



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO AMAPÁ-UNIFAP
PROGRAMA MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
DISSERTAÇÃO DO MESTRADO



André George Morais Dias

***“Matemática financeira no ensino básico: uma abordagem voltada para o
financiamento, crédito e consumo consciente”.***

André George Morais Dias

Pós-graduação em Matemática PROFMAT da Universidade Federal do Amapá- UNIFAP, como requisito para obtenção do grau de MESTRE em Matemática.

Orientador: José Walter Cárdenas

Sotil

Doutor em Matemática - UNIFAP

MACAPÁ – AP

2017

André George Morais Dias

Data da Defesa: ____/____/____

Conceito: _____

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-graduação em Matemática PROFMAT da Universidade Federal do Amapá-UNIFAP, como requisito para obtenção do grau de MESTRE em Matemática.

Banca Examinadora

Prof. Dr. José Walter Cárdenas Sotil- UNIFAP
Orientador

Prof. Dr Erasmo Senger-UNIFAP

Prof. Dr Guzman Eulalio Isla Chamilco-UNIFAP

Prof. Msc Carlos Alexandre Santana Oliveira-IFAP

A meu filho Guilherme pela ausência em momentos importantes, minha esposa Tatiana pela paciências e incentivo nas horas difíceis e aos meus pais pela educação e serenidade transmitidas ao longo de minha formação.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus que na sua infinita bondade sempre atendeu às minhas suplicas, mesmo a revelia de meu comportamento e me mostrou ser o maior mestre que alguém pode conhecer.

Ao Instituto de Matemática Pura e Aplicada- IMPA que coordena o projeto;

À Universidade Federal do Pará UFPA, que me proporcionou um ambiente criativo e muito profissional no decorrer da graduação;

À universidade federal do Amapá UNIFAP que nos oportunizou a realização da continuidade de nossa formação e concretização de um sonho;

Ao Prof. Dr. José Walter Cárdenas Sotil, pelo empenho, dedicação e paciência dedicados à elaboração desse trabalho;

Aos professores deste curso, pelos ensinamentos que levarei por toda a vida.

Agradeço a todos os professores por me proporcionar o conhecimento, não apenas racional, mas a manifestação do caráter a afetividade a ética, que serviram de exemplo para minha formação. A palavra mestre sempre virá acompanhada de amigo, aos professores dedicados aos quais, sem citar nomes, terão meu eterno agradecimento.

Aos meus pais e irmãos pelo amor, incentivo, e apoio incondicional

Meus agradecimentos aos amigos Augusto Oliveira, André Beltão e Luís Silva, companheiros de estudos e irmãos na amizade que fizeram parte da minha formação e que vão continuar presentes em minha vida.

RESUMO

A finalidade desta monografia é apresentar uma sugestão de abordagem da matemática financeira na escola, tendo em vista a dificuldade e falta de manejo com que o cidadão brasileiro toma suas decisões diante das supostas facilidades apresentadas na concessão de crédito, seja numa simples compra parcelada no comércio, no financiamento de um bem a longo prazo ou empréstimos financeiros. Achamos de fundamental importância a consciência na tomada de decisões financeiras para a organização de suas contas e para não cair na armadilha do endividamento, consideramos que este é um assunto de grande relevância na vida de todas as pessoas que se servem ou virão a utilizar dos serviços bancários e do comércio em geral, bem como entender com clareza as tomadas de decisões do governo nas medidas econômicas e assim ser mais criterioso quanto a sua aprovação ou não, pretendemos também com este trabalho dar sugestões e exemplos para que os professores do ensino básico possam orientar e enriquecer sua prática pedagógica de maneira adequada, preocupamo-nos ainda em apontar os pré-requisitos fundamentais para a assimilação dos conteúdos, fazendo com que eles sejam estudados com a devida conexão com o cotidiano do aluno.

Palavras Chaves: *matemática financeira na escola, empréstimos, financiamento, altas taxas praticadas, tomada de decisões, endividamento.*

ABSTRACT

The purpose of this monograph is to present a suggested approach to financial mathematics in school, In view of the difficulty and lack of management with which the Brazilian citizen makes his decisions in the face of the alleged facilities presented in the granting of credit, whether in a simple installment purchase in commerce, in the financing of a long-term asset or financial loans. We think it is fundamentally important to be conscientious when making financial decisions to organize your accounts and not to fall into the debt trap, We believe that this is a highly relevant issue in the lives of all those who serve or will use banking services and trade in general, as well as to clearly understand government decision-making in economic measures and thus be more judgmental Approval or otherwise, we also intend with this work to give suggestions and examples so that teachers of basic education can guide and enrich their pedagogical practice in an appropriate way, we are also anxious to point out the fundamental prerequisites for the assimilation of, contents, causing them to be studied with the proper connection with the daily life of the student.

Key words: financial mathematics at school, loans, financing, high rates practiced, decision making, indebtedness.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Informações nutricionais do produto biscoito club social.....	26
Figura 2: Representação geométrica da proporção (função afim)	27
Figura 3: Escolaridade dos jogadores dos quatro principais times de futebol do Rio de Janeiro.....	33
Figura 4: Comportamento do gráfico de juro composto e simples.....	46
Figura 5: Escola estadual Prof. Gabriel de Almeida café.....	58
Figura 6: Turma do 4º ano vespertino do curso técnico em administração da escola Gabriel Café.....	59
Figura 7: Aluno resolvendo exercício do assunto pré-requisito de matemática financeira.....	60
Figura 8: Alunos fazendo atividade em sala.....	61
Figura 9: Importância dos conteúdos abordados.....	63
Figura 10: Influência nas decisões econômicas	63
Figura 11: Famílias que contraem empréstimo.....	64
Figura 12: A importância dos conhecimentos adquiridos para a tomada de decisões comerciais.....	64
Figura 13: Famílias e a noção clara de seus gastos.....	65
Figura 14: Planejamento e controle de gastos.....	65
Figura 15: Comportamento referente a compras de valor considerável.....	66
Figura 16: Comportamento com o uso do cheque especial.....	66
Figura 17: Comportamento quanto ao pagamento da fatura do cartão de Crédito.....	67
Figura 18: Percentual comprometido da renda das famílias.....	68
Figura 19: Dívidas diversas.....	68
Figura 20: Contas em atraso.....	69
Figura 21: Motivo do endividamento das famílias.....	69
Figura 22: Pessoas da família escritas nos órgãos de proteção ao crédito....	70

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	10
1. ORIGEM DAS OPERAÇÕES COMERCIAIS.....	12
1.1. A utilização do metal na confecção das moedas.....	14
1.1.1. Moeda em formato de objetos.....	15
1.1.2. Moedas de ouro, prata e cobre	16
1.2. Moedas de papel.....	17
1.3. Cheques	18
1.4. O cartão de crédito.....	18
1.5. O crediário.....	20
1.6. As criptomoedas.....	21
1.7. Origem das operações bancárias.....	23
1.7.1. Os juros	23
2. MATEMÁTICA FINANCEIRA	26
2.1. Proporção numérica.....	26
2.2. Porcentagem	30
2.3. Fator de amortização.....	34
2.3.1. Aumentos e descontos.....	35
2.3.2. Aumentos e descontos sucessivos.....	35
2.4. Juros.....	38
2.4.1. Juro simples	38
2.4.2. Juro composto.....	41
2.5. Sistema de amortização	53
3. METODOLOGIA.....	57
3.1. Delineamento da pesquisa.....	57
3.2. Perfil da turma.....	58
3.3. Experiência em sala de aula.....	59
3.4. Desenvolvimento da pesquisa.....	62
4. RESULTADO DA PESQUISA	70
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	73
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	74

INTRODUÇÃO

Esta monografia tem como objetivo mostrar a importância da aprendizagem da Matemática Financeira no Ensino básico, mostrando desde os primeiros vestígios da sua utilização na sociedade até os mecanismos do mercado atual, enfatizando a importância de seu conhecimento para saúde financeira de qualquer cidadão. Consideramos que este é um assunto de grande relevância na vida de todas as pessoas que se servem ou virão a utilizar dos serviços bancários e do comércio em geral, bem como entender com clareza as tomadas de decisões do governo nas medidas econômicas e assim ser mais criterioso quanto a sua aprovação ou não.

Em certo período de nossa história recente, devido a estabilização da economia nacional em virtude do plano real, as pessoas passaram a adquirir financiamentos mais longos e empréstimos com maior frequência, o que justificaria uma sólida aprendizagem em Matemática Financeira, no entanto no decorrer dos anos percebemos que as pessoas tomam decisões equivocadas no que tange as regras da matemática financeira, o que nos leva a questionar o quanto o aprendizado no ensino escolar influenciou em sua tomada de decisões no âmbito financeiro.

Certamente, todos nós, um dia já nos deparamos com situações em que devemos decidir sobre o melhor tipo de financiamento, escolher entre uma compra parcelada ou à vista, ou até mesmo definir o melhor investimento de suas economias, como aplicações na poupança, tesouro direto, renda fixa, CDB, fundos de investimentos e outros.

Pretendemos também com este trabalho dar sugestões e exemplos para que os professores do ensino básico possam orientar e enriquecer sua prática pedagógica de maneira adequada.

Preocupamo-nos ainda em apontar os pré-requisitos fundamentais para a assimilação dos conteúdos, fazendo com que eles sejam estudados com a devida conexão com o cotidiano do aluno.

Realizaremos ainda um curso de matemática financeira nos moldes da proposta e uma pesquisa de campo com os alunos do 4º ano do curso de administração

do ensino integrado da escola Gabriel de Almeida Café, onde abordaremos essa temática nos dirigindo a bancos, financeiras, empresas de factoring, etc., elencando pelo menos 5 produtos financeiros relacionados a empréstimos, financiamentos ou aplicações financeiras, associando a cada um a prática de apuração dos juros: juros simples ou juros compostos, antecipados ou não, e metodologia de cômputo dos dias (comercial, exatos, úteis). Simularemos aquisições de financiamentos em alguns desses estabelecimentos colocando em discussão a melhor oferta, além de discutirmos as taxas oferecidas, com base na legislação vigente no tocante de sua legitimidade.

Finalmente esperamos que este trabalho auxilie o professor a abordar o tópico de Matemática Financeira de modo agradável e eficaz, tornando os alunos aptos a resolver as situações financeiras que se apresentam de modo crítico, não sendo levados a tomar decisões inadequadas ou cair nas armadilhas do crédito fácil, e assim, possibilitando melhor qualidade de vida.

1. ORIGEM DAS OPERAÇÕES COMERCIAIS

Tem-se registros de que as primeiras manifestações comerciais envolviam a troca direta de mercadorias, conhecida como escambo. Essa troca, não necessariamente, era feita com equiparação de valores. Com o tempo e a prática desse tipo de comércio foi se criando a valorização de algumas mercadorias devido sua escassez e necessidade, assumindo a função de moeda-mercadoria. Destacaram-se o sal e o gado bovino como principais moedas-mercadoria.



O sal foi a moeda-mercadoria mais utilizada devido sua difícil obtenção na época, principalmente no interior dos continentes, era muito utilizado na conservação e preparo de alimentos. O gado também foi muito utilizado pois apresentava vantagens de locomoção própria, reprodução e prestação de serviços, embora ocorresse risco de doenças e de morte.



Ambas deixaram marca de sua função como instrumento de troca em nosso vocabulário, pois, até hoje, empregamos palavras como pecúnia (dinheiro) e pecúlio (dinheiro acumulado) derivadas da palavra latina pecus (gado). A palavra capital (patrimônio) vem do latim capita (cabeça). Da mesma forma, a palavra salário (remuneração, normalmente em dinheiro, devida pelo empregador em face do serviço do empregado) tem como origem a utilização do sal, em Roma, para o pagamento de serviços prestados.



As mercadorias utilizadas para escambo geralmente se apresentam em estado natural, variando conforme as condições do meio ambiente e as atividades desenvolvidas pelos grupos, correspondendo a necessidades fundamentais de seus membros. Nesta forma de troca, no entanto, ocorrem dificuldades, por não haver uma medida comum de valor entre os elementos a serem permutados. Com o passar do tempo, as mercadorias se tornaram inconvenientes às transações comerciais, devido à oscilação de seu valor, pelo fato de não serem fracionáveis e por serem facilmente perecíveis, não permitindo o acúmulo de

riquezas. *Texto adaptado da revista “As muitas faces da moeda” do Banco Central do Brasil.*

O surgimento das operações comerciais no Brasil data, inicialmente, de 23 de abril de 1500. Veja o trecho da carta de Pero Vaz de Caminha, escrivão da frota de Cabral.

E Nicolau Coelho lhes fez sinal que pousassem os arcos.

E eles os despuseram. Mas não pode deles haver fala nem entendimento que aproveitasse, por o mar quebrar na costa. Somente arremessou-lhe um barrete vermelho e uma carapuça de linho que levava na cabeça, e um sombreiro preto. E um deles lhe arremessou um sombreiro de penas de ave, compridas, com uma copazinha de penas vermelhas e pardas, como de papagaio. E outro lhe deu um ramal grande de continhas brancas, miúdas que querem parecer de aljófar, as quais peças creio que o Capitão manda a Vossa Alteza.

Pero Vaz de caminha, em carta a El – Rei D. Manoel
(Quinta feira, 23 de abril de 1500)

Nesse trecho de sua carta, Pero Vaz de Caminha fez o primeiro registro de troca no Brasil, trocou o barrete e a carapuça do navegador pelo colar e cocar dos índios que ali habitavam. O escambo foi uma prática muito comum no começo de nossa civilização, pois os índios ainda não tinham contato com os costumes da civilização, bem como o dinheiro.

Desse ato simples até hoje, muita coisa aconteceu, os portugueses começaram a plantar, explorar minas, criar gado e comercializar suas mercadorias. O comércio trouxe a necessidade do dinheiro. Nos primeiros anos eram as moedas de ouro, prata e cobre, vindas de Portugal, aos poucos, moedas começaram a ser cunhadas no Brasil. O primeiro dinheiro do Brasil foi a moeda- mercadoria. Durante muito tempo, o comércio da terra foi feito por meio da troca de mercadorias, mesmo após a introdução da moeda de metal. As primeiras moedas metálicas, de ouro, prata e cobre, chegaram ao Brasil com o início da

colonização portuguesa. A unidade monetária de Portugal era o REAL, foi usada no Brasil durante todo o período colonial, assim tudo se contava em réis-plural popular de real- com moedas fabricadas no Brasil e em Portugal.

As casas fabricantes de moedas foram aqui criadas à medida que os lugares iam se desenvolvendo e necessitavam de dinheiro. A primeira foi a casa da moeda da Bahia, seguida pelas do Rio de Janeiro, Pernambuco e Minas Gerais. *Texto adaptado da revista “As muitas faces da moeda” do Banco Central do Brasil.*

1.1. A utilização do metal na confecção de moedas.

Quando o homem descobriu o metal, logo passou a utilizá-lo para fabricar seus utensílios e armas anteriormente feitos de pedra.

Por apresentar vantagens como a possibilidade de entesouramento, divisibilidade, raridade, facilidade de transporte e beleza, o metal rapidamente foi eleito como principal padrão de valor. Era trocado sob as formas mais diversas. A princípio, em seu estado natural, depois sob a forma de barras e, ainda, sob a forma de objetos, como anéis, braceletes etc.

O metal comercializado dessa forma exigia aferição de peso e avaliação de seu grau de pureza a cada troca. Mais tarde, ganhou forma definida e peso determinado, recebendo marca indicativa de valor, que também apontava o responsável por sua emissão. Essa medida agilizou as transações, dispensando a pesagem e permitindo a imediata identificação da quantidade de metal oferecida para troca. *Texto adaptado da revista “As muitas faces da moeda” do Banco Central do Brasil.*

1.1.1. Moeda em Formato de Objetos

Os utensílios de metal passaram a ser mercadorias muito apreciadas, como sua produção exigia, além do domínio das técnicas de fundição, o conhecimento dos locais onde o metal poderia ser encontrado, essa tarefa, naturalmente não estava ao alcance de todos.



A valorização, cada vez maior, desses instrumentos levou à sua utilização como moeda e ao aparecimento de réplicas de objetos metálicos, em pequenas dimensões, que circulavam como dinheiro.

O termo moeda vem do latim moneta, o lugar onde se cunhavam moedas em Roma, o Templo Juno Moneta. Tem como conceito uma unidade representativa de valor, aceita como instrumento de troca numa comunidade. Moedas correntes são as que circulam em uma mesma região, moedas fortes são as que têm curso internacional. Com o surgimento da moeda, pôde o indivíduo generalizar seu poder de compra e obter da sociedade aquilo que sua moeda lhe dá direito, sob a forma que melhor lhe convém. Classificando uma transação comercial em duas fases, uma de venda e outra de compra, a moeda facilita ambas as partes. As trocas e as moedas antes da introdução dos metais parece ser uma coisa banal, mas sua descoberta representou um marco notável na história da humanidade.

Moedas Antigas

Surgiram no século VII a. C., as primeiras moedas com as características das atuais; são pequenas peças de metal com peso,



valores definidos e com a impressão do cunho oficial, isto é, a marca de quem as emitiu garantindo credibilidade ao seu valor.

Na Grécia eram cunhadas moedas de prata, na Líbia eram utilizados pequenos lingotes ovais de uma liga de ouro e prata chamado *eletro*.

Contribuição histórica das moedas

As moedas refletem a mentalidade de um povo e de sua época. Nelas podem ser observados aspectos políticos, econômicos, tecnológicos e culturais. É pela impressão encontrada nas moedas que conhecemos hoje a efígie de personalidades que viveram há muitos séculos. Provavelmente, a primeira figura

histórica a ter sua efígie registrada em uma moeda foi Alexandre, o grande, da Macedônia, por volta de 330 a. C.

A princípio as peças eram confeccionadas por processos manuais muito rudimentares e tinham suas bordas irregulares, não sendo como hoje, peças absolutamente iguais umas às outras. *Texto adaptado da revista “As muitas faces da moeda” do Banco Central do Brasil.*

1.1.2. Moedas de ouro, prata e cobre.

Os primeiros metais utilizados na cunhagem de moedas foram o ouro e a prata. O emprego desses metais se impôs, não só pela sua raridade e beleza, imunidade à corrosão e a seu valor econômico, mas também por antigos costumes religiosos. Nos primórdios das civilizações, os sacerdotes da Babilônia, estudiosos da astronomia, ensinavam ao povo a existência de estreita ligação entre o ouro e o sol, a prata e a lua. Isto levou à crença de que estes metais tinham algo de mágico e assim também os objetos confeccionados com esses materiais.

A cunhagem de moedas de ouro e prata se manteve durante muitos séculos, sendo as peças garantidas por seu valor intrínseco, isto é, pelo valor comercial do metal utilizado na sua confecção. Assim, uma moeda na qual haviam sido utilizados vinte gramas de ouro, era trocada por mercadorias no mesmo valor.

Durante muitos séculos os países cunharam em ouro suas moedas de maior valor, reservando a prata e o cobre para os valores menores. Estes sistemas se mantiveram até o final do século passado, quando o cuproníquel e, posteriormente, outras ligas metálicas passaram a ser muito empregadas, passando a moeda a circular pelo seu valor extrínseco, ou seja, pelo valor gravado em uma de suas faces, que independia do valor do metal empregado.

Com o advento do papel moeda a cunhagem de moedas metálicas ficou restrita a valores inferiores, necessários para troco. Dentro dessa nova função, a durabilidade passou a ser a qualidade mais necessária à moeda. Surgem, em grande diversidade, as ligas modernas, produzidas para suportar a alta rotatividade do numerário de troco. *Texto adaptado da revista “As muitas faces da moeda” do Banco Central do Brasil.*

1.2. Moeda de papel

Na idade média, surgiu o costume de se guardar valores com um ourives- pessoa que negociava objetos de ouro e prata- este, como garantia, entregava um recibo. Com o tempo, esses recibos passaram a ser utilizados para efetuar pagamentos, circulando de mão em mão e dando origem a moeda de papel.

No Brasil os primeiros bilhetes de banco, precursores das cédulas atuais, foram lançados pelo Banco do Brasil em 1810. Tinham seu valor preenchido à mão, tal qual como, hoje, fazemos com os cheques.

Com o tempo, da mesma forma ocorrida com as moedas, os governos passaram a conduzir a emissão de cédulas, coibindo as falsificações e garantindo o poder de pagamento.

Atualmente quase todos os países possuem seus bancos centrais, encarregados das emissões de cédulas e moedas.

A moeda de papel evoluiu muito quanto à técnica utilizada na sua impressão. Hoje a confecção de cédulas utiliza papel especialmente preparado e diversos processos de impressão que se complementam, dando, dando ao produto final grande margem de segurança e condições de durabilidade.

Sistema monetário

O conjunto de cédulas e moedas utilizadas por um país forma o seu sistema monetário. Este sistema, regulado através de legislação própria, é organizado a partir de um valor que lhe serve de base e que é sua unidade monetária.



Atualmente, quase todos os países utilizam o sistema monetário de base centesimal, no qual a moeda divisionária da unidade representa um centésimo de seu valor.

Normalmente os valores mais altos são expressos em cédulas e os valores menores em moedas. Atualmente a tendência mundial é no sentido de se suprirem as despesas diárias com moedas. As ligas metálicas modernas proporcionam às moedas durabilidade muito superior à das cédulas, tornando-as mais apropriadas à intensa rotatividade do dinheiro de troco.

Os países, através de seus bancos centrais, controlam e garantem as emissões de dinheiro. O conjunto de moedas e cédulas em circulação, chamado meio

circulante, é constantemente renovado através de processo de saneamento, que consiste na substituição das cédulas gastas e rasgadas. *Texto adaptado da revista “As muitas faces da moeda” do Banco Central do Brasil.*

1.3. Cheques

Com a supressão da conversibilidade das moedas em metal precioso, o dinheiro cada vez mais se desmaterializa, assumindo formas abstratas.

O cheque, esse documento pelo qual se ordena o pagamento de certa quantia ao seu portador ou à pessoa nele citada, visa, primordialmente, à movimentação dos depósitos bancários.



O cheque serve como substitutivo ao dinheiro, porém hoje seu uso está diminuindo, quase que se extinguindo, devido a utilização de cartões de débito, por sua facilidade, maior segurança e confiabilidade. *Texto adaptado da revista “As muitas faces da moeda” do Banco Central do Brasil.*

1.4. O cartão de crédito

Os cartões não são dinheiro real, simplesmente registram a intenção de pagamento do consumidor. Cedo ou tarde a despesa terá de ser paga, em espécie ou em cheque. É, portanto, uma forma imediata de crédito

O Cartão de Crédito surgiu nos Estados Unidos na década de 20. Postos de gasolina, hotéis e firmas começaram a oferecê-los para seus clientes mais fiéis. Eles podiam abastecer o carro ou hospedarem-se num hotel sem usar dinheiro ou cheque.

Em 1950, o Diners Club criou o primeiro cartão de crédito moderno. Era aceito inicialmente em 27 bons restaurantes daquele país e usado por importantes homens de negócios, como uma maneira prática de pagar suas despesas de viagens a trabalho e de lazer. Confeccionado em papel cartão, trazia o nome do associado de um lado e dos estabelecimentos filiados em outro. Somente em 1955 o Diners passou a usar o plástico em sua fabricação.

Em 1958, foi a vez do American Express lançar seu cartão. Na época, os bancos perceberam que estavam perdendo o controle do mercado para essas

instituições, e no mesmo ano o *Bank of America* introduziu o seu *BankAmericard*. Em 1977, o *BankAmericard* passa a denominar-se Visa. Na década de 90, o Visa torna-se o maior cartão com circulação mundial, sendo aceito em 12 milhões de estabelecimentos.

O cartão de crédito é um dos principais meios de pagamento atualmente. É um cartão de plástico que pode ou não conter um *chip*. Nos cartões com *chip* o pagamento só é efetuado mediante a digitação de uma senha.

Cada cartão de crédito possui um *limite*, ou seja, um valor máximo que se pode gastar e pagar depois, portanto nada mais que um empréstimo.

Todas as compras que um consumidor faz com o cartão de crédito são acumuladas para serem pagas mensalmente, em data previamente acertada com a empresa de crédito. Essas compras vêm discriminadas no que se chama de *fatura* e o consumidor deve pagar ao menos uma parte do valor total (conhecido como pagamento mínimo). O que não for pago é passado para a fatura do mês seguinte, acrescido de juros.

Os juros cobrados pelo cartão de crédito são um dos mais altos do mercado financeiro, por isso, pode não compensar passar a dívida para o mês seguinte. O ideal é sempre controlar os gastos e pagar o total da fatura na data certa, todo mês, assim se evita os juros altíssimos do cartão.

Como o consumidor não percebe o dinheiro sendo gasto, é comum consumidores inexperientes gastarem mais do que o esperado e depois não conseguirem pagar o total da fatura. Nesses casos é aconselhável fazer um empréstimo pessoal no banco, ou retirar o dinheiro de alguma aplicação financeira, e assim pagar o total da fatura, para que a dívida não cresça no mês seguinte.

As operadoras de cartão, geralmente bancos que emitem o cartão de uma empresa de crédito, costumam cobrar do consumidor uma taxa anual (*anuidade*) para manutenção da conta. Essa taxa de operadora para operadora e pode chegar a zero em determinados casos. Sempre vale a pena ligar para a operadora e negociar essa taxa.

Se o consumidor sempre pagar a fatura total, sem atraso, os gastos extras que ele pode ter são a anuidade e um eventual seguro.

O lucro das empresas de crédito vem dos estabelecimentos comerciais e das altas taxas cobradas nas faturas em atraso. No caso dos estabelecimentos

comerciais, a empresa de crédito repassa ao lojista os valores das compras feitas com o cartão, descontando uma taxa de serviço. Por exemplo, se o consumidor usa o cartão para comprar um produto que custa R\$ 100,00, o consumidor pagará R\$ 100,00 na fatura do cartão e o lojista receberá R\$ 96,00 da empresa de crédito. Nesse caso, a taxa pelo serviço é de 4% sobre o valor da compra. A vantagem para o lojista é que sempre receberá da empresa de crédito, assim, se o consumidor não pagar, quem assume o prejuízo é a empresa de crédito, não o lojista. Então, vender no cartão é certeza de recebimento.

Assim o cartão de crédito geralmente traz facilidades tanto para o consumidor quanto para o vendedor. Esse tipo de pagamento vem se consolidando mundialmente como uma das principais formas de pagamento, principalmente devido ao crescente e promissor comércio *on-line*.

Texto adaptado da revista “As muitas faces da moeda” do Banco Central do Brasil.

1.5. O crediário

Antigamente, várias lojas forneciam o crédito diretamente em suas unidades. Algumas delas ainda mantêm esses crediários. Porém, eles agora estão sendo mais associados à cartões de crédito, tanto de bancos e instituições financeiras quanto de redes de lojas espalhadas pelo Brasil afora. O crediário já foi conhecido também como o “carnê”, que muitas pessoas já utilizaram para fazer o pagamento de vários itens para suas casas quando os cartões de crédito eram de mais difícil acesso pelas camadas mais humildes da população.

O crediário já foi uma ferramenta financeira muito utilizada pelos brasileiros antes da democratização do acesso aos empréstimos e cartões de crédito. Hoje, os crediários são menos populares, mas ainda existem e podem ser uma opção para financiar suas compras e gastos.

O crediário é uma forma de financiar suas compras em mais parcelas do que um cartão permite. Enquanto um cartão de crédito permite a você financiar suas compras em até 12 parcelas (na maioria das vezes), o crediário permite que esse financiamento seja estendido por até 48 vezes, e nessa modalidade de parcelamento o credor recebia um talão, ou carnê, em que vinham discriminadas as parcelas do financiamento. Lógico que ao financiar sua compra, em cada parcela estarão inseridos juros que tornarão mais caras suas compras. Para ter

o acesso ao crediário, geralmente é feita uma análise de crédito do cliente, seja através do banco ou instituição financeira ou pela loja onde ele pretende fazer a compra.

O crediário já foi o grande vilão das finanças familiares. Hoje esse papel foi “roubado” pelos cartões de crédito, mas o crediário não deixou de ser um ator importante no endividamento das famílias brasileiras.

O crediário deve ser sua última opção de financiamento para um produto. Esta forma de financiamento tem juros altos, geralmente até maiores do que os cartões de crédito. Antes de se comprometer ao pagamento destes juros, compare os preços da compra à vista, o parcelamento no cartão ou em outras formas possíveis de pagamento para o produto.

Este texto foi extraído da URL “<http://www.creditooudebito.com.br/como-funciona-crediario-bem-explicado/>”

1.6. As criptomoedas

A tecnologia promete revolucionar os meios de pagamento. Moedas virtuais são cada vez mais utilizadas ao redor do mundo e ganham terreno também no Brasil. Por meio de uma carteira eletrônica de dinheiro digital, consumidores podem comprar produtos ou serviços de empresas ou pessoas que aceitem essas divisas. Em um futuro no qual a inovação estará presente em praticamente tudo na vida das pessoas, não é estranho imaginar o consumo baseado em opções mais arrojadas que o real ou mesmo o dólar.

No mundo, existem pelo menos 100 moedas digitais. Esse é o número de divisas com cotação monitorada pelo Coinmarketcap, site que acompanha as variações das chamadas criptomoedas. A mais conhecida é o bitcoin, criado em 2009. A ideia é atribuída a Satoshi Nakamoto, um personagem que nunca se revelou. Muitos consideram que se trata do pseudônimo de uma pessoa ou de um grupo responsável pela inovação. O anonimato, no entanto, não preocupa as pessoas que negociam a moeda, que vem se valorizando cada vez mais.

Devido à valorização, o bitcoin não é mais visto apenas como um instrumento para transações comerciais, mas também como ativo financeiro. Especialistas acreditam que a moeda possa atingir US\$ 2 mil até o fim de 2017. As causas podem ser diversas, como a intenção do presidente eleito dos Estados Unidos,

Donald Trump, de aumentar o déficit fiscal do país, o que pode elevar a inflação em dólares. Por ser imune à política monetária dos governos, o bitcoin pode ser um porto seguro para investimentos. Outro motivo é a possibilidade de a moeda virtual ser negociada em bolsas de valores dos EUA. Há também a expectativa de aumento da demanda em países em que as divisas locais passam por crises, como na Venezuela.

A demanda pela moeda virtual tem crescido na Índia, onde o governo retirou do mercado cédulas de valores mais altos da rúpia. Na China, intervenções do Estado têm endurecido o controle de capitais e levado as pessoas a demandarem bitcoins. No mundo, são processadas cerca de 200 mil transações por dia, das quais 80% na China, onde os investidores compram a moeda para se protegerem da desvalorização do yuan ou usá-la para obter divisas mais fortes, como o dólar.

No Brasil, a demanda também é crescente e pode se acelerar, a depender de um aprofundamento da crise política e de uma reviravolta na prevista recuperação econômica, avalia Rodrigo Batista, presidente do Mercado Bitcoin, site que viabiliza a compra e venda da moeda virtual. “*A moeda pode ser vista como uma proteção em tempos de incerteza*”, destaca. Em 2015, foram negociados R\$ 35 milhões no país. Em 2016, o total saltou para R\$ 90 milhões. O dinheiro, seja em que forma se apresente, não vale por si, mas pelas mercadorias e serviços que pode comprar. É uma espécie de título que dá a seu portador a faculdade de se considerar credor da sociedade e de usufruir, através do poder de compra, de todas as conquistas do mundo moderno. A moeda não foi, pois, genialmente inventada, mas surgiu de uma necessidade e sua evolução reflete, a cada momento, a vontade do homem de adequar seu instrumento monetário à realidade de sua economia.

Este texto foi extraído da URL “<http://www.creditooudebito.com.br/como-funciona-creditorio-bem-explicado/>

1.7. Origem das operações bancárias

Na medida em que ocorreu o surgimento da moeda no período das grandes civilizações, o ato de emprestar, tomar emprestado e guardar dinheiro de outros foi algo quase inevitável. Acredita-se que as primeiras operações bancárias da história tenham sido desenvolvidas na civilização fenícia. Entretanto, o nome banco foi concebido pelos romanos: significava a mesa em que eram realizadas as trocas de moedas.

Com o florescimento do comércio no fim da Idade Média, a função de banqueiro se tornou algo muito comum na Europa. Nas feiras da Europa Central, quando as pessoas chegavam com valores em ouro para trocar por outro produto, era o banqueiro quem fazia a pesagem de moedas, avaliação da autenticidade e qualidade dos metais, em troca de uma comissão.

Com o passar do tempo, os banqueiros passaram a aceitar depósitos monetários e, em troca, o banco emitia uma espécie de certificado. Todavia, foi após a percepção de que nem sempre as pessoas retiravam tudo o que haviam depositado, ou seja, sempre haveria dinheiro para circular, que surgiu a ideia de conceder empréstimos mediante o pagamento de uma espécie de compensação pelo uso do dinheiro alheio. Esta foi a base para o enriquecimento dos banqueiros, que deixaram de ser simplesmente “cambistas”. Contudo, a cobrança de tal compensação era algo de total desaprovação da Igreja, aspecto que explica o porquê da existência de muitos judeus no ramo bancário naquela época.

Foram os negócios das famílias de banqueiros que resultaram no surgimento da maioria dos bancos europeus a partir do século XV. Com a queda do feudalismo, os banqueiros passaram a receber muitas porções de terras oriundas de dívidas dos senhores feudais, aspecto que os transformaram em uma classe muito poderosa: a burguesia.

1.7.1. Os juros

O juro é o principal ator da ciência econômica e segue presente em quase todas as operações de caráter monetário aos quais nos submetemos, regido pelas diretrizes norteadas pelo capital. Partindo desse princípio perseguimos os dizeres de um mestre da matemática, ao concluir que o juro não é apenas uma

das nossas mais antigas aplicações da matemática financeira e economia, mas também seus usos sofreram poucas mudanças através dos tempos (GONÇALVES, 2005).

Definição

Juros é o **rendimento que se obtém quando se empresta dinheiro por um determinado período**. Os juros são para o credor (aquele que tem algo a receber) uma compensação pelo tempo que ficará sem utilizar o dinheiro emprestado.

Por outro lado, quem faz um empréstimo em dinheiro ou faz uma compra a crédito, geralmente terá que pagar um acréscimo pela utilização do dinheiro ou pelo parcelamento da totalidade do valor do bem. A esse acréscimo também se dá o nome de juro.

Para determinar o valor dos juros são definidas taxas percentuais (taxas de juros) fixadas pelo credor. As taxas de juros são calculadas de acordo com alguns fatores como, a inflação em vigor, com o que foi acordado no contrato ou com o risco do empréstimo para o credor. As taxas podem ser maiores ou menores numa relação proporcional ao tamanho do risco.

No Brasil, os bancos utilizam uma taxa de referência básica, criada em 1979 pelo Banco Central do Brasil, chamada Taxa Selic (Sistema Especial de Liquidação e Custódia). Essa taxa também é utilizada na delimitação das taxas de juros para o comércio.

No mercado financeiro, existem diversas modalidades de juros: juros simples, juros compostos, juros nominais, juros de mora, juros reais, juros rotativos, juros sobre o capital próprio, entre outras. Vamos aqui elencar apenas os frutos principais do nosso trabalho.

Juros simples

O juro é considerado simples quando a taxa de juros é definida a partir do valor inicial do empréstimo.

Juros compostos

Já o sistema de juros composto consiste na definição do percentual da taxa de juros de acordo com cada período, sendo este novo valor adicionado ao valor inicial para que seja feito um novo cálculo no período seguinte.

Em outras palavras, os juros compostos são os “juros sobre juros”.

Este é um regime de juros mais comum no sistema financeiro, portanto mais útil para os cálculos de situações cotidianas.

Juros de mora

Juros de mora é uma **taxa percentual sobre o atraso do pagamento de um título de crédito em um determinado período de tempo**.

Os juros de mora são a pena imposta ao devedor pelo atraso no cumprimento de sua obrigação. Funciona como uma espécie de indenização pelo retardamento na execução do débito, os juros podem ser convencionados entre as partes ou, na ausência de convenção, serão aplicados os juros determinados pela lei.

São acréscimos permitidos em lei ao credor de uma dívida, caracterizando-se como um mecanismo legal para evitar o calote dos que estão devendo.

Usura

Em seu sentido original, são **juros excessivos** cobrados por um empréstimo, em uma determinada quantia de dinheiro.

Na Idade Média, usura era utilizada como sinônimo de juro, e era uma prática proibida, pois acreditava-se que dinheiro não poderia gerar dinheiro. Naquela época, cobrança de juros era considerada uma forma de se explorar uma pessoa que estava passando por uma situação difícil, portanto todos os empréstimos financeiros deveriam ser realizados sem cobrança de nenhuma taxa.

Com a evolução do sistema financeiro, os pensadores da época começaram a achar justo que o credor recebesse uma parte dos lucros obtidos com seu empréstimo, sob a forma de juros, e no final do século XV surgiram as primeiras tabelas que limitavam os valores cobrados pelo empréstimo de dinheiro. Então surgiu-se a principal diferença entre juro e usura. Juro era a taxa cobrada dentro dos valores estipulados na tabela prevista em lei e usura passou a ser o termo utilizado para se referir a cobrança de taxas superiores ao limite máximo permitido.

2. MATEMÁTICA FINANCEIRA

A matemática financeira atual é resultado das transformações e necessidades de padronizar, mensurar e avaliar empréstimos, investimentos, bem como previsão de movimentação de capital no mercado, descontos, resultados dos investimentos (valor futuro).

Todas essas atividades estão presentes no cotidiano das pessoas, direta ou indiretamente, por esse motivo o conhecimento financeiro é crucial para os indivíduos. Quando uma pessoa compra um eletrodoméstico, um automóvel e resolve parcelar o pagamento em prestações ou financiar, ele já está, de alguma forma, praticando matemática financeira.

Nesse capítulo iremos estudar alguns instrumentos da matemática financeira e algumas de suas aplicações no cotidiano, tais como descontos, acréscimos e juros.

Antes, porém, abordaremos assuntos a proporcionalidade e a porcentagem.

2.1. Proporção numérica



Figura 1; informações nutricionais do produto biscoito club social.

Fonte: <http://www.cienciasnamosca.wordpress.com/page/19/>

Olhando na tabela nutricional do produto, destacada acima, podemos observar que para o consumo de três biscoitos (25g), 1,7g são de carboidratos, portanto, se a necessidade diária de carboidratos de um indivíduo for de 34g, proporcionalmente a pessoa que pretende suprir essa necessidade de

carboidrato com o biscoito teria de consumir 500 g ou 60 biscoitos. Através dessas informações podemos construir o seguinte quadro:

Biscoito (unidade)	3	60
Carboidrato (g)	1,7	34

Ao dividirmos cada número da segunda coluna ao correspondente na primeira coluna, temos:

- $\frac{60}{3} = 20$
- $\frac{34}{1,7} = 20$

Note que o resultado é o mesmo, isto é, 20. Dizemos então que os números da segunda coluna são proporcionais aos da primeira, respectivamente, e nesse caso, 20 é **chamado coeficiente de proporcionalidade**.

Cada uma dessas frações recebe o nome de **razão** e, a igualdade entre duas razões é chamada de **proporção**.

A proporção $\frac{60}{3} = \frac{34}{1,7}$, por exemplo, lê-se: 60 está para 3 assim como 34 está para 1,7. Nela, os números 60 e 1,7 são chamados **extremos** e os números 34 e 3 são chamados **meios**.

Nessa proporção note que $3 \times 34 = 60 \times 1,7 = 102$.

Como essa situação envolve grandezas proporcionais, podemos representá-la por uma função linear. Neste caso, a **taxa de variação** da função é o **coeficiente de proporcionalidade**, isto é:

$$y = 20x$$

Onde **y** representa a quantidade de biscoitos consumidos e **x** representa o consumo de carboidrato em gramas.

Representando geometricamente (figura 2) temos:

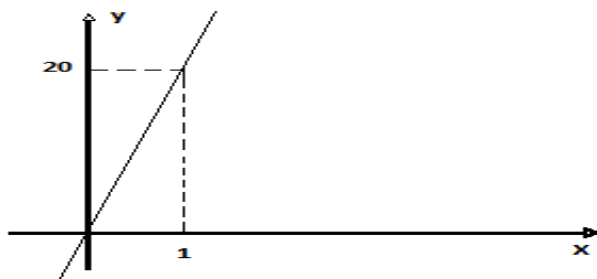


Figura 2; Representação geométrica da proporção (função afim)

Fonte: O autor.

Exercícios resolvidos

1). Para realizar certo trabalho, dois operários receberam ao todo R\$ 460,00. Sabendo que a razão entre as quantias recebidas pelo operário A e pelo operário B foi de $\frac{3}{5}$, quanto cada um recebeu?

Resolução:

Nessa situação, as quantias recebidas pelos operários A e B são proporcionais a 3 e 5 respectivamente.

$$A = \frac{3}{3+5} \cdot 460 = 172,5$$

$$B = \frac{5}{3+5} \cdot 460 = 287,5$$

Assim o operário B recebeu R\$ 287,5 e o operário A recebeu R\$ 172,50.

2) O gerente de uma loja resolveu dividir a quantia de R\$ 1200,00 entre três funcionários, proporcionalmente a quantidade de peças vendidas naquele mês. Se Clara vendeu 25 peças, Paulo vendeu 39 e Joana vendeu 36 peças. Quanto recebeu cada um dos funcionários?

Resolução:

Vamos abreviar Clara, Paulo e Joana para C, P e J respectivamente, então teremos a seguinte proporção;

$$\frac{C}{25} = \frac{P}{39} = \frac{J}{36} = \frac{C+P+J}{25+39+36} = \frac{C+P+J}{100}.$$

Como a soma $C+P+J = 1200$, temos:

$$\frac{C}{25} = \frac{P}{39} = \frac{J}{36} = \frac{1200}{100} = 12$$

Portanto:

- $\frac{C}{25} = 12 \rightarrow C = 300$
- $\frac{P}{39} = 12 \rightarrow P = 468$
- $\frac{J}{36} = 12 \rightarrow J = 432$

3) (ENEM) Se compararmos a idade do planeta terra, avaliada em quatro e meio bilhões de anos ($4,5 \times 10^9$ anos), com a de uma pessoa de 45 anos, então, quando começaram a florescer os primeiros vegetais, a terra já teria 42 anos. Ela conviveu com o homem moderno nas últimas quatro horas e, há cerca de

uma hora, viu-o começar a plantar e a colher. Há menos de um minuto percebeu o ruído de máquinas e de indústrias e, segundo uma ONG de defesa do meio ambiente, foi nesses últimos sessenta segundos que se produziu todo o lixo do planeta!

[...]

Na teoria do Big Bang, o universo surgiu há cerca de 15 bilhões de anos, a partir de explosão e expansão de uma densíssima gota. De acordo com a escala proposta no texto, essa teoria situaria o início do universo a cerca de quantos anos?

Resolução :

Segundo o enunciado podemos estabelecer a seguinte proporção;

$\frac{4,5 \times 10^9}{45} = \frac{15 \times 10^9}{x}$, onde x representa a idade da terra comparada a idade de um homem de 45 anos. Então teremos;

$$X = \frac{45 \times 15 \times 10^9}{4,5 \times 10^9} = 10 \times 15 = 150.$$

Portanto a cerca de 150 anos.

4) O prejuízo causado pelas irregularidades na Petrobras descobertas pela Operação Lava Jato pode chegar à casa dos R\$ 52 bilhões, de acordo com o laudo de perícia criminal anexado pela Polícia Federal (PF) em um dos processos da operação. Suponha que esses recursos desviados fossem reavidos e que o governo federal decidisse usá-los para investimento nas áreas da saúde, educação e segurança pública fazendo a seguinte distribuição: a área da educação receberia duas vezes o que receberia a área da segurança pública; a área da saúde receberia dois terços do que receberia a área da educação. Quanto receberia cada área?

Resolução:

Usaremos **Sa** para nos referirmos a saúde, **Se** para segurança pública e **E** para educação. Assim, segundo o enunciado, podemos estabelecer as seguintes proporções;

$$\frac{E}{2} = Se ; \frac{2E}{3} = Sa , como E + Sa + Se = 52 \text{ bilhões, temos que;}$$

$$\frac{E}{1} + \frac{2E}{3} + \frac{E}{2} = \frac{6E + 4E + 3E}{6} = \frac{13E}{6} = 52 \rightarrow E = 24$$

Portanto

- $E = 24 \text{ bilhões}$
- $Se = 12 \text{ bilhões}$
- $Sa = 16 \text{ bilhões}$

2.2. Porcentagem

No ensino fundamental estudamos que a porcentagem é uma forma usada para indicar uma fração de denominador 100 ou qualquer representação equivalente a ela, a razão $\frac{2}{100}$, por exemplo, é chamada razão centesimal. Podemos representar essa razão na forma **decimal** e também na forma de **taxa percentual**, ou **porcentagem**.

$$\frac{2}{100} = 0,02 = 2\% \text{ (lê - se: dois por cento)}$$

De modo geral:

Toda razão $\frac{a}{b}$, na qual $b = 100$ chama - se taxa percentual

Veja, nos exemplos a seguir três maneiras de transformar uma razão qualquer em uma razão centesimal e obter a taxa percentual correspondente.

Exemplo 1

Podemos determinar a taxa percentual correspondente a $\frac{1}{4}$ das seguintes maneiras:

- $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$
- $\frac{1}{4} = 0,25 = \frac{25}{100} = 25\%$
- $\frac{1}{4} = \frac{x}{100} \rightarrow 4x = 100 \rightarrow x = \frac{100}{4} = 25 \text{ (25\%)}$

Assim, $\frac{1}{4}$ corresponde a 25%

Exemplo 2

Fábio comprou uma televisão cujo preço à vista é R\$ 650,00. Para pagar essa compra, deu de entrada R\$ 260,00.

Podemos obter a taxa percentual do valor da entrada de três maneiras diferentes:

- $\frac{260}{650} = \frac{10}{25} = \frac{40}{100} = 40\%$
- $\frac{260}{650} = 0,4 = 0,40 = \frac{40}{100} = 40\%$
- $\frac{260}{650} = \frac{x}{100} \rightarrow 650x = 26000 \rightarrow x = \frac{26000}{650} = 40 (40\%)$

Assim, a entrada paga corresponde a 40% do valor total da televisão á vista.

Exemplo 3

Daniel está fazendo uma viagem de carro e já percorreu 180 km, o que corresponde a 40% do percurso. Quantos quilômetros tem o percurso total?

$$\frac{40}{100}X = 180 \rightarrow 40X = 180 \cdot 100 \rightarrow X = \frac{18000}{40} = 450$$

Logo, o percurso todo tem 450 km.

Exercícios resolvidos:

1) (ENEM) Nas últimas eleições presidenciais de um certo país, onde 9% dos eleitores votaram em branco e 11% anularam o voto, o vencedor obteve 51% dos votos válidos. Não são considerados válidos os votos em branco e nulos. Pode-se afirmar que o vencedor, de fato, obteve de todos os eleitores um percentual de votos da ordem de:

- a) 38% b) 41% c) 44% d) 47% e) 50%

Resolução:

O total de votos corresponde a 100%. Como os votos brancos e nulos correspondem a 9% e 11%, respectivamente, o total de votos válidos é dado por $100\% - 9\% - 11\% = 80\%$.

Como o vencedor obteve 51% dos votos válidos, calculamos 51% de 80%, isto é:

$$51\% \cdot 80\% = 0,51 \times 0,80 = 0,408 \text{ ou } 40,8\%$$

Portanto, o percentual de votos está próximo de 41%, ou seja, a resposta correta é o item b.

2) O salário de Felipe é de R\$ 2000,00 por mês e o de Renato corresponde a 85% do salário de Felipe. Qual o salário de Renato?

Resolução:

85% de R\$ 2000,00:

$$\frac{85}{100} \cdot 2000 = 0,85 \times 2000 = 1700$$

O salário de Renato é de R\$ 1700,00

3). Com a proximidade do evento e com muitos ingressos disponíveis, um cambista passou a oferecer um desconto de 50% sobre o preço de venda de certo tipo de ingresso. Mesmo dando o desconto, o cambista ainda obteve um lucro de 40% sobre o preço de custo (preço de bilheteria) desse ingresso. Se não tivesse dado o desconto, mas tivesse, mesmo assim, vendido o ingresso, o lucro do cambista seria de:

- a) 80% b) 90% c) 120% d) 150% e) 180%

Resolução:

Uma estratégia para resolver questões que envolvam apenas porcentagem (questões em que não são apresentados valores fixos) é atribuir um valor para um dos termos.

Considere que o preço do ingresso na bilheteria seja R\$ 100,00. Teremos então:

- Lucro do cambista quando este oferece 50% de desconto ___ R\$ 40,00
- Valor do ingresso vendido pelo cambista (com desconto) ___ R\$ 140,00
- Valor do ingresso vendido pelo cambista (sem desconto) ___ R\$ 280,00

Portanto o lucro do cambista ao vender o ingresso sem desconto é de R\$ 180,00 ou 180% do valor da bilheteria. Alternativa **e**.

4) Caderneta de poupança

A caderneta de poupança é a mais tradicional aplicação financeira do mercado. A partir de 2012 a remuneração da poupança passou a depender da data da aplicação. Para depósitos até 3 de maio de 2012, a remuneração continuou de 6,17% ao ano mais TR. Entretanto, para depósitos feitos a partir de 4 de maio de 2012, sempre que a taxa Selic igual ou menor que 8,5% ao ano, rendimento da poupança passará a ser 70% da taxa Selic mais a TR.

Com base nesse texto, responda:

- a) Se a taxa Selic for de 10% ao ano, qual será a remuneração da poupança a ser somada com a TR para um depósito feito em janeiro de 2014?
- b) se a taxa for de 8% ao ano, qual será a remuneração da poupança a ser somada com a TR para um depósito feito em janeiro de 2014?

Resolução:

a) só seria aplicado 70% da Selic mais TR se a Selic for igual ou menor que 8,5%, como não é o caso a remuneração continua de 6,17% ao ano.

b) como a taxa Selic é de 8% temos:

$$\frac{70}{100} \cdot \frac{8}{100} = \frac{56}{1000} = \frac{5,6}{100} = 5,6\% \text{ ao ano}$$

Você sabia?

A taxa referencial (TR) é um índice criado pelo governo para complementar os juros pagos na poupança.

A taxa Selic é a taxa básica de juros utilizada como referência pela política monetária do Brasil.

5) (ENEM) A escolaridade dos jogadores de futebol nos grandes centros é maior do que se imagina, como mostra a pesquisa abaixo realizada com os jogadores profissionais dos quatro principais clubes de futebol do rio de janeiro.

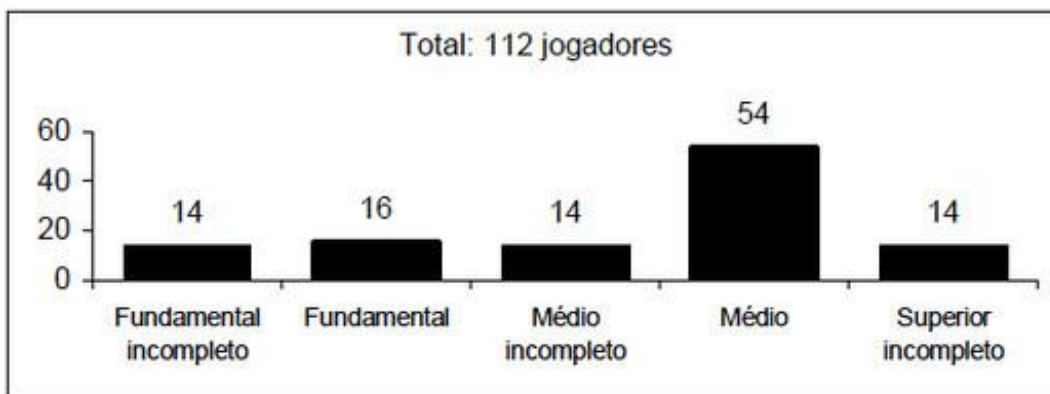


Figura 3; Escolaridade dos jogadores dos quatro principais times de futebol do RJ.

Fonte: prova ENEM 2005

De acordo com esses dados, o percentual dos jogadores dos quatro clubes que concluíram o ensino médio é de aproximadamente:

- a) 14% b) 48% c) 54% d) 60% e) 68%

Resolução:

De acordo com os dados fornecidos no gráfico (não confunda) o total de jogadores que concluíram o ensino médio é a soma, $54 + 14 = 68$ e o total de jogadores é 112, então temos:

$$X\% \cdot 112 = 68 \rightarrow \frac{X}{100} \cdot 112 = 68 \rightarrow X = \frac{100 \cdot 68}{112} \rightarrow X \cong 60$$

Alternativa d

2.3. Fator de amortização

Na divisão entre dois valores quaisquer, só existem três resultados possíveis: ou resulta em 1, ou é maior que 1 ou menor que 1.

Quando o resultado da divisão é 1, os dois valores são iguais, portanto nenhum é maior ou menor que o outro. Um valor é 100% do outro. Por isso, diz-se que $f = 1$ é o **fator neutro**.

No caso de a divisão resultar em números maiores que 1, como $\frac{A}{B} = 1,05$, podemos entender o resultado das maneiras seguintes:

- A é 5% maior que B
- A é 105% de B

Ambas as interpretações são corretas e seu uso depende do melhor contexto.

No caso de a divisão resultar em um número menor que 1, por exemplo $\frac{A}{B} = 0,90$, também podemos entender o resultado de duas formas diferentes:

- A é 10% menor que B
- A é 90% de B

Aqui também a escolha da melhor interpretação depende do contexto.

Na prática, se a opção for pela primeira interpretação, então precisamos aprender a obter a taxa percentual i a partir do valor do fator de amortização.

- Se $f > 1$, $f = 1 + i$; portanto, a taxa é $i = f - 1$, em números decimais
- Se $f < 1$, $f = 1 - i$; portanto, a taxa é $i = 1 - f$, em números decimais

Assim:

- $f = 1,05$

$$i = f - 1 = 0,05 = \frac{5}{100} = 5\% \text{ (maior do que ...)}$$

- $f = 0,90$

$$i = 1 - f = 0,10 = \frac{10}{100} = 10\% \text{ (menor do que ...)}$$

2.3.1. Aumentos e descontos

Na comparação de dois valores diferentes de uma mesma grandeza, $f > 1$ significa **aumento** (ou **acréscimo** de valor) e $f < 1$, significa **desconto** (ou **perda** de valor), pois o valor da grandeza variou no tempo é o valor mais antigo e a base de comparação. O fato de $f = 1$ significa que não houve variação.

$$f = \frac{\text{Valor novo}}{\text{Valor velho}}$$

2.3.2. Aumentos e descontos sucessivos

Para compor vários aumentos e/ou descontos, basta multiplicar os vários fatores individuais e assim obter o fator “acumulado”, que nada mais é do que o fator de atualização entre o primeiro e o último valor considerado, independente dos valores intermediários.

$$f_{\text{acumulado}} = f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \cdot \dots$$

O fator acumulado é também um fator de atualização e deve ser interpretado como tal.

Exemplo:

Certo medicamento custava R\$ 57,00. No último semestre, o preço sofreu três aumentos sucessivos: 5%, 6% e 7%. A partir dessas informações, podemos calcular quantos reais o medicamento passou a custar após esses reajustes.

Vamos calcular o preço desse medicamento após cada reajuste;

- 1º reajuste: 105% de 57 $\rightarrow \frac{105}{100} \cdot 57 = 1,05 \cdot 57 = 59,85$
- 2º reajuste: 106% de 59,85 $\rightarrow \frac{106}{100} \cdot 59,85 = 1,06 \cdot 59,85 \cong 63,44$
- 3º reajuste: 107% de 63,44 $\rightarrow \frac{107}{100} \cdot 63,44 = 1,07 \cdot 63,44 \cong 67,88$

Portanto, o preço do medicamento após os aumentos passou a ser de R\$ 67,88.

Veja que os valores 1,05; 1,06 e 1,07 são chamados **fatores de atualização**. Se multiplicarmos esses valores, obtemos uma única porcentagem equivalente aos três acréscimos, ou seja;

$$1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,07 = 1,19091 = 119,091\%$$

$$\text{Assim } \frac{119,091}{100} \cdot 57 = 1,19091 \cdot 57 \cong 67,88$$

Exercícios resolvidos

1) O salário mínimo surgiu no Brasil em meados da década de trinta. A partir daí diversas mudanças ocorreram em relação ao seu valor, sofrendo vários reajustes. Com a estabilização dos preços após o plano real, a partir de 1994, o valor do salário mínimo se consolidou. No dia 1º de janeiro de 2016 o valor do salário mínimo passou a ser de R\$ 880,00, o que antes era de R\$ 788,00. Determine a taxa de acréscimo incidida sobre o salário mínimo para o reajuste.

Resolução:

Inicialmente vamos calcular o valor do reajuste: $880 - 788 = 92$, temos então:

$$X\% \cdot 788 = 92 \rightarrow \frac{X}{100} \cdot 788 = 92 \rightarrow X = \frac{92 \cdot 100}{788} = 11,67$$

Ou ainda:

$$f = \frac{880}{788} = 1,1167 = 1 + 0,1167 = 1 + \frac{11,67}{100} = 1 + 11,67\%$$

Como $f = 1 + i$, pois *ouve acréscimo*, $i = 11,67\%$

2) Na entressafra da cana de açúcar do ano de 2016, certa rede de postos realizou três aumentos sucessivos no preço do álcool combustível, 12%, 8% e 5,5%, respectivamente. Se antes dos aumentos o preço do litro do álcool combustível era de R\$ 3,10, qual passou a ser o preço do litro após os aumentos?

Resolução: como houve acréscimo, temos:

$$f_1 = 1 + 0,12 = 1,12$$

$$f_2 = 1 + 0,08 = 1,08$$

$$f_3 = 1 + 0,055 = 1,055$$

$$f_{\text{acumulado}} = f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 = 1,12 \cdot 1,08 \cdot 1,055 \cong 1,28$$

$$\text{Assim } 3,10 \cdot 1,28 \cong 3,94$$

Portanto o preço do litro ficou em R\$ 3,94.

3) Em uma liquidação os preços dos artigos de uma loja são reduzidos em 20% de seu valor. Terminada a liquidação, e pretendendo voltar aos preços originais, de que porcentagem devem ser acrescidos os preços da liquidação?

- a) 27,5% b) 25% c) 22,5% d) 21% e) 20%

Resolução:

$$f_1 = 1 - 0,20 = 0,80$$

$$f_2 = ?$$

$f_{\text{acumulado}} = f_1 \cdot f_2 = 1$ ($f = 1$, significa que não houve alteração: voltou ao valor original)

$$\text{Assim: } f_{\text{acumulado}} = 0,80f_2 \rightarrow f_2 = \frac{1}{0,8} = 1,25$$

Como $f_2 > 1$, então:

$$f_2 = 1 + i = 1,25 \rightarrow i = 0,25 = 25\%$$

Alternativa **b**.

4) Uma geladeira, cujo preço à vista é de R\$ 680,00, em um acréscimo de 5% no seu preço se for paga em 3 prestações iguais. Qual é o valor de cada prestação?

Resolução:

$$i = 5\% = 0,05$$

$$f = 1 + i = 1 + 0,05 = 1,05 \text{ (pois houve acrescimo)}$$

$$680 \times 1,05 = 714$$

$$714 \div 3 = 238, \text{ então o valor de cada prestação é de R\$ 238,00}$$

5) O dólar caiu 3% em janeiro. Em fevereiro caiu mais X%. Se no bimestre a queda acumulada foi de 5%, de quantos por cento foi a queda do dólar em fevereiro?

Resolução:

$$f_1 = 1 - 0,03 = 0,97$$

$$f_2 = ?$$

$$f_{\text{acumulado}} = 1 - 0,05 = 0,95$$

$$f_{\text{acumulado}} = f_1 \cdot f_2 \rightarrow 0,95 = 0,97 \cdot X$$

$$X = \frac{0,95}{0,97} \cong 0,97938 \rightarrow 1 - 0,97938 \cong 0,0206$$

$$\text{Então } f_2 = \frac{2,06}{100} = 2,06\%$$

2.4. Juros:

Uma das operações mais básicas e comuns da matemática financeira é a do empréstimo, que pode ser de uma pessoa a uma instituição financeira ou vice-versa. Imagine que uma pessoa vá a um banco e faça um depósito em sua conta poupança e, após um ano retire o valor depositado acrescido de uma remuneração em compensação por ter emprestado essa quantia ao banco. O valor depositado recebe o nome de capital ou principal (C) e a remuneração por esse depósito, juro (j). A soma do capital e do juro é chamado de montante (M). Temos ainda a razão $i = \frac{j}{C}$ a taxa de juro, que neste caso, nos informa a taxa de crescimento do capital sempre referida ao período da operação.

2.4.1. Juro simples

O juro que incide sobre uma aplicação ou empréstimo pode ser **simples** ou **composto**. Inicialmente, iremos abordar os conceitos de **juro simples**, aquele que incide sempre sobre o capital inicial.

Vejamos a seguinte situação.

Miguel fez uma aplicação de R\$ 3000,00 a uma taxa de juro simples de 1,5% a.m. (ao mês). Sabendo que Miguel deixou o dinheiro aplicado durante 6 meses, qual o montante recebido ao final desse período?

- Inicialmente calculamos o juro simples obtido ao final do período.

Para isso, calculamos 1,5% de R\$ 3000,00, referente ao juro do mês.

$$\frac{1,5}{100} \cdot 3000 = 0,015 \cdot 3000 = 45$$

Como o capital foi aplicado durante 6 meses, multiplicamos por 6 o juro obtido em um mês.

$$6 \cdot 45 = 270$$

Note que para determinar esse valor (juro), multiplicamos o capital aplicado pela taxa de juro e pelo período de aplicação.

$$j = c . i . n \rightarrow j = 3000 . 0,015 . 6 = 270$$

- Por fim, calculamos o montante, que corresponde ao capital mais o juro do período.

$$M = C + J = 3000 + 270 = 3270$$

Portanto o montante recebido nessa aplicação foi de R\$ 3270,00.

De modo geral:

Podemos calcular o juro simples a partir da expressão:

$$j = c . i . n$$

j: juro

c: capital

i: taxa de juro simples (na forma decimal)

n: periodo de tempo

Para calcular o montante, utilizamos a seguinte expressão:

$$M = c + j \text{ ou, } M = c + c . i . n = c . (1 + i . n) \rightarrow M = c . (1 + i . n)$$

Observe que a ideia de juro simples se relaciona com a de função afim, pois temos a função $M: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $M(t) = C + C . i . t$, na qual o montante varia em função do tempo, onde a taxa de variação é exatamente o juro e o capital o coeficiente linear.

Cabe ainda destacar que o tempo e a taxa devem estar na mesma unidade, isto é, se a taxa de juro for mensal, o tempo deve estar em meses.

No juro simples, uma taxa de 3% ao mês, por exemplo, é equivalente a 36% ao ano, pois $3\% . 12 = 36\%$. De maneira semelhante, uma taxa de 45% ao ano equivale a 4% ao mês, $48\% : 12 = 4\%$.

Exercícios resolvidos:

1) Juliana emprestou certa quantia a ser paga ao final de um ano e dois meses a uma taxa de juro simples de 2,5% a. m. Sabendo que ao final desse período Juliana pagou R\$ 1822,50, determine a quantia emprestada a Juliana.

Resolução:

Como as unidades de tempo e taxa são diferentes, convertemos, por exemplo, a unidade do tempo em meses.

1 ano e dois meses = 14 meses

Utilizando a expressão $M = c(1 + i.n)$, temos:

$$1822,5 = c(1 + 0,025 \cdot 14) \rightarrow c = \frac{1822,5}{1,35} = 1350$$

Então a quantia emprestada a Juliana foi de R\$ 1350,00

2). Por quanto tempo um capital de R\$ 3500,00 deve ser aplicado a uma taxa de juro simples de 12% ao ano para que renda R\$ 280,00?

Resolução:

Utilizando a expressão $j = c \cdot i \cdot n$, temos;

$$280 = 3500 \cdot 0,12 \cdot n \rightarrow n = \frac{280}{420} = \frac{2}{3}$$

Como a taxa é dada em anos, o tempo t correspondente a $\frac{2}{3}$ de um ano em meses, temos:

$$n = \frac{2}{3} \cdot 12 = 8 \text{ meses}$$

Assim o tempo de aplicação deve ser de 8 meses.

3) Patrícia aplicou, durante 6 meses, R\$ 2800,00 a juro simples. Ao final do período, retirou o montante de R\$ 3052,00. A que taxa mensal de juro rendeu a aplicação de Patrícia?

Resolução:

Utilizando a fórmula $M = c(1 + i \cdot n)$, temos:

$$3052 = 2800 \cdot (1 + i \cdot 6)$$

$$6 \cdot i + 1 = \frac{3052}{2800}$$

$$6 \cdot i = \frac{109}{100} - 1 = \frac{9}{100}$$

$$i = \frac{9}{6} \cdot \frac{1}{100} = 1,5\%$$

Portanto, rendeu à taxa de juro de 1,5%.

2.4.2. Juro composto

O regime de juros compostos é o mais comum no sistema financeiro e, portanto, o mais útil para cálculo de problemas do dia a dia. Os juros gerados a cada período são incorporados ao principal para o cálculo dos juros do período seguinte.

Chamamos de capitalização o momento em que os juros são incorporados ao principal.

Exemplo1: Considere que uma pessoa aplique R\$ 500,00 durante 8 meses em um banco que paga 1% de juro ao mês. Qual será o valor ao final da aplicação? A tabela demonstrará mês a mês a movimentação financeira na aplicação do regime de juros compostos.

Mês	Capital (R\$)	Juros %	Montante (R\$) Capital + Juros
1	500	1% de 500 = 5	505
2	505	1% de 505 = 5,05	510,05
3	510,05	1% de 510,05 = 5,10	515,15
4	515,15	1% de 515,15 = 5,15	520,30
5	520,30	1% de 520,30 = 5,20	525,50
6	525,50	1% de 525,50 = 5,26	530,76
7	530,76	1% de 530,76 = 5,31	536,07
8	536,07	1% de 536,07 = 5,36	541,43

No final do 8º mês, o juro será de R\$ 541,43.

É fácil notar que:

No 1º mês:

$$M_1 = 500 + 500 \times 0,01 = 500(1 + 0,01) = 505$$

No 2º mês:

$$M_2 = 500(1 + 0,01)(1 + 0,01) = 500(1 + 0,01)^2 = 515,15$$

No 3º mês:

$$M_3 = 500(1 + 0,01)^2(1 + 0,01) = 500(1 + 0,01)^3 = 520,30$$

.

.

.

No 8º mês

$$M_8 = 500(1 + 0,01)^7(1 + 0,01) = 500(1 + 0,01)^8 = 541,83$$

Podemos ponderar então que no regime de juros compostos de taxa i , um principal C_0 transforma-se, depois de n períodos de tempo, em um montante:

$$M = C_0(1 + i)^n$$

A ideia de juro composto relaciona-se com a de função do tipo exponencial, pois temos uma função $M: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ dada por $M(n) = C(1 + i)^n$ sendo C um número real positivo, $(1 + i)$ um número positivo e n natural.

Taxas equivalentes

São aquelas que referidas a períodos de tempo diferentes, mas quando aplicadas a um mesmo capital, pelo mesmo prazo, geram o mesmo montante.

se a taxa de juros relativamente a um determinado período de tempo é igual a i , a taxa de juros relativamente a n períodos de tempo é igual a I tal que:

$$1 + I = (1 + i)^n$$

.

Exemplo: A taxa anual de juros equivalente a 12% ao mês é I tal que: $1 + I = (1 + 0,12)^{12}$. Daí $I \cong 2,90 = 290\%$ ao ano.

Um erro muito comum é achar que juros de 12% ao mês equivalem a juros anuais de 144% ao ano. Taxas de 12% ao mês e 144% ao ano são ditas proporcionais. Taxas proporcionais não são equivalentes. Um (péssimo) hábito praticado no mercado financeiro é o de anunciar taxas proporcionais como se fossem equivalentes. Vimos agora a pouco que não são.

Frases como “144% ao ano, com capitalização mensal” significa que a taxa usada na operação não é a taxa de 144% anunciada e sim a taxa mensal que lhe é proporcional (12%) que é equivalente, como vimos antes, a 290% ao ano.

Exemplo:

ENEM 2011 - Questão 177 – Prova Azul.

Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que lhe sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:

Investimento A: 3 % ao mês

Investimento B: 36 % ao ano

Investimento C: 18 % ao semestre

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior. O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

n	$1,03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá

- A) escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuais são iguais a 36 %.
- B) escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39 %
- C) escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.
- D) escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36 % é maior que as rentabilidades de 3 % do investimento A e de 18 % do investimento C.
- E) escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39 % ao ano é maior que a rentabilidade de 36 % ao ano dos investimentos A e B.

Solução:

Vamos calcular as taxas anuais equivalentes nos investimentos A e C, pois em B a taxa já é anual e igual a **36%**.

Investimento A: Rende 3% ao mês.

Temos que:

$$1 + I = (1 + 0,03)^{12} = (1,03)^{12} \Rightarrow I = 1,426 - 1 = 42,6\%.$$

Logo $I = 42,6\%$ **ao ano**.

Investimento C: Rende 18% ao semestre.

Temos que: $1 + I = (1 + 0,18)^2 = (1,18)^2 \Rightarrow I = 1,3924 - 1 = 39,2\%$

Logo $I = 39,2\%$ **ao ano**.

Portanto, o investimento de maior rentabilidade no ano é o Investimento A.

Gabarito **letra C**.

Exemplo: ENEM 2012 - Questão 150 – Prova Amarela.

Arthur deseja comprar um terreno de Cléber, que lhe oferece as seguintes possibilidades de pagamento:

Opção 1: Pagar à vista, por R\$ 55 000,00;

Opção 2: Pagar a prazo, dando uma entrada de R\$ 30 000,00, e mais uma prestação de R\$ 26 000,00 para dali a 6 meses.

Opção 3: Pagar a prazo, dando uma entrada de R\$ 20 000,00, mais uma prestação de R\$ 20 000,00, para dali a 6 meses e outra de R\$ 18 000,00 para dali a 12 meses da data da compra.

Opção 4: Pagar a prazo dando uma entrada de R\$ 15 000,00 e o restante em 1 ano da data da compra, pagando R\$ 39 000,00

Opção 5: Pagar a prazo, dali a um ano, o valor de R\$ 60 000,00.

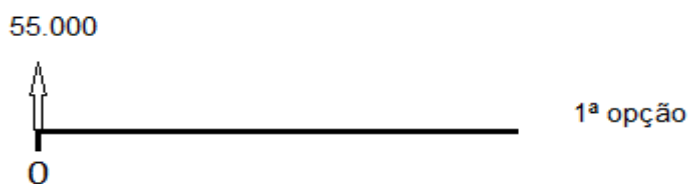
Arthur tem o dinheiro para pagar à vista, mas avalia se não seria melhor aplicar o dinheiro do valor à vista (ou até um valor menor) em um investimento, com rentabilidade de 10% ao semestre, resgatando os valores à medida que as prestações da opção escolhida fossem vencendo.

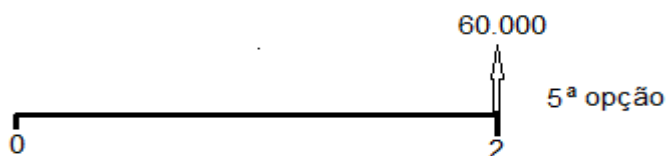
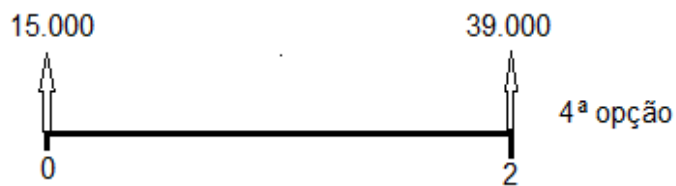
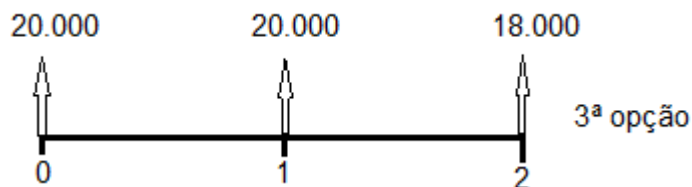
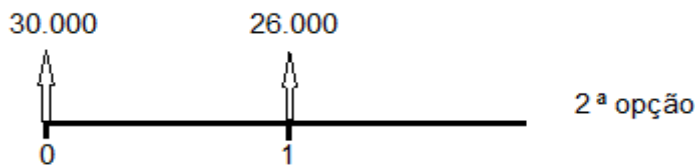
Após avaliar a situação do ponto de vista financeiro e das condições apresentadas, Arthur concluiu que era mais vantajoso financeiramente escolher a opção:

- a)1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Solução:

Podemos elaborar o seguinte esquema:





Se a taxa é de 10% ao semestre.

1ª opção.....	55.000,00
2ª opção: $30.000 + \frac{26.000}{1,1}$	53.636,36
3ª opção: $20.000 + \frac{20.000}{1,1} + \frac{18.000}{(1,1)^2}$	53.05785
4ª opção: $15.000 + \frac{39.000}{(1,1)^2}$	47.231,40
5ª opção: $\frac{39.000}{(1,1)^2}$	49.586,77

Veja que colocando todos os valores na data 0 o menor valor está na opção 4. Portanto a melhor opção é a 4 (letra D).

Analisando graficamente o comportamento da capitalização a juro simples e composto:

Veja o gráfico do montante em função do tempo e a comparação entre juros simples e composto:

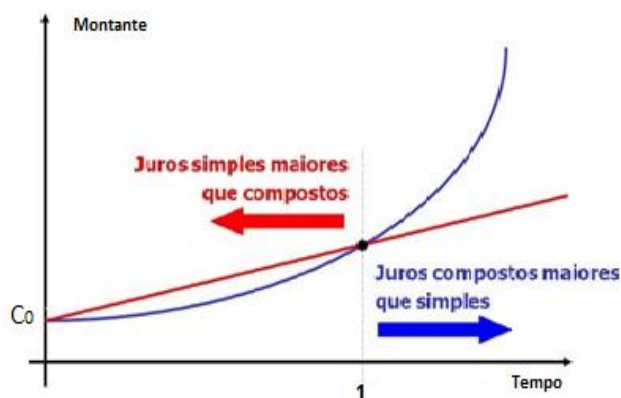


Figura 4; Comportamento do gráfico de juro composto e simples.

Fonte: O autor.

Observe que quando o período n está entre 0 e 1 ($0 < n < 1$) a capitalização a juro simples é mais vantajosa, já quando o período se estende a $n > 1$ a capitalização a juros compostos se sobressai.

É importante salientar que na ótica do mercado, na grande maioria das vezes, se utiliza o juro composto pois o período é sempre maior que a unidade.

Em algumas situações (prazos pequenos, juros de mora) são usados juro simples e não compostos, pois o período é sempre inferior a 1.

Vejamos o exemplo:

Eduardo pretende investir na caderneta de poupança durante seis meses um principal de 10000 reais a uma taxa de 6% ao ano. Se Eduardo pode optar pela capitalização a juro simples ou composto, qual seria sua melhor decisão?

Solução:

Capitalização a juro simples:

$$M = 10000(1 + 0,06 \times 0,5) = 10300,00$$

Capitalização a juro composto:

$$M = 10000(1 + 0,06)^{0,5} = 10295,63$$

Portanto a melhor opção para Eduardo é a capitalização a juro simples.

Perceba que o valor do dinheiro depende da época ao qual está referido. Se podemos fazer, por exemplo, um certo capital render 10% ao mês, significa que é indiferente pagar uma quantia C hoje ou $C + \frac{10}{100}C$ daqui a um mês. Se posso fazer meu dinheiro render 10% ao mês, é indiferente pagar agora R\$ 100,00 ou pagar R\$ 110,00 daqui a um mês. É mais vantajoso pagar R\$ 105,00 daqui a um

mês que R\$ 100,00 agora. É mais vantajoso pagar R\$ 100,00 agora que R\$ 120,00 daqui a um mês.

Há um consenso entre os que se utilizam da matemática financeira de que se tem um único problema a ser resolvido; o de se deslocar quantias no tempo.

Outro modo de se entender o resultado $M = C_0(1 + i)^n$, é que uma quantia, hoje igual a C_0 , transforma-se, depois de n períodos de tempo, em uma quantia $C_0(1 + i)^n$. Isto é, uma quantia, cujo valor atual é C_0 , equivale no futuro, depois de n períodos de tempo, a $C_n = C_0(1 + i)^n$.

Essa é a fórmula fundamental da equivalência de capitais:

Para obter o valor futuro, basta multiplicar o valor atual $(1 + i)^n$.

Para obter o valor atual, basta dividir o valor futuro por $(1 + i)^n$.

Com simples manipulação podemos obter o valor presente em função do valor futuro:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1 + i)^n}$$

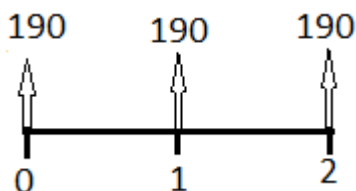
A noção de valor presente será muito útil no estudo dos sistemas de amortização.

Exemplo1: Um aparelho de som está anunciado em duas opções de pagamento: 3 prestações mensais de R\$190, 00 cada, ou em 6 prestações mensais de R\$100, 00, ambos com a primeira parcela paga no ato da compra. Qual é a opção mais vantajosa, se posso fazer render meu dinheiro a uma taxa de 5% ao mês?

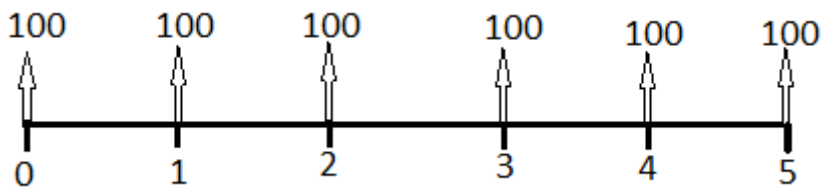
Solução:

Vamos ilustrar as duas situações:

1ª opção:



2ª opção:



Para decidirmos a opção mais vantajosa, vamos determinar o valor do aparelho de som nas duas formas de pagamento trazendo as prestações para a mesma época, escolhemos, por exemplo, a época zero.

1ª opção:

$$V = 190 + \frac{190}{1,05} + \frac{190}{(1,05)^2} = 543,28$$

2ª opção:

$$V = 100 + \frac{100}{1,05} + \frac{100}{(1,05)^2} + \frac{100}{(1,05)^3} + \frac{100}{(1,05)^4} + \frac{100}{(1,05)^5} = 532,94$$

Podemos conferir que o valor em 6 prestações é menor e, portanto, esta é a alternativa mais vantajosa.

É importante observar que quando transportamos valores para a mesma data devemos somar parcelas. Quando o número de parcelas cresce muito é valioso utilizar os conhecimentos de sequências numéricas, em especial, nesse caso, progressão geométrica, pois é fácil observar a soma está em PG e, portanto, podemos utilizar a fórmula da soma dos termos de uma PG.

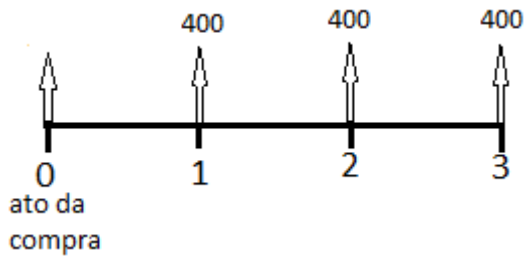
Por exemplo, poderíamos ter finalizado o cálculo da 2ª opção do exemplo acima da seguinte maneira:

• dados da PG: $a_1 = 1, q = \frac{1}{1,05}$ e $n = 6$

$$V = 100 \left[\frac{\left(\frac{1}{1,05}\right)^6 - 1}{\frac{1}{1,05} - 1} \right] = 532,94$$

Exemplos 2: Imagine que uma geladeira seja vendida em três prestações mensais de R\$400,00, sendo a primeira um mês após a compra. Sabendo que a loja cobra juros (compostos) no financiamento de 5% ao mês, como podemos determinar o preço à vista dessa geladeira?

O esquema seguinte mostra os valores das prestações a serem pagas em cada data (mês):



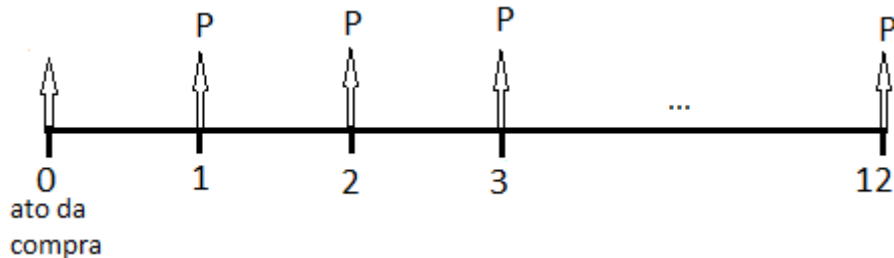
Vamos trazer os valores todos para a data 0.

$$V = \frac{400}{1,05} + \frac{400}{(1,05)^2} + \frac{400}{(1,05)^3} = 1089,30$$

Logo, o preço à vista da geladeira é R\$ 1089,30.

Exemplo 3: Um automóvel popular é vendido por R\$ 42000,00 à vista ou em 12 prestações mensais iguais, sem entrada. Qual é o valor de cada parcela, se a concessionária opera, no financiamento, com uma taxa de juros compostos de 2% ao mês?

Vamos chamar de **P** o valor de cada parcela, então estabelecemos o seguinte esquema:



$$42000 = \frac{P}{1,02} + \frac{P}{(1,02)^2} + \frac{P}{(1,02)^3} + \dots + \frac{P}{(1,02)^{12}}$$

Por ser exaustivo calcular cada uma das doze parcelas, iremos resolver utilizando soma dos termos de uma PG.

$$42000 = P \left[\frac{1}{1,02} + \frac{1}{(1,02)^2} + \frac{1}{(1,02)^3} + \dots + \frac{1}{(1,02)^{12}} \right]$$

Na PG temos: $a_1 = \frac{1}{1,02}$, $q = \frac{1}{1,02}$ e $n = 12$, logo temos:

$$42000 = P \left\{ \frac{\left[\left(\frac{1}{1,02} \right)^{12} - 1 \right]}{\frac{1}{1,02} - 1} \right\}$$

$$P = \frac{42000}{10,7868480649} = 3893,63$$

Assim o valor de cada parcela é de R\$ 3893,63

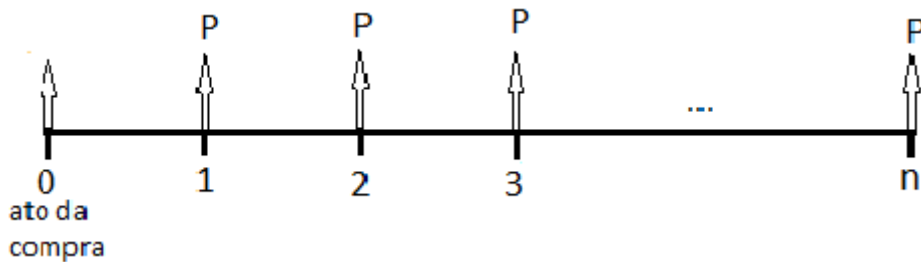
O exemplo 2 nos dá embasamento para concluirmos o seguinte resultado:

Teorema 1. O valor de uma sequência uniforme de n pagamentos iguais a P , um tempo antes do primeiro pagamento, isto é, sendo i a taxa de juros, igual a

$$A = P \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

Prova:

No esquema temos:



O valor da sequência na época 0 é:

$$A = \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \dots + \frac{P}{(1+i)^n}$$

$$A = P \left(\frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right)$$

Aplicando fórmula da soma dos termos de uma PG, segue:

$$A = \frac{P \cdot \frac{1}{1+i} \left[\left(\frac{1}{1+i} \right)^n - 1 \right]}{\frac{1}{1+i} - 1} = \frac{P \cdot \frac{1}{1+i} [(1+i)^{-n} - 1]}{\frac{-i}{1+i}}$$

$$A = P \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Uma consequência imediata desse teorema é o que segue:

Corolário 1. O valor de uma perpetuidade de termos iguais a P , um tempo antes do pagamento, é, sendo i a taxa de juros, igual a $\frac{P}{i}$.

Prova:

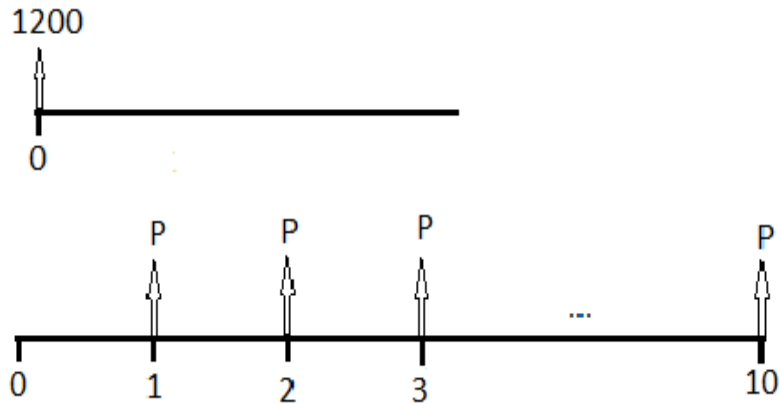
Basta fazer n tender ao infinito na sequência acima;

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = \frac{P}{i} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right) = \frac{P}{i}$$

Exemplo: Em uma loja, um televisor custa à vista R\$ 1200,00, e é vendido em 10 prestações mensais iguais, a primeira sendo pago um mês após a compra. Se os juros são de 5% ao mês, determine o valor das prestações.

Solução:

Acompanhe o esquema:

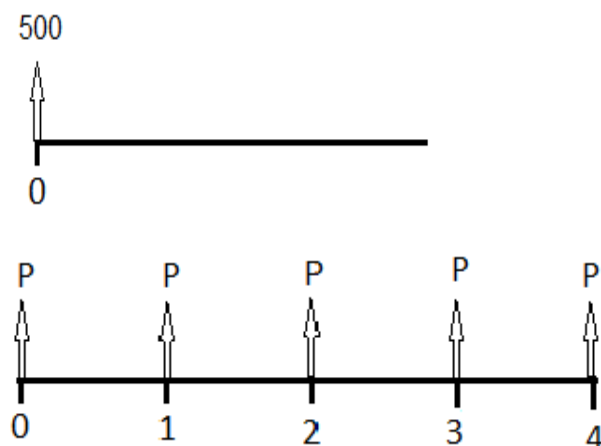


$$1200 = P \frac{1 - (1 + 0,05)^{-10}}{0,05}$$

$$P = 1200 \frac{0,05}{1 - 1,05^{-10}} = 155,40$$

Logo o valor de cada prestação é de R\$ 155,40

Exemplo: um bem cujo preço à vista é R\$ 500,00, é vendido em 5 prestações mensais iguais, antecipadas (isto é, a primeira é paga no ato da compra). Se os juros são de 5% ao mês, determine o valor das prestações?



Escolhamos adequadamente a época -1 , pois podemos utilizar a fórmula que calcula diretamente o valor da sequência nessa época.

$$500 = P \frac{1 - (1 + 0,05)^{-5}}{0,05}$$

$$P \cong 115,49$$

Logo o valor das prestações é de R\$ 115,49

Exemplo: Se meu dinheiro vale 0,5% ao mês, por quanto devo alugar um imóvel que foi avaliado em R\$ 120.000,00?

Solução: quando se aluga um imóvel, sede-se a posse em troca de uma renda perpétua cujos termos são iguais ao valor do aluguel. Então, o valor do imóvel deve ser igual a soma das mensalidades, logo teremos;

$$120000 = \frac{P}{i} = \frac{P}{0,005}$$

$$P = 120000 \times 0,005 = 600$$

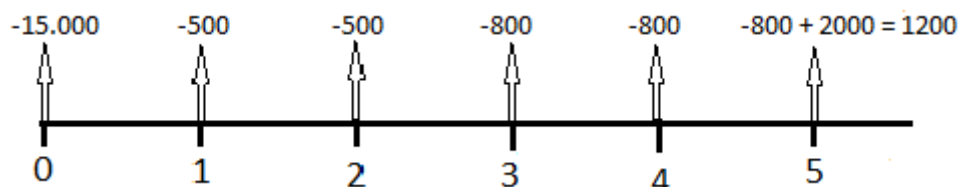
Portanto deve-se alugar o imóvel por R\$ 600,00.

Exemplo: Um empreendedor tem duas opções para obter uma copiadora e assim investir em uma “XEROX” (comércio de cópias e encadernação).

- Alugá-la por R\$ 3.500,00 ao ano. Nesse caso o locador se responsabiliza pelas despesas de manutenção.
- Compra-la por R\$ 15.000,00. Nesse caso, já que a vida econômica da copiadora é de cinco anos, o empreendedor venderá a copiadora após 5 anos. O valor residual da copiadora após 5 anos é de R\$ 2.000,00. As despesas com manutenção são de responsabilidade do comprador e são de R\$ 500,00 por ano, nos dois primeiros anos e de R\$ 800,00 por ano, nos dois anos seguintes. Se o dinheiro vale 7% ao ano, qual a melhor opção para o empreendedor?

Solução: Vamos tomar receitas como positivas e despesas como negativas.

Na segunda opção, o fluxo de caixa do empreendedor será:



Vamos determinar o fluxo uniforme equivalente. Igualando os valores na época 0, obtemos:

$$-15000 - \frac{500}{1,07} - \frac{500}{(1,07)^2} - \frac{800}{(1,07)^3} - \frac{800}{(1,07)^4} + \frac{1200}{(1,07)^5} = P \frac{1 - (1,07)^{-5}}{0,07}$$

$$P \frac{1 - (1,07)^{-5}}{0,07} = -16311,780139533$$

$$P = -3978,29$$

Daí $P = -3978,29$. Comprar a copiadora é equivalente a ter um custo anual de R\$ 3.978,29. Como o aluguel corresponde a um custo de R\$ 3.500,00, a melhor opção para o empreendedor é alugar.

2.5. Sistemas de Amortização

Em algumas situações, a indisponibilidade de capital para adquirir um bem pode levar um indivíduo a realizar um empréstimo; para sanar o compromisso, ele pode optar por diversas formas de pagamento. Ao efetuar os pagamentos parciais para saldar a dívida, ocorre a chamada amortização.

Amortização é o processo de redução de uma dívida por meio de pagamentos parciais, que podem ser mensais, bimestrais, anuais entre outros. Cada pagamento (ou prestação) realizado corresponde ao juro e parte do capital (valor da dívida), sendo o juro calculado sobre o saldo devedor.

O saldo devedor corresponde à diferença entre o valor da dívida e o que já foi pago.

De maneira resumida, a prestação é dada

Por :Amortização + juros

As maneiras de pagamento de uma dívida estão associadas a diferentes sistemas de amortização, sendo dois os principais; o sistema de amortização constante (SAC), em que a amortização da dívida é constante, (igual em cada período), e o sistema Price ou Francês, com prestações fixas. Esse último foi desenvolvido e utilizado pela primeira vez na França, no século XIX. No entanto, foi concebido pelo economista e matemático Inglês Richard Price (1723_1791), que incorporou a teoria de juro composto às de amortização de empréstimos. Dessa maneira, recebeu a denominação de sistema Price ou ainda, "Tabela Price".

Fonte de pesquisa: DI AUGUSTINI, Carlos Alberto; ZEUMANOVITS, Nei Schilling. **Matemática aplicada a gestão de negócios**. 1 ed. Rio de Janeiro: FGV. 2005 p87-89.

Exemplo1: Pedro tomou um empréstimo de R\$ 100,00 a juros mensais de taxa 10%. Quitou-o em três meses, pagando a cada mês os juros devidos e amortizando 30% da dívida no primeiro mês e 30% e 40% nos dois meses seguintes.

Na planilha abaixo, A_k, J_k, P_k e D_k são, respectivamente, a parcela de amortização, a parcela de juros, a prestação e o estado da dívida (isto é, o valor da dívida após o pagamento da prestação) na época K.

K	P_k	A_k	J_k	D_k
0	–	–	–	100
1	40	30	10	70
2	37	30	7	40
3	44	40	4	–

Exemplo2: Uma dívida de R\$ 100,00 é paga, com juros de 15% ao mês, em 5 meses, pelo SAC. Faça a planilha de amortização.

Solução: Como as amortizações são iguais, cada amortização será de $\frac{1}{5}$ da dívida inicial.

A planilha é, portanto:

K	P_k	A_k	J_k	D_k
0	–	–	–	100
1	35	20	15	80
2	32	20	12	60
3	29	20	9	40
4	26	20	6	20
5	23	20	3	–

Para facilitar a compreensão, olhe cada linha na ordem A_k, D_k, J_k e P_k .

Teorema 2. No SAC, sendo n o número de pagamentos e i a taxa de juros, temos:

$$A_k = \frac{D_0}{n}, \quad D_k = \frac{n-k}{n} D_0, \quad J_k = iD_{k-1}, \quad P_k = A_k + J_k$$

Prova: Se a dívida D_0 é amortizada em n quotas iguais, cada quota é igual a:

$$A_k = \frac{D_0}{n}$$

O estado da dívida após K amortizações é:

$$D_k = D_0 - kA_k = D_0 - k \frac{D_0}{n} = \left(1 - \frac{k}{n}\right) D_0 = \frac{n-k}{n} D_0$$

As duas últimas fórmulas são óbvias.

Exemplo2: Uma dívida de 150 reais é paga, em 4 meses, pelo sistema francês, com juros de 8% ao mês. Faça a planilha de amortização.

Solução: No sistema francês as prestações são constantes. Pelo teorema 1, cada prestação vale:

$$P = D_0 \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

$$P = 150 \frac{0,08}{1 - (1,08)^{-4}} = 45,29$$

K	P_k	A_k	J_k	D_k
0	-	-	-	150,00
1	45,29	33,29	12,00	116,71
2	45,29	35,95	9,34	80,76
3	45,29	38,83	6,46	41,93
4	45,29	41,93	3,35	-

Teorema 3. No sistema francês de amortização, sendo n o número de pagamentos e i a taxa de juros, temos:

$$P_k = D_0 \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

$$D_k = D_0 \frac{1 - (1 + i)^{-(n-k)}}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

$$J_k = iD_{k-1}, \quad A_k = P_k - J_k$$

Prova: A primeira fórmula é o teorema 1 e as duas últimas são óbvias. Quanto à segunda fórmula, observe que D_k é a dívida que será liquidada, postecipadamente por $n - k$ pagamentos iguais a P_k . Portanto novamente pelo teorema 1, temos:

$$D_k = P_k \frac{1 - (1 + i)^{-(n-k)}}{i}$$

Substituindo o valor de P_k na equação acima, temos;

$$D_k = D_0 \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} \frac{1 - (1 + i)^{-(n-k)}}{i}$$

Portanto:

$$D_k = D_0 \frac{1 - (1 + i)^{-(n-k)}}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

3. Metodologia

Este trabalho possui caráter descritivo-exploratório já que tem como objetivo identificar os motivos que contribuem para o endividamento das famílias dos alunos do 4º ano do curso técnico de administração da escola Professor Gabriel de Almeida Café, Macapá-Ap. Caracteriza-se como pesquisa descritiva, pois realizou-se o estudo, a análise, o registro e a interpretação dos fatos do mundo físico sem a interferência do pesquisador. São pesquisas mercadológicas e de opinião (Barros e Lehfeld, 2007). Este tipo de pesquisa visa descrever as características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis e envolve o uso de técnicas padronizadas de coleta de dados como o questionário e a observação sistemática. Considera-se também como pesquisa exploratória, pois, visa à descoberta, o achado, a elucidação de fenômenos ou a explicação daqueles que não eram aceitos apesar de evidentes. A exploração representa, atualmente, um importante diferencial competitivo em termos de concorrência (Gonçalves, 2014). Possui uma abordagem quantitativa que segundo Marconi e Lakatos (2003), caracterizam-se pela precisão e controle dos dados estatísticos de forma sistemática, utilizando técnicas estatísticas na coleta e manipulação das informações adquiridas, garantindo assim uma maior precisão dos resultados. Realizou-se uma pesquisa de campo no mês de setembro de 2017 através de questionário estruturado composto por 10 questões fechadas de múltipla escolha e sem a identificação dos respondentes. Os questionários foram impressos e entregues diretamente pelo pesquisador aos respondentes, que dispuseram de um espaço de tempo no decorrer das suas respectivas aulas para efetuarem o preenchimento e, conseqüentemente, efetuarem a devolução dos mesmos diretamente para o entrevistador à medida que o finalizavam. A amostra da pesquisa é composta pelas famílias dos alunos que, na sua maioria ainda não estão inseridos no mercado de trabalho. Os alunos estão efetivamente matriculados e participaram da pesquisa em setembro de 2017.

3.1. Delineamento da pesquisa

O trabalho foi realizado com um grupo de 33 alunos da turma de 2017 do 4º Ano do curso técnico em administração, turno da tarde da Escola Estadual Prof.

Gabriel de Almeida Café (figura 5), localizada na Av. FAB S/N no Bairro central, cidade de Macapá-AP.



Figura 5 – Escola Estadual Professor Gabriel de Almeida Café – 2017

Fonte: acervo da escola.

Dependências:

Segundo Senso 2016, a escola possui: 28 salas de aulas; 210 funcionários, sala de diretoria; sala da secretaria, sala de professor; biblioteca; 2 auditório; banheiros; refeitório climatizado; laboratório de informática; ciências e matemática, sala de recursos multifuncional para atendimento educacional especializado (AEE), quadra de esporte coberta, área verde e pátio coberto.

Equipamentos:

Computadores administrativos; Computadores para alunos; Tv; Copiadora; equipamento de som; impressora; equipamentos multimídias; Dvd; antena parabólica e data show .

3.2. Perfil da turma:

A pesquisa desenvolvida compreende uma amostra de 33 alunos do 4º ano do Ensino técnico em administração, turno da tarde, sendo 16 do sexo feminino e 17 do sexo masculino. É um grupo bem participativo, a maioria desenvolve seus trabalhos propostos na sala, têm bom relacionamento com os professores, a

maioria mora em casa própria sendo de área regularizada ou não, com renda familiar média ou baixa, tendo acesso às novas tecnologias (internet, rede sociais, aparelhos celulares. Têm em média 18 anos, onde a maioria não está inserida no mercado de trabalho, moram com os pais e têm certa dificuldade no trato com a disciplina matemática devido a deficiência de nosso sistema de ensino.

A atividade foi realizada no período entre 4 de agosto de 2017 a 25 de agosto de 2017.



Figura 6: turma do 4º ano do curso técnico em administração da escola Gabriel de A. Café
Fonte: arquivo pessoal.

3.3. Experiência em sala de aula

Primeiro encontro (04/08/2017 – sexta feira)

Na apresentação do projeto houve uma rodada de conversa com os alunos, para socialização e um debate sobre a importância da matemática financeira. Debates a situação atual da economia brasileira, a influência das altas taxas de juros regulamentada pelo banco central (Selic) na vida do cidadão, como a disciplina matemática financeira em sala de aula pode possibilitar ao cidadão consciência nas tomadas de decisão de cunho comercial e vários outros temas relacionados.

O debate foi de grande valia pois mostrou o ponto de vista dos alunos, seus anseios por melhorias no ensino e a importância de se dar sentido aquilo que lhe é transmitido em sala de aula. Disseram ter grandes dificuldades no aprendizado

em matemática e que estavam muito defasados com os conteúdos das séries anteriores.

Segundo encontro (08/08/2017 – terça feira)

Foi proposto um resumo dos assuntos do ensino fundamental (proporção e porcentagem) pré-requisitos para o desenvolvimento do conteúdo do ensino médio. Tivemos o cuidado de mostrar os assuntos de modo que entendessem que faz parte do dia a dia deles, dando assim o sentido que eles propunham no debate. Ao final da aula foi proposto um questionário com algumas questões relacionados aos assuntos mencionados.



Figura 7: Aluno resolvendo exercícios de assunto pré-requisito de matemática financeira

Fonte: Acervo pessoal

Exercícios

1) Para realizar certo trabalho, dois operários receberam ao todo R\$ 460,00. Sabendo que a razão entre as quantias recebidas pelo operário A e pelo operário B foi de $\frac{3}{5}$, quanto cada um recebeu?

2) O gerente de uma loja resolveu dividir a quantia de R\$ 1200,00 entre três funcionários, proporcionalmente a quantidade de peças vendidas naquele mês. Se Clara vendeu 25 peças, Paulo vendeu 39 e Joana vendeu 36 peças. Quanto recebeu cada um dos funcionários?

3) Daniel está fazendo uma viagem de carro e já percorreu 180 km, o que corresponde a 40% do percurso. Quantos quilômetros tem o percurso total?

4) O salário de Felipe é de R\$ 2000,00 por mês e o de Renato corresponde a 85% do salário de Felipe. Qual o salário de Renato?

5) Com a proximidade do evento e com muitos ingressos disponíveis, um cambista passou a oferecer um desconto de 50% sobre o preço de venda de certo tipo de ingresso. Mesmo dando o desconto, o cambista ainda obteve um lucro de 40% sobre o preço de custo (preço de bilheteria) desse ingresso. Se não tivesse dado o desconto, mas tivesse, mesmo assim, vendido o ingresso, o lucro do cambista seria de:

a) 80% b) 90% c) 120% d) 150% e) 180%

A maior parte da turma não teve dificuldade em resolver os problemas propostos. Os alunos que sentiram dificuldade foram auxiliados pelos outros por iniciativa própria, mostrando interesse e comprometimento com o projeto.

Terceiro encontro (11/08/2017 – sexta feira)

Num terceiro encontro foi sugerido que os alunos trouxessem de casa boletos de pagamentos, talão de luz, água, IPTU, IPVA, para que pudéssemos introduzir o conceito de juros e assim calcular as taxas embutidas, como multas, juros de mora, juros de financiamentos etc.



Figura 8: alunos fazendo atividade em sala de aula.

Fonte: arquivo pessoal

Quarto encontro (15/08/2017 – terça feira)

Introduzidos os conceitos preliminares no encontro anterior, adentramos com exemplos cotidianos de aplicação de juros simples e compostos apresentando as construções passo a passo da demonstração das respectivas fórmulas. Evidenciamos que na verdade os exemplos de matemática financeira se resumem a comparar quantias no tempo, dando exemplos de aplicação cotidiano e os estimulando a construir juntos os resultados.

Quinto encontro (18/08/2017 – sexta feira)

Nesse encontro lhes foi apresentado os conceitos de amortização, falando sobre os dois principais sistemas de amortização, o (SAC) sistema de amortização constante e o sistema (PRICE) também conhecido como sistema Francês. No final do encontro foram apresentados aos questionários que fariam parte da pesquisa estatística objeto desta obra.

Sexto encontro (25/08/2017 – sexta feira)

Foram levantados os dados, feitas as considerações e explicações que constam no resultado da pesquisa. No momento final foi feito o agradecimento pelo empenho e participação tanto dos alunos quanto dos familiares que não mediram esforços para que fosse feito um trabalho relevante, digno de notação.

3.4. Desenvolvimento da pesquisa

Foram formuladas quatro questões sobre o conteúdo apresentado no trabalho e a sua importância no que se refere ao comportamento financeiro do aluno após adquirir esse conhecimento. Outras cinco questões a respeito do comportamento da família dos alunos com relação a sua educação financeira. Foram elaboradas ainda cinco questões com o objetivo de avaliar o grau de endividamento das famílias dos alunos e os motivos que os levaram a este endividamento. Buscou-se ainda colher das famílias informações a respeito do conhecimento e prática de planejamento financeiro e do relacionamento com crédito e finanças de um modo geral.

Seguem os resultados estatísticos:

Observação: Do total de 33 alunos da turma somente 23 entregaram os resultados.

Questões sobre o conteúdo abordado e a relação com o comportamento financeiro:

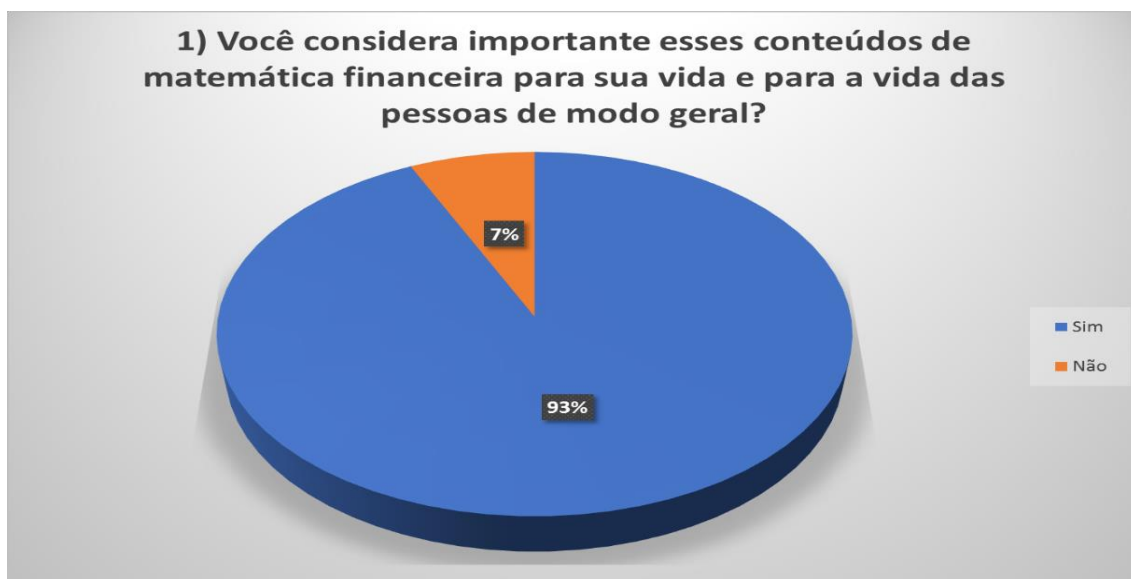


Figura 9; importância dos conteúdos abordados

Fonte: O autor

Dos 23 alunos entrevistados 21(93%) consideram importante o conteúdo matemática financeira, evidenciando a defesa exposta no trabalho.

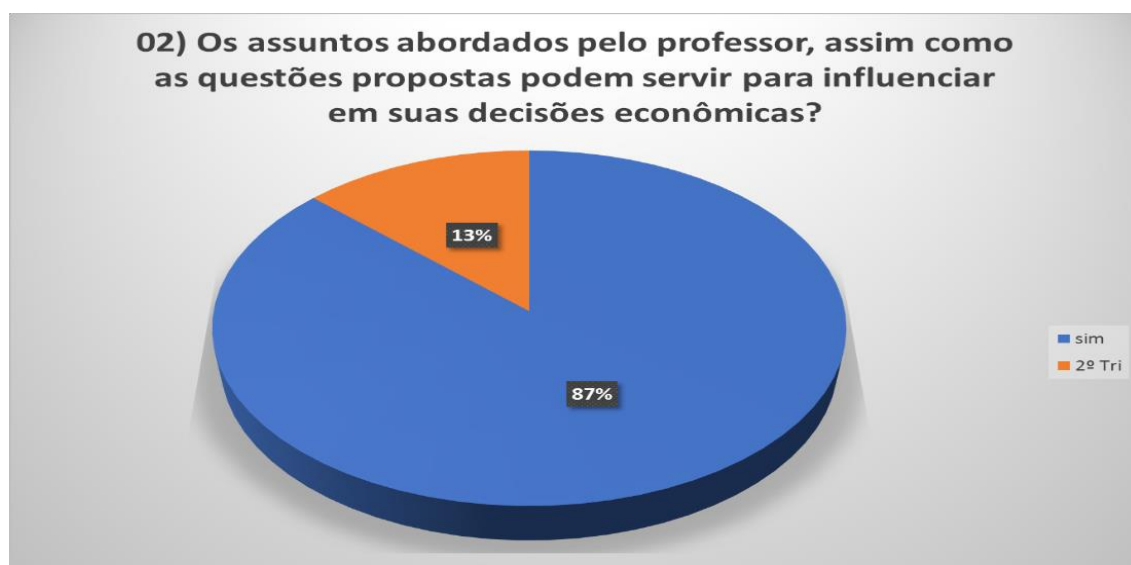


Figura 10; Influência nas decisões econômicas

Fonte: O autor

20(87%) dos 23 alunos disseram que sim, os assuntos servirão de base para suas futuras decisões econômicas.

3) Alguém da família, ou responsável, já contraiu empréstimo ou entraram em algum financiamento?

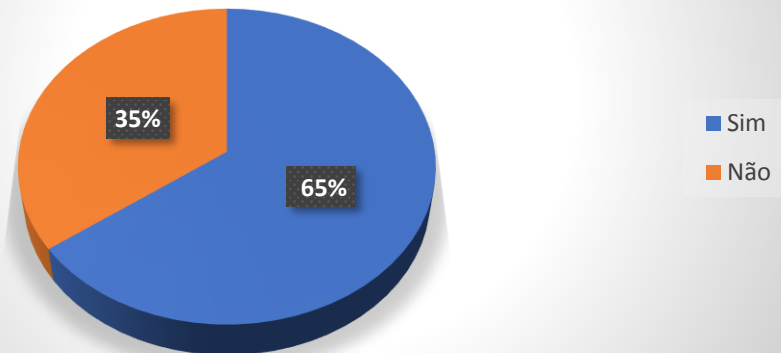


Figura 11; Famílias que contraem empréstimos

Fonte: O autor

15(63%) dos 23 alunos disseram que a família já havia contraído algum tipo de empréstimo ou financiamento. Isso demonstra um alto percentual de pessoas que se utilizam desse serviço.

4) Usando os conhecimentos das aulas de matemática financeira ministrado nesse curso, você analisará com mais cautela e utilizará dos conhecimentos adquiridos para tomar decisões de âmbito comercial?

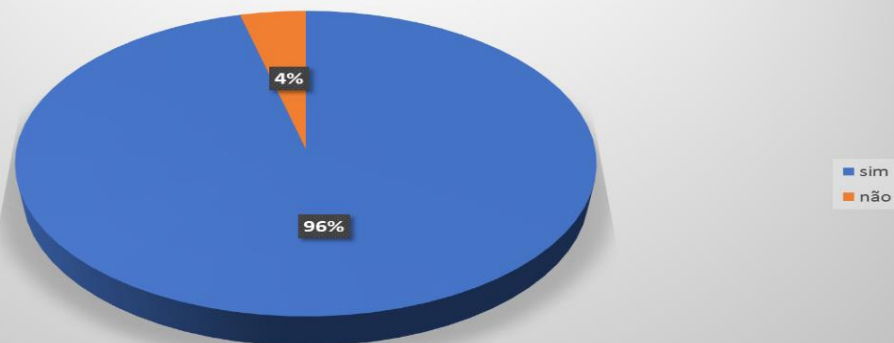


Figura 12; A influência dos conhecimentos adquiridos para tomada de decisões comerciais.

Fonte: O autor

21(96%) dos 22 alunos responderam sim a este questionamento mostrando que houve ótima aceitação do trabalho por parte dos envolvidos no projeto.

Questões sobre o comportamento das famílias dos alunos quanto a educação financeira:



Figura 13; Famílias e a noção clara de seus gastos

Fonte: O autor

Com relação ao conhecimento dos gastos fixos 5 (22% das famílias entrevistadas), responderam que não têm controle sobre seus gastos mensais. É um número preocupante pois é uma parcela significativa do todo.

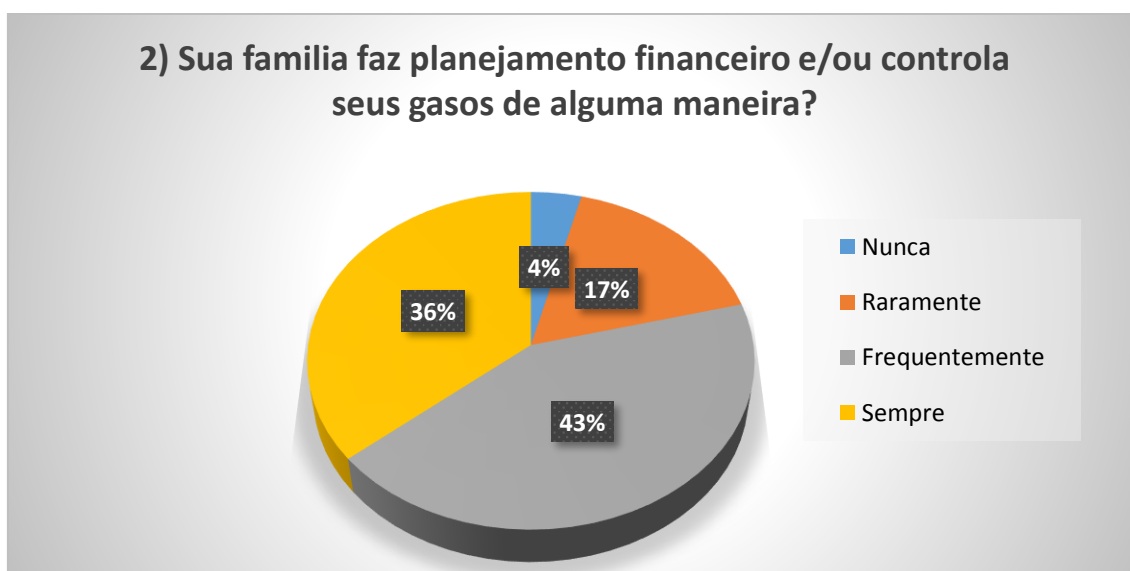
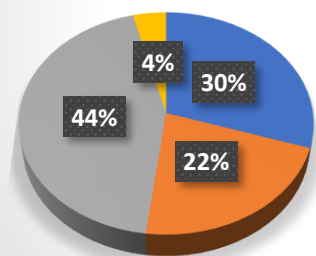


Figura 14; planejamento e controle de gasto.

Fonte: O autor

Dos 23 alunos, 1 disse nunca (4%), 4 disseram raramente (17%), 10 disseram frequentemente (43%) e 8 disseram sempre (36%).

3) Quando sua família compra um bem de valor considerável (carro ou imóvel) por exemplo, qual o comportamento?



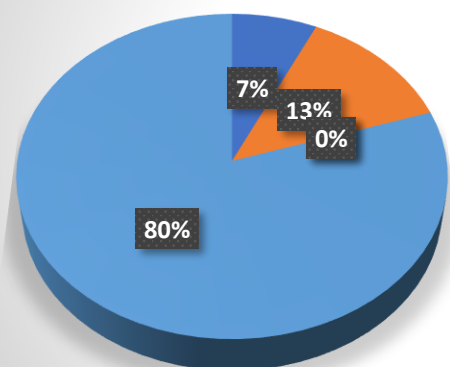
- Utiliza sempre o financiamento
- Da a menor entrada permitida e financia o restante
- poupa o quanto puder para dar a maior entrada possível e financia o restante

Figura 15; Comportamento referente a compras de valor considerável.

Fonte: O autor

Dos 23 alunos 7 (30%) disseram utilizar sempre o financiamento, 5 alunos (22%) disseram dar a menor entrada permitida e financiar o restante, 10 alunos (44%) disseram poupar o máximo que puder para dar a maior entrada possível e financiar o restante e 1 aluno (4%) disseram que poupam o valor necessário para poder pagar à vista.

4) Qual o comportamento de sua família com relação ao uso do cheque especial?



- O cheque especial já faz parte do salario
- Usa co certa frequencia, quando o salario acaba e o mês não
- Usa com frequencia quando quer antecipar compras
- So utiliza em situações de emergência sempre no final do mês
- Não utiliza o cheque especial

Figura 16; Comportamento com o uso do cheque especial.

Fonte: O autor

Das 23 famílias dos alunos, nenhuma respondeu que a família usa o cheque especial como parte do salário, 2 (7%) responderam que a família usa quando o

dinheiro acaba e o mês não, 3 (13%) responderam só utilizam em situações de emergência e 18 (80%) disseram não usar o cheque especial.

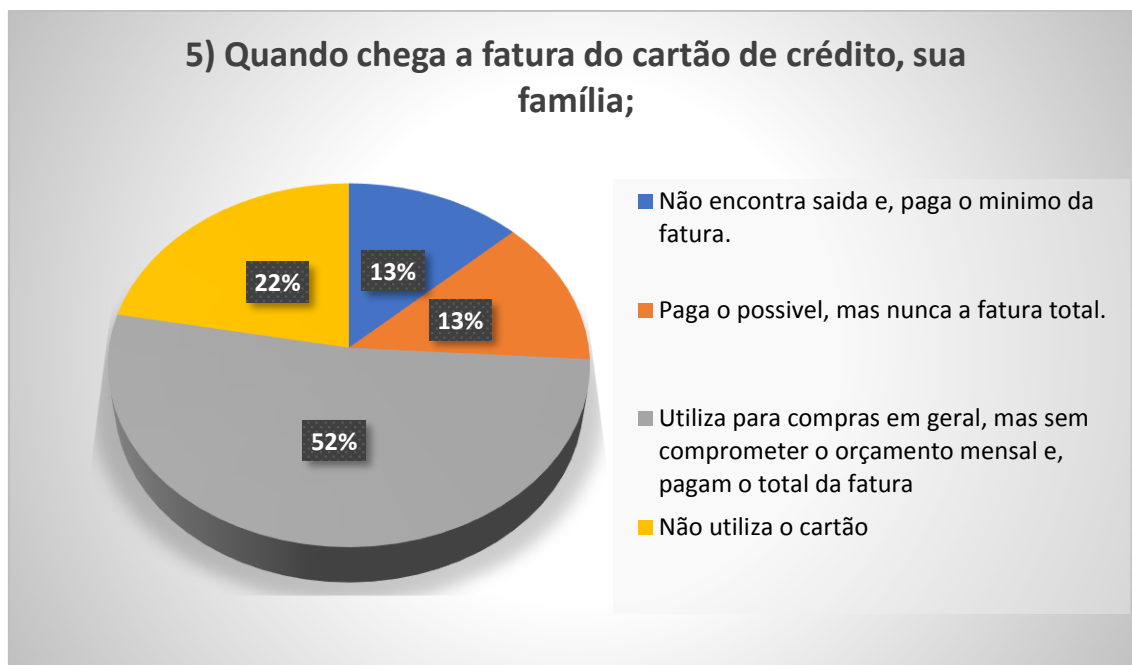


Figura 17; Comportamento quanto ao pagamento da fatura do cartão de crédito.

Fonte: O autor

Dos 23 alunos, 3 (13%) disseram que suas famílias não encontram saída e, pagam o mínimo da fatura, 3 (13%) disseram que a família paga o possível, mas nunca a fatura total, 12 (52%) dos alunos disseram que suas famílias utilizam para compras em geral e sempre pagam o total da fatura e 5 (22%) dos alunos disseram que sua família não utiliza o cartão.

Levantamento sobre o endividamento das famílias:

Foram elaboradas 5 questões com o objetivo de avaliar o grau de endividamento das famílias dos alunos e os motivos que os levaram a este endividamento.



Figura 18; percentual comprometido da renda das famílias

Fonte: O autor

Em relação ao comprometimento da renda, a maioria das famílias comprometem mais que 60% da renda, 12 famílias (51% das famílias), enquanto que só uma família compromete apenas 20% da renda, um dado alarmante sobre a amostra.

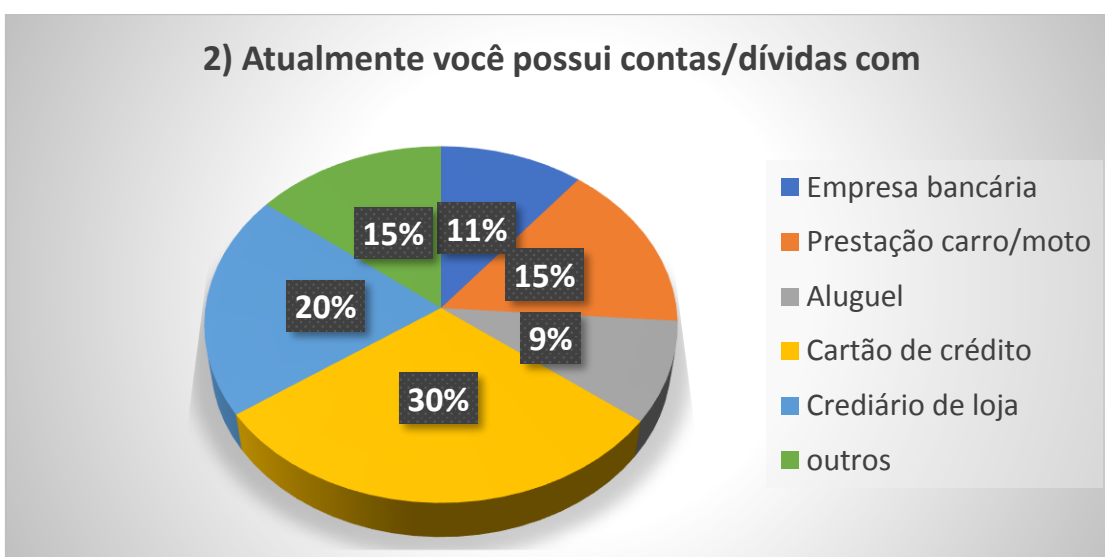


Figura 19; dívidas diversas

Fonte: O autor

Nesta questão os respondentes podiam assinalar quantas alternativas fossem necessárias para indicar quais os tipos de dívidas possuíam. A alternativa mais assinalada foi a do cartão de crédito (30% das famílias), responsável pela dívida de 7 famílias dos alunos pesquisados.



Figura 20; Contas em atraso

Fonte: O autor

Com relação à inadimplência, 75% (17 famílias de alunos), estão com o pagamento de suas dívidas em dia, enquanto que 25% ou 6 famílias possuem dívidas em atraso.

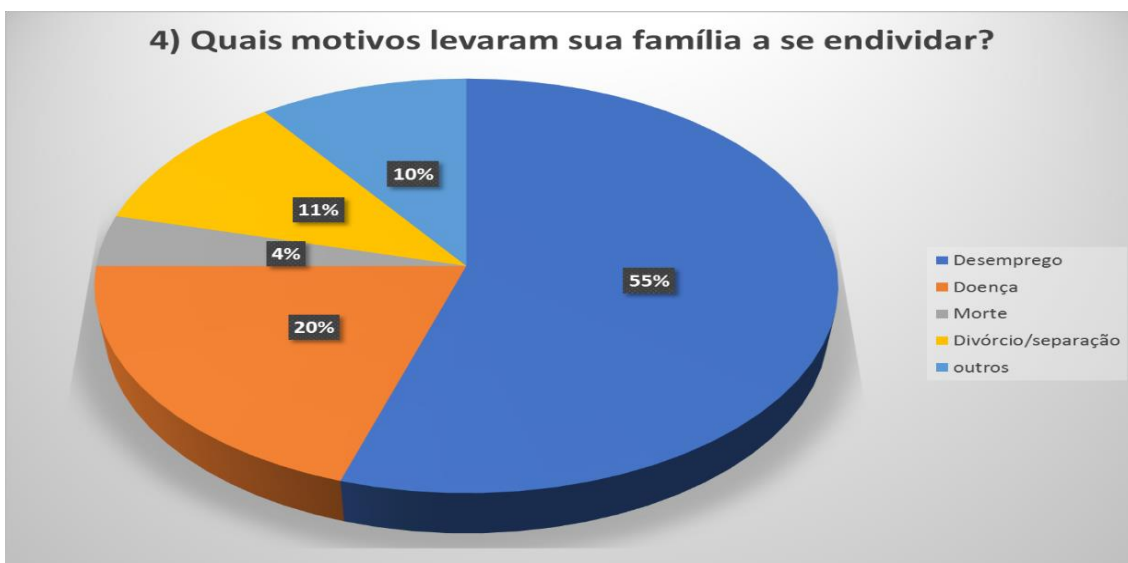


Figura 21; Motivos do endividamento das famílias

Fonte: O autor

Quanto aos motivos do endividamento familiar destaca-se como grande responsável pelo endividamento o desemprego com um total de 55% das famílias (3 famílias de um total de 23).

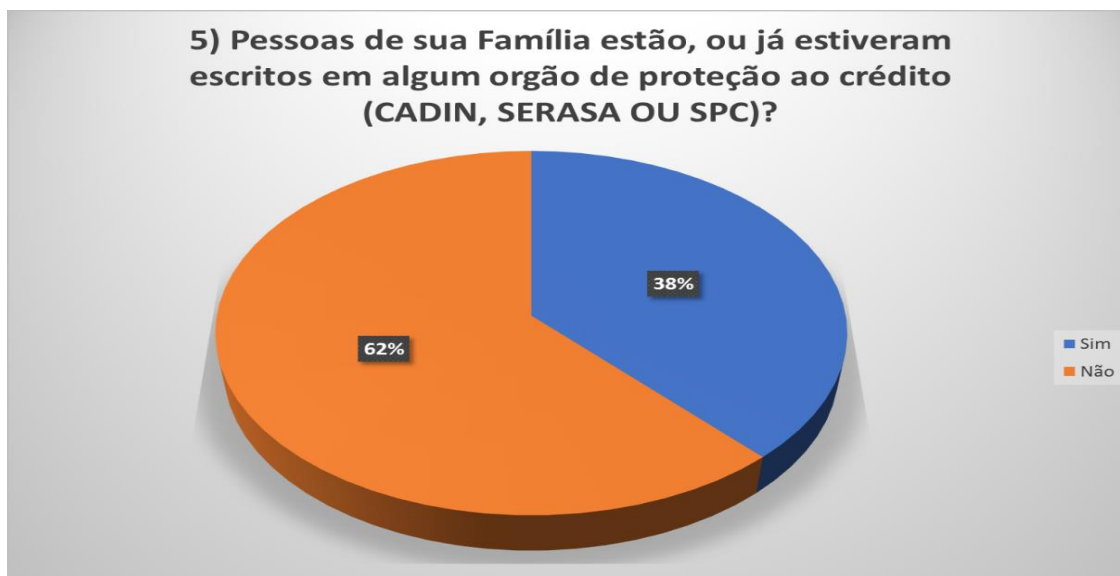


Figura 22; pessoas da família escritas nos órgãos de proteção ao crédito

Fonte: O autor

Por fim, buscou-se saber quantos respondentes endividados têm ou tiveram seus nomes inscritos em órgãos de proteção ao crédito. A maioria das famílias, 62% (14 FAMÍLIAS), responderam que nunca tiveram seus nomes inscritos, embora os que afirmaram que já tiveram ou estão, representem significativos 38% (8 FAMÍLIAS), dos respondentes.

4. RESULTADOS DA PESQUISA

Os índices de aceitação do trabalho foram bastante satisfatórios tendo em vista que mais de 90% dos alunos acharam importantes os assuntos de matemática financeira para as suas vidas e da sociedade. Quase 90% dos entrevistados disseram que sim, que os assuntos abordados no trabalho servirão de base para suas tomadas de decisões financeiras futuras. Quase 80% dos alunos responderam que têm uma noção clara de seus gastos fixos, em contrapartida, menos da metade – exatamente 43% responderam que sempre fazem planejamento financeiro ou controlam seu orçamento de alguma forma. Percebe-se, portanto, que saber quanto se gasta não necessariamente implica na existência de um controle orçamentário eficaz. A maioria dos alunos que consultaram suas famílias respondeu que fazem planejamento frequentemente (36%). Somados, 18 famílias, ou 79% informaram fazer algum tipo de controle orçamentário sempre ou frequentemente. O índice é alto, mas não necessariamente animador. Quando indagados sobre se utilizam algum tipo de

financiamento, 96% dos respondentes afirmaram utilizar de alguma forma o financiamento para adquirir bens de maior valor. Apenas 4% dos alunos afirmaram poupar o necessário para comprar o bem à vista. Além disso, 78% afirmaram possuir dívidas de cartão de crédito, sendo que para 26% é necessário sempre pagar algum valor entre o mínimo e o total, mas nunca quitando a fatura. Apenas o cheque especial demonstra estar sob controle, pois 80% dos alunos responderam que as famílias não utilizam o limite. Isso demonstra que as famílias possuem uma ideia errada do que seria controle financeiro. Planejar significa, segundo o dicionário Aurélio, “traçar um plano, programar, projetar”. O planejamento financeiro implica, portanto, em projetos e planos destinados a utilizar os recursos de maneira eficiente, evitando-se dívidas e financiamentos. O planejamento financeiro identifica o caminho necessário a ser percorrido para se obter um determinado fim, sem que isso ponha em risco a saúde financeira. Como a maioria dos alunos possui algum tipo de dívida ou financiamento, pode-se perceber que o planejamento financeiro que acreditam fazer está de alguma forma, sendo falho ou ineficiente. Isso reflete diretamente no item “endividamento” da pesquisa. Das perguntas formuladas neste quesito, verifica-se 91% afirmaram que comprometem mais de 30% da renda. Este é o início de uma situação perigosa. A falta de conhecimento claro das dívidas leva frequentemente ao descontrole financeiro, que acarreta o endividamento exagerado e muitas vezes o superendividamento. Muitos alunos não percebem isso, pois pensam que, enquanto as contas não estiverem atrasadas, está tudo bem. Na apuração do tipo de dívida dos respondentes, 30% afirmaram possuir dívidas com o cartão de crédito, número bastante próximo dos que afirmaram não conseguir quitar a fatura integralmente. Em seguida estão os carnês de lojas, responsáveis por 20% das dívidas das famílias, e prestação de carro ou moto, comprometendo 15% dos respondentes. É importante ressaltar que, neste quesito as famílias podiam assinalar quantos itens fossem necessários para determinar as dívidas que possuíam. Isto significa que a família do aluno endividada com o cartão de crédito também pode possuir dívidas com carnês, empréstimo bancário ou cheque pré-datado, por exemplo. A diversidade de dívidas facilita o descontrole e o endividamento. Muitas famílias reconhecem isto. Por fim, o gráfico que mostra um total de 38% dos respondentes já se encontra numa situação de endividamento que enseja a inscrição de seus nomes

em órgãos de proteção ao crédito, como Serasa, SPC, etc. Embora a grande maioria (62%) não se enquadre nesta situação, isto não significa que estejam numa situação muito melhor que os outros, já que, como citado, o fato de não existirem contas em atraso muitas vezes proporciona uma falsa sensação de controle.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como vimos durante esse trabalho, o ensino da matemática financeira é fundamental para o exercício da cidadania. Podemos perceber que ela se faz presente na vida de todos, independentemente da classe social ou cultural, por isso deve ser relevante seu estudo no ensino médio, em que os alunos estão se preparando para ingressar no mercado de trabalho, ou mesmo vivenciar suas práticas econômicas na dura realidade da vida adulta. Verificamos também que a melhor forma de se aprender matemática é partindo do concreto para o abstrato, ou seja, levando o cotidiano do aluno para dentro da aula de aula e, assim construindo o conhecimento com o aluno, dando a ele sentido no que está fazendo. É importante que o aluno veja a aplicação do que está estudando, nesse sentido, a matemática financeira é um grande suporte, pois se torna fácil para o aluno compreender os temas abordados em matemática financeira partindo de suas aplicações práticas. Relacionar teoria e prática no ensino da matemática financeira é de extremo auxílio, particularmente quando se refere ao contexto social ao qual o aluno está inserido, ele consegue relacionar seu conhecimento prévio, com o que lhe é apresentado, fazendo um paralelo entre uma coisa e outra. Isso contribui para uma aprendizagem duradoura, pois faz sentido para o aluno. Com essa pesquisa, vimos que ensinar não é somente transmitir conhecimentos do professor para o aluno. Ensinar é estimular o aluno a raciocinar, a identificar problemas e criar estratégias para resolvê-los. Ensinar é criar situações favoráveis à construção do conhecimento por parte do aluno. Nas sugestões de abordagem e atividades que podem ser trabalhadas com alunos do ensino médio, estão dispostas diversas situações reais, que acontece com frequência no cotidiano das pessoas. Neste trabalho, procurou-se focalizar a importância de preparar o aluno para a cidadania, pois um dos objetivos da escola é preparar os alunos para serem cidadãos conscientes. Espera-se que este trabalho sirva como fonte de pesquisa para acadêmicos e professores, funcionando como um estudo que busca levantar questionamentos sobre o tema, servindo principalmente como abertura para que novas pesquisas sejam realizadas ampliando o conhecimento sobre o assunto abordado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BRASIL, Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei 9394/1996.
- [2] SOUSA, JOAMIR., GARCIA, JAQUELINE. Contato matemática; volume 3. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2016
- [3] DANTE, L.R., Matemática - Volume 1. 1a Ed. São Paulo: Ática, 2017.
- [4] Obra coletiva e concebida, desenvolvida e produzida pela editora moderna. Conexões com a matemática, 3ª edição, São Paulo 2016.
- [5] LIMA, E., CARVALHO, P.C., MORGADO, A., WAGNER, E., A Matemática do Ensino Médio, vol. 2, 6a Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2011.
- [6] IEZZI, GELSON., DOLCE, OSVALDO., DEGENSZAJN, DAVID., PÉRIGO, ROBERTO., de ALMEIDA, NILZE. Matemática ciência e aplicações; volume 3, 9ª Ed. São Paulo, 2017.
- [7] PAIVA, M., Matemática, Volume único 1. Ed. São Paulo: Moderna, 2015.
- [8] Porta do Professor - Ministério da Educação 2008, disponível em <http://portaldoprofessor.mec.gov.br> (acessado em 23/06/2017)
- [9] SAMANEZ, C.P. Matemática Financeira: Aplicações à Análise de Investimentos, 3a Ed. São Paulo: Prentice Hall, 2012
- [10] CESAR, BENJAMIN, MATEMÁTICA FINANCEIRA, 2ª ed., editora ímpetus, Rio de Janeiro, 2000.
- [11] LIMA, E., CARVALHO, P.C., MORGADO, A., WAGNER, E., progressões e matemática financeira, 5ª edição, SBM, Rio de Janeiro, 2012.
- [12] MATHIAS, WASHINGTON., GOMES, JOSÉ, matemática financeira, 6ª edição, ed. Atlas, São Paulo – 2013.
- [13] GONSALVES, HORTÊNCIA, manual de metodologia e pesquisa científica, 2ª ed. Editora Avercamp., São Paulo 2015
- [14] HISTÓRIA DO DINHEIRO-museu de valores do banco central, disponível em <http://bcb.gov.br>, (acesso em 20/06/2017).