



**PROFMAT**

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA  
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ  
MESTRADO PROFISIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

**A PERCEPÇÃO DE ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO SOBRE A  
IMPORTÂNCIA E APLICAÇÕES DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS  
RELACIONANDO A APRENDIZAGEM DOS CONJUNTOS NUMÉRICOS**

Macapá

2017

**JOVELINO VALÉRIO DE SOUZA**

**A PERCEPÇÃO DE ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO SOBRE A  
IMPORTÂNCIA E APLICAÇÕES DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS  
RELACIONANDO A APRENDIZAGEM DOS CONJUNTOS NUMÉRICOS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao  
Mestrado Profissional de Matemática –  
PROFMAT no Polo da Universidade Federal  
do Amapá – UNIFAP como requisito parcial  
para obtenção do título de Mestre em  
Matemática Profissional

Orientadora: Dr<sup>a</sup>. Simone de Almeida Delphim  
Leal

Macapá

2017

SOUZA, Jovelino Valério de.

A PERCEPÇÃO DE ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO SOBRE A IMPORTÂNCIA E APLICAÇÕES DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS RELACIONANDO A APRENDIZAGEM DOS CONJUNTOS NUMÉRICOS. Jovelino Valério de Souza – Macapá: UNIFAP/PROFMAT, 2017.

Dissertação (Mestrado Profissional) – Sociedade Brasileira de Matemática – SBM; Fundação Universidade Federal do Amapá – UNIFAP.

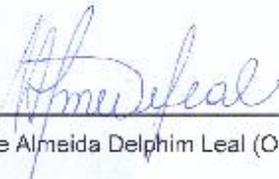
Orientação: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Simone de Almeida Delphim Leal.

Fundação Universidade Federal do Amapá.

**FOLHA DE APROVAÇÃO**

**A PERCEPÇÃO DOS ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO SOBRE A  
IMPORTÂNCIA E APLICAÇÕES DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS  
RELACIONANDO A APRENDIZAGEM DOS CONJUNTOS NUMÉRICOS**

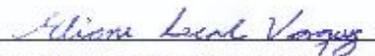
**BANCA EXAMINADORA**



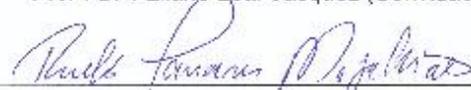
Profª. Drª. Simone de Almeida Delphim Leal (Orientadora)



Profª. Dr. Frasco Senger (Convidado)



Profª. Drª. Eliane Leal Vasquez (Convidada)



Profª. Msc. Rudá Tavares Magalhães (Convidado)

**DATA:** 12 / 09 / 2017

**MÉDIA FINAL:** APROVADO

Macapá  
2017

Dedico o êxito da conclusão desse trabalho a todos os Matemáticos!

## **AGRADECIMENTOS**

A minha mãe que sempre me incentivou a estudar;

A meu pai que sempre foi um homem honrado;

A meus irmãos, minhas filhas Juliana Felícia e Jaqueline Silva e a todos que direta e indiretamente contribuíram para meu sucesso;

Aos professores doutores Guzman, Walter, Gilberlandio e Erasmo que muito me ensinaram e em especial a minha orientadora Professora Doutora Simone de Almeida Delphim Leal por seus ensinamentos, paciência e apoio;

E, finalmente a minha esposa Lidiane Almeida da Silva que nessa jornada esteve a meu lado e me deu forças para continuar.

*“Os números governam o mundo”.*

*Pitágoras.*

## RESUMO

Na pré-história, a relação do ser humano com as quantidades da natureza não se estabelecia de modo racional, por meio de uma abstração, mas a uma espécie de sentido qualitativo. Desse modo, parte-se do pressuposto que a educação brasileira, em geral, necessita adequar-se à realidade social em que os alunos estão inseridos. Isso porque se faz necessária uma adequação dos conteúdos estudados na escola, com o contexto social vivido no cotidiano dos aprendizes. Desse modo, a presente dissertação tem como objetivo destacar a percepção dos alunos do 1º ano do ensino médio sobre a importância e aplicações de conteúdos matemáticos relacionando a aprendizagem dos conjuntos numéricos. Para tanto, foi realizada uma inter-relação entre a Teoria da Aprendizagem Significativa e o Método da Engenharia Didática, caracterizando-se por ser investigativo de delineamento quantiquantitativo. Chegou-se ao entendimento que há a necessidade de uma nova visão diante do modelo atual sob o qual acontece o ensino dos conjuntos numéricos, principalmente em relação a contextualização do ensino de Matemática, de modo que o aluno perceba sua importância e utilidade no seu cotidiano e assim, comece a adquirir interesse por seu aprofundamento teórico.

**Palavras-chaves:** Conteúdos Matemáticos. Conjuntos Numéricos. Ensino Médio.

## ABSTRACT

In prehistory, the relation of the human being to the quantities of nature was not established in a rational way, through an abstraction, but to a kind of qualitative sense. Thus, it is assumed that Brazilian education, in general, needs to adapt to the social reality in which the students are inserted. This is because it is necessary to adapt the contents studied in the school, with the social context lived in the everyday of the apprentices. Thus, the present dissertation aims to highlight the perception of the students of the 1st year of high school on the importance and applications of mathematical contents relating the learning of numerical sets. In order to do so, an interrelation between the Theory of Significant Learning and the Method of Didactic Engineering was carried out, characterizing itself as being an investigator of quantitative design. It has been reached the understanding that there is a need for a new vision in view of the current model under which the teaching of numerical sets occurs, especially in relation to the contextualization of mathematics teaching, so that the student perceives its importance and usefulness in their daily life and thus, begin to acquire interest by its theoretical deepening.

**Keywords:** Mathematical Contents. Numerical sets. High school.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b>	Representação dos aspectos Cardinal e Ordinal.....	22
<b>Figura 2</b>	Osso de Ishago.....	24
<b>Figura 3</b>	Localização dos sumérios.....	24
<b>Figura 4</b>	Tokens.....	26
<b>Figura 5</b>	Modelo de escrita cuneiforme.....	26
<b>Figura 6</b>	Egito antigo.....	27
<b>Figura 7</b>	Sistema decimal egípcio.....	28
<b>Figura 8</b>	Interpretação dos símbolos.....	28
<b>Figura 9</b>	Sistema de numeração grega.....	30
<b>Figura 10</b>	Numerais Romanos.....	31
<b>Figura 11</b>	Sistema tradicional de numeração híbrido.....	32
<b>Figura 12</b>	Localização da civilização Maia.....	33
<b>Figura 13</b>	Numerais Maias.....	33
<b>Figura 14</b>	Sistema de numeração Maia.....	34
<b>Figura 15</b>	Sistema de numeração hindu-arábico em processo de desenvolvimento.....	35
<b>Figura 16</b>	Representativa dos ângulos do sistema hindu-arábico.....	36
<b>Figura 17</b>	Diagrama dos conjuntos numéricos.....	50

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	12
<b>CAPÍTULO I – CONCEPÇÕES TEÓRICAS</b> .....	18
1.1 CONTAGEM E SENSO NUMÉRICO.....	18
1.2 PERSPECTIVAS ACERCA DA HISTÓRIA DOS NÚMEROS: O PERCURSO POR ALGUMAS CIVILIZAÇÕES.....	21
1.3 A CONSOLIDAÇÃO DA HISTÓRIA DOS NÚMEROS PELO ENSINO DA MATEMÁTICA.....	37
.	
<b>CAPÍTULO II – APRENDIZAGEM DO SISTEMA NUMÉRICO</b> .....	39
2.1 CARACTERIZAÇÃO NUMÉRICA RELACIONANDO PCNS .....	39
2.2 SISTEMA NUMÉRICO NO ENSINO FUNDAMENTAL.....	41
2.3 CONJUNTOS NUMÉRIOS NO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO.....	45
<b>CAPÍTULO III – METODOLOGIA</b> .....	51
3.1 MÉTODO PROPOSTO.....	51
<b>3.1.1 Teoria da Aprendizagem Significativa</b> .....	55
<b>3.1.2 O Método da Engenharia Didática</b> .....	57
3.2 APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO.....	59
3.3 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	61
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	73
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	76

## INTRODUÇÃO

Os números são trabalhados em várias situações do cotidiano de qualquer indivíduo, deste modo, este trabalho se constitui em estudos voltados para a percepção de alunos do 1º ano do ensino médio sobre a importância de conteúdos matemáticos relacionando a aprendizagem dos conjuntos numéricos.

O conteúdo Conjuntos Numéricos normalmente é apresentado de maneira fragmentada e sem justificativas. Praticamente todos os livros utilizados nas escolas brasileiras, ao tratar dos números, fazem simplesmente classificá-los em um determinado tipo: se o número tem tal característica chama-se de natural, se tem outra característica é racional e assim por diante.

De maneira a relacionar a contextualização mencionada acima no capítulo I a presente dissertação, ainda no primeiro capítulo realiza-se uma abordagem em torno das concepções teóricas que cercam a origem e evolução dos números.

No primeiro ponto abordado realiza-se uma abordagem a respeito de contagem e senso numérico, sendo esta de extrema relevância para o processo de aprendizagem de conjuntos numérico, haja vista que, de modo contextual, de acordo com Jordan (*et al.*, 2006) o senso numérico é um conceito de fundamental importância para a área das dificuldades de aprendizagem na matemática, tanto no que diz respeito à intervenção como à prevenção.

Nessa linha, entende-se que um senso numérico pouco desenvolvido pode ser decorrente de uma representação ou processamento imaturo dos números, que ocasiona defasagens na compreensão e flexibilidade no uso do sistema numérico e acarreta problemas para o desenvolvimento de habilidades do tipo contagem, realização de operações, estimativas e cálculo mental, aspectos estes fundamentais para o desenvolvimento da fluência em matemática (GEARY, 2004).

Desse modo, por apresentar dificuldades no senso numérico, o aluno não interage de forma significativa com os contextos que envolvem número, o que acaba por acentuar suas dificuldades iniciais. Logo, é nessa linha de compreensão que adentra-se na importância de contextualizar os conhecimentos acerca do conjuntos numérico e seu processo evolutivo desde o Ensino Fundamental ao 1º ano do Ensino Médio.

Nesse segundo ponto perpassa-se pelas perspectivas acerca da história, enfatizando seu percurso pelas principais civilizações. Parte-se da observação que

para atender as necessidades e desafios do homem e da ciência, novas categorias de números foram surgindo e se juntando as existentes. Logo, demonstra-se que, com o passar do tempo por praticidade, surgiu a necessidade de agrupá-los, formando estruturas com características e propriedades comuns, que constituem os conjuntos numéricos.

Os egípcios e os maias também criaram seus sistemas numéricos. Ambos utilizavam símbolos e figuras; já os gregos, hebreus e romanos criaram uma forma eficiente de representar os números, utilizavam as letras para a contagem. O sistema indo-arábico foi criado pelos hindus e divulgado pelos árabes. Portanto, percebe-se que o ser humano a partir da necessidade de contar e calcular criou formas para facilitar esses processos.

Desse modo, o conceito de número é permeado demonstrando que seu entendimento pode estar associado com a capacidade de contar, uma vez que as primeiras sociedades humanas encontraram o problema de determinar qual dos dois conjuntos foi “maior” do que o outro, ou para saber exatamente quantos itens foram uma coleção de coisas. Esses problemas poderiam ser resolvidos pela simples contagem (ABREU, 1994).

O último item a ser abordado no primeiro capítulo refere-se a consolidação da história dos números pelo ensino da matemática, no qual a intenção é realizar uma discussão acerca de como o contexto evolutivo dos números, dos sistemas de numeração e dos conjuntos numéricos vem sendo trabalhados no âmbito do ensino de matemática.

Nesse sentido, a discussão justifica-se no fato de que, segundo Fiorentini (2001), a educação formal está passando por inúmeras mudanças, principalmente no que diz respeito às formas de interação dos alunos, logo, com a matemática não seria diferente e, desse modo, questões históricas vêm sendo cada vez mais abarcadas no campo da educação matemática, isso aliadas com o saber e a informação.

No Ensino Fundamental, base de todo o sistema educacional, tem sido questionado e discutido o perpasso de informações históricas no ensino da matemática nos Anos Iniciais, o qual, para muitos, é ainda entendido como uso de técnicas operatórias e simples memorização que se fazem com e a partir de escritas mecânicas e sem sentido. Nessa abordagem, o ambiente é de repetição, cópia, reprodução, o que por consequência não garante um aprendizado para o aluno, e

contribui, consideravelmente, no aumento dos índices do fracasso escolar (FIORENTINI,2001).

Adiante, explicita-se o segundo capítulo da presente dissertação, que intitulado “Aprendizagem do sistema numérico” realiza uma abordagem referente aos pontos que se associam ao processo de captação de conhecimentos acerca das concepções que cercam o ensino dos sistemas de numeração.

O primeiro ponto a ser abordado é a caracterização numérica relacionando PCNS, considerando o que se deve ser ensinado aos alunos e a forma como se deve ensinar, além de observar os aspectos cognitivos e as questões relacionadas a essa aprendizagem, perpassando por aspectos que são considerados elementos essenciais da prática pedagógica.

Esses parâmetros, têm como princípios, apontar metas de qualidades para que o aluno, no desenvolver de sua vida escolar e pós-escolar, possa enfrentar o mundo como cidadão participativo, que reflita constantemente diante de qualquer situação e tenha autonomia para decidir a seu respeito e sobre seu meio, também buscam nortear o sistema educativo no sentido de que o processo ensino e aprendizagem seja voltado exclusivamente ao aluno, pois “agora ele é reconhecido como sujeito capaz de construir conhecimento, ocupa o centro do papel de formação” (FARIAS, 2009 p. 43).

Os PCNS de matemática talvez sejam os que mais podem influenciar os professores para esses princípios, pois a história do ensino dessa disciplina é tida como algo acessível a poucos e estranho ao mundo do educando, mas, por outro lado, essa disciplina é conhecida por ser a primeira forma de escrita e a cada nova descoberta matemática, mostra uma revolução na história da humanidade, e segundo o documento é importante destacar que a matemática deverá ser vista pelo aluno como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua sensibilidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação.

Com essas novas concepções de que o ensino da matemática passe de um ensino quase que totalmente abstrato para um modo mais relacionado com a realidade, faz-se necessário que no ensino da matemática o aluno se torne um dos agentes do processo de ensino e aprendizagem, através de seus conhecimentos pré-adquiridos. “A matemática deve ser trabalhada envolvendo conhecimentos anteriores e em correspondência com o desenvolvimento psicogenético da criança” (FARIAS, 2009, p. 20).

Sequentemente, o segundo capítulo abarca o sistema numérico no Ensino Fundamental, objetivando contextualizar o objetivo proposto que é realizar uma abordagem perceptiva no 1º ano do Ensino Médio. Nessa linha, parte-se do pressuposto que, para a realização de uma pesquisa desta natureza é necessário entender o processo de formação anterior e o objetivo geral nele contido, levando em consideração que o aluno durante e após sua vida escolar deve analisar informações relevantes do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número de relações entre elas, fazendo uso do conhecimento matemático para interpretá-las e avalia-las criticamente.

Contudo, no viés do Ensino Fundamental é importante destacar que a Matemática deverá ser vista pelo aluno como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua sensibilidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação.

A partir do exposto, adentra-se no ponto crucial do referencial teórico desta dissertação que são conceitos relacionados a conjuntos numéricos do 1º ano do Ensino Médio, sendo que, percebe-se que a tarefa de introduzir os conceitos numéricos não é tarefa fácil para o professor de matemática do Ensino Médio, pois apesar de serem tratados na maioria dos livros didáticos, o conhecimento que o professor traz deve ser avançado, para que tenha consciência de que tais afirmações são de difícil transposição para a escola mas mesmo assim devem ter a sua importância ressaltada pelo professor.

O terceiro capítulo, cuja proposta é descrever os procedimentos metodológicos elencados neste trabalho. Em resumo, foi realizada uma inter-relação entre a Teoria da Aprendizagem Significativa e o Método da Engenharia Didática, caracterizando-se por ser investigativo de delineamento quantiquantitativo.

Como aporte, a pesquisa ainda foi subsidiada pelo filme “A história do número um”, pois nessa linha de entendimento a utilização da tecnologia na sala de aula tanto possibilita a inovação na prática de ensino e aprendizagem, como viabiliza a circulação de informações de forma atrativa.

Portanto, o uso dos recursos midiáticos, em especial o vídeo, inegavelmente, possibilita o despertar da criatividade à medida que, estimula a construção de aprendizados múltiplos, em consonância com a exploração da sensibilidade e das emoções dos alunos, além de contextualizar conteúdos variados. A partir desse

conjunto de possibilidades, o educador pode conduzir o educando a aprendizados significativos que fomentem princípios de cidadania e de ética.

Nessa perspectiva, realiza-se duas abordagens significativas, sendo a Teoria da Aprendizagem Significativa e o Método da Engenharia Didática. A Teoria Significativa da Aprendizagem foi idealizada por David Paul Ausubel que por sua vez, nasceu em 1918 e faleceu em 2008. Foi médico, psicólogo, psiquiatra, educador, escritor e professor destas áreas. Filho de judeus, cresceu insatisfeito com a educação que recebera.

De acordo com Yamazaki (2008) Ausubel dizia que a educação é violenta e a escola, uma prisão. Era contra a aprendizagem mecânica e dedicou-se a encontrar uma educação fundamentada na estrutura cognitiva. Foi professor de inúmeras universidades, inclusive da Universidade de Campinas em 1976, Universidades do Rio de Janeiro e Universidade de São Paulo em 1979.

Seus principais interesses em psiquiatria foram psicopatologia geral, o desenvolvimento do ego, toxicodependência, e psiquiatria forense, psicologia do desenvolvimento e da educação. Publicou cerca de 22 livros e mais de 150 artigos em revistas especializadas. Aposentou-se da vida profissional em 1994. Escreveu ainda quatro livros.

Para Ausubel a Teoria Significativa da Aprendizagem se concretiza como um processo que se caracteriza pela interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, e que essa interação é não-literal e não-arbitrária. Nesse processo, os novos conhecimentos adquirem significado para o sujeito e os conhecimentos prévios adquirem novos significados ou maior estabilidade cognitiva. Segundo Yamazaki (2008), Ausubel define a aprendizagem como um dos principais aspectos do desenvolvimento humano.

Isto posto, o outro ponto de contribuição para a composição do delineamento metodológico é o método da Engenharia Didática, uma vez que por meio deste método é possível colocar a importância de uma aprendizagem significativa de conceitos matemáticos voltados para a vida real. Esse novo método de ensino comprova que o aluno tem a capacidade de compreender entender, ou resolver um problema matemático de várias maneiras. Por isso a Engenharia Didática é encarada como uma metodologia de pesquisa científica e se compõe de diferentes formas.

Entretanto, segundo Astolfi (1995), a noção de Engenharia Didática emergiu na Didática da Matemática (enfoque da didática francesa) no início dos anos 80, uma

forma de trabalho didático comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, se apoia em conhecimentos científicos de seu domínio, aceita se submeter a um controle de tipo científico, mas ao mesmo tempo, é obrigado a trabalhar objetos mais complexos que os objetos depurados da ciência. Portanto, a Didática em Educação Matemática concebe o trabalho do pesquisador similar ao de um engenheiro subdividindo os componentes sem sala de aula, com o uso das sequências didáticas.

O termo pode também ser usado para designar a aplicação planejada de uma sequência didática em um grupo de alunos. Entre os estudiosos do tema, se destaca a pesquisadora francesa Michèle Artigue, uma matemática francesa e uma das responsáveis pelo estabelecimento do método e teoria da Engenharia Didática em Educação Matemática.

Por fim, realiza-se a explanação da aplicação dos questionários que foram aplicados em dois momentos, sendo o primeiro baseado nos conhecimentos adquiridos com o filme “A história do número um” e o segundo momento corresponde a busca pela percepção dos alunos sobre a importância dos conteúdos matemáticos e suas aplicações, cujo enfoque é a aprendizagem dos sistemas de numeração e conjuntos numéricos, para desse modo, discorrer as considerações finais.

## CAPÍTULO I – CONCEPÇÕES TEÓRICAS

Na pré-história, a relação do ser humano com as quantidades da natureza não se estabelecia de modo racional, por meio de uma abstração, mas a uma espécie de sentido qualitativo. Esse sentido, refere-se simplesmente a capacidades de distinção entre o muito e pouco, e o pequeno e o grande. Nesta premissa, este capítulo realizará uma abordagem teórica acerca das concepções teóricas ligadas a contextualização e origem evolutiva dos números.

### 1.1 CONTAGEM E SENSO NUMÉRICO

Os homens primitivos não tinham necessidade de contar, pois o que precisavam para a sua sobrevivência era retirado da própria natureza. A necessidade de contar começou com o desenvolvimento das atividades humanas, quando o homem foi deixando de ser pescador e coletor de alimentos para fixar-se no solo (COBIANCHI, 2006).

Entretanto, o homem começou a plantar, produzir alimentos, construir casas, proteções, fortificações e domesticar animais, usando os mesmos para obter a lã e o leite, tornando-se criador de animais domésticos, o que trouxe profundas modificações na vida humana.

As primeiras formas de agricultura de que se tem notícia, foram criadas há cerca de dez mil anos na região que hoje é denominada Oriente Médio. Para melhor entender, segundo Caraça (1984, p. 121):

A agricultura passou então a exigir o conhecimento do tempo, das estações do ano e das fases da Lua e assim começaram a surgir as primeiras formas de calendário. No pastoreio, o pastor usava várias formas para controlar o seu rebanho. Pela manhã, ele soltava os seus carneiros e analisava ao final da tarde, se algum tinha sido roubado, fugido, se perdido do rebanho ou se havia sido acrescentado um novo carneiro ao rebanho. Assim eles tinham a correspondência um a um, onde cada carneiro correspondia a uma pedrinha que era armazenada em um saco.

No caso das pedrinhas, cada animal que saía para o pasto de manhã correspondia a uma pedra que era guardada em um saco de couro. No final do dia, quando os animais voltavam do pasto, era feita a correspondência inversa, onde, para cada animal que retornava, era retirada uma pedra do saco. Se no final do dia

sobrasse alguma pedra, é porque faltava algum dos animais e se algum fosse acrescentado ao rebanho, era só acrescentar mais uma pedra (CARAÇA, 1984).

A palavra que utilizada atualmente, cálculo, é derivada da palavra latina *calculus*, que significa pedrinha. Desse modo, a correspondência unidade a unidade não era feita somente com pedras, mas eram usados também nós em cordas, marcas nas paredes, talhes em ossos, desenhos nas cavernas e outros tipos de marcação. Os talhes nas barras de madeira, que eram usados para marcar quantidades, continuaram a ser usados até o século XVIII na Inglaterra. A palavra talhe significa corte. Hoje em dia, usamos ainda a correspondência unidade a unidade (COBIANCHI, 2001).

Nessa via de desenvolvimento, usar algarismos como 1, 2, 3 parece tão comum e tão evidente que, por algumas vezes, as razões da sua natural utilidade foram deixadas de lado, fazendo parecer que qualquer indivíduo já nasce com essa aptidão. Os estudos de Oliveira (2008) expõem que para falar sobre números é necessário recordar as dificuldades de seu aprendizado, e perceber que na verdade se trata de algo inventado e que, para aprender é preciso que seja transmitido, ou seja, é preciso mostrar o símbolo e relacioná-lo a certa quantidade.

Logo, pode-se compreender que o modo para contagem utilizado atualmente não é o mesmo e que este perpassou por uma jornada evolutiva. Contar não é algo que já se nasce sabendo, pois ainda de acordo com Oliveira (2008) a contagem se inicia através de uma correspondência um a um, conforme exposto anteriormente. Desse modo:

A correspondência um a um nos permite abranger vários números sem necessitar contar ou nomear as quantidades envolvidas. Graças a essa correspondência é que podemos perceber uma quantidade qualquer mesmo se a linguagem, a memória ou o pensamento abstrato falharem (OLIVEIRA, 2008, p. 3).

Por outro lado, segundo os pressupostos de Ifrah (1996), os índios da Austrália determinavam os dias e outras quantidades usando os dedos, o cotovelo, o ombro, a orelha e o olho; e dependendo do caso usavam mais partes do corpo ou usufruíam deste artifício mais vezes.

Diante do exposto, conclui-se que a partir do momento que o homem começa a utilizar o seu próprio corpo para determinar uma quantidade, falta pouco para aprender a contar. Com isso deixa de existir somente a relação um a um e começa a

relação de ordem, e quando o homem faz essa relação de ordem ele está no caminho para aprender a contar, abstrair o conceito de número, ou seja, enumerar. Com o passar do tempo, as quantidades foram representadas por expressões, gestos, palavras e símbolos, sendo que cada povo tinha a sua maneira de representação.

Entretanto, conceitualmente, a contagem não é uma aptidão natural. Para maior entendimento, destaca-se que algumas espécies animais são mais ou menos dotadas de uma espécie de sensação numérica, porém, isso não quer dizer que eles saibam contar como humanos (OLIVEIRA, 2008). Nesse contexto, adentra-se no contexto e entendimento da noção de senso numérico.

A expressão “senso numérico” foi introduzida por Tobias Dantzig (1970, p.15) e segundo o autor:

O homem, mesmo nos estágios mais inferiores de desenvolvimento, possui uma faculdade que, à falta de melhor nome, chamarei de senso numérico. Essa faculdade lhe permite reconhecer que algo mudou em uma pequena coleção quando, sem seu conhecimento direto, um objeto foi retirado ou acrescentado ao conjunto.

Todavia, em linhas evolutivas, não há consenso na literatura com relação ao conceito de senso numérico. De um modo geral, este se refere à facilidade e à flexibilidade das crianças com números e à sua compreensão do significado dos números e ideias relacionadas a eles.

Autores como Berch (2005) analisaram uma série de estudos que englobavam o conceito de senso numérico, nas áreas de desenvolvimento cognitivo e educação matemática e, como resultado, compilou várias características presumíveis de compõem este conceito, dentre as quais pode ser citadas a consciência, intuição, reconhecimento, conhecimento, habilidade, desejo, sentimento, expectativa, processo, estrutura conceitual ou linha numérica mental.

Desse modo, Nunes e Bryant (1997, p12) destacam que possuir senso numérico permite que o indivíduo possa alcançar:

Desde a compreensão do significado dos números até o desenvolvimento de estratégias para a resolução de problemas complexos de matemática; desde as comparações simples de magnitudes até a invenção de procedimentos para a realização de operações numéricas; desde o reconhecimento de erros numéricos grosseiros até o uso de métodos quantitativos para comunicar, processar e interpretar informação.

Um senso numérico bem desenvolvido é refletido na habilidade de um indivíduo de estimar quantidade, reconhecer erros em julgamentos de magnitude ou de medida, fazer comparações quantitativas do tipo, maior do que, menor do que e equivalência. Pessoas com senso numérico desenvolvido têm uma compreensão do que os números significam (GERSTEN; CHARD, 1999).

Neste sentido, o conceito de senso numérico aproxima-se do conceito de numeralização apresentado por Nunes e Bryant (1997) em que ser numeralizado significa uma familiaridade com números e uma capacidade de usar habilidades matemáticas que permitam enfrentar as necessidades diárias. Significa, também, uma habilidade de apreciar e compreender informações que são apresentadas em termos matemáticos, como gráficos, tabelas e mapas, por exemplo. Juntos, estes aspectos indicam que a pessoa numeralizada deveria ser capaz de entender as formas por meio das quais a matemática pode ser usada como um meio de comunicação.

Com base nas definições apresentadas, a compreensão de senso numérico leva ao entendimento que este é uma forma de interagir com os números, com seus vários usos e interpretações, possibilitando ao indivíduo lidar com as situações diárias que incluem quantificações e o desenvolvimento de estratégias eficientes para lidar com problemas numéricos.

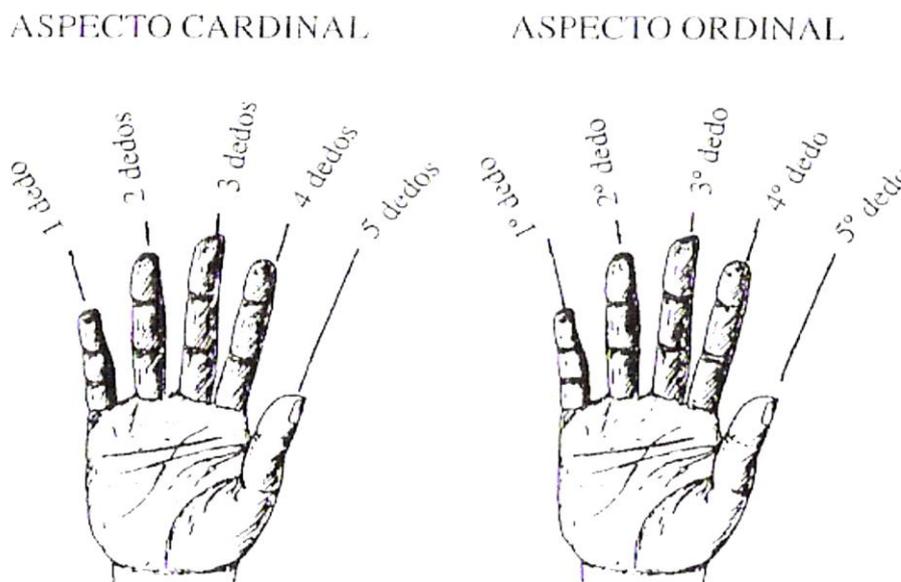
Portanto, pode-se entender que, não importa qual seja a aptidão Matemática de uma pessoa, ela apresenta um senso numérico natural e uma capacidade aritmética rudimentar. Todavia, Ifrah (1996) deixa claro que o senso numérico não pode ser confundido com a contagem, pois a contagem é um atributo exclusivamente humano, apesar de algumas espécies irracionais possuírem um rudimentar senso numérico semelhante.

## 1.2 PERSPECTIVAS ACERCA DA HISTÓRIA DOS NÚMEROS: O PERCURSO PELAS PRINCIPAIS CIVILIZAÇÕES

A diferença entre um animal e muitos, entre uma flor e um buquê, sugerem que um animal ou uma, um carneiro e uma árvore têm em comum sua unicidade, da mesma maneira se pode observar que certos grupos, como os pares, podem ser postos em correspondência um a um ou as mãos podem ser relacionadas com os pés. Essa percepção de uma propriedade abstrata que certos grupos têm em comum pode ser chamada de número (OLIVEIRA, 2008).

Todavia, o conceito de número inteiro tem dois aspectos, dentre os quais podem ser diretamente relacionados o cardinal e o ordinal, expressos na figura abaixo:

**Figura 1** – Representação dos aspectos Cardinal e Ordinal



**Fonte:** <https://www.google.com.br/search?q=aspecto+cardinal+e+aspecto+ordinal&source>.

O cardinal que é baseado somente no princípio da equiparação, ou seja, indica o número ou a quantidade dos elementos de um conjunto (1,2,3,4, ...), já o ordinal introduz ordem e dá a ideia de hierarquia (primeiro, segundo, terceiro, ...).

Desse modo, no momento em que o ser humano começou a abstrair os números e aprendeu a distinção entre o número cardinal e o número ordinal, ele continua usando pedras, conchas, pauzinhos, etc., mas considerando esses instrumentos símbolos numéricos, e com esses instrumentos começa a assimilar, guardar, diferenciar ou combinar números inteiros (OLIVEIRA, 2008).

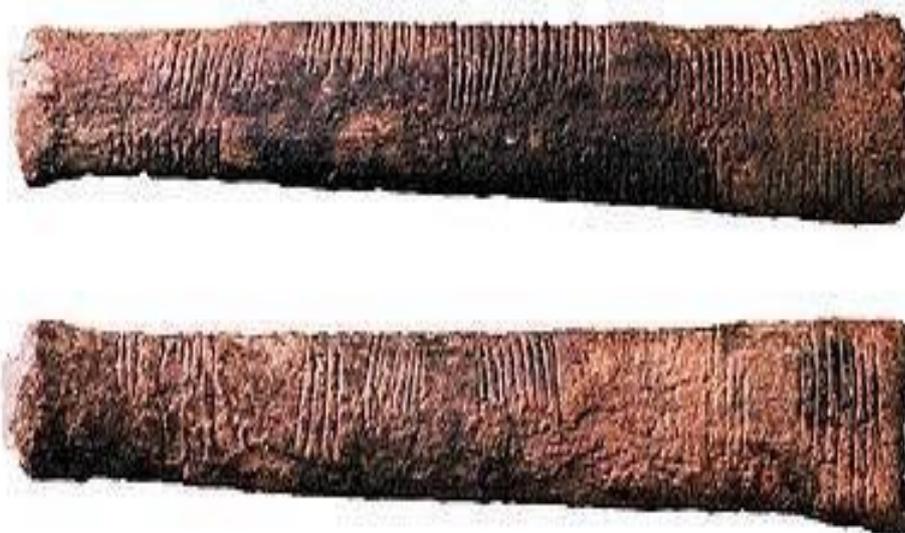
No entanto, a noção de conjunto numérico conhecida pode ser construída segundo Lima (2011) por meio de um sistema de axiomas específicos, que não costuma ser de fácil compreensão a todos, talvez por que sua forte abstração nos primeiros contatos com os aprendizes tende a dificultar essa compreensão. Por outro lado, uma breve síntese sobre o surgimento dos conjuntos numéricos e sobre a necessidade humana de ter que fazer cálculos cada vez mais complexos, desde o surgimento do primeiro número até os dias atuais é eminente a melhor da relação de ensino-aprendizagem.

Da mesma forma, a história mostra que a ideia de conjunto surge da invenção da aritmética logo após a invenção do número um, em uma data ainda incerta. Para Lima (2011, p. 03):

[...] um conjunto é formado por elementos, os elementos definem um conjunto, essa noção de conjuntos é a mais fundamental, pois toda a matemática atual é formulada na linguagem de conjuntos e a partir dela todos os conceitos matemáticos podem ser expressos.

O ser humano passou a contar, registrar e agrupar unidades da mesma forma em diversas partes do mundo, porém, de maneiras diferentes. As culturas aos quais se tem registros mostram que a humanidade descobriu a noção de unidade e a partir dela e usando diferentes técnicas de agrupamento foram evoluindo até que chegasse a formar de acordo com suas necessidades econômicas e/ou religiosas, um sistema de numeração. Não se tem uma data precisa para quando cada sociedade descobriu seu número “um”, alguns registros como o osso de Ishango encontrado no Congo, foi datado entre vinte mil e dez mil anos a. C., nele há sessenta cortes em um lado, sessenta no outro e no verso os números estão agrupados em quantidades iguais.

**Figura 2** – Osso de Ishago



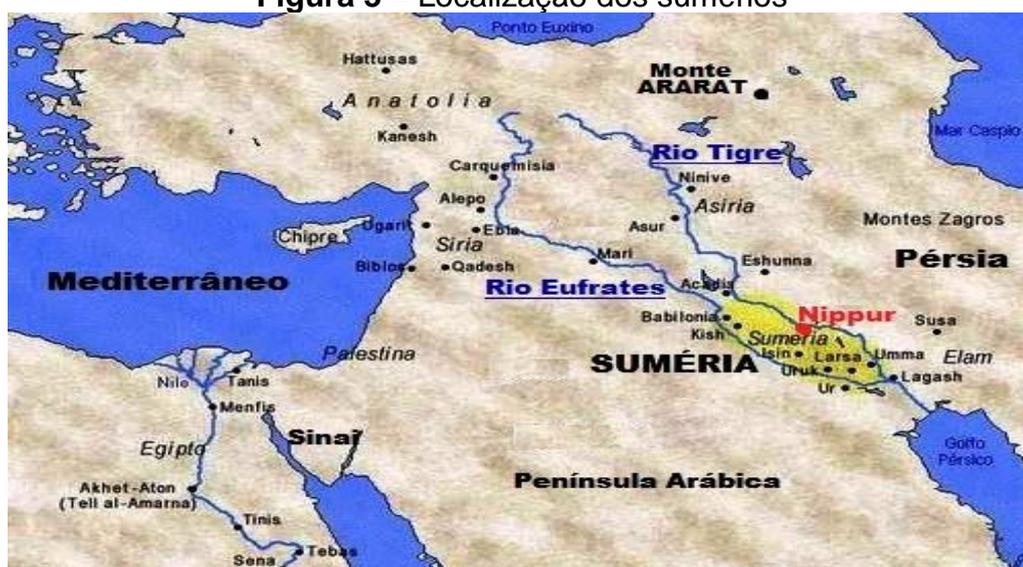
**Fonte:** [https://www.ime.usp.br/~dpdias/2014/MAT1514%20Numeracao\(Texto%20MariaElisa\).pdf](https://www.ime.usp.br/~dpdias/2014/MAT1514%20Numeracao(Texto%20MariaElisa).pdf)  
Algumas das suposições tentam relacionar as marcas com possíveis registros de ciclos lunares, sendo também considerada a hipótese de que algumas das marcas teriam se desgastado com o tempo. Nessa região os seres humanos tinham a ideia

de sucessor e de agrupamento, e conseqüentemente já haviam descoberto a aritmética e a noção de conjunto.

Partindo do ponto que o ser humano teve suas primeiras noções de conjunto, de poder agrupar coisas e representá-las, o homem pôde montar suas bases, saiu das cavernas e passou a construir, primeiro foram suas casas e depois as primeiras vilas e cidades. E como cada descoberta matemática leva a uma revolução local, as mudanças que surgem necessitam de mais conhecimento. E a partir dessas mudanças, surge a necessidade de mais números para representar os novos conjuntos.

Sequentemente, adentra-se no sistema de numeração babilônico. Os sumérios são o povo mais antigo da mesopotâmia e habitaram a região dos vales dos rios Tigres e Eufrates. Lá fundaram cidades como Lagash, Uruk, Ur, Larsa e Eridu, eram cidades-estados independentes, sua economia se baseava em técnicas avançadas de agricultura para época, talvez por ser um dos primeiros povos a desenvolver um sistema de numeração com operações de adição, subtração e outras operações mais complexas (IFRAH, 1992). Também lhe são atribuídas a invenção da roda e a invenção da escrita, sendo o primeiro texto silábico redigido no mundo, a fim de oficializar transações comerciais.

**Figura 3 – Localização dos sumérios**



Fonte: <https://www.google.com.br/search?biw=1366&bih=rio+eufrates+sum%1PblrqnvwpI2LM>

Por volta do ano 4000 a.C. passaram a dar forma ao número um, deixando de fazer riscos em paus e ossos e passaram a um formato de cone. Essa forma concreta

do número facilitou os cálculos por parte dos sumérios e foi possível realizar a operação inversa da adição, a subtração, e com isso também descobriram a aritmética (COBIANCHI, 2006).

Apesar de ser difícil determinar a data da criação do primeiro número segundo a arqueóloga Keth Devlin (2005), foi possível determinar o período em que eles deixaram de ser riscos em ossos e madeira e passaram a ter forma física (tokens), com eles a representação de quantidades e operações fundamentais na Matemática passaram a ser possíveis. Devlin (2005) ainda afirma que nessa época, na Baixa Mesopotâmia, houve um grande aumento da população e, para controlar a vida das pessoas e os insumos necessários à sobrevivência, foi necessário o surgimento de novos números, nesse período houve o desenvolvimento dos números naturais e a provável noção de número inteiro, pois já era possível fazer subtrações usando os tokens.

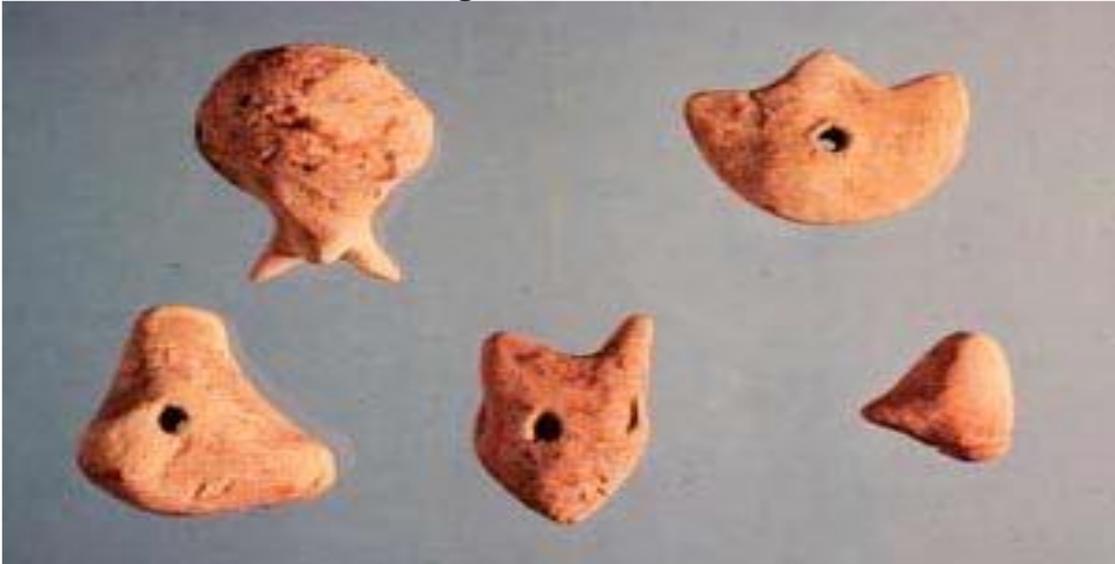
Entretanto, a referida civilização não usava símbolos para representar o zero, sua indicação era segundo Centurión (1994, p. 25):

Como pode ser notado os sumérios não tinham um símbolo para ocupar uma casa vazia, ou seja, um símbolo para o zero. Eles deixavam um espaço para diferenciar as posições dos agrupamentos, mas certamente isso causava confusões.

Tratava-se de uma maneira de contar bem diferente da que se conhece, pois não se representavam os números como são conhecidos, mas usavam-se instrumentos particulares para contar cada tipo de insumo: jarras de óleo eram contadas com ovóides, pequenas quantidades de grãos, com esferas. Os tokens eram usados em correspondência com o que contavam, uma jarra de óleo era representada por um ovoide; duas jarras, por dois ovóides e assim por diante. Devlin (2005, p. 121) afirma que:

Tokens eram pequenos objetos modelados em argila em várias formas geométricas usadas para contar e contabilizar bens. Eles permaneceram em uso durante 5.000 anos com pouca mudança, exceto no auge das cidades, quando os tipos se multiplicaram. Os tokens representaram um avanço na comunicação. Eles constituíram o primeiro código, o primeiro sistema de sinais para comunicação. Eles tornaram possível lidar simultaneamente com vários tipos de dados, permitindo assim o processamento de um volume e complexidade de informações nunca alcançadas anteriormente. Tokens funcionaram como uma extensão do cérebro humano para coletar, manipular, armazenar e recuperar dados. Por sua vez, o processamento de um volume crescente de dados levou as pessoas a pensar em maior abstração.

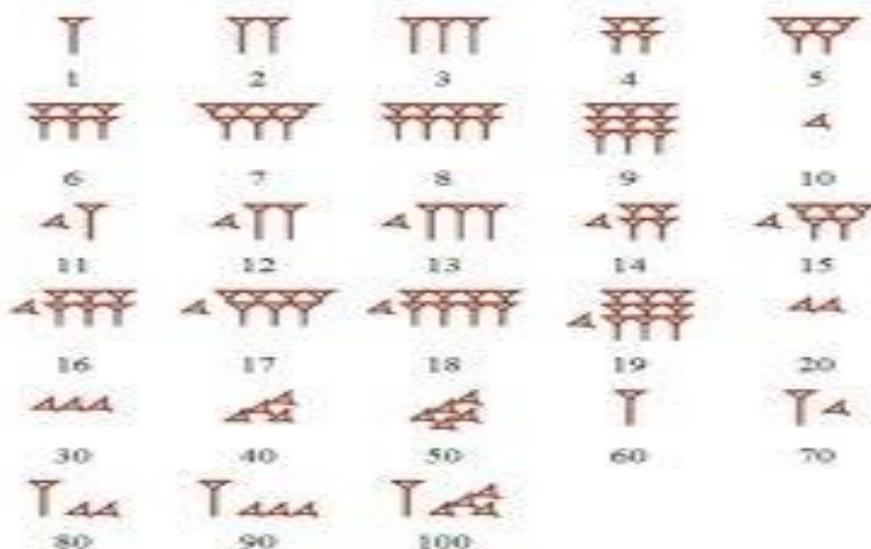
**Figura 4 – Tokens**



**Fonte:** <https://www.google.com.br/search?=%tokens+mesopot%C3%A2mia&oq=mesopot%C3%A2mia>

Nessa mesma via Devlin (2005) relata o surgimento da escrita cuneiforme, sendo que esta surge da necessidade da evolução para uma nova forma de representar matematicamente um grande número de dados. No sistema de numeração posicional cuneiforme escrito em argila, é possível observar que os símbolos repetem-se mudando apenas de posição, dando forma ao sistema posicional sexagesimal, conforme imagem abaixo:

**Figura 5 – Modelo de escrita cuneiforme**



**Fonte:** <https://www.google.com.br/search?q=sistema+posicional+sexagesimal=9GkJ6cb8DZc36M>

Portanto, este era um sistema usado nos textos matemáticos e astronômicos e era essencialmente um sistema posicional, ainda que o conceito de zero não estivesse plenamente desenvolvido. Muitas das tábuas babilônicas indicam apenas um espaço

entre grupos de símbolos quando uma potência particular de 60 não era necessária, de maneira que as potências exatas de 60 envolvidas devem ser determinadas, em parte, pelo contexto (OLIVEIRA, 2008).

Posteriormente, outra civilização que contribuiu fortemente para a evolução numérica foram os egípcios. Os antigos egípcios firmados desde o ano 3000 a.C. nas margens do rio Nilo, tem uma evolução considerada significativa. Suas necessidades agrícolas foram as principais influencias para que eles desenvolvessem seu sistema de numeração, e foram adaptando o número um e formando seu sistema de numeração (OLIVEIRA, 2008).

**Figura 6 – Egito antigo**



**Fonte:** <https://www.google.com.br/search?q=egito+antigo+localiza%C3%A7%C3%A3o&source>

Oliveira (2008) ainda explicita que seu sistema de numeração é decimal, e diferente dos babilônios não é posicional e sim aditivo. O número um era representado por uma barra vertical e os números de 2 a 9 pela adição de outra barra vertical ao seu antecessor. Nesse sistema, o traço representava a unidade, o sinal em forma de alça representava a dezena, o sinal parecido com uma corda enrolada representava a dezena, a flor de lótus com seu talo (planta sagrada no Egito antigo) representava a

milhar, o dedo dobrado representava a dezena de milhar, o girino representava a centena de milhar e a figura ajoelhada representava a centena de milhar.

**Figura 7 – Sistema decimal egípcio**

I	II	III	IIII	IIIII	IIIIII	IIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIIIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9
								
10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000			

**Fonte:** <https://www.google.com.br/search?q=Sistema+decimal+eg%C3%CM>

**Figura 8 – Interpretação dos símbolos**

	→ traço vertical
	→ osso de calcânhar, alça
	→ corda enrolada, laço
	→ flor de lótus
	→ dedo dobrado
	→ girino
	→ figura ajoelhada, deus

**Fonte:** <https://www.google.com.br/search?q=simbologia+eg%C3%CM>

É perceptível que assim como os babilônios, os egípcios partiram da noção do número um, e foram formando seu sistema de numeração por agrupamento de outros uns para construção de seus sucessores.

Como a civilização egípcia foi se desenvolvendo por muitos e muitos anos, a matemática foi evoluindo também e os símbolos que representavam tanto números decimais quanto as frações foram mudando com o passar do tempo. Os registros deste legado histórico e matemático para a humanidade foram encontrados em papiros antigos que representavam as contas cotidianas do povo egípcio, e mostram a profundidade da compreensão do mundo que eles tinham na época.

Sequentemente, adentra-se nos conhecimentos da civilização considerada como percussora no campo da democracia e da filosofia, a civilização grega, que tem renome, pois os gregos foram os responsáveis pelo desenvolvimento de algumas ciências, como a medicina e a matemática.

Os números, portanto, também eram utilizados por essa antiga civilização. Cerca de 3.300 anos atrás, os gregos fizeram algumas modificações no sistema de numeração que utilizavam, no qual os números eram representados pelas letras iniciais de seus nomes. É como representar o número 1 com a letra A, o número 5 com a letra J e assim por diante (BOYER, 1996). A partir das mudanças, surgiu o novo sistema numérico, no qual possuía todas as letras do alfabeto grego mais três letras do alfabeto fenício que eram utilizadas como símbolos numerais.

No entanto, Dantzig (2002) ressalta que, de um modo geral, parecem ter existido dois sistemas principais de numeração na Grécia: um, provavelmente mais antigo, é conhecido como notação ática, e o outro é chamado sistema jônico. Ambos, quanto aos inteiros, são em base dez, mas o primeiro é mais primitivo, sendo baseado em um simples.

Assim como os demais povos indo-europeus os gregos utilizavam um sistema numeral de base 10. O mais antigo desse sistema, baseava-se na combinação e repetição de símbolos para a unidade, a dezena, a centena e o milhar. No sistema ático, os números de um a quatro eram representados por riscos verticais e repetidos. Para o número cinco adotou-se um novo símbolo –  $\Gamma$  – pela inicial de pente (que significa cinco). Para os números de seis a nove, o sistema ático combinava o símbolo  $\Gamma$  com riscos unitários. Para números de base 10, as letras iniciais das palavras correspondentes eram usadas –  $\Delta$  para dez (deka), H para cem (Hekaton),  $\chi$  para mil (khilioi), e M para dez mil (myrioi) (DANTZIG, 2002).

Por outro lado, o sistema de numeração jônio começou a ser usado provavelmente por volta do 5 séc. a.C. Este esquema utilizava 27 letras do alfabeto, sendo 9 para os inteiros menores que 10, 9 para os múltiplos de 10 inferiores que 100

e 9 para os múltiplos de 100 inferiores a 1000. O alfabeto grego clássico possui apenas 24 letras, por isso foi usado um alfabeto mais antigo, que incluía três letras tradicionais arcaicas – Ϛ (vau, digama ou stigma), Ϟ (koppa ou kopa) e ϗ (san ou sampi), onde era possível escrever com letras maiúsculas e letras minúsculas, desta forma:

**Figura 9** – Sistema de numeração grega

UNIDADES				DEZENAS				CENTENAS			
Α	α	alfa	1	Ι	ι	iota	10	Ρ	ρ	rô	100
Β	β	beta	2	Κ	κ	kapa	20	Σ	σ	sigma	200
Γ	γ	gama	3	Λ	λ	lambda	30	Τ	τ	tau	300
Δ	δ	delta	4	Μ	μ	mu	40	Υ	υ	upsilon	400
Ε	ε	epsilon	5	Ν	ν	nu	50	Φ	φ	phi	500
Ϛ	Ϛ	digama	6	Ξ	ξ	ksi	60	Χ	χ	khi	600
Ζ	ζ	zeta	7	Ο	ο	ômicron	70	Ψ	ψ	psi	700
Η	η	eta	8	Π	π	pi	80	Ω	ω	ômega	800
Θ	θ	teta	9	Ϟ	Ϟ	kopa	90	ϗ	ϗ	san	900

Fonte: <https://www.google.com.br/search?q=sistema+num%C3%A9rico+grego&source>

Quando um número ultrapassava 1000, colocava-se um pequeno sinal, também semelhante ao acento agudo, porém embaixo e à esquerda da sequência de símbolos. Assim, para representar números maiores que 10.0 era usado o símbolo Μ (miríade) de 10.0 abaixo do numeral a ser multiplicado.

Por conseguinte, a civilização romana entra em destaque. Segundo Gundlach (1992), nas inscrições mais antigas feitas em monumentos de pedra, o “um” era indicado por um traço vertical, o “cinco” era representado por V, talvez representando uma mão, o “dez” era representado por X que naturalmente sugere dois “V’s”. Não existe nenhuma informação segura para a origem de L para “cinquenta”.

Gundlach (1992) ainda explica que a palavra romana para “uma centena” era *centum*, e a palavra para “um milhar” era *mille*, e talvez por isso tenham sido usados o C para “uma centena” e o M para “um milhar”, também era usado o símbolo < | >

par “um milhar”, o que pode ter originado o D para “cinco centenas” se pensarmos no formato da parte dianteira deste símbolo que também era usado para “um milhar”. Pode-se verificar algumas representações numéricas românicas na imagem abaixo:

**Figura 10** – Numerais Romanos

SÍMBOLO	I	V	X	L	C	D	D
VALOR	1	5	10	50	100	500	1 000

**Fonte:** Autor da Pesquisa

Todavia, é cabível ressaltar que nesse sistema, somente os símbolos I, X, C, M podem ser repetidos até três vezes. Então, o número 15 é XV (10+5) e não VVV (5+5+5).

Ainda em contexto evolutivo, apresenta-se o Sistema de numeração chinês-japonês. Sistema multiplicativo de base 10 que utiliza nove numerais e símbolos adicionais para os componentes de valor relativo (local) das potências de dez (GUNDLACH, 1992).

O sistema numérico chinês é caracterizado pela escrita ideográfica, nesta escrita utilizamos símbolos e desenhos para representá-la. Como a China possui uma civilização milenar, ao longo do tempo sua história em relação aos números foi sendo construída, havendo dessa forma mais de um sistema de numeração (GUNDLACH, 1992). Os chineses desenvolveram sistemas de numeração que podem ser considerados do tipo híbrido ou posicional.

Nesse entendimento Gundlach (1992) ainda explicita que o sistema numérico chinês do tipo híbrido é tido como um sistema de numeração tradicional não posicional. Sendo considerado híbrido por possuir os operadores relacionados ao produto e à soma. Nesse sistema, a base é decimal e possui ideográficos específicos para os números de 1 a 9 e para as potências da base 10 até 10.000. A leitura era realizada na vertical, pois, por não possuir papel, a escrita era realizada em placas de bambu. Esse sistema não possibilita a representação de qualquer número, principalmente números com maior ordem de grandeza, além disso, era difícil realizar contas relacionadas à aritmética.

**Figura 11** – Sistema tradicional de numeração híbrido

零	0	八	8		一
一	1	九	9	五	千
二	2	十	10	百	九
三	3	百	100	零	百
四	4	千	1000	八	四
五	5	萬	10000	508	十
六	6	億	100000		三
七	7	兆	1000000		1943

Fonte: <http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/numeracao-chinesa.htm>

Em linha cronológica outra civilização que foi de extrema relevância para o desenvolvimento dos números foram os Maias. O grande avanço dos maias começou por volta do século IV d.C., sendo que a Matemática era uma de suas pedras angulares. Uma das mais notáveis entre as suas realizações foi o desenvolvimento de um sistema de numeração vigesimal (base 20) com notação posicional e um símbolo especial para o zero (OLIVEIRA, 2008).

Os maias foram uma civilização mesoamericana pré-colombiana eles se estabeleceram na região da península de Iucatã no golfo do México e segundo Cobianchi (2006, p.197) “[...] eles se estabeleceram nessa região por volta do ano 700 a.C., essa sociedade herdou vários elementos das culturas dos povos que habitavam essa região como por exemplo os Almecas”.

Nesse sentido, Cobianchi (2006) afirma que por volta do ano 300 da nossa era, os maias já habitavam extensas regiões, conhecidas hoje como Guatemala, Honduras e México.

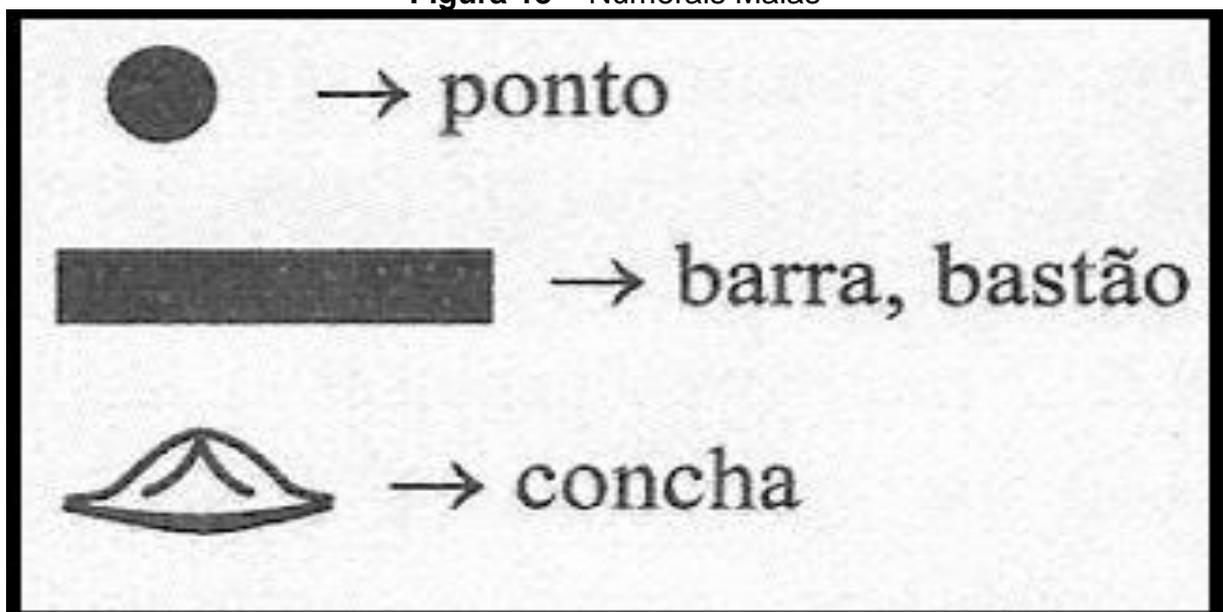
**Figura 12 – Localização da civilização Maia**



Fonte: <https://www.google.com.br/search?q=Localizacao+da+civilizacao+Maia=z7uplz8gSM>

O sistema de numeração mais usado pelos maias empregava um ponto (seixo) para o 1, uma barra (vareta ou bastão) para o 5 e um símbolo especial para o zero que lembra o desenho de uma concha.

**Figura 13 – Numerais Maias**



Fonte: <https://www.google.com.br/search?q=Numerais+Maias&source=IG4SM>

Entretanto, de acordo com Gundlach (1992), os números de 1 a 19 eram representados aditivamente pelo uso de combinações apropriadas de pontos e barras simbolizando 1 e 5, sendo o 19 representado por quatro pontos (1) e três barras (5), já no 20 começava a numeração posicional, os numerais sendo lidos verticalmente, de cima para baixo. O número 20, por exemplo, era representado por um ponto sobre o símbolo do zero.

**Figura 14 – Sistema de numeração Maia**

400s		•	•• =
20s	•	•	• =
1s	••• =	•••• =	=
	33	429	5125

Fonte: <https://www.google.com.br/search?q=Sistema+de+numeracao+Maia&source=lnms>

Na figura acima estão representados os números do 0 ao 19, eles estão representados verticalmente, mas há representações horizontais e verticais com números maiores. Todavia, números superiores a dezenove são escritos na vertical seguindo potências de vinte em notação posicional.

Posto isso, o último sistema da linha cronológica da origem dos números é o sistema de numeração indo-arábico. De acordo com os estudos de Borges e Bonfim (2012) os hindus, que viviam no vale do Rio Indo, onde hoje é o Paquistão, conseguiram desenvolver um sistema de numeração que reunia as diferentes características dos antigos sistemas, este era o sistema de numeração indo-arábico, que recebeu esse nome devido aos hindus que o inventaram, e também por causa dos árabes, que eram grandes comerciantes e viajavam por toda a Europa utilizando

este sistema para representar quantidades, registrar valores de transações e também para realizar operações, assim eles o transmitiram para toda a Europa.

No entanto, durante um bom tempo foi atribuído aos árabes à invenção deste sistema de numeração devido a esta divulgação pelos mesmos. Tratava-se de um sistema posicional decimal. Posicional porque um mesmo símbolo representava valores diferentes dependendo de sua posição; decimal porque eram feitos agrupamentos de dez em dez. Porém foram encontradas na Índia colunas de pedras datadas do ano 250 a.C., com símbolos numéricos gravados que seriam os precursores do sistema indo-arábico, mas nesses achados não foram encontrados nenhum tipo de sinal para representar o zero e nem a notação posicional utilizada nos dias de hoje (BORGES; BONFIM, 2012).

Os hindus desenvolveram seu sistema de numeração de forma gradativa como observa-se na figura abaixo:

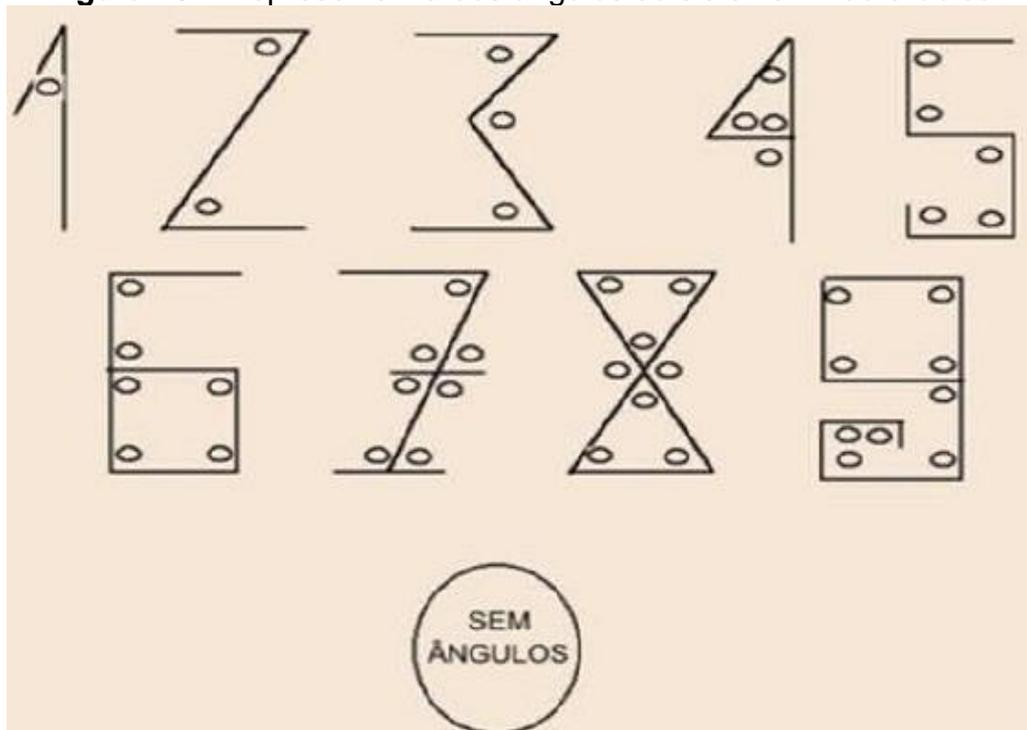
**Figura 15** – Sistema de numeração hindu-arábico em processo de desenvolvimento

HINDU 300 a.C.	—	=	≡	𑀓	𑀔	𑀕	𑀖	𑀗	𑀘	
HINDU 500 d.C.	𑀓	𑀔	𑀕	𑀖	𑀗	𑀘	𑀙	𑀚	𑀛	𑀜
ÁRABE 900 d.C.	1	𐌆	𐌇	𐌈	𐌉	𐌊	𐌋	𐌌	𐌍	𐌎
ÁRABE (ESPANHA) 1000 d.C.	1	𐌆	𐌇	𐌈	𐌉	𐌊	𐌋	𐌌	𐌍	𐌎
ITALIANO 1400 d.C.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ATUAL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Fonte: <https://www.google.com.br/search?q=Sistema+de+numeracao+hindu-arabeh=662#imgc>

Como é possível perceber o processo de desenvolvimento dos algarismos não se deu em um curto espaço de tempo, pelo contrário pode-se constatar que ele foi bem demorado, tanto que, de acordo com Bello (2011) existem algumas teorias quanto ao surgimento destes símbolos. Uma das mais interessantes seria a de que o sentido de todos os algarismos era baseado no número de ângulos quando se analisa a forma primitiva de representação de cada símbolo. O número 1 tem um ângulo, o número 2 tem dois ângulos, o número 3 tem três ângulos e assim por diante. E o 0 não tem nenhum ângulo.

**Figura 16** – Representativa dos ângulos do sistema hindu-arábico



**Fonte:** <https://www.google.com.br/search?q=Representativa+do+sistema+hindu-arabe=lnms>

A partir disso, outra atribuição aos hindus pela maioria dos historiadores seria a da criação de um símbolo para representar a ausência de unidades, ou seja, o zero. Mas um fato muito interessante a respeito da criação do símbolo para representar o nada, seria a de os hindus terem criado bem antes uma forma de escrever a ausência do nada, a palavra utilizada era o sunya.

Porém, Borges e Bonfim (2012) ressaltam que estas notações só serviam para as palavras e não para os números, mas reunindo essas ideias apareceram juntos o zero bem como o atual sistema de notação posicional. Um dos primeiros locais onde aparece a notação posicional é um tratado de cosmologia denominado: Lokavibhaga, publicado na data de 25 de agosto de 458 do calendário Juliano, por um movimento religioso hindu para enaltecer as suas próprias qualidades científicas e religiosas. Neste texto, aparece o número 14.236.713 escrito claramente.

Diante do exposto, relata-se que o zero foi o último número a ser inventado e o seu uso matemático parece ter sido criado pelos babilônios. Os documentos mais antigos conhecidos onde aparece o número zero, não são anteriores ao século III antes de Cristo. Nesta época, os números continham no máximo três algarismos (DEHAENE, 1999).

Porém, boa parte do desenvolvimento da matemática se deu graças à invenção do algarismo zero, o que facilitou a representação de grandes números e a realização de cálculos matemáticos mais desenvolvidos.

### 1.3 A CONSOLIDAÇÃO DA HISTÓRIA DOS NÚMEROS PELO ENSINO DA MATEMÁTICA

Conforme exposto anteriormente, a origem dos números perpassa muitas civilizações, portanto, a história da matemática cobre vários milênios, tornando-se a alternativa mais viável para a disseminação deste aprendizado. Começa tão remotamente quanto a invenção do alfabeto e novos capítulos ainda estão sendo acrescentados atualmente (BALESTRI, 2008).

Porém, essa visão geral deve ser pensada como um breve olhar nesse vasto território evolutivo, haja vista que a dinâmica da formação do conhecimento matemático sempre chamou atenção, seja na compreensão de uma teoria ou teorema ou no contexto sociocultural, econômico ou político.

Nessa dinâmica deve-se pensar na formação do professor de matemática, na qual possa ter elementos sobre a evolução do conteúdo relacionado a evolução dos sistemas de numeração, que ele, conseqüentemente, irá transmitir aos seus alunos. Neste sentido, D'Ambrósio (1996, p.1) pontua que:

Ninguém contestará que o professor de matemática deve ter conhecimento de sua disciplina. Mas a transmissão desse conhecimento através do ensino depende de sua compreensão de como esse conhecimento se originou, de quais as principais motivações para o seu desenvolvimento e quais as razões de sua presença nos currículos escolares. Destacar esses fatos é um dos principais objetivos da História da Matemática.

Nesse sentido, o conhecimento que um professor de matemática deve ter acerca da evolução dos sistemas de numeração não se traduz apenas na abstração dos números, pois o aspecto como se deu essa abstração é meramente um caminho essencial no qual deve se ter em mente durante a formação que os caminhos percorridos por diversos matemáticos foram cheios de relevos, frustrações, erros e acertos. O que mostra ao professor que a matemática que ensinamos hoje foi fruto de muitos desafios do passado.

Este interesse pela história dos números tem produzido bastante efeito no cenário nacional acadêmico com produções acadêmicas voltadas para a história da matemática na sala de aula. Desse modo, as discussões sobre a história dos números no âmbito da história da matemática como disciplina concentrada é recente.

No Brasil, Segundo Fragoso (2011), iniciaram-se na década de 80, mas essas discussões só ganharam forças no início da década de 90 devido ao aumento expressivo de pesquisadores e professores interessados na temática. Por outro lado, de acordo com Mendes (2001), o primeiro trabalho que propõe essa discussão foi o de Ema Prado, “História da Matemática: Um estudo de seus significados na educação matemática”, Dissertação de Mestrado, (1990), orientado pela Professora Dra. Maria Aparecida Viggiani Bicudo, da Universidade Júlio de Mesquita Filho (UNESP/SP).

Entretanto, na construção e consolidação dos significados, segundo Gutierre (2003), a história dos números é um fator primordial para que o professor possa fazer uma educação Matemática com significado e compreensão para o aluno. Esses argumentos foram ganhando força cada vez mais e atraindo pesquisadores e defensores dessa ideia.

Portanto, com o amadurecimento das discussões, muitas Instituições de Ensino de Educação Superior entenderam a importância da história dos números na formação do professor, outras não; resistiram à inserção do componente curricular História da Matemática em seu rol de disciplinas específicas. Essas discussões favoráveis ou contrárias apresentadas provocaram a publicação do documento que sinalizava a importância da História da Matemática (NOBRE, 2012).

## **CAPÍTULO II – APRENDIZAGEM DO SISTEMA NUMÉRICO**

De um modo geral, a educação brasileira, em geral, necessita adequar-se à realidade social em que os alunos estão inseridos. Isso porque se faz necessária uma adequação dos conteúdos estudados na escola, com o contexto social vivido no cotidiano dos aprendizes. Assim, estas transformações englobam todas as ciências desenvolvidas nas escolas. Isso porque a escola é o instrumento capaz de formar cidadãos atuantes, críticos e aptos a contribuir para o desenvolvimento da sociedade.

Dessa forma, conteúdos, educador e educando, juntamente com a comunidade, precisam interagir-se entre si. Ou seja, a matemática precisa ser viva, atuante e, principalmente, compreendida como uma ciência importante para a formação do ser humano, e apropriar-se do conhecimento matemático é um direito de toda e qualquer pessoa.

A aproximação do conhecimento matemático a realidade das pessoas é um dos maiores desafios enfrentados pelos professores, pois ela necessita ser explorada e aplicada a todas as ações, encontrando, assim, sua real aplicação. É nesse âmbito que o processo de ensino e aprendizagem do sistema numérico torna-se de grande relevância para o desenvolvimento humano. Dessa maneira, a capítulo presente realiza uma abordagem sobre a aprendizagem do sistema numérico, o qual abarca alguns conceitos de grande relevância, como a relação com os Parâmetros Curriculares Nacionais. Ressalta-se ainda que haverá uma abordagem nos aspectos de aprendizagem do Ensino Fundamental até o 1º ano do Ensino Médio, foco do trabalho em questão.

### **2.1 CARACTERIZAÇÃO NUMÉRICA RELACIONANDO PCNS**

Os Parâmetros Curriculares Nacionais referendam a reelaboração e renovação da proposta curricular, reforçando a importância de que a escola seja a responsável pela formulação de sua proposta pedagógica e de seu projeto educacional, sendo esses compartilhados por toda equipe pedagógica, visando a melhoria da qualidade da educação, resultando no compartilhamento de responsabilidades entre os todos os educadores (CRUZ, 2011).

Os PCNs podem ser encarados como um auxílio aos professores na tarefa de refletir e de discutir aspectos da prática pedagógica, transformando continuamente o

cotidiano escolar, sendo uma proposta flexível, que vai se concretizando nas decisões regionais e locais, configurando como um modelo curricular heterogêneo e não impositivo. Nesse contexto:

Os objetivos dão importância à valorização da matemática pelo educando como instrumento capaz de permitir a compreensão do mundo em sua volta, estimulando o interesse, a curiosidade, o espírito investigativo e o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas. Os conteúdos são escolhidos de acordo com o critério de relevância social e contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno (CRUZ, 2011, p. 26).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática apresentam os objetivos em termos das capacidades a serem desenvolvidas em cada ciclo, assim como os conteúdos para desenvolvê-las. São apontadas as possíveis conexões entre os blocos de conteúdos, entre a matemática e as outras áreas do conhecimento e suas relações com o cotidiano e com os temas transversais.

Os PCNS (BRASIL, 1998) ainda versam que o ensino dos números fornece instrumentos eficazes para compreender e atuar no mundo; assim o ensino de matemática é uma ferramenta essencial na solução de vários tipos de problemas. Nela são desenvolvidas estruturas abstratas baseada em modelos concretos; além de método, a matemática é um meio de comunicação que requer uma prática constante de forma clara e universal. Todavia, o conhecimento matemático faz parte do patrimônio cultural da humanidade porque possui características e procedimentos próprios que também tem evoluído no contexto de outras ciências.

A aprendizagem numérica pode ser entendida como componente importante na construção da cidadania, nos conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, e o seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente, procurando desenvolver nos alunos competências para compreender e transformar a realidade. No ensino da matemática destacam-se aspectos básicos como relacionar observações do mundo real com representações e, essas representações devem relacionar-se com princípios e conceitos matemáticos. A aprendizagem em matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; resultante das conexões entre todas as disciplinas com o cotidiano nos seus diferentes temas (CRUZ, 2011).

Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores outros materiais tem um papel importante no processo ensino-aprendizagem. Contudo, eles

precisam estar integrados às situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática.

De acordo com os pressupostos de Rodrigues e Silva (2010) os PCNS do Ensino Fundamental defendem a apresentação do sistema numérico em meio a um contexto histórico matemático para que o aluno compreenda todo o seu processo de desenvolvimento. Desse modo, no processo de aprendizagem do sistema numérico, o papel da matemática no ensino fundamental visa desenvolver no aluno um raciocínio lógico-dedutivo, reconhecer a sua aplicabilidade nas relações cotidianas e sua aplicação nas demais áreas do conhecimento.

No campo do Ensino Médio Rodrigues e Silva (2010) versam que os PCNS abarcam o sistema numérico no sentido de valorizar as informações socioculturais que cada aluno leva para a sala de aula, pois cada um carrega um conhecimento empírico sobre alguns conceitos matemáticos e a ideia é que essa pluralidade cultural possa ser um instrumento enriquecedor do conhecimento.

Todavia, os PCNS alertam para a importância e a dificuldade do tratamento dos números, na escola. Não é desejável que os alunos saiam da escola básica sem terem construído os conceitos de números e conjuntos numéricos, estando restritos ao nível utilitário, realizando cálculos segundo regras memorizadas, sem qualquer compreensão a respeito do que estão fazendo.

O referido documento sugere que, para modificar este quadro, é necessário explorar amplamente o sentido numérico. Isso pode ser feito através de problemas contextualizados ou buscando relações dos números com sua história e com outros tópicos da Matemática, que estão separados em diferentes séries. Ao trabalhar com os números, é preciso criar atividades que explorem diferentes contextos, trabalhar com suas diferentes representações, explorar a ordenação e a comparação e, especialmente, trabalhar com a reta numérica (RODRIGUES; SILVA, 2010).

## 2.2 SISTEMA NUMÉRICO NO ENSINO FUNDAMENTAL

As ideias básicas contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais em Matemática para o Ensino Fundamental refletem, muito mais do que uma mera mudança de conteúdo, uma mudança de filosofia de ensino e de aprendizagem, como não poderia deixar de ser. Apontam para a necessidade de mudanças urgentes não

só no que ensinar, mas, principalmente, no como ensinar e avaliar e no como organizar as situações de ensino e de aprendizagem (BRASIL, 1997).

Entretanto, o papel da Matemática no Ensino Fundamental como meio facilitador para a estruturação e o desenvolvimento do pensamento do aluno e para a formação básica de sua cidadania é destacado.

(...) é importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. Falar em formação básica para a cidadania significa falar em inserção das pessoas no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura, no âmbito da sociedade brasileira (BRASIL, 1997, p.29).

Ao referir-se à pluralidade das etnias existentes no Brasil, à diversidade e à riqueza do conhecimento matemático que o aluno já traz para a sala de aula, enfatiza-se nos PCNs que o ensino da Matemática, a par da valorização da pluralidade sociocultural do educando, pode colaborar para a transcendência do seu espaço social e para sua participação ativa na transformação do seu meio.

De acordo com os Parâmetros Curriculares do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), os conhecimentos numéricos são construídos e assimilados de forma dialética pelos alunos. Esses conhecimentos intervêm como instrumentos eficazes para resolver determinados problemas e como objetos que serão estudados, considerando suas propriedades, suas relações e o modo como se configuram historicamente.

De acordo com estudos de Ávila (2006), ao longo do processo de escolarização, o aluno percebe a existência de diversas categorias de números criadas em função de distintos problemas que a humanidade teve que enfrentar: números naturais, números inteiros positivos e negativos, os números racionais em suas representações fracionárias e decimais e os números irracionais.

À medida que se depara com as operações de adição, de subtração, de multiplicação, de divisão, de potenciação e de radiciação, os conceitos numéricos vão se ampliando. No processo operatório, o trabalho a ser realizado se concentrará na compreensão dos diversos significados de cada uma das operações, nas relações existentes entre elas e no estudo reflexivo do cálculo, contemplando distintos tipos, dos quais se destacam o exato e o aproximado, o mental e o escrito (BRASIL, 1998, p. 75).

No entanto, no âmbito do Ensino Fundamental o ensino e aprendizagem do sistema numérico segue uma linha lógica e gradativa. Dessa forma, parte-se do entendimento que os conjuntos numéricos reúnem diversos conjuntos cujos elementos são números, sendo formados pelos números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais.

Inicialmente, segundo Giraldo (2012) os Números Naturais, por assim reconhecidos  $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots\}$  são números inteiros positivos que se agrupam num conjunto chamado de  $N$ , composto de um número ilimitado de elementos.

Nessa linha, fica explícito que a função dos números naturais é contar e ordenar. Nesse sentido, vale lembrar que os homens, antes de inventarem os números, tinham muita dificuldade em realizar a contagem e ordenação das coisas (RIPOLL, 2004). Como exposto anteriormente, de acordo com a história, essa necessidade começou com a dificuldade apresentada pelos pastores dos rebanhos em contarem suas ovelhas. Assim, alguns povos antigos, desde os egípcios, babilônios, utilizaram diversos métodos, desde acumular pedrinhas ou marcar as ovelhas.

Seguidamente, no Ensino Fundamental, adentra-se no processo de aprendizagem dos Números Inteiros, que, segundo Duarte (2013) são os números reais, positivos e negativos, representados no conjunto da seguinte maneira:  $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ . Todavia, o autor ainda esclarece que os pontos significam a infinidade dos números anteriores e posteriores existentes.

Ressalta-se que os números inteiros negativos são sempre acompanhados pelo sinal (-), enquanto os números inteiros positivos podem vir ou não acompanhados de sinal (+), sendo o zero é um número neutro, ou seja, não é um número nem positivo e nem negativo. Assim, a relação de inclusão no conjunto dos inteiros envolve o conjunto dos números naturais ( $N$ ) junto com os números negativos.

Os números inteiros, apresentados formalmente no sexto ano, apresentam situações que geram bastante dificuldade e que merecem devida atenção, para que não se torne um grande problema para o desenvolvimento adequado das habilidades matemáticas. Uma das maiores dificuldades no entendimento das propriedades de números inteiros está na representação dos números negativos, pois exige um nível de abstração que, para grande parte dos alunos, não foi satisfatoriamente trabalhada.

Muitos professores pensam que se deve ensinar, nas séries iniciais, apenas o que pode ser contextualizado, concreto, relegando a planos inferiores os aspectos mais importantes da Matemática, que são exatamente a abstração e a generalização. Assim, muitos alunos não conseguem, em um primeiro momento, compreender como podem existir quantidades negativas ou, de outra forma, como as faltas podem ser representadas por números assim como as quantidades, que já eram representadas pelos números naturais (DUARTE, 2013).

Por conseguinte, apresentam-se os Números Racionais que são aqueles representados por frações ou números decimais, sendo estes compostos de números inteiros, pertencentes ao conjunto dos Números Reais (R) junto aos Números Irracionais (I). O conjunto dos Números Racionais é representado pela letra maiúscula Q. Porém, de acordo com Brasil (1997) nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental os Números Racionais devem ser abordados de forma a levar os alunos a entenderem o que eles representam, de forma aplicada por meio de resolução de problemas que envolvam sua vivência, seu cotidiano.

Sequentemente, passa-se a explorar os Números Irracionais, reconhecidos pela letra I, sendo números decimais, infinitos e não-periódicos, como, 0,232526; 2,354224. Segundo Figueiredo (1985) a invenção dos Números Irracionais foi considerado um marco nos estudos da geometria. Isso porque preencheu lacunas ao ser descoberto a partir da diagonal de um quadrado. O autor ainda destaca que:

Ao pensarmos no 'Teorema de Pitágoras' em que '*A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa*' podemos calcular a diagonal do quadrado, supondo que o lado = 1, seu resultado será a  $\sqrt{2}$ , um número irracional infinito e inconstante:  $\sqrt{2}$ : 1,414213562373.... Do mesmo modo, outros números irracionais:  $\sqrt{3}$  = 1,7320508....  $\sqrt{7}$  = 2,645751... (FIGUEIREDO, 1985, p. 78)

Dessa maneira, o ensino dos números irracionais é essencial, nas últimas séries do nível fundamental porque, é preciso construir o Conjunto dos Reais a fim de poder prosseguir com o estudo da matemática.

Contudo, os PCNS reconhecem as dificuldades históricas que ocorreram na construção dos números irracionais. Sendo assim, não recomendam o trabalho formal com estes números, em nível fundamental. Sugerem os seguintes tópicos: identificação do número irracional como sendo expresso por infinitas ordens decimais não periódicas; distinção entre racionais e irracionais; identificação de números

irracionais obtidos por raízes quadradas; localização destes números na reta numérica, com régua e compasso; cálculos a partir de aproximações com os racionais utilizando-se, também, a calculadora (RODRIGUES; SILVA, 2010).

### 2.3 CONJUNTOS NUMÉRIOS NO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei nº 9.394/96), o ensino médio tem como finalidades centrais não apenas a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos durante o nível fundamental, no intuito de garantir a continuidade de estudos, mas também a preparação para o trabalho e para o exercício da cidadania, a formação ética, o desenvolvimento da autonomia intelectual e a compreensão dos processos produtivos (BRASIL, 2006).

Os PCNS do ensino médio fundamentam-se filosoficamente na estética da sensibilidade, destacando-se a capacidade de criar, de observar, de perceber e de ter curiosidade. Todavia, o respeito à diversidade, ao direito comum de cada cidadão e à solidariedade são pressupostos da política de igualdade. A ética da identidade traz o respeito à autonomia responsável dos estudantes, da escola e da comunidade (CRUZ, 2011).

A abordagem numérica é contemplada no conteúdo Números e Operações: naturais, racionais, irracionais, reais, sendo desenvolvida de acordo com as finalidades do ensino de matemática para essa fase de estudo que têm como objetivos conduzir o aluno a:

- Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- Aplicar seus conhecimentos matemáticas a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- Analisar e valorizar informações diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- Desenvolver a capacidade de raciocínio de solução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- Utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- Expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
- Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses mesmo temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;

- Reconhecer representações equivalentes a um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- Promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação. (BRASIL, (PCN – EM), 1998, p. 119).

Todavia, as relações numéricas envolvidas nos PCNs, tanto no ensino médio quanto no ensino fundamental, não superam todos os desafios que se apresentam nessas fases de ensino, mas é uma tentativa para conduzir o fazer pedagógico em suas dimensões processual e diagnóstica. De acordo com Cruz (2011) esse fazer pedagógico é tratado como parte fundamental do processo de ensino e aprendizagem permitindo corrigir, detectar, apreciar e estimular projetos bem-sucedidos.

No entanto, as concepções fundamentais que se desenvolvem a respeito dos números naturais, por exemplo, iniciam-se bem cedo pelas crianças, as quais dão significados aos números, em atividades principalmente de contagem. As operações matemáticas muito fortemente também têm significâncias de associação com o dia a dia (BRASIL, 1998).

Os conceitos das quatro operações, em geral, são adequadamente constituídos nos cursos de formação de professores das séries iniciais, sendo, muitas vezes, desconsiderados num curso de licenciatura na formação do professor de matemática, indicando uma acentuada separação na formação docente desse ciclo de ensino, com a formação do professor que leciona nas séries finais do ensino fundamental e no ensino médio. Moreira (2004, p.52) argumentam:

Ainda que o licenciado em matemática, de um modo geral, não trabalhe com alunos das quatro séries iniciais do ensino fundamental, acreditamos que a separação acentuada existente entre a formação do docente desse ciclo e a do professor que leciona nos outros ciclos do ensino fundamental e médio é equivocada, pois pode contribuir para intensificar a descontinuidade do processo de transição das séries iniciais para a quinta série e seguintes. Isso, por si só, já coloca uma demanda no sentido de que o licenciado conheça a matemática que é trabalhada nas séries iniciais.

Reconhecer números e operações perpassa pela compreensão dos significados de números naturais, do sistema de numeração decimal e pela identificação dos números inteiros e racionais em diferentes contextos (BRASIL, 1998). Porém, é fato que o professor do ensino fundamental do 6º ano retoma e amplia todo trabalho desenvolvido com números naturais nas séries anteriores e inicia o conceito de números racionais, considerando-os nessa fase de conceituação como

elementos de um conjunto, os quais determinam, de uma forma geral e completa, as operações de adição e multiplicação, mas de uma forma restrita a subtração e a divisão.

Também desperta os estudantes para a percepção de relações entre esses números, nos mais distintos universos aos quais são considerados, como por exemplo, o universo dos números primos e compostos, dos divisores, de múltiplos e de outros. No 7º ano é introduzido o conceito de números negativos, trabalhando os inteiros e os racionais negativos, já no 8º ano, introduzem-se os conceitos de números racionais e irracionais, definindo os números reais, dando sequência no 9º ano e no ensino médio (BRASIL, 1998).

Através desta concepção, é necessário que o professor do ensino fundamental das séries finais e do ensino médio, conheça a matemática do ponto de vista escolar e principalmente conheça a matemática trabalhada nas séries iniciais, para que possam entender as dúvidas de conceituação que aparecem frequentemente entre os estudantes. Para essa concepção, Moreira (2004, p.53) diz:

No desenvolvimento de cada etapa desse processo de expansão dos conjuntos numéricos, o professor terá que, por um lado, conhecer profundamente do ponto de vista da matemática escolar aquilo que os alunos consideram num dado momento, como o universo numérico, e, por outro, lidar com dúvidas e concepções incorretas dos alunos, as quais vão se referir tanto ao 'novo' conjunto, mais amplo, como também ao conjunto mais restrito, aquele supostamente 'conhecido', que está, por sua vez, sendo ampliado.

Nesse sentido, entende-se que a construção do conhecimento se desenvolve no plano cognitivo dos estudantes que produzem em estágios diferenciados a compreensão dos conhecimentos antigos e o processo de acomodação do novo conhecimento. Dessa forma, em relação à aprendizagem escolar da Aritmética dos números naturais, por exemplo, pode-se considerar um tema complexo, cuja apreensão, em níveis satisfatórios, não se esgota no processo desenvolvido ao longo das séries iniciais do ensino fundamental (BRASIL, 1998).

Estas dificuldades, muitas vezes, acompanham o estudante ao longo de todo ensino fundamental e médio. Pode-se destacar nesse processo, a compreensão relativa ao sistema de numeração decimal, que, segundo Moreira (2004), é um desenvolvimento de longo prazo. A compreensão e o domínio deste conteúdo, muitas vezes, dura todo ensino fundamental, pois é um dos aspectos mais complicados da aprendizagem dos números.

Destaca-se também, a grande dificuldade dos estudantes em aceitar a comutatividade da adição e da multiplicação e, acima de tudo, o entendimento do significado dessa propriedade, para não transferi-la indevidamente à divisão e à subtração. Moreira (2004, p.55) continua afirmando:

Fica claro que uma discussão a respeito dos significados e das propriedades das operações com os naturais de modo especial a multiplicação e a divisão e do sistema decimal de numeração interessa diretamente à formação matemática na licenciatura, porque, na sua prática docente na escola, o professor estará lidando com alunos cujo processo de apreensão conceitual e operacional dos conhecimentos envolvidos nessas questões ainda não se completou.

Certos aspectos que envolvem o conhecimento dos significados dos números, dos sistemas de numeração e dos algoritmos, fazem parte da prática profissional do professor de matemática na escola básica, porém o licenciando em matemática não trabalha integralmente em sua formação esse assunto, sendo os conhecimentos relativos às operações de multiplicação e de adição de números naturais considerados apenas fatos.

Os números naturais com as operações de adição e de multiplicação não podem ser considerados elementos de um conjunto dado, aceito de forma axiomática, pois essa forma de pensar e de agir não permitirá o enfrentamento de questões postas pela necessidade concretizada na própria prática a qual se pretende formar o profissional. Mais do que identificar e conhecer a cadeia que estabelece a dependência lógico-formal entre suas propriedades é conhecer as operações matemáticas.

Referindo-se aos processos de produção de significados para as operações, Moreira (2004, p. 57) afirma:

(...) Nesses casos, o professor precisa lidar com o processo de construção de significados muito mais por meio de reiteradas 'concretizações' em diferentes situações, do que por definições por indução ou de deduções formais das propriedades estruturais das operações, já que estas últimas expressam exatamente o contrário: a identificação de todos os significados concretos possíveis.

Na prática docente, há a necessidade de desenvolver o estágio crítico da criança, usando as operações como instrumento de apoio no processo de construção

do conceito abstrato do número, pois em certas fases da vida do educando, os números referem-se a objetos concretos.

No contexto da aprendizagem da temática conjuntos numéricos no 1º ano do Ensino Médio é preciso proporcionar aos alunos uma diversidade de problemas geradores da necessidade de ampliação dos campos numéricos e suas operações, dos números naturais para contar aos números reais para medir.

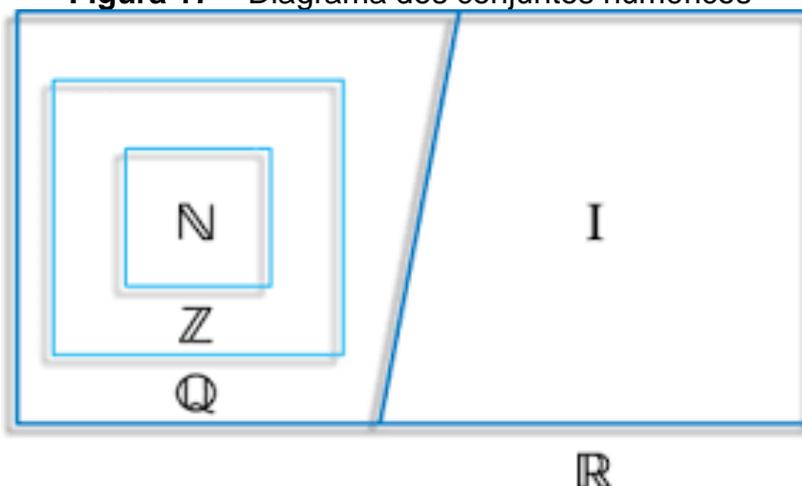
Por exemplo, os números irracionais devem ser entendidos como uma necessidade matemática que resolve a relação de medidas entre dois segmentos incomensuráveis, sendo apropriado tomar o caso dos segmentos lado e diagonal de um quadrado como ponto de partida (BRASIL, 2006).

Ponto alto do estudo dos números no Ensino Médio, o conjunto dos Números Reais é formado pela união entre o conjunto dos números racionais e o conjunto dos números irracionais. Existem várias propriedades a respeito dos números reais, que são extensões das propriedades dos números racionais. Essas propriedades estão relacionadas com a ordem dos números reais e com o estudo das operações matemáticas básicas aplicadas aos elementos desse conjunto.

O conjunto dos números reais é um importante instrumento matemático. Sendo a aprendizagem da matemática contínua e abrangente, haja visto que o ensino deste conteúdo é parte do programa da escola elementar em todas as suas séries, devemos cuidar para que tais instrumentos básicos sejam bem utilizados. Todavia, operar tais instrumentos corretamente nas atividades e momentos adequados, com agilidade e consciência, exige conhecimento dos mesmos, sendo esta destreza, por ela mesma, constitutiva do que denominamos conhecimento matemático.

No entanto, a definição dos números reais depende das definições dos conjuntos dos números racionais e irracionais, que, por sua vez, dependem da definição dos números inteiros. Dessa maneira, todos os números geralmente estudados até o final do Ensino Fundamental e início do Ensino Médio são os números reais.

**Figura 17** – Diagrama dos conjuntos numéricos



**Fonte:** <https://www.google.com.br/imgres?imgurl=http%3A%2F%2Fblogdoprofh.com%2Fwp-content%2Fuploads%2F2017%2F05%2FReais.jpg&imgrefurl=http%3A%2F%2Fblogdoprofh.com>

Segundo, Oliveira (2009, p. 56):

Ao observar a figura acima, é possível concluir que o conjunto dos números Reais (R) engloba 4 conjuntos de números sendo estes os Naturais (N), os Inteiros (Z), os Racionais (Q) e os Irracionais (I). O conjunto dos números Racionais (Q) é formado pelos conjuntos dos Números Naturais (N) e dos Números Inteiros (Z). Por isso, todo Número Inteiro (Z) é Racional (Q), ou seja, Z está contido em Q. O Conjunto dos Números Inteiros (Z) inclui os Números Naturais (N); em outras palavras, todo número natural é um número inteiro, ou seja, N está contido em Z.

As propriedades relativas às operações com números reais devem ser trabalhadas de modo que permitam ao aluno a compreensão das estruturas dos algoritmos, prevenindo recorrentes erros na resolução de problemas que envolvam manipulações algébricas. A partir de então, os números complexos devem ser apresentados como uma histórica necessidade de ampliação do conjunto de soluções de uma equação, tomando-se, para isso, uma equação bem simples, a saber,  $x^2+1 = 0$ .

## CAPÍTULO III – METODOLOGIA

No presente capítulo haverá uma abordagem a respeito do percurso metodológico selecionado para a realização do trabalho em questão. Porém, cabe destacar que para o entendimento acerca da percepção dos alunos do 1º ano do Ensino Médio sobre o desenvolvimento dos conjuntos numéricos foi feita uma inter-relação entre a Teoria da Aprendizagem Significativa e o Método da Engenharia Didática.

Entretanto, levando em consideração que de acordo com Jenske (2011) a aprendizagem significativa preocupa-se em estudar os mecanismos internos da mente humana, tendo como conceitos-chave a aprendizagem significativa e a mudança conceitual; e, por outro lado segundo Ceolin (2010) a engenharia didática consiste em determinar uma forma de educação matemática diferenciada, na qual objetiva-se colocar a importância de uma aprendizagem significativa de conceitos voltados para a vida real, julga-se esta ser uma ferramenta apropriada para ao presente estudo, visto a inter-relação estar focada diretamente na prática de ensino.

Portanto, a intenção é comprovar que o aluno tem a capacidade de compreender e entender, o processo de desenvolvimento do sistema numérico a partir de um método específico, sendo nesse caso, o filme “A história do número um”. Por isso, a Engenharia Didática é encarada como uma metodologia de pesquisa científica e se compõe de diferentes formas.

### 3.1 MÉTODO PROPOSTO

O presente trabalho tem como um de seus focos a inter-relação entre a Aprendizagem Significativa e o método da Engenharia Didática, sendo perceptível relacioná-las ao desenvolvimento humano. De maneira mais ampla, segundo Santos e Ghelli (2015) as teorias de aprendizagem surgem para compreender o desenvolvimento cognitivo humano e conseqüentemente tem auxiliado na sistematização do trabalho pedagógico em sala de aula, buscando apontar dinâmicas nos atos de ensinar e aprender, partindo da evolução cognitiva do indivíduo para tentar explicar a relação que se dá entre a informação pré-existente e o novo conhecimento.

No caso específico, essa informação pré-existente pode ser entendida pela Teoria da Aprendizagem Significativa e esse o novo conhecimento pode ser

sistematizado pelo Método da Engenharia Didática. Desse modo, é possível entender a aprendizagem como uma habilidade de organização de informações na estrutura cognitiva do indivíduo e é este processo que precisa ser desenvolvido. No cenário proposto, parta-se da observação que os alunos já conhecem o sistema numérico, mas não compreendem seu processo de evolução, ou seja, há a necessidade de construção desse conhecimento.

A partir disso, este estudo caracteriza-se por ser investigativo de delineamento quantiquantitativo. O estilo investigativo foi selecionado apresentar um foco de interesse mais amplo de análise, pois parte do contato direto do pesquisador com o ato investigativo, assim “[...] o pesquisador estabelece a compreensão do fenômeno estudado sob a perspectiva dos investigados na situação em questão, de onde se extrai a interpretação dos fenômenos” (GIL, 1998, p. 34).

O delineamento qualitativo foi o selecionado por melhor adequar-se ao objetivo proposto. Deste modo, alguns aspectos são considerados, uma vez que, as ideias de Cassel e Symon (1994) discorrem que nesse tipo de pesquisa, além dos dados serem coletados preferencialmente nos contextos em que os fenômenos são construídos, suas análises devem ser desenvolvidas, de preferência, no decorrer do processo de levantamento, posto isso, entende-se que a interação entre pesquisador e objeto é fundamental, razão pela qual se exige o aperfeiçoamento, principalmente em técnicas comunicacionais.

Para melhor elucidação dos objetivos propostos foi apresentado aos alunos o vídeo “A história do número um”. Segundo análise de Jones (2000) é um filme que remonta aos tempos primitivos a formação cultural e a evolução de como foi surgindo através dos tempos os números em diferentes lugares. Conta que o primeiro número a surgir foi o número um e que o último a surgir, foi o zero. A história vai desenrolando, passando por uma civilização australiana que não utilizava os números, mesmo assim eles representavam as quantidades e ainda olhavam as horas.

O filme passa pelos motivos pelos quais a matemática foi criada, logicamente que foi pela necessidade comercial. Conta a história dos Sumérios, mesmo não havendo o papel, eles usavam a argila para criar uma superfície e gravar as anotações, os números. A criação no Egito do número um para facilitar a medição em suas grandiosas construções. Passa ainda por Pitágoras e seus estudos seus alunos. Descreve a trajetória do maior matemático o filósofo Arquimedes, sendo realmente

quem criou a matemática e menciona as diferenças ao usar os números dos gregos e dos romanos,

Por fim, o filme relata a concepção de vida dos romanos e dos indianos. O filme com imagens magníficas conta a trajetória dos números e o surgimento após os algarismos romanos dos números usados atualmente, o surgimento dos números arábicos na Índia, mas divulgados pelos Árabes. Interessante toda a trajetória histórica contada no filme com o zero importantíssimo sendo descoberto por último. E finalmente a utilização atual do zero e do um na forma binária.

Definindo-se o delineamento, o procedimento de análise organizacional parte das concepções acerca da inter-relação entre Teoria da Aprendizagem Significativa e Método da Engenharia Didática, partindo do entendimento que a introdução de tecnologias, nesse caso o vídeo, no âmbito dos ambientes escolares normalmente parte, não somente de uma decisão individual do educador, mas de um contexto mais amplo, no qual se apresentam questões e necessidades internas e externas às instituições de ensino.

É fato que a utilização da tecnologia na sala de aula tanto possibilita a inovação na prática de ensino e aprendizagem; como viabiliza a circulação de informações de forma atrativa. De acordo com Silva e Oliveira (2009) o uso dos recursos midiáticos, em especial o vídeo, inegavelmente, possibilita o despertar da criatividade à medida que, estimula a construção de aprendizados múltiplos, em consonância com a exploração da sensibilidade e das emoções dos alunos, além de contextualizar conteúdos variados. A partir desse conjunto de possibilidades, o educador pode conduzir o educando a aprendizados significativos que fomentem princípios de cidadania e de ética.

De acordo com Kenski (2003), as tecnologias da informação, podem ser consideradas materiais eficazes de auxílio didático para o desenvolvimento de atividades práticas no processo de ensino e aprendizagem, uma vez sugerirem questionamentos importantes quanto à formação dos professores e ainda a possibilidade do uso de tais ferramentas no contexto da sala de aula.

Seguidamente, a pesquisa foi subsidiada por um questionário objetivo de 14 perguntas, caracterizando, dessa forma, a parte quantitativa desse trabalho, com a função, também, de constatar os dados coletados na pesquisa bibliográfica, e ainda com o objetivo central de entender melhor as percepções em relação ao

desenvolvimento do sistema numérico até o entendimento dos números reais, estudados no 1º ano do Ensino Médio. Diante disso, explicita-se que:

Aliar pesquisa bibliográfica e pesquisa de campo trata-se de explicitar que se trata de uma pesquisa com características empíricas, com trabalho de campo a partir de conhecimento bibliográfico, gerando desse modo, uma combinação considerável de teoria e prática. (SEVERINO, 1996, p.130)

Segundo as ideias de Good (2009), construir questionários não é uma tarefa fácil, e aplicar tempo e esforço no planejamento do questionário é um requisito essencial para se atingir os resultados esperados. Em outra via, a construção de um questionário, segundo Aaker (2001), é considerada uma “arte imperfeita”, haja vista não existirem procedimentos exatos que garantam que seus objetivos de medição sejam alcançados com boa qualidade.

Todavia, alguns fatores podem ser levados em consideração para o sucesso da pesquisa subsidiada por questionário. No caso da pesquisa em questão, aspectos como o bom senso e experiência do pesquisador foram levados em conta, sendo que, seguiu-se uma sequência de etapas lógicas, que de acordo com Aaker (2001) melhor elucidam a busca por respostas concretas acerca do tema estudado.

Inicialmente, o primeiro passo foi planejar o que foi mensurado, onde buscou-se evidenciar e relacionar os objetivos da pesquisa, para que desse modo, pudesse ser elaborado o assunto de cada questão, a fim de determinar o que vai ser perguntado sobre o assunto da pesquisa, uma vez que, aulas experimentais são cada vez mais frequentes nas escolas da educação básica, logo, falar de robótica educacional é adentrar em um campo muito extenso de conteúdos e que já seguem uma linha evolutiva e conceitual.

Sequencialmente, buscou-se formular as perguntas para obter as informações necessárias, sendo que o objetivo foi dar forma ao questionário determinando o formato do conteúdo de cada pergunta e adquirir dos entrevistados informações pertinentes do processo de aprendizagem, interesse pelo assunto, capacidade de incentivo e continuidade, assim como perceber se existe uma melhoria da aprendizagem dos conceitos básicos de matemática no momento de ensino da robótica educacional.

A partir de então, definiu-se o texto e a ordem das perguntas, sendo que o aspecto visual do questionário também passou a ser levado em consideração, pois

uma entrevista em que os participantes se sintam relaxados e motivados a responder, adquirisse informações privilegiadas das ocorrências dentro do momento de ensino e determinou-se como as questões foram redigidas, avaliando cada uma delas em termos de facilidade de compreensão, conhecimentos e habilidades exigidos, além da disposição dos respondentes.

Por fim, foi realizado um teste no questionário, utilizando uma pequena amostra, em relação a omissões e ambiguidade: a partir das etapas anteriores a intenção foi a organização final. Buscou-se dispor as questões em uma ordem adequada e agrupá-las de acordo com cada subtópico para obter um único questionário, ou seja, um grupo de perguntas que elucidassem o proposto pelo trabalho. Por fim, o questionário foi lido por inteiro para verificar o sentido, e a possibilidade de mensurar, o que estava previsto pelos objetivos propostos.

Na perspectiva exposta, ressalta-se o objetivo primordial do presente trabalho de auxiliar o educador a se inserir no campo do uso de metodologias que possibilitem maior interatividade na sala de aula utilizando o conhecimento propiciado pelo filme em questão para o desenvolvimento e aperfeiçoamento acerca dos sistemas de numeração.

### **3.1.1 Teoria da Aprendizagem Significativa**

A Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel é uma teoria cognitivista e preocupa-se em estudar os mecanismos internos da mente humana, tendo como conceitos-chave a aprendizagem significativa e a mudança conceitual. Desse modo:

Quando se fala em aprendizagem segundo o construto cognitivista, está se encarando a aprendizagem como um processo de armazenamento de informação, condensação em classes mais genéricas de conhecimentos, que são incorporados a uma estrutura na mente do indivíduo, de modo que esta possa ser manipulada e utilizada no futuro (MOREIRA; MASINI, 2009, p.13).

Dessa forma, é possível entender a aprendizagem como uma habilidade de organização de informações na estrutura cognitiva do indivíduo, sendo este processo que precisa ser desenvolvido, nesse contexto, para este desenvolvimento há a base no Método da Engenharia Didática que será compreendido adiante. A teoria da aprendizagem “[...] se propõe a compreender como o ser humano constrói

significados, permitindo assim, apontar caminhos para a criação de estratégias de ensino que contribuam para uma aprendizagem significativa” (JENSKE, 2011, p.31).

A Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, 1980) é o processo pelo qual há uma incorporação de um novo conhecimento à estrutura cognitiva do sujeito, de modo não arbitrário e não literal, constituindo-se em um esforço deliberado para ligar o novo conhecimento a conceitos de ordem superior, mais inclusivos, já presentes na estrutura cognitiva, logo, relacionando-se a temática proposta, entende-se o fato que todo ser humano nasce com a noção de contagem, porém, o senso numérico é desenvolvido no decorrer da aprendizagem.

Entende-se que o indivíduo aprende quando consegue relacionar a nova informação aos conceitos que já estão guardados em sua estrutura cognitiva. Esse conhecimento anterior resultará em um encontro no qual as novas informações irão encontrar um modo de se integrar a aquilo que o indivíduo já conhece. Assim sendo:

Novas ideias e informações podem ser aprendidas e retidas na medida em que conceitos relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo e funcionem, dessa forma, como ponto de ancoragem para novas ideias e conceitos (MOREIRA; MASINI, 2009, p.14).

Contudo, para que ocorra uma Aprendizagem Significativa é preciso haver um conteúdo mínimo na estrutura cognitiva do indivíduo, isto é, subsunções específicas que possam suprir as necessidades relacionais da nova informação. Esta é a ideia principal da Teoria de Ausubel (1980). Para o autor, o fator mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o indivíduo já sabe, isto é, aquilo que já está gravado em sua estrutura cognitiva, os conceitos pré-existentes (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Posteriormente, é fundamental que o aprendiz apresente uma disposição para relacionar a nova informação e não para simplesmente memorizá-la mecanicamente, muitas vezes até simulando uma associação, isto é, o aprendiz tem que se propor a aprender. A aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação é adquirida através do esforço deliberado por parte do aluno de relacionar a nova informação com os conceitos ou proposições relevantes preexistentes na estrutura cognitiva (AUSUBEL, NOVAK, HANESIAN, 1980).

A aprendizagem significativa pode ser dividida em três estágios: aprendizagem representacional, aprendizagem conceitual e a aprendizagem proposicional.

A aprendizagem representacional é uma associação básica de símbolos. Na aprendizagem de conceitos, mais abrangente que a representacional, é possível a formulação de conceitos como, por exemplo, de um algarismo. E, a aprendizagem proposicional promove a integração de diversos conceitos e símbolos para auxiliar na compreensão de uma ou mais ideias. Exemplo disso na matemática ocorre na compreensão do significado e na aplicação da operação adição, para isto é necessário que o indivíduo tenha em sua estrutura cognitiva conceitos pré-existentes, como: o sistema de numeração, as classes numéricas (unidade, dezena e centena), a igualdade, compreenda os conceitos de parte e de todo (JENSKE, 2011, pags. 30, 31).

Nessa linha de entendimento, a Aprendizagem Significativa traz ao universo dos educadores outra visão além daquela de que os alunos são máquinas que devem ser preenchidos com o máximo de conteúdo, muitas vezes supérfluos. O seu ponto principal está em transmitir a necessidade de se utilizar ferramentas que acelerem o processo criativo de aprendizagem, isto é, que consiga transformar os conceitos que toda pessoa é portadora, em conhecimento.

### **3.1.2 O Método da Engenharia Didática**

A metodologia da Engenharia Didática surgiu como decorrência da vertente conhecida como Didática da Matemática. Douady (1985) define a Didática da Matemática como a área da ciência que estuda o processo de transmissão e aquisição de diferentes conteúdos no ensino básico e universitário, propondo-se a descrever e explicar os fenômenos relativos ao ensino e a aprendizagem específica da Matemática.

Porém, a Didática da Matemática, segundo Douady (1985), não se reduz a pesquisar uma boa maneira ou modelo de ensinar uma determinada noção ou conceito particular. A Engenharia Didática surgiu no transcorrer das discussões desenvolvidas no IREM (Instituto de Investigação do Ensino de Matemática), na França, ao final da década de 1960. Em seus primórdios, o IREM desenvolvia uma complementação na formação de professores de matemática e na produção de meios materiais de apoio para a sala de aula, destacando-se o desenvolvimento de jogos, brinquedos, problemas, exercícios e experimentos.

Posteriormente, analisando-se a validade das ações desenvolvidas, Brousseau, um dos pesquisadores pioneiros da Didática da Matemática, “[...] propôs o estudo das condições nas quais são constituídos os conhecimentos; o controle

destas condições permitiria reproduzir e otimizar os processos de aquisição de conhecimento escolar” (GÁLVEZ, 1996, p. 26).

Na perspectiva de Brousseau (1996), a Didática da Matemática deveria se centrar nas atividades didáticas que tem como objetivo o ensino naquilo que tem de específico: os saberes matemáticos. Dentro desta concepção, a Didática da Matemática deve oferecer explicações, conceitos e teorias, assim como meios de previsão e análise, incorporando resultados relativos aos comportamentos cognitivos dos alunos, além dos tipos de situações utilizadas e os fenômenos de comunicação do saber.

No contexto do presente trabalho, a Engenharia Didática foi selecionada como metodologia de pesquisa, porque foi observada como uma ferramenta apropriada para o estudo, visto estar focada diretamente na prática de ensino. Desse modo, ressaltam-se as concepções de Geary (2004, p. 71):

A engenharia didática vista como metodologia de investigação, caracteriza-se antes de mais nada por um esquema experimental baseado em ‘realizações didáticas’ na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e análise de sequências de ensino.

Por outro lado, conforme Souza e Cordeiro (2005), a Engenharia Didática é uma expressão com duplo sentido. Designa produções para o ensino, derivadas de resultados de pesquisa, e também designa uma específica metodologia de pesquisa baseada em experiências de sala de aula. Dessa maneira, esta metodologia foi criada para atender a duas questões: a questão das relações entre pesquisa e ação no sistema de ensino; e a questão do lugar reservado para as realizações didáticas entre as metodologias de pesquisa.

Assim, a teoria da Engenharia Didática pode ser vista como referencial para o desenvolvimento de produtos para o ensino, gerados na junção do conhecimento prático com o conhecimento teórico, ou seja, nesta metodologia a prática de ensino é articulada com prática de investigação.

No contexto da pesquisa em questão foram desenvolvidas as quatro fases da Engenharia, dentre as quais estão:

A fase da Análise Prévia, que tem por objetivo analisar o funcionamento do ensino habitual do conteúdo, para propor uma intervenção que modifique para melhor a sala de aula usual. A análise inclui as dimensões epistemológica, didática e cognitiva.

Sendo assim, foi realizada uma análise prévia acerca dos conhecimentos dos alunos sobre a história dos números e sua importância para o desenvolvimento do sistema de numeração atual.

Posteriormente, a segunda fase corresponde a Análise a priori, concepção e implementação, sendo a concepção da sequência de atividades que vão subsidiar a situação didática a ser implementada. É preciso descrever e justificar as escolhas efetuadas. A partir dessas escolhas elabora-se e implementa-se um plano de ações que se apresenta numa sequência didática, nesse caso, escolheu-se o filme “A história do número um”.

A seguir, adentra-se na fase da Análise a posteriori, que é a validação da experiência essencialmente interna, fundada no confronto entre a análise a priori e a análise a posteriori. Investigação daquilo que foi considerado nas hipóteses e que, na prática, sofreu distorções, deixando de ser válido, utilizando para isto, material coletado durante a prática. Nesse sentido, houve a aplicação do questionário para que pudesse ser analisado os efeitos, no que concerne ao desenvolvimento dos conhecimentos apreendidos pelos alunos.

A última fase é a da Validação da experiência, ou seja, trata-se de redigir as conclusões finais, explicando, em função dos dados coletados, quais hipóteses são ou não válidas. Nesse sentido, houve a análise e discussão dos resultados.

### 3.2 APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO

O questionário foi aplicado na Escola estadual Maria do Carmo Viana dos Anjos, localizada no Bairro Jardim Felicidade 2, na cidade de Macapá. A turma selecionada foi uma de 1º ano do Ensino Médio, com a qual já havia sido trabalhado o assunto conjuntos numéricos no 1º bimestre do ano letivo.

Foram 28 sujeitos, que concordaram em responder um questionário dividido em duas partes, obedecendo a uma sequência didática de perguntas previamente elaboradas pelo pesquisador. Desse modo, a intervenção do pesquisador se deu de forma direta, participando na ação de tirar algumas dúvidas dos participantes, na intenção de aplicar a sequência didática planejada de maneira eficaz.

O primeiro questionário foi baseado na percepção dos alunos em relação ao vídeo “A história do número um”, haja vista que a contextualização da matéria ensinada é de fundamental importância para o aluno, pois desta forma o mesmo

conseguirá lembrar-se dos temas estudados com maior facilidade, lembrando que a observação é sempre mais rica do que apenas ouvir falar do conteúdo, ou seja, quando se consegue estimular múltiplas habilidades, tais como ver, ouvir, sentir, a retenção da informação se torna significativamente maior.

Nessa linha de entendimento, o vídeo é capaz de favorecer esta contextualização, uma vez que, abre possibilidades ao aluno de observar os temas estudados em diferentes contextos, ou mesmo, ver e ouvir sobre o assunto em estudo. Segundo Bottentuit Junior e Serra (2010, p.70):

Devido à influência das mídias e multimídias no cotidiano dos alunos é necessário que o educador utilize os recursos tecnológicos como instrumentos que possibilitem uma prática pedagógica modernizada, bem como, elementos que o auxiliem no tratamento das dificuldades de aprendizagem presentes em sala de aula.

Desse modo, entende-se que a educação audiovisual é muito relevante, pois permite aos alunos o exercício do olhar apurado, pois o mesmo vídeo poderá ser assistido inúmeras vezes e mesmo assim será possível obter novas informações no âmbito de uma nova observação.

A partir de então, adentra-se nos aspectos da Teoria Significativa da aprendizagem, haja vista que, com a aplicação do vídeo pensa-se em medidas que favoreçam o contexto escolar, pois a teoria de Ausubel leva em conta a história do sujeito e ressalta o papel dos docentes na proposição de situações que favoreçam a aprendizagem.

Posteriormente, o pesquisador teve uma conversa informal com os alunos a respeito temática de sua pesquisa, partindo do entendimento que quando se menciona concepções acerca dos sistemas de numeração estar-se-à se referindo à utilização de um sistema para representar uma numeração, ou seja, uma quantidade, buscando ainda sistematizar algo que pode servir para organizar, colocar em ordem, submeter à determinadas regras.

Nesse sentido o primeiro ponto do método da Engenharia Didática é explorado, sendo este a análise a priori e concepção, haja vista que, com essa conversa informal o pesquisador buscou direcionar sua pesquisa e propor um plano de ação para o desenvolvimento de seu questionário.

Isto posto, houve a aplicação da segunda parte do questionário, caracterizando uma das mais importantes fases do método didático, sendo esta a fase da

Experimentação, explicando-se como uma etapa de aplicação das situações didáticas e coleta dos dados relativos à pesquisa.

Por fim, houve a aplicação das etapas Análise a posteriori, caracterizada pela devida organização do corpus da pesquisa, a fim de uma avaliação posterior e da Validação da Engenharia: mediante o confronto das considerações da análise a priori e da aplicação do questionário propriamente dito, tem-se elementos para realizar uma análise sobre as percepções dos entrevistados.

Portanto, as atividades (SOUZA, 2003) que compõem a sequência para a construção do método didático, foram construídas e analisadas a priori com base no levantamento bibliográfico do pesquisador, enquanto professor e enquanto pesquisador acadêmico, desse modo, concretizado com base na reflexão do referencial teórico construído.

A partir da sequência construída para o desenvolvimento da percepção a respeito de sistema numérico, e em consequência o de conjunto numérico, desenvolveu-se a análise dos dados, utilizando os princípios da Engenharia Didática. Após a aplicação da sequência e análise dos registros, para uma melhor visualização dos resultados, foram elaborados uma tabela resumo do questionário 1 e construídos gráficos para melhor elucidação do questionário 2.

### 3.3 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

As tabelas e gráficos estatísticos fazem parte de uma linguagem universal, uma forma de apresentação de dados para descrever informações, com o objetivo de produzir no investigador, no público ou no aluno uma impressão mais rápida e viva do assunto em estudo, os quais nos dias de hoje podem ser vistos frequentemente ocupando lugar de destaque nos meios de comunicação escrita e falada (BARBOSA, 2001).

A aplicação do primeiro questionário permitiu demonstrar aos alunos a história do número um e sua ligação com história das civilizações ao longo dos tempos. Foi possível perceber que os alunos redefiniram o olhar sobre a história dos números, mesmo levando em consideração que o vídeo não substitui o professor, entretanto, pode promover mudanças na função pedagógica deste.

A partir da exposição do filme os alunos foram orientados a responder um questionário, cujas respostas foram compiladas, podendo ser observadas abaixo:

**Tabela 1** – Dados compilados do questionário 1

<b>Perguntas</b>	<b>Resposta em acordo com o filme</b>	<b>%</b>
Em qual região foi inventado o Sistema de Numeração?	Diversas regiões	25
Como ocorreu?	Gradativo, baseado em necessidades	28
É possível identificar mudanças no modo de vida do ser humano após essa invenção?	Sim, na economia, nas construções...	78
Como surgiu a escrita?	Da necessidade de registrar as operações	71
Qual foi a principal finalidade para invenção do número um e dos conjuntos?	Fazer contas	100
Sobre a abstração dos números, pode se afirmar que foi devido a necessidade do ser humano fazer novas contagens?	Certos triângulos não eram perfeitos para determinadas construções	92
Como se deu o processo de evolução do número um?	O número passou por uma série evolutiva em diversos lugares, sendo o zero o último a ser descoberto	85

**Fonte:** Pesquisa campo 2017

A tabela acima demonstra a frequência percentual das respostas dos participantes da pesquisa em acordo com o que foi exposto no filme “A história do número um”, pois nessa via, parte-se do entendimento que o aluno precisa ser envolvido em atividades que permitam a construção e reconstrução da aprendizagem de forma significativa, e essa construção deve ser mediada pelo professor que por isso precisa estar atento e aberto para novas metodologias de ensino, ao uso de diferentes recursos didáticos e pedagógicos e trabalhar com conteúdos e conceitos matemáticos. Segundo Bieger (2011) o professor precisa compreender o aluno, suas dificuldades e suas formas de construir aprendizagens, para olhar e repensar o currículo escolar e construir significações juntos aos pares e assim estar em constante formação.

De acordo com as respostas dos alunos, uma vez que em todas as questões a maioria foi de acordo com o conteúdo explanado no filme, foi possível perceber que houve absolição de conhecimento. As respostas comprovam que os alunos entenderam que o conhecimento matemático surgiu na antiguidade a partir das necessidades dos homens na vida diária, como contar, medir, calcular, organizar o que vai de acordo com o fato de que “[...] em sua origem a matemática constitui-se a

partir de uma coleção de regras isoladas, decorrentes da experiência e diretamente conectadas com a vida diária” (BRASIL, 2001, p.27).

É fato que o filme “A História do Número um” faz um passeio pela história da matemática tendo como personagem principal o número um. Esse representa o início de tudo, desde os primeiros registros simbólicos grafados em ossos para exprimir quantidades em uma sucessão de traços que permitia a contagem. Logo, observa-se que, quando a maioria dos alunos expressa o contexto da evolução do número um com respostas como: “*Seu surgimento se deu em diversas regiões*”; “... *ocorreu de forma gradativa e baseado em necessidades humanas*”, é cabível fazer uma referência que, segundo o Referencial Curricular de Matemática Ensino Fundamental (MARANHÃO, 2010, p. 37) a Matemática constituiu-se a partir de um conjunto de regras isoladas e de experiências da vida diária.

Desse modo, a história mostra que o ensino de Matemática foi organizado a partir das necessidades de cada povo. Os primeiros indícios de construção de conhecimentos matemáticos foram heranças dos povos egípcios e babilônios (2500 a.c), os quais eram usados para resolver problemas práticos, geralmente ligados ao comércio, cálculo de impostos, construções de habitações, medidas de terras e outros (MARANHÃO, 2010).

Na história contada no vídeo, analisando os sumérios, o documentário atribui à sua representação do número um em cones de argila como responsável por possibilitar a representação da subtração e, assim, dar origem à aritmética. Sobre os algarismos hindu-arábicos, o documentário defende que seria mais correto denominá-los indianos, pois esses povos já utilizavam esse sistema algorítmico milhares de anos antes de Cristo, e os árabes, nesse processo, foram responsáveis por levá-los à Europa.

A partir do exposto, destaca-se alguns comentários dos entrevistados nos quais expressam seu entendimento acerca do surgimento da escrita, enfatizando ainda a principal finalidade para a invenção do número um e dos conjuntos, além da realização de uma abordagem sobre a abstração dos números associando-se as do ser humano em fazer contagem. Diante disso, respostas como: “*Da necessidade de registrar as operações*”; “*Fazer contas*”; “*Certos triângulos não eram perfeitos para determinadas construções*”, foram destaques na percepção dos alunos acerca do tema proposto.

Nesse ponto, as considerações dos alunos podem ser associadas ao âmbito evolutivo da matemática propriamente dito. Assim, pode-se fazer algumas

considerações referindo-se ao Referencial Curricular, pois de acordo com o referido documento, no século XIX a Matemática pura libertou-se das limitações sugeridas por observações da natureza e tornou-se parte da vida do homem. Durante o século XX, com o surgimento de diversos ramos desse campo de saber, a matemática surgiu como uma atividade intelectual altamente sofisticada, pois definições que a consideravam ciência do número e grandeza foram consideradas obsoletas. Assim, a história da matemática é marcada por mudanças que podem ser consideradas correções e extensões, tal qual a evolução numérica.

Sequencialmente, a evolução numérica trouxe uma novidade revolucionária: o número zero, o qual passa a dividir as atenções com o personagem principal do documentário. Como a representação do nada foi recebida pela sociedade europeia, e porque o uso do zero revolucionou a representação tanto de grandes quantidades quanto de muito pequenas são questões trabalhadas neste filme. Além disso, a obra analisa como os números um e zero se tornaram os responsáveis por uma das mais importantes revoluções do conhecimento humano: a informatização.

Isto posto, foi possível perceber o quanto esse processo evolutivo foi internalizado pelos alunos, uma vez que 85% responderam que: *“O número passou por uma série evolutiva em diversos lugares, sendo o zero o último a ser descoberto”*. Todavia, buscando estar em consonância com a exposição dos alunos, cabe destacar que, autores como Fiorentini (2005) defendem esse processo evolutivo do sistema de numeração foi deixado de lado, o que vai contra a teoria significativa da aprendizagem, haja vista que essa preconiza que a aquisição do conhecimento ocorre quando o aluno estabelece relações entre novas ideias e aquelas já existentes. Para que isso ocorra, o professor tem o papel de fazer o elo que proporciona a interação entre o conhecimento prévio do aluno e os novos saberes.

De um modo geral, nota-se, que muitos dos professores que atuam em sala de aula ainda trabalham com o método antigo ou o denominado ensino tradicional, como qual os alunos sentem-se incapazes de desenvolver o seu aprendizado, tem dificuldade de resolver alguns tipos de problemas, por serem trabalhados de forma repetitiva, copia, e siga o modelo. Este ensino não leva em consideração a participação do aluno, o que dificulta a construção do conhecimento e a organização de processos que possibilitem a real aprendizagem.

De acordo D'Ambrosio (1986, p.14), o ensino de matemática precisa mudar:

[...] a ênfase do conteúdo e da quantidade de seus conhecimentos que o aluno adquira, para uma ênfase na metodologia que desenvolva atitude, que desenvolva capacidade de matematizar situações reais, que desenvolva capacidade de criar teorias adequadas para as situações mais diversas, e na metodologia que permita o recolhimento de informações onde ela esteja, metodologia que permita identificar o tipo de informação adequada para uma certa situação e condições para que sejam encontrados, em qualquer nível, os conteúdos e métodos adequados.

Faz-se necessário, como consta nos PCNS (BRASIL, 1997), que o professor crie caminhos para que o aluno tenha uma maior aprendizagem e construa o conhecimento. Isso só será possível se o professor trabalhar usando diferentes recursos e ou metodologias de ensino. Os PCNS indicam o reconhecimento de todo o sistema numérico como um dos caminhos para ensinar matemática, não como uma forma de exercitar o que já foi ensinado, mas uma estratégia que orienta e provoca novas aprendizagens, que proporciona contextos significativos de pesquisa e exploração no processo de aprender novas ideias, procedimentos e conceitos matemáticos.

Por conseguinte, houve o segundo momento da pesquisa, com a intenção primordial de analisar a percepção dos alunos sobre a importância dos conteúdos matemáticos relacionados aos sistemas de numeração. Desse modo, vale fazer referência aos estudos de Souza e Cordeiro (2010) quando estes enfatizam que pensar em ações que possam contribuir com a prática do docente, em especial, com os educadores matemáticos, direciona a olhar os dados de qualquer pesquisa de forma diferenciada, ou seja, no ponto de vista da sua contribuição com a ação diária do professor.

Diante dos inúmeros conceitos matemáticos que se procura desenvolver nos nossos alunos diariamente, o de sistema de numeração, mostra-se de extrema relevância dentro da educação matemática de um aprendiz, pois entende-se que a relação existente entre naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais, coloca-se em variadas situações de do dia-a-dia. A compreensão e o uso dos conceitos de cada um desses sistemas numéricos contribui para a leitura e estabelecimento de relações que permitem ao indivíduo entender e prever vários fenômenos no meio em que vive.

Todavia, a análise científica sobre o desenvolvimento dos sistemas de numeração em alunos do 1º ano do Ensino Médio remete, enquanto professor, na busca sobre a sua contribuição prática para a ação didática diária. Assim, no resgate

da trajetória de pesquisa, ao longo do desenvolvimento da sequência didática, apresenta-se a tabela abaixo com os comentários dos alunos.

**Tabela 2** – Dados compilados do questionário 2

<b>Em cada item a seguir dê exemplo e faça uma correlação com o uso do dia-a-dia</b>		<b>%</b>
Sistema de numeração	Tarefas diárias	39,29
	Usa-se para estudar	46,43
	Usa-se para tudo	14,28
Conjunto	Encontra-se em lojas e em todos os lugares	100
Números naturais	Usado o tempo todo para tudo	89,29
	Apenas na escola	10,71
Números inteiros	Usado para fazer cálculos	75
	Usado em tudo, pois também são naturais	25
Números racionais	Usado em tudo, pois contém os naturais	25
	Usado em receitas e divisão	21,43
	Não comentaram	53,57
Números irracionais	Usa-se na engenharia e matemática	3,57
	Não comentaram	96,43
Números reais	Usado em tudo, pois são todos os números	25
	Não comentaram	75

**Fonte:** Pesquisa campo 2017

Como visto anteriormente, o sistema de numeração que é utilizado nos dias atuais demorou milhares de anos para ser organizado. Não foi criado por uma pessoa ou um único povo, mas é resultado de ideias de muitos povos. De acordo com a concepção dos alunos, os mesmos entendem que os sistemas de numeração fazem parte do seu cotidiano, o que pode ser visto como um fator de grande relevância, haja vista que, levando em consideração que os alunos são do Ensino Médio, precisam ter os conhecimentos numéricos consolidados. Nesse sentido, expõe-se que na recente proposta intitulada Base Nacional Curricular Comum (BNCC) tornada pública no dia 15 de setembro de 2015, encontra-se as seguintes considerações:

O Ensino Médio caracteriza-se como a última etapa da Educação Básica. Não é uma etapa isolada e independente das anteriores, mas sim uma etapa complementar, que deve oferecer condições ao estudante para ampliar e consolidar as aprendizagens do Ensino Fundamental e desenvolver novas capacidades de interpretar e refletir sobre diferentes contextos. (BNCC, 2015, p. 156)

No âmbito das considerações expostas, fazendo uma referência com a atualidade de conceber uma proposta de revisitar os diferentes conjuntos numéricos estudados no Ensino Fundamental até o 1º ano do Ensino Médio, de acordo com as concepções dos alunos é possível aprimorar a maneira como eles vêm sendo apresentados para os estudantes no Ensino Médio de um modo geral.

Quanto ao ensino de números no ensino básico especificamente, destaca-se no mesmo documento:

[...] O estudo dos números no Ensino Médio deve favorecer a percepção de agrupamentos em diferentes conjuntos numéricos e a compreensão das limitações de algumas propriedades numéricas. Com isso, espera-se que, nessa etapa, a construção dos números irracionais ganhe sentido e que o/a estudante possa compreender o conjunto dos números reais como resultado da necessidade de ampliação dos eixos numéricos. (BNCC, 2015, p. 157)

Entretanto, cabe destacar as proposições de Leite, Silva e Vaz (2005) quando estas abordam que o ensino de matemática depende de vários fatores, o que, por diversas situações o torna bastante complexo. A aprendizagem numérica é fundamental na educação em todos os níveis, uma vez que a estrutura instrumental de seus conteúdos possibilita ao estudante entender o mundo ao seu redor, interagir com ele sendo assim capaz de promover mudanças e implementando-as no seu cotidiano.

Seguintemente, os alunos fizeram comentários correlacionando conjuntos numéricos com as situações do dia-a-dia, sendo estes (100%) categóricos em dizer que os conjuntos estão presentes em todas as situações diárias. Desse modo, seguindo a linha de raciocínio dos alunos acredita-se que o desenvolvimento de uma prática pedagógica que visa à compreensão dos fatos por meio da construção de justificativas, “permite que o aluno aprenda de maneira coerente podendo, assim, elaborar hipóteses a partir de definições, postulados e teoremas” (ALMEIDA, 2015, p. 12).

No entanto, acredita-se ainda que a percepção dos alunos esteja eminentemente correlacionada à importância dos conteúdos matemáticos no contexto do dia-a-dia, o que pode ser entendido como algo significativo, sendo assim:

O desenvolvimento de uma visão flexível e multifacetada do conhecimento matemático envolvido nas questões relacionadas ao entendimento dos

conjuntos numéricos pode contribuir decisivamente para que o professor seja capaz de dialogar com seus alunos, de reconhecer e validar, quando for o caso, certos pontos de partida por eles adotados para a construção de um determinado conceito ou de avaliar uma determinada forma de elaboração do conceito como adequada para certo estágio, ainda que precise ser reelaborada em estágios posteriores. (MOREIRA, 2004, p. 88)

Essa visão de Moreira é a que pode se relacionar a busca de entendimento sobre a percepção dos alunos no que se refere a importância do estudo dos conjuntos numéricos. Neste nível, com a maturidade dos alunos de Ensino Médio, certamente muitos conceitos serão mais bem compreendidos e relacionados com os que já foram estudados durante o ensino fundamental. Por exemplo, as ideias que vão se desenvolver até a formação do conceito de número natural começam a ser elaboradas muito cedo pelas crianças, a partir, principalmente, de atividades associadas à contagem e à ordenação de objetos (DICKSON *et al*, 2002).

Moreira (2004) ainda destaca que, no desenvolvimento de cada etapa do processo de expansão dos conjuntos numéricos, o professor precisa conhecer profundamente, de um ponto de vista relevante para a sua prática, aquilo que os alunos consideram como o universo numérico nos diferentes estágios da vida escolar. Só assim ele terá condições de lidar com dúvidas e concepções incorretas trazidas pelos alunos e que dizem respeito tanto ao novo conjunto, mais amplo, como também ao conjunto mais restrito, aquele supostamente conhecido, que está sendo ampliado.

Portanto, Almeida (2015) ainda destaca que durante o ensino fundamental, o aluno pode apresentar uma dificuldade maior na compreensão e distinção das diferentes propriedades de cada conjunto numérico, pois as extensões numéricas são muitas vezes motivadas por questões de natureza totalmente diferentes, revelando-se o conjunto e a respectiva estrutura resultantes do processo de extensão um universo genuinamente novo para o aluno.

A partir de então, a respeito dos números naturais e inteiros, conforme tabela 2, pode-se perceber uma relação entre os comentários feitos pelos alunos em explicitarem que ambos os conjuntos são usados em âmbito escolar e em situações diárias. Nessa via, destaca-se que a ampliação dos naturais para os inteiros envolve uma resignificação do próprio conceito de número. Segundo Almeida (2015), o que antes expressava quantidade, agora passa a representar uma quantidade orientada, isto é, uma quantidade acompanhada de um referencial.

Em busca de entendimento acerca de perceber a importância dos conteúdos

matemáticos, enfatizando conjuntos numéricos para os alunos entrevistados é condizente perpassar por alguns conceitos referentes ao Ensino Fundamental, haja vista ser nessa fase tratados os conteúdos relacionados a números naturais e inteiros.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental, 3º e 4º ciclos, na seleção de conteúdos sobre números e operações apontam para a importância dos Números Naturais e Inteiros ressaltando as dificuldades vistas e ainda enfrentadas: “O estudo dos números naturais e inteiros costuma ser cercado de dificuldades, e os resultados, no que se refere à sua aprendizagem ao longo do Ensino Fundamental têm sido bastante insatisfatórios”. (BRASIL, 1998, p. 97).

Os PCNS ressaltam ainda que:

[...] muitos alunos não chegam a reconhecer os inteiros como extensão dos naturais e, apesar de memorizarem as regras de cálculo, não conseguem aplicá-las adequadamente por não terem desenvolvido uma maior compreensão do que seja o número inteiro. (BRASIL, 1998, p. 98)

Nesse contexto, propõe-se muitas vezes que os Números Inteiros sejam compreendidos pelos alunos através de suas representações como, ausência, dívida, situações de perdas e ganhos, entre outras encontradas no cotidiano e que os alunos possam intuir. Desse modo, no que concerne números, sejam estes naturais ou inteiros, gera-se o entendimento que:

O estudo desses números não poderá [...] restringir-se apenas a esses aspectos, mas incorporar situações que permitam a compreensão da regra do cálculo com os inteiros pela observação de regularidades e aplicação das propriedades das operações com os números naturais (BRASIL, 1998, p. 66).

Em consenso aos pressupostos descritos, deduz-se que é preciso ir além das representações dadas, tanto para os Números Naturais como para os Números Inteiros. Deve haver uma linha metodológica que permita e viabilize ensiná-los através de situações-problema, proporcionando assim mensurar a capacidade cognitiva dos alunos.

Segundo Vicente (2011) as situações-problema, geralmente, têm caráter de desafio. Essa característica estimula o raciocínio lógico, produz a arte de pensar, caracterizando-se diferente dos exercícios convencionais, nos quais basta saber a operação a ser utilizada, que a resolução não demora. Entretanto, antes de partir para as situações-problema, é certo ter que deixar o aluno bem familiarizado com os

Números Naturais e seu processo de associação aos números Inteiros.

Segundo os PCNS (1998, p. 92) “é preciso usar os diferentes significados dos números [...] naturais e inteiros [...] para resolver problemas, em contextos sociais, matemáticos ou de outras áreas do conhecimento”. O que implica dizer que é viável trazer um problema do cotidiano para ser resolvido por intermédio do jogo, em sala de aula.

Adiante os alunos tiveram que correlacionar situações cotidianas a sua percepção conceitual sobre os conjuntos nos números racionais, irracionais e reais, todavia, o que mais chamou atenção é que em termos de frequência percentual a maioria dos entrevistados não soube o que comentar a respeito dos conjuntos em questão, o que pode ser considerado um problema ou uma defasagem na aprendizagem desses alunos.

Entretanto, sabe-se que dificuldades no processo ensino-aprendizagem de matemática existem e conforme relatadas na literatura devem ser sempre questionadas e analisadas objetivando sempre a otimização no processo. Partindo deste pressuposto, e da experiência como professor de matemática de escola pública possível destacar que a situação inicial que pode estar contribuindo para essa dificuldade em atribuir significados para o conjunto dos números pode estar associada ao fato do professor que ministra a disciplina matemática para a turma que os alunos entrevistados fazem parte basear-se em um ensino de matemática estritamente tradicional.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais, encontram-se afirmações sobre a prática do professor a qual deve pressupor uma concepção de ensino e aprendizagem que o leva a compreender os papéis do professor e do aluno, além da função social da escola, da metodologia e dos conteúdos a serem trabalhados e, dentre os fatores que interferem neste processo de conhecimento incluem a formação do professor e sua vida profissional, na qual se inclui sua experiência escolar (BRASIL, 1998).

Essas afirmações devem ser analisadas, pois explicitam os pressupostos pedagógicos que devem reger as atividades do ensino, na busca da coerência entre o que se pensa fazer e o que realmente se faz. Assim, o professor deve procurar se conscientizar de suas funções, conhecer seu ambiente de trabalho, conhecer seus educandos visando um planejamento de atividades que possam ser realmente aplicadas e que sejam significativas, com objetivos definidos e possibilitando a construção de conhecimentos. Portanto, alunos e professores devem se conhecer,

conhecerem seus interesses, expectativas e se comprometerem com atitudes de acordo com suas necessidades.

Por outro lado, se considerar os pressupostos de autores como Saviani (1980) e Libâneo (1989), os quais já afirmavam que na pedagogia tradicional, o ator principal era o professor e o aluno, mero espectador que recebia os conhecimentos de forma vertical, entende-se que, na verdade o aluno era o elemento passivo da ação educacional.

Dessa maneira, é cabível enfatizar que os alunos devem participar ativamente, integrar-se nas aulas, discutir, analisar e refletir, inclusive sobre sua própria existência e, o professor quanto mais propiciar isto mais estará favorecendo a construção de seu próprio conhecimento, o melhoramento das relações entre professores e alunos e uma maior integração. Integração esta que é sempre bem vista entre todas as relações nas sociedades.

Em complementação as afirmações de Saviani (1980) e Libâneo (1989), em linhas relativamente atuais Silva (2000) observou que foram obtidos importantes resultados no desempenho do aluno por meio de promoção de sua interação nas aulas, isto é, sua ativa participação, o que corrobora a ideia de se considerar ativos os participantes no processo ensino-aprendizagem.

Saindo da pedagogia tradicional para as mais modernas, encontra-se a concepção, segundo D'Ambrósio (2001), de que a finalidade da escola é adequar as necessidades individuais ao meio social, ou seja, o estudo focaliza o homem como indivíduo, integrado em uma sociedade, imerso numa realidade natural e social, o que significa estar em permanente interação com seu meio ambiente, natural e sociocultural.

A prática pedagógica pode ser entendida então, como se constituída por dois elementos fundamentais: o educador e o educando, sendo que cada um desses elementos desempenha papel importante na atividade e, de acordo com as definições atribuídas a cada um, uma orientação diferente se consolidará e constituirá uma tendência pedagógica. É, portanto, decisivo o papel que se atribui a cada um desses elementos e sempre necessário a avaliação de cada papel e o estudo sobre redefinição nestes papéis.

Estas significações dos papéis dos agentes educacionais devem promover uma reflexão sobre as reais ações executadas por eles. Professores que passaram há muitos anos pelos cursos de graduação, como é o caso do professor de matemática

da turma na qual os alunos participaram da pesquisa, e que não tiveram cursos de requalificação não se sentem à vontade na aplicação de técnicas modernas de ensino devidamente contextualizadas (ROCHA, 2003).

De acordo com as análises realizadas foi possível entender que a aproximação do conhecimento matemático a realidade das pessoas é um dos maiores desafios enfrentados pelos professores, pois ela necessita ser explorada e aplicada a todas as ações, encontrando, assim, sua real aplicação. A aplicação é a principal questão a ser apresentada aos alunos, pois somente desta forma, terão consciência da utilidade e da importância crucial desta ciência na vida das pessoas. Logo, o ensino da Matemática, relacionando os conjuntos numéricos só terá sua real função explorada, quando os professores forem capazes de saciar as suas dúvidas, e conseqüentemente, as dúvidas de seus alunos.

Portanto, aprender com compreensão é mais do que dar respostas certas a um determinado desafio, semelhante a outro já visto, é poder construir o maior número possível de relações entre os diferentes significados da idéia investigativa, estabelecer conexões entre o novo e o conhecido, saber criar e transformar o que já se conhece. Só assim, pode-se garantir que houve aprendizagem, que esse aluno, de fato, é proprietário do conhecimento que ele controla com a necessária autonomia.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho buscou-se verificar a percepção dos alunos do 1º ano do Ensino Médio sobre a importância e aplicações de conteúdos matemáticos relacionando a aprendizagem dos conjuntos numéricos, perpassando pelas concepções teóricas e evolutiva dos sistemas de numeração.

O tema escolhido como objeto de estudo para a presente pesquisa abarcou, dentre outras questões a possibilidade de entender a evolução histórica do número uma, além de suas contribuições para o desenvolvimento da civilização humana.

Na busca do entendimento a respeito da percepção dos alunos partiu-se do pressuposto que nas aulas de matemática pode-se ir além de simplesmente "fazer contas", e para que ocorram todas as mudanças necessárias na educação matemática, promovendo o aprender com compreensão, é preciso estar em sintonia para ensinar com compreensão.

A matemática é uma ciência que engloba o ser humano em todos os sentidos. Em cada indivíduo gera uma possibilidade e uma expectativa de aprender novamente e de forma diversificada da anterior. O conhecimento matemático oferece possibilidade para criar, recriar e modificar. Em tudo que se olha, a matemática se faz presente, seja na natureza, setor econômico, social, político. Na música, nas profissões a apropriação de conhecimento matemático torna viável a condição de fazer diferente. Assim, o mecânico, pedreiro, físico, trabalhador da roça e demais profissionais, usam um conhecimento matemático que nem sempre foi adquirido nas escolas. Nessa linha de pensamento, pautado no referencial teórico, retoma-se que o ensino dos conjuntos numéricos voltado para a produção de significados é fator concreto de conceder contribuições de fato importantes para o ensino de matemática.

Nessa linha, aprender com compreensão é mais do que dar respostas certas a um determinado desafio, semelhante a outro já visto, é poder construir o maior número possível de relações entre os diferentes significados da ideia investigativa, estabelecer conexões entre o novo e o conhecido, saber criar e transformar o que já se conhece. Só assim, é possível garantir que houve aprendizagem, que esse aluno, de fato, é proprietário do conhecimento que ele controla com a necessária autonomia.

Entendeu-se ainda que é de extrema importância que o aluno esteja com o conceito de número bem construído e bem definido, para que assim, se possa dar continuidade ao processo gradativo de aprendizagem matemática, ou seja, para que

se possa adquirir uma aprendizagem significativa e efetiva dos outros conceitos considerados fundamentais. Para tanto, é preciso que o estudante tenha uma boa ideia do conceito de número.

Em busca dessa aprendizagem significativa o ensino dos conteúdos matemáticos e suas aplicações deve ser abordado de maneira contextualizada, ou seja, o professor deve levar em consideração o cotidiano de seu aluno, estabelecendo relações entre todos os conteúdos matemáticos, procurando encorajá-lo, incentivá-lo e também criar situações problemas que o auxiliem no processo de construção e ressignificação.

Os procedimentos metodológicos adotados podem ser considerados satisfatórios aos que fora proposto, haja vista que o presente estudo indicou que a exibição de vídeo nas aulas de matemática surge como uma nova forma de repensar a significância do ensino. A percepção da mídia enquanto recurso educativo possibilita a compreensão de conteúdos programáticos indispensáveis à formação de cidadãos.

O uso da exibição do vídeo “A história do um” foi explorado de forma adequada tornando-se uma importante ferramenta de ensino-aprendizagem, visto que contempla a construção e socialização de muitos conhecimentos relacionados ao processo evolutivo dos números, sistema de numeração e conjuntos numéricos. Nesse sentido, pode-se afirmar que o uso das mídias no âmbito escolar evita a dicotomia entre saberes da escola e saberes do mundo, entre o ato de ministrar ou instruir, conduzindo a prática de inserção social dos discentes.

A utilização da inter-relação entre a Teoria Significativa da Aprendizagem e o Método da Engenharia Didática, possibilitou a utilização de uma sequência de aprendizagem, na qual a atuação do aluno se intensifica pela possibilidade de auto regulação e pelo confronto com as situações propostas, o que possibilita uma evolução de estratégias, potencializando a cognição dos alunos.

Ao analisar os dados obtidos no questionário que foi utilizado como instrumento de pesquisa com os alunos do 1º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Maria pôde-se perceber que os alunos que fizeram parte dessa pesquisa demonstraram interesse e participaram de forma ativa do questionário relacionado aos conteúdos, cujo enfoque foi a origem e evolução dos sistemas de numeração e conjuntos numéricos.

Todavia, os alunos apresentaram dificuldades em pautar conceitos relacionados aos conjuntos numéricos dos racionais, irracionais e reais. Esta

deficiência teve como uma de suas principais atribuições o ensino pautado em métodos estritamente tradicionais por parte do professor de matemática da escola em questão.

Por outro lado, mesmo a maioria dos alunos tendo admitido ter dificuldade para conceituar o conjunto dos números racionais, irracionais e reais, muitos alunos admitiram a importância do estudo da matemática, não só na escola, como no seu cotidiano, e entenderam a inserção dos conjuntos numéricos nas mais diversas situações do seu cotidiano.

Portanto, a partir da referida pesquisa constata-se a necessidade de uma nova visão diante do modelo atual sob o qual acontece o ensino dos conjuntos numéricos, principalmente em relação a contextualização do ensino de Matemática, de modo que o aluno perceba sua importância e utilidade no seu cotidiano e assim, comece a adquirir interesse por seu aprofundamento teórico.

## REFERÊNCIAS

AAKER, David A. **Administração Estratégica de Mercado**. 5ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

ABREU, Maria Auxiliadora Maroneze de. **Ideia Relacionadora “CTS”**: uma aposta no enfraquecimento das relações de poder na educação matemática. Dissertação de Mestrado em Ensino de matemática) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1994.

ALMEIDA, Teodoro Becker. **Uma Revisitação aos Conjuntos Numéricos no Ensino Médio**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul: Porto Alegre, 2015.

ASTOLFI, Jean-Pierre. **A didática das ciências**. Tradução Magda S. S. Fonseca 4ª edição—Campinas, SP: Papirus, 1995.

AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1980.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D., HANESIAN, H. **Psicología Educativa**: un punto de vista cognoscitivo. México: Trillas, 1980.

ÁVILA, Geraldo. **Análise Matemática para Licenciatura**. São Paulo: Edgar Blucher, LTDA, 2006.

BALESTRI, R. D. **A participação da história da matemática na formação inicial de professores de matemática na ótica de professores e pesquisadores**. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

BARBOSA, H.H. **Sentido de número na infância**: uma interconexão dinâmica entre conceitos e procedimentos. *Paidéia*. 17(37):181-94, 2001.

BERCH D. Making. **Sense of number sense**: implications for children with mathematical disabilities. *J Learn Disabil*.38(4):333-339, 2005.

DEVLIN, Keith. **O Gene da Matemática**: O talento para lidar com os números e a evolução do pensamento matemático. Rio de Janeiro: Record, 2005.

DANTZIG, Tobias. **Número**: A Linguagem da Ciência. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 2002.

BNCC, **Base Nacional Comum**. 2015. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em 23 Set. 2017.

BORGES Luciano Rodrigues; BOMFIM, Sabrina Helena Bonfim. **A origem dos números**. São Paulo: Interfaces da Educação, 2012.

BOTTENTUIT JUNIOR, J. B.; SERRA, R. R. S. **Vídeo Educativo**: uma experiência com alunos do 4.º ano do ensino fundamental da Unidade Integrada Fernão de Magalhães da Cidade de São Luis- MA, 2010.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental**: Matemática. Brasília, MEC/SEF, 1997.

\_\_\_\_\_. BRASIL. Secretaria de Educação Média. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. v 2. Brasília: MEC, 1998.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. 3. ed. Brasília: A Secretaria, 2001.

\_\_\_\_\_. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Secretaria de Educação Básica – Brasília, 1998

BRASIL. Parecer CNE/CES 1/2002. **Diretrizes Curriculares Nacionais para Formação de Professores da Educação Básica, em Nível Superior da Licenciatura Plena**. Diário Oficial, Brasília, DF. 09/04/2006, Seção1, pt.31.

BROUSSEAU, G. **A Teoria das Situações Didáticas e a Formação do Professor**. Palestra. São Paulo: PUC, 1996.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais de Matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática, 1984.

CASSEL, C. and SYMON, G. **Qualitative research in a work contexts**. In: CASSEL, C. and SYMON, G. (orgs.) **Qualitative Methods in Organizational Research**. London: Sage, 1994.

CENTURIÓN, Marília. **Números e Operações**. São Paulo: Scipione, 1994.

CEOLIN, Marcele. **Um estudo sobre os números inteiros**: investigando a resolução de situações-problema. Monografia. Universidade Federal do Rio Grande do Sul: Porto Alegre, 2010.

COBIANCHI, Antonio Sérgio. **História da Matemática**. Apostilas do 6º Curso de Especialização em Matemática, Lorena, 2006.

\_\_\_\_\_. **Estudos de continuidade e números reais**: Matemática, descobertas e justificativas de professores. Dissertação de Mestrado. Departamento de Matemática, UNESP – Rio Claro, 2001.

CRUZ, Willian José da. **Os números reais**: um convite ao professor de matemática do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Juiz de Fora, 2011.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. São Paulo: Summus: Campinas: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

\_\_\_\_\_. **A Interface entre História e Matemática uma Visão Histórico-Pedagógica**. São Paulo: Summus: Campinas: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas, 1996.

\_\_\_\_\_. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 16ª ed. Campinas SP: Papirus, 2001.

DEHAENE, S. **The Number Sense: how the mind creates Mathematics**. Oxford University Press, 1999.

DICKSON, L. *et al.* **Children Learning Mathematics: A teachers guide to recente research**. London: School Council Publications, 2002.

DOUADY, Régine. **Jeux de qudres et dialectique outil-objet**. RDM, V7.2, 1985.

DUARTE, Carlos Eduardo de Lima. **Conjuntos Numéricos**. Dissertação de Mestrado. Centro de Ciências Exatas e da Terra: Natal, 2013.

FARIAS, E. T. **O professor e as novas tecnologias**. In Ser Professor. Porto Alegre: EDIPUCRS. 2009.

FIGUEIREDO, Djairo. **Números Irracionais e Transcendentes**. Coleção Fundamentos da Matemática Elementar. Rio de Janeiro: SBM, 1985.

FIORENTINI, Dario. **Rumos da Educação Matemática: O professor e as mudanças didáticas e curriculares**. In: II Seminário de Avaliação das Feiras Catarinenses de Matemática, 2001.

\_\_\_\_\_. **Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil**. Zetetiké. Ano 3, nº 4. Campinas, Unicamp, 2005.

FRAGOSO, W.C. **História da Matemática: história de uma disciplina**. Rev. Diálogo Educ., Curitiba, v. 11, n. 34, p. 625-643, set./dez. 2011.

GÁLVEZ, G. **A Didática da Matemática**. In: PARRA, C.; SAIZ, I. Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas. Tradução de: Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: ArtMed, 1996.

GEARY, D.C. **Mathematics and learning disabilities**. J Learn Disabil. 37(1):4-15, 2004.

GERSTEN, R.; CHARD, D. **Number sense: rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities**. J Special Educ. 33(1):18-28, 1999.

GIL, A. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2008.

GIRALDO, Victor. **O Desenvolvimento de Conceito de Número na Escola Básica**. 24ª Semana da Matemática da UFRN, Natal, 2012.

GOOD, W. J. **Métodos em pesquisa social**. 4ª ed. São Paulo: Nacional, 2009.

GUNDLACH, Bernard H. **História dos números e numerais**. São Paulo: Atual, 1992.

GUTIERRE, L.S. **História na Matemática em Sala de Aula**. 2003. Disponível em: <<http://www.afirse.com/archives/cd3/tematica4/081.pdf> > Acesso em 23 Set. 2017.

IFRAH, Georges. **Os números**: história de uma grande invenção. São Paulo: Globo, 1992.

\_\_\_\_\_. **História universal dos algarismos**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1996.

JENSKE, Grazielle. **A Teoria de Gérard Vergnaud como aporte para a superação da defasagem de aprendizagem de conteúdos básicos da matemática**: um estudo de caso. Dissertação de Mestrado. Universidade Católica do Rio Grande do Sul: Porto Alegre, 2011

JONES, Allan. **A história do Número Um**. Filme. BBC. 80 min, 2000.

JORDAN, N.C.; KAPLAN, D.; OLAH, L.N.; LOCUNIAK, M.N. **Number sense growth in kindergarten**: a longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development*. 77:153-75, 2006.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e Tecnologia**: o novo ritmo da informação. 3 ed. Campinas, SP: Papirus, 2003.

LEITE, A. C. S.; SILVA, P. A. B.; VAZ, A. C. R. **A importância das aulas práticas para alunos jovens e adultos: uma abordagem investigativa sobre a percepção dos alunos da PROEF II**. Ensaio, Belo Horizonte: UFMG, v.7, n.3, 2005.

LIBÂNEO, J. C. **Democratização da escola pública**: a pedagogia crítica social dos conteúdos. São Paulo: Loyola. 1989.

LIMA, Newton Hemiliano de. **O ensino dos números inteiros por meio da utilização de jogos em uma turma do 7º ano do ensino fundamental**. Monografia. Universidade Federal da Paraíba: Itabaiana, 2011.

MARANHÃO. Secretaria de Estado da Educação. **Referencial Curricular - Matemática**: ensino fundamental:5ª a 8ª série / 6º ao 9º ano - São Luís, 2010.

MENDES, I, A. **O uso da história no ensino da matemática**: Reflexões teóricas e experiências, 1º ed. Belém: UEPA,2001.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti. **O conhecimento matemático do professor: formação na licenciatura e prática docente na escola básica.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais: Belo Horizonte, 2004.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. A. F. S. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel.** São Paulo: Centauro, 2009.

NOBRE, S. **A disciplina acadêmica “História da Matemática” na formação de profissionais em matemática.** Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v. 14, n.3, 2012.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OLIVEIRA, J. S. B. **História da Matemática: contribuições e descobertas para o ensino-aprendizagem de matemática.** Belém: SBEM, 2008.

OLIVEIRA, A. T. C. C. **Reflexões sobre a aprendizagem da álgebra.** Educação Matemática em Revista, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, SBM, São Paulo: jul., ano 9, n.12. 2009.

RIPOLL, Cydara C. **A construção dos números reais nos ensinos fundamental e médio.** II Bienal da SBM, Salvador, 2004.

ROCHA, A. C. F. **A Matemática como instrumental no currículo de cursos técnicos: um estudo de caso no CEFET-MG.** Dissertação de Mestrado. Belo Horizonte: Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. 2003.

RODRIGUES, Monique; SILVA, Vívica. **Uma análise sobre os PCN dos Ensinos Fundamental e Médio.** Anais de Congresso. V EPEAL, 2010.

SANTOS, Anderson Oramísio; GHELLI, Kelma Gomes Mendonça. **Implicações das teorias behavioristas e cognitivistas na aprendizagem matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental.** III Congresso Internacional. Universidade de Uberaba, 2015.

SAVIANI, D. **Educação e questões da atualidade.** São Paulo: Cortez, 1980.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico.** 19ª ed. São Paulo: Cortez, 1996.

SILVA, G.S. **História da matemática na formação de Professores: Sistemas de Numeração Antigos.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2000.

SILVA, Rosilma Ventura da; OLIVEIRA, Elisangela Mercado de. **As possibilidades do uso do vídeo como recurso de aprendizagem em salas de aula do 5º ano.** Anais de Congresso. V EPEAL 2009.

SOUZA, Roberta Nara Sodré de; CORDEIRO, Maria Helena Cordeiro. **A contribuição da Engenharia-Didática para a prática docente de Matemática na**

Educação Básica. Rio de Janeiro: Papyrus, 2010.

SOUZA, M. do C. **A percepção dos professores atuantes no ensino de Matemática nas escolas estaduais da Delegacia de Ensino de Itu, do movimento da Matemática moderna e de sua influência no currículo atual.** Dissertação de Mestrado. São Paulo: Faculdade de Educação - Universidade Estadual de Campinas, 2003.

VICENTE, Jailton Soares. **O ensino de divisão com números naturais pela metodologia da resolução de problemas:** aspectos teóricos. Monografia. Universidade Federal da Paraíba: 2011.