse tópico terá por objetivo o desenvolvimento das seguintes habilidades:

- Interpretar e classificar polígonos convexos por meio de construções envolvendo propriedades como ângulos e números de lados.

3.2 Algumas definições, conceitos e resultados a respeito dos polígonos

Apresentamos nesse tópico os conceitos geométricos envolvidos na proposta de um ponto de vista formal, isto é, do método lógico-dedutivo empregado pelo matemático grego Euclides, na sua obra intitulada Elementos. De acordo com Neto (2013), a principal contribuição dos Elementos foi a sistematização do conhecimento acumulado até então, séculos IV e III a.C., através do método axiomático.

Para isso, parte-se de algumas noções assumidas sem uma definição formal, denominados conceitos primitivos. Enquadram-se nessa formulação, as noções de ponto, reta e plano. Pontos são denotados por letras latinas maiúsculas, retas por letras latinas minúsculas e planos por letras gregas minúsculas (veja Figura 3.1).

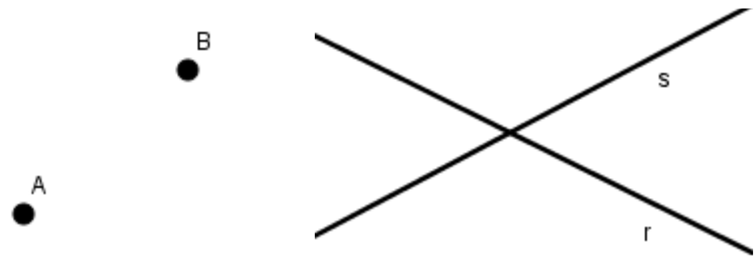


Figura 3.1 – Nomenclatura de pontos e retas no plano.

Baseando-se nessas noções, enunciam-se algumas afirmações não demonstráveis, os axiomas ou postulados, os quais serão premissas de definições e demonstrações. Entre elas, elencamos apenas as que darão subsídio aos resultados que pretendemos apresentar. Conforme Dolce e Pompeo (2013),

. Postulado da Existência

a) Numa reta, bem como fora dela, há infinitos pontos.
b) Num plano há infinitos pontos.

. Posições de dois pontos e de ponto e reta

a) Dados dois pontos A e B, existem apenas duas possibilidades: ou A e B são coincidentes, ou seja, ambas as letras denotam o mesmo ponto (A = B), ou A e B são distintos ($A \neq B$)
b) Dado um ponto P e uma reta r, existem apenas duas possibilidades: ou P está na reta r ($P \in r$) ou P não está na reta r ($P \notin r$).

. Colinearidade

Pontos que pertencem a uma mesma reta são denominados colineares. Caso não pertençam, são chamados não colineares.

. Postulado da determinação

a) Dois pontos distintos determinam uma, e somente uma, reta que passa por ele. Assim, se os pontos A e B passam pela reta r, podemos indica-la por $\overleftrightarrow{AB}$
b) Três pontos não colineares determinam um único plano que passa por eles.

. Noção de "estar entre"

Considerada uma noção primitiva que obedece aos seguintes postulados:

Sejam A, B e P três pontos quaisquer:

1°) Se P está entre A e B, então A, B e P são colineares.

2°) Se P está entre A e B, então A, B e P são distintos dois a dois.

3°) Se P está entre A e B, então A não está entre P e B nem B está entre A e P; e ainda

4°) Quaisquer que sejam os pontos A e B, se A é distinto de B, então existe um ponto P que está entre A e B.

Definições:

Por meio das afirmações anteriormente apresentadas, podemos significar, formalmente, os seguintes objetos geométricos, conforme enunciadas por Dolce e Pompeo (2013),

. Segmento de reta

Dados dois pontos distintos, a reunião do conjunto desses dois pontos com o conjunto dos pontos que estão entre eles é um **segmento de reta**.

$$\overline{AB} = \{A, B\} \cup \{X \mid X \text{ está entre } A \text{ e } B\}$$

Os pontos A e B são ditos extremidades do segmento $\overline{AB}$, os pontos que estão entre A e B, são denominados internos.

. Semirreta

Dados dois pontos distintos A e B, a reunião do segmento de reta $\overline{AB}$ com o conjunto dos pontos X tais que B está entre A e X é a semirreta $\overrightarrow{AB}$.

$$\overrightarrow{AB} = \overline{AB} \cup \{X \mid B \text{ está entre } A \text{ e } X\}$$

Dados os pontos colineares e distintos A, B e C, com A entre B e C, as semirretas $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$ são ditas opostas.

. Segmentos consecutivos

Dois segmentos são consecutivos se, e somente se, uma extremidade de um deles é também extremidade do outro (veja Figura 3.2, uma extremidade de um coincide com uma extremidade do outro).

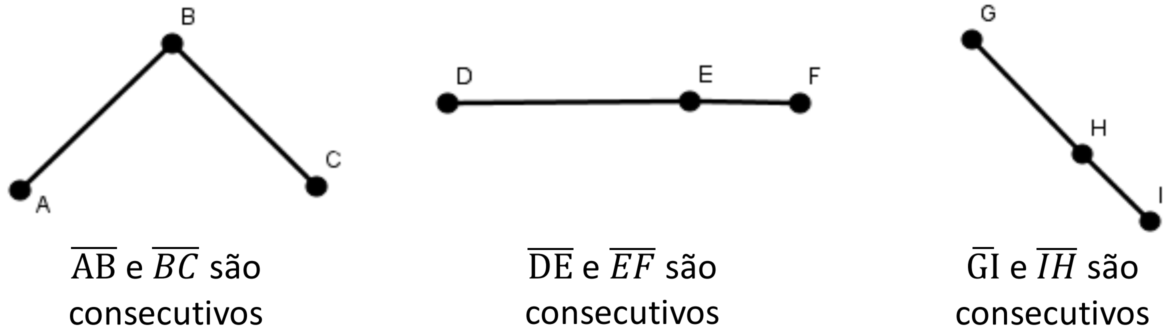


Figura 3.2 – Possibilidades de segmentos consecutivos.

. Segmentos colineares

Dois segmentos de reta são colineares se, e somente se, estão numa mesma reta.

. Ângulos

Na perspectiva formal, a construção do conceito de ângulos necessita de algumas definições. A primeira delas é a ideia de regiões convexas e não convexas. Conforme Neto (2013, p. 11),

Uma região $\mathcal{R}$ do plano é convexa quando, para todos os pontos A, B $\in \mathcal{R}$, tivemos AB $\subset \mathcal{R}$. Caso contrário, diremos que $\mathcal{R}$ uma região não convexa (veja Figura 3.3).

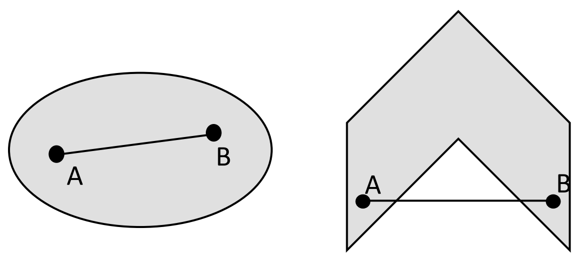


Figura 3.3 – Região convexa (esq.) e não convexa (dir.).

Um resultado, não demonstrável, a partir da ideia de região convexa, são as regiões geradas por uma reta r contida em um determinado plano α, denominadas por semiplanos:

Uma reta r de um plano o divide em duas regiões convexas, os semiplanos delimitados por r (NETO, 2013, p. 11).

O conceito de regiões convexas permite a definição de ângulo, conforme enunciada por Neto (2013, p. 12):

Dadas, no plano, duas semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$, um ângulo (ou região angular) de vértice O e lados $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$ é uma das regiões do plano limitadas pelas semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overline{OB}$ (veja Figura 3.4).

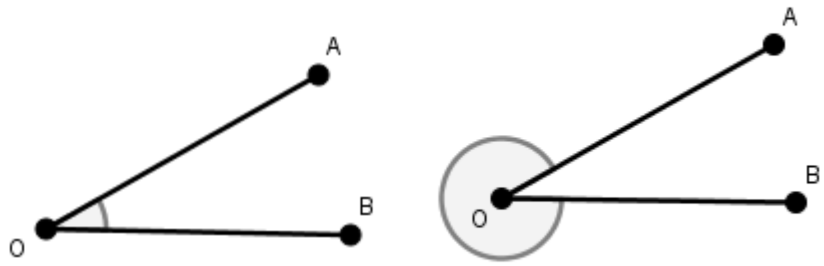


Figura 3.4 – Regiões angulares do plano.

De acordo com a definição, um ângulo pode ser convexo ou não convexo. Ao utilizarmos a notação $\angle AOB$, estaremos nos referindo à região convexa gerada pelas semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$.

Por fim, se faz necessário associar medidas aos ângulos. Para tanto, fraciona-se um círculo Γ, de centro O, em 360 arcos iguais.

Sejam X e Y pontos do círculo Γ, de maneira que esses pontos correspondem aos extremos de um dos arcos. Dizemos que a medida do ângulo $\angle XOY$ é de um grau (veja Figura 3.5), denotado por 1°, escrevendo

$$XOY = 1° .$$

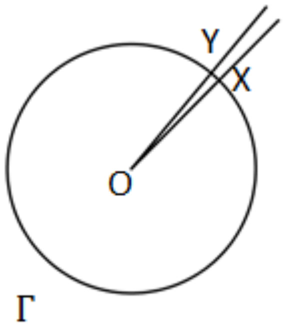


Figura 3.5 – Grau como unidade de medida de ângulo.

Dado um ângulo $\angle AOB$, denominações são atribuídas a algumas medidas especificas desse ângulo:

. Ângulo agudo: quando $0° < AOB < 90°$.

. Ângulo reto: quando AOB = 90°

. Ângulo obtuso: quando $90° < AOB < 180°$.

. Ângulo raso: quando AOB = 180°

. Ângulos complementares: Dois ângulos são complementares quando a soma de suas medidas angulares é igual a 90°.

. Ângulos suplementares: Dois ângulos são suplementares quando a soma de suas medidas angulares é igual a 180°.

Polígonos

De acordo com Neto (2013, p. 22) um polígono convexo pode ser definido da seguinte maneira:

Sejam $n \geq 3$ um natural e A_1, A_2, ..., A_n pontos distintos do plano. Dizemos que $A_1A_2...A_n$ é um polígono (convexo) se, para $1 \leq i \leq n$, a reta $\overleftrightarrow{A_iA_{i+1}}$ não contém nenhum outro ponto A_j, mas deixa todos eles em um mesmo semiplano, dentre os que ela determina (aqui e no que segue, $A_0 = A_n$, $A_{n+1} = A_1$ e $A_{n+2} = A_2$). Veja um exemplo de polígono convexo na Figura 3.6.

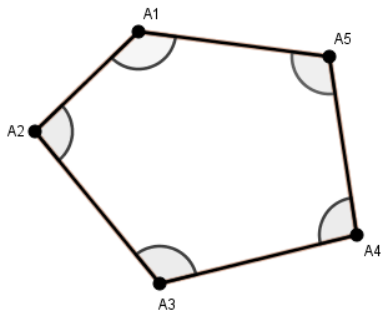


Figura 3.6 – Um polígono convexo de cinco vértices.

Consoante à definição, denotamos os elementos do polígono:

. Vértices: Os pontos $A_1, A_2, ..., A_n$ são os vértices do polígono.

. Lados: Os segmentos $\overline{A_1A_2}$, $\overline{A_2A_3}$, ..., $\overline{A_{n-1}A_n}$, $\overline{A_nA_1}$ são os lados do polígono.

. Ângulos internos: Os ângulos convexos $\angle A_{i-1}A_iA_{i+1}$, com $i \in \mathbb{N}$, $2 \leq i \leq n$, são os ângulos internos do polígono

. Ângulos externos: Um polígono convexo possui, em cada um de seus vértices, dois ângulos externos. Assim, por exemplo, no vértice A_1 esses ângulos são formados pelo segmento $\overline{A_1A_2}$ e o prolongamento do lado $\overline{A_nA_1}$, no sentido de A_n para A_1, bem como do ângulo oposto pelo vértice a esse (veja Figura 3.7).

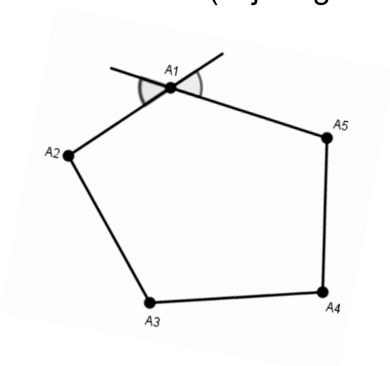


Figura 3.7 - Ângulos externos do polígono $A_1A_2A_3A_4A_5$ em A_1.

Proposição: A soma dos ângulos externos de um polígono é sempre igual a 360°

Demonstração:

Utilizamos uma variação do Princípio da Indução Finita na demonstração desse resultado.

Conforme Morgado e Carvalho (2014), o Princípio de Indução diz que:

Seja P(n) uma propriedade relativa ao número natural n e seja n_o um número natural. Suponhamos que

i) $P(n_o)$ é válida

ii) Para todo $n \geq n_o$, a validez de P(n) implica na validez de P(n + 1).

Então, P(n) é válida para todo $n \geq n_o$.

Tomando como verdadeiros os seguintes resultados:

i) Ângulos opostos pelo vértice possuem a mesma medida angular;

ii) Soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é sempre 180°;

iii) Em todo triângulo, qualquer ângulo externo é igual à soma dos dois ângulos internos não adjacentes a ele.

Verifica-se para o caso $n_o = 3$, em que o polígono é um triângulo (veja Figura 3.8).

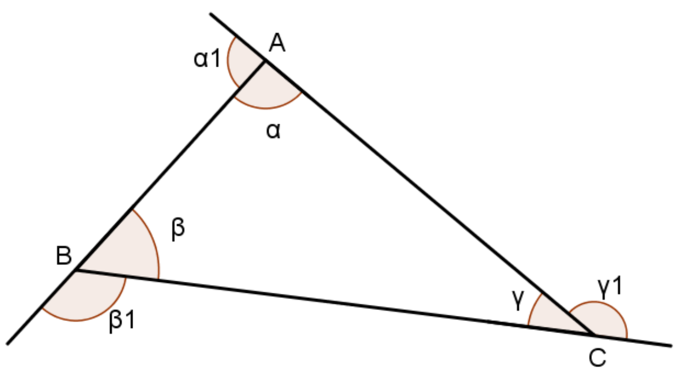


Figura 3.8 – Ângulos internos e externos de um triângulo.

Sejam A, B, C os vértices de um triângulo qualquer, α, β e γ os ângulos internos de um triângulo, α_1, β_1, γ_1 os ângulos não adjacentes α, β e γ, respectivamente.

De acordo com o resultado iii), tem-se:

$$\alpha_1 = \beta + \gamma$$

$$\beta_1 = \alpha + \gamma$$

$$\gamma_1 = \beta + \alpha$$

Portanto,

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 2(\alpha + \beta + \gamma)$$

O que, por ii), resulta:

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 2(180°) \Rightarrow \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 360°$$

Ou seja, P(3) é verdadeiro.

Supomos que para algum n, P(n) seja verdadeiro.

Seja P_{n+1} um polígono convexo de n+1 lados, com vértices $A_1A_2A_3....A_{n-1}A_nA_{n+1}$ (veja Figura 3.9).

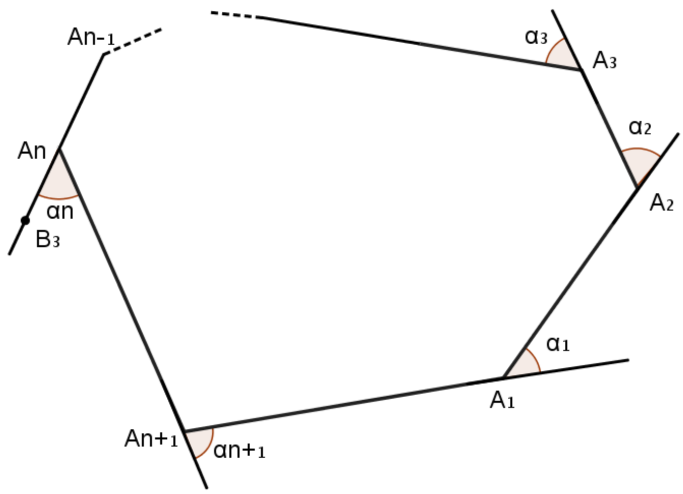


Figura 3.9 – Polígono convexo de n+1 lados.

Traçamos a reta $\overleftrightarrow{A_1A_n}$, e consideremos o polígono $A_1A_2A_3 \ldots A_{n-1}A_n$ (veja Figura 3.10).

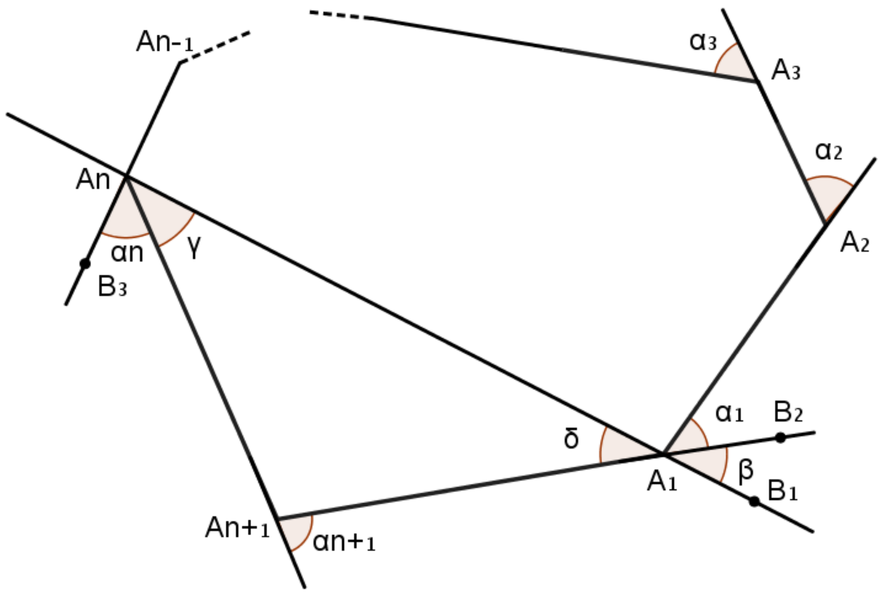


Figura 3.10 – Polígono de n+1 lados dividido por uma reta que passa por dois de seus vértices.

Por hipótese, a soma das medidas dos ângulos externos desse polígono é igual a 360°, ou seja,

$$(\alpha_1 + \beta) + \alpha_2 + \alpha_3 + \cdots + (\alpha_n + \gamma) = 360°.$$

Seja B_1, B_2 pontos tais que A_1 está entre A_n e B_1, e A_1 está entre A_{n+1} e B_2.

Os ângulos $\angle B_2A_1B_1$ e $\angle A_{n+1}A_1A_n$ são opostos pelo vértice A_1, cujas medidas são, respectivamente, β e δ. Pelo resultado i),

$$\beta = \delta.$$

Como a medida do ângulo $\angle A_1A_nA_{n+1}$ é igual a γ, tem-se, pelo resultado iii),

$$\gamma + \delta = \gamma + \beta = \alpha_{n+1}$$

Dessa maneira, a soma dos ângulos externos de um polígono de n+1 lados será:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_{n-1} + \alpha_n + a_{n+1} = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_{n-1} + \alpha_n + (\gamma + \beta) \Rightarrow$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_{n-1} + \alpha_n + a_{n+1} = (\alpha_1 + \beta) + \alpha_2 + \alpha_3 + \cdots + (\alpha_n + \gamma)$$
$$\Rightarrow \text{(pela hipótese de indução)}$$
$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_{n-1} + \alpha_n + a_{n+1} = 360°$$

Portanto, P(n) verdadeiro implica P(n+1), ou seja, a soma dos ângulos externos de um polígono convexo é sempre igual a 360°.

Nomenclatura dos polígonos

Para a denominação de um polígono, toma-se por referência o número de lados que este possui. Visualiza-se no quadro a seguir o nome alguns polígonos.

Quadro 3.1 – Denominações de polígonos.

NÚMERO DE LADOS	DENOMINAÇÃO
3	triângulo ou trilátero
4	quadrângulo ou quadrilátero
5	pentágono
6	hexágono
7	heptagono
8	octógono
9	eneágono
10	decágono
20	icoságono

Após a discussão dos aspectos pedagógicos sobre o ensino da geometria e a apresentação de conceitos e resultados relacionados aos polígonos, passamos agora a descrever o ambiente de linguagem de programação adotado na proposta.

3.2. A linguagem de programação visual *Scratch*

Na seção a respeito da utilização de recursos tecnológicos na educação, definimos a forma como pretendemos empregá-los, um meio para se construir conhecimento, através do ciclo descrição-execução-depuração-descrição. A efetivação do uso da informática em acordo como esse propósito não depende do tipo de software, mas de como é utilizado. Há, no entanto, softwares que, por possuírem certos componentes, facilitam o seu emprego numa perspectiva construtivista. Para a presente proposta utilizaremos o programa *Scratch*.

A linguagem de programação visual *Scratch* foi desenvolvida e é mantido pelo *Lifelong Kindergarten Group*, grupo pertencente ao *MIT MediaLab*, departamento do conceituado Instituto de Tecnologia de Massachusetts, sediado nos Estados Unidos. Podemos conceber esse programa como uma evolução do Logo, possibilitando a criação de animações e jogos, construídos através de linguagem de programação visual, na qual a descrição é feita por concatenações de blocos com funções específicas, permitindo a manipulação de diversas mídias, como imagens, sons e processador de textos. A primeira versão aparece em 2007, recebendo em 2013 a versão 2.0 e a disponibilidade *on-line*.

Utilizamos nesse trabalho a versão *on-line*, que está disponível no endereço eletrônico: https://scratch.mit.edu. Essa opção se deve a duas razões principais: a plataforma *on-line* possui ferramentas, como explicitaremos mais adiante, que facilitam a interação entre os estudantes e mesmo entre professor e estudante. Extrapola o espaço escolar, ao permitir a continuação do trabalho em qualquer ponto com disponibilidade de internet, o qual é facilmente encontrado em locais públicos como em bibliotecas ou Telecentros, graças a políticas públicas voltadas à inclusão digital.

Não há, todavia, prejuízos no caso da impossibilidade de se trabalhar com essa versão. A versão instalada em computadores é similar e os benefícios da versão *on-line* e podem ser remanejados pelo professor para a versão *off-line*. Tanto a versão *on-line* quanto a *off-line* são gratuitas, podendo essa última ser baixada no mesmo *site* citado anteriormente.

Ao acessar a plataforma, é solicitado o cadastramento. A sugestão é criar uma conta para toda turma. Pode-se nesse momento fazer um levantamento com sugestões de nomes, sendo escolhido através de um processo de votação. Conferindo assim identidade ao grupo, pois é como serão conhecidos pela comunidade virtual.

Para esse trabalho foi criada uma conta com o usuário **aventuras_poligonais**. A Figura 3.11 traz a página inicial do site.

Figura 3.11 – Tela de acesso da plataforma *Scratch*.

Após acessar a conta, a plataforma oferece diversas funcionalidades. Nos deteremos apenas a descreve as funções especificamente utilizadas nas propostas de atividades. Ao clicar na função Criar, será disponibilizada a interface do software (veja Figura 3.12).

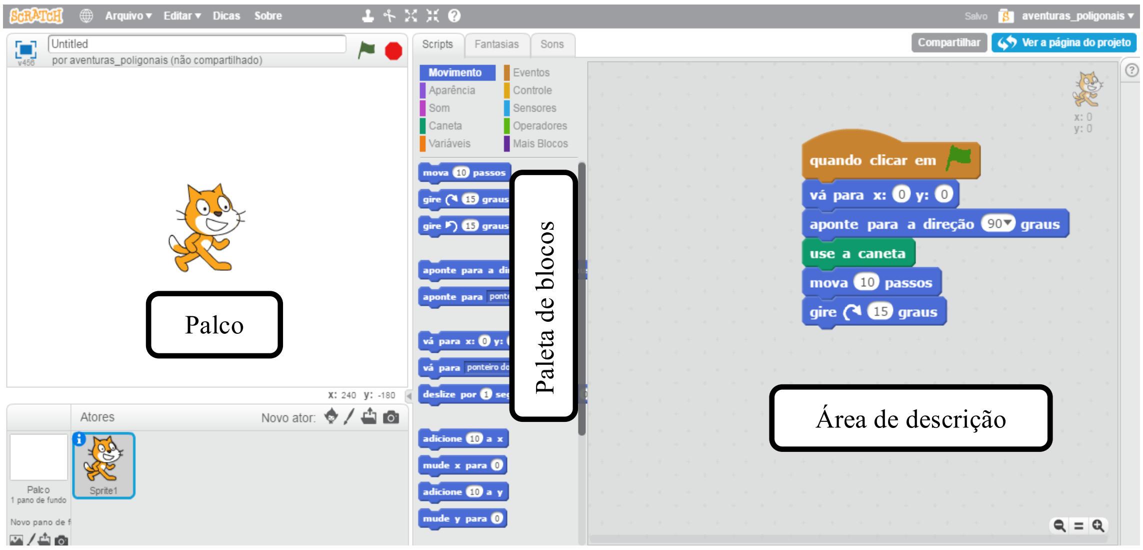


Figura 3.12 – Interface do *Scratch*.

O ambiente de programação é dividido em três telas: Palco, Paleta de blocos e área de descrição. No Palco visualizamos a movimentação e interação dos *sprites*[2] e os cenários. Possui um sistema de coordenadas cartesianas bidimensional, gerado por dois eixos ortogonais, denominados x e y. A unidade de medida é o passo, limitando em 480 passos o eixo horizontal x e 360 passos o eixo vertical y. A origem do sistema está localizada no centro do Palco (veja Figura 3.13).

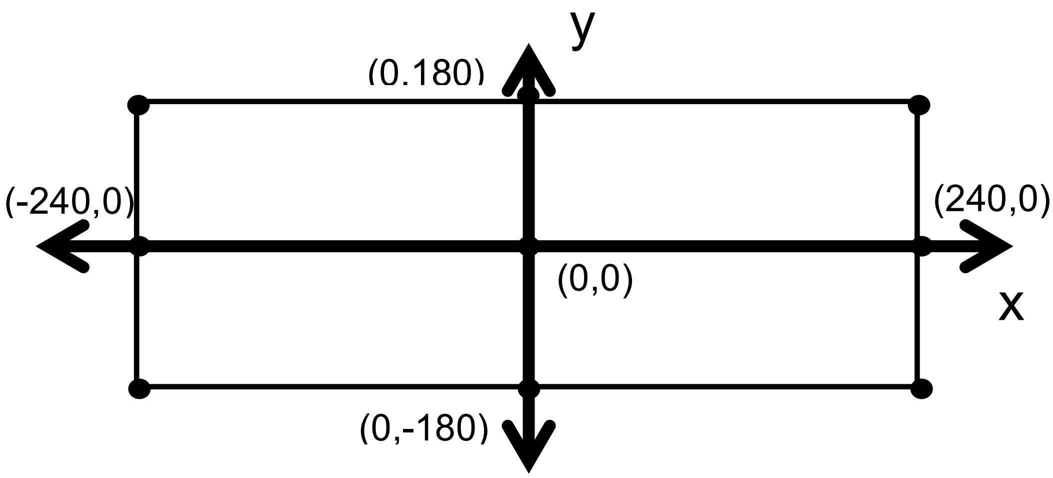


Figura 3.13 – Plano Cartesiano do Palco.

A Paleta de blocos é organizada em dez categorias com o objetivo de agrupar blocos por tipo de funcionalidade (veja Figura 3.14). Ao clicar em uma das categorias, são mostrados os blocos disponíveis da modalidade selecionada.

Os blocos podem ser arrastados e concatenados na Área de descrição. Os blocos possuem especificidades em seus encaixes com o objetivo de diminuir os erros de sintaxe na estrutura da programação (veja Figura 3.15). No canto superior direito é possível visualizar as coordenadas correspondentes à posição atual do *sprite*.

Além do ambiente de programação, a plataforma online permite a criação de um banco de projetos, denominado Minhas Criações (veja Figura 3.16). Utilizaremos esse recurso na organização e facilitação ao acesso das atividades.

[2] Em computação gráfica, o termo *sprite* pode ser entendido como um objeto gráfico com movimentação.

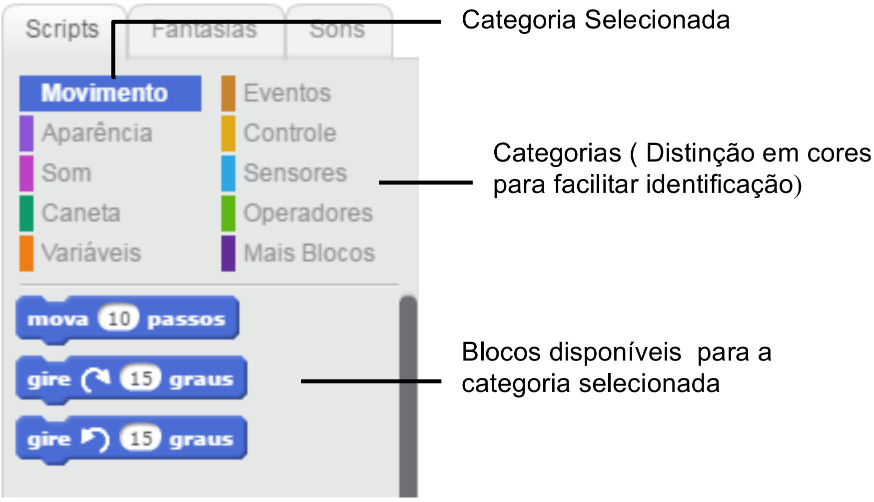


Figura 3.14 – Paleta de blocos do *Scratch*.

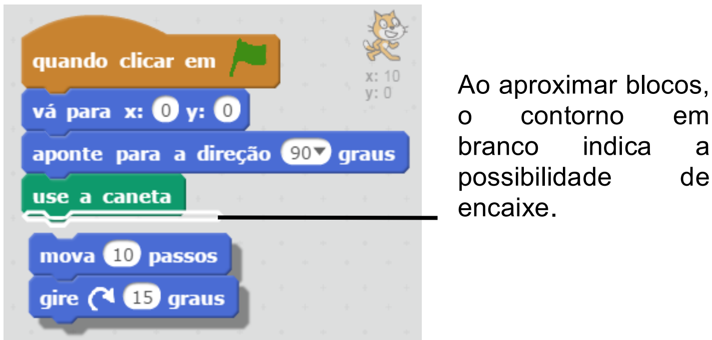


Figura 3.15 – Indicação de encaixe de blocos.

Figura 3.16 – Banco de projetos na plataforma *Scratch*.

3.3. Roteiro para aplicação de desafios

O objetivo desse tópico é apresentar um roteiro de aplicação de atividades, embasada na metodologia de Resolução de Problemas e no uso do computador como meio de se construir conhecimento através do ciclo descrição-execução-reflexão-depuração.

Focaremos nas possíveis intervenções do professor durante a aplicação das atividades, atuando como mediador no processo de ensino-aprendizagem.

De acordo com os apontamentos anteriores, esses dois tópicos, ensino da matemática através da Resolução de Problemas e a modalidade do uso do computador adotada, gravitam em torno do entendimento da aprendizagem como um processo de construção de conhecimento. Tal fato nos permite tecer possíveis relações entre as etapas presentes na estrutura de cada uma dessas formulações, com o intuito de as tornarem complementares.

“O problema é olhado como um elemento que pode disparar um processo de construção de conhecimento” (ONUCHIC, 1999, p. 207). Nessa perspectiva, a proposição de problemas poderá encontrar no modelo descrição-execução-reflexão-depuração um meio eficaz de construir conceitos matemáticos. Utilizaremos o termo “desafios” para nos referirmos aos problemas elaborados através dessa concepção.

O Quadro 3.2 estabelece possíveis interligações entre as etapas do modelo cíclico de Valente e as fases da Resolução de Problemas propostas por Polya. Especificamente, no que diz respeito à atuação do professor, a pretensão é basear e/ou complementar possíveis mediações através das indagações propostas por Polya em cada fase da Resolução de Problemas. Ou seja, as indagações atuarão como guias de possíveis intervenções ao longo do ciclo. Em relação aos estudantes, as indagações atuam no próprio processo de construção de conhecimento, ao objetivar o desenvolvimento de habilidades, como a interpretação de um problema e elaboração de um plano, e não um conteúdo em específico. A mediação baseada nessas indagações podem auxiliar os estudantes no processo de depuração:

> [...] a questão é como o professor deve intervir. É claro que não existe uma receita para isso e uma grande dose de bom senso está envolvida no processo de intervenção. No entanto, o papel do professor na depuração é bastante facilitada se ele tem conhecimento de algumas atividades que facilitam a depuração, [...] (VALENTE, 1995, p. 24)

Quadro 3.2 – Possíveis interligações entre o modelo cíclico no ambiente de programação e as fases da Resolução de Problemas.

ETAPA DO CICLO	FASE DA RESOLUÇÂO DE PROBLEMA	INDAGAÇÕES – (MEDIAÇÃO –DEPURAÇÃO)
Descrição	Compreensão do problema	Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condição? É possível satisfazer a condição? A condição é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou excessiva? Ou é contraditória? Preciso desenhar uma figura?
Descrição	Elaboração de um plano	Já viu este problema antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente? Conhece um problema relacionado? Ou um que seja útil aqui? Conhece um teorema que lhe poderia ser útil? Ou uma propriedade? Olha bem para a incógnita! Pensa num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante. Eis um problema correlacionado e já antes resolvido. É possível utilizá-lo? É possível utilizar o seu resultado? É possível utilizar o seu método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização? É possível reformular o problema? É possível reformulá-lo ainda de outra maneira?
Execução	Execução do plano	Ao executar o plano desenvolvido conseguimos verificar cada passo? É possível verificar claramente que cada passo está correto? Mas podemos também demonstrar que o passo está correto?
Reflexão	Retrospecto	É possível verificar o resultado? É possível verificar o raciocínio? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isto num relance? É possível utilizar o resultado, ou o método, para outros problemas?

De acordo com Valente (1995), os obstáculos ou “bugs” ao se trabalhar em um ambiente de programa podem ser de três tipos: 1) conceitual, quando o estudante desconhece os conceitos envolvidos; 2) estratégico, quando o estudante não sabe aplicar determinado conceito, e 3) computacional, quando o estudante desconhece algum comando do programa. Mesmo sendo de naturezas diferentes, as indagações permitem explicitar em qual desses três eixos a dificuldade está tornando a identificação do “bug” mais eficiente.

As atividades a seguir buscam simular a atuação do professor como mediador, por meio de formulações baseadas no quadro referencial do processo de resolução de problemas.

Levando-se em conta que a maioria das instituições de ensino organiza o tempo escolar em aulas com duração em torno de 45 minutos, as atividades são estruturadas de maneira a facilitar a organização e gerenciamento em torno desse tempo. Assim, desenvolvem - se três blocos de atividades, onde tanto o primeiro quanto o terceiro contam com três atividades, para cada qual estipula - se a duração de uma aula. O segundo bloco deverá abranger um período maior de tempo, entre duas a três aulas, pois exige um trabalho autoral na elaboração do problema.

3.3.1. 1º Bloco de Atividades

<u>Objetivos:</u>

- Desenvolver a percepção espacial do movimento de translação e de rotação,

- Familiarizar com alguns comandos do ambiente de programação,

- Permitir a percepção de ângulo como reorientador de direção e construir o conceito de linha poligonal.

<u>Descrição:</u>

Apresentaremos três desafios interligados, descrevendo suas respectivas situações-problema. Optamos por criar um enredo para expor as situações. Cada uma terá a programação iniciada na Área de descrição. Nela constará a forma como se iniciará a ação no Palco, com o bloco “quando clicar em(por a figura)”. A posição inicial do personagem, utilizando o bloco com entradas para as coordenadas x e y. Os blocos “apague tudo” e “use a caneta” para desenhar o caminho percorrido e apagá-lo quando o programa é iniciado novamente.

<u>Considerações:</u>

Ao atribuir alguns comandos prévios ao personagem, esperamos que os estudantes despertem a curiosidade sobre o funcionamento do programa, evitando um início com aula tutorial. É uma forma de assimilarem visualmente o ambiente que acabaram de conhecer, como as ações definidas por blocos encaixantes, a correspondência entre as cores dos blocos e suas funcionalidades. A própria exploração dos comandos sem um objetivo específico nesse momento pode ser incentivada, sendo a forma como os estudantes apropriam do recurso um primeiro objeto de investigação do professor. Antes mesmo de abrir o programa, é válida a utilização de dinâmicas, onde os estudantes devem descrever sequências de ações. Um exemplo seria o de descrever o itinerário de suas casas até a escola.

O bloco com entradas das coordenadas x e y pode despertar a curiosidade dos estudantes. Mesmo não sendo o foco da atividade, dúvidas podem induzir um processo de investigação significativo em relação a esse assunto. As dúvidas podem ser sobre o significado do conceito contido no bloco ou da necessidade de sua presença na linha inicial de programação. Mesmo que as respostas a essas questões sejam similares, a distinção leva a mediações diferentes. As dúvidas e o levantamento de hipóteses direcionarão a investigação. Assim, se a questão é relacionada ao aspecto conceitual, podemos solicitar aos estudantes que movimentem o *sprite* utilizando o mouse, observando o que ocorrem com os valores x e y de sua posição na Área de descrição. Se o sentido da questão for o da necessidade do bloco, solicita-se aos estudantes que alterem a posição do *sprite*, e executem o programa. Logo em seguida, pede-se a remoção do bloco da linha de programação e o *sprite* é mudado novamente de posição, executando, na sequência, o programa. Os resultados do processo interativo são confrontados com as hipóteses levantadas, de forma a iniciar o estágio de depuração. Esse é momento propício à apresentação, em um nível condizente aos objetivos, do sistema de coordenadas cartesianas.

Esperemos que ao final desse bloco de atividades os estudantes possam descrever, por meio da linguagem computacional e oral, os movimentos de translação e rotação em um plano.

O acesso aos desafios é pela conexão à conta na plataforma *on-line*, na seção Minhas Criações, conforme descrito na Seção 3.2.

1° Desafio

Situação – Problema

O Robô está ajudando na turnê de um grupo musical famoso. Ocorreu um imprevisto e os instrumentos foram perdidos. A sua missão será controlar o Robô e recuperar os equipamentos. Algumas instruções já foram dadas para que o Robô deixe o rastro por onde passe. Observe a situação e dê os comandos para o Robô recuperar o microfone.

A Figura 3.17 apresenta a interface deste primeiro desafio no *Scratch*.

Figura 3.17 – Interface da apresentação de um Desafio.

- Compreensão do problema

Conforme observamos na figura anterior, o primeiro contato é com a descrição do desafio. A descrição da situação-problema segue a seguinte estrutura:

Trama: O Robô está ajudando na turnê de um grupo musical famoso. Ocorreu um imprevisto e os instrumentos foram perdidos. A sua missão será controlar o Robô e recuperar os equipamentos.

Condições iniciais: Algumas instruções já foram dadas para que o Robô deixe o rastro por onde passe.

Problema: Observe a situação e dê os comandos para o Robô recuperar o microfone.

Com a utilização de uma trama, pretendemos tornar os problemas instigantes, incutindo o desejo nos estudantes, fator primordial, como vimos anteriormente apontado por Polya, para que esses envolvam-se no processo de resolução.

Após a leitura e interpretação do desafio, os estudantes devem clicar no botão que dará acesso ao ambiente de programação, conforme a Figura 3.18.

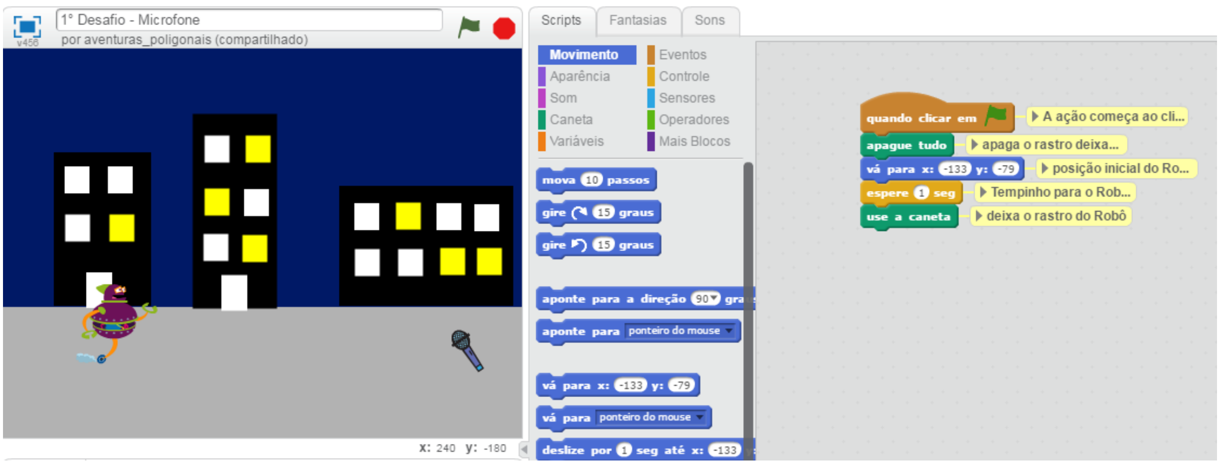


Figura 3.18 – Ambiente de Programação do 1° Desafio – 1° Bloco.

A Figura 3.18 ilustra o ambiente onde os estudantes devem desenvolver a atividade. Pede-se aos estudantes que observem o cenário, indagando-os sobre o qual é o objetivo do desafio (Qual é a incógnita?). Com isso, é possível observar a compreensão que tiveram do problema pelo destacamento do cenário dos elementos essenciais para resolvê-lo (Quais são os dados?).

Antes de elaborarem um plano de resolução, haverá a necessidade de entender o funcionamento do programa. Não se trata, contudo, de realizar uma exposição antecipada, na forma de tutorial, de como utilizar os comandos. É antes, uma investigação em torno da questão: “Qual é a condição?”. Abre-se espaço para a discussão sobre a estrutura da Paleta de Comandos, como, por exemplo, se as cores dos blocos servem de indicadores. Identificando, assim, nos blocos azuis a funcionalidade de movimentação.

- Elaboração de um plano

Espera-se que essa atividade transcorra facilmente, pois essencialmente envolverá apenas uma translação horizontal. A ligação entre a incógnita, movimentar o Robô até o microfone, e a forma como se dará isso, utilização de blocos na Área de Descrição, ocorre nesse momento. Como dito anteriormente, é um momento de exploração da nova ferramenta. Após algumas manipulações, espera-se que os estudantes utilizem o bloco 

, identificando a entrada de valores, que inicialmente, atribuiu-se 10.

- Execução do plano

A Figura 3.19 ilustra um exemplo do rastro deixado pelo Robô.

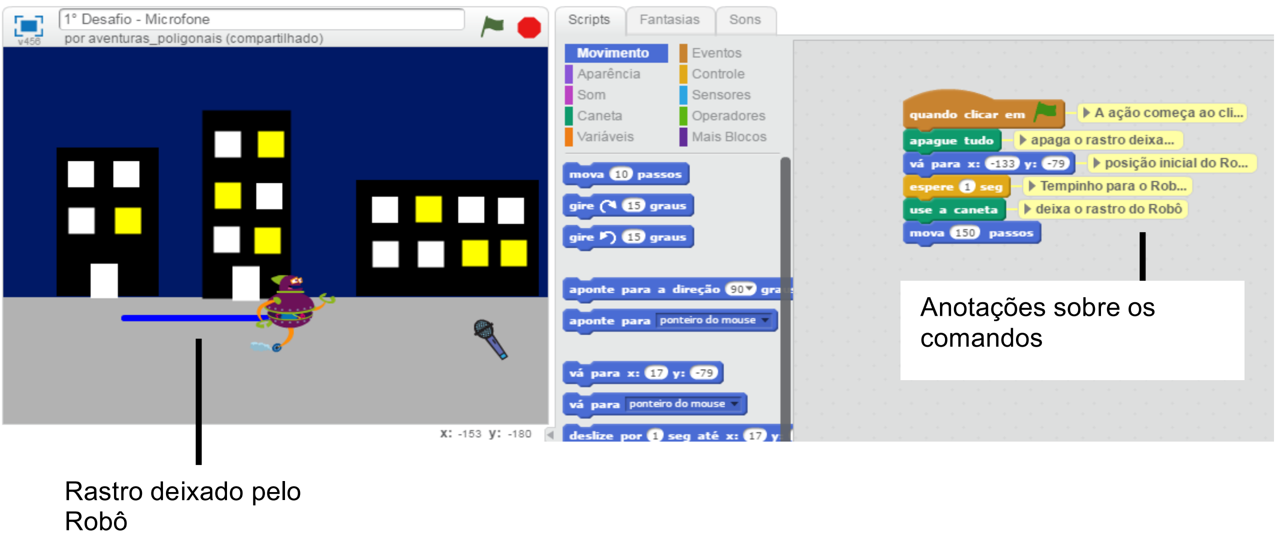


Figura 3.19 – Registros no ambiente de programação.

Ao executar o programa, o resultado apresentado na tela levará à reflexão, que pode seguir dois caminhos, como visto anteriormente. Como se trata do primeiro desafio, possivelmente não haverá alteração do valor de entrada, mantendo-o em 10, levando o Robô a realizar um pequeno deslocamento, insuficiente para resolver o desafio, desencadeando um processo depurativo, no qual o estudante retornará ao estágio de compreensão do problema, identificando qual será agora a incógnita, que valor deverá ser atribuído na entrada do bloco, e ao plano de resolução, percebendo a necessidade de aumentar esse valor. Essa dinâmica, de retornar facilmente aos estágios anteriores de resolução, é uma das grandes contribuições do uso de ambiente de programação na resolução de problemas.

Na Área de descrição contamos com um recurso que auxilia tanto o estudante, na reflexão sobre o que está realizando, quanto o professor, no papel de mediador. Ao clicar com o botão direito do mouse, quando o cursor está sobre algum bloco, tem-se acesso à função “adicionar comentário”. Com isso, surgirá um bloco de anotação, onde podem ser anotados comentários, em torno da questão “Ao executar o plano desenvolvido conseguimos verificar cada passo?”.

Além disso, a explicitação das ações auxilia no processo avaliativo, pois

> As descrições produzidas pelo aluno podem ser usadas para avaliar sua performance no ambiente [...], durante um período acadêmico.[...] Essa documentação é o registro das atividades do aluno e pode ser analisada com relação ao nível de conceitos, estratégias e de técnicas computacionais utilizadas (VALENTE, 1995, p. 15).

- Retrospecto da solução

Nessa última etapa, estipulada por Polya, é um momento onde é possível realizar uma primeira sistematização da funcionalidade dos blocos utilizados na Área de Descrição, através dos registros dos comentários. Isso pode ser feito coletivamente, apresentando as diversas formulações de cada bloco, promovendo um debate, que resultará em um registro coletivo da funcionalidade de cada um deles.

A fim de estipular que tipos de problemas podem ser utilizados o bloco 

(É possível utilizar o resultado, ou o método, para outros problemas?) pode-se indagar se, ao modificar a posição do microfone, é sempre possível que o Robô o alcance.

2° Desafio

Situação-Problema

O Robô localizou a guitarra. Ela foi encontrada em um clube, próximo à borda da piscina. O Robô não pode entrar na piscina, pois a água queimará os seus circuitos. Programe o Robô para que ele contorne a piscina e resgate o instrumento.

- Compreensão do problema

Trama: O Robô localizou a guitarra. Ela foi encontrada em um clube, próximo à borda da piscina. O Robô não pode entrar na piscina, pois a água queimará os seus circuitos.

Problema: Programe o Robô para que ele contorne a piscina e resgate o instrumento.

A Figura 3.20 apresenta a interface deste segundo desafio no *Scratch*.

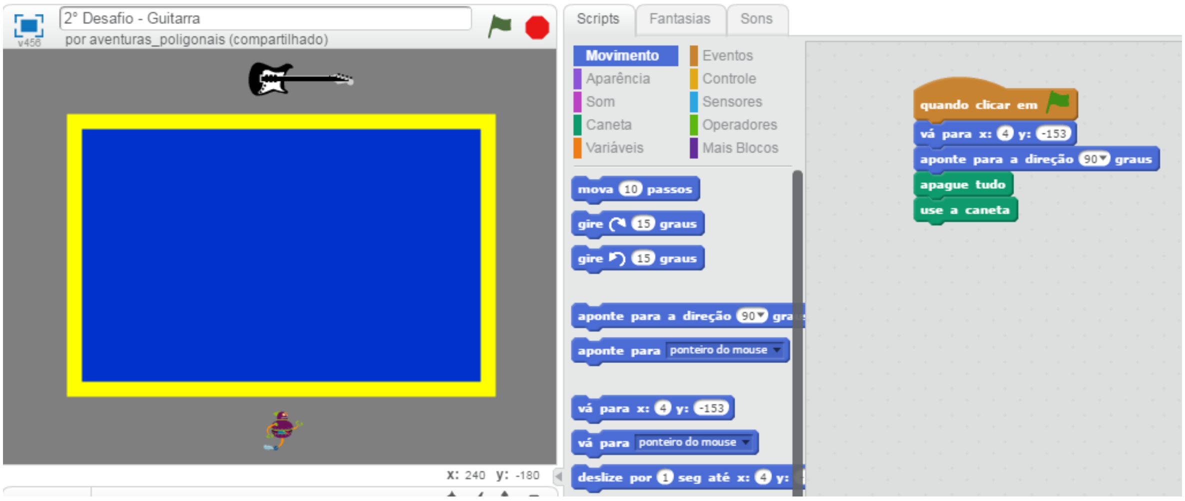


Figura 3.20 – Interface do 2° Desafio – 1° Bloco.

Tem-se nesse desafio a presença de uma condicionante, o fato do Robô não poder atravessar a piscina. Podemos indagar sobre o formato da piscina e como isso poderá influenciar na resolução do desafio. Espera-se o estabelecimento, com o questionamento realizado ao fim do desafio anterior, a respeito de como o posicionamento do objeto interfere no caminho trilhado pelo Robô.

- Elaboração do plano

Esse desafio exigirá a utilização de outros comandos, pois, para o deslocamento bidimensional, inevitavelmente, se faz necessário rotacionar o Robô. O formato da piscina foi pensado com a intenção de induzir o estudante a perceber que, com um giro de 90°, a translação vertical será paralela à borda da piscina.

Espera-se inicialmente que a exploração dos comandos levem os estudantes a concluírem que se faz necessário o uso do bloco 

. A flecha mostra o sentido da rotação, o que é facilmente atento pelos estudantes. A possibilidade de inserir valores na entrada desse bloco propícia um momento de investigação da correspondência entre os valores, em graus, e a rotação efetuada.

- Execução do problema

Se alguns estudantes apresentarem soluções como a que foi simulada na Figura 3.21, na qual se observa que a preocupação principal foi a de se chegar ao objetivo, sem um refinamento das ações empregadas, podem ser utilizados recursos incentivadores de processos de depuração, tais como:

- Criação de situações de conflitos: De acordo com Valente (1995), propiciar outra visão de um dado problema, inserindo, por exemplo, novas condicionantes a eles, podem gerar conflitos, levando os estudantes reverem técnicas computacionais, conceitos ou mesmo estratégias;

- Manipular isoladamente uma variável: O ambiente de programação permite a resposta imediata de qualquer alteração, seja funcional ou de variação de valores. Assim, a exploração isolada de uma variável eleva o seu entendimento conceitual.

Figura 3.21 – Possibilidade de solução do 2° Desafio – 1° Bloco.

Como o intuito é a percepção de ângulos notáveis, como o de 90° no atual problema, lança-se o desafio de diminuir a quantidade de comandos necessários para que o Robô alcance o instrumento.

Se algum estudante estiver com dificuldades para elaborar uma nova resolução, um caminho é solicitar que ele se atenha apenas ao comando giro. Alterando, por exemplo, alguns valores e verificando o tipo de modificação ocorrida na rotação do Robô. Executando dois giros consecutivos e comparando com o giro cujo valor é a soma das entradas dos dois giros anteriores, também pode ser um meio de auxiliar a depuração do estudante.

Contudo, como apontou Polya, e citado anteriormente, na elaboração de planos de execução não existem milagres, e as estratégias elencadas aqui podem não ser promissoras. Diante de tal situação, o professor deve depurar as suas ações mediadoras de acordo com as demandas dos estudantes.

- Retrospecto do problema

Pode ocorrer também de algum estudante concluir o desafio, recorrendo facilmente ao uso do ângulo reto. Neste caso, há a possibilidade de expandir a investigação, desafiando-o a encontrar outro caminho (É possível chegar ao resultado por um caminho diferente?). Ou ainda, acrescentando novos condicionantes, como a inserção de um obstáculo no caminho por ele trilhado na resolução, intransponível para o Robô. A tentativa de fazer com que o Robô faça o caminho pela borda da direita permitirá ao estudante conhecer outro ângulo notável, o de 180°.

3º Desafio

Situação-Problema

> Nesse 3° Desafio, o Robô localizou a bateria em um parque. As figuras em cinza são visões aéreas dos prédios do parque. O Robô está separado do instrumento por uma parede e por isso precisará contornar o prédio central para resgatá-lo.
>
> Não se esqueça de deixar o rastro do caminho percorrido!

- Compreensão do problema

Trama: Nesse 3° Desafio, o Robô localizou a bateria em um parque. As figuras em cinza na Figura 3.22 são visões aéreas dos prédios do parque.

Figura 3.22 – Interface do 3° Desafio – 1° Bloco.

Problema: O Robô está separado do instrumento por uma parede e por isso precisará contornar o prédio central para resgatá-lo. Não se esqueça de deixar o rastro do caminho percorrido!

O intuito desse desafio é, por um lado, permitir que os estudantes tenham mais possibilidades de trilhar o caminho até o objetivo e perceber a importância de alguns componentes na programação, como a do bloco 

.

- Elaboração do plano

A partir dos diferentes caminhos trilhados no desafio anterior é possível construir a ideia de ângulo como mudança de direção e o conceito de linha poligonal. A direção em que se encontra inicialmente o Robô exige que se faça uma rotação antes de transladá-lo. Esse fato permite uma reflexão sobre a função direcionadora dos ângulos, ao se indagar: Qual deverá ser o primeiro comando atribuído ao Robô? Por que isso é necessário?

- Execução do plano

O desafio possivelmente levará, como veremos a seguir, a constantes retornos às etapas anteriores. Com isso, optamos por tecemos considerações a respeito da compreensão e elaboração dentro do quadro destinado à execução do plano, devido a dinâmica em que se desenvolve o processo de resolução de problemas em um ambiente de programação, respondendo momentaneamente ao que se foi solicitado.

Propositalmente, o bloco 

que aparecia nos comandos pré-estabelecidos do desafio anterior foi removido. Assim, quando iniciar novamente a ação, o Robô possivelmente percorrerá outro caminho, pois as rotações serão relativas à última direção em que se encontrava.

Dessa maneira, o processo de depuração de iniciará, auxiliado por indagações como “Que alterações ocorreram entre uma ação e outra?”.

Essa investigação pode ser auxiliada, por exemplo, solicitando ao estudante que realize cópias da tela, através da tecla *PrintScreen* do teclado do computador. Com isso, a geração de um histórico de imagens permite ao estudante uma análise em retrospecto, onde ao final, é possível que reconheça que não houve alteração na translação, “o tamanho das linhas não se alteram”, mas que houve um “giro” no percurso, como apresentado nas Figuras 3.23 e 3.24.

Os recursos computacionais permitem a utilização eficaz da comparação como estratégia de resolução de problemas, ao gerar fácil e rapidamente um banco de imagens. A assimilação desse tipo de estratégia pelos estudantes pode ser promissora através dessa abordagem.

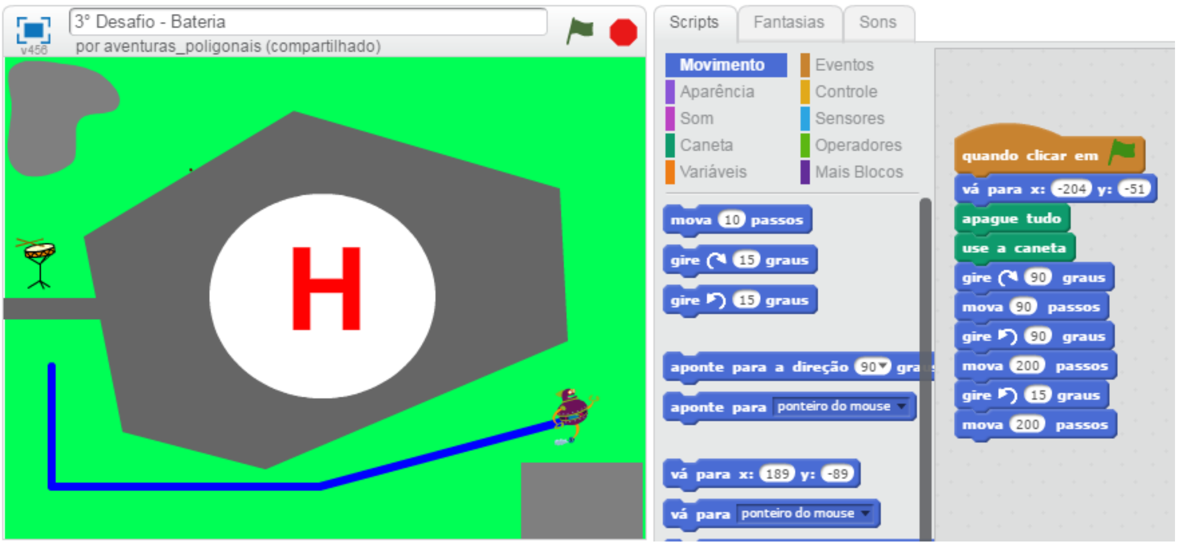


Figura 3.23 – Possível trajetória do 3° desafio – 1° Bloco.

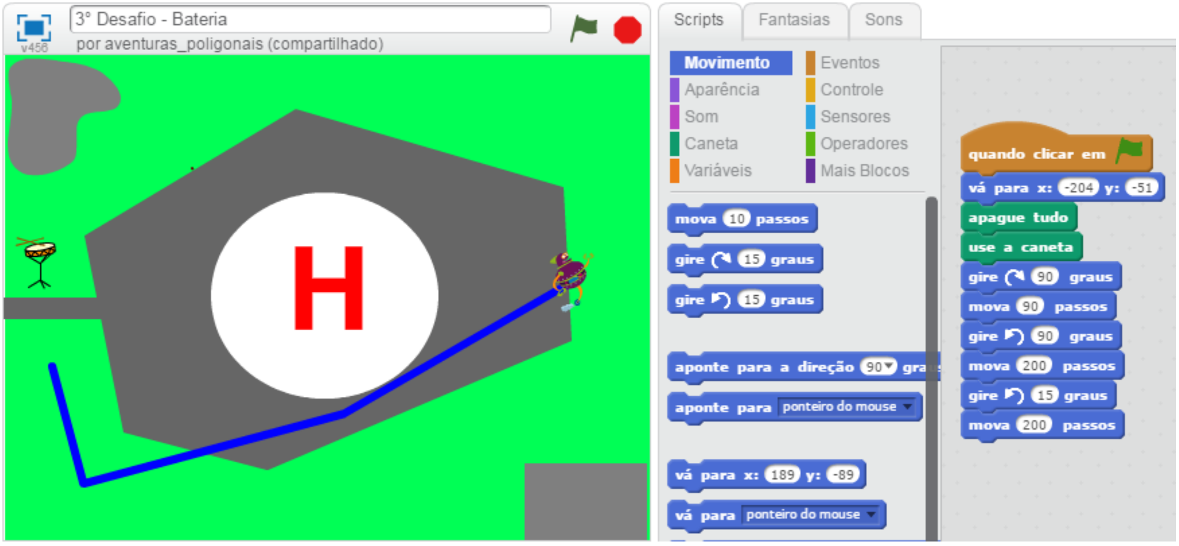


Figura 3.24 – Possível trajetória não compatível com as condicionantes.

A identificação do “bug” exigirá um novo plano de resolução. Momento propício para encorajar uma investigação coletiva, pois é um problema que atingirá certamente todos aqueles que estiveram solucionando o desafio. Uma forma de mediar esse momento seria utilizar indagações propostas por Polya para se estabelecer um plano: “Já o viu antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma diferente?” (POLYA, 1995, p. XII), que nesse caso específico seria comparar com o desafio anterior: Por que no desafio anterior esse tipo de problema não ocorria? Através da comparação poderá ocorrer ao estudante que o bloco 

não está presente nos pré-comandos do atual desafio. Ressaltando que não se trata apenas de acrescentar esse bloco, é necessário revistá-lo de significado. A própria estrutura do bloco poderá facilitar, pois em seu campo de entrada temos pistas para isso. Nele, existe uma correspondência entre a direção em graus e a maneira corriqueira de orientação em direita, esquerda, cima, baixo (veja Figura 3.25).

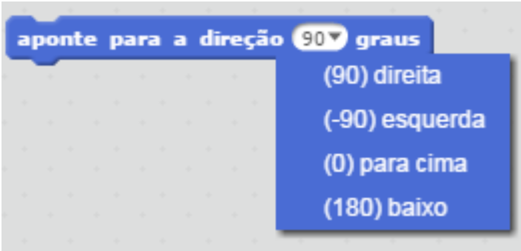


Figura 3.25 – Correspondência entre direções e ângulos.

O sinal negativo na frente do ângulo de 90° poderá despertar interesse. Caso isso ocorra, abre-se uma nova linha investigativa, inevitável quando se trabalha com um ambiente educativo pautado na construção de conhecimento. Ao concebermos que a curiosidade é o principal motor do processo ensino-aprendizagem, situações como essa incentivam a flexibilização de maneira orgânica do currículo, dando base àqueles educadores que visam mudanças de práticas consagradas de ensino, onde os conteúdos devem seguir uma forma rígida e linear de apresentação.

Outra linha para a elaboração de um plano pode ser guiada por indagações como: “Mantenha apenas uma parte da condicionante, deixe outra de lado; até que ponto fica assim determinada a incógnita?” (POLYA, 1995, p. XII). Isso pode ser utilizado no desafio ao solicitar que o estudante retire alguns blocos da linha de programação como forma de perceber onde ocorreu o problema. Assim, ao deixar apenas os comandos pré-estabelecidos notará que o Robô retorna à posição inicial em uma direção diferente (veja Figura 3.26).

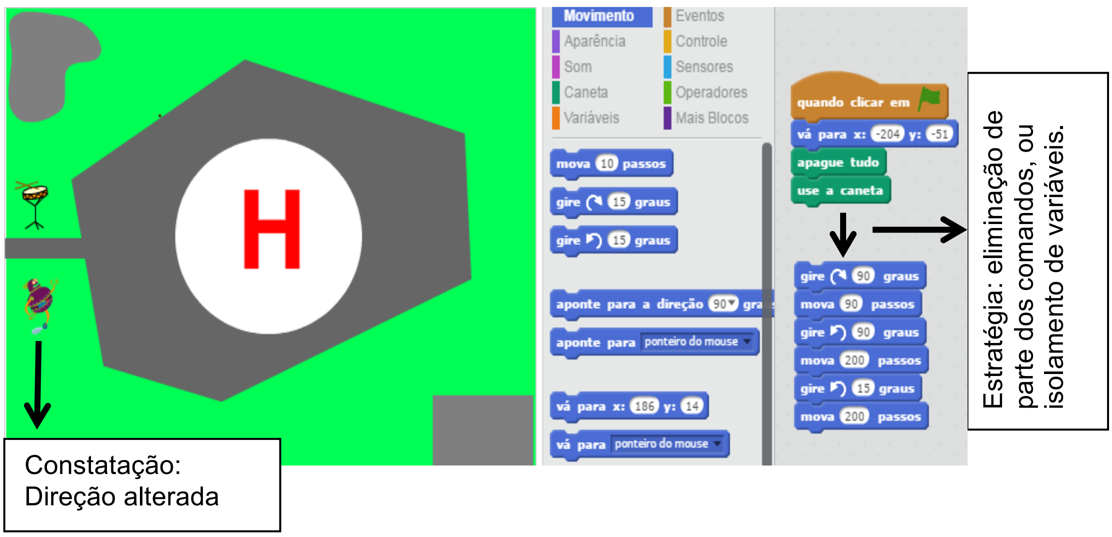


Figura 3.26 – Verificação de comandos isolados no 3° Desafio - 1° Bloco.

A partir da identificação do “bug”, a estratégia de um problema correlato, como explanado no parágrafo anterior, poderá ser utilizada.

- Retrospecto do problema

Dificilmente serão gerados caminhos idênticos para se alcançar o objetivo. Através desse fato, pode-se explorar e construir o conceito de linha poligonal como a união de segmentos de retas consecutivos e não colineares, solicitando, por exemplo, que indiquem quais as diferenças entre os caminhos gerados. A utilização de diversas expressões para se referirem aos segmentos de retas, principais elementos que distinguirão os trajetos, como “linhas”, “traços”, “pedaços de linhas”, “ponto de mudança de direção”, permite ao professor apresentar o vocábulo “segmento” como a convenção adotada para esse objeto geométrico, e que a união consecutiva deles recebe o nome de linha poligonal (veja Figura 3.27). Os pontos onde ocorrem a mudança de direção como vértices.

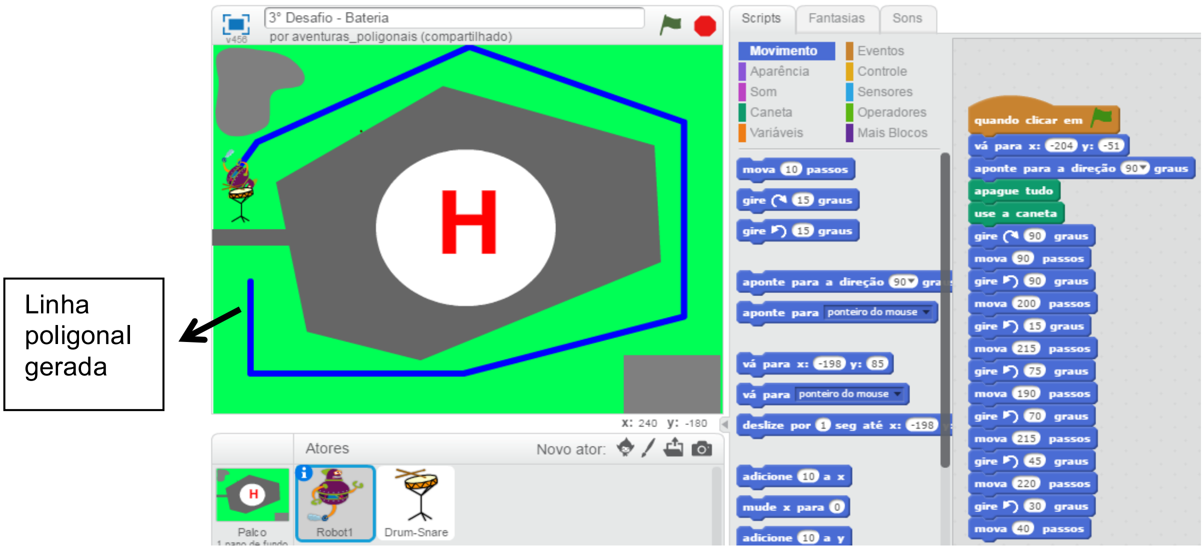


Figura 3.27 – Linha poligonal gerada no 3° Desafio – 1° Bloco.

A atribuição de valores diferentes na entrada do bloco utilizado para que o personagem efetue rotações permite a elaboração da ideia de medida angular. Ângulos notáveis como 90°, 180° e 360° podem ser explorados, contextualizando-os com os desafios propostos. Denominações como ângulo reto, raso, obtuso e agudo podem ser apresentadas. Pode-se desafiar os estudantes a percorrerem um caminho mediante a restrição do uso de medidas angulares. Com isso, investiga-se se é possível traçar um caminho utilizando apenas ângulos retos, agudos ou obtusos. Acreditamos que essa experiência trará outros olhares sobre os problemas em matemática, pelo fato de que, diferentemente do estão acostumados, o problema pode não ter solução. Como é o caso ao tentarem percorrer utilizando apenas ângulos retos. “É possível satisfazer a condição?”, certamente é uma questão pouco presente em atividades em aulas de matemática.

Ao relacionar a noção de ângulo com a mudança de direção, podemos tratar do conceito de ângulo suplementar. Isso porque, o valor de entrada no bloco de giro está atrelado à medida do ângulo suplementar aos segmentos de retas, conforme Figura 3.28.

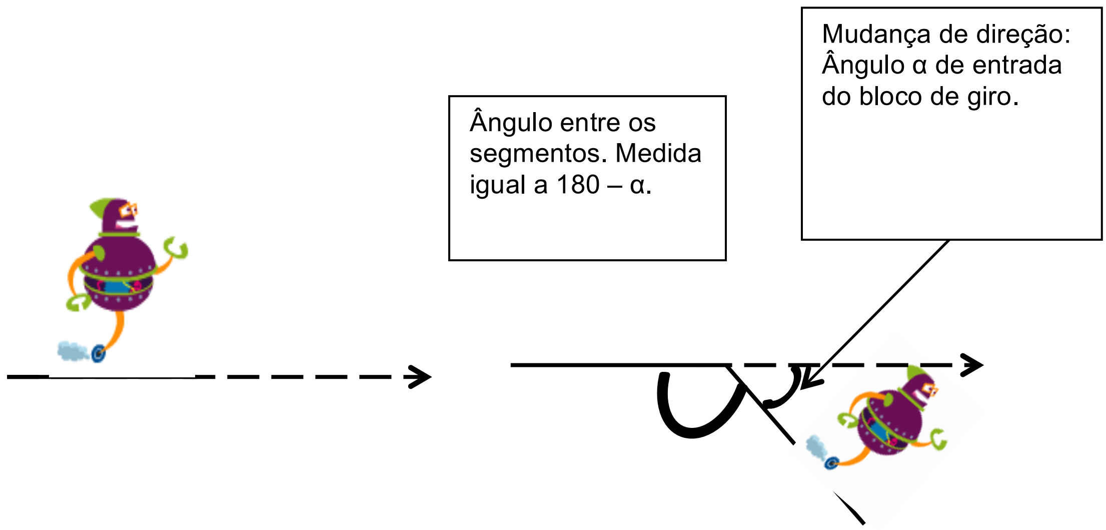


Figura 3.28 – Ângulo de rotação do *Sprite.*

3.3.2. 2° Bloco de Atividades

<u>Objetivos:</u>

- Explorar os elementos trabalhados no bloco anterior através da formulação de desafios;

- Explorar os recursos gráficos do *Scratch*.

<u>Descrição:</u>

Algo pouco comum nas práticas escolares mas que pode incentivar o processo de abstrações flexivas é a proposição de desafios pelo próprio estudante. Como salienta Valente (1995, p. 20), “[...] é errôneo pensar que o fato de o aluno estar diante do computador e inteiramente motivado para resolver um problema seja suficiente para que as abstrações reflexivas ocorram. Isso pode ser verdade ou não.”. A inversão de papeis, passando solucionador a produtor de desafios, é uma atividade que poderá contribuir para que as ações dos estudantes passem por um trabalho reflexivo, propiciando as alterações dos esquemas mentais.

Além disso, a proposição de problemas pelo próprio estudante possibilita um olhar ampliado da disciplina, pois a dinâmica de aula muitas vezes cria um imaginário elitista da matemática, cabendo aos estudantes apenas a função de resolver exercícios. Na produção de um problema, variáveis sociais, imaginativos e mesmo emocionais podem ser explicitadas na formulação.

Desafio

Situação-Problema

Que você é um grande solucionador de desafios ficou provado nas atividades anteriores! Agora o seu próximo desafio será...criar um novo desafio! Isso mesmo! Você criará a história, os personagens e o cenário. A única exigência é que a solução do desafio deverá envolver uma linha poligonal. O restante é por conta da sua criatividade. Um pequeno guia para auxiliar na escolha dos personagens e criação do cenário será entregue. Lembre-se de que o enunciado do desafio precisa ser entendido por quem for tentar resolvê-lo. Assim, quando elaborar o seu desafio, peça a um colega próximo a você para ler e apontar possíveis problemas.

Um modelo de guia para essa atividade está no Apêndice I, pois é voltada apenas aos aspectos funcionais do programa.

O processo de elaboração da escrita do desafio é um importante momento para avaliar o entendimento do estudante em relação à estrutura de um problema. A presença de um contexto, dos dados necessários e da incógnita poderá ser debatida no momento em que solicitarem aos demais a leitura do seu desafio. O professor, como mediador, precisa atentar para os diálogos produzidos, observando e realizando possíveis intervenções. O próprio estilo do estudante pode ser avaliado nesse momento, possibilitando ao professor e ao estudante o reconhecimento da maneira como atua numa determinada situação, metacognição. Assim, por exemplo, poderão ter estudantes que optam por primeiro elaborar na forma escrita o problema, deixando para produzir no programa apenas quando estiver satisfeito com o enunciado. Haverá aqueles que preferem elaborar, concomitantemente, o enunciado e produzir no programa.

3.3.3. 3° Bloco de Atividades

Objetivos:

- Construir alguns quadriláteros notáveis, quadrados e retângulos, utilizando o conceito de linha poligonal e perpendicularidade;

- Construir polígonos regulares;

- Explorar processos recursivos.

Descrição:

As atividades anteriores proporcionaram a familiarização com o ambiente de programação. Espera-se que os estudantes tenham incorporado de forma significativa, os comandos geradores de translação e rotação dos objetos no cenário e alguns conceitos geométricos como ângulos, medida angular, ângulos suplementares, retos e rasos, segmentos de retas, linha poligonal.

Os desafios a seguir pretendem oportunizar uma reflexão a cerca dos elementos constituintes dos polígonos, em especial, os polígonos regulares, iniciando-se com os retângulos e quadrados. A opção por esses quadriláteros deveu-se a utilização de ângulos retos, anteriormente discutidos. No desafio para construir quadrados será introduzido a ideia de recursão, com o uso do bloco 

, cujo funcionamento será discutido no decorrer da apresentação dos desafios.

No desafio envolvendo a geração de polígonos regulares será utilizado o resultado que envolve a soma dos ângulos externo de um polígono. Com demonstrado anteriormente, a soma dos ângulos externos de um polígono é sempre 360°. Esse resultado será apresentado de maneira intuitiva, tomando como referência a concepção formulada no livro Polígonos, centopeias e outros bichos (1994), de José Nilson Machado, adaptando-o para o contexto do desafio.

1° Desafio

Situação - problema

Durante uma viagem interestelar, um grupo de astronauta descobriu um planeta povoado por seres robotizados. Eles avistam uma vila e resolvem pousar e explorar esse lugar inusitado. Ao conversar com o líder da vila, esse explica que cada ser robótico deve ter um cuidador, que lhe ensinará a cumprir o seu objetivo.

A cada um dos astronautas é entregue um inseto robotizado para ser treinado. Como você faz parte da equipe que visita o planeta, entregam-lhe uma espécie de aranha. O objetivo é ensina-la a construir teias poligonais.

- Compreensão do problema

Trama: Durante uma viagem interestelar, um grupo de astronauta descobriu um planeta povoado por seres robotizados. Eles avistam uma vila e resolvem pousar e explorar esse lugar inusitado. Ao conversar com o líder da vila, ele explica que cada ser robótico deve ter um cuidador, que lhe ensinará a cumprir o seu objetivo.

A cada um dos astronautas é entregue um inseto robotizado para ser treinado. Como você faz parte da equipe que visita o planeta, entregaram-lhe uma espécie de aranha. O objetivo é ensina-la a construir teias poligonais.

Problema: Sua primeira tarefa será ensinar o inseto a construir uma teia com o formato retangular.

A compreensão do problema é uma oportunidade de discutir a ideia intuitiva de polígonos como uma linha poligonal fechada, no sentido de fazer encontrar a origem do primeiro segmento com a extremidade do último segmento de reta que constituem a linha poligonal. Isso pode ser feito relacionando o termo “teias poligonais” que aparece na trama com a construção de uma teia com a forma de um retângulo, juntamente com o que foi construído anteriormente nos desafios.

- Elaboração de um plano

As características geométricas do retângulo serão essenciais para a elaboração de um plano, pois a construção do retângulo exigirá a utilização de translações para traçar os lados e rotações que direcionaram esses traços. A ligação entre essas características e os comandos necessários para traçá-lo na tela é, portanto, um momento oportuno para a construção da ideia de determinar um polígono a partir de seus elementos fundamentais.

- Execução do plano

A Figura 3.29 apresenta uma possível solução do desafio. A liberdade em se atribuir valores na entrada do bloco que executa a translação permite uma grande variedade de construções. Isso permite explorar os elementos que permanecem inalterados, levando a um processo reflexivo, através de indagações como: Quais as diferenças e semelhanças entre os retângulos gerados? De que forma podemos alterar os valores para o retângulo fique maior ou menor?

Figura 3.29 – Possível solução para o 1° Desafio – 3° Bloco.

- Retrospecto do problema

À discussão suscitada pelos diferentes retângulos gerados, permitindo a constatação de algumas características do retângulo, como possuir todos os ângulos retos e as mesmas medidas para lados paralelos, pode-se reelaborar o desafio, acrescentando uma nova condicionante.

Uma nova versão do inseto foi lançada. Nela, para se construir uma teia, o inseto deverá utilizar exatamente 200 passos.

A investigação e elaboração de resultados a esse desafio é uma oportunidade de se apresentar a ideia de perímetro de um polígono. Constatando, inclusive que, com um mesmo perímetro, é possível gerar retângulos distintos.

2° Desafio

Situação - problema

Sua próxima tarefa será programar o inseto para fazer teias quadradas. O inseto recebeu uma nova atualização, e você notará a presença de um bloco na Área de Descrição que deverá ser utilizado para comandá-lo.

- Compreensão do problema

Problema: Programar o inseto para fazer teias quadradas.

Essa etapa é o momento para se estabelecer o que caracteriza um quadrado. Isso pode ser feito a partir das propriedades dos retângulos, vistas anteriormente.

Na Área de Descrição, com apontado no desafio, aparecerá o bloco 

utilizado em processos recursivos.

No bloco consta uma entrada de valor, na qual indicamos a quantidade de repetições a serem executadas de uma dada lista de comandos, que por sua vez, deverá ser inserida no interior do bloco, conforme Figura 3.30.

A utilização de processos recursivos não é muito comum nesse nível escolar, pois poucos conteúdos recebem um tratamento dinâmico quando abordados. Com isso, é natural o estranhamento que os estudantes terão inicialmente com esse recurso.

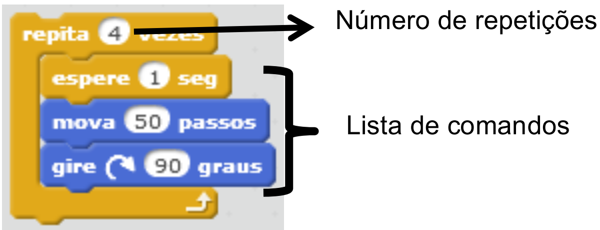


Figura 3.30 – Estrutura do bloco de recursões.

A exploração desse bloco, através da inserção de alguns comandos conhecidos, como os que permitem translações e rotações, variando-se o número de repetições, pode ser uma maneira para a sua familiarização.

- Elaboração de um plano

Uma possível mediação nessa etapa seria recorrer às indagações: “Já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente? Conhece um problema relacionado?”, na forma:

Se utilizássemos um inseto da mesma versão do problema anterior, sem o bloco de repetições, como seria a lista de comandos para gerar o quadrado?

Uma possível solução pode ser a que apresenta a Figura 3.31. A visualização possivelmente levará o estudante a perceber o que está se repetindo, auxiliando - o elaborar a descrição do programa com o bloco de recursões.

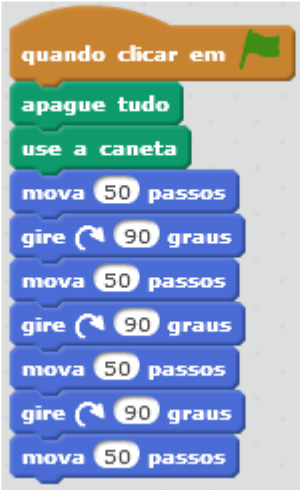


Figura 3.31 – Solução do 2° Desafio – 3° Bloco sem o bloco de recursões.

- Execução do plano

A Figura 3.32 ilustra uma possível solução.

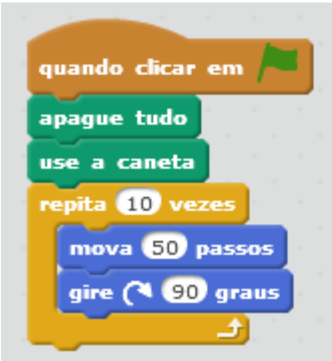


Figura 3.32 – Solução do 2° Desafio – 3° Bloco com o bloco de recursões.

Como nesse caso, o número de repetições pode exceder o mínimo necessário, fazendo o inseto percorrer novamente o trajeto. Mesmo que não haja alterações na figura construída, pode-se indagar quanto ao número mínimo de repetições para que a figura seja gerada, com o intuito de criar uma correspondência entre o polígono e as recursões suficientes para gerá-lo.

Um tipo de descrição que pode aparecer é a descrita na Figura 3.33. Tal exemplo evidencia a necessidade de se depurar o entendimento sobre processos recursivos, pois o estudante sabe a estruturação do bloco, ao inserir a lista de comandos, mas precisa refletir sobre a sua funcionalidade.

O desafio será contemplado por meio dessa programação, e, portanto, o processo depurativo não ocorrerá, pois não haverão correções a serem feitas. Uma maneira para promover a reflexão sobre essa questão é expor e debater coletivamente as diversas programações elaboradas.

- Retrospecto do problema

O processo recursivo pode ser explorado, ainda, incitando os estudantes a gerar um retângulo que não seja quadrado.

A sistematização das propriedades que caracterizam retângulos e quadrados pode ser construída nesse momento, devido as discussões e descobertas envolvidos no processo de manipulações desses conceitos nos desafios, como ângulos retos e medidas dos lados.

Figura 3.33 – Uso ineficiente do bloco de recursão do 2° Desafio – 3° Bloco.

3° Desafio

Situação – problema

Ao tecer os quadrados, notamos que os lados e os ângulos de rotação precisavam ter as mesmas medidas. Repetindo quatro vezes esses valores, conseguimos construir a teia quadrada. E se quisermos tecer teias poligonais com uma quantidade maior de lados? Esse será o seu próximo desafio! Programe o inseto para que ele seja capaz construir essa nova teia. Um pequeno manual contendo informações sobre os ângulos de rotações presentes na construção de uma teia de seis lados será entregue a você, para auxiliá-lo nesse desafio.

- Compreensão do problema

Problema: E se quisermos tecer teias poligonais com uma quantidade maior de lados? Esse será o seu próximo desafio! Programe o inseto para que ele seja capaz construir essa nova teia.

O questionamento a respeito da quantidade de lados que a teia pode ser levantado, pois não foi definida na proposta do desafio. O propósito de não fixar esse valor deve-se por um lado, à vivência de problemas abertos, no sentido de possibilidades de resultados, pouco comum no ensino da matemática, contribuindo para o imaginário de que os problemas nessa disciplina comportam apenas uma possibilidade de resposta. A definição pelos próprios estudantes de quantos lados deverá ter o polígono possibilita uma resolução personalizada, tornando a investigação mais instigante.

- Elaboração do plano

Como forma de auxiliar os estudantes, a seguinte ficha com algumas considerações a respeito dos ângulos externos será entregue:

GIROS DE 360° - RELATO SOBRE UM INSETO QUE RETORNA SEMPRE AO MESMO LUGAR

Como sabemos, para que um inseto dê uma volta completa, ele precisa realizar um giro de 360°. Isso pode ser feito de duas maneiras:

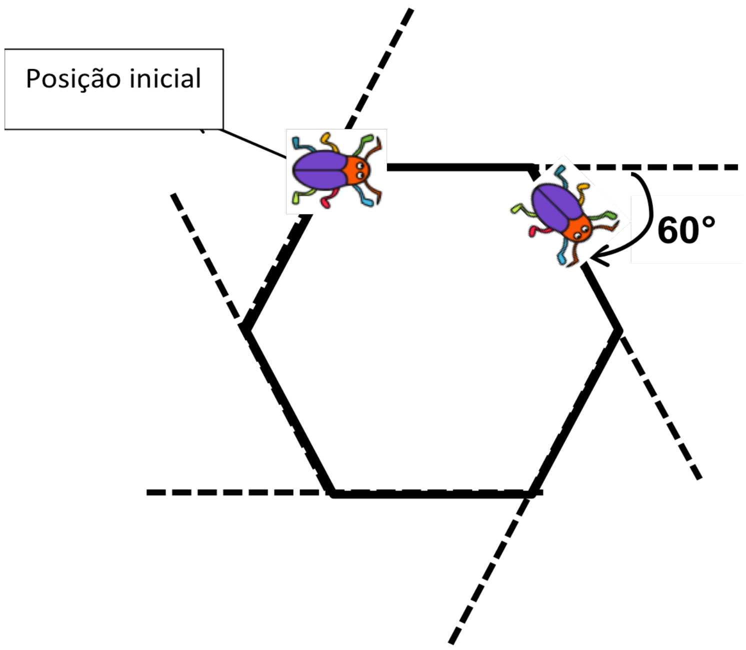
1° - Sem sair do lugar

Basta usar o bloco que faz o inseto girar, colocando 360 no valor de entrada.

2° - Com deslocamento

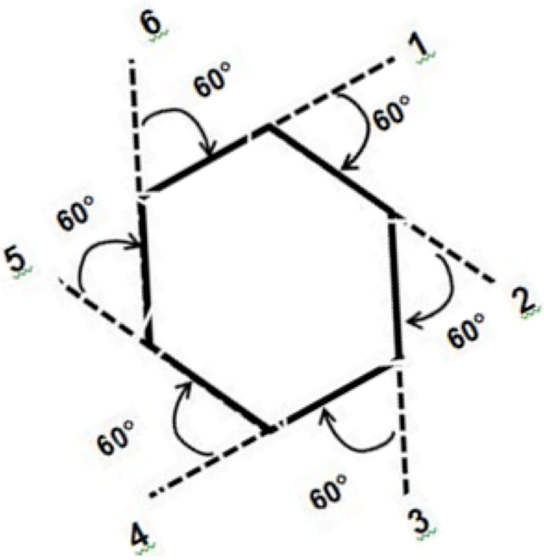
O inseto percorre uma trilha, retornando ao mesmo lugar. Para isso, ele anda e realiza um giro, anda novamente e faz outro giro, repetindo esses movimentos até voltar ao ponto inicial.

A trilha a seguir é um exemplo de como isso pode ser feito:

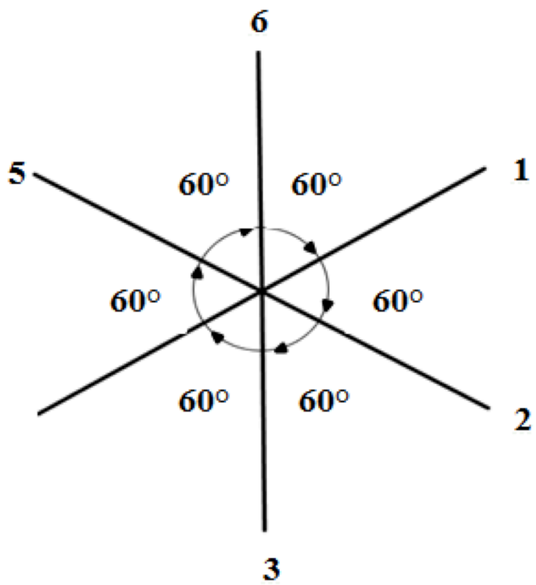


O caminho percorrido pelo inseto é um polígono. Toda vez que chegar em um vértice desse polígono, ele realiza um giro. Cada giro deverá ser de 60°, pois o polígono possui seis vértices, e após percorrer a trilha ele completará exatamente um giro de 360°, ou seja, descontando o que o inseto caminhou, ele terá dado uma volta completa.

Caminho percorrido com giros



Giros sem o caminho percorrido



É imprescindível verificar se as informações contidas na ficha foram compreendidas. Isso pode ser feito, por exemplo, solicitando aos estudantes que investiguem e ilustrem para o caso em que o caminho percorrido fosse um quadrado. O objetivo é que compreendam que o valor em graus do giro será o quociente da divisão do giro completo, 360°, pelo número de lados do polígono a ser trilhado.

Supondo, por exemplo, que um estudante tenha escolhido um polígono de 9 lados. Indagações como: “O que o inseto precisa fazer para tecer uma teia de 9 lados? Andar e girar.”; “O quanto terá que andar e girar? 50 passos e 9 giros”; “Qual a medida do ângulo que ele terá que girar? Dividindo 360° por 9, que dará 40°”; talvez possam contribuir na elaboração de um plano. Uma ilustração também pode ser um significativo instrumento para a compreensão.

- Execução do plano

O uso do bloco de recursão não foi obrigatório como anteriormente. A opção pelo o uso ou não desse comando objetiva a diversidade de soluções, o que potencializa as discussões em grupo, componente essencial no processo de compreensão.

Podem ocorrer as seguintes soluções apresentadas nas Figuras 3.34 e 3.35, gerando uma teia poligonal, como ilustra a Figura 3.36.

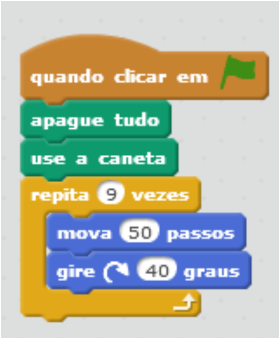


Figura 3.34 – Possível solução do 3° desafio – 3° bloco com o bloco de recursão.

Figura 3.35 – Possível solução do 3° Desafio – 3° Bloco sem o bloco de recursões.

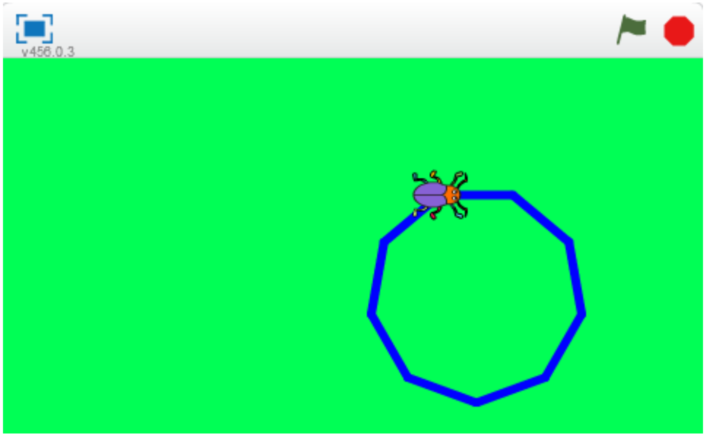


Figura 3.36 – Eneágono gerado no 3° Desafio – 3° Bloco.

Contudo, pode ocorrer a atribuição de um ângulo de giro diferente, como no caso em questão, que não seja 40°, seja por algum descuido no momento de realizar a divisão, ou mesmo por não ter compreendido a ligação entre o fracionamento do ângulo de 360° e o número de lados.

Nesses casos, o programa gerará um polígono não correspondente ao que estipulado inicialmente. A Figura 3.37 ilustra o caso em que o valor de entrada de recursões equivale ao número de lados do polígono, porém o ângulo é de 60°, gerando um hexágono, ao invés de um eneágono.

Figura 3.37 – Polígono gerado não correspondente ao esperado no 3° Desafio – 3° Bloco.

A mediação no processo reflexivo sobre o que a programação gerou pode ser realizada com indagações como "Quantos lados a teia poligonal possui? Era o que se esperava?”. A etapa de depuração também pode ser realizada com indagações como “O que pode ser modificado? Por que foi gerado uma teia de 6 lados?”.

- Retrospecto do problema

Esse desafio trará variadas construções de polígonos, o que oportuniza a apresentação da nomenclatura dos polígonos.

A programação conta com a possibilidade de se inserir diálogos. Assim, uma pesquisa a respeito da denominação do polígono escolhido seria solicitada, bem como da sua origem etimológica. Essas informações seriam inseridas na programação, contribuindo, de maneira significativa, com a assimilação do vocabulário próprio desses objetos geométricos (veja Figura 3.38).

Figura 3.38 – Uso de diálogos no 3° Desafio – 3° Bloco

Por meio dos Desafios propostos nesse tópico, buscamos simular de que maneira podemos abordar alguns conceitos envolvendo polígonos em um ambiente de programação através da metodologia de Resolução de Problemas e do modelo cíclico do uso do computador, cuja diretriz de ambos é auxiliar e promover processos de construção de conhecimento. Finalizamos assim o percurso de elaborar um repertório, teórico e prático, condizente aos preceitos desse trabalho. Com isso, passamos às considerações finais, avaliando e ressaltando os principais pontos oriundos dessa pesquisa.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A investigação acerca das contribuições e implicações do uso de recursos tecnológicos através da Metodologia da Resolução de Problemas no processo de ensino-aprendizagem revelou, ao longo do trabalho, a complexidade própria na qual se caracterizam pesquisas no campo educacional. Assim, os apontamentos finais que passamos a discorrer abarcam, inevitavelmente, questões que extrapolam o desenvolvimento da proposta de ensino de um tópico da geometria.

Como vimos, a configuração do ambiente educacional está estreitamente relacionada ao arranjo social de um determinado momento histórico, fruto da estruturação dos meios de produção. Aprofundar, portanto, o entendimento a respeito desse vínculo nos permite conceber proposições sobre as diretrizes indicativas de uma aprendizagem significativa. Proposições com o potencial de promover rupturas, conscientizando a respeito do lugar que os espaços educacionais devem ocupar na sociedade.

Nesse contexto, acreditamos na função transformadora que a escola deva assumir, criando, para isso, espaços facilitadores de explorações e reflexões, bem como, de deliberações advindas da comunidade escolar em geral.

Os avanços tecnológicos, em especial, na área da informação e comunicação alteraram substancialmente as relações sociais nas últimas décadas, catalisando a percepção da obsolescência do paradigma educacional, pautada na instrução, frente às novas demandas, para as quais, a competência de se processar e elaborar informações se firma como uma das principais metas almejadas por práticas pedagógicas cuja concepção de estudantes é de um sujeito construtor de conhecimentos. Como salienta Valente (1999a, p. 11) “As práticas pedagógicas inovadoras acontecem quando as instituições se propõem a repensar e a transformar a sua estrutura cristalizada em uma estrutura flexível, dinâmica e articulada”. É necessário também um ambiente que favoreça a ressignificação do papel do educador, uma vez que, para atuar como mediador do conhecimento é necessário “o constante questionamento e a reflexão sobre os resultados do trabalho com o aluno, para poder depurar e aprimorar a efetividade de sua atuação no novo ambiente de aprendizagem" (1999b, p.36).

A proposta pedagógica apresentada no trabalho poderá contribuir, nesse sentido, ao articular a concepção do uso do computador como auxilio no processo de construção de conhecimento e o ensino da matemática através da Resolução de Problemas, onde o problema é visto como o ponto de partida para se apreender matemática. Os Desafios representam essa articulação e pretendem desenvolver uma atitude matemática nos estudantes, na qual sintam-se encorajados a formularem hipóteses a partir dos conhecimentos já elaborados, imprimindo o estilo individual e coletivo no processo investigativo, percebendo a necessidade de buscarem novos elementos para comporem o seu repertório intelectual, ao defrontarem-se com problemas instigantes.

O *feedback* imediato do ambiente de programação mostrou-se um recurso diferenciador nesse processo, revestindo um eventual erro não mais como um obstáculo desestimulante no decorrer da resolução do problema, e sim a mola propulsora na aquisição de novos conhecimentos. Este, ainda, oportuniza diversos momentos de reflexão, nos quais é possível a descoberta pelo próprio estudante da sua forma de pensar, a metacognição.

No exercício de desenvolver um roteiro de estudos condizente com as pretensões acima elencadas, muitas lacunas e obstáculos se revelaram, tanto do ponto de vista metodológico quanto da elaboração de material. Foram, contudo, momentos que despertaram diversas concepções arraigadas, sedimentadas de maneira que, inicialmente, atuaram na perda de horizontes por onde o campo de estudo se lançaria. A consciência de pilares orientadores do trabalho docente como estes foi, certamente, o passo decisivo no aprofundamento e discernimento daquilo que de fato se configura como o deslocamento do papel do docente de transmissor de conhecimento, amplamente difundido nos ambientes escolares, para mediador no processo de ensino-aprendizagem.

Os momentos formulados por Polya definiram de que forma essa mediação poderia ser concebida, guiada pelos aspectos específicos de cada um dos passos. Como vimos, conceitos e resultados a respeito dos polígonos foram requisitados conforme o desdobramento do desafio. O saber matemático deixa de ser um acúmulo de resultados e atua na composição dos significados que os estudantes constroem da realidade. Desta forma, concordamos com a concepção de Onuchic (1999, p. 215), na qual, “A atividade matemática escolar não se resume a olhar para as coisas prontas e definitivas mas para a construção e a apropriação, pelo aluno, de um conhecimento do qual se servirá para compreender e transformar a realidade”.

O ambiente de programação proporciona uma vasta abertura à criatividade, tanto dos estudantes, quanto do docente na autoria de desafios. Nesse último, o trabalho docente solitário induzido pela própria estrutura escolar, pode ser revertido em um fazer colaborativo, onde, por exemplo, as especificidades e habilidades daqueles que tem por formação, disciplinas ligadas às linguagens artísticas e das áreas humanas, contribuem na elaboração mais qualificada de desafios, com um repertório condizente à realidade do espaço onde a escola está inserida.

Além disso, a abrangência de recursos disponibilizada pelo *software* permite a abordagem de outros conteúdos tanto do campo da matemática quanto de outros componentes curriculares. Na Paleta de Blocos, por exemplo, encontramos o bloco Operadores. Através desse recurso é possível elaborar desafios voltados a temas que envolvam números e operações, além de probabilísticos. Os blocos Eventos e Controle possuem um repertório de recursos, os quais, juntamente com os outros recursos abordados nesse trabalho, permitem a criação de animações e jogos envolvendo conteúdos de disciplinas como História, Ciências, Geografia. Esse processo de criação exige um conjunto de conhecimentos, desenvolvidos através de um trabalho interdisciplinar, reaproximando assim áreas do conhecimento, distanciadas artificialmente pela a organização escolar.

Sabemos da necessidade do crivo da aplicação prática para o aperfeiçoamento e reformulações de propostas pedagógicas como a apresentada nesse trabalho. Por essa razão e pela convicção que possa contribuir com os esforços na busca de uma aprendizagem significativa, pretendemos desenvolver no futuro um projeto de aplicação, objetivando a análise do impacto e entraves, formulados posteriormente na publicação de artigos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEVATO, N.S.G. Trabalhar através da resolução de problemas: Possibilidades em dois diferentes contextos. **Revista Vidya**. v.34, n.1, p. 209 – 232. Jan/Jun./2014

BECKER, Fernando. Abstração pseudo-empírica e reflexionante: Significado epistemológico e educacional. **Schème: Revista eletrônica de psicologia e epistemologia genética**. v.6,p. 104 – 128. Nov./2014. Disponível em <www.marilia.unesp.br/scheme>. Acesso em 15/04/2017.

D´AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática**: Da teoria à prática. 23ª ed. Campinas: Papirus, 2012

D´AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: Arte ou técnica de explicar e conhecer. 5ª ed. São Paulo: Ática, 1998.

D´AMBROSIO, Ubiratan. Da realidade à ação: Reflexões sobre Educação e Matemática. 4ª ed, São Paulo: Summus; Campinas: Ed. da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

DOLCE, O. ; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar**: Geometria Plana. 9ª ed. São Paulo: Ed. Atual, 2013.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. 40 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

NETO, A. C. M. **Tópicos de Matemática Elementar**: Geometria Euclidiana Plana. 2ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

NOGUEIRA, B. R.; MAZON, R. U. **Implementação de uma metodologia de ensino com os princípios da escola da ponte**. 2005. 54 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Pós Graduação em Educação Comunitária) – Universidade Anhembi Morumbi, São Paulo.

MACHADO, N. J. **Polígonos, centopeias e outros bichos**. Col. Vivendo Matemática. 4ª ed. São Paulo: Ed. Scipione, 1994.

MANTOAN, M.T.E. (1994). **O Processo de Conhecimento** - Tipos de abstração e tomada de consciência. NIED-Memo 27. NIED-UNICAMP, Campinas.

MORAES, M. C. Informática educativa no Brasil: Uma história vivida, algumas lições aprendidas. **Revista de Informática na Educação.** nº 1, p.19 – 44. 1997 .Disponível em <http://www.lbd.dcc.ufmg.br/colecoes/rbie/1/1/003.pdf> Acesso em 10/03/2017.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Orgs.). **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções & Perspectivas. 1ª ed. São Paulo: UNESP, 1999.

PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças**: Repensando a escola na era da informática. Tradução de Sandra Costa. 2ª reimpressão. Porto Alegre: Artes Médicas, 2002.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: Um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimpressão. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

ROMANATTO, Mauro Carlos. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, n°.1, p.299-311, mai. 2012. Disponível em <http://www.reveduc.ufscar.br>. Acesso em 15/02/2017

São Paulo. Secretaria Municipal de Educação. Diretoria de Orientação Técnica. **Referencial de expectativas para o desenvolvimento da competência leitora e escritora no ciclo II**: caderno de orientação didática de Matemática / Secretaria Municipal de Educação – São Paulo: SME / DOT, 2006. 109p.

SANTOS, R. H. **Uma abordagem do ensino da análise combinatória sob a ótica da resolução de problemas**. 2011. 231f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, 2011.

Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/ SEF, 1997.

VALENTE, José Armando. Análise dos diferentes tipos de software na educação. In VALENTE, José Armando (Org.). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas, SP: UNICAMP/NIED,1999c.

VALENTE, José Armando. Informática na educação: Conformar ou transformar a escola. **Perspectiva: Revista do Centro de Ciências da Educação Universidade Federal de Santa Catarina**, Florianópolis, n° 24, p.41-49, jul./dez., 1995.

VALENTE, José Armando. Informática na educação no Brasil: Análise e contextualização Histórica. In VALENTE, José Armando (Org.). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas, SP: UNICAMP/NIED,1999a.

VALENTE, José Armando. Mudanças na Sociedade, Mudanças na Educação: O Fazer e o Compreender . In VALENTE, José Armando (Org.). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas, SP: UNICAMP/NIED,1999b.

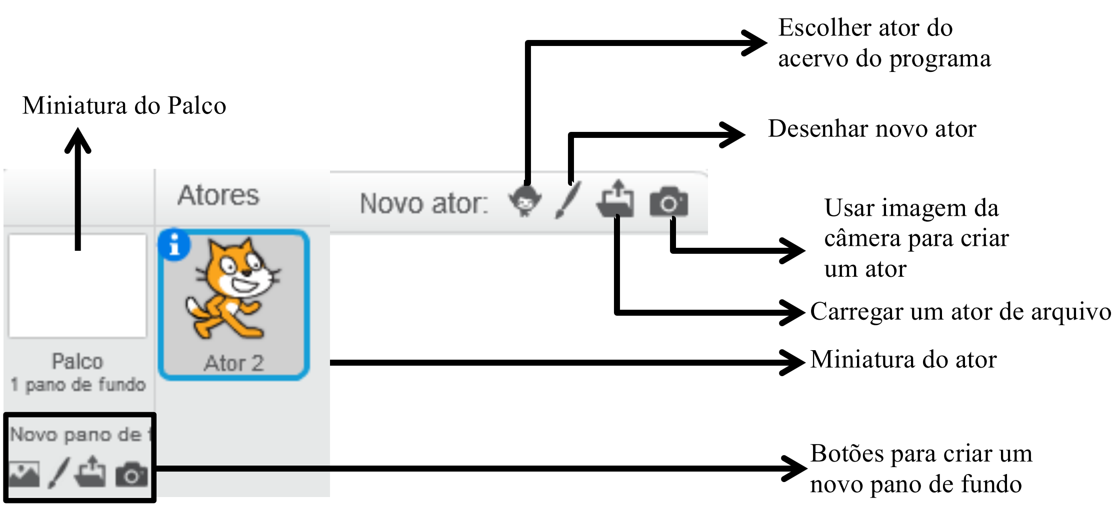
VALENTE, José Armando. O papel de facilitador no ambiente logo. In VALENTE, José Armando (Org). **O professor no ambiente logo**: Formação e Atuação. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1995.

VAN DE WALLE, J. A. Ensinando matemática na era dos padrões curriculares NTCM**.** In VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental:** Formação de Professores e aplicação em sala de aula. São Paulo: ArtMed, 2009, p. 19 – 31.

APÊNDICE A – GUIA PARA O 2º BLOCO DE ATIVIDADES

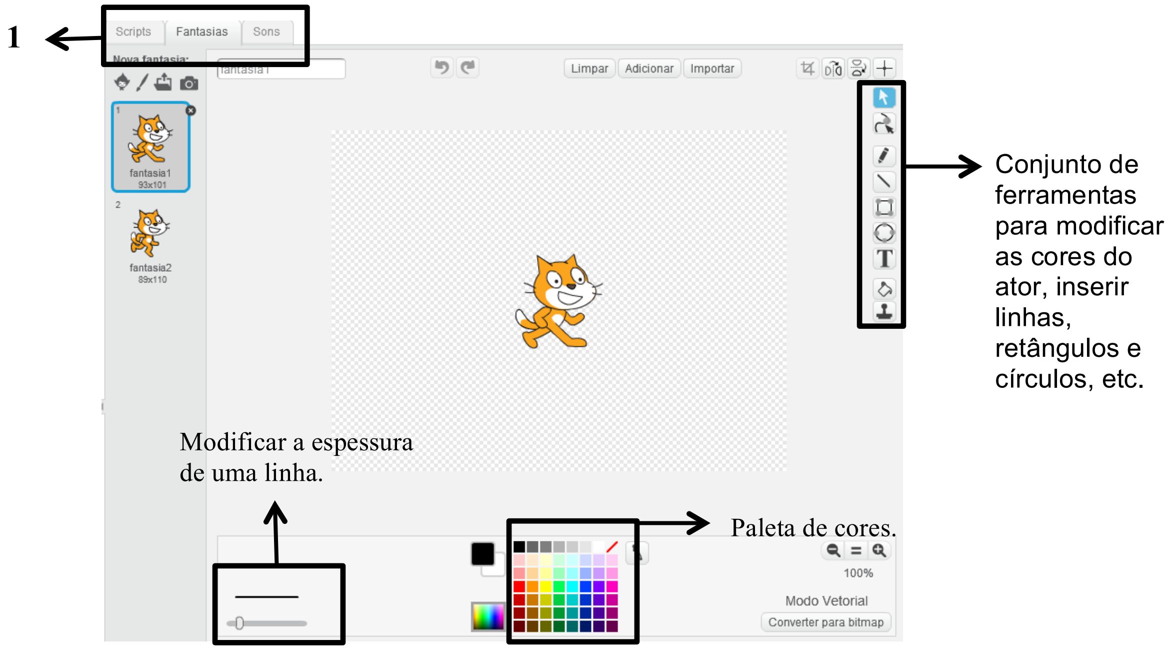
PEQUENO MANUAL DO FAÇA VOCÊ MESMO

Nesse pequeno manual você encontrará informações sobre como criar personagens e cenários para o seu desafio. A imagem a seguir apresenta a função de cada um dos botões utilizados na criação. Eles estão localizados na parte inferior esquerda do programa.



Personagem

Após a escolha do personagem, podemos realizar algumas modificações nele. Clique na **Miniatura do ator**, e depois, na aba **Fantasia (1),** localizada na parte superior esquerda. Feito isso, a tela, como o da imagem a seguir, aparecerá.



Palco

Da mesma maneira, após selecionar ou desenhar um cenário, clique na Miniatura do Palco, Clique na aba **Panos de fundo (1).** Repare que as ferramentas para realizar modificações são as mesmas usadas no personagem.