UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM MATEMÁTICA

O uso da modelagem matemática como proposta para a melhoria do ensino da Física na região Amazônica

Rodrigo da Silva Soares

MANAUS
2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM MATEMÁTICA

Rodrigo da Silva Soares

O uso da modelagem matemática como proposta para a melhoria do ensino da Física na região Amazônica

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Antonio Cordeiro Prata

MANAUS
2017

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Soares, Rodrigo da Silva
S676u O uso da modelagem matemática como proposta para a melhoria do ensino da Física na região Amazônica / Rodrigo da Silva Soares. 2017
60 f.: il.; 31 cm.

Orientador: Roberto Antônio Cordeiro Prata
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Amazonas.

1. Modelagem Matemática. 2. Aprendizagem do aluno. 3. Conteúdos da Física. 4. Cálculos. I. Prata, Roberto Antônio Cordeiro II. Universidade Federal do Amazonas III. Título

RODRIGO DA SILVA SOARES

O uso da modelagem matemática como proposta para a melhoria do ensino da Física na região Amazônica

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em 29 de novembro de 2017.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Roberto Antônio Cordeiro Prata
Presidente

Prof. Dr. Nilomar Vieira de Oliveira
Membro

Prof. Dr. Alcides de Castro Amorim Neto
Membro externo

RODRIGO DA SILVA SOARES

O uso da modelagem matemática como proposta para a melhoria do ensino da Física na região Amazônica

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em 29 de novembro de 2017.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Roberto Antônio Cordeiro Prata
Presidente

Prof. Dr. Nilomar Vieira de Oliveira
Membro

Prof. Dr. Alcides de Castro Amorim Neto
Membro externo

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pela bênção recebida de estar concluindo mais uma etapa da minha vida: a conclusão do curso Mestrado profissionalizante em Matemática. Tive o apoio da minha mãe, a Senhora Maria Neide Soares e do meu irmão, Bruno Soares, que me incentivaram durante esta caminhada árdua e difícil.

Foram muitas dificuldades, e tenho certeza de que através desse curso terei mais chances de ingressar no magistério superior de ensino, onde o professor é mais valorizado. A luta continua na busca de conhecimento, onde devo tentar futuramente uma bolsa de doutorado.

Tenho que agradecer aos meus colegas e amigos que me incentivaram durante esta caminhada. Agradeço também ao professor Roberto Antônio Cordeiro Prata, que se dispôs a me orientar nesta dissertação, dando-me a liberdade de escolher o tema em relação ao ensino da Física, analisando as dificuldades de aprendizagem no ensino da disciplina, propondo o uso da modelagem matemática como uma alternativa para melhorar o aprendizado dos nossos estudantes do ensino médio.

RESUMO

Um dos maiores desafios do professor atualmente é a busca pelo desenvolvimento da capacidade de aprender dos alunos e do modo como se constrói o conhecimento, ou seja, o processo de aprendizagem dos alunos é objeto de investigação. Expor conteúdos, reproduzir fórmulas e cálculos de forma alheia às aplicabilidades ao cotidiano quase sempre provoca a falta de interesse na busca do aprendizado. Este trabalho tem por objetivo destacar a modelagem matemática, por ser uma habilidade básica porque tem importantes aplicações nos conteúdos da Física aplicados no ensino médio. Existem diversas formas de abordar um conteúdo de modo a despertar o interesse e a curiosidade do aluno. Nesta dissertação, são relatadas atividades práticas que possibilitam ao aluno resolver problemas de modo prático, proporcionando o contato e a comunicação entre os estudantes, dinamizando a aprendizagem e motivação, facilitando a compreensão dos assuntos da Física.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Aprendizagem do aluno. Conteúdos da Física. Cálculos.

ABSTRACT

One of the greatest challenges of the teacher today is the search for the development of students 'capacity to learn and the way knowledge is constructed, that is, the students' learning process is the object of investigation. Exposing contents, reproducing formulas and calculations in a way that is foreign to everyday applications almost always causes a lack of interest in the search for learning. This work aims to highlight mathematical modeling, as it is a basic skill because it has important applications in the contents of Physics applied in high school. There are several ways to approach content in a way that engages the interest and curiosity of the student. In this dissertation, practical activities are reported that allow the student to solve problems in a practical way, providing the contact and communication between students, stimulating learning and motivation, facilitating the understanding of the subjects of Physics.

Keywords: Mathematical Modeling; Student learning; Contents of Physics; Calculations.

LISTA DE SÍMBOLOS

$\mathbb{N}$	Conjunto dos números naturais.
$\mathbb{Q}$	Conjunto dos números racionais.
$\mathbb{Z}$	Conjunto dos números inteiros.
$\mathbb{R}$	Conjunto dos números reais.
$\Longrightarrow$	Implica em.
$=$	Igual.
$\neq$	Diferente.
$>$	Maior.
$<$	Menor.
$\geq$	Maior ou igual.
$\leq$	Menor ou igual.
$\pm$	Mais e menos.
$\in$	Pertence
$\approx$	Aproximação
$\triangle$	Delta
α	Alfa
$\rightarrow$	Implica

Sumário

Capítulo 1

Introdução

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei Nº 9394, de 20 de dezembro de 1996) LDB, ao reestruturar a organização educacional, traçou um novo significado para o Ensino Médio. Passou de uma etapa intermediária para etapa final da Educação Básica. E de acordo com os parâmetros curriculares, são estabelecidas as Diretrizes Nacionais para o Ensino Médio, que organizam as áreas de conhecimento e orientam a educação, a promoção de valores como a sensibilidade e a solidariedade, atributos da cidadania. Também apontam de que forma o aprendizado de Ciências e de Matemática, já iniciado no Ensino Fundamental, deve encontrar complementação e aprofundamento no Ensino Médio.

Nos capítulos 1 e 2 desta dissertação são citadas as dificuldades enfrentadas pelos alunos das escolas públicas no aprendizado da Física, no que se refere aos conceitos matemáticos que são adquiridos durante o ensino fundamental, sendo que a maioria deles não são assimilados pelos estudantes, fazendo com que haja dificuldades na resolução de exercícios. Afinal, **quais são os problemas enfrentados pelos alunos no aprendizado da Física?** É notório o fato de que haja a interdisciplinaridade da Física com a Matemática, em que a maioria dos problemas físicos necessitam de conceitos básicos de Matemática.

No capítulo 3, faremos a descrição dos saberes disciplinares em Física e Matemática, através da interdisciplinaridade com procedimentos científicos pertinentes aos seus objetos de estudo, dentre os quais se destacam os conteúdos tecnológicos e práticos, já presentes em cada disciplina, mas particularmente apropriados para serem tratados desde uma perspectiva integradora.

Mas o que se percebe é que isso não ocorre nas escolas públicas da nossa região, devido ao desinteresse pela maioria dos professores em contextualizar a Física de uma maneira ampla e objetiva e depois resolver os exercícios, conforme que será visto no capítulo 4, onde citaremos os problemas da Matemática no aprendizado da Física, fazendo com que o estudante desenvolva determinada habilidade para solucionar os diversos problemas físicos que lhe são impostos.

No cap.5, por meio de uma metodologia de pesquisa, podemos expor neste trabalho algumas dificuldades observadas no que se refere aos conceitos matemáticos, tais como: algarismos significativos, funções matemáticas, trigonometria, equações do 1^0 e 2^0 graus e outros. Mas é necessário fazer uma reflexão sobre essas dificuldades no aprendizado da Física, tentando encontrar soluções que visam melhorar o ensino dessa disciplina tão importante na vida do aluno e no seu cotidiano. O que se pode observar é que os nossos alunos já estão fatigados de resolver exercício em que o professor expõe verbalmente um assunto de Física, enche o quadro de fórmulas, faz alguns exemplos e pede para que eles resolvam vários exercícios repetitivos e desvinculados do seu aprendizado.

No capítulo 6, serão citados os PCN's da Matemática no ensino médio, onde nessa nova etapa, pode-se contar com uma maior maturidade do aluno. Logo, os objetivos educacionais passam a ter maior ambição formativa, tanto em termos da natureza das informações tratadas, dos procedimentos e atitudes envolvidas, como em termos das habilidades, competências e dos valores desenvolvidos.

Por outro lado, o professor também já está enfadado de alunos sem motivação, sem interesse, sem vontade. Há uma grande necessidade de se buscar metodologias ou estratégias que oportunizem, de fato, um ensino de Física contextualizado e motivador. Deste modo, um dos objetivos deste trabalho é propor no capítulo 7, a **Modelagem Matemática** como metodologia de ensino-aprendizagem da Física, a fim de gerar um ambiente de aprendizagem que favorece não somente a contextualização e a motivação, mas também a interdisciplinaridade entre Física e Matemática junto com a utilização dos modelos exponenciais (cap.8), que são de extrema importância na resolução de diversos problemas da Física, tais como: decaimento radioativo, o método do carbono 14, resfriamento de um corpo, pressão atmosférica, e escala Richter.

Percebe-se desta forma, que a Física está impregnada de modelos matemáticos. Isso se deve ao fato dela ter se desenvolvido com base na construção de modelos. "O conhecimento científico e mais especificamente o conhecimento físico, é constituído por teorias, que são estruturadas por modelos". (Pinheiro, 2001, p. 32).

Capítulo 2

A atual realidade no ensino da FÍSICA nas escolas públicas da região amazônica

No Brasil, por volta do século XIX, a Física foi ministrada primeiramente em curso superior de engenharia civil e militar, no qual surgiu logo em seguida a necessidade de montar laboratórios para uma melhor compreensão das teorias exploradas na sala de aula. Já no início do séc.XX, o estudo da Física foi estendido a outros cursos e ao ensino médio, pois havia uma necessidade de que o aluno já tivesse o contato com a disciplina para melhor preparo tanto para o ensino superior como para o mundo em que vive.

Atualmente, a Física é ministrada no ensino médio, e é apresentada com uma pequena introdução no nono ano do ensino fundamental juntamente com a Química, e levam o nome de ciências. Com isso, ao iniciarem o ensino médio, os alunos se deparam com a Física e a Química separadamente. É a fase em que o discente encontra dificuldades, pois a disciplina exige diversos conhecimentos adquiridos ao longo de todo ensino fundamental. Tais dificuldades são ocasionados pela falta de conhecimentos básicos em leitura e interpretação de textos, junto com a dificuldade em Matemática básica; pois são fatores que prejudicam a aprendizagem do estudante logo no primeiro contato com a Física (CAVALCANTE, 2010).

Uma das dificuldades encontradas no ensino da Física na escola é a pequena carga horária, que faz os conteúdos serem explorados de forma quase artificial e sempre voltados para provas de vestibulares ou concursos. Com isso, os professores acabam utilizando resumos, porque não há tempo suficiente de transmitir ao aluno a contextualização de um fenômeno físico, e o conteúdo fica sem ligação alguma com o cotidiano do indivíduo. Logo, ”essas práticas não asseguram a competência investigativa, visto que não promovem a reflexão e a construção do conhecimento. Ou seja, dessa forma ensina-se mal e aprende-se pior” (PCN s, 2008, pg. 54).

A falta de preparo do docente que ministra a disciplina Física o deixa preso apenas à sala de aula, usando somente o livro didático, quadro branco e pincel. Deixam de lado a utilização dos laboratórios que muitas escolas possuem. Mas, pela falta de manuseio, terminam por não estarem aptos ao uso, devidos aos problemas de infraestrutura que eles apresentam, ou por apresentarem computadores com defeitos.

A Física no ensino Médio deveria desenvolver no aluno o senso de curiosidade, pois a disciplina tem como fonte de estudo fenômenos que ocorrem no nosso cotidiano. Entretanto, não é isto que vem acontecendo, principalmente nas escolas da nossa região, onde há uma dificuldade de contextualização entre os conteúdos ministrados pelo professor em sala de aula e os conhecimentos que os discentes já possuem na forma empírica do cotidiano.

Será que a Física é uma ciência variável? Porém mantém o mesmo instinto de investigação, pois ao estudar os fenômenos ocorridos no cotidiano, os alunos são induzidos a descobertas. Com este sentido, pretende-se envolver o discente e despertá-lo para o senso da pesquisa, sendo que:

> ”O Ensino Médio, além de ser um degrau a mais para formação dos discentes, oferece ao aluno uma nova forma de pensar. Com isso, a Física se apresenta como uma disciplina complexa, ora estuda fenômenos, ora matematiza determinadas situações. Como o discente não possui uma boa interpretação de texto e resolução de cálculos matemáticos, termina por não gostar de Física.”(BRASIL - MEC, 2002, p.22).

Porém, muitas das vezes a autonomia crítica do aluno é suprimida por resoluções de fórmulas, no qual os conteúdos físicos são ministrados superficialmente, uma vez que a maioria dos docentes que lecionam a disciplina de Física não são da área. Com isso, dão ênfase aos cálculos por não terem formação específica. É evidente que a formação de profissionais, seja na área de medicina, engenharia, administração ou arquitetura, apresenta especificidade distinta para cada área de atuação. Por isso, entende-se que cada profissional, ao longo de sua formação, adquira os conhecimentos e as técnicas adequadas para desempenhar o seu papel e atuar exclusivamente na área de sua formação.

Com a carência de profissionais na área de Física, outros docentes de áreas diferentes são designados para ministrar a disciplina, com o objetivo de suprir certas necessidades. Porém, eles não têm os treinamentos adequados, e há um desconhecimento pela maioria deles, dos conteúdos de Física que deverão ser trabalhados de acordo com as condições dos alunos da nossa região, onde se deve dar um embasamento matemático aos estudantes de modo que eles deem soluções exatas para os problemas físicos. Os docentes que estão atuando na ausência de profissionais da área de Física, na maioria das vezes, não conseguem suprir a necessidade que a disciplina exige. Como afirma Freire (1996, p. 24), ”aprender precede ensinar ou em outras palavras, ensinar se dilui na experiência realmente de aprender”. Portanto, ensinar é um processo de reciprocidade onde, ao ensinar, o professor aprende junto com o discente, pois o educando detém o conhecimento de seu cotidiano.

Mas, para que haja uma construção do conhecimento e com melhor facilidade, este depende de técnicas que são adquiridas no processo de formação do educador. Sem as mesmas, ele enfrentará dificuldade ou tenderá a assumir posturas já conhecidas do professor tradicional, ou que tem como objetivo apenas repassar o conteúdo de forma mecânica, fazendo que o mesmo seja assimilado ou compreendido sem contextualizar o cotidiano do alunado. Ou seja, é dessa maneira que a Física é ensinada pelos docentes de diversas escolas aqui em Manaus e no interior do estado do Amazonas, onde não há uma avaliação contínua, que deveria ser feita no decorrer do ano letivo, ocasionando desinteresse dos nossos alunos em aprender Física.

Um dos primeiros obstáculos encontrados para o desenvolvimento da educação é a formação dos docentes, principalmente nas séries iniciais, em que deveria haver uma construção de conhecimento que contribui para a formação do aluno. No entanto, é a parcela da classe dos educadores que tem a remuneração mais baixa e com isto, o professor se prende aos métodos tradicionais de ensino, causando assim sentimento de descaso ou uma falta de compromisso com a construção do conhecimento. Como afirma Freire (1996, p. 24):

> ”Quando vivemos a autenticidade exigida pela prática de ensinar-aprender, participamos de uma experiência total, diretiva, política, ideológica, gnosiológica, pedagógica, estética e ética, em que a boniteza deve achar-se de mãos dadas com a decência e com a seriedade.”

Outro fator que influencia diretamente na qualidade da educação é o ambiente escolar, no qual os alunos têm a escola como um segundo lar. Então, ao chegarem a um estabelecimento de ensino que não ofereça as estruturas adequadas para praticarem o conhecimento, no que se refere à utilização de biblioteca, laboratório de informática, os estudantes perdem todo o seu encanto pelo fascinante mundo da aprendizagem. Quando o discente se depara com professores que têm simplesmente a função de transmitir o conteúdo sem uma didática adequada, ele sente uma falta de estímulo que irá influenciar na sua vida acadêmica. Como comenta Carvalho (2002, p. 55), ”O professor tradicional, que centra todo o ensino em sua própria pessoa, sendo ele o detentor do poder supremo e da verdade absoluta plena pela passividade do aluno, que é imobilizado, em sua própria cadeira”.

A família exerce um papel muito importante no processo de ensino-aprendizagem e, como a escola é a segunda casa do aluno, ela deve ser o centro de apoio para que os conteúdos trabalhados na escola sejam bem aproveitados no dia a dia. Também oferecer carinho e compreensão é uma das formas de instruir o discente para o conhecimento de valores essenciais para a vida em sociedade. No dia a dia de sala de aula, tornam-se cada vez mais frequentes os questionamentos dos alunos em relação à utilidade e a aplicabilidade dos conteúdos que aprendem, e em disciplinas como a Física e a Matemática, que em geral são um grande tormento para os alunos, estas indagações não poderiam ser diferentes. Uma das principais aplicabilidades da Matemática no Ensino Básico são as resoluções de problemas na disciplina de Física e posteriormente, uma poderosa ferramenta para o ensino superior no desenvolvimento de sua carreira e no avanço da tecnologia. A Física é considerada por muitos de nossos alunos, como uma das disciplinas mais problemáticas do seu curso escolar, não só por sua teoria, mas também pelo incessante uso da matemática, que também é uma disciplina com pouca aceitação estudantil.

Capítulo 3

A interdisciplinaridade da Física com a Matemática

Nos dias atuais, a escola é uma instituição especializada na educação das novas gerações, que tem como objetivo apresentar aos alunos os conhecimentos sobre a cultura da humanidade e para isso, organiza, planeja e cria atividades que julgam necessárias para que esse aprendizado ocorra. Para uma melhor organização destes conhecimentos, cria-se o currículo que divide esses patrimônios da humanidade em disciplinas. Porém, esses conteúdos nem sempre abordam as experiências humanas mais significativas (PILETTI, 2003, p.116). É importante que haja no currículo a interdisciplinaridade da Física com outras áreas do conhecimento de forma ampla e objetiva fazendo com que o conhecimento seja disseminado pelos discentes. Porém, é a necessidade da apropriação organizada e sistematizada por parte dos alunos que aprendem é que justificam a existência do saber. Segundo Saviani (1991):

> ”A escola existe, pois, para propiciar a aquisição dos instrumentos que possibilitam o acesso ao saber elaborado (ciência), bem como o próprio acesso aos rudimentos desse saber. As atividades da escola básica devem se organizar a partir dessa questão. Se chamarmos isso de currículo, poderemos então afirmar que é a partir do saber sistematizado que se estrutura o currículo da escola elementar. Ora o saber sistematizado, a cultura erudita, e uma cultura letrada. Daí que a primeira exigência para o acesso a esse tipo de saber é aprender a ler e escrever. Além disso, é preciso também aprender a linguagem dos números, a linguagem da natureza e a linguagem da sociedade. Está aí o conteúdo fundamental da escola elementar: ler, escrever, contar, os rudimentos das ciências naturais e das ciências sociais (história e geografia humanas)” (SAVIANI, 1991, p.19).

Currículo poderia ser o conjunto de atividades desenvolvidas pela escola (SAVIANI, 1991, p.20). Outra definição de currículo se faz necessária, pois não se pode dar a mesma importância ao que é essencial (curricular) e ao que é secundário (extracurricular). Saviani destaca que as atividades extracurriculares, como feira cultural, semana da Matemática, passeio ao museu, devem enriquecer e complementar as atividades curriculares e nunca prejudicá-las ou substituí-las. Vale ressaltar que o currículo vem sofrendo constantes modificações para se adequar às novas necessidades educacionais brasileiras. Dentre essas mudanças, devemos destacar a reformulação do ensino médio, estabelecida pela nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) de 1996, regulamentada em 1998 pelas Diretrizes do Conselho Nacional de Educação e pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, tentando atender a uma clara necessidade de evolução da educação, ajudando a uma melhor democratização e de uma cultura mais efetiva pela ampliação da parcela da juventude brasileira que completa a educação básica. (PCNEM, 2006, p.8).

A interdisciplinaridade é compreendida de uma forma geral como uma intercomunicação entre as diferentes disciplinas do currículo escolar, como se pode observar em:

> ”à interdisciplinaridade estabelece a intercomunicação entre as disciplinas, de modo que resulte uma modificação entre elas, através de diálogo compreensível, uma vez que a simples troca de informações entre organizações disciplinares não constitui um método interdisciplinar”. Japiassu (1976) (apud ALVES, 2004, p.141).

Porém, na área das ciências, a questão da interdisciplinaridade não pode ficar somente restrita à comunicação entre disciplinas, pois ela tem uma aplicabilidade que permite que seus conhecimentos sejam utilizados em situações do cotidiano e é neste momento que se pode falar sobre a contextualização. Contextualizar é uma parte fundamental do aprendizado. Não há nada no mundo real que não possa ser ligado a algum conteúdo do Ensino Básico, pois esses conteúdos foram estabelecidos como recortes do conhecimento cultural, histórico e científico da sociedade. Deste modo, esta prática é muito importante, pois, quanto mais próximo estiver o que está sendo estudado com a vida pessoal do aluno, mais significativo será o aprendizado. É importante que haja uma prática do ensino contextualizado e interdisciplinar entre as disciplinas de Matemática e Física, visto que esta segunda pode ser utilizada como exemplos da aplicabilidade da Matemática em situações reais vivenciadas pelos alunos e também pelo fato de depender muito dos conhecimentos matemáticos para que possa ser entendida e desenvolvida. Não será possível ao aluno resolver problemas da disciplina de Física que exijam operações matemáticas, sem que este tenha o conhecimento das ferramentas matemáticas adequadas que serão a base do desenvolvimento destes cálculos.

Em entrevista feita com os professores da Escola Estadual José Milton Bandeira e Senador João Bosco Ramos de Lima, eles relatam os fatores que levam ao baixo rendimento dos alunos. Os discentes não gostam da disciplina Física não por consequência da complexidade do conteúdo apresentado ou até mesmo pela não compreensão dos conceitos físicos, e sim por falta dos conhecimentos matemáticos adequados. A interdisciplinaridade vem nos últimos anos sendo apontada como uma das possíveis soluções para a melhoria da qualidade do processo de ensino e aprendizagem no ensino das ciências (LAVAQUI, 2008).

Capítulo 4

Os problemas da Matemática no aprendizado da Física

As dificuldades no ensino da Física também poderiam ser minimizadas se o ensino da disciplina fosse iniciado mais cedo no Ensino Básico. Em muitos casos, a introdução à Física só se dá no 1º ano do Ensino Médio, tomando como exemplo o Ensino Público, que concentra aproximadamente 90 % dos estudantes. Em muitas instituições de ensino privado já se pratica no 9º ano do Ensino Fundamental a divisão da disciplina de Ciências em Física, Química e Biologia. O aluno quando ao tentar realizar um exercício em Física, se depara com a necessidade de realizar cálculos matemáticos e percebe que já não lembra mais desses conteúdos, pois foram estudados há alguns anos e não foram constantemente utilizados no decorrer do seu curso escolar. Percebe-se que há uma tendência cada vez mais forte em se praticar um início mais precoce do ensino das ciências, dividido em três disciplinas separadamente. Mas, como foi dito, isso não reflete ainda a realidade do Ensino Público.

O que se percebe no dia a dia na sala de aula é que os alunos sentem dificuldades quando eles começam a fazer uso da Matemática. Enquanto se trabalha a teoria, tudo parece caminhar bem, pois os alunos estão motivados, prestam atenção e se interessam pelo conteúdo. Mas quando começam a aparecer os exercícios, que dependem de ferramentas matemáticas, toda a motivação parece desaparecer. Isso é um problema muito sério, pois sem motivação os alunos não se interessam e parecem aprender cada vez menos. A motivação é apontada como uma das principais culpadas da deficiência no aprendizado da Física, principalmente no final do ensino fundamental e no ensino médio, sendo considerada inimigo número ?um? do ensino das ciências. (Pozzo,2009, p.40).

Em relação ao problema da falta de ferramentas matemática, existe infelizmente, uma mentalidade muito presente dentre os professores de Matemática de que conteúdos já ministrados não precisam ser constantemente reforçados ou praticados. Pode-se claramente perceber este fato nos conteúdos ensinados no sexto ano do ensino fundamental, principalmente no ensino de frações e números decimais que são vistos neste ano do ensino fundamental e pouco é trabalhado nos anos que se seguem. São poucos os professores que exigem o uso do conceito de frações, as operações, os números decimais e tudo mais que pode ser explorado em tal conteúdo nos anos posteriores ao ano que foi ensinado. Dificilmente um professor coloca em seus exercícios ou, até mesmo em suas avaliações, dados que exijam dos alunos o conhecimento e a utilização de conteúdos vistos em anos anteriores. Geralmente, tais exercícios são apresentados com valores inteiros, que não apresentaram muitas dificuldades de resolução, fazendo com que o aluno tenha a falsa impressão de que domina o conteúdo apresentado. Tais atitudes praticadas por parte dos professores provocam, sem a mínima intenção, um esquecimento de certos conteúdos, como os dos exemplos já citados, que serão de grande necessidade no estudo da Física. Nos exercícios, é exigido muito do aluno o domínio destes conteúdos anteriores, principalmente no que diz respeito a cálculos com frações e números decimais.

Os problemas acima apresentados levam a um pensamento de que se os conteúdos de Física fossem dados logo após o ensino de conteúdos matemáticos de uma maneira interdisciplinar, ou então sempre antes de um novo conteúdo em Física, e toda a Matemática necessária a esse estudo fosse revisada, talvez esses problemas fossem minimizados.

4.1 Metodologia da pesquisa

Foi feita uma pesquisa qualitativa de caráter descritivo na Escola Estadual Senador João Bosco Ramos de Lima, sendo uma instituição de Ensino Médio, onde os alunos desta escola apresentam dificuldades de aprendizagem na Física no primeiro ano do Ensino Médio, e isto pode ser consequência de varias situações, tais como: deficiências de conhecimentos acumulados ao longo do Ensino fundamental, falta de estrutura adequada para exploração dos conteúdos e ausência de profissionais formados na área específica.

Figura 4.1: Foto da frente da Escola onde foi realizada a coleta de dados

Segundo a pesquisa realizada nessa escola foram entrevistados 120 alunos do primeiro ano do ensino médio com a seguinte pergunta: ”Qual a matéria que mais odiavam na escola?” A Matemática foi apontada por mais de 50% dos entrevistados dessa escola, onde eles alegam que a disciplina aprendida no ensino fundamental foi ensinada de forma resumida ou por mecanismo de memorização de regras, devido ao desinteresse da maioria dos professores que eles tiveram.

O resultado dessa pesquisa se deu através da exposição de algumas dificuldades, tais como a compreensão dos algarismos significativos, em que foi feita uma experiência medindo um tamanho de um objeto utilizando uma régua de madeira, cuja medida era $x = 8,46 \pm 0,01m$ o que significa a grandeza $x \in]8,45; 8,47[$ tal como $x = 8,643 \pm 0,01$, mas enquanto na expressão todos os algarismos são significativos, na expressão os últimos dois algarismos (4 e o 3) não têm qualquer utilidade para a medição, já que o erro atribuído é maior do que a precisão que exibem. Nisto ocasionou dúvida na maioria dos alunos, pois eles não compreendem o termo "precisão", que é de fato importante na medição de qualquer objeto dentro do ensino da Física.

Para facilitar o entendimento dos alunos na compreensão dos algarismos significativos, foi proposto o seguinte exemplo a eles: *Vamos medir uma massa numa balança que tem a indicação de sensibilidade* $d = \pm 0,001g$.

Obtemos uma massa de 5,963 g na nossa pesagem. Então; $5,96 \rightarrow 5$, o 9 e o 6, são os algarismos exatos, já o 3 é um algarismo incerto, porque o seu valor real pode ser de 2, 3 ou 4. O valor de massa 5,963g tem assim 4 algarismos significativos. Podemos assim definir os algarismos significativos, como: todos os algarismos exatos mais o primeiro algarismo dos incertos.

No grupo de 30 alunos do 1º ano do Ensino Médio, mais de 20 conseguiram compreender o exemplo, equivalendo a um porcentual satisfatório acima de 75%. A compreensão de algarismos significativos não é fácil na visão dos alunos da nossa região amazônica, visto que os alunos da região sul e sudeste dispõem de livros de física sofisticados, que tratam com mais abundância o conteúdo de números racionais, irracionais e incertezas de números. Dando sequência a esta pesquisa, foi proposto para um grupo de alunos do 2º ano do Ensino Médio, um problema relacionado a uma partícula que se move a uma velocidade de $500cm/s$, e depois pedimos para eles construírem o gráfico:

Os alunos demonstram ter habilidade de resolver o problema de Movimento Retilíneo Uniforme, pois primeiramente foi feita a transformação de 500 cm/s para 5 m/s, para depois fazer a construção do gráfico, mediante a seguinte fórmula:

$$Vm = \frac{\triangle s}{\triangle t}$$

onde:

Vm = velocidade média

$\triangle s$ = comprimento

$\triangle t$ = tempo

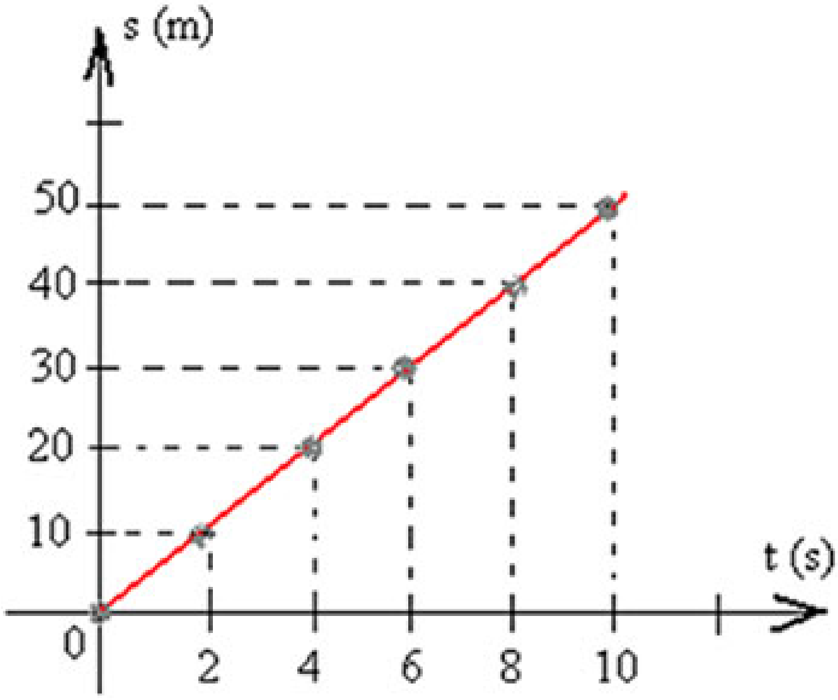

Figura 4.2: Gráfico desenvolvido pelos alunos do Movimento Uniforme

Em seguida, foi proposto pra esse mesmo grupo de alunos um problema relacionado à lei de resfriamento de Newton, da seguinte maneira:

Um corpo está contido num ambiente de temperatura constante. Decorrido o tempo (em minutos), seja D(t) a diferença entre a temperatura do corpo e do ambiente. Segundo a Lei do Resfriamento de Newton, D(t) é uma função decrescente de t, com a propriedade de que um decréscimo relativo no intervalo de tempo(t, $t + h$) depende apenas da duração desse intervalo (mas não do momento em que essa observação se iniciou). Com isso, responda à seguinte pergunta:

Num certo dia, a temperatura ambiente era de 30^0*C. A água, que fervia a* 100^0*C numa panela, cinco minutos depois de apagado o fogo, ficou com a temperatura de* 60^0*C. Qual era a temperatura da água 15 minutos após apagado o fogo?*

A solução para este problema é simples e possível de ser determinada, no qual o procedimento é utilizarmos a seguinte função exponencial $D(t) = D_0 a^{-t}$, onde D_0 é a temperatura inicial do corpo, D(t) a variação de temperatura, t representa o valor do tempo e o "a" equivale a uma constante. Essa questão do resfriamento de Newton não foi compreendida por nenhum aluno do 2º ano do Ensino Médio, pois ninguém tinha o conhecimento de uma função exponencial, que deveria de fato ser explorada durante o 1º ano do ensino médio.

4.2 Situação-Problema

Foi feita uma sondagem com os alunos das escolas estaduais José Milton Bandeira e Senador João Bosco Ramos de Lima, e proposto pra eles uma situação de lançamento de projéteis pra verificar se eles tinham algum conhecimento de trigonometria.O conhecimento de razões trigonométricas é bastante amplo e importante no nosso cotidiano, pois para o aluno, ainda é desconhecido os seguintes termos: seno, cosseno e tangente. E nesse contexto foi proposto um problema de lançamento de um projétil, onde o estudante possa visualizar a aplicação de trigonometria:

O móvel se deslocará para a frente em uma trajetória que vai até uma altura máxima e depois volta a descer, formando uma trajetória parabólica, conforme mostra a figura abaixo:

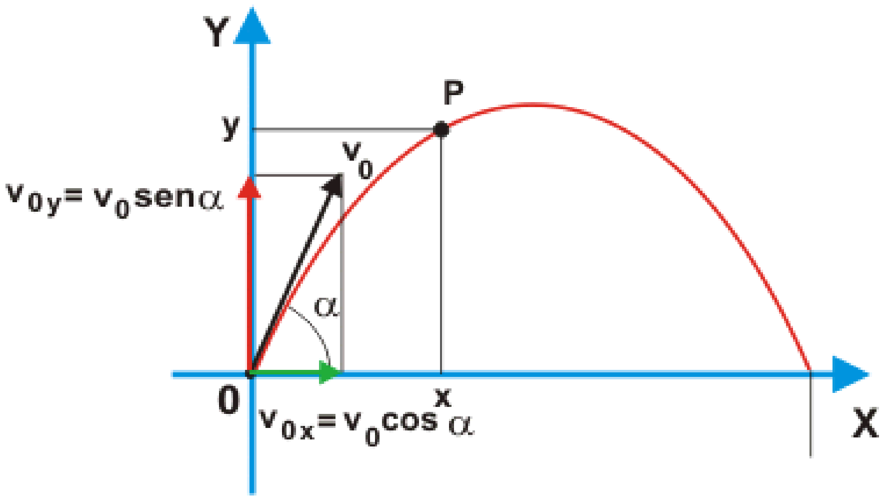

Figura 4.3: Trajetória de um móvel composta de movimento horizontal e vertical

Colocado este problema para os alunos, nenhum discente conseguiu entender o conceito matemático atribuído para resolver essa questão do lançamento de um projétil. Não compreenderam que é necessário o conhecimento de razões trigonométricas aplicado em um triângulo retângulo. Em se tratando de trigonometria, a maioria deles, alegam ter visto superficialmente esse conteúdo, e alguns deles nunca ouviram falar em palavras como seno, cosseno e tangente, o que dificulta no entendimento de fazer a decomposição de vetores.

Capítulo 5

PCN da Matemática no ensino médio

5.1 Conhecimentos de Matemática

À medida que vamos integrando ao que se denomina uma sociedade da informação crescentemente globalizada, é importante que a Educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer inferências, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores, de trabalhar cooperativamente. Ao se estabelecer os parâmetros para a organização do ensino de Matemática no Ensino Médio, pretende-se contemplar a necessidade da sua adequação para o desenvolvimento e promoção de alunos, com diferentes motivações, interesses e capacidades, criando condições para a sua inserção num mundo em mudança e contribuindo para desenvolver as capacidades que deles serão exigidas em sua vida social e profissional.

Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos que são necessários tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática. Isso pode formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. No que diz respeito ao caráter instrumental da Matemática no Ensino Médio, ela deve ser vista pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento, assim como para a atividade profissional. Não se trata de os alunos possuírem muitas e sofisticadas estratégias, mas sim de desenvolverem a iniciativa e a segurança para adaptá-las a diferentes contextos, usando-as adequadamente no momento oportuno. Nesse sentido, é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la.

Assim, os números e a álgebra como sistemas de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos são subáreas da Matemática especialmente ligadas às aplicações. Os parâmetros curriculares também destacam que muitas vezes a questão do conhecimento prévio é ignorada e em grande parte das vezes desconhecida pelos agentes da educação. Segundo os PCN'S:

> "A importância de se levar em conta o "conhecimento prévio" dos alunos na construção de significados geralmente é desconsiderada. Na maioria das vezes, subestimam-se os conceitos desenvolvidos no decorrer da atividade prática da criança, de suas interações sociais imediatas, e parte-se para o tratamento escolar, de forma esquemática, privando os alunos da riqueza de conteúdo proveniente da experiência pessoal."

Porém, em alguns casos, esses conhecimentos prévios podem ser de grande prejuízo para educação dos nossos alunos e um grande problema para os professores. Para Battistel (2006):

> "Grande parte das dificuldades no domínio de certos conceitos pode, ainda, ser associada às concepções alternativas, conceitos ou ideias intuitivas, que os alunos têm em relação a vários temas e que não coincidem com o saber científico."

Muitos alunos trazem certos conceitos e ideias intuitivas sobre o funcionamento do universo, que muitas das vezes não estão de acordo com o saber científico. Como principal exemplo, temos a não diferenciação entre massa e peso, que no conhecimento vulgar, são a mesma coisa. Quantas vezes se escuta a pergunta: "Qual o seu peso?", quando na verdade a pergunta deveria ser, "qual a sua massa?". Logo, os alunos levam essa ideia para dentro de sala de aula. Toda pessoa ao longo de sua vida vem adquirindo conhecimentos e certezas sobre determinados fenômenos da natureza, essas certezas nem sempre coincidem com o conhecimento cientifico. Para Pozo (2009, p.210):

> "de um ponto de vista científico, as pessoas em geral, e os alunos que estudam as ciências da natureza em particular, têm diversas ideias sobre o movimento e as forças, as quais não concordam ou não coincidem com as que são transmitidas na escola. E essas ideias fazem com que surjam dificuldades de aprendizagem, que nem sempre são fáceis de superar".

As teorias dos alunos estão estruturadas em torno de princípios conceituais diferentes dos que são subjacentes às teorias científicas. Para Pozo (2009), estes princípios são o que conhecemos na área da ciência como conhecimento prévio, e para que ocorra o aprendizado, especificamente neste caso na disciplina de Física, é necessário que os alunos rompam com muitas dessas ideias intuitivas que não condizem com o saber científico. Ainda para Pozo (2009, p.196), "Aprender Física exige uma mudança nos supostos conceituais que sustentam as teorias dos alunos permitindo uma evolução para os princípios que caracterizam as teorias científicas."

Por fim, cabe ao professor de Matemática do Ensino Médio apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo. Saber aprender é a condição básica para prosseguir aperfeiçoando-se ao longo da vida. Sem dúvida, cabe a todas as áreas do Ensino Médio auxiliar no desenvolvimento da autonomia e da capacidade de pesquisa, para que cada aluno possa confiar em seu próprio conhecimento. É preciso ainda uma rápida reflexão sobre a relação entre Matemática e tecnologia. Embora seja comum, quando nos referimos às tecnologias ligadas à Matemática, tomarmos por base a informática e o uso de calculadoras, estes instrumentos de maneira alguma constituem o centro da questão. O impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vai exigir competências que vão além do simples lidar com as máquinas. A velocidade do surgimento e renovação de saberes e de formas de fazer em todas as atividades humanas tornarão rapidamente ultrapassadas a maior parte das competências adquiridas por uma pessoa ao início de sua vida profissional.

O trabalho ganha então uma nova exigência, que é a de aprender continuamente em um processo não mais solitário. O indivíduo, imerso em um mar de informações, se liga a outras pessoas, que juntas, complementar-se-ão em um exercício coletivo de memória, imaginação, percepção, raciocínios e competências para a produção e transmissão de conhecimentos. Assim, as funções da Matemática descritas anteriormente e a presença da tecnologia nos permitem afirmar que aprender Física no Ensino Médio deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência e que a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber pensar matemático.

5.2 Competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática

Feitas as considerações sobre a importância da Matemática no Ensino Médio, devemos agora estabelecer os objetivos para que o ensino dessa disciplina possa resultar em aprendizagem real e significativa para os alunos. As finalidades do ensino de Matemática no nível médio indicam como objetivos levar o aluno a:

- compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;

- expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
- estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
- reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação.

Essencial é a atenção que devemos dar ao desenvolvimento de valores, habilidades e atitudes desses alunos em relação ao conhecimento e às relações entre colegas e professores. A preocupação com esses aspectos da formação dos indivíduos estabelece uma característica distintiva desta proposta, pois valores, habilidades e atitudes são a um só tempo, objetivos centrais da educação e também são elas que permitem ou impossibilitam a aprendizagem, quaisquer que sejam os conteúdos e as metodologias de trabalho.

Descuidar do trabalho com a formação geral do indivíduo impede o desenvolvimento do pensamento científico, pois o pano de fundo das salas de aula se constitui dos preconceitos e concepções errôneas que esses alunos trazem sobre o que é aprender, sobre o significado das atividades matemáticas e a natureza da própria ciência. Como vimos, a Matemática integrando a área das Ciências da Natureza e Tecnologia do Ensino Médio, tem caráter instrumental mais amplo, além de sua dimensão própria de investigação e invenção. Certamente, ela se situa como linguagem, instrumento de expressão e raciocínio, estabelecendo-se também como espaço de elaboração e compreensão de ideias que se desenvolvem em estreita relação com o todo social e cultural, possuindo também uma dimensão histórica. Por isso, o conjunto de competências e habilidades que o trabalho de Matemática deve auxiliar a desenvolver pode ser descrito tendo em vista este relacionamento com as demais áreas do saber, cada uma delas aglutinadora de área correspondente no Ensino Médio.

Para que essa etapa da escolaridade possa complementar a formação iniciada na escola básica e permitir o desenvolvimento das capacidades que são os objetivos do ensino de Matemática, é preciso rever e redimensionar alguns dos temas tradicionalmente ensinados. De fato, não basta revermos a forma ou metodologia de ensino, se mantivermos o conhecimento matemático restrito à informação, com as definições e os exemplos, assim como a exercitação, ou seja, exercícios de aplicação ou fixação. Pois, se os conceitos são apresentados de forma fragmentada, mesmo que de forma completa e aprofundada, nada garante que o aluno estabeleça alguma significação para as ideias isoladas e desconectadas umas das outras.

Acredita-se que o aluno sozinho seja capaz de construir as múltiplas relações entre os conceitos e formas de raciocínio envolvidas nos diversos conteúdos; no entanto, o fracasso escolar e as dificuldades dos alunos frente à Matemática mostram claramente que isso não é verdade. Também por isso, o currículo a ser elaborado deve corresponder a uma boa seleção, deve contemplar aspectos dos conteúdos e práticas que precisam ser enfatizados. Outros aspectos merecem menor ênfase e devem mesmo ser abandonados por parte dos organizadores de currículos e professores. Essa organização terá de cuidar dos conteúdos mínimos da Base Nacional Comum, assim como fazer algumas indicações sobre possíveis temas que podem compor a parte do currículo flexível, a ser organizado em cada unidade escolar, podendo ser de aprofundamento ou direcionar-se para as necessidades e interesses da escola e da comunidade em que ela está inserida. Sem dúvida, os elementos essenciais de um núcleo comum devem compor uma série de temas ou tópicos em Matemática escolhidos a partir de critérios que visam ao desenvolvimento das atitudes e habilidades descritas anteriormente.

O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência. As habilidades de descrever e analisar um grande número de dados, realizar inferências e fazer predições com base numa amostra de população, aplicar as ideias de probabilidade e combinatória a fenômenos naturais e do cotidiano são aplicações da Matemática em questões do mundo real que tiveram um crescimento muito grande e se tornaram bastante complexas.

Capítulo 6

Modelagem Matemática

A modelagem é o processo de criação de modelos onde estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mais especificamente, sobre a sua realidade, carregada de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador, onde é possível perceber a estratégia utilizada para obtermos alguma explicação ou entendimento de determinadas situações reais. A utilização da modelagem na educação matemática valoriza o "saber fazer" do aluno do ensino médio, fazendo com que ele desenvolva sua capacidade de avaliar o processo de construção de modelos matemáticos nos diferentes contextos de aplicações dos mesmos, a partir da realidade de seu ambiente.

Trabalhar com Modelagem Matemática no ensino médio não visa simplesmente à ampliação do conhecimento matemático dos professores de Física das escolas públicas, sobretudo, ao desenvolvimento da forma de pensar e agir dos nossos estudantes. Ou seja, é a produção do saber aliado à abstração e formalização interligadas a fenômenos e processos empíricos encarados como situações-problema. Os modelos matemáticos exercem um papel relevante em todo o desenvolvimento da Física, uma vez que compõem uma tríade fundamental para esta área da Ciência: a Física, acima de tudo, apoia-se em formulação de teoria, elaboração de um modelo matemático compatível e experimentação.

As teorias em Física, desde a Mecânica Newtoniana até a Mecânica Quântica, expressam-se por meio de modelos matemáticos, muitas vezes complexos, cuja transposição didática para o Ensino Médio nem sempre é possível de realizar-se, resumindo-se ao seu aspecto conceitual, sem contudo, perder-se de vista o seu conteúdo. Elaborar um modelo matemático de situações que envolvem conceitos físicos no Ensino Médio exige o domínio de ferramentas matemáticas básicas como, por exemplo, as funções de primeiro e segundo graus, utilizadas em Mecânica para o Movimento Uniforme e para o Movimento Uniformemente Variado.

Agregado a esse fator, outra questão relevante consiste na interpretação dos enunciados dos problemas, o que na Física está intimamente relacionada com o entendimento dos conceitos físicos, uma vez que os erros conceituais em Física são constantes no contexto escolar. Os livros didáticos de Ensino Médio procuram apresentar modelos matemáticos que implicam em situações reais, procurando aproximar o ensino do cotidiano do aluno. Tais modelos relacionados a determinados conteúdos implicam em transposição didática desses conteúdos para o grau de ensino apropriado à faixa etária do Ensino Médio. A transposição didática é entendida como sendo um conceito que tem origem na didática francesa, com destaque para Yves Chevallard e Marie-Alberte Joshua (Pietrocola, 2005), e que estabelece os seguintes três níveis de saber: o saber sábio, o saber a ensinar e o saber ensinado, que são importantes nos processos de ensino e de aprendizagem das disciplinas no Ensino Médio.

6.1 A Problemática do ensino da Física e os modelos matemáticos

Dentre as competências a serem desenvolvidas em Física, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, podem ser destacadas algumas habilidades que demonstram estar intimamente relacionadas com a Matemática, tais como compreender enunciados que envolvam códigos e símbolos físicos; ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemática e discursiva entre si; expressar-se corretamente utilizando a linguagem física adequada e elementos de sua representação simbólica e apresentar de forma clara e objetiva o conhecimento apreendido, através de tal linguagem.

Em geral, os professores de Física do Ensino Médio costumam apontar entre as dificuldades apresentadas pelos alunos aquelas relacionadas à interpretação de enunciados/textos e dificuldades em operações matemáticas, asseverando que há também dificuldades em relação à representação simbólica. Acredita-se serem estes problemas pontos cruciais referentes à resolução de problemas em Física que demandam o desenvolvimento de um modelo matemático para expressar uma situação inserida em um conceito físico. É importante ressaltar que os professores de Matemática poderão trabalhar em uma ação colaborativa com os professores de Física visando minimizar as dificuldades que os alunos apresentam em relação às ferramentas básicas necessárias à resolução dos problemas propostos, de modo que em ambas as disciplinas seja possível estabelecer um trabalho com modelagem, com vistas a desenvolver as requeridas competências e habilidades dos alunos.

Uma alternativa para aplicar a modelagem matemática ao ensino de Física no Ensino Médio é por meio da experimentação. Neste caso é necessário que o professor elabore um questionário para levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos relacionados ao tema da experimentação. O questionário deve ser proposto e respondido pelo aluno após a realização do experimento para que se possa verificar a assimilação do conteúdo, bem como é sugerido que os alunos elaborem um relatório descrevendo experimento realizado, momento este oportuno para se trabalhar a escrita. Dessa forma, apresenta-se como exemplo de experimento, o funcionamento de um circuito elétrico (Ferruzi et la, 2004: 1356).

Um dos pontos importantes da modelagem, diz respeito a análise do modelo matemático em si e sua relação com a interpretação dos resultados. A análise dos resultados provenientes do modelo matemático aplicado à Física tende a desenvolver o pensamento crítico e tornar visível a necessidade de compatibilidade com a realidade e sua possibilidade de existência, evitando assim resultados absurdos, não viáveis fisicamente e que, desse modo, não possam ser correlacionados com o fenômeno em estudo, conforme nos coloca Silva e Almeida (2005: 11):

> ”O envolvimento dinâmico do aluno no processo de modelagem contribui muito para isso, pois aprende a tornar-se ativo e a exercer seu poder de escolher e decisão”.

Nesse sentido, deve-se proporcionar momentos em que os alunos discutam os modelos, sua viabilidade e, inclusive, que proponham outros modelos. Nesse processo, é importante valorizar as situações cotidianas dos alunos que envolvem conceitos físicos e estimulá-los a criar os seus próprios modelos, possibilitando o desenvolvimento de habilidades e competências. Vale ressaltar que, ainda a importância de se trabalhar as simbologias, tão essenciais para a modelagem matemática em Física, pois expressam em sínteses as fórmulas que muitas vezes constituem leis físicas. Contudo, deve-se ressaltar a importância de um trabalho interdisciplinar, de caráter integrado entre Matemática e Física, no sentido de desenvolver múltiplas metodologias de ensino que contribuam para uma melhor assimilação e desenvolvimento dos modelos matemáticos, destacando-se a participação ativa do aluno no processo de aprendizagem e a mediação do professor.

6.2 Objetivos da Modelagem para o ensino da Física

Se usarmos um conjunto de símbolos e relações matemáticas a fim de traduzir um fenômeno ou problema real, estaremos utilizando um modelo matemático (Biembengut e Hein, 2003), pois, como afirma Bassanezi (2004):

> ”Um modelo matemático é um conjunto consistente de equações ou estruturas matemáticas, elaborado para corresponder a algum fenômeno que este pode ser físico, biológico, social, psicológico, conceitual ou outro modelo matemático” (p. 170).

Segundo Kneller (1980, apud Pinheiro, 2001) a construção de modelos e teorias utiliza a Matemática de três maneiras:

1. construir um formalismo matemático e posteriormente interpretá-lo fisicamente;
2. buscar entre as funções matemáticas já conhecidas uma que atenda a uma ideia ou hipótese física, o que significa dizer que o cientista tem uma previsão sobre o comportamento de determinado fenômeno e busca uma forma de representar matematicamente seu modelo interpretativo;
3. construir uma função matemática que represente matematicamente o fenômeno físico.

6.3 Etapas da modelagem matemática

De acordo com Biembengut e Hein (2003) o processo de modelagem matemática pode ser realizado, basicamente, em três fases:

- *interação*: É o reconhecimento da situação-problema e a familiarização com o assunto a ser modelado. A situação-problema torna-se cada vez mais clara, à medida que se vai interagindo com os dados.

- *Matematização*: Formulação do problema (hipótese) e resolução do problema em termos do modelo. É aqui que se dá a tradução da situação problema para a linguagem matemática. O objetivo principal deste momento do processo de modelar é chegar a um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébricas, ou gráfico, ou representações, ou programa computacional, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução.

- *Modelo Matemático*: Interpretação da solução e validação do modelo (avaliação). Para concluir o modelo, torna-se necessária uma avaliação para verificar em que nível ele se aproxima da situação-problema representada e, a partir daí, verificar também o grau de confiabilidade na sua utilização.

6.4 Reprodução de modelos a serem aplicados na Física

6.4.1 Energia Mecânica

Para o conteúdo de energia mecânica, o processo de modelagem pode ser feito em algumas etapas, podendo o professor efetuar as modificações peculiares a cada turma. O conteúdo abordado terá como objetivos:

- Verificar algumas formas de energia existentes na natureza;

- Conceituar Energia Cinética ;

- Conceituar Energia Potencial Gravitacional ;

- Mostrar o processo de transformação de energia;

- Expressar um modelo matemático que caracterize a Energia Mecânica ;

- Mostrar o caráter conservativo da Energia Mecânica;

- Enunciar a lei da conservação da Energia.

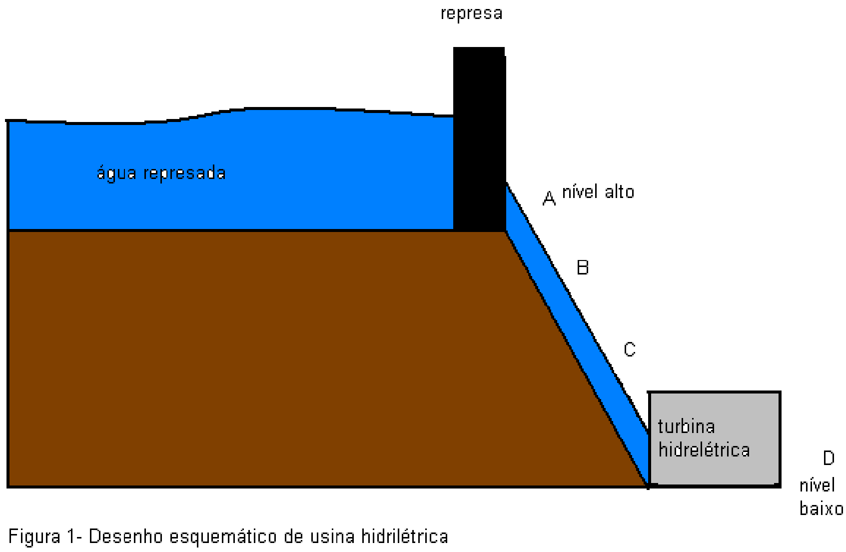

Figura 6.1: Representação esquemática de uma usina hidrelétrica

A representação de uma usina hidrelétrica pode ser utilizado como o estudo de energia mecânica para o aluno do 1º ano do ensino médio da nossa região, pois é importante que o professor estabeleça discussões em sala, fazendo as seguintes perguntas aos alunos:

1. Em que ponto a Energia cinética é máxima?
2. Em que ponto a Energia potencial gravitacional é nula?
3. Em que ponto a Energia cinética é nula?
4. O que acontece com a energia cinética e potencial nos pontos B e C?

É importante que o professor faça uma observação no modelo proposto para os estudantes na seguinte maneira:

Na figura 7.1 considere que a velocidade de certa massa de água no ponto A seja zero (velocidade nula) e que a Energia potencial neste mesmo ponto seja 10 unidades de energia. Responda as questões que seguem e complete a tabela a seguir. Quanto vale a Energia cinética no ponto A? Quanto vale a Energia potencial no ponto B? Quanto vale a Energia cinética no ponto C? Quanto vale a Energia potencial gravitacional no ponto D? De posse do modelo proposto pelos alunos, o professor deverá pedir para que os mesmos digam o que eles entendem por energia mecânica. Pois dessa forma, os alunos desenvolvem uma equação matemática para encontrar a solução do problema proposto relacionado á energia mecânica:

$$\boxed{\text{Energia mecânica} = \text{Energia cinética} + \text{Energia Potencial}(A+B+C+D)}$$

Sendo que a fórmula da energia potencial gravitacional é dada por:

$$E_p = mgh$$

e a energia cinética é descrita por:

$$E_c = \frac{mv^2}{2}$$

É desta maneira que o aluno encontra este resultado, baseado no modelo proposto na figura, onde se torna possível calcular o fluxo de água que ocorre em uma usina hidrelétrica.

Proposta Metodológica

O professor deverá mostrar que a nergia potencial pode ser transformada em energia cinética, para isso, é fundamental o professor explicar que a energia potencial gravitacional depende da altura, ou seja, devemos descrever que a potencial é nada mais que a energia armazenada num sistema físico.

Para ensinar energia cinética o professor deverá usar uma metodologia prática, de modo que seus alunos venham a compreender o conceito de energia cinética. Então foi proposto ao professor de Física realizar uma aula diferenciada da seguinte maneira:

A experiência consistia em que os alunos formassem um círculo voltados para o lado externo, dentro do qual permanecia um deles. O aluno **A**, que estava no interior do círculo deveria circular e, sutilmente, soltar um lenço atrás de um aluno **B** qualquer que ele escolhesse. Assim que o aluno **B** se desse conta do lenço colocado atrás dele, deveria pegar o lenço e sair correndo até alcançar **A**, que por sua vez tentaria tomar a posição de **B** no círculo, deixando que o aluno **B** (agora transformado em **A**) experimentasse ficar no seu interior. O aluno atrás do qual fora deixado o lenço, deveria evitar que o **A** tomasse o seu lugar. O círculo tinha distâncias demarcadas, possibilitando ao aluno desenvolver maior velocidade para alcançar o que havia soltado o lenço.

Após a brincadeira, os alunos irão concluir que quanto maior a velocidade, maior será a energia cinética desenvolvida, ficando assim muito mais simples a explicação da referida fórmula.

Uma turma do primeiro ano, com 40 alunos, normalmente é agitada e brinca muito enquanto o professor explica a matéria, dificultando a apreensão do conhecimento. A metodologia proposta solicita uma cumplicidade dos alunos, ao mesmo tempo em que propicia uma forma mais dinâmica e interessante ao conteúdo, contribuindo de forma mais efetiva para o processo de ensino aprendizagem.

6.4.2 Formação de imagens em espelhos planos

Quando dois espelhos planos se defrontam, de modo que suas superfícies formem um ângulo diedro α é igual a luz proveniente de um ponto objeto P, colocado entre eles, sofre várias reflexões dando origem a várias imagens. O objetivo é propor um modelo simples de imagem formada por dois espelhos, de modo que o aluno do 2º ano do ensino médio interaja com o conteúdo de ótica geométrica. O professor de Física deve propor a modelagem matemática para este conteúdo de modo a adotar os seguintes procedimentos:

- Constatar que dois espelhos planos, posicionados de forma que formem um ângulo diedro α entre si, podem formar várias imagens e o que o número delas depende do ângulo por eles formado.
- Elaborar um Modelo Matemático que relacione o número de imagens e o ângulo diedro α formado entre os dois espelhos.

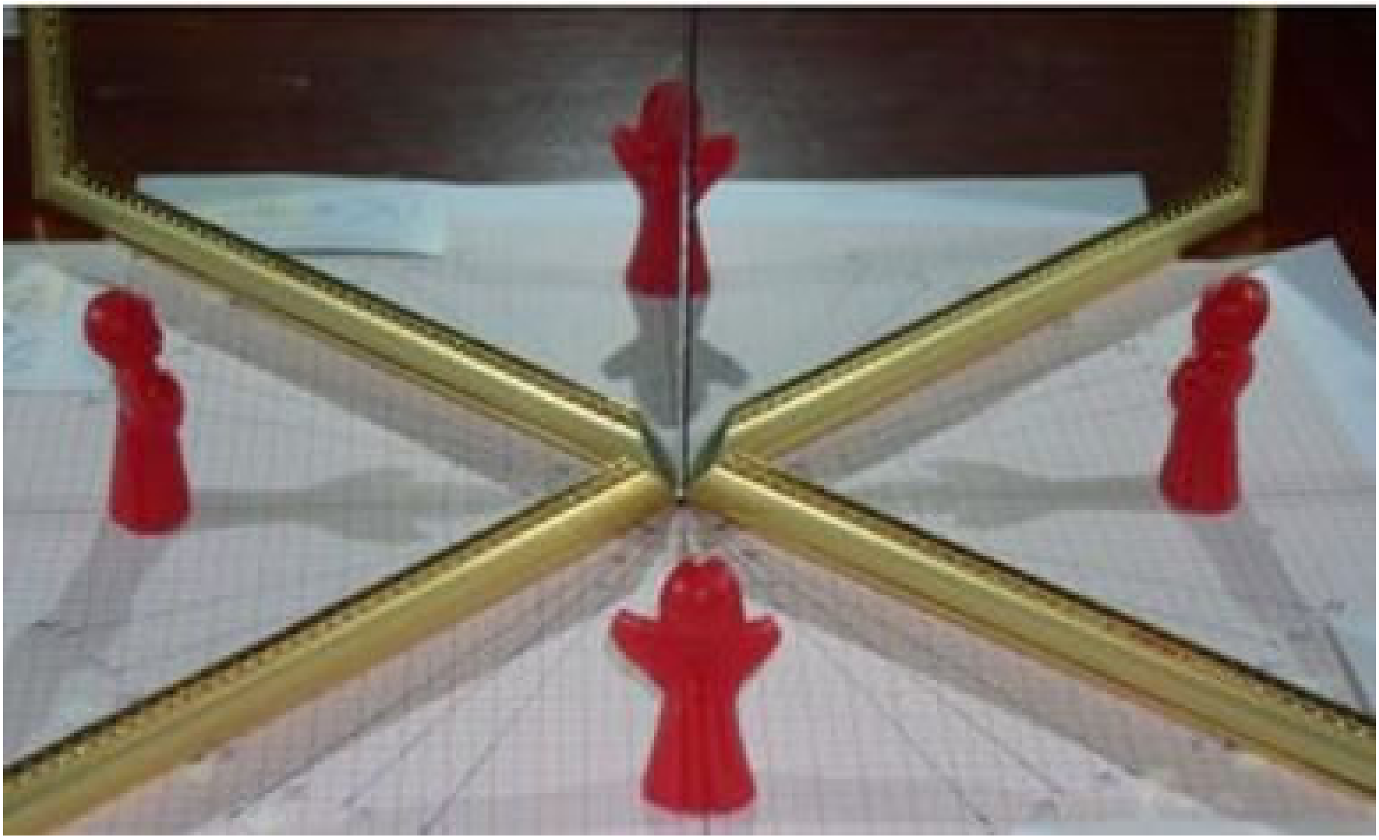

Figura 6.2: Imagens formadas por dois espelhos a partir de um objeto

Proposta Metodológica

O professor deverá realizar um experimento simples em sala de aula, a fim de que os alunos venham a compreender este assunto de suma importância da Física. Então ele manda os alunos trazerem seus espelhos e determina que eles unem os espelhos fixando fita adesiva na sua parte posterior. Em seguida deverão instalar o conjunto sobre uma mesa formando, com o auxílio do transferidor, um ângulo reto entre os espelhos e colocar o objeto entre os espelhos.

Pois os alunos irão observar que aparecem três imagens. A imagem no espelho 1 é produzida pelo ponto **A**, que se encontra na posição perpendicular e à mesma distância; da mesma forma, o espelho 2 produz outra imagem do ponto **B**; Aparece, ainda, a imagem **C**, variando-se, lentamente, o ângulo entre os espelhos, observa-se que o número de imagens varia, portanto, ambas as grandezas ângulo entre os espelhos e número de imagens formadas estão relacionadas.

Considerando α como sendo o ângulo formado por dois espelhos planos com as superfícies refletoras se defrontando. os alunos irão verificar que a quantidade de imagens formadas por um objeto P, colocado entre os dois espelhos pode ser determinada pela equação:

$$N = \frac{360^0}{\alpha} - 1$$

Onde "N" é o número de imagens, e o ângulo α deve ser expresso em graus. Quando a expressão $\frac{360^0}{\alpha}$ for um número par, o ponto objeto P poderá assumir qualquer posição entre os dois espelhos.

Se a expressão $\frac{360^0}{\alpha}$ for um número ímpar, o ponto objeto P, deverá ser posicionado no plano bissetor de α.

6.5 Reflexões sobre a metodologia da modelagem matemática

Pelo que foi exposto, pode-se notar que a modelagem matemática como metodologia aplicada ao ensino de Física torna-o mais contextualizado e significativo, uma vez que o aluno retira da realidade ao seu redor as informações necessárias para recriar um modelo matemático, pois como afirma Júnior e Espírito Santo (2004):

> ”A modelagem oferece uma maneira de colocar a aplicabilidade da matemática em situações do cotidiano, no currículo escolar em conjunto com o tratamento formal que é predominante no modelo tradicional, facilitando sua aprendizagem e tornando-a mais significativa” (p. 78).

O caráter interdisciplinar entre Física e Matemática fica evidente quando o professor utiliza a modelagem para o ensino de Física. Assim, o ponto de convergência e a complementaridade, citados nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) entre as disciplinas é alcançado durante o processo de modelagem do fenômeno físico. O papel do professor também se altera. Usando a modelagem como metodologia de ensino na aprendizagem de Física, o professor passa a ser um orientador, mediador do conhecimento. Isso modifica profundamente o paradigma vigente no ensino de Física, onde o professor é o centro do processo ensino-aprendizagem.

Alguns alunos do 3º ano do Ensino Médio relatam que os outros assuntos considerados *difíceis* da Física fossem explicados através da modelagem matemática. Esse pedido dos alunos é importante, pois, pôde-se perceber que a modelagem fez com que um assunto *difícil* ficasse mais *fácil* para os alunos. Isso, talvez, deveu-se; porque durante o processo de modelagem, o aluno começa a descobrir a Física ao seu redor, ou seja, os conceitos físicos não são impostos pelo professor de forma pronta e acabada, mas retirados da situação-problema pelos próprios alunos. Desta maneira, os conceitos físicos fazem sentido para o aluno, tornando o ensino, assim, mais *prazeroso*.

Capítulo 7

Modelos Exponenciais

Neste capítulo será apresentado alguns modelos exponenciais, envolvendo funções exponenciais e logarítmicas aplicadas à realidade e que poderão ser utilizadas com alunos do Ensino Médio e do Nível Superior.

Em geral, a função exponencial é apresentada na forma $f(x) = a^x$, onde a é uma base maior que zero, diferente de 1 e $x \in \mathbb{R}$. Por outro lado, a função logarítmica é dada pela função inversa da função exponencial da seguinte forma $f(x) = \log_a x$ lembrando que o logaritmo de um número positivo x, num sistema de base $a > 0$, é o expoente ao qual y deve-se elevar a base a demodo que se tenha $a^y = x$

7.1 Juros Contínuos

Antes de ser considerado juros contínuos devemos perceber que, em geral, o regime de juros praticado no dia a dia é o de juros compostos, pois comumente a capitalização de quantias ocorre sempre em relação ao período anterior considerado. O fato de exibirmos o tema juros contínuos e compostos reside na relação com a função exponencial, e para entendermos melhor essa situação observemos o que acontece no seguinte exemplo:

imagine que desejamos capitalizar uma quantia de R$ 100,00 a uma taxa de 5% ao mês num regime de juros compostos, num período de 3 meses. Dessa maneira teremos a seguinte situação:

- Ao final de ummês teremos a quantia de: R$(100.1,05) = R$ 105,00
- Ao final de dois meses teremos a quantia de: R$(100.1,05.1,05) = R$(100. 1,052) = R$110,25
- Ao final de três meses teremos a quantia de: R$(100.1,05.1,05.1,05) = R$(100 = 1,053) = R$115,76.

Nesse exemplo percebe-se realmente que a capitalização, por meio do regime de juros compostos, está associada a uma progressão geométrica, de razão 1,05, que por sua vez, está ligada a uma função exponencial. Pois é percebido que ao final de n meses (período discreto) teremos em mãos a quantia $100.(1,05)^n$, em reais. Agora o interesse está no estudo dos juros contínuos, pois é comumque em algumas instituições financeiras as políticas sobre a composição de juros sejam diferentes. Por exemplo, algumas capitalizam os juros mensalmente, outras semanalmente e outras ainda podem capitalizar diariamente. Dessa forma se faz necessário o cálculo dos juros de forma contínua,da seguinte forma:

Um capital c, empregado a uma taxa de k por cento ao ano rende no fim de um ano juros no valor de $kc/100$. Pondo $\alpha = k/100$, temos que c renderá, no fim de um ano, juros no valor de $\alpha.c$. Decorrido um ano, o capital torna-se igual a $c + \alpha.c$, ou seja, $c.(1 + \alpha)$. Passado dois anos, o novo capital $c_1 = c.(1 + \alpha)$, empregado à mesma taxa, tornar-se-á igual a $c_1.(1 + \alpha) = c.(1 + \alpha)^2$. Logo, em m anos anos teremos o capital $c.(1 + \alpha)^m$. Devemos perceber que a fórmula $c.(1 + \alpha)^m$ é a generalização de capitalização composta.

Além da forma composta, pode-se usar essa generalização para capitalização mais vezes ao longo de um período, de tal forma que consigamos isso a cada instante n.

Tomando uma fração 1/n de ano, o capital c, empregado a mesma taxa de juros, deverá render $\alpha.c/n$ de juros, de modo que, decorrida a fração 1/n de ano, o capital c transforma-se em

$$c_1 = c + \frac{\alpha.c}{n} = c.(1 + \frac{\alpha}{n})$$

Empregando o novo capital c1 e esperando mais 1/n de ano, obtém-se $c_1.(1+\frac{\alpha}{n})$ ou seja, $c.(1+\frac{\alpha}{n})$ Prosseguindo assim, percebe-se que ao dividirmos o ano em n partes iguais, e decorridos cada um desses períodos de 1/n de ano, capitalizaremos os juros rendidos, reinvestindo sucessivamente à mesma taxa, teremos ao fim do ano, ao invés de $c.(1 + \alpha)$, um capital maior, a saber:

$$c.(1 + \frac{\alpha}{n})^n$$

Antes de contiuarmos, precisamos analisar o que acontece com a expressão:

$$(1 + \frac{\alpha}{n})^n \tag{7.1}$$

à medida que n se torna cada vez maior, pois esta é uma situação em que o professor pode explorar com o aluno, para verificar se algo de interessante ocorre mediante substituição de valores crescentes de n. Dessa forma podemos recorrer a uma tabela para perceber que a expressão (8.1) ficará cada vez mais próxima do número irracional e = 2,718281828. . . .

Analisando a tabela percebe-se que quando $\alpha = 100\%$ tem-se a expressão (8.1), quando n for cada vez maior, ou seja, $n \to \infty$ tem-se a seguinte situação:

$$c.(1 + \frac{1}{n})^n \to c.e$$

Generalizando temos:

$$(1+\frac{\alpha}{n})^n \rightarrow c.e^{\alpha}$$

n	$(1+\frac{1}{n})^n$
1	2
2	2,25
3	2,37037
4	2,44141
5	2,48832
10	2,59374
100	2,70481
1000	2,71692
10000	2,718146
100000	2,718268

Tabela 1: Alguns resultados da aplicação da função descrita em (8.1), para valores crescentes de n.

7.1.1 Proposta Metodológica: juros simples

O professor deverá propor o seguinte problema para os seus alunos:

Calcular os juros simples obtidos e os montantes (mês a mês) de um aplicação financeira no valor de R$ 100,00 à taxa de 10% ao mês, durante quatro meses.

Então o docente em si, deverá pedir para os seus alunos, individualmente, resolverem o problema em uma folha avulsa. Em seguida eles deverão trocar entre si.

O professor deverá convidar um aluno para apresentar sua resposta no quadro.

Independente de a resposta do aluno dada no quadro está certa ou não, o aprendizado está sendo disseminado na sala de aula, pelo fato de que o conteúdo ”juros contínuos” se faz presente no nosso cotidiano. Pois há inúmeras aplicações desta temática ao nosso dia a dia, fazendo com que o professor estabeleça diversos problemas matemáticos tais como: prestação de geladeira, caderneta de poupança, taxa de desconto, tarifa de cheque especial, juros de empréstimos bancários, financiamentos de veículos, prestações de apartamentos, etc.

7.2 Decaimento radioativo

O processo de desintegração radioativa é aquele no qual os átomos de uma substância (como rádio ou o urânio) possuem uma tendência natural a se desintegrarem, emitindo partículas e transformando-se em outras substâncias.

Assim sendo, com o passar do tempo, a quantidade de substância original diminui. Isto é feito de tal maneira que, num determinando instante, a quantidade de matéria que se desintegra de um corpo é proporcional à quantidade de substância presente naquele momento. A constante de proporcionalidade α, que é uma medida da velocidade na qual determinada substância é decomposta com o passar do tempo, é determinada experimentalmente, pois essa constante varia de substância para substância, e de isótopo para isótopo. Para entender melhor o que acontece na situação de desintegração, considere um corpo de massa M_0, formado por uma substância radioativa cuja taxa de desintegração é α.

Se a desintegração se processa instantaneamente, então temos que decorrido o tempo t = 1 segundo, haverá uma perda de αM_0 unidades de massa, restando apenas a quantidade $M_1 = M_0(1-\alpha)$. Decorridos 2 segundos, a massa restante é $M_2 = M_1(1-\alpha) = M_0(1-\alpha)^2$. E em geral, passados s segundos, restará a massa

$$M_s = M_0(1-\alpha)^s$$

Procurando uma aproximação melhor para o fenômeno, fixe um inteiro n > 0 e imagine que a desintegração se dá em cada intervalo de 1/n de segundo. Depois da primeira fração 1/n de segundo a massa do corpo se reduzirá ao valor

$$M_0 - (\frac{\alpha}{n}).M_0 = M_0(1 - \frac{\alpha}{n})$$

Decorrido 1 segundo, ocorrerrão n desintegrações instantâneas e, efetuadas as n reduções, restará no corpo a massa $M_0.(1-\alpha/n)^n$.Dividindo o intervalo [0,1] em um número n cada vezmaior de partes iguais, chega-se à conclusão de que, ao final de 1 segundo, a massa do corpo ficará reduzida a

$$\lim_{n\to\infty} M_0(1 - \frac{\alpha}{n})^n = M_0.e^{-\alpha}$$

que fornece amassa do corpo depois de decorridos t segundos.

O número e será analisado de umponto de vista mais teórico no final desta seção, pois até agora usamos um ponto de vista mais intuitivo. Acredita-se na importância do professor conheçer um pouco mais sobre o número e (número de Euler) e perceber que será um grande facilitador da modelagem, principalmente pelo fato de que ele aparece naturalmente em diversos modelos como os já mostrados.

7.3 O método do carbono 14

O método do Carbono 14 é um modelo de funções exponeciais, mas antes é importante entender o que é o método do Carbono 14, indicado por C^{14}. O Carbono 14 é um isótopo radioativo do Carbono, formado na atmosfera devido ao bombardeio da terra por raios cósmicos. Através dos tempo, a quantidade de C^{14} na atmosfera tem se mantido constante porque sua produção é compensada por sua desintegração. Os seres vivos absorvem e perdem C^{14} de modo que, em cada espécie, a taxa de C^{14} também se mantém constante. O C^{14} é criado nos vegetais durante o processo da fotossíntese e absorvido pelos animais através da ingestão, direta ou indireta, de vegetais. Quando o ser morre, a absorção cessa mas o C^{14} nele existente continua a desintegrar-se. Este fato pode ser usado para determinar a idade de um fóssil ou de um objeto muito antigo feito de madeira.

Para isto, sabe-se empiricamente que a meia-vida do C^{14} é 5730 anos. Mas o que é meia-vida? Meia-vida é um conceito fácil, porém os alunos na sua maioria não entendem a sua essência. Por isso, apresenta-se o conceito correspondente a seguir: *Meia-vida de uma substância radioativa é o tempo necessário para que uma dada quantidade da substância se reduza à metade*.

O que precisa ficar claro para o aluno e também para o professor é que o tempo de meia-vida independe da massa da substância, conforme será visto a seguir.

Sabendo que um certo elemento radioativo tem *meia-vida* igual a t_0 unidades de tempo, isto significa que uma unidade de massa desse elemento se reduz à metade no tempo t_0. Assim pela definição de meia-vida tem-se:

$$M(t) = \frac{M_0}{2} \rightarrow \frac{M_0}{2} = M_0.e^{-\alpha.t}$$

Assim,

$$\frac{1}{2} = e^{-\alpha.t_0}$$

Aplicando logaritmos e suas propriedades, temos:

$$\ln\frac{1}{2} = -\alpha.t_0$$

ou ainda:

$$-\ln 2 = -\alpha.t_0$$

Disso segue que:

$$\alpha = \frac{ln2}{t_0} \tag{7.2}$$

Analisando (7.2) e isolando t_0, temos t_0 em função da taxa de desintegração α, o que nos permite encontrar a meia-vida, a saber:

$$t_0 = \frac{\ln 2}{\alpha}$$

Agora que sabemos encontrar a meia-vida de uma substância qualquer, aplicar-se-a esse conhecimento para a constante de desintegração do C^{14}. Sabemos por experimentações que a meia-vida do C^{14} é 5730 anos. Usando (8.2), segue que a constante de desintegração é:

$$\alpha = \frac{\ln 2}{5730} = \frac{0,6931}{5730} = 0,00012096 \tag{7.3}$$

Nessa situação é apresentado como o uso modelo do C^{14} pode ser útil para acabar com a seguinte controvérsia: Foi encontrado num castelo inglês uma velha mesa redonda de madeira que muitos afirmavam ser a famosa Távola Redonda do Rei Artur, soberano que viveu no século V. Por meio de um contador Geiger (instrumento que mede radioatividade) constatou-se que a massa M = M(t) de C^{14} hoje existente na mesa é de 89,4% da massa de C^{14} que existe num pedaço de madeira viva com o mesmo peso da mesa.

Sabe-se que $M = M_0 e^{-\alpha.t}$. Fazendo as substituições temos que $0,894.M_0 = M_0.e^{-0,00012096t}$.

Portanto, conclui-se que o tempo em anos do pedaço de madeira encontrado é aproximadamente:

$$t = -\frac{\ln 0,894}{0,00012096} = 926 anos$$

Analisando a situação, percebe-se que se a mesa fosse da Távola Redonda, deveria ter mais de 1500 anos. Portanto conclui-se que o pedaço de madeira não é da referida Távola Redonda. Deve-se perceber que na situação descrita acima, é necessário o conhecimento de logaritmos como uma ferramenta auxiliar na hora de resolver uma dada equação exponencial com bases diferentes. Uma outra situação onde o conhecimento de funções exponenciais pode ser usado, é do resfriamento de um corpo, onde é usada a Lei do, Resfriamento de Newton.

7.3.1 Proposta Metodológica: Meia-vida de elementos radioativos e a matemática

Para o professor ensinar os seus alunos os conteúdos sobre decaimento radioativo e meia vida, deverá fazer uma aplicação da matemática na química, mais precisamente o uso de funções exponenciais no estudo de materiais radioativos. A humanidade sempre conviveu com a radioatividade, quer seja de origem natural ou induzida. Isso mesmo, além da radioatividade produzida pelo próprio homem, há aquela que surge diretamente da natureza. Até mesmo em vegetais pode ser detectada a radioatividade.

Dando ênfase ao método do **carbono 14**, o professor deverá explicar aos seus alunos que a meia-vida é o tempo necessário para que a atividade radioativa de um elemento seja reduzida pela metade. Após o primeiro período de meia-vida de um elemento, apenas metade de seus átomos apresentam radioatividade. Após o segundo período, apenas $\frac{1}{4}$ dos átomos. Apenas 1/8 dos átomos apresentarão radioatividade após o terceiro período de meia-vida, e assim por diante. Para melhor compreensão dos nossos alunos, o fenômeno meia-vida apresenta o comportamento de uma função exponencial.

Então o professor deve propor que um determinado elemento possua x átomos com atividade radioativa. Após o primeiro período de meia-vida, o número de átomos radioativos será de x/2. Em seguida, após o terceiro período de meia-vida, o número de átomos será de x/4 e x/8 após o quarto período. Analisando a sequência: x, x/2, x/4, x/8...Onde os alunos irão concluir que o termo geral é da forma:

$$n = \frac{x}{2^t}$$

Onde:

n é o número de átomos radioativos após um período de meia-vida;
x é o número inicial de átomos radioativos do elemento;
t é o período de meia-vida.

7.4 Resfriamento de um corpo

O resfriamento de um corpo possui uma situação análoga à desintegração radioativa pois, pode-se associar a esse fenômeno um modelo de decaimento exponencial. Analisando a situação temos um objeto aquecido, colocado num meio mais frio (ar ou água por exemplo), e cuja grande massa faz com que a temperatura desse meio permaneça praticamente constante, sem ser afetada pela presença do objeto mais quente. Sendo assim, a *Lei do Resfriamento de Newton* afirma que, nessas condições, a diferença de temperatura D, entre o objeto e o meio que o contém, decresce com um taxa de variação proporcional a essa própria diferença. Como no caso da desintegração radioativa, esta lei se traduz matematicamente da seguinte forma: chamando D_0 a diferença de temperatura no instante t = 0 e D(t) a diferença num instante t qualquer, tem-se:

$$D(t) = D_0 e^{-\alpha.t}$$

onde a constante α depende do material de que é constituida a superfície do objeto.

7.4.1 Proposta Metodológica: a temperatura do café

O professsor pode utilizar em sala de aula o modelo da lei do resfriamento de Newton no caso de uma xícara de café quente, quando deixado para esfriar. Para esta atividade sugere-se dividí-la em três etapas, a seguir:

1. apresentação do texto que apresenta a **Lenda do Café**.

2. questionamentos que o professor pode fazer após a leitura do texto.

Segue alguns exemplos:

- Quanto tempo devemos esperar para que o café esfrie sem o risco de queimar a lingua?
- Por que o café esfria?
- Qual é a relação entre a temperatura do café e a do ambiente que o cerca?

3. Para responder a alguns dos questionamentos sugere-se o texto sobre a lei do resfriamento de Newton a seguir:

"A Lei de resfriamento de Newton é uma das leis básicas da física e de ampla aplicação. Por exemplo, essa lei garante que à medida que o café esfria, a taxa de esfriamento correspondente diminui, pois a diferença de temperatura entre o café e o ar diminui. A fórmula é simples e está associada ao nosso objeto de estudo: as funções exponenciais. Assim, a lei do resfriamento de Newton ajudará na determinação do tempo necessário para que, por exemplo, o leitor e sua família saboreiem uma boa xícara de café sem queimar a língua. Assim, um objeto quando colocado em um ambiente com uma temperatura diferente da sua, tende a entrar em equilíbrio térmico com a vizinhança. Esse equilíbrio térmico segue a seguinte lógica: se este objeto estiver a uma temperatura mais alta do que a sua vizinhança, ele perderá calor para o ambiente e esfriará; caso contrário, esquentará. Dessa forma, a taxa de resfriamento de um objeto depende da diferença de temperatura entre este e o ambiente. A lei do resfriamento de Newton afirma que, para pequenas diferenças de temperaturas, a taxa de resfriamento é aproximadamente proporcional à diferença de temperatura. Um corpo que não possui internamente nenhuma fonte de calor, quando deixado em meio ambiente na temperatura T, tende àquela do meio que o cerca Ta (temperatura ambiente). Assim, se a temperatura $T < Ta$, esse corpo se aquecerá e caso, contrário, se resfriará."

Após a leitura do texto, o professor deve apresentar aos seus alunos o questionamento: "Se uma xícara de café estava a uma temperatura de 95^0C e esfriou para 85^0C em um minuto em uma sala a 16^0C, em quanto tempo esse café atingirá a temperatura de 60^0C, sendo possível tomá-lo sem riscos de queimadura?" Agindo como mediador o professor juntamente com os aluno deverá encontrar 3,57min como o tempo necessário para que o café mantenha o sabor sem o risco de queimadura.

7.4.2 Criminalística: a hora da morte

Nesta situação-problema continuaremos o estudo da Lei do Resfriamento de Newton no caso da morte de Dona Florinda Flores, sugere-se então que o professor de Física analise o seguinte texto com os alunos:

"O corpo de Dona Florina Flores foi encontrado por volta das 18:15 por uma amiga, sendo que os vizinhos disseram que ela foi vista viva por volta das 12:30. O principal suspeito é o jardineiro, pois o mesmo foi visto trabalhando na casa de Dona Florinda por volta das 12:30, e ficou por lá até às 13:30. Logo após, ele foi visto pegando o ônibus em direção ao outro serviço, que fica do outro lado da cidade, às 14:30."

"Para determinar a hora da morte, o delegado informa que: a temperatura do corpo encontrado às 18:23 era de 32^0C *e a temperatura ambiente era de* 28^0C*. Partindo do fato que a temperatura média de uma pessoa sem febre é de* $36,5^0$C *e o tempo que levaria para que o corpo de Dona Florinda esfriar e chegar à temperatura de* 28^0C *é de aproximadamente 6 horas, é possível determinar se o jardineiro foi o autor do crime?" Para resolver esse mistério juntamente com os professores o aluno deve analisar a seguinte função:*

$$Tc(t) = t_i(0).e^{r.t}$$

.

O professor agindo como mediador deverá juntamente com o aluno encontrar que Dona Florinda morreu cerca de 3 horas antes dela ter sido encontrada por sua amiga, isentando o jardineiro do crime. Algo importante a ressaltar para os professores é o fato de que as funções exponenciais aqui apresentadas não são obtidas de forma trivial, pois a maioria são soluções de equações diferenciais.

7.5 Pressão atmosférica

A pressão atmosférica é outra situação em que aparece a função exponencial, e que *o professor poderá usar como um modelo inédito para os alunos.* O exemplo a seguir, sobre pressão atmosférica, diz o seguinte: A pressão atmosférica é a pressão exercida pela camada de moléculas de ar. Como a grandeza pressão é a força exercida por unidade de área, temos que a pressão atmosférica num dado ponto do planeta mede a força exercida pelo ar numa região próxima daquele ponto. À medida que a altura h em relação ao nível do mar aumenta, a pressão atmosférica diminui, não somente porque a coluna de ar acima do dado ponto diminui, mas também em virtude de o ar se tornar mais rarefeito, e portanto pesar menos. Prova-se, como consequência da Lei de Boyle, que se p_0 é a pressão atmosférica ao nível do mar, então a pressão a uma altitute h é

$$p(h) = p_0 e^{-\alpha . h}, \tag{7.4}$$

onde α é constante. A pressão atmosférica p = p(h) pode ser medida diretamente por um instrumento chamado *barômetro*.

Um exercício que pode ser proposto é aquele em que, medindo-se a pressão atmosférica em dois pontos cujas altitudes h_1 e h_2 são conhecidas, pede-se para determinar a constante α. Chamando de p_1 e p_2 as pressões verificadas nas alturas h_1, e h_2, respectivamente, temos de (8.4) que

$$p_1 = p_0 e^{-\alpha . h_1}$$

$$p_2 = p_0 e^{-\alpha . h_2}$$

Dividindo uma equação pela outra, temos:

$$\frac{p_1}{p_2} = e^{-\alpha(h_1 - h_2)}$$

,

e por fim, ao aplicarmos o logaritmo a ambos os membros, podemos isolar a constante α pedida, a saber:

$$\alpha = \frac{\ln(p_1/p_2)}{h_2 - h_1} = \frac{\ln(p_2/p_1)}{h_1 - h_2}$$

Pode-se notar que, por exemplo, conhecendo a constante α e possuindo um barômetro, podemos a cada momento determinar a que altura h um dado avião voa, por meio da fórmula abaixo, obtida ao isolarmos a altura h na equação (8.4):

$$h = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{p_0}{p}$$

,

onde p_0 é a pressão ao nível do mar e p = p(h) é a pressão medida pelo barômetro no momento dado, no avião.

7.5.1 Proposta Metodológica: Experimento sobre pressão atmosférica

Sabemos que é de suma importância a utilização, nas aulas de Física, de experimentos que tenham por finalidade auxiliar os alunos no entendimento de determinado assunto. Sendo assim, em suas aulas o professor tem a possibilidade de elaborar algumas experiências simples que podem auxiliá-lo na explicação do conteúdo e despertar o interesse por parte dos alunos pelo assunto estudado.

É interessante que tais atividades sejam realizadas com materiais encontrados no dia a dia, a fim de que todos os alunos possam participar da atividade. Caso seja um experimento simples, o professor pode propor uma atividade individual; se, porventura, for um experimento mais complexo, pode ser proposta a atividade em grupo.

Nos estudos relacionados à hidrostática algumas experiências simples e de baixo custo podem demostrar alguns dos seus princípios. Sendo assim, consideramos que essa atividade proposta tem por finalidade auxiliar professor e aluno na demonstração de como a pressão atmosférica, atuando sobre um copo com água, impede que ele se esvazie mesmo sendo virado para baixo.

Para a realização dessa atividade serão necessários copos com água e pedaços quadrados de cartolina. Tais quadrados podem ser poucos centímetros maiores que o diâmetro (boca) do copo.

Para fazer o experimento é necessário que se encha bem o copo com água, se possível deixando-o até a borda com água. Depois, coloca-se sobre ele o pedaço quadrado de cartolina, tomando cuidado para que nenhuma bolha de ar se estabeleça dentro do copo.

Segurando com firmeza o pedaço de cartolina contra a boca do copo, será necessário virá-lo de cabeça para baixo com bastante cuidado. Depois, retira-se a mão de debaixo da cartolina. Após todo esse processo, o cartão permanecerá vedando a boca do copo, mesmo depois de solto.

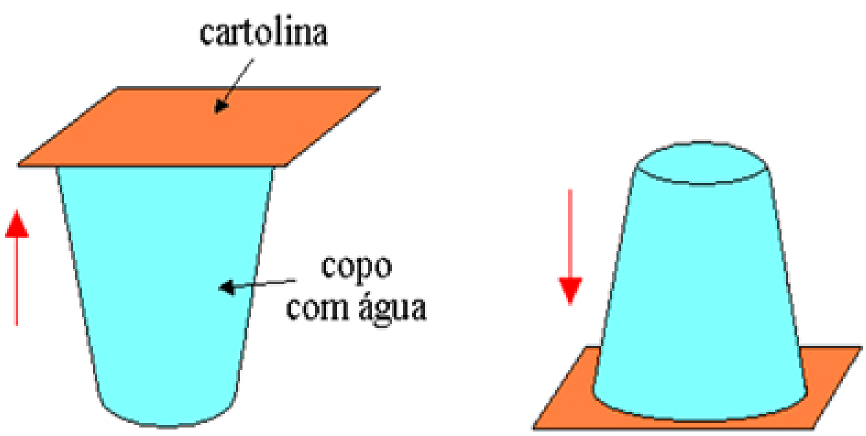

Figura 7.1: Experimento feito com o copo de água

O professor, antes de dar a resposta de porque o cartão permanece no copo fazendo com que a água não saia, ele deve pedir para que os alunos respondam o que está acontecendo e perguntar sobre como e onde a pressão atua no experimento. Posteriormente será explicado para toda a sala o fenômeno que está por trás do experimento.

É importante explicar aos alunos que a pressão atmosférica, que está agindo de fora para dentro do copo, é maior que a pressão da água, que age de dentro para fora do copo, e que isso impede a cartolina de cair. A pressão atmosférica é capaz de equilibrar uma coluna de água de até 10 metros de altura.

7.6 Eliminação de álcool ingerido

O exemplo da eliminação do álcool, foi realizado na PUC CAMP em 1998 no curso de Modelagem. Nesse curso, foi mostrado que o álcool ingerido por um indivíduo sofre um processo de eliminação gradual através da urina, suor e respiração. O bafômetro, utilizado pela polícia rodoviária para detectar o teor alcoólico entre consumidores de bebida alcoólica, mede a concentração de álcool eliminado pelos pulmões. Durante esse período, os alunos do curso de Modelagem tomaram algumas medidas de concentração alcoólica, utilizando um bafômetro construído por eles. Dessa forma, a primeira medida foi tomada 70 minutos após terem ingerido aproximadamente 10 copos de cerveja. Após esta medida eles pararam de beber e foram feitas outras 2 medidas subsequentes. Os valores obtidos na tabela a seguir são médios, levando-se em conta o peso de cada participante:

Tempo(Min.)	Concentração média de álcool(g/L)
70	0,95
75	0,76
155	0,46

Como estamos analisando funções exponenciais e logarítmicas, é de se esperar que a eliminação de álcool no organismo seja proporcional à quantidade existente em cada instante. Assim, o modelo proposto para essa situação é a da função exponencial que obedece a seguinte lei:

$$c(t) = c_0.e^{-kt},$$

onde c_0 é a concentração inicial, ou seja, o valor obtido quando os indivíduos pararam de beber. Ao considerarmos o ajuste exponencial dos dados experimentais, chega-se ao seguinte modelo:

$$c = 1,472.e^{-0,0075t}, t \geq 70.$$

Fazendo a mudança de variável $\ell = t - 70$ na equação acima, obtendo $\ell = 0$ quando t = 70, podemos escrever a equação acima como:

$$c(t) = 0,8683.e^{-0,0075\ell}, \ell \geq 0.$$

Dessa forma, obtem-se uma função que determina o tempo para eliminação do álcool ingerido. Vale ressaltar que essa função é válida para indivíduos com média de 72Kg, sendo essa a média obtida dos participantes do experimento.

7.6.1 Proposta Metodológica de Ensino e Contextualização

Por acreditar-se que o ensino de Matemática diante da atual estrutura organizacional em que se encontra, pode ser transformado, e que a Modelagem Matemática oportuniza essa transformação, através do uso dessa proposta, tendo como objetivo desenvolver a ”Função Exponencial”, direcionando-a para o assunto drogas e mais especificamente sobre o uso do álcool e suas implicações para a saúde do ser humano.

Pretende-se assim, verificar em uma experiência concreta de ensino, se o emprego dessa estratégia de ensino-aprendizagem que facilita tanto a assimilação e a construção de conhecimentos matemáticos, quanto à conscientização dos alunos sobre os efeitos maléficos causados por drogas como o álcool.

O alcoolismo é um dos principais problemas de saúde pública. A relação do álcool e várias doenças já está plenamente demonstrada. É grande o consumo de drogas, principalmente entre os jovens, e muitas vezes o consumo de drogas ilícitas, cujos efeitos são ainda mais danosos à saúde, começa pelo consumo das lícitas, como a cerveja e o cigarro. A partir da pesquisa feita pelos alunos e pelo professor sobre o tema, podem serem construídas atividades envolvendo a Função Exponencial, com a elaboração de diversos problemas, obtendo, sempre que possível, o modelo matemático representativo da situação estudada. O professor poderá apresentar aos seus alunos, alguns exemplos dessas situações que foram analisadas, a partir de dados reais, encontrados nos mais diferentes veículos de informações, como revistas, livros, jornais, internet, etc.

7.7 Escala Richter

A escala foi desenvolvida em 1935 pelos sismólogos Charles Francis Richter e por seu colega Beno Gutenberg, ambos membros do California Institute of Technology (Caltech). A escala Richter é uma escala logarítmica que mede a amplitude das ondas sísmicas (ondas causadas pela vibração do solo). A princípio, essa escala foi graduada de 1 a 9, porém, atualmente não existe limite teórico. Sendo assim, a Escala Richter é uma ”escala aberta”. A escala utilizada é logarítmica de base 10, onde a magnitude corresponde ao logaritmo da medida da amplitude das ondas sísmicas a 100 km do epicentro (ponto da superfície do globo mais próximo do centro de abalo de um terremoto), ou seja, é calculada pela equação:

$$M = \log(\frac{A}{A_0}),$$

onde A representa a amplitude medida num terremoto por um instrumento chamado sismógrafo e A_0 é uma amplitude de referência. Por ser uma escala logarítmica de base 10, à medida que a magnitude aumenta, temos uma amplitude 10 vezes maior. Por exemplo, um terremoto com magnitude 6, tem uma amplitude 10 vezes maior que um terremoto de magnitude 5. Dessa forma, o professor poderá utilizar a escala Richter como ferramenta de aplicação com os seus alunos.

7.7.1 Proposta Metodológica: Investigando a Escala Richter

Muitos dos nossos alunos não conseguem entender quando o noticiário fala sobre a escala Richter e informa, por exemplo, que um terremoto atingiu 8,0 graus nessa escala. Ficam até surpresos quando, para uma ”pequena” diferença de dois pontos nessa escala, a notícia informa que o abalo libertou quase 1000 vezes mais energia do que o outro. Como se explica tudo isso? Qual a justificação matemática para essa interpretação? Através desta análise , espera-se esclarecer essas dúvidas dos nossos estudantes da região Amazônica.

O professor de Física, deve tentar mostrar que a matemática se relaciona com as diversas áreas do conhecimento e deve tentar estimular o aluno, a partir da curiosidade, à criticidade. Abordando um tema como o que é apresentado no nosso estudo, no caso a Escala Richter, pelo seu forte caráter de contextualização e atualidade, ajuda bastante a despertar a curiosidade do educando e também a mostrar uma matemática viva, útil, atrativa e, acima de tudo, para o entendimento de todas as pessoas.

Cabe ao professor ensinar aos seus aluno que os terremotos são fenômenos que geram grande preocupação, visto que suas consequências são, normalmente, desastrosas. Esse é um tema que deve ser abordado em sala de aula, necessitando de recursos didáticos inovadores para proporcionar subsídios no processo de ensino e de aprendizagem.

Portanto, sugerimos que o docente inicie a aula questionando aos estudantes se os terremotos são fenômenos naturais ou uma resposta da natureza à destruição causada pelo homem. Esse aspecto é muito importante, pois várias pessoas têm a concepção de que esse fenômeno é uma das consequências das atividades humanas, porém, se faz importante esclarecer com a turma que os terremotos fazem parte da dinâmica terrestre.

Deve-se elucidar que as placas tectônicas são gigantescos blocos que formam a camada sólida externa da Terra. Esses ”blocos” estão em constante movimento, podendo formar zonas de convergência de placas (colisão de diferentes placas) ou zonas de divergência de placas (as placas se afastam umas das outras) sempre explicando que os terremotos são causados, na maioria das vezes, pelo encontro de diferentes placas tectônicas.

Outro aspecto importante que se refere à escala Richter é comentar com os estudantes que, durante o anúncio de um terremoto, sempre é falado sobre quantos graus foi atingido na escala Richter. Em seguida, usa-se um isopor para desenhar o globo terrestre e, posteriormente, se faz necessário cortar as porções terrestres de acordo com as placas tectônicas na seguinte ordem:

Após esse procedimento, se faz necessário que o aluno junte todas as placas no globo e apresente a direção dos movimentos (convergente ou divergente entre placas), proporcionando a visu-

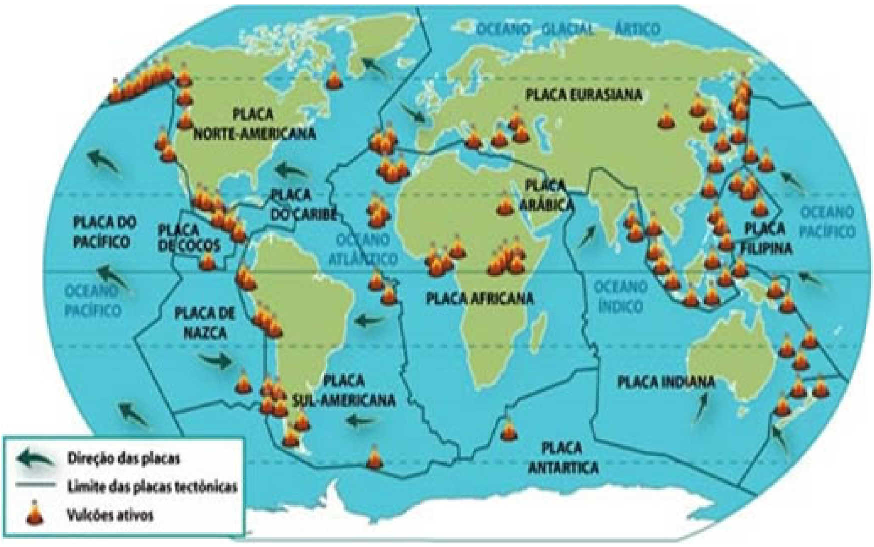

Figura 7.2: Divisão das principais placas tectônicas

alização da dinâmica terrestre e a real causa dos terremotos de grandes magnitudes. É importante destacar a localização do Brasil na placa Sul-Americana (o país está na porção central dessa placa) e explicar que esse é o motivo responsável pela ausência de terremotos de grande magnitude no país. Entretanto, é importante esclarecer que o Brasil não está totalmente isento da ocorrência desse fenômeno, que pode ser desencadeado por desgastes na placa tectônica, promovendo possíveis falhas geológicas.

Após a sistematização dos terremotos, o professor poderá usar programas de computador para simular juntamente com os estudantes, o uso da escala Richter, devendo discutir as consequências desse fenômeno em lugares habitados. Por fim, o docente solicita a realização de uma redação opinativa sobre as reais causas dos terremotos, as principais regiões do globo atingidas, os terremotos em território brasileiro.

Capítulo 8

Modelo de Malthus

8.1 Dinâmica Populacional

Em 1798, o economista inglês Thomas Robert Malthus formulou um modelo para descrever a população presente em um ambiente em função do tempo. O modelo de Malthus, ou modelo exponencial, é um dos mais simples e mais utilizados para descrever o crescimento populacional de algumas espécies. Considere P no número de indivíduos em uma população animal ou vegetal. Este número é dependente do tempo e assim podemos escrever:

$$\frac{dP}{dt} = P_t$$

Admitimos que a proporção de indivíduos reprodutores permanece constante durante o crescimento da população. Admitimos também que as taxas de fertilidade n e de mortalidade m

Estas hipóteses são realísticas em uma população grande que varia em condições ideais, isto é, quando todos os fatores inibidores do crescimento estão ausentes (a espécie tem recursos ilimitados e não interage com competidores ou predadores), sejam constantes.

Temos que $\alpha = n - m$ (coeficientes de natalidade menos o de mortalidade) é a taxa de crescimento específico da população P_t, aqui considerada constante. Assim:

$$\frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} = n - m = \alpha$$

Esta formulação indica que a variação da população é constante, ou seja, que a variação da população entre os instantes t e t + 1 é proporcional à população no instante t. Assim temos a equação de diferenças linear de primeira ordem:

$$P_{t+1} - P_t = \alpha P_t$$

$$P_{t+1} = P_t + \alpha P_t$$

$$P_{t+1} = (1+\alpha)P_t$$

Considerando a população inicial $P(0) = P_0$ a solução é obtida resolvendo uma equação de recorrência onde obtemos:

$$P_t = (1+\alpha)^t P_0$$

Concluímos então que, a quantidade de indíviduos dessa população é dada por $P_t = (1+\alpha)^t P_0$, em que, P_t é a quantidade de indivíduos em t anos, P_0 é a quantidade inicial de indivíduos, α é a taxa de crescimento da população e t é o tempo.

Desenvolvendo esta equação acima, poderemos escrevê-la da seguinte maneira:

$$(\alpha+1)^t = \frac{P_t}{P_0} \Longrightarrow \alpha = \sqrt[t]{\frac{P_t}{P_0}} - 1$$

Por exemplo, se a população do Brasil de 1940 era $P_0 = 41.236.351$ e, dez anos depois, $P_{10} = 51.944.397$, então a taxa de crescimento populacional média (relativa), entre 1940 e 1950 foi de:

$$\alpha = \sqrt[10]{\frac{51.944.397}{41.236.351}} - 1 = 1,0233539 - 1 = 0,0233539$$

ou seja, significa dizer que a população cresceu 2,3% ao ano no período de 1940 a 1950.

Se consideramos as populações entre os censos de 1940 e 1991 quando a população era de 146.825.475 habitantes, podemos determinar o seguinte valor de α:

$\alpha = \sqrt[10]{\frac{146825475}{41236351}} - 1 = 0,0252131$, o que nos permite afirmar que a população brasileira cresceu a uma taxa média de, aproximadamente, 2,5% ao ano nestes 51 anos.

Proposta Metodológica

Para o professor aprimorar o conhecimento dos alunos da região Amazônica, ele deverá ensinar para eles que a região Norte do Brasil é composta pelos sete estados brasileiros que são os seguintes: Amazonas, Pará, Acre, Roraima, Rondônia, Tocantins e Amapá. Em uma turma que gira em torno de 42 alunos, deverão ser formadas sete equipes de 6 alunos, onde no qual cada grupo ficaria com um determinado estado para se trabalhar a taxa de crescimento populacional desse estado a ser determinado pelo professor.

Por meio de um sorteio, seria determinado o estado para cada equipe trabalhar. Então cada componente iria trabalhar com a coleta de dados e determinar a taxa média anual de crescimento populacional, conforme descrito pela fórmula da equação abaixo:

$$\alpha = \sqrt[t]{\frac{P_t}{P_0}} - 1$$

O primeiro aluno iria determinar a taxa média de crescimento populacional no peiodo de 1960 a 1970, ou seja cada aluno iria trabalhar com um determinado período que compreenderia uma década, sendo que o último aluno determinaria o crescimento populacional de 2010 à 2017.

Através dessa coleta de dados e cada equipe trabalhando o seu respectivo estado, o professor pode no final concluir se houve ou não o aumento na taxa de crescimento populacional nos estados da região Amazônica, visto que a região Norte é vista pelo IBGE, como a menos poulosa, comparada a outras regiões do Brasil.

8.2 Analfabetismo no Brasil

Ainda hoje, o índice de analfabetismo no Brasil é grande. Acredita-se que isso se deve a dificuldades de acesso ou a ausência de escolas na zona rural que impediram ou limitaram os estudos dessas pessoas na infância e adolescência, ou ainda pelos modelos de educação arcaicos que podem ser geradores de insatisfação pessoal, ou também devido a dificuldades financeiras da família que acabam por obrigar as pessoas a abandonarem as escolas e irem trabalhar para ganharem ao menos o suficiente para sua alimentação. Seja qual for o motivo, a realidade das pessoas não alfabetizadas é bem difícil. No trabalho são mal remuneradas, limitam geralmente a funções de limpeza, em virtude de ter pouco contato com o público, ficam submissas a funções pouco ou não valorizadas pela sociedade. Quanto a este fato, a escola precisa alertar os alunos, bem como promover mecanismos de permanência do mesmo par que essa não seja sua futura realidade.

8.2.1 Proposta Metodológica: uso do modelo de Malthus para o cálculo do percentual do analfabetismo

Devido ao analfabetismo ainda ser uma realidade bem evidente no Brasil, é importante que se promova ações de debate com os alunos sobre o tema, evidenciando suas possíveis causas e analisando suas consequências para a sociedade em geral, sendo também uma forma de promover a valorização por parte dos alunos, da educação que lhe é acessível, uma vez que, por incrível que pareça, muitas pessoas não tiveram a oportunidade de entrar em uma sala de aula. Diante disso, o analfabetismo foi selecionado com objeto a ser estudado através da **Modelagem Matemática**.

A modelagem de uma função que descrevesse o percentual de analfabetos foi apresentada aos alunos do 1^0 ano do Ensino Médio como uma das aplicações da função exponencial. Muitos alunos questionam a aplicabilidade de determinados conteúdos que são estudados e é importante que o professor faça a ligação da aplicabilidade desses conceitos. Outro ponto que merece atenção é de que em livros didáticos aparece, por exemplo, que o comportamento de certo fenômeno segue uma função específica, e é apresentada a função. É interessante que o aluno tenha noção do porquê desse fenômeno seguir aquela função, como isso foi verificado, como foi constatado. Com essa modelagem os alunos tiveram a oportunidade de fazer toda a construção e saber como surge uma função em especial. Inicialmente foram trabalhadas as primeiras noções sobre função exponencial, partindo a seguir para a definição e construção de seu gráfico. Finalizada essa primeira parte partimos para as aplicações com a utilização de alguns exemplos já prontos e em seguida para a construção do modelo. O percentual de analfabetos em um período qualquer de tempo é calculado da seguinte forma:

$$\text{Percentual} = \frac{\text{total de pessoas analfabetas}}{\text{total de pessoas}}.100$$

Para realizar essa construção, foram colhidos dados de pesquisas realizadas pelo IBGE.

A proposta é fazer com que os alunos utilizem o programa Excel, a fim de organizarem os dados da pesquisa. Sendo que o professor poderá fornecer o percentual de analfabetos em cada ano desde o ano 2000 até 2009. Em seguida os estudantes deverão construirem as tabelas do IBGE que trazem os dados do total de pessoas pesquisadas e do total de analfabetos de cada idade, inclusive de pessoas com idade inferior a idade em

estudo, sendo que é necessário realizar a subtração da quantidade de pessoas que não faziam parte da pesquisa. Esse cálculo poderá ser realizado com auxílio de calculadoras e colocado em planilha do programa Excel. Com o auxílio do programa se torna possível determinar o percentual de analfabetos em cada ano. Essa etapa será demorada, uma vez que as tabelas do IBGE podem confundir de início e além disso alguns alunos não estão familiarizados com o computador.

Calculado o percentual, o mesmo precisa ser relacionado com a projeção da população. O IBGE apresenta esses dados separados por idade. Com o auxílio do programa serão somados os totais de pessoas na faixa etária em estudo e obtido o quantitativo absoluto de pessoas.Com isso, o próximo passo era utilizar essas informações com base no modelo de Malthus. Inicialmente o professor apresenta o modelo e explica sobre cada elemento que o mesmo contém, com o objetivo de encontrar a constante real que aparece no modelo, que é a taxa de crescimento populacional, e esta será calculada sempre com o programa de computador. Para chegar a função final no modelo de Malthus, será realizado o mesmo procedimento utilizado com os alunos do 3^0 ano, entretanto, com um pouco mais de repetições, sempre analisando os dados e utilizando modelo de Malthus. A construção do modelo em si, traz consigo uma valorização da própria Matemática e o desenvolvimento do aluno.

Capítulo 9

Considerações Finais

Nesta dissertação foi exposto a problemática no aprendizado da Física, que é nada mais que, os conceitos matemáticos que os nossos estudantes da nossa região possuem dificuldades, em que o índice de aprendizado de Matemática é muito baixo, e nisso ocasiona o desinteresse pela maioria dos alunos em aprender Física, onde o professor não estabelece um formalismo matemático, que serviria o entendimento de algum conceito físico. Ao se confrontarem com os problemas da prática pedagógica, os professores de Física e de Matemática, estão conscientes de que há problemas relacionados ao conteúdo que ensinam na medida em que se preocupam com a adequação necessária do conhecimento adquirido na formação inicial ao nível médio. No entanto, em relação a esta questão, ainda não estão conscientes da necessidade de integração de diferentes tipos de conhecimentos (científicos, sociais, pessoais, meta-disciplinares, etc.) na formulação dos conteúdos.

Apesar de os professores terem apontado a falta de conhecimentos gerais e matemáticos do aluno como um problema para o ensino de Física e de Matemática, algumas concepções didáticas não foram explicitamente consideradas como parte do problema e algo a ser levado em conta pelo professor na sua prática pedagógica. Este seria um ponto a ser explorado em processos de formação continuada.

Em se tratando da modelagem matemática, existe uma relação entre a Matemática e a Física no desenvolvimento de diversos conteúdos no Ensino Médio e sua estruturação por meio dos modelos matemáticos. Pois é predominante a preocupação dos professores em manusearem as ferramentas matemáticas para que os alunos possam resolver os problemas em Física, devendo-se avançar para além dessa perspectiva, que restringe a abordagem aos aspectos formais, buscando-se incorporar os diversos valores que um trabalho interdisciplinar pode proporcionar, na medida em que amplia as possibilidades de atribuição de significado aos conceitos físicos expressos pelos modelos matemáticos.

Fazer com que os nossos estudantes do Amazonas entendam os conceitos da Física através de modelos simples de algum fenômeno físico é um dos objetivos da modelagem matemática como um processo de incentivá-los a leitura e uma atitude reflexiva e crítica diante da mesma, que contribuem para reduzir as dificuldades em relação à interpretação dos enunciados e a resolução dos problemas em Física, que pressupõe o desenvolvimento de um modelo matemático. Além do mais, coloca-se de suma importância o hábito de resolver problemas desde as séries iniciais escolares, enfatizando o desenvolvimento do raciocínio lógico e a oportunidade de se apontar diferentes caminhos para solucionar os problemas, criando-se os modelos matemáticos e refletindo-se sobre sua viabilidade.

A análise dos resultados provenientes do modelo matemático aplicado à Física tende a desenvolver o pensamento crítico e tornar visível a necessidade de compatibilidade com a realidade e sua possibilidade de existência, evitando assim resultados absurdos, não viáveis fisicamente e que, dessa maneira, não possam ser correlacionados com o fenômeno em estudo.

Referências Bibliográficas

[1] ALMEIDA, Lourdes M. W.; BRITO, Dirceu. **O conceito de função em situações de Modelagem Matemática.** Zetetikê, v.13, n. 23, p. 63-86, jan/jun, 2005.

[2] BASSANEZI, Rodney C., **Temas e Modelos,** Universidade Federal do ABC, Santo André, 2009

[3] BATTISTEL, O. L. Textos de divulgação científica como: **resolução de problemas nas aulas de Física no ensino médio.** . In: X Encontro de Pesquisa em Ensino de Física, 2006, Londrina. Anais do X Encontro de Pesquisa em Ensino de Física, 2006.

[4] BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. Modelling in Engineering: **Advantages and Difficulties.** In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE TEACHING OF MATHEMATICAL MODELLING AND APPLICATIONS, 12, 2003, Londres.

[5] BRASIL MEC, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN s + Ensino Médio.** Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, SEMTEC, 2002.

[6] BRASIL. Mistério da Educação. **Guia de Livros Didáticos.** PNLD 2008: Matemática. Ministério da Educação. Brasília, 2007

[7] BULEGON, Ana Marli. **A solução de problemas e as concepções espontâneas em Física: uma estratégia de abordagem em dinâmica.** XVII Simpósio Nacional de Ensino de Física, em São Luis, 2007.

[8] CARVALHO, José Murilo. **Civilização brasileira.** 3ª edição, Rio de Janeiro, 2002.

[9] CAVALCANTE, K. **A Importância da Matemática do Ensino Fundamental na Física do Ensino Médio.** Canal do Educador, Estratégia de Ensino, Física. Acesso em 14 de agosto de 2013.

[10] CHAVES, M. I. A; Espírito Santo, A. O. Um modelo de modelagem matemática para o Ensino Médio. **In: Anais do VII Congresso Norte/Nordeste de Educação em Ciências e Matemática.** Belém, 8 a 11 de dez. 2004.

[11] CHEVALLARD, Y. (1991) **La Transposition Didactique:** Du Savoir Savant au Savoir Ensigné. Grenoble, La pensée Sauvage.

[12] FERRUZZI, E. C. **A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia.** Dissertação(Mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina. UFSC- SC, 2003.

[13] FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à pratica educativa / Paulo Freire.** São Paulo: Paz e Terra, 1996.

[14] GURGEL, I. Pietrocola, M. **Papel do pensamento lógico-matemático no desenvolvimento científico.** In: Encontro de Pesquisa em Ensino de Física, 2005, Foz do Iguaçu-PR.

[15] JAPIASSU, Hilton. **Interdisciplinaridade e patologia do saber.** Rio de Janeiro: Imago, 1976.

[16] KNELLER, G. F. **A ciência como atividade humana.** Rio de Janeiro: Zahar, 1980.

[17] LAVAQUI, Vanderlei. **Um entendimento da interdisciplinaridade como prática educativa escolar no Ensino Médio.** VIII Congresso de Educação. EDUCERE. Paraná, 2008.

[18] PCNs da Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC, 1998.

[19] PILETTI, Claudiano. **História da Educação.** Editora Ática, Curitiba-PR, 2003

[20] POZO, J. I.; CRESPO, M. A. G. **A aprendizagem e o ensino de ciências: do conhecimento cotidiano ao conhecimento científico.** 5. ed. Porto Alegre, 2009.

[21] SAVIANI, Demerval. **Pedagogia histórico-crítica: primeiras aproximações** 1ª edição 1991. São Paulo- SP.

[22] WWW.WIKIPÉDIA.COM, acesso em 04/09/2017, ás 22:30 e 05/09/2017 ás 08:40