



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Câmpus de Rio Claro

A Matemática está em tudo: modelagem fuzzy para um problema da indústria e uma proposta de aplicação no Ensino Médio

Fernanda Almeida Marchini Gayer

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Câmpus de Rio Claro.

Orientadora
Profa. Dra. Renata Zotin Gomes de Oliveira

2017

511.32 Gayer, Fernanda Almeida Marchini
G286m A Matemática está em tudo: modelagem fuzzy para um problema da indústria e uma proposta de aplicação no Ensino Médio/
Fernanda Almeida Marchini Gayer- Rio Claro: [s.n.], 2017.
105 f.: fig., tab.

Orientadora: Renata Zotin Gomes de Oliveira

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Geociências e Ciências Exatas.

1. Conjuntos Fuzzy. 2. Lógica Fuzzy. 3. Manutenção preditiva.
4. Método de Mamdani. 5. Ensino. I. Título

TERMO DE APROVAÇÃO

Fernanda Almeida Marchini Gayer

A MATEMÁTICA ESTÁ EM TUDO: MODELAGEM FUZZY PARA UM PROBLEMA DA INDÚSTRIA E UMA PROPOSTA DE APLICAÇÃO NO ENSINO MÉDIO

Dissertação APROVADA como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, pela seguinte banca examinadora:

Profa. Dra. Renata Zotin Gomes de Oliveira
Orientadora

Profa. Dra. Alice Kimie Miwa Libardi
IGCE - Departamento de Matemática - Unesp - Rio Claro

Profa. Dra. Elaine Cristina Catapani Poletti
FT Unicamp - Limeira

Rio Claro, 01 de dezembro de 2017

Ao meu filho e meu marido.

Agradecimentos

À Professora Dra. Renata Zotin Gomes de Oliveira, pela confiança, pela imensa disponibilidade, pela magistral condução desse meu trabalho e pelos valiosos ensinamentos e direcionamentos.

À Professora Dra. Alice Kimie Miwa Libardi, pela oportunidade de trabalhar ao seu lado, pela sua clareza e pela colaboração inestimável.

À Professora Dra. Suzinei Aparecida Siqueira Marconato, pelos momentos de motivação e encorajamento durante parte da minha caminhada.

Ao Professor Dr. Jamil Viana Pereira, pelo grande auxílio.

Às minhas grandes amigas, Ana Paula Inforsato e Flávia Fernanda Fávaro, que conquistei através dos estudos e que fazem parte não só dos momentos de aprendizagem e empenho, mas também das horas de descontração e motivação, que foram essenciais durante todo o meu caminhar.

Aos meus amigos de estudo Henrique Maluf e Antônio pelos estudos e trocas de informações importantes durante o curso.

Aos meus pais pela compreensão e pelo estímulo aos meus projetos.

Ao meu marido, pelo apoio incondicional, pela paciência, por abdicar de férias e tempo de lazer para minha dedicação aos estudos.

E, principalmente, ao meu filho, por ser a minha grande motivação.

Mas há uma outra razão que explica a elevada reputação das Matemáticas, é que elas levam às ciências naturais exatas uma certa proporção de segurança que, sem elas, essas ciências não poderiam obter.

Albert Einstein

Resumo

Neste trabalho, apresentamos um estudo introdutório à Teoria de Conjuntos Fuzzy e Lógica Fuzzy, mostrando o seu potencial de aplicação através da análise de um problema numa indústria química e da introdução de alguns conceitos dessa teoria a alunos do Ensino Médio.

Quanto ao problema da indústria química, o objetivo é assessorar uma equipe de gestão de manutenção de uma certa indústria química na tomada de decisão quanto ao momento oportuno para realização de intervenção em uma bomba industrial.

Esta equipe observou como dificuldade em sua gestão de custos a manutenção preventiva de uma certa bomba de seu processo. Para isso, dados dos processos são analisados e modelados matematicamente utilizando a lógica fuzzy, produzindo um resultado que direciona corretamente os profissionais no momento da tomada de decisão, sobrepondo a manutenção preventiva existente pela manutenção preditiva, baseada em dados do processo.

Foi criado um sistema computacional que favorece este processo de forma automática e simplificada, evitando burocracias legais quanto à questão de licenciamento de softwares do mercado, de forma a realizar os cálculos, além de facilitar a incorporação de dados e análises de forma intuitiva, não necessitando de maiores treinamentos para tanto.

Por fim, durante o estudo da lógica fuzzy e pesquisas relacionadas, foi detectada a possibilidade de aplicação prática para estudantes do Ensino Médio. Dessa forma, uma aula expositiva com atividades originais foi realizada para apresentar os conjuntos e a lógica fuzzy, mostrando a capacidade dos alunos do Ensino Médio em assimilar os conteúdos já citados.

Palavras-chave: Conjuntos Fuzzy, Lógica Fuzzy, Manutenção preditiva, Método de Mamdani, Ensino.

Abstract

In this work, we present an introductory study to Fuzzy Set Theory and Fuzzy Logic, showing its potential application through the analysis of a problem in a chemical industry and the introduction of some concepts of this theory to high school students.

As for the problem of the chemical industry, the objective is to advise a manufacturing management team of a certain chemical industry in the decision making for an opportune time for an intervention in an industrial pump.

This team observed as a difficulty in its cost management a preventive maintenance of a certain pump of its process. For this, the data of the processes are analysed and modelled mathematically using a fuzzy logic, producing a result that correctly directs the professionals at the moment of the decision making, overlapping the existing preventive maintenance, by the base predictive maintenance in process data.

It was created a computer system that helps this process in an automatic and simplified way, avoiding legal bureaucracies regarding the licensing of software in the market, in order to perform the calculations, besides facilitating the incorporation of data and analyses in an intuitive way, not requiring of greater training for both.

Finally, during the study of fuzzy logic and related research, it was detected as a possibility of practical application for high school students. Thus, an expository class with original activities was performed to present the sets and a fuzzy logic, showing the ability of the high school students to assimilate the referred contents.

Keywords: Fuzzy sets, Fuzzy Logic, Predictive Maintenance, Mamdani Method, Teaching.

Lista de Figuras

2.1	Subconjuntos <i>crisp</i> e fuzzy.	24
2.2	Conjuntos fuzzy A_1 , A_2 e A_3 que representam os conceitos de jovem, meia-idade e velho.	25
2.3	Medição do tamanho de objeto metálico utilizando régua.	29
2.4	Representação do número fuzzy triangular da medida do objeto metálico, “em torno de 5,2cm”.	29
2.5	Representação do número fuzzy trapezoidal do IMC de uma pessoa com peso normal.	30
2.6	Variáveis linguísticas dos batimentos por minuto: escala Borg.	34
2.7	Função de pertinência: nota da prova.	37
2.8	Função de pertinência: nota das atividades.	37
2.9	Função de pertinência: conceito.	38
2.10	Saída parcial do método de Mamdani: regra 5.	39
2.11	Saída parcial do método de Mamdani: regra 6.	39
2.12	Saída final do método de Mamdani.	40
2.13	Defuzzificador centro de gravidade de $G(B)$ [3, p.131].	40
2.14	Conceito final do aluno A.	41
3.1	Bomba Silverson.	44
3.2	Bomba industrial instalada.	45
3.3	Fluxograma da planta onde encontra-se a bomba estudada.	45
3.4	Gráfico dos dados de APS do produto no período considerado.	48
3.5	Gráfico dos dados de horas de funcionamento da bomba no período considerado.	49
3.6	Gráfico dos dados de umidade do produto no período considerado.	49
3.7	Fluxograma da modelagem do problema.	50
3.8	Conjunto fuzzy: APS.	51
3.9	Conjunto fuzzy: horas de funcionamento da bomba.	51
3.10	Conjunto fuzzy: umidade.	51
3.11	Conjunto fuzzy: risco de quebra da bomba.	52
3.12	Sistema fuzzy para a bomba industrial.	54
3.13	Risco de falha em função do APS e horas de funcionamento da bomba.	54
3.14	Risco de falha em função do APS e da umidade do produto.	54
3.15	Diagrama estrutural do software desenvolvido.	56
3.16	Trecho do código em Java: fuzzificação APS.	57
3.17	Trecho do código em Java: fuzzificação horas de funcionamento da bomba.	58
3.18	Trecho do código em Java: fuzzificação umidade.	59
3.19	Código da base de regras, parte 1.	60
3.20	Código da base de regras, parte 2.	61

3.21	Código da base de regras, parte 3.	62
3.22	Código da base de regras, parte 4.	63
3.23	Código da base de regras, parte 5.	63
3.24	Estrutura do banco de dados.	64
4.1	Exercícios preliminares 1ª série Ensino Médio: erros e acertos.	68
4.2	Exercícios preliminares 2ª série Ensino Médio: erros e acertos.	69
4.3	Exercícios preliminares 3ª série Ensino Médio: erros e acertos.	69
4.4	Conjunto fuzzy: quantidade de horas diárias de jogo.	71
4.5	Conjunto fuzzy: quantidade de fases conquistadas de jogo.	71
4.6	Conjunto fuzzy: qualificação do jogador.	71
4.7	Aplicação no MATLAB®.	74
4.8	Quantidade de horas : aplicação no MATLAB®.	74
4.9	Quantidade de fases : aplicação no MATLAB®.	75
4.10	Qualificação do jogador : aplicação no MATLAB®.	75
4.11	Base de regras : aplicação no MATLAB®.	76
4.12	Resultado : aplicação no MATLAB®.	77
4.13	Resolução exercício 1 : 2ª série do Ensino Médio - item a.	78
4.14	Resolução exercício 1 : 2ª série do Ensino Médio - item b.	79
4.15	Resolução exercício 1 : 2ª série do Ensino Médio - itens c e d.	80
4.16	Resolução exercício 1 : 3ª série do Ensino Médio - item a.	80
4.17	Resolução exercício 1 : 3ª série do Ensino Médio - item b.	80
4.18	Resolução exercício 1 : 3ª série do Ensino Médio - item b, continuação.	81
4.19	Resolução exercício 1 : 3ª série do Ensino Médio - itens c e d.	81
4.20	Resolução exercício 2 : 2ª série do Ensino Médio.	82
4.21	Resolução exercício 2 : 2ª série do Ensino Médio - continuação.	83
4.22	Resolução exercício 2 : 2ª série do Ensino Médio - continuação.	83
4.23	Resolução exercício 2 : 3ª série do Ensino Médio.	84
4.24	Resolução exercício 2 : 3ª série do Ensino Médio - continuação.	84
4.25	Resolução exercício 2 : 3ª série do Ensino Médio - continuação.	85
4.26	Resolução exercício 3 : 2ª série do Ensino Médio.	85
4.27	Resolução exercício 3 : 2ª série do Ensino Médio, continuação.	86
4.28	Resolução exercício 3 : 3ª série do Ensino Médio.	86
4.29	Resolução exercício 3 : 3ª série do Ensino Médio, continuação.	87
A.1	Tela inicial.	93
A.2	Tela de entrada de dados do processo.	94
A.3	Tela de busca dos dados coletados do processo.	94
A.4	Tela de gráficos dos dados de APS.	95
A.5	Tela de gráficos dos dados de horas de operação.	95
A.6	Tela de gráficos dos dados de unidade.	96
A.7	Tela de gráficos dos resultados fuzzy.	96
A.8	Tela de gráficos de todas as variáveis.	97
A.9	Tela dos conjuntos fuzzy - fuzzificação.	97
A.10	Tela da base de regras.	98
A.11	Tela informação sobre o aplicativo.	98
A.12	Estrutura dos menus do aplicativo.	99
C.1	Conjunto fuzzy - velocidade do processador.	103

C.2	Conjunto fuzzy - duração da bateria.	104
C.3	Conjunto fuzzy - peso.	104

Lista de Tabelas

2.1	IMC	30
2.2	Tabela de características de amostras de um certo produto químico. . .	32
3.1	Tabela de dados das variáveis do processo de 2014.	47
3.2	Tabela de dados das variáveis do processo de 2015.	47
3.3	Tabela de dados das variáveis do processo de 2016.	48
3.4	Tabela de dados das variáveis do processo de 2017.	48
3.5	Tabela de base de regras aplicada ao problema da bomba industrial. . .	53
3.6	Tabela de dados resultantes do processo.	66
4.1	Tabela de base de regras - aplicação no Ensino Médio	72

Sumário

1	Introdução	21
2	Conjuntos e Lógica Fuzzy	23
2.1	Conjuntos clássicos versus conjuntos fuzzy	23
2.2	Suporte de um conjunto fuzzy e α -nível	24
2.3	Operações com os conjuntos fuzzy	26
2.4	Números fuzzy	28
2.5	Lógica fuzzy	30
2.5.1	Relações fuzzy	31
2.5.2	Composição entre relações fuzzy binárias	32
2.5.3	T-norma e T-conorma	33
2.5.4	Variáveis linguísticas	34
2.5.5	Sistemas baseados em regras fuzzy	35
2.5.6	Inferência de Mamdani	36
2.5.7	Defuzzificação: Centro de Gravidade	40
3	Modelagem matemática para manutenção preditiva de uma bomba industrial	43
3.1	A bomba industrial	44
3.1.1	Dados do processo	46
3.2	Lógica Fuzzy para modelagem dos dados do processo	49
3.2.1	Fuzzificação	51
3.2.2	Sistema baseado em regras fuzzy	52
3.3	Software desenvolvido	55
3.4	Análise dos resultados obtidos	65
4	Uma proposta aplicada no Ensino Médio	67
4.1	Exercícios preliminares sobre teoria clássica dos conjuntos	68
4.2	Cronograma de aplicação	69
4.3	Aplicação em sala de aula	70
4.4	Atividades realizadas pelos alunos e seus resultados	77
4.4.1	Exercício 1	77
4.4.2	Exercício 2	81
4.4.3	Exercício 3	85
5	Conclusão	89
	Referências	91

A Telas do software desenvolvido	93
B Exercício Preliminar	101
C Exercícios de aplicação da Lógica Fuzzy no Ensino Médio	103

1 Introdução

Com o grande avanço tecnológico, o grande objetivo industrial passou a ser a redução do custo para a produção de manufaturados, agregando valor ao produto e incrementando os lucros empresariais de forma maximizada. Diante desse cenário, iniciou-se uma expansão de filosofias gerenciais dentro da indústria e o setor de manutenção fabril revelou-se um departamento decisivo incluso no organismo da empresa.

Dentro do processo de manutenção industrial, a gestão de recursos humanos e materiais é imprescindível para o planejamento estratégico empresarial, evitando quebras inesperadas e aumentando a disponibilidade dos equipamentos para a produção. Para esta gestão algumas metodologias são empregadas, como a prevenção e predição do risco de quebra dos instrumentos envolvidos no processo. A prevenção determina ações periódicas das equipes de manutenção de acordo com informações proporcionadas pelos fabricantes dos equipamentos ou equipe de engenharia. Já a predição refere-se ao monitoramento de dados de processo ou do próprio equipamento para prever o momento de uma quebra inesperada ou um desgaste excessivo do mesmo.

Para a detecção da melhor metodologia a ser empregada na manutenção dos equipamentos, primeiro deve-se analisar o processo e verificar os pontos críticos de quebra e de custos operacionais. Fazendo essa análise minuciosa, uma equipe de manutenção de uma empresa química do interior do estado de São Paulo apontou como principal problema de seu orçamento a manutenção preventiva de uma bomba específica. A prevenção de falhas nesta bomba utilizava grande parte dos recursos financeiros da equipe de manutenção, uma vez que, de acordo com o fabricante, deveriam ser feitos reparos trimestrais na mesma.

De forma a mudar a estratégia, alterando a metodologia de prevenção para predição, a equipe de manutenção iniciou um trabalho de acompanhamento das variáveis de processo e percebeu que uma variável do produto conhecida como APS (Average Particle Size - Tamanho Médio de Partícula) conseguia acompanhar o desgaste da bomba. Portanto, com auxílio dos dados gerados em laboratório, a equipe de manutenção começou a planejar os reparos deste equipamento de acordo com os dados desta variável.

A fim de modelar matematicamente este processo empírico dos profissionais de manutenção, um estudo dos valores assumidos por esta variável no decorrer do tempo foi feito e, unindo a visitas e reuniões com os especialistas do setor, verificou-se que outras variáveis influenciavam também no risco de quebra da bomba em estudo, como a umidade do produto e o tempo de operação da bomba.

Uma vez que a utilização do tempo de operação da bomba é feita através de uma análise subjetiva, ou seja, provém da experiência e da vivência dos trabalhadores envolvidos no processo, uma forma de aproximar matematicamente deste raciocínio é utilizar a lógica fuzzy, que consegue assemelhar-se ao raciocínio humano, utilizando

uma linguagem mais realista do problema e consegue modelar expressões como “aproximadamente”, “em torno de”, além de termos linguísticos como “alto”, “médio”, “baixo”.

Observamos também que, dentre as pesquisas realizadas não foram encontradas referências de aplicação de modelagem fuzzy no Ensino Médio ou Fundamental, somente no Ensino Superior.

Diante do exposto, este trabalho tem como objetivos principais:

- um estudo introdutório de conceitos como conjuntos fuzzy, relações fuzzy e, mais especificamente, sistemas baseados em regras fuzzy;
- uma proposta de modelagem, utilizando sistemas baseados em regras fuzzy, para a análise do problema da bomba industrial descrito;
- introduzir alguns conceitos envolvendo conjuntos e lógica fuzzy, a alunos de um curso técnico (Ensino Médio), evidenciando seu potencial de aplicação.

Para que a modelagem proposta possa ser aplicada na indústria em questão e possa ser utilizada pelos profissionais envolvidos na manutenção da bomba em estudo, este trabalho traz um software intuitivo e de fácil manuseio por parte da equipe de manutenção sem que os mesmos necessitem de conhecimento profundo sobre os conceitos fuzzy. Dessa forma, os profissionais de posse das variáveis necessárias podem receber uma resposta que facilite a tomada de decisão do momento em que será feito reparo no equipamento.

A modelagem fuzzy para o problema da bomba industrial assim como de outros problemas nas mais diversas áreas [19, 20] são bons exemplos da utilização da matemática na solução de problemas do cotidiano, podendo servir como motivação para alunos dos Ensinos Fundamental e Médio.

Apresentamos, então, uma aplicação de alguns conceitos fuzzy no Ensino Médio, desafiando os alunos a pensarem um pouco mais genericamente em relação aos conceitos clássicos que foram aprendidos. Para este desenvolvimento, uma atividade preliminar de verificação dos conhecimentos de conjuntos clássicos foi realizada e constatou-se que das três possíveis turmas somente uma não teria subsídios para tal atividade.

Uma aula expositiva com atividades para verificação da compreensão dos alunos foi organizada e seus resultados são apresentados e analisados neste trabalho.

Dessa forma, este trabalho está estruturado da seguinte forma:

- Capítulo 2 - Definição de conjuntos fuzzy e operações entre eles, o conceito de α -nível, número fuzzy e relações, além dos conceitos de t-norma, t-conormas e o sistema baseado em regras fuzzy.
- Capítulo 3 - Modelagem matemática de um problema real para manutenção preditiva de bomba industrial utilizando lógica fuzzy.
- Capítulo 4 - Uma aplicação da lógica fuzzy na sala de aula para alunos do Ensino Médio.
- Capítulo 5 - Conclusão do trabalho.

2 Conjuntos e Lógica Fuzzy

Neste capítulo apresentamos os conceitos matemáticos necessários para o conhecimento dos conjuntos e lógica fuzzy que permeiam as aplicações desenvolvidas e que serão apresentadas nos próximos capítulos.

2.1 Conjuntos clássicos versus conjuntos fuzzy

Conseguimos descrever variáveis do nosso cotidiano usando uma linguagem conjuntista, ou seja, agrupando-as em conjuntos que possam definir suas propriedades e atributos, facilitando a identificação dos seus elementos e suas características.

Quando usamos a teoria de conjuntos clássica, podemos caracterizar um conjunto através de sua função característica, definida a seguir.

Definição 2.1. *Seja U um universo de discurso e A um subconjunto de U . A função característica de A é dada por:*

$$X_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \\ 0, & \text{se } x \notin A \end{cases}$$

Avaliando a função característica X_A , cujo domínio é U , temos que a imagem está contida no conjunto $\{0, 1\}$. Essa função define o subconjunto A com exatidão, designando precisamente os elementos do conjunto universo que também são elementos de A e os que não são.

Porém, quando avaliamos conjuntos cujos atributos podem não ser tão objetivos como, por exemplo, grupo de pessoas altas ou conjunto das pessoas belas, nos deparamos com imprecisão para caracterização dos elementos. Estes conjuntos “imprecisamente definidos desempenham um papel importante no pensamento humano, particularmente nos domínios do reconhecimento de padrões, da comunicação da informação e da abstração”[25, p.338]. Dessa forma, se analisarmos quais pessoas pertencem ao conjunto das consideradas altas ou conjunto das pessoas belas, nos deparamos com expressões como “um pouco” ou “satisfatoriamente”, etc. Podemos dizer que as propriedades desses conjuntos são incertas e encontramos, portanto, a Teoria dos Conjuntos Fuzzy para descrever melhor esses conjuntos.

A Teoria dos Conjuntos Fuzzy, datada de 1965 e definida por Lofti Asker Zadeh, possui a “principal intenção de dar um tratamento matemático a certos termos linguísticos subjetivos, como “*aproximadamente*”, “*em torno de*”, dentre outros” [3, p.12]. Assim sendo, a Teoria dos Conjuntos Fuzzy generaliza a função característica de um conjunto clássico, indicando que a pertinência de um elemento a um conjunto assumirá um valor no intervalo $[0, 1]$. Na linguagem fuzzy os conjuntos clássicos são chamados de *crisp*.

Definição 2.2. Seja U um universo de discurso. Um subconjunto fuzzy F de U é caracterizado por uma função

$$\varphi_F : U \longrightarrow [0, 1],$$

chamada de função de pertinência do subconjunto fuzzy F .

Exemplo 2.1. Para exemplificar a diferença entre um conjunto *crisp* e um conjunto fuzzy, consideramos, como conjunto universo, os alunos de uma escola de Ensino Fundamental e Médio. Os alunos são considerados “altos” quando possuírem uma medida de altura maior ou igual a 1,70m.

Se esse conjunto for descrito por um conjunto clássico A , sua função característica é dada por

$$X_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \geq 1,70\text{m} \\ 0, & \text{se } x < 1,70\text{m}. \end{cases}$$

No entanto, se quisermos descrever esse conjunto por um conjunto fuzzy B , podemos escolher como função de pertinência

$$\varphi_B(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 1,50\text{m} \\ 5x - 7,5, & \text{se } 1,50\text{m} < x < 1,70\text{m}. \\ 1, & \text{se } x \geq 1,70\text{m} \end{cases}$$

Observe que no caso de B a pertinência de um aluno com altura no intervalo $[1,5;1,7]$ a este conjunto varia no intervalo $[0,1]$, conforme pode ser observado na Figura 2.1b.

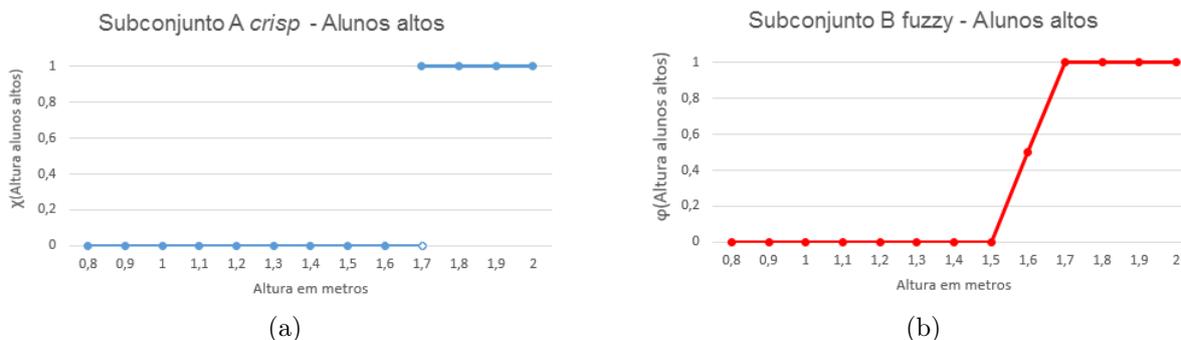


Figura 2.1: Subconjuntos *crisp* e fuzzy.

Tal modelamento pode ser oportunamente definido conforme premissas do contexto.

2.2 Suporte de um conjunto fuzzy e α -nível

O conjunto suporte de um conjunto fuzzy F é um conjunto *crisp* e é dado por

$$\text{supp}F = \{x \in U : \varphi_F(x) > 0\}.$$

Exemplo 2.2. De forma a exemplificar este conceito, vamos analisar um exemplo apresentado em [9, p.19].

Consideramos três conjuntos fuzzy, A_1 , A_2 e A_3 , que representam o conceito de jovem, meia-idade e velho, respectivamente, apresentados na Figura 2.2.

As funções de pertinência que definem esses três conjuntos, definidos no intervalo $[0,80]$, são dadas por:

$$\varphi_{A_1}(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \leq 20 \\ \frac{(35-x)}{15}, & \text{se } 20 < x < 35, \\ 0, & \text{se } x \geq 35 \end{cases}$$

$$\varphi_{A_2}(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 20 \text{ ou } x \geq 60 \\ \frac{(x-20)}{15}, & \text{se } 20 < x < 35 \\ \frac{(60-x)}{15}, & \text{se } 45 < x < 60 \\ 1, & \text{se } 35 \leq x \leq 45 \end{cases},$$

$$\varphi_{A_3}(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 45 \\ \frac{(x-45)}{15}, & \text{se } 45 < x < 60. \\ 1, & \text{se } x \geq 60 \end{cases}$$

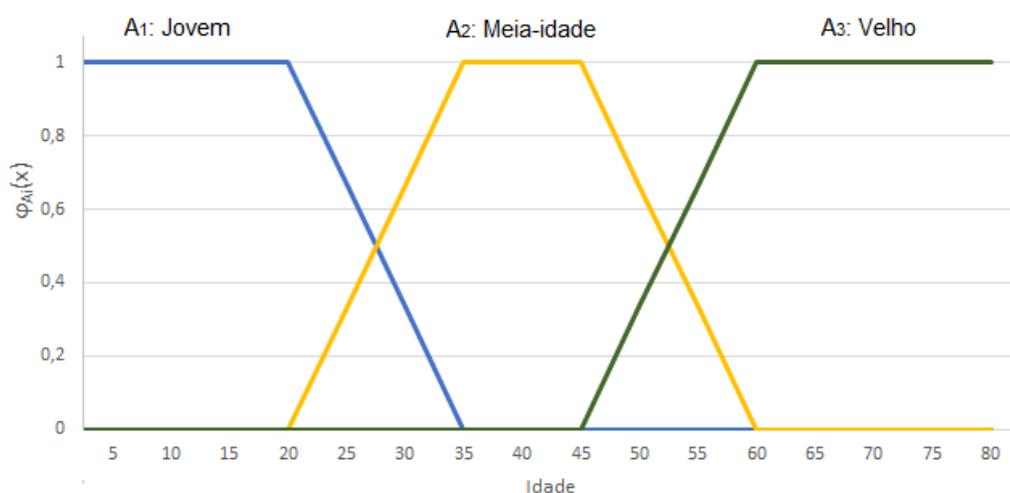


Figura 2.2: Conjuntos fuzzy A_1 , A_2 e A_3 que representam os conceitos de jovem, meia-idade e velho.

Logo, os conjuntos suportes dos conjuntos fuzzy A_1 , A_2 e A_3 são:

$$\begin{aligned} \text{supp}A_1 &= \{x \in [0, 80] | x < 35\} = [0, 35[, \\ \text{supp}A_2 &= \{x \in [0, 80] | 20 < x < 60\} =]20, 60[, \\ \text{supp}A_3 &= \{x \in [0, 80] | x > 45\} =]45, 80]. \end{aligned}$$

Outro importante conceito de conjuntos fuzzy é o conceito de α -nível que é definido a seguir.

Definição 2.3. *Seja A um subconjunto fuzzy de U e $\alpha \in [0, 1]$. O α -nível de A é o subconjunto clássico de U definido por*

$$[A]^\alpha = \{x \in U : \varphi_A(x) \geq \alpha\}, \text{ para } 0 < \alpha \leq 1.$$

Portanto, um elemento x de $[A]^\alpha$ pertence ao conjunto fuzzy A com, no mínimo grau α . Em vista disso, utilizando os conjuntos fuzzy do Exemplo 2.2, se tomarmos um $\alpha = 0,5$, temos os seguintes conjuntos *crisp*:

$$\begin{aligned} [A_1]^{0,5} &= \{x \in [0, 80] | x \leq 27, 5\}, \\ [A_2]^{0,5} &= \{x \in [0, 80] | 27, 5 \leq x \leq 53, 5\}, \\ [A_3]^{0,5} &= \{x \in [0, 80] | x \geq 52, 5\}. \end{aligned}$$

Se $\alpha = 0$, ou seja, $[A]^0$, é dito fecho do suporte de A e indica-se por $\overline{\text{supp}}A$. Além disso, o α -nível é considerado forte, ou seja, um forte α -nível, dado por $\alpha+$ quando $[A]^{\alpha+} = \{x \in U : \varphi_A(x) > \alpha\}$. Dessa maneira, se consideramos no Exemplo 2.2 um forte α -nível = $0,5+$, temos:

$$\begin{aligned} [A_1]^{0,5+} &= \{x \in [0, 80] | x < 27, 5\}, \\ [A_2]^{0,5+} &= \{x \in [0, 80] | 27, 5 < x < 53, 5\}, \\ [A_3]^{0,5+} &= \{x \in [0, 80] | x > 52, 5\}. \end{aligned}$$

Se, ainda utilizando o Exemplo 2.2, tomarmos um $\alpha = 0,7$, teremos os seguintes conjuntos *crisp*:

$$\begin{aligned} [A_1]^{0,7} &= \{x \in [0, 80] | x \leq 24, 5\}, \\ [A_2]^{0,7} &= \{x \in [0, 80] | 30, 5 \leq x \leq 49, 5\}, \\ [A_3]^{0,7} &= \{x \in [0, 80] | x \geq 55, 5\}. \end{aligned}$$

Pode-se notar que:

$$\begin{aligned} [A_1]^{0,7} &\subset [A_1]^{0,5}, \\ [A_2]^{0,7} &\subset [A_2]^{0,5}, \\ [A_3]^{0,7} &\subset [A_3]^{0,5}. \end{aligned}$$

Portanto, considerando um conjunto $[A]^\alpha$ e um conjunto $[A]^\beta$ tal que $\alpha \leq \beta$ então $[A]^\beta \subset [A]^\alpha$. A demonstração desse fato pode ser encontrada em [3, p.31].

Neste texto, não haverá distinção do termo subconjunto fuzzy e conjunto fuzzy. Desta forma, a seguir, iremos analisar as operações com conjuntos fuzzy, além das demais definições necessárias para o desenvolvimento das aplicações que são alvo deste estudo.

2.3 Operações com os conjuntos fuzzy

Assim como nos conjuntos *crisp*, podemos realizar operações de conjuntos fuzzy, como complementação, união e intersecção.

Dados dois subconjuntos fuzzy A e B de U , tais que suas funções de pertinência são φ_A e φ_B respectivamente, podemos definir as operações de união, intersecção e complementar a seguir.

Definição 2.4. A união entre A e B é o subconjunto fuzzy de U cuja função de pertinência é dada por

$$\varphi_{(A \cup B)}(x) = \max\{\varphi_A(x), \varphi_B(x)\}, x \in U.$$

Pode-se verificar que esta definição é uma generalização da operação com conjuntos clássicos, uma vez que tomando os subconjuntos A e B clássicos de U , com funções características χ_A e χ_B respectivamente, pode-se observar que considerando um elemento $x \in U$:

$$\max\{\chi_A(x), \chi_B(x)\} = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \text{ ou } x \in B \\ 0, & \text{se } x \notin A \text{ e } x \notin B \end{cases},$$

ou seja,

$$\max\{\chi_A(x), \chi_B(x)\} = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \cup B \\ 0, & \text{se } x \notin A \cup B \end{cases}.$$

Portanto a função característica da união dos conjuntos *crisp* A e B pode ser dada por:

$$\chi_{(A \cup B)} = \max\{\chi_A(x), \chi_B(x)\}.$$

Definição 2.5. A intersecção entre A e B é o subconjunto fuzzy de U cuja função de pertinência é dada por

$$\varphi_{(A \cap B)}(x) = \min\{\varphi_A(x), \varphi_B(x)\}, x \in U.$$

Da mesma forma mostrada anteriormente para a operação de união, pode-se verificar que esta definição de intersecção é uma generalização da operação com conjuntos clássicos, uma vez que tomando os subconjuntos A e B clássicos de U , com funções características χ_A e χ_B respectivamente, pode-se observar que considerando um elemento $x \in U$:

$$\min\{\chi_A(x), \chi_B(x)\} = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \text{ e } x \in B \\ 0, & \text{se } x \notin A \text{ ou } x \notin B \end{cases},$$

ou seja,

$$\min\{\chi_A(x), \chi_B(x)\} = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \cap B \\ 0, & \text{se } x \notin A \cap B \end{cases}.$$

Portanto a função característica da intersecção dos conjuntos *crisp* A e B pode ser dada por:

$$\chi_{(A \cup B)} = \min\{\chi_A(x), \chi_B(x)\}.$$

Definição 2.6. *O complementar de A é o subconjunto fuzzy A' de U cuja função de pertinência é dada por:*

$$\varphi_{A'}(x) = 1 - \varphi_A(x), x \in U.$$

Para ilustrar as operações com conjuntos fuzzy, voltaremos ao Exemplo 2.2 dos conjuntos fuzzy que representam os conceitos de jovem, meia-idade e velho. Considerando uma pessoa X com idade de 29 anos, temos que a pertinência ao grupo de jovens é dada por $\varphi_{A_1}(x) = 0,4$ e a pertinência ao grupo de meia-idade é dada por $\varphi_{A_2}(x) = 0,6$. Utilizando as definições de operações de conjuntos, podemos realizar as seguintes operações:

$$\begin{aligned}\varphi_{A_1 \cup A_2}(x) &= \max\{0,4; 0,6\} = 0,6 \\ \varphi_{A_1 \cap A_2}(x) &= \min\{0,4; 0,6\} = 0,4 \\ \varphi_{A_1'}(x) &= 0,6 \\ \varphi_{A_2'}(x) &= 0,4\end{aligned}$$

Uma vez descritas as operações padrões com conjuntos fuzzy, a seguir apresentamos a definição de número fuzzy, importante para o desenvolvimento teórico do trabalho.

2.4 Números fuzzy

Quando realizamos a medição de um objeto, como por exemplo, um pedaço de aço inox utilizando como ferramenta uma régua para esta tarefa, podemos obter diferentes valores para representar o tamanho deste objeto. Como pode ser observado na Figura 2.3, temos um pedaço de metal que é difícil definir com exatidão sua dimensão devido às imperfeições na peça, à baixa resolução da régua ou posição do leitor das medidas. Neste caso, mesmo tendo uma imprecisão e necessitando de um número que represente essa dimensão, podemos dizer que a peça mede “em torno de” 5,2cm.

Dessa forma, “em torno de” 5,2 cm indica um subconjunto fuzzy A cujo domínio da função de pertinência de A dada por φ_A é o conjunto dos números reais que são possíveis valores para o tamanho da peça.

Definição 2.7. *Um subconjunto fuzzy A é chamado de número fuzzy quando o conjunto universo no qual φ_A está definida é o conjunto dos números reais \mathbb{R} e satisfaz às condições:*

- (i) todos os α -níveis de A são não vazios, com $0 \leq \alpha \leq 1$;
- (ii) todos os α -níveis de A são intervalos fechados de \mathbb{R} ;
- (iii) $\text{supp}A = \{x \in \mathbb{R} : \varphi_A(x) > 0\}$ é limitado.

De acordo com a definição anterior, podemos interpretar que todo número real é um número fuzzy particular, tendo como função de pertinência sua função característica.

De acordo com [3, p.44], os números fuzzy mais comuns são os *triangulares*, *trapezoidais* e *em forma de sino*. Serão apresentados os números fuzzy triangulares e os números fuzzy trapezoidais.

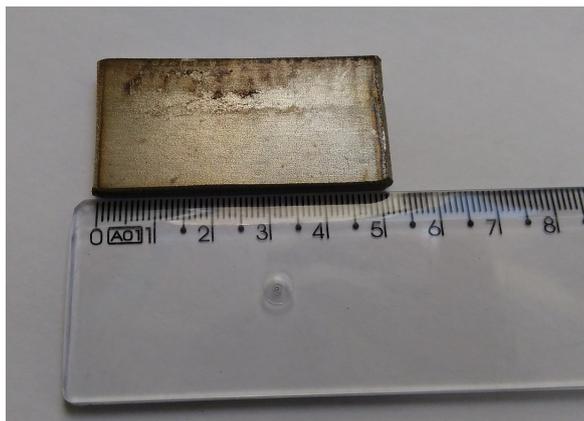


Figura 2.3: Medição do tamanho de objeto metálico utilizando régua.

Definição 2.8. Um número fuzzy A é dito triangular se φ_A for da forma:

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x-u}{\delta}, & \text{se } u - \delta \leq x \leq u + \delta \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Utilizando o exemplo da medição da Figura 2.3, considerando que o número fuzzy M que representa a medida da dimensão do objeto metálico “em torno de 5,2cm”, pode-se obter a pertinência φ_M que está representada no gráfico da Figura 2.4.

$$\varphi_M(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x-5,2}{0,1}, & \text{se } 5,1 \leq x \leq 5,3 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

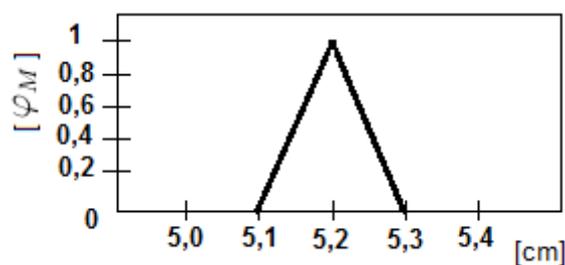


Figura 2.4: Representação do número fuzzy triangular da medida do objeto metálico, “em torno de 5,2cm”.

Definição 2.9. Um número fuzzy A é dito trapezoidal se φ_A for da forma:

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & \text{se } a \leq x < b, \\ 1, & \text{se } b \leq x \leq c, \\ \frac{d-x}{d-c}, & \text{se } c < x \leq d, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Exemplo 2.3. O índice de massa corporal de uma pessoa, também conhecido como IMC, é uma relação entre o peso e a altura do indivíduo. Esse índice é uma avaliação preliminar para identificar algum problema relativo ao peso corporal de uma pessoa e pode ser observado na Tabela 2.1.

IMC	
Baixo peso	< 18,5
Peso normal	18,5 a 24,99
Sobrepeso	≥ 25
Pré-obeso	25,0 a 29,99
Obeso I	30,0 a 34,9
Obeso II	35,0 a 39,9
Obeso III	≥ 40

Tabela 2.1: IMC

Fonte: Diretrizes Brasileiras de Obesidade [1].

Uma forma, portanto, de representar o índice de massa corporal (IMC) de um ser humano com peso normal pode ser, por exemplo, representado pelo número fuzzy I trapezoidal com a função de pertinência φ_I que está no gráfico da Figura 2.5.

$$\varphi_I(x) = \begin{cases} 2x - 36, & \text{se } 18 \leq x < 18,5, \\ 1, & \text{se } 18,5 \leq x \leq 24,9, \\ \frac{-x + 25,5}{0,6}, & \text{se } 24,9 < x \leq 25,5, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

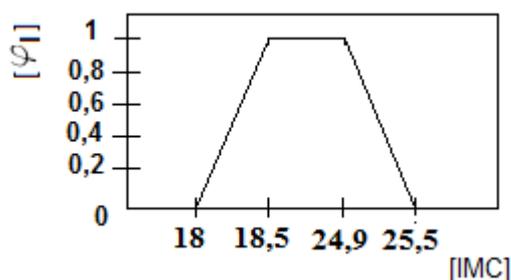


Figura 2.5: Representação do número fuzzy trapezoidal do IMC de uma pessoa com peso normal.

Uma vez apresentados os conjuntos fuzzy e alguns conceitos importantes referentes aos mesmos, na próxima seção serão apresentados os conceitos de lógica fuzzy.

2.5 Lógica fuzzy

A lógica clássica, iniciada com Aristóteles no século IV a.C., baseia-se em três fundamentos: princípio da identidade, princípio da não contradição e princípio do

terceiro excluído, ou seja, todo objeto é idêntico a si mesmo, uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo e toda proposição é verdadeira ou falsa, não existindo outra condição.

Já na lógica fuzzy, uma proposição tem como valor verdade um subconjunto fuzzy que pode ser linguisticamente expresso como verdadeiro, muito verdadeiro, não completamente verdadeiro, etc., diferente da lógica clássica na qual uma proposição é verdadeira ou falsa.

Portanto, “a lógica fuzzy, que pode ser vista como uma extensão dos sistemas lógicos clássicos, fornece uma estrutura conceitual efetiva para lidar com o problema da representação do conhecimento em um ambiente de incerteza e imprecisão”[27, p.01]. Dessa forma, “o cálculo proposicional fuzzy generaliza o cálculo proposicional clássico usando o conjunto de verdades $[0, 1]$ em vez de $\{0, 1\}$ ”[12, p.65].

O cálculo proposicional clássico é formado pelas proposições (verdadeiras ou falsas) e os conectivos que possibilitam a composição das mesmas e a criação da tabela verdade. São importantes conectivos clássicos: “e”, “ou”, “não” e “implicações”. Para a compreensão da lógica fuzzy, a seguir são apresentados os conectivos fuzzy que modelam os clássicos “e” e “ou”.

2.5.1 Relações fuzzy

As relações clássicas nos informam se um objeto se relaciona ou não com outro objeto, ou seja, verdadeiro se existe relação e falso se não existe. Já as relações fuzzy, além de apontar a existência ou não de relacionamento, informam o grau de relacionamento entre um objeto e outro. Uma relação fuzzy é definida a seguir.

Definição 2.10. *Uma relação fuzzy \mathcal{R} , sobre $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$, é qualquer subconjunto fuzzy do produto cartesiano $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$. Se o produto cartesiano for formado por apenas dois conjuntos, $U_1 \times U_2$, a relação é chamada de fuzzy binária sobre $U_1 \times U_2$. Temos que $\varphi_{\mathcal{R}}(x_1, \dots, x_n)$ indica o grau com que os elementos da n -upla (x_1, \dots, x_n) se relacionam pela relação \mathcal{R} .*

Um produto cartesiano fuzzy é dado pela seguinte definição.

Definição 2.11. *O produto cartesiano fuzzy dos subconjuntos fuzzy A_1, A_2, \dots, A_n de U_1, U_2, \dots, U_n , é a relação fuzzy $\mathcal{R} = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ cuja função de pertinência é*

$$\varphi_{\mathcal{R}}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \varphi_{A_1}(x_1) \wedge \varphi_{A_2}(x_2) \wedge \dots \wedge \varphi_{A_n}(x_n),$$

onde \wedge representa o mínimo.

Exemplo 2.4. Para avaliar a qualidade de um determinado produto químico manufaturado em uma certa indústria, os técnicos de laboratório verificam periodicamente alguns pontos importantes de amostras do produto.

Neste caso especificamente, a qualidade do produto depende de:

- sua alta alvura, ou seja, sua característica elevada de apresentar a cor branca; e
- sua baixa granulometria, ou seja, sua característica de apresentar as partículas do produto em pequenas dimensões.

Controle de qualidade do produto		
Amostra do produto	φ (Alta alvura)	φ (Baixa granulometria)
1	0,4	0,3
2	0,5	0,8
3	1	0,5
4	1	1

Tabela 2.2: Tabela de características de amostras de um certo produto químico.

A avaliação dessas duas características do produto são quantificadas em laboratório e, posteriormente, suas intensidades representadas por conjuntos fuzzy: conjunto fuzzy de alta alvura e conjunto fuzzy de baixa granulometria.

Para indicar quanto as especificações do produto estão dentro dos padrões, ou seja, a alta qualidade do produto, verificamos as pertinências da amostra quanto à alta alvura e à baixa granulometria. Por exemplo, a qualidade do produto da amostra 1 é dada por:

$$\varphi_{\text{Amostra 1}}(x, y) = \varphi_{\text{Alta alvura}}(x) \wedge \varphi_{\text{Baixa granulometria}}(y) = 0,4 \wedge 0,3 = 0,3.$$

Dessa forma, a amostra 1 está no conjunto fuzzy dos produtos com alta alvura e com baixa granulometria com pertinência 0,3, ou seja, sua qualidade não está nos padrões. Portanto, com essa análise os especialistas podem especificar o que é aceitável ou não como padrão de qualidade do produto. Na Tabela 2.2 pode-se observar que, com certeza, a amostra 4 possui uma qualidade alta, pois está no conjunto dos produtos com alta alvura e baixa granulometria com pertinência 1.

Para dar continuidade ao estudo das relações fuzzy, a seguir será apresentada a composição entre as relações fuzzy binárias, que são as mais tradicionais e importantes para o desenvolvimento deste trabalho.

2.5.2 Composição entre relações fuzzy binárias

Considerando duas relações fuzzy binárias \mathcal{B} em $U_1 \times U_2$ e \mathcal{C} em $U_2 \times U_3$, temos a definição da composição $\mathcal{B} \circ \mathcal{C}$ a seguir.

Definição 2.12. *A composição $\mathcal{B} \circ \mathcal{C}$ é uma relação fuzzy binária em $U_1 \times U_3$ cuja função de pertinência é dada por*

$$\varphi_{\mathcal{B} \circ \mathcal{C}}(x, z) = \sup_{y \in U_2} [\min(\varphi_{\mathcal{B}}(x, y), \varphi_{\mathcal{C}}(y, z))].$$

Considerando os conjuntos U_1 , U_2 e U_3 finitos, a forma matricial de $\mathcal{B} \circ \mathcal{C}$, chamada composição $[max - min]$, é obtida pela multiplicação de matrizes, substituindo o produto pelo mínimo e a soma pelo máximo.

Visto este conceito, pode-se definir a regra de composição de inferência a seguir, que é um caso especial da composição $[max - min]$.

Definição 2.13. *Sejam U_1 e U_2 conjuntos, $\mathcal{F}(U_1)$ e $\mathcal{F}(U_2)$ as classes dos subconjuntos fuzzy de U_1 e U_2 respectivamente, e \mathcal{R} uma relação fuzzy binária sobre $U_1 \times U_2$.*

A relação \mathcal{R} define um funcional de $\mathcal{F}(U_1)$ em $\mathcal{F}(U_2)$ que, a cada elemento $A \in \mathcal{F}(U_1)$, faz corresponder o elemento $B \in \mathcal{F}(U_2)$ cuja função de pertinência é dada por

$$\varphi_B(y) = \varphi_{\mathcal{R}(A)}(y) = \sup_{x \in U_1} [\min(\varphi_{\mathcal{R}}(x, y), \varphi_A(x))].$$

2.5.3 T-norma e T-conorma

Uma vez que a lógica fuzzy é uma extensão da lógica clássica, as extensões dos conectivos clássicos são feitas através das normas e conormas triangulares.

T-norma, ou norma triangular, é uma operação binária a seguir definida.

Definição 2.14. (*t-norma*) *O operador $\Delta : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, $\Delta(x, y) = x \Delta y$ é uma t-norma, se satisfizer as seguintes condições:*

- t₁) elemento neutro: $\Delta(1, x) = 1 \Delta x = x$;*
- t₂) comutativa: $\Delta(x, y) = x \Delta y = y \Delta x = \Delta(y, x)$;*
- t₃) associativa: $x \Delta (y \Delta z) = (x \Delta y) \Delta z$;*
- t₄) monotonicidade: se $x \leq u$ e $y \leq v$, então $x \Delta y \leq u \Delta v$.*

Observando a definição anterior e considerando o operador $\Delta_1(x, y)$ tal que $\Delta_1(x, y) = \min\{x, y\}$:

- 1) $\min\{1, x\} = x$;
- 2) $\min\{x, y\} = \min\{y, x\}$;
- 3) $\min\{x, \min\{y, z\}\} = \min\{\min\{x, y\}, z\}$;
- 4) $x \leq u$ e $y \leq v$, então $\min\{x, y\} \leq \min\{u, v\}$.

Logo, $\Delta_1(x, y)$ é uma t-norma. É fácil observar que a t-norma modela o conectivo lógico “and” (e).

T-conorma, ou conorma triangular, também conhecida por s-norma, é uma operação binária a seguir definida.

Definição 2.15. (*t-conorma*) *O operador $\nabla : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, $\nabla(x, y) = x \nabla y$ é uma t-conorma, se satisfizer as seguintes condições:*

- t₁) elemento neutro: $\nabla(0, x) = 0 \nabla x = x$;*
- t₂) comutativa: $\nabla(x, y) = x \nabla y = y \nabla x = \nabla(y, x)$;*
- t₃) associativa: $x \nabla (y \nabla z) = (x \nabla y) \nabla z$;*
- t₄) monotonicidade: se $x \leq u$ e $y \leq v$, então $x \nabla y \leq u \nabla v$.*

Observando a definição anterior e considerando o operador $\nabla_1(x, y)$ tal que $\nabla_1(x, y) = \max\{x, y\}$:

- 1) $\max\{0, x\} = x$;
- 2) $\max\{x, y\} = \max\{y, x\}$;
- 3) $\max\{x, \max\{y, z\}\} = \max\{\max\{x, y\}, z\}$;
- 4) $x \leq u$ e $y \leq v$, então $\max\{x, y\} \leq \max\{u, v\}$.

Logo, $\nabla_1(x, y)$ é uma t-conorma. É fácil observar que a t-conorma modela o conectivo lógico “or” (ou).

2.5.4 Variáveis linguísticas

O objetivo de utilizar lógica é estudar as consequências, ou seja, conseguir tirar conclusões através de algumas premissas. Dessa forma, as premissas podem ser expressas como sentenças com variáveis.

Quando uma variável apresenta como possíveis valores a serem assumidos um conjunto fuzzy, é considerada uma variável linguística. Podemos ter como exemplo a seguinte sentença:

Premissa: “Se α é X, então β é Y”.

Fato: “ α é X”.

Conclusão: “ β é Y”.

Se no caso descrito acima, X e Y são conjuntos fuzzy, logo α e β são variáveis linguísticas que possuem como possíveis valores os conjuntos fuzzy X e Y, respectivamente.

Além disso, as sentenças lógicas que contém variáveis linguísticas são chamadas de proposições fuzzy.

Exemplo 2.5. Uma forma de exemplificar as variáveis linguísticas é apresentando a escala Borg, que é um instrumento para analisar a percepção do esforço de uma pessoa ao realizar uma atividade física, relacionando com a quantidade de batimentos cardíacos por minuto. A escala Borg descreve as variáveis linguísticas de “muito, muito leve”, “muito leve”, “relativamente leve”, “pouco intenso”, “intenso”, “muito intenso”, “muito, muito intenso”. Essas variáveis linguísticas estão representadas na Figura 2.6 a seguir.

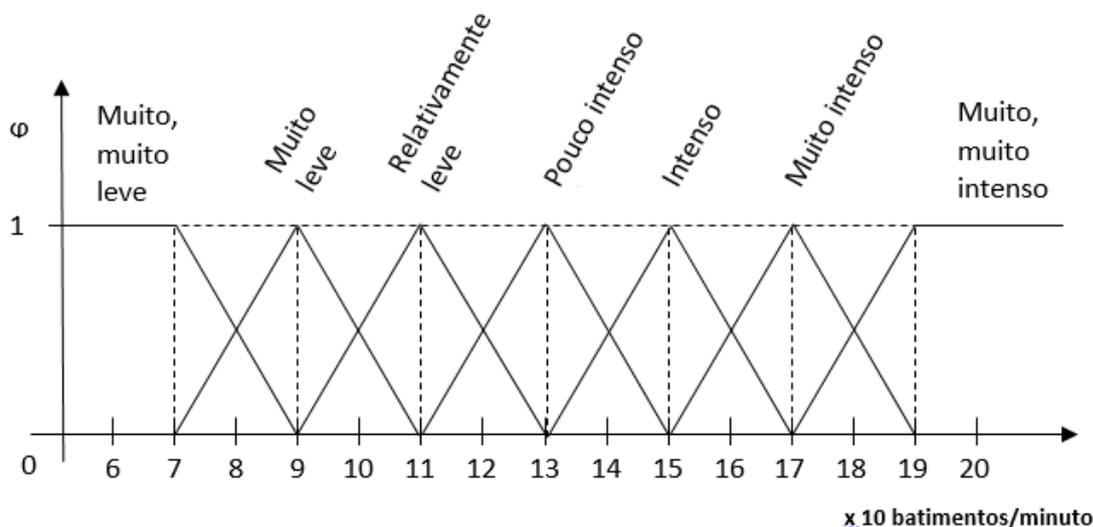


Figura 2.6: Variáveis linguísticas dos batimentos por minuto: escala Borg.

2.5.5 Sistemas baseados em regras fuzzy

“Um sistema em que aspectos fuzzy estão envolvidos são chamados de sistema fuzzy. Programas de computadores que emulam a tomada de decisão de um especialista, onde os conhecimentos disponíveis e os processos de raciocínio envolvem conceitos fuzzy em uma linguagem natural, são sistemas fuzzy.”[12, p.235]. Dessa forma, um sistema dinâmico que para seu controle utiliza de leis contruídas usando regras fuzzy, é um sistema que utiliza um controlador fuzzy.

Um sistema baseado em regras fuzzy, SBRF, é um sistema que utiliza lógica fuzzy para tomar decisões, gerando uma saída para cada entrada do sistema.

Uma base de regras fuzzy tem a seguinte configuração

$$R_i : \text{Se } x_1 \text{ é } A_{1i}, \dots, x_n \text{ é } A_{ni} \text{ então } y \text{ é } B_i, i = 1, 2, \dots, k.$$

Dessa forma, cada regra da base é uma proposição fuzzy que representa matematicamente as informações que são base de conhecimento do sistema fuzzy.

Para que o controlador fuzzy possa sintetizar esses conhecimentos, ele utiliza alguns módulos básicos como roteiro para seu processo: fuzzificação, base de regras, inferência fuzzy e defuzzificação, que serão apresentados a seguir.

Fuzzificação

No módulo de fuzzificação, o controlador fuzzy transforma as entradas do sistema em variáveis linguísticas, indicando seus conjuntos fuzzy de possíveis valores a serem assumidos. Neste processo é muito importante que os especialistas do sistema a ser modelado participe para identificar os valores das entradas e as pertinências aos conjuntos fuzzy.

Neste módulo, por exemplo, utilizando a escala Borg apresentada no Exemplo 2.5 (Figura 2.6), o especialista em esforço físico irá definir as pertinências dos conjuntos “muito, muito leve”, “muito leve”, “relativamente leve”, “pouco intenso”, “intenso”, “muito intenso”, “muito, muito intenso”.

Base de regras

No módulo de base de regras, ainda com a participação dos especialistas da área a ser modelada, é criada a base de regras que representa o conhecimento do controlador sobre as entradas. Dessa forma, as proposições fuzzy serão a parte central do controlador que indicará as “respostas” possíveis de acordo com a entrada apresentada. Para

exemplificar, ainda usando o Exemplo 2.5 de escala Borg, imaginando um exercício físico em um paciente, um especialista poderia definir as seguintes regras

R_1 : **Se** exercício simples **e** esforço é muito, muito leve **então**,
condição física do paciente é *normal*.

R_2 : **Se** exercício simples **e** esforço é muito leve **então**,
condição física do paciente é *normal*.

R_3 : **Se** exercício simples **e** esforço é relativamente leve **então**,
condição física do paciente é *regular*.

R_4 : **Se** exercício simples **e** esforço é pouco intenso **então**,
condição física do paciente é *regular*.

R_5 : Se exercício simples e esforço é intenso **então**,
condição física do paciente é *irregular*.

R_6 : Se exercício simples e esforço é muito intenso **então**,
condição física do paciente é *irregular*.

R_7 : Se exercício simples e esforço é muito, muito intenso **então**,
condição física do paciente é *irregular*.

Inferência fuzzy

No módulo da inferência fuzzy, o controlador irá interpretar matematicamente as regras que serão aplicadas às entradas do problema, definindo as implicações fuzzy através das t-normas e t-conormas que irão modelar a base de regras criada no módulo anterior.

Neste módulo, o controlador irá definir sua saída decorrente das entradas recebidas. Nesse trabalho o método que será utilizado será o método de inferência de Mamdani, que será apresentado adiante.

Defuzzificação

No módulo de defuzzificação, o controlador fuzzy irá representar a saída através de um número *crisp* para que possa ser analisado de forma mais prática pelos especialistas do problema. Nesse processo, o controlador fuzzy irá representar um conjunto fuzzy através de um número real que melhor possa traduzir sua saída. Nesse trabalho, o método de defuzzificação utilizado será o centro de gravidade, que também será apresentado adiante.

2.5.6 Inferência de Mamdani

Um dos métodos mais utilizados para tirar conclusões a partir de regras fuzzy, inferência fuzzy, é o método de Mamdani. “O método direto de Mamdani provou ser muito apto para simular o raciocínio humano à medida que formaliza o conhecimento do especialista ao sintetizar um conjunto de regras linguísticas se-então”[15, p.38].

O método Mamdani fundamenta-se na regra de composição de inferência max-min, propondo uma relação fuzzy binária para modelar as regras fuzzy.

Para cada regra da forma

$$R_i : \text{Se } x_1 \text{ é } A_{1i}, \dots, x_n \text{ é } A_{ni} \text{ então } y \text{ é } B_i, i = 1, 2, \dots, k.$$

O método Mamdani modela pela aplicação Δ (mínimo). Além disso, assume-se para o conectivo lógico “e” a t-norma Δ (mínimo) e para o conectivo lógico “ou” a t-conorma ∇ (máximo).

Dessa forma, a relação binária fuzzy \mathcal{M} é o subconjunto de $U_1 \times U_2$ com a função de pertinência dada por

$$\varphi_{\mathcal{M}}(x, y) = \max_{1 \leq j \leq r} (\varphi_{R_j}(x, y)) = \max_{1 \leq j \leq r} [\varphi_{A_j}(x) \Delta \varphi_{B_j}(y)],$$

onde $x \in U_1$, $y \in U_2$, r é o número de regras da base e A_j e B_j são subconjuntos fuzzy da regra j .

Exemplo 2.6. Para exemplificar a aplicação deste método, considera-se uma sala de aula fictícia em que a professora utiliza um controlador fuzzy para avaliar os alunos. Essa professora dispõe de dois métodos de avaliação: prova escrita e atividades em sala de aula. A professora considera os conceitos MB (muito bom), B (bom), R (regular) e I (insuficiente) para a avaliar os alunos, de tal forma que o aluno com conceito insuficiente é reprovado. Para este processo, são criadas as funções de pertinência das notas da prova, das atividades e do conceito do aluno que podem ser observadas nas Figuras 2.7, 2.8 e 2.14.

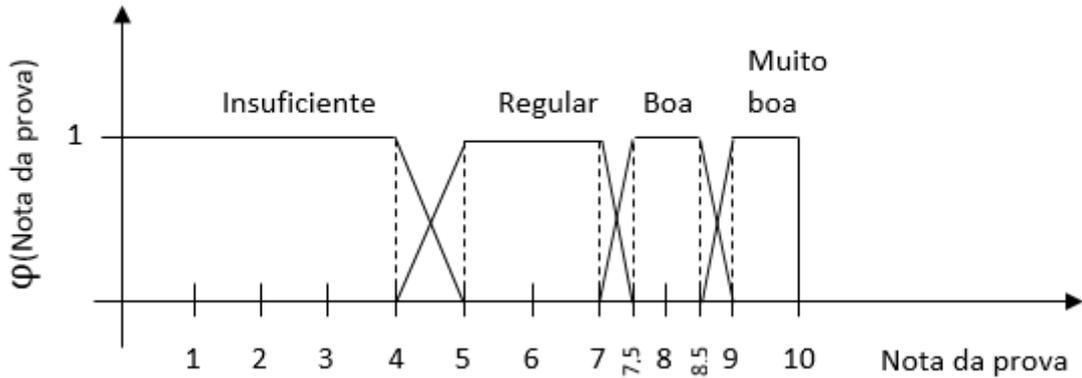


Figura 2.7: Função de pertinência: nota da prova.

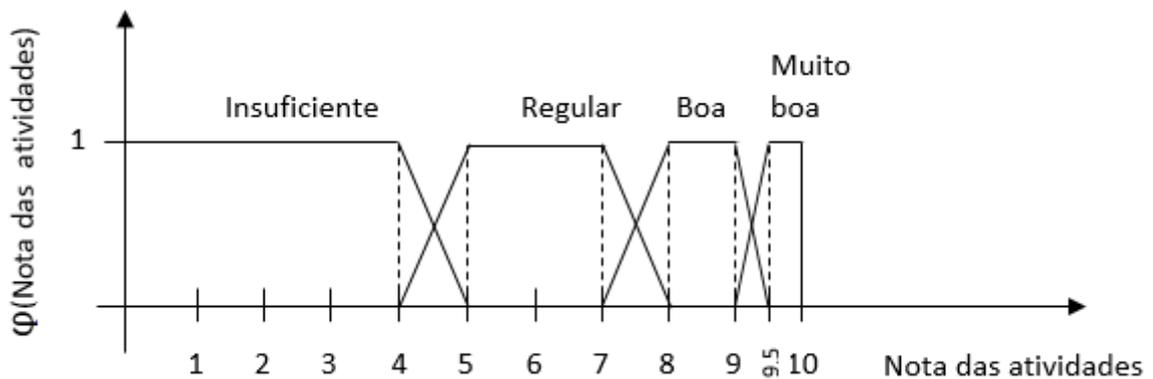


Figura 2.8: Função de pertinência: nota das atividades.

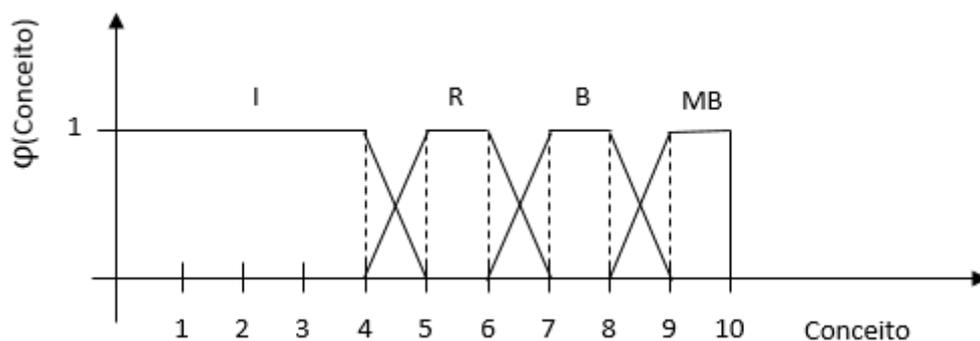


Figura 2.9: Função de pertinência: conceito.

A base de regras definida pela professora é dada por:

R_1 : Se Nota da prova é insuficiente e Nota das atividades é insuficiente **então**, conceito do aluno é I .

R_2 : Se Nota da prova é insuficiente e Nota das atividades é regular **então**, conceito do aluno é R .

R_3 : Se Nota da prova é insuficiente e Nota das atividades é boa **então**, conceito do aluno é R .

R_4 : Se Nota da prova é insuficiente e Nota das atividades é muito boa **então**, conceito do aluno é B .

R_5 : Se Nota da prova é regular e Nota das atividades é insuficiente **então**, conceito do aluno é R .

R_6 : Se Nota da prova é regular e Nota das atividades é regular **então**, conceito do aluno é B .

R_7 : Se Nota da prova é regular e Nota das atividades é boa **então**, conceito do aluno é B .

R_8 : Se Nota da prova é regular e Nota das atividades é muito boa **então**, conceito do aluno é MB .

R_9 : Se Nota da prova é boa e Nota das atividades é insuficiente **então**, conceito do aluno é R .

R_{10} : Se Nota da prova é boa e Nota das atividades é regular **então**, conceito do aluno é R .

R_{11} : Se Nota da prova é boa e Nota das atividades é boa **então**, conceito do aluno é B .

R_{12} : Se Nota da prova é boa e Nota das atividades é muito boa **então**, conceito do aluno é MB .

R_{13} : Se Nota da prova é muito boa e Nota das atividades é insuficiente **então**, conceito do aluno é B .

R_{14} : Se Nota da prova é muito boa e Nota das atividades é regular **então**, conceito do aluno é B .

R_{15} : Se Nota da prova é muito boa e Nota das atividades é boa **então**, conceito do aluno é MB .

R_{16} : Se Nota da prova é muito boa e Nota das atividades é muito boa **então**, conceito do aluno é MB .

Considerando um certo aluno A que obteve as seguintes notas:

Nota da prova: 6;

Nota das atividades: 4,5.

Dessa forma, as pertinências do aluno A nos conjuntos fuzzy são:

$$\varphi(\text{nota da prova insuficiente}) = 0;$$

$$\varphi(\text{nota da prova regular}) = 1;$$

$$\varphi(\text{nota da prova boa}) = 0;$$

$$\varphi(\text{nota da prova muito boa}) = 0$$

$$\varphi(\text{nota das atividades insuficiente}) = 0,5;$$

$$\varphi(\text{nota das atividades regular}) = 0,5;$$

$$\varphi(\text{nota das atividades boa}) = 0;$$

$$\varphi(\text{nota das atividades muito boa}) = 0.$$

Portanto, as regras definidas por R_5 e R_6 apresentam valores diferentes de zero e podem ser observadas nas Figuras 2.10 e 2.11 e expressas da seguinte forma:

$$\varphi_{R_5} = [\varphi(\text{nota da prova regular}) \triangle \varphi(\text{nota das atividades insuficiente})] = [1 \triangle 0,5] = 0,5.$$

$$\varphi_{R_6} = [\varphi(\text{nota da prova regular}) \triangle \varphi(\text{nota das atividades regular})] = [1 \triangle 0,5] = 0,5.$$

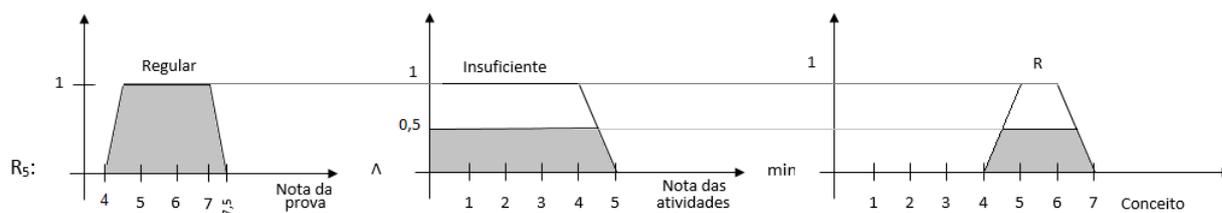


Figura 2.10: Saída parcial do método de Mamdani: regra 5.

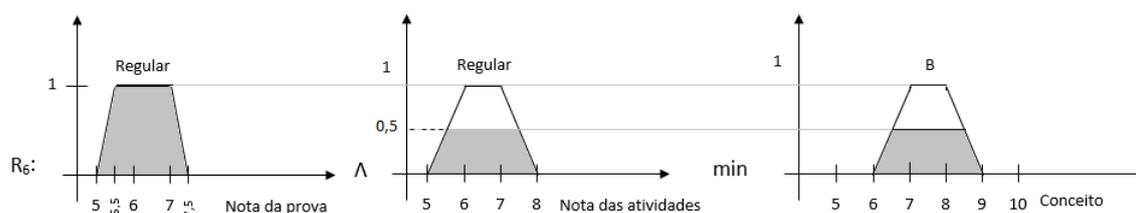


Figura 2.11: Saída parcial do método de Mamdani: regra 6.

Neste exemplo, utilizando a inferência Mamdani, o controlador fuzzy indica como saída para o conceito do aluno A a saída dada pela Figura 2.12.

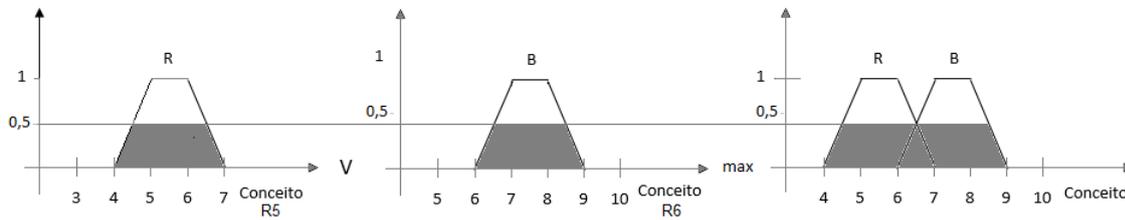


Figura 2.12: Saída final do método de Mamdani.

Para que a professora possa dar uma nota em valor *crisp*, a saída final do controlador fuzzy deverá passar pelo módulo de defuzzificação que será apresentado a seguir.

2.5.7 Defuzzificação: Centro de Gravidade

Uma vez que o módulo de inferência no controlador fuzzy gera para cada entrada fuzzy uma saída fuzzy, a fim de que o controlador forneça um número *crisp* capaz de representar sua saída, deve, portanto, utilizar um método de defuzzificação.

Os métodos mais usuais são:

- Centro de gravidade (centróide ou centro de área).
- Centro dos máximos.
- Média dos máximos.

Existem vários métodos, pois “qualquer número real, que de alguma maneira possa representar razoavelmente o conjunto fuzzy B pode ser chamado de um defuzzificador de B” [3, p.126]. Neste trabalho será tratado o método de centro de gravidade, também conhecido como centróide.

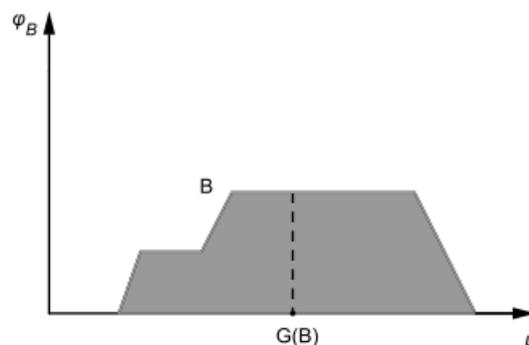


Figura 2.13: Defuzzificador centro de gravidade de $G(B)$ [3, p.131].

O método de centro de gravidade dá como resultado uma média das áreas das figuras geradas pela inferência, que representam os graus de pertinência do conjunto fuzzy de saída.

Observando a Figura 2.13, para achar a centro de gravidade $G(B)$ que representa a média das figuras é dado por:

$$G(B) = \frac{\sum_{i=0}^n u_i \varphi_B(u_i)}{\sum_{i=0}^n \varphi_B(u_i)}, \text{ para domínio discreto.}$$

$$G(B) = \frac{\int_{\mathbb{R}} u \varphi_B(u) du}{\int_{\mathbb{R}} \varphi_B(u) du}, \text{ para domínio contínuo.}$$

Utilizando o Exemplo 2.6, para que a professora possa representar a saída do controlador fuzzy por uma única nota em número real, utilizando o método do centro de gravidade temos a seguinte resposta:

$$G(\text{Conceito do aluno A}) = \frac{\int_4^5 (0,5x - 2)xdx + \int_5^8 (0,5)xdx + \int_8^9 (-0,5x + 4,5)xdx}{\int_4^5 (0,5x - 2)dx + \int_5^8 (0,5)dx + \int_8^9 (-0,5x + 4,5)dx}.$$

$$G(\text{Conceito do aluno A}) = \frac{12,996}{2}.$$

$$G(\text{Conceito do aluno A}) = 6,498 \approx 6,5.$$

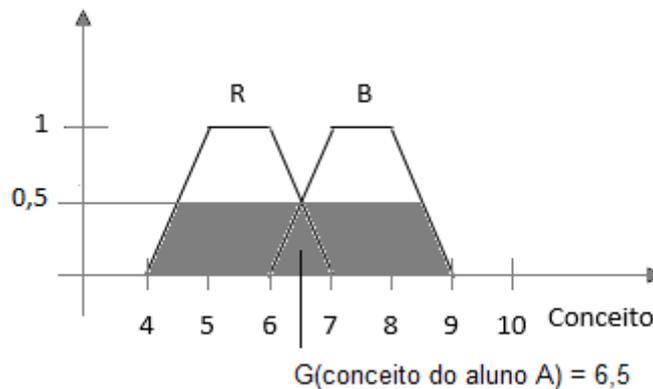


Figura 2.14: Conceito final do aluno A.

Portanto, utilizando o sistema baseado em regras fuzzy apresentado com método de inferência de Mamdani e método de defuzzificação de centro de gravidade, o aluno A receberá um conceito final de 6,5, ou seja, suficiente para sua aprovação.

Diante da fundamentação teórica apresentada, será apresentada a aplicação da modelagem matemática de um problema real alvo deste estudo, em que faz-se necessária a lógica fuzzy para seu desenvolvimento.

3 Modelagem matemática para manutenção preditiva de uma bomba industrial

A manutenção é um departamento das empresas que, nos tempos remotos, era visto somente para correção de problemas. Com o desenvolvimento tecnológico, passou a ser um departamento decisivo de forma que a “indústria para ser competitiva deve apresentar além de um processo robusto (bom maquinário, pessoal bem treinado, boa qualidade de ferramentas, etc.) um sistema confiável, máquinas que não quebrem com frequência, para evitar ao máximo a intervenção corretiva não programada.” [8]

No processo industrial são encontrados três tipos principais de manutenção de equipamento: a manutenção corretiva, a manutenção preventiva e a manutenção preditiva.

A manutenção corretiva ocorre para corrigir um problema inesperado que pode acontecer a qualquer momento, inclusive em momentos críticos de alta produção. Esta é a manutenção que mais deve ser evitada dentro do ambiente industrial devido aos riscos de acidentes e de perdas de produtividade e de recursos. A manutenção preventiva ocorre periodicamente para evitar um problema e, dessa forma, mesmo que não aparente nenhum desgaste ou adversidade, equipamentos podem sofrer trocas e reparos desnecessários com o intuito de resguardar um possível dano futuro. Já a manutenção preditiva tenta interpretar dados de campo de forma a supor quando uma possível avaria poderá ocorrer, evitando a manutenção corretiva e os gastos indevidos de uma manutenção preventiva, oferecendo ações em equipamentos que realmente demonstrem exigência de reparo imediato ou em curto prazo.

O cenário do mundo capitalista em que vivemos atualmente demanda um custo cada vez menor para a produção de manufaturados, agregando valores ao produto e incrementando os lucros empresariais de forma maximizada. Por este motivo, os profissionais da área de manutenção necessitam minimizar as falhas, com o menor custo possível. Para isto ocorrer, um número maior de estudos está sendo feito com os dados de campo, deixando o mantenedor de ser um profissional para manter e corrigir erros, mas um estudioso e sábio do processo produtivo e de conhecimentos mais abrangentes como a matemática.

Em vista disso, uma equipe de manutenção de uma certa indústria química do interior do estado de São Paulo, buscando redução dos custos e maximização do tempo de operação de seus equipamentos, identificou como problema de custo no seu orçamento anual a manutenção preventiva de uma bomba de seu processo. Para minimizar os gastos e maximizar o tempo entre as manutenções do equipamento, uma análise simples, porém efetiva, foi realizada e concluiu-se que variáveis do processo, como APS (*Average*

Particle Size - Tamanho Médio da Partícula), umidade do produto e o tempo de funcionamento da bomba, estavam diretamente ligados ao desgaste da mesma.

Uma vez que a equipe de laboratório da empresa periodicamente verifica os dados em questão, foi constatado o alto potencial de uma manutenção preditiva dar lugar à manutenção preventiva que estava em vigor. Assim sendo, um monitoramento das variáveis de processo, APS (Average Particle Size - Tamanho Médio de Partícula) e umidade, é cotidianamente realizado pela equipe de manutenção para estabelecer o momento de reparo do equipamento.

Neste capítulo apresentamos uma proposta de modelagem matemática para o problema de manutenção da bomba industrial visando auxiliar o processo de tomada de decisão da equipe de manutenção.

3.1 A bomba industrial

O equipamento alvo do estudo deste trabalho é uma bomba de moagem do tipo centrífuga que possui como característica a redução do tamanho da partícula do produto. Como poder ser observado na Figura 3.1 a seguir, o produto entra com um tamanho de partícula e é bombeado com um tamanho reduzido, através de aplicação de forças de cisalhamento.



Figura 3.1: Bomba Silverson.
Fonte: Site Silverson Machine [21]

Esta bomba, dentro do processo industrial analisado, possui um papel importante dentro da manufatura do produto final, e portanto, um grande esforço para seu funcionamento de forma ininterrupta é empregado. Na Figura 3.2 temos uma foto da bomba instalada na planta industrial. Na Figura 3.3 apresentamos o sistema supervisor utilizado pelos operadores da planta onde posiciona a bomba dentro do processo (bomba em destaque, círculo vermelho), este sistema é um software que a equipe de operação utiliza para monitorar e operar os equipamentos industriais.



Figura 3.2: Bomba industrial instalada.

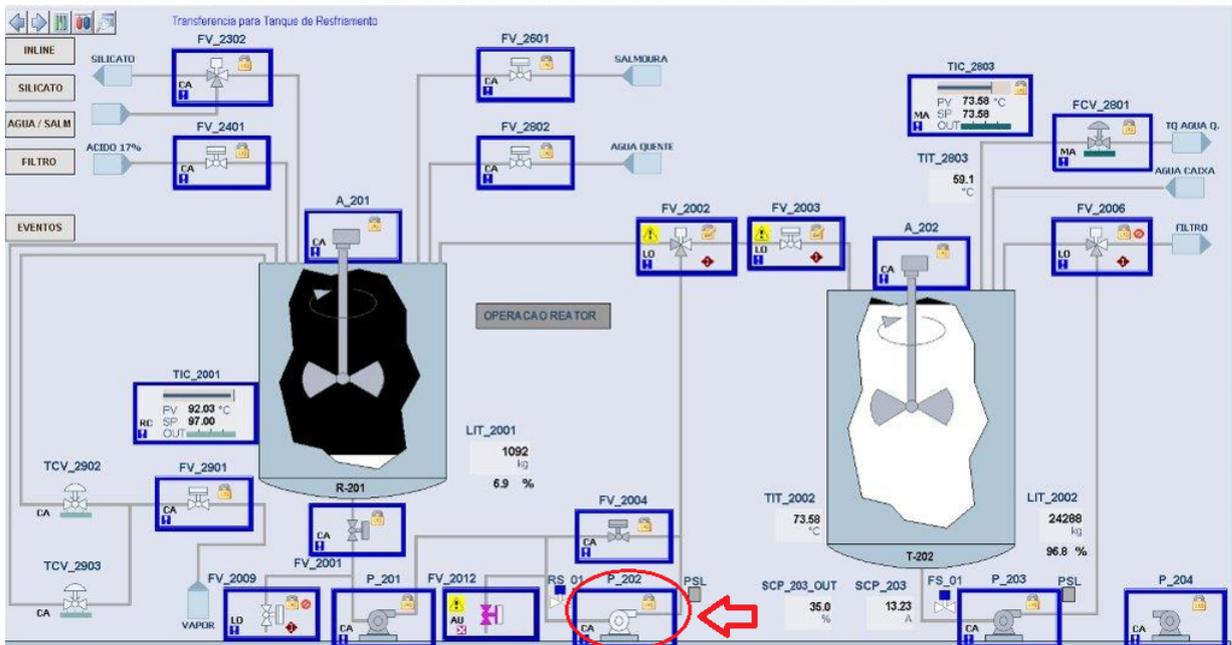


Figura 3.3: Fluxograma da planta onde encontra-se a bomba estudada.

Fonte: Sistema supervisor da empresa química.

Dentro desses esforços, o fabricante propõe uma manutenção preventiva periódica a cada 3 meses, com um custo de aproximadamente R\$6.000,00 a cada intervenção, totalizando, portanto, um custo de aproximadamente R\$24.000,00 anuais.

De acordo com a equipe de manutenção, essa intervenção engloba a troca de um conjunto de peças, incluindo o rotor, além de limpeza e verificação do equipamento. Para este trabalho, não levamos em conta as ações realizadas nas manutenções da bomba, portanto, a qualidade do serviço e o tipo do mesmo não são alvos deste estudo.

Para evitar uma manutenção corretiva, ou seja, uma parada inesperada da planta, causando custos muito superiores ao valor de uma intervenção periódica devido ao custo de falta de produção, a equipe de manutenção iniciou um estudo minucioso

para diminuir os custos de manutenção preventiva da bomba, ainda com o objetivo de proteger a mesma de uma quebra abrupta.

Durante o estudo da equipe, foi percebida a relação existente entre a necessidade de reparo da bomba e o tamanho da partícula do produto que passa pela bomba, a partir de agora denominado somente APS. Esta relação ocorre diretamente, ou seja, se o tempo de reparo é maior, o valor do APS também aumenta. Entretanto, a equipe iniciou uma programação de reparo da bomba baseando-se somente no aumento do APS e de forma intuitiva.

Durante a análise dos dados e reuniões com a equipe de manutenção, foi verificado que outras variáveis também contribuíam para a tomada de decisão no momento de programar uma parada da bomba para conserto. Dentre estas novas variáveis estão a quantidade de horas que esta bomba funciona e a umidade do produto.

A quantidade de horas de funcionamento da bomba está diretamente relacionada ao desgaste mecânico da mesma, pois quanto mais a mesma é utilizada maior a deterioração do equipamento.

A umidade relaciona-se diretamente com o APS, pois a ocorrência de umidade alta, pode justificar um APS alto, mesmo sem ter um esgotamento mecânico do equipamento. Isso ocorre devido ao fato da umidade alta diminuir o atrito entre o produto e o rotor da bomba, dificultando o cisalhamento das partículas, que é responsável pela redução do APS.

Para este trabalho, as variáveis que serão consideradas para o modelo são o APS, aumidade e a quantidade de horas de operação da bomba. Dessa forma, outras variáveis que, possivelmente, podem interferir na modelagem, como ações realizadas nas intervenções da bomba, quantidade de amostras do APS e da umidade, modificações no produto, não serão consideradas.

Diante das observações apresentadas, os dados referentes às variáveis foram coletados para a modelagem matemática do problema. Estes dados serão apresentados a seguir.

3.1.1 Dados do processo

Os dados envolvidos no processo de tomada de decisão de intervenção na bomba industrial são:

- APS - valores aceitáveis entre 6μ e 11μ .
- Horas de funcionamento da bomba - valores em horas.
- Umidade - valores dados em % de água no produto.

Os dados fornecidos pela equipe de manutenção da empresa correspondem ao período de Março de 2014 até Março de 2017 e são apresentados nas tabelas a seguir. Durante o período dos dados informados, as manutenções ocorreram em Janeiro de 2015 e Junho de 2016.

Dados do processo da bomba - 2014.			
Mês	APS [μ]	Quantidade de horas [h]	Umidade [%]
Março	7,9	412	5,1
Abril	8,5	298	5
Maio	8,5	347	5
Junho	8,7	192	4,9
Julho	8,4	107	5,2
Agosto	8,6	302	5,2
Setembro	8,9	294	5,4
Outubro	9,1	152	5
Novembro	9,4	395	5,3
Dezembro	10,3	358	4,9

Tabela 3.1: Tabela de dados das variáveis do processo de 2014.
 Fonte: Dados fornecidos pela equipe de manutenção.

Dados do processo da bomba - 2015.			
Mês	APS [μ]	Quantidade de horas [h]	Umidade [%]
Janeiro	10,4	449	4,9
Fevereiro	6,5	352	5
Março	8,1	372	4,9
Abril	8,3	229	5
Maio	8,7	309	5
Junho	9,4	215	4,9
Julho	8,6	125	5,1
Agosto	9,9	178	4,9
Setembro	10,1	257	4,9
Outubro	10,3	270	5,1
Novembro	9,2	292	4,8
Dezembro	9,3	289	4,8

Tabela 3.2: Tabela de dados das variáveis do processo de 2015.
 Fonte: Dados fornecidos pela equipe de manutenção.

Dados do processo da bomba - 2016.			
Mês	APS [μ]	Quantidade de horas [h]	Umidade [%]
Janeiro	9,2	259	5
Fevereiro	10,1	314	4,8
Março	9,6	354	4,9
Abril	9,8	353	4,8
Mai	10,3	187	4,8
Junho	10,3	281	4,7
Julho	10,1	221	4,5
Agosto	9,0	314	4,5
Setembro	9,6	208	4,6
Outubro	9,5	109	4,9
Novembro	8,9	153	4,7
Dezembro	9,2	339	4,8

Tabela 3.3: Tabela de dados das variáveis do processo de 2016.

Fonte: Dados fornecidos pela equipe de manutenção.

Dados do processo da bomba - 2017.			
Mês	APS [μ]	Quantidade de horas [h]	Umidade [%]
Janeiro	9,5	228	5,2
Fevereiro	9,4	261	5,1
Março	9,7	396	4,9

Tabela 3.4: Tabela de dados das variáveis do processo de 2017.

Fonte: Dados fornecidos pela equipe de manutenção.

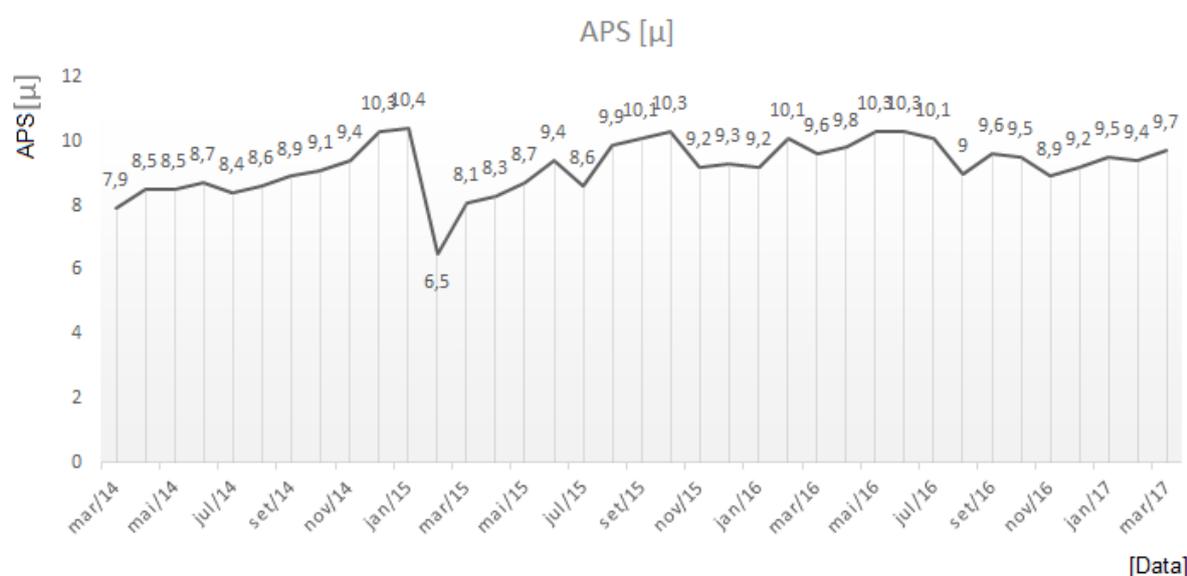


Figura 3.4: Gráfico dos dados de APS do produto no período considerado.

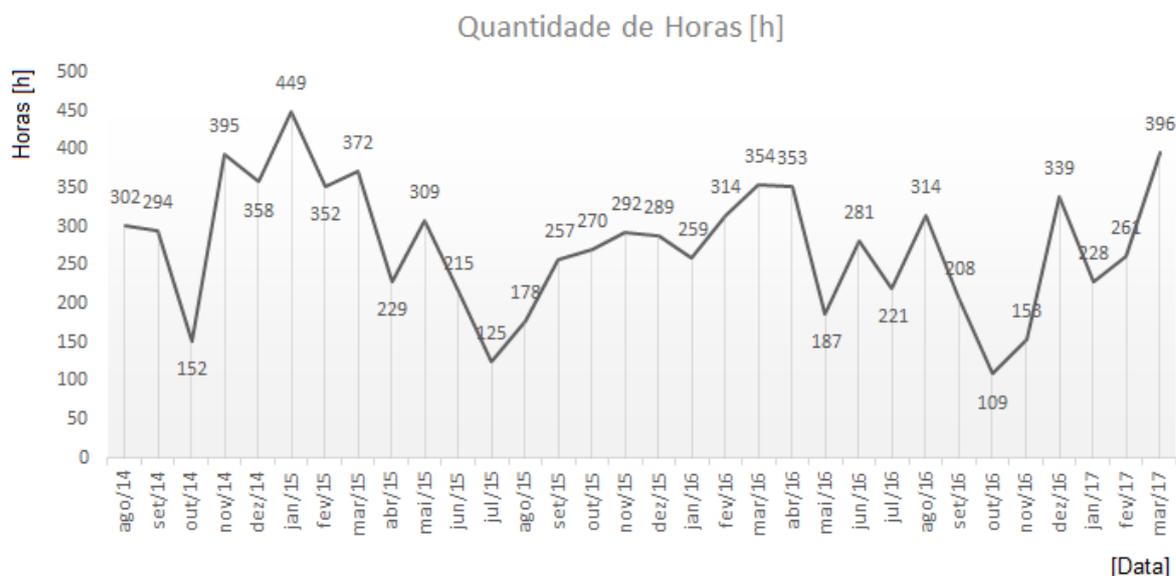


Figura 3.5: Gráfico dos dados de horas de funcionamento da bomba no período considerado.

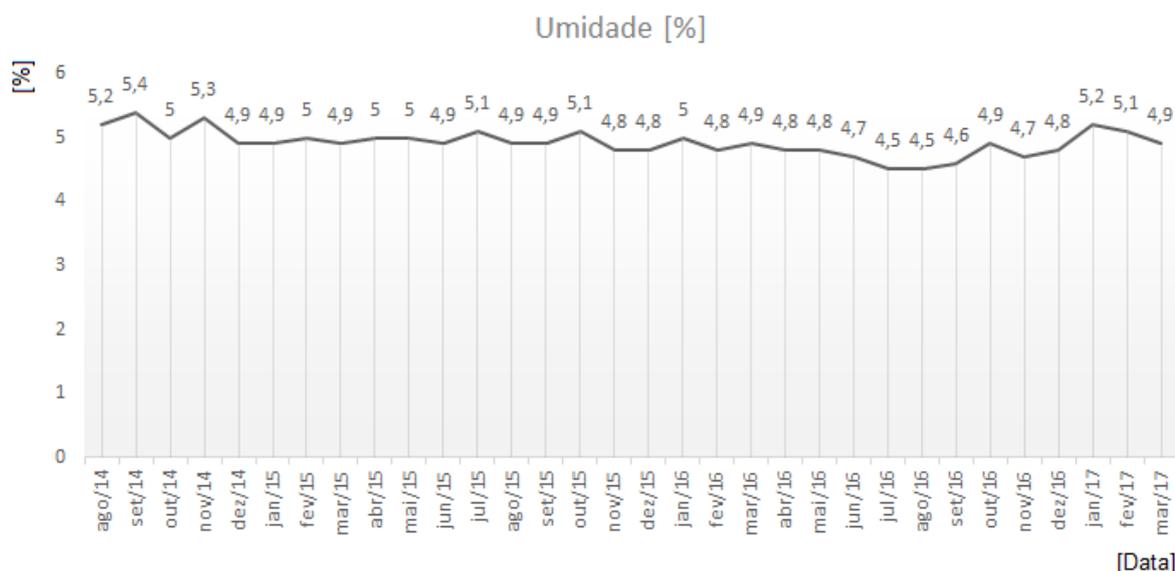


Figura 3.6: Gráfico dos dados de umidade do produto no período considerado.

Diante dos dados avaliados, juntamente com os especialistas da área, a modelagem matemática foi realizada utilizando dos conceitos de Lógica Fuzzy conforme será descrito a seguir.

3.2 Lógica Fuzzy para modelagem dos dados do processo

Em contato com os profissionais que estão diretamente trabalhando com o problema, antes mesmo da busca e coleta dos dados laboratoriais, várias informações foram passadas através de termos linguísticos. Por exemplo, a determinação do momento de realização da manutenção preditiva ocorria quando o APS estava “alto”, porém a umi-

dade “baixa” e a quantidade de horas “alto”. Quando questionados do que significava em números, por exemplo, o APS ser “alto”, a informação é que era **em torno de 10,5**.

Em função dessas avaliações subjetivas, claramente foi identificada a Lógica Fuzzy como ferramenta matemática para modelar o problema e tentar uma solução capaz de auxiliar os mantenedores no momento de atuar ou não preditivamente na bomba em questão.

O modelo a ser utilizado será fundamentado na Lógica Fuzzy com o método de inferência Mamdani, tendo como variáveis de entrada: APS, horas de operação da bomba e umidade. Além disso, a variável de saída será um valor de risco de falha da bomba que varia de 0 a 100, sendo 100 o maior risco de falha iminente e 0 a ausência de risco. O fluxograma do modelo está na Figura 3.7 a seguir.

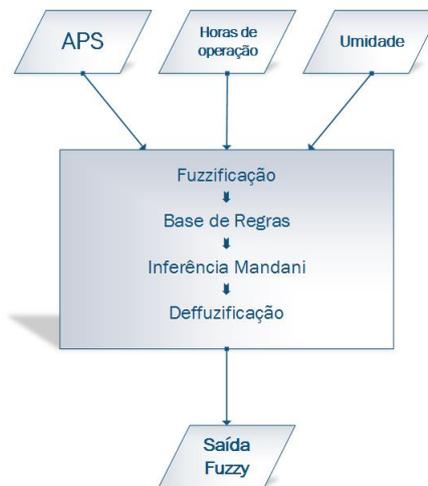


Figura 3.7: Fluxograma da modelagem do problema.

3.2.1 Fuzzificação

O processo de fuzzificação constitui na criação dos conjuntos fuzzy que classificam as variáveis APS, umidade e horas de funcionamento da bomba. Este processo, necessitou de visitas à planta industrial e conversas tanto com a equipe de manutenção, laboratório e operação. Dessa forma, foram definidos os conjuntos que caracterizam essas variáveis, conforme podem ser observados nas Figuras 3.8, 3.9 e 3.10.

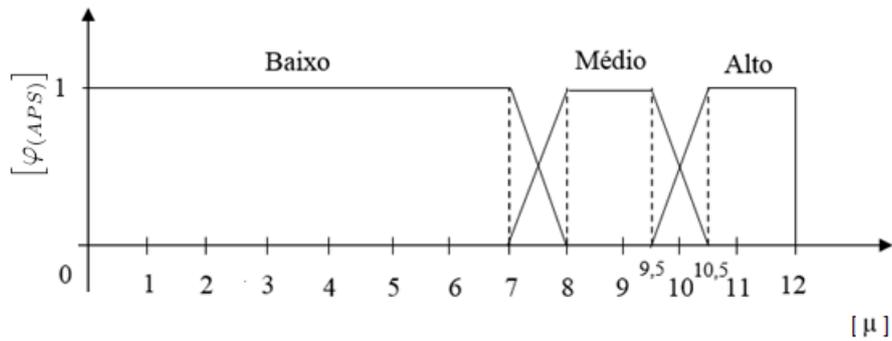


Figura 3.8: Conjunto fuzzy: APS.

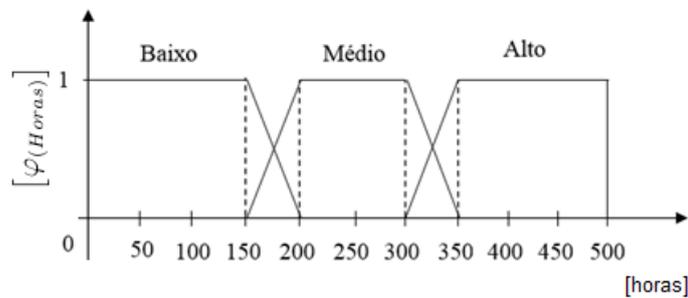


Figura 3.9: Conjunto fuzzy: horas de funcionamento da bomba.

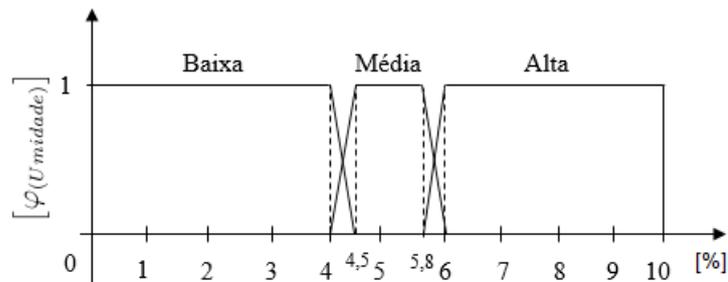


Figura 3.10: Conjunto fuzzy: umidade.

Além dos conjuntos apresentados, a saída resultante da modelagem do problema é o conjunto fuzzy risco de quebra da bomba industrial, sendo que o intervalo de risco de quebra [90-100] coloca em estado de atenção a equipe de manutenção. Esse conjunto foi criado de acordo com as informações fornecidas pela equipe de manutenção e pode ser observado na Figura 3.11.

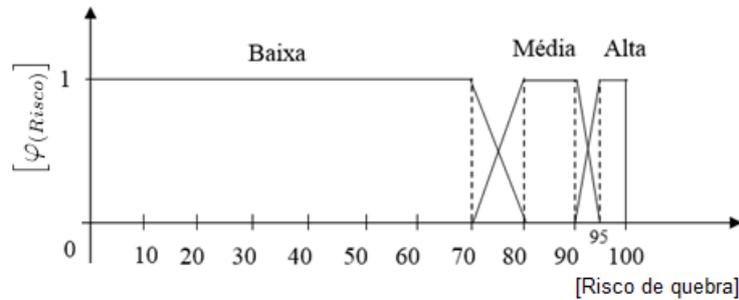


Figura 3.11: Conjunto fuzzy: risco de quebra da bomba.

3.2.2 Sistema baseado em regras fuzzy

Foi proposto um sistema baseado em regras fuzzy (SBRF) de acordo com as informações fornecidas pelos especialistas envolvidos no problema, uma vez que eles possuem o conhecimento do processo e conseguem determinar o comportamento da saída (risco de falha) através dos valores de entrada (APS, horas de funcionamento da bomba e umidade do produto).

A base de regras utilizada pode ser encontrada na Tabela 3.5 a seguir e foi aprovada pelo corpo técnico da equipe de manutenção.

Base de Regras					
Se	APS	Quantidade de Horas	Umidade	então	Risco de Falha
R1	Baixo	Baixa	Baixa	então	Baixo
R2	Baixo	Baixa	Média	então	Baixo
R3	Baixo	Baixa	Alta	então	Baixo
R4	Baixo	Média	Baixa	então	Baixo
R5	Baixo	Média	Média	então	Baixo
R6	Baixo	Média	Alta	então	Baixo
R7	Baixo	Alta	Baixa	então	Baixo
R8	Baixo	Alta	Média	então	Baixo
R9	Baixo	Alta	Alta	então	Baixo
R10	Médio	Baixa	Baixa	então	Médio
R11	Médio	Baixa	Média	então	Médio
R12	Médio	Baixa	Alta	então	Baixo
R13	Médio	Média	Baixa	então	Médio
R14	Médio	Média	Média	então	Médio
R15	Médio	Média	Alta	então	Baixo
R16	Médio	Alta	Baixa	então	Médio
R17	Médio	Alta	Média	então	Médio
R18	Médio	Alta	Alta	então	Médio
R19	Alto	Baixa	Baixa	então	Médio
R20	Alto	Baixa	Média	então	Médio
R21	Alto	Baixa	Alta	então	Médio
R22	Alto	Média	Baixa	então	Alto
R23	Alto	Média	Média	então	Médio
R24	Alto	Média	Alta	então	Médio
R25	Alto	Alta	Baixa	então	Alto
R26	Alto	Alta	Média	então	Alto
R27	Alto	Alta	Alta	então	Médio

Tabela 3.5: Tabela de base de regras aplicada ao problema da bomba industrial.

Para o SBRF proposto, o método de inferência aplicado foi o método de Mamdani. Para poder analisar o método de inferência, utilizamos o software MATLAB¹, implementando as variáveis como visto na Figura 3.12 e as regras. Podemos obter dois importantes gráficos de superfície (Figuras 3.13 e 3.14) que representam o risco de falha em função do APS e horas e o risco de falha em função do APS e umidade, respectivamente.

¹MATLAB[®] R2014a, licença Centro Paula Souza.

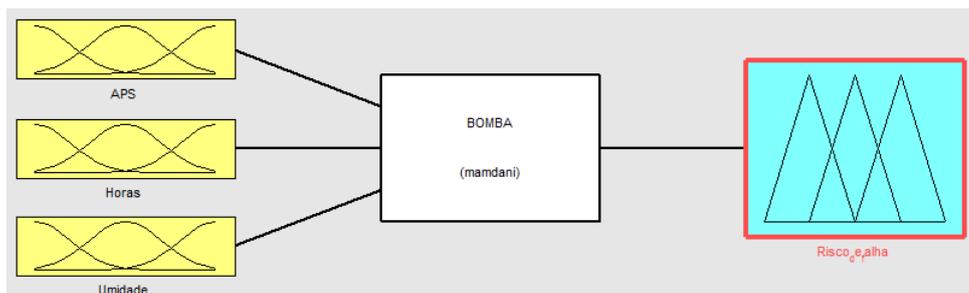


Figura 3.12: Sistema fuzzy para a bomba industrial.

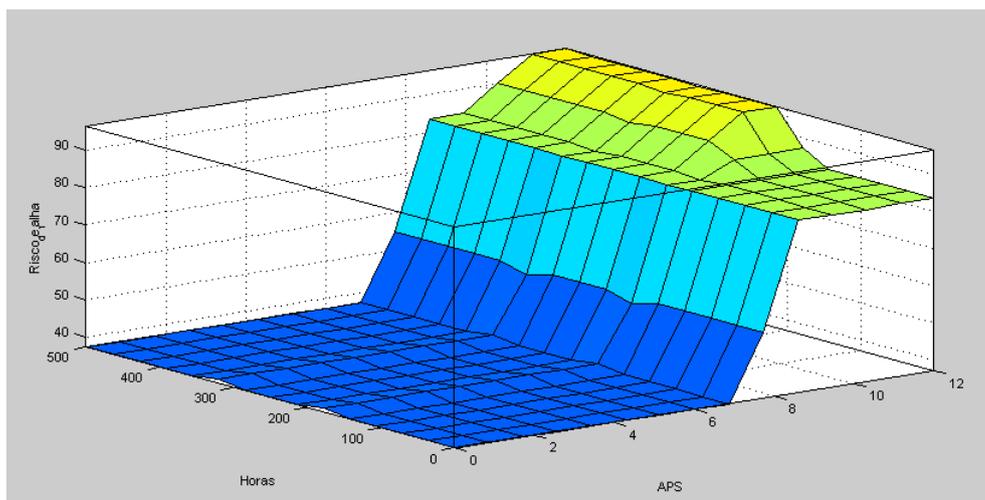


Figura 3.13: Risco de falha em função do APS e horas de funcionamento da bomba.

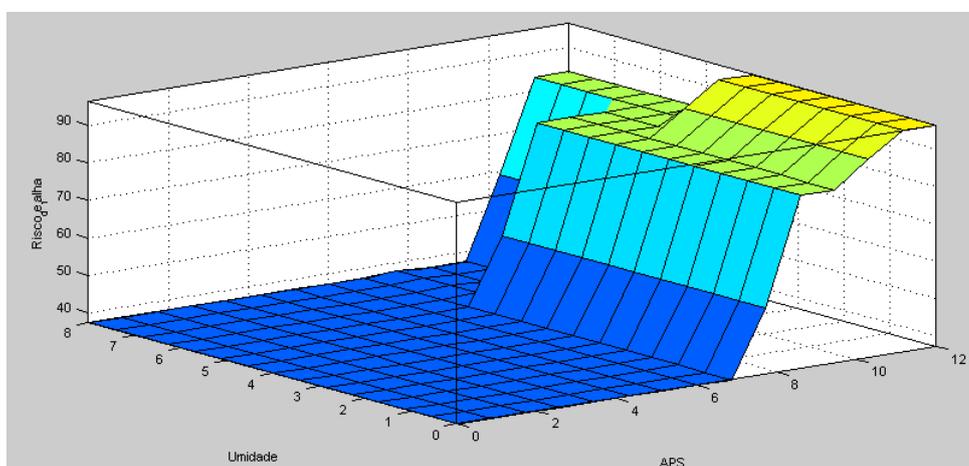


Figura 3.14: Risco de falha em função do APS e da umidade do produto.

Além disso, para representar a saída fuzzy com um número real que pudesse explicar o resultado, o método de defuzzificação utilizado foi o centro de gravidade. Dessa forma, um número representativo e de fácil interpretação é gerado para que a equipe de manutenção envolvida possa analisar e tomar a decisão de realizar o reparo na bomba industrial.

3.3 Software desenvolvido

Existem no mercado softwares que se destinam à resolução e desenvolvimento de algoritmos matemáticos como, por exemplo, o software MATLAB®, que foi “desenvolvido no início da década de 80 por Cleve Moler, no Departamento de Ciência da Computação da Universidade do Novo México, EUA” [22], fundamentado em um ambiente computacional com linguagem matricial. Por esse motivo, o software MATLAB® propicia o desenvolvimento matemático de inúmeras aplicações, inclusive com ferramenta para lógica fuzzy.

O software MATLAB® é um software aplicativo publicado sob uma licença de software comercial ou *trial*, ou seja, para teste por período determinado. No formato de licença *trial*, a ferramenta de Lógica fuzzy não está disponível. Sob licença comercial, o MATLAB® pode ser adquirido de 4 formas:

- Standard, para uma pessoa, corporação ou grupo de pessoas.
- Education, para escolas e universidades.
- Home, para utilização exclusiva em casa.
- Student, para estudantes.

Devido às políticas de licenciamento, torna-se um processo burocrático e um impedimento para o desenvolvimento de algoritmos dentro de empresas privadas a utilização de softwares comerciais. Portanto, para aplicação da lógica fuzzy e desenvolvimento da modelagem da manutenção preditiva da bomba industrial, evitando problemas de compra de licença, foi desenvolvido um software² utilizando linguagem JAVA e auto-explicativo, facilitando o uso para os usuários finais.

Além da questão da licença, o fácil manuseio de um aplicativo pela equipe de manutenção, sem necessariamente ter um conhecimento profundo da lógica fuzzy e suas bases matemáticas, impulsionou a criação deste software específico para a aplicação da modelagem matemática da manutenção preditiva da bomba.

Para a utilização do software, foram criadas telas que englobam desde a inserção de dados, busca de dados inseridos, gráficos de tendência das variáveis, assim como informações pertinentes como os conjuntos fuzzy e a base de regra que foi aplicada ao problema. As telas podem ser encontradas no Apêndice A. A estrutura do software pode ser encontrada no diagrama da Figura 3.15 a seguir.

²Software em CD anexo a este trabalho.

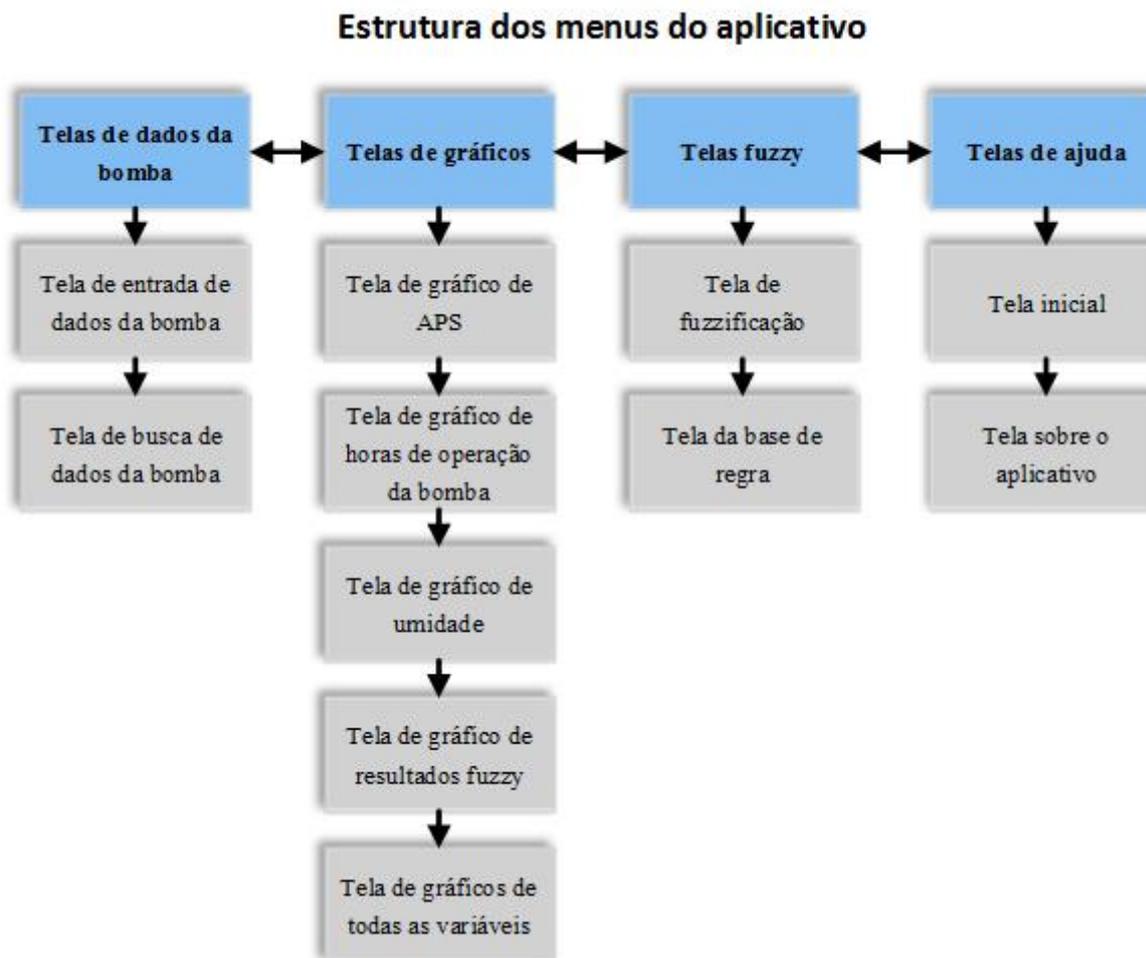


Figura 3.15: Diagrama estrutural do software desenvolvido.

A linguagem de programação utilizada para o desenvolvimento do software foi a linguagem JAVA que “é uma linguagem de programação e plataforma computacional lançada pela primeira vez pela Sun Microsystems em 1995” [13] e que é amplamente utilizada pelos profissionais de programação. Para este processo, foi utilizada uma IDE (*Integrated Development Environment* ou Ambiente de Sistema Integrado) chamada NetBeans que é “uma ferramenta para programadores, que permite escrever, compilar, depurar e instalar programas” [14]. Tanto a linguagem JAVA quanto o ambiente de programação NetBeans são livres de licença e estão disponíveis para qualquer usuário que queira programar utilizando essas ferramentas.

O software criado foi bem específico para esta aplicação, onde foram implementados os conjuntos fuzzy e base de regras especificados anteriormente. Para ilustrar a programação envolvida, apresentamos alguns trechos de código onde pode ser evidenciada a implementação dos conjuntos fuzzy e base de regras. Destaca-se, nas linhas de código, os conjuntos fuzzy, como por exemplo, APS na Figura 3.16, horas na Figura 3.17 e umidade na Figura 3.18.

```
742 // Processo de fuzzificação
743 //Identificar as pertinencias do APS
744 if (vAPS<=7.0)
745 {
746     pAPSbaixo = 1.0;
747     pAPSmedio = 0.0;
748     pAPSalto= 0.0;
749     APSbaixo=true;
750     APSmedio=false;
751     APSalto=false;
752 }
753 else if ((vAPS>7.0) && (vAPS<8.0))
754 {
755     pAPSbaixo = -(vAPS)+8.0;
756     APSbaixo=true;
757     pAPSmedio = vAPS-7.0;
758     pAPSalto = 0.0;
759     APSmedio = true;
760     APSalto=false;
761 }
762 else if ((vAPS>=8.0) && (vAPS<=9.5))
763 {
764     pAPSbaixo = 0.0;
765     pAPSmedio = 1.0;
766     pAPSalto=0.0;
767     APSbaixo=false;
768     APSmedio=true;
769     APSalto=false;
770 }
771 else if ((vAPS>9.5) && (vAPS<10.5))
772 {
773     pAPSbaixo = 0.0;
774     pAPSmedio = -(vAPS)+10.5;
775     pAPSalto = vAPS-9.5;
776     APSbaixo=false;
777     APSmedio = true;
778     APSalto=true;
779 }
```

(a)

```
780 else if(vAPS>=10.5)
781 {
782     pAPSbaixo = 0.0;
783     pAPSmedio = 0.0;
784     pAPSalto= 1.0;
785     APSbaixo=false;
786     APSmedio = false;
787     APSalto=true;
788 }
```

(b)

Figura 3.16: Trecho do código em Java: fuzzificação APS.

```
789 //identificar as pertinencias das Horas
790
791 if (vHoras<=150.0)
792 {
793   pHorasbaixo = 1.0;
794   pHorasmedio = 0.0;
795   pHorasalto = 0.0;
796   Horasbaixo=true;
797   Horasmedio=false;
798   Horasalto=false;
799 }
800 else if((vHoras>150.0)&&(vHoras<200.0))
801 {
802   pHorasbaixo = -(vHoras)/(50.0)+4.0;
803   Horasbaixo=true;
804   pHorasmedio = (vHoras/(50.0))-3.0;
805   pHorasalto = 0.0;
806   Horasmedio = true;
807   Horasalto=false;
808 }
809 else if((vHoras>=200.0)&&(vHoras<=300.0))
810 {
811   pHorasbaixo = 0.0;
812   pHorasmedio = 1.0;
813   pHorasalto = 0.0;
814   Horasbaixo=false;
815   Horasmedio=true;
816   Horasalto=false;
817 }
818 else if((vHoras>300.0)&&(vHoras<350.0))
819 {
820   pHorasbaixo = 0.0;
821   pHorasmedio = -(vHoras)/(50.0)+7.0;
822   pHorasalto = ((vHoras)/(50.0))-6.0;
823   Horasbaixo=false;
824   Horasmedio = true;
825   Horasalto=true;
826 }

```

(a)

```
827 else if(vHoras>=350.0)
828 {
829   pHorasbaixo = 0.0;
830   pHorasmedio = 0.0;
831   pHorasalto = 1.0;
832   Horasbaixo=false;
833   Horasmedio = false;
834   Horasalto=true;
835 }

```

(b)

Figura 3.17: Trecho do código em Java: fuzzificação horas de funcionamento da bomba.

```
837 // pertinencia da Umidade
838 if (vUmidade<=4.0)
839 {
840     pUmidadebaixo = 1.0;
841     pUmidademedio = 0.0;
842     pUmidadealto = 0.0;
843     Umidadebaixo=true;
844     Umidademedio=false;
845     Umidadealto=false;
846 }
847 else if((vUmidade>4.0)&&(vUmidade<4.5))
848 {
849     pUmidadebaixo = ((-2.0)*(vUmidade))+9.0;
850     Umidadebaixo=true;
851     pUmidademedio = ((2.0)*(vUmidade))-8.0;
852     pUmidadealto = 0.0;
853     Umidademedio = true;
854     Umidadealto=false;
855 }
856 else if((vUmidade>=4.5)&&(vUmidade<=5.8))
857 {
858     pUmidadebaixo = 0.0;
859     pUmidademedio = 1.0;
860     pUmidadealto = 0.0;
861     Umidadebaixo=false;
862     Umidademedio=true;
863     Umidadealto=false;
864 }
865 else if((vUmidade>5.8)&&(vUmidade<6.0))
866 {
867     pUmidadebaixo= 0.0;
868     pUmidademedio = ((-5.0)*(vUmidade))+(30.0);
869     pUmidadealto = ((5.0)*(vUmidade))-(29.0);
870     Umidadebaixo=false;
871     Umidademedio = true;
872     Umidadealto=true;
873 }
```

(a)

```
874 else if(vUmidade>=6.0)
875 {
876     pUmidadebaixo = 0.0;
877     pUmidademedio = 0.0;
878     pUmidadealto=1.0;
879     Umidadebaixo=false;
880     Umidademedio = false;
881     Umidadealto=true;
882 }
```

(b)

Figura 3.18: Trecho do código em Java: fuzzificação umidade.

Ainda para evidenciar a lógica fuzzy no software desenvolvido, nas Figuras 3.19, 3.20, 3.21, 3.22 e 3.23 podem ser encontradas as linhas de código referentes à implementação da base de regras necessária para esta aplicação.

```
912 //Base de Regras
913 // Regra 1
914 if((APSbaixo==true) && (Horasbaixo==true) && (Umidadebaixo==true))
915 {
916     SaidaFuzzybaixo=true;
917     pSF1 = Math.min(pAPSbaixo,Math.min(pHorasbaixo,pUmidadebaixo));
918 }
919 // Regra 2
920 if((APSbaixo==true) && (Horasbaixo==true) && (Umidademedio==true))
921 {
922     SaidaFuzzybaixo=true;
923     pSF2 = Math.min(pAPSbaixo,Math.min(pHorasbaixo,pUmidademedio));
924 }
925 // Regra 3
926 if((APSbaixo==true) && (Horasbaixo==true) && (Umidadealto==true))
927 {
928     SaidaFuzzybaixo=true;
929     pSF3 = Math.min(pAPSbaixo,Math.min(pHorasbaixo,pUmidadealto));
930 }
931 // Regra 4
932 if((APSbaixo==true) && (Horasmedio==true) && (Umidadebaixo==true))
933 {
934     SaidaFuzzybaixo=true;
935     pSF4 = Math.min(pAPSbaixo,Math.min(pHorasmedio,pUmidadebaixo));
936 }
937 //Regra 5
938 if((APSbaixo==true) && (Horasmedio==true) && (Umidademedio==true))
939 {
940     SaidaFuzzybaixo=true;
941     pSF5 = Math.min(pAPSbaixo,Math.min(pHorasmedio,pUmidademedio));
942 }
943 // Regra 6
944 if((APSbaixo==true) && (Horasmedio==true) && (Umidadealto==true))
945 {
946     SaidaFuzzybaixo=true;
947     pSF6 = Math.min(pAPSbaixo,Math.min(pHorasmedio,pUmidadealto));
948 }
```

Figura 3.19: Código da base de regras, parte 1.

```
949 // Regra 7
950 if ( (APSbaixo==true) && (Horasalto==true) && (Umidadebaixo==true) )
951 {
952     SaidaFuzzybaixo=true;
953     pSF7 = Math.min(pAPSbaixo,Math.min(pHorasalto,pUmidadebaixo));
954 }
955 // Regra 8
956 if ( (APSbaixo==true) && (Horasalto==true) && (Umidamedio==true) )
957 {
958     SaidaFuzzybaixo=true;
959     pSF8 = Math.min(pAPSbaixo,Math.min(pHorasalto,pUmidamedio));
960 }
961 //Regra 9
962 if ( (APSbaixo==true) && (Horasalto==true) && (Umidadealto==true) )
963 {
964     SaidaFuzzybaixo=true;
965     pSF9 = Math.min(pAPSbaixo,Math.min(pHorasalto,pUmidadealto));
966 }
967 //Regra 10
968 if ( (APSmedio==true) && (Horasbaixo==true) && (Umidadebaixo==true) )
969 {
970     SaidaFuzzymedio=true;
971     pSF10 = Math.min(pAPSmedio,Math.min(pHorasbaixo,pUmidadebaixo));
972 }
973 //Regra 11
974 if ( (APSmedio==true) && (Horasbaixo==true) && (Umidamedio==true) )
975 {
976     SaidaFuzzymedio=true;
977     pSF11 = Math.min(pAPSmedio,Math.min(pHorasbaixo,pUmidamedio));
978 }
979 //Regra 12
980 if ( (APSmedio==true) && (Horasbaixo==true) && (Umidadealto==true) )
981 {
982     SaidaFuzzybaixo=true;
983     pSF12 = Math.min(pAPSmedio,Math.min(pHorasbaixo,pUmidadealto));
984 }
```

Figura 3.20: Código da base de regras, parte 2.

```
985 //Regra 13
986 if((APSmedio==true) && (Horasmedio==true) && (Umidadebaixo==true))
987 {
988     SaidaFuzzymedio=true;
989     pSF13 = Math.min(pAPSmedio, Math.min(pHorasmedio, pUmidadebaixo));
990 }
991 //Regra 14
992 if((APSmedio==true) && (Horasmedio==true) && (Umidademedio==true))
993 {
994     SaidaFuzzymedio=true;
995     pSF14 = Math.min(pAPSmedio, Math.min(pHorasmedio, pUmidademedio));
996 }
997 // Regra 15
998 if((APSmedio==true) && (Horasmedio==true) && (Umidadealto==true))
999 {
1000     SaidaFuzzybaixo=true;
1001     pSF15 = Math.min(pAPSmedio, Math.min(pHorasmedio, pUmidadealto));
1002 }
1003 //Regra 16
1004 if((APSmedio==true) && (Horasalto==true) && (Umidadebaixo==true))
1005 {
1006     SaidaFuzzymedio=true;
1007     pSF16 = Math.min(pAPSmedio, Math.min(pHorasalto, pUmidadebaixo));
1008 }
1009 // Regra 17
1010 if((APSmedio==true) && (Horasalto==true) && (Umidademedio==true))
1011 {
1012     SaidaFuzzymedio=true;
1013     pSF17 = Math.min(pAPSmedio, Math.min(pHorasalto, pUmidademedio));
1014 }
1015 //Regra 18
1016 if((APSmedio==true) && (Horasalto==true) && (Umidadealto==true))
1017 {
1018     SaidaFuzzymedio=true;
1019     pSF18 = Math.min(pAPSmedio, Math.min(pHorasalto, pUmidadealto));
1020 }
```

Figura 3.21: Código da base de regras, parte 3.

```
1021 // Regra 19
1022 if ((APSalto==true) && (Horasbaixo==true) && (Umidadebaixo==true))
1023 {
1024     SaidaFuzzymedio=true;
1025     pSF19 = Math.min(pAPSalto, Math.min(pHorasbaixo, pUmidadebaixo));
1026 }
1027 // Regra 20
1028 if ((APSalto==true) && (Horasbaixo==true) && (Umidademedio==true))
1029 {
1030     SaidaFuzzymedio=true;
1031     pSF20 = Math.min(pAPSalto, Math.min(pHorasbaixo, pUmidademedio));
1032 }
1033 // Regra 21
1034 if ((APSalto==true) && (Horasbaixo==true) && (Umidadealto==true))
1035 {
1036     SaidaFuzzymedio=true;
1037     pSF21 = Math.min(pAPSalto, Math.min(pHorasbaixo, pUmidadealto));
1038 }
1039 // Regra 22
1040 if ((APSalto==true) && (Horasmedio==true) && (Umidadebaixo==true))
1041 {
1042     SaidaFuzzyalto=true;
1043     pSF22 = Math.min(pAPSalto, Math.min(pHorasmedio, pUmidademedio));
1044 }
1045 // Regra 23
1046 if ((APSalto==true) && (Horasmedio==true) && (Umidademedio==true))
1047 {
1048     SaidaFuzzymedio=true;
1049     pSF23 = Math.min(pAPSalto, Math.min(pHorasmedio, pUmidademedio));
1050 }
1051 // Regra 24
1052 if ((APSalto==true) && (Horasmedio==true) && (Umidadealto==true))
1053 {
1054     SaidaFuzzymedio=true;
1055     pSF24 = Math.min(pAPSalto, Math.min(pHorasmedio, pUmidadealto));
1056 }
```

Figura 3.22: Código da base de regras, parte 4.

```
1057 // Regra 25
1058 if ((APSalto==true) && (Horasalto==true) && (Umidadebaixo==true))
1059 {
1060     SaidaFuzzyalto=true;
1061     pSF25 = Math.min(pAPSalto, Math.min(pHorasalto, pUmidadebaixo));
1062 }
1063 // Regra 26
1064 if ((APSalto==true) && (Horasalto==true) && (Umidademedio==true))
1065 {
1066     SaidaFuzzyalto=true;
1067     pSF26 = Math.min(pAPSalto, Math.min(pHorasalto, pUmidademedio));
1068 }
1069 // Regra 27
1070 if ((APSalto==true) && (Horasalto==true) && (Umidadealto==true))
1071 {
1072     SaidaFuzzymedio=true;
1073     pSF27 = Math.min(pAPSalto, Math.min(pHorasalto, pUmidadealto));
1074 }
```

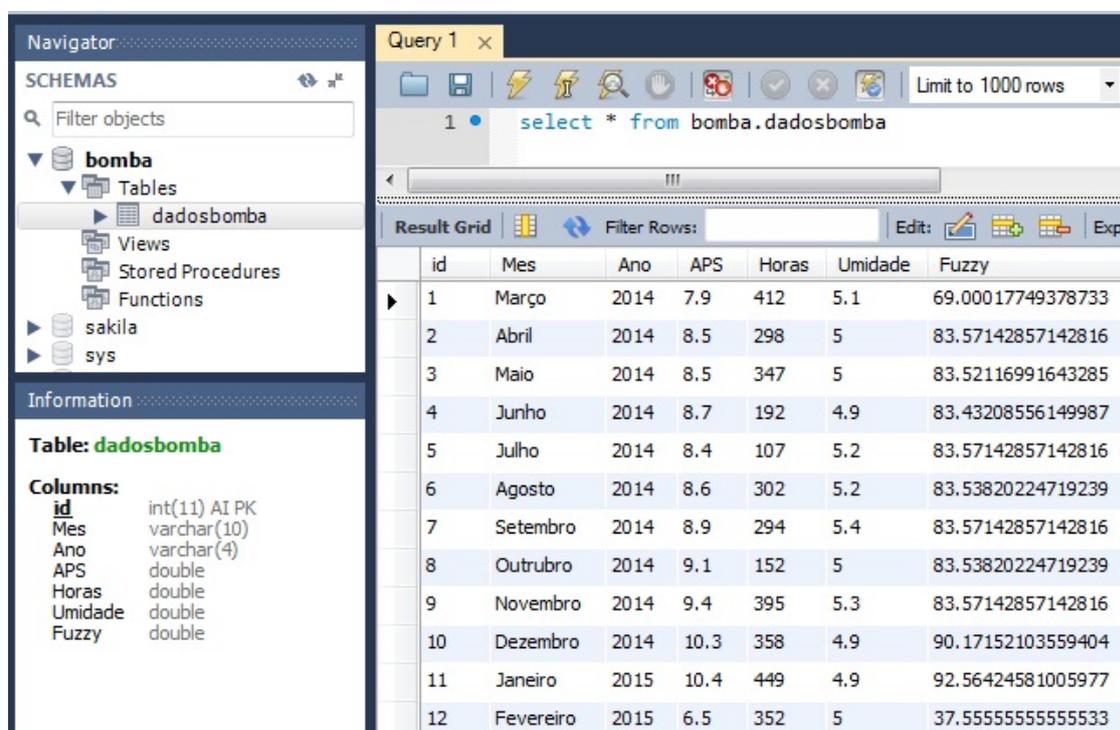
Figura 3.23: Código da base de regras, parte 5.

Para armazenar os dados que são inseridos pelos profissionais da manutenção, a fim de gerar um histórico e estudo detalhado do comportamento das variáveis, foi utilizada a tecnologia de banco de dados, que para esta aplicação específica foi utilizado o MySQL™. Este banco de dados é um repositório de dados, ou seja, um ambiente para guardar os dados informados pelos usuários através das telas do software e que pode ser consultado quando necessário, também pelas telas do software.

No MySQL™ foi criado um banco novo (SCHEMA) nomeado como **bomba** e, dentro deste banco, foi criada a tabela **dadosbomba** com as seguinte colunas:

- ID - para identificação da linha do dado armazenado, uma informação gerada de forma automática.
- Mes - mês em que o dado foi coletado.
- Ano - ano em que o dado foi coletado.
- APS - valor do APS do produto.
- Horas - valor de horas de funcionamento da bomba.
- Umidade - valor de umidade do produto.
- Fuzzy - valor da saída fuzzy após a defuzzificação.

Na Figura 3.24, para elucidar o processo de armazenagem das informações, está representada a estrutura do banco de dados e alguns dados já inseridos no mesmo. O usuário final não tem acesso a este banco, ficando garantida a segurança das informações e toda manipulação será feita somente através das telas do software.



The screenshot shows a MySQL database interface. On the left, the 'Navigator' pane displays the 'bomba' schema with a table named 'dadosbomba'. Below it, the 'Information' pane shows the table's columns: 'id' (int(11) AI PK), 'Mes' (varchar(10)), 'Ano' (varchar(4)), 'APS' (double), 'Horas' (double), 'Umidade' (double), and 'Fuzzy' (double). The main window shows a query: 'select * from bomba.dadosbomba'. Below the query, the 'Result Grid' displays 12 rows of data.

id	Mes	Ano	APS	Horas	Umidade	Fuzzy
1	Março	2014	7.9	412	5.1	69.00017749378733
2	Abril	2014	8.5	298	5	83.57142857142816
3	Maio	2014	8.5	347	5	83.52116991643285
4	Junho	2014	8.7	192	4.9	83.43208556149987
5	Julho	2014	8.4	107	5.2	83.57142857142816
6	Agosto	2014	8.6	302	5.2	83.53820224719239
7	Setembro	2014	8.9	294	5.4	83.57142857142816
8	Outubro	2014	9.1	152	5	83.53820224719239
9	Novembro	2014	9.4	395	5.3	83.57142857142816
10	Dezembro	2014	10.3	358	4.9	90.17152103559404
11	Janeiro	2015	10.4	449	4.9	92.56424581005977
12	Fevereiro	2015	6.5	352	5	37.55555555555533

Figura 3.24: Estrutura do banco de dados.

3.4 Análise dos resultados obtidos

De forma a validar as informações geradas, as mesmas informações foram implementadas no software MATLAB®, somente a título de comparação, e os dados gerados pela saída da lógica fuzzy do software desenvolvido e do MATLAB® apresentaram equivalência.

A estrutura e as telas do software obtiveram ampla aceitação por parte dos profissionais envolvidos na manutenção da bomba industrial em questão, uma vez que os resultados apresentados foram compatíveis com os que eles presenciaram nas trocas que ocorreram durante o período considerado.

A primeira intervenção do período analisado foi em Janeiro de 2015 e o software apresentou um risco de 92,56. Já a segunda foi em Junho de 2016 e o software apresentou um valor de risco de quebra da bomba de 83,39, ou seja, um risco de quebra médio, significando que não seria o momento ideal para a manutenção preditiva. De acordo com a equipe de manutenção eles poderiam ter esperado um pouco mais, pois a bomba ainda estava em bom estado, comprovando o resultado do software.

Dessa forma, a modelagem matemática do problema e a criação do software conseguem amparar a equipe para a tomada de decisão quanto ao melhor momento para a realização de reparo no equipamento, atingindo seu propósito.

Podemos observar na Tabela 3.6 a saída fuzzy e os momentos de reparo da bomba, que apresentam-se destacados. Uma observação em relação aos dados está no momento da primeira manutenção realizada em Janeiro de 2015. Após esse mês houve uma queda brusca do APS, ocasionando um risco muito baixo de quebra da bomba, um valor atípico que pode ser explicado por algumas deficiências na coleta de dados por parte da equipe de laboratório. Os dados fornecidos pela empresa mostram que não existe uma regularidade para a coleta dos dados do APS e umidade, o que pode ocasionar dados díspares como o observado no mês de Fevereiro de 2015.

Em contato com os especialistas da área, até Março de 2017 o produto que passou pela bomba foi sempre o mesmo. Devido a uma modificação estratégica da empresa, a partir dessa data houve a inclusão de um outro produto e um projeto de modificação das partes internas da bomba que alteram a modelagem proposta. Portanto, como trabalho futuro fica uma modificação da modelagem e do software criado para que possa aceitar uma alteração do conjunto fuzzy do APS, flexibilizando a criação do conjunto fuzzy juntamente com a entrada de dados.

Após todo esse processo de desenvolvimento matemático para modelagem do problema da bomba industrial e criação do software, surgiu o interesse de apresentar os conceitos em sala de aula para alunos no Ensino Médio. A aplicação em sala de aula será apresentada no próximo capítulo.

Dados do processo da bomba					
Ano	Mês	APS [μ]	Horas [h]	Umidade [%]	Risco de quebra da bomba
2014	Março	7,9	412	5,1	69
2014	Abril	8,5	298	5	83,57
2014	Mai	8,5	347	5	83,52
2014	Junho	8,7	192	4,9	83,43
2014	Julho	8,4	107	5,2	83,57
2014	Agosto	8,6	302	5,2	83,54
2014	Setembro	8,9	294	5,4	83,57
2014	Outubro	9,1	152	5	83,54
2014	Novembro	9,4	395	5,3	83,57
2014	Dezembro	10,3	358	4,9	90,17
2015	Janeiro	10,4	449	4,9	92,56
2015	Fevereiro	6,5	352	5	37,55
2015	Março	8,1	372	4,9	83,57
2015	Abril	8,3	229	5	83,57
2015	Mai	8,7	309	5	83,41
2015	Junho	9,4	215	4,9	83,57
2015	Julho	8,6	125	5,1	83,57
2015	Agosto	9,9	178	4,9	83,15
2015	Setembro	10,1	257	4,9	83,19
2015	Outubro	10,3	270	5,1	83,39
2015	Novembro	9,2	292	4,8	83,57
2015	Dezembro	9,3	289	4,8	83,57
2016	Janeiro	9,2	259	5	83,57
2016	Fevereiro	10,1	314	4,8	84,80
2016	Março	9,6	354	4,9	83,92
2016	Abril	9,8	353	4,8	83,83
2016	Mai	10,3	187	4,8	83,34
2016	Junho	10,3	281	4,7	83,39
2016	Julho	10,1	221	4,5	83,20
2016	Agosto	9	314	4,5	83,32
2016	Setembro	9,6	208	5	83,49
2016	Outubro	9,5	109	4	83,57
2016	Novembro	8,9	153	4	83,52
2016	Dezembro	9,2	339	4	83,38
2017	Janeiro	9,5	228	5	83,57
2017	Fevereiro	9,4	261	5,6	83,57
2017	Março	9,7	396	6	84,33

Tabela 3.6: Tabela de dados resultantes do processo.

4 Uma proposta aplicada no Ensino Médio

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio em Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (PCNEM), temos que as diretrizes de ensino devem “preparar para a vida, qualificar para a cidadania e capacitar para o aprendizado permanente, em eventual prosseguimento dos estudos ou diretamente no mundo do trabalho” [11, p.8]. Diante disso, a interdisciplinaridade torna-se foco do desenvolvimento dos conteúdos, utilizando como grande ferramenta educacional a investigação e compreensão de fenômenos.

Ademais, os PCNEM propõem a utilização de “Modelos explicativos e representativos: reconhecer, utilizar, interpretar e propor modelos explicativos para fenômenos ou sistemas naturais ou tecnológicos”[11, p.30]. Nesse contexto de investigação e compreensão do mundo real utilizando ferramentas matemáticas, foi realizada aplicação de alguns conceitos de conjuntos e Lógica Fuzzy no Ensino Médio.

Em um escola do sistema de ensino do Estado de São Paulo, três turmas de Ensino Médio de 1^a, 2^a e 3^a série foram identificadas como passíveis de compreensão dos conteúdos a serem propostos, uma vez que além das disciplinas normais descritas no currículo nacional do Ensino Médio, essas turmas possuem matérias de curso técnico em informática, dentre elas lógica, algoritmos e programação. Portanto, uma compreensão da teoria dos conjuntos fuzzy encaixa na capacidade de interpretação dos alunos, além de ampliar os conhecimentos até então adquiridos, limitando-se aos conhecimentos matemáticos pertinentes ao período letivo dos mesmos. O propósito desta prática foi concentrado em:

- Realizar uma abordagem comparativa da teoria clássica dos conjuntos, introduzindo os conjuntos fuzzy.
- Exemplificar situações problemas em que a teoria clássica dos conjuntos não se enquadraria, mas sim os conjuntos fuzzy;
- Propor um problema com algumas etapas da lógica fuzzy com a construção dos conjuntos fuzzy (*fuzzificação*) e base de regras;
- Apresentar uma noção do método de inferência de Mamdani para relacionar os conjuntos fuzzy;
- Debater o resultado do problema com os alunos;
- Propor que os alunos se reúnam em grupo e realizem atividades pertinentes ao tema abordado.

A aplicação foi iniciada com a verificação dos conhecimentos dos alunos quanto à teoria clássica dos conjuntos, necessários para o desenvolvimento do processo dessa aplicação.

4.1 Exercícios preliminares sobre teoria clássica dos conjuntos

Primeiramente, com o propósito de verificar o conteúdo aprendido quanto à teoria dos conjuntos clássica, para com isso, estudar a melhor forma de apresentar os conjuntos fuzzy, foi aplicada uma lista de exercícios que se encontra no Apêndice B. Esses exercícios são baseados no Caderno do Professor do Estado de São Paulo que apresenta a teoria dos conjuntos no 9º ano do Ensino Fundamental e na 1ª série do Ensino Médio.

Diante da correção dos exercícios preliminares, foi necessária uma organização dos mesmos para facilitar a verificação das habilidades dos alunos quanto à teoria clássica dos conjuntos, necessária para o processo de aplicação da teoria dos conjuntos fuzzy. Esta organização está detalhada a seguir.

A 1ª série do Ensino Médio apresentou um baixo conhecimento da teoria clássica dos conjuntos, retratando 13% de acertos e 87% de erros, como pode ser observado no gráfico a seguir.

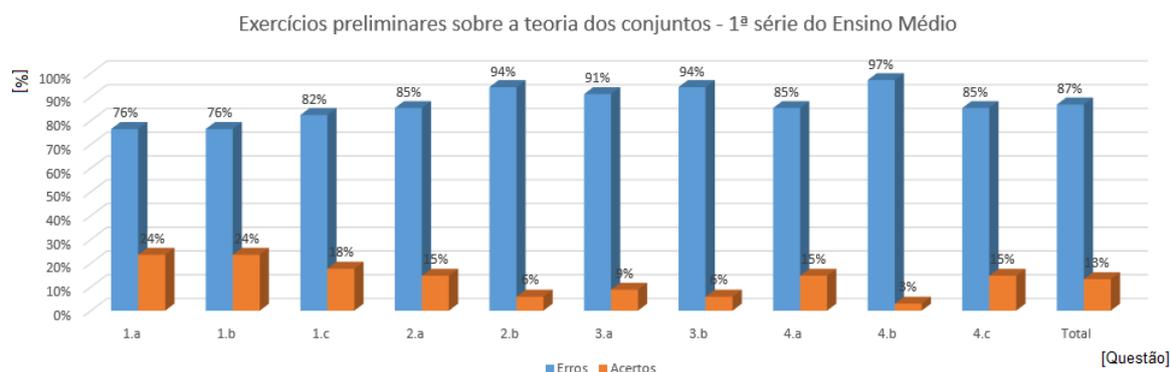


Figura 4.1: Exercícios preliminares 1ª série Ensino Médio: erros e acertos.

As turmas de 2ª série e 3ª série do Ensino Médio apresentaram um conhecimento um pouco maior. A 2ª série apresentou 57% de acertos e 43% de erros. Já a 3ª série apresentou 62% de acertos e 38% de erros, como mostrado nos gráficos a seguir.

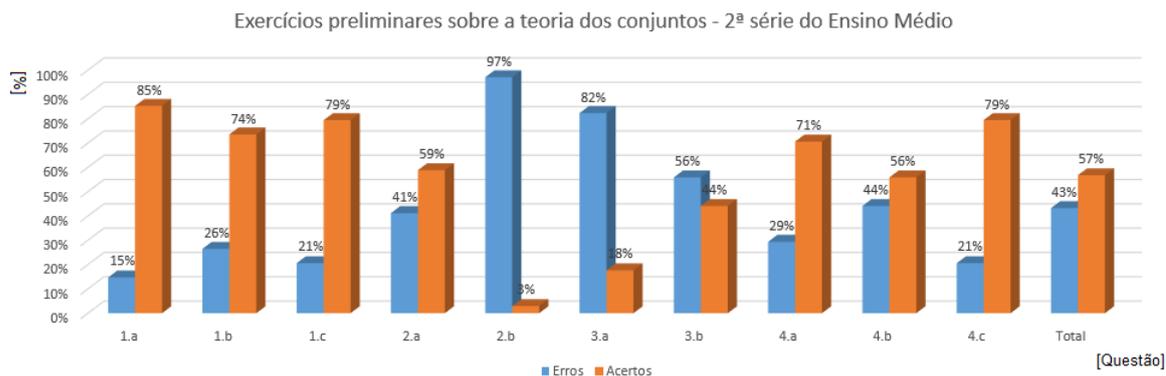


Figura 4.2: Exercícios preliminares 2ª série Ensino Médio: erros e acertos.

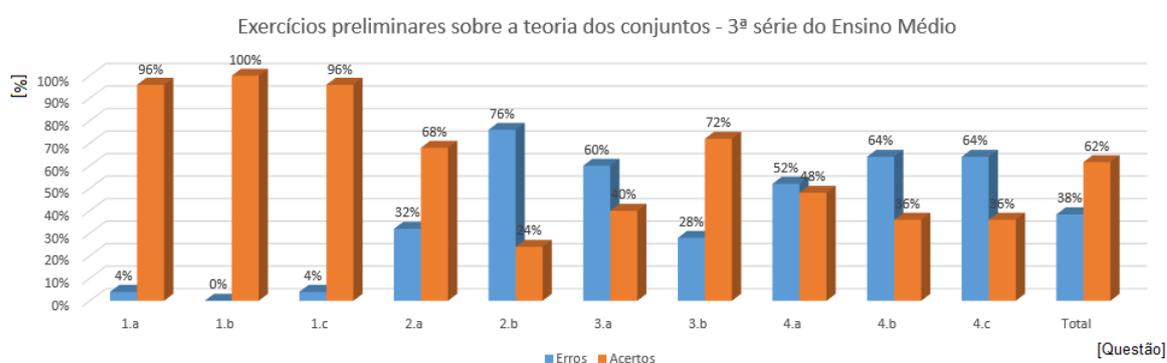


Figura 4.3: Exercícios preliminares 3ª série Ensino Médio: erros e acertos.

Dessa forma, foi decidido não apresentar o novo conteúdo para a turma da 1ª série do Ensino Médio, devido à falta de conhecimentos necessários sobre a teoria clássica de conjuntos. Portanto, o estudo de uma forma de apresentar os novos conceitos foi concentrado na turma da 2ª série e 3ª série do Ensino Médio. o cronograma de aplicação e suas atividades estão descritas a seguir.

4.2 Cronograma de aplicação

Para um planejamento das atividades, um cronograma das aulas foi definido e executado da seguinte forma:

- (a) 22/09/2016 e 26/09/2016 - aplicação dos exercícios preliminares para turmas de 1ª, 2ª e 3ª séries, a fim de identificar os conhecimentos dos estudantes quanto à teoria clássica dos conjuntos, durante uma aula de 50 minutos para cada uma das turmas.
- (b) 06/10/2016 - retomada dos conhecimentos da teoria clássica dos conjuntos para as turmas de 2ª e 3ª séries, introduzindo a teoria de conjuntos fuzzy comparativamente e montando o exemplo proposto, durante duas aulas de 50 minutos cada para cada uma das turmas.

- (c) 13/10/2016 - continuação da teoria dos conjuntos fuzzy para as turmas de 2^a e 3^a séries, com a proposta da folha de atividades e debate dos resultados, durante duas aulas de 50 minutos cada para cada uma das turmas.

Este cronograma foi cumprido, sendo que as atividades e seus resultados serão apresentados na próxima seção.

4.3 Aplicação em sala de aula

A aula foi iniciada com a proposta de agrupamento de elementos triviais em conjuntos clássicos, por exemplo:

- Conjunto A: conjunto dos números naturais pares menores que 10.
- Conjunto B: conjunto dos alunos que não possuem faltas na disciplina.
- Conjunto C: conjunto dos alunos que estão na 3^a série do Ensino Médio da escola.

Esses elementos foram facilmente identificados devido às características dos conjuntos apresentadas. Nesse momento, foi sugerida a criação de mais três conjuntos que possibilitassem aos alunos a percepção da incerteza, como por exemplo:

- Conjunto D: conjunto dos alunos altos da sala.
- Conjunto E: conjunto das alunas com cabelos claros da sala.
- Conjunto F: conjunto dos alunos que são melhores jogadores de futebol da sala.

Através de discussões pacíficas e até mesmo risíveis, os alunos perceberam que existe uma complexidade maior em alguns casos para agrupá-los em conjuntos. Então, a facilidade apresentada pela identificação dos elementos dos conjuntos A, B e C não foi a mesma dos conjuntos D, E e F, alcançando o objetivo de despertar dúvidas e a percepção da incerteza pretendida.

A fim de aguçar a participação e o maior entendimento das turmas, foi introduzido um problema referente a um tema, de ampla atenção entre os adolescentes, que é a utilização do entretenimento baseado em jogos computacionais: qual o melhor jogador de jogos computacionais da sala? Diante da repercussão dos alunos, foi introduzida a proposta de definirmos as variáveis linguísticas “melhor”, “pior”, “bom”, “ruim” através de relacionamento entre a quantidade de horas jogadas por dia e a quantidade de fases cumpridas ou conquistadas do jogo. Por exemplo, um aluno que joga 3 horas por dia e consegue conquistar 3 fases, pode ser comparado a outro que conquista a mesma quantidade de fases, porém joga somente 1 hora por dia? Nesse momento, uma polêmica tomou conta dos alunos e o objetivo de atrair a atenção dos mesmos para apresentação de novos conhecimentos foi atingida.

Após uma pequena explicação sobre a diferença entre conjuntos clássicos e conjuntos fuzzy, juntamente com os alunos, foram criados os conjuntos fuzzy de quantidade diárias de horas de jogo e quantidade de fases conquistadas do jogo, considerando um mínimo de horas diárias de jogo de 0 horas e máximo de 8 horas. Além disso, assume-se que um jogo varia de 0 (nenhuma fase conquistada) a 100 (jogo totalmente conquistado). O conjunto fuzzy de saída dada pela qualificação do jogador considerou que varia de 0 (pior jogador possível, “ruim”) a 100 (melhor jogador possível, “bom”, tendo como referência os campeões mundiais de torneios de jogos computacionais). Os conjuntos estão expostos nas figuras a seguir.

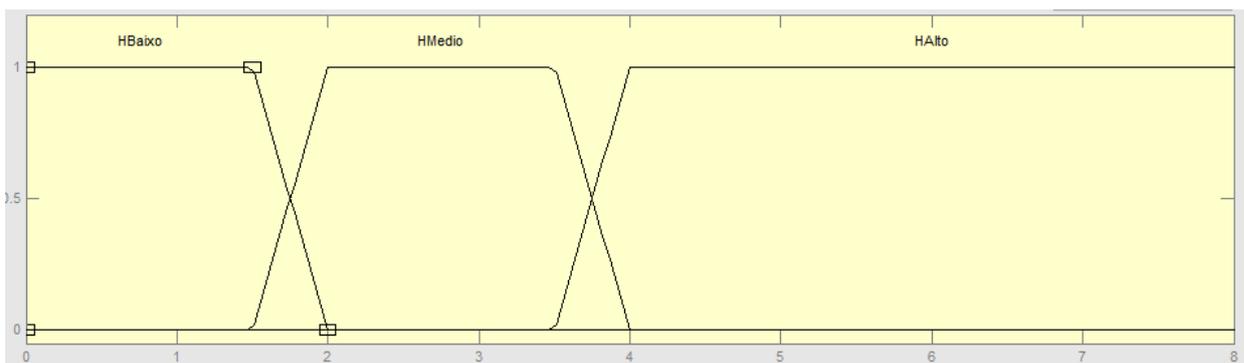


Figura 4.4: Conjunto fuzzy: quantidade de horas diárias de jogo.

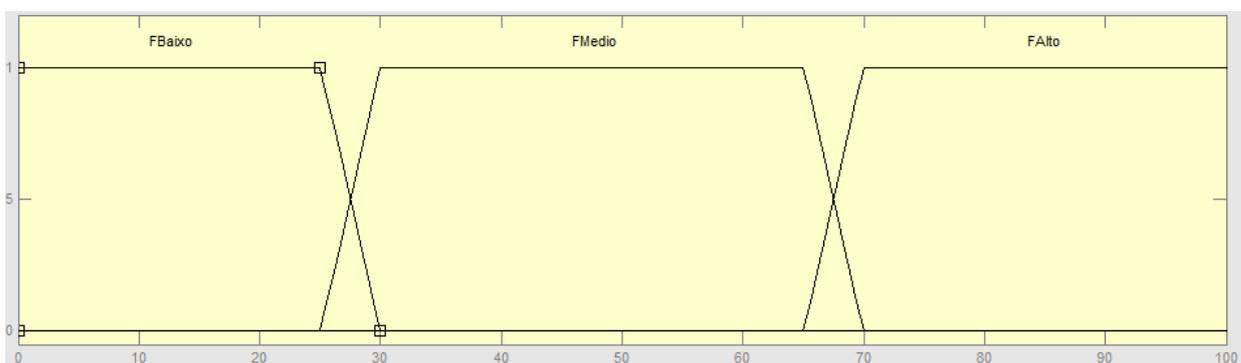


Figura 4.5: Conjunto fuzzy: quantidade de fases conquistadas de jogo.

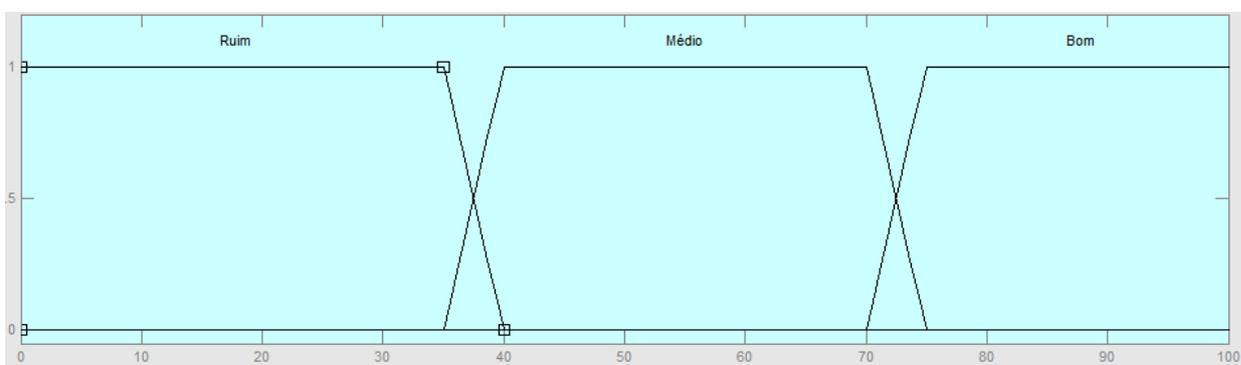


Figura 4.6: Conjunto fuzzy: qualificação do jogador.

Construídos os conjuntos fuzzy para o desenvolvimento de uma possível solução do questionamento inicial apresentado, foi induzido aos alunos uma forma de associá-los através de regras, introduzindo assim o conceito de base de regras fuzzy. Este conceito, porém, foi mostrado de uma forma simplista, não apresentando as definições matemáticas, mas intuitivamente aguçando o “pensamento fuzzy” nos alunos. A tabela 4.1 elaborada.

Base de regras				
Se	Quantidade de horas	Quantidade de fases	então	Qualidade do jogador
R1	Baixa	Baixa	então	Ruim
R2	Baixa	Média	então	Médio
R3	Baixa	Alta	então	Bom
R4	Média	Baixa	então	Ruim
R5	Média	Média	então	Médio
R6	Média	Alta	então	Médio
R7	Alta	Baixa	então	Ruim
R8	Alta	Média	então	Ruim
R9	Alta	Alta	então	Médio

Tabela 4.1: Tabela de base de regras - aplicação no Ensino Médio

Nesse momento, para poder exemplificar a aplicação da base de regras criada, foi destacado em cada sala pelo menos um exemplo de aluno que indicasse a quantidade de horas de jogo diária e uma aproximação de quanto de fases do jogo foi ultrapassada. Desta forma poderia mostrar aos estudantes a qualificação do aluno em questão. Os dados destacados para ilustrar as atividades em sala de aula que serão apresentados a seguir, são somente da turma da 2ª série do Ensino Médio, porém o desenvolvimento foi análogo com a turma da 3ª série do Ensino Médio.

Na sala de aula da 2ª série do Ensino Médio, um aluno apontou que com 5 horas de jogo diárias o mesmo conseguiria conquistar 35 de fases de um certo jogo. Outro aluno apontou que alcançaria a mesma quantidade de fases conquistadas do jogo, porém jogando cerca de 3 horas de jogo diárias. Com estes dados, conseguimos a seguinte relação:

- Aluno 1:

Quantidade de horas diárias: 5 \rightarrow Alta.

Quantidade de fases conquistadas de jogo: 35 \rightarrow Média.

Regra \rightarrow R8.

- Aluno 2:

Quantidade de horas diárias: 3 \rightarrow Média.

Quantidade de fases conquistadas de jogo: 35 \rightarrow Média.

Regra \rightarrow R5.

Nos dois casos em questão, somente uma regra da base foi utilizada, portanto, facilmente identificou-se o Aluno 1 como “Ruim” dentro da classificação da qualidade do jogador e o Aluno 2 como “Médio” dentro da classificação da qualidade do jogador. Em nenhum dos dois casos foi feita a combinação de regras. Portanto, foi proposto um aluno fictício que tivesse como quantidade de horas diárias de jogo de 3 horas e quantidade ultrapassada de fases de jogo de 27,5. Neste caso, o aluno fictício apresentaria as regras a seguir.

- Aluno fictício:

Quantidade de horas diárias: 3 \rightarrow Média.

Quantidade de fases conquistadas do jogo: 27,5 \rightarrow Baixo.

Quantidade de fases conquistadas do jogo: 27,5 \rightarrow Média.

Regra \rightarrow R4.

Regra \rightarrow R5.

Uma vez que o aluno fictício apresentou duas regras possíveis, neste momento foi citada a combinação das duas regras, através da inferência de Mandani, porém sem salientar as definições matemáticas que permeiam este processo, apenas indicando que neste caso a menor pertinência deveria ser considerada da seguinte forma:

- Para a regra R4, temos :

$$R4 : \min [\varphi_{Horas_m} (3), \varphi_{Fases_m} (27,5)] = \min[1; 0,5] = 0,5.$$

Ou seja, encontrado um valor de 0,5 para a saída Ruim.

- Para a regra R5, temos :

$$R5 : \min [\varphi_{Horas_m} (3), \varphi_{Fases_m} (27,5)] = \min[1; 0,5] = 0,5.$$

Ou seja, encontrado um valor de 0,5 para a saída Médio.

Neste momento, foi exibido o valor de duas saídas “Ruim” e “Médio”. Muitos questionamentos foram feitos pelos alunos, uma vez que uma pessoa não poder ser qualificada como ruim e médio ao mesmo tempo. Para evitar entrar em detalhes com definições e cálculos matemáticos que possam obscurecer o aprendizado e atenção do aluno, foi apresentado aos alunos o software MATLAB® e sua ferramenta matemática de Lógica Fuzzy, o *Fuzzy Logic Toolbox*TM.

O intuito da utilização dessa ferramenta foi somente a resolução do problema, dando uma saída clara, sem detalhar o modo de utilização do software e os passos a serem seguidos. Portanto, foi mostrado o software já com as variáveis de entrada, saída e base de regras já implementadas que serão apresentadas a seguir.

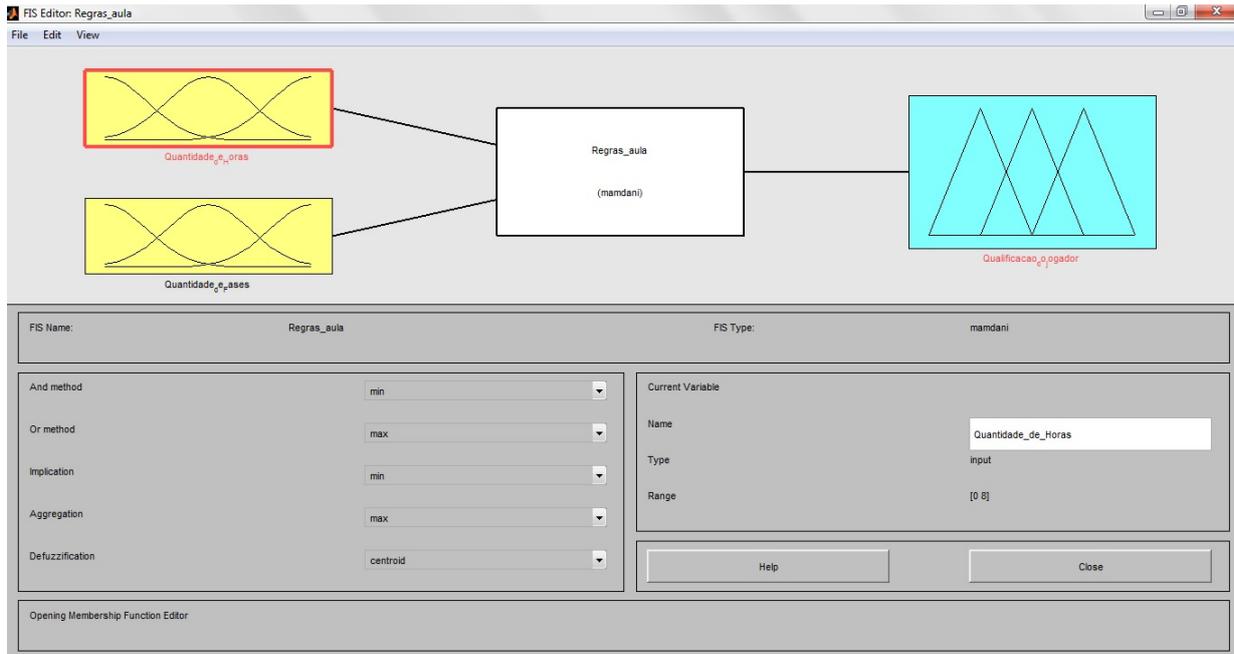


Figura 4.7: Aplicação no MATLAB®.

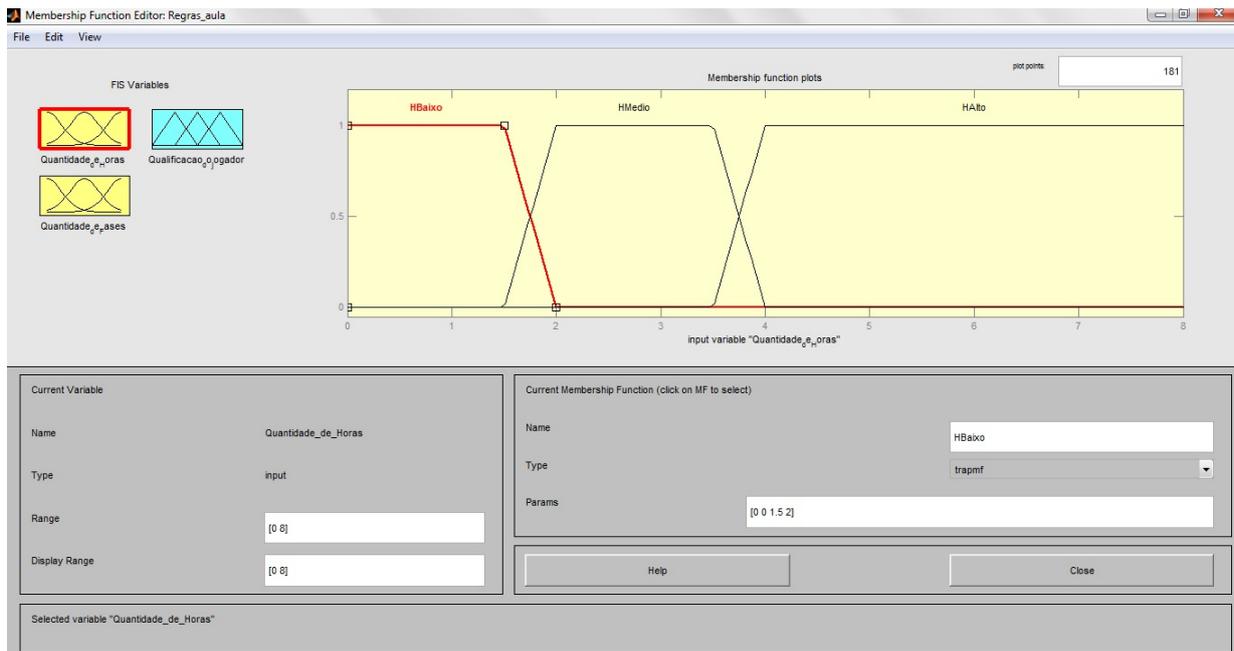


Figura 4.8: Quantidade de horas : aplicação no MATLAB®.

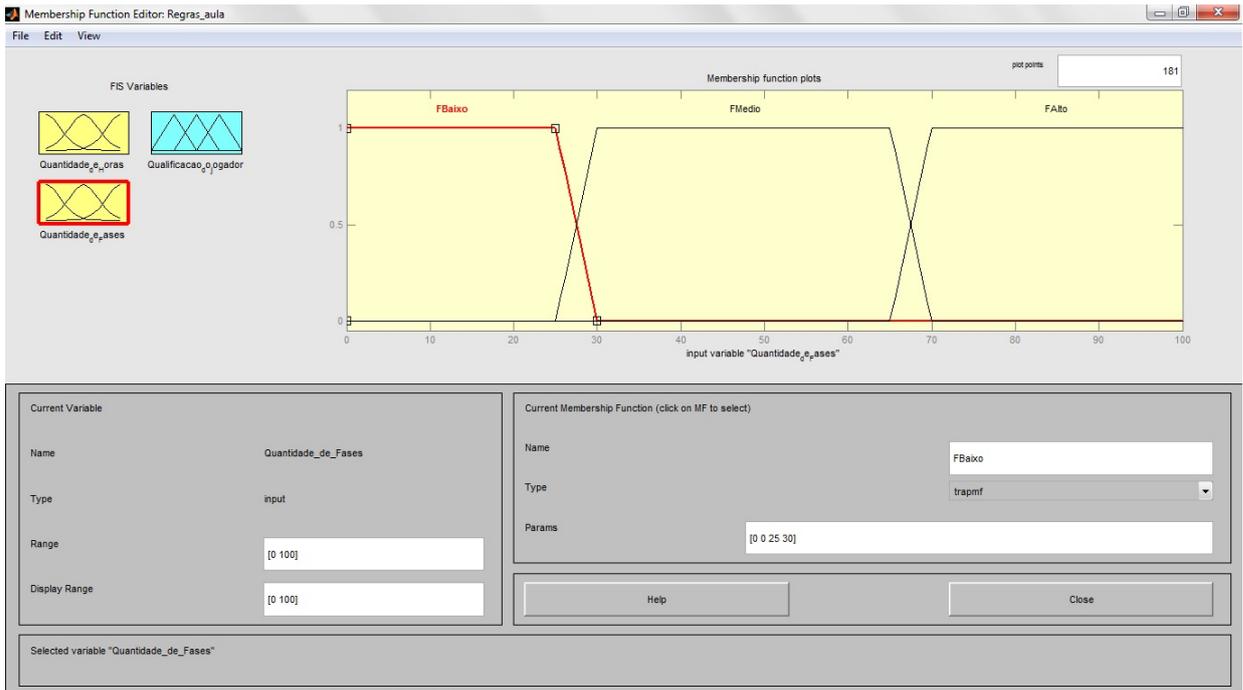


Figura 4.9: Quantidade de fases : aplicação no MATLAB®.

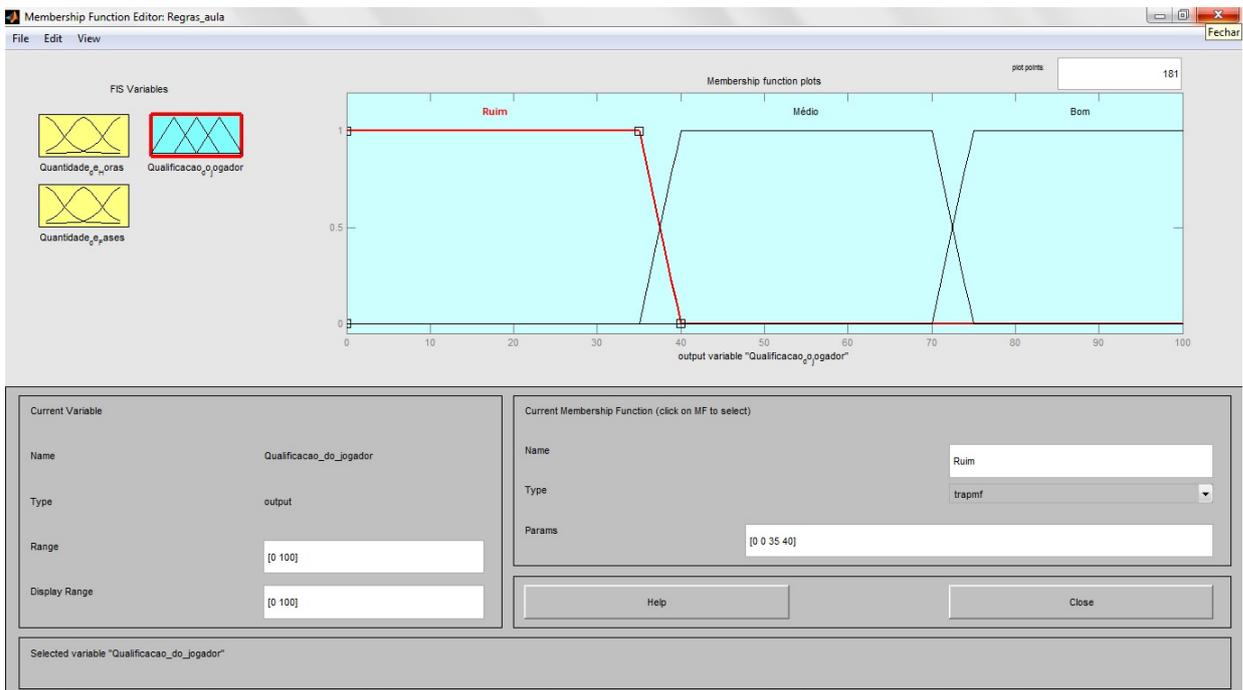


Figura 4.10: Qualificação do jogador : aplicação no MATLAB®.

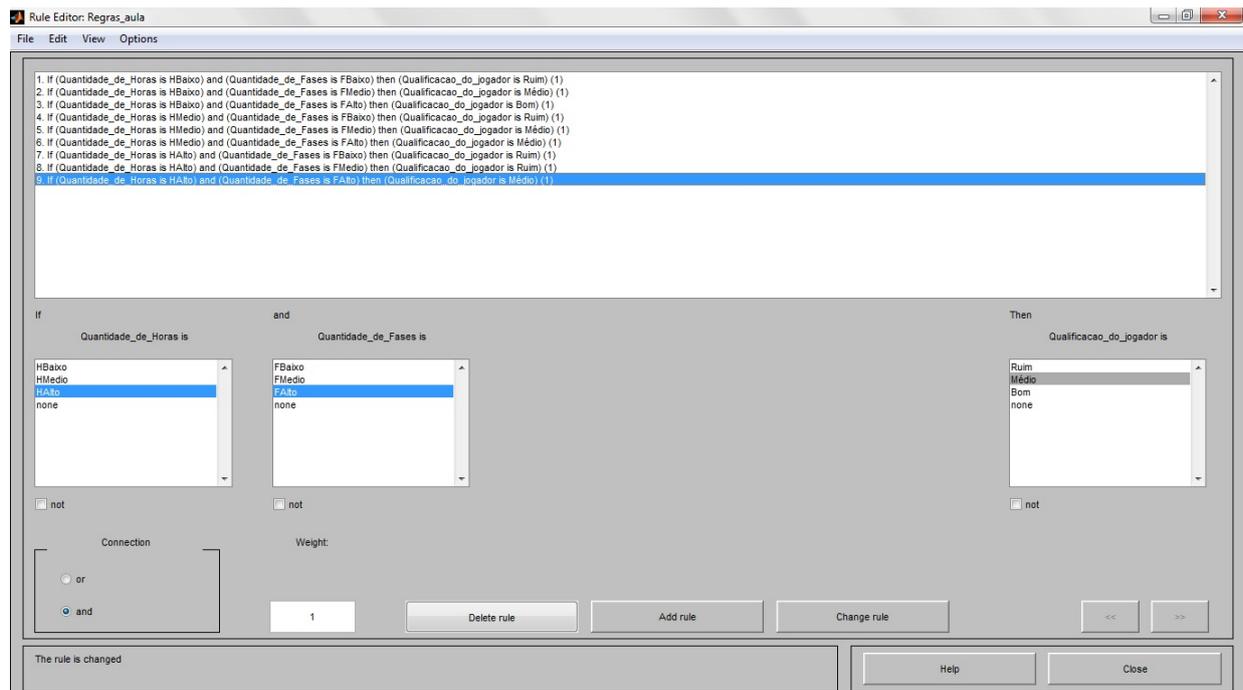


Figura 4.11: Base de regras : aplicação no MATLAB®.

Utilizando a Figura 4.7, foi apresentada aos alunos uma visão geral da estrutura da lógica fuzzy, tendo como entradas os conjuntos fuzzy de quantidade de horas e quantidade de fases definidas juntamente com os alunos e, posteriormente, apresentadas em detalhes nas Figuras 4.8 e 4.9. Como saída, foi mostrado o conjunto fuzzy de qualificação do jogador, da mesma forma criado junto com os alunos e que está apresentado na Figura 4.10. Entre as entradas e saída, foi citada a existência de um algoritmo baseado nas regras que foram criadas e analisadas em conjunto, sem grande aprofundamento, apresentando os detalhes das regras na Figura 4.11.

Uma vez que todos os dados foram adicionados ao software (tanto os conjuntos fuzzy de entrada e saída como a base de regras criada), foi feita a inclusão dos dados do aluno fictício com quantidade de horas diárias de jogo de 3 horas e quantidade de fases de jogo de 27,5. Com esta inserção de dados feita, foi possível resolver o impasse de qual a real classificação do jogador, quando aplicadas as regras definidas. Neste caso, a classificação do jogador fictício é de 36,6, significando que numa escala de 0 a 100, sendo 0 a pior classificação e 100 a melhor classificação, o aluno fictício está classificado como 36,6, ou seja, pertence ao conjunto “Ruim” com uma pertinência de 0,68 e ao “Médio” com uma pertinência de 0,32, portanto este jogador é mais “Ruim” que “Médio”, o que pode ser visto na Figura 4.12.



Figura 4.12: Resultado : aplicação no MATLAB®.

Neste momento, os alunos conseguiram compreender a possibilidade de transformar em números, dados linguísticos, sendo convidados a realizar atividades em grupo para exercitar os conhecimentos adquiridos. Essas atividades e seus resultados serão apresentados a seguir.

4.4 Atividades realizadas pelos alunos e seus resultados

Como modo de obter uma resposta às explicações e dinâmicas realizadas anteriormente, uma lista com três exercícios foi proposta aos alunos e pode ser encontrada no Apêndice C.

Os alunos foram divididos em grupos, que eles mesmos designaram pela afinidade, pois nenhuma regra nesse momento foi imposta, tornando o aprendizado descontraído e propício para discussões oportunas quanto ao desenvolvimento das atividades propostas.

Todos os grupos entregaram as atividades respondidas, alguns com maiores dificuldades que outros, porém todos demonstrando capacidade de assimilar a percepção da incerteza e da possibilidade de transformar o “talvez” em números. Para elucidar essas respostas provenientes dos alunos, serão apresentadas algumas resoluções por eles realizadas, (Figuras 4.13, 4.14, 4.15, 4.16, 4.17, 4.18, 4.20, 4.21, 4.22, 4.23, 4.24, 4.28, 4.29).

4.4.1 Exercício 1

O primeiro exercício trouxe aos alunos uma situação de compra de um notebook por um usuário de informática que definiu como variáveis importantes para sua compra as seguintes:

- Velocidade do processador (em GHz);
- Duração da bateria (em horas);
- Peso do equipamento (em Kg).

Os conjuntos fuzzy que caracterizam essas variáveis foram fornecidos, com elas o usuário consegue classificar o equipamento como sendo “bom”, “regular” ou “ruim”. Para tanto, o exercício consistia em quatro partes:

- Na primeira parte (a), conseguir analisar os conjuntos fuzzy apresentados em forma de gráfico e identificar as variáveis linguísticas “baixo”, “médio” e “alto” nos mesmos.
- Na segunda parte (b), a partir das variáveis e dos conjuntos, criar as regras que poderiam ser aplicadas pela pessoa para realização da compra.
- Na terceira e na quarta parte (c e d), tendo em mãos os conjuntos e as regras, verificar se os alunos eram capazes de interpretá-los, respondendo um questionamento caso a pessoa que fosse comprar um computador com características definidas, como eles o classificariam.

Na leitura desse exercício, os alunos já questionaram a variável peso, pois no ponto de vista de muitos, não seria de grande importância, levantando um importante conceito para a criação das regras. A partir daí, eles perceberam que para algumas pessoas o peso pode influenciar na compra, por exemplo, para quem necessita transportar o notebook com grande frequência e para outras não. Porém, como para esta pessoa em específico o peso foi considerado como variável, a maioria considerou que o peso afetaria a compra do equipamento, então mesmo o processador tendo uma alta velocidade e duração de bateria, se ele tiver um alto peso, logo, não será um bom equipamento e será considerado mediano (médio ou regular). A interpretação das informações fornecidas pelos conjuntos e pelas regras foi alcançada por todos sem grande dificuldade e de forma coesa, como pode ser encontrado nas respostas dos alunos da 2ª série, Figuras 4.13, 4.14 e 4.15 e da 3ª série, Figuras 4.16, 4.17, 4.18 e 4.19.

Respostas dos alunos da 2ª série do Ensino Médio

a) Sabendo que as variáveis são classificadas como “alto”, “médio” ou “baixo”, defina nas figuras 1, 2 e 3 os critérios referentes as letras a, b, c, d, e, f, g, h e i. Por exemplo: dizer se a é “alto”, “médio” ou “baixo”. Respostas:

a. baixo b. médio c. alto d. baixo e. médio
 f. alto g. baixo h. médio i. alto

Figura 4.13: Resolução exercício 1 : 2ª série do Ensino Médio - item a.

Base de Regras				
Velocidade	duração da bateria	Peso	Então	Classif.
baixo	baixo	baixo		baixo
baixo	baixo	médio		baixo
baixo	baixo	alto		baixo
baixo	médio	baixo		baixo
baixo	alto	baixo		médio
baixo	médio	médio		baixo
baixo	alto	médio		baixo
baixo	alto	alto		baixo
baixo	médio	alto		baixo
médio	médio	médio		médio
médio	médio	baixo		médio
médio	médio	alto		baixo
médio	baixo	médio		médio
médio	alto	médio		médio
médio	baixo	baixo		médio
médio	alto	baixo		alto
médio	alto	alto		médio
médio	baixo	alto		baixo
alto	alto	alto		médio
alto	alto	baixo		alto
alto	alto	médio		alto
alto	baixo	alto		médio
alto	médio	alto		médio
alto	baixo	baixo		médio
alto	médio	baixo		alto
alto	médio	médio		alto
alto	baixo	médio		médio

Figura 4.14: Resolução exercício 1 : 2ª série do Ensino Médio - item b.

c) Uma pessoa foi numa loja e gostou muito de um modelo que é utilizado para jogos. Ele possui 2.6GHz de velocidade de processador, 6 horas de bateria e um peso de 2,922Kg. Consultando os Conjuntos Fuzzy e sua base de regras, como você classificaria este notebook?

médio

d) E se o mesmo notebook tivesse um peso de 1,922Kg, como poderia ser classificado?

médio

Figura 4.15: Resolução exercício 1 : 2ª série do Ensino Médio - itens c e d.

Respostas dos alunos da 3ª série do Ensino Médio

a) Sabendo que as variáveis são classificadas como "alto", "médio" ou "baixo", defina nas figuras 1, 2 e 3 os critérios referentes as letras a, b, c, d, e, f, g, h e i. Por exemplo: dizer se a é "alto", "médio" ou "baixo". Respostas:

a. Baixa b. Médio c. Alto d. Baixa e. Médio
 f. Alto g. Baixa h. médio i. Alto

Figura 4.16: Resolução exercício 1 : 3ª série do Ensino Médio - item a.

Velocidade	Bateria	Peso	Classificação
baixo	baixo	baixo	Ruim
baixo	baixo	médio	Ruim
baixo	baixo	alto	Ruim
baixo	médio	baixo	Regular
baixo	médio	médio	Regular
baixo	médio	alto	Ruim
baixo	alto	baixo	Regular
baixo	alto	médio	Regular
baixo	alto	alto	Ruim
médio	baixo	baixo	Regular
médio	baixo	médio	Regular
médio	baixo	alto	Ruim

Figura 4.17: Resolução exercício 1 : 3ª série do Ensino Médio - item b.

medio	medio	baixo	Bom
medio	medio	medio	Regular
medio	medio	alto	Ruim
medio	alto	baixo	Bom
medio	alto	medio	Regular
medio	alto	alto	Regular
alto	baixo	baixo	Regular
alto	baixo	medio	Regular
alto	baixo	alto	Ruim
alto	medio	baixo	Bom
alto	medio	medio	Bom
alto	medio	alto	Regular
alto	alto	baixo	Bom *
alto	alto	medio	Bom
alto	alto	alto	Regular

Figura 4.18: Resolução exercício 1 : 3ª série do Ensino Médio - item b, continuação.

c) Uma pessoa foi numa loja e gostou muito de um modelo que é utilizado para jogos. Ele possui 2.6GHz de velocidade de processador, 6 horas de bateria e um peso de 2,922Kg. Consultando os Conjuntos Fuzzy e sua base de regras, como você classificaria este notebook? *Regular*

d) E se o mesmo notebook tivesse um peso de 1,922Kg, como poderia ser classificado?

Regular

Figura 4.19: Resolução exercício 1 : 3ª série do Ensino Médio - itens c e d.

4.4.2 Exercício 2

O exercício 2 necessitou de um pouco mais de esforço dos alunos durante sua resolução, pois, diferente do primeiro exercício, os alunos tiveram que identificar as variáveis e criar seus conjuntos fuzzy. Este exercício trouxe a proposta de classificar um filme em “bom”, “razoável” ou “ruim” através de possíveis variáveis definidas pelos alunos, assim como os conjuntos e as regras. Portanto, além de interpretar os dados forneci-

dos, os alunos precisaram apontar quais informações poderiam ser mensuradas e que influenciasse na classificação de um filme.

Tanto na 2ª série quanto na 3ª série do Ensino Médio, os alunos conseguiram observar variáveis como o faturamento do filme, quantidade de prêmios do filme, quantidade de atores premiados, entre outros, criando conjuntos fuzzy e a base de regras, como pode ser analisado nas Figuras 4.20, 4.21, 4.22 e nas Figuras 4.23, 4.24 e 4.25.

Respostas dos alunos da 2ª série do Ensino Médio

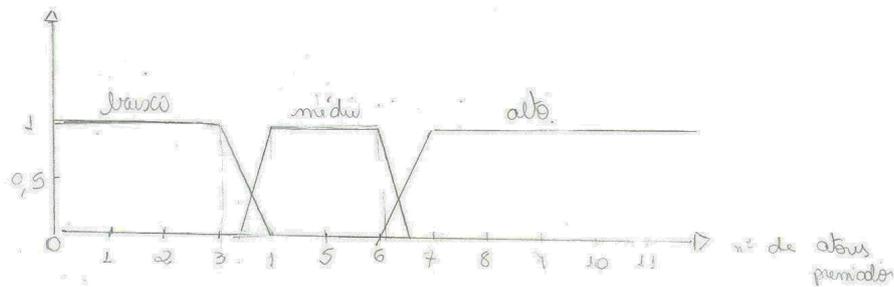


Figura 01 - número de atores premiados

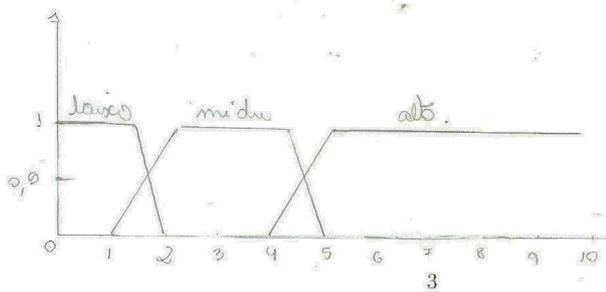


Figura 2 - indicações ao Oscar

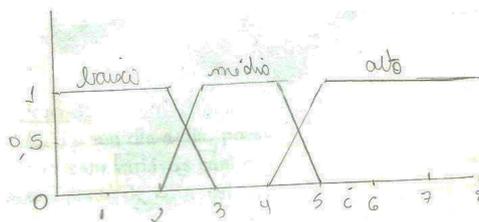


Figura 3 - nº de atores famosos

Figura 4.20: Resolução exercício 2 : 2ª série do Ensino Médio.

atores premiados	indicações ao Oscar	nº atores famosos	médias
baixo	baixo	baixo	ruim
baixo	baixo	médio	ruim
baixo	baixo	alto	médio
baixo	médio	baixo	ruim
baixo	médio	médio	médio
baixo	médio	alto	médio
baixo	alto	baixo	médio
baixo	alto	médio	bom
baixo	alto	alto	bom
médio	baixo	baixo	ruim
médio	baixo	médio	médio
médio	baixo	alto	médio
médio	médio	baixo	médio
médio	médio	médio	bom
médio	médio	alto	bom
médio	alto	baixo	bom
médio	alto	médio	bom
médio	alto	alto	bom
alto	baixo	baixo	médio
alto	baixo	médio	médio

Figura 4.21: Resolução exercício 2 : 2ª série do Ensino Médio - continuação.

atores premiados	indicações ao Oscar	atores famosos	médias
alto	baixo	alto	bom
alto	médio	baixo	bom
alto	médio	médio	bom
alto	médio	alto	bom
alto	alto	baixo	ruim
alto	alto	médio	bom
alto	alto	alto	bom

Figura 4.22: Resolução exercício 2 : 2ª série do Ensino Médio - continuação.

Respostas dos alunos da 3ª série do Ensino Médio

Ativos Famosos	Bilhetaria	Classificação
baixo	baixo	ruim
baixo	médio	ruim
baixo	alto	médio
médio	baixo	médio
médio	médio	médio
médio	alto	bom
alto	baixo	médio
alto	médio	bom
alto	alto	bom

Ativos Famosos	
a	baixo
b	médio
c	alto

Bilhetaria	
a	baixo
b	médio
c	alto

Figura 4.23: Resolução exercício 2 : 3ª série do Ensino Médio.

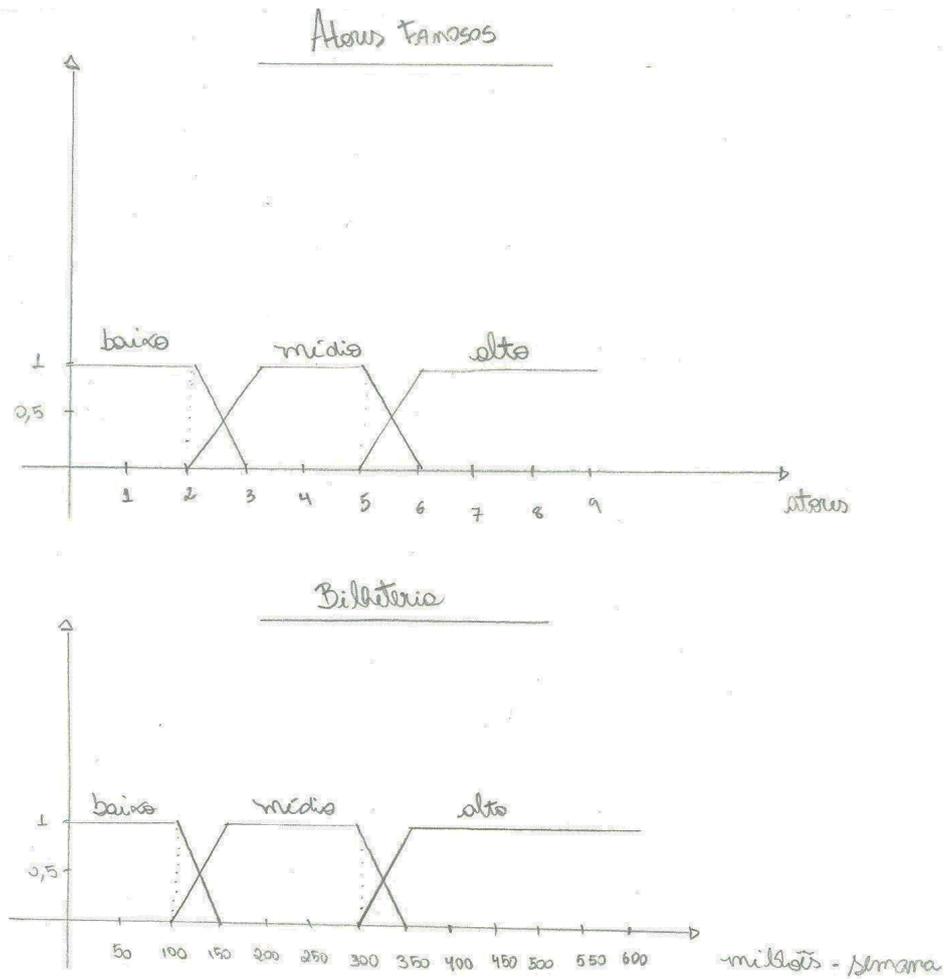


Figura 4.24: Resolução exercício 2 : 3ª série do Ensino Médio - continuação.

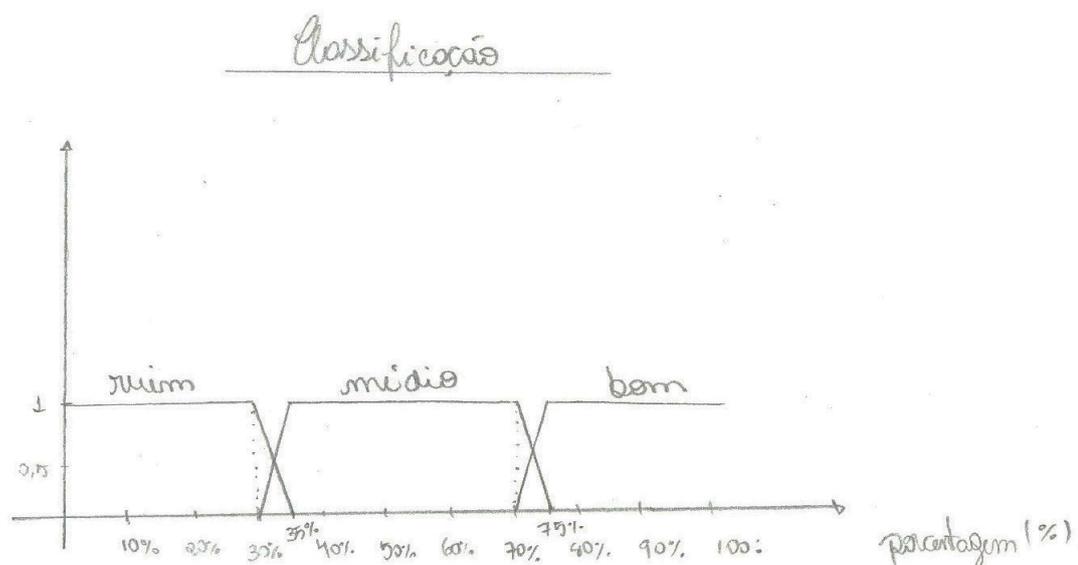


Figura 4.25: Resolução exercício 2 : 3ª série do Ensino Médio - continuação.

4.4.3 Exercício 3

Uma vez que os alunos foram recém apresentados a um novo conceito de conjuntos e lógica fuzzy, o exercício 3 passou a ser um desafio intrigante, pois os exercícios 1 e 2 exibem temas específicos e para o exercício 3, eles deveriam refletir sobre um possível tema que pudesse ser tratado dentro dos conceitos demonstrados. Muitos dos alunos trouxeram temas interessantes, como avaliar um time de futebol e a classificação de um time de futebol. Nesse exercício, os alunos da 3ª série do Ensino Médio demonstraram maior interesse e desenvoltura até mesmo pelo amadurecimento que apresentam em relação aos alunos da 2ª série. Porém, as duas turmas revelaram capacidade em assimilar e detectar situações que envolvem os conceitos abordados, assim como pode ser visto nas Figuras 4.26, 4.27, 4.28 e 4.29.

Respostas dos alunos da 2ª série do Ensino Médio

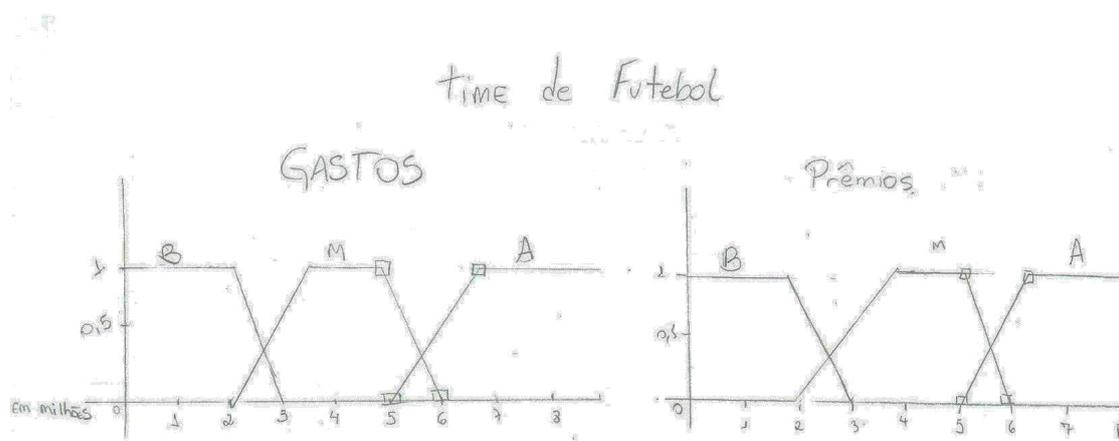


Figura 4.26: Resolução exercício 3 : 2ª série do Ensino Médio.

GASTOS	Premios	Qualidade
ALTO	ALTO	BOM
ALTO	MEDIO	MEDIO
ALTO	BAIXO	RUIM
MEDIO	ALTO	BOM
MEDIO	MEDIO	MEDIO
MEDIO	BAIXO	RUIM
BAIXO	ALTO	BOM
BAIXO	MEDIO	BOM
BAIXO	BAIXO	RUIM

Figura 4.27: Resolução exercício 3 : 2ª série do Ensino Médio, continuação.

Respostas dos alunos da 3ª série do Ensino Médio

Classificações de um jogador de futebol. (Centros-Atacante)

Finalizações	Nº de gols	Classificação
pouco	pouco	ruim
pouco	médio	médio
pouco	muito	bom
médio	pouco	ruim
médio	médio	médio
médio	muito	bom
muito	pouco	ruim
muito	médio	ruim
muito	muito	bom

Finalizações

a pouco

b médio

c muito

Nº de gols

a pouco

b médio

c muito

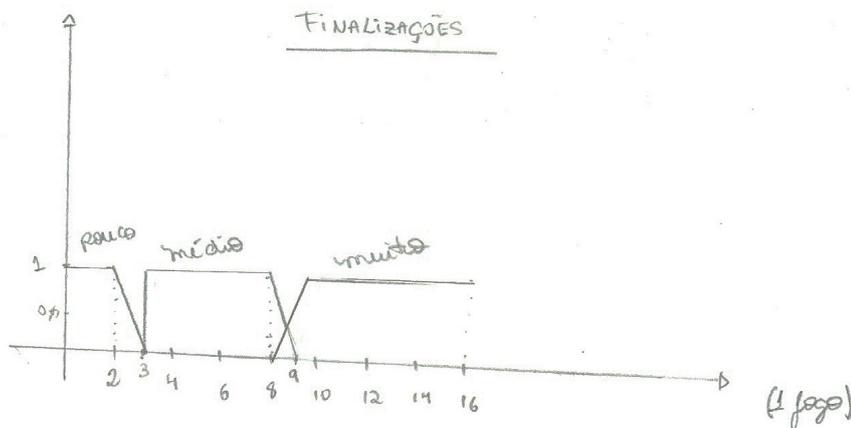


Figura 4.28: Resolução exercício 3 : 3ª série do Ensino Médio.

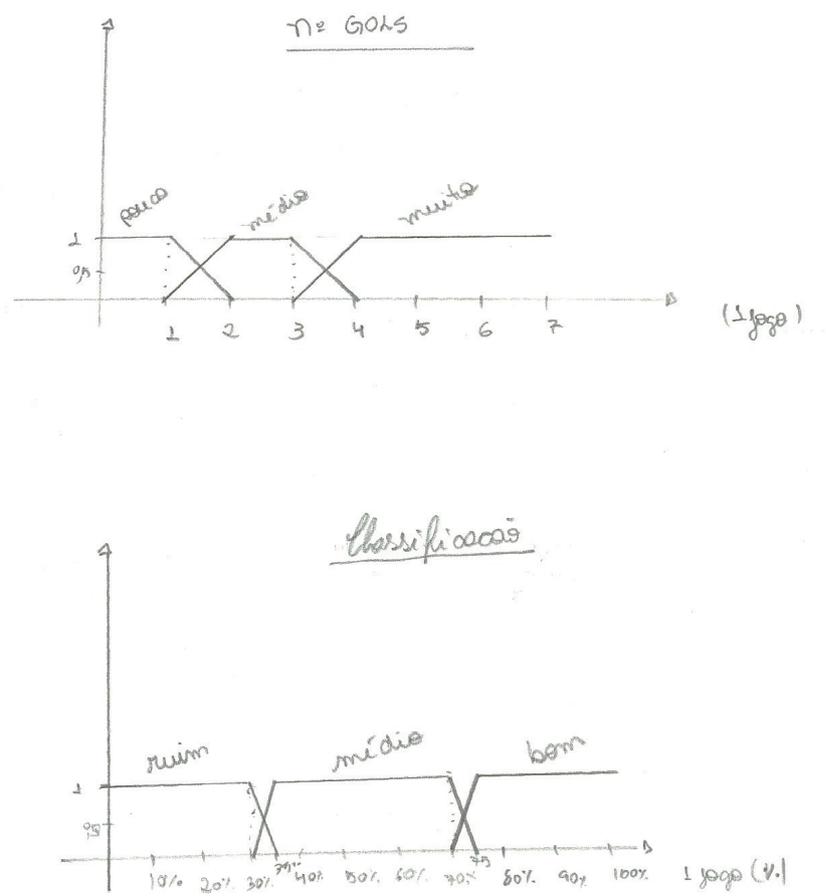


Figura 4.29: Resolução exercício 3 : 3ª série do Ensino Médio, continuação.

Com a proposta de desenvolver um problema passível de utilização dos conjuntos e lógica fuzzy, de forma a unir conhecimentos matemáticos com situações cotidianas pertinentes aos adolescentes, construindo todos os conjuntos e regras aos poucos e com o envolvimento dos mesmos, o objetivo de apresentar estes novos conceitos para o Ensino Médio foi alcançado, estimulando a participação de todos, que demonstraram retribuição ao progresso das ações promovidas. Além disso, grande parte dos alunos exprimiram satisfação por terem sido confiados a eles, conhecimentos que, tradicionalmente, não são apresentados no Ensino Médio, evoluindo, inclusive, a relação entre alunos e professor.

5 Conclusão

O principal objetivo deste trabalho foi a modelagem matemática do problema real da equipe de manutenção de uma indústria química, dando subsídios numéricos para a tomada de decisão quanto ao melhor momento de realização do reparo da bomba que, para tal empresa, gerava um custo anual alto.

Ao longo deste trabalho foram apresentados conceitos fuzzy que possibilitassem a modelagem matemática desse problema e, para facilitar o entendimento, foram criados exemplos capazes de elucidar os temas apresentados.

Unindo à fundamentação teórica da lógica fuzzy, foram utilizadas informações reais disponibilizadas pela equipe de manutenção que se mostrou receptiva com uma ferramenta matemática capaz de auxiliar o planejamento das ações sobre o equipamento em estudo. Esses dados possibilitaram um modelo matemático que foi capaz de representar efetivamente a realidade do risco de falha da bomba, sendo compatíveis com a verificação da própria equipe de manutenção.

O trabalho apresentou como resultado um software que auxilia quanto à tomada de decisão, baseado nos dados e gerando valores fáceis de serem interpretados. De posse da análise feita, a equipe alcançou uma redução para somente uma intervenção anual (custo aproximado de R\$6.000,00/ano) em relação às 4 intervenções anuais que eram realizadas anteriormente (custo aproximado de R\$24.000,00/ano). Além disso, este trabalho trouxe a possibilidade de realizar a metodologia de manutenção preditiva sem grandes investimentos, somente analisando dados já coletados rotineiramente por parte da indústria.

Diante dos estudos, surgiu a possibilidade original de aplicar os conhecimentos dos conceitos fuzzy para alunos da educação básica. Foi realizada uma exposição da teoria de conjuntos fuzzy relacionando com os conhecimentos já adquiridos da teoria clássica de conjuntos, levando os alunos a pensarem de forma mais generalizada, além de uma breve introdução à lógica fuzzy. Esta aplicação possibilitou uma iteração maior com os alunos do Ensino Médio que, em sua maioria, foram receptivos ao novo conteúdo apresentado.

A aplicação em sala de aula proporcionou um exercício importante de qual a melhor forma apresentar os conceitos fuzzy, esbarrando no pré-requisito de conhecimento da teoria clássica por parte dos alunos, porém demonstrando ser possível tal entendimento por parte dos jovens, deixando de ser somente um tema para Ensino Superior, criando a alternativa de ser apresentado também para o Ensino Médio.

Este trabalho trouxe, portanto, duas aplicações distintas em relação à lógica fuzzy e os conceitos pertinentes a este tema. Uma aplicação na gestão industrial, viabilizando um estudo direcionado e uma aplicação mais sutil, trabalhando com a oportunidade de expor precocemente novas ideias a jovens do Ensino Médio. Consequentemente,

o intuito de modelar o problema da indústria química foi alcançado, mostrando a importância de estudos matemáticos efetivos dentro das empresas e conseqüentemente a contribuição no planejamento econômico da mesma. Além disso, este trabalho trouxe o despertar para uma possível apresentação dos conhecimentos fuzzy também no Ensino Médio, antecipando o início dos estudos quanto aos conceitos, ampliando o interesse maior dos estudantes para o desenvolvimento da matemática.

Referências

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA PARA O ESTUDO DA OBESIDADE E SÍNDROME METABÓLICA, *Diretrizes brasileiras de obesidade*, ABESO, 3ª ed. São Paulo: AC Farmacêutica, 2009.
- [2] BAI, YING; ZHUANG, HANQI E WANG, DALI, *Advanced fuzzy logic technologies in industrial applications*, Springer-Verlag London Limited, 2006.
- [3] BARROS, L. C. E BASSANEZI, R. C., *Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática*, Campinas - SP: Unicamp/IMEEC, 3ª edição, 2015.
- [4] BELUCCI, D. P., *Sistema baseado em regras Fuzzy e aplicações*, Dissertação(Mestrado)- Universidade Federal do ABC, Centro de Matemática, Computação e Cognição, Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada - Universidade Federal do ABC, Santo André - SP, 68p., 2009.
- [5] BORG, G., ED., *Physical work and effort: proceedings of the first international symposium held at the Wenner-Gren Center*, Stockholm, December 2 - 4, 1975. Vol. 28. Elsevier, 2013.
- [6] CORCOLL-SPINA, C. O., *Lógica Fuzzy: reflexões que contribuem para a questão da subjetividade na construção do conhecimento matemático*, Tese(Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação. Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 165p., 2010.
- [7] D´OTTAVIANO, I. M. L. E FEITOSA, H. A., *Sobre a história da lógica, a lógica clássica e o surgimento das lógicas não clássicas*. Disponível em: <ftp://ftp.cle.unicamp.br/pub/arquivos/educacional/ArtGT.pdf>. Acesso em 03 de Maio de 2017.
- [8] KARDEC, A. E NASCIF, J., *Manutenção: Função Estratégica*, 2ª edição. Rio de Janeiro - RJ, Qualitymark Ed., 2001.
- [9] KLIR, GEORGE, E BO YUAN., *Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications*, New Jersey: Prentice Hall, 1995.
- [10] JAFELICE, ROSANA S. M., *Teoria dos Conjuntos Fuzzy com Aplicações*, São Carlos - SP: SBMAC, 2012, 119 p., 20.5 cm - (Notas em Matemática Aplicada; v. 17) - 2ª edição.
- [11] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática de suas Tecnologias*. Disponível em:

- <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 21 de Novembro de 2016.
- [12] NGUYEN H. T.; WALKER, E.A., *A First Course in Fuzzy Logic*, 3ª edição, CRC Press, New Mexico, 2006.
- [13] ORACLE CORPORATION, *JAVA*. Disponível em: https://www.java.com/pt_BR/download/faq/whatis_java.xml. Acesso em: 13/02/2017.
- [14] ORACLE CORPORATION, *NetBeans*. Disponível em: https://netbeans.org/index_pt_PT.html. Acesso em: 13/02/2017.
- [15] SÁNCHEZ-TORRUBIA, G. E TORRES-BLANC, C., *A Mamdani-type fuzzy inference system to automatically assess Dijkstra's algorithm simulation.*, Information Theories and Applications, p. 35, 1993.
- [16] SÃO PAULO, SECRETARIA DA EDUCAÇÃO, *Caderno do Professor: Matemática, ensino médio, 1ª série - Volume 1*, São Paulo - SP: SEE, 2014.
- [17] SÃO PAULO, SECRETARIA DA EDUCAÇÃO, *Caderno do Professor: Matemática, ensino fundamental - anos finais, 9º ano - Volume 1*, São Paulo - SP: SEE, 2014.
- [18] SÃO PAULO, SECRETARIA DA EDUCAÇÃO, *Currículo do Estado de São Paulo: Linguagens, códigos e suas tecnologias*, 2 ed., São Paulo: SEE, 2011.
- [19] SCHIASSI, L, MELO, N.S.M., TAVARES, G.F., SOUZA, Í.P., ARAÚJO, H.B. AND DELLA-GIUSTINA, C., *Modelagem fuzzy em parâmetros de bem-estar humano*, Revista Nativa, p. 8-12, Sinop - MT, 2013. DOI: 10.14583/2318-7670.v01n01a02
- [20] SILVA, F. N. DA, *Modelagem Fuzzy aplicada a Políticas Públicas: Proposta de um Índice Municipal de Qualidade Ambiental*, Dissertação de mestrado - Universidade Estadual Paulista, Programa de pós graduação em Ciências Ambientais, Sorocaba - SP, 2015, 57 f.
- [21] SILVERSON MACHINES, *Silverson*. Disponível em: <http://www.silverson.com.br/pt/produtos/misturadores-em-linha/>. Acesso em 28 de Novembro de 2016.
- [22] STERN, JULIO MICHAEL., *Matlab*. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/js-tern/miscellanea/MaterialDidatico/matman.htm>. Acesso em: 03/02/2017.
- [23] THE MATHWORKS, INC., *Matlab*. Disponível em: <https://www.mathworks.com/products/matlab>. Acesso em: 30/01/2017.
- [24] WASQUES, V. F., *Lógica Fuzzy aplicada à geologia*, Dissertação - (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 118 f., 2015.
- [25] ZADEH, L. A., *Fuzzy sets*, Information and Control 8(1965), 338-353.
- [26] ZADEH, L. A., *A fuzzy algorithmic approach to the definition of complex or imprecise concepts*, Int. J. Man-Machine Studies, 8, pp. 249-291, 1976.
- [27] ZADEH, L. A., *Knowledge representation in fuzzy logic. In: An introduction to fuzzy logic applications in intelligent systems.*, Springer US, 1992. p. 1-25.

A Telas do software desenvolvido

Este Apêndice traz as telas criadas para o software desenvolvido em linguagem JAVA, para o tratamento do sistema baseado em regras fuzzy proposto para o problema de manutenção de uma bomba industrial.



Figura A.1: Tela inicial.

Manutenção Preditiva Bomba Industrial

Dados da Bomba Gráficos Fuzzy Ajuda

 **Entrada de novos dados da bomba** 

Escolha o mês: Janeiro Escolha o ano: 2014

Entre com o valor de APS: [µ] (APS: Average Particle Size - Tamanho médio de partícula.)

Entre com a quantidade de horas de operação do mês: [Hrs] (Tempo de funcionamento mensal da bomba.)

Entre com o valor de umidade: [%] (Quantidade de água encontrada no produto.)

Calcular Risco

Limpar dados

Importante:
Para entrada dos valores numéricos,
utilizar vírgula para separação dos decimais.

Fernanda Almeida Marchini Gayer
Rio Claro - SP

Figura A.2: Tela de entrada de dados do processo.

Manutenção Preditiva Bomba Industrial

Dados da Bomba Gráficos Fuzzy Ajuda

 **Buscar dados coletados da bomba** 

Escolha o mês: Janeiro Escolha o ano: 2014

Buscar Dados

Importante:
Os dados iniciais são de Março de 2014.
Não existem dados anteriores a esta data.

Fernanda Almeida Marchini Gayer
Rio Claro - SP

Figura A.3: Tela de busca dos dados coletados do processo.

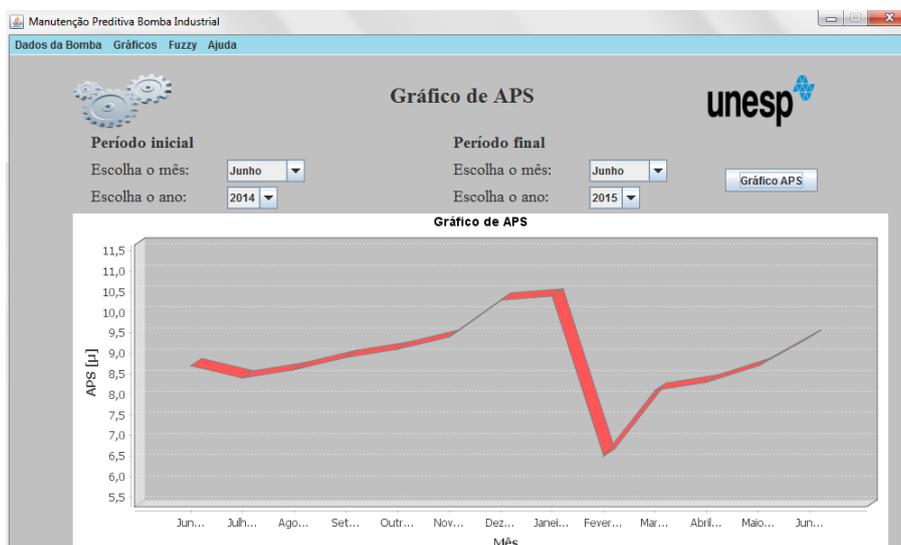


Figura A.4: Tela de gráficos dos dados de APS.



Figura A.5: Tela de gráficos dos dados de horas de operação.

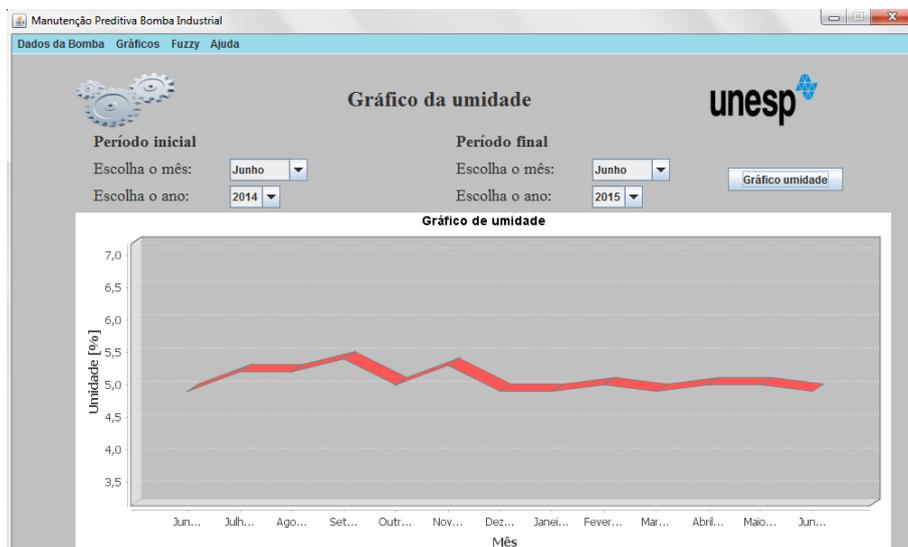


Figura A.6: Tela de gráficos dos dados de umidade.

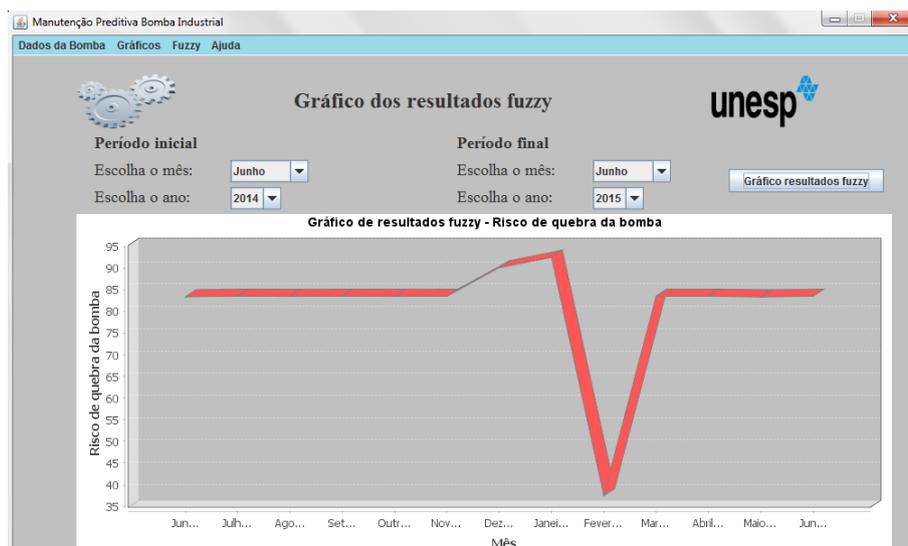


Figura A.7: Tela de gráficos dos resultados fuzzy.

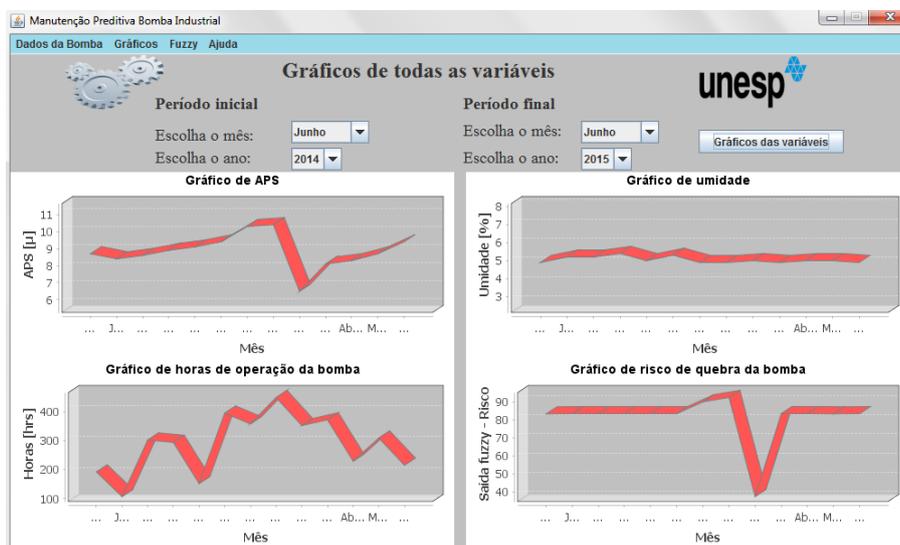


Figura A.8: Tela de gráficos de todas as variáveis.

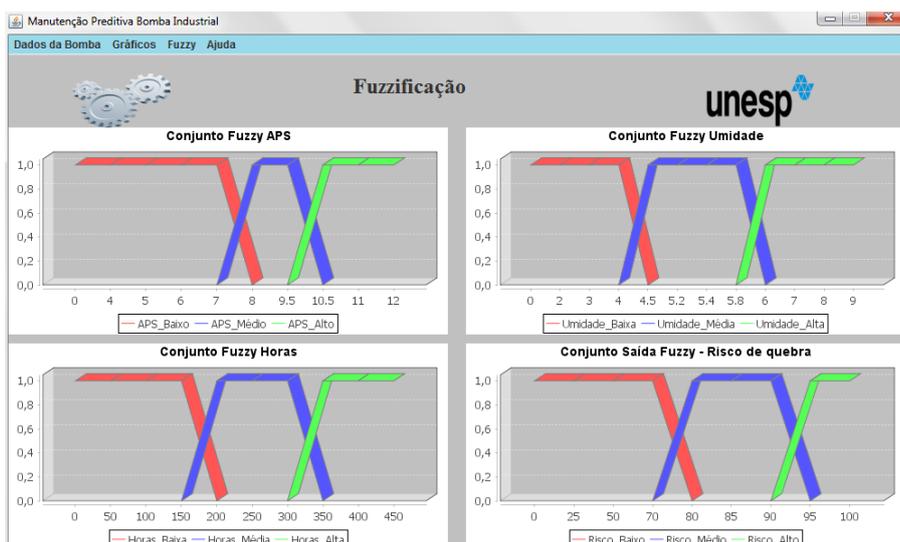


Figura A.9: Tela dos conjuntos fuzzy - fuzzificação.



Manutenção Preditiva Bomba Industrial

Dados da Bomba Gráficos Fuzzy Ajuda

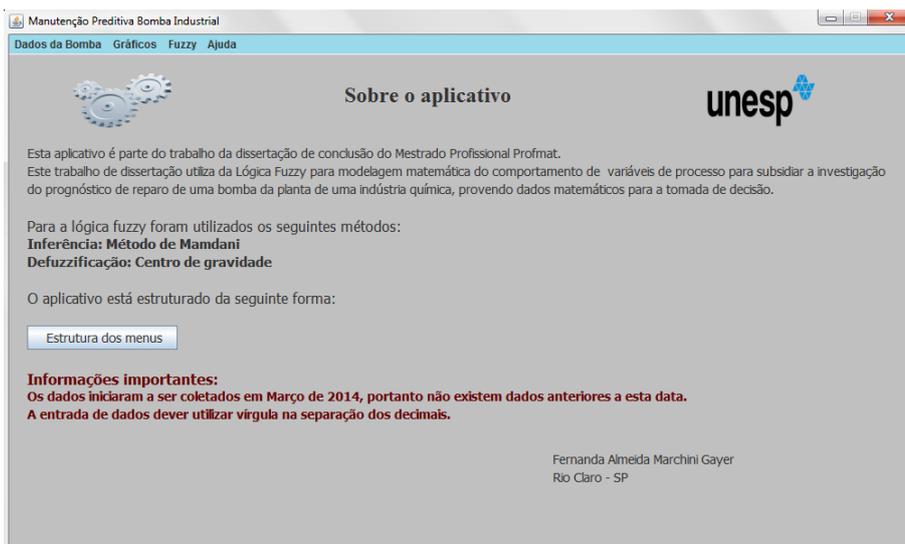
Base de regras proposta

unesp

Regras	APS	Quantidade de Horas	Umidade	ENTÃO	Saída
R1	Baixo	Baixa	Baixa		Baixo
R2	Baixo	Baixa	Média		Baixo
R3	Baixo	Baixa	Alta		Baixo
R4	Baixo	Média	Baixa		Baixo
R5	Baixo	Média	Média		Baixo
R6	Baixo	Média	Alta		Baixo
R7	Baixo	Alta	Baixa		Baixo
R8	Baixo	Alta	Média		Baixo
R9	Baixo	Alta	Alta		Baixo
R10	Médio	Baixa	Baixa		Médio
R11	Médio	Baixa	Média		Médio
R12	Médio	Baixa	Alta		Baixo
R13	Médio	Média	Baixa		Médio
R14	Médio	Média	Média		Médio
R15	Médio	Média	Alta		Baixo
R16	Médio	Alta	Baixa		Médio
R17	Médio	Alta	Média		Médio
R18	Médio	Alta	Alta		Médio
R19	Alto	Baixa	Baixa		Médio
R20	Alto	Média	Média		Médio
R21	Alto	Alta	Alta		Médio
R22	Alto	Baixa	Baixa		Alto
R23	Alto	Média	Média		Médio
R24	Alto	Alta	Alta		Médio
R25	Alto	Baixa	Baixa		Alto
R26	Alto	Média	Média		Alto
R27	Alto	Alta	Alta		Médio

Fernanda Almeida Marchini Gayer
Rio Claro - SP

Figura A.10: Tela da base de regras.



Manutenção Preditiva Bomba Industrial

Dados da Bomba Gráficos Fuzzy Ajuda

Sobre o aplicativo

unesp

Esta aplicação é parte do trabalho da dissertação de conclusão do Mestrado Profissional Proformat.
Este trabalho de dissertação utiliza da Lógica Fuzzy para modelagem matemática do comportamento de variáveis de processo para subsidiar a investigação do prognóstico de reparo de uma bomba da planta de uma indústria química, provendo dados matemáticos para a tomada de decisão.

Para a lógica fuzzy foram utilizados os seguintes métodos:
Inferência: Método de Mamdani
Defuzzificação: Centro de gravidade

O aplicativo está estruturado da seguinte forma:

[Estrutura dos menus](#)

Informações importantes:
Os dados iniciaram a ser coletados em Março de 2014, portanto não existem dados anteriores a esta data.
A entrada de dados deve utilizar vírgula na separação dos decimais.

Fernanda Almeida Marchini Gayer
Rio Claro - SP

Figura A.11: Tela informação sobre o aplicativo.

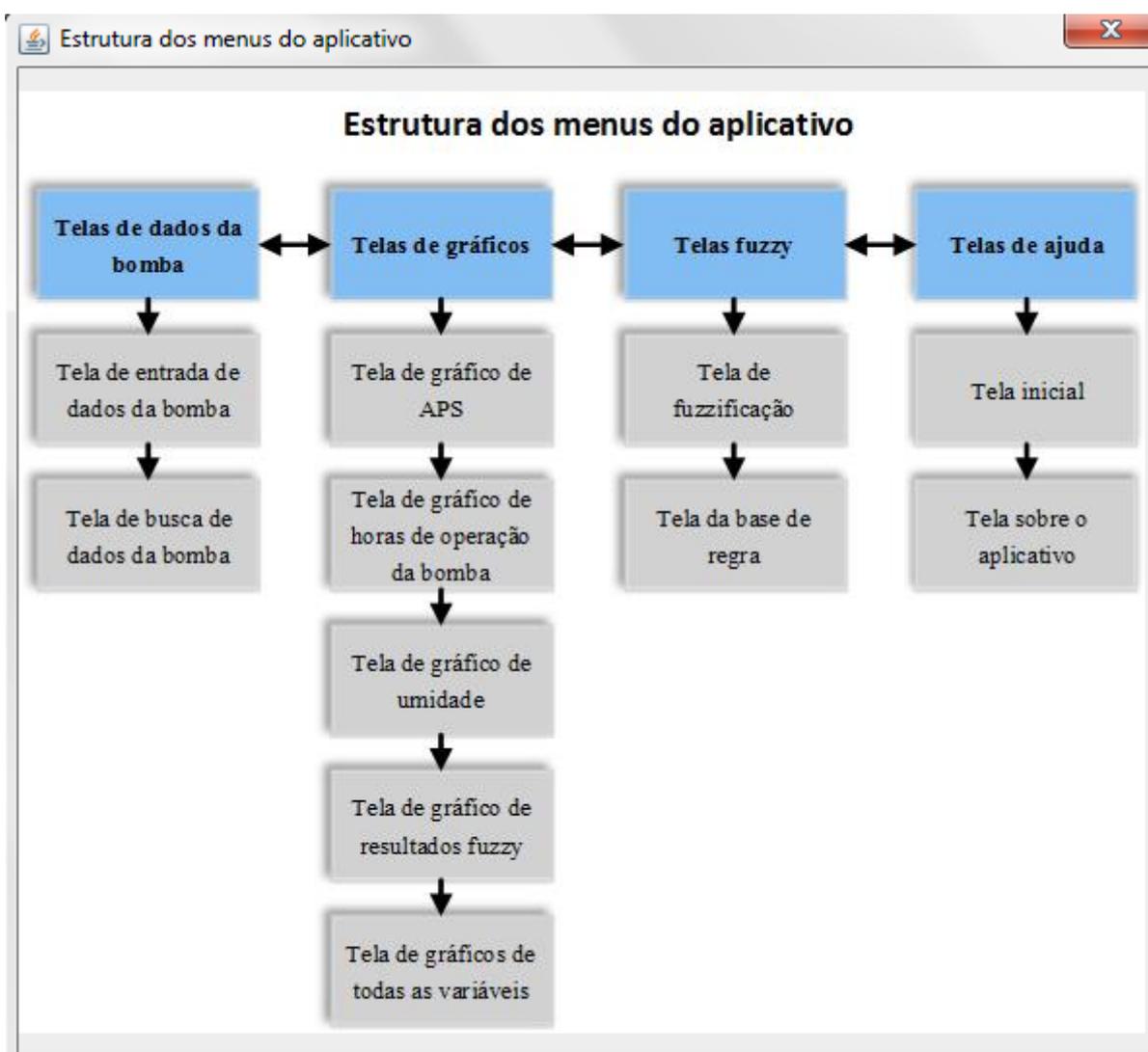


Figura A.12: Estrutura dos menus do aplicativo.

B Exercício Preliminar

Exercício preliminar de avaliação do conteúdo de Teoria dos Conjuntos estudado.

Nome: _____
Série: _____ Turma: _____ Data: _____

Exercício 1: Identifique em cada conjunto abaixo os elementos que pertencem a eles:

- a) $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 10\}$
- b) $B = \{x \in \mathbb{N} | 3 < x \leq 12\}$
- c) $C = \{x \in \mathbb{Z} | -2 \leq x < 3\}$

Exercício 2: Dados os seguintes conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 5\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} | x \text{ é par}\}$$

- a) Quais elementos pertencem ao conjunto C, uma vez que $C = A \cap B$?
- b) Quais elementos pertencem ao conjunto D, uma vez que $D = A \cup B$?

Exercício 3: Dados os seguintes conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} | -2 \leq x < 3\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 3\}$$

- a) Quais elementos pertencem ao conjunto C, uma vez que $C = A \cup B$?
- b) Quais elementos pertencem ao conjunto D, uma vez que $D = A \cap B$?

Exercício 4: Escreva em notação matemática os conjuntos abaixo:

- a) Conjunto dos números naturais maiores que 4.
- b) Conjunto dos números inteiros entre -4 e 6, incluindo os mesmos.
- c) Conjunto dos números inteiros maiores que -5.

C Exercícios de aplicação da Lógica Fuzzy no Ensino Médio

Exercício de aplicação da Lógica Fuzzy

Prof(a). Fernanda Almeida Marchini Gayer

Nomes: _____

Série: _____ Turma: _____ Data: _____

Exercício 1:

Pensando em realizar a compra de um notebook (computador portátil), uma pessoa qualifica os equipamentos disponíveis no mercado como “bom”, “regular” ou “ruim”. Para essa qualificação, esta pessoa utiliza os seguintes critérios:

- Velocidade do processador (em GHz);
- Duração da bateria (em horas);
- Peso do equipamento (em Kg);

Estas variáveis podem ser classificadas com “alto”, “médio” e “baixo”, segundo os graus de pertinência. Os conjuntos fuzzy das variáveis podem ser encontrados nas figuras que seguem:

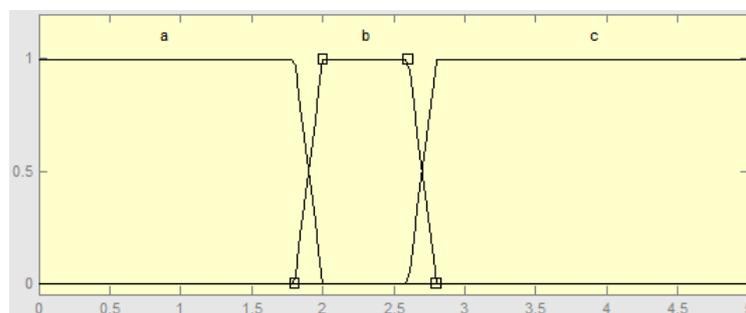


Figura C.1: Conjunto fuzzy - velocidade do processador.

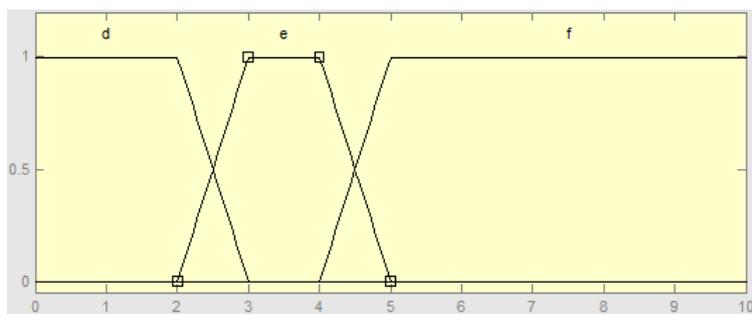


Figura C.2: Conjunto fuzzy - duração da bateria.

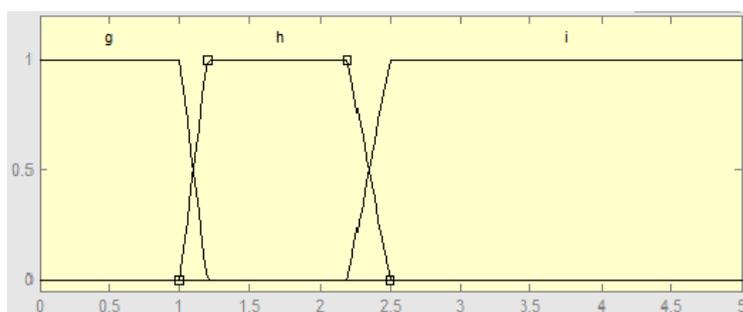


Figura C.3: Conjunto fuzzy - peso.

a) Sabendo que as variáveis são classificadas como “alto”, “médio” ou “baixo”, defina nas figuras C.1, C.2 e C.3 os critérios referentes as letras a, b, c, d, e, f, g, h e i. Por exemplo: dizer se a é “alto”, “médio” ou “baixo”. Respostas:

- a. _____ b. _____ c. _____ d. _____
 e. _____ f. _____ g. _____ h. _____
 i. _____

b) Construa uma base de regras, usando estas três variáveis para classificar um notebook. Lembre-se que quanto maior a velocidade do processador e a duração da bateria melhor é o notebook e, quanto mais pesado, pior é o notebook.

c) Uma pessoa foi numa loja e gostou muito de um modelo que é utilizado para jogos. Ele possui 2.6GHz de velocidade de processador, 6 horas de bateria e um peso de 2,922Kg. Consultando os conjuntos fuzzy e sua base de regras, como você classificaria este notebook?

d) E se o mesmo notebook tivesse um peso de 1,922Kg, como poderia ser classificado?

Exercício 2:

Quando tentamos definir se um filme é bom ou ruim, levamos em consideração muitos de nossos conceitos subjetivos, uma vez que cada um possui parâmetros pessoais para definir se gosta ou não da história que assistiu e dos elementos que fizeram parte do mesmo. Entretanto, esta subjetividade pode ser transformada em valores quando pontuamos critérios e utilizamos a Lógica Fuzzy.

Considerando que um filme possa ser classificado como “bom”, “razoável” ou “ruim”, defina três variáveis que possam ser utilizadas para criar a base de regras (Exemplo: número de atores premiados). Faça o conjunto Fuzzy de cada variável e a base de regras de classificação de um filme.

Exercício 3:

Analisando o seu dia-a-dia, pontue uma situação que possa ser utilizada a lógica fuzzy para classificá-la, utilizando variáveis com critérios definidos. Crie os conjuntos fuzzy das variáveis e a base de regra. No seu ponto de vista, esta forma de analisar uma situação pode ser aplicada no seu dia-a-dia?