Universidade Federal do Piauí
Centro de Ciências da Natureza
Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT

O soroban e sua aritmética concreta

Fernando Francisco de Sousa Filho

Teresina - 2013

Fernando Francisco de Sousa Filho

Dissertação de Mestrado:

O soroban e sua aritmética concreta

Dissertação submetida à Coordenação Acadêmica Institucional do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional na Universidade Federal do Piauí, oferecido em associação com a Sociedade Brasileira de Matemática, como requisito parcial para obtenção do grau de mestre em Matemática.

Orientador:
Prof. Dr. Carlos Humberto Soares Júnior

Teresina - 2013

S725s Sousa Filho, Fernando Francisco de.
O soroban e sua aritmética concreta / Fernando Francisco de Sousa Filho. - 2013.
213f.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Piauí, Centro de Ciências da Natureza, 2013.
"Orientador: Prof. Dr. Carlos Humberto Soares Júnior".

1. Aritmética. 2. Soroban. 3. Ábaco Japonês. I. Título.

CDD 513

Dedico este trabalho a minha esposa Ana Célia e a meus filhos Fernando Júnior e Daiane (nora), Ada Carolina e Anderson.

PROFMAT

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
CENTRO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

SBM

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação Acadêmica Institucional, na Universidade Federal do Piauí, do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para obtenção do grau de **Mestre em Matemática**, intitulada **"O soroban e sua aritmética concreta"**, defendida por **FERNANDO FRANCISCO DE SOUSA FILHO** em **11/04/2013** e aprovada pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. Carlos Humberto Soares Júnior (UFPI)
Presidente da Banca Examinadora

Prof. Dr. Newton Luiz Santos (UFPI)
Examinador

Profa. Dra. Maria José Araújo Souza (UVA)
Examinador

Agradecimentos

Agradeço aos idealizadores do PROFMAT e àqueles que foram receptivos à ideia e a tornaram realidade.

Agradeço aos conteudistas do PROFMAT.

Agradeço aos professores e gestores da UFPI que inseriram a universidade no PROFMAT.

Agradeço aos nossos professores do PROFMAT da UFPI (Juscelino, Jeferson, Humberto, Newton, Roger, Jurandir, Liane e Paulo), pela dedicação dispensada à turma.

Agradeço a todos os colegas de turma por terem compartilhado seus conhecimentos durante o curso.

Agradeço a minha esposa e a meus filhos, pela compreensão e pelo apoio que me deram durante o curso.

Agradeço à SBM e à CAPES pelo projeto PROFMAT e pelo tão importante apoio financeiro.

"You only live twice or so it seems,

One life for yourself and one for your dreams."

Leslie Bricusse

Resumo

O ábaco japonês (soroban) enquanto material concreto aplicável ao ensino de Matemática nas escolas públicas. São duas abordagens: a primeira refere-se a conhecer o soroban enquanto objeto concreto e como usá-lo; a segunda é uma experiência pedagógica do uso do soroban na escola pública, especificamente nas turmas da modalidade Educação de Jovens e Adultos - EJA, primeira etapa, turno noite, do CE Jacira de Oliveira e Silva, em Timon-MA, no ano de 2012. A maioria das orientações sobre como usar o soroban foi obtida de fontes de autores japoneses, especialmente as duas obras de Kojima citadas na bibliografia, e são apresentadas com riqueza de detalhes, acompanhadas de figuras e seguindo uma ordem crescente de nível de dificuldade. Parte do trabalho é o resultado do esforço solitário do autor em compreender o funcionamento do soroban. O objetivo principal é ofertar aos educadores uma forma alternativa e ainda pouco difundida no Brasil de abordar a aritmética, obtendo-se paralelamente outros benefícios educacionais importantes como a melhoria de concentração e de memorização. A prática com o soroban em sala de aula durou três semanas e restringiu-se ao primeiro nível de dificuldade para adição e subtração. A metodologia consistiu de exposições prévias e do uso do soroban em sala de aula pelos alunos para a solução de listas de exercício elaboradas pelo autor. Algumas destas folhas respondidas constam do Apêndice B. A principal conclusão da prática aqui relatada é a comprovação da viabilidade do uso do soroban na escola pública, a partir do atendimento a três condições: a capacitação dos professores, a distribuição de um soroban por aluno e a elaboração de cadernos de exercício em uma sequência adequada e crescente de níveis de dificuldade.

Palavras Chave: Aritmética; Soroban; Ábaco Japonês.

Abstract

The Japanese abacus (soroban) while concrete material applicable to the teaching of mathematics in public schools. There are two approaches: the first refers to knowing the soroban as concrete object and how to use it; the second is a teaching experience of using the soroban in public school, specifically in the classrooms of the modality known as Education of Youth and Adults, first serie, night shift, CE Jacira de Oliveira e Silva School, in Timon-MA, in 2012. Most guidelines on how to use soroban was obtained from Japanese authors sources, especially the two works by Kojima cited in the bibliography, and they are presented in great detail, accompanied by pictures and following an increasing order of difficulty level. Part of the work is the result of the author's solitary effort in understanding the functioning of the soroban. The main objective is to offer to educators an alternative way and still little known in Brazil to approach arithmetic, obtaining at the same time other important educational benefits such as improving concentration and memorization. Practice with soroban in classroom lasted three weeks and was restricted to the first level of difficulty for addition and subtraction. The methodology consisted of previous exposure and the use of the soroban by students in the classroom to solve exercise lists prepared by the author. There are at the appendice B some of these sheets with the answers. The main conclusion of the practice reported here is to attest the feasibility of using the soroban in public school, since three conditions are satisfied: teacher training, distribution of a soroban per student and preparation of sheets exercise in a proper sequence of levels of difficulty.

Keywords: Arithmetic, Soroban, Japanese Abacus.

Sumário

Introdução

Exitem diversos materiais concretos aplicáveis ao ensino de Matemática. Em geral são jogos ou simplesmente objetos que servem para desafiar o aluno a descobrir relações e tirar suas próprias conclusões. Alguns destes objetos servem como dinâmica de sala de aula, alguns ilustram superficialmente algo mais complexo que será detalhado depois, outros ainda simulam situações e desafiam a curiosidade dos alunos. Há ainda os que são uma aplicação particular de um conhecimento mais geral ou os que são apenas uma aplicação lúdica que serve para fugir um pouco da rotina da sala de aula. Seria muito bom se tais materiais não se limitassem à superficialidade dos conceitos, mas que conduzissem o aluno a uma vivência profunda. Este é o caso de um material concreto pouco difundido no Brasil, que é o objeto deste trabalho, o ábaco japonês ou soroban.

Em 1990, durante uma aula de Sociologia, o professor apresentou-nos um vídeo sobre cultura japonesa. No vídeo, apareciam crianças de 10 anos realizando em sala de aula contas com agilidade e perfeição, e tais habilidades eram creditadas a um instrumento concreto, o ábaco japonês. Desde então, passei a pesquisar por conta própria o seu funcionamento. Apenas com informações soltas que obtinha na internet, ia juntando as peças de um grande quebra-cabeça. Confesso que, inicialmente, achei que seria fácil decifrá-lo, o que não se confirmou à medida em que eu reunia mais informações.

Em outra oportunidade, participava de um curso de informática cujo professor era de São Paulo e tinha traços orientais. Então, no intervalo, falei-lhe sobre o soroban, e ele se prontificou a ver o preço em São Paulo e me enviar os dados para depósito por e-mail. Desta forma, adquiri meu primeiro soroban. Analisando as operações de adição e subtração, cheguei à minha primeira tabela de graus de dificuldade para estas operações. Passei a usar o computador para criar planilhas aleatórias de exercícios e a utilizá-las, procurando obter agilidade no manuseio do ábaco.

Na busca por fontes sobre soroban, gostaria de destacar duas: a primeira são os dois livros de Takashi Kojima (1954 e 1963), que podem facilmente ser encontrados na internet; a segunda é um grupo de discussão do *yahoo groups*[1] cujo tema é soroban e que é aberto a qualquer pessoa que queira participar, bastando, para isso, solicitar o ingresso no grupo. Nos links deste grupo de discussão, há uma infinidade de informações, quase todas em Inglês, que também é a linguagem principal dos que se manifestam dentro do grupo.

Passei a ver o soroban como um possível grande aliado no ensino de Matemática, e minhas pesquisas na internet confirmavam esta minha percepção. Mas como utilizá-lo em sala de aula? Minha primeira ideia foi aprender a construir estes ábacos para distribuí-los entre os alunos. Passei então a pesquisar materiais e a fabricar alguns. Fui a lojas que vendem materiais para confecção de colares, a serrarias, a mercados etc. procurando uma forma de conseguir os materiais adequados. Cheguei a comprar contas plásticas esféricas e contratar um carpinteiro para fazer 12 sorobans de 5 casas, para uso em sala de aula, mas estes ábacos não ficaram bons (as contas não se movimentavam livremente, pois o material da haste era um arame de alumínio muito áspero, cujo atrito com a conta de plástico a impedia de mover-se livremente).

Continuei estudando o soroban e cheguei a adquirir mais um, de apenas 13 casas, da Tomoe soroban (Japão), pela internet. Passei a construção de sorobans como trabalho de Matemática para os alunos das minhas turmas de 1ª série do ensino médio, mas como era um trabalho optativo, apenas três alunos fizeram.

Acho que o motivo de eu nunca ter abandonado a ideia de compreender o funcionamento do soroban e de usá-lo como material concreto no ensino de Matemática foi a contínua percepção das deficiências aritméticas dos meus alunos. Trabalho como professor de Matemática do Ensino Médio Noturno no município de Timon-MA, tanto na modalidade regular como na Educação de Jovens e Adultos - EJA. Em 2010, elaborei um questionário para conhecer melhor meus alunos e fiz a seguinte pergunta: Qual o tópico de Matemática que você não aprendeu ainda mas que gostaria muito de aprender? Era uma pergunta aberta. A resposta mais frequente foi "Divisão". E eu sempre observei que meus alunos chegavam ao ensino médio sem o domínio das habilidades aritméticas básicas, ou seja, sem conseguir realizar com segurança as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Quando chegou o momento de elaboração da dissertação do PROFMAT, minha pri-

[1]http://groups.yahoo.com/group/SorobanAbacus/

meira ideia foi "soroban", pelas seguintes razões:

- Provavelmente, era a melhor contribuição que eu podia dar à sociedade, como retribuição ao meu Mestrado Profissional;
- Meus alunos necessitam das habilidades que o uso do soroban desenvolve;
- Exigiria muito esforço de minha parte, mas seria a conclusão de uma longa jornada;
- É um material concreto ainda pouco conhecido e estudado no Brasil;
- Até onde eu saiba, ainda são poucas as fontes disponíveis sobre soroban em português;
- Eu seria obrigado a buscar informações disponíveis em outra língua, para disponibilizá-las em português, logo meu trabalho seria uma forma de facilitar o acesso a estas informações;

A proposta deste trabalho é apresentar, com razoável grau de detalhamento, o instrumento concreto soroban, desde sua história e fundamentos, passando pelas técnicas de como operá-lo nas quatro operações e chegando até noções de como tornar-se independente dele para realizar cálculos. Todos os exemplos foram criados por mim e são apresentados em ordem crescente de nível de dificuldade. Espero estar disponibilizando a todos, especialmente aos educadores, a quem este texto se destina, informações suficientes que lhes possibilitem manusear o soroban com um bom nível de destreza. Uma outra abordagem é o resultado da minha primeira experiência com sorobans em sala de aula. Em 2012 adquiri 20 unidades pela internet e as usei em quatro turmas da modalidade Educação de Jovens e Adultos - EJA, primeira etapa. O relato desta experiência e as conclusões a que ela me levou também constam deste trabalho. É um sonho que qualquer projeto de educação, com ou sem o soroban, proporcione a crianças, jovens e adultos da escola pública o domínio das habilidades aritméticas essenciais, e eu apresento aqui o soroban como uma alternativa viável.

Como se pode notar até aqui, nunca participei de aulas de soroban. Sou um autodidata neste assunto. Por esta razão, para minimizar o risco de apresentar informações e técnicas distorcidas, procurei fundamentar este trabalho em fontes de autores japoneses, principalmente as obras já citadas de Kojima e no Manual *SOROBAN, Useful Arithmetical Tool* da *The League for Soroban Education of Japan, Inc.*[2]. Além de fazer uma compilação das fontes disponíveis que encontrei sobre soroban, apresento neste trabalho o resultado dos meus estudos e vivências, que já se distribuem por mais de 20 anos, de forma descontínua.

O soroban é mais conhecido no Brasil como um instrumento para o ensino de Matemática para cegos, e esta aplicação por si só já é suficiente para torná-lo um objeto especial. Mas, conforme pode-se facilmente notar pelas fontes disponíveis a seu respeito, ele é utilizado em diversos países no ensino de Matemática para todos, sem restrição. Uma outra aplicação do soroban é na manutenção da agilidade mental e da lucidez de pessoas idosas, promovendo uma vida de melhor qualidade nesta fase.

Para acompanhar a leitura deste trabalho, principalmente em relação à parte prática (técnicas de operação), recomenda-se dispor de um soroban. Caso não se disponha fisicamente de um, pode-se optar por utilizar um soroban virtual, baixando um aplicativo que o simule. Como sugestão, pode-se usar o aplicativo nacional Ábaco Livre [3], que é um software gratuito. Inclusive, após publicar minhas primeiras planilhas de exercício na internet, tive a satisfação de receber alguns e-mail do autor deste software. Ele aproveitou as ideias das planilhas com exercícios aleatórios de nível de dificuldade controlado para inserir opções de exercícios no software.

Apesar dos vídeos disponíveis na internet sobre soroban geralmente mostrarem habilidades extraordinárias de alguns praticantes [4], não é este elevado nível de agilidade nos cálculos que buscamos atingir, ao menos inicialmente. O objetivo maior é fazer com que os alunos adquiram as habilidades aritméticas básicas, que são essenciais à continuidade do estudo de Matemática. Em outras palavras, que saibam com segurança realizar as quatro operações e, mais que isto, saibam quando aplicá-las em problemas práticos. Muitos dos meus alunos, já adultos, não superaram a barreira das tabelas de multiplicação (tabuada) e desejariam aprendê-la. Mas quando é-lhes proposto retornar às repetições para que

[2]Disponível em http://webhome.idirect.com/~totton/soroban/Manual.pdf

[3]Disponível no site do autor: http://www.aristoteles.eti.br/abacolivre, ou no link direto http://ubuntuone.com/5Zmzik3f0HOP3qhyzDtsns

[4]Veja, por exemplo, o vídeo postado por Alex Bellos, intitulado *Flash Anzan Shiritori* em http://www.youtube.com/watch?v=_vGMsVirYKs . Para mais vídeos, buscar pelo termo "flash anzan"nos buscadores.

obtenham a memorização dos resultados destas tabelas, eles voltam a desanimar, porque já trazem um histórico de frustração nas primeiras tentativas e acreditam que não vão conseguir decorar tantos resultados. Logo, a baixa auto-estima destes alunos já os induz a admitirem a priori que não conseguirão. O soroban é apresentado neste trabalho como uma alternativa para se superar estes obstáculos e, quem sabe, oferecer novas e realizadoras conquistas a quem ainda sonha ir um pouco mais longe, tendo a Matemática como ferramenta.

Eu tenho um pequeno problema em relação ao soroban: a crença de que este instrumento revolucionaria o ensino de Matemática. Para mim, deveria haver sorobans à venda normalmente nas livrarias e papelarias, e até nos camelôs. Campeonatos de soroban deveriam ser promovidos em todas as escolas, e deveria haver campeões de soroban nas propagandas da televisão. E todos os que soubessem como bem utilizar este instrumento deveriam ser admirados nos grupos de amigos e na família.

Capítulo 1

Conhecendo o soroban

1.1 Histórico

1.1.1 Surgimento do ábaco

A palavra abacus é etimologicamente derivada do Grego *abax* que significa tábua de cálculo coberta de areia ou poeira, que, por sua vez, vem de uma palavra semita significando poeira ou tábua de cálculo coberta por areia ou poeira. Com o tempo, os ábacos de areia foram sendo substituídos por mesas sobre as quais se colocavam contas ou discos que eram organizados em linhas para representar números [1]. Diversos tipos destes ábacos eram comuns na Europa até o início do século XVII. Em tempos bastante remotos, uma terceira forma de ábaco apareceu em certas regiões do mundo. Ao invés de linhas nas quais contas soltas eram dispostas, a tábua continha contas móveis que deslizavam para cima e para baixo dentro de sulcos ou ranhuras (KOJIMA, 1954, p.11).

Tejón (2007, p.07) complementa que, posteriormente às tábuas cobertas com areia, passou-se a usar tabuleiros de contagem, que eram tábuas de madeira ou mármore, nas quais, sobre linhas paralelas pintadas, deslocavam-se contas para que os cálculos fossem efetuados. Estes tabuleiros eram chamados pelos gregos de *abakion* e pelos romanos de *abacus*. As contas eram pedras arredondadas, chamadas em latim de *calculus*, palavra que dá origem ao termo cálculo que usamos hoje. Acrescenta ainda que, na Idade Média, na Europa, eram usadas as mesas de ábaco, mesas sobre as quais um pano era colocado e, no pano, desenhado com giz ou bordado, eram feitas as linhas sobre as quais movimentavam-

[1]Facilita a compreensão histórica imaginar um mundo sem os números indo-arábicos e sem o sistema de numeração decimal que, à época, não existiam.

se as contas.

Todos os três tipos de ábaco (ábaco de areia, ábaco em linha e ábaco em sulcos) foram encontrados em algum momento na Roma antiga (KOJIMA, 1954, p.11). Na figura 1.1 temos uma reconstrução do ábaco romano. Podemos notar as colunas das unidades (I), das dezenas (X), centenas (C) etc. Cada conta inferior vale 1 e cada conta superior, 5. Desta forma, este ábaco romano deixa para as contas superiores a função dos valores V = 5, L = 50, D = 500 etc. Ele é praticamente idêntico ao ábaco japonês atual. Quanto à Coluna Θ, segundo a Wikipédia [2], refere-se à divisão da unidade monetária romana, que era dividida em 12 partes (onças). Assim, nesta coluna, temos a conta superior valendo 6 e as inferiores valendo 1. Quanto aos sulcos menores, referem-se a subdivisões de uma onça, sendo respectivamente, de cima para baixo, meia onça, quarto de onça e terço de onça.

Figura 1.1: Réplica do ábaco romano.

Além destes três tipos de ábaco citados, desenvolveu-se uma nova versão, que consistia de grânulos que deslizavam em hastes fixadas em um quadro. Esta nova forma de ábaco, o ábaco de grânulos ou de hastes, se desenvolveria bastante na China e, posteriormente, no Japão. Apesar de possibilitar a realização de cálculos com mais agilidade que no papel, estes instrumentos concretos de cálculo não se desenvolveriam na Europa, onde, após a introdução dos números arábicos, a aritmética por instrumentos perderia força, dando espaço gradativamente, à medida em que crescia a disponibilidade dos recursos de que necessitava para expandir-se, à aritmética escrita (KOJIMA, 1954, p.11).

Na América Pré-colombiana, segundo Tejón (2007, p.08), os maias também fizeram uso de um ábaco para cálculos, principalmente, de calendário. O nome deste ábaco é

[2]http://pt.wikipedia.org/wiki/%C3%81baco.

Nepohualtzintzin (figura 1.2). Ele utiliza base vigesimal, sendo que as contas superiores valem 5 e as inferiores valem 1. Ainda hoje, no México, este ábaco, com contas em forma de grãos de milho, é utilizado em projetos de educação Matemática em algumas escolas [3].

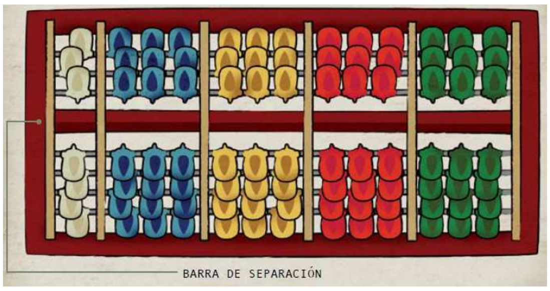


Figura 1.2: Nepohualtzintzin.

1.1.2 Precursores do ábaco e uma análise de sua origem

Os livros chineses antigos sobre Matemática que foram preservados fornecem pouca informação sobre o ábaco. Assim, nada de definitivo se sabe sobre sua origem. O único relato confiável da origem do ábaco oriental vem de um livro intitulado *Mathematical Treatises by the Ancients*, compilado por Hsu Yo para o final da Dinastia Han (25-220 dC), no início do terceiro século, e anotado por Chen Luan, no século VI. Este livro fornece algumas informações sobre os vários dispositivos de cálculo daqueles dias e foi um dos dez livros sobre Matemática (Suan-Hwei-shi-chu) que foram incluídos entre os livros a serem lidos para exames dos serviços de governo na China e no Japão há muitos séculos (KOJIMA, 1963, p.05).

Chen Luan, na sua nota, dá a seguinte descrição do dispositivo de cálculo:

> The abacus is divided into three sections. In the uppermost and lowest section, idle counters are kept. In the middle section designating the places of numbers, calculation is performed. Each column in the middle section may have five counters, one uppermost five-unit counter and four differently colored one-unit counters (KOJIMA, 1963, P.05).

Traduzimos esta descrição assim: "O ábaco é dividido em três seções. Nas seções superior e inferior, contadores inativos são mantidos. Na seção do meio, designada por

[3]No link http://eib.sep.gob.mx/cgeib/index.php/component/content/article/113 encontrei um manual completo deste ábaco.

lugar dos números, o cálculo é realizado. Cada coluna na seção do meio pode ter cinco contadores, um mais alto valendo cinco unidades e quatro de cores diferentes valendo uma unidade.”

A figura 1.3 representa o ábaco de acordo com a descrição anterior. No caso, temos a representação do número 37295.

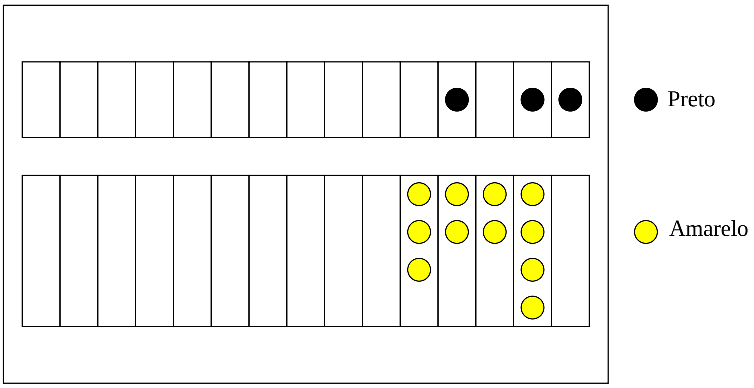


Figura 1.3: Representação do ábaco conforme descrição de Chen Luan.

A extensão do uso destes instrumentos de cálculo à época pode ser vista na descrição poética Hsu Yo a respeito dela. No seguinte verso, que é altamente figurativo e difícil de decifrar, lemos: *It controls the four seasons, and coordinates the three orders, heaven, earth, and man.*(KOJIMA, 1963, p.05), ou seja, ”Ele controla as quatro estações, e coordena as três ordens, céu, terra e homem.”Isto significa que foi utilizado em cálculos astronômicos ou de calendário, em pesquisas geodésicas, e em cálculos sobre os assuntos humanos.

O leitor vai notar uma semelhança entre este ábaco original oriental e o ábaco romano de ranhuras, exceto pela diferença de que os contadores eram colocados e tirados no primeiro, enquanto que, no segundo, eram movimentados ao longo das ranhuras. Devido a esta e outras evidências, muitos dos principais historiadores japoneses da Matemática e do ábaco avançaram na teoria de que o protótipo do ábaco acima mencionado era o resultado da introdução no leste do ábaco romano com ranhuras.

Kojima (1963, p.05) destaca quatro citações dos trabalhos dos professores Yoemon Yamazaki e Hisao Suzuki da *Nihon University* que corroboram em favor da teoria da origem ocidental do ábaco:

1) O ábaco chinês original tem uma semelhança impressionante na construção em relação ao ábaco romano de ranhuras, como é evidente na citação do livro de Hsu Yo.

Por exemplo, quatro contadores de uma unidade e um contador de cinco unidades em cada coluna.

2) O método de operação do antigo ábaco chinês era notavelmente semelhante ao método do antigo ábaco romano.

   Na China antiga, a multiplicação e a divisão eram realizadas pela repetição da adição e da subtração. Por exemplo:

   Multiplicação:

   - Procedimento A: 23 x 5 = (23 x 2) + (23 x 2) + 23 = 115 (resposta)
   - Procedimento B: 23 x 5 = 23 + 23 + 23 + 23 + 23 = 115 (resposta)

   Divisão:

   - Procedimento A: 115 ÷ 23: 115 - 23 - 46 - 46 = 0 (resposta: 5)
   - Procedimento B: 115 ÷ 23: 115 - 23 - 23 - 23 - 23 - 23 = 0 (resposta: 5)

3) Vestígios de cálculo com 5 podem ser encontrados tanto na representação pictorial chinesa com blocos quanto nos números romanos, tais como os exemplos da tabela 1.1.

seis: VI (5 + 1)	sete: VII (5 + 2)
oito: VIII (5 + 3)	quatro: IV (5 - 1)

Tabela 1.1: O uso de composições com 5 nos números romanos

4) Havia comércio entre a China e Roma. Documentos históricos chineses escritos na dinastia Han (206 aC-220 dC) fornecem descrições de duas rotas terrestres, chamadas estradas de seda, que ligavam os dois grandes impérios.

Notamos que, mesmo nos tempos antigos, valiosos produtos e equipamentos fabricados em um país podiam ser transportados para outros rapidamente.

Entre as dezenas de dispositivos de cálculo mencionados no citado livro de Hsu Yo [4], temos as tábuas de cálculo da figura 1.4. Presume-se que essas placas datam dos dias da dinastia Chou, que terminou em 249 aC (KOJIMA, 1963, p.06).

[4] Mathematical Treatises by the Ancients

Na figura 1.5 temos uma outra representação que envolve as cores dos contadores. Quando os contadores amarelos eram usados, os quadrados em cada coluna representavam 1, 2, 3, e 4, respectivamente. Quando os azuis eram usados, representavam 5, 6, 7, 8, e 9, respectivamente. As bolas negras na figura fazem às vezes das azuis. O número da placa representa 3581 (KOJIMA, 1963, p.06).

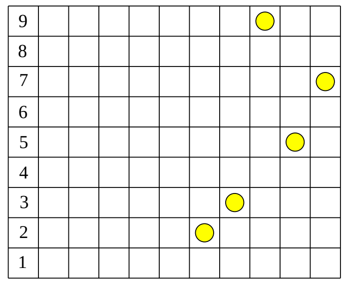


Figura 1.4: Representação do número 23.957 em tábua de cálculo.

Acredita-se que estes e outros dispositivos de cálculo foram sendo gradativamente substituídos por outros mais modernos, até chegarmos ao ábaco.

1.1.3 Por que o oriente?

Diante do extraordinário desenvolvimento do ábaco na China e Japão, em descompasso com o que ocorreu na Europa, surgem duas perguntas. A primeira é: Por que este ábaco antigo desenvolveu-se tanto no Oriente? A segunda é: Por que este desenvolvimento não se verificou no Ocidente? A resposta a estas duas perguntas não é fechada, mas, essencialmente, pode resumir-se em duas razões, segundo Kojima (1963, p.07): os diferentes sistemas de numeração e de representação numérica utilizados na China e na Europa; e o desdobramento histórico que estes sistemas tiveram, onde, na China, promoveu-se o ábaco como instrumento de cálculo; e na Europa, os instrumentos de cálculo foram progressivamente substituídos pelos algarismos indo-arábicos e pelas técnicas de cálculo na forma escrita.

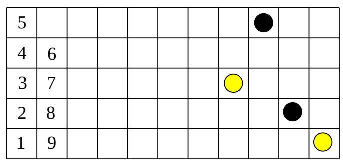


Figura 1.5: Representação do números 3581 em tábua de cálculo.

1.1.4 A evolução dos instrumentos de cálculo na China e Japão

Na China e no Japão antigos, os números eram nomeados, escritos, e construídos em uma tábua de cálculo (figuras 1.4 e 1.5) a partir da esquerda para a direita, e a partir da maior denominação para a menor. Portanto, a tábua de cálculo já apresentava uma estrutura bastante semelhante à que seria usada no ábaco. Esta compatibilidade, associada à inventividade oriental, deu origem ao ábaco primitivo, que se desenvolveria paralelamente à civilização chinesa, até chegar à sua forma moderna.

Ainda mais antigos que as tábuas de cálculo (remontando a 1000aC), os dois dispositivos principais de cálculo reconhecidos por terem sido usados na China foram os blocos numéricos (chamados de *ch'eou* na China e *sangi* no Japão) e as varas de bambu (chamadas *Chanchu* na China e *zeichiku* no Japão). O primeiro continuou a ser usado no Oriente para cálculo até não muitos anos atrás, e o último dispositivo, que era mais estranho, foi em grande parte substituído pelo primeiro para fins de cálculo e atualmente é usado apenas por adivinhos para fins de previsões (KOJIMA, 1963, p.07).

Para se ter uma ideia do antigo sistema de cálculo chinês, dois exemplos ilustrativos da disposição dos blocos numéricos chineses são dados na figura 1.6(KOJIMA, 1963, p.09). A correlação com números indo-arábicos apresentada na figura serve apenas como referência ao leitor, visto que os blocos numéricos foram usados em um momento histórico no qual os algarismos indo-arábicos não existiam.

Nos blocos numéricos, os valores de 1 até 5 posicionados nas casas das unidades, centenas e outras de ordem ímpar são representados por traços verticais na respectiva quantidade; os valores de 1 até 5 posicionados nas casas das dezenas, unidade de milhar e outras de ordem par, são representados por traços verticais. Já os valores de 6 até 9 nas posições de ordem ímpar, são representados por um bloco horizontal superior, que vale 5, ao qual se complementa com blocos verticais inferiores. Por sua vez, os valores de 6 até 9 nas posições de ordem par são representados por um bloco horizontal inferior, que vale 5, ao qual se completa com blocos verticais superiores (KOJIMA, 1963, p.07). Salta aos olhos a especificidade desta representação, que, inicialmente não era escrita, mas que, com a chegada da escrita, influenciou a formação dos algarismos chineses.

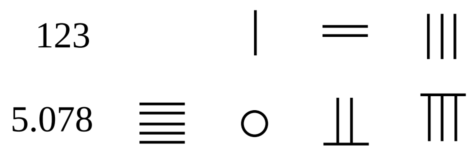


Figura 1.6: Representação dos números 123 e 5078 com blocos.

Até a introdução da Matemática ocidental, os matemáticos na China e Japão utilizavam blocos numéricos, cujo desenvolvimento não se limitou a operações aritméticas básicas, mas seu uso também alcançou a resolução de equações de segundo grau, cúbicas, e, até mesmo, simultâneas. Presume-se que eles não pensavam que valesse à pena preocupar-se com outros dispositivos de cálculo, incluindo o ábaco, que, na visão deles, era uma calculadora inferior que mal era capaz de realizar a multiplicação e divisão por meio do método primitivo cumulativo de adição e subtração. Provavelmente outra razão que reforçou esta rejeição inicial ao ábaco pelos matemáticos chineses era o fato de esses instrumentos apresentarem apenas o resultado do cálculo, sem serem capazes de mostrar o processo de cálculo ou o problema original (KOJIMA, 1963, p.07).

Nos tempos antigos, a China era um país essencialmente nômade e agrícola, e negócios nesses dias requeriam pouca necessidade de instrumentos de cálculo rápido, logo, não havia sequer demanda para o ábaco à época, e eles se satisfaziam com os blocos numéricos. Durante séculos, a começar por sua primeira menção na dinastia Han até o seu desenvolvimento, o ábaco ficou em segundo plano (KOJIMA, 1963, p.07).

No entanto, com o aumento gradual do comércio e da indústria, a necessidade de cálculos rápidos cresceu. O moderno e altamente eficiente ábaco, que provavelmente apareceu no final da dinastia Sung (906-1279), entrou em uso comum no século XIV. O grande aumento e prosperidade do livre comércio e da indústria durante a dinastia Ming (1368 - 1636) presume-se ter promovido seu uso e desenvolvimento. Uma série de livros sobre Matemática trouxe nesses dias descrições do moderno ábaco chinês e relatos dos métodos modernos de operação com o ábaco, incluindo os de multiplicação e divisão (KOJIMA, 1963, p.07).

O Bambu, nativo no Oriente, forneceu uma fonte abundante de matéria prima ideal para a fabricação de um ábaco eficiente e barato. Desde o período Ming, por conta de sua notável eficiência, baixo preço e praticidade, o ábaco foi o instrumento favorito de cálculo no Oriente (KOJIMA, 1963, p.08).

O ábaco chinês do período Ming passou a ter duas contas de valor cinco e cinco contas de valor um em cada vara, portanto, uma configuração diferente daquela apresentada pelo ábaco romano, que o inspirou. Esta configuração, que dura até os dias de hoje, foi motivada pela necessidade de se ajustar o ábaco convenientemente a cálculos dos pesos chineses, não baseados no sistema decimal. Outra razão convincente por que o ábaco chinês tem duas contas que valem cinco em cada haste é que uma haste com dois contadores de valor igual a cinco é mais conveniente para o método chinês de multiplicação com o ábaco e também para um antigo método de divisão que utiliza uma tabela de divisão especial (KOJIMA, 1963, p.08).

Concluo, até aqui, que a evolução da representação numérica na China e Japão iniciou-se com os blocos numéricos e tábuas de cálculo, chegando em seguida, com a necessidade de ferramentas mais ágeis, ao ábaco de hastes. É possível inferir, também, que as profundas divergências entre os blocos numéricos utilizados pelos chineses e os algarismos indo-arábicos podem constituir-se em uma das principais razões para a não adoção deste sistema na China, em oposição ao que ocorreu na Europa.

1.1.5 A evolução do sistema de cálculo na Europa

Na Europa, o ábaco de linha ou de tabuleiro apareceu primeiro na França aproximadamente pelo início do século XIII e rapidamente se tornou popular. A partir do século XIV até o século XVII, o uso deste instrumento manual de aritmética era universal em empresas e famílias, bem como nos departamentos de governo. Um exemplo de como funcionava a tábua de contagem pode ser visto na figura 1.7. Cada linha de cima é dez vezes o valor da linha abaixo dela. Cada espaço é cinco vezes mais do que a linha logo abaixo. Na operação de adição, o processo era iniciado nas unidades, e na subtração, nos valores mais elevados (KOJIMA, 1963, p.08).

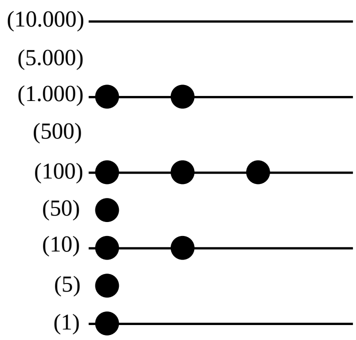


Figura 1.7: Tábua de contagem representando o número 2.376.

Observando a evolução sofrida pela representação numérica em tábua de contagem, disponível na *homepage Ancient Computers* [5], percebe-se que a origem das contas de valor cinco remonta à época em que os espaços entre as linhas da tábua de contagem, conforme mostrada na figura 1.7, não eram usados. Nesta configuração, o número de contas sobre as linhas, que representam potência de 10, ia até 9, tornando a leitura mais difícil, em termos de campo visual. Assim, o uso dos espaços para uma conta de valor cinco vezes a linha inferior foi o resultado de um longo processo de melhoria.

[5] http://www.ieeeghn.org/wiki/index.php/Ancient_Computers

No entanto, na Europa, o ábaco de linha não conseguiu se desenvolver para o eficiente ábaco de hastes, e gradualmente foi dando lugar ao sistema de numeração decimal escrito. O golpe de misericórdia foi aplicado pela Revolução Francesa, que reforçou a padronização do uso do sistema de numeração de origem indo-arábica em todo o país. Antes da introdução dos números arábicos, nos países europeus, eram utilizados diversos sistemas de notação numérica (duodecimal, binário, sexagesimal, etc.). A divisão do dia em 12 horas e de uma hora em 60 minutos pode ser vista como vestígio destes sistemas numéricos. O ábaco de hastes nunca pôde ser trabalhado com eficiência nessas escalas numéricas europeias. Note, ainda, que ao modelo posicional arábico se contrapunha o modelo da tábua de contagem, ou ábaco de linhas (figura 1.7). Esta é tida como a principal razão pela qual os árabes, que alcançaram notável desenvolvimento em Matemática nos tempos medievais, fizessem uso de seus algarismos arábicos sem recorrer ao menos eficiente ábaco de linha ou outros dispositivos de cálculo da época, visto que o então revolucionário modelo arábico mostrava-se melhor (KOJIMA, 1963, p.08).

Na *homepage Ancient Computers*, encontramos a figura 1.8, que ilustra muito bem o conflito entre os dois modelos na Europa. A ilustração foi descoberta em 1503. Nela a Aritmética é representada por uma mulher bonita segurando um livro em cada mão. À sua frente, sentados em duas mesas, aparecem dois grandes matemáticos da história: Pitágoras e Boethius. Nota-se que Boethius está realizando cálculos com os números formados por algarismos Indo-arábicos; enquanto Pitágoras utiliza um tabuleiro de cálculo, cujas contas eram chamadas de jettons. Pela expressão dos rostos dos matemáticos, a ilustração procura passar o quanto a utilização do sistema Indo-arábico é melhor que a tábua de cálculo. A utilização da figura de Boethius deve-se à crença na idade média de que ele seria o inventor do sistema indo-arábico. Quanto ao tabuleiro de cálculo, aproveitando a figura para confirmar a compreensão de seu funcionamento, destacando que:

- Existem linhas horizontais e uma linha vertical de orientação que divide a mesa em regiões de mesma área;
- A linha superior está marcada com um X, talvez para indicar que trata-se da linha das unidades;
- No lado direito do ábaco temos um jetton em um espaço (entre duas linhas) enquanto todos os outros estão sobre linhas;

- Há jettons livres junto à mão direita de Pitágoras.

Figura 1.8: Ilustração do livro *Margarita Philosophica*

1.1.6 Os números indo-arábicos batem à porta do oriente

Agora, vamos a mais uma pergunta intrigante: O que impediu a adoção do sistema indo-arábico na China e no Japão? Uma hipótese levantada foi a diferença significativa em termos de escrita, visto que os chineses e os japoneses escrevem em colunas verticais de cima para baixo, enquanto o sistema de indo-arábico é trabalhado a partir da esquerda para a direita. No entanto, esta não é considerada a principal causa, pois, no passado remoto, de volta ao tempo da origem dos caracteres chineses, os chineses realizavam seus cálculos por meio de blocos numéricos (figura 1.6), que eram trabalhados da esquerda para a direita, assim como os números indo-arábicos. Inclusive, estes blocos de cálculo eram pesados e não possibilitavam operações mais rápidas do que o decadente ábaco de linha ocidental (KOJIMA, 1963, p.09).

Em se tratando de uma possível transição de um meio concreto de cálculo para um suporte em papel, a notação numérica chinesa escrita, que provavelmente foi a representação pictórica para os blocos numéricos, era de uso muito menos prático em cálculo do que o uso dos próprios blocos, o que justifica certa predileção pelo uso de instrumentos concretos de cálculo em oposição à forma escrita. Assim, o cálculo matemático foi geralmente executado com blocos numéricos, que, mais tarde, seriam substituídos pelo ábaco (KOJIMA, 1963, p.09).

Provavelmente, a maior causa que impediu a substituição da notação numérica chinesa carregada pelo sistema de numeração indo-arábico foi o desenvolvimento do ábaco, porque pôde satisfazer as necessidades diárias públicas nos negócios e o cálculo doméstico. Os blocos numéricos, que fizeram o papel do ábaco primitivo e tiveram um notável desenvolvimento em seu tempo, sucederam ao ábaco que, por volta da dinastia Ming, já havia se tornado um equipamento de cálculo bem mais eficiente do que o sistema de numeração que se instalou na Europa (KOJIMA, 1963, p.10).

Por outro lado, temos a acrescentar outros fatores que fecharam as portas da China ao sistema indo-arábico. Nos dias de governo feudal, o estudo era principalmente dos clássicos e o conhecimento era um patrimônio exclusivo de alguns funcionários e círculos limitados de estudiosos. A Matemática era estudada apenas pelos poucos que eram iniciados em seus mistérios, e muitos deles formavam exclusivas seitas esotéricas de transmissão hereditária do conhecimento para preservar suas posições patrimoniais ou as próprias vidas. Sob estas condições sociais, não existia a preocupação de ensinar ou divulgar os segredos da Matemática. Os estudiosos esclarecidos que foram favorecidos com oportunidades excepcionais para estudar a ciência ocidental e a Matemática puderam ter consciência da superioridade dos números arábicos em relação à complicada notação numérica Oriental. Mas esses intelectuais devem ter sido muito poucos e distantes entre si, e seu clamor para iniciar uma reforma foi insuficiente para despertar a atenção do público (KOJIMA, 1963, p.10).

Entre outras causas importantes, podem ser mencionadas ainda a falta de livre comércio internacional e da comunicação, o isolamento virtual de países do Oriente e do Ocidente, e a consequente falta de compreensão das situações internacionais, além do preconceito nacional contra a cultura estrangeira. A burocracia chinesa orgulhava-se de si mesma e era tão proeminente e conservadora que resistiria firmemente a quaisquer tentativas de reformas ou melhorias nos seus costumes, que, por sinal, eram venerados nacionalmente. Muitos destes costumes tinham sido inseridos nos livros didáticos para os exames do serviço durante o longo período dos governos chineses que se estenderam por 20 séculos (KOJIMA, 1963, p.10).

No Japão, só após vários anos depois da revolução política de 1868, que derrubou o shogunato (governo pelo governante supremo feudal), que o governo progressista moderno, despertando para o progresso do mundo, promulgou a lei de educação compulsória, incluindo no sistema curricular o sistema de numeração indo-arábico, sem o qual, à época, o ensino eficaz da Matemática moderna para o público seria impossível (KOJIMA, 1963, p.10).

1.1.7 A chegada do ábaco ao Japão

A palavra japonesa para ábaco, *soro ban*, é, provavelmente, uma herança do chinês *suan-pan*, (*soo-pan* no dialeto do sul ou *sur-pan* na Manchúria). O soroban no Japão não chegou ao uso comum até o século XVII. No entanto, o fato histórico de que, desde o século VII, a então capital chinesa recebia estudantes japoneses, nos fornece evidências confiáveis de que o ábaco foi introduzido no Japão em data muito anterior, embora a evidência mais antiga documentada do ábaco japonês não date mais para trás do que o século XVI (KOJIMA, 1963, p.10).

O certo é que, uma vez que este instrumento conveniente de cálculo ganhou popularidade no Japão, foi estudado extensivamente e de forma intensiva por muitos matemáticos, incluindo Seki Kowa (1640-1709), que, sem qualquer ligação à Teoria Newtoniana, apresentou contribuições à disciplina de Cálculo, aperfeiçoando o chamado método da exaustão. Como resultado destes aperfeiçoamentos, a forma e os modos de operação do ábaco sofreram uma melhoria após a outra. Por um longo tempo no Japão dois tipos de ábaco foram usados simultaneamente, até a revolução política de 1868: o estilo chinês, com duas contas superiores de valor cinco e cinco contas inferiores de valor um; e o estilo japonês, com uma conta superior de valor cinco e cinco contas inferiores de valor um. Após o tempo da revolução, o ábaco de estilo chinês ficou completamente fora de uso. Finalmente, a partir de por volta de 1940, o antigo ábaco em estilo japonês foi amplamente substituído pelo atual, mais avançado e eficiente, com uma conta superior de valor cinco e quatro contas inferiores de valor um (KOJIMA, 1963, p.10). As figuras 1.9, 1.10 e 1.11 [6] apresentam estes três tipos de ábaco.

[6]imagens baixadas de http://www.joernluetjens.de/sammlungen/abakus/abakus-en.htm: "Abacus-Online-Museum"

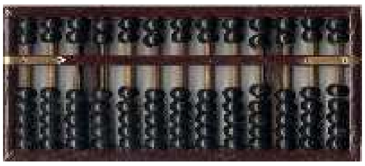


Figura 1.9: *suan-pan*

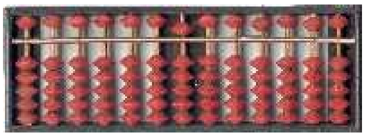


Figura 1.10: soroban antigo

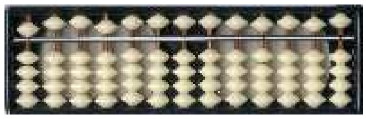


Figura 1.11: soroban de hoje

1.1.8 Do Japão para o Brasil e para o mundo

Quanto à história do soroban no Brasil, segundo o site soroban.org [7], ele chegou ao Brasil trazido pelos primeiros imigrantes japoneses, em 1908, para uso próprio. O modelo ainda era o de cinco contas inferiores, que seria substituído pelo de quatro contas em 1953, com os primeiros imigrantes da era pós-guerra. O primeiro divulgador do Shuzan (a arte de calcular com o soroban) foi o professor Fukutaro Kato, que em 1958 publicou o primeiro livro sobre soroban no Brasil, cujo título era *Soroban pelo Método Moderno*.

Ao vir para o Brasil em 1956, o professor Fukutaro Kato [8] já trazia do Japão a experiência no ensino do Shuzan. Logo que chegou, iniciou a orientar o estudo do soroban nas cooperativas agrícolas de raízes nipônicas. Em seguida, estabeleceu a primeira sala de aula para ensino do soroban no bairro da liberdade, reduto dos japoneses. Em 1958, durante as comemorações do 50º aniversário da imigração japonesa, promoveu o 1º concurso de soroban, que repetiu-se anualmente, desde então. Para o Prof. Fukutaro Kato, a realização de campeonatos de soroban é uma das melhores formas de incentivar a sua prática, por isso, foi um intenso incentivador destes eventos. Chegou a recrutar professores do Japão e a treinar professores de Matemática para uma implementação experimental do uso do soroban nas escolas públicas estaduais e municipais de São Paulo.

A utilização do soroban hoje não se restringe às escolas japonesas ou às comunidades japonesas espalhadas pelo mundo. Existem escolas de soroban em diversos outros países de todos os continentes. Seu uso, em geral, é educativo, visando a criar e potencializar nos alunos habilidades com números.

1.2 Uma função bijetora

Antes de apresentarmos o soroban aos alunos, temos de trazer à tona o sistema de numeração decimal. Afinal, temos dez símbolos, figuras ou desenhos que chamamos de

[7] http://www.soroban.org/index.shtml

[8] informações de http://nikkeypedia.org.br/index.php/Fukutaro_Kato

algarismos, que são o 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e o 0, e construímos os números maiores que nove por meio da colocação destes algarismos juntos. A posição dos algarismos em um número faz bastante diferença, pois, por exemplo, o número 32 é diferente do número 23, apesar de serem compostos pelos mesmos algarismos. Após este breve lembrete, apresentamos o soroban fazendo uma relação direta com o sistema de numeração decimal, ou seja, mostrando que o soroban é uma outra forma de representação dos mesmos algarismos e números deste sistema. Na figura 1.12 [9] temos uma célula fundamental do soroban, capaz de representar todos os 10 algarismos. Na apresentação deste instrumento aos alunos, cabe uma primeira provocação: "Quantas são as possíveis combinações das contas em cada vareta?"Se pensarmos em termos do número de possibilidades de organização das suas contas, podemos observar que, para a conta superior, só existem duas posições possíveis: para cima ou para baixo; enquanto que, em relação às quatro contas inferiores, que são idênticas, existem cinco possibilidades: as quatro para baixo, uma para cima e três para baixo, duas para cima e duas para baixo, três para cima e uma para baixo e, por fim, quatro para cima. Portanto, esta célula fundamental do soroban apresenta exatamente 2 x 5 = 10 possíveis composições diferentes. Coincidentemente o mesmo número dos algarismos do nosso sistema de numeração decimal. Obviamente, para contarmos o número de possibilidades das posições das contas em uma casa do soroban, consideramos sua orientação, ou seja, as quatro contas para baixo e a conta solitária para cima.

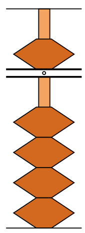


Figura 1.12: célula fundamental do soroban.

Para podermos prosseguir para a forma na qual cada algarismo é representado no soroban, faz-se necessário apresentarmos as seguintes convenções:

- Na formação dos algarismos, contamos apenas as contas que estejam, individualmente ou em grupo, juntas à barra horizontal intermediária.
- A conta superior vale, sozinha, 5; enquanto que cada conta inferior vale 1.

[9] As figuras neste padrão que constam neste trabalho foram elaboradas por mim com o uso do excelente software TpX, disponível em http://tpx.sourceforge.net/.

A figura 1.13 apresenta a correlação entre os algarismos e as posições das contas em uma casa do soroban. Note que existe uma bijeção entre o conjunto formado pelos dez algarismos e o conjunto formado pelas dez possíveis formações das contas em cada casa, o que nos diz que estamos diante de uma função invertível, ou seja, não existe o risco de equívocos na conversão de uma representação para outra e vice versa.

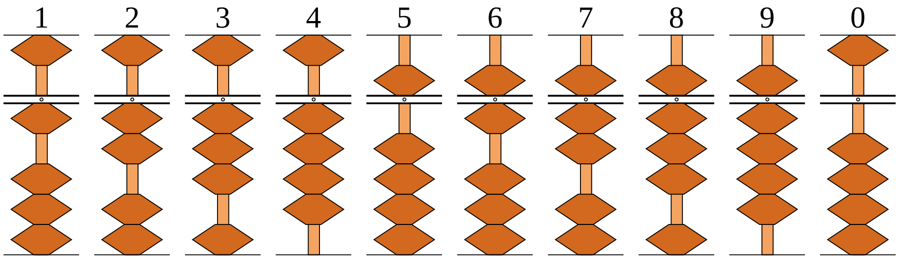


Figura 1.13: representações no soroban dos algarismos 1 a 9 e o 0.

Além dos algarismos, o sistema de numeração decimal também utiliza o valor posicional. Assim, os números são representados por um ou mais algarismos colocados lado a lado. Como já vimos, o número 32, por exemplo, é diferente do número 23 por causa da posição dos seus algarismos. Temos, portanto, uma ordem, que, neste caso, faz toda a diferença. Ao escrevermos em uma folha de papel o número 32, escrevemos primeiro o 3 e depois, à direita, o 2. Assim, podemos passar à representação dos números no soroban, pois já sabemos que em cada vareta podemos representar qualquer um dos dez algarismos e o conjunto delas lado a lado reproduz um sistema posicional semelhante ao que usamos para escrever os números.

As figuras 1.14, 1.15 e 1.16 apresentam alguns exemplos de números no soroban. O momento de apresentação do soroban aos alunos deve ser bastante trabalhado por meio de atividades de reconhecimento tais como a leitura de números colocados no soroban (usar o quadro, um soroban de professor ou um software de soroban com projetor), a apresentação de diversos números no quadro para que cada aluno o represente no seu soroban e sequências de algarismos a serem lançadas no soroban, no intuito de aperfeiçoar a manipulação das contas.

A barra horizontal do meio apresenta algumas casas marcadas com um ponto. Estes pontos têm a finalidade de marcar a casa das unidades de cada grupo de três casas (unidade, unidade de milhar, unidade de milhão etc.).

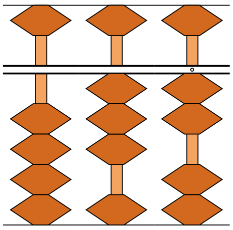


Figura 1.14: O número 32

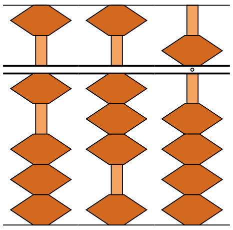


Figura 1.15: O número 135

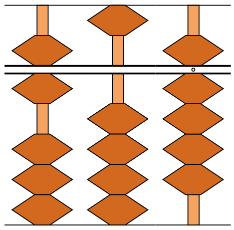


Figura 1.16: O número 609

1.3 Uma radiografia japonesa do soroban

Para se utilizar o soroban não é essencial que se conheça ou se utilize os termos japoneses relacionados a este instrumento. Entretanto, apenas como ilustração, apresento a seguir as suas partes, conforme *SOROBAN, Useful Arithmetical Tool*.

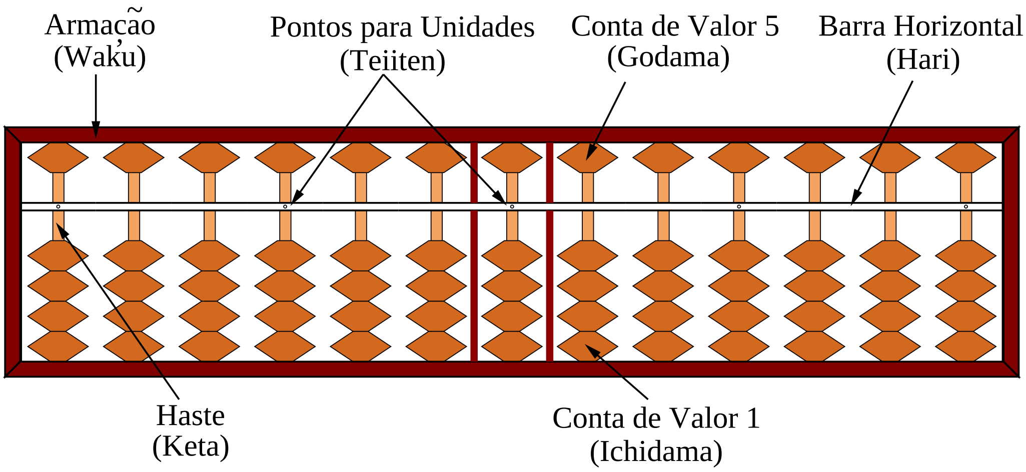


Figura 1.17: O soroban e suas partes em português e japonês.

Alguns sorobans trazem duas varetas ao fundo para destacar a casa central, o que facilita seu uso em algumas operações nas quais é importante que o usuário não se esqueça da posição de uma determinada casa. De acordo com o modelo e o fabricante, podem ocorrer outras formas de se colocar a casa central em evidência, mas o objetivo é o mesmo.

1.4 Manuseando o soroban com técnica

O princípio que se sobrepõe às orientações, quando falamos de manusear corretamente o soroban, é que o objetivo da técnica é oferecer velocidade dos movimentos. Além disto, normalmente, quem opera o soroban vai necessitar anotar o resultado, ou seja, caso o aluno necessite manipular o soroban para em seguida colocar o resultado num papel, o movimento de pegar o lápis ou caneta para riscar vai consumir também tempo. Por esta razão, é comum o aluno manipular o soroban segurando um lápis na mesma mão, o que lhe dá mais agilidade. A figura 1.18 [10] ilustra a forma de segurar o lápis, deixando livres os dedos indicador e polegar, que serão usados para manipular as contas do soroban. No início da prática, o foco deve ser mantido sobre a aprendizagem das técnicas, logo, este detalhe de como segurar o lápis simultaneamente pode ficar para um momento posterior.

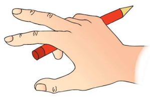


Figura 1.18: Segurando um lápis.

Em geral, a manipulação do soroban se dá sobre uma mesa, na posição horizontal. Utiliza-se apenas dois dedos da mão, o polegar e o indicador, sendo que o dedo polegar possui um único tipo de movimentação: sobre as contas inferiores no sentido para cima. Todos os demais movimentos, quais sejam, a movimentação das contas inferiores para baixo e a movimentação da conta superior para cima e para baixo, são realizados pelo dedo indicador. A figura 1.19 [11] ilustra estas movimentações. Nos dois desenhos superiores, temos um movimento com o polegar elevando duas contas inferiores seguido de um movimento com o indicador baixando uma delas. Nos desenhos inferiores, temos um movimento de baixar a conta superior com o indicador e o movimento inverso, de elevar a conta superior, também com o indicador.

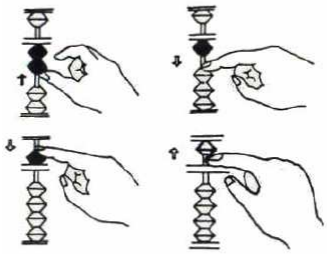


Figura 1.19: Uso do polegar e do indicador.

Em nome da velocidade, sempre que for necessário realizar a movimentação da conta superior para baixo e uma ou mais contas inferiores para cima, deve-se optar por realizar este movimento simultaneamente, utilizando o polegar e o indicador em movimento de pinça. A figura 1.20 [12] ilustra este movimento, no caso, para a formação do algarismo 7.

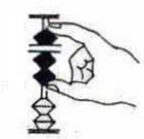


Figura 1.20: Movimento em pinça.

Antes de iniciar a utilização do soroban, ele deve ser zerado. Para tanto, ponha o soroban na posição "em pé", de forma que todas as contas desçam. Retorne o soroban à posição de utilização sobre a mesa, segure-o com uma das mãos e corra o dedo indicador da outra mão por baixo de todas as contas superiores (as que valem 5) da esquerda para a direita, de forma que nenhuma conta fique tocando a barra central. Desta forma o soroban está zerado e pronto para ser utilizado. Nesta operação, deve-se

[10] disponível em http://www.nurtureminds.com/freedownloads/nTextUnit1Page005.pdf

[11] Disponível em http://webhome.idirect.com/~totton/soroban/Manual.pdf

[12] Mesma fonte da figura 1.19

utilizar a força adequada para que a vibração provocada sobre o soroban seja mínima, evitando-se que as contas se desloquem desorganizadamente. A operação de zerar o ábaco pode ser repetida diversas vezes até que se obtenha o resultado esperado. A figura 1.21 [13] apresenta estes movimentos.

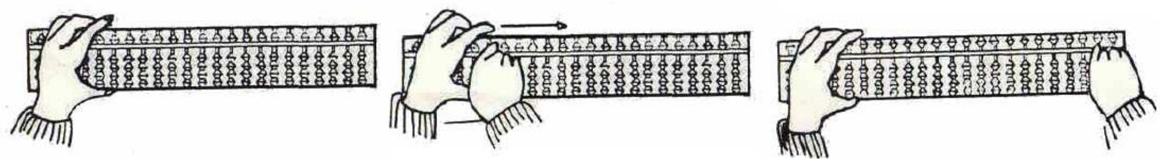


Figura 1.21: Movimento de zerar o soroban em três tempos.

Ao abordar este assunto com a turma, deve-se explicar que estes movimentos padronizados visam a que alcancem boa velocidade com a manipulação do soroban, e o professor deve verificar, percorrendo a turma, como os alunos estão fazendo. Quando não estiverem seguindo as recomendações, o professor deve intervir individualmente, argumentando e fazendo perguntas. Ao final, caso o aluno insista em seguir uma outra maneira de se relacionar com o soroban, cabe ao professor respeitar esta decisão, pois o aluno poderá, com o tempo, retornar aos movimentos indicados ou, ainda, chegar, sozinho, a uma forma alternativa de manipulação que, na percepção dele, é a melhor. Alguns alunos preferem, por exemplo, não usar o polegar, apenas o indicador em todos os movimentos. Por outro lado, a definição de quais dedos usar não chega a ser uma unanimidade. Há quem recomende a utilização não apenas do indicador e do polegar, mas também do dedo médio, que ficaria responsável pela conta superior (para cima e para baixo) enquanto o dedo polegar moveria as contas inferiores para cima e o indicador moveria apenas as inferiores para baixo[14]. De qualquer forma, darei preferência às orientações de Kojima (1954, p.14), que recomenda usar apenas o polegar e o indicador, conforme aqui citado.

Só a prática vai cadenciando os movimentos do polegar e do indicador, na manipulação do soroban. Kojima (1954, p.14) ainda lembra que um importante segredo para adquirir rapidez nos cálculos com o ábaco é sempre manter os dedos perto das contas. Deve-se evitar posicioná-los muito acima das contas, bem como entre elas. As contas devem ser movimentadas com toques suficientemente leves em suas bordas e com a ponta dos dedos.

Aliás, uma das características do ábaco japonês original está no formato de duas

[13]Disponível em http://webhome.idirect.com/~totton/soroban/Manual.pdf.

[14]É o caso da recomendação obtida em http://www.nurtureminds.com/index.htm.

contas, que é este: < | >. Este tipo de conta com bordas que se sobressaem facilita a movimentação. Outros ábacos, inclusive o chinês, usam contas de bordas no formato arredondado (|).

1.5 Uma viagem ao Japão e uma pergunta à Neuropsicologia

Uma matéria de Alex Bellos, para o site do jornal inglês *The Guardian* [15], no quadro *ALEX ADVENTURES IN NUMBERLAND*, ou "As aventuras de Alex na terra dos números", datada de 25 de outubro de 2012, começava com o seguinte título: *The Far East flies high when it comes to numeracy while the West flounders. Is the abacus the secret of their success?* que traduzimos como "O extremo oriente voa alto quando se trata de Aritmética, enquanto o ocidente se atrapalha. Seria o ábaco o segredo do sucesso deles?". A primeira foto que ilustrava a matéria é a figura 1.22, onde podemos observar produtos eletrônicos expostos numa loja do Japão, dentre os quais pode-se identificar calculadoras eletrônicas e, no meio delas, um soroban.

Figura 1.22: soroban à venda nas lojas de eletrônicos

O autor da matéria relata ter ido ao Japão para fazer um documentário sobre a relação da cultura japonesa com os números. Sua primeira parada foi na Academia de Soroban Urawa, em Tokio, um dentre os 20.000 ou mais clubes de soroban que desenvolvem atividade paralelas às da escola.

Ao ver uma garota de cinco anos fazendo cálculos tão rapidamente, perguntou-se: por que aquilo? Para que adquirir tamanha habilidade se ela não é mais tão importante no mundo de hoje? Em resposta, o diretor da academia, o Sr. Chie Takaianagi, disse-lhe que, no passado, a aprendizagem do soroban tinha uma finalidade prática no Japão; hoje,

[15] Acessível em http://www.guardian.co.uk/science/alexs-adventures-in-numberland/2012/oct/25/abacus-number-joy-japan

ela permanece porque promove outros benefícios ainda relevantes, como a concentração e a memorização.

- Além disto, é divertido! Acrescenta. A realização de cálculos é tida como um esporte no Japão. Ao atingir certos níveis de proficiência, são concedidos dans, da mesma forma que nas artes marciais. Há competições locais, regionais e nacionais. A competição nacional é o *All-Japan National Soroban Championship*.

Para professores como Mina Watanabe, que vive e trabalha na California, o ábaco é importante por criar um sentimento de amor para com os números. Ela comenta que as crianças americanas encontram mais dificuldade em compreender os números do que as crianças japonesas porque os vêem como puramente abstratos, e isso as leva a odiar a Matemática. Quando você aprende com um ábaco, acrescentou, você tem uma representação concreta dos números, o que os torna mais fáceis de entender.

A reportagem cita ainda o professor de neuropsicologia cognitiva Brian Butterworth, da Universidade de Londres, que, perguntado, logo após o retorno do jornalista a Londres, se existia resultados científicos que comprovassem que o ábaco melhora as habilidades matemáticas, respondeu que as evidências não eram suficientes neste sentido. Enquanto a performance matemática deve melhorar com a prática do ábaco por algumas horas todos os dias, deve melhorar da mesma forma ao se fazer as tarefas de Matemática todos os dias com a mesma duração, completou, acrescentando, ainda, que o que o ábaco faz é mudar o jeito que o cérebro realiza cálculos. Uma pessoa calculando com o ábaco utiliza a parte visual e motora do cérebro, diferente de quem usa papel e caneta. Pode ser o caso de que, obtendo uma parte do trabalho por meio da parte visual do cérebro, melhore as habilidades matemáticas.

Kojima (1954, p.23), a respeito deste assunto, afirma que a principal vantagem do ábaco é sua incrível velocidade nos cálculos com menor esforço mental, se comparado ao método usual. Para este autor, essencialmente são três os fatores que promovem estes benefícios:

- Mecanização da operação com o uso dos complementares;
- Operação da esquerda para a direita;
- Explicação prévia das técnicas de manipulação das contas.

A mecanização da operação decorre diretamente do meio concreto (manipulável), fundamentado num campo visual de apenas cinco contas. Para cada operação, partindo-se do posicionamento atual das contas, o valor a adicionar ou subtrair indica ao praticante um caminho lógico a seguir. Por meio dos complementares, ele decide o próximo movimento, que o conduz, em uma rota única e curta, ao resultado correto, permitindo que a operação seja feita "às cegas", mecanicamente. Por exemplo: para fazer 7 + 9 com o soroban carregamos o 7 e, ao nos depararmos com o 9 a ser adicionado, visualmente percebemos que ele não cabe na casa onde já está o 7. Esta é uma primeira conclusão lógica. Então, desta conclusão, reagimos subtraindo o complementar de 9 (veja que queremos adicionar 9, como não podemos, nossa reação é subtrair seu complementar[16]). Subtraímos 1 e, sempre que fazemos isto, acrescentamos 1 à casa da esquerda. Chegamos então, mecanicamente, a 16. A mecanização aqui citada significa que o 7 e o 9 são apenas detalhes, poderia ser qualquer algarismo, o que importa ao praticante é a visualização dos números concretamente na forma de contas e uma sequência de decisões do tipo, cabe na casa? Se cabe adiciona; caso não caiba, subtraia o complementar e adicione 10. O número restrito de pares de complementares apoia a mecanização, visto que os complementares de 10 formam apenas cinco pares e os complementares de 5 formam apenas dois.

Quanto à operação da esquerda para a direita, além de uma noção intuitiva mais rápida da dimensão do resultado ela se justifica principalmente em função do uso da mão direita na manipulação do soroban, permitindo uma melhor visão da operação e maior agilidade. Além disso, quando lemos e escrevemos os números, o fazemos da esquerda para a direita, por isso, realizar as operações no soroban no mesmo sentido em que lemos e escrevemos os números traz mais agilidade. Pelo método usual, somamos da direita para a esquerda em colunas e não por parcelas. Assim, ao somar mais de duas parcelas por coluna, podemos ter de somar à coluna da esquerda um número maior que 1. Este fato não ocorre com o soroban, pois sempre que uma unidade deve ser somada à casa da esquerda, ela o é imediatamente (não acumula).

O terceiro fator é promovido pelo professor, que, no intuito de facilitar a prática do aluno, oferece-lhe previamente as técnicas de manipulação.

[16] O complementar de 10 é o número cuja soma leva a 10.

1.6 Os níveis de proficiência

Os níveis de proficiência em soroban [17] definidos pela sociedade japonesa seguem o padrão das artes marciais e iniciam-se por níveis decrescentes de Kyu (palavra que significa classe), variando desde o 15º Kyu até o 1º Kyu, que seria como que um faixa preta em soroban. Para conquistar cada classe, o aluno deve passar em um teste com limite de tempo. No caso do primeiro Kyu, é suficiente saber realizar adições e subtrações simples. Caso consiga chegar ao 1º Kyu, o praticante que desejar um nível ainda maior de proficiência, deve procurar obter o chamado Dan (palavra que significa grau), que variam de 1 até 10. No caso do Dan, quanto maior o grau, maior o nível de proficiência, ou seja, a ordem do Dan, diferente da ordem de Kyu, é crescente. Além disto, os Dan não são conquistados em fases, como no Kyu, mas como o resultado da aplicação de uma única prova dividida em seções. A prova para obtenção do Dan deve ser administrada por instituição credenciada para tal. As regras básicas [18] são:

- O teste é dividido em 7 seções: 1)Multiplicação, 2)Divisão, 3)Adição/Subtração, 4)Anzan, 5)Denpyo (Simulação de manutenção de livros), 6) Kaihou (raiz quadrada e cúbica) e 7) Problemas.
- Cada seção deve ser totalmente solucionada em 7 minutos, à exceção do Anzan (3 minutos) e Problemas (10 minutos).
- As seções de multiplicação, divisão e adição/subtração são obrigatórias.
- Das demais quatro seções, o candidato deve escolher três para resolver, descartando apenas uma.
- Cada problema vale 10 pontos.
- Sua nota em cada seção determina seu nível de Dan naquela seção.
- Seu Dan final é determinado pelo menor nível obtido nas seções (por exemplo, foi obtido nível 10 em 5 seções, mas em uma seção o nível foi 2, então seu Dan é 2).

[17] Informação disponível em http://www.soroban.org/grad_graus.shtml.
[18] Obtidas em http://www.learnsoroban.com/

1.7 Confronto de estilos

Uma das dificuldades de se promover e utilizar o soroban no ocidente, é que adições e subtrações são realizadas sempre no sentido da esquerda para direita, sentido oposto ao que estamos acostumados. Se tentarmos fazer isto com caneta e papel, perceberemos que o resultado permanece válido, mas o jeito de operar é diferente. Nas figuras 1.23 e 1.24 (adição) e 1.25 e 1.26 (subtração) apresento exemplos de como faríamos estas operações em papel, seguindo o mesmo estilo do soroban.

$$
\begin{array}{cr}
 & 873 \\
+ & 548 \\
\hline
 & 1311 \\
+ & 11 \\
\hline
= & 1421
\end{array}
$$

Figura 1.23: Adição da esquerda para a direita

$$
\begin{array}{cr}
 & 874 \\
+ & 327 \\
\hline
 & 1191 \\
+ & 1 \\
\hline
 & 1101 \\
+ & 1 \\
\hline
= & 1201
\end{array}
$$

Figura 1.24: Adição da esquerda para a direita

$$
\begin{array}{cr}
 & 1346 \\
- & 798 \\
\hline
 & \cancel{6} \\
 & 5\,\cancel{5} \\
 & 48 \\
\hline
= & 548
\end{array}
$$

Figura 1.25: Subtração da esquerda para a direita

$$
\begin{array}{cr}
 & 2013 \\
- & 978 \\
\hline
 & 1\cancel{1} \\
 & 0\cancel{4} \\
 & 35 \\
\hline
= & 1035
\end{array}
$$

Figura 1.26: Subtração da esquerda para a direita

Alguns educadores podem se sentir incomodados ao se dar conta destas diferenças de orientação (esquerda direita e vice-versa), passando a vê-las como um confronto de estilos que possa, inclusive, desabonar o uso do soroban. Afinal, poderia se pensar que o aluno ficaria confuso caso resolvesse um problema de adição de duas formas diferentes. Este fato pode ser considerado uma desvantagem do uso do soroban, mas, por outro lado, também pode ser considerado como vantagem, visto que, o aluno aprenderia inclusive que existe mais de uma forma de resolver um mesmo problema em Matemática.

Deve ficar claro, entretanto, que, ao praticar com o soroban, o aluno naturalmente vai aprender a adicionar, subtrair e multiplicar dois algarismos quaisquer, logo, ele não terá dificuldade em realizar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão pelo método usual ensinado nas escolas.

Capítulo 2

Alguns fundamentos intrínsecos

O soroban é um instrumento concreto. Assim, quando somamos ou subtraímos, efetivamente estamos movimentando, para cima ou para baixo, contas, que estão distribuídas em casas. Neste capítulo, vou considerar os algarismos como quantidades físicas de contas alocadas em um espaço chamado casa, e as operações de adição e subtração restritas ao conjunto dos números naturais. Apresentaremos agora propriedades dos sistemas de numeração posicional que dão sustentação às técnicas de adição e subtração no soroban. O foco deste capítulo, portanto, não são as técnicas propriamente ditas. Estas serão detalhadas mais à frente.

Ao procurarmos adicionar uma quantidade numa casa, isto pode ou não ser possível, pois nosso limite na casa corresponde à base do sistema de numeração menos um, ou seja, no caso do sistema decimal, nosso limite é 9. Seja $\mathfrak{a}$ o algarismo que está registrado em certa casa e $\mathfrak{b}$ o algarismo que vamos procurar adicionar nesta casa. Se na casa couber $\mathfrak{a} + \mathfrak{b}$, então é porque $\mathfrak{b}$ é menor ou igual a $9 - \mathfrak{a}$. Para citar um exemplo, se tivermos $\mathfrak{a} = 3$, poderemos adicionar à casa um dos seguintes algarismos: $1, 2, 3, 4, 5$ ou 6. Entretanto, concretamente, o que caracteriza a impossibilidade de adicionarmos um determinado algarismo a uma casa? No ábaco, isto ocorre quando estamos procurando adicionar um algarismo maior que a disponibilidade de contas para adição na casa. No nosso exemplo, se $\mathfrak{a} = 3$, a casa não suportaria receber $7, 8$ ou 9, pois estes valores não estariam disponíveis na casa.

Um fato explorado nas operações com ábaco relacionado à questão de podermos ou não adicionar um algarismo a uma casa é que, sempre que um algarismo não pode ser adicionado a uma casa, é porque a casa contém, pelo menos, o seu complementar em relação à base do sistema. Assim, na base 10, se não podemos adicionar 4 então é porque a casa contém, no mínimo 6. Até porque é fácil ver que, se a casa tivesse menos de 6, poderíamos adicionar 4. Isto não depende da base. Na base 5, por exemplo, se não podemos adicionar 2 a uma casa, então ela possui no mínimo 3 (no caso, 3 ou 4). As técnicas de adição para o soroban, assim como para ábacos em geral que representam um sistema de numeração posicional, utilizam-se deste fato. Portanto, um fundamento das operações de adição com ábacos pode ser apresentado na seguinte proposição.

Proposição 2.0.1. *Num sistema de numeração base* B*, se não é possível realizar a adição restrita a uma casa do algarismo* b*, então a casa contém no mínimo* $\mathsf{B} - \mathsf{b}$*.*

Demonstração. Seja B a base de um sistema de numeração. Logo, seus algarismos serão $0, \cdots, (\mathsf{B} - 1)$. Seja a um algarismo qualquer deste sistema. Se a adição do algarismo b restrita à casa que contem a não é viável então temos que

$$\mathsf{a} + \mathsf{b} > (\mathsf{B} - 1) \Rightarrow$$

$$\mathsf{a} > (\mathsf{B} - \mathsf{b}) - 1 \Rightarrow$$

, logo

$$\mathsf{a} \geqslant (\mathsf{B} - \mathsf{b})$$

. $\square$

A proposição anterior garante que, sempre que uma adição restrita a uma casa não é viável, a casa registra um algarismo igual ou superior ao complementar do algarismo que se deseja adicionar em relação à base do sistema de numeração. Isto nos garante que o valor do complementar do algarismo a adicionar em relação à base do sistema sempre poderá ser subtraído, caso o desejemos. Por exemplo, no sistema decimal, se não é possível adicionar 7 então a casa contém 3 ou mais; se não é possível adicionar 1, então a casa contém exatamente 9. Esta propriedade viabiliza a seguinte regra fundamental para adição com ábacos:

> *Quando uma adição do algarismo* b *em uma casa não se mostra possível, subtraímos da casa o complementar de* b *em relação à base do sistema e adicionamos uma unidade à casa imediatamente à esquerda.*

Assim, no soroban, se vamos fazer a adição 3 + 8, notamos que o 8 não cabe numa casa em que já consta o 3, logo subtraímos 2, que é o complementar de 8 em relação a 10 e adicionamos 1 à casa da esquerda. Temos então 3 + 8 = 3 - 2 + 10. O resultado permanece 11.

Mas, para colher os benefícios de se trabalhar com um campo visual restrito, o soroban não trabalha apenas com o complementar de 10, como seria de se esperar, visto que funciona como uma representação do sistema decimal. Com uma só conta superior de valor 5, ele passa a utilizar a Base 5 no interior de cada casa, dentro do limite da base 10, que é 9. Note que as quatro contas inferiores podem registrar os algarismos de zero a 4, o que nos lembra a Base 5. Desta forma, o mesmo raciocínio se repete para as contas inferiores do soroban, quando a conta superior está para cima (zerada). Nesta situação, podemos considerar cada casa do soroban como um sistema de base 5, de duas casas (inferior e superior), cujo valor está limitado a 9, ou seja, $(14)_5$ [1]. Como a proposição anterior independe da base e a conta superior vale 5, nesta situação (conta superior para cima), se a adição de um valor menor que 5 não é possível, então é porque dispomos, no mínimo, de seu complementar em relação a 5, e podemos retirá-lo seguindo-se do acréscimo de 5 (baixando a conta superior). Por exemplo, se temos 3 e queremos adicionar 4, este valor não estará disponível na parte inferior da casa, assim, primeiro retiramos 1, que é o complementar de 4 em relação à base 5, e depois acrescentamos 5, baixando a conta superior. Teremos, assim, os seguintes passos: 3 + 4 = 3 - 1 + 5. E, como já vimos, a ação de subtrair o complementar da parcela que está sendo adicionada em relação à base do sistema sempre será possível.

No caso da Subtração ocorre algo análogo. Consideremos as subtrações cujos resultados são números naturais[2]. Assim, voltando-nos mais uma vez a uma única casa, temos a seguinte proposição:

[1] Lembre-se que na base 5, $(14)_5$ representa um grupo de 5 mais 4, logo, 9.

[2] minuendo $\geqslant$ subtraendo, e a diferença pertencente a $\mathbb{N}$.

Proposição 2.0.2. *Num sistema de numeração base* B*, se não é possível realizar a subtração restrita a uma casa do algarismo* b*, então à casa pode-se adicionar* $\mathsf{B} - \mathsf{b}$*.*

Demonstração. Seja B a base de um sistema de numeração. Logo, seus algarismos serão $0, \cdots, (\mathsf{B}-1)$. Seja a um algarismo qualquer deste sistema. Se a subtração do algarismo b restrita à casa que contém a não é viável então temos que

$$\mathsf{a} < \mathsf{b} \Rightarrow (\mathsf{B} - \mathsf{a}) > (\mathsf{B} - \mathsf{b}) \Rightarrow$$

$$\underbrace{(\mathsf{B} - 1) - \mathsf{a}}_{\text{limite de adição na casa}} \geqslant (\mathsf{B} - \mathsf{b})$$

. □

Desta forma, o complementar de b em relação à base do sistema de numeração $((\mathsf{B}-\mathsf{b}))$ sempre é menor ou igual às disponibilidades de acréscimo à casa $((\mathsf{B}-1)-\mathsf{a})$. Isto garante que sempre possamos adicionar o complementar de b em relação à base do sistema de numeração caso não possamos subtrair b. Esta propriedade é utilizada nas operações com o soroban o tempo todo. No soroban, se não podemos subtrair um algarismo em uma casa, a reação deve ser subtrair o valor da base B, e adicionar $\mathsf{B} - \mathsf{b}$, que, como vimos, sempre é possível. Para exemplificar, se temos numa casa o algarismo 2 e desejamos subtrair 4, o que não é possível, então subtraímos 10 (subtraímos um da casa à esquerda) e adicionamos o complementar de 4 em relação a 10, que é 6. Teremos assim, 2 - 4 = 2 - 10 + 6. Ressalto que estou considerando o subtraendo menor que o minuendo, logo esta operação sempre será viável em $\mathbb{N}$, ou seja, haverá disponibilidade de valores nas casas à esquerda. Portanto, a regra fundamental da subtração para ábacos pode ser anunciada assim:

> *Quando uma subtração do algarismo* b *em uma casa não se mostra possível, subtraímos da casa à esquerda uma unidade e adicionamos o complementar de* b *em relação à base do sistema.*

Esta propriedade também se aplica quando precisamos trabalhar com a base 5 (conta superior) na circunstância em que dispomos de 5 (conta superior para baixo). Assim, se temos 8 e queremos subtrair 4, nas contas inferiores isto não pode ser feito diretamente, pois lá só contam 3 contas (veja a figura 2.1). Assim, o que fazemos é subtrair 5 e adicionar o complementar de 4 em relação a 5, que é 1. Teremos então que 8 - 4 = 8 - 5 + 1.

Os complementares de 10 e de 5 nas operações de adição e subtração podem aparecer combinados numa única operação. Por exemplo, seja a operação de adição 6 + 7. Colocamos o 6 e percebemos que na mesma casa não cabe o 7, logo, subtraímos o complementar de 7 em relação a 10 na casa onde está o 6 e adicionamos 1 à casa da esquerda. Teremos 6 + 7 = 6 - 3 + 10. Entretanto, Se olharmos para o 6, não teremos como subtrair 3 sem utilizar o complementar de 5. Assim, teremos de fazer mais uma operação de complementar, pois 6 - 3 = 6 - 5 + 2. A operação 6 + 7 no soroban será desenvolvida, portanto, com o uso de duas operações com complementares. Estes movimentos com combinação de complementares são os de maior dificuldade nas operações de adição com o soroban, portanto os exercícios que exigem estes movimentos devem ficar para quando o praticante já estiver bem familiarizado com os níveis de dificuldade anteriores.

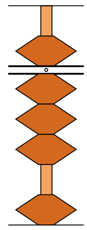


Figura 2.1: O algarismo 8 no soroban.

Podemos perceber, até aqui, que as operações de adição e subtração no soroban estão inter-relacionadas, de forma que não é possível separá-las. Como instrumento matemático, o soroban traz um prenúncio do uso dos recursos matemáticos de compensação que são usados na solução de problemas e na elaboração e compreensão de demonstrações. Afinal, em Matemática, às vezes a solução passa por usar o artifício de adicionar e subtrair valores equivalentes.

Capítulo 3

Níveis de dificuldade para adição e subtração

3.1 Os níveis de dificuldade para adição e subtração no soroban

3.1.1 Quanto à combinação de algarismos envolvidos

Ao analisar o soroban enquanto instrumento concreto matemático, uma das minhas primeiras percepções foi que seu ensino poderia ser dividido por nível de dificuldade. Desta forma, o aluno poderia mais facilmente vencer os primeiros obstáculos, ganhando habilidade e, gradualmente, na medida em que se sentisse mais seguro, passar a realizar exercícios de nível de dificuldade mais elevado. Procurei por fontes que apresentassem estes níveis de dificuldade, mas não as encontrei. Desta forma, analisando as possibilidades de todos os movimentos entre algarismos, cheguei à tabela 3.1, que apresenta uma classificação crescente em 13 níveis de dificuldade para adição entre algarismos. Para lê-la, considere a primeira coluna contendo os algarismos da primeira parcela da adição e a primeira linha contendo os algarismos da segunda parcela. Assim, conforme a tabela, a adição 2 + 3 está no nível 7 de dificuldade, enquanto a adição 7 + 2 está no nível 5. Note que a matriz não é simétrica. Por exemplo, enquanto 7 + 5 está no nível 8, 5 + 7 está no nível 13. Isto porque, para fazer 7 + 5 no soroban fazemos 7 + 5 = 7 - 5 + 10, logo, precisamos usar apenas o complementar de 10; por outro lado, no caso de 5 + 7 temos 5 + 7 = 5 - 3 + 10 = 5 - 5 + 2 + 10, ou seja, neste segundo caso precisamos usar tanto o complementar de 10 quanto o complementar de 5 numa única operação entre dois algarismos, elevando o nível de dificuldade ao máximo.

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	2	2	2	4	6	6	6	6
1	2	3	3	3	7	4	6	6	6	10
2	2	3	3	7	7	4	6	6	10	10
3	2	3	7	7	7	4	6	10	10	10
4	2	7	7	7	7	4	10	10	10	10
5	4	4	4	4	4	8	13	13	13	13
6	5	5	5	5	11	8	13	13	13	9
7	5	5	5	11	12	8	13	13	9	9
8	5	5	11	12	12	8	13	9	9	9
9	5	11	12	12	12	8	9	9	9	9

Tabela 3.1: Níveis de dificuldade para Adição

A tabela de níveis de dificuldade possibilita a criação de folhas de exercício restritas a determinada faixa destes níveis, variando de 1 até 13. Os 13 níveis de dificuldade da tabela podem ser, ainda, agrupados, da seguinte forma:

- Grupo 1 - Operações Básicas sem necessidade de uso de complementares: $\boxed{\text{do 1 ao 6}}$;
- Grupo 2 - Operações com o uso do complementar de 5: $\boxed{7}$;
- Grupo 3 - Operações com o uso do complementar de 10: $\boxed{\text{8 ao 12}}$; e
- Grupo 4 - Operações com o uso do complementar de 10 encapsulando o complementar de 5: $\boxed{13}$.

Uma observação interessante quanto à tabela de níveis para a adição entre algarismos é que, ao elaborar atividades, se quisermos exercer o controle sobre os níveis de dificuldade, devemos evitar que uma operação de um nível posterior de dificuldade se infiltre na operação, causando um possível transtorno ao aluno. Por exemplo, se estivermos utilizando a tabela de níveis para a adição e formos elaborar uma atividade com números de duas casas limitando-nos ao nível 8, podemos propor, por exemplo, a adição 49 + 55, pois nas dezenas temos 4 + 5, que está no nível 4, e nas unidades temos 9 + 5, que está no nível 8. Entretanto, ao realizarmos a adição no soroban, teremos nas dezenas 4 + 5 = 9 e, nas unidades, 9 + 5 = 18, logo, dentro do processo, somaremos 9 + 1 nas dezenas, mas 9 + 1 está no nível 11, portanto fora da faixa de níveis de dificuldade desejada.

Para construir a tabela de níveis de dificuldade para adição, considerei, também, a questão do campo visual, ou seja, no soroban a adição 7 + 8 é mais fácil que a adição 3 + 8 porque se temos 7 carregado numa casa, é imediato perceber que não cabe 8, enquanto que, se temos 3, precisamos de um pouquinho mais de atenção para decidir se cabe ou não 8.

Com a continuidade da minha análise do soroban, elaborei a tabela 3.2, que apresenta uma classificação em 13 níveis de dificuldade para operações de subtração entre algarismos. Para lê-la, considere a primeira coluna contendo os minuendos e a primeira linha contendo os subtraendos. Assim, conforme a tabela, a subtração 6 - 2 está no nível 8 de dificuldade, enquanto a subtração 7 - 5 está no nível 5. Note que a matriz não apresenta elementos simétricos em relação à diagonal principal, pois, no caso da subtração, 7 - 5 é uma operação que não precisa buscar valores nas casas à esquerda, enquanto que em 5 - 7, é preciso. Reforço que, até este ponto, não estou considerando os números negativos, portanto, sempre que o algarismo do minuendo é menor que o algarismo do subtraendo, é garantida a existência de disponibilidade nas casas à esquerda do minuendo, para que o resultado seja um número natural.

Assim como no caso da adição, os 13 níveis de dificuldade para subtração entre algarismos da tabela podem ser agrupados da seguinte forma:

- Grupo 1 - Operações Básicas sem necessidade de uso de complementares: $\boxed{\text{do 1 ao 6}}$;
- Grupo 2 - Operações com o uso do complementar de 5: $\boxed{\text{7 ao 8}}$;
- Grupo 3 - Operações com o uso do complementar de 10: $\boxed{\text{9 ao 12}}$; e
- Grupo 4 - Operações com o uso do complementar de 10 encapsulando o complementar de 5: $\boxed{13}$.

Enquanto os 13 níveis de dificuldades que apresento aqui permitem a elaboração de atividades em um ritmo o mais gradual possível, os grupos permitem elaborar atividades com maior variabilidade, mas preservando as fronteiras entre os níveis de dificuldade mais importantes.

-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	12	12	12	12	11	9	9	9	9
1	2	3	12	12	12	11	13	9	9	9
2	2	3	3	12	12	11	13	13	9	9
3	2	3	3	3	12	11	13	13	13	9
4	2	3	3	3	3	11	13	13	13	13
5	4	7	7	7	7	5	10	10	10	10
6	4	4	8	8	8	5	6	10	10	10
7	4	4	4	8	8	5	6	6	10	10
8	4	4	4	4	8	5	6	6	6	10
9	4	4	4	4	4	5	6	6	6	6

Tabela 3.2: Níveis de dificuldade para Subtração

Os níveis de dificuldade tratados até aqui referem-se às operações de adição e de subtração entre dois algarismos, entretanto identifiquei ainda quatro outros aspectos para adição e subtração que passo a apresentar:

3.1.2 Quanto ao número de casas

As atividades devem iniciar-se com números de apenas uma casa, pois facilita a concentração e o foco no que deve ser feito. Ao aumentar-se o número de casas, o aluno tem de concentrar-se também na posição das casas que deverá operar, aumentando o nível de dificuldade. Deve-se inicialmente evitar exercícios com números muito longos, pois o aluno deve, primeiramente, sentir-se bastante seguro nas operações com uma casa, para, então, passar para duas casas e, sem pressa, passar para três ou mais casas.

3.1.3 Quanto ao número de parcelas

Quanto menor o número de parcelas, mais rapidamente o aluno chega ao resultado da operação, e pode verificar se está realizando corretamente os movimentos. Um número maior de parcelas dificulta a identificação de um possível movimento feito errado, portanto, deve-se iniciar com um número menor de parcelas. A desvantagem quanto a usar um número menor de parcelas (duas, por exemplo) é ter de ficar zerando o soroban mais frequentemente, perdendo-se tempo nesta operação, pois, a cada conclusão de uma operação, deve-se computar o resultado, zerar o ábaco e iniciar uma nova. Ao elevarmos o número de parcelas, este desperdício de movimentos é reduzido, e passamos mais tempo efetivamente praticando.

3.1.4 Quanto à variação de número de casas

Se a atividade apresenta apenas números de duas casas, por exemplo, fica mais fácil de o aluno se concentrar nas casas que irá manipular; por outro lado, se ocorrem números de duas e uma casa, isto exige um pouco mais de atenção, para que o aluno não adicione unidades na casas das dezenas, por exemplo. Assim, ao diversificar-se o número de casas das parcelas, exige-se um grau de atenção maior, elevando-se o nível de dificuldade da atividade. Concluímos, assim, que atividades com variação de número de casas devem ser propostas após um bom domínio das atividades com número constante de casas.

3.1.5 Quanto a mesclar adições e subtrações numa mesma atividade

Quando uma atividade com mais de duas parcelas contém apenas um tipo de operação, o aluno concentra-se nas técnicas desta operação, o que restringe o número de decisões possíveis a tomar, facilitando a tarefa de fixação destas técnicas. Quando, por outro lado, as duas operações são reunidas numa única atividade, aumenta-se a variação de técnicas que o aluno tem de usar, o que eleva o nível de dificuldade. Logo, atividades que mesclam adição e subtração devem ser adiadas para quando o aluno já estiver bastante familiarizado com cada uma destas operações individualmente.

3.2 Apresentando os complementares

Mesmo trabalhando com apenas cinco contas em cada casa, para priorizar a questão do campo visual, a organização interna do soroban preservou intacta a questão dos valores posicionais dos algarismos nos números do sistema de numeração decimal (casas das unidades, dezenas, centenas etc.). Assim, em cada casa, ao invés de utilizar nove contas para se poder representar os algarismos de 0 a 9, optou-se por aglutinar cinco contas em uma só, que foi separada na parte superior do ábaco. Isto obriga o utilizador do soroban a manipular repetidas vezes operações com os números complementares de 5. Por exemplo, uma simples adição como 3 + 4 é realizada da seguinte forma: 3 + 4 = 3 + 5 - 1; já uma subtração simples como 7 - 3 fica 7 - 3 = 7 - 5 + 2. Consequentemente, o utilizador do soroban é um tomador de decisões. Em, 3 + 4, por exemplo, temos o 3 na casa, mas não temos à disposição 4 contas para adicionar, por outro lado, temos à disposição uma única conta superior cujo valor é 5, logo, utilizamos esta conta e adicionamos a mais, adicionamos 5. Para compensar, em seguida subtraímos o complementar de 5 em relação ao valor 4, logo, subtraímos 1. Desta forma, memorizar os complementares é essencial a obtenção de rapidez nas operações com o soroban. A Tabela 3.1 e a figura 3.2 apresentam os complementares de cinco.

1	$\longleftrightarrow$	4
2	$\longleftrightarrow$	3
3	$\longleftrightarrow$	2
4	$\longleftrightarrow$	1

Figura 3.1: Complementares de 5

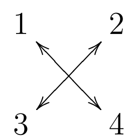


Figura 3.2: Os complementares de 5 são 2 pares

Outro grupo de complementares que o utilizador do soroban deve ter em mente são os complementares de 10, pelas mesmas razões já citadas em relação aos complementares de 5. Uma adição como 6 + 9 será realizada da forma 6 - 1 + 10. Na realização da operação, tendo sido carregado o algarismo 6 na casa, ao tentar adicionar 9, a reação imediata deverá ser inversa, ou seja, já que não cabe o 9, retira-se o seu complementar em relação a 10, que é 1, e adiciona-se 1 à casa da esquerda. Uma subtração como 12 - 8 será realizada da forma 12 - 10 + 2. Assim, ao tentar tirar 8 da casa que contém 2, a reação deverá ser retirar 10 e adicionar à casa 2, que é o complementar de 8 em relação a 10. A tabela 3.3 e a figura 3.4 apresentam os complementares de dez, que, a exemplo dos de 5, também devem ser memorizados.

1	$\longleftrightarrow$	9
2	$\longleftrightarrow$	8
3	$\longleftrightarrow$	7
4	$\longleftrightarrow$	6
5	$\longleftrightarrow$	5
6	$\longleftrightarrow$	4
7	$\longleftrightarrow$	3
8	$\longleftrightarrow$	2
9	$\longleftrightarrow$	1

Figura 3.3: Complementares de 10

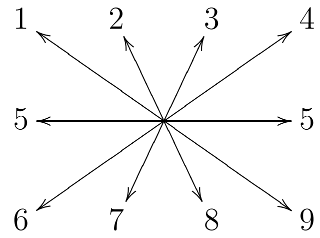


Figura 3.4: Os complementares de 10 são 5 pares

3.3 Sequência de níveis de dificuldade para adição

Em princípio, na aprendizagem do soroban, devemos percorrer níveis crescentes de dificuldade a intervalos mínimos de um nível para outro. É claro que não podemos, também, tolher a iniciativa do aluno quando ele demonstra um interesse maior de evoluir mais rápido que o planejamento. Para estes, devemos também oferecer caminhos. Seguindo este princípio, elaborei a tabela 3.3 para dar uma ideia de uma sequência geral a níveis crescentes para a adição. Para não ser exageradamente detalhistas, apresento apenas dois níveis para a coluna N° de parcelas: 2 ou Mais de 2. Entenda-se como mais de dois uma sequência que pode iniciar com 4, passar a 6 e depois a 10 etc., ou iniciar com 6, passar a 8 etc.

Nº Máximo de Casas	Variação do Nº de casas	Nº de Parcelas
1	Não	2
1	Não	Mais de 2
2	Não	2
2	Não	Mais de 2
2	Sim	2
2	Sim	Mais de 2
3	Não	2
3	Não	Mais de 2
3	Sim	2
3	Sim	Mais de 2
⋮	⋮	⋮

Tabela 3.3: Sequência geral de níveis de dificuldade para adição e subtração

Note ainda que, para cada nível de dificuldade da tabela 3.3 aplicam-se os níveis de dificuldade relacionados à combinação de algarismos, já apresentados em 3.1.1. Portanto, podemos verificar que a sequência crescente dos níveis de dificuldade não é única. Assim, apresento aqui dois princípios que podem ser usados ao se procurar elaborar listas de exercício para os alunos:

- Elevações significativas de nível de dificuldade da tabela 3.1 devem conduzir ao primeiro nível de dificuldade da tabela 3.3.

- Sempre que elevamos o nível de dificuldade da tabela 3.3 não o fazemos simultaneamente à elevação do nível de dificuldade da tabela 3.1.

Capítulo 4

Atividades de apresentação do soroban aos alunos da EJA

Quando o primeiro contato dos alunos com o soroban é proporcionado pela escola, é natural um momento inicial e individual de descoberta do instrumento. Uma das reações naturais é associá-lo a algum instrumento musical de percussão, e aí, começam os primeiros ensaios. O melhor é deixá-los à vontade por alguns minutos, enquanto ocorre, digamos, uma apresentação informal.

Passado este momento inicial de excitação, devemos trazer a turma de volta ao foco. Apresentamos, então, o soroban como uma representação dos números do sistema decimal. Em cada casa, fazemos uma associação das possíveis posições das contas com os algarismos de zero a nove, conforme já apresentado aqui, na seção 1.2. Explicamos também que cada coluna (vareta) determina uma casa e que os pontinhos servem para marcar as casas das unidades.

Conforme também já abordado aqui, a primeira técnica a ser demonstrada é a de como zerar o soroban e deixá-lo pronto para uso sobre a mesa. A figura 4.1 apresenta um soroban de 13 colunas zerado.

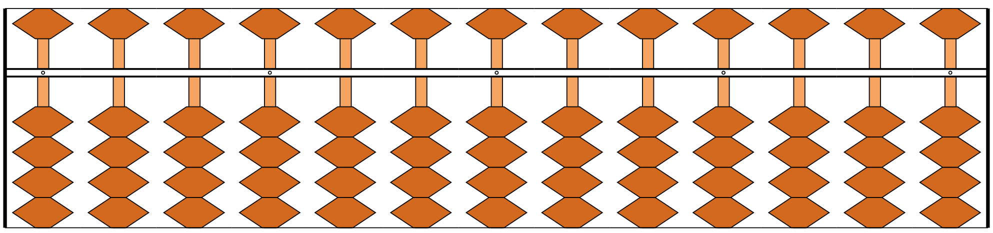


Figura 4.1: O soroban zerado

Nas primeiras atividades, propomos aos alunos que demonstrem o conhecimento de como representar os números no soroban, e aproveitamos para ir explicando a forma correta de segurar o soroban sobre a mesa e manipular as contas inferiores e superiores, conforme já detalhado em 1.4.

O professor pode ficar livre para propor diversos números a serem representados no soroban, a começar por números de uma única casa, seguindo-se de números maiores e, depois, números com casas decimais. É claro que é interessante que as atividades sejam o mais diversificadas possível, para que o aluno vá adaptando-se a manipular e ler o soroban. As figuras a seguir ilustram apenas algumas possibilidades para este momento.

Na figura 4.2 apresentamos a visão de um soroban de 13 colunas com a coluna central escolhida para ser a coluna das unidades. Registramos neste soroban o número 63. Note que a coluna escolhida para as unidades é marcada por um ponto. Note, ainda, que nesta configuração, podemos registrar números com até seis casas decimais variando de zero a 9.999.999,999999. O número 63 poderia ser registrado em qualquer lugar, desde que o aluno estivesse consciente da convenção que ele estava escolhendo para a casa das unidades.

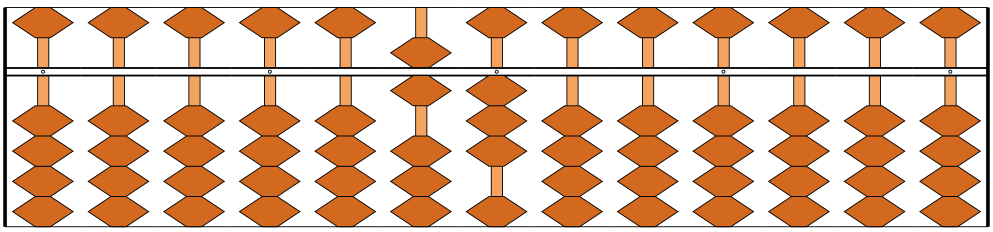


Figura 4.2: O número 63 no soroban, escolhida a casa central com ponto para as unidades

Um comportamento que observei na minha prática em sala de aula foi o seguinte. Alguns alunos, neste momento de apresentação, representavam os números no soroban tendo por âncora a primeira casa à esquerda, perdendo a referência com a casa das unidades. Estes alunos confundiriam, por exemplo, a soma 321 + 12 com 321 + 120, pois estariam escrevendo os números não com base na coluna das unidades mas com base na primeira coluna da esquerda para a direita. Tal comportamento deve ser identificado e corrigido neste momento inicial e reforçado por meio dos exercícios de representação dos números.

A figura 4.3 apresenta o número $\pi = 3,141592...$ cortado na sexta casa decimal.

Se desejarmos, podemos escolher uma outra coluna para a casas das unidades, preferencialmente marcada por um ponto. A figura 4.4 é um exemplo em que a casa das

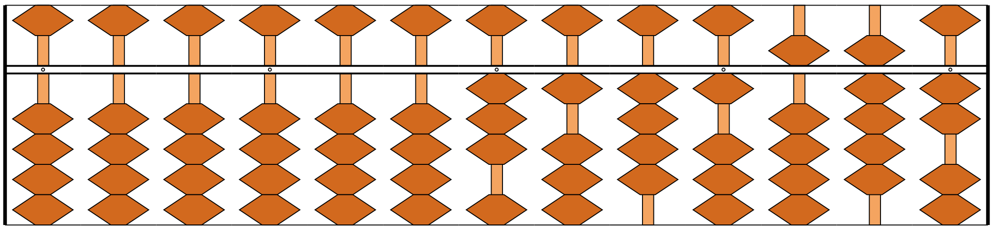


Figura 4.3: O número PI cortado para seis casas no soroban

unidades foi localizada na 4ª posição, da direita para a esquerda, para aproveitarmos melhor o espaço e carregarmos um número maior.

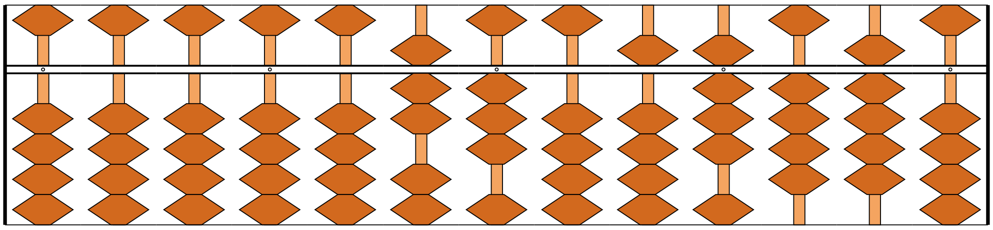


Figura 4.4: O número 73.058,49 no soroban

Inicialmente, entretanto, podemos optar por trabalharmos apenas com números naturais e, desta forma, não utilizarmos casas decimais. A figura 4.5 apresenta o número de Fermat $\mathsf{F}_5 = 2^{2^5} + 1$. Procure notar o uso do ponto como marcação das unidades de cada trinca: unidade, unidade de milhar, unidade de milhão etc.

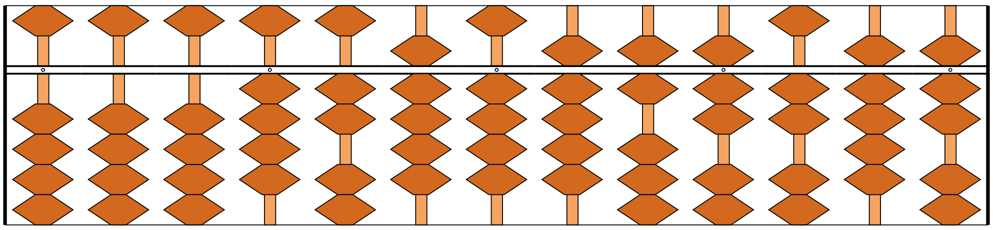


Figura 4.5: O número de Fermat $\mathsf{F}_5 = 4.294.967.297$

Pode-se ainda usar a criatividade para propor atividades simples que, inclusive, podem ser competitivas. Por exemplo, considerando-se que todos os ábacos sejam iguais, após pedir que todos zerem o ábaco e se ponham em posição de início, podemos propor os seguintes desafios:

- Iniciando da esquerda para a direita, coloque os algarismos 1, 2, ... , 9, 0, 1 ,2,... até completar. Qual o último algarismo?
- Idem o anterior, apenas com algarismos pares ou ímpares.

- Idem o anterior, mudando-se o primeiro número.
- Idem o anterior, mas da direita para a esquerda.
- Idem o anterior, com sequências que começam crescentes e que, ao atingirem 9, passam a decrescentes e vice-versa. Pode-se, ainda, variar o primeiro número da sequência.
- Pode-se, também, criar novas sequencias de algarismos que visem simplesmente a desenvolver as habilidades iniciais, como as sequências 651651651..., 752752752..., 853853853..., 954954954...

Como a movimentação no soroban é da esquerda para a direita, as atividades devem ser preponderantemente neste sentido. A figura 4.6 apresenta uma sequencia simétrica de algarismos, começando pelo número 3 e invertendo a ordem ao chegar no 9: 3456789876543.

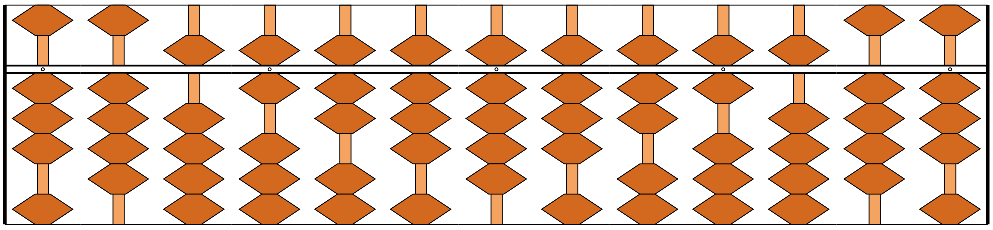


Figura 4.6: Sequencia 3456789876543

Capítulo 5

Adição

Começaremos a partir deste capítulo a detalhar as técnicas das operações, inciando com a adição. Um pouco diferente da proposta de Kojima (1954, p.16-29), que apresenta adição e subtração juntas, vamos optar, em nome de priorizarmos a sequência crescente a passos mínimos, por trabalharmos inicialmente apenas a Adição, para, logo a seguir, focarmos na subtração. Notaremos, entretanto, que para adicionarmos no soroban, é necessário realizarmos algumas operações de subtração, que serão entendidas aqui como estratégias para adição. As técnicas para a operação de subtração serão mostradas no próximo capítulo. O objetivo de trabalharmos inicialmente apenas a adição é manter o aluno focado em uma só operação, reduzindo a variação dos exercícios iniciais para que adquira confiança para continuar.

Não é demais lembrar que, também no soroban, a adição tem o significado de acrescentar novas quantidades às que já temos.

Vamos agora mostrar, sempre por meio de exemplos, como realizar adições, lembrando que, para cada acréscimo mínimo de dificuldade, deve-se propor uma sequência de atividades.

5.1 Adição com disponíveis imediatos

Chamamos de disponíveis imediatos os valores que podemos adicionar diretamente, visto que estão visivelmente disponíveis à nossa primeira observação. Por esta razão, são as operações mais simples. Vamos apresentá-las em sequência, por meio de exemplos.

5.1.1 Exemplo 1 + 2

Começamos com operações que utilizam apenas as contas inferiores, cujo valor de cada uma é 1. Lembramos que o soroban deve encontrar-se zerado para que iniciemos a atividade. Deve-se escolher uma casa das unidades para se trabalhar. É importante que o aluno entenda que a adição ocorrerá numa mesma casa, no caso, a casa das unidades, pois, de outra forma, ele poderia supor que o acréscimo de 2 unidades pode se dar, por exemplo, na casa das dezenas, o que geraria o número 21 como resposta a 1 + 2. Passaremos a mostrar cada um dos exemplos, também, na forma da tabela 5.1, pois reforça que a operação de adição se dá entre colunas de mesmo valor posicional.

$$\begin{array}{cc} & 1 \\ + & 2 \\ \hline = & 3 \end{array}$$

Tabela 5.1: Adição em uma casa restrita às contas inferiores

Observe, então, as figuras a seguir. A figura 5.1 apresenta a coluna das unidades zerada como ponto de partida. Na figura 5.2 mostramos o valor 1 carregado (com dedo polegar). Na figura 5.3 destacamos a disponibilidade do valor 2 para a adição e, na figura 5.4, apresentamos o resultado da adição, após termos levantado o valor 2 com o polegar.

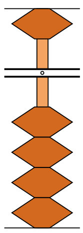


Figura 5.1: Coluna das unidades zerada

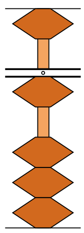


Figura 5.2: Colocamos o 1

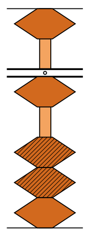


Figura 5.3: 2 está disponível

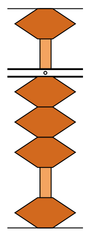


Figura 5.4: 2 adicionado, obtendo-se 3

Utilizando apenas as contas inferiores, e desconsiderando-se somas com zero, podemos realizar as operações da tabela 5.2.

1 + 1	2 + 1	3 + 1
1 + 2	2 + 2	
1 + 3		

Tabela 5.2: Possíveis adições restritas às contas inferiores

Desde que esteja bem compreendida a forma de registrarmos os números no soroban, as operações da tabela 5.3 também não representarão dificuldade extra.

5 + 1	5 + 2	5 + 3	5 + 4
6 + 1	6 + 2	6 + 3	
7 + 1	7 + 2		
8 + 1			

Tabela 5.3: Adições com segunda parcela restrita às contas inferiores

5.1.2 Exemplo 3 + 5

$$\begin{array}{rr} & 3 \\ + & 5 \\ \hline = & 8 \end{array}$$

Tabela 5.4: Adição em uma casa com a conta superior (valor 5)

Como a conta superior tem o valor 5, quando ela está disponível (descolada da barra horizontal central), a adição de 5 corresponde a movimentá-la para baixo com o indicador. Para visualizar os passos da operação deste exemplo no soroban, observe as 4 figuras a seguir em sequência.

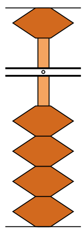


Figura 5.5: Unidades zerada

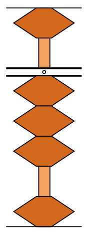


Figura 5.6: Carregamos 3

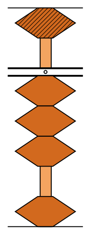


Figura 5.7: Destacamos 5 disponível

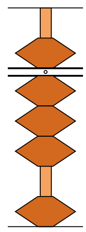


Figura 5.8: 5 adicionado, obtendo-se 8

Utilizando a conta superior, quando disponível, e desconsiderando-se somas com zero, podemos realizar as operações da tabela 5.5.

1 + 5	2 + 5	3 + 5	4 + 5

Tabela 5.5: Adições de 5 em uma mesma casa

5.1.3 Exemplo 2 + 6

$$\begin{array}{cc} & 2 \\ + & 6 \\ \hline = & 8 \end{array}$$

Tabela 5.6: Adição em uma casa com combinação da conta superior com as inferiores

O próximo passo consiste em enxergar um valor disponível que combina a conta superior com as contas inferiores. Neste exemplo, podemos verificar que o valor 6 está disponível, bastando, para adicioná-lo, baixar a conta superior e subir uma conta inferior simultaneamente, em movimento de pinça, com os dedos indicador e polegar. Observe as figuras a seguir.

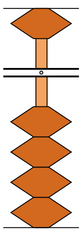


Figura 5.9: Unidade zerada

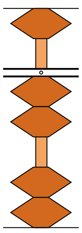


Figura 5.10: Carregamos 2

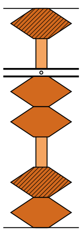


Figura 5.11: Destacamos 6 disponível

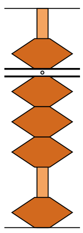


Figura 5.12: 6 adicionado, obtendo-se 8

Utilizando a combinação da conta superior, quando disponível, com uma ou mais contas inferiores, e desconsiderando-se somas com zero, podemos realizar as operações da tabela 5.7.

1 + 6	2 + 6	3 + 6
1 + 7	2 + 7	
1 + 8		

Tabela 5.7: Adição utilizando conta superior e contas inferiores simultaneamente

.

5.1.4 Exemplo 21 + 72

$$\begin{array}{cr} & 21 \\ + & 72 \\ \hline = & 93 \end{array}$$

Tabela 5.8: Adição em duas casas

Com os movimentos básicos de adição que apresentamos até aqui já é possível estendermos as atividades para mais de uma casa. Desta forma, neste momento, o aluno já poderá assimilar com facilidade como deverá proceder nas operações com números de mais de um dígito, sem se preocupar, por enquanto, com as demais técnicas de adição que serão apresentadas logo mais.

No soroban, a adição é realizada normalmente da esquerda para a direita e parcela a parcela. Neste exemplo, temos apenas duas parcelas, portanto, deveremos carregar inicialmente o número 21. Depois adicionamos 7 à casa das dezenas e, por fim, adicionarmos 2 à casas das unidades. Veja as figuras.

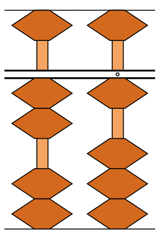


Figura 5.13: 21 carregado

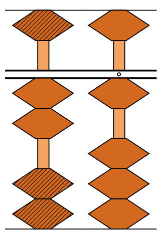


Figura 5.14: 7 disponível nas dezenas

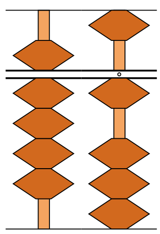


Figura 5.15: 7 adicionado às dezenas

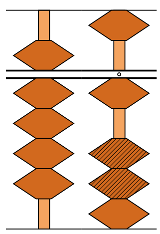


Figura 5.16: 2 disponivel nas unidades

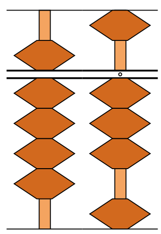


Figura 5.17: resultado

Note, observando as figuras deste exemplo, que o movimento de adição com números de mais de um dígito segue uma forma de Z, ou seja, primeiramente carregamos 2 na casa das dezenas, depois 1 na casa das unidades, voltamo-nos à casa das dezenas e adicionamos 7 e, por fim, com foco na casa das unidades, adicionamos 2.

5.1.5 Exemplo 107 + 861

$$\begin{array}{rr} & 107 \\ + & 861 \\ \hline = & 968 \end{array}$$

Tabela 5.9: Adição com três casas

Neste exemplo, acrescentamos mais uma casa e deixamos de evidenciar, nas figuras, a disponibilidade dos valores a serem adicionados em cada casa. Reforçamos, entretanto, que, ao baixarmos a conta superior e elevarmos uma ou mais contas inferiores, devemos fazê-lo simultaneamente, em movimento de pinça. Veja as figuras.

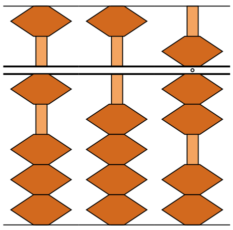


Figura 5.18: 107 carregado

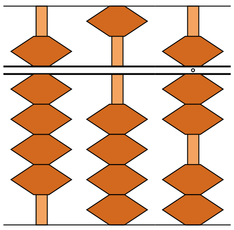


Figura 5.19: Adicionamos 8 às centenas

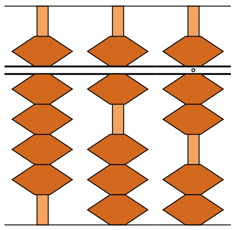


Figura 5.20: Adicionamos 6 às dezenas

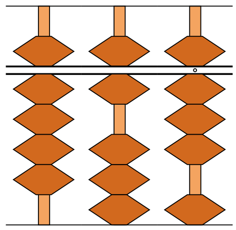


Figura 5.21: Adicionamos 1 às unidades

5.2 Adição com o complementar de 5

Às vezes, necessitamos adicionar um valor a uma casa, mas este valor a ser adicionado, apesar de caber dentro do limite máximo da casa, que é 9, não se apresenta disponível. Esta situação, no soroban, caracteriza-se quando a casa contém um valor inferior a 5, o valor a adicionar não está disponível e, além disto, é inferior a 5. Antes de apresentarmos a técnica em si, podemos provocar os alunos com a seguinte pergunta: Como devemos realizar a adição 4 + 2 no soroban? Eles certamente poderão encontrar mais de uma saída.

Os exemplos a seguir procuram detalhar melhor estes tipos de situação, que ocorrem no âmbito de uma única casa e que passamos a chamar de operações com o complementar de 5.

5.2.1 Exemplo 4 + 2

$$
\begin{array}{rr}
 & 4 \\
+ & 2 \\
\hline
= & 6
\end{array}
$$

Tabela 5.10: Adição com complementar de 5

Primeiramente pedimos sua atenção para a figura 5.22, em que temos o valor 4 (menor que 5) carregado na casa das unidades. Pense em como adicionar o valor 2. Note que ele não está disponível nas contas inferiores, mas o valor 5 da conta superior está. Desta forma, a solução é realizarmos uma adição com sobra, ou seja, adicionarmos 5 e, em seguida, compensarmos esta sobra, retirando o que foi adicionado a mais, no caso 5 - 2 = 3. Veja que, se queremos adicionar 2 e adicionamos 5, o que foi adicionado a mais (5 - 2 = 3) deve ser retirado. Note também que o que foi adicionado a mais é o complementar de 2 em relação a 5. A figura 5.23 destaca a disponibilidade do 5 para adicionarmos (baixar) e do 3 para retirarmos (baixar).

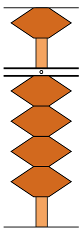


Figura 5.22: 4 carregado

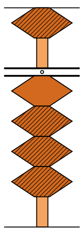


Figura 5.23: Disponibilidade de 5 para adicionar e de 3 para retirar

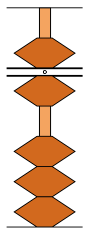


Figura 5.24: Resultado após adicionar 5 e retirar 3

Kojima (1954, p.18) ressalta que a forma correta de realizar este movimento é em um único sentido. Primeiramente, percebemos que o valor a adicionar, no caso o 2, não está disponível. Depois voltamos nosso sentido para a conta superior e percebemos que o 5 está disponível. Trazemos à memória o complementar em relação ao valor a adicionar, no caso, o complementar de 2 que é 3, e realizamos o movimento com o indicador de cima para baixo, baixando a conta superior e as três contas inferiores. Kojima (1954, p.18) também destaca a forma errada de fazer o mesmo movimento, qual seja, baixar primeiramente as três contas inferiores, e, depois, baixar a conta superior. Note que, desta forma, haverá três movimentos com o dedo indicador: para baixo, para cima e para baixo, o que consumirá mais tempo de execução.

Lembro que os complementares de 5 foram apresentados na seção 3.2.

A operação com complementar de 5 ocorre quando três condições são satisfeitas:

1 O valor a adicionar não está disponível;

2 O valor a adicionar é menor que 5; e

3 O valor 5 está disponível.

Não faz sentido considerarmos o par 0 e 5 como complementares, visto que o zero é elemento neutro da adição e não vai exigir qualquer movimentação quando adicionado.

Note, ainda, que, para facilitar a memorização, os complementares de 5 formam apenas dois pares de números:o 1 com o 4 e o 2 com o 3. Assim:

- Se não pode adicionar 1 e dispõe do 5, lembre do 4;
- Se não pode adicionar 4 e dispõe do 5, lembre do 1;
- Se não pode adicionar 2 e dispõe do 5, lembre do 3;
- Se não pode adicionar 3 e dispõe do 5, lembre do 2.

Estas reações, com a prática, vão se tornando automáticas.

A tabela 5.11 apresenta as situações em que é necessário recorrer ao complementar de 5.

1 + 4			
2 + 3	2 + 4		
3 + 2	3 + 3	3 + 4	
4 + 1	4 + 2	4 + 3	4 + 4

Tabela 5.11: Adições com complementar de 5

5.2.2 Exemplo 2 + 3

	2
+	3
=	5

Tabela 5.12: Adição com complementar de 5

Mais uma vez, após carregarmos na casa das unidades o valor 2, notamos que não dispomos de 3 para adicionar, mas dispomos de 5. Desta forma, lembrando-nos de que o complementar de 3 é 2, adicionamos 5 e subtraímos 2 em um único movimento. Veja as figuras a seguir.

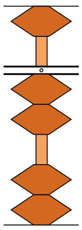


Figura 5.25: 2 carregado

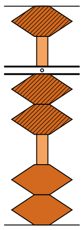


Figura 5.26: Disponibilidade de 5 para adicionar e de 2 para retirar

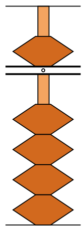


Figura 5.27: Resultado após adicionar 5 e retirar 2

5.2.3 Exemplo 3 + 4

	3
+	4
=	7

Tabela 5.13: Adição com complementar de 5

Neste exemplo, o valor a adicionar é 4, portanto pensamos em 1 como seu complementar, visto que o valor 5 está disponível. Veja as figuras a seguir.

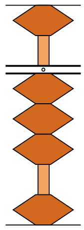


Figura 5.28: 3 carregado

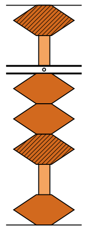


Figura 5.29: Disponibilidade de 5 para adicionar e de 1 para retirar

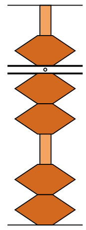


Figura 5.30: Resultado após adicionar 5 e retirar 1

5.2.4 Exemplo 24 + 62

$$
\begin{array}{cr}
 & 24 \\
+ & 62 \\
\hline
= & 86
\end{array}
$$

Tabela 5.14: Adição com duas casas

Vamos, mais uma vez, expandir para duas casas. Desta feita, com o uso do complementar de 5 na casas das unidades e a adição de disponíveis imediatos na casa das dezenas. Neste exemplo, deixamos de destacar nas figuras as peças que serão mexidas. Na figura 5.31 mostramos o 24 carregado, depois adicionamos na casa das dezenas o 6, que encontra-se disponível, chegando à situação da figura 5.32, e, em seguida, na casa das unidades, com o uso do complementar de 5, adicionamos 2 na forma 5 - 3, o que nos leva à situação da figura 5.33.

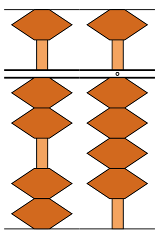


Figura 5.31: 24 carregado

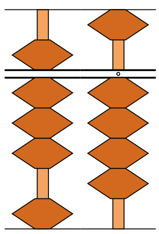


Figura 5.32: Adicionamos 6 às dezenas

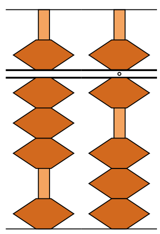


Figura 5.33: Adicionamos 2 às unidades

Perceba que o uso do complementar de 5 nas adições já exige bem mais concentração para a realização correta dos movimentos. Por isso, é importante a realização de baterias de exercícios até que estes movimentos se tornem habituais.

5.3 Adição com o complementar de 10

Até agora, temos realizado operações de adição que não envolvem uma segunda casa, ou seja, operações em que cada casa é autossuficiente, pois o limite de cada uma, que é 9, não é ultrapassado. Entretanto, sabemos que existem situações em que ao adicionarmos dois algarismos, o resultado extrapola a capacidade da casa, fazendo com que a casa imediatamente à esquerda seja requisitada. Como o valor máximo na adição de dois algarismos do sistema decimal é 9 + 9 = 18, sabemos que, quando a casa à esquerda recebe algum valor decorrente da adição de dois algarismos, este valor é 1.

Se nos restringirmos a operações autossuficientes em cada casa, como as dos exemplos anteriores, ficamos limitados ao pretendermos propor exercícios com diversas parcelas, visto que, ao elevarmos o número de parcelas, a tendência é chegarmos a um número composto apenas pelo algarismo 9, o que torna a atividade menos interessante. Daí a necessidade de passarmos às próximas técnicas, que permitirão adições contínuas. Um bom começo é provocar os alunos por meio de uma pergunta como esta: Como faremos para adicionar 7 + 8 no soroban? Este, inclusive, será nosso primeiro exemplo.

5.3.1 Exemplo 7 + 8

$$\begin{array}{cr} & 7 \\ + & 8 \\ \hline = & 15 \end{array}$$

Tabela 5.15: Adição com complementar de 10

Note que, ao carregarmos o 7 na casa das unidades, não há mais espaço para acrescentarmos o 8 na mesma casa, afinal só dispomos de 2 (confira na figura 5.34). A opção é, então, analogamente ao que foi feito para o complementar de 5, fazermos uma adição com sobra, ou seja, adicionarmos 10 (um à casa da esquerda). Mas se desejamos adicionar 8 e na verdade adicionamos 10, adicionamos a maior exatamente 10 - 8 = 2, ou seja, adicionamos a mais o complementar de 8 em relação a 10, que é 2, e que, portanto, deve ser subtraído. Temos então que 7 + 8 = 7 + 10 - 2. Até aqui, temos uma explicação numérica satisfatória, entretanto, em virtude da busca de agilidade, a ordem dos movimentos não corresponderá a 7 + 10 - 2, mas a 7 - 2 + 10, conforme detalhado a seguir.

Retornemos, então, à operação. Temos 7 carregado na casa (figura 5.34) e vamos adicionar 8. Ao percebermos que 8 não cabe na casa das unidades, devemos nos lembrar do seu complementar em relação a 10, que é 2. A figura 5.35 destaca as contas que serão movimentadas. Com o 2 em mente, providenciamos primeiramente sua retirada da casa das unidades com o dedo indicador e, em seguida, adicionamos 1 à casa das dezenas com o dedo polegar (figura 5.36). Estes dois movimentos devem ser feitos o mais rapidamente possível. Kojima (1954, p.24) sugere um movimento de rotação em que o indicador desce 2 contas e o polegar sobe uma conta da casa das dezenas quase que simultaneamente.

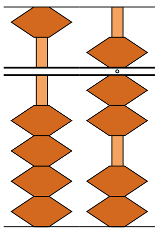


Figura 5.34: 7 carregado

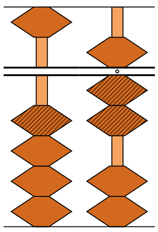


Figura 5.35: Destacamos o 2 a retirar e o 1 a adicionar à esquerda

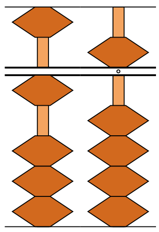


Figura 5.36: O resultado

Para realizar rapidamente as operações com o complementar de 10, é necessário que eles sejam memorizados. Os complementares funcionam como uma alternativa lógica durante a operação com o soroban. Desta forma, independente do valor em uma determinada casa, ao notar que o valor a adicionar não cabe na casa, deve-se reagir automaticamente subtraindo o complementar do valor a adicionar e adicionando 1 à casa da esquerda, nesta ordem.

Lembramos que os complementares de 10 foram apresentados na seção 3.2.

A tabela 5.16 nos apresenta as possibilidades de adição entre dois algarismos nas quais o complementar de 10 deve ser utilizando.

1 + 9								
2 + 8	2 + 9							
3 + 7	3 + 8	3 + 9						
4 + 6	4 + 7	4 + 8	4 + 9					
5 + 5								
6 + 4	6 + 5	6 + 9						
7 + 3	7 + 4	7 + 5	7 + 8	7 + 9				
8 + 2	8 + 3	8 + 4	8 + 5	8 + 7	8 + 8	8 + 9		
9 + 1	9 + 2	9 + 3	9 + 4	9 + 5	9 + 6	9 + 7	9 + 8	9 + 9

Tabela 5.16: Adições com complementar de 10

5.3.2 Exemplo 3 + 9

$$\begin{array}{cr} & 3 \\ + & 9 \\ \hline = & 12 \end{array}$$

Tabela 5.17: Adição com complementar de 10

Neste exemplo, vamos adicionar 9 a uma casa que contém o 3. O 9 já é o limite da casa, logo ele só caberia na casa se esta contivesse zero, o que não é o caso. Desta forma, diante do 3 posto, a impossibilidade de adicionar o 9 na casa nos leva a pensar em seu complementar, que é 1, que deve ser retirado enquanto a casa à esquerda recebe 1. Acompanhe pelas figuras.

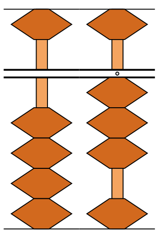


Figura 5.37: 3 carregado

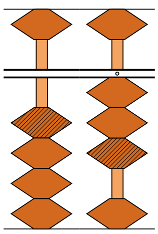


Figura 5.38: Destacamos o 1 a retirar e o 1 a adicionar à esquerda

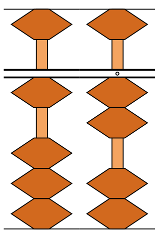


Figura 5.39: O resultado

5.3.3 Exemplo 8 + 5

$$\begin{array}{cr} & 8 \\ + & 5 \\ \hline = & 13 \end{array}$$

Tabela 5.18: Adição com complementar de 10

Até agora os complementares eram valores inferiores a 5, mas eles também podem ser valores maiores ou iguais a 5. Neste exemplo, o complementar será 5. Assim, ao tentar adicionar 5 sem que a casa suporte tal valor, a reação deve ser retirar 5, que é o complementar de 5 em relação a 10, com o indicador, e adicionar 1 à casa da esquerda, com o polegar. Esta movimentação deve ser feita o mais rápida e simultaneamente possível. Acompanhe pelas figuras.

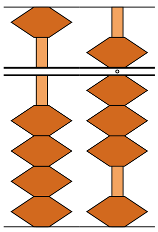


Figura 5.40: 8 carregado

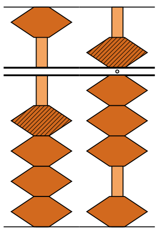


Figura 5.41: Destacamos o 5 a retirar e o 1 a adicionar à esquerda

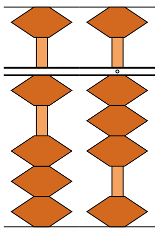


Figura 5.42: O resultado

5.3.4 Exemplo 9 + 3

$$\begin{array}{cr} & 9 \\ + & 3 \\ \hline = & 12 \end{array}$$

Tabela 5.19: Adição com complementar de 10

Teremos agora um complementar maior que 5, no caso, teremos o complementar de 3 em relação a 10 que é 7. Note que, tendo o 9 carregado na casa, não cabe mais nenhum valor, e, ao tentar adicionar 3, a reação deve ser retirar 7 e adicionar 1 à casa da esquerda. Kojima (1954, p.21) recomenda que se proceda da seguinte forma: baixe primeiramente o 2 com o indicador, depois procure simultaneamente subir o 5 com o indicador e o 1 da casa ao lado com o polegar. Esta recomendação visa a obter uma velocidade maior e deve ser treinada. Acompanhe pelas figuras.

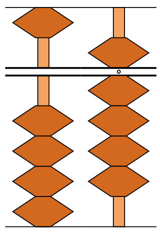


Figura 5.43: 9 carregado

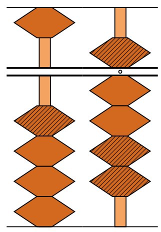


Figura 5.44: Destacamos o 7 a retirar e o 1 a adicionar à esquerda

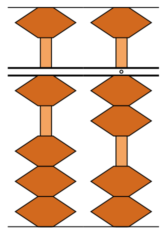


Figura 5.45: O resultado

5.3.5 Exemplo 8 + 2

	8
+	2
=	10

Tabela 5.20: Adição com complementar de 10

Neste exemplo, temos a adição de dois números complementares a 10 (8 + 2 = 10), que é apenas mais um caso de aplicação do complementar de 10. Como a adição de 2 não é possível na casa em questão, pensamos em seu complementar, que é 8, coincidentemente, o valor que está carregado na casa. Logo, subtraímos 8 e adicionamos 1 à casa da esquerda. Mas procuramos fazer os movimentos assim, primeiro baixamos o 3 com o indicador, depois subimos o 5 com o indicador e o 1 com o polegar. Veja as figuras.

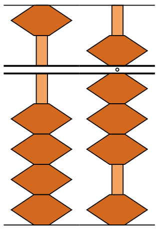


Figura 5.46: 8 carregado

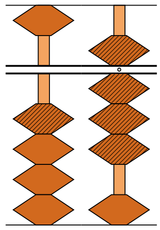


Figura 5.47: Destacamos o 8 a retirar e o 1 a adicionar à esquerda

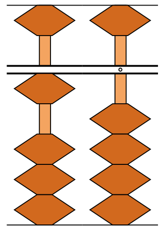


Figura 5.48: O resultado

5.3.6 Exemplo 26 + 19

$$
\begin{array}{cr}
 & 26 \\
+ & 69 \\
\hline
= & 95
\end{array}
$$

Tabela 5.21: Adição com disponíveis e com complementar de 10

Estamos quase concluindo a apresentação de todas as técnicas para adição em uma casa, mas, antes disto, vamos expandir um pouco para duas casas.

Neste exemplo, ocorrerá uma adição com disponíveis imediatos na casa das dezenas e uma adição com o complementar de 10 na casa das unidades. Lembre-se que o sentido das operações no soroban é da esquerda para a direita e parcela a parcela. Então, começamos carregando o valor 26 (figura 5.49) e nos voltamos para a casa das dezenas para adicionar 6, que está disponível para adição na casa. Adicionamos 6 em movimento de pinça. Acompanhe o resultado deste passo na figura 5.50. Por fim, voltamo-nos para a casa das unidades para adicionar 9, mas, como 9 não cabe na casa, lembramo-nos imediatamente do seu complementar, que é 1, que deve ser retirado com o indicador enquanto o valor 1 deve ser adicionado na casa à esquerda com o polegar em rotação ou "twist". O resultado destes movimentos está na figura 5.51.

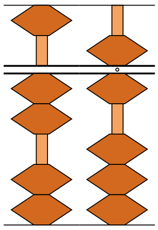


Figura 5.49: 26 carregado

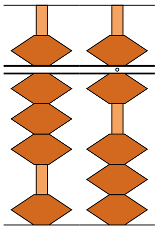


Figura 5.50: Adicionamos 6 nas dezenas

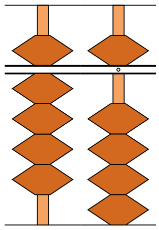


Figura 5.51: Adicionamos 9 nas unidades.

5.3.7 Exemplo 33 + 28

	33
+	28
=	61

Tabela 5.22: Adição com complementar de 5 e de 10

Apresentamos, neste exemplo, o uso do complementar de 5 na casa das dezenas e do complementar de 10 na casa das unidades. Caracterizamos as operações que ocorrem em cada casa por motivos meramente didáticos, mas este aspecto não deve ser cobrado dos alunos. A eles cabe compreender o que estão fazendo e o porquê, além de realizar corretamente os movimentos.

Assim, neste exemplo, carregamos primeiramente o 33 (figura 5.52). Voltamo-nos para a casa das dezenas para adicionar 2, mas este valor não está disponível, entretanto, o valor 5 está, logo lembramos-nos do complementar de 2 que é 3 e, com um único movimento para baixo com o indicador, baixamos o 5 e o 3 (figura 5.53). Agora voltamo-nos para as unidades para adicionar 8, mas 8 não está disponível, logo trazemos à mente seu complementar, que é 2. Retiramos 2 com o indicador e acrescentamos à esquerda 1 com o polegar em "twist"(figura 5.54).

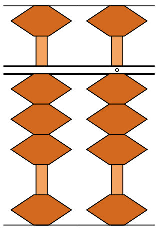


Figura 5.52: 33 carregado

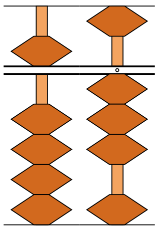


Figura 5.53: Adicionamos 2 nas dezenas

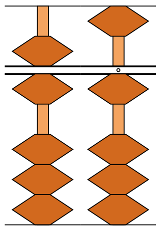


Figura 5.54: Adicionamos 8 nas unidades.

5.3.8 Exemplo 74 + 57

	74
+	57
=	131

Tabela 5.23: Adição com complementar de 10

Agora carregamos o 74 primeiramente e nos voltamos à casa das dezenas para adicionar 5. Como 5 não cabe, pensamos em seu complementar, que é 5, e o retiramos com o indicador, adicionando 1 à esquerda (centenas) com o polegar. Então voltamo-nos às unidades para adicionar 7, mas, como o 7 não cabe, pensamos no 3 e o retiramos com o polegar, adicionando 1, em "twist", na casa das dezenas, com o polegar. Vejas as figuras.

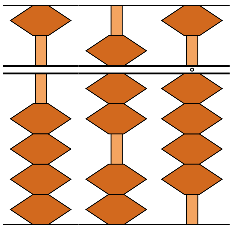


Figura 5.55: 74 carregado

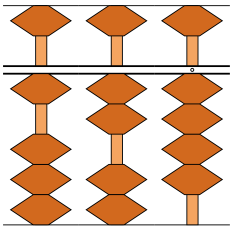


Figura 5.56: Adicionamos 5 às dezenas

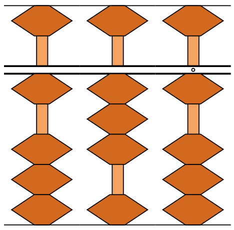


Figura 5.57: Adicionamos 7 às unidades.

Com a realização de exercícios diários, o aluno vai naturalmente memorizando os movimentos do ábaco, o que lhe permite reagir cada vez mais rápido na realização das operações. Enquanto busca aperfeiçoar-se na prática, não há como não haver uma melhora em termos de concentração e de habilidades numéricas.

5.4 Adição com complementar de 10 encapsulando o complementar de 5

Chegamos ao último nível de dificuldade para adição entre algarismos no soroban, que ocorre quando, ao necessitarmos realizar a operação de complementar de 10, somos conduzimos a uma operação de complementar de 5 às avessas, ou seja, em subtração. Vamos aos exemplos.

5.4.1 Exemplo 6 + 8

$$\begin{array}{cr} & 6 \\ + & 8 \\ \hline = & 14 \end{array}$$

Tabela 5.24: Adição com complementar de 10 encapsulando o complementar de 5

As operações com complementar sempre levam à operação oposta. Assim, se estamos somando e usamos um complementar, somamos a mais e temos de compensar com um movimento de retirada (subtração). Analogamente, se desejamos retirar (subtrair) e necessitamos de usar um complementar, subtraímos a mais, o que nos leva a compensar este movimento somando (adicionando).

Neste exemplo, carregamos o 6 e, em seguida, procuramos adicionar 8. Mas como o 8 não cabe, lembramo-nos do seu complementar para 10, que é 2, e procuramos retirar 2. Entretanto, não temos também 2 para retirar. O que fazer? Bem, na casa temos carregado 6 e precisamos, agora, tirar 2. Então podemos resolver esta questão retirando o 5 e adicionando o que foi retirado a mais (5 - 2 = 3), portanto, para obtermos o efeito de retirar 2, retiramos 5 e acrescentamos 3, que é o complementar de 2 para 5. Por outro lado, retirar 5 e adicionar 3 é o mesmo que adicionar 3 e retirar 5, sendo que esta última alternativa mostra-se mais adequada aos movimentos com as contas, pois é realizada no soroban em um único sentido (ascendente). Portanto, passamos a adicionar 3 e retirar 5, cujo efeito é retirar 2. Em seguida, adicionamos 1 normalmente à casa da esquerda.

A novidade neste exemplo é que, para retirar 2 necessitamos retirar 5 (retirar a maior) e adicionarmos o complementar de 2, que e 3. O que fazermos é substituir o -2 por -5 + 3. Na verdade, em termos de movimentos, optamos por +3 - 5. Voltam a ser necessários os complementares de 5, mas agora, em uma operação de subtração, que decorre do uso do complementar de 10.

Com relação aos movimentos, seguindo a recomendação de Kojima (1954, p.22), devemos proceder assim: após carregado o 6, temos de adicionar 8, o que nos leva a retirar 2 (complementar de 10), que por sua vez, nos leva a adicionar 3 com o polegar, que é o primeiro movimento, seguindo-se da retirada de 5 com o indicador (segundo movimento) e da adição de 1 à casa da esquerda com o polegar (terceiro movimento). Como, dependendo da circunstância, nem sempre é possível realizar os dois últimos movimentos ao mesmo tempo, Kojima (1954, p.22) recomenda cada um dos movimentos seja realizado individualmente. Acompanhe pelas as figuras.

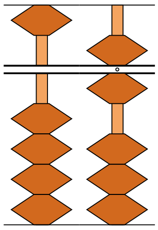


Figura 5.58: 6 carregado

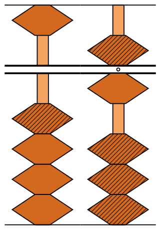


Figura 5.59: Destacamos as contas a movimentar

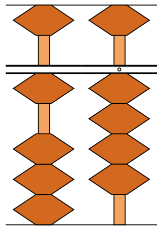


Figura 5.60: O resultado

Destacamos, nas figuras a seguir, o efeito de cada um dos três movimentos deste exemplo, feitos após o 6 carregado.

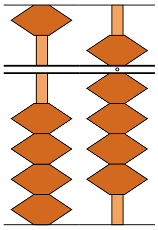


Figura 5.61: efeito do movimento 1: subir 3 com o polegar

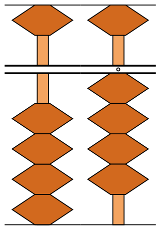


Figura 5.62: Efeito do movimento 2: subir 5 com o indicador

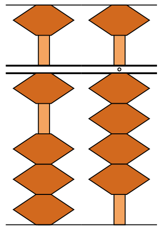


Figura 5.63: Efeito do movimento 3, subir 1 com o polegar.

A tabela 5.25 apresenta as situações em que ocorre o complementar de 10 encapsulando o complementar de 5.

$5+6$	$5+7$	$5+8$	$5+9$
$6+6$	$6+7$	$6+8$	
$7+6$	$7+7$		
$8+6$			

Tabela 5.25: Adições com complementar de 10 encapsulando o complementar de 5

5.4.2 Exemplo 7 + 6

$$\begin{array}{cr} & 7 \\ + & 6 \\ \hline = & 13 \end{array}$$

Tabela 5.26: Adição com complementar de 10 encapsulando complementar de 5

Este exemplo é análogo ao anterior, e serve apenas para reforçar o procedimento. Carregamos o 7 e ao tentar adicionar 6, percebemos que não cabe, logo trazemos à memória o complementar de 6 em relação a 10, que é 4, mas ao tentar tirar 4 para adicionar 1 à esquerda, percebemos que não temos 4 disponível para tirar, então, adicionamos o complementar de 4 em relação a 5, que é 1, com o polegar, e retiramos o 5, com o indicador. Em seguida, adicionamos 1 na coluna à esquerda com o polegar. Veja as figuras.

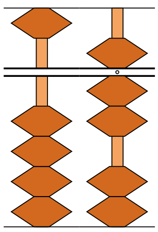


Figura 5.64: 7 carregado

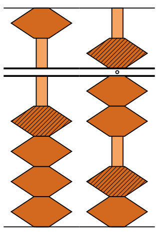


Figura 5.65: Destacamos as contas a movimentar

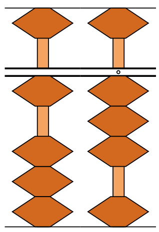


Figura 5.66: O resultado

Com a prática, o aluno vai se acostumando com determinadas situações, na medida em que vão se repetindo. O foco de sua atenção restringe-se a uma determinada casa por vez, e ele deve concentrar-se no valor carregado nela, na operação que está realizando e no movimento que deverá executar. Observe que o praticante de ábaco tem de tomar decisões repetidas o mais rápido que puder. Entretanto, para decidir o próximo movimento, ele depende basicamente de duas verificações em sequência. O diagrama da tabela 5.27 nos mostra quais são estas verificações.

Quanto ao complementar de 10 encapsulando o complementar de 5, o aluno com o tempo vai fazendo as associações da tabela 5.28. Note que esta tabela compara o complementar de 10 simples com o complementar de 10 que exige o complementar de 5 para se completar. Note também a relação do 6 com o par 4 e 1, do 7 com o par 3 e 2, do 8 com o par 2 e 3 e do 9 com o par 1 e 4.

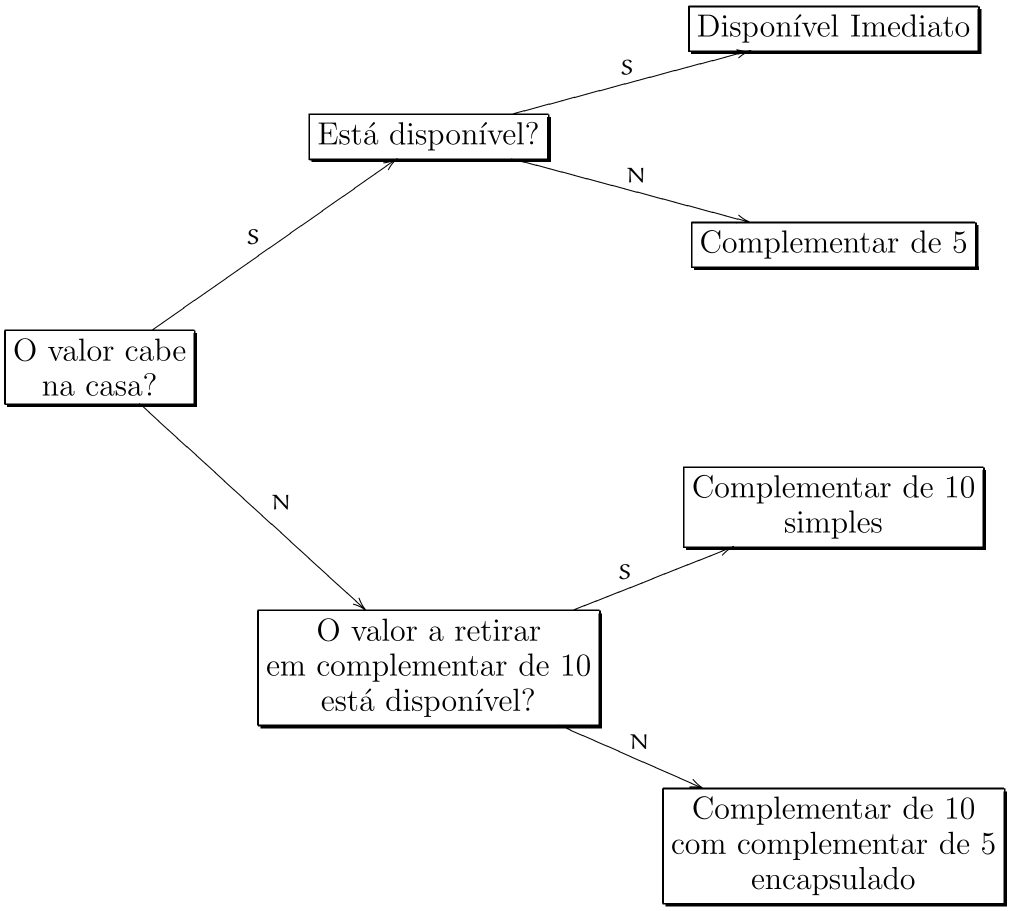


Tabela 5.27: Diagrama das decisões para adicionar dois algarismos no soroban

Valor a adicionar	Complementar de 10	Complementar de 10 com complementar de 5
6	Tirar 4 e acrescentar 10	Acrescentar 1, tirar 5 e acrescentar 10
7	Tirar 3 e acrescentar 10	Acrescentar 2, tirar 5 e acrescentar 10
8	Tirar 2 e acrescentar 10	Acrescentar 3, tirar 5 e acrescentar 10
9	Tirar 1 e acrescentar 10	Acrescentar 4, tirar 5 e acrescentar 10

Tabela 5.28: Movimentos possíveis em complementar de 10 para 6, 7, 8 e 9.

5.4.3 Exemplo 897 + 956

$$\begin{array}{cr} & 897 \\ + & 956 \\ \hline = & 1.853 \end{array}$$

Tabela 5.29: Adição com 3 casas sem filtro de dificuldade

No que diz respeito à adição no soroban, acabamos de analisar todas as possibilidades entre dois algarismos, restando-nos apenas expandir, com alguns exemplos mais, o número de casas e o número de parcelas, o que ainda pode nos trazer surpresas, em virtude das situações que envolvem mais de uma casa. Neste exemplo, apresentamos uma operação com 3 casas e um fato inusitado: a combinação do complementar de 10 com encapsulamento do complementar de 5 na casa das unidades exigindo, para sua conclusão, o complementar de 5 na casa das dezenas.

Reforçamos que a casa das unidades deve ser identificada por uma casa marcada com um ponto e que a operação de adição transcorre normalmente da esquerda para a direita, ou seja, primeiro somamos as centenas, depois as dezenas e por último as unidades.

Neste exemplo, começamos carregando o 897. Tejón (2007, p.10) recomenda, para evitar confusão ao carregar números em ditados, especialmente números com mais de três casas, que sempre se opte por dizer oitocentos e noventa e sete em oposição a dizer oito, nove, sete. A figura 5.67 mostra o número 897 carregado. Depois, passamos a adicionar 9 na casa das centenas, o que fazemos por meio do complementar de 10, ou seja, tiramos 1 e acrescentamos 1 na casa de milhar (figura 5.68). Vamos então à casa das dezenas para adicionar 5, o que só pode ser feito pelo complementar de 10, logo tirarmos 5 das dezenas e adicionamos 1 às centenas (figura 5.69). Por fim, dirigimo-nos às unidades para adicionar 6. Então, pelo complementar de 10, temos de retirar 4, mas, para isto, adicionamos 1 e elevamos o 5, para, em seguida, adicionarmos 1 à casa das dezenas, o que, por sua vez, é feito pelo complementar de 5 (+5-4), completando a operação (figura 5.70).

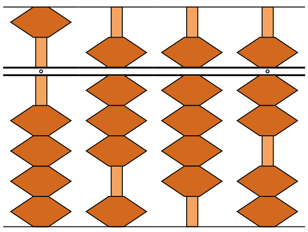


Figura 5.67: 897 carregado

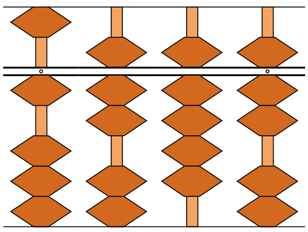


Figura 5.68: Adicionamos 9 às centenas

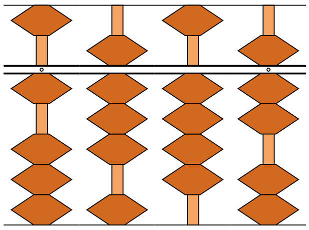


Figura 5.69: Adicionamos 5 às dezenas

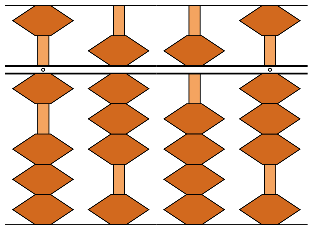


Figura 5.70: Adicionamos 6 às unidades

5.4.4 Exemplo 33,64 + 36,73

	33,64
+	36,73
=	70,37

Tabela 5.30: Adição com 4 casas sem limitação de dificuldade

O uso da vírgula decimal na adição é apenas uma questão de posicionamento dos algarismos no soroban. Ainda assim, apresentamos este exemplo, que corresponde a uma operação com quatro casas. Uma pequena novidade neste exemplo especificamente é que, ao adicionar 7 ao 6 na casa dos décimos, será gerado 1 para a casa das unidades que conterá 9, o que vai exigir imediatamente o uso do complementar de 10. Mas, detalhando cada um dos passos mais uma vez, iniciamos carregando o número 33,64. Observe na figura 5.71 como a casa das unidades escolhida é uma casa que contém um ponto. Iniciamos com a casa das dezenas, adicionando 3 por meio do complementar de 5, ou seja, se não podemos adicionar 3 e dispomos de 5, então, numa única passada, adicionamos 5 e tiramos 2, que é o complementar de 3 em relação a 5. A figura 5.72 apresenta o resultado deste movimento. Depois voltamos nossa atenção à casa das unidades para adicionar 6, o que pode ser feito por adição de disponíveis, e o resultado deste movimento aparece na figura 5.73. Então nos passamos à casa dos décimos para adicionar 7. Como 7 não cabe na casa, pensamos em tirar 3, que também não está disponível, então temos de fazê-lo pelo complementar de 5, ou seja, colocamos 2 e tiramos 5. Ao procurarmos adicionar 1 à cadas das unidades, para concluir os movimentos, outra surpresa, o 1 não cabe na casa, logo temos de tirar o 9 (baixar 4 e subir 5) e adicionar 1 à casa das dezenas (figura 5.74). Por fim, é a vez da casa dos centésimos, em que vai ser adicionado 3. Como o 3 não está disponível mas o 5 está, a opção é o complementar de 5. Desta forma, em um só movimento, baixamos 5 e baixamos 2. O resultado final é apresentado na figura 5.75

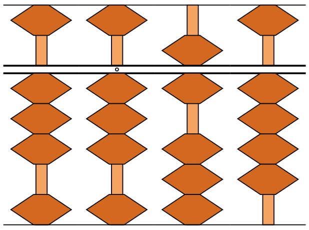


Figura 5.71: 33,64 carregado

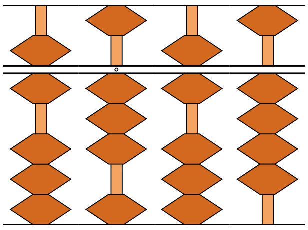


Figura 5.72: Adicionamos 3 às dezenas

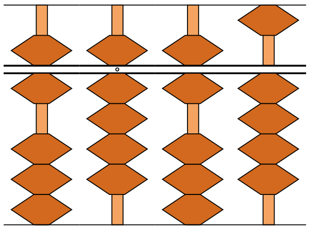


Figura 5.73: Adicionamos 6 às unidades

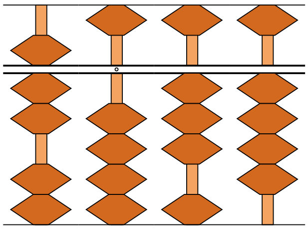


Figura 5.74: Adicionamos 7 aos décimos

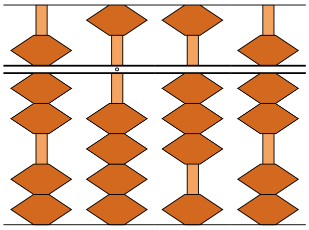


Figura 5.75: Adicionamos 3 aos centésimos

Um erro que pude observar nos meus alunos ao se depararem com atividades de soroban é, em virtude de não terem realizado as atividades em ordem crescente de nível de dificuldade, tentarem ludibriar o professor e a si próprios fazendo as operações à parte, quer mentalmente, quer com lápis e papel, quer com uma calculadora eletrônica. Eles, na verdade, não estavam obtendo o resultado com o soroban, apenas fazendo a operação à parte e registrando o resultado no soroban para mostrar que haviam conseguido. Este procedimento não faz muito sentido, visto que o aluno pouco aproveitará da sua prática com o soroban. Cabe ao professor acompanhar as atividades do aluno em sala de aula para conversar com aqueles que porventura apresentarem este comportamento e oferecer-lhes atividades compatíveis com o seu estágio de desenvolvimento.

5.4.5 Exemplo 65 + 53 + 82 + 45 + 1 + 54

	65
+	53
+	82
+	45
+	1
+	54
=	300

Tabela 5.31: Adição com até 2 casas e 6 parcelas

O diferencial deste exemplo é o uso de 6 parcelas de até 2 casas. Primeiramente carregamos o 65 (figura 5.76) e passamos a adicionar 5 à casa das dezenas, o que fazemos com o complementar de 10, tirando 5 e acrescentando 1 à casa das centenas (figura 5.77). Depois acrescentamos o disponível 3 nas unidades (figura 5.78). Passamos a adicionar 8 nas dezenas, valor que está disponível (figura 5.79) e adicionamos 2 às unidades por complementar de 10: tiramos 8 e adicionamos 1 às dezenas. Entretanto, para adicionarmos 1 às dezenas, novamente temos de usar o complementar de 10, ou seja, tiramos 9 das dezenas e adicionamos 1 às centenas (figura 5.80). Voltamos às dezenas e adicionamos 4, que está disponível (figura 5.81). Nas unidades, adicionamos 5, que também está disponível (figura 5.82). Adicionamos, então, às unidades, 1 (figura 5.83) e, chegando à última parcela, adicionamos o 5 disponível às dezenas (figura 5.84) para, finalmente, adicionarmos 4 às unidades por complementar de 10, o que vai nos exigir que utilizemos o complementar de 10 também na casa das dezenas, pois, a esta altura, ela contém 9. Após todos estes movimentos, temos o resultado (figura 5.85).

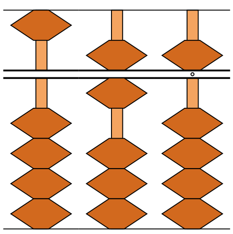


Figura 5.76: 65 carregado

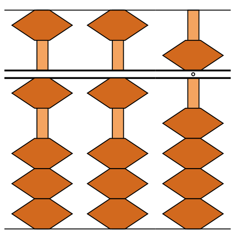


Figura 5.77: Adicionamos 5 às dezenas

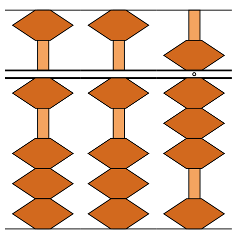


Figura 5.78: Adicionamos 3 às unidades

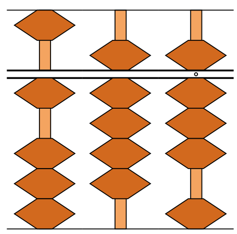


Figura 5.79: Adicionamos 8 às dezenas

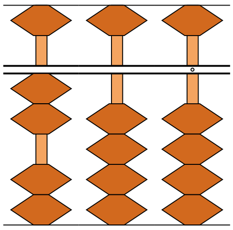


Figura 5.80: Adicionamos 2 às unidades

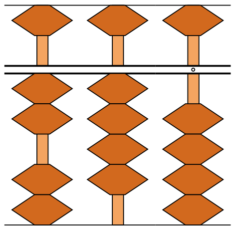


Figura 5.81: Adicionamos 4 às dezenas

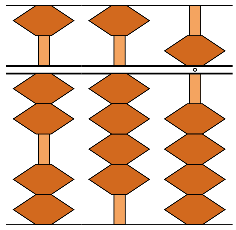


Figura 5.82: Adicionamos 5 às unidades

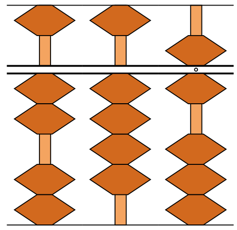


Figura 5.83: Adicionamos 1 às unidades

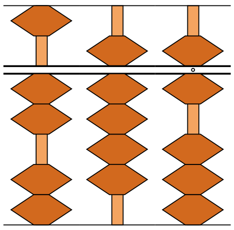


Figura 5.84: Adicionamos 5 às dezenas

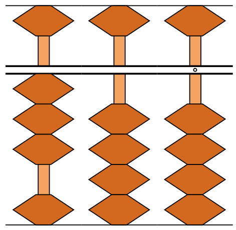


Figura 5.85: Adicionamos 4 às unidades

As atividades de adição e subtração para soroban normalmente contém de 2 a 15 parcelas. Uma das dicas importantes consiste em usar o soroban como uma régua, marcando a parcela que está sendo processada. Assim, põe-se o soroban abaixo da primeira parcela e carregamos esta parcela. Descemos o soroban para marcar a próxima parcela e a adicionamos. Vamos, então, continuando este procedimento até a última parcela.

5.4.6 Exemplo 4.997 + 7

$$\begin{array}{cr} & 4.997 \\ + & 7 \\ \hline = & 5.004 \end{array}$$

Tabela 5.32: Adição em uma casa impactando nas casas à esquerda

A adição com o uso do recurso do complementar de 10 sempre afeta a casa à esquerda pela adição de 1. Entretanto, o que fazer se a casa à esquerda contiver 9? Aplicamos normalmente o complementar de 10 nesta casa, subtraindo 9 e adicionando 1 à próxima casa à esquerda. Mas, e se esta casa também contiver 9? Neste caso, utilizamos o complementar de 10 novamente, subtraindo 9 e passando à próxima casa para adicionar 1. Se esta, por sua vez, contiver 9 também, repetimos o processo até encontrarmos uma casa livre que possa receber 1.

Este é o caso deste exemplo. Carregamos o número 4.997 e nos voltamos à casa das unidades para adicionar 7 (figura 5.86). Entretanto 7 não está disponível, portanto temos de subtrair 3, mas também 3 não está disponível, então temos de adicionar 2 subtraindo 5, o que fazemos com o polegar para adicionar 2 e com o indicador para subtrair 5. Passamos à casa das dezenas para adicionar 1, o que não pode ser feito na casa. Logo, temos mais um caso de complementar de 10. Tiramos então 9 desta casa e adicionar 1 à casa das centenas. Subtraímos 9 com dois movimentos com o indicador: baixamos 4 e subimos 5. Vamos então à casa das centenas para adicionar 1, mas lá o processo se repete. Logo, subtraímos 9 nas centenas e vamos à casa de milhares para adicionar 1. Enfim, esta casa pode receber 1, mas não diretamente, pois não temos o 1 disponível. Adicionamos então o 1 às centenas pelo complementar de 5, ou seja, adicionando 5 e subtraindo 4 num único movimento descendente com o indicador. Acompanhe pelas figuras, percebendo que fracionamos a operação, tendo em vista sua extensão.

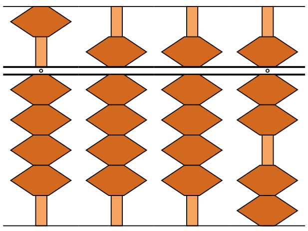


Figura 5.86: 4.997 carregado

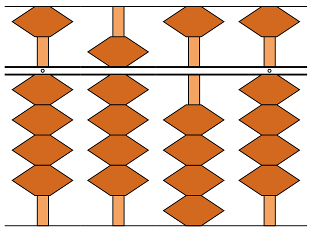


Figura 5.87: Subtraímos 3 das unidades e tiramos 9 das dezenas

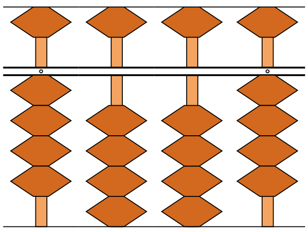


Figura 5.88: Continuando o movimento, tiramos 9 das centenas

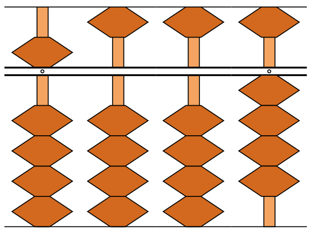


Figura 5.89: Concluindo o processo, adicionando 1 aos milhares

Este exemplo serve também para justificar o motivo de, nas adições com complementar de 10, primeiramente se fazer a subtração na casa atual e depois fazer a adição de 1 na casa à esquerda. É que, desta forma, todo o processo pode ser realizado em um único sentido, no caso, da direita para a esquerda, portanto, sem idas e vindas desnecessárias que provocariam perda de tempo.

5.4.7 A tabuada de multiplicar

Aprender a tabuada de multiplicar é essencial para o aluno poder progredir em Matemática. Afinal, é por meio do conhecimento dos resultados de multiplicação entre os algarismos do sistema de numeração decimal que o aluno vai poder realizar multiplicações e divisões quaisquer. O soroban é uma ferramenta que pode ser usada para se aprender a tabuada de multiplicar. Por meio de somas de parcelas iguais, percorrer a tabela de resultados de um determinado algarismo com o soroban assemelha-se a um músico que treina as escalas em um piano. Funciona assim: Escolha um número para treinar. Escolheremos, por exemplo, o 7, porque é uma tabuada das mais difíceis. Então tome o soroban e coloque nele o 7 uma vez, que corresponde a 1 x 7, adicione mais um 7 e temos 2 x 7 = 14, adicione mais um 7 e temos 3 x 7 = 21 e assim sucessivamente até 7 x 10 = 70. Na execução destas adições sucessivas, o aluno terá de usar todos os recursos de adição que apresentamos aqui. As figuras a seguir nos trazem o resultado desta sequência para a tabuada de 7.

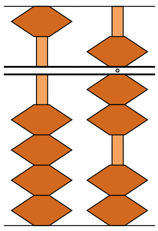


Figura 5.90: 1 x 7

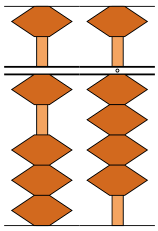


Figura 5.91: 2 x 7 = 7 + 7

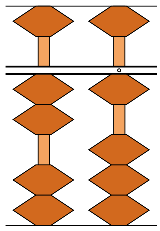


Figura 5.92: 3 x 7 = 2 x 7 + 7

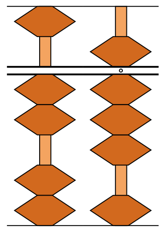


Figura 5.93: 4 x 7 = 3 x 7 + 7

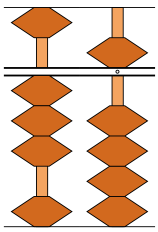


Figura 5.94: 5 x 7 = 4 x 7 + 7

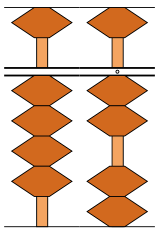


Figura 5.95: 6 x 7 = 5 x 7 + 7

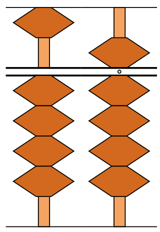


Figura 5.96: 7 x 7 = 6 X 7 + 7

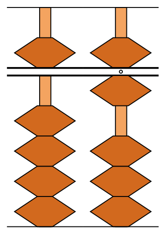


Figura 5.97: 8 x 7 = 7 x 7 + 7

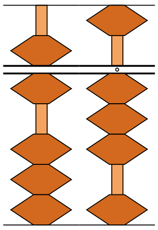


Figura 5.98: 9 x 7 = 8 x 7 + 7

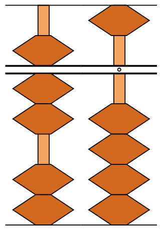


Figura 5.99: 10 x 7 = 9 x 7 + 7

5.4.8 As Potências de 2

Multiplicar por 2 é equivalente a duplicar, ou seja, somar o número com ele próprio. A facilidade de se obter o resultado da multiplicação por 2 via adição pode ser utilizada para calcular com o soroban as potências de 2, que, inclusive, estão associadas às unidades da informática. Desta vez, diferente do que fizemos para praticar a tabuada, vamos dobrando cada resultado e encontrando a próxima potência da seguinte forma: $2^1 = 2$, $2^2 = 2 + 2$, $2^3 = 4 + 4$, $2^4 = 8 + 8$, $2^5 = 16 + 16$... Nas figuras a seguir, apresentamos a sequência de resultados com o soroban até $2^{10} = 1.024$, mas poderíamos ir bem além completando rapidamente o limite dos espaços do soroban, em vista do rápido crescimento das potências de base 2, com a elevação do seu expoente nos Naturais. Veja as figuras.

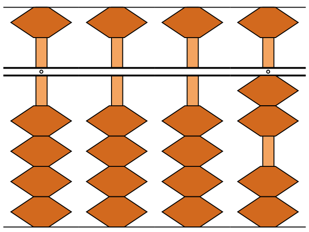


Figura 5.100: $2^1 = 2$

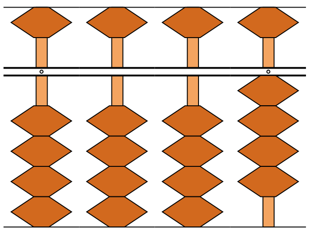


Figura 5.101: $2^2 = 2 + 2$

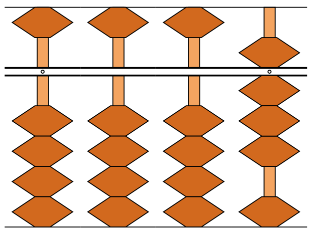


Figura 5.102: $2^3 = 4 + 4$

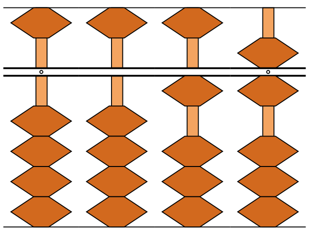


Figura 5.103: $2^4 = 8 + 8$

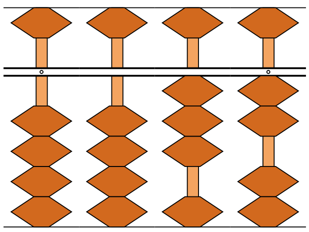


Figura 5.104: $2^5 = 16 + 16$

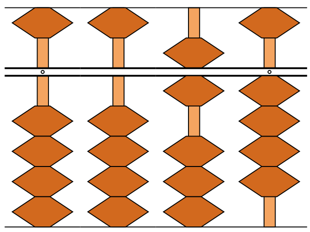


Figura 5.105: $2^6 = 32 + 32$

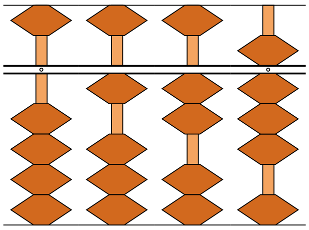


Figura 5.106: $2^7 = 64 + 64$

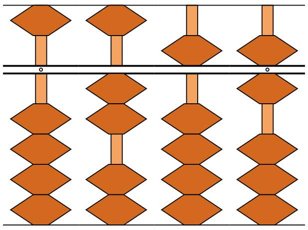


Figura 5.107: $2^8 = 128 + 128$

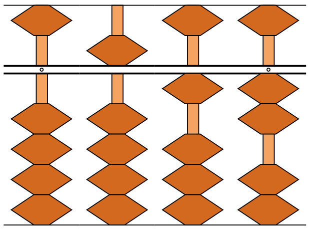


Figura 5.108: $2^9 = 256 + 256$

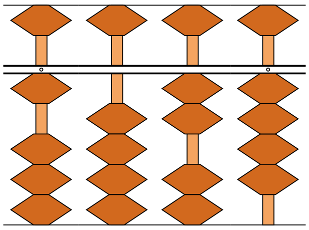


Figura 5.109: $2^{10} = 512 + 512$

Capítulo 6

Subtração

Após praticar por algum tempo a adição no soroban, passamos a incluir atividades de subtração. A ideia inicial que usamos para abordar a subtração é a de retirar de onde existe algo, portanto, trabalharemos com resultados não negativos. Quanto aos movimentos exigidos para a operação de subtração, o acréscimo de dificuldade para os alunos é mínimo, visto que, a esta altura, eles já se familiarizaram com a adição e esta, em si, já explora todos os tipos de movimento necessários à subtração, pois utiliza a subtração embutida, nas estratégias dos complementares de 5 e de 10. Apresentarei o processo de subtração no soroban por meio de exemplos em níveis crescentes de dificuldade, entretanto, serei um pouco mais direto nos exemplos, tendo em vista que este capítulo tem por pré-requisito o capítulo que trata da adição.

6.1 Subtração com disponíveis imediatos

6.1.1 Exemplo 4 - 3

	4
-	3
=	1

Tabela 6.1: Subtração nas contas inferiores com disponíveis

Carregamos o 4 com o polegar e retiramos 3 com o indicador. Acompanhe pelas figuras a seguir.

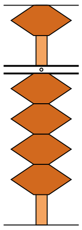


Figura 6.1: 4 carregado

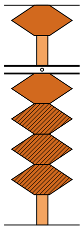


Figura 6.2: Disponibilidade de 3 para retirar

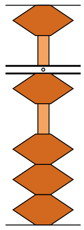


Figura 6.3: Resultado após tirar 3

Observe na tabela 6.2 todas as situações em que a subtração entre dois algarismos se dá com disponíveis.

0 - 0									
1 - 0	1 - 1								
2 - 0	2 - 1	2 - 2							
3 - 0	3 - 1	3 - 2	3 - 3						
4 - 0	4 - 1	4 - 2	4 - 3	4 - 4					
5 - 0	5 - 5								
6 - 0	6 - 1	6 - 5	6 - 6						
7 - 0	7 - 1	7 - 2	7 - 5	7 - 6	7 - 7				
8 - 0	8 - 1	8 - 2	8 - 3	8 - 5	8 - 6	8 - 7	8 - 8		
9 - 0	9 - 1	9 - 2	9 - 3	9 - 4	9 - 5	9 - 6	9 - 7	9 - 8	9 - 9

Tabela 6.2: Subtrações com disponíveis imediatos

6.1.2 Exemplo 7 - 5

$$\begin{array}{cc} & 7 \\ - & 5 \\ \hline = & 2 \end{array}$$

Tabela 6.3: Subtração com disponível

Carregamos o 7 com o polegar e indicador em movimento de pinça e, em seguida, retiramos o 5 com o indicador. Veja as figuras a seguir.

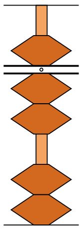


Figura 6.4: 7 carregado

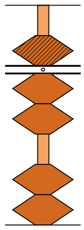


Figura 6.5: Disponibilidade de 5 para retirar

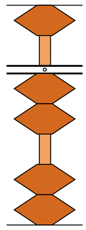


Figura 6.6: Resultado após tirar 5

6.1.3 Exemplo 9 - 6

	9
-	6
=	3

Tabela 6.4: Subtração com disponível

Carregamos o 9 com o polegar e indicador em movimento de pinça e, em seguida, retiramos o 6 com dois movimentos com o indicador, primeiramente baixamos 1 e depois subimos 5. Veja as figuras a seguir.

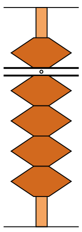


Figura 6.7: 9 carregado

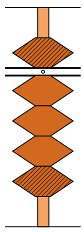


Figura 6.8: Disponibilidade de 6 para retirar

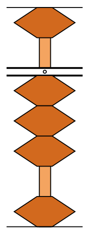


Figura 6.9: Resultado após subtrair 6

6.1.4 Exemplo 78 - 57

	78
-	57
=	21

Tabela 6.5: Subtração com disponíveis em duas casas

A Subtração também é realizada da esquerda para a direita e parcela a parcela. Assim, após carregarmos o 78, voltamo-nos para a casa das dezenas, para retirar 5, o que pode ser feito com o indicador em movimento único, visto que o 5 está disponível. Com relação às unidades, notamos que o 7 também está disponível, logo, com o indicador, baixamos duas contas inferiores e subimos a conta do 5. Acompanhe pelas figuras.

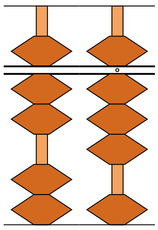


Figura 6.10: 78 carregado

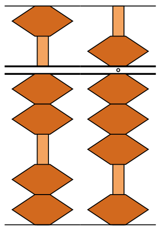


Figura 6.11: Subtraímos 5 das dezenas

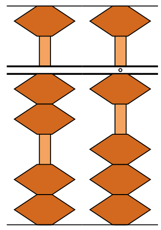


Figura 6.12: Subtraímos 7 das unidades

6.1.5 Exemplo 639 - 514

	639
-	514
=	125

Tabela 6.6: Subtração com disponível em três casas

Desta vez, carregamos o 639 utilizando o movimento de pinça para o 6 e para o 9 (lembre-se também que a casa das unidades é marcada com um ponto). Na casa das centenas, subtraímos 5 elevando a conta superior com o indicador. Depois, na casa das dezenas, baixamos uma conta com o indicador. Por fim, na casa das unidades, baixamos as 4 contas inferiores com o indicador. Acompanhe por meio das figuras a seguir.

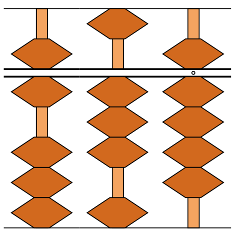


Figura 6.13: 639 carregado

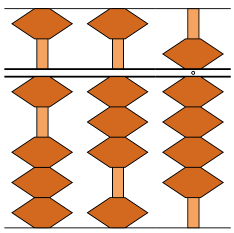


Figura 6.14: Subtraímos 5 nas centenas

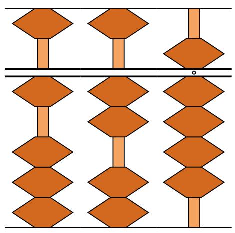


Figura 6.15: Subtraímos 1 nas dezenas

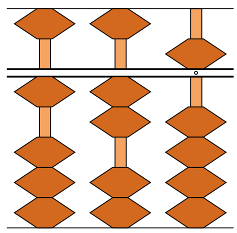


Figura 6.16: Subtraímos 4 nas unidades

6.2 Subtração com complementar de 5

6.2.1 Exemplo 7 - 4

	7
-	4
=	3

Tabela 6.7: Subtração com complementar de 5

Começamos carregando o 7 no soroban e buscando uma forma para subtrair 4. Entretanto, este valor não está disponível. E agora! O que fazer? Analogamente ao que foi feito para a adição, fazemos uma subtração a maior, ou seja, tiramos 5 e compensamos esta subtração a maior adicionando o que foi subtraído a mais, ou seja, adicionamos 1, que é o complementar de 4 para 5. Em termos de movimento, Kojima (1954, p.19) recomenda que tenhamos o seguinte comportamento: a partir do 7 carregado, pensamos em retirar 4, mas, como este valor não está disponível, mas o 5 está, trazemos a tona seu complementar em relação a 5. Então, adicionamos 1 com o polegar e, simultaneamente, retiramos 5 com o indicador. Caso o aluno não consiga realizar estes movimentos simultaneamente, que faça primeiramente a adição de 1 e depois a retirada de 5. Veja as figuras a seguir.

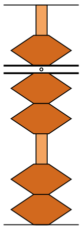


Figura 6.17: 7 carregado

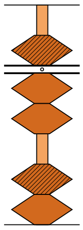


Figura 6.18: Disponibilidade de 5 para retirar e de 1 para adicionar

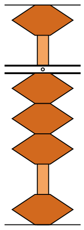


Figura 6.19: Resultado após subtrair 4

Na tabela 6.8 apresentamos as situações possíveis de subtração com o complementar de 5.

5 - 1	5 - 2	5 - 3	5 - 4
6 - 2	6 - 3	6 - 4	
7 - 3	7 - 4		
8 - 4			

Tabela 6.8: Subtrações com o complementar de 5

6.2.2 Exemplo 6 - 2

	6
-	2
=	4

Tabela 6.9: Subtração com complementar de 5

Desta vez, carregamos o 6 no ábaco e procuramos uma forma de subtrair 2, mas este valor não está disponível. Então, visto que o 5 está disponível, lembramo-nos do 3 e o adicionamos com o polegar simultaneamente ao movimento de elevar a conta superior com o indicador, desta forma, adicionamos 3 e subtraímos 5, cujo efeito é subtrairmos 2. Veja as figuras.

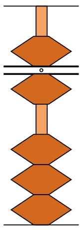


Figura 6.20: 6 carregado

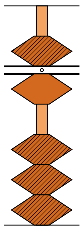


Figura 6.21: Disponibilidade de 5 para retirar e de 3 para adicionar

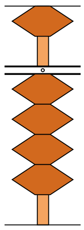


Figura 6.22: Resultado após subtrair 2

6.2.3 Exemplo 87 - 63

	87
-	63
=	24

Tabela 6.10: Subtração em duas casas e complementar de 5 nas unidades

Expandindo um pouco para duas casas, mas mantendo o nível de dificuldade até o complementar de 5, este exemplo mescla a subtração de disponíveis nas dezenas com o complementar de 5 na casa das unidades. Seguindo a ordem dos movimentos no soroban, após carregarmos o 87 com movimentos em pinça (figura 6.23), passamos a subtrair 6 na casa das dezenas. Como 6 está disponível, basta que, em dois movimentos com o indicador, baixemos 1 e subamos 5 (figura 6.24). Depois, na casa das unidades, passamos a procurar uma forma de subtrair 3. Como 3 não está disponível mas o 5 está, pensamos em seu complementar, que é 2, e o adicionamos com o polegar ao tempo em que subtraímos 5 com o indicador (figura 6.25).

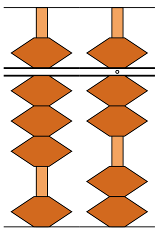


Figura 6.23: 87 carregado

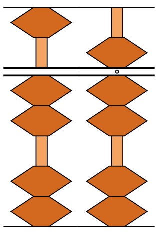


Figura 6.24: Subtraímos 6 das dezenas

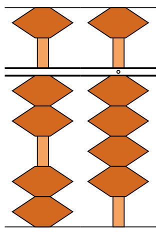


Figura 6.25: Subtraímos 3 das unidades

6.2.4 Exemplo 596 - 174

	596
-	174
=	422

Tabela 6.11: Subtração em três casas e complementar de 5 nas centenas e nas unidades

Como o complementar de 5 não intervém nas outras casas, pois é restrito à operação em uma única casa, ampliar o número de casas nos exercícios até este nível acrescenta apenas a necessidade de atenção em relação a qual casa está sendo processada. Neste exemplo, após carregarmos o número 596 no soroban (figura 6.26), passamos à casa das centenas para subtrair 1, que não está disponível, mas o 5 está. Logo, evocamos o 4 e o adicionamos com o polegar ao tempo em que elevamos o 5 com o indicador (figura 6.27). Passamos à casa das dezenas, cujo valor é 9. Como o 7 está disponível, baixamos 2 com o indicador e elevamos o 5 também com o indicador (figura 6.28). Na casa das unidades, percebemos que o 4 não está disponível, mas, novamente, o 5 está, logo, adicionamos 1 com o polegar e, se possível simultaneamente, subimos o 5 com o indicador, completando a operação (figura 6.29).

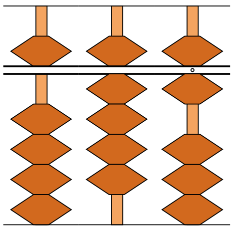


Figura 6.26: 596 carregado

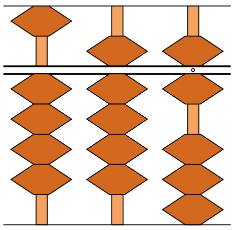


Figura 6.27: Subtraímos 1 nas centenas

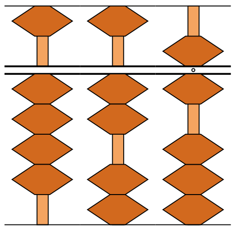


Figura 6.28: Subtraímos 7 nas dezenas

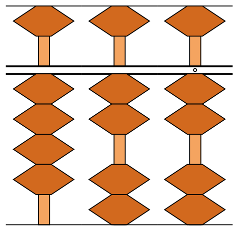


Figura 6.29: Subtraímos 4 nas unidades

6.3 Subtração com complementar de 10

O uso do complementar de 10 é um recurso para viabilizar a subtração quando o que precisamos subtrair em uma casa é maior que o valor que lá está carregado. O que se faz é majorar a subtração, subtraindo 1 da casa à esquerda, que equivale a subtrair 10 na casa atual. Majorando esta subtração, devemos compensar o valor subtraído a mais, adicionando-o, ou seja, adicionamos o complementar de 10. Vamos aos exemplos.

6.3.1 Exemplo 21 - 8

$$\begin{array}{cr} & 21 \\ - & 8 \\ \hline = & 13 \end{array}$$

Tabela 6.12: Subtração com complementar de 10

Carregamos o 21 e nos voltamos à casa das unidades para subtrair 8. Entretanto a casa das unidades não dispõe de 8 para subtrair, assim, subtraímos 1 das dezenas com o indicador e acrescentamos à casa das unidades o complementar de 8 em relação a 10, que é 2. Este último movimento é feito com o polegar. Acompanhe pelas figuras.

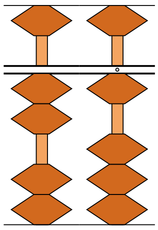


Figura 6.30: 21 carregado

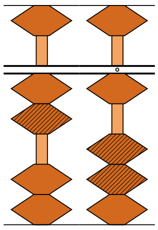


Figura 6.31: Destacamos as contas que serão movimentadas

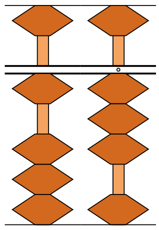


Figura 6.32: Resultado após subtrair 8

A tabela 6.13 apresenta as situações em que teremos de recorrer ao complementar de 10 sem o complementar de 5 encapsulado. Note que, como se trata de subtrair um algarismo maior de um menor, haveremos de recorrer à casa da esquerda.

0 - 1	0 - 2	0 - 3	0 - 4	0 - 5	0 - 6	0 - 7	0 - 8	0 - 9
1 - 2	1 - 3	1 - 4	1 - 5	1 - 7	1 - 8	1 - 9		
2 - 3	2 - 4	2 - 5	2 - 8	2 - 9				
3 - 4	3 - 5	3 - 9						
4 - 5								
5 - 6	5 - 7	5 - 8	5 - 9					
6 - 7	6 - 8	6 - 9						
7 - 8	7 - 9							
8 - 9								

Tabela 6.13: Subtrações com complementar de 10 sem o complementar de 5 encapsulado

Kojima (1954, p.25) adverte que, nestes casos, existe uma ordem mais adequada aos movimentos, que deve ser obedecida. Nas subtrações com o complementar de 10, ao notar que o valor a subtrair não está disponível na casa, deve-se primeiramente subtrair 1 da casa à esquerda e, só então, acrescentar o complementar do valor a ser subtraído à casa atual. Portanto deve-se evitar a ordem inversa, que seria primeiro adicionar o complementar à casa atual para depois subtrair 1 da casa à esquerda.

6.3.2 Exemplo 16 - 7

$$\begin{array}{cr} & 16 \\ - & 9 \\ \hline = & 7 \end{array}$$

Tabela 6.14: Subtração com complementar de 10

Após carregar o 16, vemos que não temos como subtrair 9 da casas das unidades, logo, subtraímos 1 da casa das dezenas com o polegar e adicionamos o complementar de 9 para 10, que é 1, à casa das unidades, fazendo surgir o resultado. Acompanhe pelas figuras.

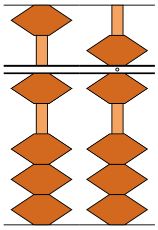


Figura 6.33: 16 carregado

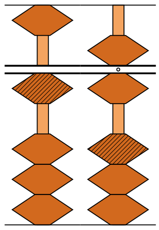


Figura 6.34: Destacamos as contas que serão movimentadas

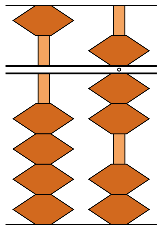


Figura 6.35: Resultado após subtrair 9

6.3.3 Exemplo 12 - 4

$$\begin{array}{cr} & 12 \\ - & 4 \\ \hline = & 6 \end{array}$$

Tabela 6.15: Subtração com complementar de 10

O diferencial deste exemplo em relação aos anteriores é que o complementar de 4, que é 6, é maior que 5 e sua adição envolve o movimento em pinça. Assim, colocado o 12, vemos que não temos 4 disponível nas unidades, o que nos leva a pensar em 6, que é o complementar de 4. Subtraímos 1 da casa das dezenas com o indicador e, em movimento de pinça, adicionamos o 6 às unidades. Acompanhe pelas figuras.

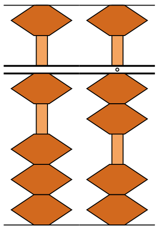


Figura 6.36: 12 carregado

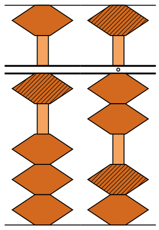


Figura 6.37: Destacamos as contas que serão movimentadas

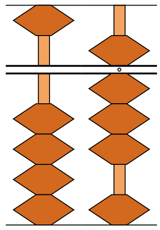


Figura 6.38: Resultado após subtrair 4

6.3.4 Exemplo 14 - 5

	14
-	5
=	9

Tabela 6.16: Subtração com complementar de 10

Este exemplo é para nos lembrar que o complementar de 5 é o próprio 5 e que nas operações em que não é possível subtrair 5, ele é adicionado após subtrair 1 da casa à esquerda. Então, a partir do 14 posto, subtraímos 1 das dezenas com o indicador e adicionamos 5 nas unidades com o indicador também. Acompanhe pelas figuras.

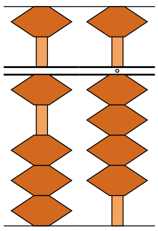


Figura 6.39: 14 carregado

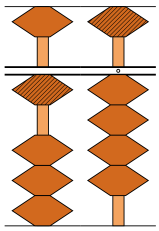


Figura 6.40: Destacamos as contas que serão movimentadas

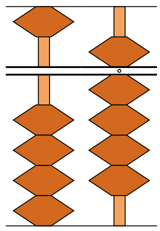


Figura 6.41: Resultado após subtrair 5

6.3.5 Exemplo 73 - 34

	73
-	34
=	39

Tabela 6.17: Subtração em duas casas

Temos uma operação com duas casas, logo, carregamos primeiramente o 73 (figura 6.42) e iniciamos pela casa das dezenas. Como o 3 não está disponível mas o 5 está, usamos o complementar de 5, ou seja, com o polegar, adicionamos 2 e, com o indicador, retiramos 5 (figura 6.43). Em seguida, nas unidades, não temos como subtrair o 4. E agora? qual complementar deveremos usar? o de 5 ou o de 10? Como não temos 5 disponível para majorar a subtração, o recurso que nos resta a ser usado é o complementar de 10. Trazemos à memória o 6, subtraímos 1 das dezenas e adicionamos 6 em movimento de pinça, concluindo a operação (figura 6.44).

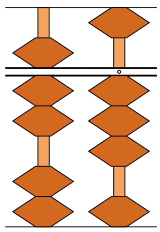


Figura 6.42: 73 carregado

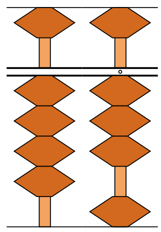


Figura 6.43: Subtraímos 3 nas dezenas

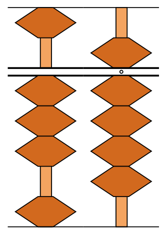


Figura 6.44: Subtraímos 4 nas unidades

6.3.6 Exemplo 500 - 118

	500
-	118
=	382

Tabela 6.18: Subtração em três casas

Este exemplo começa com o uso do complementar de 5 na casa das centenas. devemos tirar 1, portanto adicionamos 4 com o polegar e tiramos 5 com o indicador. Na casa das dezenas, não temos como tirar 1, logo tiramos 1 da casa das centenas e adicionamos 9 em movimento de pinça. Por último, nas unidades, por não termos como subtrair diretamente 8, tiramos 1 das dezenas com o indicador e adicionamos 2 com o polegar, concluindo a operação. Veja as figuras.

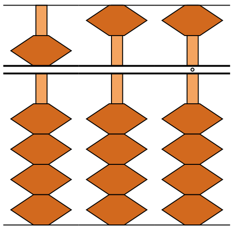


Figura 6.45: 500 carregado

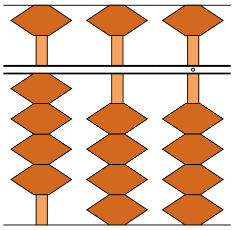


Figura 6.46: Subtraímos 1 nas centenas com o complementar de 5

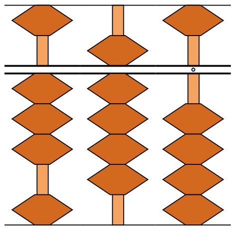


Figura 6.47: Subtraímos 1 nas dezenas com o complementar de 10

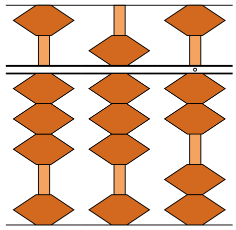


Figura 6.48: Subtraímos 8 das unidades com o complementar de 10

6.4 Subtração com complementar de 10 encapsulando o complementar de 5

O complementar de 10 é um recurso para conseguirmos realizar a subtração no soroban, quando o valor a retirar de uma casa é maior que o que nela se encontra. A operação consiste de fazer uma subtração a maior, ou seja, subtraímos 10 na casa da esquerda e compensamos esta majoração adicionando o que foi retirado a mais, no caso, o complementar de 10, na casa atual. Entretanto, este complementar de 10, por sua vez, pode não estar disponível diretamente para adição, ou seja, pode ser necessário utilizar o complementar de 5 para adicioná-lo. Os próximos exemplos ilustrarão esta situação.

6.4.1 Exemplo 11 - 6

	11
-	6
=	5

Tabela 6.19: Subtração com complementar de 10 encapsulando o complementar de 5

Após carregar o 11, vamos subtrair 6 das unidades, mas 6 não está disponível. Assim, o recurso é usar o complementar de 10, primeiramente subtraindo 1 das dezenas com o indicador e adicionando 4 às unidades, mas o 4 não está disponível, logo temos de nos valer do complementar de 5 para completar o processo e, em um só movimento de descida com o indicador, adicionarmos 5 e subtrairmos 1, concluindo a operação. Acompanhe pelas figuras.

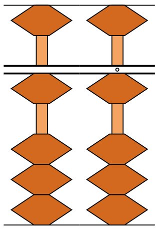


Figura 6.49: 11 carregado

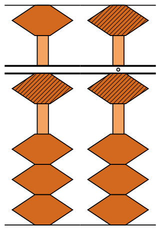


Figura 6.50: Destacamos as contas que serão movimentadas

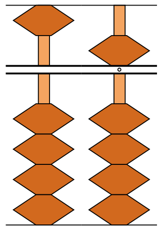


Figura 6.51: Subtrair 6: -6 = -10 + 5 - 1

A tabela 6.20 nos mostra as situações em que teremos de recorrer ao complementar de 10 encapsulando o complementar de 5.

1 - 6			
2 - 6	2 - 7		
3 - 6	3 - 7	3 - 8	
4 - 6	4 - 7	4 - 8	4 - 9

Tabela 6.20: Subtrações com complementar de 10 encapsulando o complementar de 5

6.4.2 Exemplo 13 - 7

	13
-	7
=	6

Tabela 6.21: Subtração com complementar de 10 encapsulando o de 5

Com o 13 carregado, voltamo-nos à casa das unidades para subtrair 7, mas a casa não dispões deste valor, logo, optamos por utilizar o complementar de 10, subtraindo 1 das dezenas com o indicador e, em seguida, adicionando 3 às unidades, mas também o 3 não está disponível para adição. Então nos valemos do complementar de 5 e, com um único movimento de descida do indicador, adicionamos 5 e subtraímos 2, que é o complementar de 3 para 5. Veja as figuras a seguir.

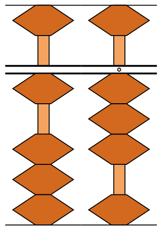


Figura 6.52: 13 carregado

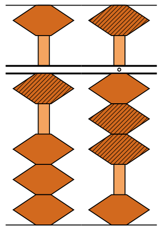


Figura 6.53: Destacamos as contas que serão movimentadas

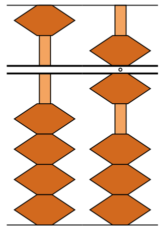


Figura 6.54: Subtrair 7: -7 = -10 + 5 - 2

6.4.3 Exemplo 532 - 187

$$\begin{array}{rr} & 532 \\ - & 187 \\ \hline = & 345 \end{array}$$

Tabela 6.22: Subtração em 3 casas com complementar de 10 encapsulando o de 5 nas dezenas e nas unidades

Ampliamos agora a situação para três casas no intuito de reforçar como, no soroban, as operações de adição e subtração estão intricadas em virtude do uso do recurso dos complementares. Isto vai exigindo bastante atenção e concentração do aluno, na medida em que procura realizar todos os movimentos com precisão e lógica. Começamos com o número 532 carregado (figura 6.55) e partimos à casa das centenas para subtrair 1, que, por não estar disponível, mas o 5 sim, vai nos exigir o recurso do complementar de 5. Com o indicador para a conta superior e o polegar para as 4 contas inferiores, fazemos, simultaneamente, o seguinte movimento: elevamos a conta superior e elevamos as 4 contas inferiores, pois tirar 1 equivale a tirar 5 e colocar 4 (figura 6.56). Passamos, então, à casa das dezenas para subtrair 8, mas 8 não está disponível, logo lembramo-nos do seu complementar, que é 2, e subtraímos 1 das centenas e voltamos às dezenas para adicionar 2, que, por sua vez, também não está disponível para adição. Então nos lembramos do seu complementar para 5, que é 3, e, em um único movimento com o indicador, acrescentamos 5 e subtraímos 3, cujo efeito é adicionar 2 (figura 6.57). Agora é a vez das unidades. Temos de subtrair 7, mas 7 não está disponível. Então vamos subtrair 1 das dezenas, mas, por sua vez, nas dezenas 1 não está disponível. Então, nas dezenas, subtraímos 5 com o indicador e acrescentamos 4 com o polegar o que equivale a subtrair 1. Enfim, retornamos mais uma vez às unidades para adicionarmos 3 que, também, não está disponível. Então, recorremos ao complementar de 5, ou seja, adicionamos 5 e subtraímos 2 com um único movimento do indicador para baixo (figura 6.58). Note o quão intrincada ficou a operação deste exemplo. Atividades com este nível de dificuldade só devem ser propostas aos alunos quando estes já estiverem bastante familiarizados com a mecânica dos movimentos com complementares. Este exemplo serve também para destacar a importância de uma sequência de atividades adequada, para que o aluno vá ganhando confiança gradualmente. Colocar atividades aleatoriamente e sem controle do nível de dificuldade vai expor o aluno a situações além do seu estágio de desenvolvimento, o que pode frustrá-lo.

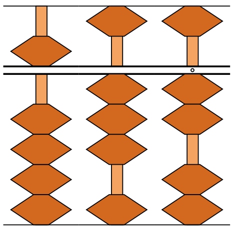


Figura 6.55: 532 carregado

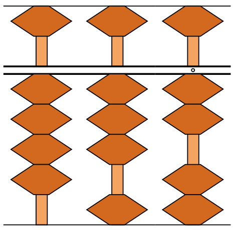


Figura 6.56: Subtraímos 1 nas centenas com o complementar de 5

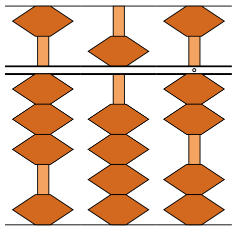


Figura 6.57: Subtraímos 8 das dezenas com o complementar de 10 com o de 5 encapsulado

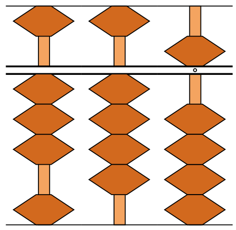


Figura 6.58: Subtraímos 7 das unidades com o complementar de 10 com o de 5 encapsulado

6.4.4 Exemplo 5.003 - 6

	5003
-	6
=	4997

Tabela 6.23: Subtração em uma casa impactando nas casas à esquerda

O uso do complementar de 10 afeta a casa imediatamente à esquerda. Entretanto, pode este efeito ultrapassar esta casa e atingir mais casas à esquerda? E se a casa à esquerda não dispuser de 1 para subtrair? Note que, na subtração, sempre que usamos o recurso do complementar de 10, subtraímos 1 da casa da esquerda, logo, se esta casa à esquerda não dispõe de 1, a única possibilidade é que seu valor seja zero. Assim, estamos tentando subtrair 1, mas este valor não está disponível, logo, esta é uma situação para o uso do complementar de 10. O que temos de fazer, então, é subtrair 1 da próxima casa à esquerda, desta vez para adicionar 9, que é o complementar de 1. Se esta próxima casa contiver zero novamente, vamos à próxima, até que possamos subtrair 1. Ao encontrarmos a casa que dispõe de 1 para subtrair, o fazemos e retornamos adicionando 9 até chegarmos à casa atual. Note que não vamos acrescentando 9 da direita para a esquerda, mas da esquerda para a direita até retornarmos à casa atual.

No caso deste exemplo, carregamos 5.003 e procuramos subtrair 6 das unidades, o que não é possível (figura 6.59). Pensamos então no seu complementar, que é 4, a ser adicionado e buscamos a casa das dezenas para subtrair 1, mas esta não dispõe de 1. Devemos então usar o complementar de 10 nas dezenas, procurando subtrair 1 das centenas e adicionar 9 nas dezenas, mas as centenas também não dispõem de 1. Então vamos à casa dos milhares para subtrair 1 e adicionar 9 à casa das centenas, o que, enfim, é possível. Utilizamos então o complementar de 5 na casa de milhares para subtrair 1, movimentando para cima a conta superior com o indicador e, também para cima, as 4 contas inferiores com o polegar, o que produz o efeito de subtração de 1 na casa dos milhares. Retornamos à casa das unidades passando, antes, pelas casas das centenas e dezenas em movimento de pinça acrescentando 9 em cada uma (figuras 6.60 e 6.61). Chegamos de volta às unidades para completar todo o processo adicionando o complementar de 6, que é 4. Mas, como 4 não está disponível, acrescentamos 5 e subtraímos 1 em um único movimento de descida com o indicador (figura 6.62).

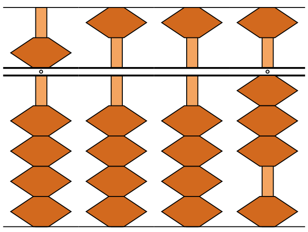


Figura 6.59: 5.003 carregado

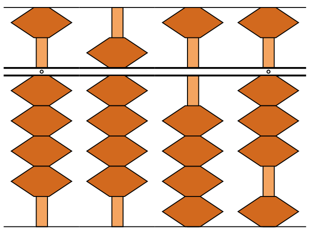


Figura 6.60: Subtraímos 1 dos milhares e adicionamos 9 às centenas

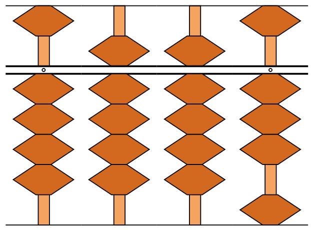


Figura 6.61: Continuando o movimento, adicionamos 9 às dezenas

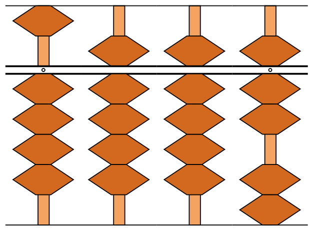


Figura 6.62: Concluindo o processo, adicionando 4 às unidades

Este exemplo serve ainda para justificar o motivo de, nas subtrações com complementar de 10, primeiramente fazer a subtração na casa à esquerda e depois fazer a adição do complementar na casa atual. É que, desta forma, todo o processo pode ser realizado em um único sentido, no caso, da esquerda para a direita, portanto, sem idas e vindas desnecessárias que provocam perda de tempo. Note que os movimentos foram realizados da esquerda para a direita.

Aproveito a experiência deste exemplo para apresentar a seguinte provocação:

Seja a seguinte operação de subtração

$$
\begin{array}{cr}
 & 8aa2 \\
- & b \\
\hline
= & 7ccd
\end{array}
$$

Se a, b, c e d representam algarismos, pergunta-se: Quanto vale a e c? O que podemos dizer a respeito de b? O que podemos dizer a respeito de d?

Note que ao subtrairmos $\mathtt{b}$ de $8\mathtt{aa}2$, a casa de milhares foi atingida, logo a única possibilidade para o valor de $\mathtt{a}$ é zero, visto que, se não fosse zero, a casa de milhares não se alteraria. Mas, neste caso, se $\mathtt{a} = 0$, então $\mathtt{c} = 9$. Além disto, se pudéssemos subtrair $\mathtt{b}$ de 2, a subtração não teria afetado as casas à esquerda, logo, podemos afirmar que $\mathtt{b} > 2$. Desta forma, se $\mathtt{b} > 2$ então tivemos de usar o recurso do complementar de 10, ou seja, acrescentamos a 2 o valor de $10 - \mathtt{b}$. Como b é maior que 2, $10 - \mathtt{b}$ vai variar de 1, para $\mathtt{b} = 9$, até 7, para $\mathtt{b} = 3$. E $\mathtt{d}$ vai variar de 3, para $\mathtt{b} = 9$ até 9 para $\mathtt{b} = 3$. Concluímos que os valores possíveis para d são 3, 4, 5, 6, 7 8 e 9, portanto, são todos os algarismos maiores que 2. Note que existe uma relação entre b e d, conforme a tabela 6.24.

b	d
3	9
4	8
5	7
6	6
7	5
8	4
9	3

Tabela 6.24: d em função de b

Assim como na adição, a subtração no soroban é realizada por meio de uma sequência de dicisões lógicas em dois níveis. Estas decisões, com relação a uma subtração qualquer, estão representadas na tabela 6.25.

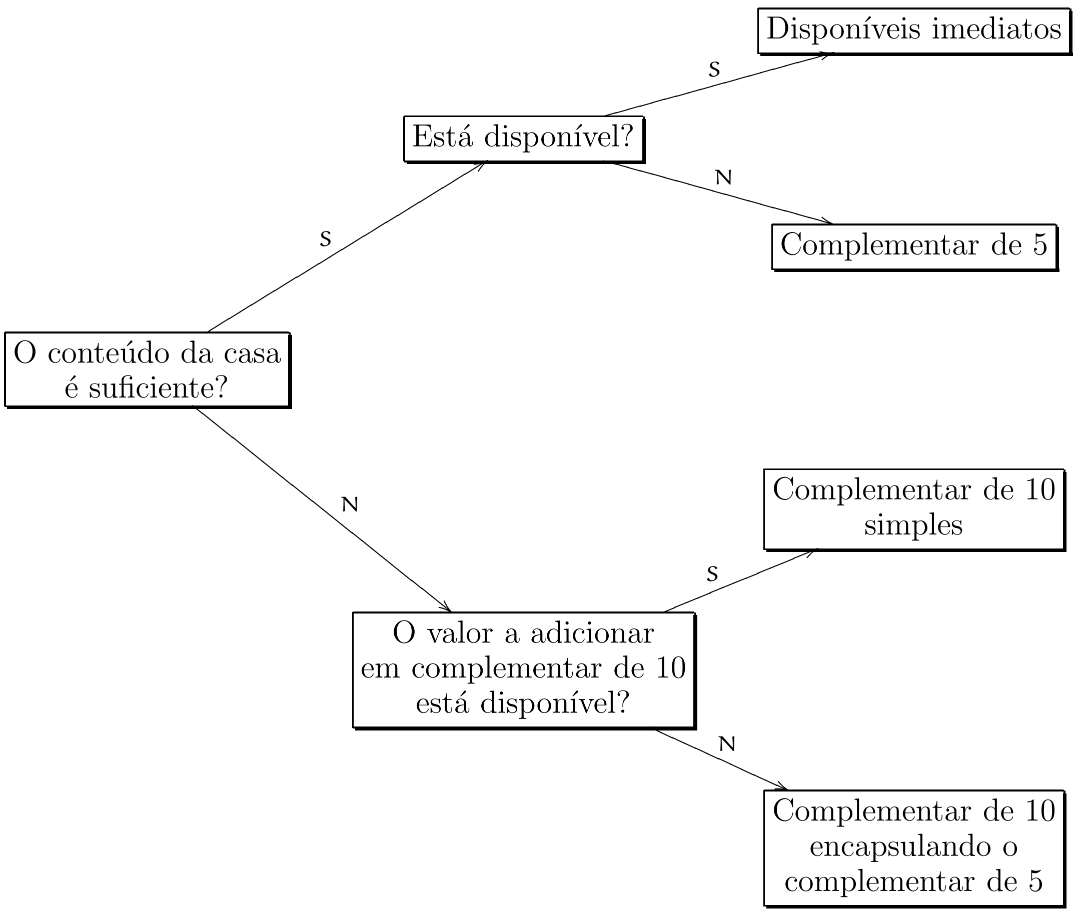


Tabela 6.25: Diagrama das decisões para subtrair no soroban

Capítulo 7

Multiplicação

Aprender a tabuada de multiplicar continua sendo essencial, inclusive para fazer multiplicações com o soroban. As atividades com somas de parcelas iguais servem para compreensão do conceito de multiplicar, além de exercitar as técnicas de adição, mas é muito importante que o aluno encontre o seu jeito de memorizar toda a tabuada. Sem este requisito, poderá até usar o ábaco para fazer multiplicações, mas usando o recurso de somas de parcelas iguais, o que não lhe garantirá agilidade, se compararmos aos resultados que podem ser obtidos com a aplicação das técnicas que serão apresentadas a seguir.

7.1 Uma estratégia para a tabuada de multiplicar

Apenas como ilustração, apresentarei aqui uma das estratégias de facilitação da assimilação da tabuada de multiplicar que eu procuro propor aos meus alunos adultos que apresentam esta deficiência. Ela consiste em diminuir ao máximo o número de operações a memorizar. Dentre os 10 algarismos, o zero sempre zera o produto e o 1 é elemento neutro, logo, eliminamos estes dois e reduzimos nosso universo para oito algarismos. Não consideramos a multiplicação por 10 porque multiplicar por 10 também é muito fácil. Então, temos uma matriz 8 x 8, logo temos 64 informações de multiplicação que o aluno deve saber. Entretanto, como a multiplicação é comutativa, podemos reduzir este número. Como temos 8 quadrados, subtraímos 64 - 8 = 56, dividimos 56 por 2 e temos 28 relações a memorizar mais os oito quadrados, o que nos leva a 36 operações a memorizar, que ainda é um número grande.

As relações mais importantes a memorizar são a tabuada de 2 e a de 3, pois podem ser utilizadas no cálculo das demais. Assim, temos oito multiplicações para memorizar na tabuada de 2 e mais sete na tabuada de 3, portanto 15. A tabuada de 4 sai pela de 2, pois multiplicar por 4 é duplicar duas vezes. A tabuada de 5 tem de ser memorizada também, mas como ela apresenta um padrão de comportamento mais simples, torna-se fácil de memorizar. Chegamos, então, ao grupo das contas de multiplicar mais difíceis, que vão do 6 até o 9. Entretanto, como já aprendemos até o 5, restam apenas 10 operações a memorizar (de 6 x 6 até 9 x 9). Ainda assim, as estratégias de decomposição da operação podem ajudar. Por exemplo, como 6 = 2 x 3, podemos calcular a tabuada de 6 duplicando o triplo do número. Assim, 6 x 7 é o dobro de 21, 6 x 8 é o dobro de 24 etc. (números fáceis de duplicar). A tabuada de 7 é uma das mais difíceis, por isso procuramos usar a estratégia do outro número. Mas não podemos fugir de decorar algumas operações, como é o caso de 7 x 7. Para que memorizem a operação 7 x 8 = 56, observo que se a escrevermos na forma 56 = 7 x 8, temos um sequencia crescente com os algarismos envolvidos (5678), o que pode criar um significado especial para esta operação, facilitando sua memorização. Multiplicar por 8 é dobrar três vezes, mas isto pode não ser muito prático. 8 x 8 tem de ser decorado, assim como todos os quadrados. Multiplicar por 9 é triplicar o triplo. Isto ajuda com 9 x 7, pois é o triplo de 21, o que é fácil de fazer mentalmente. Por fim chegamos a 8 x 9 que tem de ser memorizado assim como 9 x 9. É claro que o aluno pode encontrar outro jeito de aprender a tabuada, e existem outras estratégias; mas uma questão essencial é que estas estratégias devem ser práticas, ou seja, não devem nem consumir muito tempo e nem oferecer riscos de erro. Assim, considerando as 36 operações a memorizar, podemos nos concentrar apenas na tabuada de 2, 3 e 5, que são mais fáceis e somam 20 operações. Das 16 que restam, devem ser memorizados os quadrados (restam 5 quadrados) e algumas operações mais difíceis de calcular como 7 x 8 e 8 x 9. Portanto, além da tabuada de 2, de 3 e de 5, restam apenas 7 operações a memorizar, que são 4 x 4, 6 x 6, 7 x 7, 7 x 8, 8 x 8, 8 x 9 e 9 x 9. As demais operações que não citei podem ser calculadas conforme foi mostrado aqui. Chegamos, assim, a um saldo de 27 operações de multiplicação a memorizar, dentre as quais 20 operações referem-se às tabuadas de 2, 3 e 5, que são mais fáceis. A título de ilustração, apresentamos na tabela 7.1 a temida tabuada de multiplicar.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0									
1	0	1								
2	0	2	4							
3	0	3	6	9						
4	0	4	8	12	16					
5	0	5	10	15	20	25				
6	0	6	12	18	24	30	36			
7	0	7	14	21	28	35	42	49		
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Tabela 7.1: Tabuada de multiplicar

7.2 Multiplicação no soroban

A multiplicação no soroban ocorre a partir do domínio pelo aluno das tabelas de multiplicação. Se o aluno ainda não a memorizou razoavelmente, deve praticá-la o suficiente antes.

Com relação ao texto que desenvolveremos, utilizaremos a seguinte convenção quanto a uma multiplicação entre dois fatores.

Multiplicador	x	Multiplicando	=	Produto

Tabela 7.2: Vocabulário em uma multiplicação de dois fatores

Na operação de multiplicação com o uso do soroban, apresentaremos a metodologia mais atual, considerada a melhor e, por esta razão, o padrão ensinado nas escolas japonesas (KOJIMA, 1954, p.30). Por este método, colocamos o multiplicador (primeiro fator) ao centro do ábaco, apondo o multiplicando (segundo fator) à sua esquerda, separado por duas casas vazias. Kojima (1963, p.17) apresenta outras metodologias de multiplicação no soroban, entretanto, vamos nos ater ao método padrão apresentado por Kojima (1954, p.30-34), no qual o produto é carregado à direita do multiplicador.

No processo de multiplicação que apresentaremos, a colocação do multiplicando à esquerda do multiplicador, bem como a colocação do produto, que surge ao final do processo à direita do multiplicador, ignora o ponto como marcador das casas de unidade, pois a localização destes valores depende da posição do multiplicador. Este, por sua vez, deverá ser carregado de forma que a casa das unidades recaia sobre uma coluna identificada por um ponto. A vantagem de usar uma casa marcada com um ponto para casa das unidades do multiplicador, que é uma característica deste método, é poder utilizá-la como referência na identificação da posição da casa das unidades do produto. Iniciaremos praticando a seguinte regra (KOJIMA, 1954, p.44):

> *Quando o multiplicando é um número natural ou decimal com parte inteira não nula, a coluna das unidades do produto é obtida contando-se à direita da coluna das unidades do multiplicador o número de algarismos da parte inteira do multiplicando mais 1.*

Vejamos a aplicação desta regra nos exemplos a seguir.

7.2.1 Exemplo 7 x 8 = 56

	8
x	7
=	56

Tabela 7.3: Multiplicação de dois números de uma casa

Antes de prosseguirmos devemos responder à seguinte pergunta: Qual o número máximo de casas a serem ocupadas pela multiplicação entre dois algarismos? Não é difícil perceber que o resultado máximo deste tipo de operação é 9 x 9 = 81, portanto, podemos necessitar de duas casas. Mas nem sempre a multiplicação entre dois algarismos vai ocupar duas casas, por exemplo, o resultado da operação 2 x 3 = 6 só necessita de uma casa. No soroban, o que fazermos é reservar duas casas para cada multiplicação entre dois algarismos.

A multiplicação no soroban inicia-se por se carregar o multiplicador ao centro do soroban, fazendo corresponder à casa das unidades uma coluna do ábaco identificada por um ponto. Alguns modelos de soroban destacam a coluna central com duas varetas ao fundo, exatamente para isto. Mas nada impede que utilizemos outra casa com um ponto. Depois de carregarmos o multiplicador no soroban, contamos duas casas vazias à esquerda, que têm a finalidade de separação, e carregamos o multiplicando. A partir deste momento, estamos prontos para iniciar o processo.

No caso deste exemplo, carregamos o multiplicador 7 em uma coluna marcada com um ponto, saltamos duas colunas vazias à esquerda e carregamos o multiplicando, conforme apresentamos na figura 7.1. Note que ocorre uma inversão de posições, ou seja, no soroban colocamos o multiplicador à direita do multiplicando, e o resultado da operação será colocado à direita do multiplicador. Agora, mentalmente, fazermos a multiplicação 7 x 8 e colocamos o resultado 56 à direita do multiplicador, considerando duas casas reservadas, conforme apresentamos na figura 7.2. Como não há mais algarismos do multiplicando a operar, zeramos a casa do multiplicador, e deixamos à vista o resultado. Aplicando a regra para determinação da casa das unidades do produto, ela corresponderá à casa das unidades do multiplicador mais duas para a direita (figura 7.3). Como a casa das unidades do multiplicador foi inicialmente marcada com um ponto, e podemos a qualquer tempo contar quantos são os algarismos da parte inteira do multiplicando, fica fácil identificar a coluna das unidades do produto.

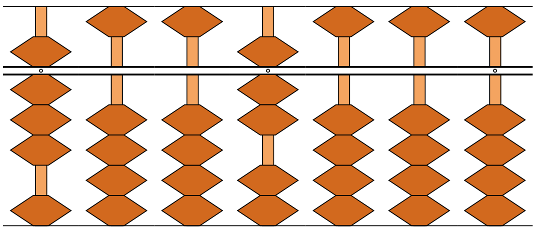


Figura 7.1: Multiplicador à direita e multiplicando à esquerda separados por duas colunas vazias

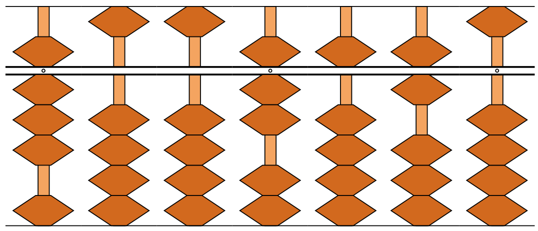


Figura 7.2: Carregamos o produto à direita do multiplicador considerando duas casas

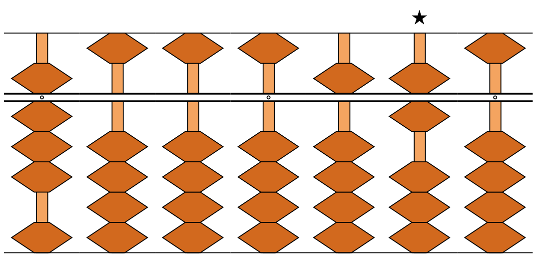


Figura 7.3: Zeramos o multiplicador quando não há mais algarismos do multiplicando para operar. Casa das unidades do produto identificada.

7.2.2 Exemplo 2 x 3 = 6

	3
x	2
=	6

Tabela 7.4: Multiplicação de dois números de uma casa

Este exemplo é apenas para ilustrar como proceder quando o produto de dois números de um só algarismo ocupa apenas uma casa, no caso, a casa das unidades. Como devemos reservar duas casas para cada operação entre dois algarismos, o resultado, neste caso, também deve ocupar duas casas. De outra forma, a regra de Kojima não se aplicaria. Acompanhe pelas figuras a seguir.

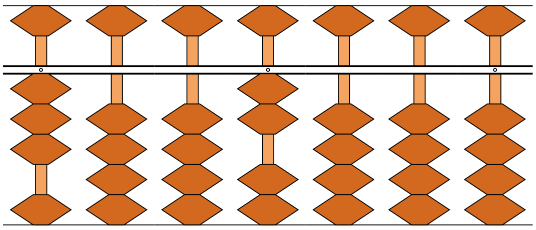


Figura 7.4: Multiplicador à direita e multiplicando à esquerda separados por duas colunas vazias.

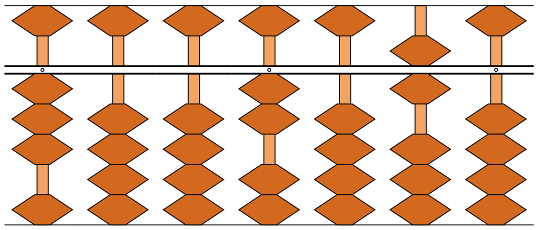


Figura 7.5: Carregamos o produto à direita do multiplicador, considerando duas casas.

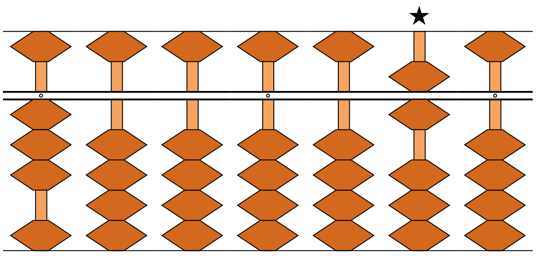


Figura 7.6: Zeramos o multiplicador quando não há mais algarismos do multiplicando para operar. Casa das unidades do produto identificada.

7.2.3 Exemplo 6 x 83 = 498

	83
x	6
=	498

Tabela 7.5: Multiplicador 6 e Multiplicando 83

Iniciamos o processo colocando o multiplicador 6 em uma casa identificada com um ponto e o multiplicando 83 à sua esquerda separado por duas colunas vazias (figura 7.7). Quando estamos realizando uma multiplicação de números naturais, estamos multiplicando os algarismos e alocando o resultado na posição correta a que se referem, ou seja, na correspondente coluna das unidades, dezenas, centenas etc. do produto. Portanto, a localização do resultado de cada multiplicação entre algarismos deve respeitar certa ordem. No caso, devemos considerar que o resultado da primeira operação entre algarismos, que sempre ocorre entre o primeiro algarismo do multiplicando e o último do multiplicador, ocupará as duas primeiras casas à direita do algarismo do multiplicador que está sendo trabalhado. Assim, se houver, por exemplo, a operação 1 x 1, devemos considerar 01 na aposição do resultado, ou seja, o 1 é adicionado à segunda casa. Um erro seria somar o 1 à primeira casa, o que corresponderia ao resultado 10, que obviamente é diferente de 1. Este procedimento obedece a um padrão que pode ser observado melhor por meio dos exemplos que estão sendo apresentados.

Voltemos ao nosso exemplo. Começamos multiplicando 8 x 6 e colocando o resultado nas duas casas à direita do 6 (figura 7.8). Em seguida, tomamos o resultado de 3 x 6 e o adicionamos às duas casas seguintes (2ª e 3ª casas à direita do 6, conforme mostra a figura 7.9). Note que ao carregarmos o resultado de 8 x 6 estamos preenchendo as casas de centena e dezena do resultado, e que, ao adicionarmos 3 x 6, estamos adicionando valores às casas das dezenas e das unidades do resultado. Neste ponto, não há mais operações a realizar com o algarismo 6 do multiplicador, então zeramos a sua casa e encerramos a operação. Como o multiplicando é um número natural de duas casas, a casa das unidades do produto é encontrada a partir da casa das unidades do multiplicador contando-se três casas (2 + 1) à direita. É este processo que vai, por exemplo, permitir que possamos diferenciar o resultado 250 de 25, ou, ainda, 573 de 57,3 (Figura 7.10).

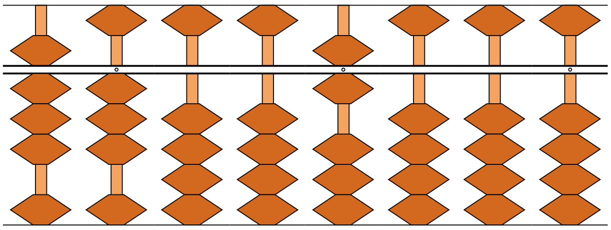


Figura 7.7: Multiplicador carregado ao centro e multiplicando à esquerda com duas colunas zeradas separando-os.

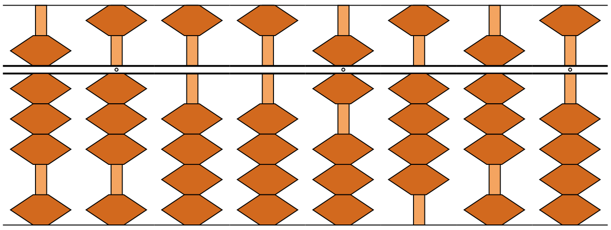


Figura 7.8: Carregamos o resultado da primeira operação: 8 x 6, à direita do 6 em duas casas.

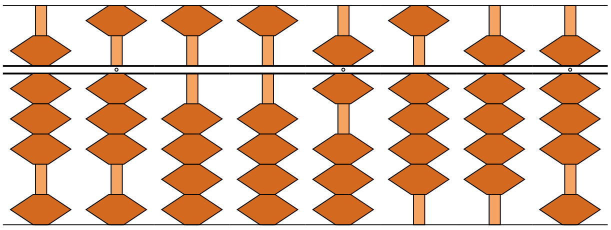


Figura 7.9: Adicionamos às duas casas seguintes o resultado de 3 x 6

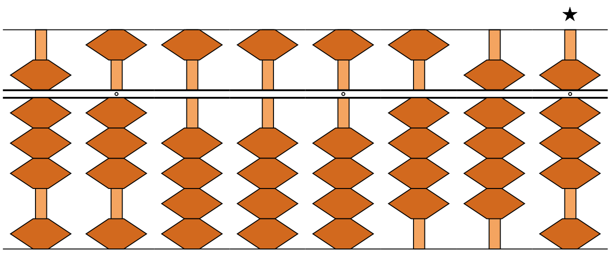


Figura 7.10: Zeramos a casa do multiplicador. Note o resultado nas três casas à direita da casa das unidades do multiplicador

7.2.4 Exemplo 7 x 4.982 = 34.874

	4.982
x	7
=	34.874

Tabela 7.6: Multiplicador 7 e multiplicando 4.982

Este exemplo é uma extensão simples do anterior, visto que o multiplicador é um número de um algarismo e o multiplicando, um número com dois algarismos a mais.

Então, lançamos o multiplicador ao centro do soroban em uma casa marcada com um ponto e o multiplicando à sua esquerda separado por duas casas vazias, conforme a figura 7.11. Iniciamos com a multiplicação 4 x 7, cujo resultado deve ocupar as duas casas à direita do multiplicador, conforme mostrado na figura 7.12. Passamos à multiplicação 9 x 7, cujo resultado será somado às casas 2ª e 3ª à direita do multiplicador, conforme mostramos na figura 7.13. Seguimos para 8 x 7, cujo resultado será somado às casas 3ª e 4ª conforme mostrado na figura 7.14 e, por fim, chegamos à multiplicação de 2 x 7, cujo resultado será adicionado às casas 4ª e 5ª. Concluídas as operações com o multiplicador, zeramos sua casa. O resultado fica então disponível no soroban, lembrando que, para localizarmos a casa das unidades do produto, consideramos a 5ª casa à direita da casa das unidades do multiplicador. Veja o resultado final na figura 7.15.

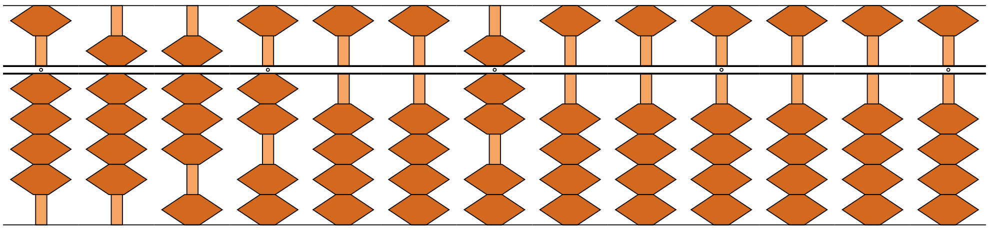


Figura 7.11: Multiplicador e multiplicando carregados.

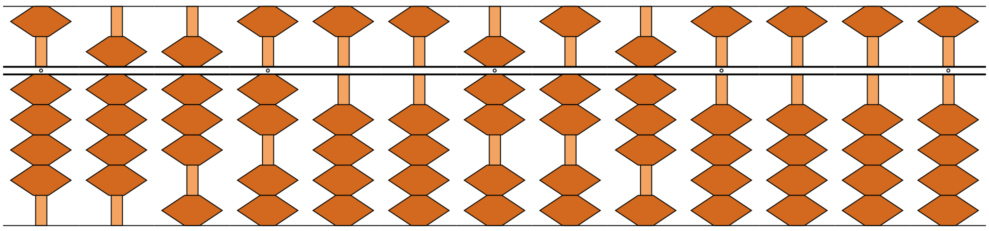


Figura 7.12: Carregamos o resultado de 4 x 7 nas duas primeiras casas à direita de 7.

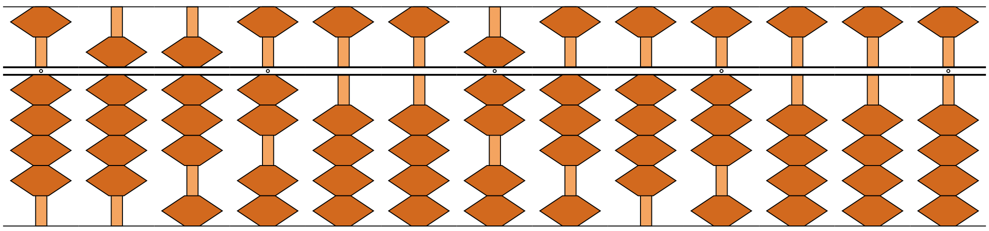


Figura 7.13: Adicionamos à 2ª e 3ª casas o resultado de 9 x 7.

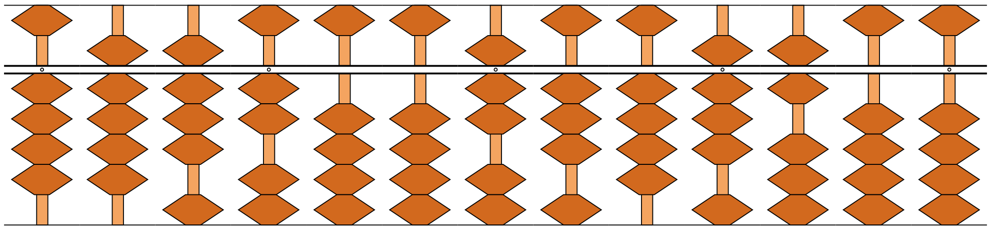


Figura 7.14: Adicionamos à 3ª e 4ª casas o resultado de 8 x 7.

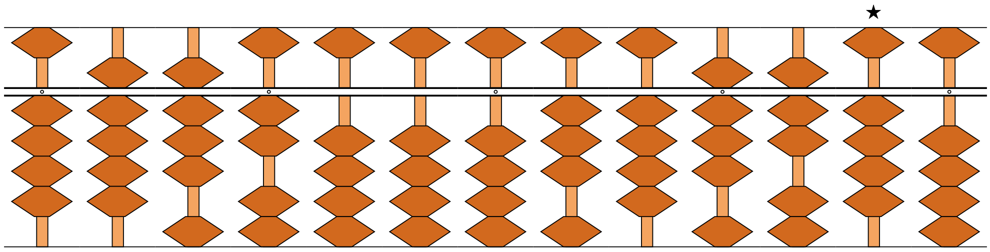


Figura 7.15: Adicionamos à 4ª e 5ª casas o resultado de 2 x 7, e zeramos a casa do multiplicador.

Neste exemplo é possível observar o quanto as habilidades de adição são importantes para a execução da multiplicação no soroban, visto que todas elas são automaticamente requeridas.

7.2.5 Exemplo 58 x 96

	96
x	58
=	5.568

Tabela 7.7: Multiplicador 58 e multiplicando 96

A novidade deste exemplo é a presença de dois algarismos no multiplicador. Neste caso, o que deve-se fazer é proceder com cada algarismo do multiplicador da mesma forma dos exemplos anteriores, a começar pelo algarismo mais à direita. Temos, portanto, de carregar o multiplicador 58 colocando o 8 em uma casa identificada com um ponto. Depois, à esquerda e separado por duas colunas vazias, carregamos o multiplicando 96, conforme a figura 7.16. Para começar, tomamos o primeiro algarismo do multiplicando e o último do multiplicador, ou seja, fazermos 9 x 8 e carregamos o resultado nas duas casas à direita do 8, conforme mostra a figura 7.17. Então, fazemos 6 x 8 e adicionamos o resultado às casas 2ª e 3ª (figura 7.18). Como não há mais algarismos do multiplicando para operar com o 8, zeramos a casa do 8, abrindo espaço para trabalharmos com o algarismo 5 do multiplicador (figura 7.19). Agora, repetimos o processo com o algarismo 5. Iniciamos adicionando o resultado de 9 x 5 às duas casas à sua direita, conforme mostra a figura 7.20. Depois passamos à operação 6 x 5, cujo resultado deve ser adicionado às casas 2ª e 3ª à direita do 5. Como não há mais algarismos do multiplicando a operar com o 5, zeramos a sua casa e o resultado apresenta-se conforme a figura 7.21. Note que a casa das unidades do multiplicador é deslocada, para identificar a casa das unidades do produto, em três casas à direita, pois o multiplicando tem dois algarismos.

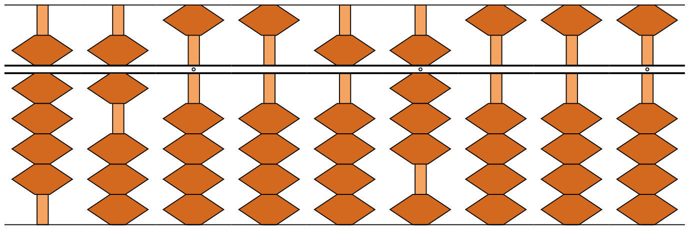


Figura 7.16: Multiplicador e multiplicando carregados.

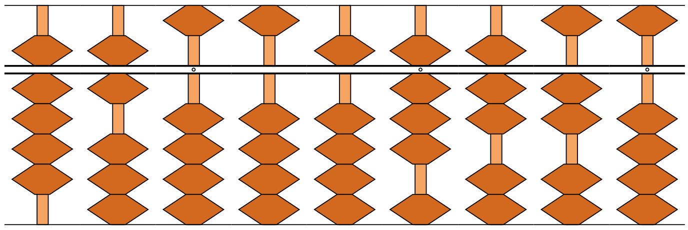


Figura 7.17: Carregamos à direita do 8 o resultado de 9 x 8.

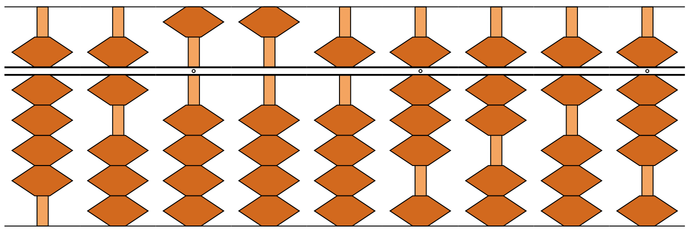


Figura 7.18: Adicionamos às casas 2ª e 3ª à direita do 8 o resultado de 6 x 8.

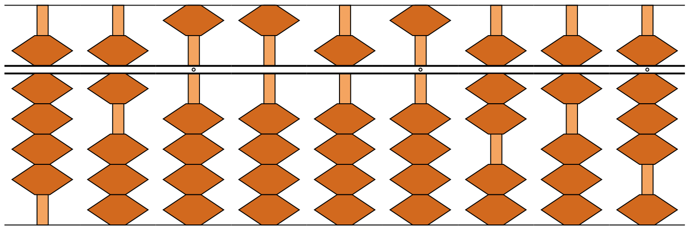


Figura 7.19: Como esgotamos as operações com o multiplicador 8, zeramos esta casa, abrindo espaço para operarmos com o algarismo seguinte, o 5

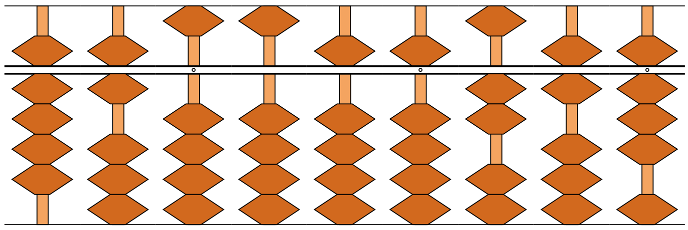


Figura 7.20: Adicionamos à 1ª e 2ª casas à direita do 5 o resultado de 9 x 5.

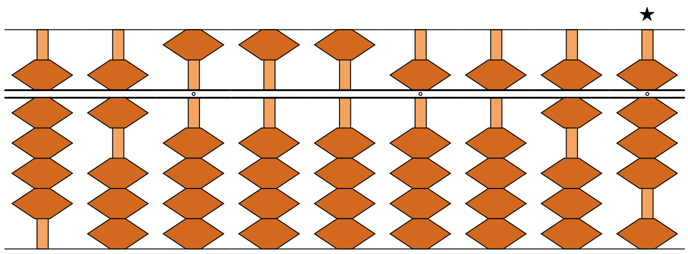


Figura 7.21: Adicionamos às casas 2ª e 3ª à direita do 5 o resultado de 6 x 5. Zeramos a casa do multiplicador 5 e concluímos a operação.

7.2.6 Exemplo 39 x 75,8

	75,8
x	39
=	2.956,2

Tabela 7.8: Multiplicador 39 e multiplicando 75,8

O multiplicando neste exemplo apresenta uma casa decimal, mas isto pouco interfere no processo. A única diferença é que deslocaremos a casa das unidades do multiplicador em três casas para a direita (2 + 1), para encontrarmos a casa das unidades do produto. Então, começamos carregando o multiplicador 39 adequadamente, colocando o 9 em uma casa marcada com um ponto. Seguimos carregando o multiplicando à esquerda, separado por duas casas vazias. O resultado é conforme a figura 7.22. A partir deste ponto, apenas executamos uma rotina análoga ao exemplo anterior. Iniciamos com a operação 7 x 9, cujo resultado é carregado na 1ª e 2ª casas à direita do 9, conforme mostra a figura 7.23. Depois adicionamos à 2ª e 3ª casas o resultado de 5 x 9 (figura 7.24) e em seguida adicionamos o resultado de 8 x 9 à 3ª e 4ª casas, o que encerra as operações com o algarismo 9 do multiplicador. Portanto zeramos a casa do multiplicador que contém o 9 para retomar o processo, agora, para o algarismo 3 (figura 7.25). Recomeçando o processo em relação ao 3, adicionamos o resultado de 7 x 3 à 1ª e 2ª casas à sua direita, conforme mostra a figura 7.26. Passamos para o resultado de 5 x 3, que deve ser adicionado às casas 2ª e 3ª (figura 7.27) e, por fim, tomamos o resultado de 8 x 3 e o adicionamos às casas 3ª e 4ª. Zeramos a casa do multiplicador que contém o 3 e, para acharmos a casa das unidades do produto, consideramos a terceira casa à direita da casa das unidades do multiplicador. O resultado é conforme a figura 7.28

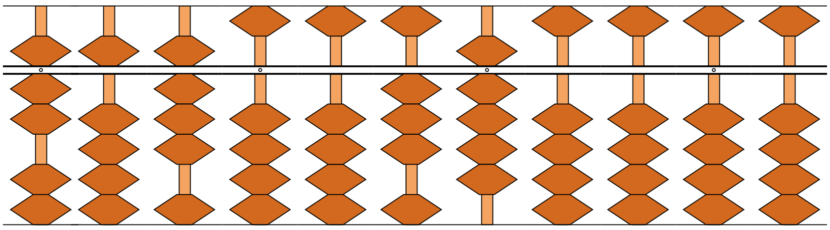


Figura 7.22: Multiplicador e Multiplicando carregados.

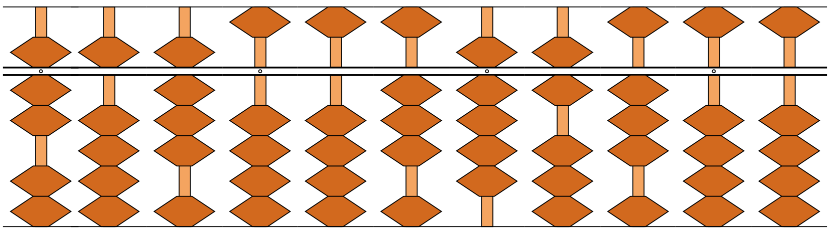


Figura 7.23: Carregamos à direita do 9 o resultado de 7 x 9

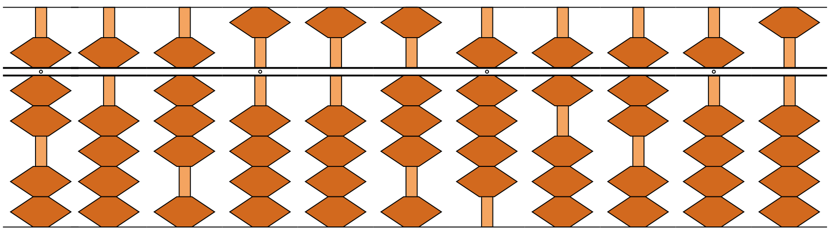


Figura 7.24: Adicionamos na 2ª e 3ª casas à direita do 9 o resultado de 5 x 9

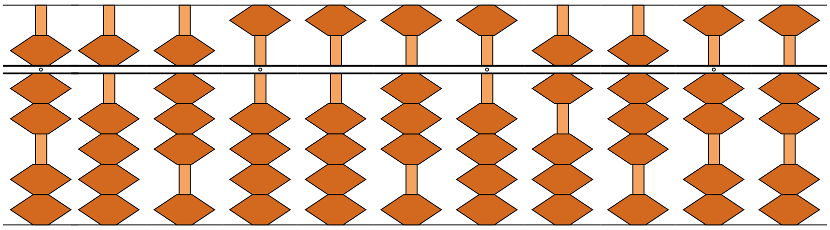


Figura 7.25: Adicionamos na 3ª e 4ª casas à direita do 9 o resultado de 8 x 9. Zeramos a casa das unidades do multiplicador

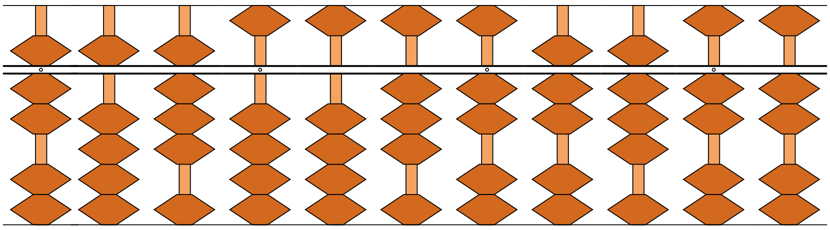


Figura 7.26: Adicionamos à direita do 3 o resultado de 7 x 3.

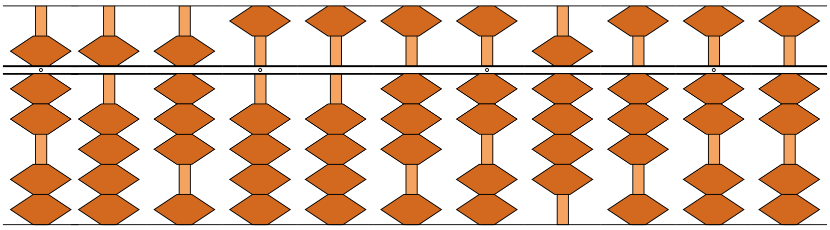


Figura 7.27: Adicionamos na 2ª e 3ª casas à direita do 3 o resultado de 5 x 3.

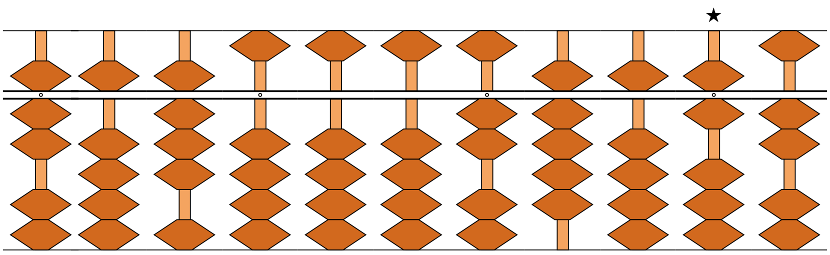


Figura 7.28: Adicionamos na 3ª e 4ª casas à direita do 3 o resultado de 8 x 3. Zeramos a casas das dezenas do multiplicador e o processo está concluído

7.2.7 Exemplo 2,7 x 4,08

	4,08
x	2,7
=	11,016

Tabela 7.9: Multiplicador 2,7 e multiplicando 4,08

Mesmo com multiplicador e multiplicando com parte decimal, a regra permanece válida, pois o multiplicando possui parte inteira não nula. Procedemos então normalmente, conforme os exemplos anteriores. Primeiramente, carregamos o multiplicador ao centro mantendo a casa das unidades atrelada a uma casa identificada com um ponto. Como o multiplicando tem 1 algarismo não nulo na parte inteira, já podemos antecipar que a posição da casa das unidades no produto será identificada a partir da casa das unidades do multiplicador com um deslocamento à direita em duas casas (1 + 1). Carregamos a seguir, à esquerda do multiplicador, separado por duas casas vazias, o multiplicando, conforme mostra a figura 7.29. Feito isto, o procedimento de multiplicação segue os mesmos passos dos exemplos anteriores, ou seja, começamos fixando o algarismo 7 do multiplicador. Nossa primeira operação é 4 x 7, cujo resultado deve ser carregado nas duas casas à direita do 7, seguindo-se de 0 x 7, que deve ser somado nas casas 2ª e 3ª, e de 8 x 7, que é adicionado às casas 3ª e 4ª. Em seguida, zeramos a casa do multiplicador que contém o 7 e deixamos o soroban conforme a figura 7.30. Fixamos agora o algarismo 2 do multiplicador e adicionamos 4 x 2 às duas primeiras casas à direita do 2. Adicionamos em seguida 0 x 2 à 2ª e 3ª e, por fim, 8 x 2 à 3ª e 4ª casas, concluindo as operações com os algarismos do multiplicador. Zeramos a casa do multiplicador que contém o 2 e localizamos a casa das unidades do produto duas casas à direita da casa das unidades do multiplicador. O resultado é conforme a figura 7.31.

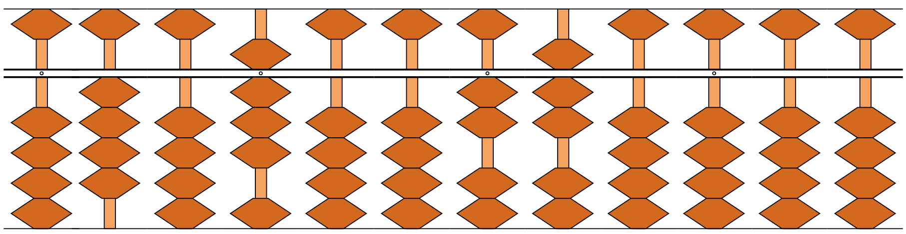


Figura 7.29: Carregamos o multiplicador ao centro com casa das unidades identificada e, após duas casas vazias, à esquerda, carregamos o multiplicando.

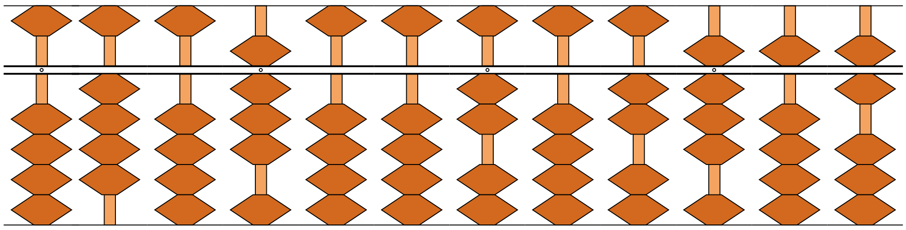


Figura 7.30: Carregamos na 1ª e 2ª casas à direita do 7 o resultado de 7 x 4, adicionamos na 2ª e 3ª o resultado de 7 x 0 e na 3ª e 4ª o resultado de 7 x 8. Zeramos a casa do 7.

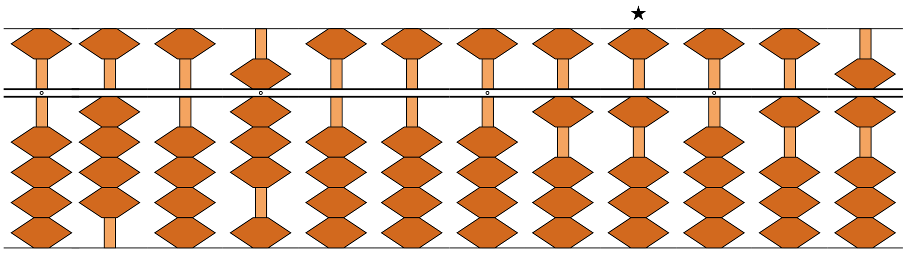


Figura 7.31: Adicionamos na 1ª e 2ª casas à direita do 2 o resultado de 2 x 4, na 2ª e 3ª casas o resultado de 2 x 0 e na 3ª e 4ª casas o resultado de 2 x 8. Zeramos a casa do 2.

7.2.8 Exemplo 0,381 x 6,49

	6,49
x	0,381
=	2,47269

Tabela 7.10: Multiplicador 0,381 e multiplicando 6,49

Neste exemplo, o multiplicador não possui algarismo não nulo na parte inteira, entretanto isto não importa, pois o efeito deste fato é levado em conta ao carregarmos o multiplicador de forma que uma casa com um ponto seja usada para marcar a casa das unidades. Assim, como o multiplicando tem apenas um algarismo na parte inteira, a casa das unidades do produto será encontrada deslocando-se para a direita duas casas em relação à casa das unidades do multiplicador. Portanto, mesmo este exemplo não acrescenta dificuldade significante à aplicação da primeira regra de Kojima. Começamos, então, carregando o multiplicador no soroban e, à sua esquerda, com duas casas vazias separando-os, carregamos o multiplicando (figura 7.32). Passamos então à multiplicação dos algarismos, iniciando pelo 1 fixo. Teremos então 6 x 1 nas casas 1ª e 2ª à direita do 1, adicionamos 4 x 1 nas casas 2ª e 3ª e adicionamos 9 x 1 nas casas 4ª e 5ª. Zeramos o algarismo 1 do multiplicador e chegamos à situação ilustrada na figura 7.33. Passamos a fixar o algarismo 8 do multiplicador. Tomamos o resultado de 6 x 8 e o adicionamos às casas 1ª e 2ª à sua direita. Continuamos adicionando 4 x 8 às casas 2ª e 3ª e 9 x 8 às casas 3ª e 4ª, o que nos leva a encerrar as operações com o algarismo 8 do multiplicador. Zeramos então a casa deste algarismo e chegamos à situação da figura 7.34. Retomamos mais uma vez o procedimento, agora fixando o algarismo 3 do multiplicador. Adicionamos 6 x 3 às casas 1ª e 2ª à sua direita, 4 x 3 às casas 2ª e 3ª e, por fim, 9 x 3 às casas 3ª e 4ª. Zeramos a casa do algarismo 3 do multiplicador e consideramos, para casa das unidades do produto, duas casas à direita da casa das unidades do multiplicador. O resultado é conforme a figura 7.35.

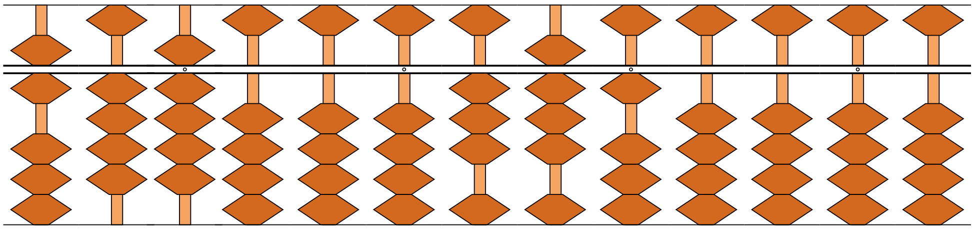


Figura 7.32: Carregamos o multiplicador adequadamente e, à sua esquerda, separado por duas casas vazias, o multiplicando, o que nos credencia a iniciar o processo.

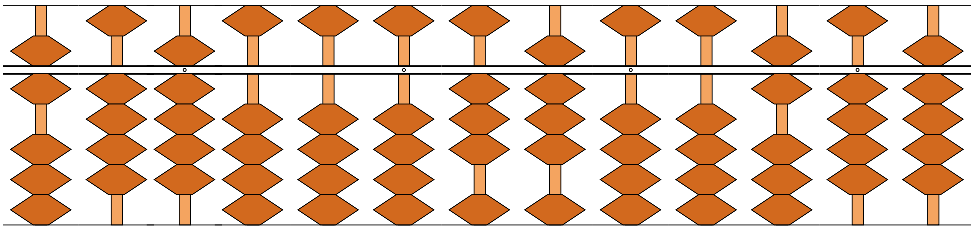


Figura 7.33: Adicionamos o resultado de todas as operações com o 1 e zeramos a casa do 1.

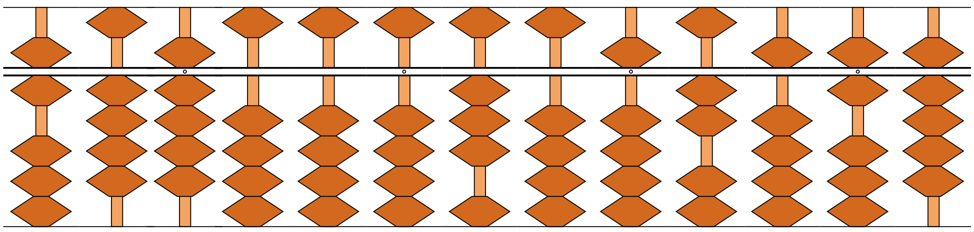


Figura 7.34: Adicionamos o resultado de todas as operações com o 8 e zeramos a casa do 8.

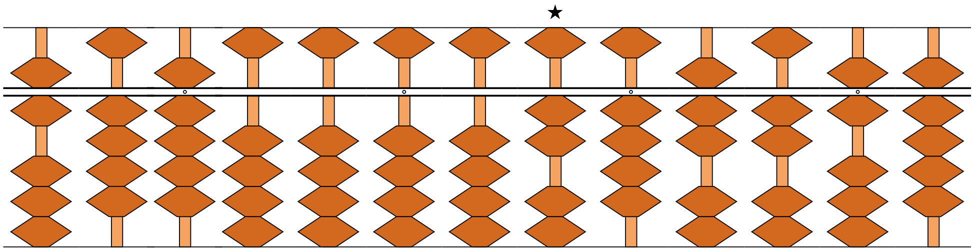


Figura 7.35: Adicionamos o resultado de todas as operações com o 3 e zeramos a casa do 3. O resultado deve considerar a casa das unidades como sendo duas casas à direita da casa das unidades do multiplicador.

7.2.9 Exemplo 0,4 x 0,6

	0,6
x	0,4
=	0,24

Tabela 7.11: Multiplicador 0,4 e multiplicando 0,6

Este exemplo apresenta uma dificuldade extra: o multiplicando, pela primeira vez, apresenta parte inteira nula. Entretanto, ainda assim podemos deduzir a localização da casa das unidades do produto com o seguinte raciocínio. Primeiramente relembramos a regra que usamos quando o multiplicando possui parte inteira não nula. A localização da casa das unidades é obtida a partir da casa das unidades do multiplicador, tomando-se para a direita tantas casas quantos forem os algarismos da parte inteira do multiplicando mais 1, desde que a parte inteira do multiplicador seja maior que zero. Podemos notar que, fixado o multiplicador, cada aumento de um algarismo na parte inteira do multiplicando corresponde ao deslocamento para a direita em uma posição da casa das unidades do produto. Inversamente, cada redução de um algarismo na parte inteira do multiplicando corresponde a um deslocamento para a esquerda em uma posição da casa das unidades do produto. Desta constatação, podemos deduzir que, à medida em que o multiplicando vai diminuindo em número de algarismos na parte inteira, a posição da casa das unidades do produto vai deslocando-se para a esquerda. Este raciocínio está ilustrado na tabela 7.12.

Assim, se dermos continuidade a este raciocínio, teremos de considerar quantidades negativas de algarismos na parte inteira, o que nos conduzirá à tabela 7.13.

Desta forma, se o multiplicando for 7,5, deslocamos a casa das unidades do multiplicador em duas posições (1 + 1); se for 0,75, deslocamos a casa em uma posição (0 + 1); se

Número de algarismos na parte inteira do multiplicando	Exemplo	Deslocamento da casa das unidades para a direita
3	183	4
2	18,3	3
1	1,83	2

Tabela 7.12: Deslocamentos da casa das unidades do multiplicador para se chegar à casa das unidades do produto.

Número de algarismos na parte inteira do multiplicando	Exemplo	Deslocamento da casa das unidades para a direita
1	1,83	2
0	0,183	1
-1	0,0183	0
-2	0,00183	-1
-3	0,000183	-2

Tabela 7.13: Continuidade dos deslocamentos da casa das unidades do multiplicador para se chegar à casa das unidades do produto.

for 0,075, o deslocamento da casa será zero (coincidência entre unidade do multiplicador e unidade do produto, pois fica (-1 + 1); se for 0,0075, deslocamos a casa uma posição à esquerda (-2 + 1). Kojima (1954, p.44) trata do assunto por meio da seguinte regra:

> *Quando o multiplicando é um número decimal cujo primeiro algarismo não nulo está na casa dos décimos, a casa das unidades do produto é encontrada pelo deslocamento da casa da unidade do multiplicador em uma posição para a direita. Chame esta casa de coluna básica. Assim, cada vez que o valor do multiplicando for reduzido em uma casa, a casa das unidades do produto desloca-se uma posição para a esquerda.*

Minha dica é aprender a associar ao multiplicando um número inteiro, conforme apresentado nas tabelas 7.12 e 7.13, e adicionar 1 a este número. Se o resultado for positivo, temos um deslocamento da casa das unidades para a direita; se for negativo, temos um deslocamento para a esquerda; e se for nulo, a casa das unidades do multiplicador coincidirá com a casa das unidades do produto.

Vamos, então, ao nosso exemplo. Primeiramente carregamos o multiplicador 0,4, fazendo o zero, que ocupa a casa das unidades, coincidir com uma casa com um ponto. Depois, à esquerda e separado por duas casas vazias, carregamos o 0,6, conforme mostra a figura 7.36. Em seguida, processamos o algarismo 4 do multiplicador, carregando 6 x 4 nas duas casas à sua direita. Como não há mais operações a realizar, zeramos a casa do algarismo 4 do multiplicador. Para encontrarmos a casa das unidades do produto, deslocamos em uma posição para a direita (0 + 1) a casa das unidades do multiplicador. Apresentamos na figura 7.37 o resultado, com a casa das unidades do produto identificada.

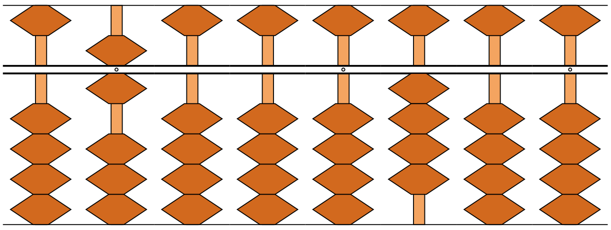


Figura 7.36: Carregamos o multiplicador e o multiplicando. Uma casa com ponto marca a casa das unidades do multiplicador.

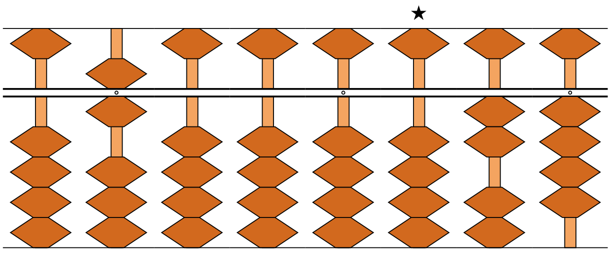


Figura 7.37: Carregamos o resultado de 6 x 4 à direita. Destacamos a casa das unidades do produto.

7.2.10 Exemplo 0,075 x 0,0089

	0,0089
x	0,075
=	0,0006675

Tabela 7.14: Multiplicador 0,075 e Multiplicando 0,0089

Vamos aplicar a segunda regra de Kojima a este exemplo. Como nosso multiplicando é 0,0089, teremos o deslocamento da casa das unidades do multiplicador uma posição para a esquerda (-2 + 1). Vamos, então, ao caso. Primeiramente carregamos o multiplicador 0,075 respeitando a colocação do primeiro zero numa casa com um ponto. Depois carregamos à esquerda, separado por duas casas vazias, o multiplicando 0,0089, conforme mostra a figura 7.38. Fixamos o algarismo 5 do multiplicador e o processamos normalmente, o que vai nos fornecer algo como o mostrado na figura 7.39. Depois processamos o algarismo 7 do multiplicador, e o resultado é conforme a figura 7.40, na qual destacamos a posição das unidades para o produto.

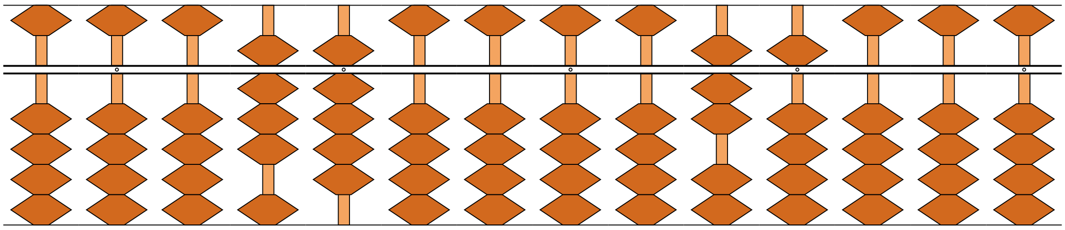


Figura 7.38: Carregamos o multiplicador adequadamente e, à sua esquerda, separado por duas casas vazias, o multiplicando.

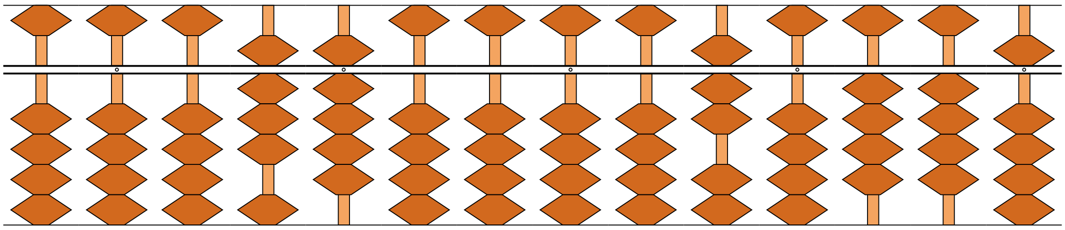


Figura 7.39: Adicionamos o resultado de todas as operações com o 5 e zeramos sua casa.

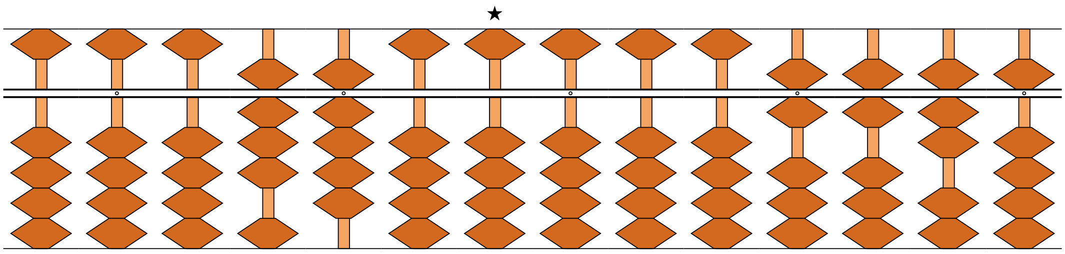


Figura 7.40: Adicionamos o resultado de todas as operações com o 7 e zeramos sua casa. Perceba que a casa das unidades do produto deslocou-se para a esquerda em uma posição.

7.3 Outras estratégias para multiplicação

Existem variações na metologia para multiplicação no soroban. Cada uma delas pode apresentar vantagens e desvantagens. Vamos apresentar a seguir algumas delas.

7.3.1 Determinação prévia da casa das unidades do produto

Este método é citado no site intitulado *ABACUS: MYSTERY OF THE BEAD* [1] como uma criação do professor Fukutaro Kato, um professor japonês de soroban que veio para o Brasil em 1960. Ele o registrou em seu livro "Soroban pelo Método Moderno". O método consiste nos seguintes passos:

1) Associar ao multiplicador e ao multiplicando individualmente um número inteiro que é função da posição do primeiro algarismo não nulo, conforme ilustram os exemplos da tabela 7.15.

[1] http://abacus.etherwork.net/

Número	Posição do primeiro algarismo não nulo
165,387	3
74,9	2
5,9876	1
0,3765	0
0,01265	-1
0,004572	-2
0,00098123	-3
0,0000398	-4

Tabela 7.15: Número da posição do primeiro algarismo não nulo

2) Tomar a soma destes dois valores. Veja os exemplos da tabela 7.16:

Multiplicação	Posição do Multiplicador	Posição do Multiplicando	Soma das posições
35 x 8	2	1	3
735,9 x 2,6	3	1	4
24,13 x 0,45	2	0	2
10,623 x 0,032	2	-1	1
0,713 x 0,00541	0	-2	-2
1.845,84 x 0,000357	4	-3	1
0,0254 x 0,00347	-1	-2	-3
0,00546 x 0,000027	-2	-4	-6

Tabela 7.16: Soma dos números das posições do multiplicador e do multiplicando

3) Escolha uma casa do soroban marcada com um ponto para a posição zero. À esquerda desta casa teremos as posições positivas 1, 2, 3, ... e à direita desta casas as posições negativas -1, -2, -3 ... conforme mostrado na tabela 7.17. A posição identificada como zero será a casa presselecionada das unidades do produto.

+5	+4	+3	+2	+1	0	-1	-2	-3	-4	-5

Tabela 7.17: Numeração das posições no soroban, em função da posição predeterminada para as unidades do produto

4) Na casa encontrada no passo nº 2 deve ficar o primeiro algarismo não nulo do multiplicador. Os algarismos do multiplicando devem ser carregados à esquerda, separados por duas casas, sem preocupação com zeros à esquerda, caso existam.

5) Processe normalmente a multiplicação, zerando as casas de cada algarismos do multiplicador logo após esgotadas as operações com este algarismo.

6) O resultado aparece ao final, levando-se em consideração a casa pré-determinada para as unidades do produto.

Exemplo 1 com predeterminação da casa das unidades do produto: 0,072 x 0,0039

	0,0039
x	0,072
=	0,0002808

Tabela 7.18: Multiplicador 0,072 e multiplicando 0,0039

Temos a posição -1 para o multiplicador (0,072) e -2 para o multiplicando (0,0039). A soma dá -3. Assim, escolheremos a casa das unidades do produto de forma a carregar o primeiro algarismo não nulo do multiplicador na 3ª casa à sua direita. Como consequência da posição do multiplicador no soroban (mais à direita), precisaremos de espaço à direita para lançarmos o produto. Logo, devemos escolher, para casa das unidades do produto, uma casa do centro para a esquerda, para deixar livres espaços à direita para a operação. Vamos ao exemplo. Como a soma deu -3, tomamos a terceira casa à direita da casa que predeterminamos para as unidades do produto e carregamos o 7, que é o primeiro algarismo não nulo do multiplicador. Na casa seguinte, a quarta casa, carregamos o 2. à esquerda, carregamos normalmente o 39 (figura 7.41). Note que, com este método prático, não precisamos nos preocupar com os zeros à esquerda nem do multiplicador nem do multiplicando. Agora, processamos a multiplicação com o algarismo 2 do multiplicador (figura 7.42). Depois processamos a multiplicação com o algarismo 7 do multiplicador (figura 7.43) e o resultado aparece, levando-se em conta a casa predeterminada para as unidades.

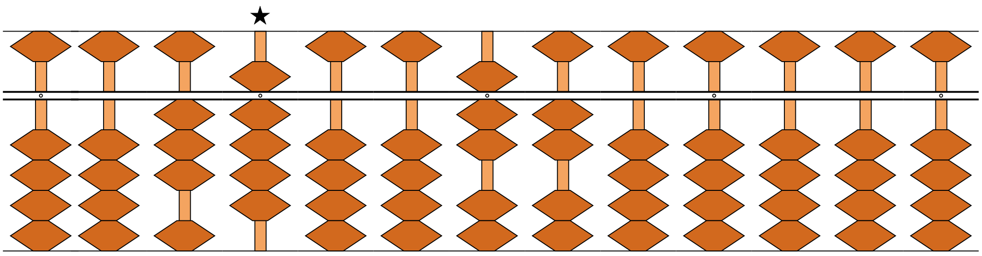


Figura 7.41: Marcamos com uma estrela a casa escolhida para unidade do produto. Tomamos a 3ª casa à direita e carregamos, a partir dela, os algarismos do multiplicador sem eventuais zeros à esquerda. Carregamos o multiplicando normalmente à esquerda.

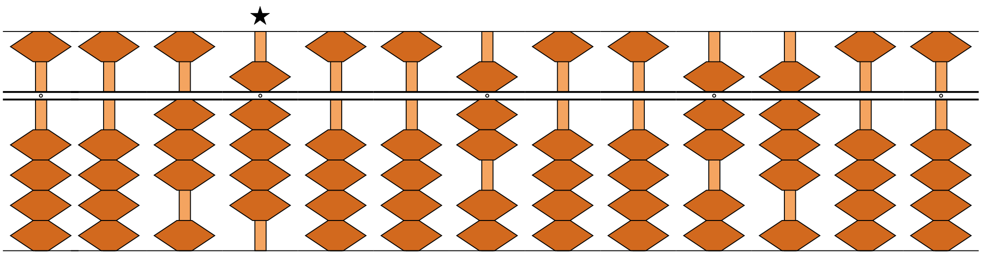


Figura 7.42: Realizamos, da mesma forma dos exemplos anteriores, as operações com o algarismo 2 do multiplicador.

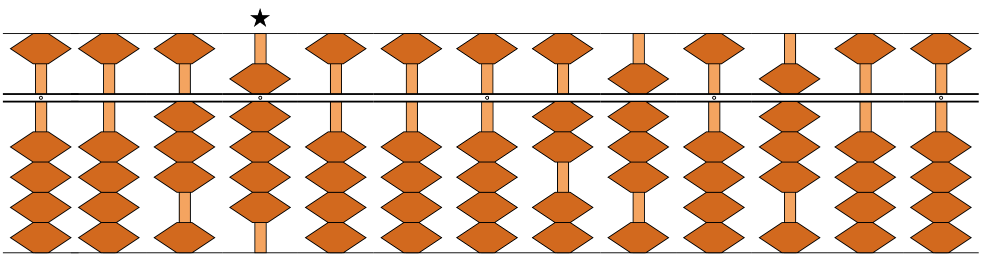


Figura 7.43: Resultado final, após realizarmos as operações com o algarismo 7 do multiplicador.

Exemplo 2 com predeterminação da casa das unidades: 635 x 0,0000478

	0,0000478
x	635
=	0,030353

Tabela 7.19: Multiplicador 635 e Multiplicando 0,0000478

Temos a posição 3 para o multiplicador (635) e -4 para o multiplicando (0,0000478). A soma dá -1. Assim, escolhemos a casa das unidades do produto de forma a lançar o primeiro algarismo não nulo do multiplicador na primeira casa à sua direita. Tomamos então esta primeira casa à direita da casa predeterminada para as unidades do produto e carregamos o 6. Na segunda casa carregamos o 3 e na quarta casa o 5. À esquerda carregamos o 478 (figura 7.44). Agora, processamos a multiplicação com o algarismo 5 do multiplicador (figura 7.45). Depois processamos a multiplicação com o algarismo 3 do multiplicador (figura 7.46) e, por fim, com o algarismo 6 (figura 7.47). O resultado aparece, levando-se em conta a casa predeterminada para as unidades do produto.

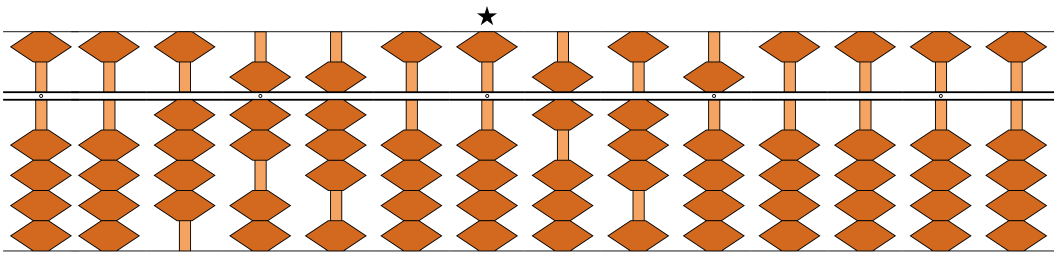


Figura 7.44: Marcamos com uma estrela a casa escolhida para unidade do produto. Tomamos a 1ª casa à direita e carregamos, a partir dela, os algarismos não nulos do multiplicador. Carregamos o multiplicando normalmente à esquerda.

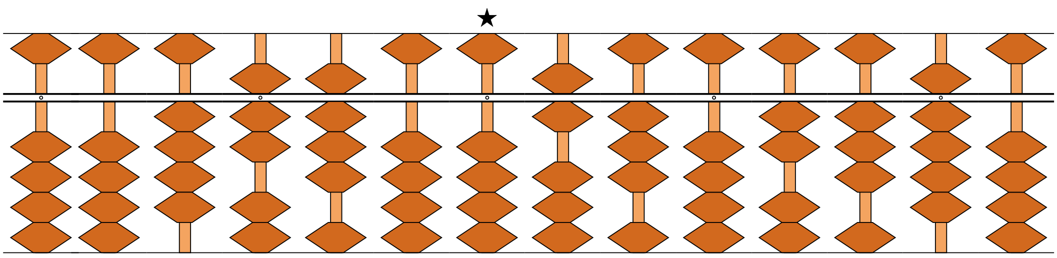


Figura 7.45: Realizamos as operações com o algarismo 5 do multiplicador.

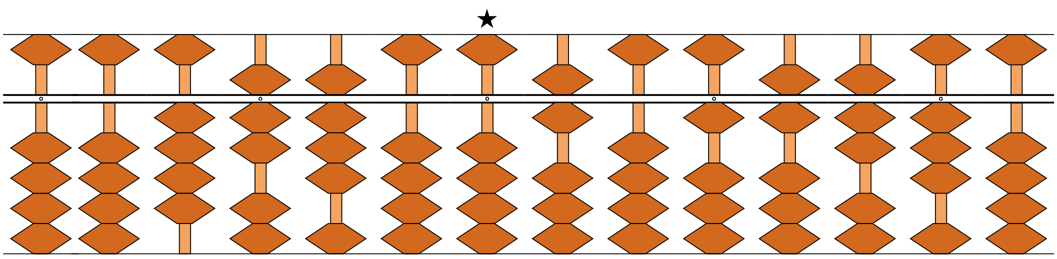


Figura 7.46: Realizamos as operações com o algarismo 3 do multiplicador.

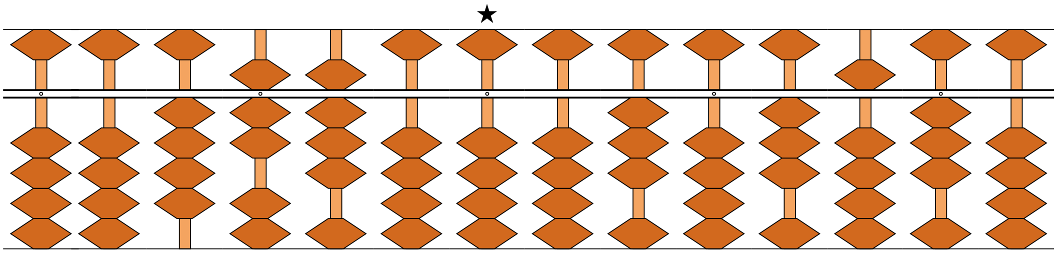


Figura 7.47: Resultado final, após realizarmos as operações com o algarismo 6 do multiplicador.

7.3.2 Uso da outra mão na multiplicação

Quando estamos multiplicando com o soroban, podemos confundir o algarismo do multiplicador que estamos operando com os demais a sua volta. Uma alternativa para dar mais segurança é marcar esta casa com o indicador da outra mão. Com a prática, é possível, também com a outra mão, zerar esta casa e passar a marcar a próxima casa do multiplicador que será trabalhada, agilizando um pouco mais o processo.

7.3.3 Utilizando multiplicador e multiplicando soltos

É possível, em nome de uma terceira abordagem, não se preocupar tanto com a posição do multiplicador e do multiplicando no ábaco, nem com zeros à esquerda, desde que se tenha controle sobre a posição da casa das unidades do produto a posteriori. Para agir desta forma, devemos considerar os seguintes casos:

1) Se os fatores forem inteiros e o produto (o resultado) não terminar com zero, então haverá um algarismo não nulo marcando a casa das unidades. Logo, basta realizarmos a multiplicação normalmente e tomarmos os algarismos resultantes. Desta forma ganhamos o tempo que perderíamos predeterminando a casa das unidades do resultado ou procurando registrar adequadamente o multiplicador. Note que, estes casos (último algarismo diferente de zero) são a maioria, o que torna esta estratégia atrativa. Veja exemplos destes casos na tabela 7.20.

Operação	Resultado no soroban	Resultado a Anotar
38 x 274	00010412000	10.412
725 x 81	00058725000	58.725
183 x 983	00179889000	179.889

Tabela 7.20: Quando o último algarismo do produto não é nulo, não temos com o que nos preocupar em relação à casa das unidades.

2) Se os fatores forem inteiros e o último algarismo do resultado for zero, então, como tomaria muito tempo a análise do número de zeros com que o produto terminará, podemos optar por marcar com o indicador da outra mão a posição das unidades, que será identificada ao realizarmos a última operação com o algarismo das unidades do multiplicador. Veja exemplos destes casos na tabela 7.21

Operação	Resultado no soroban	Resultado a Anotar
275 x 402	000110550000	110.550
180 x 745	000134100000	134.100
725 x 648	000469800000	469.800

Tabela 7.21: Quando o último algarismo do produto é nulo, temos de marcar a casa das unidades do produto.

3) Se um ou dois fatores for decimal, fazemos da mesma forma que para os itens anteriores, calculando antes o número de casas decimais do resultado. Cuidado especial deve-se ter se o resultado do último algarismo do multiplicador pelo último algarismo do multiplicando for zero. Neste caso, a última casa, cujo valor é zero, deve ser considerada no número de casas decimais do produto. Para tanto, ela pode ser marcada com o indicador da outra mão. Ao final, o resultado deve preservar o número de casas decimais que ficou determinado pela soma do número de casas decimais do multiplicador com o número de casas decimais do multiplicando. Veja exemplos na tabela 7.22.

Operação	Casas Decimais no Resultado	Resultado no soroban	Resultado a Anotar
4,83 x 33,45	4	00016156350000	161,5635
35,2 x 20,73	3	00072969600000	729,696
40,82 x 817,55	4	00033372391000	33.372,391
0,56 x 0,00345	7	00000193200000	0,001932
0,082 x 0,00125	8	00000010250000	0,0001025
0,0128 x 0,00375	9	00000000048000	0,000048

Tabela 7.22: Multiplicações com fatores com casas decimais. Cuidado especial para quando o último algarismo do produto é nulo. Nestes casos, temos de marcar a última casa.

Vamos, então, a alguns exemplos utilizando esta estratégia.

Exemplo 1, com multiplicador e multiplicando soltos: 2,8 x 9,53

	9,53
x	2,8
=	26,684

Tabela 7.23: Multiplicador 2,8 e multiplicando 9,53

Este é um tipo de situação em que o último algarismo do resultado não será nulo, pois 8 x 3 termina com 4. Logo, para realizarmos esta operação no soroban, podemos simplesmente carregar os algarismos 28 do multiplicador e, à sua esquerda, os algarismos 953 do multiplicando sem preocupação com a casa das unidades do produto. Mas, agora, temos de nos lembrar que o resultado será um número com três casas decimais. Na figura 7.48, apresentamos o multiplicador e o multiplicando carregados no soroban. Na figura 7.49 apresentamos o resultado do processamento do algarismo 8 do multiplicador e na figura 7.50, apresentamos o resultado final, após operarmos com o algarismo 2 do multiplicador. Para anotarmos o resultado correto, tomamos o último algarismo resultante e contamos três casas decimais.

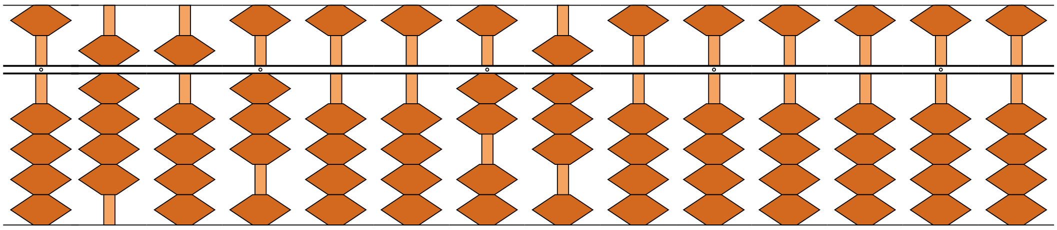


Figura 7.48: Carregamos o multiplicador e o multiplicando.

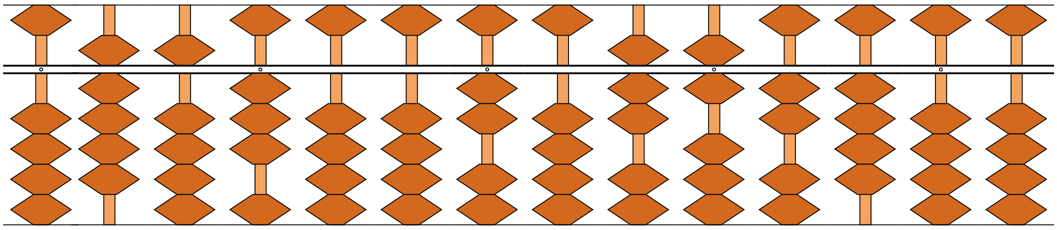


Figura 7.49: Realizamos as operações com o algarismo 8 do multiplicador.

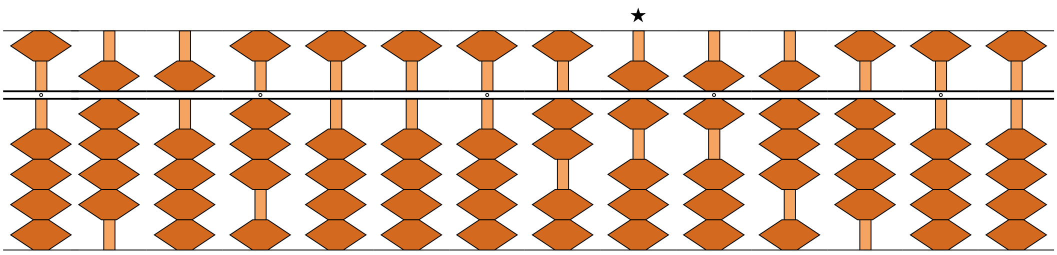


Figura 7.50: Realizamos as operações com o algarismo 2 do multiplicador. Para anotarmos o resultado, devemos nos lembrar que devemos preservar três casas decimais.

Exemplo 2, com multiplicador e multiplicando soltos: 0,03 x 0,00045

	0,00045
x	0,03
=	0,0000135

Tabela 7.24: Multiplicador 0,03 e Multiplicando 0,00045

Este exemplo é apenas para reforçar que, se o último algarismo do resultado não é nulo, não temos com que nos preocupar em relação a marcar o último algarismo resultante da multiplicação ou em marcar a casa das unidades. É suficiente considerarmos no resultado a soma do número de casas decimais do multiplicador com o número de casas decimais do multiplicando. Neste exemplo, teremos 7 casas decimais no resultado. Desta forma, carregamos apenas o 3 pelo multiplicador e, a sua esquerda, apenas o 45 do multiplicando, sem nos preocuparmos com os zeros à esquerda (figura 7.51). Processamos as operações com o algarismo 3 do multiplicador e concluímos o processo (figura 7.52). Só não podemos nos esquecer de contar o número de casas decimais no resultado.

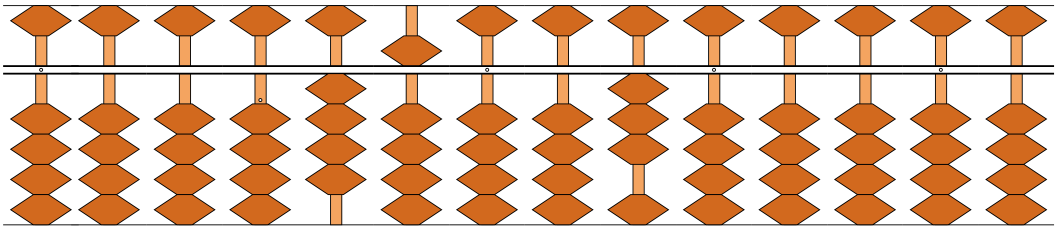


Figura 7.51: Carregamos o multiplicador e o multiplicando.

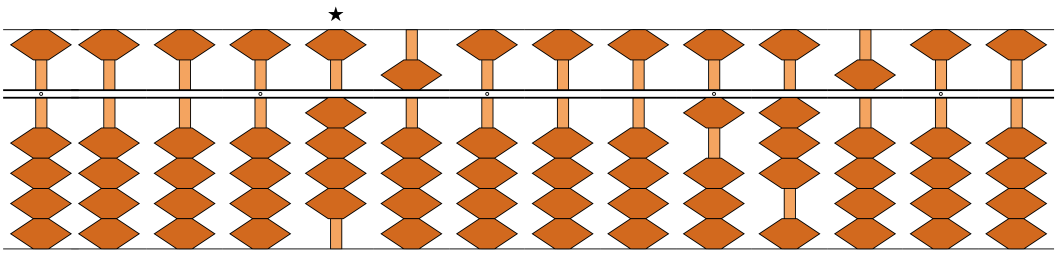


Figura 7.52: Realizamos as operações com o algarismo 3 do multiplicador. Casa das unidades do produto em destaque

Exemplo 3, com multiplicador e multiplicando soltos: 0,92 x 0,00175

$$\begin{array}{cr} & 0{,}00175 \\ \text{x} & 0{,}92 \\ \hline = & 0{,}00161 \end{array}$$

Tabela 7.25: Multiplicador 0,92 e Multiplicando 0,00175

Teremos agora sete casas decimais no produto, mas o último algarismo será zero, pois 2 x 5 = 10. Então, devemos marcar a casa que vai conter o zero da operação 2 x 5, pois esta casa vai ser usada na contagem das casas decimais do resultado. Vamos aos passos. Primeiramente carregamos os algarismos 92 (do multiplicando) e, à sua esquerda, sem nos preocuparmos com os zeros à esquerda, os algarismos 175 (do multiplicador) conforme nos mostra a figura 7.53. Começamos operando com o algarismo 5 do multiplicador até o final. Na última operação, que é 5 x 2, marcamos com o indicador da outra mão a última casa e zeramos a casa do 2. Na figura 7.54, mostramos este momento, usando um triângulo para marcar a última casa. Agora, repetimos o processo com o algarismo 9 (figura 7.55).

Resta-nos, ao final, apenas contarmos as sete casas decimais do resultado, da direita para a esquerda, a partir da casa que foi marcada.

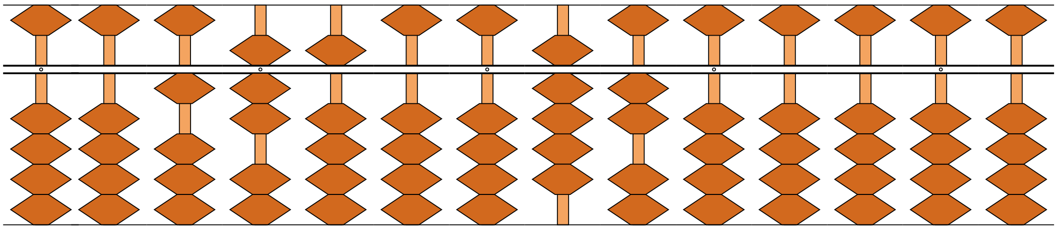


Figura 7.53: Carregamos os algarismos do multiplicador e o multiplicando sem os zeros à esquerda.

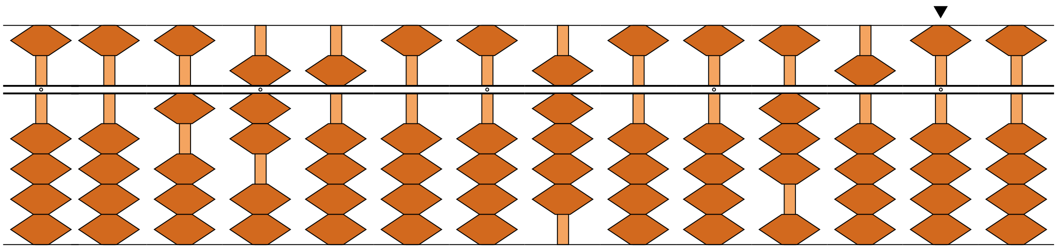


Figura 7.54: Realizamos as operações com o algarismo 2 do multiplicador. Marcamos com um triângulo a casa que deverá ser usada na contagem das casas decimais do resultado.

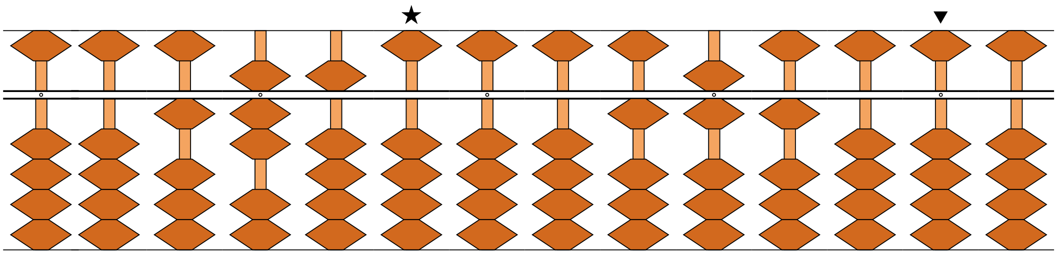


Figura 7.55: Realizamos as operações com o algarismo 9 do multiplicador. Contamos 7 casas decimais e marcamos a casa das unidades do produto.

Capítulo 8

Divisão

A divisão é apresentada no soroban como um processo inverso ao da operação de multiplicação. Os termos de uma divisão que utilizaremos são os da figura 8.1.

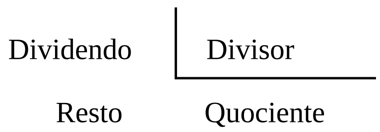


Figura 8.1: Termos da Divisão.

Devemos encontrar, a partir do Dividendo e do Divisor dados, Quociente e Resto de forma que:

Dividendo = Divisor x Quociente + Resto

Tabela 8.1: Relação entre os termos de uma divisão

Na multiplicação com o soroban, colocamos o multiplicador ao centro e o Multiplicando à esquerda, separados por duas casas vazias. No processo, o resultado vai sendo lançado à direita do multiplicador. A cada algarismo do multiplicador que é processado, deslocamos o processo no sentido da direita para a esquerda, de forma a consumir todo o multiplicador ao final. Na divisão ocorre algo semelhante, mas inverso. Lançamos ao centro o dividendo e, à esquerda, separado por quatro casas vazias, o divisor. O quociente vai sendo lançado à esquerda do Dividendo no sentido esquerda para direita, até que o dividendo seja consumido pelo processo, dando lugar ao quociente e, caso a divisão não seja exata, ao resto, que literalmente surge como o que sobrou do dividendo dentro do processo.

Diferente do que fizemos no capítulo de multiplicação, quando simplesmente fomos apresentando os exemplos em ordem crescente de nível de dificuldade, no caso da divisão, vamos subdividir os exemplos do capítulo em tópicos, apenas com o objetivos de classificá-los.

Inicialmente, apresentaremos a regra citada por Kojima (1954, p.44) que usaremos para divisão nos exemplos a seguir. Esta regra visa a determinar a posição da casa das unidades do quociente a partir da posição da casa das unidades do dividendo como referência e da quantidade de algarismos da parte inteira do divisor. Eis, então, a regra:

> *Quando o divisor é um número natural ou decimal com parte inteira não nula, a casa das unidades do quociente é obtida contando-se à esquerda da casa das unidades do dividendo o número de algarismos da parte inteira do divisor mais 1.*

Nosso primeiro grupo de exemplos se restringirá a divisores naturais de um só algarismo.

8.1 Divisor natural de um só algarismo

8.1.1 Exemplo 6 ÷ 3

$$\begin{array}{r|l} 6 & \underline{3\quad\;} \\ 0 & \quad 2 \end{array}$$

Primeiramente temos de aprender a forma de carregar no soroban o dividendo e o divisor. O dividendo deve ser carregado ao centro, assegurando-se que a casa das unidades recaia sobre uma casa marcada com um ponto. Depois, deixamos quatro casas vazias à esquerda do dividendo e carregamos o divisor, sem se preocupar em correlacionar a casa das unidades do divisor com uma casa do soroban marcada com um ponto. No nosso caso, carregamos o dividendo 6 ao centro e, à sua esquerda, separado por quatro casas vazias, o divisor 3, conforme mostra a figura 8.2. Por enquanto, perceba que o número de algarismos do divisor e do dividendo é igual e que o primeiro algarismo do divisor é menor que o primeiro algarismo do dividendo. O resultado da operação deve ocupar a segunda casa à esquerda do dividendo, no caso do 6, conforme mostramos na figura 8.3.

Para apurarmos o resto, fazemos, então, 6 - 3 x 2 = 0, ou seja, subtraímos 3 x 2 de 6. Logo, temos uma divisão exata (resto = 0). Surge, ao final, à esquerda da posição original do dividendo, o resultado da divisão (figura 8.4). Como o divisor tem um algarismo não nulo na parte inteira, a casa das unidades do quociente é encontrada deslocando-se a casa das unidades do dividendo para a esquerda duas posições (1 + 1).

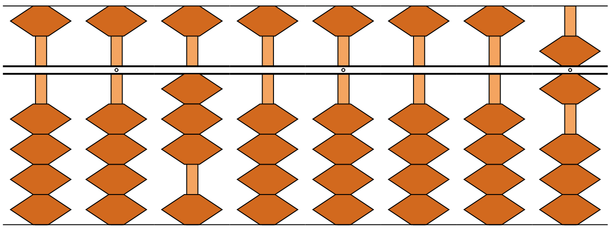


Figura 8.2: Dividendo ao centro, com casa das unidades identificada por ponto, e divisor à esquerda separado por quatro casas vazias.

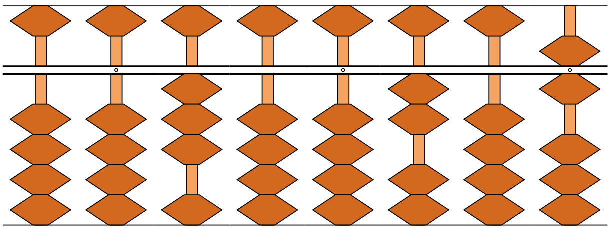


Figura 8.3: Carregamos o quociente na segunda casa à esquerda do dividendo.

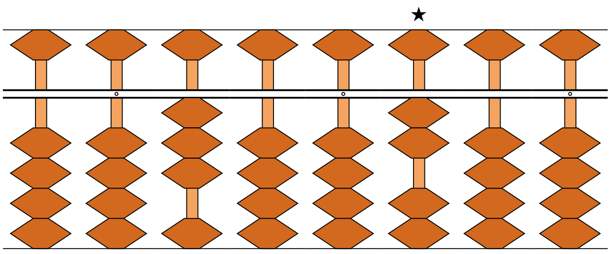


Figura 8.4: Subtraímos do dividendo 3 x 2 encerrando a operação. Localização da casa das unidades do quociente em destaque.

Perceba, ainda, que a partir do resultado da divisão, se fizermos a multiplicação do quociente pelo divisor, segundo o método apresentado no início do capítulo anterior, retornaremos à situação inicial. Portanto, este método de divisão serve também para enfatizar a multiplicação como operação inversa.

8.1.2 Exemplo 15 ÷ 4

$$\begin{array}{r|l} 15 & 4 \\ \cline{2-2} 3 & 3 \end{array}$$

Vamos fazer agora uma divisão inteira com resto. Primeiramente carregamos ao centro o dividendo, identificando a casa das unidades com um ponto. À esquerda, separado por quatro casas vazias, colocamos o divisor, que neste caso tem um algarismo (figura 8.5). Tomamos o primeiro algarismo do dividendo, que é o 1, e notamos que este algarismo é menor que o divisor, no caso, o 4. Cabe, neste ponto, uma pequena observação. Temos aqui duas possíveis interpretações: ou consideramos que o valor desta divisão (1 ÷ 4) é zero, e a segunda casa à esquerda do divisor já está preenchida com zero, e, assim, o resto é 1 e seguimos em frente; ou consideramos que a divisão de 1 por quatro não é possível, visto que 1 é menor que 4, e então passamos a "chamar" o próximo algarismo do dividendo para formar com o 1. De qualquer forma, devemos estar conscientes que, o resultado da divisão de 1 por 4 seria colocado na segunda casa à esquerda do dividendo, e que o fato de passarmos a chamar o 5 formando o 15, nos leva a ter de colocar o resultado da divisão duas casas à esquerda do 5, ou seja, na casa imediatamente à esquerda do 1. Esta era a observação. Prosseguindo com o exemplo, a divisão 15 ÷ 4 nos faz procurar o número cuja multiplicação por 4 é igual ou aproxima-se ao máximo inferiormente de 15. Encontramos 3 x 4 = 12, portanto este número é 3. Carregamos o valor 3 à esquerda do dividendo conforme a figura 8.6, e, para apurarmos o resto, subtraímos 15 - 12, o que nos leva à situação da figura 8.7, onde podemos notar, também, a posição da casa das unidades do quociente em função da posição da casa das unidades do dividendo, tomando-se duas casas à esquerda.

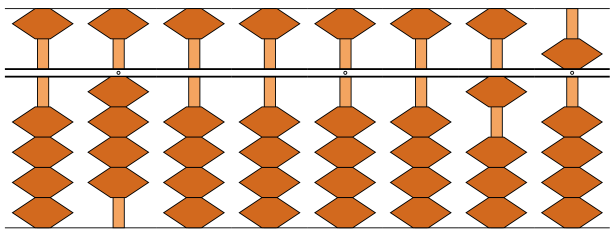


Figura 8.5: Dividendo ao centro, com casa das unidades identificada por ponto, e divisor à esquerda separado por quatro casas vazias.

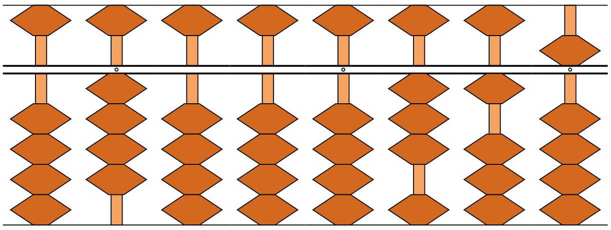


Figura 8.6: Carregamos o quociente na primeira casa à esquerda do dividendo.

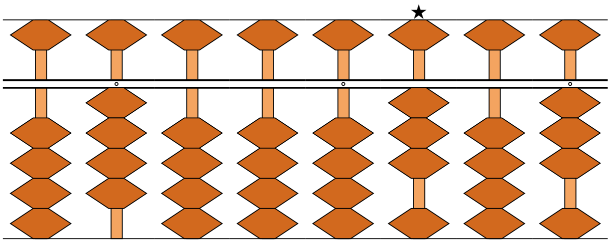


Figura 8.7: Subtraímos do dividendo 4 x 3 = 12, encerrando a operação. Localização da casa das unidades do quociente em destaque.

Uma questão recorrente na divisão é onde colocar o algarismo do quociente, se na segunda casa à esquerda do dividendo ou na primeira casa à esquerda do dividendo. A posição do algarismo do quociente é determinada pelo número de algarismos do dividendo que for tomado dentro do processo de divisão em relação ao número de algarismos do divisor. Se os números de algarismos forem iguais, como em $6 \div 3$, a posição é a segunda casa à esquerda do dividendo; se os números forem diferentes como ocorre em $15 \div 4$, a posição será a primeira casa imediatamente à esquerda.

Dentro do processo de divisão, vamos tomar alguns algarismos do dividendo e do divisor para obtermos os algarismos do quociente. O processo só segue quando o número formado pelos algarismos do dividendo que foram tomados for maior ou igual ao número formado pelos algarismos do divisor que foram tomados. Existem apenas duas possibilidades: ou o número de algarismos tomados do dividendo é igual ao número de algarismos tomados do divisor; ou a diferença entre o número de algarismos tomados do dividendo e o número de algarismos tomados do divisor é igual a 1. Dependendo de qual das duas possibilidades ocorrer, fica determinada a posição do algarismo do quociente, qual seja, duas casas à esquerda do dividendo na primeira possibilidade ou uma casa à esquerda do dividendo na segunda possibilidade. Estas duas situações apareceram nos dois primeiros exemplos apresentados.

8.1.3 Exemplo 736 ÷ 7

$$\begin{array}{r|l} 736 & 7 \\ \cline{2-2} 1 & 105 \end{array}$$

Iniciamos, como de praxe, carregando o dividendo de forma a corresponder a casa das unidades com uma casa identificada com um ponto. Já sabemos que, pelo fato de o divisor ser um número natural de um algarismo, a casa das unidades do quociente será encontrada deslocando-se a casa das unidades do dividendo para a esquerda em duas unidades. A figura 8.8 mostra como deve ficar o soroban neste momento. Começamos, então, o processo de divisão. Tomamos o primeiro algarismo do dividendo e percebemos que é igual ao divisor. Logo a divisão é possível e devemos alocar o resultado, que é 1, na segunda casa à esquerda do dividendo. Fazemos a subtração do 7 no dividendo pelo resultado de 1 x 7 e o resultado deve ficar conforme a figura 8.9. Passamos para o próximo algarismo do dividendo, que é 3, mas 3 é menor que 7, logo chamaremos o próximo algarismo do dividendo para compor com o 3, formando 36, e o resultado desta operação deverá ser colocado imediatamente à esquerda do 3 (ou duas casas à esquerda do 6). Temos, então, que o próximo algarismo do quociente será 5, que carregamos conforme a figura 8.10. Em seguida subtraímos 5 x 7 de 36 e encerramos a divisão inteira, deixando visível o resto 1. Verifique a posição da casa das unidades do quociente, exatamente como previmos no início, duas casas à esquerda da casa das unidades do dividendo (figura 8.11).

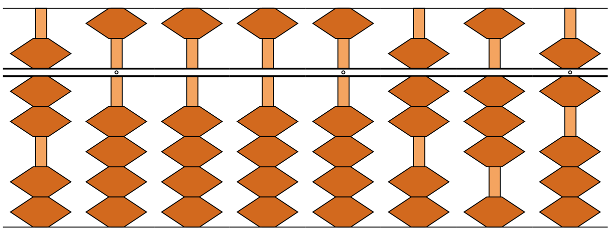


Figura 8.8: Dividendo e divisor carregados. Note a casa das unidades do dividendo marcada com ponto.

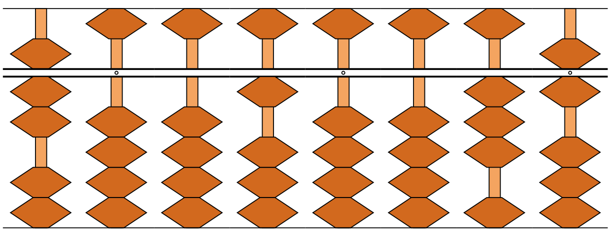


Figura 8.9: Primeiro algarismo do quociente carregado duas casas à esquerda do dividendo.

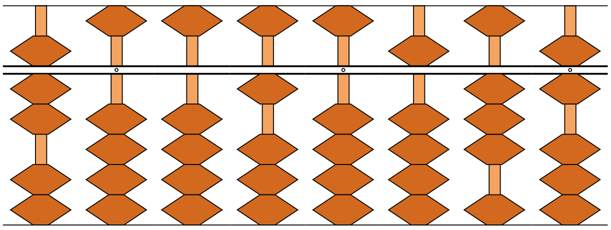


Figura 8.10: O segundo algarismo do quociente é zero, e o terceiro algarismo é 5

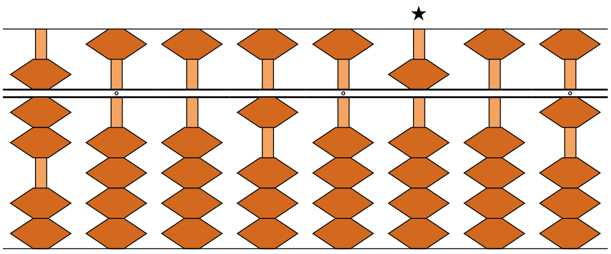


Figura 8.11: Subtraímos 5 x 7 de 36, deixando à vista o quociente e o resto.

8.1.4 Exemplo 8.172 ÷ 6

$$8172 \div 6 = 1362$$

Este é apenas um exemplo de reforço dos procedimentos até aqui apresentados. Iniciamos carregando o dividendo ao centro com a casa das unidades identificada com um ponto. Carregamos à sua esquerda, separado por quatro casas vazias, o divisor, conforme a figura 8.12. Já sabemos que a casa das unidades do quociente ficará duas casas à esquerda da casa das unidades do dividendo. Iniciamos, então, com o primeiro algarismo do dividendo, que é 8. Logo, o primeiro algarismo do quociente será 1, que será carregado na segunda casa à esquerda do dividendo. Subtraímos 1 x 6 de 8 e nos encontramos na situação da figura 8.13. Então passamos ao próximo algarismo do dividendo, que é 1, associado ao resto da operação anterior, que é 2, formando 21. Logo, o próximo algarismo do quociente será colocado imediatamente à esquerda do 21, o que corresponde à segunda casa à esquerda do próximo algarismo do dividendo que foi tomado, no caso o 1. Dividimos 21 por 6 e encontramos 3, que é agregado ao quociente. Subtraímos 3 x 6 de 21 e obtemos a situação da figura 8.14. Ao resto da operação anterior, que é 3, associamos o próximo algarismo do dividendo, que é 7. Dividimos 37 por 6 e obtemos 6. Carregamos o 6 à esquerda do 37 e subtraímos 6 x 6 de 37, obtendo como resto da operação 1, o que é mostrado na figura 8.15. Associamos ao 1 o próximo e último algarismo do dividendo, qual seja, o 2, formando 12. Dividimos 12 por 6 e obtemos o último algarismo do quociente, o 2, que é carregado imediatamente à esquerda do 12. Ao subtrairmos 2 x 6 de 12, podemos ver que o resto desta divisão é zero (figura 8.16).

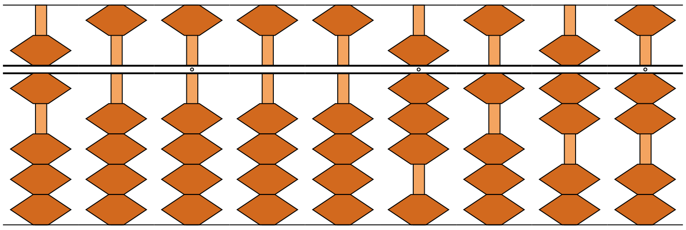


Figura 8.12: Dividendo carregado (casa das unidades identificada com um ponto). Divisor carregado à esquerda, separado por quatro casas vazias.

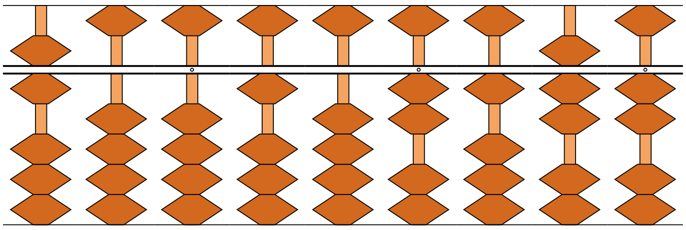


Figura 8.13: Carregamos o primeiro algarismo do quociente na segunda casa à esquerda e subtraímos 1 x 6 de 8.

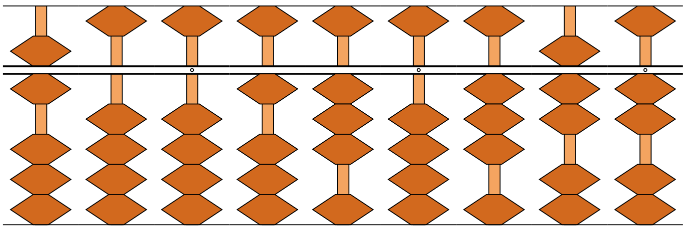


Figura 8.14: Carregamos o 2º algarismo do quociente e subtraímos 3 x 6 de 21.

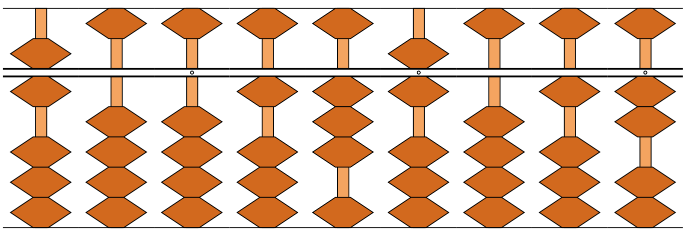


Figura 8.15: Carregamos o 3º algarismo do quociente e subtraímos 6 x 6 de 37.

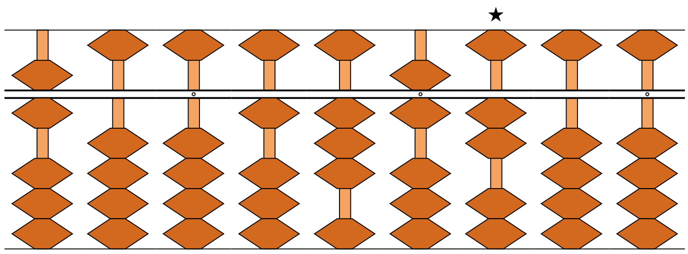


Figura 8.16: Carregamos o 4º algarismo do quociente e subtraímos 2 x 6 de 12. Casa das unidades do quociente identificada.

8.1.5 Exemplo 17 ÷ 8

$$17 \div 8 = 2,125$$

No soroban, a continuidade da divisão a partir do resto da divisão inteira, obtendo-se um quociente com casas decimais não apresenta dificuldade, pois a casa das unidades do quociente já está previamente determinada em função da localização da casa das unidades do dividendo e do número de algarismos da parte inteira do divisor. Neste exemplo, carregamos o dividendo 17 e, à sua esquerda, separado por quatro casas vazias, colocamos o divisor, conforme a figura 8.17. Passamos à divisão propriamente dita. Temos que o primeiro algarismo do dividendo é menor que o divisor, logo acrescentamos o próximo algarismo, que é o 7 e deveremos colocar o primeiro algarismo do quociente imediatamente à esquerda do dividendo (ou duas posições à esquerda do 7). Temos que o primeiro algarismo do quociente é 2 e que devemos subtrair de 17 o resultado de 2 x 8, conforme mostra a figura 8.18. Temos, até aqui, o resultado da divisão inteira, com resto igual a 1. Continuamos a divisão, agregando ao 1 a próxima casa, que está vazia. Temos, assim 10. Dividimos 10 por 8, e o resultado 1 é carregado logo à esquerda. Em seguida subtraímos 1 x 8 de 10, obtendo a situação da figura 8.19. Podemos seguir em frente, agora associamos zero ao 2 obtendo 20, e dividimos 20 por 8. Carregamos à esquerda do 20 o valor 2 e subtraímos 2 x 8 de 20, obtendo a situação retratada pela figura 8.20. Prosseguimos mais uma vez, associando ao 4 mais um zero, obtendo 40. Desta vez, 40 dividido por 8 fornece 5, que é carregado à esquerda. Subtraímos 5 x 8 de 40, encerrando o processo. Na figura 8.21 mostramos o resultado e marcamos a posição da casa das unidades do quociente.

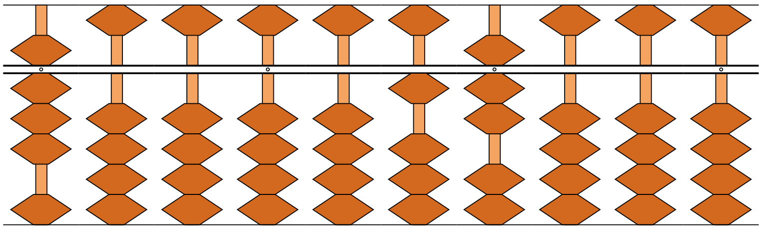


Figura 8.17: Dividendo carregado com casa das unidades identificada com ponto. Divisor carregado à esquerda, separado por quatro casas vazias.

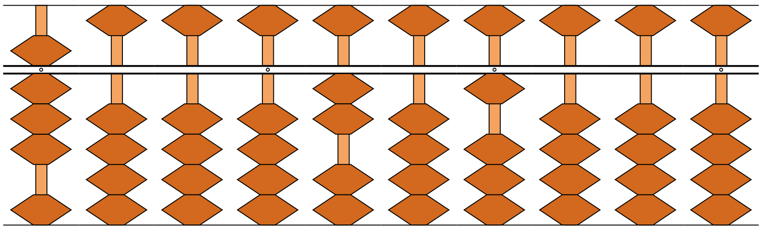


Figura 8.18: Carregamos à esquerda do dividendo o algarismo 2 e subtraímos 2 x 8 de 17.

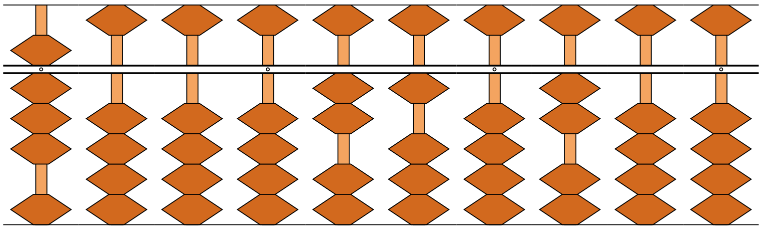


Figura 8.19: Carregamos à esquerda do 1 o algarismo 1 e subtraímos 1 x 8 de 10.

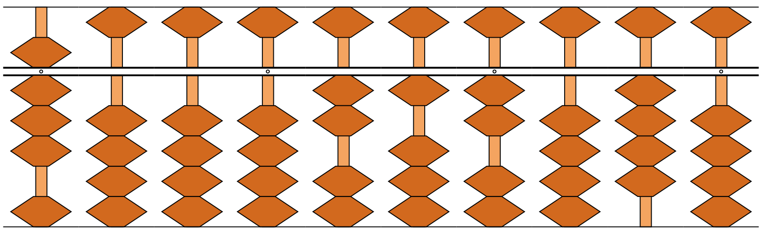


Figura 8.20: Carregamos à esquerda do 20 o algarismo 2 e subtraímos 2 x 8 de 20.

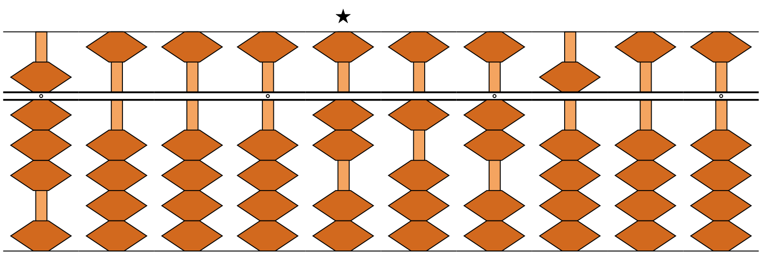


Figura 8.21: Carregamos à esquerda do 40 o algarismo 5 e subtraímos 5 x 8 de 40, encerrando a divisão. Note a casa das unidades do quociente em destaque.

8.1.6 Exemplo 0,038 ÷ 3

$$0,038 \div 3 = 0,012666...$$

Este exemplo traz duas pequenas novidades: a primeira é que o dividendo é um número cujo primeiro algarismo não nulo encontra-se após a vírgula decimal; a segunda é que o quociente será uma dízima periódica. Mas o processo de forma geral não se altera, visto que continuaremos mantendo a casa das unidades do dividendo identificada com um ponto e, como o divisor é um número inteiro de um algarismo, a casa das unidades do quociente localizar-se-á duas posições à esquerda da casa das unidades do dividendo. Iniciamos carregando o dividendo e, à sua esquerda, separado por quatro casas vazias, o divisor, conforme a figura 8.22. Começamos dividindo o algarismo 3 do dividendo por 3, o que nos retorna o primeiro algarismo do quociente, que deve ser carregado duas casas à esquerda do dividendo. Subtraímos 1 x 3 de 3 e, em seguida, tomamos o próximo algarismo do dividendo, que é 8. Dividimos 8 por 3 o que nos retorna 2, que é o próximo algarismo do quociente. Carregamos 2 duas casas à esquerda do 8 e subtraímos 2 x 3 de 8, o que nos retorna 2 (figura 8.23). Associamos o zero à direita de 2 e temos 20, que dividido por 3 nos retorna 6, que é o próximo algarismo do quociente, carregado à esquerda do 2. Subtraímos 20 menos 3 x 6 e obtemos 2 novamente (figura 8.24). A partir de agora, teremos a repetição do resultado 6 e do resto 2, ou seja, teremos uma dízima periódica, conforme mostra a figura 8.25, na qual identificamos, também, a casa das unidades do quociente.

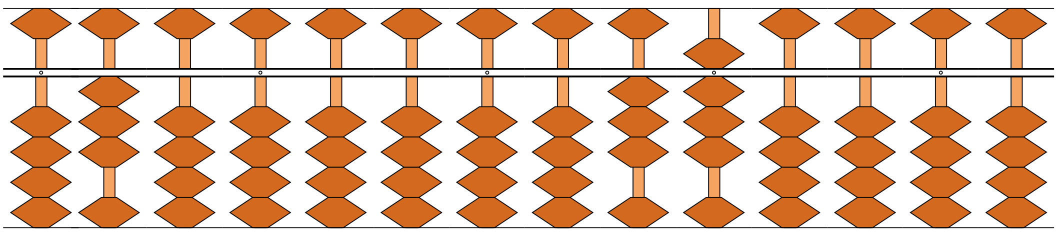


Figura 8.22: Dividendo carregado com casa das unidades identificada com ponto. Divisor carregado à esquerda, separado por quatro casas vazias.

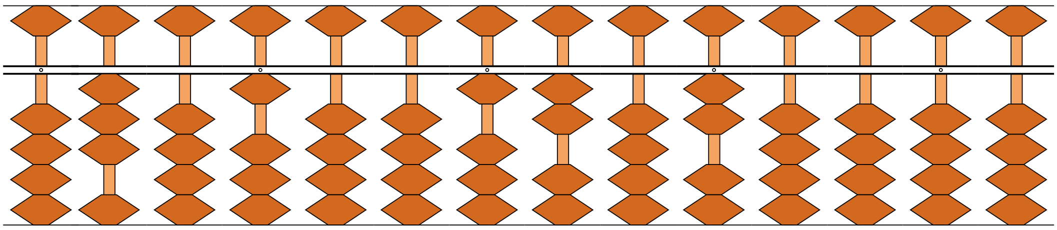


Figura 8.23: Desenvolvemos a divisão até o segundo algarismo não nulo do quociente.

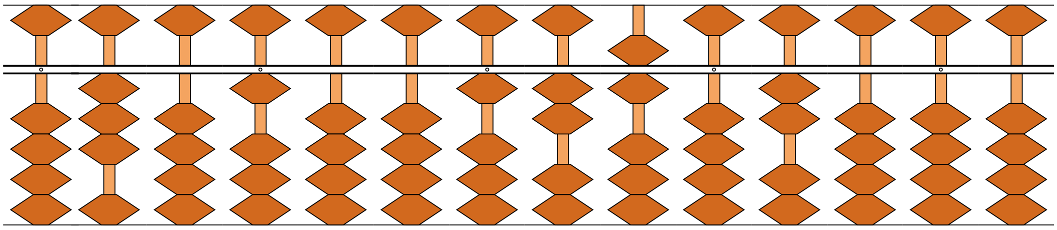


Figura 8.24: Desenvolvemos a divisão até o primeiro termo da dízima periódicas.

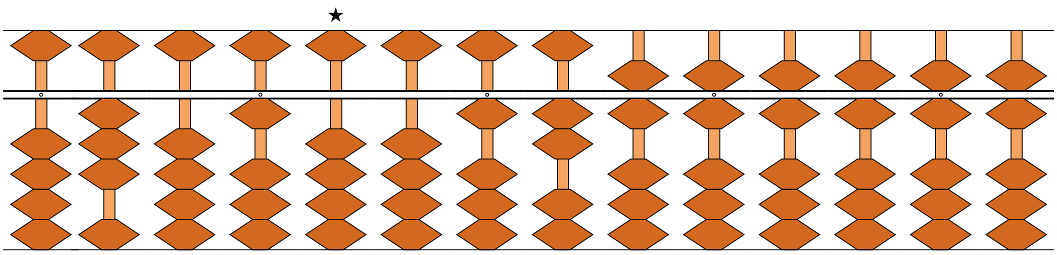


Figura 8.25: A partir do primeiro 6, ocorre uma repetição o que carateriza as dízimas periódicas.

8.2 Divisor com parte inteira não nula

O soroban possibilita interessantes interações dentro do processo de divisão quando o divisor é um número de mais de um algarismo. Iniciaremos considerando apenas os casos em que o divisor possui parte inteira não nula. Quando o divisor é um número de mais de um algarismo, a metodologia não nos fornece precisamente os algarismos do quociente, mas apenas candidatos que devem ser testados. Assim, cada candidato a algarismo do quociente, caso não passe no teste, deverá sofrer um processo de ajuste, ou, como prefere chamar Kojima (1954, p.39), procedimentos de revisão. Estes procedimentos serão apresentados à frente. Kojima (1954, p.38-43) sugere um método prático para se chegar a uma primeira sugestão de algarismo para o quociente quando o divisor é um número de mais de um algarismo. Ele propõe que se compare o primeiro algarismos do dividendo com o primeiro algarismo do divisor. Caso o primeiro algarismo do dividendo seja menor, toma-se o próximo algarismo do dividendo. Assim, se estamos dividindo 734 por 28, nossa primeira sugestão de algarismo para o quociente será 3 porque 7 divido por 2 nos retorna 3. Entretanto, este 3 pode não ser o algarismo correto. Neste caso, passaremos ao procedimento de ajuste.

A correção do algarismo do quociente pode ocorrer tanto para mais quanto para menos. É natural que ocorra com mais frequência para menos, visto que, ao compararmos o primeiro ou os dois primeiros algarismos do dividendo com o primeiro algarismo do divisor, caso os próximos algarismo do divisor não sejam iguais a zero, inevitavelmente estaremos considerando um divisor menor que o real, logo, ou o algarismo encontrado serve ou estará majorado. Mas a correção também ocorre para mais quando, por qualquer razão, inclusive uma escolha errada, após colocarmos o algarismo do quociente e deduzirmos o resto, percebemos que o resto da divisão intermediária é maior que o divisor.

Quanto à posição da casa das unidades no quociente, a regra da seção anterior se mantém, ou seja, a casa das unidades do dividendo é deslocada para a esquerda pelo número de algarismos da parte inteira do divisor mais 1.

8.2.1 Exemplo 672 ÷ 21

$672 \div 21 = 32$

O precedimento de carregamento do dividendo e do divisor no soroban não muda. Neste caso é conforme a figura 8.26. Primeiramente, dividimos o 6 pelo 2, o que nos retorna 3, que devemos carregar na segunda casa à esquerda do dividendo, pois 6 e 2 têm mesmo número de algarismos. Agora, vamos apurar o resto desta divisão intermediária. Como o divisor tem dois algarismos, temos de fazer duas multiplicações seguidas de subtração. Começamos tirando 3 x 2 de 6 (figura 8.27), depois tiramos 3 x 1 de 7 (figura 8.28). O resto desta divisão intermediária é 4, logo não temos o que corrigir até aqui, e nosso primeiro algarismo do quociente está confirmado: é 3. Vamos em frente. Novamente tomamos os primeiros algarismos do dividendo e do divisor. Como 4 é maior que 2, o resultado deverá recair na 2ª casa a sua esquerda. Dividimos então o 4 pelo 2 e carregamos o resultado, que é 2, na 2ª casa à esquerda do 4. Passamos então a subtrair 2 x 2 de 4 (figura 8.29) e a subtrair 2 x 1 de 2 (figura 8.30). Desta forma, concluímos o processo de divisão, visto que o resto encontrado é zero.

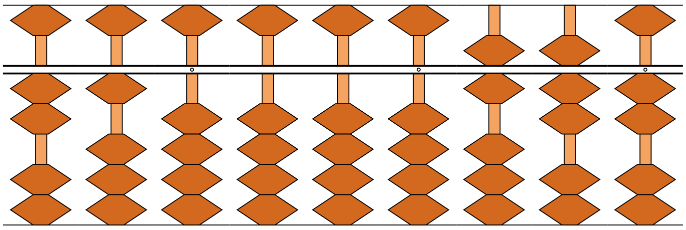


Figura 8.26: Dividendo carregado com casa das unidades identificada com ponto. Divisor carregado à esquerda, separado por quatro casas vazias.

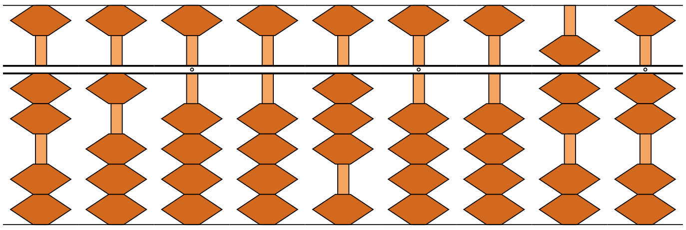


Figura 8.27: Carregamos na segunda casa à esquerda do dividendo o algarismo 3 e subtraímos 3 x 2 de 6.

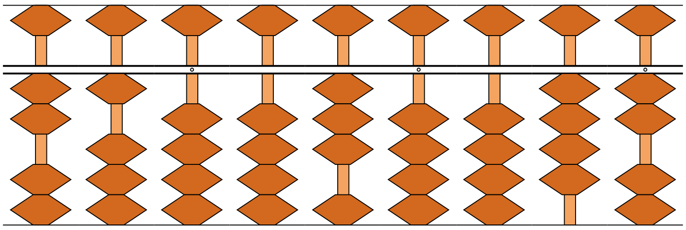


Figura 8.28: Subtraímos 3 x 1 de 7. A divisão parcial deixa resto 4.

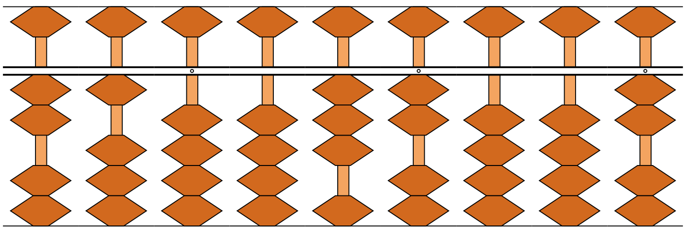


Figura 8.29: Carregamos duas casas à esquerda do 4 o algarismo 2 e subtraímos 2 x 2 de 4.

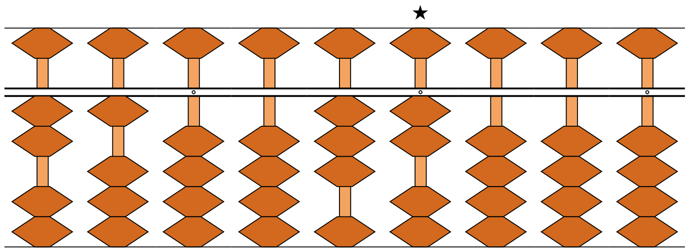


Figura 8.30: Subtraímos 2 x 1 de 2. Esta divisão deixa resto zero. Casa das unidades do quociente em destaque.

O procedimento de obter candidatos a algarismo do quociente para depois, se for o caso, ajustá-los, simplifica o processo de divisão, na medida em que as comparações iniciais se resumem a duas possibilidades: um algarismo do dividendo com um algarismo do divisor ou dois algarismos do dividendo com um algarismo do divisor.

8.2.2 Exemplo 1.161 ÷ 43

$1161 \div 43 = 27$

Carregamos o dividendo e o divisor no soroban conforme a figura 8.31. Como o primeiro algarismo do dividendo é menor que o primeiro algarismo do divisor, passamos aos dois primeiros algarismos do dividendo, no caso, 11, que dividido por 4 retorna 2. Carregamos o 2 imediatamente à esquerda do 11 e subtraímos 2 x 4 de 11 (figura 8.32). Mas lembre-se que o 2 neste momento é apenas um candidato a algarismo do quociente. Temos de continuar o processo, comparando 2 x 3 com o 36. Como 2 x 3 é menor que 36, nosso candidato está confirmado. Fazemos, então, a subtração, que nos retorna como resto da divisão parcial 30 (figura 8.33). Temos agora uma nova divisão parcial que se inicia. Comparamos, então, 30 com 4, cujo resultado é 7 e carregamos o 7 logo à esquerda do 3. Subtraímos então 4 x 7 de 30 , que nos retorna 2 como resto (figura 8.34). Comparamos agora 7 x 3 com 21, que é igual, logo, nosso segundo algarismo do quociente está definido, e a divisão será exata. Subtraímos 3 x 7 de 21 e encerramos a operação, conforme nos mostra a figura 8.35, em que podemos destacar também a casa das unidades do quociente.

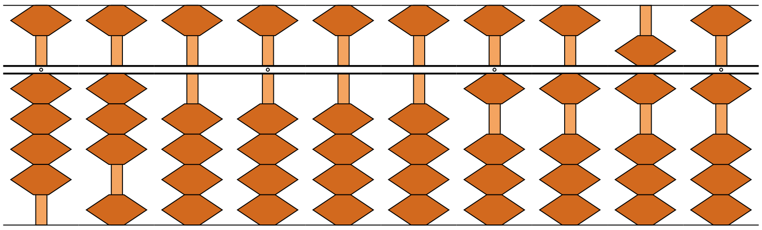


Figura 8.31: Dividendo carregado com casa das unidades identificada com ponto. Divisor carregado à esquerda, separado por quatro casas vazias.

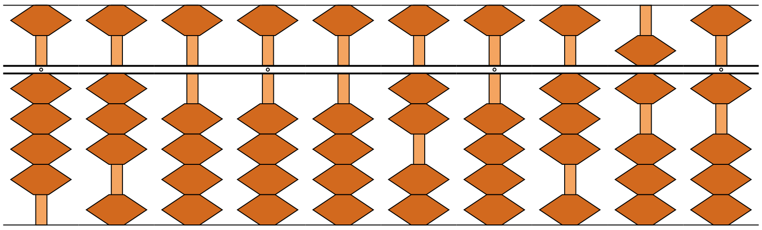


Figura 8.32: Carregamos na primeira casa à esquerda do dividendo o algarismo 2 e subtraímos 2 x 4 de 11.

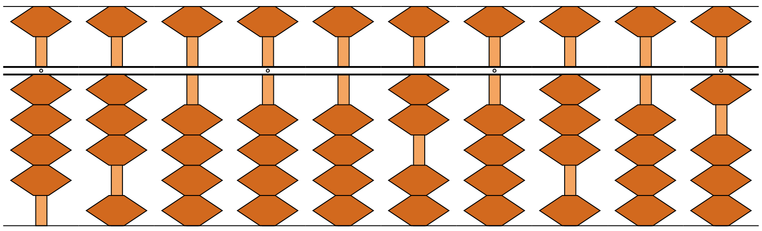


Figura 8.33: Subtraímos 2 x 3 de 36. A divisão parcial deixa resto 30.

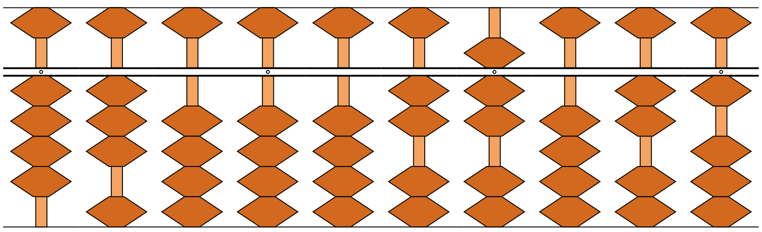


Figura 8.34: Carregamos à esquerda do 3 o algarismo 7 e subtraímos 4 x 7 de 30.

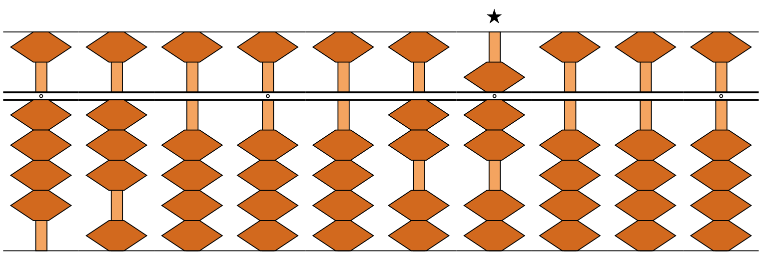


Figura 8.35: Subtraímos 3 x 7 de 21. Esta divisão deixa resto zero. Casa das unidades do quociente em destaque.

8.2.3 Exemplo 2.546 $\div$ 67

$$2546 \div 67 = 38$$

Este exemplo servirá para ilustrar como procedemos o ajuste do algarismo do quociente quando este é majorado. Conforme já mostramos nos exemplos anteriores, uma estratégia usada para definir um candidato a algarismo do quociente é restringirmos a comparação a um ou dois algarismos do dividendo com o primeiro algarismo do divisor. Este procedimento determina candidatos a algarismo do quociente que podem ou não ser confirmados. Caso não sejam confirmados, devem ser corrigidos. Neste exemplo mostraremos como.

Inicialmente carregamos o dividendo à direita com casa das unidades marcada com um ponto e o divisor à esquerda separado por quatro casas vazias, conforme a figura 8.36. Como 2 é menor que 6, tomamos o 25 do dividendo por 6 do divisor, que nos retorna 4. Então, carregamos 4 imediatamente à esquerda do dividendo e subtraímos 4 x 6 de 25, restando 1, conforme mostra a figura 8.37. Neste momento, quando temos a intenção de continuar o processo, percebemos que, ao multiplicarmos o algarismo seguinte do divisor, que é 7, pelo candidato a algarismo do quociente, que é 4, encontramos um valor superior ao disponível para continuar a divisão, pois 28 é maior que 14 (veja de novo pela figura 8.37). Isto nos indica que o 4 não serve (está a maior) e que devemos retificá-lo. Então o que fazemos é olhar para o primeiro algarismo do divisor, que é 6, para saber qual valor será retornado ao dividendo, subtraímos 1 do candidato a algarismo do quociente, que é 4 e, acrescentarmos o valor do primeiro algarismo do divisor às duas primeiras casas do dividendo, que continham apenas 1. Chegamos a uma situação como a da figura 8.38. Agora, retomamos o curso com o segundo algarismo do divisor. Perceba que, agora, temos um novo candidato a algarismo do quociente, que é o 3. Então o testaremos com o algarismo seguinte do divisor, que é 7. Notamos que 7 x 3 é menor que 74 (veja mais uma vez na figura 8.38). Portanto, concluímos que 3 é um candidato adequado. Podemos, então, prosseguir subtraindo 7 x 3 de 74, o que nos leva à situação da figura 8.39. Já temos o primeiro algarismo do quociente. Agora recomeçamos o processo com o 53 dividido por 6, que nos retorna 8. Este será nosso próximo candidato a algarismo do quociente. Carregamos o 8 imediatamente à esquerda do 53 e subtraímos 6 x 8 de 53 (figura 8.40). Verificamos, em seguida, com relação ao 2^{o} algarismo do dividor, que 7 x 8 é menor ou igual a 56, logo o candidato 8 já pode ser confirmado (veja novamente a figura 8.40). Então Subtraímos 7 x 8 de 56, encerrando a divisão. Na figura 8.41 apresentamos o resultado destacando a casa das unidades, que, no caso, como o divisor tem dois algarismos, é encontrada deslocando-se a casa das unidades do dividendo três casas para a esquerda.

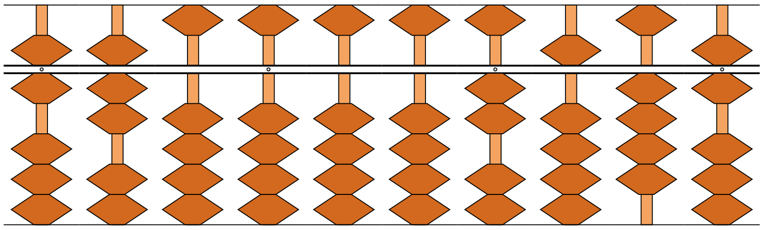


Figura 8.36: Dividendo carregado com casa das unidades identificada com ponto. Divisor carregado à esquerda, separado por quatro casas vazias.

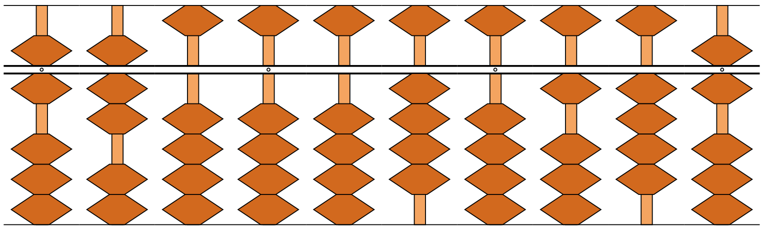


Figura 8.37: Percebemos que 4 não é um candidato adequado

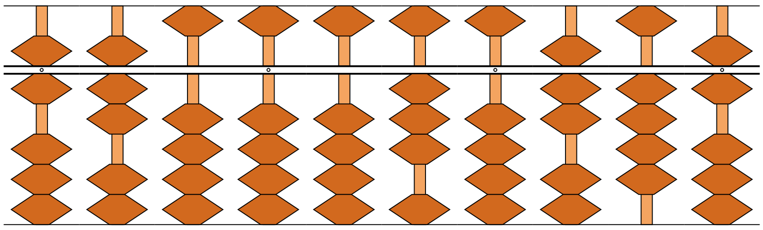


Figura 8.38: Corrigimos o primeiro algarismo do quociente.

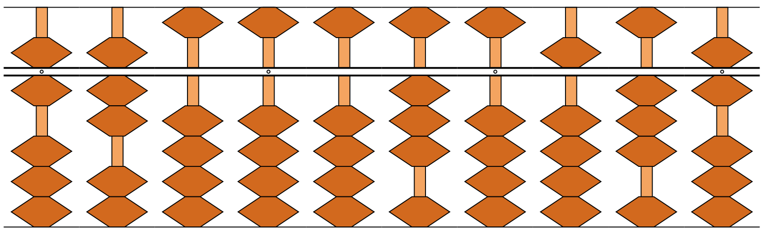


Figura 8.39: Concluímos a operação para o primeiro algarismo do quociente.

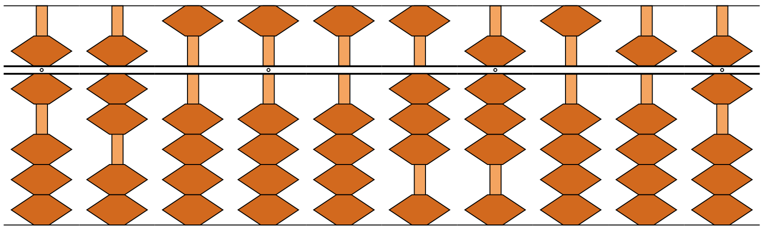


Figura 8.40: Carregamos à esquerda do 5 o algarismo 8 e subtraímos 6 x 8 de 53.

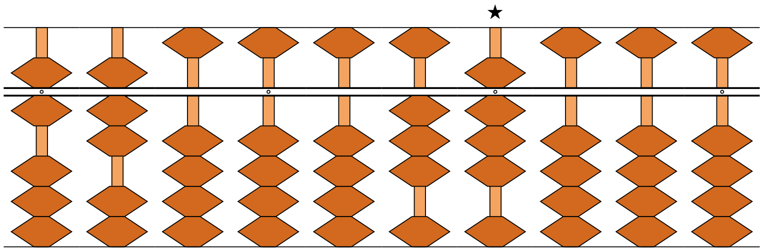


Figura 8.41: Subtraímos 7 x 8 de 56. Casa das unidades do quociente em destaque.

Quando percebemos que o candidato a algarismo do quociente foi majorado, a correção consiste em ir subtraindo 1 do candidato a algarismo do quociente ao que se compensa adicionando a parte do divisor que foi multiplicada pelo candidato majorado à porção do dividendo que foi tomada. Ao fazermos isto, estamos corrigindo o rumo da divisão. Neste exemplo, tínhamos que 25 = 6 x 4 + 1, como primeira tentativa, sendo que 4 era o nosso candidato a algarismo do quociente. Mas tivemos de reduzir em uma unidade este candidato, logo, passamos a ter 25 = 6 x 3 + 6 + 1, ou seja, subtraímos 1 do candidato a quociente e retornamos 6 ao dividendo.

8.2.4 Exemplo 1.377 ÷ 17

$$1377 \div 17 = 81$$

Observe este exemplo. Temos um divisor de dois algarismo iniciado por 1 e um dividendo de quatro algarismos iniciado também por 1. Mais ainda, se tomarmos os dois primeiros algarismos do dividendo, teremos 13 que é menor que o divisor. Nestes casos, se seguirmos as orientações dos exemplos anteriores, dividiremos 1 por 1 e colocaremos 1 duas casas à esquerda do dividendo. Notaremos que que este 1 está majorado e teremos de subtrair 1 do candidato a algarismo do quociente e retornar 1 ao dividendo, o que acaba retornando tudo à situação original, sem qualquer efeito. O processo travou?

Como fazemos agora? Nestes casos, vamos agregando mais um algarismo a cada um (dividendo e divisor) até que se diferenciem ou acabem os algarismos do divisor. Então, vamos comparando dois algarismos, três... Ao se diferenciarem ou acabarem os algarismos do divisor, se a parte tomada do dividendo for maior ou igual que a do divisor, colocamos 1 duas casas à esquerda do dividendo e procedemos como nos exemplos anteriores; caso seja menor, colocamos 9 imediatamente à esquerda do dividendo (este é o caso deste exemplo) e passamos a analisar o nove, nesta posição, como candidato a algarismo do quociente. Vamos a este exemplo.

Iniciamos normalmente carregando o dividendo 1.377 com a casa das unidades identificada por ponto e, à esquerda, o divisor, com quatro casas vazias de separação (figura 8.42). Notamos que o primeiro algarismo do dividendo é igual ao primeiro algarismo do divisor. Passamos então a comparar os dois primeiros algarismos de ambos. Como 13 do dividendo é menor que 17, tomamos 9 como candidato a algarismo do quociente, e o carregamos na casa imediatamente à esquerda do dividendo.

Uma observação sobre o processo de divisão é que, sempre que a comparação se dá entre o mesmo número de algarismos do dividendo e do divisor, o candidato a algarismo do quociente é carregado duas casas à esquerda. Se não for, então é porque a diferença entre o número de algarismos do dividendo e do divisor é igual a 1, e, neste caso, carregamos o candidato a algarismo do quociente imediatamente à esquerda do dividendo. Neste caso, como temos dois algarismos do dividendo menores que dois algarismos do divisor, teremos de comparar três algarismos do dividendo com dois algarismos do divisor, o que nos leva a posicionar o candidato 9 imediatamente à esquerda do dividendo.

Com o 9 carregado à esquerda do dividendo (Note que estamos comparando 137 com o 17). Então multiplicaremos 9 x 17 por partes. Iniciamos com com 9 x 1, que subtraímos de 13, o que nos leva à situação da figura 8.43. Ao chegarmos a esta situação, podemos notar que o candidato 9 não serve, pois o próximo passo seria subtrair 9 x 7 de 47, o que não pode ser feito. Temos um candidato majorado, então fazemos a correção, reduzindo para 8 o candidato a algarismo do quociente e adicionando 1 à casa onde há 4. Chegamos agora à figura 8.44. Verificamos agora se o novo candidato serve. Para tanto, temos de poder subtrair 8 x 7 de 57, o que é possível, logo nosso primeiro algarismo do quociente é 8. Procedemos à subtração e chegamos à figura 8.45. O resto da divisão parcial foi 1. Recomeçamos o processo, comparando novamente os algarismos do dividendo e do divisor. Chegamos à comparação 17 por 17, que dá 1. Logo, o 1 deve ser carregado duas casas à esquerda do 17, pois desta vez estamos dividindo números de mesma quantidade de algarismos. Concluímos, assim, o processo, chegando à situação da figura 8.46, na qual destacamos também a posição da casa das unidades do quociente.

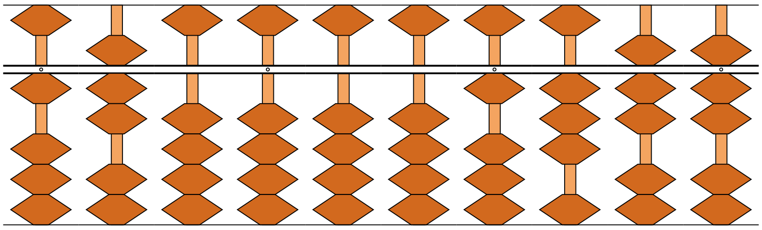


Figura 8.42: Dividendo carregado com casa das unidades identificada com ponto. Divisor carregado à esquerda, separado por quatro casas vazias.

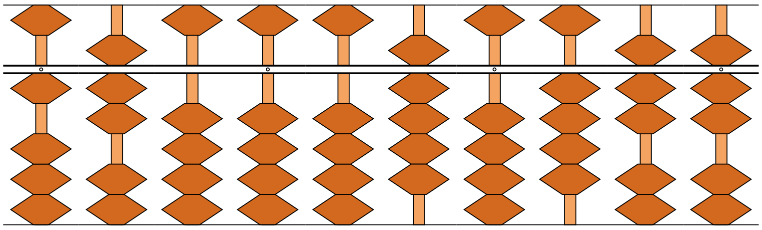


Figura 8.43: Subtraímos 9 x 1 de 13. Percebemos que o algarismo do quociente está majorado.

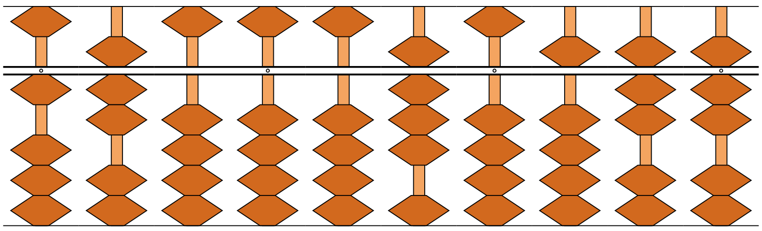


Figura 8.44: Corrigimos o primeiro algarismo do quociente.

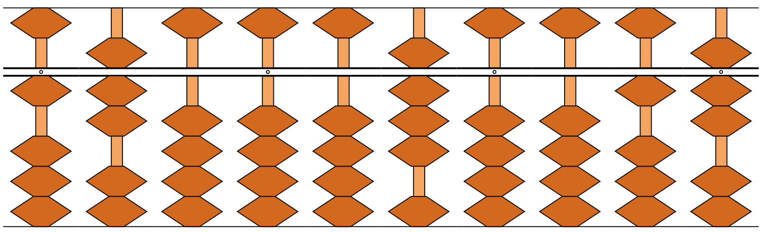


Figura 8.45: Concluímos a operação para o primeiro algarismo do quociente.

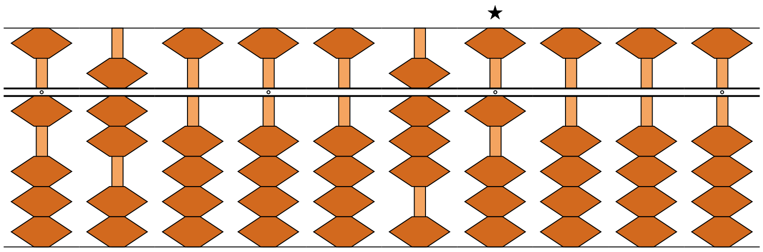


Figura 8.46: Conclusão do processo de divisão. Casa das unidades do quociente identificada.

Neste exemplo, confirmando o que já apresentamos sobre a posição do algarismo do quociente dentro do processo de divisão, começamos comparando uma sequência de três algarismos do dividendo com uma sequência de dois algarismos do divisor, visto que o número formado pelos dois primeiros algarismos do dividendo era menor que o número formado pelos dois primeiros algarismos do divisor. Nesta circunstância, a posição do candidato a algarismo do quociente foi imediatamente à esquerda do dividendo. Em seguida, estávamos comparando uma sequência de dois algarismos do dividendo com uma sequência de dois algarismos do divisor. Nesta situação, a posição do candidato a algarismo do quociente foi duas casas à esquerda da sequência do dividendo.

Outro ponto a destacar até aqui é que a estratégia de encontrar um candidato a algarismo do quociente comparando um ou dois algarismos do dividendo em relação ao primeiro algarismo do divisor apresentará um erro maior quando o divisor inicia com 1 seguido de um algarismo de valor alto. Por exemplo: vamos supor que tivéssemos de comparar 8 no dividendo com 1 seguido de 9, no divisor. Nosso primeiro candidato a algarismo do quociente seria 8, pois $8 \div 1 = 8$, o que vai proporcionar a necessidade de diversos ajustes, visto que, ainda que suponhamos que o 8 seja seguido de 9, teríamos 89 dividido por 19 cujo resultado é 4. Logo, teríamos de fazer 4 correções no candidato majorado. Tal situação não põe em check o método que apresentamos, fundamentado em Kojima (1954, p.40), apenas exigirá um pouco mais de tempo, que é compensado pelos seguintes benefícios: simplicidade e convergência ao candidato correto. Um recurso extra que concebi para estes casos é considerarmos ao invés de 1, o número decimal 1,9. Aí transformamos este 1,9 em uma fração aproximada da seguinte forma. Como o 9 é ímpar, consideramos o par anterior, no caso, tomamos 1,8 e o transformamos em fração. Teremos, $\frac{18}{10} = \frac{9}{5}$. Assim, nossa estratégia será dividir por $\frac{9}{5}$ na seguinte ordem: multiplicar primeiramente por 5 e depois dividir por 9, tomando o resultado inteiro. No nosso exemplo, com o 8 no dividendo e 19 no divisor, teríamos $8 \times 5 = 40$ e $40 \div 9 = 4$, que seria o nosso primeiro candidato. Esta estratégia aplica-se bem quando o divisor inicia-se por 1, mas tem uma desvantagem: deixa o processo com o soroban menos mecânico, portanto serve apenas como ilustração matemática. Vejamos, então, como ficaria o uso deste recurso no exemplo que desenvolvemos neste tópico: 1.377 ÷ 17. Teríamos 13 dividido por 1,7, que será associado à fração $\frac{8}{5}$ (1,6 = $\frac{16}{10}$ = $\frac{8}{5}$), ou seja, fazemos 13 x 5 = 65 que, dividido por 8, nos leva a 8 como candidato, que coincide com o candidato correto a algarismo do quociente. É importante reforçar que este recurso que eu idealizei serviria apenas para tentar aproximar o primeiro candidato a algarismo do quociente ao valor correto, minimizando a necessidade dos ajustes, especificamente quando o divisor inicia-se por 1 seguido de um algarismo de valor alto.

8.2.5 Exemplo 5.576 ÷ 6,8

$$5576 \div 6,8 = 820$$

Uma pergunta cabível a esta altura seria: Pelo método que estamos seguindo para divisores de mais de um algarismo, pode ocorrer um candidato a algarismo do quociente menor que o correto? Quando tomamos um ou dois algarismos do dividendo para comparação com o primeiro algarismo do divisor, estamos sempre considerando um divisor menor ou igual ao real. Assim, é de se esperar que ou o candidato a algarismo do quociente seja confirmado ou que este candidato esteja majorado, pois é o resultado de uma divisão por um valor menor. Logo, este método sempre leva ou ao candidato correto ou a um candidato majorado. Por isso, neste exemplo, para mostrar como fazer a correção quando, por qualquer motivo, um chute errado, por exemplo, o candidato a algarismo do quociente está a menor, vamos forçar o surgimento deste candidato a menor. Um outro detalhe deste exemplo não deve passar despercebido: é nosso primeiro exemplo com divisor decimal. Entretanto, como o divisor possui um algarismo à esquerda da vírgula, a regra continua aplicável, e encontraremos a casa das unidades do quociente deslocando para a esquerda 2 casas (1 + 1) em relação à casa das unidades do dividendo.

Começamos carregando dividendo e divisor como de praxe (figura 8.47). O primeiro algarismo do dividendo é menor que o primeiro algarismo do divisor. Assim, tomamos os dois primeiros algarismos do dividendo, que formam 55 e já sabemos que o candidato a algarismo do quociente será carregado imediatamente à esquerda do dividendo. O candidato correto a algarismo do quociente seria 8, mas vamos supor que tenhamos calculado a menor este algarismo, para podermos mostrar como proceder à correção. Vamos supor que tenhamos colocado o algarismo 7 como candidato. Daí, subtraímos 6 x 7 de 55, o que nos retorna 13. Chegamos então à situação da figura 8.48. Continuamos normalmente o processo. Deduzimos 8 x 7 de 137, o que nos retorna 81 (figura 8.49). Neste momento podemos perceber que há um erro, pois o resto da divisão parcial é maior que o divisor (81>68). Para corrigir este erro, acrescentamos 1 ao candidato a algarismo do quociente e subtraímos o divisor do resto, o que nos leva à situação da figura 8.50. Agora, percebemos que o resto está adequado, e podemos passar ao próximo algarismo do quociente. Para tanto, associamos o 13 ao 6 formando o 136 e dividimos 13 por 6 do divisor que nos retorna 2 como candidato. Subtraímos então 6 x 2 de 13 (figura 8.51) e subtraímos 8 x 2 de 16 encerrando o processo (figura 8.52).

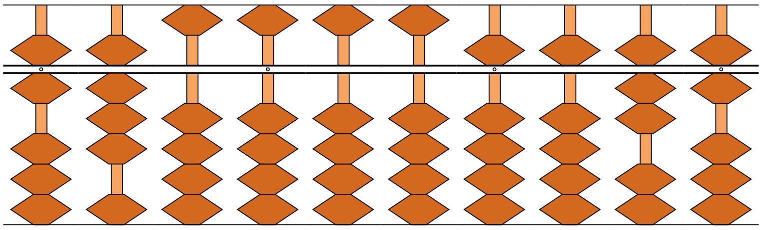


Figura 8.47: Dividendo carregado com casa das unidades identificada com ponto. Divisor carregado à esquerda, separado por quatro casas vazias.

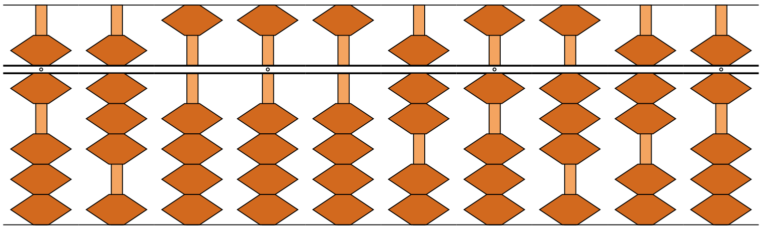


Figura 8.48: Subtraímos 6 x 7 de 55.

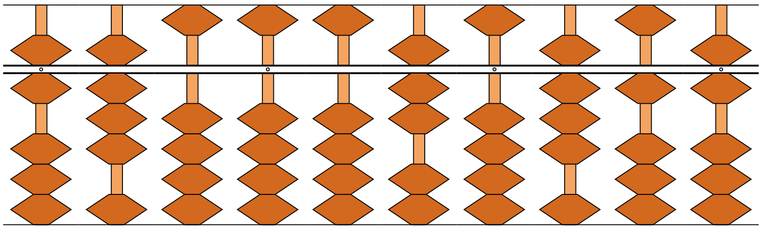


Figura 8.49: Subtraímos 8 x 7 de 137. Percebemos que o resto da divisão está maior que o divisor.

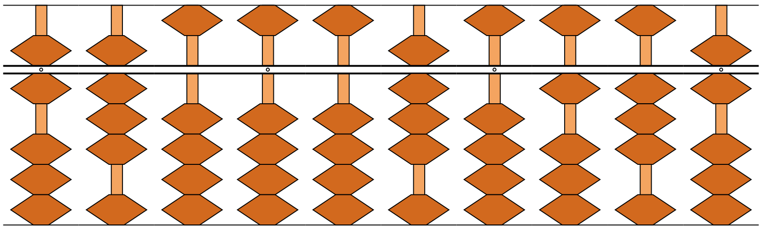


Figura 8.50: Corrigimos o problema do candidato a algarismo do quociente a menor.

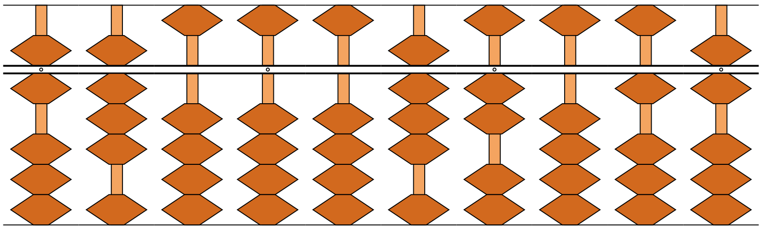


Figura 8.51: Acrescentamos o 2 como próximo candidato a algarismo do quociente e subtraímos 6 x 2 de 13.

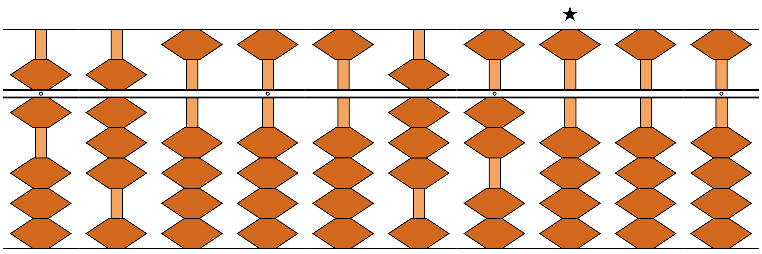


Figura 8.52: Subtraímos 8 x 2 de 16 e concluímos o processo. Casa das unidades em destaque.

Com mais este exemplo, podemos notar que, quando o candidato a algarismo do quociente é posto a menor, o resto da divisão parcial mostra-se maior que o divisor. A correção se faz acrescentando unidades ao algarismo do quociente e subtraindo o divisor do resto para cada unidade acrescentada. Note ainda que, esta é uma situação oposta à que vimos antes, quando o candidato a algarismo do quociente é majorado.

Perceba, também, que, ao passarmos da divisão com divisor natural para a divisão com divisor decimal com parte inteira não nula, para efeito da localização da casa das unidades do quociente, continuamos considerando a quantidade de algarismos da parte inteira do divisor mais 1. Logo, não temos uma diferença significativa no procedimento.

8.2.6 Exemplo 5.831 ÷ 119

$$5831 \div 119 = 49$$

Passamos agora a um exemplo em que o divisor é um número de três algarismos. À medida em que o divisor aumenta os procedimentos de correção de candidatos a algarismo do quociente podem envolver números maiores, o que vai exigindo mais atenção, portanto, elevando o nível de dificuldade. Entretanto, o processo em si não muda.

Começamos carregando dividendo à direita e divisor à esquerda. Lembramos que, com relação à posição da casa das unidades do quociente, como o divisor tem três algarismos, ela será encontrada deslocando-se para a esquerda quatro posições (3 + 1) em relação à casa das unidades do dividendo. A figura 8.53 mostra esta situação inicial. Nosso primeiro candidato a algarismo do quociente surge de 5 dividido por 1, que deve ser carregado na segunda casa à esquerda do dividendo. Passamos então a testar o 5 como candidato. Iniciamos subtraindo 1 x 5 de 5, o que nos faz chegar à situação da figura 8.54. Tomamos o 2º algarismo do divisor, que novamente é 1, e subtraímos 1 x 5 de 8, o que nos leva à situação da figura 8.55. Agora devemos subtrair 9 x 5 de 33, mas este procedimento não pode ser feito, logo, notamos que o candidato a primeiro algarismo do quociente está a maior. Desta forma, passamos à correção. Retrocedemos uma casa e estacionamos no primeiro 3 do dividendo. Olhamos para os algarismos do divisor que foram processados, que formam o número 11. Então, subtraímos uma unidade do candidato a algarismo do quociente e adicionamos 11 na casa onde estacionamos. Fazendo isto, chegamos à situação da figura 8.56. Agora, temos um novo candidato a algarismo do quociente a ser testado, que é o 4, restando apenas fazer a verificação com o último algarismo do divisor, ou seja, resta verificar se 9 x 4 é menor que 143. Esta verificação nos leva a confirmar nosso candidato. Subtraímos 9 x 4 de 143 e chegamos à situação da figura 8.57, que ilustra a conclusão da nossa primeira divisão parcial. Note que, como a comparação ocorreu entre o mesmo número de algarismos do dividendo e do divisor, o algarismo do quociente foi posicionado duas casas à esquerda do dividendo. Seguindo para a próxima divisão parcial, chegamos a uma situação em que temos de comparar os dois primeiros algarismos do dividendo com os dois primeiros algarismos do divisor. Como 10 do dividendo é menor que 11 do divisor, nosso candidato a algarismo do quociente será 9, que deve ser posicionado imediatamente à esquerda do 107. Analisemos melhor esta situação. Como o 10 do dividendo é menor que o 11 do divisor, já sabemos que a comparação deverá ocorrer entre o 107 e o 11. Entretanto, em prol da mecanização e simplificação do processo, especialmente evitando-se comparações com mais de um algarismo do divisor, Kojima (1954, p.40) recomenda, nestes casos, que seja chamado o 9 como primeiro candidato, carregando-o imediatamente à esquerda do dividendo. Por outro lado, a estratégia que citei de tomar o 1,1 do divisor e transformá-lo numa fração, como foi feito em exemplo anterior, não se aplica para 1,1, pois teríamos de reduzir para 1,0 que é igual a 1, que certamente não pode ser candidato, visto que 10 do dividendo é menor que 11 do divisor. Logo, esta estratégia só se aplica para valores de 1,2 até 1,9. Lembro que esta transformação em fração que apresentei é apenas de um recurso acessório que propus. Kojima recomenda sempre, nestes casos, colocar como primeiro candidato o 9 e providenciar os ajustes, se necessário. Prosseguindo então com nosso exemplo, carregamos o 9 imediatamente à esquerda e subtraímos 1 x 9 de 10, o que nos leva à situação da figura 8.58. Em seguida, subtraímos 1 x 9 de 17 (figura 8.59) e, por fim, subtraímos 9 x 9 de 81, encerrando a divisão (figura 8.60).

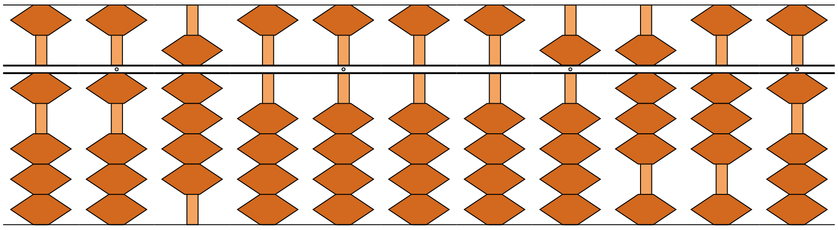


Figura 8.53: Dividendo carregado com casa das unidades identificada com ponto. Divisor carregado à esquerda, separado por quatro casas vazias.

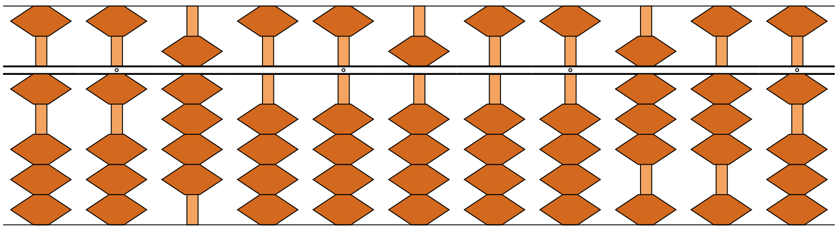


Figura 8.54: Primeiro candidato 5 carregado. Subtraímos 1 x 5 de 5.

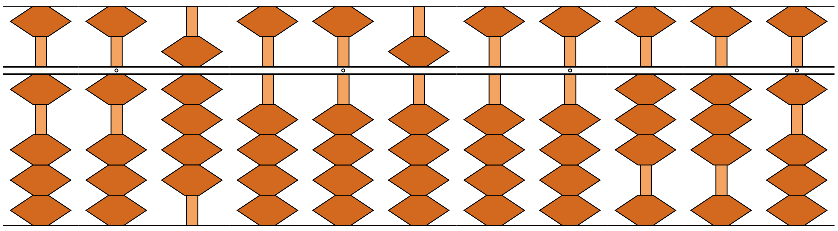


Figura 8.55: Subtraímos 1 x 5 de 8. Percebemos, aqui, que o candidato a algarismo do quociente está majorado.

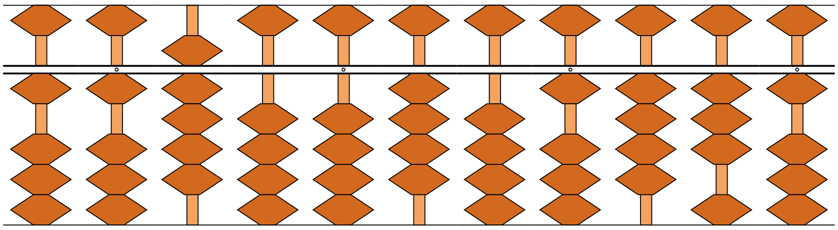


Figura 8.56: Corrigimos a majoração. Já é possível notar que o primeiro algarismo do quociente é 4.

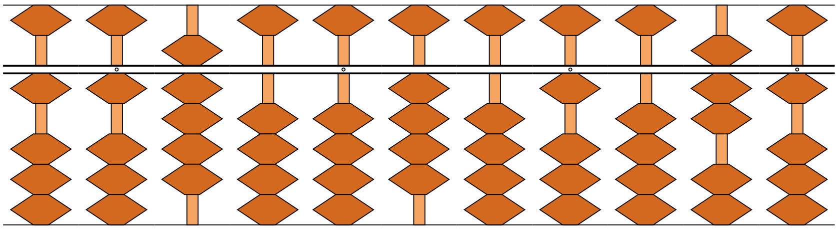


Figura 8.57: Subtraímos 9 x 4 de 143, encerrando a primeira divisão parcial.

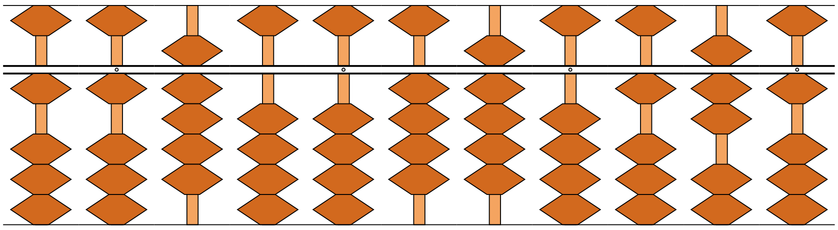


Figura 8.58: O próxima candidato é 9. Subtraímos 1 x 9 de 10.

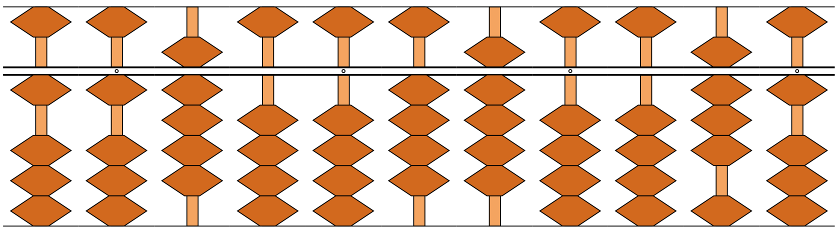


Figura 8.59: Subtraímos 1 x 9 de 17.

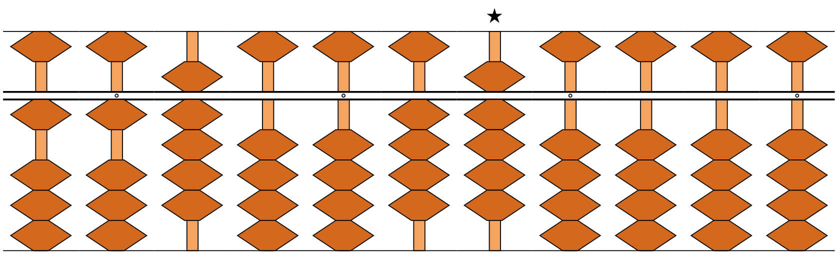


Figura 8.60: Subtraímos 9 x 9 de 81, encerrando o processo. Casa das unidades em destaque.

8.3 Divisor decimal com parte inteira nula

Quando o dividendo é um número qualquer, inclusive com casas decimais, e o divisor é decimal maior que 1, recaímos sobre as situações já abordadas nos exemplos anteriores, nas quais a posição da casa das unidades do quociente depende da posição da casa das unidades do dividendo e do número de algarismos na parte inteira do divisor. Mas, e quando o divisor tiver parte inteira nula? Como determinamos a posição da casa das unidades do quociente? Vamos ver este caso nos próximos exemplos.

8.3.1 Exemplo 25 ÷ 0,4

$$25 \div 0,4 = 62,5$$

Para entendermos a localização da casa das unidades do quociente quando o divisor tiver parte inteira nula, vamos seguir um raciocínio indutivo, assim como foi feito com relação à multiplicação. Relembremos aqui a primeira regra de Kojima (1954, p.44) para a divisão, que diz que, para localizarmos a casa das unidades do quociente, deslocamos à esquerda a casa das unidades do dividendo em tantos algarismos da parte inteira do divisor mais 1. A tabela 8.2 apresenta alguns exemplos.

Algarismos na parte inteira do divisor	Exemplo	Deslocamento da casa das unidades para a esquerda
3	183	4
2	18,3	3
1	1,83	2

Tabela 8.2: Deslocamentos para a esquerda da casa das unidades do dividendo para acharmos a casa das unidades do quociente.

Podemos notar que à medida em que o número de algarismos da parte inteira do divisor diminui, o deslocamento à esquerda da casa das unidades do dividendo vai diminuindo, ou seja, há um movimento da esquerda para a direita em uma casa para cada redução de uma unidade do número de algarismos da parte inteira do divisor. Assim, se seguirmos este ritmo, estenderemos este raciocínio para a tabela 8.3

Algarismos na parte inteira do divisor	Exemplo	Deslocamento da casa das unidades para a esquerda
1	1,83	2
0	0,183	1
-1	0,0183	0
-2	0,00183	-1
-3	0,000183	-2

Tabela 8.3: Continuidade dos deslocamentos para a esquerda da casa das unidades do dividendo para acharmos a casa das unidades do quociente.

Desta forma, se o divisor for 7,5, deslocamos a casa das unidades do dividendo em duas posições para a esquerda; se for 0,75, deslocamos a casa em uma posição à esquerda; se for 0,075, deslocamos a casa em zero (coincidência entre unidade do dividendo e unidade do quociente); se for 0,0075, deslocamos a casa uma posição à direita. Kojima (1954, p.44) trata do assunto por meio de sua segunda regra para divisão:

> *Quando o divisor é uma fração decimal cujo primeiro algarismo significativo* [1] *está na casa dos décimos, a casa das unidades do quociente é obtida tomando-se a primeira casa à esquerda da casa das unidades do dividendo. Chame esta casa de coluna básica. Então, cada vez que o valor do divisor é reduzido em uma posição, a casa das unidades do quociente desloca-se uma posição à direita.*

Minha dica é aprender a associar ao divisor um número inteiro, conforme apresentado nas tabelas 8.2 e 8.3, e adicionar 1 a este número. Se o resultado for positivo, temos um deslocamento da casa das unidades para a esquerda; se for negativo, temos um deslocamento para a direita; e se for nulo, a casa das unidades do dividendo coincidirá com a casa das unidades do quociente.

Voltando ao nosso exemplo, carregamos o dividendo ao centro e, à sua esquerda, separado por 4 casas vazias, o divisor, conforme mostra a figura 8.61. Conforme vimos até aqui, como o divisor tem seu primeiro algarismo não nulo na casa dos décimos, a casa das unidades do quociente será encontrada a partir da casa das unidades do dividendo

[1] Tomar o primeiro algarismo significativo equivale a tomar a partir do primeiro algarismo não nulo. Por exemplo: o primeiro algarismo significativo de 0,37 é o 3, que está na casa dos décimos.

com deslocamento de uma casa à esquerda. Seguindo com o exemplo, temos, então, que o primeiro algarismo do dividendo é menor que o primeiro algarismo do divisor, logo passamos a formar um número com o próximo algarismo do dividendo. Formamos então 25 e o dividimos por 4, o que nos retorna 6. Carregamos o 6 imediatamente à esquerda do 25 e deduzimos 4 x 6 de 25, chegando à situação da figuram 8.62. Continuando o processo, associamos 1 ao zero, e dividimos 10 por 4 o que nos retorna 2. Deduzimos então 2 x 4 de 10 e chegamos à situação da figura 8.63. Para concluir, associamos o 2 ao zero, formando 20 e o dividimos por 4, que nos retorna 5, que deve ser carregado imediatamente à esquerda do 20. Subtraímos então 4 x 5 de 20 e chegamos ao resultado da divisão, conforme ilustrado na figura 8.64. Note que a casa das unidades do quociente foi localizada uma casa à esquerda da casa das unidades do dividendo.

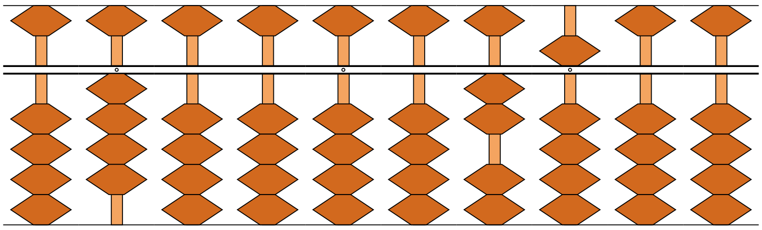


Figura 8.61: Dividendo carregado com casa das unidades identificada com ponto. Divisor carregado à esquerda, separado por quatro casas vazias.

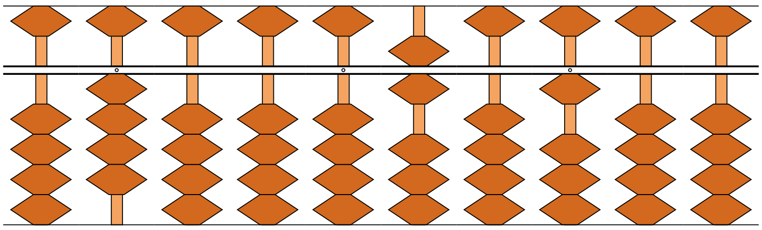


Figura 8.62: Carregamos o 6 à esquerda do dividendo e deduzimos 4 x 6 de 25.

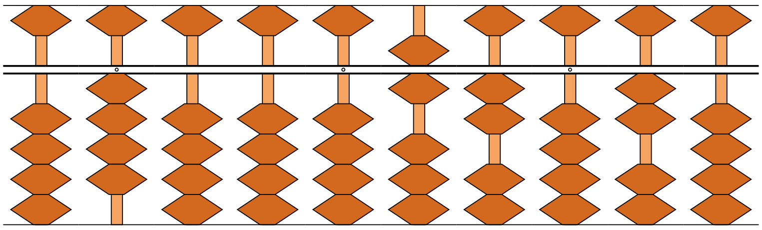


Figura 8.63: Carregamos o próximo algarismo, que é 2, e deduzimos 4 x 2 de 10.

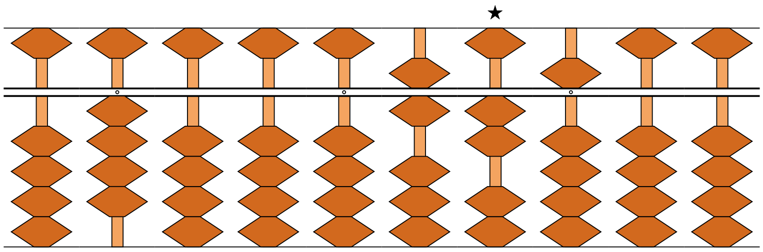


Figura 8.64: Carregamos o próximo algarismo, que é 5, e deduzimos 4 x 5 de 20, encerrando o processo. Casa das unidades em destaque.

8.3.2 Exemplo 4,704 ÷ 0,096

$$4,704 \div 0,096 = 49$$

Neste exemplo, o divisor tem um zero entre a vírgula decimal e o primeiro algarismo não nulo, logo, conforme detalhamos no exemplo anterior, a posição das unidades do quociente não muda em relação à posição da unidade do dividendo (-1 + 1 = 0). Vamos ao exemplo. Primeiramente carregamos o dividendo e o divisor como de praxe (figura 8.65). Como o primeiro algarismo do dividendo, que é 4, é menor que o primeiro algarismo do divisor, que é 9, começamos fazendo 47 por 9, o que nos retorna 5, que deve ser carregado imediatamente à esquerda do dividendo. Deduzimos 5 x 9 de 47, o que nos leva à situação da figura 8.66. Temos agora de deduzir 5 x 6 de 20, o que não é possível. Concluímos que nosso candidato a primeiro algarismo do quociente está majorado. Diminuímos uma unidade do candidato, retornamos à posição ocupada pelo 2 e acrescentamos 9 o que nos leva à situação da figura 8.67. Agora, com o novo candidato a algarismo do quociente, que é 4, deduzimos 4 x 6 de 110, o que nos leva à situação da figura 8.68. Note que o resto da divisão parcial ficou em 86, portanto inferior a 96. Sendo assim, concluímos a primeira rodada. Passamos agora a dividir 86 por 9, o que nos retorna 9. Deduzimos então 9 x 9 de 86, o que nos leva à situação da figura 8.69. Deduzimos, em seguida, 9 x 6 de 54, concluindo o processo. Note que a casa das unidades do quociente coincidiu com a casa das unidades do dividendo (figura 8.70).

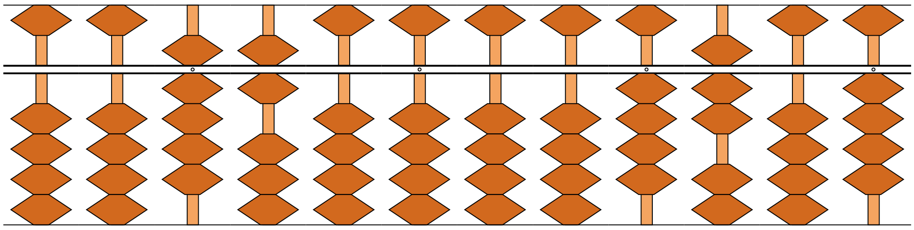


Figura 8.65: Dividendo carregado com casa das unidades identificada com ponto. Divisor carregado à esquerda, separado por quatro casas vazias.

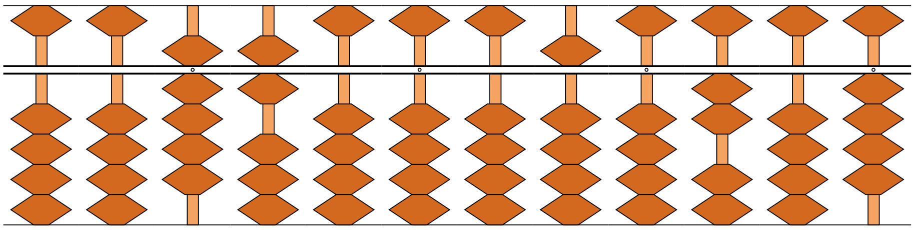


Figura 8.66: Primeiro candidato 5 carregado. Subtraímos 5 x 9 de 47. Podemos notar que o candidato a algarismo do quociente está majorado.

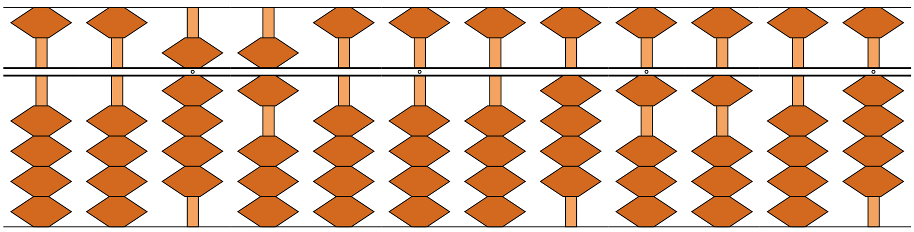


Figura 8.67: Subtraímos 1 do candidato a algarismo do quociente e acrescentemos 9 à posição antes ocupada pelo 2.

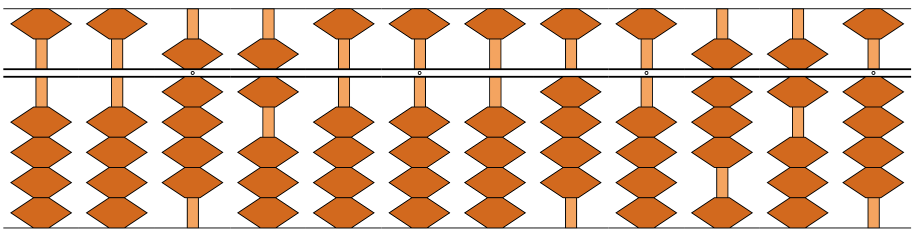


Figura 8.68: Deduzimos 4 x 6 de 110 e encerramos a primeira divisão parcial.

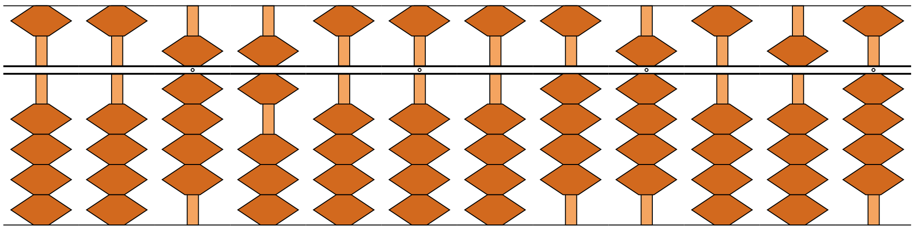


Figura 8.69: Carregamos o próximo candidato, que é 9, e deduzimos 9 x 9 de 86.

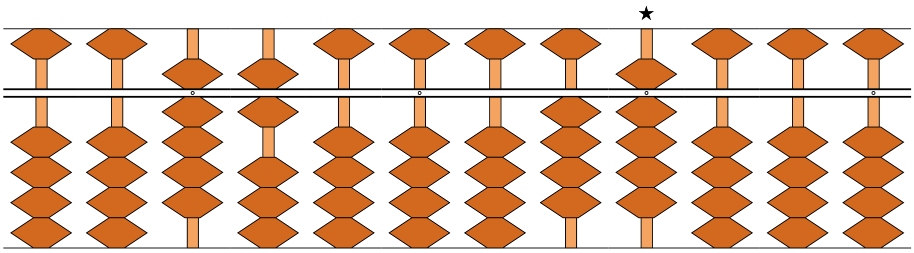


Figura 8.70: Deduzimos 6 x 9 de 54 e concluímos o processo. Casa das unidades do quociente em destaque.

8.4 Outras estratégias para a divisão

Da mesma forma que fizemos com relação à multiplicação, apresentaremos a seguir outras estratégias utilizadas para a divisão no soroban.

8.4.1 Determinação prévia da casa das unidades do quociente

Este método é análogo ao já apresentado para a multiplicação. Vamos aos passos:

1) Associamos ao dividendo e ao divisor um número inteiro que corresponde à posição do primeiro algarismo não nulo, conforme já apresentamos em 8.3.1.

2) Ao valor obtido para o dividendo subtraia 2. Em seguida, subtraia o valor obtido para o divisor (cuidado com os sinais).

   Por exemplo:

   - Valor obtido pelo dividendo: -1
   - -1 - 2 = -3
   - Valor obtido pelo divisor: -5

– -3 - (-5) = 2

3) Escolha uma casa do soroban marcada com um ponto para a posição das unidades do quociente. Esta casa escolhida fica associada ao número zero e as demais à sua esquerda e direita a números inteiros, conforme a tabela 8.4

+5	+4	+3	+2	+1	0	-1	-2	-3	-4	-5

Tabela 8.4: Numeração das posições no soroban em torno da casa das unidades do quociente predeterminada.

4) Carregue os algarismos do dividendo, desconsiderando eventuais zeros à esquerda, a partir da casa cujo número ficou determinado no passo 2, e, consequentemente, carregue à esquerda, separados por quatro casas vazias, os algarismos do divisor, também desconsiderando eventuais zeros à esquerda.

5) Processe normalmente a divisão.

6) O resultado aparece ao final, levando-se em consideração a casa pré-determinada para as unidades do quociente (aquela que foi associada à posição zero e que foi identificada previamente com um ponto).

Exemplo 1 com predeterminação das casa das unidades do quociente: 18,291 ÷ 0,067

$$18,291 \div 0,067 = 273$$

Vamos aplicar a regra de predeterminação da casa das unidades do quociente. Com esta regra, não precisamos nos preocupar com a vírgula, consideramos apenas os algarismos a partir do primeiro algarismo significativo. Primeiramente verificamos que o número inteiro obtido do dividendo é 2 e o número inteiro obtido do divisor é -1. Assim fazemos 2 - 2 = 0 e 0 - (-1) = +1. Logo, escolhemos uma casas marcada com um ponto para servir de unidade do quociente e tomamos a primeira casa à sua esquerda (+1) para iniciar a colocação do dividendo. Complementamos colocando o divisor à esquerda, a partir apenas do primeiro algarismo significativo (figura 8.71). Iniciamos dividindo 18 por 6, que nos retorna 3. Então deduzimos 3 x 6 de 18 e chegamos à situação da figura 8.72.

Como a próxima ação é subtrair 3 x 7 de 2, percebemos que o algarismo 3 do quociente está majorado. Voltamos nossa atenção para a casa à esquerda do 2, subtraímos 1 do candidato e acrescentamos 6 a esta casa, conforme mostra a figura 8.73. Agora, temos um novo candidato a ser verificado, que é o 2. Deduzimos então 7 x 2 de 62, o que nos leva à situação da figura 8.74. Encerramos nossa primeira divisão parcial que nos deixou o resto 48. Recomeçamos o processo. Como 4 é menor que 6, dividimos 48 por 6, o que nos retorna 8, que deve ser carregado logo à esquerda do 4. Deduzimos, em seguida, 6 x 8 de 48 e chegamos à situação da figura 8.75 que, mais uma vez, diz-nos que o candidato 8 está majorado, pois em seguida teríamos de deduzir 7 x 8 de 9. Então subtraímos 1 do candidato e acrescentamos 6 na coluna à esquerda do 9 (figura 8.76). Agora continuamos com um novo candidato, que é o 7. Como 7 x 7 é menor que 69, 7 é confirmado como algarismo do quociente. Deduzimos 7 x 7 de 69, o que nos leva à situação da figura 8.77. Encerramos nossa segunda divisão parcial e passamos à terceira. Tomamos agora 20 dividido por 6, que nos retorna 3. Este deve ser carregado à esquerda do 20. Deduzimos 6 x 3 de 20 e chegamos à figura 8.78. Como 7 x 3 = 21, resta-nos deduzir 7 x 3 de 21, encerrando a divisão, conforme a figura 8.79. Note que o resultado está de acordo com a casa das unidades previamente reservada para o quociente.

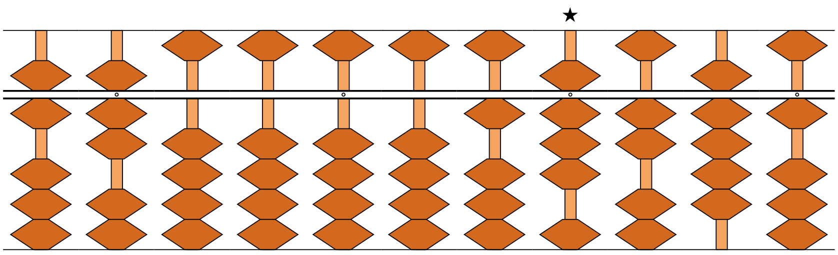


Figura 8.71: Casa das unidades do quociente em destaque. Dividendo carregado a partir da casa +1. Divisor carregado como consequência.

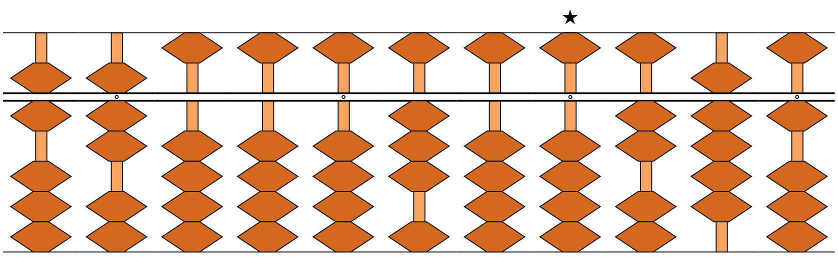


Figura 8.72: Primeiro candidato a algarismo do quociente, o 3, carregado. Subtraímos 3 x 6 de 18. Percebemos que o candidato a algarismo do quociente está majorado.

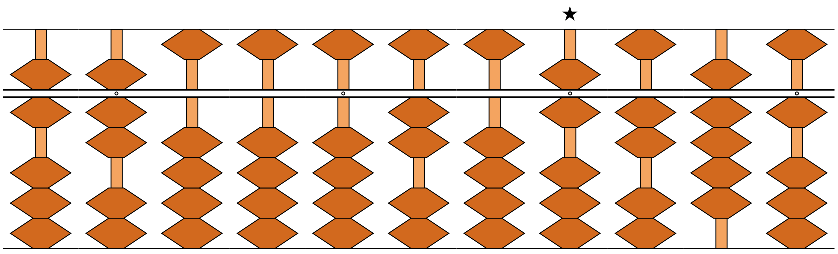


Figura 8.73: Subtraímos 1 do candidato e acrescentemos 6 à posição à esquerda do 2.

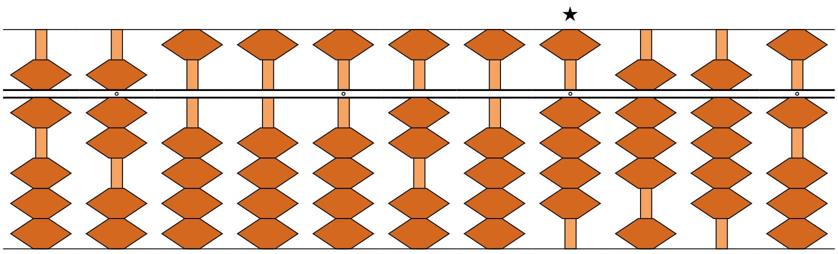


Figura 8.74: Deduzimos 7 x 2 de 62 e encerramos a primeira divisão parcial.

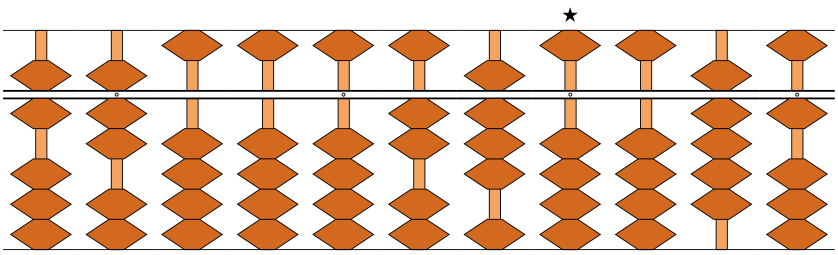


Figura 8.75: Carregamos o próximo candidato, que é 8, e deduzimos 6 x 8 de 48. Percebemos que o candidato está majorado.

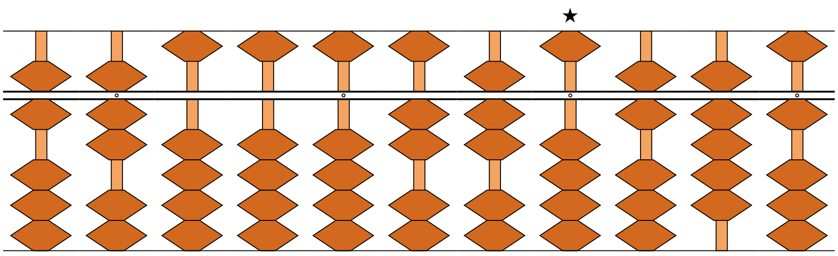


Figura 8.76: Deduzimos 1 do candidato a 2º algarismo do quociente e acrescentamos 6 à posição à esquerda do 9.

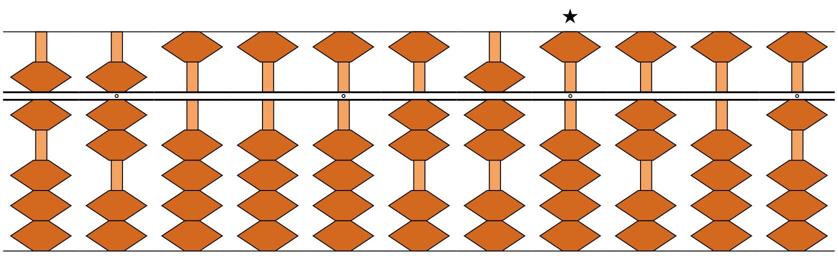


Figura 8.77: Deduzimos 7 x 7 de 69, encerrando a segunda divisão parcial.

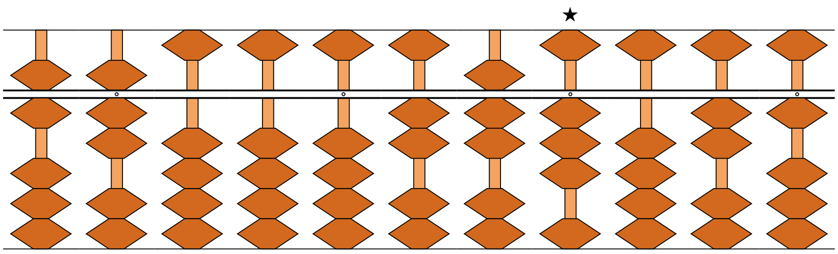


Figura 8.78: Carregamos o próximo candidato, que é 3, e deduzimos 3 x 6 de 20.

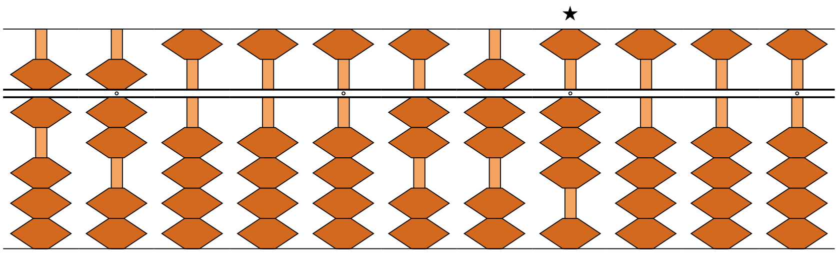


Figura 8.79: Deduzimos 7 x 3 de 21 e concluímos o processo.

Exemplo 2 com predeterminação das casa das unidades do quociente: 0,00042 ÷ 0,07

$$0,00042 \div 0,07 = 0,006$$

Este exemplo põe em destaque a importância da determinação da posição da casa das unidades do quociente. Afinal, podemos perceber facilmente que o primeiro algarismo significativo do quociente é 6, mas em que posição ficará? Começamos com o cálculo envolvendo os números inteiros associados ao dividendo (-3) e ao divisor (-1). Teremos -3 - 2 = -5 e -5 - (-1) = -4. Então passamos a carregar o dividendo a partir da 4ª casa à direita da casa escolhida previamente para ser a casa das unidades do quociente. À esquerda, separado por quatro casas vazias, carregamos o 7, conforme nos mostra a figura 8.80. A partir daí, apenas fazemos a divisão normalmente. Como 4 é menor que 7, o associamos ao 2 formando 42 que, dividido por 7, nos retorna 6. Carregamos então o 6 imediatamente à esquerda do 4 e deduzimos 7 x 6 de 42, encerrando o processo da forma mostrada na figura 8.81. Note que a casa pré-determinada para as unidades do quociente foi confirmada.

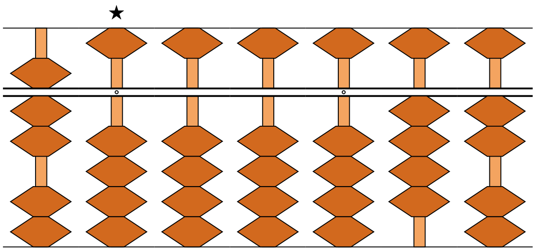


Figura 8.80: Carregamos o dividendo e o divisor a partir do primeiro algarismo significativo. Destacamos a casa reservada para as unidades do quociente.

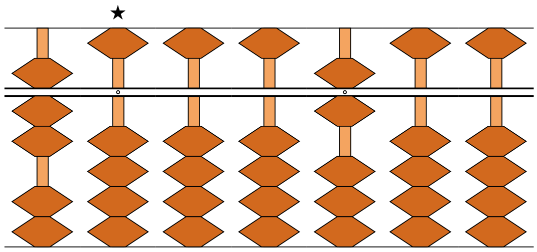


Figura 8.81: O resultado, confirmando-se a casa das unidades do quociente.

8.4.2 Utilizando dividendo e divisor soltos

Este tópico é apenas para guardar uma relação com o tópico semelhante, apresentado no capítulo sobre multiplicação. Afinal, seria possível realizarmos divisão no soroban sem nos atentarmos, a priori, para a posição da casa das unidades do quociente? A resposta é sim. É possível, mas, neste caso, em contrapartida, temos de saber quantas casas vai ter a parte inteira do quociente, ou, caso não haja algarismos não nulos na parte inteira, quantos zeros após a vírgula antes do primeiro algarismo significativo terá o quociente. Conforme já vimos nas tabelas 8.2 e 8.3, podemos associar um número inteiro ao dividendo e ao divisor em função da posição do primeiro algarismo não nulo. Além disto, nesta abordagem, uma segunda informação a ser considerada é o primeiro evento em que os primeiros n algarismos significativos do dividendo se diferenciam dos primeiros n algarismos significativos do divisor ou se igualam totalmente ao divisor. Portanto, temos de verificar se os n primeiros algarismos significativos do dividendo formam um número maior ou igual aos n primeiros algarismos significativos do divisor. Com estas informações, é possível predeterminar o número inteiro que ficará associado ao quociente, o que nos permite identificar a posição da casa das unidades do quociente a partir dos seus algarismos dispostos no soroban, como resultado do processo de divisão. Portanto, a regra que vamos usar é:

> *O número inteiro associado ao quociente em função da posição do seu primeiro algarismo não nulo pode ser determinado a partir da diferença entre o número inteiro associado ao dividendo menos o número inteiro associado ao divisor, adicionando-se 1, caso ocorra que os primeiros n algarismos significativos do dividendo formem um número maior ou igual ao número formado pelos n primeiros algarismos significativos do divisor.*

Com o uso desta regra, podemos nos despreocupar com a posição da casa das unidades do dividendo, do divisor e do quociente no soroban. É suficiente apenas carregarmos dividendo e divisor a partir do primeiro algarismo significativo, separando-os por quatro casas vazias. A tabela 8.5 apresenta exemplos numéricos desta regra.

Operação	Nº 1	Nº 2	S/N	Resultado	Soroban	Resultado
143 ÷ 13	3	2	S	3 - 2 + 1 = 2	00000110000	11
27 ÷ 0,08	2	-1	N	2 - (-1) + 0 = 3	00033750000	337,5
0,07222 ÷ 3,14	-1	1	S	-1 - 1 + 1 = -1	0000002300000	0,023
0,098 ÷ 0,0075	-1	-2	S	-1 - (-2) + 1 = 2	0001306666666	13,06666666
61,4 ÷ 0,0084	2	-2	N	2 - (-2) + 0 = 4	000730952381	7309,52381

Tabela 8.5: Legenda: Nº1 refere-se ao Dividendo; Nº2, ao divisor; S/N é Sim ou Não caso os n primeiros algarismos significativos do dividendo formem um número maior ou igual ao número formado pelos n primeiros algarismos significativos do divisor; Resultado é o resultado da aplicação da regra.

Por exemplo, seja o dividendo 157,68 e o divisor 3,6. O número inteiro associado à posição do primeiro algarismo não nulo do dividendo é 3, e o do divisor é 1. Fazemos 3 - 1 = 2. Além disto, o primeiro algarismo do dividendo é menor que o primeiro algarismo do divisor, portanto, para n = 1, já temos que o número formado pelo primeiro algarismo do dividendo é menor que o número formado pelo primeiro algarismo do divisor, logo, não adicionamos 1, e o resultado anterior, que é 2, permanece. Se fosse maior ou igual, adicionaríamos 1. Ao executarmos a divisão considerando dividendo e divisor apenas a partir do primeiro algarismo significativo, obtemos no soroban algo como 00004380000. Onde por a vírgula? Devemos pô-la de tal forma que o primeiro algarismo não nulo do quociente esteja associado ao número 2, logo, 43,8 é o nosso quociente.

Capítulo 9

Números Negativos

Considere a seguinte manipulação algébrica. Vamos escolher um número inteiro negativo qualquer para mostrar como este número será representado no soroban. Seja, então, o número -73. Temos então que:

$$-73 = 100 - 73 - 100 =$$

$$27 - 100 =$$

$$-100 + 27 =$$

$$-(100 - 27) =$$

$$-(1 + 99 - 27)$$

Ocorre que, no soroban, se, ao invés de considerarmos os valores ligados à barra central horizontal, considerarmos os valores afastados desta barra, estaremos tomando o complementar em relação a uma sequência de noves (999..). No caso, se carregarmos o numero 27 no soroban, teremos, afastado da barra horizontal o número 72. Note que 72 + 27 = 99 (veja a figura 9.1).

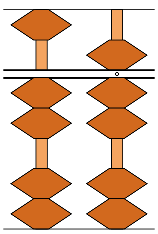


Figura 9.1: O número -73.

Assim, se tomarmos o complementar de 99 (leitura das contas afastadas da barra central horizontal), adicionarmos 1 e acrescentarmos o sinal negativo, teremos a representação do número -73. Retornando à nossa manipulação algébrica, o que concluímos foi que

$$-73 = -(1 + 99 - 27)$$

ou seja, o número -73 é o complementar do número 27 em relação a 99, mais 1 e com o sinal negativo (reveja a figura 9.1).

Observe, então, outros exemplos nas figuras seguintes.

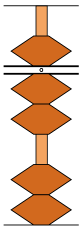


Figura 9.2: 7 corresponde a -3

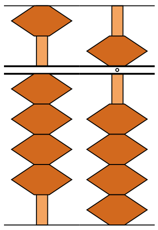


Figura 9.3: 45 corresponde a -55

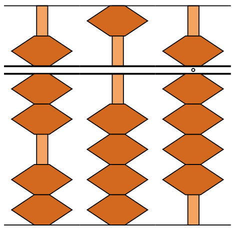


Figura 9.4: 709 corresponde a -291

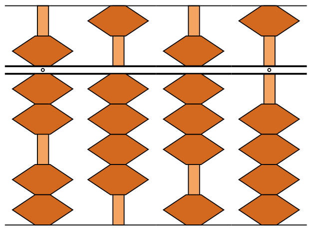


Figura 9.5: 7.480 corresponde a -2.520

Perceba que, para lermos um número negativo no soroban, devemos ler as contas que não estão ligadas à barra central, com um detalhe: ao último algarismo devemos adicionar 1. Na figura 9.2 temos o número 7 e podemos notar abaixo, por fora, o número 2 que, por se tratar da última casa, a ele devemos adicionar 1 e lemos -3 (negativo). Na figura 9.3, podemos ver o número 45 e, por fora, o número 54 que, mais 1, fica 55, só que negativo (-55). Na figura 9.4, seguindo o mesmo raciocínio, temos, por fora, 290, portanto lemos -291 e, em nosso último exemplo, temos, por fora 2519, logo devemos ler -2520.

A repetição desta leitura permite ao aluno responder rapidamente a questões que envolvem complementares de potências de 10. Veja, por exemplo, a seguinte questão:

Dona Marta fez compras na mercearia totalizando R$ 3,47 centavos. Quanto recebeu de troco, se pagou as compras com uma nota de dez reais?

Para um praticante do soroban, a resposta a este pergunta não necessita de cálculo. É suficiente descrever (ou imaginar) o número 3,47 no soroban e tomar complementar para 10,00. No caso, teremos um troco de R$6,53. Veja a figura 9.6.

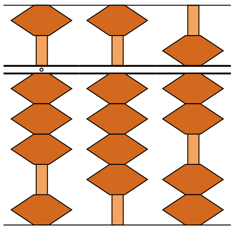


Figura 9.6: Se olharmos para 3,47 podemos ver 6,53.

Já vimos como fazer adições e subtrações no soroban, entretanto, caso a operação resulte em um número negativo, temos de estar acostumados a lidar com estes números. Resumidamente, a estratégia de uma operação como 3 - 7 é fazermos 3 + 10 - 7 = 13 - 7 = 6. Mas 6 é o resultado da operação com a adição de 10. Para vermos o resultado devemos então subtrair 10, ou seja, devemos fazer 6 - 10, mas 6 - 10 = - (10 - 6), ou seja, é o complementar de 6 em relação a 10 com o sinal negativo. Logo, no soroban, basta olharmos para o complementar em relação a 10.

Em geral, devemos utilizar sempre como estratégica a adição de uma potência de 10 adequada, ou seja, 10, 100, 1000 etc., o que nos leva a mais um tipo de tomada de decisão, até então não abordada. Vamos a alguns exemplos.

9.1 Exemplos de subtrações com resultados negativos

Nas subtrações com duas parcelas cujos resultados são negativos, é suficientes adicionarmos a potência de 10 adequada e, ao final, lermos o complementar desta potência. Nos exemplos que se seguem, para efeito didático, apresentamos o momento em que esta potência de 10 é adicionada, mas, caso o aluno consiga fazer este passo apenas na imaginação, é suficiente e mais rápido, portanto, ainda melhor.

9.1.1 Exemplo 2 - 8

2 - 8 = -6

Carregamos o 2 e, ao perceber que não temos como subtrair 8 pois todas as casas à esquerda do 2 estão zeradas, adicionamos 10 e subtraímos o 8. Agora, lemos o complementar de 10. Veja as figuras.

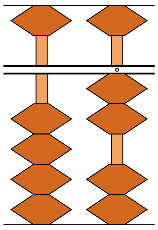


Figura 9.7: 2 carregado

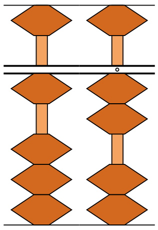


Figura 9.8: Adicionamos 10

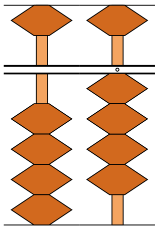


Figura 9.9: Subtraímos 8 e lemos o complementar mais 1 com sinal negativo. No caso, temos 5 + 1 = 6, e lemos -6.

9.1.2 Exemplo 36 - 78

36 - 78 = -42

Carregamos o 36 e, ao perceber que não temos como subtrair 78, adicionamos 100, subtraímos o 78 e então, lemos o complementar de 100. Veja as figuras.

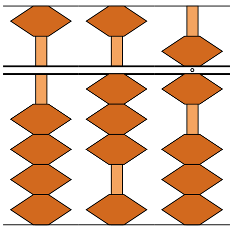


Figura 9.10: 36 carregado

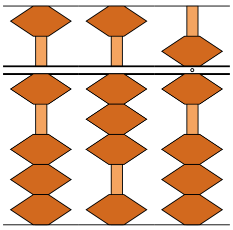


Figura 9.11: Adicionamos 100

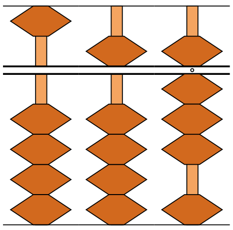


Figura 9.12: Subtraímos 78 e lemos o complementar de 100 com o sinal negativo: - (41 + 1) = - 42

9.1.3 Exemplo 617 - 894

617 - 894 = -277

Carregamos o 617 e, ao perceber que não temos como subtrair 894, adicionamos 1000, subtraímos o 894 e, então, lemos o complementar de 1000. Veja as figuras.

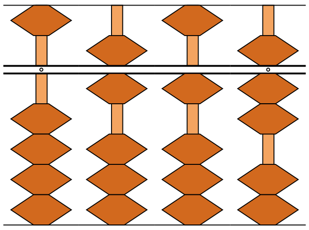


Figura 9.13: 617 carregado

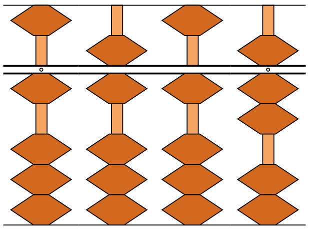


Figura 9.14: Adicionamos 1000

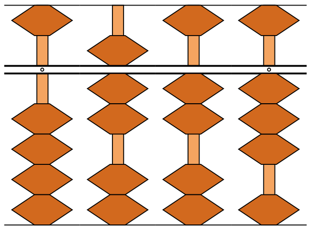


Figura 9.15: Subtraímos 894 e lemos o complementar de 1000 com o sinal negativo: - (276 + 1) = -277

9.2 Exemplos com várias parcelas

Os exemplos com várias parcelas podem exigir outras necessidades. Uma delas é ter de pular de uma potência de 10 para outra maior. Kojima (1963, p.14-15) cita dois métodos: no primeiro, acrescenta-se uma potência de 10 com folga, o que permite fazer as operações todas e tomar o complementar da potência de 10 que foi usada como resultado; o segundo é escalonado: inicia-se acrescentando uma potência de 10 mínima e, se não for suficiente, complementa-se para a outra potência de 10. Pelo segundo método, se tivermos a necessidade de passar de 100 para 1000, após termos adicionado 100, temos de adicionar 900.

Uma outra necessidade é termos de retornar a valores positivos. Neste caso, fazermos normalmente a adição de valores que tornarão o resultado positivo e subtraímos a potência de 10 que havia sido adicionada antes, para que fosse possível a leitura do resultado negativo. Vamos a alguns exemplos.

9.2.1 Exemplo 53 - 84 - 71

23 - 84 - 71 = -132

Pelo primeiro método, como não sabemos à priori se a adição de 100 será suficiente, por via das dúvidas, ao invés de adicionarmos 100, vamos adicionar 1000 ou 10.000. Vamos optar por adicionar 1000. Então, carregamos o 23 e, ao perceber que não temos como subtrair 84 e depois 71, adicionamos 1000, subtraímos o 84 e, em seguida, o 71. Lemos o complementar de 1000 para obtermos o resultado. Veja as figuras.

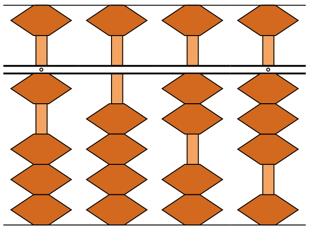


Figura 9.16: 23 carregado mais 1000

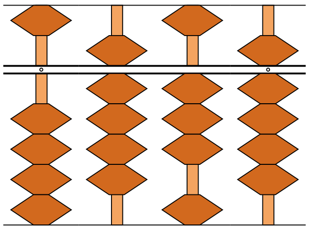


Figura 9.17: Subtraímos 84

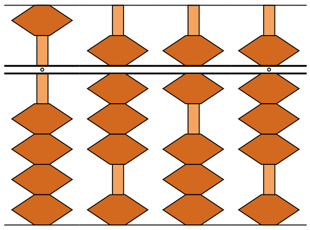


Figura 9.18: Subtraímos 71 e lemos o complementar de 1000 com sinal negativo: -(131 + 1) = -132

Pelo segundo método, fazemos a adição da potência de 10 por parte. Iniciamos carregando o 23 e, por não conseguirmos subtrair a parcela seguinte, o 84, adicionamos 100 (figura 9.19). Subtraímos 84 (figura 9.20) e encontramos 39, ou seja, -61, como resultado parcial. Mas não conseguimos continuar a subtração, pois, mais uma vez, não temos como subtrair 71 de 39. Como já adicionamos 100 e não foi suficiente, temos de passar para a próxima potência de 10, no caso, 1000. Para tanto, devemos adicionar 900 ao 39 (figura 9.21). Agora, subtraímos o 71 e tomamos o complementar para podermos destacar o resultado (figura 9.22).

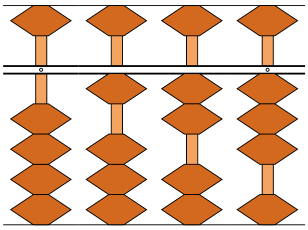


Figura 9.19: Carregamos o 23 mais 100

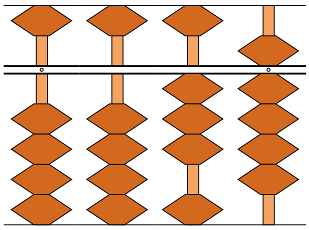


Figura 9.20: Subtraímos 84 e percebemos que o resultado não é suficiente para subtrair 71

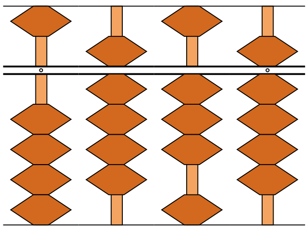


Figura 9.21: Adicionamos 900 para poder continuar

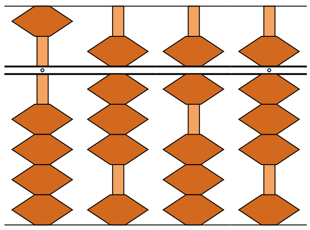


Figura 9.22: Subtraímos 71 e lemos o complementar de 1000 para vermos o resultado

9.2.2 Exemplo 345 - 578 + 426

345 - 578 + 426 = 193

Este exemplo é apenas para ilustrar a necessidade de retornarmos aos resultados positivos a partir de resultados intermediários negativos. Nestes casos, continuamos a operação normalmente, só que, como antes adicionamos uma potência de 10 para possibilitar as operação com números negativos, temos de subtraí-la depois, compensando o efeito de tê-la adicionado antes.

Iniciamos carregando o 345 e, em seguida, carregando 1000 para podermos proceder à subtração de 578 (figura 9.23). Em seguida, subtraímos o 578, o que nos permite ver o resultado parcial, que é -233 (figura 9.24). Adicionamos normalmente o 426 (figura 9.25) e, concluindo a operação, subtraímos 1000 (figura 9.26).

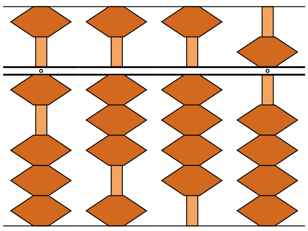


Figura 9.23: Carregamos o 345 mais 1000

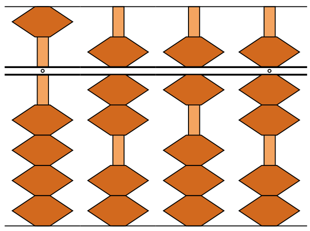


Figura 9.24: Subtraímos 578

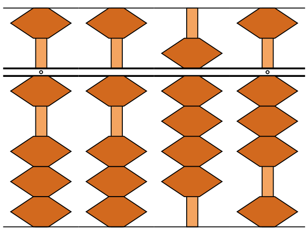


Figura 9.25: Adicionamos 426

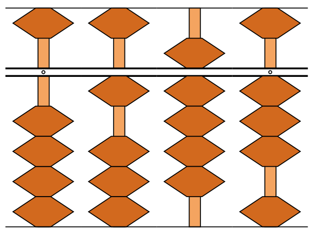


Figura 9.26: Subtraímos 1000. O resultado é, portanto, positivo.

9.2.3 Exemplo 42 - 84 - 6027

42 - 84 - 6027 = -6069

Neste exemplo, iremos complementar uma potência de 10 inicialmente utilizada, para seguir com a operação. Começamos carregando o 42 mais 100 (figura 9.27), para podermos subtrair a primeira parcela. Depois subtraímos o 84. Neste momento, podemos observar o resultado parcial, que é -42 (figura 9.28). Entretanto, para a próxima operação, necessitamos adicionar 10.000. Só que já adicionamos 100, então complementamos com 9900 (figura 9.29). Concluímos a operação subtraindo 6027, o que nos revela o resultado (figura 9.30).

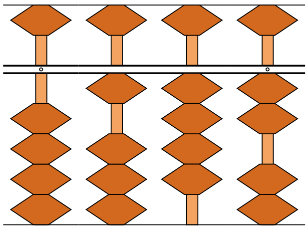


Figura 9.27: Carregamos o 42 mais 100

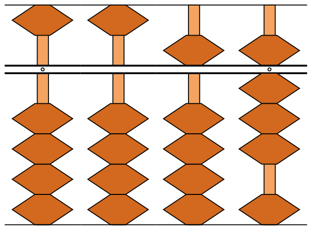


Figura 9.28: Subtraímos 84 e percebemos que temos de adicionar o complemento de 10.000 para subtrairmos 6.027.

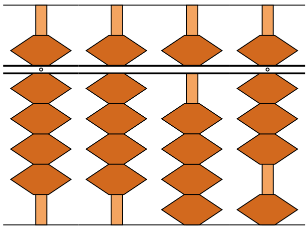


Figura 9.29: Adicionamos 9900 para podermos continuar

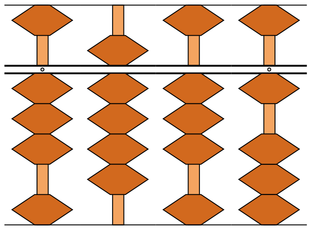


Figura 9.30: Subtraímos 6.027 e lemos o complementar de 10.000 para vermos o resultado

Capítulo 10

Anzan

Anzan é o termo para a prática de cálculos sem o uso do soroban fisicamente, mas apenas imaginando os movimentos das contas, à medida em que os números a serem adicionados ou subtraídos são apresentados. Existem, inclusive, softwares desenvolvidos para a prática do anzan e, até mesmo, páginas na internet que oferecem os exercícios. O que estes softwares fazem é, de acordo com a configuração prévia escolhida pelo usuário, apresentar na tela do computador números que devem ser processados pelo praticante, de forma que, ao final, pode-se verificar se o resultado confere. O anzan pode ser praticado também por meio de ditados realizados pelo professor ou por um colega. O grau de dificuldade do anzan cresce à medida em que os intervalos de tempo entre um número e outro são menores, o número de casas dos números cresce e o número de parcelas cresce.

Tanto a publicação *Soroban - Useful Arithmetical Tool* [1] quanto o site da *Nurture Minds* [2] fazem referência a exercícios preparatórios de imaginação nos quais os alunos são convidados a reagirem a estímulos na forma de palavras, trazendo à memória a imagem que tais palavras representam. Desta forma, os alunos são, inicialmente, convidados a fecharem seus olhos e se concentrarem para lembrar-se de figuras como o rosto do pai, o rosto da mãe, uma borboleta, sua avó, seu avô, o professor, o diretor da escola etc.

Da mesma forma que conseguimos formar imagens em nossa mente a partir do som das palavras cujo significado a elas corresponde, podemos imaginar a representação dos números no soroban, iniciando-se por exercícios de uma só casa. Trata-se da habilidade reflexiva de imagem, que todos temos.

[1] Disponível em http://webhome.idirect.com/~totton/soroban/Manual.pdf.

[2] http://www.nurtureminds.com/soroban-abacus.htm.

A figura 10.1 mostra parte de uma atividade inicial de anzan disponível para download no site da *Nurture Minds* [3]. A figura nos oferece uma boa ideia de como trabalhar o anzan com os alunos. No caso desta figura, a orientação do professor em português seria:

Vamos imaginar o movimento das contas e desenhar a posição final delas!

Enquanto que a questão nº 1 pede:

Carregue o número 13 e retire em seguida 3.

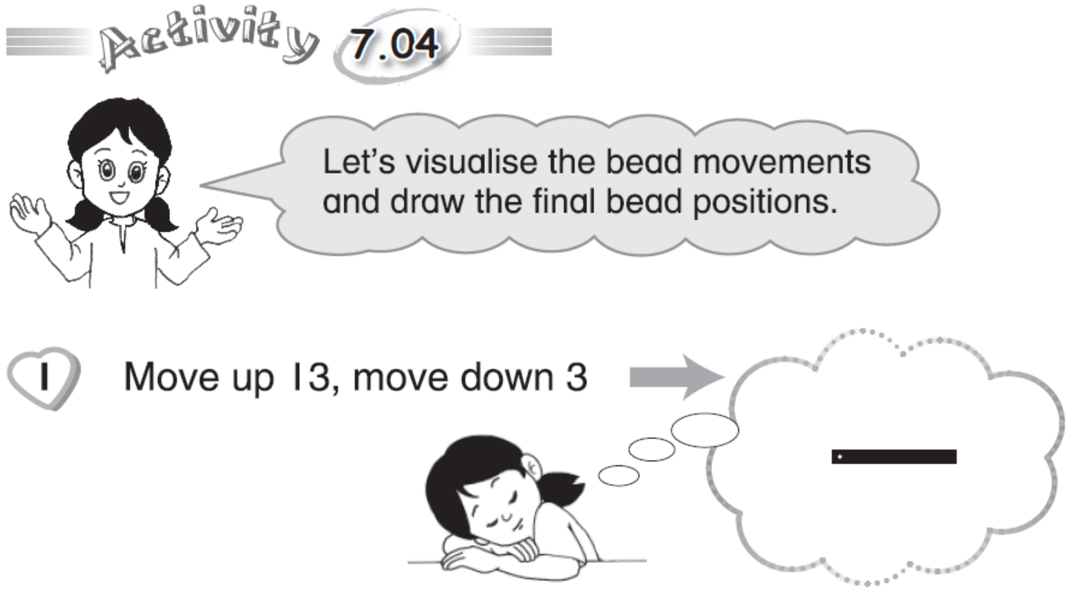


Figura 10.1: Como praticar o anzan.

As quatro operações podem ser trabalhadas no anzan, mas deve-se começar com adições e subtrações. Na publicação *Soroban - Useful Arithmetical Tool*, existem diversas tabelas, em ordem crescente de dificuldade, para a prática do anzan. A primeira delas, portanto a mais simples, apresentamos na tabela 10.1.

A prática do anzan é posterior à manipulação física do soroban, e deve corresponder a níveis de dificuldade inferiores ou iguais aos da manipulação. Deve ser posterior, mas não necessariamente somente quando o aluno já tiver dominado todas as técnicas e níveis de adição e subtração. Logo, pode ser uma prática paralela, desde que adequadamente dosada. O anzan talvez seja o grande objetivo da prática do soroban, pois é exatamente a habilidade que se deseja obter dos alunos, ou seja, a prática das operações algébricas

[3]Disponível em http://www.nurtureminds.com/freedownloads/nActivityUnit7Page094.pdf.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
1	4	2	3	4	5	3	2	3	4
5	5	5	5	5	5	7	8	7	6
-6	-9	-7	-8	-9	9	-9	6	-8	9
7	6	9	7	3	-5	5	-5	5	-5
-5	-5	-5	-5	5	6	6	9	-7	6

Tabela 10.1: Atividade inicial para anzan.

sem a necessidade de um instrumento concreto de suporte. Por outro lado, com o anzan, o soroban passa a funcionar como um instrumento imaginário, apoiando o aluno em suas estratégias de cálculo mental.

Conforme *Soroban - Useful Arithmetical Tool* (p.17), as melhores formas de praticar o anzan são:

- Peça a seu professor ou a um amigo que lhe dite números em determinada velocidade. À medida em que ele lhe dita os números, mova em sua mente contas invisíveis e, ao final, anote em papel ou registre no soroban a sua resposta;
- Pratique sozinho com o soroban e depois tente fazer o mesmo exercício sem o soroban;
- Ao ver os números de um exercício, pratique o anzan como se estivesse com um soroban à mão.

Kojima (1954, p.48) acrescenta ainda as seguintes dicas:

- Por exemplo, se temos de realizar a adição 76 + 24, fechamos nossos olhos e visualizamos as contas do ábaco formando o número 76. Então, mentalmente, adicionamos 24 à formação anterior. Para ajudar no exercício mental de visualização, movimentamos nossa mão (dedos indicador e polegar) como se estivéssemos manipulando fisicamente o ábaco.
- Quando adicionamos uma série de números como 24 + 76 + 62 + 50, para ajudar com o exercício mental, fechamos um dedo da outra mão a cada vez que se atinge uma nova centena.

- Ao iniciar com somas de números de dois ou mais algarismos, pratique com números cujo resultado da soma sejam potências de 10. Por exemplo: $76 + 24$, $222 + 555 + 223$.

- Lembre-se: praticar poucos minutos a cada vez por muitos dias vale mais que praticar horas em um único dia.

Capítulo 11

O soroban vai à sala de aula

11.1 O soroban enquanto material concreto no ensino de Matemática

A busca da melhoria do ensino de Matemática tem levado os governos a investirem na aquisição de materiais concretos para as escolas públicas, às vezes sob a denominação de laboratório de Matemática. Assim, as escolas têm recebido objetos concretos como material dourado, tangram, blocos lógicos, ábacos, discos de frações etc. Além disto, os professores são estimulados a buscar outros materiais cujo uso possa oferecer aos alunos novas experiências, reflexões e descobertas que, por sua vez, venham a realizar o objetivo maior, que é a aprendizagem de qualidade. Este movimento nas escolas alinha-se ao que preveem os Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática (1997), de cujo conteúdo extraímos os seguintes fragmentos:

> Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática. (PCN, 1997, p.19)

> A Matemática desenvolve-se, desse modo, mediante um processo conflitivo entre muitos elementos contrastantes: o concreto e o abstrato, o particular e o geral, o formal e o informal, o finito e o infinito, o discreto e o contínuo. Curioso notar que tais conflitos encontram-se também no âmbito do ensino dessa disciplina. (PCN, 1997, p.24)

> Mesmo no ensino fundamental, espera-se que o conhecimento aprendido não fique indissoluvelmente vinculado a um contexto concreto e único, mas que possa ser generalizado, transferido a outros contextos. (PCN, 1997, p.30)
>
> Ao explorarem as situações-problema, os alunos deste ciclo precisam do apoio de recursos como materiais de contagem (fichas, palitos, reprodução de cédulas e moedas), instrumentos de medida, calendários, embalagens, figuras tridimensionais e bidimensionais, etc. (PCN, 1997, p.45)
>
> Contudo, de forma progressiva, vão realizando ações, mentalmente, e, após algum tempo, essas ações são absorvidas. Assim, por exemplo, se mostram a certa altura capazes de encontrar todas as possíveis combinações aditivas que resultam 10, sem ter necessidade de apoiar-se em materiais e é importante que isso seja incentivado pelo professor. (PCN, 1997, p.45)

Podemos notar que os PCN incentivam o uso de materiais concretos no ensino, desde que estes materiais não sejam fim em si mesmos, ou seja, que, além de serem capazes de captar a curiosidade dos alunos e fazê-los refletir enquanto os manipulam, possam proporcionar habilidades novas e úteis.

Voltando-nos para o soroban enquanto material pedagógico, devemos apresentar a seguinte ressalva: se o objetivo do educador for apenas a apresentação do sistema de numeração decimal com algumas poucas experiências com material concreto que sirvam para justificar as metodologias para as operações de adição e subtração a serem desenvolvidas em papel, o soroban não se mostra um instrumento adequado, pois sua estrutura não é tão trivial quanto a dos ábacos comuns. Além disto, o soroban é um instrumento de vivência numérica de longo prazo. Assim, dependendo do nível de proficiência desejado, a prática do soroban deve estender-se por um ou mais anos, a fim de que o praticante possa usufruir de todos os seus benefícios. É claro que, dependendo da abordagem do professor e da maturidade dos alunos, o soroban também pode ser um objeto de análise, para que se compreenda o que há por trás da sua organização interna.

Com relação aos ábacos escolares normais, por outro lado, cabe aqui um breve parênteses. Ao utilizar o ábaco escolar, o professor deve estar atendo para evitar que este instrumento, ao invés de facilitar a compreensão dos números, possa dificultá-la. Como sabemos, os nossos algarismos vão de 0 a 9, entretanto alguns ábacos permitem a contagem até 10 no interior de uma casa. Entende-se que, desta forma, pode-se concretamente fazer a transição de uma dezena em uma casa para uma unidade da casa à esquerda. Neste caso, o professor deve apenas ter o cuidado devido para que o aluno não venha a concluir que uma casa pode registrar 10 unidades na forma de um algarismo. Como o soroban é uma representação inequívoca dos números do sistema decimal, nele este tipo de confusão não ocorre, visto que o valor máximo em cada casa é 9. Se comparado ao soroban, o ábaco simples de nove contas por casa é bem mais fácil de construir e de utilizar para o entendimento do valor posicional inerente ao sistema de numeração decimal. Quanto ao soroban, trata-se de um material concreto que se propõe a ir muito mais longe. Sua prática visa a construir a relação do aluno com os números e com as operações fundamentais, o que naturalmente não ocorre em um curto prazo de, por exemplo, dois meses a um semestre. Ao interagir com o soroban, o aluno poderá, pela repetição dos movimentos, internalizá-los a ponto de poder imaginá-los sem a necessidade do instrumento físico. Portanto, com o uso do soroban, logo após compreender a organização do sistema de numeração decimal, o aluno não se sentirá abandonado à própria sorte para encontrar seus próprios mecanismos internos de realização dos cálculos, pois a prática do soroban lhe fornecerá todas as estratégias necessárias, o que reservará ao aluno basicamente a responsabilidade de praticar. Considere o seguinte exemplo: Como você realiza mentalmente a operação $6 + 7$? Inicialmente, temos duas alternativas: você pode ter memorizado o resultado ou pode ter criado uma estratégia para encontrá-lo. Caso tenha optado pela segunda alternativa, uma das estratégias poderia ser duplicar o 6 e depois adicionar a diferença 7 - 6. Outra seria tomar o que falta ao 6 para chegar em 10, que é 4, e subtrair do 7 etc. Estas estratégias mentais são de foro íntimo do aluno, e a escola tradicional dificilmente alcança este nível de orientação. Entretanto, no caso dos que usam o soroban, a forma de resolver operações como estas está bem definida, pois segue a movimentação das suas contas.

Destaca-se, portanto, uma das grandes virtudes do soroban enquanto material concreto aplicável à educação: seu caráter de completude. Não se trata apenas de um instrumento a ser usado em algumas experiências superficiais, mas de um objeto de manipulação diária por diversos meses ou anos. Esta prática, associada às técnicas corretas, garantirá aos alunos superarem com folga a barreira da aprendizagem da aritmética fundamental: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Mas os benefícios da prática do soroban não se restringem pura e simplesmente à aritmética. A seguir apresento alguns benefícios extras que encontrei, com a respectiva fonte.

> O ábaco, longe de ser um obsoleto instrumento de cálculo, apresenta inumeráveis vantagens: seu uso habitual fomenta a habilidade numérica, melhora a capacidade de concentração, de raciocínio lógico, a memória, a agilidade mental, o processamento da informação de forma ordenada e a atenção visual. Poderia considerar-se que o uso do ábaco é uma excelente forma de exercitar o cérebro, mantendo-o ativo e ágil em qualquer idade. (TEJÓN, 2007, p.07)
>
> *It has a stimulating effect on the workings of the brain. Which works more effectively when both sides, ie. left and right, work together. Working with a soroban stimulates this working together* (SOROBAN CYMRU [a])
>
> Grande parte dos cálculos do soroban é feito mentalmente pelo praticante, o que desenvolve a agilidade e a desenvoltura para cálculos. Com isso, consegue-se melhor concentração, atenção, memorização, coordenação motora e cálculo mental na sua prática.(NIPOCULTURA [b])
>
> *The primary advantage of the abacus is its incredible speed resulting from the mechanization or simplification of calculation, by means of which the answer to a given problem forms itself naturally or mechanically on the board, thus reducing mental labor to a minimum.*(KOJIMA, 1954, p.08)
>
> *One particular use for the abacus is teaching children simple mathematics and especially multiplication. The abacus is an excellent substitute for rote memorization of multiplication tables, which some young children find daunting. The abacus is also an excellent tool for teaching other base numbering systems since it easily adapts itself to any base.* (NURTURE MINDS [c])
>
> [a]http://www.sorobancymru.co.uk/index.html, site dedicado a promover o soroban na Escócia.
> [b] http://www.nipocultura.com.br/?p=825.
> [c]http://www.nurtureminds.com/soroban-abacus.htm.

Além destes outros benefícios atribuídos ao soroban, que ultrapassam a habilidade com números, e, por outro lado, procurando atender inclusive aos PCN, cabe ao professor fazer com que os alunos procurem não só compreender mas também questionar o soroban, não permitindo que este instrumento se transforme em algo a ser simplesmente aceito, admirado e usado sem questionamentos. Só assim, os alunos poderão entender que tudo é apenas uma convenção, e que, inclusive, outros modelos podem ser criados com a mesma finalidade.

Portanto, o soroban não deve ser considerado um material concreto para utilização esporádica em laboratórios de Matemática, mas um material assessório do aluno, assim como uma régua ou um compasso, que ele leva consigo. Só desta forma, os alunos poderão praticar diariamente em casa, e melhorar continuamente suas habilidades numéricas.

11.2 Relato da experiência do soroban em sala de aula

11.2.1 Onde, quando e para qual público

No 2º semestre de 2012, fui lotado como professor de Matemática no Centro de Ensino Jacira de Oliveira e Silva - CEJOS, em Timon-MA, turno noite, para trabalhar em quatro salas da Educação de Jovens e Adultos - EJA[1], primeira etapa. A escola fica localizada no bairro Formosa, na cidade de Timon-MA, que é vizinha à capital do Estado do Piauí (Teresina), separada desta pelo rio Parnaíba, que separa o Maranhão do Piauí.

11.2.2 Perfil dos alunos

Os alunos da EJA noturno com os quais trabalho têm o seguinte perfil:

- Têm faixa etária a partir de 18 anos até 60 anos ou mais;
- Em sua maioria, são trabalhadores do mercado formal e informal (vendedores avulsos ou empregados do comércio, comerciantes, empregados domésticos, empregados da construção civil e da indústria), além de donas de casa e trabalhadores de empresa familiar;
- Alguns, ao se matricularem na primeira etapa da EJA, estão retornando à escola, após um longo período sem estudar, e desejam concluir o ensino médio;

[1] Modalidade de Ensino Médio realizada em dois anos para alunos que não concluíram na idade certa.

- Frequentam a escola vindo do trabalho e, às vezes, chegam muito cansados.

Com relação às habilidades matemáticas, em geral:

- Apresentam deficiências profundas. Apesar de a primeira etapa da EJA corresponder a uma série e meia do ensino médio regular, não é raro os alunos não dominarem adições e subtrações de números na forma decimal, as tabelas de multiplicação e a realização da operação de divisão.
- Não conhecem os números negativos, nem sabem como operar com eles.
- Não trazem as habilidades de operar com frações ou com raiz quadrada e potenciação.
- Não conseguem solucionar equações simples como $x + 2 = 7$.
- Geralmente possuem aparelho celular e, quando necessitam realizar algum cálculo, usam o recurso da calculadora.

11.2.3 Atividades desenvolvidas nas turmas da EJA no 2º semestre de 2012

Durante o semestre, eu resolvi aplicar o uso do soroban na sala de aula. Meu objetivo era oferecer aos alunos uma experiência nova com Matemática relacionada às operações fundamentais. Afinal, quando proponho algum problema do cotidiano, como, por exemplo, calcular o saldo de uma conta bancária, apelam imediatamente para a calculadora do celular ou, em geral, não conseguem solucionar o problema. Diante destas deficiências, minha atitude enquanto professor de Matemática é procurar propor atividades que exijam o uso do raciocínio lógico matemático (sem artifícios como a calculadora eletrônica), para, indiretamente, fomentar o desenvolvimento das habilidades que estão faltando. Então, além do soroban em sala de aula, apliquei as seguintes atividades:

- Tangram em sala de aula;
- O jogo da balança: analogia a uma equação por meio de um desenho de uma balança em equilíbrio;
- O jogo japonês Sudoku;

- O cálculo dos dígitos verificadores do CPF e dos códigos de barra dos produtos de supermercado;

No tocante a tópicos tradicionais de Matemática, procurei trabalhar as quatro operações, a resolução de expressões e a resolução de equações no conjunto $\mathbb{Z}$, a equação modular e o uso da propriedade distributiva na resolução de equações. Para correlacionar estes conteúdos à vida cotidiana, utilizei diversos problemas contextualizados.

11.2.4 A prática do soroban em sala de aula

Objetivos geral e específico

O objetivo geral:

> Proporcionar aos alunos uma nova e diferente experiência aritmética, que pudesse ajudar a reforçar ou reconstruir os alicerces deste conhecimento matemático essencial.

Os objetivos específicos:

- Fazer com que os alunos aproveitassem o tempo em sala de aula realizando atividades práticas individuais;
- Levar a uma reflexão sobre o sistema de numeração decimal e seu uso.
- Melhorar o nível geral de concentração e de atenção dos alunos;
- Aplicar novas relações, como a representação dos números no soroban e o desenvolvimento de adições e subtrações neste instrumento.
- Melhorar o raciocínio lógico-matemático.
- Reforçar a atitude de disciplina e persistência diante dos estudos.

O planejamento

No meu planejamento, levei em consideração a experiência de anos anteriores de passar trabalho aos alunos para que construíssem sorobans, bem como a minha própria experiência em tentar construí-los. Portanto, ainda que um ou outro aluno conseguissem construir adequadamente os ábacos, não seria suficiente, pois minha intensão era envolver todos os meus alunos da EJA. A alternativa que escolhi foi adquirir por minha conta 20 unidades na internet. Desta forma, desenhei o seguinte roteiro:

i) Obter a autorização do Diretor para a prática, inclusive para imprimir as folhas de exercício;

ii) Adquirir os sorobans;

iii) Anunciar nas turmas com bastante antecedência;

iv) Programar o início;

v) Elaborar folhas de exercício e imprimi-las;

vi) Realizar a prática por meio de orientações e exercícios em sala de aula;

vii) Receber as folhas de exercício e considerar a realização das atividades na composição das notas.

A execução

Com 20 sorobans de boa qualidade à mão e já tendo anunciado a atividade uma semana antes, pude iniciar a prática, que teve duração de três semanas de aula. As atividades desenvolvidas foram:

i) Apresentação do soroban aos alunos;

ii) A técnica de zerar;

iii) Pintando os números (atividade em papel);

iv) Representação dos números no soroban;

v) Realização de atividades de adição e subtração com disponíveis em duas parcelas;

vi) Realização de atividades de adição e subtração com disponíveis em diversas parcelas.

Cada atividade era antecedida de explicações e demonstrações de como fazer no soroban. No Apêndice B, apresento uma cópia de cada tipo de atividade que apliquei, respondida por algum dos alunos. Ao final, foram 10 atividades realizadas em sala de aula, envolvendo 60 alunos.

Não cheguei a aplicar exercícios com os complementares de 5 e de 10, pois exigiria mais tempo, mas foi possível tirar diversas conclusões, conforme exponho no item próprio a seguir.

Algumas observações

- Apesar de estranharem um instrumento tão incomum, a maioria dos alunos se adapta bem às atividades, alguns até com bastante entusiasmo. Os que não se mostram interessados coincidentemente são os que assumem uma postura de rejeição a outras propostas também, sem que tenha sido possível identificar as causas deste comportamento.

- Foi possível observar os alunos trabalhando ativamente durante as aulas de Matemática, procurando carregar números e operar adições e subtrações com eles no soroban, com duas até 10 parcelas e de uma até três casas, com disponíveis imediatos.

- O fato de as atividades valerem nota estimula bastante os alunos a se concentrarem nelas para poderem entregá-las ao término da aula.

- Alguns se admiravam com o poder do soroban e desejavam adquirir um, mas, infelizmente, este instrumento não é fácil de se encontrar à venda no Brasil.

- Com relação às atividades propostas, a maioria dos alunos conseguiam realizá-las conforme o esperado. Dentre os que não faziam a atividade estavam os que realizavas as operações em paralelo, com calculadora ou manualmente, apenas para entregar a atividade pronta, já que valia nota.

- As atividades foram sempre precedidas de repetidas explicações, visto que sempre havia na sala alunos que, tendo faltado às aulas anteriores, não entendiam o que estava acontecendo em sala. Além deste fator, como os alunos só tinham acesso aos sorobans durante a aula, eles passavam muito tempo sem praticar, logo precisavam ouvir novamente as explicações da aula anterior.

- Foi importante, antes mesmo de levar o soroban para a sala de aula, preparar a turma, explicando o que seria feito, qual o objetivo da prática, o que eles iriam ganhar com ela, que duraria por diversas aulas, não apenas uma, e que as atividades ajudariam na composição da nota. Caso algum aluno questionasse o procedimento que seria realizado, poderíamos discutir em sala de aula e concluir por prosseguir ou não.

- Foi importante, também, segurar a ansiedade de avançar. Repetir a fundamentação da escrita de números no soroban nas duas ou três primeiras aulas da prática, sempre apresentando o soroban como uma outra forma de representar os nossos já conhecidos números decimais. Fazia esta correlação no quadro mesmo, desenhando cada algarismo como o conhecemos e como era no soroban.

- Elaborei uma série de atividades para soroban em ordem crescente de dificuldade. Quando o aluno não conseguia fazer uma atividade, eu o questionava sobre como fizera a anterior. Se não a fizera, eu lhe fornecia uma atividade compatível com o seu estágio de adaptação e lhe explicava como fazer. A elaboração destas atividades era um diferencial do meu trabalho naquele momento, pois, tendo estudado o soroban por tanto tempo, eu já havia construído estas atividades bem antes de levar esta prática para a sala de aula. Agora elas estavam sendo postas à prova, e tudo funcionava bem.

- Também funcionou bem estimular a conversa entre os alunos no sentido de os que já entenderam ajudarem os que estão com dificuldade (estas conversas acontecem sem estímulo mesmo!).

- Durante a prática, percebi que o ideal é trabalhar inicialmente apenas a adição e depois incluir a subtração. Como estávamos operando com disponíveis imediatos, que é o nível mais fácil de adição e subtração no soroban, mesclar adição e subtração não gerava dificuldade significativa, ainda que com várias parcelas. Entretanto, pude perceber que, caso eu fosse chegar ao nível dos complementares, seria importante focar inicialmente apenas na adição (e disto eu não sabia até aquele momento). Tirei esta conclusão ao testar atividades com complementar de 5 com os melhores alunos, mesclando adição e subtração. Pude então perceber que estas atividades não se mostravam adequadas ao estágio inicial de aprendizagem.

- Inicialmente não é importante se apegar a detalhes como a finalidade dos pontos que marcam a casa das unidades ou os nomes em japonês das partes do soroban. É suficiente usar os seguintes termos: contas, casas, barra horizontal etc.

- Os alunos em geral não tiveram dificuldade em realizar as operações de adição e subtração no soroban da esquerda para a direita após superado o estágio de carregar corretamente os números.

Dificuldades específicas observadas

Nos primeiros contatos dos alunos com o soroban, pude perceber as seguintes dificuldades:

- Alguns alunos preferiam tentar carregar os números a partir da casa mais à esquerda do soroban. Eu os questionava sobre como as calculadoras eletrônicas comuns trabalham (onde colocam os números). Questionava-os também sobre como ficaria uma adição como $6 + 8$, que necessitaria utilizar uma casa à esquerda, para fazê-los perceber que, daquela forma escolhida por eles, esta casa à esquerda não existiria.

- Alguns alunos confundiam-se ao tentar carregar números de mais de um algarismo. Assim, tentando carregar o número 32, carregavam o 23. Eu os lembrava que 32 é diferente de 23, apensar de utilizar os mesmos algarismos, e que, no soroban, a ordem de colocação dos algarismos é a mesma ordem e posição em que os escrevemos em papel. Afinal, quando escrevemos 32, normalmente escrevemos primeiro o 3 e depois o 2, este último à sua direita.

- Alguns alunos tentavam usar o soroban sem considerar o valor posicional das casas. Assim, para eles, depois do 9, viria o 10, só que o 10 que eles imaginavam estar carregando no soroban, na verdade, era o 19, pois eles acrescentavam uma unidade à casa das dezenas querendo acrescentar unidades continuamente, ignorando o valor que cada casas representa.

- Um ou dois alunos por sala "travavam"à frente do soroban porque não conseguiam parar um pouco para tentar entendê-lo. Era a mesma reação que tinham diante de um problema de Matemática. Estes alunos tinham realmente mais dificuldade, mas, creio que, por outras razões, alheias ao soroban em si. Eles ficavam observando os demais trabalharem. Pouco tempo depois, tiravam alguma dúvida com o colega e, até, ensaiavam os primeiros passos no soroban. Mas progrediam muito lentamente, a meu ver, em virtude do desinteresse individual.

11.2.5 Autoavaliação e próximos desafios

Ao realizar a prática de introduzir o soroban nas aulas de Matemática da EJA, obtive como resultado um comportamento que vivo buscando alcançar: os alunos ficaram concentrados em uma atividade matemática durante toda a aula. Para mim, é prazeroso observar a sala em silêncio, cada um olhando para o objeto sobre sua carteira e fazendo exercícios que lhe são desafiadores. Infelizmente, os sorobans eram meus, e eu os recolhia ao final de cada aula, para poder utilizá-los na outra sala. Às vezes só retornaria à mesma sala uma semana depois, quando teria de relembrar o assunto aos alunos. O ideal seria que os alunos tivessem o próprio soroban e que pudessem praticar diariamente em casa, por 20 minutos ou mais. Assim, poderiam inclusive recuperar as dificuldades em aritmética acumuladas ao longo de muito tempo, e o professor poderia avaliá-los por meio de uma verificação periódica individual. Por enquanto, era apenas uma degustação do soroban na escola pública, que, na minha visão, correspondeu às expectativas.

O próximo desafio é proporcionar uma prática mais extensa, ainda que com um grupo menor de alunos, preferencialmente os de maiores dificuldades, ou seja, fornecer a um grupo de alunos os sorobans e acompanhar este grupo. Um desafio à parte, este mais difícil de vencer, é fazer com que a escola adquira uma boa quantidade de sorobans para fornecimento aos alunos, a título de empréstimo.

Em se tratando de alunos jovens e adultos, como é o público da EJA, as atividades com soroban devem ser opcionais, paralelas ao ensino normal e voltadas especialmente para aqueles alunos que não sabem somar, subtrair, multiplicar e dividir. Devem valer nota também.

Para mim, o mais importante é que o soroban é um material concreto de vivência matemática de longo prazo. Isto o torna infalível. Supor que o soroban não funcione é que nem supor que uma pessoa, sem limitações físicas e com boa alimentação, possa realizar exercícios físicos, e não melhorar fisicamente. Portanto, ele é para o cérebro o que um aparelho de academia de musculação é para os músculos que se propõe a desenvolver.

11.3 Conclusões

- O soroban mostrou-se um material concreto perfeitamente aplicável à escola pública;
- Para utilizar o soroban na escola pública, recomenda-se fortemente a aquisição de ábacos e o fornecimento aos alunos, o que pode ser feito a um pequeno custo, se comparado a outras iniciativas. No caso da minha experiência, cada ábaco custou R$20,00, incluindo frete e impostos.
- A prática foi bem aceita pelos alunos da EJA.
- É perfeitamente viável a elaboração e a aplicação de folhas de exercício em ordem crescente de dificuldade para os alunos, começando apenas com exercícios de adição, passando depois à subtração, multiplicação e divisão, nesta ordem.
- As atividades com o soroban podem ser usadas na avaliação dos alunos.

11.4 Recomendações aos educadores sobre o uso do soroban

Quando a proposta de uma nova metodologia de ensino de Matemática é manifestada, está-se pensando, obviamente, na melhoria do ensino. O uso de materiais concretos, como o ábaco, tira o professor, em muitos instantes, da posição central de fonte do conhecimento, e coloca o aluno numa posição ativa de descoberta, enquanto manipula um objeto. O soroban, enquanto espécie do gênero, oferece ao aluno a possibilidade de interação e, por meio do acerto e do erro, do reforço dos procedimentos corretos. É, portanto, um verdadeiro laboratório de aritmética portátil. Os resultados, como em qualquer processo de aprendizagem, permanecem fortemente dependentes do próprio aluno. Mas, com uma grande diferença: por equiparar-se a um brinquedo de manipulação, enquanto pratica, o aluno não tem alternativa a não ser concentrar-se no que está fazendo, por isso, atribui-se ao soroban melhorias de atenção e de concentração. Note que a realização de cálculos com lápis e papel é uma atividade que exige imaginação, que por sua vez pode gerar dispersão. O que o soroban faz é materializar os números e colocá-los ao alcance dos dedos dos alunos.

Entretanto, a ansiedade do educador pode ser o grande vilão, quando se deseja aplicar uma nova metodologia. Cada aluno tem um ritmo próprio, e o educador, quer professor ou não, deve revestir-se de muita paciência, para esperar o momento certo de dar cada passo. Estas recomendações tornam-se muito importantes quando se trata do uso do ábaco em casa ou na sala de aula. Deve-se esperar que o aluno domine determinado nível de operação, para que lhe seja proposto um outro mais avançado. O ideal seria que o próprio aluno se manifestasse, pedindo um nível mais adiantado, visto que já se cansara das atividades daquele nível, em virtude de não representarem mais um desafio compensador. Portanto, sejais comedidos na tarefa de utilizar o ábaco no ensino de Matemática, pois, tentar acelerar o processo propondo atividades além da capacidade dos alunos naquele momento pode trazer como resultados a rejeição do método e a velha conclusão à qual os professores de Matemática estão acostumados a ouvir de seus alunos: que é muito difícil, que não é compreensível, que é apenas para quem tem o dom, que é chato etc. Afinal, só faz sentido inovar em educação se for para obter resultados melhores.

Um dos fatores importantes na questão do rendimento individual que pude observar nas minhas turmas é a frequência dos alunos. Quando um alto percentual de alunos não é assíduo, a utilização do ábaco torna-se ainda mais desafiadora, pois à medida que as novas técnicas vão sendo apresentadas e trabalhadas, os alunos que pouco frequentam, ao retornarem para a sala de aula, apresentam dificuldade de compreensão do que está sendo desenvolvido. A única ação a tomar é explicar que eles estão tendo dificuldade porque faltaram às aulas, e não por causa deles próprios ou por causa da atividade em si. Mas isto não é uma exclusividade do ábaco, ocorre com qualquer abordagem de trabalho que seja escolhida.

Outro fator são as diferenças individuais. Alguns alunos respondem mais rápidos, concentram-se mais nas atividades porque acham-na interessante etc., enquanto outros, reagem ceticamente à apresentação de um instrumento diferente como um ábaco. Não compreendem a importância das habilidades que podem ser adquiridas por meio dele. A estes, o educador deve ser persistente e persuasivo, deve utilizar-se de uma comunicação adequada e deve, ainda, respeitar as diferenças de velocidade de aprendizagem. Como as habilidades com o ábaco são adquiridas com a prática, as atividades podem ser distribuídas de forma personalizada. O aluno, assim, só recebe a sua próxima atividade após concluir a sua atividade anterior. No seu ritmo, e com o apoio inclusive dos colegas, cada um poderá seguir em frente, e a velocidades que oscilam, de acordo com o momento, podendo, ao final, chegarem todos juntos.

Um fator que não deve ser desconsiderado, especialmente em se tratando de um instrumento desconhecido, é o efeito de trabalhá-lo em grupo. É da natureza humana gostar de pertencer a um grupo, e é difícil para um indivíduo, especialmente para uma criança, interessar-se por um instrumento que nenhum dos seus amigos conhece nem comenta. Assim, o ábaco deve ser preferencialmente trabalhado em grupo, pois então surgem as comparações, os comentários, e ele passa a ser um ponto de convergência daqueles que o praticam.

O manuseio correto do soroban não é trivial, e obter proficiência exige muita dedicação e uma orientação correta. Entretanto, ainda que o educador consiga formar grupos de praticantes, não deve afastar-se de um princípio geral: a prática com materiais concretos deve ser um caminho divertido, seguro e recompensador para os alunos. De outra forma, ao invés de valer à pena tanto esforço e busca de inovação, podemos colher mais uma vez o que facilmente observamos em muitos alunos: a aversão ao conhecimento matemático. Por outro lado, o esforço e uma orientação adequada, podem reverter-se em habilidades matemáticas para toda a vida. O soroban não é fim em si mesmo, mas um meio para proporcionar cálculos rápidos e corretos. Deve, portanto, passar pela vida dos alunos, abrindo portas para novos conhecimentos matemáticos. É claro que, como material concreto e individual, se merecedor, pode preservar-se sempre vivo na lembrança de quem o praticou com afinco.

11.5 Vantagens e desvantagens do uso do soroban

A título de reflexão a respeito da proposta de utilização do ábaco japonês na educação, e levando-se em conta minha percepção da experiência que tive com quatro turmas da Educação de Jovens e Adultos - EJA, em 2012, passo a enumerar vantagens e desvantagens.

11.5.1 Vantagens

- É material concreto;
- Objetivamente é uma construção simples;

- É leve, portanto fácil de carregar;
- As atividades podem ser realizadas em um curto espaço de tempo, entre 20 e 30 minutos por atividade;
- Fortalece o raciocínio lógico matemático;
- É uma representação concreta do sistema de numeração decimal, portanto de aplicação prática imediata;
- Exige concentração, atenção e paciência, logo as estimula;
- Desenvolve a habilidade com cálculos;
- É desafiador, na medida em que traz como objetivo a agilidade, e os alunos gostam da competição;
- Aplica-se a diferentes faixas de idade, desde crianças, passando por adolescentes e adultos.
- Apresenta uma forma alternativa de se realizar operações.
- Para aqueles que nunca conseguiram adquirir as habilidades aritméticas, representa um recomeço diferente.

11.5.2 Desvantagens

- Resultados só aparecem com o tempo (um anos ou mais);
- Não é tão fácil de manusear como pode parecer à primeira vista, portanto necessita de orientação adequada.
- A técnica para adição e subtração é por parcela e não por casa, conforme a escola ensina;
- Geralmente não é conhecido dos alunos;

11.6 Uma alternativa simples, barata e duradoura

Agora imagine escolas públicas que não têm estrutura adequada de material concreto para as atividades de fixação das primeiras habilidades com números. Ou, ainda, imagine alunos que não encontraram nos métodos tradicionais a aprendizagem de que necessitam e já começam muito cedo a rejeitar o conhecimento matemático. O uso do soroban pode resgatá-los, matematicamente falando. Com algumas contas (pelo menos 25 para 5 casas) e uma armação, é possível construir sorobans a custo ínfimo. Como o soroban proporciona uma vivência duradoura, e é um material concreto que pode ser usado em competições, pode fomentar o desenvolvimento aritmético pleno de crianças que não tenham acesso, na escola e em casa, ao conjunto do recursos didáticos necessários.

Entretanto, onde poderia estar o gargalo de ideias como estas? Certamente, na capacitação de pessoas para acompanharem estes alunos, ou seja, nos professores. Fora a capacitação e o próprio soroban em si, ainda que represente um material de baixo custo, não podemos deixar de citar os cadernos de exercícios. As atividades para soroban podem ser repetidas diversas vezes, pois o que importa é a realização da prática e a execução correta dos movimentos. Através deste trabalho, deixo esta outra via, simples, barata e duradoura, para um desenvolvimento aritmético pleno das pessoas.

Referências Bibliográficas

[1] A BRIEF HISTORY OF THE ABACUS. Disponível em http://www.ee.ryerson.ca/~elf/abacus/index.html (último acesso em 28/Jan/2013).

[2] ÁBACO. Disponível em http://pt.wikipedia.org/wiki/%C3%81baco (último acesso em 28/Jan/2013).

[3] BELLOS, Alex - *Alex's adventures in numberland*. Disponível em http://www.guardian.co.uk/science/alexs-adventures-in-numberland/2012/oct/25/abacus-number-joy-japan (último acesso em 28/Jan/2013).

[4] BRASIL.MEC.Secretaria de Educação Fundamental. In: Parâmetros curriculares nacionais: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf (último acesso em 28/Jan/2013).

[5] HEFFELFINGER, Totton; FLOM, Gary.*ABACUS: mystery of the bead*. Disponível em http://abacus.etherwork.net/ (último acesso em 28/Jan/2013).

[6] ANCIENT COMPUTERS. Disponível em http://www.ieeeghn.org/wiki/index.php/Ancient_Computers (último acesso em 31/01/2013).

[7] KOJIMA, Takashi - *The Japanese Abacus - Its Use and Theory*. Charles E. Tuttle Company, Tokyo - Japan, First Edition, 1954.

[8] KOJIMA, Takashi - *ADVANCED ABACUS - Japanese Theory and Practice*. Charles E. Tuttle Company, Tokyo - Japan, First Edition, 1963.

[9] THE RULES OF ENGAGEMENT: A BASIC EXPLANATION OF DAN TESTS IN SOROBAN. Disponível em http://www.learnsoroban.com/ (último acesso em 28/Jan/2013).

[10] FUKUTARO KATO. Disponível em http://nikkeypedia.org.br/index.php/Fukutaro_Kato (último acesso em 28/Jan/2013).

[11] NIPOCULTURA. Soroban. Disponível em http://www.nipocultura.com.br/?p=825 (último acesso em 28/Jan/2013).

[12] NURTURE MINDS. Disponível em http://www.nurtureminds.com/soroban-abacus.htm (último acesso em 31/01/2013).

[13] SHUZAN. Disponível em http://www.shuzan.jp/english/ (último acesso em 27/02/2013).

[14] SOROBAN. Disponível em http://www.soroban.org/index.shtml (último acesso em 28/Jan/2013).

[15] SOROBAN CYMRU. Disponível em http://www.sorobancymru.co.uk/index.html (último acesso em 28/Jan/2013).

[16] TEJÓN, Fernando - *Manual para o uso do ábaco japonês.* Editerio Krayono, Claveles 6, B; E-24400 Ponferrada - Espanha. 2007.

[17] THE LEAGUE FOR SOROBAN EDUCATION OF JAPAN, Inc. - *soroban - Useful Arithmetical Tool.* Disponível em: http://webhome.idirect.com/~totton/soroban/Manual.pdf acessado em 28/Jan/2013.

Apêndice A - Como obter sorobans e listas de atividade

Construindo o próprio soroban

Uma das primeiras ideias com relação ao soroban é construir um. A construção é perfeitamente possível, e o resultado vai depender do artesão, suas ferramentas e dos materiais utilizados. A figura 11.1 apresenta o primeiro soroban que construí. Feito em madeira mole (cedro), as contas são materiais utilizados para cobertura de assentos de carro e as hastes são espetos de churrasco. Este ábaco tem a vantagem de ser grande e rústico, mas seu tamanho exagerado impedirá que o usuário possa obter a mesma agilidade que obteria em um ábaco de dimensões adequadas. Ainda assim, presta-se à aprendizagem de todas as técnicas.

Um segundo ábaco que construí é o da figura 11.2. Foi feito com contas de colar e com uma armação em madeira. Suas hastes em arame comum, muito mais fino que o buraco das contas, deixaram-nas muito frouxas, o que não é bom, pois, assim, facilmente saem do lugar. É importante que as hastes sejam suficientemente grossas e que as contas consigam deslizar por elas sem muita folga. Este ábaco acabou não sendo muito bom de manipular.

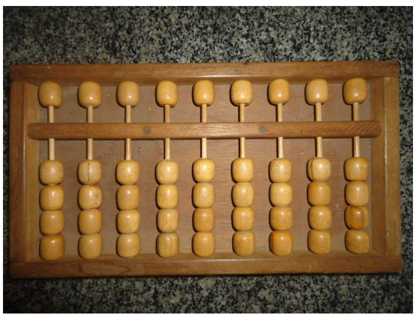


Figura 11.1: soroban em madeira, bolas de acento de carro e varetas de espetinho de churrasco

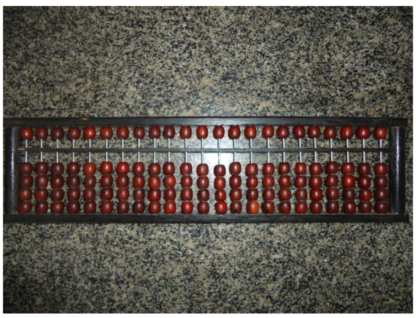


Figura 11.2: soroban em madeira, contas de colar e arame comum

Comprando um soroban

Uma forma de obter um soroban sem ter de construí-lo é comprando um, novo ou usado. Sem dúvida, para quem deseja mais do que apenas conhecer, mas praticar muito, esta é a melhor opção, pois não é fácil obter todas as características de um bom soroban com materiais e ferramentas inadequados. Existem diversas variações de soroban, e o preço normalmente é função do número de contas e dos materiais e serviços incorporados. Particularmente, já adquiri sorobans pela internet das lojas virtuais *Tomoe soroban*[2] e *Kamedake* [3], tendo recebido os produtos normalmente através dos Correios. No site da *Kamedake*, inclusive, eles disponibilizam imagens do interior da fábrica. Como o preço deles é na moeda japonesa, para saber o preço em reais, é necessário fazer uma conversão, o que pode ser feito sem grandes dificuldades por meio de sites especializados. Assim, é possível saber o preço em reais antes de confirmar a compra.

Para a prática que realizei com o soroban em sala de aula, foram adquiridas 20 unidades de sorobans baratos (preço em torno de 5 dólares), feitos em plástico e madeira, adquiridos de uma loja encontrada no site alibaba.com [4] (loja *creative abacus* [5]., de Hongkong). Neste caso, foi cobrado o imposto de importação no ato do recebimento. Estes ábacos mais em conta são perfeitamente usuais e resistentes o suficientes para durar anos. É claro que se a pessoa deseja um ábaco com melhor acabamento e bons materiais, terá de desembolsar um pouco mais.

Existem sorobans a partir de três casas até mais de 30. Se for seu interesse trabalhar multiplicação e divisão, prefira sorobans com uma quantidade maior de casas (23 casas ou mais).

Folhas de Exercício

O site http://www.sorobanexam.org/ disponibiliza arquivos em formato pdf com atividades prontas para soroban conforme o nível de dificuldade escolhido e de acordo com alguns estilos de atividades, que podem ser selecionados pelos usuários. A desvantagem para o principiante é que em todas as folhas que obtive neste site há atividades de multiplicação e divisão juntamente com adição e subtração. Para quem está dando os primeiros passos, é interessante primeiramente treinar apenas adição, depois subtração e, só então,

[2] http://www.soroban.com/index_eng.html.

[3] http://kamedake.com/e/.

[4] http://www.alibaba.com/.

[5] http://www.alibaba.com/member/hk103593397.html

passar à multiplicação e divisão.

O site http://www.sorobancymru.co.uk/index.html, que se propõe a promover o soroban no Reino Unido, disponibiliza listas de exercício por nível (Kyu), prontas para download, e alguns concentram-se apenas em adição e subtração.

Há também outros sites que se propõem a fornecer folhas de exercício, mas, em alguns casos, o que eles fazem é apenas gerar números aleatórios sem qualquer preocupação com os níveis de dificuldade. Nestes casos, corre-se o risco de obter exercícios em nível de dificuldade mais elevado que o recomendado, o que pode trazer frustrações.

Além destas fontes, no link http://sdrv.ms/15Ykzl9, através do *skydrive* estou disponibilizando arquivos pessoais sobre soroban, em especial, minha planilha de exercícios. Deixo aqui, também, meu e-mail: f-fernando-f@hotmail.com. Permaneço à disposição para contribuir no que puder para o uso educacional do soroban.

Apêndice B - Exercícios aplicados em sala de aula

Apresento nas próximas páginas uma cópia de cada tipo de atividade de soroban que apliquei em sala de aula. Sobre estas atividades, cabem as seguintes observações:

- Apesar e meu planejamento inicial prever a anotação do tempo e da quantidade de acertos, na prática não valorizei este aspecto, visto que alguns alunos não tinham como cronometrar a atividade. Quanto à correção, quando o tempo e a organização da atividade em sala permitiam, solicitava que eles mesmos as realizassem em duplas. Por este motivo, estes campos ficaram em branco na maioria das vezes.

- A faixa de níveis de dificuldade que consta na parte superior das folhas de atividades pode não conferir com a faixa de níveis de dificuldade que apresentei neste trabalho, porque procurei aperfeiçoá-la e fiz algumas modificações.

- As Atividades 02 a 10 foram geradas por planilha eletrônica que gera números aleatórios. Por isso, especialmente nas atividades de duas parcelas e uma só casa, é comum a repetição das questões.

- Na Atividade 01, o aluno é solicitado a pintar as posições de todas as contas do ábaco, para que representem o número que se encontra abaixo de cada quadro.

- Na Atividade 02, deve-se perceber que as operações de adição são restritas às contas inferiores, portanto são as questões mais simples. Entretanto, ao procurar eliminar o zero da folha de atividade, acabei substituindo a operação $4 + 0$ por $4 + 1$, um erro, visto que esta operação exige o complementar de 5, logo é estranha à folha. Ao perceber o erro, já havia imprimido, então, para aproveitar o material, avisei aos alunos que respondessem a estas três questões sem o soroban, visto que não deviam estar ali. Note, ainda, que as operações desta atividade envolvem apenas duas parcelas e uma só casa.

- Nas Atividades 03 e 04, continuamos operando com disponíveis, duas parcelas e uma só casa, mas, agora, envolvendo a conta superior.

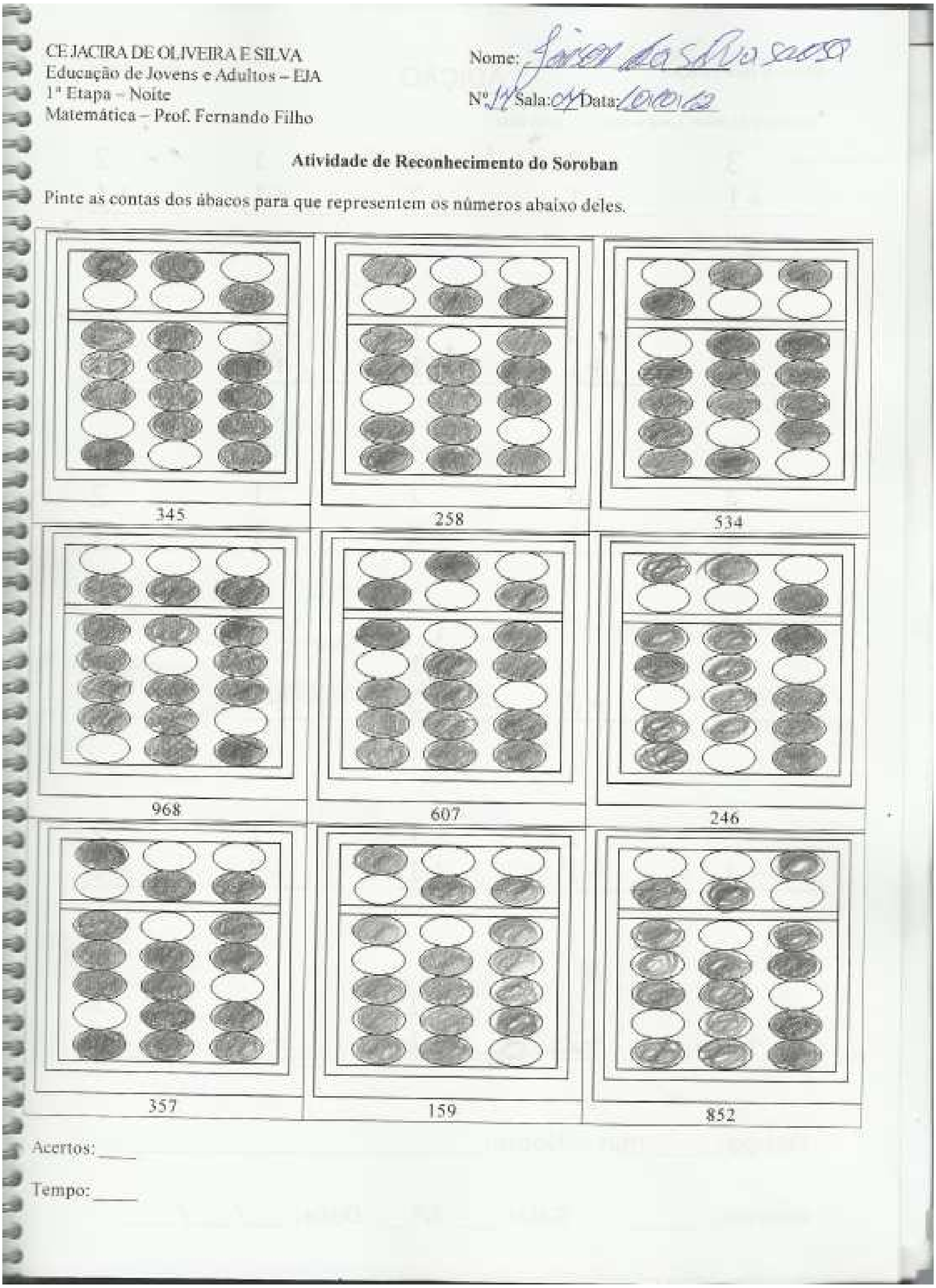
- Na Atividade 05, temos a operação de subtração com disponíveis, duas parcelas e uma só casa.

- Nas Atividades 06 e 07, temos operações de adição e subtração, sempre com disponíveis, em uma só casa, mas agora com 8 parcelas.

- Na Atividade 08, acrescentamos uma casa em relação à atividade anterior.

- Nas Atividades 09 e 10, acrescentamos mais uma casa em relação à atividade anterior.

Atividade 01



CE JACIRA DE OLIVEIRA E SILVA
Educação de Jovens e Adultos – EJA
1ª Etapa – Noite
Matemática – Prof. Fernando Filho

Nome: Jairon da Silva Sousa
Nº 14 Sala: 04 Data: 10/10/12

Atividade de Reconhecimento do Soroban

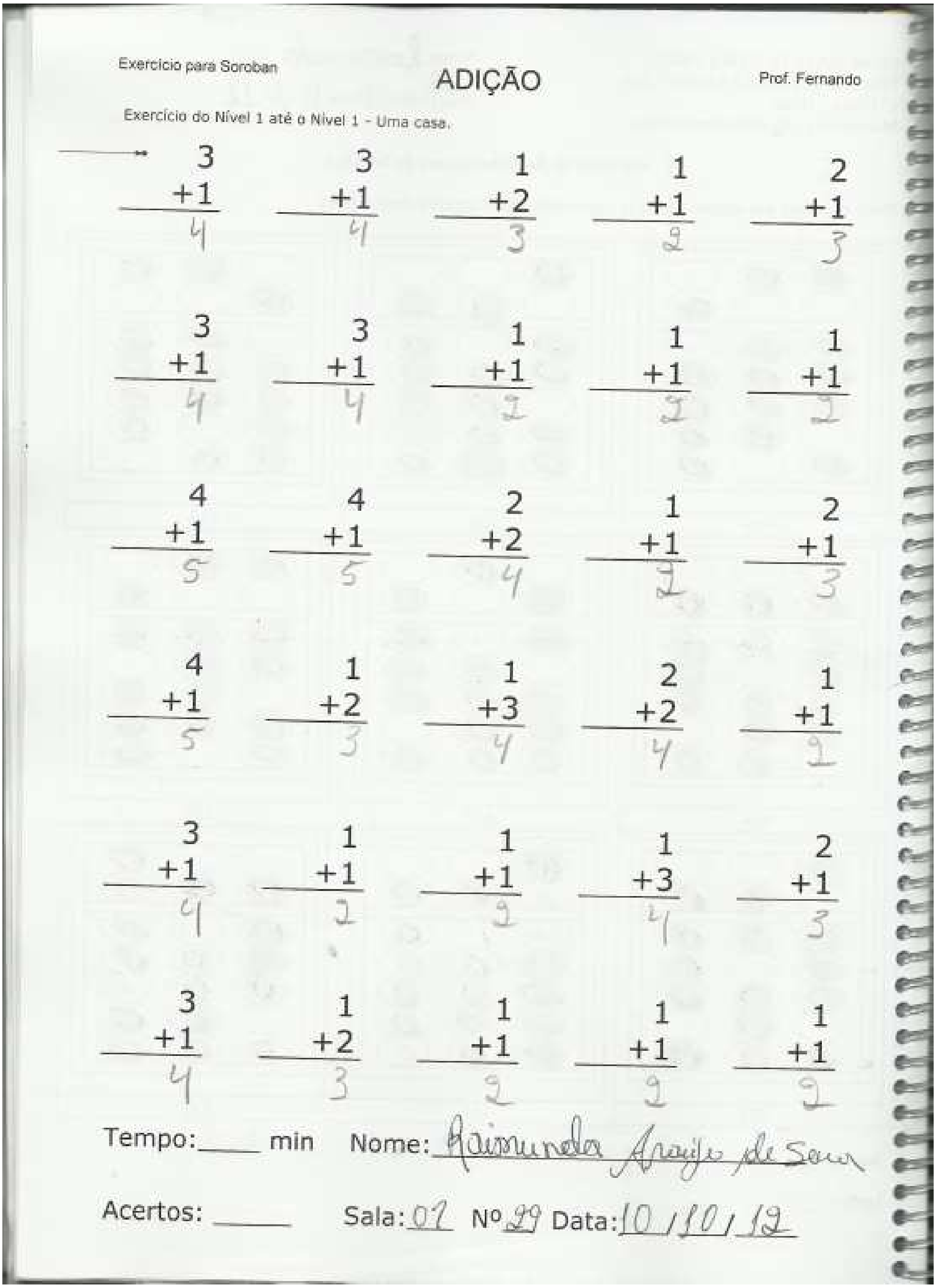
Pinte as contas dos ábacos para que representem os números abaixo deles.

345	258	534
968	607	246
357	159	852

Acertos: ____

Tempo: ____

Atividade 02



Exercício para Soroban

ADIÇÃO

Prof. Fernando

Exercício do Nível 1 até o Nível 1 - Uma casa.

3 +1 4	3 +1 4	1 +2 3	1 +1 2	2 +1 3
3 +1 4	3 +1 4	1 +1 2	1 +1 2	1 +1 2
4 +1 5	4 +1 5	2 +2 4	1 +1 2	2 +1 3
4 +1 5	1 +2 3	1 +3 4	2 +2 4	1 +1 2
3 +1 4	1 +1 2	1 +1 2	1 +3 4	2 +1 3
3 +1 4	1 +2 3	1 +1 2	1 +1 2	1 +1 2

Tempo:_____ min Nome: Raimunda Araujo de Sousa

Acertos: _____ Sala: 01 Nº 29 Data: 10/10/12

Atividade 03

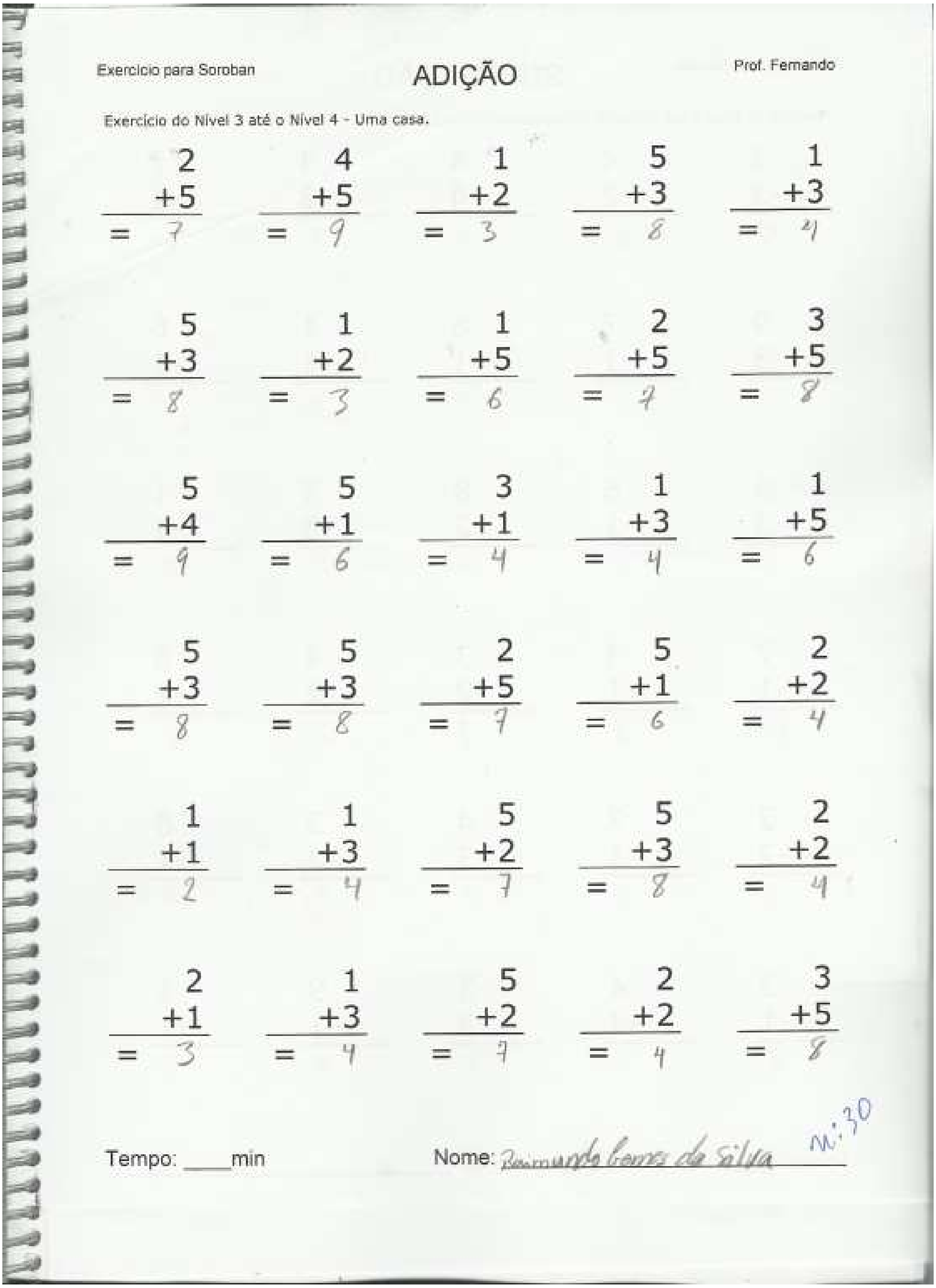
Exercício para Soroban **ADIÇÃO** Prof. Fernando

Exercício do Nível 3 até o Nível 4 - Uma casa.

3 +1 = 4	2 +5 = 7	3 +5 = 8	2 +1 = 3	2 +1 = 3
1 +1 = 2	1 +5 = 6	4 +5 = 9	5 +4 = 9	3 +5 = 8
1 +3 = 4	2 +2 = 4	4 +5 = 9	1 +5 = 6	1 +2 = 3
3 +5 = 8	4 +5 = 9	1 +2 = 3	1 +2 = 3	3 +5 = 8
1 +1 = 2	1 +5 = 6	2 +1 = 3	1 +2 = 3	3 +1 = 4
5 +2 = 7	5 +4 = 9	5 +2 = 7	5 +1 = 6	1 +3 = 4

Tempo: ____min Nome: Tancísio de Jesus Silva

Atividade 04



Exercicio para Soroban

ADIÇÃO

Prof. Fernando

Exercício do Nível 3 até o Nível 4 - Uma casa.

2 + 5 = 7	4 + 5 = 9	1 + 2 = 3	5 + 3 = 8	1 + 3 = 4
5 + 3 = 8	1 + 2 = 3	1 + 5 = 6	2 + 5 = 7	3 + 5 = 8
5 + 4 = 9	5 + 1 = 6	3 + 1 = 4	1 + 3 = 4	1 + 5 = 6
5 + 3 = 8	5 + 3 = 8	2 + 5 = 7	5 + 1 = 6	2 + 2 = 4
1 + 1 = 2	1 + 3 = 4	5 + 2 = 7	5 + 3 = 8	2 + 2 = 4
2 + 1 = 3	1 + 3 = 4	5 + 2 = 7	2 + 2 = 4	3 + 5 = 8

Tempo: ____min

Nome: Raimundo Gomes da Silva

N: 30

Atividade 05

Exercícios para Soroban

SUBTRAÇÃO

Prof. Fernando

Exercício do Nível 3 até o Nível 4 - Subtraendo em uma casa.

3	4	4	4	7
-3	-2	-4	-3	-1
0	2	0	1	6
9	7	6	1	6
-3	-1	-1	-1	-1
6	6	5	0	5
9	6	8	3	1
-3	-1	-2	-3	-1
6	5	6	0	0
7	3	3	4	8
-1	-1	-2	-2	-2
6	2	1	2	6
2	7	4	3	8
-2	-1	-3	-2	-1
0	6	1	1	7
3	4	3	9	1
-1	-4	-3	-1	-1
2	0	0	8	0

Tempo: 1:46 min 20 agosto Nome: José William Soares de Sousa

Atividade 06

Atividade para Soroban

MOVIMENTOS BÁSICOS
ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Prof. Fernando

Ativ.1	Ativ.2	Ativ.3	Ativ.4	Ativ.5
2	5	9	9	2
-2	-5	-1	-5	-2
+6	+4	+1	+5	+2
-6	-2	-8	-7	-2
+7	+2	+8	+1	+7
-2	-3	-1	-2	-1
+4	+2	+1	+6	+2
-1	-2	-8	-1	-1
= 8	= 1	= 1	= 6	= 7

Ativ.6	Ativ.7	Ativ.8	Ativ.9	Ativ.10
4	6	7	9	9
-2	-1	-7	-5	-7
+5	+1	+2	+5	+1
-1	-5	-2	-9	-2
+1	+5	+1	+8	+3
-5	-1	-1	-1	-1
+5	+3	+6	+1	+5
-7	-3	-6	-5	-2
= 0	= 5	= 0	= 3	= 6

Ativ.11	Ativ.12	Ativ.13	Ativ.14	Ativ.15
9	2	9	4	9
-8	-2	-5	-2	-4
+5	+6	+5	+6	+2
-6	-1	-4	-5	-7
+6	+4	+2	+5	+6
-6	-4	-6	-8	-5
+5	+2	+7	+7	+2
-5	-1	-2	-6	-3
= 0	= 6	= 6	= 1	= 0

Tempo: 5,25 min   Nome: Antonio sousa da silva

Acertos: _____   Sala: 06 Nº 04 Data: 10/10/012

Atividade 07[6]

Atividade para Soroban

MOVIMENTOS BÁSICOS
ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Prof. Fernando

Ativ.1	Ativ.2	Ativ.3	Ativ.4	Ativ.5
3	3	6	9	4
-2	-2	-5	-6	-3
+7	+2	+1	+5	+3
-5	-3	-2	-3	-3
+6	+1	+9	+2	+1
-7	-1	-3	-5	-1
+6	+8	+3	+5	+2
-2	-1	-4	-2	-3
= 6	= 7	= 5	= 7	= 0

Ativ.6	Ativ.7	Ativ.8	Ativ.9	Ativ.10
6	9	7	9	7
-6	-7	-5	-4	-7
+3	+2	+1	+2	+5
-3	-4	-1	-1	-5
+4	+3	+2	+1	+7
-1	-3	-4	-6	-1
+1	+4	+5	+2	+1
-3	-4	-5	-1	-1
= 1	= 0	= 0	= 2	= 6

Ativ.11	Ativ.12	Ativ.13	Ativ.14	Ativ.15
4	4	6	5	2
-1	-1	-5	-5	-2
+6	+1	+5	+2	+9
-3	-1	-1	-2	-1
+3	+6	+3	+1	+1
-1	-9	-3	-1	-1
+1	+4	+2	+1	+1
-4	-1	-7	-1	-3
= 5	= 3	= 0	= 0	= 6

Tempo: _____ min Nome: Fabio Wellington

Acertos: _____ Sala: 06 Nº 10 Data: 10/10/12

[6] O resultado correto da questão 04 é 5.

Atividade 08

Atividade para Soroban — MOVIMENTOS BÁSICOS ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO — Prof. Fernando

Ativ.1	Ativ.2	Ativ.3	Ativ.4	Ativ.5
96	49	99	15	77
-11	-17	-44	-15	-71
+14	+17	+41	+88	+43
-63	-24	-75	-75	-43
+51	+71	+62	+51	+13
-86	-95	-22	-61	-13
+23	+53	+17	+71	+13
-11	-53	-16	-11	-11
= 13	= 1	= 62	= 63	= 8

Ativ.6	Ativ.7	Ativ.8	Ativ.9	Ativ.10
29	77	47	82	98
-16	-52	-27	-22	-33
+81	+13	+18	+16	+33
-33	-15	-36	-55	-43
+26	+56	+17	+61	+22
-12	-15	-19	-11	-71
+22	+15	+11	+25	+31
-67	-18	-11	-81	-37
= 30	= 61	= 0	= 15	= 0

Ativ.11	Ativ.12	Ativ.13	Ativ.14	Ativ.15
91	29	36	66	81
-71	-16	-15	-16	-31
+52	+61	+11	+14	+18
-71	-13	-12	-54	-17
+91	+32	+56	+66	+23
-11	-13	-26	-55	-62
+12	+19	+11	+73	+86
-63	-56	-61	-53	-18
= 30	= 43	= 0	= 41	= 80

Tempo: _____min Nome: Giselda Lima Oliveira

Acertos: _____ Sala: 01 Nº 18 Data: 05/11/2012

Atividade 09[7]

Atividade para Soroban

MOVIMENTOS BÁSICOS
ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Prof. Fernando

Ativ.1	Ativ.2	Ativ.3	Ativ.4	Ativ.5
795	911	792	159	998
-295	-311	-621	-152	-912
+374	+342	+111	+432	+611
-362	-312	-151	-138	-537
+411	+165	+351	+172	+336
-823	-665	-182	-272	-125
+679	+112	+113	+743	+121
-556	-211	-211	-941	-432
= 223	= 31	= 202	= 30	= 60

Ativ.6	Ativ.7	Ativ.8	Ativ.9	Ativ.10
471	447	275	424	728
-221	-242	-255	-122	-222
+635	+513	+354	+691	+481
-365	-715	-221	-781	-117
+228	+681	+625	+586	+116
-125	-111	-255	-787	-965
+361	+226	+266	+461	+216
-614	-244	-235	-322	-135
= 370	= 555	= 554	= 150	= 102

Ativ.11	Ativ.12	Ativ.13	Ativ.14	Ativ.15
322	316	879	558	477
-322	-316	-164	-552	-327
+787	+774	+171	+621	+611
-512	-151	-211	-122	-251
+514	+376	+122	+212	+254
-221	-122	-537	-115	-554
+321	+122	+134	+175	+538
-123	-819	-294	-265	-233
= 766	= 180	= 100	= 512	= 515

Tempo: _____min Nome: Layon Araújo

Acertos: _____ Sala: 06 Nº 23 Data: 06/11/12

[7] O resultado correto da questão 02 é 21, o da questão 04 é 3 e o da questão 07 é 575.

Atividade 10[8]

Atividade para Soroban

MOVIMENTOS BÁSICOS
ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Prof. Fernando

Ativ.1	Ativ.2	Ativ.3	Ativ.4	Ativ.5
919	313	973	459	976
-714	-313	-611	-455	-151
+233	+831	+612	+415	+122
-236	-121	-252	-318	-831
+157	+131	+162	+318	+383
-351	-741	-562	-111	-457
+151	+175	+511	+151	+651
-151	-275	-121	-154	-131
= 008	= 100	= 110	= 305	= 562

Ativ.6	Ativ.7	Ativ.8	Ativ.9	Ativ.10
199	116	778	591	916
-147	-115	-752	-561	-111
+731	+147	+661	+913	+174
-532	-113	-167	-221	-757
+633	+153	+311	+221	+615
-232	-123	-511	-841	-611
+246	+823	+568	+237	+223
-298	-135	-573	-322	-124
= 600	= 711	= 315	= 017	= 325

Ativ.11	Ativ.12	Ativ.13	Ativ.14	Ativ.15
862	389	563	849	254
-562	-331	-511	-229	-254
+513	+641	+427	+222	+282
-813	-151	-265	-142	-281
+787	+151	+655	+129	+488
-521	-159	-658	-216	-431
+123	+156	+267	+216	+121
-339	-551	-277	-327	-152
=050	= 145	= 201	= 502	=027

Tempo: _____min Nome: Jordânia Ferreira dos Santos

Acertos: _____ Sala: 04 Nº 18 Data: __/11/12

[8] O resultado correto da questão 02 é zero, o da questão 03 é 712 e o da questão 07 é 753.