UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI – UFSJ

Departamento de Matemática e Estatística

Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT

EXPEDITO PIRES JUNIOR

São João del-Rei

2017

Expedito Pires Junior

ENSINO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS BASEADO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COTIDIANOS E O USO DA TÉCNICA "*STOP MOTION*"

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT da Universidade Federal de São João del-Rei, na área de concentração em Matemática, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática

Orientadora: Prof. Ms. Marianna Resende de Oliveira

São João del-Rei
2017

Ficha catalográfica elaborada pela Divisão de Biblioteca (DIBIB)
e Núcleo de Tecnologia da Informação (NTINF) da UFSJ,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Junior, Expedito Pires.
J095e Ensino das funções trigonométricas baseado na resolução de problemas cotidianos e o uso da técnica Stop Motion / Expedito Pires Junior ; orientadora Marianna Resende de Oliveira. -- São João del-Rei, 2017.
155 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) -- Universidade Federal de São João del-Rei, 2017.

1. Trigonometria. 2. Novo modelo didático. 3. Aprendizagem matemática significativa. I. Oliveira, Marianna Resende de, orient. II. Título.

DEDICATÓRIA

Dedico à minha família: Margareth (esposa), Rodrigo (filho), Suely (mãe), Sandra e Denise (irmãs) e Manoel (sogro), e, ainda, Espedito (pai) e Ercília (sogra), in memoriam, pelo apoio e carinho incondicionais às minhas escolhas e decisões.

Com amor a todos vocês, dedico à elaboração deste trabalho!

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus e a São Jorge por estarem sempre ao meu lado.

A Professora Ms. MARIANNA RESENDE OLIVEIRA pela orientação carinhosa e cuidadosa, pela competência, apoio, paciência e por ter acreditado em mim e no potencial deste projeto de pesquisa.

Ao Professor Dr. Francinildo Nobre Ferreira pela dedicação, competência, carinho, entusiasmo e extremo zelo ao ministrar suas aulas. Um exemplo que nunca esquecerei.

Ao Professor Dr. Paulo Sérgio Wanner pelo carinho, incentivo, apoio, amizade, entusiasmo e pelas observações sensatas e palavras amigas.

Aos meus amigos Andrea Cantaruti, Danila de Fátima e Robson Resende pelo carinho, incentivo, apoio e palavras de conforto e amizade durante todo o curso.

A minha amiga Eliane pelas horas intermináveis de estudo, apoio, paciência e carinho.

Aos meus amigos Jéssica, Danila, Paulo Henrique e Liliane pelas observações sensatas e palavras amigas.

Aos meus professores do Curso PROFMAT pela dedicação, competência e extremo zelo ao ministrarem suas aulas.

Aos idealizadores do PROFMAT, pela oportunidade de tornarem um sonho em realidade.

RESUMO

Este trabalho apresenta um novo modelo didático desenvolvido para ensino de Trigonometria no Ensino Médio. Ancorado no estudo de ângulos, círculo trigonométrico e construção de gráficos, esse modelo parte de um método de construção de gráficos de composição de funções trigonométricas $y = sen\,(x)$ e $z = cos\,(x)$, em que $y = a\,sen\,(bx + c) + d$ ou $z = a\cos\,(bx + c) + d$, onde $a, b, c\ e\ d \in \mathcal{R}$ são parâmetros e a partir das alterações de cada um dos parâmetros identifica-se o movimento de translação e/ou de rotação. Para síntese do assunto, explorando o lúdico em sala de aula, o modelo propõe que os alunos demonstrem sua aprendizagem por meio de vídeo construído utilizando-se a técnica "*stop motion*". Interessa-nos, com este estudo, verificar se a aplicação desse modelo didático contribui para melhor compreensão da trigonometria, facilitando a aprendizagem dos alunos de ensino médio. Justificamos a pesquisa a partir de algumas limitações do ensino que contribuem para a aprendizagem deficiente da trigonometria e a necessidade de revisão da forma de se ensinar esse conteúdo, tornando-o mais significativo aos alunos. Em seguida, o resgate conceitual de teorias subjacentes à trajetória histórica da trigonometria, até sua inserção na educação, constituiu-se em arcabouço teórico que serviu de apoio à análise dos dados coletados por meio de questionários aplicados a alunos e professores. Desenvolvemos uma pesquisa descritiva, de natureza qualitativa, com a participação de alunos de ensino médio, alunos e professores de graduação da área de exatas. Como cenário de análise, utilizamos uma escola pública e uma universidade, de Minas Gerais. Como aspectos positivos, a pesquisa revela que a trigonometria é considerada, pelos alunos, importante tópico matemático, sendo base para estudo de outros conteúdos. Os alunos do ensino médio enfatizaram a facilidade de compreensão da trigonometria a partir do modelo proposto, destacando a importância dessa metodologia para desmistificar o temor da matemática, evidenciando a relevância da aprendizagem prática. Em contraposição, como aspecto negativo, temos a percepção da superficialidade do ensino de trigonometria no ensino médio, observada pelos professores e alunos de graduação, que se ressentem desse ensino quando percebem que lhes falta uma base conceitual efetiva que lhes auxilie nos novos estudos.

Palavras-chave: Trigonometria. Novo modelo didático. Aprendizagem matemática significativa.

ABSTRACT

This work presents a new didactic model developed for teaching Trigonometry in High School. Anchored in the study of angles, trigonometric circle and graphing, this model starts from a method of constructing graphs of composition of trigonometric functions $y = \sin(x)$ and $z = \cos(x)$, where $y = a \sin(bx + c) + d$ or $z = a \cos(bx + c) + d$, where a, b, c and d are parameters and from the changes of each of the parameters the translation and / or rotation motion is identified. For the synthesis of the subject, exploring the playful in the classroom, the model proposes that students demonstrate their learning through video built using the "stop motion" technique. We are interested in this study to verify if the application of this didactic model contributes to a better understanding of trigonometry, facilitating the learning of secondary students. We justify the research from some limitations of teaching that contribute to the deficient learning of trigonometry and the need to review the way to teach this content, making it more meaningful to students. Then, the conceptual rescue of theories underlying the historical trajectory of trigonometry, until its insertion in education, constituted a theoretical framework that served as support for the analysis of data collected through questionnaires applied to students and teachers. We developed a descriptive research of a qualitative nature, with the participation of high school students, students and undergraduate teachers of the area of exact. As an analysis scenario, we used a public school and a university, from Minas Gerais. As a positive aspect, the research reveals that trigonometry is considered, by the students, an important mathematical topic, being the basis for studying other contents. The high school students emphasized the ease of understanding of trigonometry from the proposed model, highlighting the importance of this methodology to demystify the fear of mathematics, highlighting the relevance of practical learning. In contrast, as a negative aspect, we have the perception of the superficiality of the teaching of trigonometry in high school, observed by undergraduate teachers and students, who resent this teaching when they perceive that they lack an effective conceptual base that helps them in the new studies.

Keywords: Trigonometry. New didactic model. Meaningful mathematical learning.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Exemplo de título para "*Stop Motion*" 82

Quadro 2 - Modelo de nomes para "*Stop Motion*" 82

Quadro 3 - Fotos de uma vasilha com água simulando as ondas das marés: 83

Quadro 4 - Fotos do esboço gráfico de nível do mar: 85

Quadro 5 - Pontos Positivos apontados pelos alunos 97

Quadro 6 - Pontos Negativos apontados pelos alunos 98

Quadro 7 - Pontos Positivos apontados pelos alunos 99

Quadro 8 - Pontos Negativos apontados pelos alunos 99

Quadro 9 - Opinião dos alunos sobre a metodologia de ensino.............................103

Quadro 10 - Pontos Positivos apontados pelos alunos 104

Quadro 11 - Pontos Negativos apontados pelos alunos 104

Quadro 12 - Comentários dos alunos sobre a metodologia 105

Quadro 13 – Opinião de alguns alunos sobre as questões de 5 e 6.......................107

Quadro 14 – Opinião dos alunos sobre a Questão 7 108

Quadro 15 - Opinião dos alunos sobre seu embasamento das funções seno e cosseno 111

Quadro 16 - Opinião dos alunos sobre sua dificuldade em desenvolver atividades de cálculo que envolvam funções trigonométricas 113

Quadro 17 – Comentários dos professores sobre as principais dificuldades dos alunos 114

Quadro 18 – Comentários dos professores...116

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Respostas da questão 11 do Q2PA 96

Tabela 2 - Respostas da questão 13 do QUFSJ 111

Tabela 3 - Respostas do Q2PA...133

Tabela 4 - Respostas do Q3PA...138

Tabela 5 - Respostas do QUFSJ...142

Tabela 6 - Respostas do QUFSJP 155

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Esboço gráfico da função $y = senx + 1$ 60

Gráfico 2 - Esboço gráfico da função $y = senx + 2$ 60

Gráfico 3 - Esboço gráfico da função $y = senx + 3$ 61

Gráfico 4 - Esboço gráfico da função $y = cosx + 1$ 61

Gráfico 5 - Esboço gráfico da função $y = cosx + 2$ 62

Gráfico 6 - Esboço gráfico da função $y = cosx + 3$ 62

Gráfico 7 - Esboço gráfico da função $y = sen(2x)$ 63

Gráfico 8 - Esboço gráfico da função $y = sen3x$ 63

Gráfico 9 - Esboço gráfico da função $y = sen4x$ 63

Gráfico 10 - Esboço gráfico da função $y = cos(2x)$ 64

Gráfico 11 - Esboço gráfico da função $y = cos3x$ 64

Gráfico 12 - Esboço gráfico da função $y = cos4x$ 64

Gráfico 13 - Esboço gráfico da função $y = sen(x + 30°)$ 65

Gráfico 14 - Esboço gráfico da função $y = senx + 45°$ 65

Gráfico 15 - Esboço gráfico da função $y = sen(x + 60°)$ 65

Gráfico 16 - Esboço gráfico da função $y = cos(x + 30°)$....................66

Gráfico 17 - Esboço gráfico da função $y = cosx + 45°$....................66

Gráfico 18 - Esboço gráfico da função $y = cos(x + 60°)$....................67

Gráfico 19 - Esboço gráfico da função $y = senx - 1$ 67

Gráfico 20 - Esboço gráfico da função $y = senx2$ 67

Gráfico 21 - Esboço gráfico da função $y = sen(x - 30°)$ 68

Gráfico 22 - Esboço gráfico da função $y = cosx - 1$ 68

Gráfico 23 - Esboço gráfico da função $y = cosx2$ 69

Gráfico 24 - Esboço gráfico da função $y = cos(x - 30°)$....................69

Gráfico 25 - Esboço gráfico da resposta da questão 7 do Q2PA 95

Gráfico 26 - Esboço gráfico da resposta da questão 7 do Q3PA 102

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Relação entre a definição de seno e arco metade (NACARATO *et. al*., 2007, p.76) 22

Figura 2 - Confecção de hexágono 28

Figura 3 - Confecção de ângulo de 30º usando hexágono..29

Figura 4 - Confecção de ângulo de 60º usando hexágono..29

Figura 5 - Confecção de octógono 31

Figura 6 - Scanner..31

Figura 7 – Scanner...31

Figura 8 - Scanner..31

Figura 9 - Scanner..31

Figura 10 – Scanner...31

Figura 11 - Scanner..31

Figura 12 – Scanner...31

Figura 13 - Scanner..31

Figura 14 - Scanner..31

Figura 15- Resposta do exercício...35

Figura 16- Resposta do exercício...36

Figura 17- Resposta do exercício...37

Figura 18 - Círculo com marcação do eixo dos cossenos (horizontal)......................38

Figura 19- Círculo com marcação do eixo dos senos (vertical)................................39

Figura 20 - Marcação dos ângulos fundamentais de 0º e 90º 39

Figura 21 - Marcação do ângulo fundamental de 180º...40

Figura 22 - Marcação do ângulo fundamental de 270º...40

Figura 23 - Marcação do ângulo fundamental de 360º...41

Figura 24 - Marcação do primeiro ângulo fundamental, de 30º................................42

Figura 25 - Marcação do segundo ângulo fundamental, de 45º 42
Figura 26 - Marcação do terceiro ângulo fundamental, de 60º 43
Figura 27 - Marcação do ângulo de 120º 44
Figura 28 - Marcação do ângulo de 135º 45
Figura 29 - Marcação do ângulo de 150º 45
Figura 30 - Marcação do ângulo de 210º 46
Figura 31 - Marcação do ângulo de 225º 47
Figura 32 - Marcação do ângulo de 240º 48
Figura 33 - Marcação do ângulo de 300º 48
Figura 34 - Marcação do ângulo de 315º 49
Figura 35 - Marcação do ângulo de 330º 50
Figura 36 - Marcação de 1 no eixo horizontal (cos) 50
Figura 37 - Marcação de 2 no eixo horizontal (cos) – sentido positivo......................51
Figura 38 - Marcação de 3 no eixo horizontal (cos) – sentido positivo......................51
Figura 39 - Marcação de 1 no eixo horizontal (cos) – sentido negativo 52
Figura 40 - Marcação de 2 no eixo horizontal (cos) – sentido negativo 52
Figura 41 - Marcação de 3 no eixo horizontal (cos) – sentido negativo 53
Figura 42 - Formação das frações de denominadores 2 54
Figura 43 - Raiz quadrada dos numeradores de número 2 e 3 55
Figura 44 - Função $y = sen(x)$ 56
Figura 45 - Função $y = cos(x)$ 57
Figura 46 - Altura da cabine de Singapore Flyer 72
Figura 47 - Volume de ar dos pulmões de um indivíduo 74
Figura 48 - Marés e alta e baixa de Porto Cabedelo 76
Figura 49 - Pressão arterial 78

LISTA DE SIGLAS

CTE – Consultoria Técnica Educacional

EEPA – Escola Estadual Professor Pedro Aleixo

FPS – *Frames Per Second*

GPS – Global Positioning System

NCTM – *National Council of Teachers of Mathematics*

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Q2PA – Questionário para alunos cursando o 2° ano do ensino médio da Escola Estadual Professor Pedro Aleixo (alunos do pesquisador)

Q3PA – Questionário para alunos cursando o 3° ano do ensino médio da Escola Estadual Professor Pedro Aleixo (ex-alunos do pesquisador)

QUFSJ – Questionário para alunos da UFSJ

QUFSJP – Questionário para professores da UFSJ

UFSJ – Universidade Federal de São João del-Rei

WMP – *Windows Media Player*

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO 12

CAPÍTULO 2 – A TRIGONOMETRIA EM PERSPECTIVA: DA HISTÓRIA À ESCOLA 20

CAPÍTULO 3 - ÂNGULOS 27

3.1 Ângulos – Dobraduras uma maneira fácil de “Complementar e Suplementar” 27

3.1.1 Primeira Parte 27

3.1.2 Segunda Parte 30

3.2 Soma dos ângulos internos de um polígono – uma pequena competição 33

CAPÍTULO 4 – CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO 38

CAPÍTULO 5 – GRÁFICOS DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO 56

5.1 Entendendo translação e rotação: 57

5.1.1 Exercícios propostos aos alunos: 58

5.1.2 Resolução dos exercícios propostos aos alunos: 59

5.2 Exemplos práticos no uso de funções trigonométricas: 71

5.2.1 Exercício sobre roda gigante 71

5.2.2 Exercício sobre volume de ar nos pulmões 73

5.2.3 Exercício sobre marés 75

5.2.4 Exercício sobre pressão arterial 77

CAPÍTULO 6 – “STOP MOTION” – GRÁFICO EM MOVIMENTO 79

6.1 Onde comecei! 79

6.2 Como faço: 79

6.3 O que é o “Stop Motion”? 79

6.4 Dicas importantes: 80

6.5 O que o professor deverá fazer: 80

6.6 O que fazer em sala de aula? 81

CAPÍTULO 7 – METODOLOGIA 87

7.1 Instrumentos de Coleta de Dados e Estratégias de Análise 88
7.2 Caracterização do ambiente de aprendizagem do público-alvo da pesquisa ..90
7.2.1 A Escola Estadual Professor Pedro Aleixo 90
7.2.2 A Universidade Federal de São João del-Rei 91
CAPÍTULO 8 – APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS 93
8.1 – Resultado da análise referente aos questionários Q2PA e Q3PA 93
8.1.1 – Análise descritiva e qualitativa do Q2PA, com auxílio de quadros, tabelas e gráficos 93
8.1.2 – Análise descritiva e qualitativa do Q3PA, com auxílio de quadros, tabelas e gráficos 100
8.2 – Resultado da análise referente aos questionários QUFSJ e QUFSJP 106
8.2.1 – Análise descritiva e qualitativa do QUFSJ, com auxílio de quadros e tabelas 106
8.2.2 – Análise descritiva e qualitativa do QUFSJP, com auxílio de quadros......113
8.3 – Resultado do cruzamento das opiniões dos alunos da EEPA e da UFSJ ..116
CAPÍTULO 9 – CONSIDERAÇÕES FINAIS...118
REFERÊNCIAS...120
APÊNDICE A – Q2PA 122
APÊNDICE B – Q3PA 125
APÊNDICE C – QUFSJ...127
APÊNDICE D – QUFSJP 130
APÊNDICE E – Tabela relacionando as respostas do Q2PA 133
APÊNDICE F – Tabela relacionando as respostas do Q3PA................................138
APÊNDICE G – Tabela relacionando as respostas do QUFSJ 142
APÊNDICE H – Tabela relacionando as respostas do QUFSJP..........................155

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como objeto de estudo o ensino da Trigonometria no Ensino Médio. A Trigonometria consiste em um importante estudo relacionado aos princípios matemáticos, embora, muitas vezes, esse tópico da Matemática não seja explorado adequadamente em sala de aula, gerando déficit conceitual que acaba por comprometer a compreensão correta dos estudantes sobre o conteúdo e sua forma de aplicação.

A Trigonometria é também um assunto recorrente no ensino superior, sobretudo, nos cursos de exatas, em que é demandado aos estudantes conhecimento prévio e adequado do assunto, o que nem sempre se observa devidamente. Partindo desse pressuposto da dificuldade que os estudantes demonstram de compreender a Trigonometria, a proposta deste trabalho é apresentar uma nova forma de ensino desse conteúdo para o Ensino Médio, explorando o assunto de maneira lúdica.

Sou professor de Matemática há mais de vinte anos, tendo ministrado aulas em escolas de ensino fundamental e médio das redes pública e privada, e também em universidade, cursinhos, bem como para diversos alunos de aulas particulares.

Desde 2002, atuo como professor efetivo da rede pública estadual de Minas Gerais, exercendo a docência há dez anos na Escola Estadual “Professor Pedro Aleixo”, em Belo Horizonte/MG, onde leciono, atualmente, para alunos da segunda série do ensino médio.

Meu entusiasmo pela matemática, especialmente pela trigonometria, é anterior à minha formação acadêmica superior. Na verdade, aprendi a gostar de trigonometria no escotismo quando me ensinaram, pela primeira vez, a usar um relógio de sol, seus ângulos, inclinação, posicionamento etc. Mais tarde, no curso técnico de Edificações, aprendi a manusear um teodolito, usado para medir ângulos, e, posteriormente, calcular grandes áreas, fazer serviços de agrimensura e topografia, onde comecei a perceber a importância da trigonometria na vida cotidiana.

No Exército, durante o período em que exerci a carreira militar, fiz parte de uma equipe de corrida de orientação, caracterizado como um esporte em que o praticante tem que passar por pontos de controle marcados em um determinado terreno no menor tempo possível, com o auxilio de um mapa e de uma bússola. Nesse momento, novamente, a trigonometria voltou a fazer parte do meu cotidiano. O uso do aparelho de Sistema de Posicionamento Global – GPS (*Global Positioning System*), e seu funcionamento, reforçaram o uso da trigonometria no dia a dia.

Na graduação de licenciatura em Matemática meu interesse pela trigonometria já estava consolidado. Tive então a oportunidade de fazer um curso extracurricular sobre trigonometria, com o professor doutor Mário de Oliveira, quando, pela primeira vez, vivenciei com detalhamento a função trigonométrica e algumas de suas aplicações. Percebi, nesse momento, o quão importante é a aprendizagem da trigonometria, o que requer um modelo de ensino adequado desse assunto.

Como professor formado, ministrei cursos de aperfeiçoamento profissional pela empresa de Consultoria Técnica Educacional – CTE, onde tive a oportunidade de desenvolver, com professores de matemática, vários conteúdos de forma lúdica, entre eles o estudo de ângulos. Também ministrei aulas de matemática em cursos de graduação na Universidade de Uberaba – UNIUBE e, certa vez, alunos de uma turma do curso de Engenharia Química disseram-me que da forma como eu explicava círculo trigonométrico era muito mais simples de entender e assimilar o conteúdo, o que me deixou muito satisfeito, pois eu já ensinava daquela forma para os meus alunos de ensino médio na escola pública em que lecionava. Especialmente essa experiência na docência de ensino superior, levou-me a observar que os alunos apresentavam grande dificuldade para entender as transformações trigonométricas, conhecer ângulos fundamentais em trigonometria e compreender as funções seno e cosseno e algumas de suas aplicações.

Contudo, não foi só em sala de aula que observei a deficiência no ensino de trigonometria. No decorrer de mais de duas décadas ministrando aulas de matemática, sempre que requisitado na escolha de livro didático, deparava-me com livros que não detalhavam o ensino da construção de círculo trigonométrico e construção de gráficos de maneira compreensível, ideia essa ratificada pela observação de outros profissionais da área, como o renomado professor Elon Lages Lima. A esse respeito, Lima (2001), em referência ao livro “Coleção Matemática 2º Grau – Volume 2”, de Giovanni e Bonjorno, autores cujas obras didáticas são bastante adotadas pelas escolas de educação básica, considera que “os valores dos senos, co-senos e tangentes que aparecem são apresentados em aproximações pobres ou até mesmo erradas: p. 11, tg 16° = 0,29 (e não 0,28);” (LIMA, 2001, p. 185). Ao analisar o livro didático “Matemática na Escola do Segundo Grau – volume 1”, de Antônio Machado, Lima (2001, p. 20) observa ainda que o ensino da matemática é apresentado de maneira descontextualizada, o que pode explicar em parte o desinteresse e a dificuldade de compreensão dos alunos. Ponderações sobre o déficit de conteúdo sobre trigonometria nos livros didáticos é também apresentada por Flávio Brito Prado, que aponta, com base em análises que realizou em livros didáticos, que é possível perceber “que mesmo os melhores livros não detalham o ensino de construção de gráficos, eles mostram os gráficos das funções elementares e cobram como exercícios funções com parâmetros diversos” (PRADO, 2013, p. 2-3)[1].

Outra importante consideração sobre os livros didáticos de Matemática, diretamente relacionada ao tema deste trabalho, é fornecida por Lima (2001) quando da análise do conteúdo Trigonometria, que segundo o autor se resume de maneira geral em um “tratamento demasiadamente longo, com ênfase em trivialidades, omissões importantes, conceitos mal definidos e ausência de problemas contextuais e atraentes” (LIMA, 2001, p. 464). Dessa observação de Lima (2001) é possível abstrair, portanto, que o livro didático, enquanto base de estudo, para professores e alunos, ao invés de contribuir para melhor compreensão e maior assimilação da

[1] PRADO, Flávio Brito. **Ensino de Gráficos de Funções Trigonométricas e uma Aplicação em Música**. Rio de Janeiro/RJ, 2013. 127 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT) - Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 2013. Disponível em: <https://impa.br/wp-content/uploads/2016/12/flavio_brito_prado.pdf>. Acesso em: 04 de junho de 2017.

Trigonometria, contribui para obscurecer a visão dos estudantes acerca desse importante tópico da matemática, comprometendo, sobremaneira o aprendizado do conteúdo. Daí a importância de o professor investir em outros recursos didáticos que sejam capazes de alavancar a aprendizagem de seus alunos.

No universo escolar, tradicionalmente, a Matemática assume posição de destaque entre os diversos componentes do currículo de Educação Básica. Contudo, a relevância dessa disciplina não favoreceu a modernização em sua forma de ensinar, que comumente se pauta na memorização de conceitos e fórmulas. Além de não romper com a barreira natural gerada pelo "temor" frequente que a matemática causa aos estudantes, essa maneira de ensinar sempre se mostrou deficiente para um aprendizado que permitisse fazer a transposição para a prática, dando sentido a conceitos geralmente tão abstratos. Outra negativa desse tipo de ensino reflete-se na fragmentação de conteúdos matemáticos interdependentes, o que compromete o aprendizado, especialmente quando se ingressa no ensino médio, cuja base conceitual está ancorada nos estudos do ensino fundamental. Essa deficiência no ensino da matemática é observada por Neto (1994):

> Infelizmente, entre nós, o ensino da matemática fica quase que apenas nos níveis de conhecimento e utilização de métodos e procedimentos, isto é, o aluno aprende a terminologia e as fórmulas e treina fazer substituições para resolver problemas de rotina. A matemática fica transformada em algo rígido, acabado, chato, sem finalidade. O aluno usa apenas a memória; não desenvolve as habilidades de extrapolar, raciocinar, criar. Não tem o prazer da descoberta. Ficam faltando elementos para seu desenvolvimento integral (NETO, 1994, *apud* PEREIRA, 2002, p. 16).

A premissa de tornar o ensino matemático mais atraente e significativo para crianças e jovens é um dilema que tem permeado as discussões em todo o campo educacional e conduzido os docentes ao desenvolvimento e uso de estratégias pedagógicas que sejam capazes de estimular, de maneira didática e ao mesmo tempo lúdica, a análise de situações problemas, favorecendo o desenvolvimento do pensamento matemático do educando. E, assim como no passado, em que a matemática se desenvolveu a partir de situações concretas vivenciadas pelos estudiosos da época, nos dias atuais, contrapondo-se a um tipo de ensino estruturado em padrões que não dialogam com a realidade, tem sido cada vez maior o movimento em direção a um estudo contextualizado e significativo, que habilite o estudante a aplicar os conhecimentos matemáticos em seu cotidiano, de forma prática. Trata-se, portanto, de explorar uma forma de ensino-aprendizagem que seja capaz de transcender os tempos e espaços escolares. Auxilia nesse processo, os referenciais da pedagogia moderna apresentada por diversos autores que defendem, à sua maneira, uma forma de ensino pessoalmente significativa, entre eles, Vygotsky (1896-1934), Jean Piaget (1896-1980), Paulo Freire (1921-1997).

O arcabouço teórico desses autores influenciou diretamente o pensamento de outros estudiosos, como Brousseu, citado por Costa (1997), que enfatiza a relevância do ensino com significado:

> Brousseau transporta para a prática da sala de aula as ideias de Vygotsky sobre a relação intrínseca entre os conceitos espontâneos (contextualizados, provenientes do cotidiano do aluno) e científicos. Para ele, cabe ao mestre selecionar as tarefas, e entre os conhecimentos manipulados pelos alunos, dizer o que deve ser retido, fazendo a institucionalização do saber, desvinculando-o do contexto, dos aspectos acidentais e do tempo, e o acrescentado ao antigo. Podemos dizer que esta fase é a de descontextualização, quando se faz a abstração das condições particulares que deram sentido a esse saber para generalizá-lo e integrá-lo num modelo coerente. A seguir, ele deve passar pela fase do reinvestimento, é a recontextualização, quando se coloca o conhecimento adquirido novamente em situações artificiais para dar sentido aos novos conceitos. Pensamos que, desta forma o aluno possa construir um saber que lhe pareça ter significado (COSTA, 1997, p. 43)

Dante (2000) é outro autor que também destaca a importância de uma forma de ensinar matemática que privilegie a vivência, o contexto, o dinamismo e o desafio para uma aprendizagem mais significativa:

> O real prazer de estudar matemática está na satisfação que surge quando o aluno por si só resolve um problema. Quanto mais difícil, maior a satisfação em resolvê-lo. Um bom problema suscita a curiosidade e desencadeia no aluno um comportamento de pesquisa, diminuindo sua passividade e conformismo (DANTE, 2000, *apud* PEREIRA, 2002, p. 18).

Corroborando com esses ensinamentos, Douady (1988) chama-nos atenção para a postura do professor frente à proposta de uma nova forma de ensinar matemática, que possa suscitar nos estudantes um maior interesse pelos conteúdos matemáticos abstratos, desmistificando conceitos pré-concebidos que dificultam a aprendizagem: “por iniciativa do docente, um problema, convenientemente escolhido, pode ser abordado sob diversos enfoques, aumentando assim as possibilidades de processos de resolução” (DOUADY, 1988, apud COSTA, 1997, p. 43).

É nesse contexto que a minha experiência como professor de matemática, associada à percepção de que é cada vez maior a dispersão da atenção dos jovens em sala de aula, ao mesmo tempo em que se verifica que é cada vez menor o hábito de se estudar fora do ambiente escolar, conduziram-me à necessidade de desenvolver um modelo de ensino que possibilitasse explicar Trigonometria de forma lúdica e contextualizada, para melhor compreensão e assimilação do conteúdo e de sua aplicação. Esse modelo, por mim desenvolvido, parte da premissa do ensino da trigonometria a partir de um método de construção de gráficos de composição de funções trigonométricas $y = sen\,(x)$ e $z = cos\,(x)$, bem como suas translações e rotações sobre os eixos coordenados, portanto construir gráficos para $y = a\,sen\,(bx + c) + d$ ou $z = a\,cos\,(bx + c) + d$, onde $a, b, c\ e\ d \in \mathcal{R}$, são parâmetros. A partir das alterações de cada um dos parâmetros busca-se identificar o movimento (translação e/ou rotação). Para o desenvolvimento do modelo didático proposto, tem-se o estudo de ângulos, círculo trigonométrico, construção de gráficos e utilização da técnica de “*stop motion*”.

Nesse sentido, o objetivo central deste estudo é demonstrar a aplicação desse novo modelo didático para ensino da Trigonometria no Ensino Médio, como alternativa para minimizar as dificuldades de compreensão desse conteúdo matemático, tornando sua aprendizagem mais significativa para os estudantes.

Pretende-se, com este estudo, verificar: a) se os alunos compreendem ou não trigonometria da maneira como lhes é apresentado pelo novo modelo didático; b) se esse novo modelo didático lhes proporcionou, ou não, facilidade para aprender trigonometria, em comparação com aprendizagens anteriores.

Para tanto, optou-se por uma metodologia de trabalho concentrada em três etapas: levantamento de referencial teórico, apresentação do novo modelo didático para ensino de trigonometria no ensino médio, preparação e análise de dados.

A primeira etapa consistiu em pesquisa bibliográfica sobre a história da trigonometria e enquanto conteúdo programático de Matemática no Ensino Médio.

Na segunda etapa, buscou-se apresentar o desenho do novo modelo didático, explorando-se, ao máximo, a metodologia aplicada nesse ensino. Na sequencia, apresentou-se a técnica de "*stop motion*", compreendido como um recurso midiático adequado ao processo de ensino-aprendizagem.

Na última etapa do trabalho, realizou-se aplicação de questionários aos alunos do segundo e terceiros anos de Ensino Médio da Escola Estadual Professor Pedro Aleixo, e aos alunos e professores de graduação, de cursos da área de exatas, da Universidade Federal de São João del-Rei. Nesses questionários os participantes foram solicitados a responder questões relacionadas à sua percepção sobre a aprendizagem de trigonometria no Ensino Médio. À luz dos referenciais teóricos utilizados neste trabalho, fez-se a interpretação analítica dos dados coletados pelos questionários.

O trabalho está estruturado em dez capítulos. O Capítulo 2 constitui o referencial teórico. Os Capítulos 3, 4, 5 e 6, compõem a apresentação do novo modelo didático, em que são abordados, respectivamente:

- Ângulos.
- Círculo Trigonométrico.
- Gráficos das Funções Seno e Cosseno.
- *"Stop Motion".*

O Capítulo 7 apresenta a metodologia de pesquisa adotada e o Capítulo 8 sintetiza os resultados obtidos junto aos alunos e professores participantes da pesquisa. As considerações finais sobre o trabalho são apresentadas no nono e último capítulo.

CAPÍTULO 2 – A TRIGONOMETRIA EM PERSPECTIVA: DA HISTÓRIA À ESCOLA

Este capítulo aborda a evolução dos conceitos trigonométricos ao longo da história, ao mesmo tempo em que busca situar o ensino de trigonometria na matemática de Ensino Médio.

A evolução humana foi marcada por questionamentos que nem sempre alcançavam respostas imediatas. Incontáveis experimentações tentavam desvendar mistérios e transformar o cotidiano para que a humanidade pudesse subsistir. Foram séculos de estudos, tentativas e erros, críticas e reconhecimentos, até que se alcançasse o conhecimento que se tem hoje sobre o universo, a Terra, o homem... Decorrente desse processo evolutivo, o conhecimento da Matemática, ciência da lógica e da abstração, trouxe significações importantes, como aquelas relacionadas às funções trigonométricas, o que são e para que servem.

A dimensão teórica da trigonometria fornece subsídio para a compreensão de aspectos simples, porém relevantes, da vida humana, como o conhecimento de medidas, tanto quanto sustenta o desenvolvimento de descobertas científicas complexas para a resolução de problemas, como a tecnologia que também utiliza os conhecimentos sobre trigonometria para o desenvolvimento de seus métodos e técnicas. Esses conhecimentos remontam à antiguidade e tiveram início a partir da astronomia:

> A trigonometria teve seu início na antiguidade remota, quando se acreditava que os planetas descreviam órbitas circulares em redor da Terra, surgindo daí o interesse em relacionar o comprimento da corda de uma circunferência com ângulo central por ela subentendido (LIMA *et al.*, 2004, p. 213)

Tendo surgido na antiguidade, a trigonometria desenvolveu-se a partir de diversos estudos. Boyer (1996) em seu livro “História da Matemática” referencia o desenvolvimento desse conceito matemático enfatizando que “a trigonometria, como os outros ramos da matemática, não foi obra de um só homem – ou nação" (BOYER, 1996, p. 108), devendo-se o seu desenvolvimento a contribuição de diversos estudiosos gregos, como Hiparco de Nicéia (por volta de 180-125 a.C.), considerado o "pai da trigonometria", Menelau de Alexandria (aproximadamente 100 d.C.) que escreveu sobre trigonometria esférica, Cláudio Ptolomeu (127 a 151 d.C.), autor da mais significativa obra sobre trigonometria – *Syntaxis Mathematica* –, conhecida como *Almagesto*, dentre outros, que, ainda segundo Boyer (1996), acabaram por desenvolver, não a trigonometria em sentido estrito, mas "teoremas equivalentes a leis ou fórmulas trigonométricas específicas" (BOYER, 1996, p. 108-119).

Assim como os gregos, os árabes também se destacam na conceituação de trigonometria. Conforme observa Eves (2004, p. 264) "o mundo lhes deve um preito de reconhecimento por seus esforços continuados para traduzir satisfatoriamente os clássicos gregos". Foram os conhecimentos dos árabes fundamentados na obra de Ptolomeu (127 a 151 d.C), cujo nome *Almagesto* é também herança dos árabes, que permearam o conhecimento matemático na Europa por séculos, tendo vindo desse povo um dos principais termos utilizados em trigonometria – *seno* – cuja origem se deu a partir de uma tradução imperfeita para o latim da palavra *jyã (jîba),* corda em árabe:

> A origem da palavra seno é curiosa. Ãryabhata usava *ardhã-jyã* ("semicorda") e também *jyã-ardhã* ("corda metade") e por brevidade escrevia apenas *jyã* ("corda"). Partindo de *jyã* os árabes foneticamente derivaram *jîba* que, devido à prática entre eles de se omitir as vogais, se escrevia *jb*. Afora seu significado técnico, hoje *jîba* é uma palavra que não tem sentido árabe. Posteriormente, escritores que se depararam com *jb* como abreviação da palavra sem sentido jîba, passaram a usar *jaib* que faz parte do vocabulário árabe e que significa "enseada" ou "baía". Mais tarde ainda, ao fazer a tradução de *jaib* para o latim, Gerardo de Cremona empregou o equivalente latino *sinus*, de onde vem nossa palavra atual seno (EVES, 2004, p. 267).

Sobre o *Almagesto* é importante dizer que essa obra, considerada a maior referência sobre trigonometria, apresenta uma tabela de cordas em que a circunferência está dividida em 360 partes congruentes entre si e o diâmetro está dividido em 120 partes iguais. A partir dessa demonstração, calculam-se os ângulos das cordas, de 0 a 180 graus, sendo a corda a única função trigonométrica utilizada por Ptolomeu (127 a 151 d.C.) em seus estudos sobre astronomia, e que, posteriormente, serviria para embasar todo o desencadeamento conceitual da trigonometria.

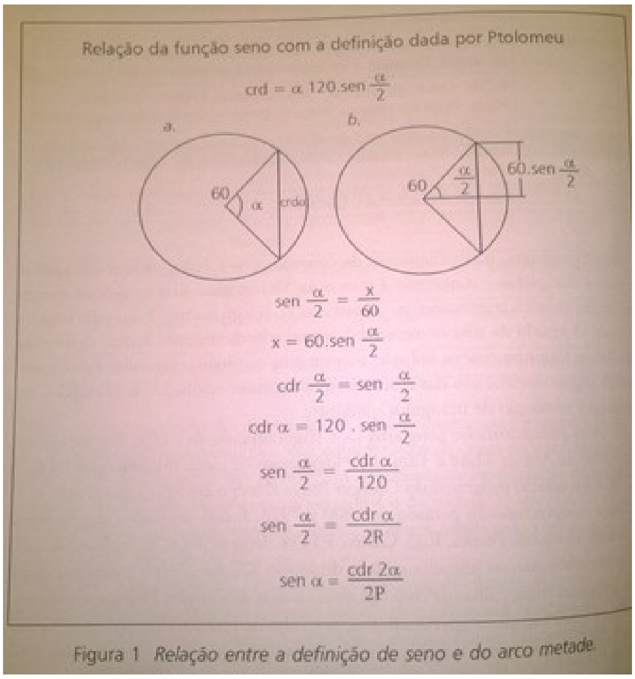


Figura 1 - Relação entre a definição de seno e arco metade (NACARATO *et. al.*, 2007, p.76)

Certamente, nem os gregos, ou os árabes, ou os hindus, que também perfilam nessa história, cujos estudos impulsionaram o desenvolvimento da trigonometria desde a antiguidade, não imaginavam o avanço que a humanidade alcançaria a partir da aplicação desse conceito matemático voltado a medir distâncias inacessíveis. Da astronomia para a engenharia, tecnologia, topografia, são muitas as áreas em que o uso da trigonometria está frequentemente presente.

O avanço do mundo moderno alcançado a partir dos estudos trigonométricos faz com que o conhecimento desse conteúdo matemático seja de fundamental importância no aprendizado escolar, razão de sua inclusão no currículo de Ensino Médio.

No campo educacional, o ensino da trigonometria ancora-se na perspectiva do aprendizado de razões trigonométricas seno, cosseno e tangente, conforme se observa pelo conteúdo programático apresentado por alguns dos livros didáticos adotados por escolas públicas, no segundo ano do ensino médio:

1) Livro “Quadrante Matemática” (CHAVANTE; PRESTES, 2016, p. 10-40): os autores propõem abertura da unidade com um texto sobre meteorologia que tem por objetivo mostrar a aplicação prática da trigonometria. Nessa unidade é proposto ainda o estudo de razões trigonométricas, que podem ser associadas a uma circunferência de raio unitário e funções trigonométricas que modelam comportamentos periódicos. Os autores explicam o arco de circunferência e como medi-lo e, em seguida, propõem uma transformação de graus em radianos, sem explicar as medidas em graus na circunferência.

2) Livro “Matemática Paiva” (PAIVA, 2015, p. 39-127): aborda Trigonometria apresentando a circunferência trigonométrica associando a órbita de um satélite ao redor da Terra ao sistema cartesiano. O autor define radiano como unidade de medida de um arco e de um ângulo, explicando a transformação de medida de arco em radianos para comprimento de arco em centímetros, caracterizando, em seguida, a medida da circunferência em radiano através de uma regra de três simples. Em seguida, o autor apresenta a circunferência trigonométrica com frações de seno e cosseno, bem como os quadrantes da circunferência trigonométrica, sem apresentar a explicação sobre ângulos.

3) Livro “Matemática – Interação e Tecnologia” (BALESTRI, 2016, p. 8-34): traz na sua primeira unidade as definições de centro, raio, diâmetro, corda, medida angular e medida de arco. Transforma, usando regra de três simples, arco em graus em medida de arco em centímetros, apresentando, em seguida, o radiano. No tópico circunferência trigonométrica é introduzida a circunferência trigonométrica dividida em quadrantes, usando-se radiano e graus, simultaneamente.

4) Livro “Contato Matemática” (SOUZA; GARCIA, 2016, p. 8-40): conceitua medidas de arcos em graus e radianos, propondo que os alunos percebam a relação entre o comprimento de um arco e suas diferentes formas de representação, que

compreendam o conceito de arcos trigonométricos. Os autores apresentam a circunferência trigonométrica em radianos fazendo menção aos ângulos de 30, 45 e 60 graus, organizam uma tabela de valores com os ângulos de 0, 30, 45, 60, 90, 180, 270 e 360 em radianos e em graus, mas não apresentam as transformações, dos outros ângulos do círculo trigonométrico.

Como se observa, de maneira geral, os livros didáticos dedicam boa parte de seu conteúdo programático à abordagem da trigonometria. Contudo, pelas razões já apontadas anteriormente, no Capítulo 1, essa ênfase nem sempre resulta na aprendizagem adequada dos alunos, que muitas vezes demonstram imensa dificuldade de compreensão do conteúdo. Nacarato *et. al.* (2007) corroboram com essa percepção, ao mesmo tempo em que buscam respostas para o motivo de tal defasagem na aprendizagem da trigonometria no ensino médio:

> A trigonometria é um campo da Matemática que esteve presente na escola secundária ao longo de todo o século XX, talvez em decorrência de sua aplicabilidade tanto para a própria Matemática quanto para a Física. Constata-se, ainda, que os livros didáticos dedicam grande número de páginas ao seu tratamento, o que acaba acarretando quase um semestre de trabalho em sala de aula. No entanto, mesmo com toda essa ênfase, os alunos chegam ao Ensino Superior sem o conhecimento mínimo desse conteúdo. **Então o que vem ocorrendo com o ensino da trigonometria que não resulta em aprendizagem, por parte dos alunos**? (NACARATO *et. al.,* 2007, p. 66, *grifos nossos*).

Ainda segundo Nacarato *et. al.* (2007, p. 71-89) até a década de 1980, o ensino da trigonometria no currículo matemático brasileiro teve três vertentes de ênfase: 1) geométrica (geometria plana e espacial); 2) geometria vetorial (ensino de vetores e trigonometria esférica); e, 3) funções circulares. A partir da década de 1980 há o retorno à trigonometria geométrica com uma nova nuance, em nada semelhante àquela do período anterior:

> A parte relativa à trigonometria deixou de ser designada como funções circulares e aparece precedida pelo estudo dos triângulos. Essa característica faz com que interpretemos que, nas décadas de 1980 e 1990, a trigonometria voltou a ter um enfoque geométrico. No entanto, esse enfoque é diferente daquele do início do século, pois este pode ser considerado geométrico a partir do momento em que todo o conteúdo trigonométrico é desenvolvido com base no triângulo retângulo. No entanto, tal enfoque se faz presente apenas na introdução do tema, pois, a partir da exploração do círculo trigonométrico, não há preocupação em buscar subsídios na Geometria para demonstrar/provar as propriedades trigonométricas (NACARATO *et. al.,* 2007, p. 90).

A década de 1980 marca, ainda, o início de uma importante revolução do ensino da matemática, que, segundo Dante (2017, p. 286), aconteceu a partir da publicação do documento norte-americano ‘Agenda para Ação’, do Conselho Nacional de Professores de Matemática[2], no qual se recomendou o ensino da matemática com foco na resolução de problemas, influenciando fortemente as reformas educacionais de diversos países nas décadas de 1980 e 1990.

No Brasil, o ensino da matemática com foco em resolução de problemas passou a ser diretriz disposta nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN do Ensino Médio. Os PCN propõem essa forma de ensinar em relação a tópicos específicos da matemática, como a trigonometria:

> Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a Trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Nesse sentido, um projeto envolvendo também a Física pode ser uma grande oportunidade de aprendizagem significativa.
>
> O currículo do Ensino Médio deve garantir também espaço para que os alunos possam estender e aprofundar seus conhecimentos sobre números e álgebra, mas não isoladamente de outros conceitos, nem em separado dos problemas e da perspectiva sócio-histórica que está na origem desses temas. Estes conteúdos estão diretamente relacionados ao desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à resolução de problemas, à apropriação da linguagem simbólica, à validação de argumentos, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real. (BRASIL, 1997, p. 44)

Apesar dessas ‘reformas’, o ensino da matemática, em nível macro, e da trigonometria, especificamente, ainda inspiram questionamentos sobre o porquê do déficit de aprendizagem dos alunos do ensino médio e como o professor pode

---

[2] Tradução livre do autor. No original “*National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM)”. Fundado em 1920, o Conselho Nacional de Professores de Matemática – *National Council of Teachers of Mathematics* (*NCTM*) – apoia e defende o ensino e a aprendizagem de matemática de mais alta qualidade para cada aluno, sendo a maior organização de educação em matemática do mundo, com 60 mil membros e mais de 230 Afiliados nos Estados Unidos e no Canadá. Informação disponível em: <http://www.nctm.org/About/>. Acesso em 06 de junho de 2017.

dinamizar o ensino desse conteúdo, alavancando a compreensão de seus alunos, como apontamos anteriormente pela citação de Nacarato *et. al.* (2007).

CAPÍTULO 3 - ÂNGULOS

Devido à defasagem de conteúdo com que muitos alunos chegam ao Ensino Médio, frequentemente, antes de iniciar o estudo das funções seno e cosseno, sugiro a revisão do conteúdo sobre ângulos. Somente após essa revisão, passo à introdução dos conteúdos círculo trigonométrico e funções seno e cosseno, com explicação sobre algumas de suas aplicações.

A proposta é de um ensino lúdico, com a revisão de alguns ângulos notáveis, seus complementos e suplementos, assim como também a operação de adição de ângulos e soma dos ângulos internos de polígonos, como serão demonstrados a seguir.

3.1 Ângulos – Dobraduras uma maneira fácil de “Complementar e Suplementar”

3.1.1 Primeira Parte

Nesta primeira parte confeccionaremos três hexágonos regulares, onde mostraremos aos alunos alguns ângulos notáveis, como os ângulos de 30° e 60°, além da soma de ângulos. Desta forma, quando ensinarmos o círculo trigonométrico os alunos já terão uma ideia do conceito de ângulo.

Atividade 1:

- Confeccionar três hexágonos regulares, repetindo as instruções abaixo.

1) Dobre uma folha ao meio no sentido vertical e abra novamente.
2) Dobre uma ponta, inferior da folha, até a marca feita pela dobra.
3) Dobre a folha sobre o triângulo formado. Abra a folha novamente.
4) Dobre a outra ponta, inferior da folha, até a marca feita pela dobra vertical.
5) Dobre a folha sobre o triangulo formado, abra a folha novamente.
6) Corte o triângulo equilátero marcado.
7) Dobre o triângulo unindo duas a duas de suas pontas. A interseção das marcas é o baricentro do triângulo.

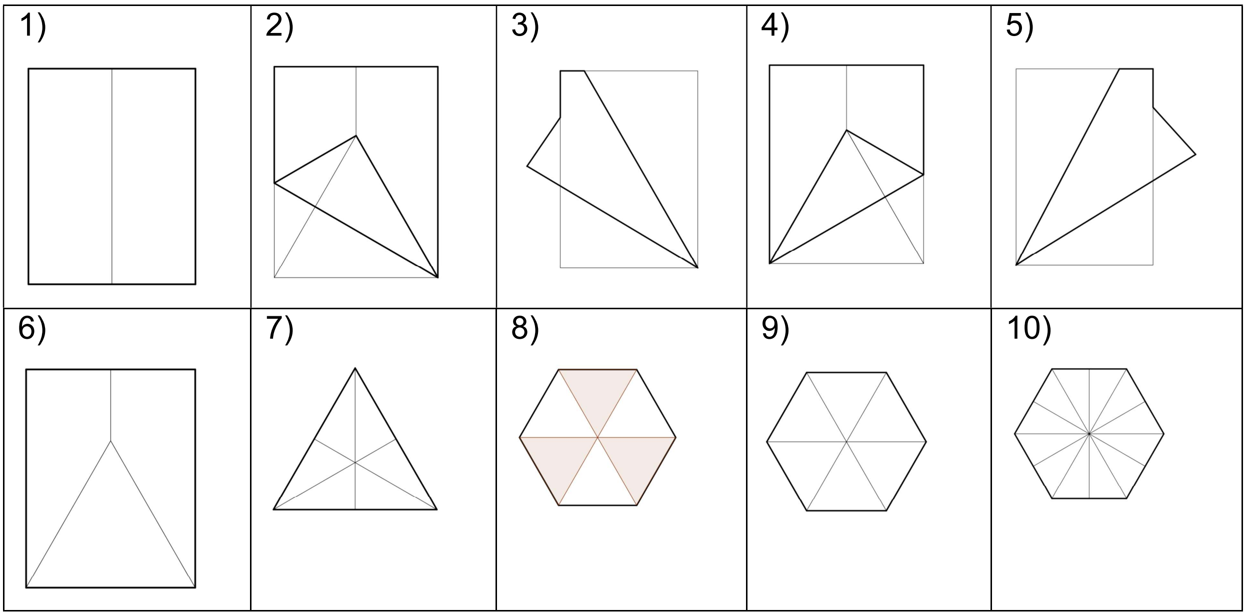
8) Leve e dobre as pontas até os encontros das marcas feitas acima (baricentro). Você terá um hexágono regular.

9) Recorte as 3 pontas. As diagonais estão marcadas.

10) Dobre o hexágono “ao meio”, entre as diagonais marcadas.

A seguir, apresentamos os desenhos para ilustrar os itens de 1 a 10:

Figura 2 - Confecção de hexágono



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Os hexágonos ficaram prontos. Entre duas dobras (dois vincos) do papel temos o ângulo de 30^o.

- Colorir os hexágonos. Para ângulos iguais use a mesma cor, para separar os ângulos use apenas uma cor, construa de preferência na ordem em que aparecem:

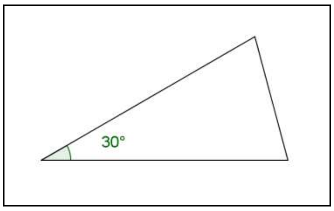
1) **Disco 1** (Primeiro hexágono).

a) Pedir aos alunos para colorir todos os ângulos de 30^o.

b) Explicar que a circunferência tem 360^o. (Se possível usar um transferidor nesta explicação).

c) Explicar a soma de ângulos e formar a ideia de que quando um ângulo for superior a 360^o, isto quer dizer que teremos K voltas mais um ângulo menor que 360^o. Para mostrar tais somas de ângulos, dobra-se o hexágono deixando à mostra apenas os ângulos pedidos. Por exemplo, para mostrar o ângulo de 30°, o hexágono deverá ser dobrado até que apareça apenas um ângulo colorido, ficando conforme figura abaixo:

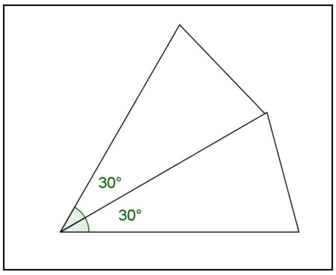
Figura 3 - Confecção de ângulo de 30º usando hexágono



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Outro exemplo: para mostrar o ângulo de 60°, o hexágono deverá ser dobrado até que apareçam dois ângulos coloridos, ficando conforme figura abaixo:

Figura 4 - Confecção de ângulo de 60º usando hexágono



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

d) Mostrar os ângulos de 30^o, 60^o, 90^o, 180^o, 360^o, e por último zero grau. (Explicar a diferença de zero grau para 360^o, ou seja, em zero grau não houve volta, mas em 360^o teremos uma volta completa.).

2) **Disco 2** (Segundo hexágono)

a) Pedir aos alunos para colorir um ângulo de 30^o.

b) Pedir aos alunos para colorir um ângulo de 60^o. Mostrar que 30^o mais 60^o é igual a 90^o, logo os ângulos são complementares. (Não entre em detalhes, pois serão tratados na segunda etapa, apenas cite).

c) Pedir aos alunos para colorir um ângulo de 120^o. Mostrar que 30° mais 90° é igual a 120°. Se preciso use o disco 1, para auxiliar na compreensão.

d) Pedir aos alunos para colorir um ângulo de 150^o. Mostrar que 60° mais 90° é igual a 150°. Se preciso use o disco 1, para auxiliar na compreensão. Neste ponto podemos mostrar também uma subtração de ângulos, ou seja, 180° menos 30° é igual a 150°. Não faça 120° mais 30° é igual a 150°, pois o objetivo aqui é preparar o aluno para entender o círculo trigonométrico, e não uma revisão de soma de ângulos.

3) **Disco 3** (Terceiro hexágono: divida-o em 2 ângulos de 180°)

a) Pedir aos alunos para colorir um ângulo de 30° e um ângulo de 150°. Mostrar que a soma é igual a 180°, portanto são suplementares. (Não entre em detalhes, pois serão tratados na segunda etapa, apenas cite).

b) Pedir aos alunos para colorir um ângulo de 60° e um ângulo de 120°. Mostrar que a soma é igual a 180°, portanto são suplementares. (Não entre em detalhes, pois serão tratados na segunda etapa, apenas cite).

3.1.2 Segunda Parte

Nesta segunda parte confeccionaremos três octógonos regulares, onde mostraremos aos alunos algumas subdivisões de ângulos, como os 22,5° e 67,5° e duas formas de escrevê-los, ou seja, 22,5° é igual a 22°30’, e sua soma. Desta forma quando ensinarmos o círculo trigonométrico os alunos já terão uma ideia de como calcular tais somas e ângulos. Com o exercício em grupo, obteremos uma rotação de ângulos, ou seja, cada aluno medirá um ângulo a partir de um referencial, dado pelo último colega, facilitando assim a visão de ângulo.

- Confeccionar três octógonos regulares, conforme procedimento abaixo:

1) Cortar 1 quadrado de uma folha de papel e para fazer isto, dobre uma das pontas da folha de papel até atingir a lateral oposta, e retire a parte retangular que sobra, abra o triângulo, obtendo, assim, um quadrado.

2) Dobrar as diagonais.

3) Dobre ao meio, no sentido horizontal.

4) Una as extremidades da marca ao meio, formando dois triângulos.

5) Dobre ao meio, fazendo uma marca, abra novamente.

6) Dobre as pontas de um dos triângulos até a marca do meio, conforme foto.

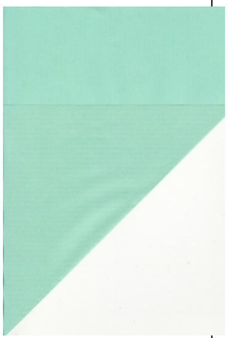
7) Dobre as outras pontas do triângulo restante até a marca do meio, conforme foto.

8) Corte as pontas, conforme foto

9) Abrir o papel. Teremos um octógono.

Fotos para ilustrar os itens de 1 a 9.

Figura 5 - Confecção de octógono

1)  Figura 6 - Scanner	2)  Figura 7 – Scanner	3)  Figura 8 - Scanner	4)  Figura 9 - Scanner	5)  Figura 10 – Scanner
6)  Figura 11 - Scanner	7)  Figura 12 – Scanner	8)  Figura 13 - Scanner	9)  Figura 14 - Scanner	

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- O Octógono ficou pronto. Temos entre duas dobras (dois vincos) do papel um ângulo de 22,5°.

- Colorir os octógonos. Para ângulos iguais use a mesma cor, para separar os ângulos use apenas uma cor, construa de preferência na ordem em que aparecem:

1) **Disco 1** (Primeiro octógono)

a) Pedir aos alunos para colorir 4 ângulos de 22^o 30’ ou $22{,}5^o$. Neste momento deve-se aproveitar para explicar esta igualdade.

b) Pedir aos alunos para colorir 1 ângulo de 90^o.

c) Pedir aos alunos para colorir 2 ângulos de 45^o.

d) Pedir aos alunos para colorir 1 ângulo de $22{,}5^o$ e 1 ângulo de $67{,}5^o$.

2) **Disco 2** (Segundo octógono: divida-o em 4 ângulos de 90^o)

a) Pedir aos alunos para colorir 2 ângulos de 45^o. Mostrar que a soma é igual a 90^o, portanto, que esses ângulos são complementares.

b) Pedir aos alunos para colorir 1 ângulo de $22{,}5^o$ e 1 ângulo de $67{,}5^o$. Mostrar que a soma é igual a 90^o, portanto esses ângulos são complementares.

c) Pedir aos alunos para colorir os 2 ângulos de 90^o que sobraram. Mostrar que a soma é igual a 180^o, portanto esses ângulos são suplementares.

3) **Disco 3** (Terceiro octógono: divida-o em 2 ângulos de 180^o)

a) Pedir aos alunos para colorir 1 ângulo de 135^o e 1 ângulo de 45^o. Mostrar que a soma é igual a 180^o, portanto esses ângulos são suplementares.

b) Colorir 1 ângulo de $112{,}5^o$ e 1 ângulo de $67{,}5^o$. Mostrar que a soma é igual a 180^o, portanto esses ângulos são suplementares.

Com base no que abordamos anteriormente de ângulos, soma de ângulos, ângulos complementares e suplementares propomos a atividade abaixo para aplicação do que foi aprendido.

Complete as operações abaixo, usando o hexágono e o octógono, como referência para os cálculos.

1) Ângulos complementares:

a) $45^o + 45^o =$

b) $22{,}5^o + 67^o\ 30' =$

c) $30^o + 60^o =$

d) $(22{,}5^o + 22^o\ 30') + 45^o =$

e) $(30^{o} + 30^{o}) + 30^{o} =$

2) Ângulos suplementares:

a) $90^{o} + 90^{o} =$

b) $135^{o} + 45^{o} =$

c) $112{,}5^{o} + 67^{o}\ 30' =$

d) $120^{o} + 60^{o} =$

e) $150^{o} + 30^{o} =$

f) $(45^{o} + 45^{o}) + 90^{o} =$

g) $(90^{o} + 45^{o}) + 45^{o} =$

h) $(45^{o} + 22^{o}\ 30') + (67{,}5^{o} + 45^{o}) =$

h) $(60^{o} + 60^{o}) + (30^{o} + 30^{o}) =$

i) $(120^{o} + 30^{o}) + 30^{o} =$

3.2 Soma dos ângulos internos de um polígono – uma pequena competição

Para essa atividade é necessário passar a fórmula de soma dos ângulos internos para os alunos, com antecedência.

$Si = (n-2).180º$

Exemplo: Para um pentágono, temos: $Si = (5-2).180º = 3.180º = 540°$.

Leve os alunos a um pátio da escola. Peça aos alunos que formem grupos de cinco. Escolham um líder para o grupo. O professor deverá entregar para o líder do grupo os seguintes exercícios em folha impressa.

1º Exercício:

Aluno líder na posição inicial, primeiro aluno dê 5 passos em frente, segundo aluno vire 90º e ande 5 passos, terceiro aluno vire 90º e ande 5 passos, quarto aluno vire 150º (180º - 30º), ande 5 passos e vire 60º, o último ângulo terá 150º. Desenhe a figura em seu caderno.

2º Exercício:

Aluno líder na posição inicial, primeiro aluno dê 9 passos em frente, segundo aluno vire 60º e ande 9 passos, terceiro aluno vire 240º (180°+60°) e ande 4 passos, quarto aluno vire 60º, ande 6,5 passos, vire 90º, o último ângulo terá 90º. Desenhe a figura em seu caderno.

3º Exercício:

Aluno líder na posição inicial, primeiro aluno dê 5 passos em frente, segundo aluno vire 90º e ande 5 passos, terceiro aluno vire 90º e ande 5 passos, o último ângulo terá 90º. Desenhe a figura em seu caderno.

O líder deverá escolher a ordem de participação de cada aluno do grupo e marcar o local de início da atividade. O líder deverá indicar para cada participante, com base na sua ordem de participação, qual será o seu posicionamento. Cada aluno deverá obter o ângulo indicado no exercício, entregue impresso pelo professor, a partir do aluno anterior, contará os passos e ficará no local onde terminou o último passo.

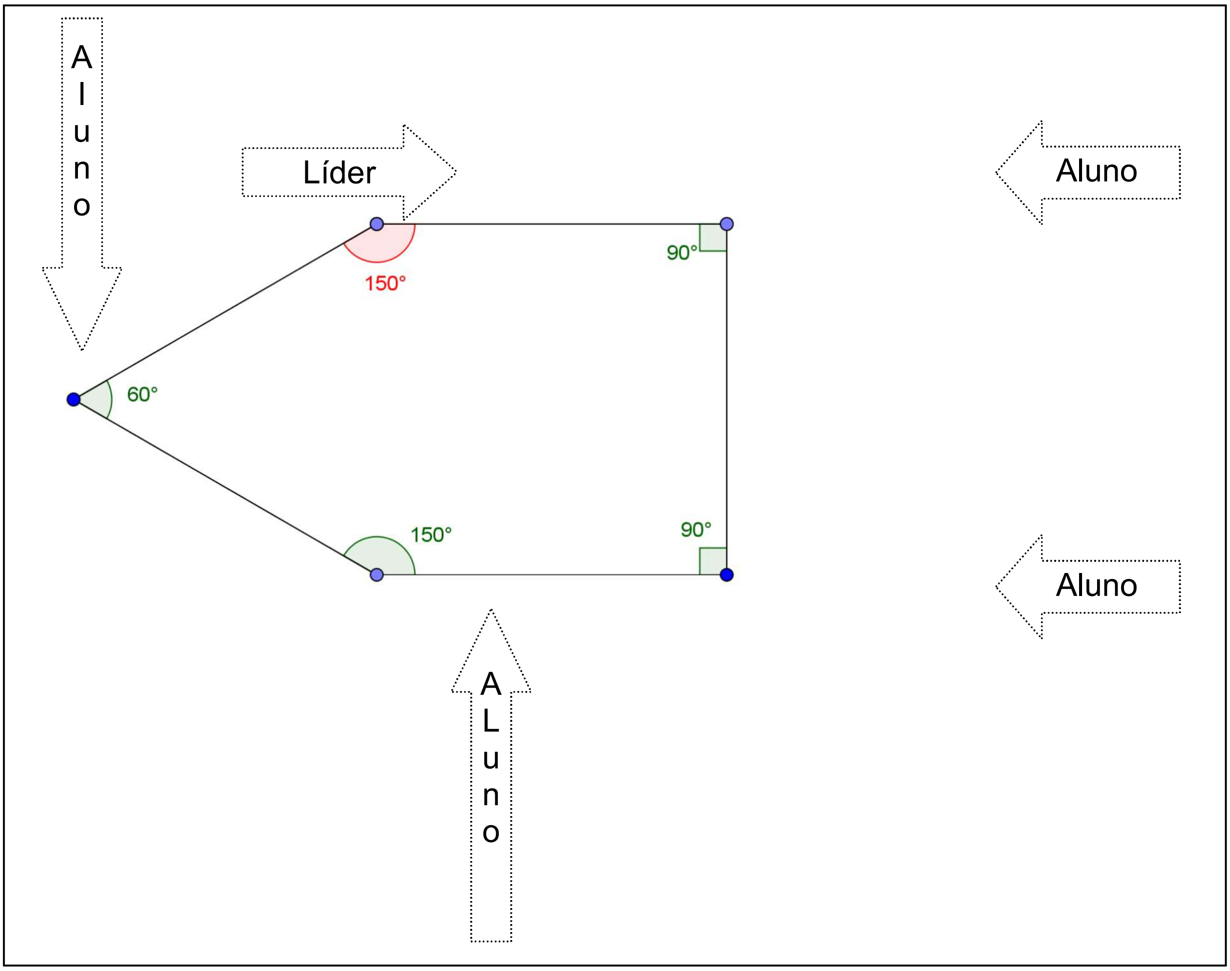
Quando todos os alunos estiverem na posição, o líder deverá dizer aos alunos do grupo que desenhem a figura obtida, considerando que cada aluno é um vértice. Os alunos deverão, ainda, obter a soma dos ângulos internos do polígono formado, somando os ângulos fornecidos e utilizando a fórmula dada. Em seguida, deverão dizer ao professor que o grupo terminou o exercício, apresentando a figura desenhada no caderno e os respectivos cálculos.

Ganhará a equipe de alunos que terminar os exercícios, corretamente, primeiro. O sistema de premiação fica a critério do professor.

1º Exercício.

Aluno líder na posição inicial, primeiro aluno dê 5 passos em frente, segundo aluno vire 90º e ande 5 passos, terceiro aluno vire 90º e ande 5 passos, quarto aluno vire 150º (180º - 30º), ande 5 passos e vire 60º, o último ângulo terá 150º. Desenhe a figura em seu caderno.

Figura 15- Resposta do exercício



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Cálculos:

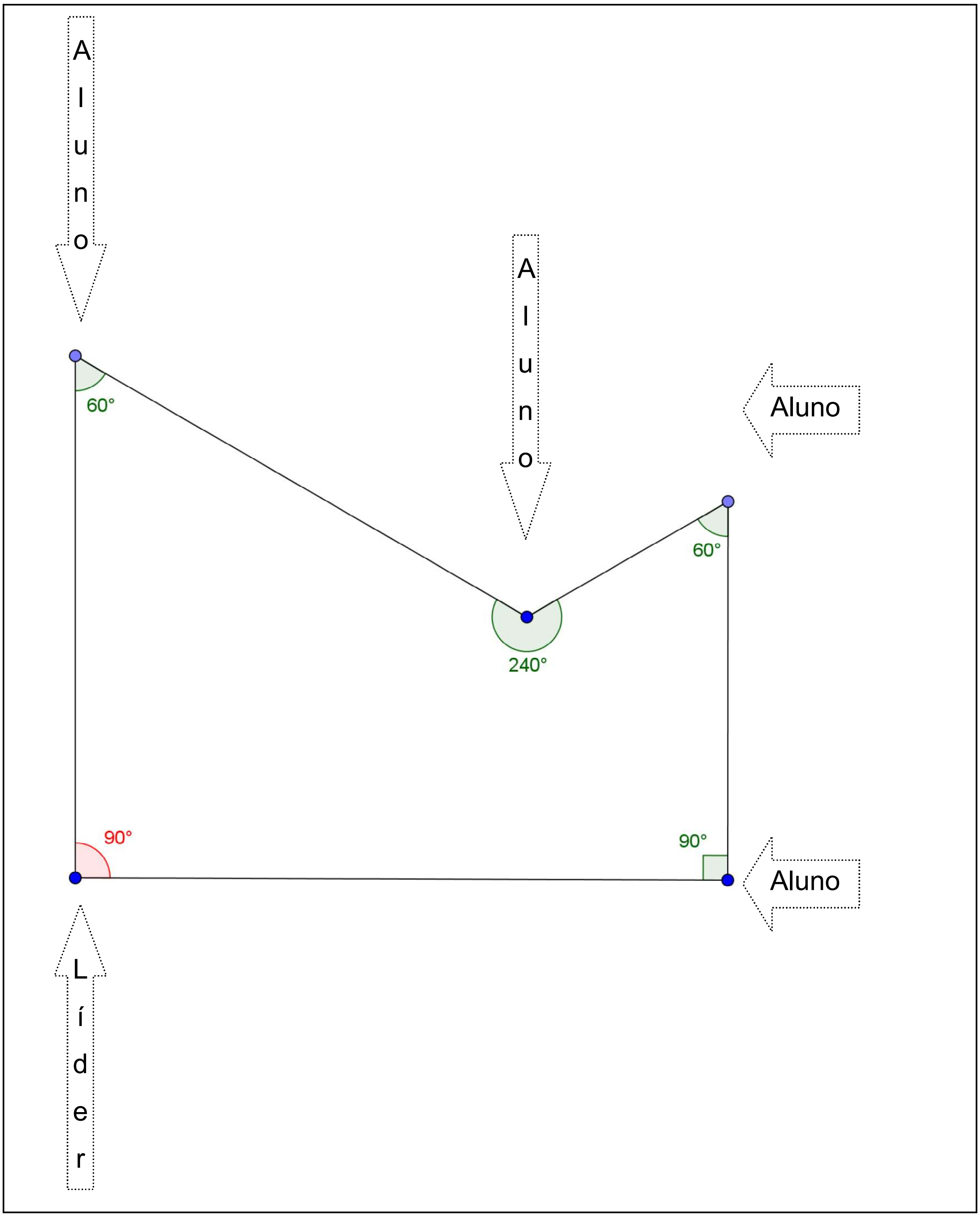
$90° + 90° + 150° + 60° + 150° = 540°$

Si = (5-2).180º = 3.180º = 540°

2º Exercício.

Aluno líder na posição inicial, primeiro aluno dê 9 passos em frente, segundo aluno vire 60º e ande 9 passos, terceiro aluno vire 240º (180°+60°) e ande 4 passos, quarto aluno vire 60º, ande 6,5 passos, vire 90º, o último ângulo terá 90º. Desenhe a figura em seu caderno.

Figura 16- Resposta do exercício



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Cálculos:

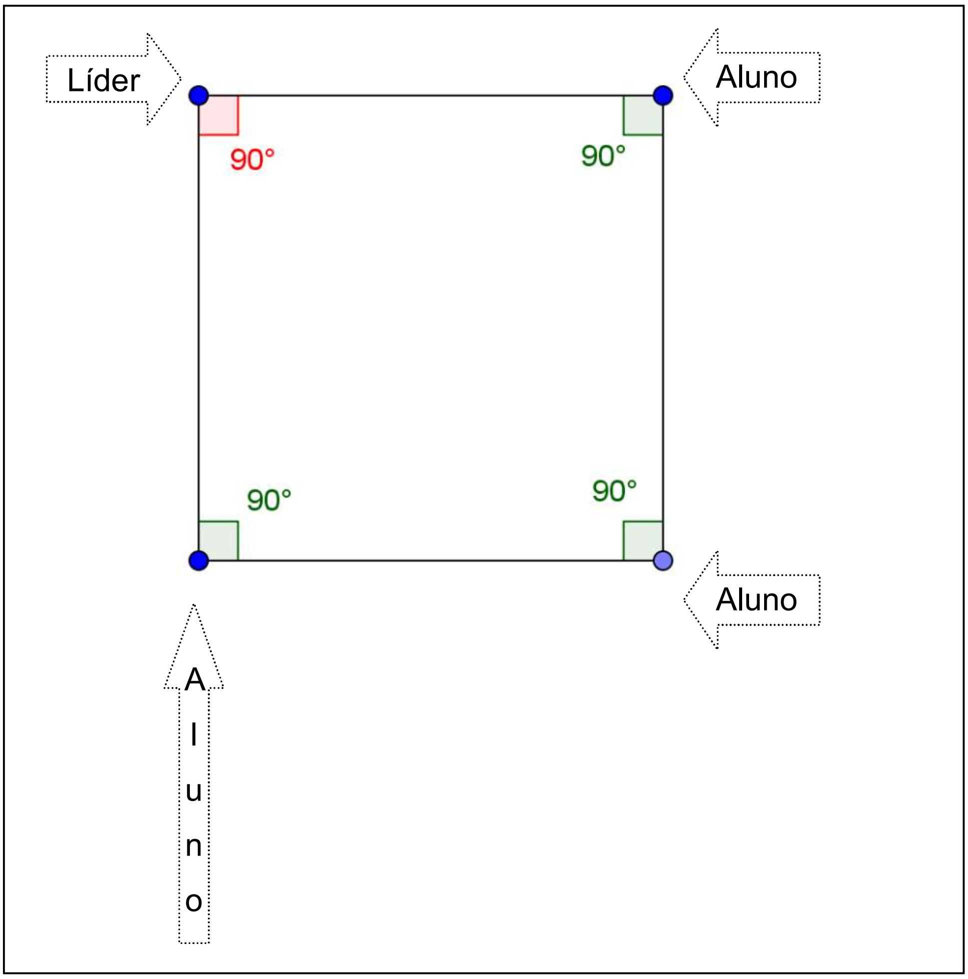
$60° + 240° + 60° + 90° + 90° \ = 540°$

Si = (5-2).180º = 3.180º = 540°

3º Exercício.

Aluno líder na posição inicial, primeiro aluno dê 5 passos em frente, segundo aluno vire 90º e ande 5 passos, terceiro aluno vire 90º e ande 5 passos, o último ângulo terá 90º. Desenhe a figura em seu caderno.

Figura 17- Resposta do exercício



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Cálculos:

$90° + 90° + \ 90° + 90° \ = 360°$

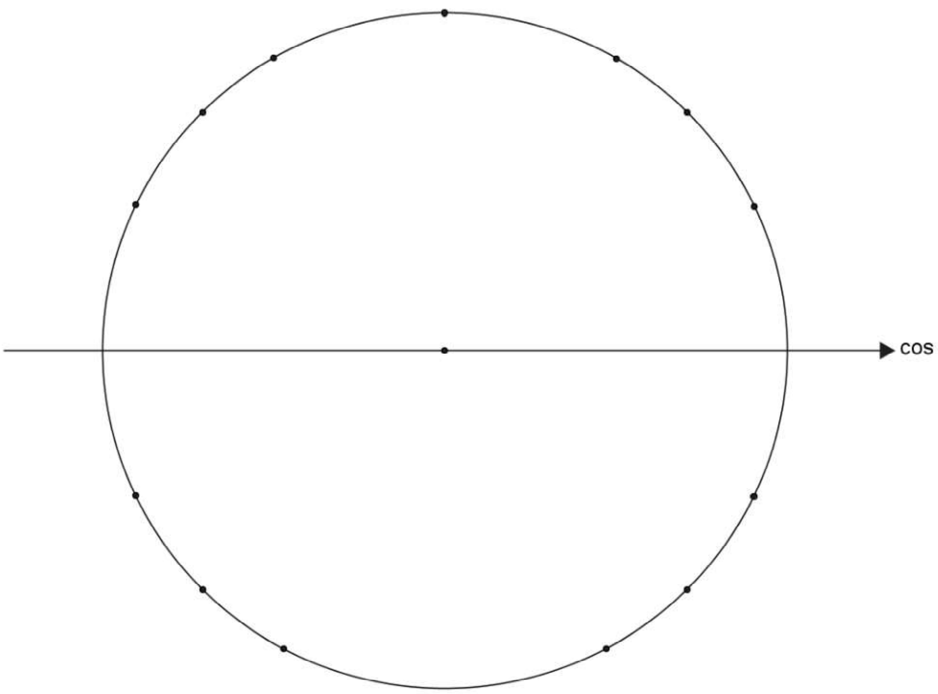
Si = (4-2).180º = 2.180º = 360°

CAPÍTULO 4 – CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO

Uma vez terminada a revisão de ângulos, passaremos a introduzir o círculo trigonométrico e a confecção de gráficos das funções seno e cosseno.

- Traça-se um círculo unitário e seu eixo horizontal, o qual denominaremos de eixo dos cossenos, e colocaremos a abreviatura (cos).

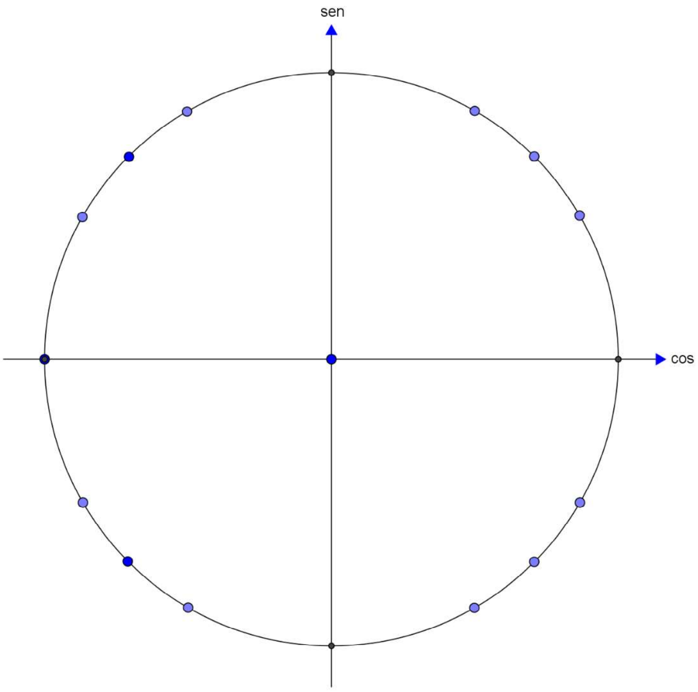
Figura 18 - Círculo com marcação do eixo dos cossenos (horizontal)



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Traça-se o eixo vertical, o qual denominaremos de eixo dos senos, e colocaremos a abreviatura (sen).

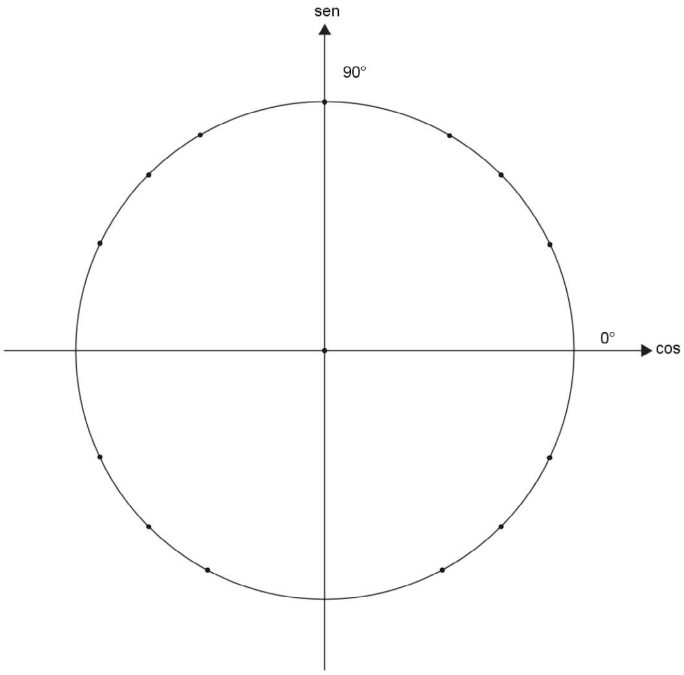
Figura 19- Círculo com marcação do eixo dos senos (vertical)



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Colocam-se os ângulos de 0° e 90°. Diremos que são estes são ângulos fundamentais.

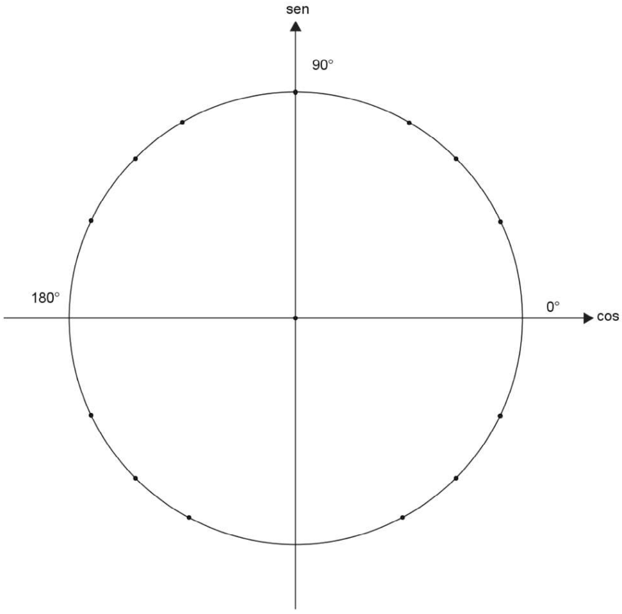
Figura 20 - Marcação dos ângulos fundamentais de 0º e 90º



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Diremos que somando 90° ao ângulo de 90° teremos 180°. Marca-se este ângulo.

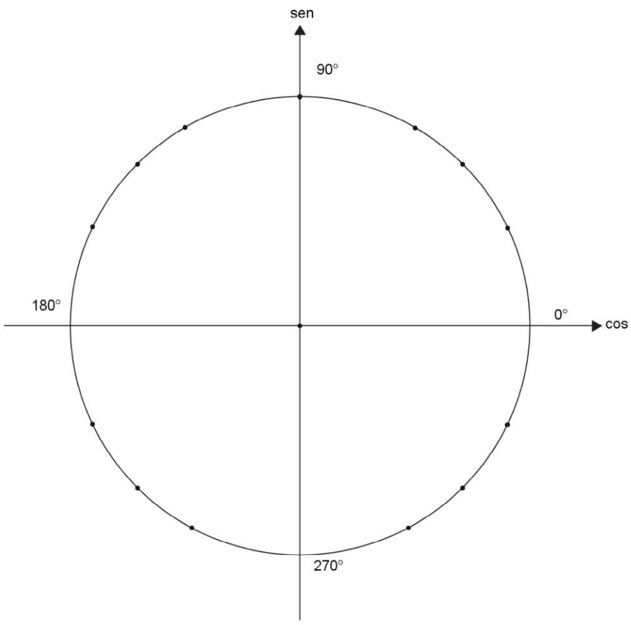
Figura 21 - Marcação do ângulo fundamental de 180º



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Diremos que somando 90° ao ângulo de 180° teremos 270°. Marca-se este ângulo.

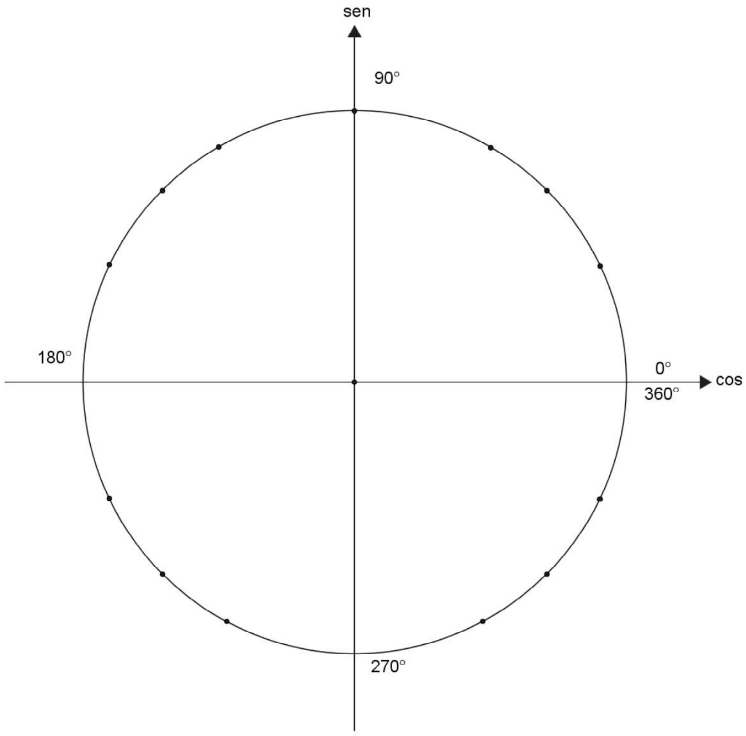
Figura 22 - Marcação do ângulo fundamental de 270º



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Diremos que somando 90° ao ângulo de 270° teremos 360°. Marca-se este ângulo. Diremos ainda que são cinco ângulos fundamentais (0°, 90°, 180°, 270° e 360°)

Figura 23 - Marcação do ângulo fundamental de 360º

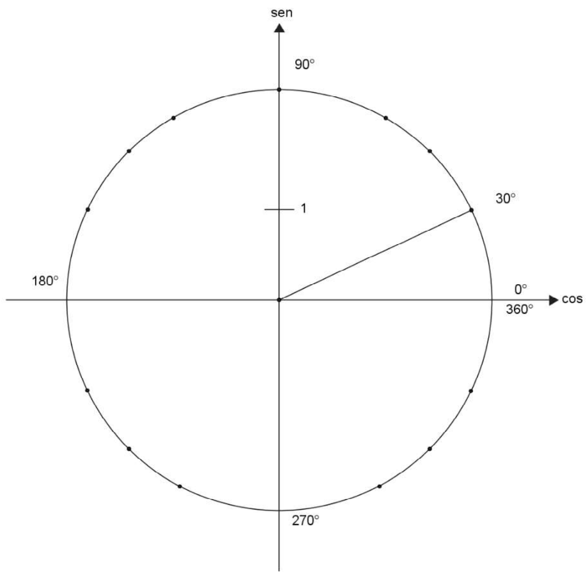


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Traça-se um segmento de reta, da origem até o círculo trigonométrico, de forma que a extremidade sobre o círculo trigonométrico esteja à metade da altura do eixo dos senos no sentido positivo.

- Marca-se então 30°, próximo ao círculo trigonométrico, e 1 sobre o eixo dos senos. Diremos que se trata do primeiro ângulo fundamental.

Figura 24 - Marcação do primeiro ângulo fundamental, de 30º

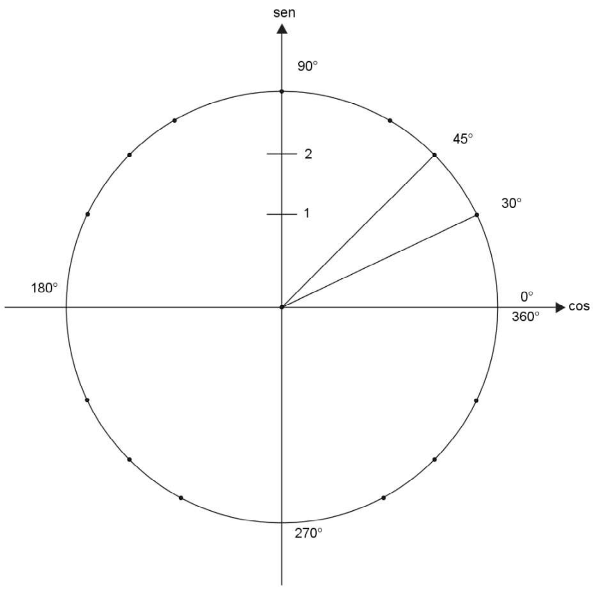


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Traça-se um segmento de reta, da origem até o círculo trigonométrico, de forma que a extremidade sobre o círculo trigonométrico esteja um pouco acima da metade da altura do eixo dos senos.

- Marca-se então 45°, próximo ao círculo trigonométrico, e 2 sobre o eixo dos senos. Diremos que se trata do segundo ângulo fundamental.

Figura 25 - Marcação do segundo ângulo fundamental, de 45º

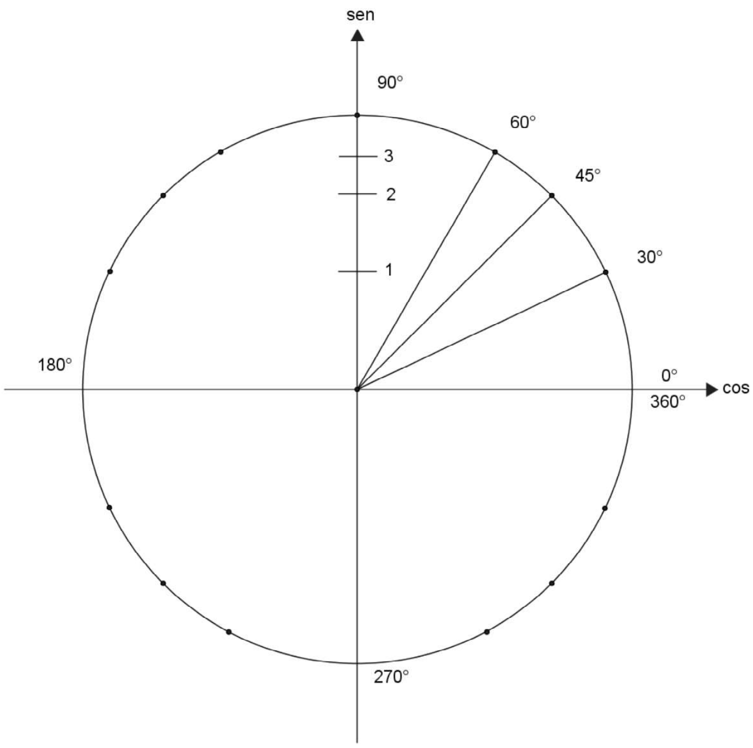


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Traça-se um segmento de reta, da origem até o círculo trigonométrico, de forma que a extremidade sobre o círculo trigonométrico esteja um pouco acima da altura do ângulo de 45° no eixo dos senos.

- Marca-se então 60°, próximo ao círculo trigonométrico, e 3 sobre o eixo dos senos. Diremos que se trata do terceiro ângulo fundamental.

Figura 26 - Marcação do terceiro ângulo fundamental, de 60º

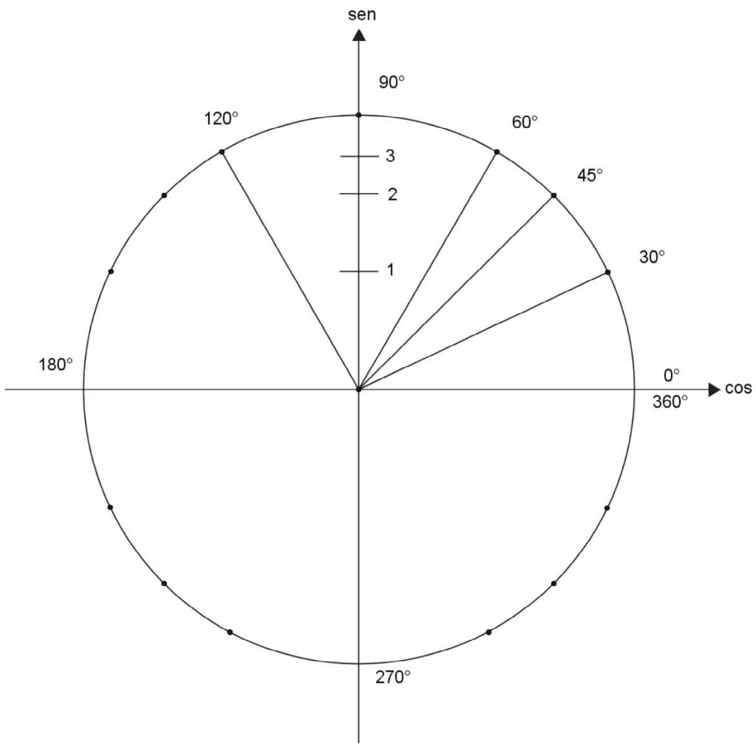


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Traça-se um segmento de reta, da origem até o círculo trigonométrico, de forma que a extremidade sobre o círculo trigonométrico esteja na mesma altura do ângulo de 60°, no eixo dos senos.

- Marca-se, então, 120°, próximo ao círculo trigonométrico. Diremos que 90° mais 30° é igual a 120°, sendo o seno de 120º igual ao seno do terceiro ângulo fundamental (60º). Observem que estamos “descendo”.

Figura 27 - Marcação do ângulo de 120º

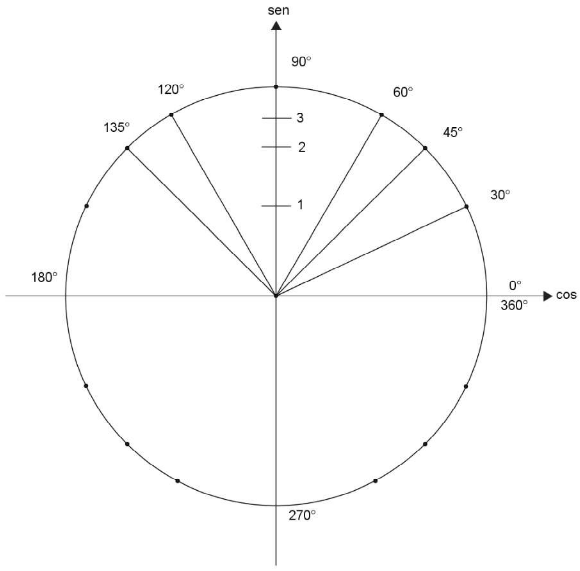


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Traça-se um segmento de reta, da origem até o círculo trigonométrico, de forma que a extremidade sobre o círculo trigonométrico esteja na mesma altura do ângulo de 45°, no eixo dos senos.

- Marca-se, então, 135°, próximo ao círculo trigonométrico. Diremos que 90° mais 45° é igual a 135°, sendo o seno de 135º igual ao seno do segundo ângulo fundamental (45º). Observem, ainda, que estamos “descendo”.

Figura 28 - Marcação do ângulo de 135º

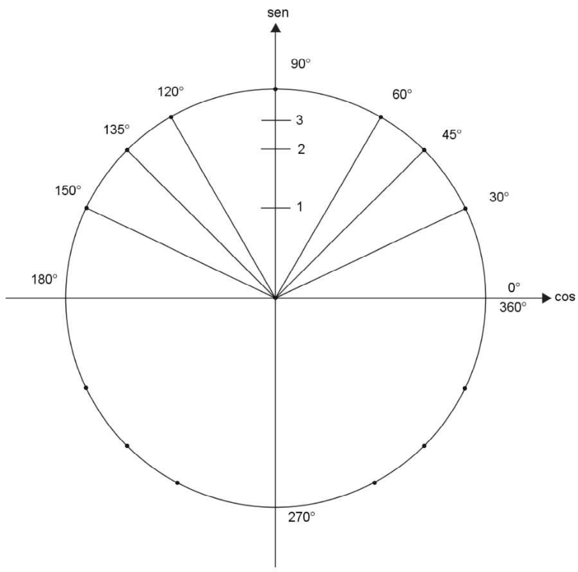


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Traça-se um segmento de reta, da origem até o círculo trigonométrico, de forma que a extremidade sobre o círculo trigonométrico esteja na mesma altura do ângulo de 30°, no eixo dos senos.

- Marca-se, então, 150°, próximo ao círculo trigonométrico. Diremos que 90° mais 60° é igual a 150°, sendo o seno de 150º igual ao seno do primeiro ângulo fundamental. Observem que acabamos de “descer”.

Figura 29 - Marcação do ângulo de 150º

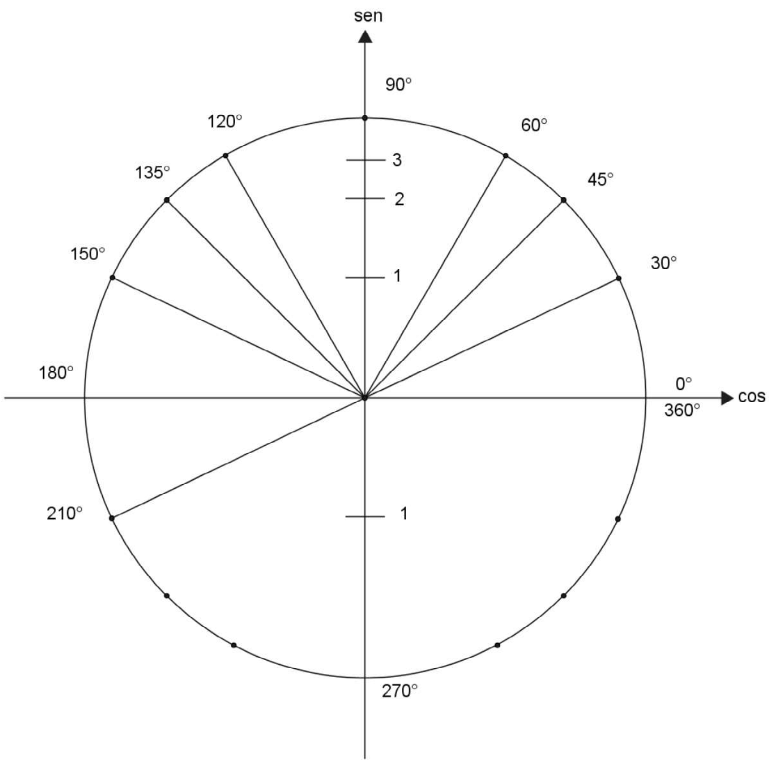


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Traça-se um segmento de reta, da origem até o círculo trigonométrico, de forma que a extremidade sobre o círculo trigonométrico esteja à metade da altura do eixo dos senos no sentido negativo.

- Marca-se, então, 210°, próximo ao círculo trigonométrico. Diremos que 180° mais 30° é igual a 210°. Observem que continuamos "descendo". Este é o primeiro ângulo marcado na parte inferior do eixo.

Figura 30 - Marcação do ângulo de 210º

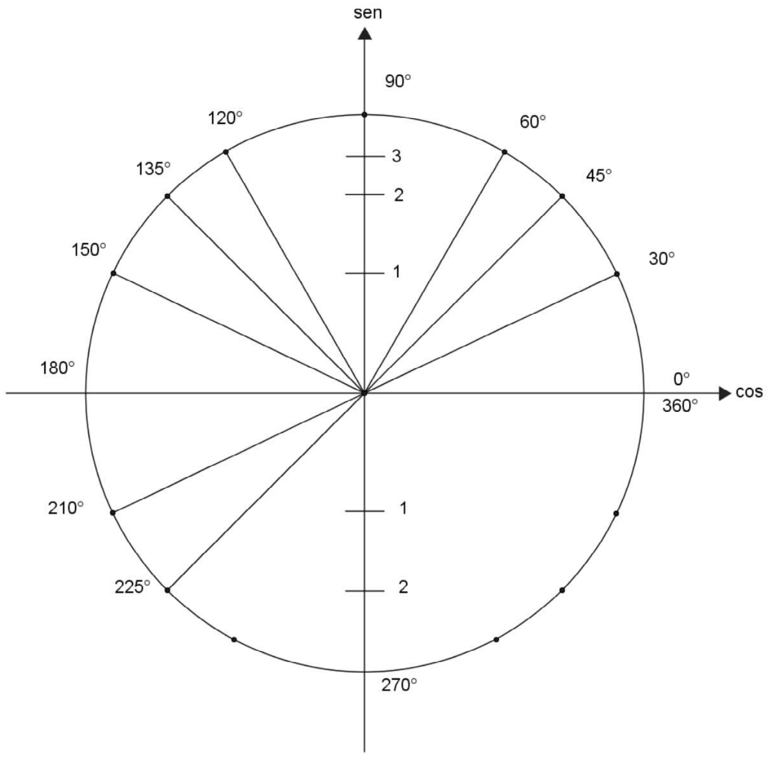


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Traça-se um segmento de reta, da origem até o círculo trigonométrico, de forma que a extremidade sobre o círculo trigonométrico esteja um pouco abaixo da metade da altura do eixo dos senos, no sentido negativo.

- Marca-se, então, 225°, próximo ao círculo trigonométrico. Diremos que 180° mais 45° é igual a 225°. Observem que estamos "descendo", este é o segundo ângulo marcado na parte inferior do eixo.

Figura 31 - Marcação do ângulo de 225º

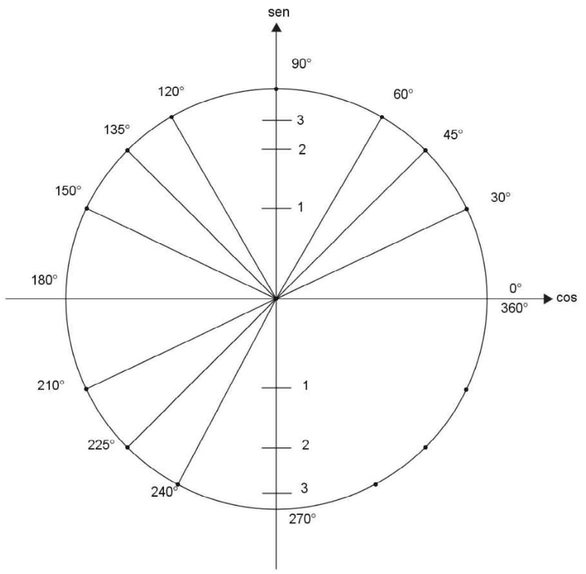


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Traça-se um segmento de reta, da origem até o círculo trigonométrico, de forma que a extremidade sobre o círculo trigonométrico esteja um pouco abaixo da marca do ângulo de 225°.

- Marca-se, então, 240°, próximo ao círculo trigonométrico. Diremos que 180° mais 60° é igual a 240°. Observem que este é o terceiro ângulo marcado na parte inferior do eixo.

Figura 32 - Marcação do ângulo de 240º

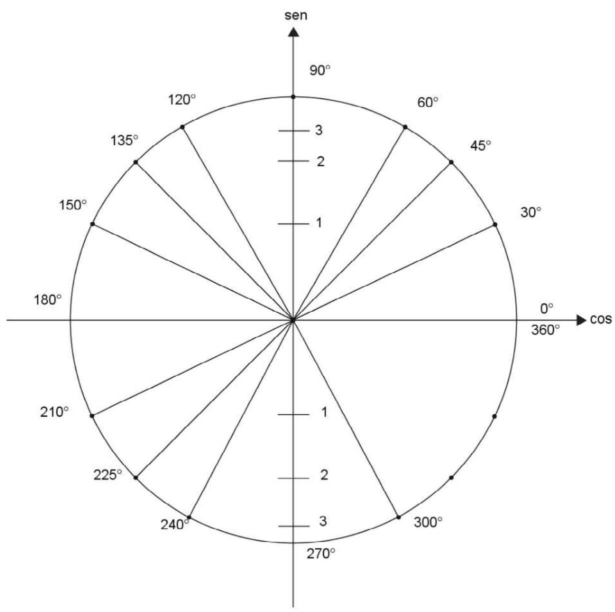


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Traça-se um segmento de reta, da origem até o círculo trigonométrico, de forma que a extremidade sobre o círculo trigonométrico esteja na mesma altura do ângulo de 240°, no eixo dos senos.

- Marca-se, então, 300°, próximo ao círculo trigonométrico. Diremos que 270° mais 30° é igual a 300°. Observem que, nessa etapa, estamos “subindo”.

Figura 33 - Marcação do ângulo de 300º

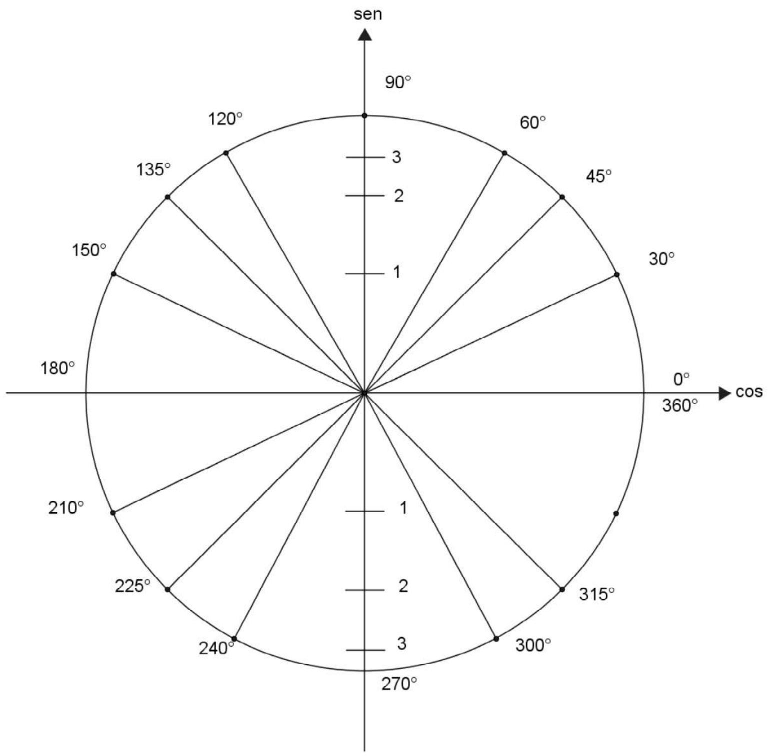


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Traça-se um segmento de reta, da origem até o círculo trigonométrico, de forma que a extremidade sobre o círculo trigonométrico esteja na mesma altura do ângulo de 225°, no eixo dos senos.

- Marca-se, então, 315°, próximo ao círculo trigonométrico. Diremos que 270° mais 45° é igual a 315°. Observem que continuamos “subindo”.

Figura 34 - Marcação do ângulo de 315º

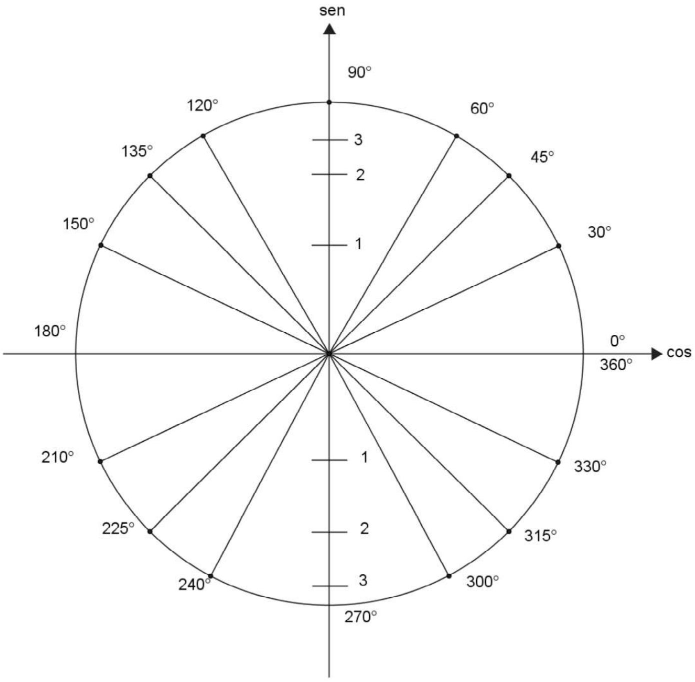


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Traça-se um segmento de reta, da origem até o círculo trigonométrico, de forma que a extremidade sobre o círculo trigonométrico esteja na mesma altura do ângulo de 210°, no eixo dos senos.

- Marca-se, então, 330°, próximo ao círculo trigonométrico. Diremos que 270° mais 60° é igual a 330°.

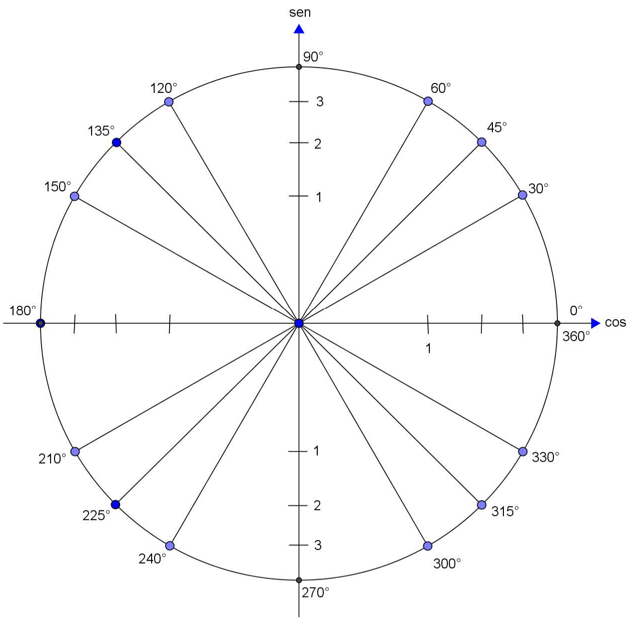
Figura 35 - Marcação do ângulo de 330º



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Marca-se 1 no eixo horizontal (cos), no sentido positivo, na mesma direção do ângulo de 60°.

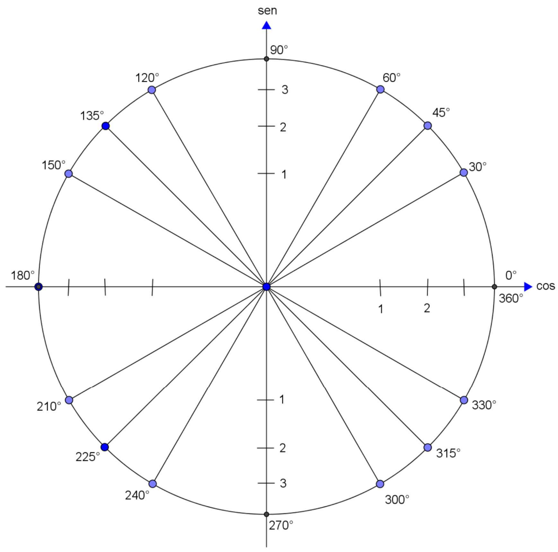
Figura 36 - Marcação de 1 no eixo horizontal (cos)



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Marca-se 2 no eixo horizontal (cos), no sentido positivo, na mesma direção do ângulo de 45°.

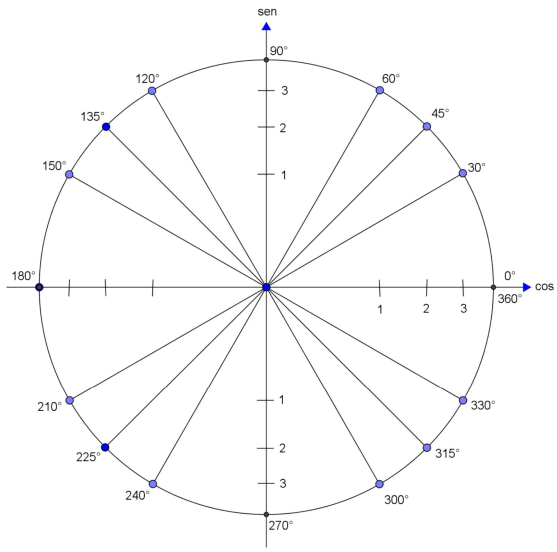
Figura 37 - Marcação de 2 no eixo horizontal (cos) – sentido positivo



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Marca-se 3 no eixo horizontal (cos), no sentido positivo, na mesma direção do ângulo de 30°.

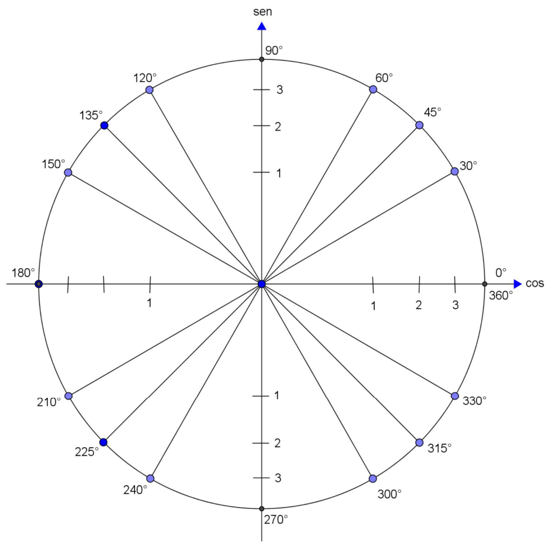
Figura 38 - Marcação de 3 no eixo horizontal (cos) – sentido positivo



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Marca-se 1 no eixo horizontal (cos), no sentido negativo, na mesma direção do ângulo de 120°.

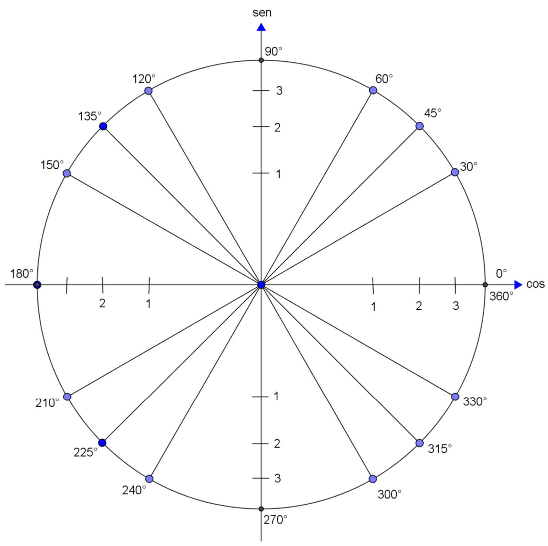
Figura 39 - Marcação de 1 no eixo horizontal (cos) – sentido negativo



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Marca-se 2 no eixo horizontal (cos), no sentido negativo, na mesma direção do ângulo de 135°.

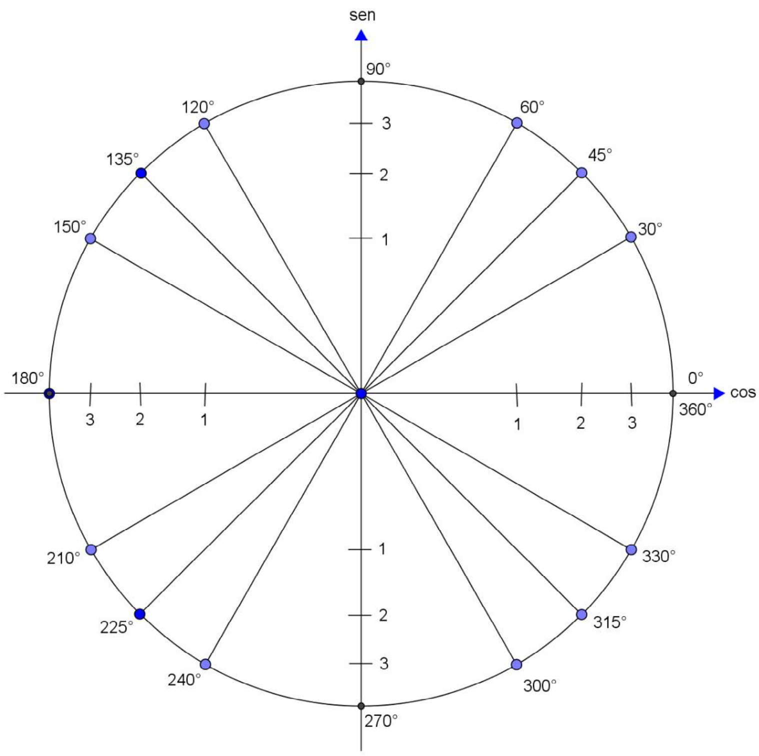
Figura 40 - Marcação de 2 no eixo horizontal (cos) – sentido negativo



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Marca-se 3 no eixo horizontal (cos), no sentido negativo, na mesma direção do ângulo de 150°.

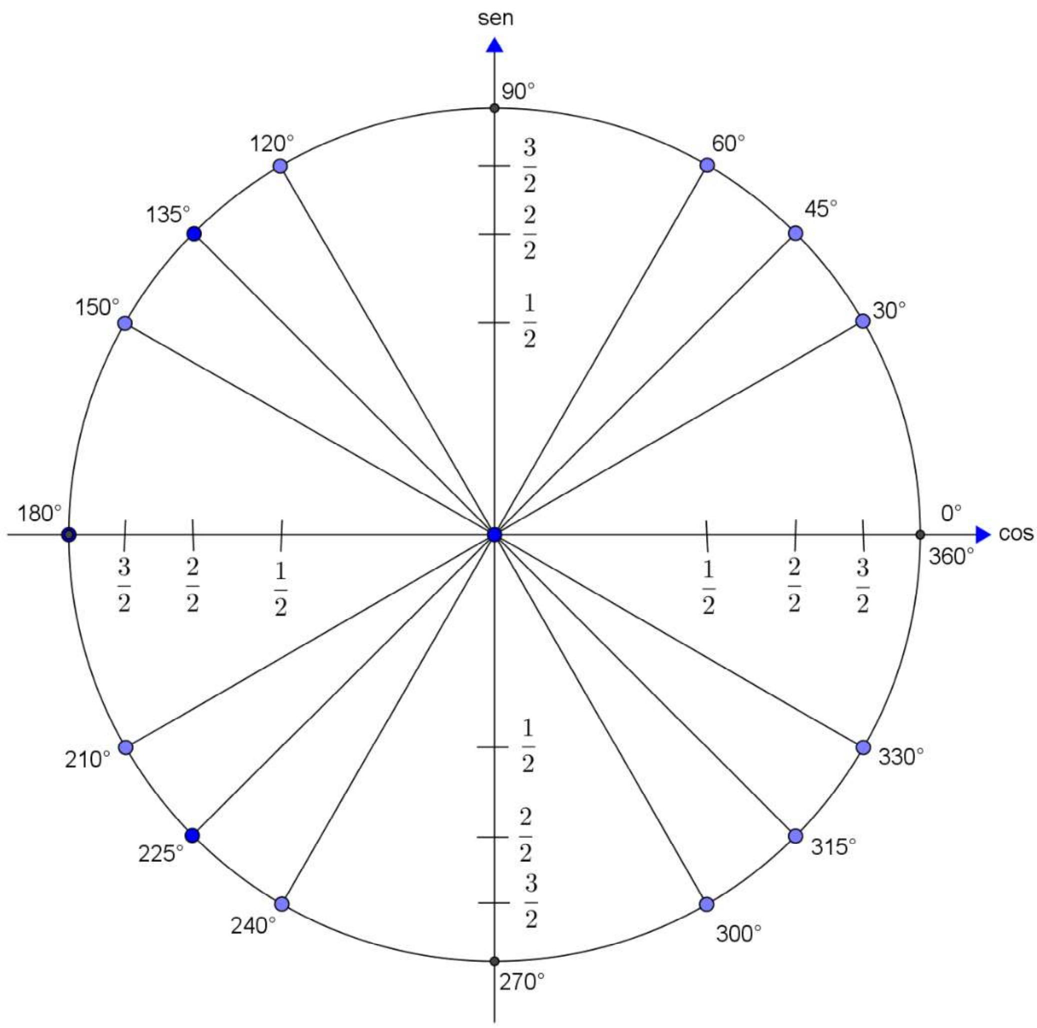
Figura 41 - Marcação de 3 no eixo horizontal (cos) – sentido negativo



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Divide-se todos os termos 1, 2, 3, marcados nos eixos vertical e horizontal, por 2, formando frações de denominadores 2.

Figura 42 - Formação das frações de denominadores 2

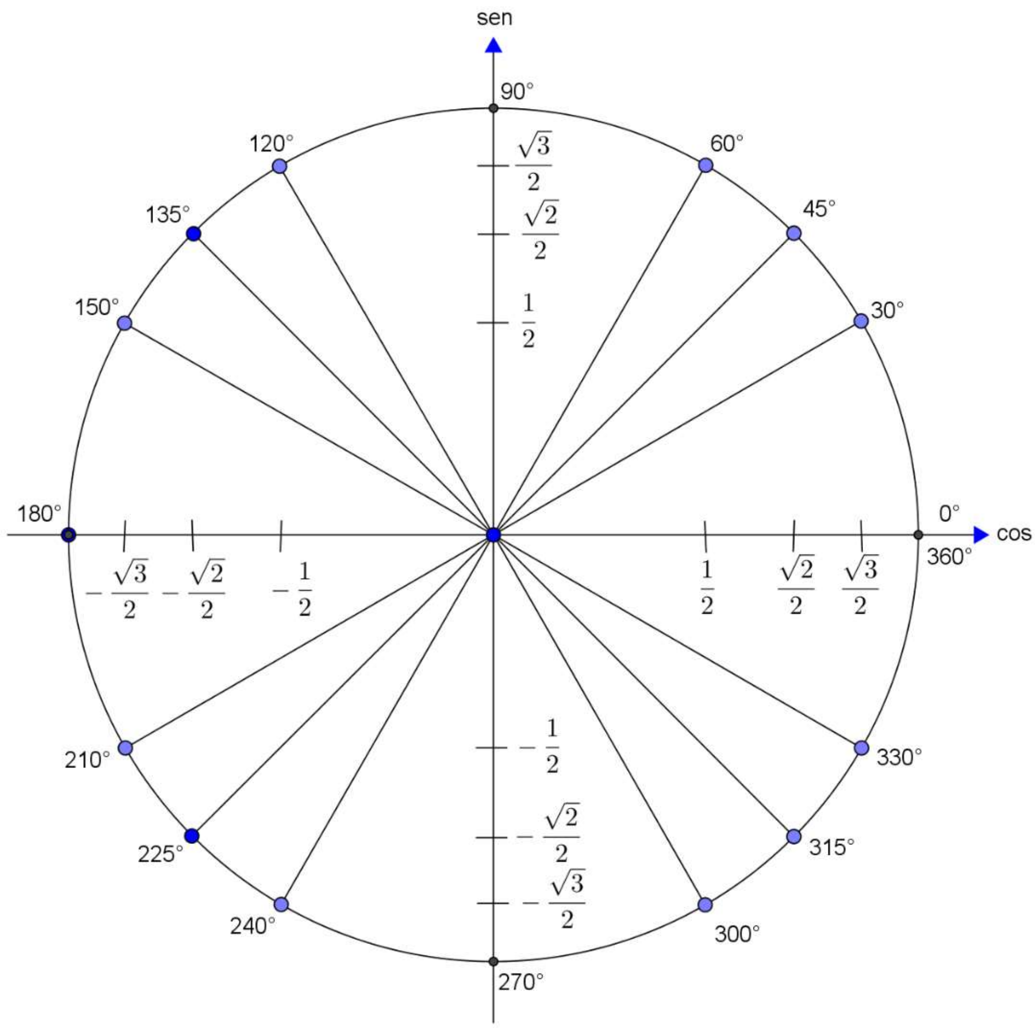


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

- Coloca-se raiz quadrada nos numeradores de número 2 e 3.

- Coloca-se o sinal de negativo nos termos que estão à esquerda e abaixo da origem.

Figura 43 - Raiz quadrada dos numeradores de número 2 e 3



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

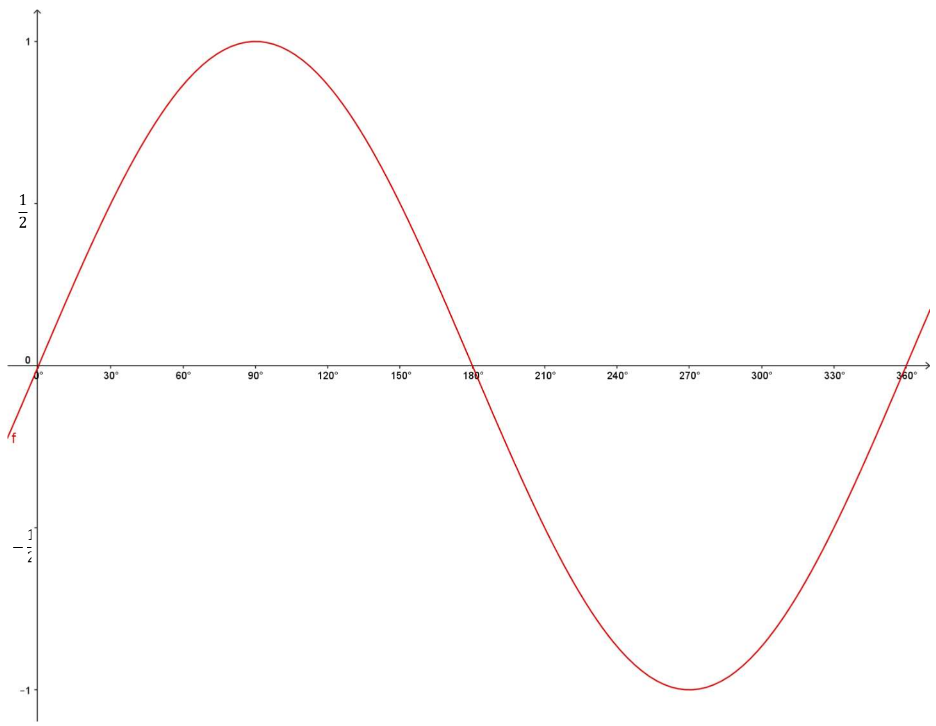
Desta forma o círculo trigonométrico têm definidos os valores de seno e cosseno dos ângulos notáveis de forma construtiva. Assim esse procedimento torna o aluno capaz de construir o círculo trigonométrico sempre que necessário.

CAPÍTULO 5 – GRÁFICOS DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO

Faça para os alunos a tabela e o gráfico das funções seno e cosseno, utilizando o círculo trigonométrico. Reforce a ideia de primeiro ângulo, segundo ângulo, etc... E a ideia de metade do eixo para marcar $\frac{1}{2}$ e $-\frac{1}{2}$, conforme abaixo:

Figura 44 - Função $y = sen(x)$

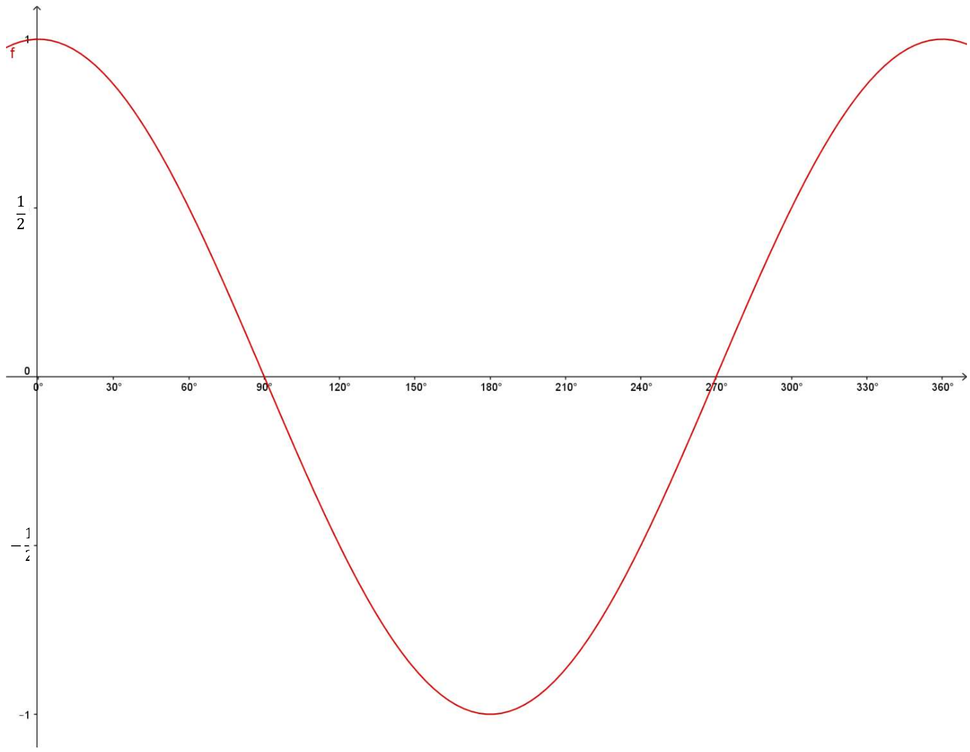
0°	0
30°	$\frac{1}{2}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
90°	1
120°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
135°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
150°	$\frac{1}{2}$
180°	0
210°	$-\frac{1}{2}$
225°	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
240°	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
270°	-1
300°	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
315°	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
330°	$-\frac{1}{2}$
360°	0



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 45 - Função $y = cos(x)$

0°	1
30°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60°	$\frac{1}{2}$
90°	0
120°	$-\frac{1}{2}$
135°	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
150°	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
180°	-1
210°	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
225°	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
240°	$-\frac{1}{2}$
270°	0
300°	$\frac{1}{2}$
315°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
330°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
360°	1



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

5.1 Entendendo translação e rotação:

Nessa seção trataremos dos movimentos de rotação e translação das funções seno e cosseno.

Proponho, nos exercícios abaixo, que os alunos aprendam os movimentos de translação e/ou rotação das funções seno e cosseno, de acordo com os parâmetros das funções.

Sugiro começarmos com uma comparação com a função linear $f(x) = ax + b$, na qual o parâmetro b é a ordenada por onde a função linear passa no eixo das ordenadas, para o primeiro exercício ($y = sen(x) + 1$). Em seguida, passaremos para uma explicação da oscilação do período, próprio das funções seno e cosseno, a partir do sétimo exercício ($y = sen(2x)$).

Dividirei os exercícios em grupos, por parâmetros, porém os alunos deverão fazê-los no caderno sem separação, visando facilitar as explicações que faremos depois dos exercícios prontos. Oriente os alunos a fazerem os gráficos das funções dos exercícios propostos.

5.1.1 Exercícios propostos aos alunos:

Grupo 1 – Considerando as funções genéricas $y = sen\,(x) + d$ ou $z = cos\,(x) + d$, trabalharemos o parâmetro d, ou seja, a translação vertical da função. Orientaremos os alunos a somarem a unidade do parâmetro d aos valores das tabelas dadas de seno e cosseno, respectivamente.

$y = sen(x) + 1$

$y = sen(x) + 2$

$y = sen(x) + 3$

$y = cos(x) + 1$

$y = cos(x) + 2$

$y = cos(x) + 3$

Grupo 2 – Considerando as funções genéricas $y = sen\,(bx)$ ou $z = cos\,(bx)$, trabalharemos o parâmetro b, ou seja, a ampliação ou compressão horizontal da função. Orientaremos os alunos a dividirem os ângulos dados das tabelas de seno e cosseno, respectivamente, pela unidade do parâmetro b.

$y = sen(2x)$

$y = sen(3x)$

$y = sen(4x)$

$y = cos(2x)$

$y = cos(3x)$

$y = cos(4x)$

Grupo 3 – Considerando as funções genéricas $y = sen\ (x + c)$ ou $z = cos\ (x + c)$, trabalharemos o parâmetro c, ou seja, a translação horizontal da função. Orientaremos os alunos a subtraírem os ângulos das tabelas dadas de seno e cosseno, respectivamente, pelo ângulo do parâmetro.

$y = sen(x + 30°)$

$y = sen(x + 45°)$

$y = sen(x + 60°)$

$y = cos(x + 30°)$

$y = cos(x + 45°)$

$= cos(x + 60°)$

Grupo 4 – Considerando as funções genéricas $y = sen\ (bx + c) + d$ ou $z = cos\ (bx + c) + d$, trabalharemos os parâmetros c e d de forma negativa e o inverso do parâmetro b, ou seja, as translações vertical e horizontal e ampliação da função.

$y = sen(x) - 1$

$y = sen\left(\frac{x}{2}\right)$

$y = sen(x - 30°)$

$y = cos(x) - 1$

$y = cos\left(\frac{x}{2}\right)$

$y = cos(x - 30°)$

5.1.2 Resolução dos exercícios propostos aos alunos:

Gráfico 1 - Esboço gráfico da função $y = sen(x) + 1$

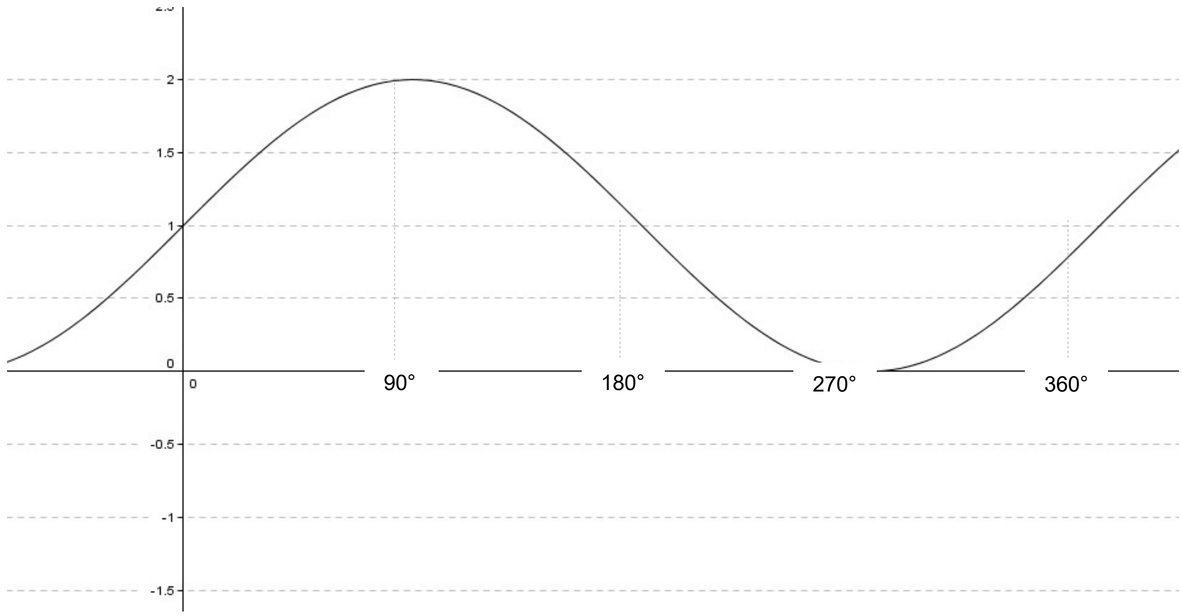


Gráfico 2 - Esboço gráfico da função $y = sen(x) + 2$

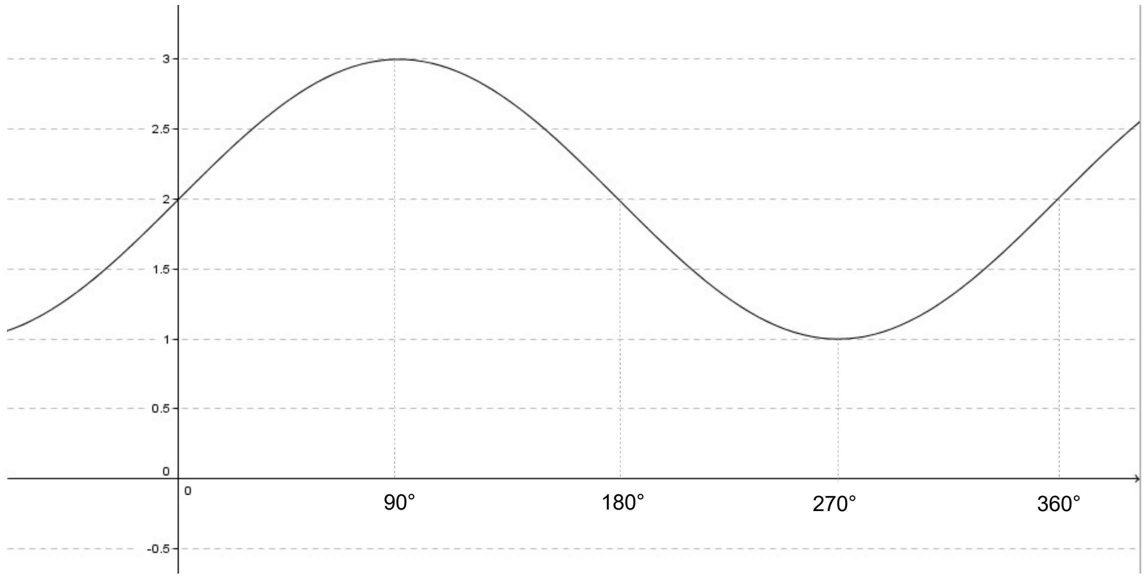


Gráfico 3 - Esboço gráfico da função $y = sen(x) + 3$

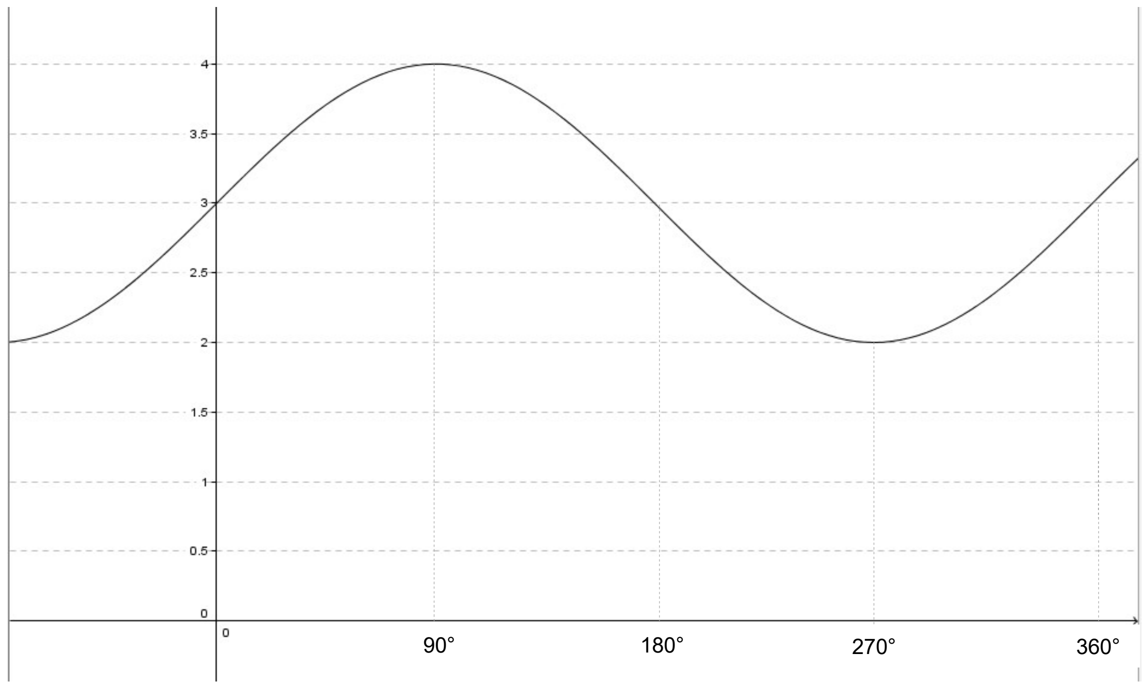


Gráfico 4 - Esboço gráfico da função $y = cos(x) + 1$

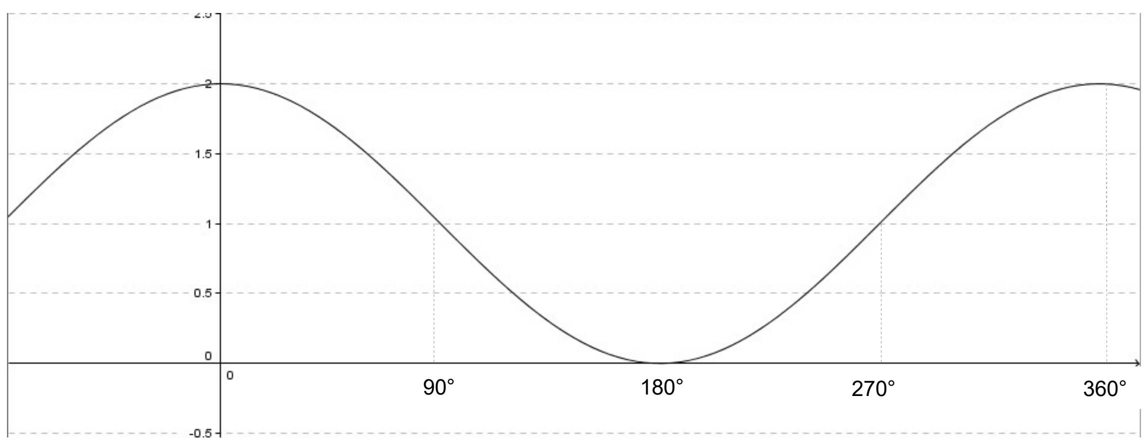


Gráfico 5 - Esboço gráfico da função $y = cos(x) + 2$

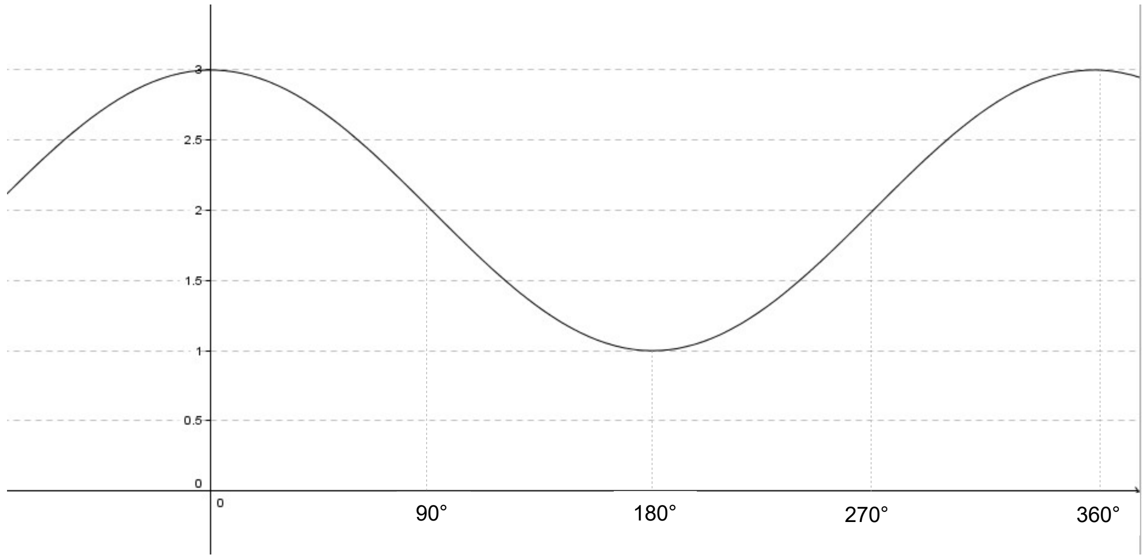


Gráfico 6 - Esboço gráfico da função $y = cos(x) + 3$

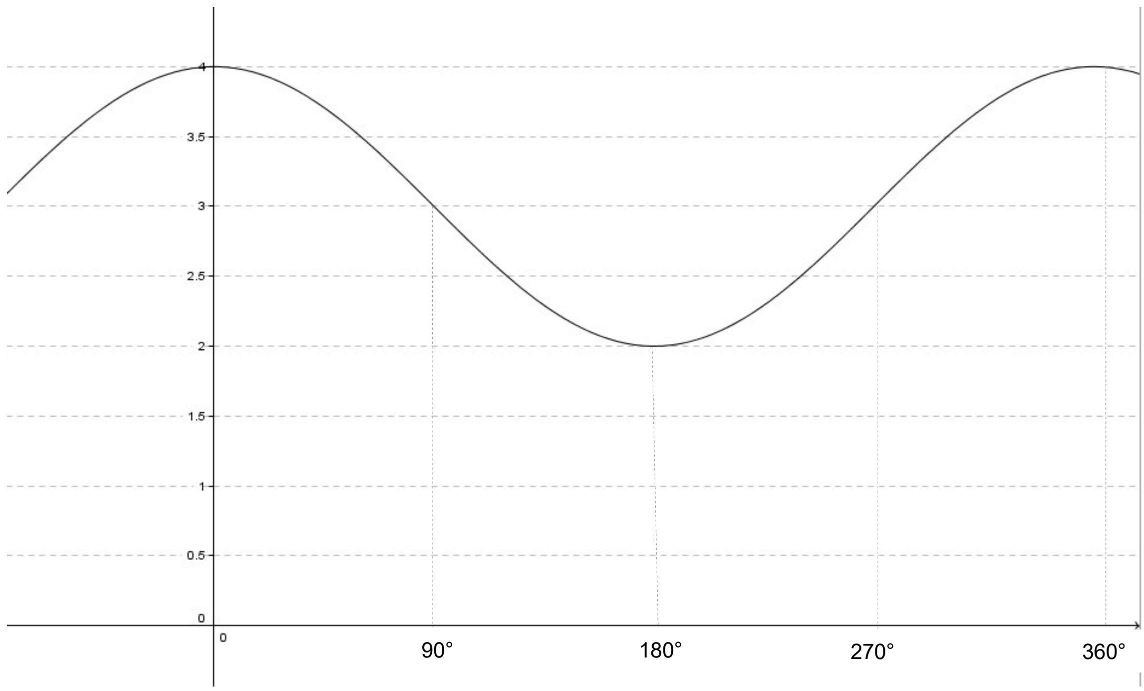


Gráfico 7 - Esboço gráfico da função $y = sen(2x)$

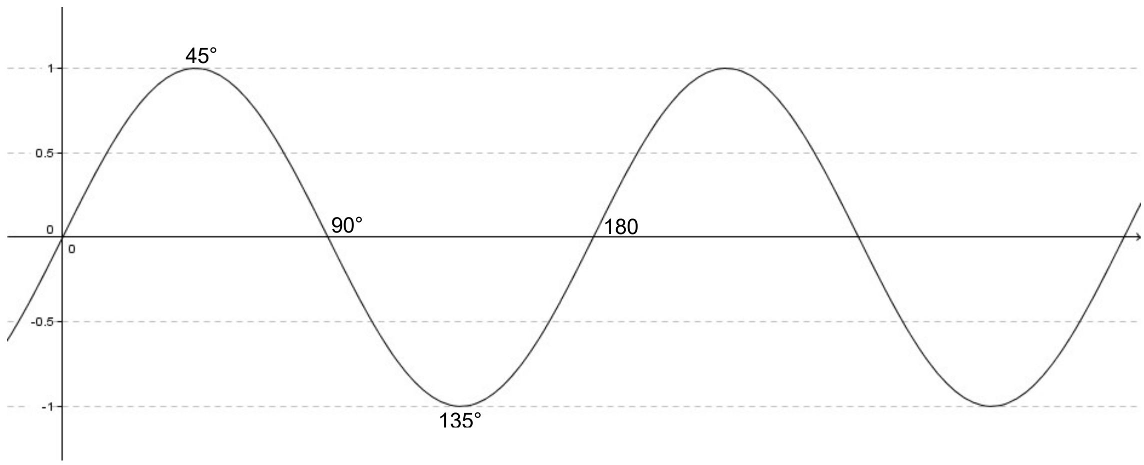


Gráfico 8 - Esboço gráfico da função $y = sen(3x)$

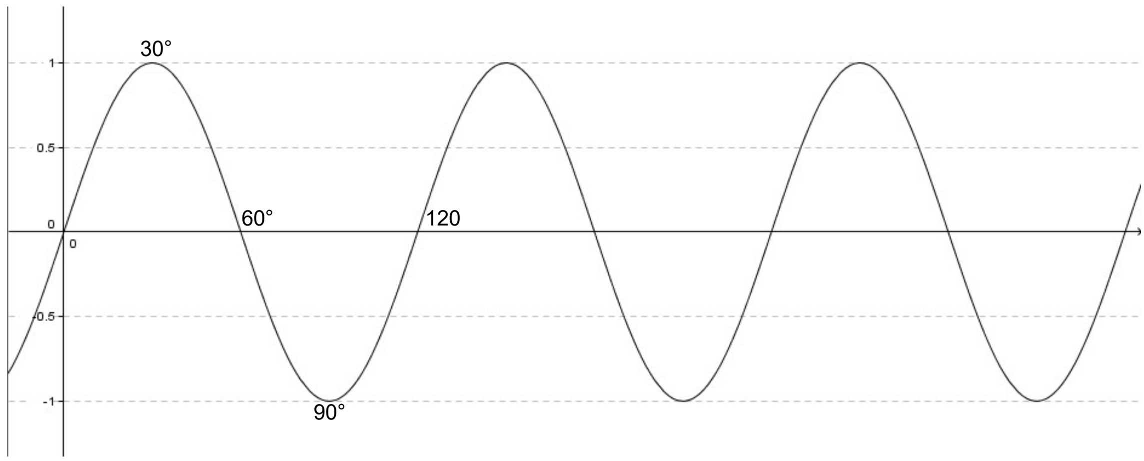


Gráfico 9 - Esboço gráfico da função $y = sen(4x)$

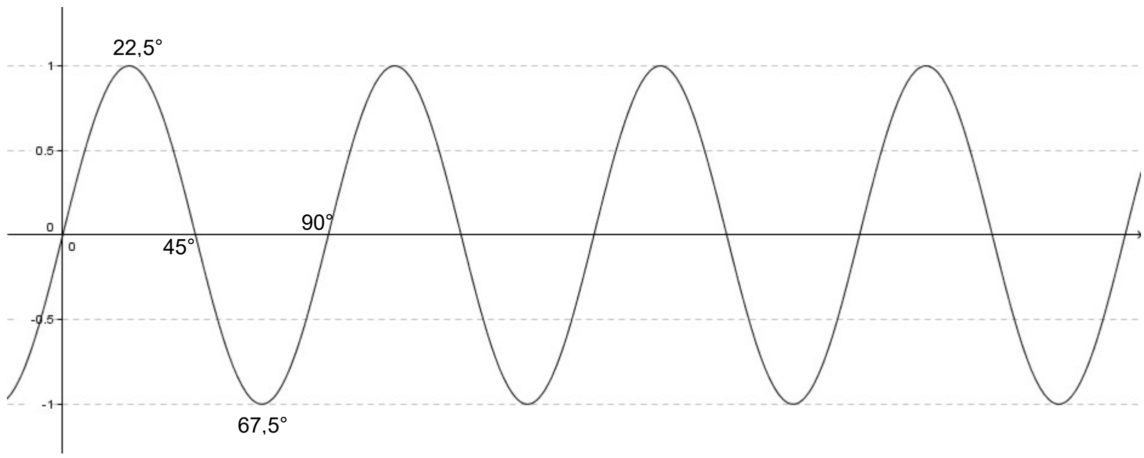


Gráfico 10 - Esboço gráfico da função $y = cos(2x)$

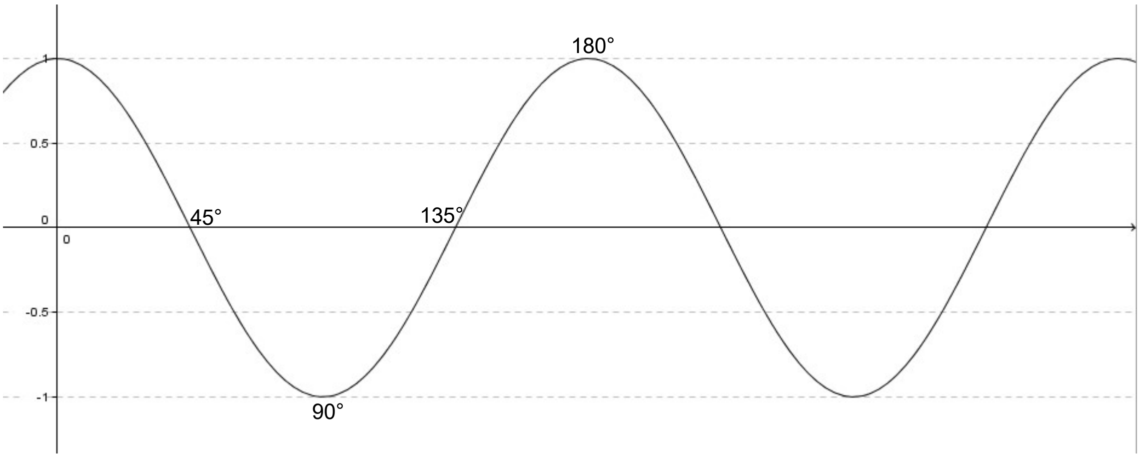


Gráfico 11 - Esboço gráfico da função $y = cos(3x)$

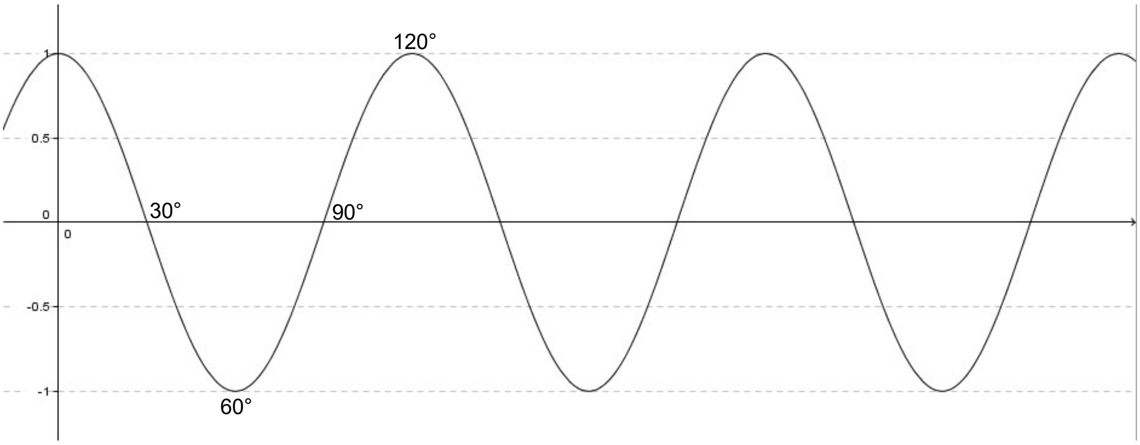


Gráfico 12 - Esboço gráfico da função $y = cos(4x)$

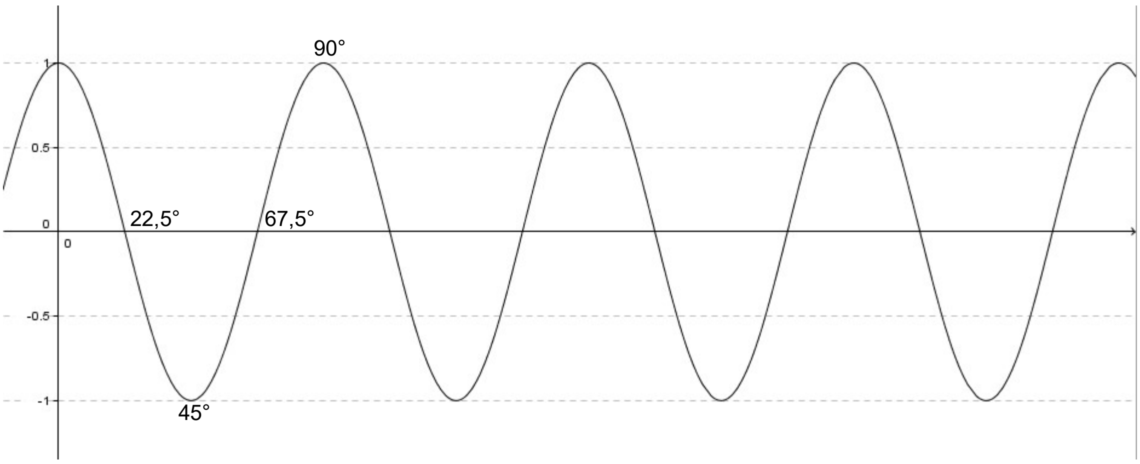


Gráfico 13 - Esboço gráfico da função $y = sen(x + 30°)$

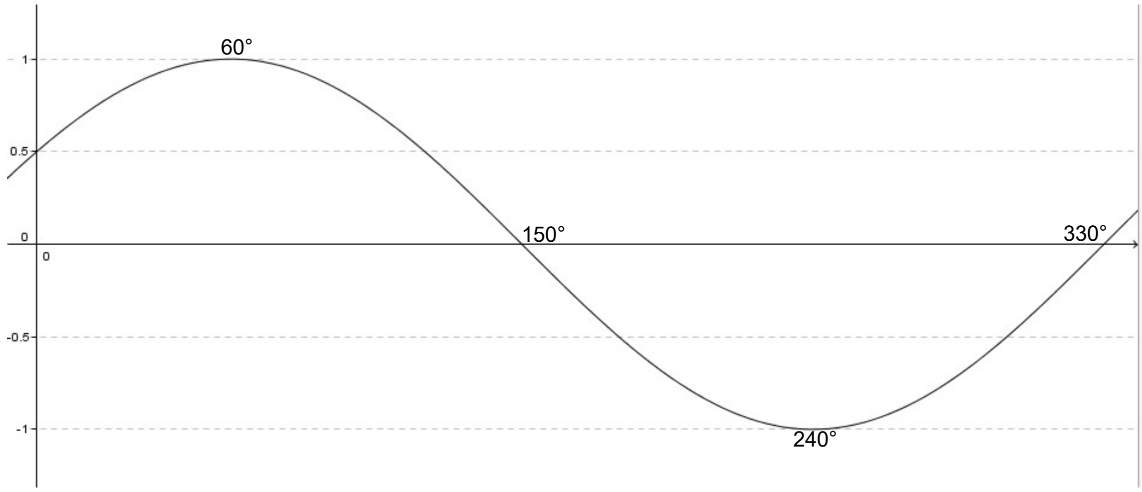


Gráfico 14 - Esboço gráfico da função $y = sen(x + 45°)$

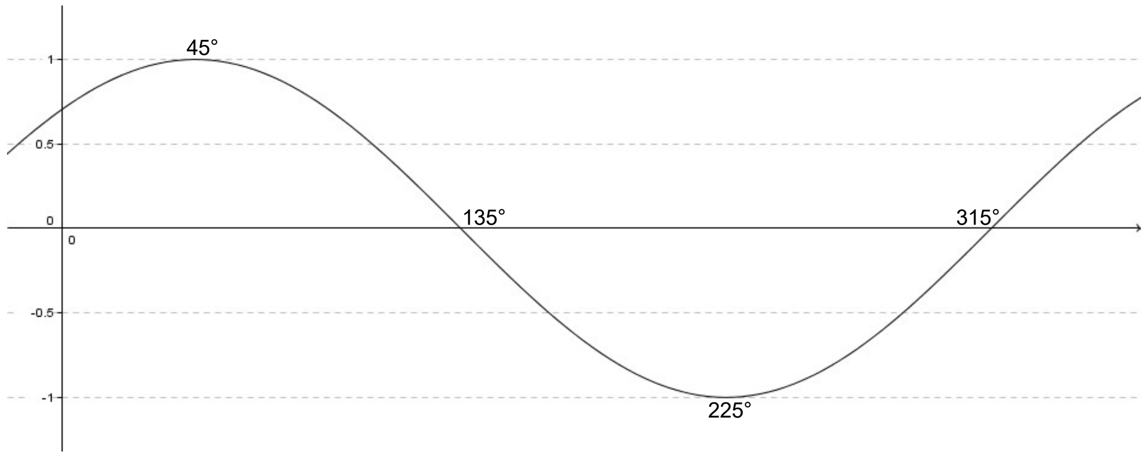


Gráfico 15 - Esboço gráfico da função $y = sen(x + 60°)$

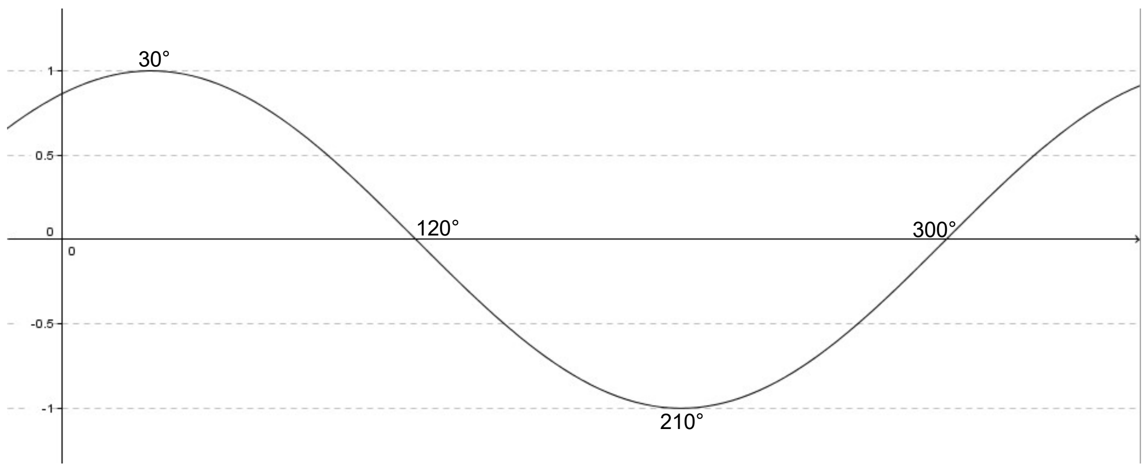


Gráfico 16 - Esboço gráfico da função $y = cos(x + 30°)$

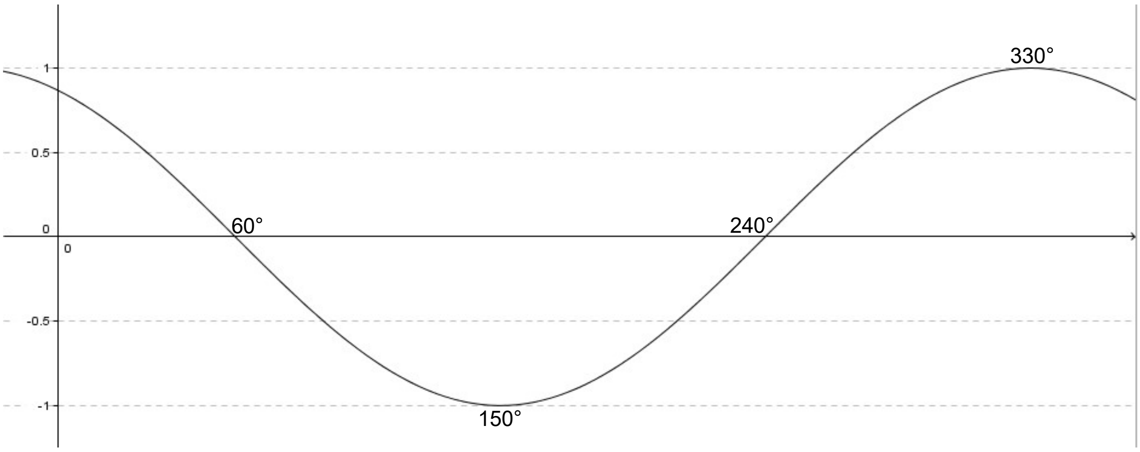


Gráfico 17 - Esboço gráfico da função $y = cos(x + 45°)$

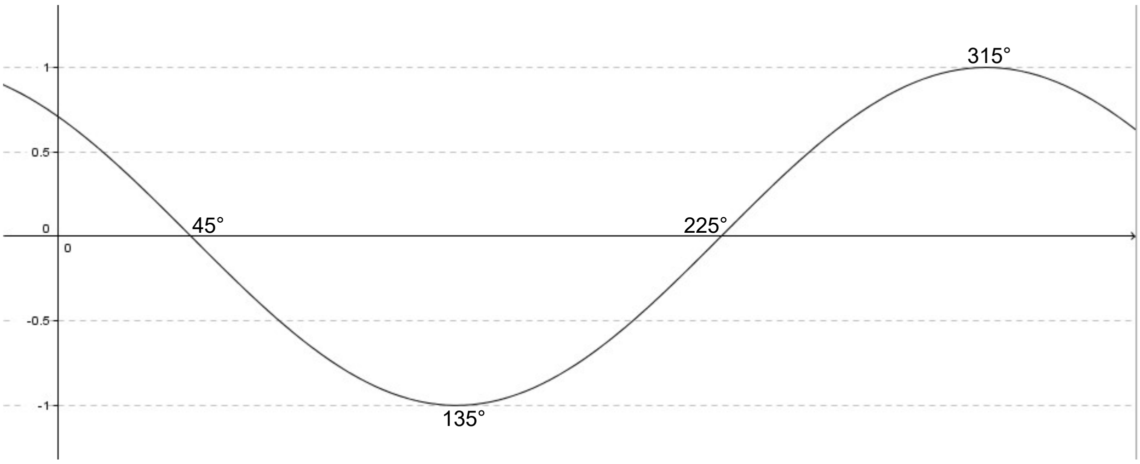


Gráfico 18 - Esboço gráfico da função $y = cos(x + 60°)$

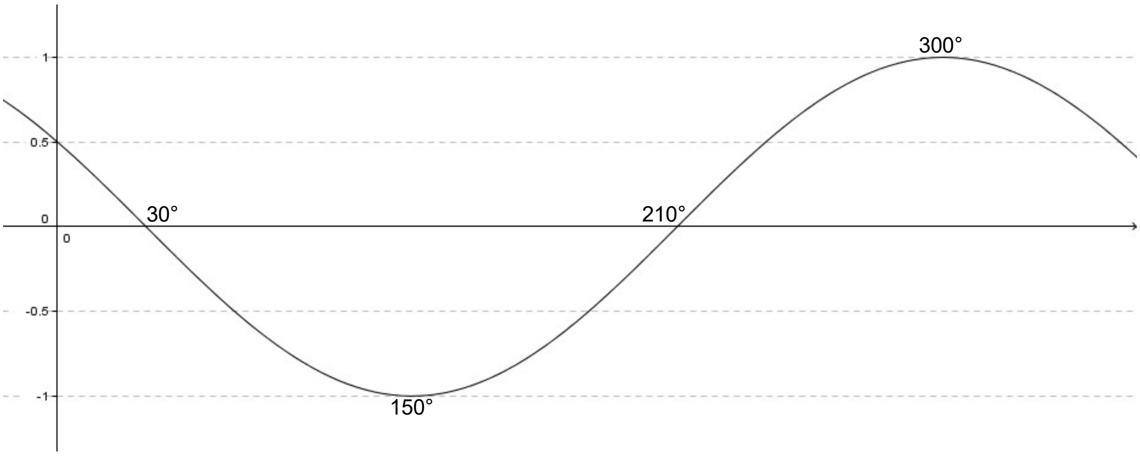


Gráfico 19 - Esboço gráfico da função $y = sen(x) - 1$

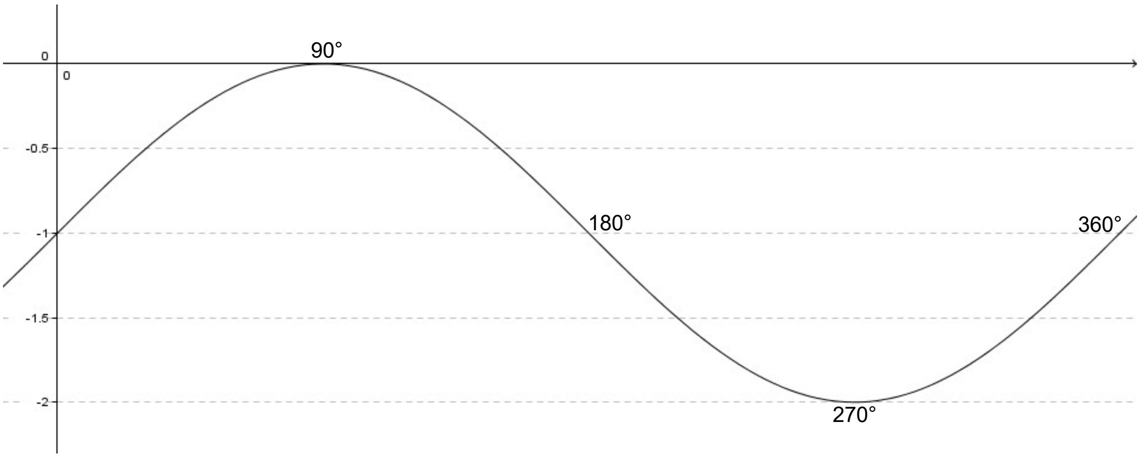


Gráfico 20 - Esboço gráfico da função $y = sen\left(\frac{x}{2}\right)$

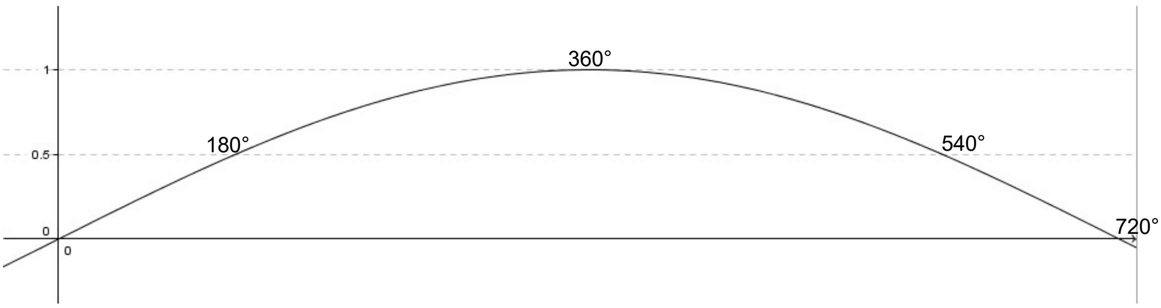


Gráfico 21 - Esboço gráfico da função $y = sen(x - 30°)$

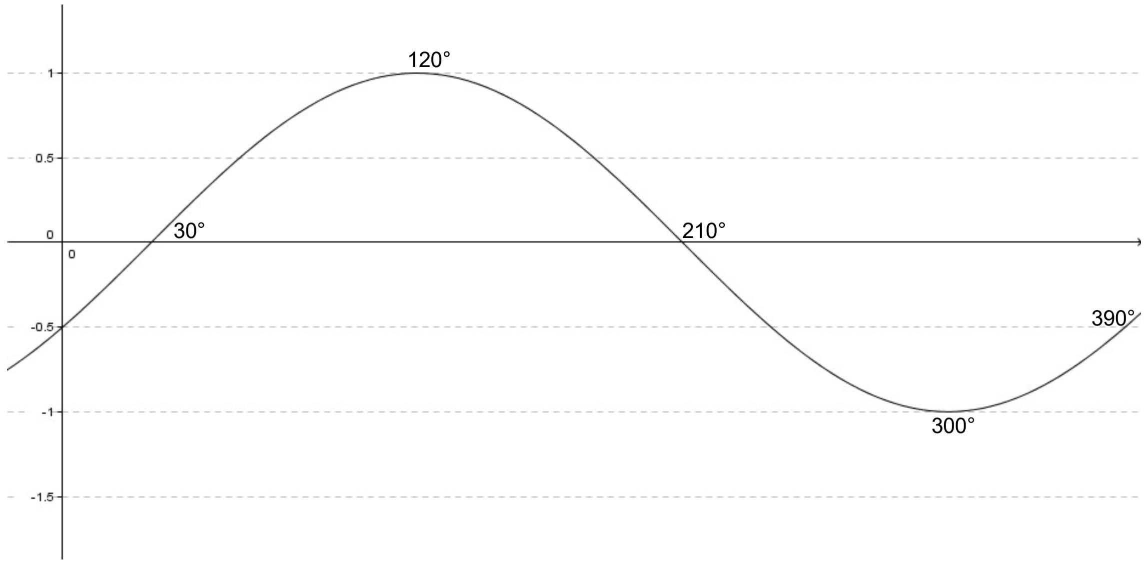


Gráfico 22 - Esboço gráfico da função $y = cos(x) - 1$

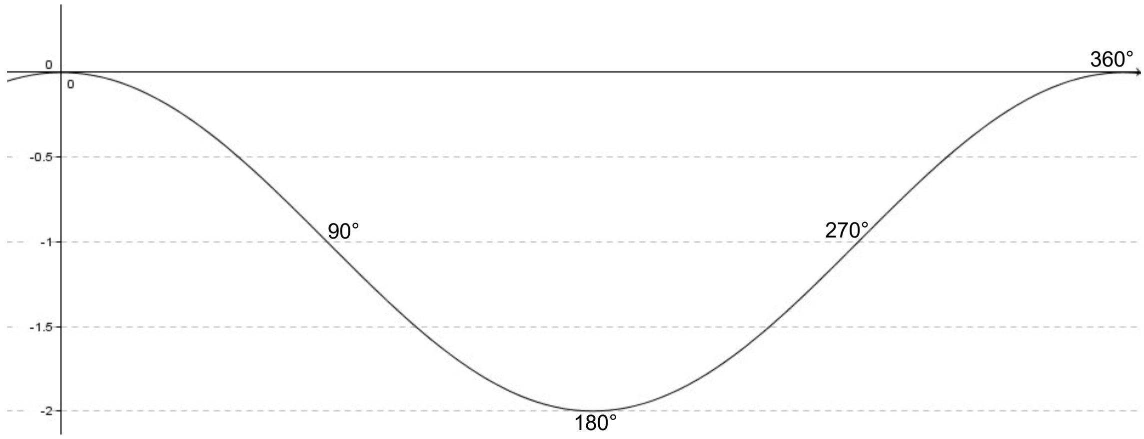


Gráfico 23 - Esboço gráfico da função $y = cos\left(\frac{x}{2}\right)$

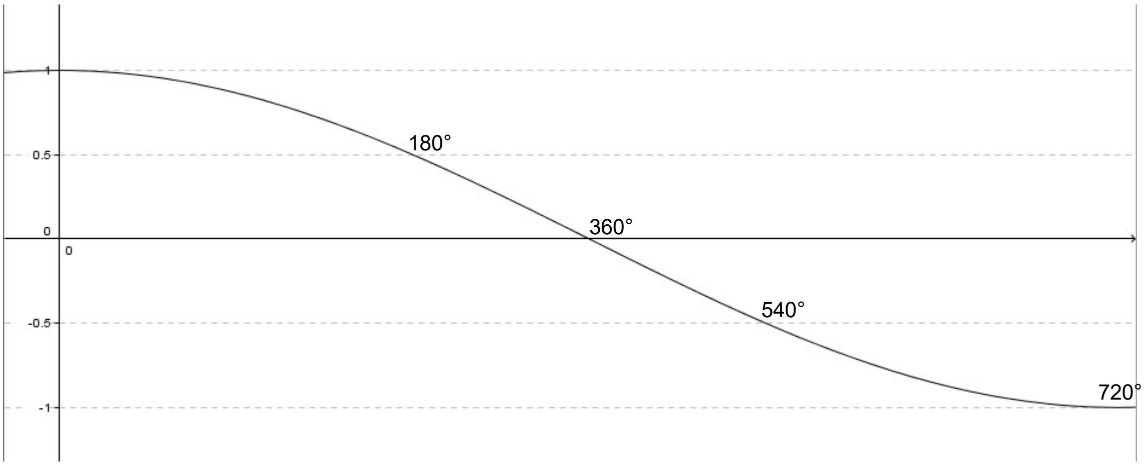
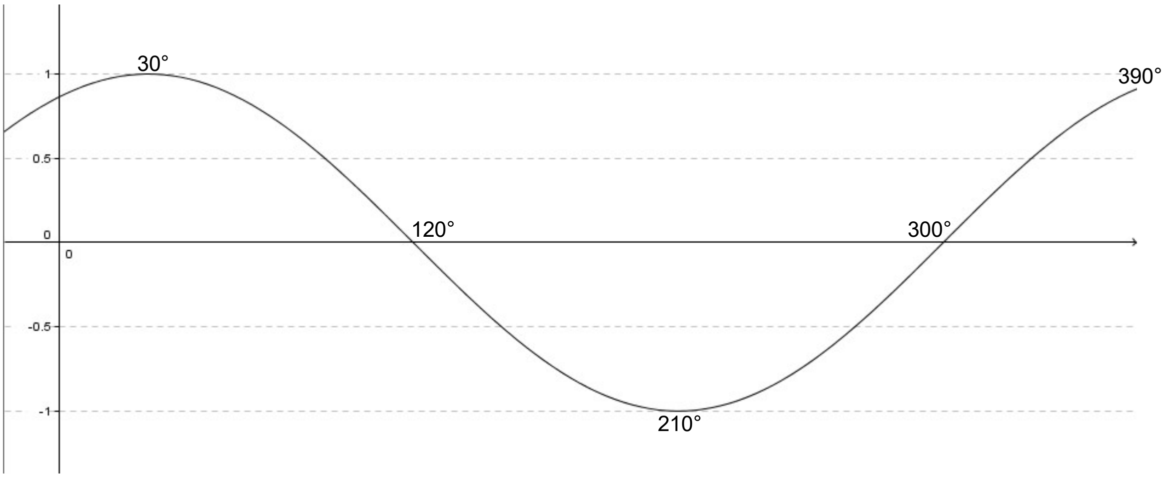


Gráfico 24 - Esboço gráfico da função $y = cos(x - 30°)$



Explicação das seguintes funções:

$\boldsymbol{y = sen(x) \pm d}$ **e** $\boldsymbol{z = cos(x) \pm d}$**, onde d**$\in \mathbb{R}$**.**

Use os exercícios do Grupo 1 e explique aos alunos a translação vertical para cima. Mostre que somar uma unidade à função faz com que a função "suba" uma unidade. Continue a mostrar para duas unidades e três unidades. Pergunte aos alunos o que acontecerá se subtrairmos uma unidade. Depois de responderem peça que verifiquem o primeiro e o quarto exercícios do Grupo 4, conclua explicando que a translação vertical depende do sinal do parâmetro d, a função "sobe" se o valor do parâmetro for positivo e "desce" se for negativo.

$$\boldsymbol{y = sen(bx)}\ \textbf{e}\ \boldsymbol{z = cos(bx),\ y = sen\left(\frac{x}{b}\right)}\ \textbf{e}\ \boldsymbol{z = cos\left(\frac{x}{b}\right)}\textbf{,onde}\ \boldsymbol{b \in \mathbb{R}}.$$

Use os exercícios do Grupo 2 e explique aos alunos a compressão horizontal. Mostre que multiplicar duas unidades à função faz com que a função “caiba” duas vezes em 360°. Continue a mostrar para três unidades e quatro unidades. Pergunte aos alunos o que acontecerá se dividirmos por duas unidades. Depois de responderem peça que verifiquem o segundo e o quinto exercícios do Grupo 4. Conclua explicando que a ampliação ou compressão da função depende do parâmetro b: a função amplia se o modulo do valor do parâmetro for maior que 1 e comprime se o modulo do valor do parâmetro for menor que 1, portanto independe do sinal.

$$\boldsymbol{y = sen(x+c)}\ \textbf{e}\ \boldsymbol{z = cos(x+c)}\textbf{, onde c é um ângulo.}$$

Use os exercícios do Grupo 3 e explique aos alunos a translação horizontal para esquerda. Mostre que somar um ângulo à função faz com que a função “mova para a esquerda”. Pergunte aos alunos o que acontecerá se subtrairmos um ângulo da função. Depois de responderem peça que verifiquem o terceiro e o sexto exercícios do Grupo 4. Conclua explicando que a translação horizontal depende do sinal do parâmetro c, a função “move para a esquerda” se o valor do parâmetro for positivo e “move para a direita” se for negativo.

Concluindo com a explicação das funções

$$\boldsymbol{y = a\ sen\ (bx+c)\ + d}\ \textbf{ou}\ \boldsymbol{z = a\ cos\ (bx+c)\ + d}\textbf{, onde}\ \boldsymbol{a, b, c, d \in \mathbb{R}}.$$

Neste caso coloque, por exemplo, no quadro as funções $y = 2\ sen\ (2x + 30°) + 4$ ou $z = \frac{1}{2}\ cos\ \left(\frac{x}{2} - 30°\right) - 4$ e peça aos alunos para explicarem o que acontecerá no gráfico.

Para a função $y = 2\ sen\ (2x + 30°) + 4$, os alunos deverão conseguir explicar que o parâmetro $a = 2$, amplia a função verticalmente duas vezes. O parâmetro

$b = 2$ comprime a função à metade. O parâmetro $c = 30°$ traslada a função para a esquerda em 30°, ou “move a função para esquerda” em 30° e o parâmetro $d = 4$ traslada a função verticalmente em quatro unidades para cima.

Para a função $z = \frac{1}{2}\, cos\left(\frac{x}{2} - 30°c\right) - 4$ os alunos deverão conseguir explicar que o parâmetro $a = 1/2$, comprime a função verticalmente duas vezes. O parâmetro $b = 1/2$ amplia a função ao dobro. O parâmetro $c = -30°$ traslada a função para a direita em 30°, ou “move a função para direita” em 30° e o parâmetro $d = -4$ traslada a função verticalmente em quatro unidades para baixo.

5.2 Exemplos práticos no uso de funções trigonométricas:

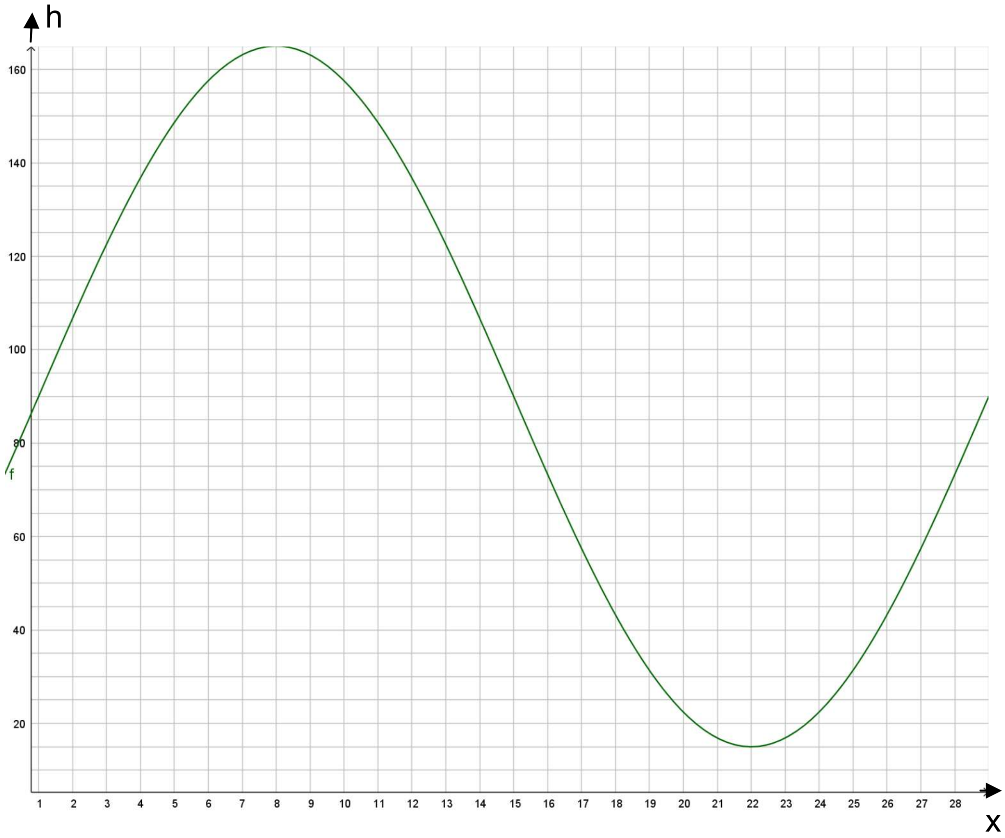
Os exercícios abaixo mostram algumas aplicações das funções seno e cosseno em física, biologia, engenharia. Eles servem de base para os alunos fazerem o exercício de “stop motion”, que será apresentado e explicado no próximo capítulo deste trabalho.

5.2.1 Exercício sobre roda gigante

O livro de Balestri (2016, p.38) traz uma aplicação da função seno, onde é esboçado o gráfico da função $h(x) = 90 + 75\, sen\left(\frac{\pi x}{14} - \frac{\pi}{14}\right)$. Essa fórmula está relacionada a altura aproximada de cada cabine da roda-gigante Singapore Flyer, localizada em Cingapura.

Neste exercício trabalhamos aproximações dos ângulos e das medidas. Modificaremos a fórmula do exercício acima passando π radianos para graus, ficando $h(x) = 90 + 75\, sen(12{,}85°\, x - 12{,}85°)$. Pediremos aos alunos para fazerem uma tabela e esboçarem um gráfico relacionando a altura h de cada cabine, com aproximação de uma casa decimal, ao seu número x, sabendo que a Singapore Flyer possui 28 cabines, numeradas de 1 a 28. Obteremos a seguinte tabela:

Figura 46 - Altura da cabine de Singapore Flyer

x	h(x)	Esboço gráfico
1	90,0	
2	106,7	
3	122,5	
4	136,8	
5	148,6	
6	157,6	
7	163,1	
8	165,0	
9	163,1	
10	157,6	
11	148,6	
12	136,8	
13	122,5	
14	106,7	
15	90,0	
16	73,3	
17	57,5	
18	43,2	
19	31,4	
20	22,4	
21	16,9	
22	15,0	
23	16,9	
24	22,4	
25	31,4	
26	43,2	
27	57,5	
28	73,3	

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Explique aos alunos que marcando os pontos no gráfico a curva sugerida é uma curva senoidal. A cabine de número 22 está no ponto mais baixo da roda-gigante, mas que este ponto está a 15 metros de altura do solo, ao mesmo tempo em que a cabine de número 8 está a 165 metros do solo. Ainda explicando o gráfico, diga que este é trasladado horizontalmente em 12,85° para a direita e trasladado verticalmente em 90 unidades para cima, é ampliado verticalmente em 75 unidades e é comprimido horizontalmente em 12,85°. Faça um paralelo entre a fórmula geral $y = a\,sen\,(bx + c) + d$ e a fórmula dada no exercício $h(x) = 90 + 75\,sen(12{,}85°\,x - 12{,}85°)$, onde $a = 75; b = 12{,}85°; c = -12{,}85°\ e\ d = 90$.

5.2.2 Exercício sobre volume de ar nos pulmões

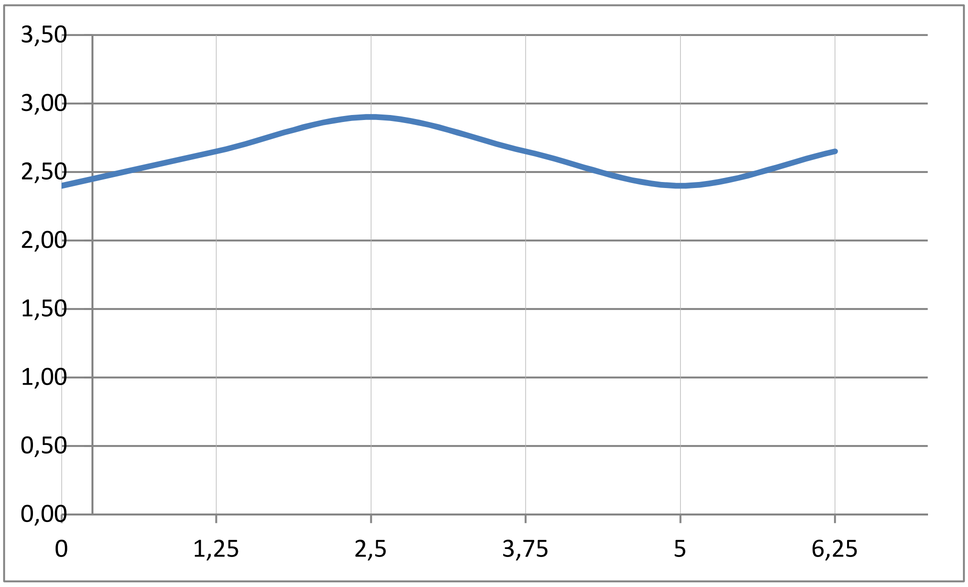
O exercício seguinte é de Souza; Garcia (2016) e tem como objetivo mostrar aplicação da função seno. No exercício são contemplados todos os parâmetros da fórmula geral $y = a\,sen\,(bx + c) + d$, onde o parâmetro a é negativo ocasionando uma rotação na função.

> Em nosso organismo ocorrem diversos fenômenos que se repetem periodicamente, chamados fenômenos cíclicos. Um exemplo é a respiração. Suponha que o volume de ar nos pulmões de um indivíduo adulto saudável, do sexo masculino, em repouso, a partir de um instante inicial $\mathrm{t} = 0$, possa ser representado aproximadamente pela função $\mathrm{f(t)} = 2{,}65 - 0{,}25.\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{5}\mathrm{t} + \frac{\pi}{2}\right)$, sendo t o tempo em segundos e f(t) o volume de ar nos pulmões, em litros, após t segundos do instante inicial. (SOUZA; GARCIA, 2016, p. 33)

Modificaremos a fórmula do exercício acima passando π radianos para graus, ficando $f(t) = 2{,}65 - 0{,}25.sen(72°\mathrm{t} + 90°)$. Pediremos aos alunos para que façam a tabela e seu gráfico, com os seguintes valores de t: 0; 1,25; 2.5; 3,75; 5 e 6,25.

Esses valores foram escolhidos por conterem máximo e mínimo da função. Em seguida o professor corrigirá e obterá a seguinte tabela:

Figura 47 - Volume de ar dos pulmões de um indivíduo

t	P(t)	Esboço gráfico
0	2,40	
1,25	2,65	
2,5	2,90	
3,75	2,65	
5	2,40	
6,25	2,65	

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Explique para os alunos que o volume de ar neste individuo varia de 2,4 litros até 2,9 litros de ar, em cada respiração. Ainda explicando o gráfico, diga que este é trasladado horizontalmente em 90° para a esquerda e trasladado verticalmente em 2,65 unidades para cima, é reduzido verticalmente em 0,25 unidades, é comprimido horizontalmente em 72° e rotacionado em 180°, devido ao sinal do parâmetro a ser negativo. Faça um paralelo entre a fórmula geral $y = a\, sen\,(bx + c) + d$ e a fórmula dada no exercício $f(t) = 2{,}65 - 0{,}25.sen(72°\text{t} + 90°)$,onde $a = -025; b = 72°; c = 90°\ e\ d = 2{,}65$.

Os dois exercícios seguintes são de Chavante; Prestes (2016) e têm como objetivo mostrar aplicação da função cosseno. No primeiro exercício são contemplados todos os parâmetros da fórmula geral $z = a\, cos\,(bx + c) + d$, com todos os parâmetros positivos. No segundo exercício o parâmetro a é negativo, o que ocasiona uma rotação na função, bem como o parâmetro c é omitido, permitindo assim uma comparação entre os exercícios e a fórmula geral.

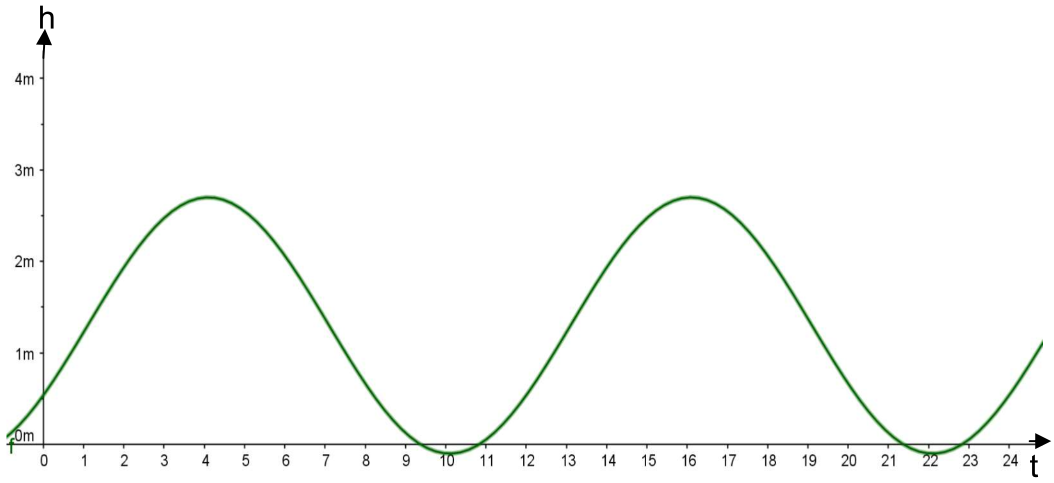
5.2.3 Exercício sobre marés

Primeiro exercício.

> No dia 28 de setembro de 2015, uma equipe de estudiosos modelou aproximadamente as marés do Porto de Cabedelo, na Paraíba, pela função $h: [0,24] \to \mathbb{R}$ definida por $h(t) = 1,3 + 1,4\cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{41\pi}{60}\right)$, em que h representa a altura da maré, em metros, e o t, o tempo, em horas. Sabendo que as marés alta e baixa ocorrem duas vezes ao dia, resolva o que se pede. (CHAVANTE; PRESTES, 2016, p. 35).

Aproveitaremos o exercício acima modificando apenas a fórmula passando π radianos para graus, ficando $h(t) = 1,3 + 1,4\cos(30°t - 123°)$. Pediremos aos alunos para que façam a tabela, com aproximação de uma casa decimal, para o intervalo $h: [0,24] \to \mathbb{R}$ e seu gráfico. Em seguida o professor corrigirá e obterá a seguinte tabela:

Figura 48 - Marés e alta e baixa de Porto Cabedelo

t	h(t)	Esboço gráfico
0	0,5	
1	1,2	
2	1,9	
3	2,5	
4	2,7	
5	2,5	
6	2,1	
7	1,4	
8	0,7	
9	0,1	
10	-0,1	
11	0,1	
12	0,5	
13	1,2	
14	1,9	
15	2,5	
16	2,7	
17	2,5	
18	2,1	
19	1,4	
20	0,7	
21	0,1	
22	-0,1	
23	0,1	
24	0,5	

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Explique para os alunos que as marés altas ocorrem aproximadamente as 4 e 16 horas e as marés baixas aproximadamente as 10 e 22 horas. Explique ainda que a maré baixa atinge aproximadamente 10 centímetros abaixo do nível do mar e as marés altas atingem aproximadamente 2,7 metros acima do nível do mar. Ainda explicando o gráfico diga que este é trasladado horizontalmente em 123° para a direita e trasladado verticalmente em 1,3 unidades para cima, é ampliado verticalmente em 1,4 unidades e é comprimido horizontalmente em 30°. Faça um paralelo entre a fórmula geral $z = a\,cos\,(bx + c) + d$ e a fórmula dada no exercício $h(t) = 1{,}3 + 1{,}4\cos(30°t - 123°)$,onde $a = 1{,}4; b = 30°; c = -123°\;e\;d = 1{,}3$.

5.2.4 Exercício sobre pressão arterial

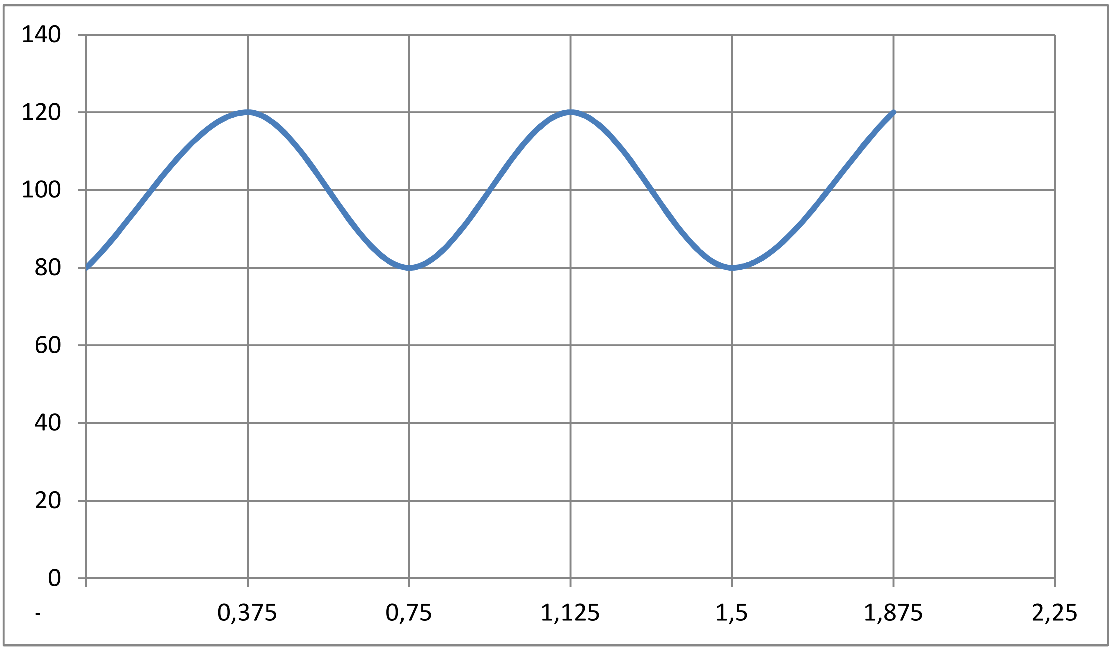
Neste segundo exercício note que falta o parâmetro c e o parâmetro a é negativo se comparado a fórmula geral $z = a\,cos\,(bx + c) + d$. É importante mostrar aos alunos essa diferença, pois muitos alunos acham que se trata de outro exercício.

Segundo exercício.

> A variação da pressão arterial (em mmHg) de uma pessoa em função do tempo em segundos (em s) é dada pela função $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $P(t) = 100 - \;20\,.\,cos\;\left(\frac{8\pi}{3}t\right)$ (CHAVANTE; PRESTES, 2016, p. 36).

Novamente aproveitaremos o exercício acima, modificando sua fórmula passando π radianos para graus, ficando $P(t) = 100 - 20.\cos(240°t)$. Pediremos aos alunos para que façam a tabela e seu gráfico, com os seguintes valores de t: 0;. 0,375; 0,75; 1,125; 1.5 e 1,875, valores estes escolhidos por serem máximo e mínimo da função. Em seguida o professor corrigirá e obterá a seguinte tabela:

Figura 49 - Pressão arterial

t	P(t)	Esboço gráfico
0	80	
0,375	120	
0,75	80	
1,125	120	
1,5	80	
1,875	120	

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Explique para os alunos que os esfigmomanômetros são os aparelhos para medir pressão arterial, os valores de 120/80 mmHg são os valores considerados normais para uma pessoa, sendo a pressão arterial transcrita com o valor da pressão sistólica seguido por uma barra e o valor da pressão diastólica. No gráfico acima o valor da pressão sistólica é 120 mmHg e ocorre aproximadamente aos 0,375 e 1,125 segundos; e o valor da pressão diastólica é 80 mmHg e ocorre aproximadamente aos 0; 0,75 e 1,5 segundos. Ainda explicando o gráfico diga que este é trasladado verticalmente em 100 unidades para cima, é ampliado verticalmente em 20 unidades, é comprimido horizontalmente em 240° e rotacionado em 180°, devido ao sinal do parâmetro a ser negativo. Faça um paralelo entre a fórmula geral $z = a\,cos\,(bx + c) + d$ e a fórmula dada no exercício $P(t) = 100 - 20.\cos(240°t)$,onde $a = -20; b = 240°; c = 0\ e\ d = 100$.

CAPÍTULO 6 – “STOP MOTION” – GRÁFICO EM MOVIMENTO

6.1 Onde comecei!

Por volta do ano de 2010, conheci a professora Michelle Pimenta Lopes, que ministrava aula de artes na escola onde leciono. Ela fez com os alunos um pequeno vídeo utilizando a técnica de “*stop motion*”. Observei no recurso uma oportunidade para ensinar aos alunos o movimento de algumas funções seno e cosseno bem como sua aplicabilidade. Trabalhamos juntos no tempo em que a professora Michelle permaneceu na escola.

6.2 Como faço:

Finalizando o estudo de funções de seno e cosseno, proponho que se faça o uso da técnica “*stop motion*”. Peço aos alunos para formarem grupos de até quatro componentes e façam um vídeo utilizando a técnica de “*stop motion*”, sobre um determinado tema.

Normalmente proponho alguns temas: Fases da Lua, Maré Alta ou baixa, Pêndulo simples, Pressão Sanguínea, Pulmão, mas deixo livre para que os alunos possam criar o vídeo que desejarem. Cada grupo deve escolher seu tema e produzir um vídeo contendo o movimento do tema e o respectivo gráfico. Geralmente a maioria dos alunos gosta. Aqui se usa o celular para tirar fotos, e um computador ou celular para montar o vídeo.

Vamos à parte técnica!

6.3 O que é o “Stop Motion”?

Esta técnica difundida no meio cinematográfico é bastante útil, pois, com uma câmera, um computador ou celular podemos criar pequenos filmes, que neste caso uso para criar um contexto de aprendizagem das funções seno e cosseno. O redator Ciriaco (2017) escrevendo para a Tecmundo define o que é “*stop motion*”.

> *Stop Motion* (que poderia ser traduzido como "movimento parado") é uma técnica que utiliza a disposição sequencial de fotografias diferentes de um mesmo objeto inanimado para simular o seu movimento. Estas fotografias são chamadas de quadros e normalmente são tiradas de um mesmo ponto, com o objeto sofrendo uma leve mudança de lugar, afinal é isso que dá a ideia de movimento (CIRIACO, 2017).[3]

6.4 Dicas importantes:

Para o desenvolvimento do "stop motion", Ciriaco (2017) propõe:

> • Planeje sua filmagem – procure elaborar um roteiro, espaço de movimentação dos personagens e cenário para não ter nenhuma surpresa durante a filmagem e acabar perdendo tempo e trabalho.
> • Utilize menos quadros por segundo (fps- frames per second) – vídeos usam 30 fps e fazer isso em Stop Motion dará um bom trabalho. Tente usar 12 ou 15 e você em um bom número!
> • Evite movimentar a câmera – quanto menos movimentar a câmera melhor será o resultado final.
> • Aproveite recursos do editor – alguns efeitos de movimentação podem ser adicionados na edição, o que poupa trabalho e evita erros durante as filmagens.
> • Suavidade de movimentação – para tornar mais real sua animação, suavidade nos movimentos é essencial. Isso pode ser incrementado através do efeito desfoque (Blur) do editor de vídeos (CIRIACO, 2017).[4]

6.5 O que o professor deverá fazer:

- Verificar a disponibilidade de "data show", dispositivo que conecte "pen drive" ao "data show", notebook ou computador. Verificar também se os alunos possuem câmera ou celular para tirar fotos, e acesso a um computador ou celular que tenha algum editor de vídeo, exemplo "Windows Movie Maker", "Avidemux", "Lightworks", "Shotcut", "Jahshaka", "Wondershare Filmora", "VSDC Free Video Editor" etc.
- Papel branco, para os alunos colocarem seus nomes e esboçarem o gráfico.

---

[3] Disponível em: <https://www.tecmundo.com.br/player-de-video/2247-o-que-e-stop-motion-.htm>. Acesso em: Qui Mar 23 2017, 21:27.
[4] Ibid.

• Separar duas semanas, aproximadamente, para confecção e apresentação dos vídeos. Um vídeo normalmente demora cerca de trinta segundos a um minuto. Portanto em uma aula, é possível que pelo menos cinco grupos apresentem. Organize e deixe claro aos alunos envolvidos.

• Pedir aos alunos para formarem grupos de até quatro componentes. Cada grupo deverá escolher um tema baseado nos exercícios feitos em sala, seção 5.2 desta dissertação. O tema pode ser repetido, mas é importante que tenha mais de dois temas numa mesma sala.

• Determinar um prazo para que os vídeos fiquem prontos. Normalmente dou cerca de seis aulas, mas lembro aos alunos toda aula o tempo restante.

• Auxiliar na tiragem de fotos e montagem do vídeo, durante as aulas. Deixar só a montagem do vídeo no computador como para casa.

• Auxiliar na apresentação. Normalmente avalio a apresentação.

6.6 O que fazer em sala de aula?

Cada grupo de alunos, depois de escolher seu tema, baseado nos exercícios da seção 5.2 desta dissertação, ou outro tema que julgar adequado, pesquisado com antecedência, deverá em papel branco, colocar o título do trabalho. A folha deverá ser colocada no sentido “retrato”, lado de maior base. Tirar foto a cada letra escrita. Em outra folha de papel, também em sentido “retrato”, colocar os nomes dos integrantes do grupo, tirar foto a cada palavra escrita ou parte do nome, a critério do professor. Normalmente uma aula é suficiente. Os alunos poderão colorir as letras o papel, enfim fazer arte, para que as fotos fiquem atraentes. Chavante; Prestes (2016) exemplificam essa ordenação:

> Para o exemplo usaremos fotos de um trabalho de alunos que seguiram o exercício 5.2.3 Marés do Porto de Cabedelo como base: “No dia 28 de setembro de 2015, uma equipe de estudiosos modelou aproximadamente as marés do Porto de Cabedelo, na Paraíba, pela função $h: [0,24] \to \mathbb{R}$ definida por $h(t) = 1{,}3 + 1{,}4\cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{41\pi}{60}\right)$, em que h representa a altura da maré, em metros, e o t, o tempo, em horas. Sabendo que as marés alta e baixa ocorrem duas vezes ao dia.” (CHAVANTE; PRESTES, 2016, p. 35).

Exemplo do título, neste caso, Marés Altas.

Quadro 1 - Exemplo de título para "*Stop Motion*"

1ª Foto	2ª Foto	3ª Foto	4ª Foto	5ª Foto
				
6ª Foto	7ª Foto	8ª Foto	9ª Foto	10ª Foto
				

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Exemplo dos nomes dos integrantes do grupo de alunos (créditos):

Quadro 2 - Modelo de nomes para "*Stop Motion*"

1ª Foto	2ª Foto	3ª Foto	4ª Foto
			
5ª Foto	6ª Foto		
			

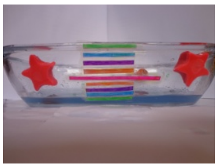
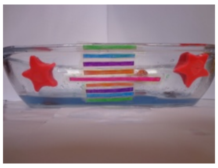
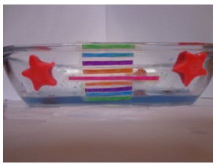
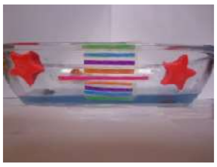
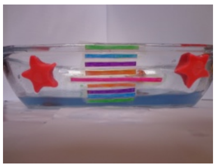
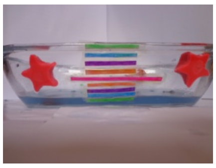
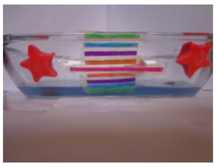
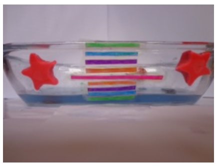
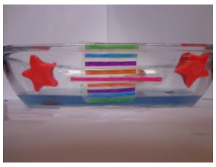
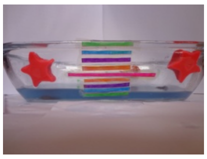
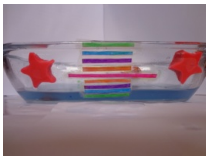
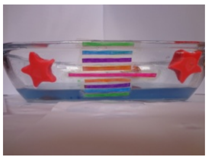
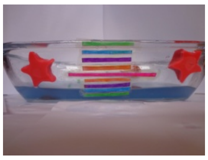
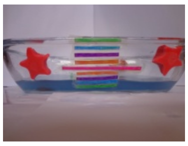
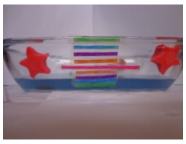
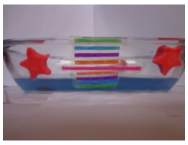
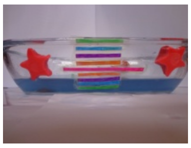
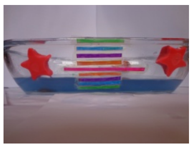
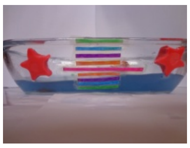
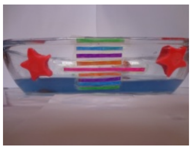
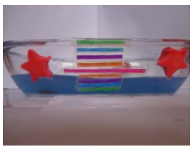
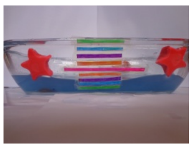
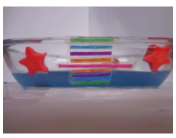
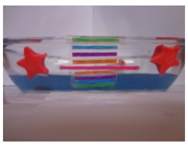
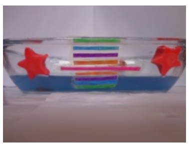
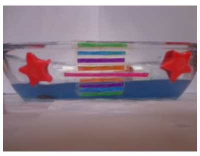
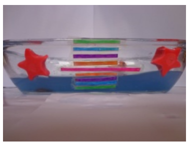
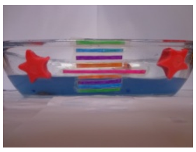
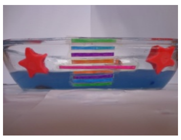
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

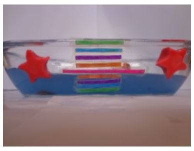
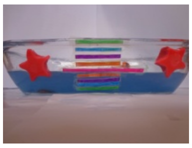
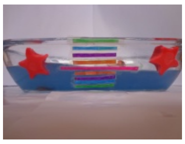
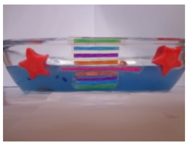
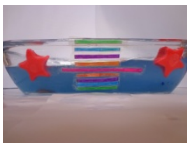
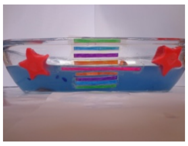
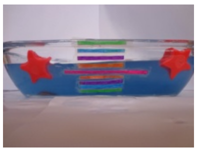
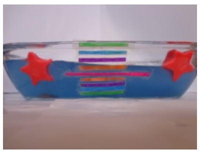
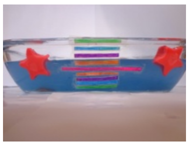
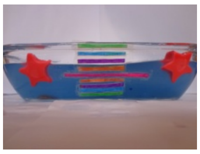
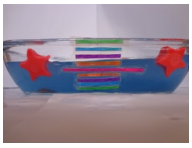
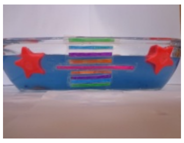
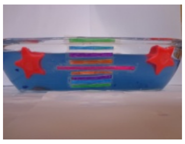
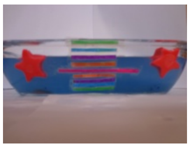
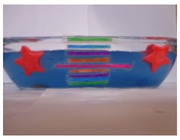
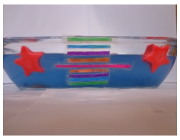
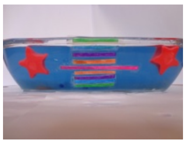
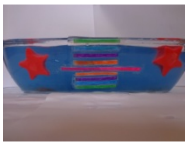
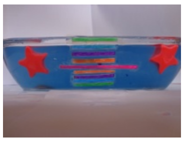
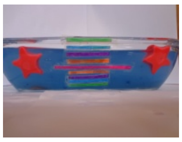
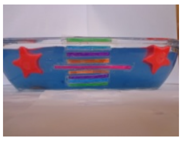
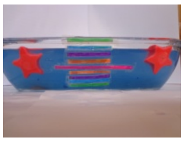
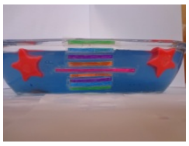
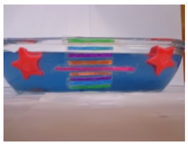
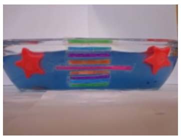
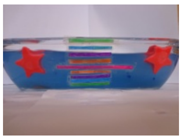
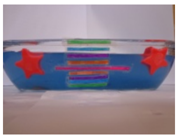
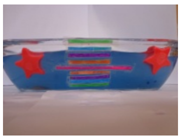
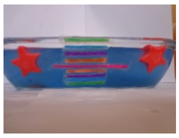
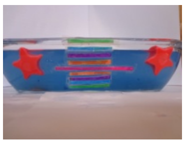
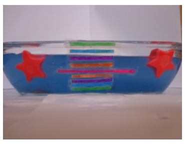
Nesta parte são as fotos do tema escolhido (Roda gigante, volume de ar nos pulmões, marés, pressão arterial etc.), ou seja, são fotos do objeto que o grupo está estudando tiradas em momentos diferentes, de modo a fazer o mesmo movimento do gráfico (crescente/decrescente).

Exemplo:

Neste exemplo a vasilha com água simula as ondas das marés. Os alunos foram completando a vasilha com água, colorida previamente, aos poucos. Depois organizam as fotos formando o movimento do gráfico, repetindo as fotos se necessário.

Quadro 3 - Fotos de uma vasilha com água simulando as ondas das marés:

1ª Foto	2ª Foto	3ª Foto	4ª Foto	5ª Foto
				
6ª Foto	7ª Foto	8ª Foto	9ª Foto	10ª Foto
				
11ª Foto	12ª Foto	13ª Foto	14ª Foto	15ª Foto
				
16ª Foto	17ª Foto	18ª Foto	19ª Foto	20ª Foto
				
21ª Foto	22ª Foto	23ª Foto	24ª Foto	25ª Foto
				
26ª Foto	27ª Foto	28ª Foto	29ª Foto	30ª Foto
				
31ª Foto	32ª Foto	33ª Foto	34ª Foto	35ª Foto
				

36ª Foto	37ª Foto	38ª Foto	39ª Foto	40ª Foto
				
41ª Foto	42ª Foto	43ª Foto	44ª Foto	45ª Foto
				
46ª Foto	47ª Foto	48ª Foto	49ª Foto	50ª Foto
				
51ª Foto	52ª Foto	53ª Foto	54ª Foto	55ª Foto
				
56ª Foto	57ª Foto	58ª Foto	59ª Foto	60ª Foto
				
61ª Foto	62ª Foto	63ª Foto	64ª Foto	65ª Foto
				
66ª Foto	67ª Foto	68ª Foto	69ª Foto	70ª Foto
				
71ª Foto	72ª Foto			
				

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

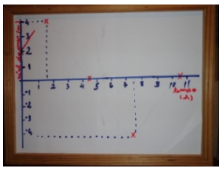
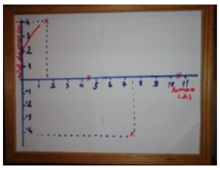
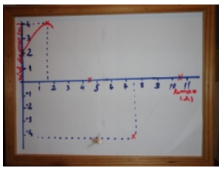
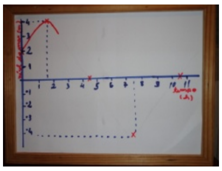
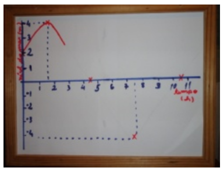
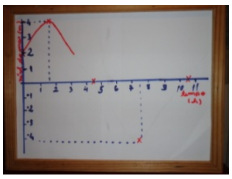
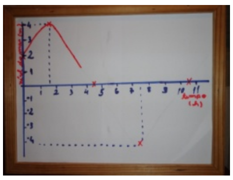
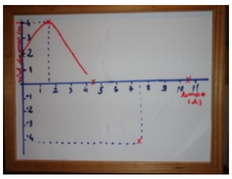
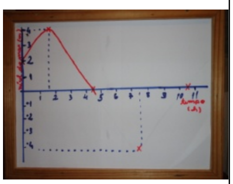
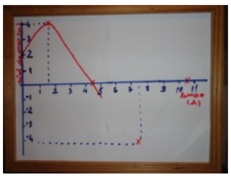
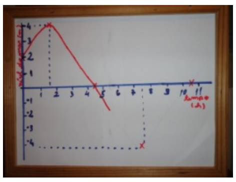
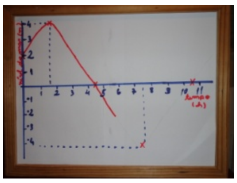
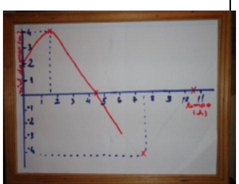
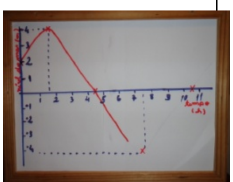
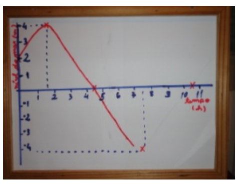
Cada grupo deverá confeccionar a tabela e o gráfico relativo ao seu tema no caderno. Em uma folha de papel branco, colocada no sentido “retrato”, lado maior base, fazer com régua os eixos coordenados e ou a tabela, colocando os respectivos valores. Tirar a primeira foto.

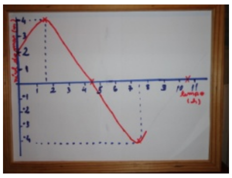
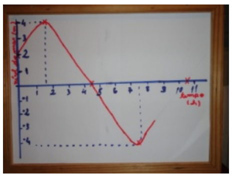
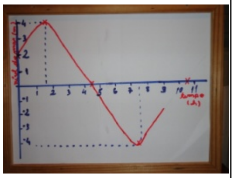
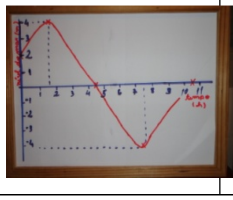
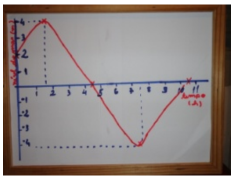
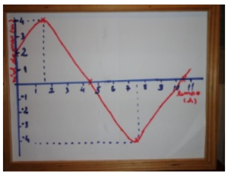
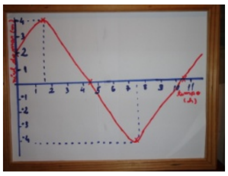
Paulatinamente deverá ir traçando o gráfico em uma cor que sobressaia e tirar foto.

Desta maneira se passarmos as fotos no celular, por exemplo, com o dedo, já dará uma pequena ideia de movimento do gráfico sendo esboçado. A parte do esboço gráfico está pronta. Normalmente isto fica pronto em duas ou três aulas. A primeira vez que o aluno faz o gráfico no papel branco, geralmente ele erra, portanto, é necessário repetir todo o processo, até que fique correto.

Exemplo (extraído de parte de um trabalho de alunos), onde confeccionaram o gráfico do nível do mar em função do tempo em horas:

Quadro 4 - Fotos do esboço gráfico de nível do mar:

1ª Foto	2ª Foto	3ª Foto	4ª Foto	5ª Foto
				
6ª Foto	7ª Foto	8ª Foto	9ª Foto	10ª Foto
				
11ª Foto	12ª Foto	13ª Foto	14ª Foto	15ª Foto
				

16ª Foto	17ª Foto	18ª Foto	19ª Foto	20ª Foto
				
21ª Foto	22ª Foto			
				

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Uma vez de posse das fotos, é necessário baixar para um computador que tenha um software de edição de vídeo e salvar o vídeo em um formato que possa ser assistido, como por exemplo, com a extensão “wmp” (Windows Media Player), ou qualquer outra. Este trabalho é para casa, ou se o professor preferir dentro da própria escola, se essa oferecer recurso.

Estando tudo pronto é hora de apresentar e ou avaliar a critério do professor.

CAPÍTULO 7 – METODOLOGIA

Para se verificar as questões norteadoras deste trabalho e alcançar o objetivo central deste estudo, uma vez que o interesse está em compreender se o novo modelo didático proposto para ensino de trigonometria no ensino médio contribui para melhor aprendizagem desse conteúdo, optou-se por um procedimento metodológico ancorado na realização de pesquisa descritva, de natureza qualitativa, cujos dados de análise foram obtidos pela "observação direta extensiva" (MARCONI e LAKATOS, 2005, p. 203) por meio da utilização de instrumentos estruturados – questionários aplicados a alunos de ensino médio e graduação e professores.

Enquadram-se na categoria de pesquisa descritiva àquelas "que têm por objetivo levantar as opiniões, atitudes e crenças de uma população" (GIL, 2009, p. 42) ou seja, que se interessam pela percepção dos indivíduos em relação a um fenômeno, entendido este como "fato tal como percebido por alguém" (RAMPAZZO, 2015, p. 53); enquanto a pesquisa qualitativa propicia uma compreensão melhor dos dados coletados, pois considera a complexidade e a interrelação entre os acontecimentos e suas manifestações:

> A pesquisa descritiva procura, pois, descobrir, com a precisão possível, a frequência com que um fenômeno ocorre, sua relação e sua conexão com outros, sua natureza e suas características. (...)
> Os dados, por ocorrerem em seu habitat natural, precisam ser coletados e registrados ordenadamente para seu estudo propriamente dito. (RAMPAZZO, 2015, p. 53)

> Na pesquisa qualitativa todos os fenômenos são igualmente importantes e preciosos: a constância das manifestações e sua ocasionalidade, a frequência e a interrupção, a fala e o silêncio. Procura-se compreender a experiência que todos os "sujeitos" têm. (RAMPAZZO, 2015, p. 60).

O detalhamento da metodologia de coleta e de análise de dados da pesquisa será informado no tópico 7.1 a seguir. O tópico 7.2 trata da apresentação da Escola Estadual Professor Pedro Aleixo e da Universidade Federal de São João del-Rei, para contextualização do ambiente de aprendizagem dos alunos do ensino médio e de graduação envolvidos na pesquisa, respectivamente. Os resultados da análise descritiva e qualitativa dos dados coletados serão apresentados no próximo capítulo, em três fases: (i) resultado da análise referente aos questionários Q2PA e Q3PA; (ii) resultado da análise referente aos questionários QUFSJ e QUFSJP; (iii) resultado do cruzamento das opiniões dos alunos da EEPA e da UFSJ.

7.1 Instrumentos de Coleta de Dados e Estratégias de Análise

Para a coleta de dados da pesquisa, elaborou-se um questionário específico destinado a cada público-alvo participante: Q2PA (alunos do 2° ano do ensino médio – atuais alunos do pesquisador); Q3PA (alunos do 3° ano do ensino médio – ex-alunos do pesquisador); QUFSJ (estudantes de graduação da UFSJ); QUFSJP (professores da UFSJ, dos alunos participantes da pesquisa). Os questionários Q2PA, Q3PA, QUFSJ, QUFSJP encontram-se no Apêndice.

A elaboração desses questionários teve como referência o tema proposto, intencionando maior assertividade na consulta, a fim de se alcançar respostas às questões de verificação, e, por conseguinte, êxito na pesquisa.

Os questionários foram construídos a partir da composição de uma série ordenada de perguntas fechadas (objetivas), com alternativa "sim" ou "não", e abertas (subjetivas), conforme o interesse que se objetivava descobrir com cada questão:

> a) Perguntas abertas. Também chamadas livres ou não limitadas, são as que permitem ao informante responder livremente, usando linguagem própria, e emitir opiniões.
> Possibilita investigações mais profundas e precisas;
> b) Perguntas fechadas ou dicotômicas. Também denominadas limitadas ou de alternativas fixas, são aquelas que o informante escolhe sua resposta entre duas opções: *sim* e *não*.
> (MARCONI e LAKATOS, 2003, p. 206)

Embora boa parte das perguntas fechadas tivessem apenas as opções "sim" e "não", em algumas questões uma terceira alternativa se fez necessária, no caso a inclusão da opção "não sei", para que se pudesse extrair do respondente uma visão mais próxima de sua realidade. Essa terceira alternativa caracteriza a pergunta fechada "tricotômica" (RAMPAZZO, 2005, p. 124). Especificamente, o questionário QUFSJ trouxe ainda uma outra variação dessa composição, apresentando questões com cinco alternativas de resposta cada, para possibilitar extrair do respondente informações do modo mais preciso possível.

Os questionários Q2PA e Q3PA foram elaborados com 13 e 12 questões, respectivamente, cujo objetivo foi verificar, preponderantemente, o aprendizado sobre círculo trigonométrico, funções trigonométricas (com gráficos, translações e rotações) e suas aplicações, a partir do novo modelo didático proposto, assim como a contribuição da técnica de “*stop motion*” nesse aprendizado.

Já os questionários QUFSJ e QUFSJP, compostos por 15 e 11 questões, respectivamente, objetivaram conhecer, na percepção de alunos e professores da UFSJ, se os egressos do Ensino Médio demonstram aprendizagem dos conceitos trigonométricos em nível adequado ao esperado à continuidade de seus estudos no ensino superior. A opção pela realização da pesquisa com alunos e professores de cursos da área de exatas deveu-se à lógica de aproximação que existe entre os conceitos matemáticos trabalhados em toda a trajetória acadêmica desses cursos, e cuja base se forma na Educação Básica.

Os quatro questionários foram aplicados em três etapas distintas, envolvendo, primeiramente, os alunos do segundo ano do ensino médio, seguidos pelos alunos do terceiro ano do ensino médio, todos da Escola Estadual Professor Pedro Aleixo, e, finalizando, com os alunos de graduação e professores da UFSJ.

Os dados coletados em cada questionário foram inicialmente tabulados e calculados estatisticamente. Nessa etapa, realizou-se uma pré-análise de todo material obtido de forma a se apurar o que de mais relevante havia sido registrado pelos respondentes. Em seguida, os dados tratados foram analisados e interpretados no todo, de maneira clara e condizente com os objetivos da pesquisa. Assim, por exemplo, embora a coleta e tabulação dos dados do Q2PA tenham sido realizadas por turma, a análise levou em conta as respostas do conjunto de alunos do segundo ano do ensino médio. Na interpretação procurou-se estabelecer associação entre os resultados obtidos com a pesquisa e as referências teóricas utilizadas no estudo.

7.2 Caracterização do ambiente de aprendizagem do público-alvo da pesquisa

7.2.1 A Escola Estadual Professor Pedro Aleixo

A Escola Estadual Professor Pedro Aleixo (que será referenciada neste trabalho como EEPPA) é uma unidade escolar da rede pública estadual de educação de Minas Gerais. Localizada em Belo Horizonte, no bairro Mangabeiras, área nobre da capital, a escola atende alunos oriundos da periferia de seu entorno, em sua maioria da comunidade “Favela da Serra”. São jovens que vivenciam um cotidiano de intensa vulnerabilidade social, decorrente do tráfico de drogas na região, sendo que boa parte enfrenta ainda, além da precariedade econômica e violência, situações de desarmonia familiar, o que muitas vezes lhes impõem rotina e responsabilidades incompatíveis com a pouca idade que têm.

A EEPPA funciona em três turnos diários, ofertando Ensino Fundamental (7º, 8º e 9º Anos) e Ensino Médio, na modalidade regular. Pela manhã e à noite estudam alunos do Ensino Médio, e à tarde do Ensino Fundamental. Segundo informações oficiais da escola, 201 alunos encontram-se matriculados no Ensino Fundamental e 699 no Ensino Médio, sendo 471 pela manhã e 228 à noite. Os índices de evasão e repetência no ensino médio da escola são superiores ao da média estadual para o mesmo nível de ensino.

Dado o tema principal deste trabalho e a atuação profissional do pesquisador, houve limitação quanto aos participantes da EEPPA na pesquisa, que envolveu somente de alunos do ensino médio matutino, especificamente do segundo e terceiros anos. Esse recorte se fez necessário, pois, como o pesquisador não atua no ensino médio noturno, e, portanto, os alunos desse turno não têm conhecimento da metodologia foco deste estudo, esses alunos não foram solicitados a responder o questionário.

Ao todo, participaram da pesquisa, respondendo os questionários, 140 alunos da EEPPA, sendo 80 alunos de quatro turmas do segundo ano e 60 alunos de duas turmas do terceiro ano, do ensino médio.

7.2.2 A Universidade Federal de São João del-Rei

A Universidade Federal de São João del-Rei (que será referenciada neste trabalho como UFSJ) é uma instituição de ensino superior da rede pública federal de educação que oferta cursos de graduação e pós-graduação (*lato* e *stricto sensu*) em suas 6 unidades educacionais, assim dispostas: Campus Santo Antônio (CSA), Campus Tancredo Neves (CTAn) e Campus Dom Bosco (CDB), localizados em São João del-Rei; Campus Centro-Oeste "Dona Lindu" (CCO), localizado em Divinópolis; Campus Alto Paraopeba (CAP), localizado na divisa dos municípios de Ouro Branco e Congonhas; e Campus Sete Lagoas (CSL), localizado em Sete Lagoas.

Segundo informações disponibilizadas no *site*[5] da instituição, a UFSJ foi instalada em 21 de abril de 1987, como Fundação de Ensino Superior de São João del-Rei (FUNREI), tendo sido transformada em Universidade Federal em 2002, com a reunião e federalização da Faculdade Dom Bosco de Filosofia, Ciências e Letras (fundada em 1954), Faculdade de Ciências Econômicas, Administrativas e Contábeis (fundada em 1972), e Faculdade de Engenharia Industrial (fundada em 1976).

Atualmente, a UFSJ ministra 39 cursos de graduação, nas modalidades presencial e a distância, como matemática, física, química, ciências biológicas, letras, artes, filosofia, engenharia (civil, mecânica, mecatrônica, telecomunicações etc.), medicina, enfermagem, farmácia, psicologia, administração, economia, contábeis, dentre outros. Ao todo, a Universidade disponibiliza, anualmente, 3.735 vagas de graduação, sendo 1.885 para os cursos presenciais e 1.850 para a educação a distância. Na pós-graduação são ofertados 21 programas de mestrado, entre eles o PROFMAT, 4 de doutorado, além de 14 programas de especialização, 9 a distância e 5 presenciais, dos quais 2 são MBA.

---

[5] www.ufsj.edu.br

Participaram da presente pesquisa 73 estudantes e 03 professores, vinculados a cursos de graduação da área de exatas, os quais foram convidados a responder voluntariamente o questionário. Contribuiram para essa ação de aproximação do pesquisador com os estudantes e professores da UFSJ, o Prof. Dr. Francinildo Ferreira e a Profa. Ms. Marianna de Oliveira.

CAPÍTULO 8 – APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Neste capítulo, tomando como referência as respostas aos questionários, discutiremos como os alunos da EEPPA percebem a aprendizagem da trigonometria a partir do novo modelo didático proposto, e como os alunos e professores da UFSJ avaliam a base conceitual sobre trigonometria adquirida no Ensino Médio.

8.1 – Resultado da análise referente aos questionários Q2PA e Q3PA

8.1.1 – Análise descritiva e qualitativa do Q2PA, com auxílio de quadros, tabelas e gráficos

Questão 1 – Objetivou saber quais alunos são novatos no segundo ano do ensino médio, o que importa em dizer que tiveram contato com a metodologia aplicada ao ensino da trigonometria, objeto da pesquisa, pela primeira vez. Dos 80 alunos que responderam ao questionário, 78 (97,5%) informaram que cursam o segundo ano do ensino médio pela primeira vez e 2 (2,5%) responderam que não cursam pela primeira vez, ou seja, são repetentes, na própria escola, e tiveram contato com a metodologia no ano anterior.

Questão 2 – O aluno deveria responder se estudou, na disciplina matemática dos anos anteriores, conteúdo sobre círculo trigonométrico, funções trigonométricas (com gráficos, translações e rotações) e suas aplicações. Do total de 80 participantes da pesquisa, 15 (18,75%) responderam positivamente; dos quais 13 são alunos novatos, oriundos de outras escolas, que indicaram ter tido contato com o conteúdo na primeira série do ensino médio, e 2 são alunos repetentes do segundo ano, da própria escola. Os demais 65 (81,25%) alunos responderam que não haviam estudado esse conteúdo, o que significa dizer que a única metodologia para aprendizagem da trigonometria com a qual tiveram contato é a aplicada pelo modelo ora proposto.

Questão 3 – O aluno foi indagado a responder se considera os tópicos relacionados à trigonometria importantes. Essa pergunta objetivou compreender como os alunos visualizam a aplicação prática da trigonometria. 62 (77,5%) alunos responderam que "sim", ou seja, consideram importante o assunto, enquanto 18 (22,5%) alunos responderam "não", ou seja, não veem importância no conteúdo. Informalmente, após a aplicação dos questionários, alguns desses alunos que responderam "não" manifestaram que têm interesse nas áreas de humanas e biológicas e que entendem que a trigonometria é importante para àqueles que pretendem prosseguir os estudos em cursos da área de exatas.

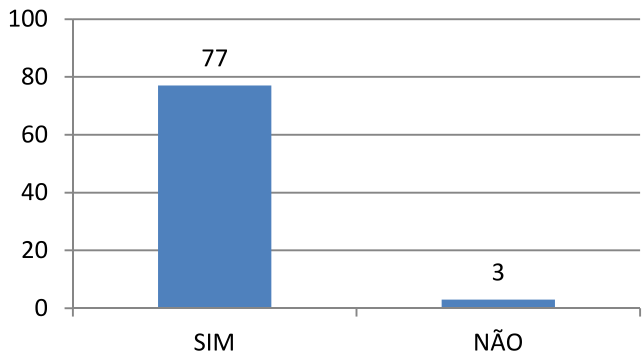
Questão 4 – A pergunta apresentada nessa questão foi direcionada àqueles que responderam "sim" na questão de nº 2, pois questionava se o modo do professor das séries anteriores ensinar círculo trigonométrico e funções trigonométricas seria o mesmo utilizado no segundo ano do ensino médio? Portanto, responderam a essa questão somente 15 alunos, dos quais 5 (33,33%) alunos responderam "sim", ou seja, o método seria o mesmo e 10 (66,67%) alunos responderam "não", o método seria diferente. Dos 5 que responderam afirmativamente, 2 são alunos repetentes do segundo ano na própria escola, que cursam a série com o mesmo professor, responsável pela pesquisa.

Questão 5 – Procurou-se conhecer a percepção dos alunos acerca do quanto o modelo de aprendizagem ora proposto contribuiu para sua compreensão do conteúdo trigonometria. Do total de 80 alunos, 77 (96,25) responderam "sim", indicando que o modelo contribuiu para sua aprendizagem da trigonometria, enquanto 3 (3,75%) alunos responderam "não".

Questão 6 – Os alunos foram indagados sobre sua capacidade de desenhar e compreender o círculo trigonométrico e seus componentes (incluindo o significado de cada um). A essa questão, 69 (86,25%) alunos responderam "sim" e 11 (13,75%) alunos responderam "não". Esses alunos manifestaram dúvidas em relação aos conceitos de "translação" e "rotação", ao mesmo tempo que alegaram não dar importância ao conteúdo, pois acreditam que não usarão futuramente.

Questão 7 – Perguntou-se aos alunos se eles consideraram satisfatória a maneira como o círculo trigonométrico foi apresentado e explicado pelo professor do segundo ano do ensino médio. As respostas podem ser verificadas pelo Gráfico 25 abaixo.

Gráfico 25 - Esboço gráfico da resposta da questão 7 do Q2PA



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Questão 8 – A oitava pergunta refere-se à capacidade do aluno de compreender o gráfico das funções seno e cosseno, incluindo as possíveis translações e rotações, 70 (87,5%) alunos responderam "sim" e 10 (12,5%) alunos responderam "não". Percebe-se uma quase congruência entre as respostas dessa questão e a questão de nº 6, em que os alunos manifestaram dificuldades em relação à translação e rotação.

Questão 9 – Essa questão procurou conhecer a percepção dos alunos em relação à novidade para o ensino de trigonometria, dentro da nova metodologia, que é a utilização do "*stop motion*", técnica de produção de vídeo utilizada no fechamento do tópico de conteúdo para auxiliar a aprendizagem relacionando teoria e prática. A pergunta foi "Você considera que a atividade final, com o uso da técnica de '*stop motion*' foi interessante?" A totalidade dos participantes da pesquisa, ou seja, 80 (100%) alunos responderam "sim" a essa questão, indicando que aprovam essa técnica que faz com que entendam o conteúdo e seu uso cotidiano.

Questão 10 – Os alunos foram questionados se antes de estudarem esses tópicos com essa nova forma de abordagem se sentiam capazes de interpretar com clareza os conceitos de trigonometria. Apenas 4 (5%) alunos responderam "sim" a essa pergunta, dos quais 2 são repetentes da própria escola, sendo, portanto, alunos que já conhecem a nova metodologia aplicada. Dos 76 alunos restantes, 9 (11,25%) responderam "quase sempre" e 67 (83,75%) responderam "não".

Questão 11 – A décima primeira questão foi feita conforme a seguir: “Para cada uma das perguntas seguintes da tabela abaixo, circule **apenas um** dos números para indicar suas percepções sobre o ensino dos tópicos de trigonometria a partir da forma abordada nas atividades do segundo ano do ensino médio. De 5 = ‘excelente’ até 1 = ‘fraco’.”

Tabela 1 - Respostas da questão 11 do Q2PA

QUESTIONAMENTOS	De 1 = “fraco até 5 = “excelente”				
	1	2	3	4	5
a) O quanto você acha que aprendeu sobre os tópicos de trigonometria?	0%	2,5%	35,0	43,8%	18,7%
b) Classifique sua capacidade de **entender** os conceitos explorados no círculo trigonométrico, após este estudo.	0%	1,2%	27,5%	56,3%	15%
c) Classifique sua capacidade de **desenhar** o círculo trigonométrico, após este estudo.	0%	0%	10%	28,8%	61,2%
d) Classifique sua capacidade de **entender** o gráfico de funções trigonométricas, com as translações e rotações.	1,2%	0%	23,8%	37,5%	37,5%
e) Classifique sua capacidade de **esboçar** o gráfico de funções trigonométricas, com as translações e rotações?	0%	2,5%	23,8%	37,5%	36,2%
f) Após todas as atividades desenvolvidas, o quanto você considera que entendeu sobre os tópicos de trigonometria?	0%	0%	11,2%	73,8%	15%
g) Após todas as atividades desenvolvidas, o quanto você considera que a forma de abordagem (por meio dessas atividades específicas) ajudou no entendimento do conteúdo?	0%	1,25%	8,75%	50%	40%

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Observa-se novamente uma congruência entre as respostas dadas às questões anteriores e a essa questão em particular, em que a maioria dos respondentes classificou seu aprendizado com notas 4 e 5, que são as maiores na escala apresentada, ou seja, esses alunos declararam que aprenderam o conteúdo.

As questões 12 e 13 do questionário objetivaram conhecer a percepção dos alunos sobre sua aprendizagem da trigonometria no modelo proposto. Essas duas questões foram apresentadas aos alunos sem direcionamento quanto à possível resposta, para que fossem dadas respostas espontâneas aos questionamentos. Para sistematizar a análise, as respostas dadas pelos alunos foram classificadas da seguinte forma:

1 – Comentários se referindo à metodologia de ensino.
2 – Comentários se referindo ao que aprendeu.
3 – Comentários se referindo à interação em sala de aula.
4 – Sugestões (válido apenas para a Questão 13).

Questão 12 – “Explicite/relacione pontos positivos e pontos negativos da metodologia utilizada nas aulas de Matemática sobre os tópicos relacionados à trigonometria.”

Quadro 5 - Pontos Positivos apontados pelos alunos

1	“A dinâmica força o aluno a pensar, não é a aula parada e chata”
1	“Aula descontraída”
1	“Aula prática interessante mais fácil de entender e fazer”
1	“Aula teórica explicação boa”
1	“Aulas interessantes”
1	“Aulas no pátio e Parque Mangabeiras foram positivas”
1	“Aulas práticas absorver mais conteúdo do que aula teórica”
1	“É uma forma dinâmica de aprender”
1	“Entendi bem as aulas práticas e teóricas os gráficos são fáceis de esboçar”

1	“Explicação Clara”
1	“Explicação informal é melhor torna mais fácil o entendimento”
1	“Fazer medida no local é interessante”
1	“Gráficos feitos em sala”
1	“Uso de objetos como exemplo ângulos”
2	“Aprender a lidar com ângulos”
2	“Percepção melhor sobre medida de ângulos”
2	“Quando a resposta é descoberta fica tudo mais claro e simples”
3	“Professor explica várias vezes”
3	“Trabalhos em equipe e socialização”
3	“Treinamos vários dias”

Quadro 6 - Pontos Negativos apontados pelos alunos

1	“Atividades complicadas, mas fáceis de entender”
1	“Aula teórica mais difícil de entender”
1	“Aulas teóricas”
1	“No início é chato de fazer”
1	“Praticar a matéria é cansativo”
2	“Talvez não use na minha vida profissional”
2	“Demora muito para entender”
2	“Difícil saber o significado de cada coisa (parâmetro)”
2	“Escrever tudo o que aprendeu”
2	“Matéria complicada de entender, muitos cálculos”
2	“Matéria difícil”
3	“Dependíamos do colega”
3	“Os alunos devem procurar a fórmula na internet”
3	“Trabalhar em grupo é difícil”

Questão 13 – “Este espaço foi reservado para você fazer comentários sobre a abordagem nas atividades aplicadas, expondo suas opiniões e sugestões.”

Quadro 7 - Pontos Positivos apontados pelos alunos

1	“A aula passou a ter interesse maior”
1	“A maneira de abordar é ótima”
1	“Aluno não gosta de matemática mas entende melhor com as aulas práticas”
1	“Aula boa, coisa nova nunca tinha visto”
1	“Aula criativa”
1	“Expliquei bem se o aluno não entende explico novamente”
1	“Ótimo ter aula prática temos contato real com a matéria”
1	“Perguntas objetivas”
2	“A matéria do dia a dia foi o que mais gostei”
2	“Adquirir noções em situações práticas sobre o conteúdo”
2	“Com o tempo entende melhor a matéria”
2	“É difícil de compreender, mas na prática é mais fácil”
2	“Entenderam o gráfico de seno e cosseno”
2	“Gostei de ver o ângulo das casas”
2	“Gostei dos gráficos mesmo ele sendo difícil de entender (parâmetro)”
3	“Aprendi a medir e trabalhar em grupo”
3	“Colegas do grupo ajudam a entender a matéria”
4	“Ter mais aulas ao ar livre”
4	“Ter mais aulas práticas”

Quadro 8 - Pontos Negativos apontados pelos alunos

1	“Não há recursos suficientes para pesquisa internet, livro etc.”
1	“Trabalho imposto pelo professor”
2	“A matéria exige muito esforço do aluno”
2	“Atividades difíceis”
2	“O conteúdo não é útil a todos”
3	“Trabalhar em grupo é ruim”

8.1.2 – Análise descritiva e qualitativa do Q3PA, com auxílio de quadros, tabelas e gráficos

Questão 1 – Na primeira pergunta questionamos os alunos sobre se, no terceiro ano do ensino médio, eles tiveram conteúdo de trigonometria como revisão ou precisaram usar os conceitos de círculo trigonométrico, funções trigonométricas (com gráficos, translações e rotações) e suas aplicações. Dos 60 alunos que responderam ao questionário, 39 (65%) informaram terem tido revisão/aplicado o conteúdo, e 21 (35%) responderam que não usaram/não tiveram revisão do conteúdo. Embora se saiba que a trigonometria não faz parte do conteúdo programático da escola para o terceiro ano do ensino médio, isso não significa que o assunto não tenha aplicação nessa série. Há ainda alunos que, paralelamente ao ensino regular, frequentam cursos pré-enem/vestibular e/ou trabalham, possível razão para que parte dos alunos tenha respondido “sim” à revisão/utilização dos conceitos trigonométricos.

Questão 2 – A questão objetivou conhecer se os alunos consideram os tópicos relacionados à trigonometria importantes. Essa questão remete diretamente ao aprendizado do conteúdo pelos alunos. Apenas um (1,67%) aluno respondeu “não” a esse questionamento. Os demais 59 (98,33%) alunos responderam “sim”, indicando que passaram a perceber a importância da trigonometria em seu cotidiano.

Questão 3 – Perguntou-se aos alunos se a maneira como a trigonometria foi ensinada no segundo ano do ensino médio foi importante para seu entendimento sobre o conteúdo. A essa pergunta, a maioria dos alunos respondeu “sim”, ou seja, declararam que entenderam o assunto a partir do como foi ensinado, 57 (95%) alunos. 3 (5%) alunos responderam “não”.

Questão 4 – “Com base nas atividades que você desenvolveu e participou no segundo ano você se considera capaz de desenhar e compreender o círculo trigonométrico e todos os seus componentes?” Essa foi a quarta pergunta apresentada. 37 (61,67%) alunos responderam “sim” e 23 (38,33%) responderam não. Pela resposta a essa questão, em relação às questões anteriores, percebe-se que embora tenham admitido que aprenderam o conteúdo, não há correspondência desse aprendizado com a memorização dos componentes da trigonometria.

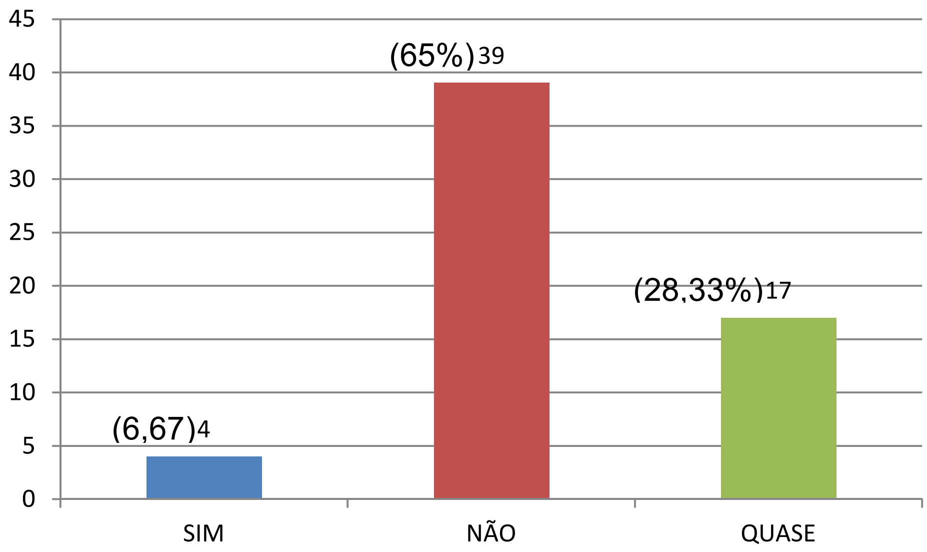
Questão 5 – A maneira como o círculo trigonométrico foi apresentado e explicado pelo professor do segundo ano foi considerada satisfatória por 59 (98,33%) alunos que responderam “sim” à questão. Apenas um (1,67%) aluno respondeu “não”.

Questão 6 – Os alunos foram indagados sobre sua capacidade de desenhar e compreender o gráfico das funções seno e cosseno, incluindo as possíveis translações e rotações, com base nas atividades que ele desenvolveu no segundo ano. 47 (78,33%) alunos responderam “sim” e 13 (21,67%) alunos responderam “não”. Como ocorreu na questão 4, ao serem incitados a rememorar o conteúdo, os alunos novamente demonstraram dificuldade em replicar as atividades da série anterior.

Questão 7 – 60 (100%) alunos responderam “sim” à pergunta: “Você considera que a atividade final, com o uso da técnica de ‘*stop motion’* foi interessante?”. Ou seja, a técnica “*stop motion*”, aplicada no encerramento do conteúdo trigonometria, foi avaliada positivamente pela totalidade dos alunos, que se sentem empolgados em mostrar o resultado de seu aprendizado por meio de um “filminho” que lhes demanda associação teórico-prática e utilização de recursos midiáticos, que tanto interesse aos jovens alunos da atualidade.

Questão 8 – Com relação à oitava pergunta: “Antes de estudar esses tópicos com essa nova forma de abordagem utilizada no segundo ano do ensino médio você se sentia capaz de trabalhar e interpretar com clareza os conceitos de trigonometria?” As respostas podem ser verificadas pelo Gráfico 26 abaixo.

Gráfico 26 - Esboço gráfico da resposta da questão 7 do Q3PA



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A análise das respostas dos alunos reforça a percepção de que para se favorecer a aprendizagem da trigonometria é preciso dinamizar a forma de ensinar, rompendo o formalismo comumente aplicado a esse conteúdo.

Questão 9 – Nessa questão perguntou-se aos alunos se eles acreditam que a maneira como aprenderam os tópicos de trigonometria no segundo ano ajudou no entendimento de tópicos relacionados no terceiro ano. 58 (96,67%) alunos responderam "sim", especialmente em relação à compreensão de conteúdo de Física, e 2 (3,33%) alunos responderam não.

As questões 10, 11 e 12 do questionário objetivaram conhecer a percepção dos alunos sobre sua aprendizagem da trigonometria no modelo proposto. Essas questões foram apresentadas aos alunos sem direcionamento quanto à possível resposta, para que fossem dadas respostas espontâneas aos questionamentos. Para sistematizar a análise, as respostas dadas pelos alunos foram classificadas da seguinte forma:

1 – Comentários se referindo à metodologia de ensino.
2 – Comentários se referindo ao que aprendeu.
3 – Comentários se referindo à interação em sala de aula.

4 – Sugestões (válido apenas para a Questão 12).

Questão 10 – “Qual sua opinião sobre a metodologia utilizada pelo professor no ensino de tópicos de trigonometria? Ela é facilitadora da aprendizagem desses tópicos?”

Quadro 9 - Opinião dos alunos sobre a metodologia de ensino

1	“A estratégia de ensino foi bem planejada de maneira e deixar bem claro conteúdo”
1	“Às vezes no ensino falta um pouco de aula interativa”
1	“Aula didática e participativa”
1	“Aula prática e facilitadora”
1	“Aula teórica tem um entendimento mais profundo”
1	“Boa, detalhada e eficiente”
1	“É mais fácil aprender na prática e na teoria”
1	“É mais fácil e divertido de aprender com aulas práticas”
1	“Expõe o aluno a experiências novas e prazerosas”
1	“Facilita no aprendizado, pois com a maioria dos outros professores tive uma dificuldade maior para aprender”
1	“Foi uma forma muito clara objetiva e fácil de se aprender, o que nos ajuda bastante”
1	“Forma motivadora”
1	“Metodologia inovadora, que deveria ser adotado por outros professores”
1	“Metodologia interessante”
2	“Na aula prática amplia a visão da matéria é mais fácil entender a importância da matéria”
2	“Sim, ela me ajudou a entender melhor como funciona os gráficos e como é bem simples de entender uma conta”
2	“Tive mais noção de espaço e dos ângulos”
3	“Com a prática nós alunos entendemos bem melhor os conceitos de trigonometria do que em livros”
3	“Contato da matéria com o nosso cotidiano”
3	“Oportunidade de ajudar os alunos com dificuldade”

Questão 11 – “Explicite/relacione pontos positivos e pontos negativos da metodologia utilizada nas aulas de Matemática sobre os tópicos relacionados à trigonometria.”

Quadro 10 - Pontos Positivos apontados pelos alunos

1	“Abordagem diferente”
1	“Ajudou no início do terceiro ano”
1	“Aulas dinâmicas e interessantes”
1	“Aulas práticas dão entendimento claro e objetivo”
1	“Criatividade do professor para ensinar, calma para ensinar, clareza nas aulas”
1	“Facilita, incentiva, pois não fica só na teoria. Desse modo temos aulas teóricas e práticas interagindo com pessoas e com todo o ambiente ao redor”
1	“Metodologia inovadora e eficiente”
1	“Mostra aplicação da matéria no cotidiano”
1	“Participação ativa na matéria”
1	“Saímos da rotina”
2	“Até eu que não gosto muito da matéria passei a ter mais interesse”
2	“Depois que aprendi é difícil não lembrar”
2	“Domínio dos tópicos para uso”
2	“Saber medir ângulos”
3	“Alunos mais interessados”
3	“Aprendemos a lidar com as dificuldades juntos”
3	“Aprendemos a trabalhar em grupo”
3	“Maior interação entre os alunos”
3	“Trabalho em equipe”

Quadro 11 - Pontos Negativos apontados pelos alunos

1	“Confunde se perde a explicação”
1	“Esforço físico”
1	“Muita matéria para pouco tempo”
1	“Não tivemos mais aulas assim nos próximos anos”
1	“Pouco tempo de aula”
1	“Trabalhoso e às vezes desconfortável”
2	“Aula teórica não gostei. Mais difícil de entender”
3	“Houve um clima de pressão em relação a trabalhar em equipe”
	“Não consigo pensar em pontos negativos”

Questão 12 – “Este espaço foi reservado para você fazer comentários sobre a abordagem nas atividades aplicadas, expondo suas opiniões e sugestões.”

Quadro 12 - Comentários dos alunos sobre a metodologia

1	“A prova foi ótima para aprendermos a ter responsabilidade”
1	“Abordagem utilizada foi excelente”
1	“**Agradeço pela oportunidade de ter participado da aula, pois todos acham matemática chata, mas após o método implantado muitos mudaram a forma de pensar**”
1	“Aprender na prática evita a falta de interesse do aluno”
1	“Aulas Claras e objetivas”
1	“Ele explica a matéria de um jeito que nos deixa acreditando que a matéria é boba de tão fácil”
1	“Eu acho boa a forma de avaliação, pois não são apenas contas que mostram seu desempenho, mas sim a sua dedicação para exercer atividade”
1	“Gostei do método de ensino”
1	“Há uma pressão quando tudo é feito em caderno e livro”
1	“O professor ajudou a entender o conteúdo”
2	“Atividade prática aumenta o aprendizado e o interesse pelo conteúdo”
2	“Atividades bem elaboradas e criativas e quem me fez ver o mundo com outros olhos. Foi um desafio para os alunos”
2	“Ele me fez acreditar que sou capaz e me ajudou a perceber porque trabalho em grupo é tão importante”
2	“Não vou esquecer das aulas”
3	“Trabalhar em equipe é fundamental”
4	“Mais tempo para as atividades”
4	“**Minha opinião é que os livros deveriam vir com uma forma mais fácil para se entender a matéria**”
4	“O professor deve continuar com essa abordagem”
4	“Os outros professores devem usar essa técnica também”

Na Questão 12, os alunos do 3º ano teceram somente comentários favoráveis à nova metodologia aplicada para o ensino de trigonometria. Sobre os comentários dos alunos, destaquei uma opinião (1) e uma sugestão (4), as quais refletem, respectivamente, os argumentos utilizados para o desenvolvimento deste trabalho, apresentados no Capítulo 1: a) a necessidade de uma metodologia de ensino contextualizada para o tratamento da trigonometria em sala de aula; b) as deficiências dos livros didáticos enquanto apoio pedagógico para professores e alunos.

8.2 – Resultado da análise referente aos questionários QUFSJ e QUFSJP

8.2.1 – Análise descritiva e qualitativa do QUFSJ, com auxílio de quadros e tabelas

Questão 1 – Os alunos foram solicitados a informar qual curso frequentam na UFSJ. Dos 73 respondentes da pesquisa, 60 informaram que frequentam cursos de engenharia (31/Elétrica; 1/Produção; 28/Mecânica, dos quais 9 se encontram no 1° Período), 6 de Física e 7 de Química.

Questão 2 – Objetivou saber quais alunos estão cursando Cálculo I pela primeira vez, o que importa em dizer que esses alunos têm a trigonometria como base em seus estudos superiores. Dos 73 alunos que responderam ao questionário, 31 (42,47%) informaram que cursam Cálculo I pela primeira vez e 42 (57,53%) responderam que não cursam pela primeira vez, indicando uma possível situação de repetência da disciplina.

Questão 3 – O aluno deveria responder se estudou no Ensino Médio conteúdo de trigonometria, com definição e aplicações das funções seno e cosseno, tangente, dentre outras. Do total de participantes da pesquisa, 55 alunos (76,39%) responderam positivamente, 17 alunos (23,61%) responderam que não haviam estudado esse conteúdo. Como um aluno se absteve de responder, para o cálculo do percentual, utilizamos o quantitativo de 72 participantes.

Questão 4 – Os alunos foram indagados se no Ensino Médio, na disciplina matemática, tiveram no currículo o ensino de círculo trigonométrico e do significado de cada um dos seus elementos componentes. Do total de participantes da pesquisa, 52 alunos (72,22%) responderam positivamente e 20 alunos (27,78%) responderam que não. Como um aluno se absteve de responder, para o cálculo do percentual, utilizamos o quantitativo de 72 participantes. Apesar de ter havido uma pequena variação entre as respostas dadas a essa questão em comparação com a questão anterior, percebe-se que no Ensino Médio houve abordagem integral dos conceitos trigonométricos.

Questão 5 – Procurou-se conhecer a importância que os alunos atribuíam ao estudo de funções trigonométricas quando eram alunos do Ensino Médio. As respostas foram: 3 alunos (4,1%) – Nenhuma. 13 alunos (17,8%) – Pouca. 22 alunos (30,1%) – Normal. 20 alunos (27,4%) – Importante. 15 alunos (20,5%) – Muito Importante.

Questão 6 – A pergunta apresentada nessa questão foi qual a importância o aluno atribuía ao estudo de funções, após o período de estudo no curso de Cálculo I. As respostas foram: 0 (0%) – Nenhuma. 0 (0%) – Pouca. 5 alunos (6,8%) – Normal. 14 alunos (19,2%) – Importante. 54 alunos (74%) – Muito Importante.

As questões 5 e 6 do questionário objetivaram conhecer a atribuição de valor dos alunos sobre sua aprendizagem das funções trigonométricas no Ensino Médio e após o estudo da disciplina Cálculo I. Percebe-se, pelas respostas, que no Ensino Médio as referências sobre funções trigonométricas não foram suficientes para que os alunos identificassem sua importância enquanto conteúdo matemático, revertendo-se totalmente essa condição no ensino superior.

Nas questões 5 e 6, os alunos foram ainda solicitados a justificar suas escolhas. O quadro 13, a seguir, sintetiza as respostas dadas pelos estudantes.

Quadro 13 – Opinião de alguns alunos sobre as questões de 5 e 6

“Acredito que a forma como o conteúdo é passado no ensino médio sem transmitir a real importância fez com que eu achasse a matéria não tão relevante. Como não é a minha primeira vez no Cálculo I, curso em outras matérias do meu curso e vi a importância da base sobre funções trigonométricas.”
“No ensino médio eu não dava importância para as funções trigonométricas devido à falta de maturidade em relação à sua aplicação.”
“O ensino médio foi de pequena importância por não ter abordado muitas funções trigonométricas. O que é essencial para a disciplina de Cálculo.”
“Eu sabia que para o maior entendimento de matérias futuras eu precisaria desse tipo de função e na faculdade descobrir muita aplicação delas.”
“Hoje eu sei que tais funções são de grande importância tendo várias aplicações nas engenharias e na ciência.”
“Muito importante para a continuidade no curso e nas demais matérias.”

“Durante o ensino médio as matérias muitas vezes são lecionadas sem mostrar aos alunos a real importância das questões abordadas pelas mesmas e por isso muitos alunos chegam ao ensino superior despreparados e desestimulados.”
“No ensino médio não possui a noção do quão importante as funções seriam para o entendimento e execução de matérias como limites, derivadas e integrais.”
“A introdução dada no ensino médio é importante para o estudo do Cálculo I.”
“As matérias eram trabalhadas por um longo período e com sua devida importância, mas de modo muito superficial, a maioria das minhas dificuldades no Cálculo I são por problemas no ensino médio. Não acredito que a trigonometria tenha sido bem ensinada e muito menos bem apreendida no meu caso.”
“Não vi o porquê de aprender algo tão complexo, mas agora é fundamental o conhecimento caso contrário não haverá aproveitamento do curso ou talvez nem consiga fazê-lo direito.”
“No ensino médio não era falado onde, quando poderiam ser usadas as funções. Já na faculdade vemos que é muito importante para a solução de diversos problemas.”
“Nenhuma aplicação prática além de contas simples, portanto a importância dada não era grande o suficiente.”
“Pela não demonstração do círculo trigonométrico o estudo de funções de seno e cosseno era mais complicado.”

Questão 7 – Os alunos foram questionados se consideram a abordagem dada no ensino de definição de funções trigonométricas e o círculo trigonométrico na escola em que estudou o Ensino Médio foi suficiente para acompanhar o curso de Cálculo I e em seguida foram solicitados a justificar a resposta. 17 alunos (23,9%) declararam que a abordagem foi suficiente e 54 alunos (76,1%) declararam que não foi suficiente. Como dois alunos se abstiveram de responder essa questão, para o cálculo do percentual, utilizamos o quantitativo de 71 participantes. O quadro a seguir revela a opinião dos alunos sobre esse questionamento.

Quadro 14 – Opinião dos alunos sobre a Questão 7

“Pois creio que o ensino apresentado no ensino médio em relação as funções trigonométricas foi defasado.”
“De forma superficial sem a devida atenção.”
“Não, pois na minha escola o foco maior era ENEM e não cai muito esta área.”
“Estudei em escola pública e praticamente não sei nada de funções trigonométricas.”
“Não foi muito aprofundado, basicamente não estudei nada de funções trigonométricas isso me prejudicou muito em Cálculo I.”

“Porque no ensino médio vemos funções de uma forma superficial.”
“Pois foi falha em vários aspectos, ensino da matéria e conteúdo.”
“Por que os meus professores do ensino médio não foram muito profundo nas matérias citadas.”
“A definição foi dada superficialmente.”
“Houve pouca ênfase na instituição em cobrar dos alunos dedicação para assunto tão importante quanto este.”
“Porque foi muito básica essa relação do círculo trigonométrico no ensino médio.”
“Pois não foi enfatizada sua aplicação.”
“Não foi abordado.”
“Como, por exemplo, as aulas dessa matéria duraram apenas duas semanas e que hoje faz falta algumas partes.”
“Meu professor do terceiro ano tentou no tempo que tinha ensinar a matéria, porém focava unicamente para os exercícios do ENEM.”
“Pois foi uma matéria apresentada de uma forma defasada.”
“Pois tive uma boa fundamentação teórica o que facilita a compreensão.”

As questões de 8 a 14 objetivaram identificar a assimilação dos tópicos de trigonometria aplicados no ensino médio, que se refletem na compreensão da disciplina Cálculo I, do ensino superior. Especificamente, as questões de 8 a 12 foram calculadas com base no quantitativo de 72 participantes, tendo em vista que um aluno se absteve de responde-las.

Questão 8 – Os alunos foram indagados se no ensino médio se sentiam capazes de definir o conceito de seno e cosseno. 43 alunos (59,7%) declararam que eram capazes de definir e 29 alunos (40,3%) declararam que não.

Questão 9 – Os alunos foram indagados se no ensino médio se sentiam capazes de definir o conceito de função seno e função cosseno. 22 (30,6%) declararam que eram capazes de definir e 50 (69,4%) declararam que não.

Questão 10 – Nessa questão perguntamos se no ensino médio os alunos sentiam-se capazes de traçar o círculo trigonométrico e atribuir significado a cada um dos seus componentes. 39 alunos (54,2%) declararam que eram capazes de traçar o círculo trigonométrico e 33 alunos (45,8%) declararam que não.

Questão 11 – Perguntamos aos alunos se no ensino médio sentiam-se capazes de interpretar o gráfico das funções seno e cosseno. 39 alunos (54,2%) declararam que eram capazes de interpretar o gráfico das funções seno e cosseno e 33 alunos (45,8%) declararam que não.

Nota-se que há uma desproporção entre o aprendizado do conceito de seno e cosseno e da função seno e cosseno, abordado nas questões 8 e 9. A diferença pode estar no fato do aluno entender trigonometria no triangulo retângulo, o que faz com que sinta capaz de definir o conceito de seno e cosseno, porém quando indagado sobre as funções seno e cosseno ele declara que não possui tal entendimento pelo fato de não entender círculo trigonométrico. Já nas questões 10 e 11, em que foi abordado o conhecimento de círculo trigonométrico, tem-se uma total convergência entre as respostas positivas e negativas. O mesmo quantitativo de alunos que declarou ter capacidade de traçar círculo trigonométrico, declarou também ser capaz de interpretar o gráfico das funções seno e cosseno, ocorrendo o mesmo entre aqueles que declararam não serem capazes de traçar círculo trigonométrico e atribuir significado a cada um dos seus componentes, gerando assim uma insuficiência para interpretar o gráfico das funções seno e cosseno.

Questão 12 – Os alunos foram questionados se se consideram preparados e com base em funções trigonométricas e tópicos de trigonometria para cursar Cálculo I. 18 alunos (25%) se declararam preparados e 54 alunos (75%) declararam que não se consideram preparados.

Questão 13 – Para cada uma das perguntas seguintes do quadro abaixo, circule **apenas um** dos números para indicar sobre suas percepções sobre o ensino de Funções Trigonométricas que você teve no ensino Médio e sobre o seu aprendizado na disciplina de Cálculo I. De 5 = ‘excelente’ até 1 = ‘fraco’.”

Tabela 2 - Respostas da questão 13 do QUFSJ

QUESTIONAMENTOS	De 1 = “fraco até 5 = “excelente”				
	1	2	3	4	5
a) O quanto você acha que aprendeu sobre o assunto “funções trigonométricas” no Ensino Médio?	17,8%	28,8%	28,8%	17,8%	6,8%
b) O quanto você foi capaz de esboçar o gráfico das funções seno e cosseno, após concluir o Ensino Médio?	27,4	24,6%	15,1%	17,8%	15,1%
c) O quanto você foi capaz de esboçar o círculo trigonométrico e apontar com clareza o significado de cada um dos componentes dessa estrutura?	28,7	17,8	23,3%	15,1%	15,1%
d) O quanto você considera que o conhecimento de funções trigonométricas pode contribuir para seu desempenho no curso de Cálculo?	8,2	4,1	5,5	21,9%	60,3%
e) Até o momento, o quanto você acha que está bom na disciplina de Cálculo?	13,7	17,8	35,6	27,4	5,5%

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Embora nas questões de 8 a 11 os alunos tenham indicado algum aprendizado isolado dos tópicos de trigonometria, pelas respostas às questões 12 e 13, observa-se que, no contexto geral, para esses alunos, esse aprendizado não se sustenta como base, quando demandado seu conhecimento para a continuidade dos estudos no ensino superior.

Questão 14 – Nessa questão os alunos foram indagados se consideram que um bom embasamento no assunto funções seno e cosseno pode contribuir para um melhor acompanhamento do curso de Cálculo e por quê. 71 (97,26%) responderam que um bom embasamento contribui e 2 (2,74%) responderam que não.

Quadro 15 - Opinião dos alunos sobre seu embasamento das funções seno e cosseno

“Pois considero que é a base primordial do curso.”
“Sem o conceito básico das funções na primeira vez que eu fiz o curso de Cálculo I vi que meu maior problema foram as funções trigonométricas, com uma base melhor acredito que eu teria absorvido a matéria melhor, pois tive que aprender todos os

conceitos simultaneamente com curso de Cálculo I.”
“As funções trigonométricas apesar de pouco entendidos são de extrema importância para a formação do aluno.”
“Existem vários exercícios onde a trigonometria é essencial quando não se tem o conhecimento da área esses exercícios podem assustar o aluno.”
“Ajuda em um maior entendimento de outras funções facilitando os estudos.”
“Não foi estudado.”
“Pois pessoas que têm noção entendem bem esse conteúdo consegue se sair melhor e ter mais facilidade.”
“Porque o entendimento de trigonometria amplia e capacita para interpretação e conceitos na matéria de Cálculo I.”
“A matéria básica é indispensável sinto muita dificuldade ao trabalhar com funções que deviam ser simples, funções de arco são impossíveis.”
“Porque é necessário saber definir dessas funções. Assim como interpretá-las graficamente para adquirir conhecimento necessário para resolução dos exercícios.”
“São muitos problemas que se utiliza essas funções por isso a importância.”
“Pois trigonometria está presente em todas as matérias dadas em Cálculo I se você não tiver uma boa base provavelmente não terá um bom desempenho.”
“Sendo funções bases elas colaboram no entendimento de todas as outras.”
“Grande parte do conteúdo depende do circulo trigonométrico para que seja entendido.”
“Pois o fato de não ter um bom embasamento na matéria me impede acompanhar as aulas com clareza.”
“Claro, função trigonométrica é uma função que mais se distancia de qualquer outra, portanto o seu entendimento é essencial.”
“Sim, pois você já chegaria com uma base ao invés de ter que construir essa base agora no curso de cálculo.”

Questão 15 – Indagou-se aos alunos se eles consideram que a dificuldade em trabalhar com funções seno e cosseno pode contribuir para a dificuldade em desenvolver atividades de cálculo que envolvam esses tipos de funções e por quê. 72 alunos (98,63%) responderam sim a essa questão e apenas 1 alunos (1,37%) respondeu não.

Quadro 16 - Opinião dos alunos sobre sua dificuldade em desenvolver atividades de cálculo que envolvam funções trigonométricas

“Por que o conteúdo é totalmente dependente dessa matéria e para ter-se o aprendizado eficaz.”
“Não era possível entender a matéria sem saber o comportamento dessas funções.”
“Sim, pois são as funções com área de maior abrangência principalmente em meu curso que estuda muito sobre ondas.”
“Sem uma base de funções se torna mais difícil saber o que fazer, pois muitas coisas são impeditivas. Se você souber todas relações trigonométricas Cálculo I é fácil.”
“Porque se você não conhece o suficiente não desenvolve corretamente os cálculos.”
“Pois ter uma boa base é fundamental.”
“Não ter uma boa base estraga toda construção do conhecimento.”
“Sim porque para entender as demonstrações dos exercícios que envolvem essas funções precisa saber trabalhar com as funções trigonométricas.”
“Haverá mais dificuldade no aprendizado, pois a base do aluno é fraca ou até mesmo falha dependendo do conceito abordado.”
“Sem embasamento as funções trigonométricas se tornam muito complexas de entendimento atrapalhando no Cálculo I.”
“Pois às vezes as funções seno e cosseno são a base para resolução das questões.”
“Mau entendimento implica decorar coisas e caso haja um possível esquecimento o aluno não consegue traçar o caminho até a forma decorada.”
“Uma vez que não se sabe a aplicação é gerado desinteresse para futuro estudo.”
“Como as funções trigonométricas são peculiares não tem como trabalhar com elas caso não entenda.”
“Pois isso é muito utilizado durante todo o curso não só na matéria de cálculo.”

8.2.2 – Análise descritiva e qualitativa do QUFSJP, com auxílio de quadros

Responderam ao questionário QUFSJP, 3 professores de matemática da UFSJ, que atuam nas mesmas turmas dos alunos participantes da pesquisa, os quais contam com experiência profissional de mais de dez anos de docência no ensino superior, conforme respostas às questões 1 e 2 do questionário. As questões de 3 a 11 buscou conhecer a percepção desses professores acerca do conhecimento prévio dos alunos sobre trigonometria. A relevância da amostra aqui utilizada não se configura pelo quantitativo de participantes que responderam ao questionário, mas sim pelas informações prestadas por esses participantes. Seguem as respostas.

Questão 3 – Os professores responderam se seus alunos têm embasamento teórico suficiente sobre os conceitos de trigonometria para desenvolvimento dos assuntos de Cálculo I. Todos os professores responderam que os alunos não têm esse embasamento. Na justificativa, os professores informaram que observam que a maioria dos alunos conhecem algumas relações básicas, como o formato do gráfico de seno e cosseno e alguns ângulos notáveis.

Questão 4 – Pediu-se aos professores para responder, com base nas observações e dúvidas apresentadas em sala de aula, se seus alunos sabem o significado de seno, cosseno, tangente, secante e cossecante. Todos responderam que os alunos não sabem esses significados. Um professor complementou sua resposta afirmando que os alunos sabem apenas o valor numérico dessas funções. Os demais não comentaram.

Questão 5 – Essa questão foi direcionada àqueles que responderam não à questão anterior, com o objetivo de identificar quais as principais dificuldades apresentadas pelos alunos, e observadas pelo professor, em relação aos conceitos trigonométricos. Como todos os professores responderam não à questão 4, todos responderam também a essa questão. O quadro 17 a seguir, sintetiza as respostas.

Quadro 17 – Comentários dos professores sobre as principais dificuldades dos alunos

“Dificuldade em relacionar seno, por exemplo, com uma função ou mesmo relacioná-lo à geometria, como em um triangulo retângulo.”
“As dúvidas residem nas próprias definições de tais funções.”
“Dificuldade em esboçar gráficos e até dos conhecimentos das funções trigonométricas nos arcos básicos (múltiplos de 30° e 45°).”

Questão 6 – “Ao iniciar a disciplina de Cálculo I, você considera necessária uma revisão à respeito dos principais tópicos de trigonometria, incluindo definições de funções trigonométricas e principais propriedades?" Os três professores responderam que é necessária uma revisão. Um professor ainda afirma: "é importante esta revisão, porém não imagino como deva ser feita visto a grande quantidade de conteúdo a ser ministrado". É preponderante a dúvida desse professor quanto ao tempo, pois no Ensino Médio, em que a organização curricular é comumente anual, tem-se uma reserva mínima de dois meses para o ensino da trigonometria.

Questão 7 – Os professores foram indagados se consideram possível os alunos atingirem o aprendizado necessário em Cálculo nos tópicos associados à trigonometria sem revisão do conteúdo ou indicação de tópicos a serem estudados. Unanimemente, os professores responderam não a essa questão.

Questão 8 – Nesse quesito o professor foi arguido se acredita que a dificuldade com os conceitos trigonométricos pode influenciar negativamente o aprendizado e desenvolvimento das atividades envolvendo limites, derivadas e integrais. Os três professores acreditam que a dificuldade com os conceitos trigonométricos pode influenciar negativamente o aprendizado. Dois professores complementaram ainda suas respostas: "As funções trigonométricas são exemplos importantes para o cálculo". "Limites, derivadas e integrais trigonométricas estão diretamente relacionadas com o entendimento do comportamento das funções".

Questão 9 – Perguntou-se aos professores: "Com base na sua experiência com essa turma e com outras que você já ministrou aulas de cálculo, seus alunos sabem o que é o Círculo Trigonométrico? Saberiam, por exemplo, indicar o significado de cada estrutura que compõe o círculo, inclusive sendo capaz de usá-lo para as atividades envolvendo trigonometria, para determinar os valores de seno e cosseno de ângulos notáveis?" Novamente, por unanimidade, os professores responderam que os alunos não sabem.

Questão 10 – "Você considera importante que o aluno tenha conhecimento acerca do círculo trigonométrico para um bom entendimento dos tópicos de trigonometria que são utilizados no cálculo?" Nessa questão os três professores responderam que consideram importante o conhecimento sobre círculo trigonométrico. Um professor explica: “Evita que decorem algumas relações trigonométricas e valores de seno, cosseno, tangente em ângulos que não estejam no 1º quadrante”.

Questão 11 – Na última questão solicitamos aos professores participantes que deixassem seus comentários, os quais estão relacionados no Quadro 18 abaixo.

Quadro 18 – Comentários dos professores

“Tenho percebido que os alunos se interessam por exemplos mais aplicados, após terem visto a teoria. Em física há muitos casos em que aparecem funções trigonométricas (pêndulo, ondas etc.). Valeria um trabalho interdisciplinar, por exemplo. Por fim, parabéns pela iniciativa”.
“Acho importante, aliás, necessário uma boa revisão dos conceitos de funções trigonométricas, gráficos e principais propriedades. As revisões que faço são insuficientes em virtude do pequeno tempo que temos para isso. A ementa da disciplina de cálculo é longa e assim é pouco tempo que se destina a revisão.”

8.3 – Resultado do cruzamento das opiniões dos alunos da EEPA e da UFSJ

A análise que se segue tem por objetivo situar o ensino-aprendizagem da trigonometria, na perspectiva apresentada pelo modelo didático proposto nesta pesquisa, em relação a outras metodologias de ensino, não claramente identificadas, mas que repercutem na aprendizagem dos alunos.

Iniciaremos nossas considerações ponderando sobre a visão dos alunos acerca da importância da trigonometria. Enquanto parte dos alunos da UFSJ somente passaram a reconhecer efetivamente a trigonometria como um conteúdo matemático importante a partir do ingresso no ensino superior, em curso de exatas, é expressivo o quantitativo de alunos de ensino médio da EEPPA, participantes da pesquisa, que atribuíram valor a essa aprendizagem. Como aos alunos da EEPPA foi aplicado o modelo didático proposto nesta pesquisa para o ensino da trigonometria, pode-se inferir que esse modelo contribuiu para a visão positiva desses alunos sobre a importância da trigonometria.

A base conceitual sobre trigonometria é outro tópico que apresenta divergência de opinião entre os alunos da EEPPA e UFSJ. Enquanto os alunos da

UFSJ avaliam que o aprendizado da trigonometria no ensino médio não tem sido suficiente para a continuidade de seus estudos no ensino superior, especialmente os alunos do terceiro ano da EEPPA indicam que há memória presente desse conteúdo, o que pode ser resultado da maneira como a trigonometria foi trabalhada nesse grupo, com a utilização do modelo didático objeto dessa pesquisa, e pelo próprio valor atribuído por esses alunos ao assunto.

Finalizando a análise, temos que as respostas dadas por um e outro grupo pesquisado nos leva a inferir que a aprendizagem dos conceitos trigonométricos deu-se de maneira mais uniforme nos alunos da EEPPA, submetidos ao modelo didático proposto nesta pesquisa. Os alunos da UFSJ, ainda que estejam em um nível de ensino mais avançado, demonstram maior limitação quanto à compreensão global desse conteúdo. Subsidiariamente, as ponderações dos professores da UFSJ, às questões que lhes foram apresentadas, reforçam esse entendimento.

CAPÍTULO 9 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

O aprendizado com significado é o novo paradigma educacional, que não deve ser considerado como um modismo pedagógico, dada sua relevância para o processo de ensino-aprendizagem. Esse novo paradigma têm contribuído para impulsionar professores e especialistas em educação a repensar as bases em que a educação brasileira está alicerçada, de forma a recriá-las de maneira condizente com as novas estruturas e demandas sociais. Um ensino com significado permite ao aluno transpor seu aprendizado para além dos muros da escola, sem reservas, dando-lhe uma visão maior de mundo.

A proposta de se apresentar um novo modelo didático para ensino da Trigonometria no Ensino Médio pautou-se, entre outras medidas, na busca dessa significância. A forma de se ensinar os conceitos trigonométricos, em associação com o desenvolvimento de uma atividade midiática, além de propiciar uma maior compreensão do conteúdo, resgata o lúdico no processo de ensino-aprendizagem.

A análise dos dados obtidos nessa pesquisa demonstrou que é fundamental uma mudança na maneira de se ensinar trigonometria, se se quer alcançar uma efetiva aprendizagem que possibilite aos estudantes egressos do Ensino Médio transitar com segurança, sobretudo, em cursos do ensino superior, pois a terminalidade advinda da conclusão do Ensino Médio é apenas em relação ao ciclo da Educação Básica. Todo o resto se inicia a partir de então: uma nova etapa acadêmica, para aqueles que ingressam no ensino superior, e/ou uma nova etapa de vida para aqueles que optam por iniciar um trabalho ou aprender uma profissão. Por isso, a importância dos alunos internalizarem aquilo que estudam em cada etapa de ensino.

A análise dos dados da pesquisa revelou, também, que ainda que muitas vezes os alunos não tenham maturidade ou vivência para dimensionar a importância dos conteúdos que aprendem na escola, quando bem ensinados os conteúdos, essa percepção tende a ser alterada. É o caso que observamos quando os alunos da EEPPA responderam que consideram importante o estudo da trigonometria, em comparação com a negativa dos alunos da UFSJ, em referência à sua percepção desse assunto quando estavam no ensino médio. Aqui cabe uma referência especial à participação direta do professor para despertar no aluno o interesse pela aprendizagem de todos os conteúdos previstos no currículo.

Pelo resultado das análises dos dados obtidos na pesquisa, entendemos que o objetivo deste trabalho de se "demonstrar a aplicação de um novo modelo didático para ensino da Trigonometria, como alternativa para minimizar as dificuldades de compreensão desse conteúdo matemático, tornando sua aprendizagem mais significativa para os estudantes", foi alcançado.

Entendemos ainda que, embora esse novo modelo didático tenha sido inteiramente desenvolvido pelo pesquisador, não temos a pretensão de acreditar que a proposição ora apresentada seja totalmente inovadora ou perfeita, pois não dispomos de parâmetros para essa afirmação. O que nos cabe afirmar é que, no contexto em que foi aplicado o modelo mostrou-se adequado. Entretanto, pode haver situações em que outras variáveis poderão interferir nos resultados. Por isso, recomendamos àqueles professores que se interessarem em aplicar o "novo modelo didático para ensino de Trigonometria no Ensino Médio", tal como concebido neste trabalho, que não se descuidem de acompanhar a evolução da aprendizagem de seus alunos.

REFERÊNCIAS

BALESTRI, Rodrigo. Matemática: interação e tecnologia, volume 2. 2. Ed. São Paulo: Leya, 2016, 352p.

CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. Quadrante matemática, 2° ano: ensino médio. 1. ed. São Paulo: SM, 2016, 368p. (Coleção quadrante matemática).

COSTA, Nielce Meneguelo Lobo da. *Funções Seno e Cosseno:* uma sequência de ensino a partir dos contextos do “mundo experimental” e do computador. Dissertação de Mestrado – PUC/SP, 1997. Disponível em: https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/11139/1/dissertacao_nielce_lobo_costa.pdf. Acessado em 27/03/2017 às 10:05.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: contexto & aplicações: ensino médio. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017, 392p.

EVES, Howard. Introdução à história da matemática. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 1995, 843p.

GIL, Antonio Carlos. Como elaborar projetos de pesquisa. 4. ed. – 13. Reimpressão – São Paulo: Atlas, 2009, 175p.

IEZZI, Gelson...[et. al.]. Matemática: ciência e aplicações: ensino médio, volume 2. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016, 416p.

KAUFMANN, Jean-Claude; tradução de FLORENCIO, Thiago de Abreu e Lima; revisão técnica de CAVALCANTI, Bruno César. A entrevista compreensiva: um guia para pesquisa de campo. Petrópolis, RJ; Vozes; Maceió, AL: Edufal, 2013, 202p.

LEONARDO, Fabio Martins de. Conexões com a matemática. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2016, 336p.

LIMA, E. L., CARVALHO, P. C., WAGNER, E. e MORGADO, A. C. O. *A Matemática do Ensino Médio*. Vol. 1, 7ª Ed., Coleção do Professor de Matemática, SBM, 2004, 237p.

LIMA, Elon Lages (editor). *Exame de Textos*: Análise de livros de matemática para o Ensino Médio. Rio de Janeiro, RJ: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001. 467p.

LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULLE, Alberto P. organizadores; tradução de DOMINGUES, Hygino H. Aprendendo e ensinando geometria. São Paulo: Atual, 1994, 308p.

MARCONI, Marina de Andrade. LAKATOS, Eva Maria. Fundamentos de metodologia científica. 6. ed. – São Paulo: Atlas, 2005, 315p.

NACARATO, Adair Mendes, BREDARIOL, Claudia Cristiane, PASSOS, Miriam Paula Franco. *Tendências presentes no ensino de trigonometria no Brasil: uma abordagem histórica. In*: GRANDO, Regina Célia, MENDES. Jackeline Rodrigues (Org.). *Múltiplos olhares:* matemática e produção de conhecimento. São Paulo: Musa Editora, 2007, p. 65-93.

PAIVA, Manoel. Matemática: Paiva. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015, 416p.

RAMPAZZO, Lino. Metodologia cientifica: para alunos dos cursos de graduação e pós-graduação. 8. Ed. São Paulo: Loyola, 2015, 154p.

SOUZA, Joamir Roberto de; GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro. #Contanto matemática, 2° ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2016, 400p. (Coleção #contanto matemática).

APÊNDICE A – Q2PA

Questionário aplicado aos alunos cursando o 2° ano do ensino médio da Escola Estadual Professor Pedro Aleixo (alunos do pesquisador) – Q2PA

QUESTIONÁRIO AOS ALUNOS

Prezados alunos

Venho, por meio deste questionário, fazer uma pesquisa sobre a opinião e percepção de vocês, alunos, acerca da metodologia empregada no ensino dos tópicos de trigonometria, que são abordados no segundo ano do ensino médio, na Escola Estadual Professor Pedro Aleixo.

Essa pesquisa vem complementar minha dissertação do curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ. O objetivo central da dissertação é apresentar a metodologia empregada por mim no ensino da trigonometria, através de atividades especiais. E, com base na análise dos questionários, verificar como o emprego dessa metodologia auxilia, no entendimento dos conteúdos de trigonometria, pelos alunos que participam dessas atividades.

Peço a vocês, por gentileza, que respondam às questões do questionário com o máximo de cuidado e franqueza, para que eu possa analisar os dados aqui expressos e apresentar os resultados dessa pesquisa em minha dissertação.

Sua colaboração é de fundamental importância. Pela sua contribuição, desde já agradeço.

Professor Expedito Pires Júnior

Nome____Turma:______

1. Você está cursando o segundo ano do ensino médio pela primeira vez?

( ) Sim ( ) Não

2. Nos anos anteriores, na disciplina de matemática, você estudou o conteúdo sobre círculo trigonométrico, funções trigonométricas (com gráficos, translações e rotações) e suas aplicações?

( ) Sim ( ) Não

3. Você considera os tópicos relacionados à Trigonometria importantes?

( ) Sim ( ) Não

4. Se você respondeu “SIM” na Questão n° 2, responda o questionamento a seguir. Se você respondeu “NÃO”, passe imediatamente para a Questão n° 5.

O modo do professor das séries anteriores ensinar círculo trigonométrico e funções trigonométricas era o mesmo utilizado agora que você está no segundo ano do ensino médio?

(   ) Sim   (   ) Não

As questões de 5 a 13 referem-se ao estudo de trigonometria no segundo ano do ensino médio. Lembre-se de como o seu professor explicou esse conteúdo e responda as questões a seguir.

5. Você considera que a maneira atual do professor ensinar trigonometria foi importante para seu entendimento sobre esse conteúdo?

(   ) Sim (   ) Não

6. Você se considera capaz de desenhar e compreender o círculo trigonométrico e todos os seus componentes (sabendo o significado de cada um)?

(   ) Sim (   ) Não

7. Considerou satisfatória a maneira como o círculo trigonométrico foi apresentado e explicado pelo seu professor do segundo ano do ensino médio?

(   ) Sim (   ) Não

8. Você se considera capaz de desenhar e compreender o gráfico das funções seno e cosseno, incluindo as possíveis translações e rotações?

(   ) Sim (   ) Não

9. A atividade final, com o uso da técnica de “*stop motion*” foi interessante, sua opinião?

(   ) Sim (   ) Não

10. Antes de estudar esses tópicos com essa nova forma de abordagem você se sentia capaz de trabalhar e interpretar com clareza os conceitos de trigonometria?

(   ) Sim (   ) Não (   ) Quase sempre

11. Para cada uma das perguntas seguintes da tabela abaixo, circule **apenas um** dos números para indicar suas percepções sobre o ensino dos tópicos de trigonometria a partir da forma abordada nas atividades do segundo ano do ensino médio.

De 5 = “excelente” até 1 = “fraco”.

QUESTIONAMENTOS	**Excelente**				**Fraco**
a) O quanto você acha que aprendeu sobre os tópicos de trigonometria?	5	4	3	2	1
b) Classifique sua capacidade de **entender** os conceitos explorados no círculo trigonométrico, após este estudo.	5	4	3	2	1
c) Classifique sua capacidade de **desenhar** o círculo trigonométrico, após este estudo.	5	4	3	2	1
d) Classifique sua capacidade de **entender** o gráfico de funções trigonométricas, com as translações e rotações.	5	4	3	2	1
e) Classifique sua capacidade de **esboçar** o gráfico de funções trigonométricas, com as translações e rotações?	5	4	3	2	1
f) Após todas as atividades desenvolvidas, o quanto você considera que entendeu sobre os tópicos de trigonometria?	5	4	3	2	1
g) Após todas as atividades desenvolvidas, o quanto você considera que a forma de abordagem (por meio dessas atividades específicas) ajudou no entendimento do conteúdo?	5	4	3	2	1

12. Explicite/relacione pontos positivos e pontos negativos da metodologia utilizada nas aulas de Matemática sobre os tópicos relacionados à trigonometria.

____

____

____

____

____

13. Este espaço foi reservado para você fazer comentários sobre a abordagem nas atividades aplicadas, expondo suas opiniões e sugestões.

____

____

____

____

____

APÊNDICE B – Q3PA

Questionário aplicado aos alunos cursando o 3° ano do ensino médio da Escola Estadual Professor Pedro Aleixo (ex-alunos do pesquisador) – Q3PA

QUESTIONÁRIO AOS EX-ALUNOS

Prezados alunos, venho, por meio deste questionário, fazer uma pesquisa sobre a opinião e percepção de vocês, alunos que já fizeram a disciplina de matemática comigo, acerca da metodologia empregada no ensino dos tópicos de trigonometria, que são abordados no segundo ano do ensino médio, na Escola Estadual Professor Pedro Aleixo.

Essa pesquisa vem complementar minha dissertação do curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ. O objetivo central da dissertação é apresentar a metodologia empregada por mim no ensino da trigonometria, através de atividades especiais. E, com base na análise dos questionários, verificar como o emprego dessa metodologia auxilia, no entendimento dos conteúdos de trigonometria, pelos alunos que participam dessas atividades, no segundo ano do ensino médio.

Peço a vocês, por gentileza, que respondam às questões do questionário com o máximo de cuidado e franqueza, para que eu possa analisar os dados aqui expressos e apresentar os resultados dessa pesquisa em minha dissertação.

Sua colaboração é de fundamental importância.

Pela sua contribuição, desde já agradeço.

Professor Expedito Pires Junior

Nome:____Turma:_____

1. Você teve na disciplina matemática desse ano o conteúdo sobre círculo trigonométrico, funções trigonométricas (com gráficos, translações e rotações) e suas aplicações, como revisão ou precisou usar esses conceitos em algum momento?

( ) Sim ( ) Não

2. Você considera os tópicos relacionados à Trigonometria importantes?

( ) Sim ( ) Não

3. Você considera que a maneira como foi ensinada trigonometria no segundo ano do ensino médio foi importante para o seu entendimento dos tópicos desse conteúdo?

   (   ) Sim (   ) Não

4. Com base nas atividades que você desenvolveu e participou no segundo ano você se considera capaz de desenhar e compreender o círculo trigonométrico e todos os seus componentes (sabendo o significado de cada um)?

   (   ) Sim (   ) Não

5. Considerou satisfatória a maneira como o círculo trigonométrico foi apresentado e explicado pelo seu professor no segundo ano?

   (   ) Sim (   ) Não

6. Com base nas atividades que você desenvolveu e participou no segundo ano você se considera capaz de desenhar e compreender o gráfico das funções seno e cosseno, incluindo as possíveis translações e rotações?

   (   ) Sim (   ) Não

7. Você considera que a atividade final, com o uso da técnica de "*stop motion*" foi interessante?

   (   ) Sim (   ) Não

8. Antes de estudar esses tópicos com essa nova forma de abordagem utilizada no segundo ano do ensino médio você se sentia capaz de trabalhar e interpretar com clareza os conceitos de trigonometria?

   (   ) Sim (   ) Não (   ) Quase sempre

9. Você acredita que a maneira como você aprendeu os tópicos de trigonometria ajudou no entendimento de tópicos relacionados, agora no terceiro ano?

   (   ) Sim (   ) Não

10. Qual sua opinião sobre a metodologia utilizada pelo professor no ensino de tópicos de trigonometria? Ela é facilitadora da aprendizagem desses tópicos?

    ____
    ____

11. Explicite/relacione pontos positivos e pontos negativos da metodologia utilizada nas aulas de Matemática sobre os tópicos relacionados à trigonometria.

    ____
    ____

12. Este espaço foi reservado para você fazer comentários sobre a abordagem nas atividades aplicadas, expondo suas opiniões e sugestões.

    ____
    ____

APÊNDICE C – QUFSJ

Questionário aplicado aos alunos da UFSJ – QUFSJ

QUESTIONÁRIO AOS ALUNOS DA UFSJ

Caro aluno, o questionário abaixo se destina à minha Pesquisa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ). A Dissertação tem o seguinte título: Ensino das funções trigonométricas baseada na resolução de problemas cotidianos e uso da técnica "*Stop Motion*". Suas respostas às questões abaixo irão me ajudar verificar suas percepções a respeito dos conhecimentos sobre os tópicos principais de trigonometria e de que forma esse conhecimento (suficiente ou não) influencia na aprendizagem dos mesmos nos tópicos de cálculo que envolve conceitos trigonométricos. Peço a gentileza de que vocês respondam às questões do questionário com o máximo de cuidado e franqueza, para que seja possível construir um retrato o mais fiel possível do objetivo proposto.

Sua colaboração é de fundamental importância. Pela sua contribuição, desde já agradeço.

Professor Expedito Pires Júnior

Nome:____

1. Você é aluno de qual curso na UFSJ?
____

2. Você está cursando o Cálculo I pela primeira vez?
( ) Sim ( ) Não

3. No Ensino Médio, você teve no currículo o conteúdo de trigonometria, com definição e aplicações das funções seno e cosseno, tangente, dentre outras?
( ) Sim ( ) Não

4. No Ensino Médio, você teve no currículo o ensino do círculo trigonométrico e do significado de cada um dos seus elementos componentes?
( ) Sim ( ) Não

5. Que importância você atribuía ao estudo de funções trigonométricas quando era aluno do ensino Médio?

( ) Nenhuma ( ) Pouca ( ) Normal ( ) Importante
( ) Muito Importante

6. Após este período de estudo no curso de Cálculo I, que importância você atribui ao estudo de funções?

( ) Nada importante ( ) Pouco importante ( ) Normal
( ) Importante ( ) Muito Importante

Eu gostaria que você fizesse um pequeno texto para justificar sua atribuição de valor às duas perguntas anteriores.

____
____
____

7. Você considera que a abordagem dada no ensino de definição de funções trigonométricas e o círculo trigonométrico na escola em que você estudava no Ensino Médio foi suficiente para você estar acompanhando o curso de Cálculo I?

( ) Sim ( ) Não

Por que?

____
____
____

Responda às questões abaixo, de **8 a 14**, tendo como referência a forma como você estudou, no Ensino Médio, as funções trigonométricas seno e cosseno, bem como o círculo trigonométrico e seus elementos componentes. Após concluir o ensino Médio,

8. Você sentiu-se capaz de definir o conceito de seno e cosseno?

( ) Sim ( ) Não

9. Você sentiu-se capaz de definir o conceito de função seno e função cosseno?

( ) Sim ( ) Não

10. Você sentiu-se capaz de traçar o círculo trigonométrico e atribuir significado a cada um dos seus componentes?

( ) Sim ( ) Não

11. Sentiu-se capaz de interpretar o gráfico das funções seno e cosseno?

( ) Sim ( ) Não

12. Considerou-se preparado e com base no ensino de funções trigonométricas e tópicos de trigonometria para cursar a disciplina de Cálculo I?

( ) Sim ( ) Não

13. Para cada uma das perguntas seguintes do quadro abaixo, circule **apenas um** dos números para indicar sobre suas percepções sobre o ensino de Funções Trigonométricas que você teve no ensino Médio e sobre o seu aprendizado na disciplina de Cálculo I

Use de 5 = “excelente”, até 1 = “fraco”.

QUESTIONAMENTOS	**Excelente**				**Fraco**
a) O quanto você acha que aprendeu sobre o assunto “funções trigonométricas” no Ensino Médio?	5	4	3	2	1
b) O quanto você foi capaz de esboçar o gráfico das funções seno e cosseno, após concluir o Ensino Médio?	5	4	3	2	1
c) O quanto você foi capaz de esboçar o círculo trigonométrico e apontar com clareza o significado de cada um dos componentes dessa estrutura?	5	4	3	2	1
d) O quanto você considera que o conhecimento de funções trigonométricas pode contribuir para seu desempenho no curso de Cálculo?	5	4	3	2	1
e) Até o momento, o quanto você acha que está bom na disciplina de Cálculo?	5	4	3	2	1

14. Você considera que um bom embasamento no assunto funções trigonométricas (funções seno e cosseno) pode contribuir para um melhor acompanhamento do curso de Cálculo?

(   ) Sim   (   ) Não

Por que?

____

____

____

____

15. Você considera que a dificuldade em trabalhar com funções trigonométricas do tipo seno e cosseno pode contribuir para a dificuldade em desenvolver atividades de cálculo que envolvam esses tipos de funções?

(   ) Sim   (   ) Não

Por que?

____

____

____

APÊNDICE D – QUFSJP

Questionário aplicado aos professores da UFSJ – QUFSJP

QUESTIONÁRIO AOS PROFESSORES DA UFSJ

Caro Professor, o questionário abaixo se destina à minha Pesquisa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de São João del-Rei UFSJ. A Dissertação tem o seguinte título: Ensino das funções trigonométricas baseada na resolução de problemas cotidianos e uso da técnica "*Stop Motion*".

Suas respostas às questões abaixo irão me ajudar verificar suas percepções a respeito dos conhecimentos dos alunos sobre os tópicos principais de trigonometria e de que forma esse conhecimento (suficiente ou não) influencia na aprendizagem dos mesmos nos tópicos de cálculo que envolve conceitos trigonométricos.

Peço a gentileza de que vocês respondam às questões do questionário com o máximo de cuidado e franqueza, para que seja possível construir um retrato o mais fiel possível do objetivo proposto.

Para cada questão com alternativa (sim/não) deixamos um espaço em branco para que, caso queira, acrescente algum comentário que possa complementar o assunto abordado na pergunta.

Sua colaboração é de fundamental importância. Pela sua contribuição, desde já agradeço.

Professor Expedito Pires Júnior

Nome:____

1. Há quanto tempo você atua como professor de Matemática?

____

2. Há quanto tempo você atua ou já atuou como professor de Matemática no Ensino Superior?

____

3. Você considera que seus alunos de Cálculo **I** tem embasamento teórico suficiente sobre conceitos de trigonometria para desenvolvimento dos assuntos de Cálculo que envolve esses tópicos?

( ) Sim ( ) Não

4. Em sua opinião, com base nas observações das aulas e dúvidas apresentadas por seus alunos, em geral, eles sabem o significado de seno, cosseno, tangente, secante e cossecante?

( ) Sim ( ) Não

5. Caso sua resposta no item anterior seja "Não", quais são as principais dificuldades dos alunos que você pôde verificar ao ministrar aulas que envolvam os conceitos trigonométricos?

6. Ao iniciar a disciplina de Cálculo **I**, você considera necessária uma revisão à respeito dos principais tópicos de trigonometria, incluindo definições de funções trigonométricas e principais propriedades?

( ) Sim ( ) Não

7. Sem uma revisão ou indicação de tópicos a serem estudados, você considera possível o aluno atingir o aprendizado necessário em Cálculo nos tópicos associados à trigonometria?

( ) Sim ( ) Não

8. Você acredita que a dificuldade com os conceitos trigonométricos pode influenciar negativamente o aprendizado e desenvolvimento das atividades envolvendo limites, derivadas, integrais?

( ) Sim ( ) Não

____
____
____
____
____

9. Com base na sua experiência com essa turma e com outras que você já ministrou aulas de cálculo, seus alunos sabem o que é o Círculo Trigonométrico? Saberiam, por exemplo, indicar o significado de cada estrutura que compõe o círculo, inclusive sendo capaz de usá-lo para as atividades envolvendo trigonometria, para determinar os valores de seno e cosseno de ângulos notáveis?

( ) Sim ( ) Não

____
____
____
____
____

10. Você considera importante que o aluno tenha conhecimento acerca do círculo trigonométrico para um bom entendimento dos tópicos de trigonometria que são utilizados no cálculo?

( ) Sim ( ) Não

____
____
____
____
____

11. Nesse espaço, se quiser deixar comentários que possam contribuir com nossa busca e nossos resultados nessa pesquisa.

____
____
____
____
____
____

APÊNDICE E – TABELA RELACIONANDO AS RESPOSTAS DO Q2PA

Tabela 3 - Respostas do Q2PA

Questão 1		Questão 2		Questão 3		Questão 4		Questão 5		Questão 6		Questão 7	
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
TURMA 201													
x			x	x				x			x	x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x		x			x		x		x	
x			x	x				x			x	x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x			X
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x		x		x			x	x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x			x		x
TURMA 202													
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x		x			x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x					x		x	x	
x			x	x				x		x		x	
x			x		x			x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x		x			x		x		x	

x			x	x				x		x		x	
x			x		x			x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x		x			x		x		x	
x			x		x			x			x	x	
x			x	x				x			x	x	
x			x		x				x	x		x	
x			x		x			x		x		X	
x			x	x					x		x		X
x			x		x			x		x		x	
x			x		x			x		x		x	
	x	x		x			x	x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x		x			x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x		x			x		x		x	
x			x		x			x			x	x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
TURMA 203													
x		x		x		x		x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x		x			x		x	x		x		x	
x		x			x		x	x		x		x	
x		x			x		x	x		x		x	
x		x		x		x		x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x		x		x			x	x		x		x	
x		x		x			x	x		x		x	
	x	x		x			x	x		x		x	
TURMA 204													
x			x		x			x			x	x	
x		x		x			x	x			x	x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x		x		x		x		x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x		x		x			x	x			x	x	
x			x	x				x		x		x	
x			x	x				x		x		x	

x			x	x				x		x		x	
x		x		x		x		x		x		x	
x			x	x				x		x		x	
x		x		x		x		x		x		x	
78	2	15	65	62	18	5	10	77	3	69	11	77	3
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
Questão 1		Questão 2		Questão 3		Questão 4		Questão 5		Questão 6		Questão 7	
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
97,5	2,5	18,8	81,2	77,5	22,5	33,3	66,7	96,2	3,8	86,2	13,8	96,2	3,8
PORCENTAGEM													

Questão 8		Questão 9		Questão 10			Questão 11						
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	QUASE	a	b	c	d	e	f	G
TURMA 201													
x		x			x		3	3	3	3	4	4	4
x		x			x		3	4	5	4	5	3	4
x		x			x		3	2	4	4	3	4	4
x		x			x		4	3	5	4	4	3	4
x		x			x		4	3	3	4	4	3	4
x		x			x		3	4	5	3	5	3	3
x		x			x		3	3	4	4	3	3	2
x		x			x		3	4	4	5	3	4	4
x		x			x		3	4	4	3	3	4	3
x		x			x		4	4	4	3	3	4	5
x		x			x		4	4	4	5	5	4	4
x		x			x		5	5	5	5	5	4	5
x		x			x		5	4	5	3	5	5	5
x		x			x		4	4	5	4	3	4	5
x		x		x			5	4	5	5	5	5	4
x		x			x		4	4	3	4	3	4	5
x		x			x		3	4	4	3	4	4	5
x		x			x		3	4	3	3	2	4	3
x		x			x		3	3	4	3	3	3	3
x		x			x		3	4	3	4	3	4	3
	x	x			x		4	4	3	3	4	4	4
x		x			x		3	3	5	4	5	4	3
	x	x				x	4	3	3	1	2	3	4
TURMA 202													
x		x			x		4	4	5	5	4	4	5
x		x			x		3	3	5	5	3	4	4
x		x		x			3	3	4	5	4	4	5
x		x			x		3	3	5	4	3	3	4

x		x			x		2	3	5	5	5	4	4
	x	x			x		3	3	4	3	4	4	5
x		x			x		4	4	5	4	4	4	4
x		x			x		4	4	5	4	4	4	5
x		x			x		5	4	5	4	4	5	4
x		x			x		3	3	5	3	3	5	5
x		x			x		3	4	5	5	4	4	5
x		x			x		3	3	4	3	4	4	4
x		x			x		4	5	5	3	4	4	5
	x	x			x		3	4	4	3	3	4	5
x		x			x		5	4	5	3	4	4	4
	x	x			x		3	3	5	3	4	4	4
	x	x			x		3	4	4	5	4	5	3
x		x			x		4	3	4	5	5	4	4
x		x			x		3	3	5	3	3	3	4
x		x			x		4	4	5	5	5	4	4
x		x			x		2	3	4	4	4	4	4
x		x			x		4	4	5	3	4	4	5
x		x			x		3	4	5	5	3	4	4
x		x			x		5	5	5	5	5	4	5
x		x			x		4	4	5	5	4	5	5
x		x			x		4	4	5	5	5	4	4
x		x			x		3	3	5	5	3	4	4
x		x			x		3	3	5	5	3	4	4
	x	x			x		3	4	5	3	3	4	4
x		x			x		3	3	4	4	3	4	4
x		x			x		5	5	5	5	5	5	5
x		x			x		5	5	5	5	4	4	5
x		x			x		4	4	5	5	5	4	4
TURMA 203													
x		x			x		4	4	5	5	5	4	5
x		x			x		5	5	4	5	5	4	5
x		x			x		5	5	5	4	4	5	5
x		x			x		4	4	5	4	5	4	4
x		x				x	4	4	4	5	5	4	4
x		x			x		4	4	5	4	5	4	4
x		x				x	5	5	4	5	5	5	4
x		x			x		5	3	4	4	5	5	4
x		x				x	4	4	5	5	5	4	5
x		x				x	4	4	5	5	5	4	5
x		x			x		4	4	5	5	5	4	5
TURMA 204													
	x	x				x	4	4	5	4	4	4	4

x		x			x		5	4	5	4	4	4	5
	x	x			x		4	4	4	4	4	4	4
x		x			x		4	4	5	4	5	4	4
x		x				x	4	5	5	4	5	4	5
x		x		x			5	5	5	4	5	5	5
x		x				x	4	5	3	5	4	5	5
x		x		x			4	4	5	5	4	4	4
x		x			x		4	4	4	4	4	4	4
x		x			x		4	4	5	4	5	4	4
	x	x			x		4	4	5	4	4	4	5
x		x			x		4	5	4	4	5	4	5
x		x				x	5	4	5	4	4	4	5
70	10	80	0	4	67	9	0	0	0	1	0	0	0
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	QUASE	2	1	0	0	2	0	1
Questão 8		Questão 9		Questão 10			28	22	8	19	19	9	7
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	QUASE	35	45	23	30	30	59	40
87,5	12,5	100,0	0,0	5,0	83,8	11,2	15	12	49	30	29	12	32
PORCENTAGEM							a	b	c	d	e	f	G
							Questão 11						
							a	b	C	d	e	f	G
Porcentagem de alunos que marcaram 1							0,0	0	0	1,2	0	0	0
Porcentagem de alunos que marcaram 2							2,5	1,2	0	0	2,5	0	1,25
Porcentagem de alunos que marcaram 3							35,0	27,5	10	23,8	23,8	11,2	8,75
Porcentagem de alunos que marcaram 4							43,8	56,3	28,8	37,5	37,5	73,8	50
Porcentagem de alunos que marcaram 5							18,7	15	61,2	37,5	36,2	15	40

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

APÊNDICE F – TABELA RELACIONANDO AS RESPOSTAS DO Q3PA

Tabela 4 - Respostas do Q3PA

Questão 1		Questão 2		Questão 3		Questão 4		Questão 5	
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
TURMA 301									
	X	X		X		x		x	
	x	X		X		x		x	
	x	X		x		x		x	
	x	X		x			x	x	
x		X		x			x	x	
x		X		x			x	x	
x		X		x		x		x	
x		X		x			x	x	
x		X		x		x		x	
x		X		x		x		x	
x		X		x		x		x	
x		X		x			x	x	
x		X		x		x		x	
x		X		x			x	x	
x		X		x		x		x	
x		X		x			x	x	
x		X		x		x		x	
x		X		x		x		x	
x		X		x		x		x	
x		X		x		x		x	
x		X		x		x		x	
x		X		x		x		x	
	x	X		x		x		x	
x		X		x		x		x	
x		X		x		x		x	
x		X		x		x		x	
x		X		x		x		x	
	x	X		x		x		x	
x		X		x		x		x	
	x	X		x		x		x	
TURMA 302									
x		X		x			x	x	
x		X		x			x	x	
x		X			x	x		x	
	x	X		x		x		x	

x		X		x		x		x	
	x	X		x			x	x	
	x	X		x			x	x	
x		X		x			x	x	
x		X		x			x	x	
x		X		x			x	x	
x		X		x			x	x	
	x	X		x		x		x	
	x	X		x		x		x	
x		X		x		x		x	
	x	X		x			x	x	
	x	X		x			x	x	
x		X		x		x		x	
x		X		x		x		x	
	x	X		x		x		x	
	x	X		x			x	x	
	x	X		x		x		x	
x		X		x		x		x	
x		X		x		x		x	
x		X		x		x		x	
	x	X		x			x	x	
	x	X		x			x	x	
	x	X		x		x		x	
	x	X		x			x	x	
x		X			x		x		x
x			x		x		x	x	
39	21	59	1	57	3	37	23	59	1
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
Questão 1		Questão 2		Questão 3		Questão 4		Questão 5	
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
65,00	35,00	98,33	1,67	95,00	5,00	61,67	38,33	98,33	1,67
PORCENTAGEM									

Questão 6		Questão 7		Questão 8			Questão 9	
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	QUASE	SIM	NÃO
TURMA 301								
x		X			x		x	
x		X		x			x	
x		X				x	x	
x		X		x			x	

x		X				x	x	
x		X			x		x	
	x	X				x		x
x		X				x	x	
x		X			x		x	
x		X				x	x	
x		X			x		x	
x		X			x		x	
x		X			x		x	
x		X			x		x	
x		X			x		x	
x		X			x		x	
x		X			x		x	
x		X			x		x	
x		X				x	x	
x		X			x		x	
x		X				x	x	
x		X			x		x	
x		X			x		x	
x		X		x			x	
x		X			x		x	
x		X				x	x	
x		X				x	x	
x		X				x	x	
x		X			x		x	
x		X			x		x	
TURMA 302								
x		X				x	x	
x		X			x		x	
x		X			x		x	
x		X			x		x	
x		X			x		x	
x		X				x	x	
	x	X			x		x	
	x	X			x		x	
x		X			x		x	
x		X				x	x	
x		X				x	x	
x		X			x		x	
x		X			x		x	
	x	X			x		x	

	x	X			x		x	
	x	X			x		x	
	x	X		x			x	
	x	X			x		x	
x		X			x		x	
x		X				x	x	
x		X			x		x	
x		X			x		x	
x		X			x		x	
x		X			x		x	
	x	X			x		x	
	x	X				x	x	
x		X				x	x	
	x	X			x		x	
	x	X			x			x
	x	X			x		x	
47	13	60	0	4	39	17	58	2
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	QUASE	SIM	NÃO
Questão 6		Questão 7		Questão 8			Questão 9	
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	QUASE	SIM	NÃO
78,33	21,67	100,00	0,00	6,67	65,00	28,33	96,67	3,33
PORCENTAGEM								

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

APÊNDICE G – TABELA RELACIONANDO AS RESPOSTAS DO QUFSJ

Tabela 5 - Respostas do QUFSJ

Questão 2		Questão 3		Questão 4	
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
Engenharia Elétrica					
x			x		x
	x		x	x	
x		x		x	
x			x		x
x		x		x	
x		x		x	
x		x		x	
	x	x		x	
	x		x		x
x		x		x	
x			x		x
x			x		x
x		x		x	
x		x			x
	x		x		x
x		x		x	
	x	x			x
x		x			x
x		x		x	
x		x			x
	x		x		x
x		x		x	
x		x		x	
x			x		x
x		x		x	
x		x		x	
	x		x	x	
x		x		x	
x		x		x	
x		x		x	
x		x		x	
Engenharia de Produção					
	x	x		x	
Engenharia Mecânica - 1° Período					
x		x		x	
x		x		x	

	x	x		x	
x		x			x
x		x		x	
x			x		x
x		x		x	
	x	x		x	
x		x		x	
Engenharia Mecânica					
	x		x		x
	x	x		x	
	x	x		x	
	x	x		x	
	x	x		x	
	x	x		x	
	x	x		x	
	x	x		x	
	x	x		x	
	x	x		x	
	x	x		x	
	x	x		x	
	x	x		x	
	x	x		x	
	x	x		x	
	x	x		x	
	x	x		x	
	x	x		x	
	x	x		x	
Física					
	x	x		x	
	x	x			x
	x	x		x	
	x	x		x	
	x		x		x
	x		x		x
Química					
	x		x		x
	x		x	x	
	x	x		x	
	x	x		x	
	x	x		x	
	x		x		x
	x				
31	42	55	17	52	20

SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
Questão 2		Questão 3		Questão 4	

TOTAL DA CONTAGEM

42,5	57,5	76,4	23,6	72,2	27,8
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
Questão 2		Questão 3		Questão 4	

Questão 5				
NENHUMA	POUCA	NORMAL	IMPORTANTE	MUITO IMPORTANTE
Engenharia Elétrica				
			x	
		x		
	x			
x				
		x		
			x	
			x	
				x
		x		
			x	
x				
				x
	x			
				x
				x
			x	
		x		
		x		
		x		
	x			
		x		
				x
				x
				x
		x		
				x
				x
			x	
				x
		x		
			x	
Engenharia de Produção				
				x

		Engenharia Mecânica - 1° Período		
		x		
	x			
			x	
			x	
			x	
			x	
				x
x				
			x	
		Engenharia Mecânica		
	x			
			x	
		x		
		x		
		x		
				x
		x		
		x		
			x	
		x		
		x		
	x			
			x	
				x
		x		
	x			
		x		
	x			
	x			
		Física		
			x	
				x
		x		
		x		
	x			
	x			
		Química		
	x			
			x	
			x	
			x	
		x		

			x	
	x			
3	13	22	20	15
NENHUMA	POUCA	NORMAL	IMPORTANTE	MUITO IMPORTANTE
Questão 5				
TOTAL DA CONTAGEM				
4,1	17,8	30,1	27,4	20,5
NENHUMA	POUCA	NORMAL	IMPORTANTE	MUITO IMPORTANTE
Questão 5				

Questão 6				
NENHUMA	POUCA	NORMAL	IMPORTANTE	MUITO IMPORTANTE
Engenharia Elétrica				
				x
				x
			x	
				x
				x
				x
				x
				x
				x
			x	
			x	
				x
				x
				x
				x
			x	
			x	
				x
			x	
		x		
				x
				x
		x		
				x
				x
			x	
				x
				x
				x
		x		
				x

Engenharia de Produção				
				x
Engenharia Mecânica - 1° Período				
				x
				x
			x	
				x
				x
				x
				x
				x
				x
Engenharia Mecânica				
				x
				x
				x
				x
				x
				x
				x
				x
				x
				x
				x
			x	
				x
				x
			x	
			x	
				x
			x	
				x
Física				
				x
				x
				x
				x
				x
				x
Química				
				x
			x	
				x

			x	
		x		
				x
		x		
0	0	5	14	54
NENHUMA	POUCA	NORMAL	IMPORTANTE	MUITO IMPORTANTE
Questão 6				
TOTAL DA CONTAGEM				
0,0	0,0	6,8	19,2	74,0
NENHUMA	POUCA	NORMAL	IMPORTANTE	MUITO IMPORTANTE
Questão 6				

Questão 7		Questão 8		Questão 9		Questão 10	
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
Engenharia Elétrica							
	x	x			x	x	
	x		x		x	x	
X		x		x		x	
	x		x		x		x
	x		x		x		x
X		x		x		x	
	x		x		x	x	
	x		x		x		x
	x	x			x		x
	x	x		x		x	
	x		x		x		x
	x		x		x		x
X		x		x		x	
	x		x		x		x
	x		x		x		x
X		x		x		x	
	x	x			x	x	
	x		x		x		x
X		x		x		x	
X		x			x	x	
	x		x		x		x
X		x		x		x	
	x		x		x		x
	x		x		x		x
	x		x		x	x	
	x	x		x		x	
	x	x		x			x
X		x		x		x	
	x	x			x		x

X		x		x		x	
Engenharia de Produção							
	x		x		x	x	
Engenharia Mecânica - 1° Período							
	x	x			x	x	
X		x			x	x	
X		x		x		x	
	x		x		x		x
	x		x		x		x
	x		x		x		x
		x			x	x	
X		x		x			x
	x	x		x		x	
	x		x		x		x
	x	x			x		x
	x	x			x	x	
	x		x		x		x
	x	x			x		x
	x	x		x		x	
	x	x			x	x	
X		x		x		x	
X		x		x		x	
	x		x		x		x
	x	x			x	x	
	x		x		x		x
X		x			x	x	
	x	x		x		x	
	x		x		x		x
	x		x		x		x
	x	x		x		x	
	x	x			x	x	
	x		x		x		x
Engenharia Mecânica							
	x	x			x		x
	x		x		x	x	
	x	x			x	x	
X		x		x		x	
	x	x		x		x	
	x		x		x		x
Física							
	x	x			x	x	

	x		x		x		x
	x	x			x		x
	x	x			x		x
X		x		x		x	
	x	x			x		x
	x		x		x	x	
17	54	43	29	22	50	39	33
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
Questão 7		Questão 8		Questão 9		Questão 10	
Química							
23,9	76,1	59,7	40,3	30,6	69,4	54,2	45,8
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
Questão 7		Questão 8		Questão 9		Questão 10	

Questão 11		Questão 12		Questão 13				
SIM	NÃO	SIM	NÃO	a	b	c	d	e
Engenharia Elétrica								
	x		x	3	2	3	5	2
X			x	2	3	3	2	5
X		x		3	4	2	5	4
	x		x	1	1	1	5	1
	x		x	2	3	2	2	2
X		x		5	5	5	3	3
	x		x	3	2	3	4	4
	x		x	2	2	2	5	3
	x		x	1	1	3	5	5
	x		x	3	2	3	5	3
	x		x	1	1	3	4	2
	x		x	1	1	1	1	3
X		x		3	5	5	5	2
X			x	2	2	1	4	2
	x		x	2	1	1	5	3
X		x		4	3	3	5	2
X			x	3	4	5	5	5
	x		x	3	1	1	2	1
X		x		5	5	5	5	1
X		x		4	4	4	1	1
X			x	2	4	2	5	4
X			x	4	2	2	5	3
	x		x	1	1	1	1	1
	x		x	1	1	1	1	1
	x		x	2	1	1	5	1
X			x	3	3	4	4	3
	x		x	3	1	1	5	1

X		x		4	4	4	5	3
	x		x	2	3	1	4	3
				3	5	5	4	1
	x	x		5	3	5	4	3
Engenharia de Produção								
	x	x		2	2	4	5	3
Engenharia Mecânica - 1° Período								
X			x	3	4	4	5	3
X			x	3	4	3	5	1
X		x		5	5	5	4	4
X			x	2	2	1	5	2
	x		x	2	1	1	5	3
	x		x	1	1	1	1	2
X		x		4	4	3	5	3
X		x		4	3	3	4	2
X			x	4	3	4	4	4
Engenharia Mecânica								
	x		x	1	1	1	5	3
X			x	3	2	1	5	4
X			x	3	3	2	4	3
X			x	3	4	2	5	4
X			x	3	2	2	4	3
X			x	4	5	5	5	3
X			x	4	5	3	5	4
X		x		4	5	5	5	4
X		x		4	5	4	5	3
X			x	2	3	3	5	3
	x		x	1	1	4	5	4
	x		x	1	1	1	5	3
X		x		4	3	3	5	4
X			x	1	5	5	5	3
X			x	2	1	3	4	3
	x		x	1	2	1	5	2
	x		x	3	4	4	4	4
X		x		2	2	2	3	2
	x		x	2	1	1	4	4
Física								
	x		x	2	1	1	5	2
	x		x	2	2	3	5	4
	x		x	3	2	3	5	4
X		x		5	5	5	4	4
X			x	2	2	2	5	4
	x		x	1	1	1	5	4

Química								
X			x	2	1	1	5	3
	x		x	2	2	2	1	4
	x		x	2	4	4	5	4
	x		x	3	2	2	5	3
X		x		4	4	4	5	2
X			x	3	4	2	3	5
X			x	3	2	3	3	3
39	33	18	54	13	20	21	6	10
SIM	NÃO	SIM	NÃO	21	18	13	3	13
Questão 11		Questão 12		21	11	17	4	26
TOTAL DA CONTAGEM				13	13	11	16	20
				5	11	11	44	4
54,2	45,8	25,0	75,0	a	b	c	d	e
SIM	NÃO	SIM	NÃO	Questão 13				
Questão 11		Questão 12		TOTAL DA CONTAGEM				

Questão 14		Questão 15	
SIM	NÃO	SIM	NÃO
Engenharia Elétrica			
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
	x	x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	

X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
Engenharia de Produção			
X		x	
Engenharia Mecânica - 1° Período			
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
Engenharia Mecânica			
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
X		x	
	x	x	
X		x	
Física			
X		x	
X		x	
X		x	

X		x	
X		x	
X		x	
Química			
X		x	
X		x	
X		x	
X			x
X		x	
X		x	
X		x	
71	2	72	1
SIM	NÃO	SIM	NÃO
Questão 14		Questão 15	

TOTAL DA CONTAGEM

97,3	2,7	98,6	1,4
SIM	NÃO	SIM	NÃO
Questão 14		Questão 15	

APÊNDICE H – TABELA RELACIONANDO AS RESPOSTAS DO QUFSJP

Tabela 6 - Respostas do QUFSJP

Questão 3		Questão 4		Questão 6		Questão 7	
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
	x		x	x			x
	x		x	x			x
	x		x	x			x
0	3	0	3	3	0	0	3
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
Questão 3		Questão 4		Questão 6		Questão 7	
TOTAL DA CONTAGEM							
0,0	100,0	0,0	100,0	100,0	0,0	0,0	100,0
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
Questão 3		Questão 4		Questão 6		Questão 7	

Questão 8		Questão 9		Questão 10	
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
x			x	x	
x			x	x	
x			x	x	
3	0	0	3	3	0
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
Questão 8		Questão 9		Questão 10	
TOTAL DA CONTAGEM					
100,0	0,0	0,0	100,0	100,0	0,0
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
Questão 8		Questão 9		Questão 10	