UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

# Modelagem matemática no estudo das funções afim e quadrática

Alex Gonçalves de Melo

Instituto de Matemática

Maceió, novembro de 2017

PROFMAT

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS – UFAL**
**INSTITUTO DE MATEMÁTICA**
**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL**
**PROFMAT**

**ALEX GONÇALVES DE MELO**

# MODELAGEM MATEMÁTICA NO ESTUDO DAS FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA

**MACEIÓ**
**2017**

ALEX GONÇALVES DE MELO

# MODELAGEM MATEMÁTICA NO ESTUDO DAS FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de Alagoas, sob a coordenação da Sociedade Brasileira de Matemática, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Amauri da Silva Barros

MACEIÓ

2017

**Catalogação na fonte**
**Universidade Federal de Alagoas**
**Biblioteca Central**
Bibliotecário Responsável: Helena Cristina Pimentel do Vale

M528m Melo, Alex Gonçalves de.
Modelagem matemática no estudo das funções afim quadrática / Alex Gonçalves de Melo. – 2017.
67 f. : il.

Orientador: Amauri da Silva Barros.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Programa de Pós Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2017.

Bibliografia: f. 61-63.
Apêndices: f. 64-67.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Modelagem matemática. 3. Sequência didática semiótica. 4. Ensino e aprendizagem. I. Título.

CDU: 372:517.52

**Folha de Aprovação**

ALEX GONÇALVES DE MELO

# MODELAGEM MATEMÁTICA NO ESTUDO DAS FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA

Dissertação submetida ao corpo docente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas e aprovada em 16 de novembro de 2017.

Banca Examinadora:

Amauri Barros

Prof. Dr. Amauri da Silva Barros- UFAL (Presidente)

Prof. Dr. Ediel Azevedo Guerra

Givaldo

Prof. Dr. Givaldo Oliveira dos Santos – IFAL

MACEIÓ - 2017

A Deus, por me conceder a dádiva da vida e dar-me condições de lutar pelos meus sonhos, ideais e objetivos.
Aos meus pais, que são meus alicerces inabaláveis; a minha querida esposa que sempre me incentivou.

## AGRADECIMENTOS

A conclusão deste trabalho seria impossível sem a colaboração de algumas pessoas e instituições que, de diversas maneiras, deram sua contribuição em diferentes etapas. Desta forma, manifesto um agradecimento especial aos meus professores, competentíssimos que muito contribuíram no processo educacional desde os anos iniciais do ensino fundamental ao ensino superior e que, por meio de conversas, experiências de vida, exigências e cobranças, foram essenciais para minha formação em quanto cidadão e profissional, especialmente ao professor Amauri da Silva Barros pela orientação e dedicação na elaboração deste trabalho.

À CAPES pela concessão de bolsa de estudos, essencial para minha dedicação aos estudos.

Aos meus colegas de turma, pela importante parceria estabelecida.

A minha querida esposa, familiares e amigos pelo incentivo e companheirismo imprescindível ao longo deste trabalho.

A meu orientador, Amauri da Silva Barros, sempre firme em suas orientações e ao mesmo tempo otimista e entusiasmado.

Aos professores Dr. Ediel Azevedo Guerra e Dr. Givaldo Oliveira dos Santos, membros da banca, que contribuíram de forma relevante para o aperfeiçoamento do trabalho.

.

“A natureza está escrita em linguagem matemática.”

*Galileu*

**RESUMO**

A Matemática é uma ciência que se faz presente nas mais diversas situações do nosso dia a dia, bem como nas demais áreas do conhecimento que a usam como meio para atingir seus fins. Mesmo com esta vasta empregabilidade, seu ensino e aprendizagem apresentam dificuldades. Os alunos, por vezes, não a identificam no cotidiano por entenderem que ela é uma disciplina puramente abstrata. Por isso, o objetivo principal deste trabalho foi o desenvolvimento de uma sequência didática para o ensino básico, que possa auxiliar professores e alunos no processo de ensino-aprendizagem em Matemática, tendo por base a metodologia da modelagem matemática de Bassanezi, reforçada pela teoria do registro de representação semiótica de Duval no ensino. Neste trabalho, propõem-se situações-problema, em sua grande maioria, voltadas para o cotidiano dos alunos tais como, comércio, viagens de táxi, distribuição de água, pintura de paredes e pagamento de estacionamentos. Nesta perspectiva pretende-se em primeiro plano, melhorar a habilidade dos estudantes em fazer a transição entre a realidade e o objeto matemático e, em segundo, resolver problemas de caráter cíclico encontrados em olimpíadas de matemática e em provas externas. Faz-se também, uma breve análise de quais conteúdos matemáticos essas situações englobam e como estão sendo apresentadas nos livros didáticos. Ao longo do trabalho, justifica-se teoricamente o porquê de propor esta metodologia baseada na modelagem matemática para o ensino básico e sua importância na melhoria da qualidade desta modalidade de ensino.

**Palavras-chave:** Sequência Didática. Modelagem Matemática. Semiótica. Situações Problema. Ensino-Aprendizagem.

## ABSTRACT

Mathematics is a science that is present in the most diverse situations of our daily, as well as in other areas of knowledge that use it as a means to achieve its ends. Even with this vast employability, their teaching and learning present difficulties. Students sometimes don't identify it in everyday life because they understand it to be a purely abstract discipline. Therefore, the main objective of this work was the development of a didactic sequence for basic education, which could assist teachers and students in the teaching and learning process in Mathematics, based on Bassanezi's mathematical modeling methodology, reinforced by Durval's theory of record of semiotic representation in teaching. In this work, we propose problem situations, mostly for daily of students, for example, commerce, taxi travel, water distribution, painting of walls and payment of parking lots. In this perspective, to improve the ability of students to make the transition between reality and the mathematical object, and secondly to solve problems of a cyclical nature found in Mathematical Olympiads and in external tests, is sought in the foreground. We also did a brief analysis of what mathematical content these situations encompass and how they are presented in textbooks. Throughout the work, we justify theoretically the reason to propose this methodology based on mathematical modeling for basic education and its importance in improving the quality of this modality of teaching.



**Key words**: Sequence Didactics. Mathematical Modeling. Semiotics. Situations Problem. Teaching-Learning.

## LISTA DE FIGURAS

## LISTA DE GRÁFICOS

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|---|---|
| CAPES | Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior |
| EREM | Escola de Referência em Ensino Médio |
| IMPA | Instituto de Matemática Pura e Aplicada |
| MEC | Ministério da Educação |
| OBM | Olimpíada Brasileira de Matemática |
| OBMEP | Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas |
| SBM | Sociedade Brasileira de Matemática |
| UFAL | Universidade Federal de Alagoas |

SUMÁRIO

# INTRODUÇÃO

Dentre as atribuições e grandes dificuldades do professor, está a de explorar o ensino de matemática em situações do cotidiano, que incentivem o aluno a desenvolver seu pensamento, resolvendo problemas que o faça construir uma forma especial de pensar, interconectando o conteúdo matemático ao conhecimento prévio. Porém, a hierarquização e a verticalidade dos assuntos a serem tratados e o estrito e linear atendimento à lógica interna da área, é apontado como desestimulante ao processo real de aprendizagem, trazendo frustrações às expectativas de aprendizagem dos alunos.

Os PCN colocam de forma muito forte a ideia de que não se pode subestimar o conhecimento prévio dos alunos e, além disso, levar em consideração a realidade social da escola e de seus entornos, considerando os anseios e objetivos desses alunos, buscando com isso caminhos para incentivá-los e estimulá-los para o estudo de matemática.

Sob este ponto de vista, os PCN, dizem que:

> "[...]é fundamental não subestimar a capacidade dos alunos, reconhecendo que resolvem problemas, mesmo que razoavelmente complexos, lançando mão de seus conhecimentos sobre o assunto e buscando estabelecer relações entre o já conhecido e o novo." (BRASIL, 1997, p. 29).

Para isso é fundamental que o professor, no seu acompanhamento, compreenda e explore o problema matemático em suas diversas formas para se chegar ao resultado, deixando assim, o aluno ciente de que a solução do problema não está disponível no início, mas será necessário construí-la.

Assim como a resolução de problemas é importante para o ensino de Matemática, o conhecimento histórico sobre essa área é de grande valia, visto que pode ser usado como fator incentivador mostrando aos discentes o caminho trilhado por estudiosos durante milhares de anos, para que aquele conhecimento tomasse a forma que é vista nos dias de hoje. Isso é bem definido pelos PCN quando afirmam que "O conhecimento da história dos conceitos matemáticos precisa fazer parte da formação dos professores" (BRASIL, 1997, p. 30). Pois desta forma, permite que os alunos conheçam a Matemática como ciência mutável e dinâmica, aberta a novos conhecimentos.

Diante disso, discute-se a importância do uso de meios que facilitem o intermédio do professor na prática de ensino e aprendizagem da matemática e favoreça o melhor entendimento do estudante na manipulação de diversos objetos matemáticos. Nosso trabalho traz uma abordagem a cerca de dois temas que vem numa crescente na área de *educação matemática* e que estão diretamente ligados à prática de resolução de problemas do cotidiano por parte dos estudantes, *o Registro de Representação Semiótica e a Modelagem Matemática*.

Sendo assim, este trabalho teve como principal objetivo, apresentar a *modelagem matemática* atrelada à *teoria de registro de representação semiótica* como uma perspectiva de ensino que auxilia professores de Matemática em suas aulas. Tomando-se como ênfase esta ferramenta, acreditamos ultrapassar os limites do ensino tradicional e possibilitar que o educando torne-se um agente do seu próprio conhecimento, tornando a Matemática mais atraente, prazerosa e dinâmica. O trabalho com modelagem possibilita uma melhor compreensão dos problemas do cotidiano em que o educando está inserido, mostrando a Matemática útil para os mesmos, enquanto o registro de representação semiótica auxilia nas diversas formas que o estudante pode expressar esses problemas.

Dessa forma, iremos propor uma Sequência Didática para modelagem matemática de problemas do cotidiano, utilizando essencialmente o conceito de função afim. Partiremos da Modelagem de problemas matemáticos básicos do cotidiano, aplicaremos a Teoria de Registros de Representação Semiótica na discussão dos problemas e resolveremos problemas do cotidiano combinando Modelagem Matemática e a Teoria de Registro de Representações Semióticas. Por fim, construiremos uma sequência didática voltada para o trabalho docente baseado na Modelagem Matemática e a Teoria de Registro de Representações Semióticas.

Nessa ótica, ao longo do trabalho, busca-se justificar a importância da implementação dos temas citados acima no ensino de matemática na educação básica do nível fundamental, ressaltando que tais temas promovam uma inquietação do estudante na busca de utilizar a matemática da escola para resolver problemas comuns do cotidiano, visto que, como afirma Burak (2004) "na Modelagem, a ideia de modelo fica ampliada, constituindo-se como uma representação". Ou seja, modelar matematicamente um problema e usar a representação semiótica nesta modelagem, instigará os alunos na construção do conhecimento e os fará enxergar com mais clareza os caminhos para solucionar tais problemas. Com isso, vê-se claramente que um tema complementa o outro.

Depois de determinado o tema e a problemática deste trabalho, foi necessário determinar uma metodologia para o desenvolvimento do mesmo. Inicialmente foi feita um levantamento bibliográfico sobre Registros de Representação Semiótica e Modelagem Matemática, complementando com uma análise de textos didáticos, com intuito de compreender melhor os passos iniciais para o aprofundamento em sala de aula. Em seguida, foram analisados alguns trabalhos acadêmicos que abordam a mesma temática, nos quais se percebeu que as propostas de utilização dos temas no ensino básico eram bem amplas e vêm ganhando espaço, reforçando assim, a relevância de se discutir o tema. E por fim, a elaboração de sequências didáticas a serem utilizadas como ajuda no processo de ensino e aprendizagem, visando esse ser o produto final do trabalho dissertativo.

No primeiro capítulo, aborda-se conceitos de semiótica e a teoria de registro de representação semiótica de Duval, desde a história às principais dificuldades de estudantes em realizar as diversas formas de representação, além de aplicações que nos últimos tempos vêm contribuindo consideravelmente para o ensino e aprendizagem e na pesquisa matemática.

No segundo capítulo, aborda-se os principais conceitos sobre modelagem matemática, começando com uma abordagem histórica e consequentemente elencando quais os principais autores do tema.Em seguida, argumenta-se sobre a viabilidade do tema na escola e na sala de aula no ensino de matemática, visando à interdisciplinaridade e por fim,apresenta-se os passos necessários, segundo os pesquisadores, para se desenvolver a metodologia da modelagem matemática.

No terceiro capítulo, se fará uma análise a cerca de uma avaliação diagnóstica aplicada em turmas do 1º ano do Ensino Médio da EREM[1] Henrique Justino de Melo situada no município de Jucati-PE, a fim de analisar como esses estudantes se portam diante de problemas que envolvam funções do 1º e 2º grau, quais as formas de representação usadas e até se já têm uma pré-disposição a desenvolver modelos matemáticos.

No quarto capítulo, apresenta-se uma proposta de uma sequência didática que prioriza a obtenção dos modelos matemáticos dando enfoque à teoria de registro de representação semiótica, considerando situações cotidianas dos estudantes, que os levam a problematização e posteriormente a solução.

Por fim, chega-se às *considerações finais,* expressa-se as impressões e constatações detectadas a cerca do tema após a análise da aplicação da avaliação diagnóstica e pesquisa bibliográfica.

Cada etapa está bem detalhada ao longo do trabalho até a concretização do produto final, representada pelo desenvolvimento da sequência didática.

[1] Escola de Referência em Ensino Médio.

# 1 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

## 1.1 Introdução

Neste capítulo apresentamos, primeiramente, o significado da palavra semiótica, as tendências que deram origem a diferentes linhas de estudo da Semiótica e como essa ciência é entendida na linha de estudos desenvolvida por Peirce, ou seja, a semiótica peirceana. Na sequência, abordarmos como a semiótica peirceana, principalmente, pode ser inserida no contexto matemático visando à constituição do conhecimento.

Em seguida, expomos alguns estudos que apresentam a semiótica atrelada a educação matemática. Dentre os estudos nessa vertente de pesquisa, destacamos a teoria do registro de representação semiótica de Raymond Duval que faz parte da referencia teórica que comanda o nosso trabalho. Diante disso, abordamos a importância das representações semióticas e os tipos de registro de representação semiótica no desenvolvimento de atividades matemáticas. Apresentamos também as principais diferenças entre o processo de tratamento e conversão realizados nos diferentes tipos de representação. Finalizamos este capitulo, destacando a importância de se estabelecer a articulação entre os diferentes registros de representação para a conceitualização do objeto matemático em estudo.

## 1.2 Semiótica

A **semiótica** provém da raiz grega *'semeion'*, que denota signo. Assim, desta mesma fonte, temos *'semeiotiké'*, 'a arte dos sinais'. Esta esfera do conhecimento existe há um longo tempo, e revela as formas como o indivíduo dá significado a tudo que o cerca. Ela é, portanto, a ciência que estuda os signos e todas as linguagens e acontecimentos culturais.

> As linguagens estão no mundo e nós estamos na linguagem. A Semiótica é a ciência que tem por objeto de investigação todas as linguagens possíveis, ou seja, que tem por objetivo o exame dos modos de constituição de todo e qualquer fenômeno como fenômeno de produção de significação e de sentido (SANTAELLA, 2008b, p. 13).

Santaella (2008b) refere-se à linguagem como uma forma de comunicação e de significação. Neste âmbito, existem linguagem verbal e linguagem não-verbal. A língua é uma forma de linguagem, a mais clara e natural corresponde à língua nativa, língua materna. No entanto, a língua não é a única forma de nos comunicarmos com o mundo e com quem está ao nossa volta. As formas de nos comunicar vão além da emissão de sons fonéticos.

Desta forma, podemos declarar a semiótica como uma ciência de toda e qualquer linguagem.

## 1.3 As Origens da Semiótica

A semiótica é um campo da ciência apontado como contemporâneo por muitos estudiosos, ainda assim vem ganhando uma crescente importância nas ciências sociais e humanas, mas é uma ciência que se encontra em fase de desenvolvimento. Dessa forma, trata-se de um campo de pesquisa em estágio de sedimentação com muitas questões e investigações pelo caminho.

> Um processo como tal não pode ser traduzido em uma única definição cabal, sob pena de se perder justo aquilo que nele vale a pena, isto é, o engajamento vivo, concreto e real no caminho da instigação e do conhecimento. Toda definição acabada é uma espécie de morte, porque, sendo fechada, mata justo a inquietação e curiosidade que nos impulsionam para as coisas que, vivas, palpitam e pulsam (SANTAELLA, 2008b, p. 8-9).

Essa recente ciência teve três origens propostas praticamente ao mesmo tempo, porém distintas no espaço e na autoridade. Segundo Radford (2006), há pelo menos três tradições semióticas claramente diferenciadas: a tradição *Saussureana*, iniciada pelo suíço Ferdinand de Saussure (1857-1913); a tradição *Peirceana*, iniciada pelo cientista, matemático, historiador, filósofo e lógico norte-americano Charles SandersPeirce (1839-1914) e a tradição *Vygotskiana*, iniciada pelo psicólogo russo Lev S. Vygotski (1896-1934). Cada uma dessas tradições surgiu e se desenvolveu dentro de problemáticas específicas e distintas.

A tradição Saussureana apareceu da necessidade de resolver problemas referentes à compreensão da língua, distinção entre linguagem e palavra, que se estabelece pela contradição entre o social e subjetivo. Segundo Saussure, considerado o pai do estruturalismo linguístico, a palavra é de ordem subjetiva enquanto a linguagem é de ordem social. Para Saussure, a língua não apenas se assemelha aos sistemas de signos como é tão relevante quanto eles.

Na tradição Vygotskiana, a semiótica foi idealizada para resolver problemas referentes ao estudo do pensamento e seu desenvolvimento. Para Vygotski, o signo exerce uma função mediadora entre a pessoa e seu contexto e permite seu desenvolvimento cultural. O signo é considerado por Vygotski uma ferramenta para o estudo do pensamento e de seu desenvolvimento e está relacionado com a transformação das funções psíquicas da pessoa.

A tradição Peirceana expressou a Semiótica como a “doutrina formal dos signos”. Peirce definiu o signo como algo, que para uma pessoa, toma lugar de outra coisa (objeto), não em todos os aspectos desta coisa, mas somente de acordo com certa forma ou capacidade.

> Um signo, ou *representámen*, é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria, na mente dessa pessoa, um signo equivalente, ou talvez um signo mais desenvolvido. Ao signo assim criado denomino *interpretante* do primeiro signo. O signo representa alguma coisa, seu *objeto*. Representa esse objeto não em todos os seus aspectos, mas com referência a um tipo de ideia que eu, por vezes, denominei *fundamento* do *representámen* (PEIRCE, 2005, p. 46).

Para Peirce (2005, p. 48), um objeto “é uma coisa singular existente e conhecida ou que se acredita tenha anteriormente existido ou que se espera venha a existir”.

Diante disso, compreendemos que o signo é uma coisa que retrata outra, seu objeto. Sua existência só se justifica se puder representar, substituir algo diferente dele, visto que o signo não é o objeto, ele está apenas no lugar do objeto. Por exemplo: a palavra casa, a pintura de uma casa, o desenho de uma casa, a fotografia de uma casa, o filme de uma casa, a planta baixa de uma casa, a maquete de uma casa, ou até mesmo o olhar do observador para uma casa, são signos do objeto casa. Eles não são a própria casa, substituem-na de certa forma que depende da natureza do próprio signo. A natureza de uma fotografia não é a mesma natureza de uma maquete e assim por diante.

Em nosso trabalho, discorremos com mais detalhes a semiótica desenvolvida por Peirce, pois essa teoria dá um suporte significativo à teoria de representação semiótica desenvolvida por Raymond Duval que pode ser relacionada aos conceitos e aos objetos matemáticos que representam.

### 1.4 Educação Matemática e a Semiótica

Como já foi visto, a semiótica é uma ciência que apresenta um vasto campo de aplicação em diferentes áreas do conhecimento científico. Entre essas áreas, a semiótica tem se destacado na escolha de pesquisadores na esfera da educação matemática. Nos últimos tempos esse tipo de pesquisa tem crescido consideravelmente no que diz respeito à importância dos signos para a assimilação dos objetos matemáticos.

Encontram-se inúmeras pesquisas que tem como base para o estudo de objetos matemáticos, a semiótica.

Em meio a essas pesquisas, podemos destacar as desenvolvidas por Raymond Duval. Esse autor trabalha com o uso de diferentes registros de representação semiótica em atividades matemáticas (DUVAL, 1988, 1993, 1998a, 1998b, 1998c, 2003, 2004, 2006). Duval foi um dos pioneiros do uso da Semiótica na Educação Matemática. Ele desenvolveu a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Segundo Duval (2006), a Matemática é o domínio em que diferentes formas de representação semiótica podem ser utilizadas. Com isso, busca esclarecer que os maiores problemas na aprendizagem da Matemática consistem na heterogeneidade semiótica dos diferentes sistemas utilizados, ou seja, a dificuldade está em passar de um tipo de representação a outro. Duval (2006) defende ainda que as análises das produções matemáticas exigem ferramentas de análises semióticas complexas e adaptadas aos processos cognitivos mobilizados em toda atividade matemática.

Existem outros pesquisadores que se desbravaram em desenvolver uma relação entre semiótica e educação matemática. Otte (2001, 2006), D'Amore (2006) e Steinbring (2008) são alguns deles.

Otte (2001) atenta para o fato de que a prática da Matemática em sala de aula, na qual, usualmente se utiliza signos e significados por meio de atividades, de maneira que o algoritmo é expresso em fórmulas para realizar cálculos, fazendo-se distinção entre conceito, signos e objetos, ao invés de uma abordagem em que ocorra uma integração entre esses. Desse modo, o autor salienta que os conceitos matemáticos não se encontram independentes de representações, no entanto, tais conceitos não devem ser confundidos com representações particulares.

Já para D' Amore (2006) "a passagem da representação de um objeto matemático para outra, por meio de transformações no sistema de representação, conserva o significado do mesmo objeto, mas em certas ocasiões pode mudar seu sentido.".

Uma das justificativas de se adotar a Semiótica como fundamentação teórica neste trabalho é o fato de que a Matemática utiliza diversas representações, tais como: representação escrita, representação algébrica, representação geométrica e representação gráfica para detalhar e examinar certos fenômenos no processo de formação e desenvolvimento do conhecimento matemático.

Diante disso, para assimilar essa relação de uma ciência e sua linguagem, o referencial teórico adotado para a realização deste trabalho concerne à abordagem teórica de Raymond

Duval sobre os registros de representação semiótica que aborda a importância da linguagem no desenvolvimento das aprendizagens intelectuais, mais especificamente, no domínio da Matemática.

Em seguida aprofundaremos a ideia do uso de representações no desenvolvimento de objetos matemáticos, abordando a teoria de Raymond Duval, que vem numa crescente utilização quando as pesquisas se relacionam à constituição do conhecimento matemático e à organização de situações que impliquem aprendizagem.

### 1.5 Representações e Representações Semióticas

Toda representação surge da necessidade de tornar algo claro, algo existente, mas que precise da representação para ser acessado, entendido.

Representar é "estar em lugar de, isto é, estar numa relação com um outro que, para certos propósitos, é considerado por alguma mente como se fosse esse outro" (Pierce, 2005, p. 61). Ainda segundo Pierce (2005), a representação é uma função do signo.

Segundo Silva (2008), toda comunicação em Matemática é feita basicamente por meio de representações. Para ensinar conceitos, propriedades, estruturas e relações advindas dos objetos matemáticos, é preciso levar em consideração as diferentes formas de representação desses objetos. O que se estuda e se ensina são as representações dos objetos matemáticos e não os próprios objetos matemáticos.

Uma particularidade que se sobressai em atividades matemáticas é o uso de diversos sistemas de representação além da língua natural. Na matemática existem variados sistemas de escrita de números, escritas algébricas para representar operações e relações, figuras geométricas, gráficos cartesianos, gráficos estatísticos, tabelas, diagramas, esquemas etc.

Segundo Duval (2004), a noção de representação pode ser apresentada em três ocasiões distintas; mentais, internas (ou computacionais) e semióticas, cada uma com suas especificidades e características diferentes do fenômeno designado.

As representações internas são aquelas que pertencem ao sujeito e não são repassadas por meio de representações externas. Entre as representações internas podemos destacar a língua natural do estudante, sua imaginação visual e representação espacial, suas técnicas de resolução de problemas e, também, sua afeição em relação à Matemática.

As representações mentais exercem a função de objetivação, ou seja, a relação do signo com o objeto. Elas consistem, segundo Duval (2004), ao conjunto de imagens e concepções que uma pessoa pode ter sobre um objeto, sobre uma situação ou sobre aquilo que está associado ao objeto e à situação. As representações mentais são as concepções prévias que o sujeito tem sobre algo que está sendo abordado. Estas podem alterar-se conforme o sujeito constitui seus conhecimentos.

As representações semióticas, por sua vez, cumprem as funções de objetivação e de expressão, objetivando de alguma forma uma função de tratamento, no entanto, esse tratamento é intencional. Segundo Duval (2004), as representações semióticas são criações constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de conceito e de execução. A escrita em língua natural, a escrita algébrica e os gráficos cartesianos são exemplos de representações semióticas. Essas representações podem ser convertidas em representações equivalentes em outro sistema semiótico, mas podem tomar significações distintas para a pessoa que as utiliza.

## 1.6 Registros de Representações Semióticas

Para indicar os diferentes tipos de representações semióticas utilizados em Matemática, Duval (2003), utiliza a expressão ‘registros de representação semiótica’. Entre os exemplos de registros de representação semiótica temos: escrita em língua natural, algébrica, gráfica e tabular (tabelas). Cada uma dessas representações caracteriza um registro de representação ou sistema de representação distinto.

Segundo Duval (2003), “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação”.

As representações são consideradas, comumente, como uma simples forma de exteriorização das representações mentais para fins de comunicação, no entanto, vale ressaltar que essa visão é limitada uma vez que elas exerceram um papel primordial na construção do pensamento matemático. “O desenvolvimento das representações semióticas foi à condição essencial para a evolução do pensamento matemático” (DUVAL, 2003, p.13), ou seja, o desenvolvimento da própria matemática se deu em função dos registros usados para expressar as ideias construídas.

Sendo assim, todo pensamento matemático é expresso através de registros que precisam ser explorados com intuito de possibilitar a construção do conhecimento. De fato, os objetos matemáticos não são diretamente perceptíveis ou notáveis sem o uso de registros de representação, conforme reforça a afirmação:

> [...] diferentemente dos outros domínios do conhecimento científico, os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivelmente ou microscopicamente (microscópio, telescópio, aparelhos de medida, etc.). O acesso aos objetos passa necessariamente por representação semiótica. Além do que, isso explica por que a evolução dos conhecimentos matemáticos conduziu ao desenvolvimento e à diversificação de registros de representação. (DUVAL, 2003, p.21)

Para exemplificar, o acesso aos números não seria possível sem um sistema de representação que os denominassem.

Os registros de representação são princípios peculiares do conhecimento matemático e é a partir deles que são desenvolvidos vários tratamentos que são utilizados no estudo dos mais diversos objetos matemáticos, dado isso não podemos deixar de enfatizar a importância dos registros para produção do conhecimento, levando em conta as especificidades que cada conteúdo possui. Diante disto, podemos dizer que:

> Descartar a importância da pluralidade dos registros de representação leva a crer que todas as representações de um mesmo objeto matemático têm o mesmo conteúdo ou que seus conteúdos respectivos se deixam perceber uns nos outros como por transparência. (DUVAL, 2003, p.14)

Todo registro de representação indica um conteúdo próprio que caracteriza parte do objeto estudado. Tomar consciência dos conteúdos existentes em cada registro de representação e estabelecer relações entre eles significa apropriar-se do objeto estudado, construindo um aprendizado sólido.

Segundo a teoria de Duval, são as representações que quando convertidas em outras direcionam ao aprendizado dos objetos em estudo, nessa perspectiva, podemos inferir que tal teoria percorre pela averiguação da construção paulatina do conhecimento mediante as conversões determinadas pelas diferentes formas de representação. Consequentemente, quanto mais diversificada a representação do objeto e a conversão das diversas maneiras de representá-lo, maior a compreensão e apropriação de significado.

Como apenas se alcança o objeto estudado por meio de conversões estabelecidas entre as diferentes formas de registros de representação empregados, é de extrema importância que sejam desenvolvidos diferentes meios de abordar o mesmo objeto matemático a fim de averiguar a relação entre os registros e a melhor maneira de realizar as conversões entre elas. Em consequência Duval (2003, p. 22) afirma que “do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que, ao contrário, aparece como atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão.”

Enfim, “a compreensão em matemática implica na capacidade de mudar de registro” (DUVAL, 2003, p.21). Por isso a urgência de se desenvolver um ensino que prime em articular as diferentes representações dos objetos matemáticos a serem estudados.

Segundo a teoria de registros de representação semiótica, durante o andamento do estudo de objetos matemáticos a de se destacar duas transformações de representação semiótica que são drasticamente distintas: os tratamentos e as conversões.

Os tratamentos são procedimentos de justificação do objeto de estudo baseados em situações iguais, segundo os quais os registros permanecem num mesmo sistema de representação, seja através da escrita, de figuras, tabelas, gráficos, diagramas, dentre outros; enquanto a conversão é um método de transformação de um tratamento em outro no qual evidencia a mudança de sistema de registro com a continuação da referência ao objeto estudado.

Duval em sua teoria relata as transformações de tratamento da seguinte maneira: “os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro, por exemplo: efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação. (DUVAL, 2003, p.16)”.

Enquanto que as transformações de conversão às veem como:

> As conversões são transformações de representação que consistem em mudança de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, reconhecer a escrita algébrica de uma equação em sua representação gráfica. (DUVAL, 2003, p.16)

Duval (2003) propôs um quadro no qual evidencia a distinção entre as duas formas de transformações abordadas acima, como é visto abaixo:

**Distinção entre tratamento e conversão**

| **Transformação de uma representação semiótica em uma outra representação semiótica** | |
|---|---|
| Permanecendo no mesmo sistema: TRATAMENTO | Mudando de Sistema, mas conservando a referência aos mesmos objetos: CONVERSÃO. |
| Quase sempre, é somente este tipo de transformação que chama a atenção porque ele corresponde a procedimentos de justificação.<br>De um ponto de vista “pedagógico”, tenta-se algumas vezes procurar o melhor registro de representação a ser utilizado para que os alunos possam compreender. | Este tipo de transformação enfrenta os fenômenos de não-congruência. Isso se traduz pelo fato de os alunos não reconhecerem o mesmo objeto através de duas representações diferentes.<br>A capacidade de converter implica a coordenação de registros mobilizados. Os fatores de não-congruência mudam conforme os tipos de registros entre os quais a conversão é, ou deve ser, efetuada. |

> É comum descrever a conversão como uma associação preestabelecida entre nomes e figuras (como, por exemplo, em geometria) ou reduzi-la a uma codificação. Passar de uma equação à sua representação gráfica constituiria uma codificação em que seria suficiente aplicar a regra segundo a qual um ponto está associado a um par de números sobre um plano quadriculado por dois eixos graduados. Ou ainda, passar de uma expressão em português - como “o conjunto dos pontos cuja ordenada é superior à abscissa” - à escrita simbólica – no caso, “x>y”, seria igualmente uma codificação, como toda escrita literal de relações entre os números. (DUVAL, 2003, p.17).

Os tratamentos estão ligados à forma de representação dos objetos e não ao estudo dos mesmos. Não são regras de correspondência ou simples codificações que determinam uma conversão, mas a assimilação geral e qualitativa nas mudanças de registros.

Segundo Duval (2003), há por trás da aplicação de uma regra de decodificação para passar de uma equação a um gráfico cartesiano, a necessária articulação entre as variáveis cognitivas que são específicas do funcionamento de cada um dos dois registros. Pois são essas variáveis que permitem determinar quais as unidades de significado pertinentes, que devem ser levadas em consideração em cada um dos dois registros.

Isto explica porque a conversão não pode ser confundida com um simples tratamento ou codificação. Apesar da conversão, sob uma visão matemática não influenciar nos processos de justificação e demonstração, é de extrema importância do ponto de vista cognitivo, pois intervém justamente no processo de compreensão responsável pela construção do conhecimento, a apropriação do saber.

Diante disso, podemos entender a Teoria de Registros de Representações Semióticas como sendo a aplicação de signos (gráficos, figuras, fórmulas, escrita), pertencentes a um sistema de representação, constituída de significado e funcionamento, segundo os quais a construção do conhecimento acontece mediante a conversão estabelecida entre duas ou mais formas diferentes de registro de representação.

Cada tipo de expressão tem um modo único de representação repleta de significados e, sendo a educação um processo intermediado por uma comunicação, seja através do diálogo, gestos ou por meio da escrita, faz-se necessário articular os diferentes registros de representação empregados no processo de ensino e aprendizagem dos objetos matemáticos estudados, buscando estabelecer relação entre os mesmos.

Sendo assim, podemos citar a modelagem matemática como artifício na busca de relacionar as diferentes formas de registros de representação aos seus respectivos objetos matemáticos, pois o enredo no desenvolvimento de um modelo matemático é um processo rico e prazeroso de conversões e tratamentos.

# 2 MODELAGEM MATEMÁTICA

## 2.1 Introdução

Na busca por uma metodologia de ensino que auxilie o processo de ensino e aprendizagem de matemática, que, oportunize ao aluno uma aula motivadora e seja capaz de possibilitar a aplicação nos conteúdos de Função Afim e função quadrática, escolhemos como aporte teórico a Metodologia da Modelagem Matemática.

Neste capitulo faremos algumas considerações acerca de concepções de Modelagem Matemática. Primeiramente, fazemos uma abordagem histórica dessas concepções. Em seguida, abordamos a Modelagem Matemática no âmbito da educação matemática assim como sua aplicabilidade na sala de aula e na escola. Finalizamos este capitulo, apresentando um esquema que mostra as possíveis etapas no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, tentando assim compor um referencial teórico apoiado nas contribuições de Burak, Biembengut, Hein, PCN, mas dando enfoque ao trabalho desenvolvido por Bassanezi.

## 2.2 Um Pouco da História da Modelagem Matemática

A modelagem está presente na história da humanidade, desde os primórdios, pois sempre sebuscou alternativas para compreender o meio em que se vive, analisando soluções para melhorar sua vida e de sua comunidade.

O homem vive na busca incessante por conhecer e compreender o ambiente que o rodeia e, para fazê-lo, o homem procura explorá-lo utilizando-se, na maior parte das vezes, por sua racionalidade. Segundo Burak (2004), a capacidade do homem de raciocinar, refletir e pensar permitiu-lhe questionamentos sobre a natureza e os seus fenômenos como a chuva, o frio, o furacão, o vento, os terremotos, entre outros.

Segundo Biembengut (2009), o debate sobre modelagem e aplicações na Matemática no cenário internacional, ocorreu na década de 1960, através de um movimento chamado "utilitarista" definindo a aplicação prática da Matemática, na ciência e na sociedade, que impulsionou a formação de grupos de pesquisa sobre o tema em países como Suíça, Holanda e Dinamarca.

É conveniente citarmos alguns defensores da aplicação de modelagem como Hans Freudenthal e Henry Pollak, com parte de suas ideias condizendo com as de Felix Klein, no final do século XIX, que são retomadas e ajustadas na segunda metade do século XX por Freudenthal e Pollak. Freudenthal é reconhecido internacionalmente como sendo o fundador da Matemática realista, colocando a resolução de problemas reais, com significado, a partir de problemas práticos do cotidiano dos alunos, posição que também era defendida por Klein. Freudenthal também foi determinante para que a educação holandesa não aderisse ao movimento da Matemática Moderna, acolhido em muitos países.

Pollak é considerado um dos pioneiros na aplicação de modelagem matemática na educação. Pollak, em 1970, defendeu a interação de Aplicação e Modelagem Matemática no ensino, suas opiniões eram respeitadas, pois era membro de destaque dos Laboratórios Bell. O afinco de Pollak para aplicações e modelagem ficou visível quando ele foi palestrante no ICME-3 em 1976 e no ICTMA-3 em 1987. Vale destacar que Pollak contribuiu para assegurar a aplicação de modelagem nos currículos educacionais de muitos países.

Segundo Biembengut (2009), no Brasil os primeiros trabalhos de modelagem no ensino, foram os dos professores Aristides Camargo Barreto, da PUC/RJ, na década de 1970 e Rodney Carlos Bassanezi, da UNICAMP, com seus orientados. Aristides C. Barreto pelo que se tem registro, foi o primeiro a realizar experiências de modelagem na educação brasileira e, ainda, a representar o Brasil em congressos internacionais apresentando trabalhos sobre o tema, além de divulgar seus trabalhos em cursos de pós-graduação, artigos em revistas e anais de congressos. Rodney C. Bassanezi foi um dos maiores disseminadores, em especial por meio dos cursos de formação continuada que ministrou e de pós-graduação de modelagem que coordenou em diversas instituições de quase todos estados brasileiros. Foram identificados 23 (vinte e três) cursos de pós-graduação *Lato senso* e mais de 50 (cinquenta) de formação continuada.

Não podemos deixar de mencionar pesquisadores como, Ubiratan D'Ambrósio, João Frederico C. A. Meyer, Marcelo de Carvalho Borba, Jonei Cerqueira Barbosa, Maria Salett Biembengut e Ademir Donizete Caldeira, que bastante têm auxiliado com seus trabalhos para a disseminação da modelagem em nosso país.

## 2.3 Modelagem Matemática como Método de Ensino

A modelagem matemática como meio de ensino tem recebido grande atenção nos últimos tempos, isso se justifica ainda mais pelo aumento no corpo de literatura sobre o tema que revela a diversidade de abordagens junto as diferentes perspectivas de como e onde aplicar a metodologia no processo de ensino e aprendizagem de matemática.

Meyer *et al*. (2013 *apud* Souza) salienta que, muitas vezes, colocamos os alunos como objetos indiretos, a Matemática como objeto direto e o professor como o sujeito que ensina a Matemática. Destaca ainda, que na modelagem não é assim. Neste caso, o sujeito é o apreendedor, que é o aluno, o qual constrói seu conhecimento com interação do sujeito (aluno) com o objeto que é a Matemática.

Bunge (apud BASSANEZI, 2002) “Toda teoria específica é, na verdade, um modelo matemático de um pedaço da realidade”.

Ainda segundo Bassanezi (2013) modelagem matemática é uma nova forma de encarar a Matemática, seja como método científico ou como estratégia de ensino e aprendizagem, que tem se mostrado muito eficiente, pois o autor considera a modelagem, como a arte de transformar problemas do cotidiano dos alunos em problemas matemáticos, resolvendo-os e interpretando-os no mundo real. Ressalta, ainda, que a modelagem é um método de investigação, que contribui com a integração da Matemática com outras áreas do conhecimento.

Já (BARBOSA apud SELLA, 2016), entende a modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem, em que os alunos são indagados a investigar e questionar problemas da realidade através da Matemática, pois por meio de investigação aumentam-se as informações. Logo, o questionamento fica mais amplo, contribuindo para tornar o aluno um cidadão crítico, reflexivo e consciente dos problemas do seu cotidiano. Isto é, reforçado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que almejam a formação de um aluno criativo, crítico e reflexivo, capaz de resolver problemas, contribuindo para o exercício da cidadania.

Biembengut e Hein (2010) definem Modelagem Matemática como "uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma situação particular, mas que também sirvam posteriormente para outras aplicações”.

> "A modelagem matemática, originalmente, como metodologia de ensino aprendizagem parte de um tema e sobre ele desenvolve questões, que tentarão ser respondidas mediante o uso de ferramental matemático e de pesquisa sobre o tema. [...] O trabalho de modelagem tem como objetivo principal criar condições para que os alunos aprendam a fazer modelos matemáticos, aprimorando seus conhecimentos. Os alunos escolhem o tema e a direção do próprio trabalho, cabendo ao professor promover essa autonomia". (BIEMBENGUT; HEIN, 2010).

Dessa forma, a modelagem matemática caracteriza-se como possibilidade de atividades para serem vivenciadas em sala de aula, visando à aprendizagem dos alunos e os levando a conhecer as aplicações da matemática consolidando a imagem desta disciplina como ciência que faz parte do seu cotidiano promovendo a construção do conhecimento e desenvolvendo outros aspectos como aponta Burak (2009), quando afirma que “a relação estabelecida com o objeto matemático visa à aplicação ou à produção de conhecimento matemático. Nessa perspectiva, ocorrem aprendizagens, interações e criatividade”.

De fato, a modelagem matemática tem essa função de transportar uma situação corriqueira de linguagem comum a uma teoria matemática formalizada.

> O objetivo fundamental do “uso” de matemática é de fato extrair a parte essencial da situação-problema e formalizá-la em um contexto abstrato onde o pensamento possa ser absorvido com uma extraordinária economia de linguagem. Desta forma, a matemática pode ser vista como um instrumento intelectual capaz de sintetizar ideias concebidas em situações empíricas que estão quase sempre camufladas num emaranhado de variáveis de menor importância. (BASSANEZI, 2002)

Segundo D'Ambrósio (1986) aprendizagem é uma relação que envolve reflexão e ação, fazendo com que a realidade escolar seja modificada. Assim, quando os alunos criam modelos, que lhes permitirão elaborar estratégias, para que o problema seja entendido e resolvido, os mesmos estão usando conceitos matemáticos.

Neste sentido, utiliza a Matemática em um contexto no qual a modelagem é usada como estratégia pedagógica, visto que a modelagem matemática nos leva a formular, resolver e elaborar expressões que interesse não só a uma determinada situação particular, mas que posteriormente seja utilizada em outras situações. Com isso, tentamos aflorar o interesse desses alunos ao mesmo tempo em que eles aprendem a modelar matematicamente.

Segundo Bassanezi (2002) a modelagem matemática fomenta essa possibilidade num processo de ensino-aprendizagem em que a Matemática pode ser encarada como um jogo maior em que os perdedores são aqueles que não conseguem se divertir jogando, o que ocorre muitas vezes por falha dos treinadores que estão mais preocupados com as regras do jogo que com o próprio jogo.

Comumente, aulas com modelagem matemática fortalecem vários aspectos relacionados à aprendizagem já que relaciona resolução de problemas matemáticos a questões ligadas a realidade tornando esse aprendizado plenamente significativo e de forma natural desencadeando a retenção de conteúdos matemáticos, e consequentemente, a efetivação do conhecimento. Em contraposição a situações escolares habituais as atividades de modelagem não apresentam conceitos matemáticos antecipadamente, ao contrario disso, as peculiaridades matemáticas são retiradas pelos alunos do contexto analisado.

Segundo os PCN (2002), mais importante que transmitir informações, ou seja, conteúdos para serem reproduzidos quando solicitados, é desenvolver nos alunos habilidades que gerem novos conhecimentos a partir de outros previamente adquiridos. Por esta razão, se faz necessário repensar as práticas pedagógicas, o que é um desafio na perspectiva de resinificar o processo de ensino e aprendizagem, através de modelos matemáticos, a fim de aproximar a Matemática trabalhada em sala de aula com o cotidiano do aluno.

Os PCN (2002) apresentam a modelagem como estratégia de ensino e como metodologia interdisciplinar que pode ser compreendida como abordagem de situações do cotidiano ou de outras ciências por meio da Matemática.

## 2.4 A Modelagem na Escola

O ensino de matemática tem se deparado cada vez mais com alunos desmotivados, que perderam o interesse, o desejo por aprender. Por isso, é muito importante procurar meios de deixar as aulas de Matemática mais atrativas, buscando facilitar a compreensão de conceitos, métodos e técnicas que sejam mais cativantes para os alunos. A modelagem matemática vem com essa visão de proporcionar um ensino mais sedutor, abordando situações do cotidiano para que o aluno perceba que a matemática é algo inerente ao nosso dia a dia e, que dessa forma, possa resolver tais problemas usando modelos matemáticos com mais entusiasmo.

Bassanezi (2013) aponta que uma das justificativas interessante para o uso da modelagem em sala de aula, é que a mesma torna a aprendizagem agradável e atraente, pois usando a modelagem matemática como uma perspectiva de ensino, podemos influenciar os alunos a desenvolverem um caráter investigativo, conduzindo o mesmo a relacionar os conhecimentos previamente adquiridos, tanto escolar ou não, e a construção de novos conceitos, sendo eles matemáticos ou de outras áreas do conhecimento.

Sendo assim, é fundamental entender o potencial da modelagem matemática na sala de aula, pois torna o aluno mais criativo e rápido, além de desenvolver o censo crítico nas tomadas de decisões do cotidiano e ainda possibilitando ao aluno a utilidade do conhecimento da matemática não apenas como disciplina, mas como ferramenta para resolução de situações da própria sociedade.

Para Burak (2004), no ensino tradicional, o professor é o detentor do saber, e que o mesmo despeja nos alunos uma infinidade de conceitos e poucas aplicações, sem muito a ver com a realidade destes, enquanto na modelagem, o processo de construção do conhecimento é descentralizado, pois parte dos alunos o interesse pelos conceitos e conhecimentos que serão discutidos e problematizados.

A modelagem matemática é um instrumento capaz de ajudar o professor para que ele tenha a possibilidade de fazer a associação da Matemática com o meio em que o aluno está inserido, tornando-o um indivíduo atuante e preparado a melhorar seu ambiente, formando cidadãos críticos e conscientes de sua função na sociedade.

Barbosa (1999) aponta que são necessários alguns fatores para o uso da modelagem em sala de aula, que são: motivação, facilidade na aprendizagem, capacitação para a utilização da Matemática em diferentes áreas do conhecimento, desenvolvimento de habilidades de exploração e entendimento do papel social e cultural da Matemática. E que estes fatores motivam a autonomia nos alunos, visto que eles se sentem mais preparados, já que visualizam as funcionalidades da Matemática escolar, facilitando, assim, a compreensão de teorias matemáticas. Além disso, modelagem matemática propicia a aplicação da Matemática em problemas sociais e culturais do seu cotidiano.

É importante atentar que quando se quer trabalhar com modelagem é necessário sair da zona de conforto adaptando o currículo escolar as situações que serão propostas, de forma linear, não deixando escondidos os conteúdos matemáticos importantes para o processo que os modelos desenvolvidos não englobam. Para tal, é necessária a construção de um currículo flexível que contenham as competências e habilidades necessárias no processo e o contexto sociocultural dos alunos inseridos.

Trabalhar com modelagem matemática pode algumas vezes causar alguns imprevistos, já que nunca se sabe, ao certo, qual o rumo que as atividades irão tomar e pode chegar a certo ponto que os alunos e, até mesmo os professores, não tenham conhecimentos suficientes para desenvolver o modelo. Por isso, não se pode considerar a modelagem como método de ensino, mas sim, uma forma de problematizar esse currículo, utilizando-se de objetos matemáticos para um tipo de problema específico.

Outro possível empecilho encontrado em sala de aula é a famosa ideia, por parte dos alunos e até por professores, de que a matemática é algo pronto e acabado, que na verdade é o que acontece na maioria das aulas de matemática a sinopse conhecida o professor conceitua, algumas vezes demonstra e, por fim, aplica e o aluno, por sua vez, diante desse comportamento, acaba por achar a matemática inútil e distante, pois não vê na maior parte das vezes uma aplicação clara do cotidiano. É aí que entra o papel da modelagem contextualizando os conteúdos matemáticos contribuindo para um aprendizado significativo.

No andamento de se chegar à conclusão e interpretação de um problema real, os alunos usam fórmulas, algoritmos, estratégias, ideias matemáticas, investigam, experimentam, isso tanto coletivo quanto individual, no decorrer do processo de modelagem. Assim, eles constroem uma aprendizagem significativa de Matemática e de outras áreas do conhecimento, pois estão contextualizando esses conhecimentos com problemas vivenciados no seu cotidiano.

## 2.5 Passos para o Trabalho de Modelagem Matemática

Para o desenvolvimento dos modelos enfatizaremos a visão de Bassanezi (2013) sobre os procedimentos adotados para utilização da modelagem matemática como ferramenta metodológica de ensino e aprendizagem de Matemática.

Bassanezi (2013) classifica a modelagem nas seguintes etapas: experimentação, abstração, resolução, validação, modificação e aplicação.

1. *Experimentação*:é a obtenção dos dados, sendo eles experimentais ou empíricos, que possam ajudar na compreensão do problema, na modificação do modelo e na decisão de sua validade. É um processo puramente laboratorial ou estatístico. A contribuição de um matemático nesta fase, muitas vezes, pode ser fundamental e direcionar a pesquisa no sentido de facilitar, posteriormente, o cálculo dos parâmetros envolvidos nos modelos matemáticos.

2. *Abstração*: este procedimento deve levar à formulação do modelo, procura-se fazer a seleção das variáveis, as quais sejam claras e definidas, problematização ou formulação do problema em que os enunciados sejam explicitados de forma clara, a formulação da hipótese que direciona a investigação e permite ao pesquisador deduzir manifestações empíricas específicas.

3. *Resolução*: o modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses, por uma linguagem matemática. A resolução de um modelo está sempre vinculada ao grau de complexidade empregado em sua formulação e, muitas vezes, só pode ser visualizada através de métodos computacionais.

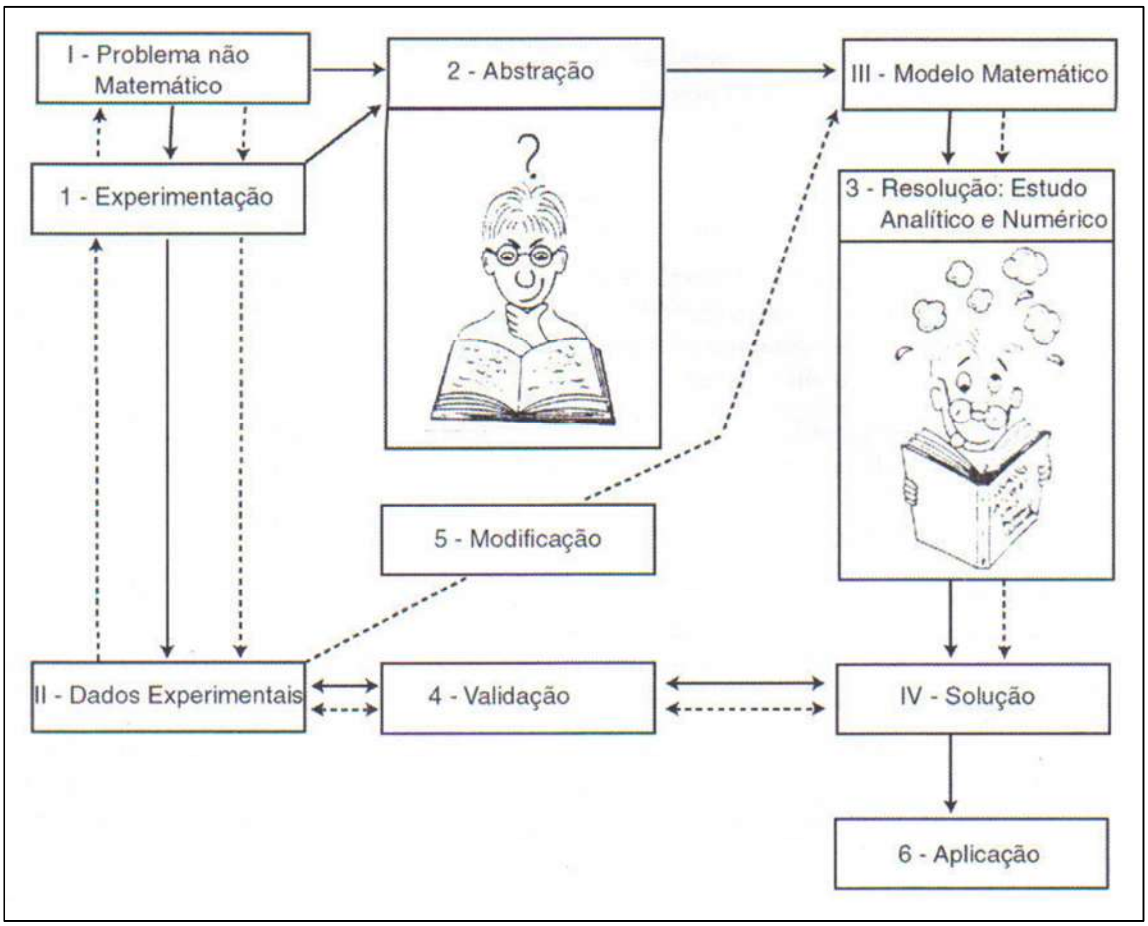
4. *Validação*: é o processo de aceitação ou não do modelo proposto, juntamente com as hipóteses que lhe são atribuídas, devem ser testados em confronto com os dados

empíricos e com os dados reais, para o qual o grau de aproximação que será preponderante para sua validação.

5. *Modificação*: caso o grau de aproximação seja rejeitado, devem-se modificar as variáveis, logo, o próprio modelo original é modificado e o processo se inicia novamente.

Segundo Bassanezi (2013), o quadro da página seguinte demonstra o esquema que o trabalho com modelagem matemática na resolução de problema deve seguir:

**Figura 1 - Esquema de modelagem matemática.**




Fonte: Sella, 2016.

Bassanezi (2002, p. 33-34) ainda destaca quanto à relevância da Modelagem Matemática quando utilizada como estratégia de ensino-aprendizagem, os seguintes pontos:

1. *Argumento formativo*– enfatiza aplicações matemáticas e a performance da modelagem matemática e a resolução de problemas como processos para desenvolver capacidade em geral e atitudes dos estudantes, tornando-os exploradores, criativos e habilidosos na resolução de problemas.

2. *Argumento de competência crítica*– focaliza a preparação dos estudantes para a vida real como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para ver e formar juízos próprios, reconhecer e entender exemplos representativos de aplicações de conceitos matemáticos.

3. *Argumento de utilidade*– enfatiza que a instrução matemática pode preparar o estudante para utilizar a matemática como ferramenta para resolver problemas em diferentes situações e áreas.

4. *Argumento intrínseco* – considera que a inclusão de modelagem, resolução de problemas e aplicações fornecem ao estudante um rico arsenal para entender e interpretar a própria matemática em todas suas facetas.

5. *Argumento de aprendizagem* – garante que os processos aplicativos facilitam ao estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados, e valorizar a própria matemática.

É importante entender que nessa proposta, o professor atua como mediador em algumas situações mais que em outras, mas o principal papel é dialogar e motivar os estudantes na busca de estratégias e soluções. Para o uso dessa estratégia é imprescindível que o professor tenha o conhecimento de seus estudantes e tenha também a sensibilidade de qual a melhor estratégia se adapta as necessidades da turma.

No capítulo 3, a seguir, apresentaremos os resultados e discussões gerados a partir do desenvolvimento desta estratégia didática.

# 3 AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Neste capítulo trataremos da aplicação e análise da avaliação diagnóstica. Esta avaliação foi formulada a partir de problemas do cotidiano e que podiam ser modeladas por funções afim e quadrática. Esta avaliação teve como objetivo identificar o conhecimento prévio dos alunos sobre o conteúdo função, bem como, planejar outras atividades que pudessem atenuar possíveis lacunas ou dificuldades de aprendizagem em matemática.

Dessa forma, posteriormente, aplicamos uma avaliação diagnóstica em duas turmas do Ensino médio, 1º Ano A e B, da Escola de Referência em Ensino Médio Henrique Justino de Melo nos dias 02 e 03/08/2017, tendo duração de duas aulas de aplicação para cada turma, totalizando quatro aulas no geral. A referida avaliação foi composto por 06 (seis) questões subjetivas foi aplicado ao total de 48 (quarenta e oito) alunos de ambas as turmas.

Os resultados e as análises obtidos através desta avaliação estarão descritos logo a seguir:

**Figura 2 - Aplicação da avaliação no 1º ano A.**

Fonte: Autor, 2017.

**Figura 3 - Aplicação da avaliação no 1º ano B.**

Fonte: Autor, 2017.

## 3.1 Resultados e Discussões

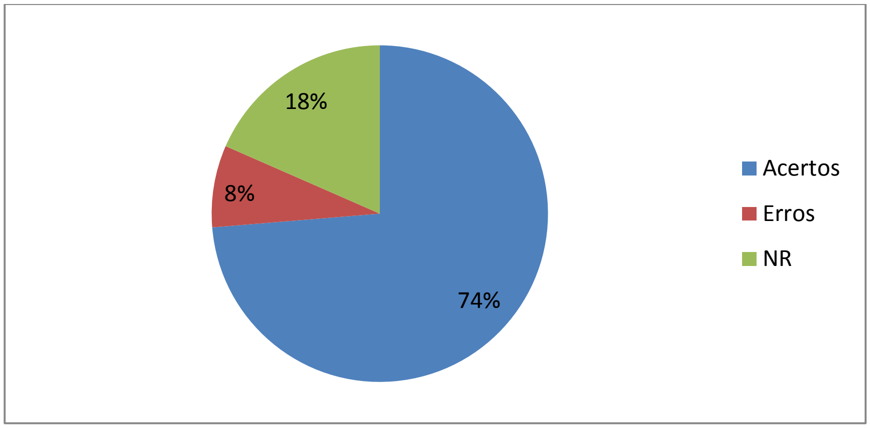
Seguimos, então, com as questões e análise da avaliação diagnóstica. Para esse fim, adotamos a sigla NR para indicar aqueles estudantes que *não responderam, erros* os que não conseguiram desenvolver uma resposta aceitável e em *acertos*, computamos também aqueles que se aproximaram ao máximo do conceito.

Seguimos, assim então, com as perguntas, respostas e análises.

1. Clóvis é presidente de um clube e responsável pela troca da água da piscina do mesmo, feita a cada três meses. A capacidade da piscina é de 17.500 litros e a vazão da torneira que a encherá é de 1.250 litros por hora. Baseado nessas informações determine o que se pede:
   a) Uma tabela expressando o acúmulo de água em relação ao tempo decorrido em horas.

Nesta questão 74% dos alunos conseguiram determinar o perímetro pedido, enquanto 8% erraram e18% não responderam.

**Gráfico 1 - Percentagens relativas à questão 1*item a*.**



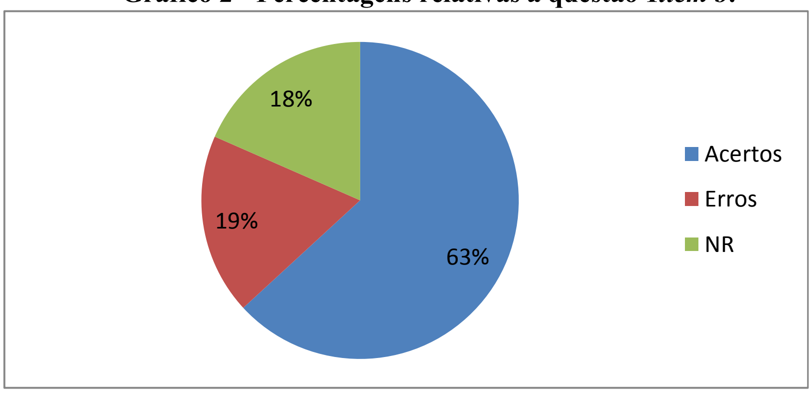

Fonte: Autor, 2017.

Observe que o índice de acerto foi expressivo ao passo que, somados os erros com os que não responderam chega a 26%. Isso nos aponta que estes estudantes, para um problema desse nível simples conseguem facilmente transpor a linguagem escrita para uma linguagem estatística.

b) O tempo em horas para que a piscina esteja com a metade de sua capacidade;

Neste quesito 63% dos alunos responderam acertadamente, enquanto 19 % erraram e 18 % não responderam.

**Gráfico 2 - Percentagens relativas à questão 1*item b*.**



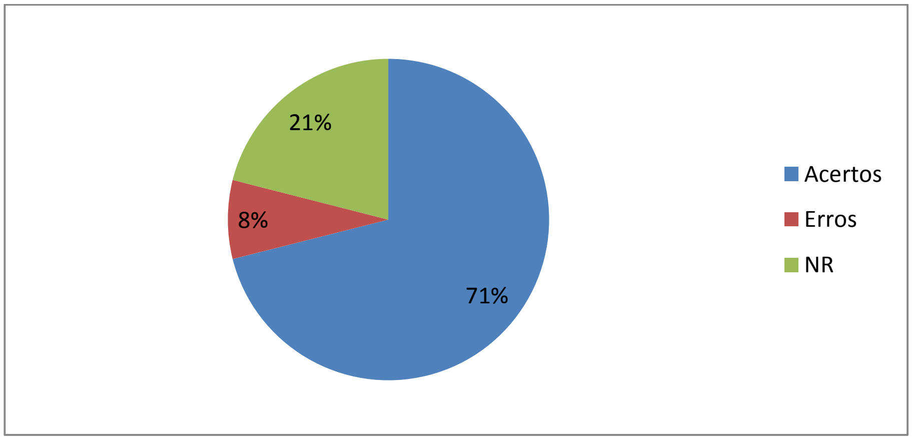

Fonte; Autor, 2017.

Percebe-se nesta etapa que aqueles que conseguiram representar os dados na tabela do quesito anterior, também tiveram facilidade em determinar em que hora a piscina estaria pela metade.

c) A quantidade de litros acumulados na décima hora;

Neste quesito 71% dos alunos conseguiram êxito, enquanto 8% erraram e 21% não responderam.

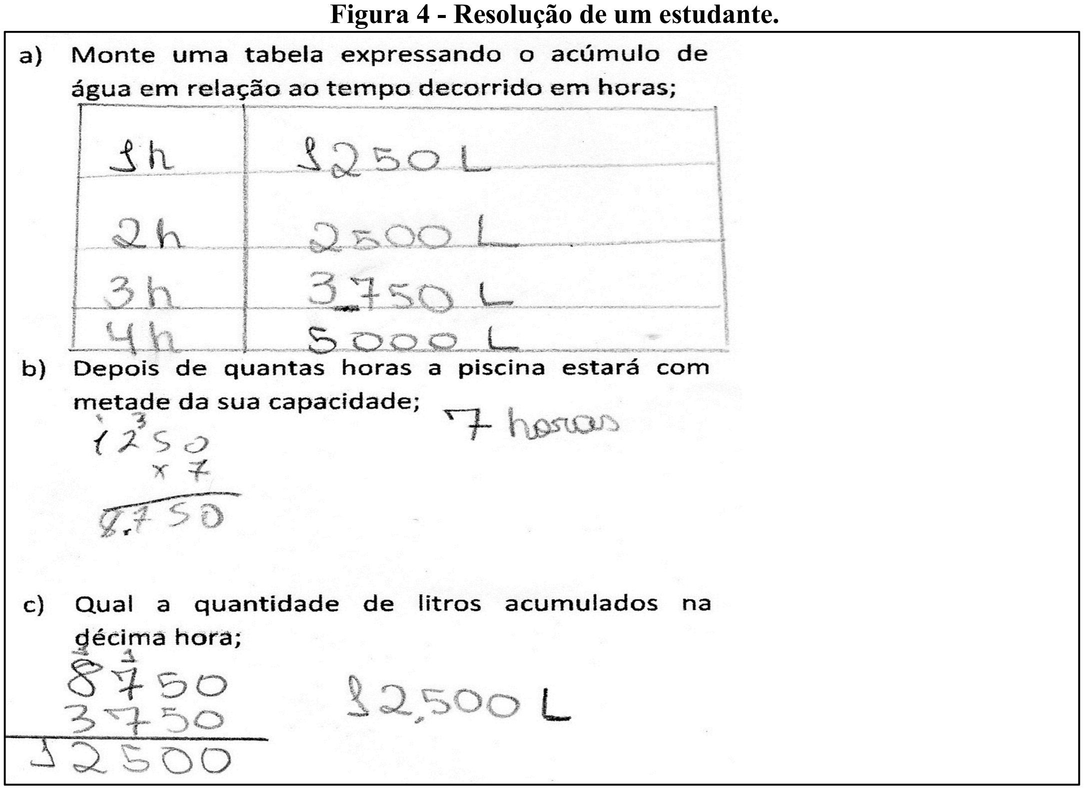
**Gráfico 3 - Percentagens relativas à questão 1*item c*.**




Fonte: Autor, 2017.

Percebe-se mais uma vez que aqueles que conseguiram representar os dados de forma clara e correta na tabela do quesito (*a*) também tiveram facilidade em determinar a quantidade de litros de água que continha a piscina na décima hora.

**Figura 4 - Resolução de um estudante.**

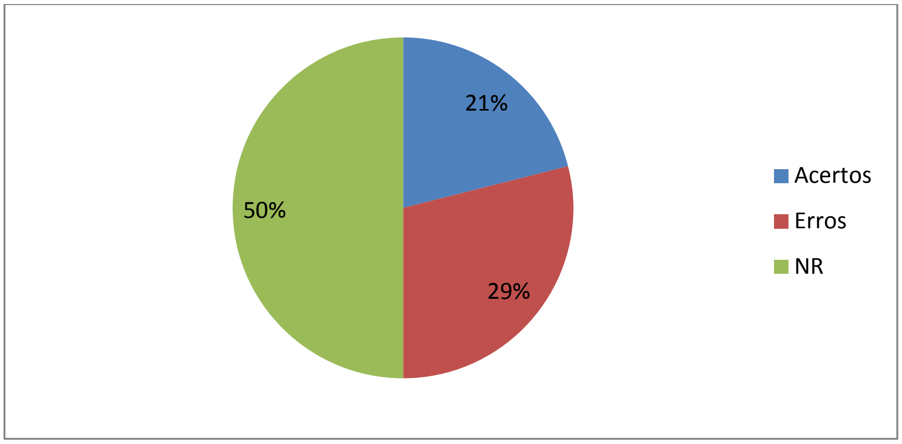



Fonte: Autor, 2017.

d) A expressão matemática que expresse a quantidade de litros de água em função do tempo.

Neste quesito 21%dos alunos conseguiram representar algebricamente o problema, enquanto 29% erraram e50% não responderam.

**Gráfico 4 - Percentagens relativas à questão 1*item d*.**



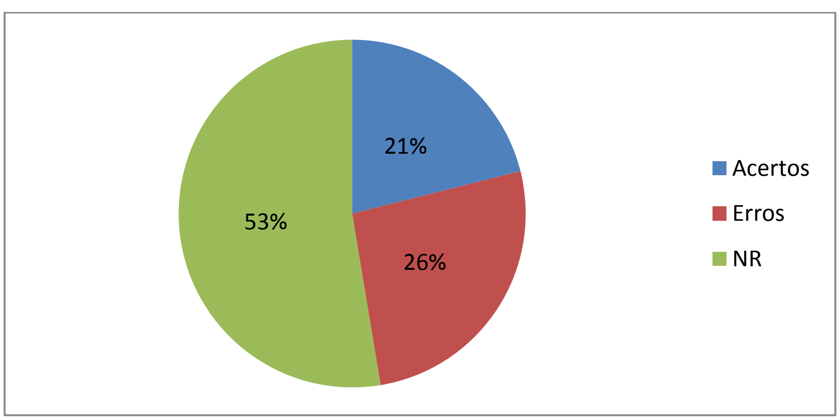

Fonte: Autor, 2017.

Nota-se, nessa questão, uma dificuldade em escrever uma expressão algébrica que modele matematicamente uma situação cotidiana. Em função disso, quando somados,metade dos estudantes errou e não responderam.

e) A expressão matemática que determine a quantidade de litros em relação ao tempo quando a piscina já está com 2.500 litros de água.

Neste quesito, 21% dos alunos conseguiram determinar a expressão matemática, enquanto 26% erraram e 53% não responderam o que é um resultado bastante expressivo.

**Gráfico 05. Percentagens relativas à questão 1*item e*.**




Fonte: Autor, 2017.

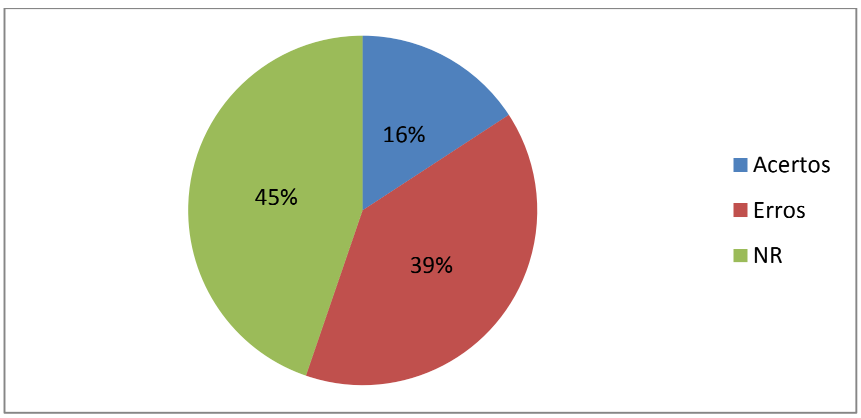
Nesta questão se evidenciou que há uma dificuldade ainda maior em fazer a conversão quando o problema envolve valores que serão fixos enquanto os demais variam entre si, visto que os estudantes que erraram juntamente com os não responderam somam 79%.

2. Um veículo trafega pela BR 101 a uma velocidade $v_0$ (acima do limite de velocidade deste local). Avistando, logo adiante, um dispositivo para controle de velocidade (radar), ele resolve reduzi-la para 90 km/h (25 m/s). Nota que, para alcançar tal feito com uma desaceleração igual a 2 m/s², gastou 5 s. Determine:

   a) Uma expressão matemática que verifique a velocidade em função do tempo;

Neste quesito, 16% dos alunos conseguiram determinar a expressão, enquanto 39% erraram e 45% não responderam.

**Gráfico 06. Percentagens relativas à questão 2*item a*.**

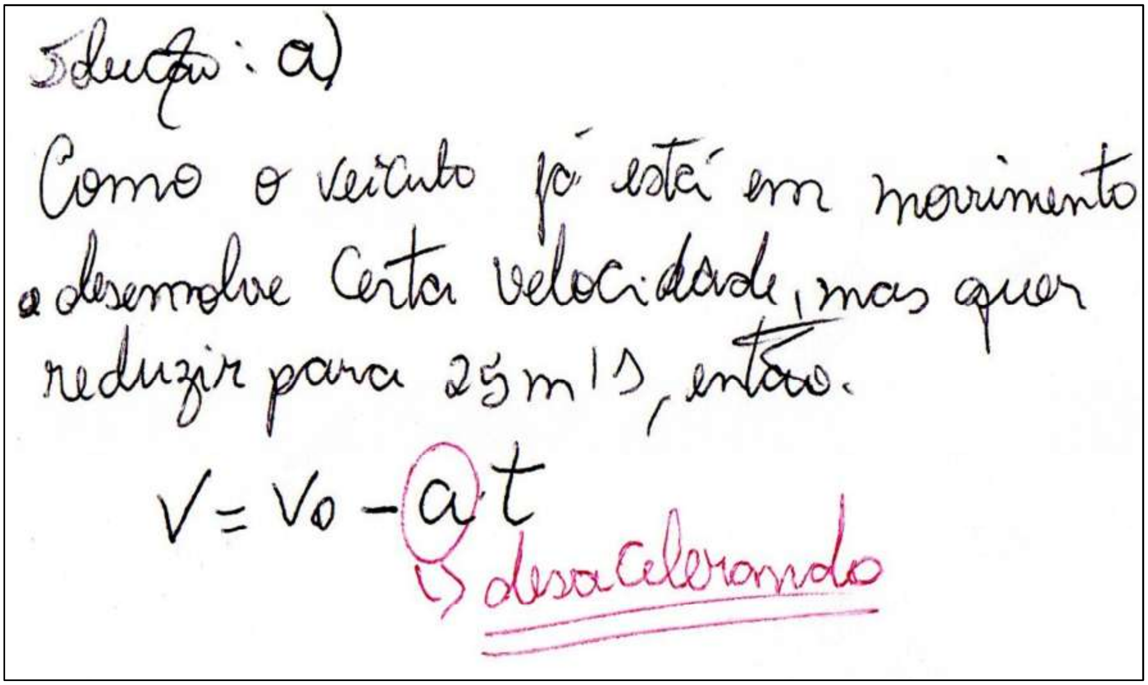



Fonte: Autor, 2017.

Mas uma vez, percebe-se a dificuldade dos estudantes em fazer essa conversão da linguagem escrita para a linguagem algébrica quando se tem envolvido no problema valores fixos que não sofrem variação. Identificou-se também, alguns casos que foram empregados determinados modelos já prontos.

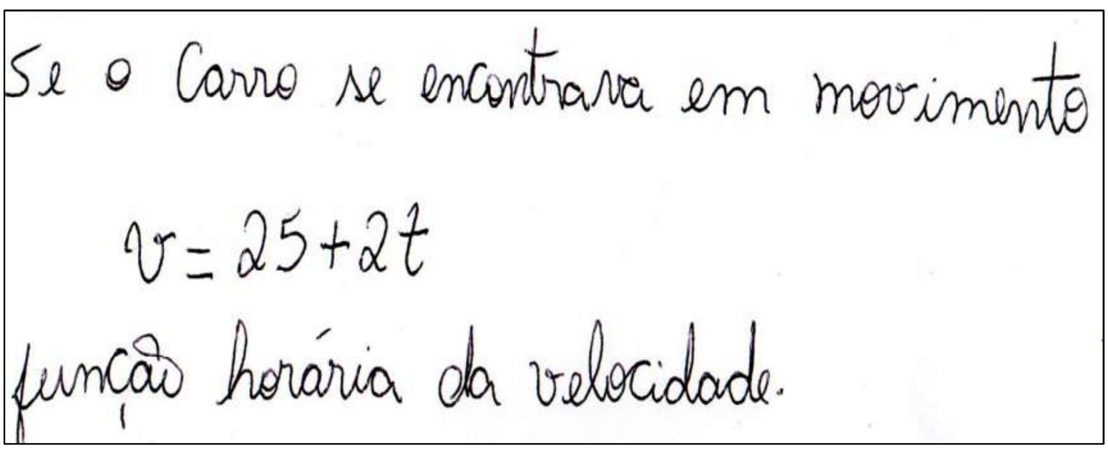
Nas figuras 05 e 06 da página seguinte, veremos esta questão respondida de forma correta e incorreta, respectivamente, por dois desses estudantes.

**Figura 5 - Expressão matemática modelada de forma correta por um estudante.**


Solução: a)
Como o veículo já está em movimento e desenvolve Certa velocidade, mas quer reduzir para 25m/s, então.
$V = V_0 - a t$
↳ desacelerando

Fonte: Autor, 2017.

**Figura 6 - Expressão matemática modelada de forma incorreta por um estudante.**

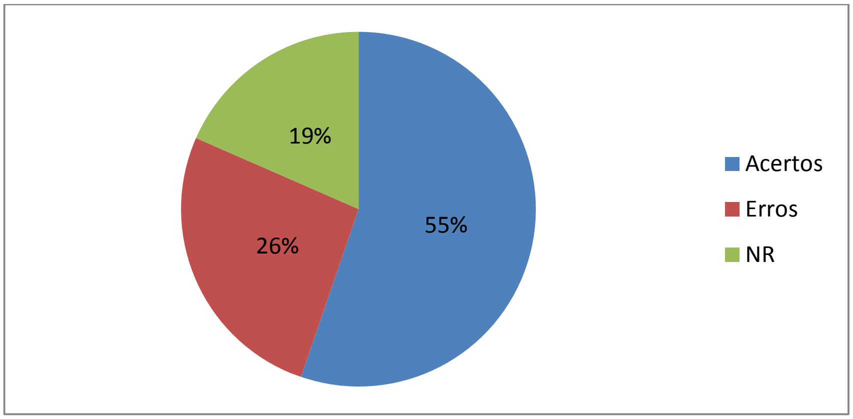

Se o Carro se encontrava em movimento
$v = 25 + 2t$
função horária da velocidade.

Fonte: Autor, 2017.

b) A velocidade $v_0$ que tinha o veículo antes de frear?

Neste quesito, 55% dos alunos conseguiram determinar o valor inicial da velocidade, enquanto 26% erraram e19% não responderam.

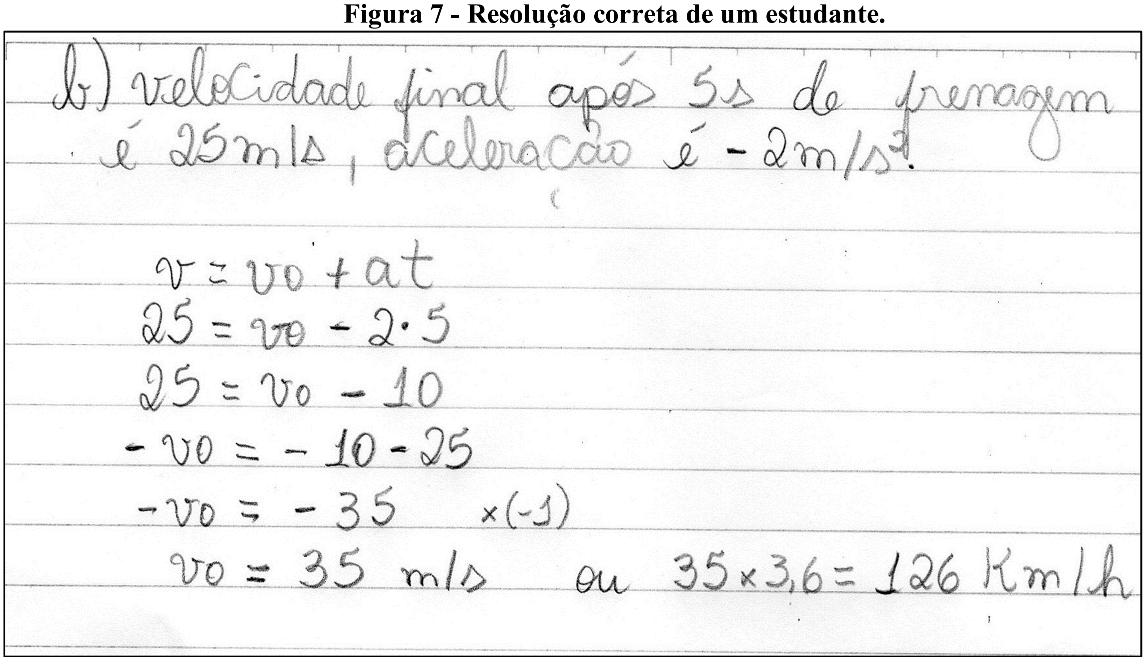
**Gráfico 7 - Percentagens relativas à questão 2 item b.**




Fonte: Autor, 2017.

Percebe-se nessa questão, um bom número de acertos visto que a conversão pode ser feita diretamente para linguagem numérica sem a necessidade de ser perpassada pela linguagem algébrica.

**Figura 7 - Resolução correta de um estudante.**



b) velocidade final após 5s de frenagem é 25m/s, aceleração é -2m/s².

$v = v_0 + at$

$25 = v_0 - 2 \cdot 5$

$25 = v_0 - 10$

$-v_0 = -10 - 25$

$-v_0 = -35 \quad \times(-1)$

$v_0 = 35$ m/s ou $35 \times 3{,}6 = 126$ Km/h

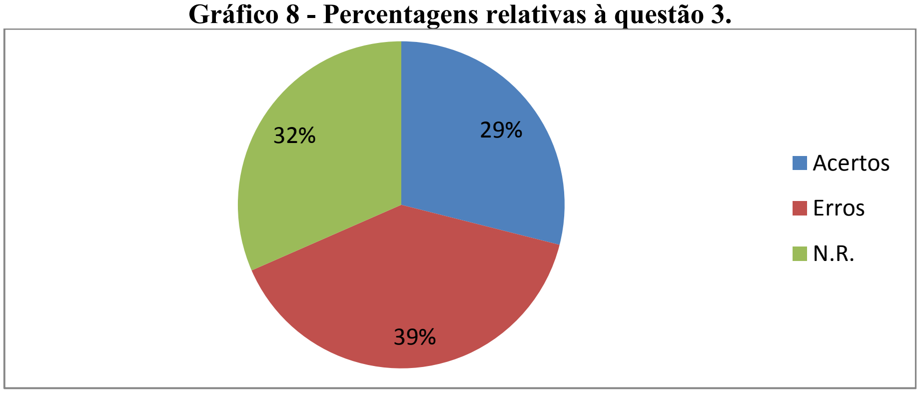
Fonte: Autor, 2017.

3. Dois colegas são caminhoneiros e trafegam diariamente em um trecho da BR 101, um deles em certo dia, partiu uma hora antes do outro colega, mantendo uma velocidade constante de 60 km/h enquanto o outro caminhoneiro ao iniciar viagem manteve 80 km/h. Diante das informações determine:

a. Uma expressão matemática para o deslocamento de cada caminhoneiro em função do tempo;
b. O tempo gasto para o colega que saiu 1 hora depois acompanhar o outro;
c. Montar um gráfico que represente o deslocamento de ambos os caminhoneiros.

Com relação a este problema, 29% dos alunos conseguiram desenvolver uma resposta elaborada e significativa, enquanto 39% erraram e 32% não responderam.

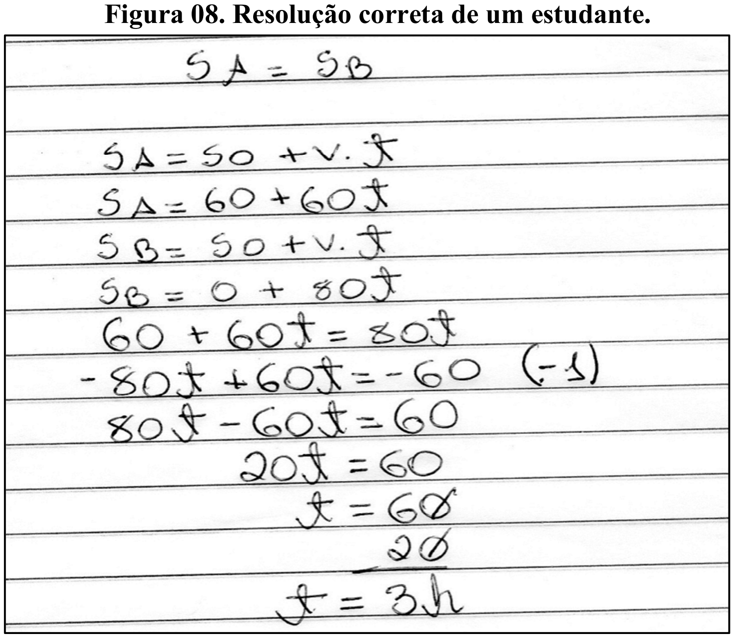
**Gráfico 8 - Percentagens relativas à questão 3.**




Fonte: Autor, 2017.

Verificou-se nesse problema, que mesmo não utilizando várias formas de tratamento e conversão, praticamente um terço dos estudantes conseguiu resolver a questão numericamente, e alguns que se utilizaram da linguagem algébrica, como vemos na solução de um aluno, expressa na figura a baixo.

**Figura 08. Resolução correta de um estudante.**

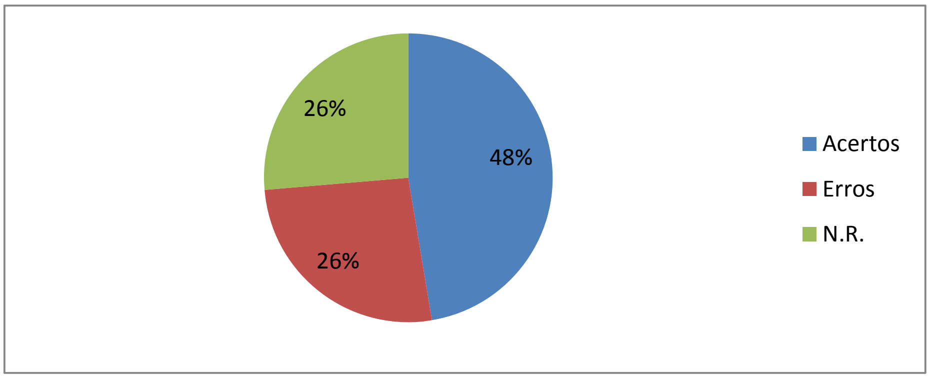



Fonte: Autor, 2017.

4. Deseja-se construir um cercado retangular com 20 m² de área. O material que possuo dá para erguer 18m de cerca. Que medidas devem ter os lados do meu retângulo?

Neste quesito, 48% dos alunos conseguiram desenvolver uma resposta elaborada e correta, enquanto 26% erraram e outros 26% não responderam.

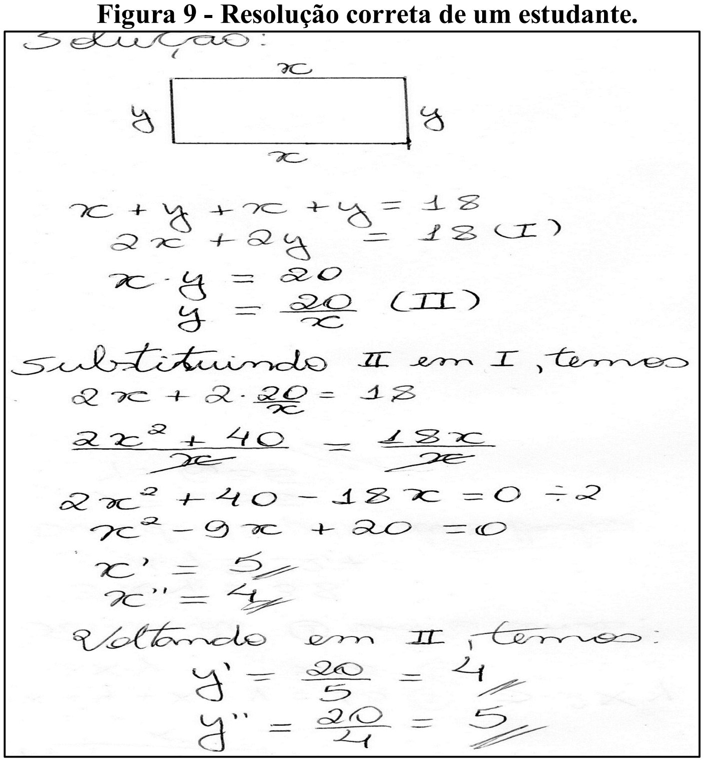
**Gráfico 9 - Percentagens relativas à questão 4.**




Fonte: Autor, 2017.

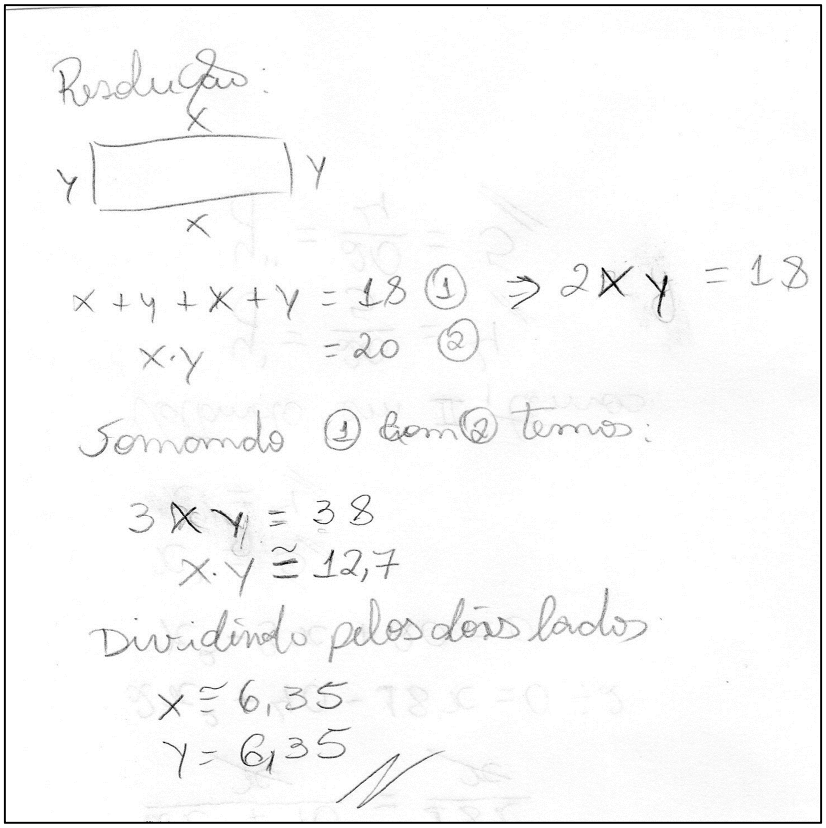
Evidenciou-se, nesse quesito, uma facilidade maior dos alunos em fazer a conversão da linguagem escrita para linguagem algébrica, houve ainda alguns casos que persistiram na resolução numérica por tentativa, mas uma grande parcela dos estudantes, tendo como base sistema de equações, conseguiu desenvolver uma resolução significativa.

**Figura 9 - Resolução correta de um estudante.**




Fonte: Autor, 2017.

**Figura 10 - Resolução incorreta de um estudante**

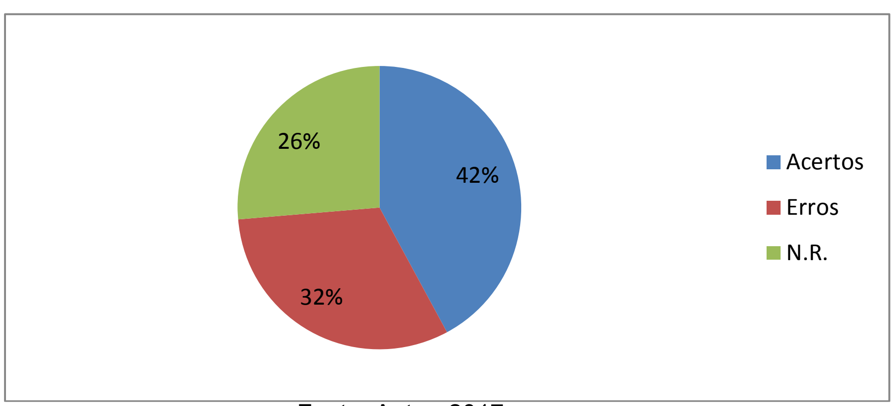



Fonte: Autor, 2017.

5. Numa corrida de táxi o custo y, onde x representa a quantidade de Km rodados, é calculado a partir do valor fixo (bandeirada) de R$3,70 mais R$4,30 por cada Km rodado. Determine, então, a Lei Matemática que modela esta função e esboce seu gráfico.

Neste quesito, 42% dos alunos conseguiram desenvolver uma resposta elaborada e correta, enquanto 32% erraram e 26% não responderam.

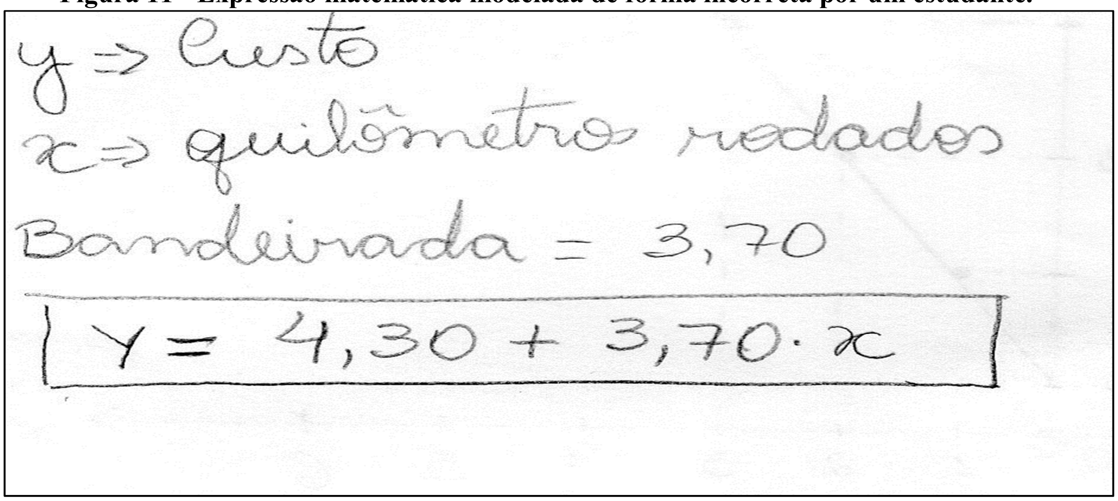
**Gráfico 10 - Percentagens relativas à questão 5.**




Fonte: Autor, 2017.

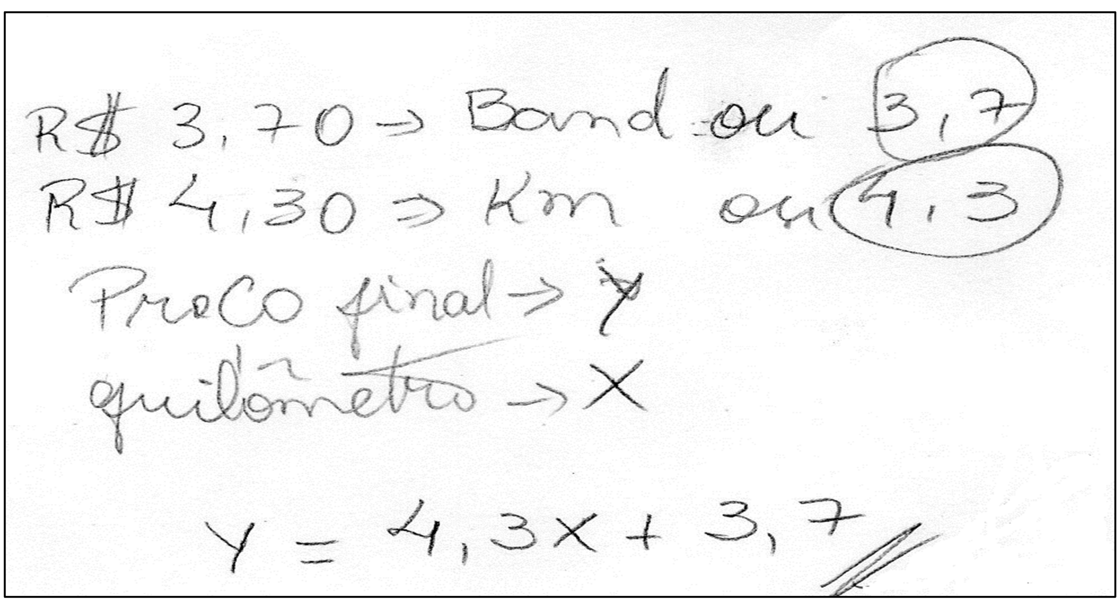
Embora o percentual de acerto tenha sido de 42%, o que esperávamos, nesta questão, é que tivéssemos um percentual maior de acertos, pois conceitos necessários para resolver tal questão foram trabalhados no ano anterior. Observamos que se somarmos o percentual de *erros* e o percentual *não respondeu* temos 58% de estudantes dentro deste grupo. Contudo, ainda tivemos um percentual significativo de estudantes que conseguiram fazer a conversão e o tratamento necessários para chegar à solução do problema. Notou-se também, uma dificuldade expressiva no esboço do gráfico, o que é preocupante, pois estamos tratando de estudantes do 1º Ano do Ensino Médio.

**Figura 11 - Expressão matemática modelada de forma incorreta por um estudante.**



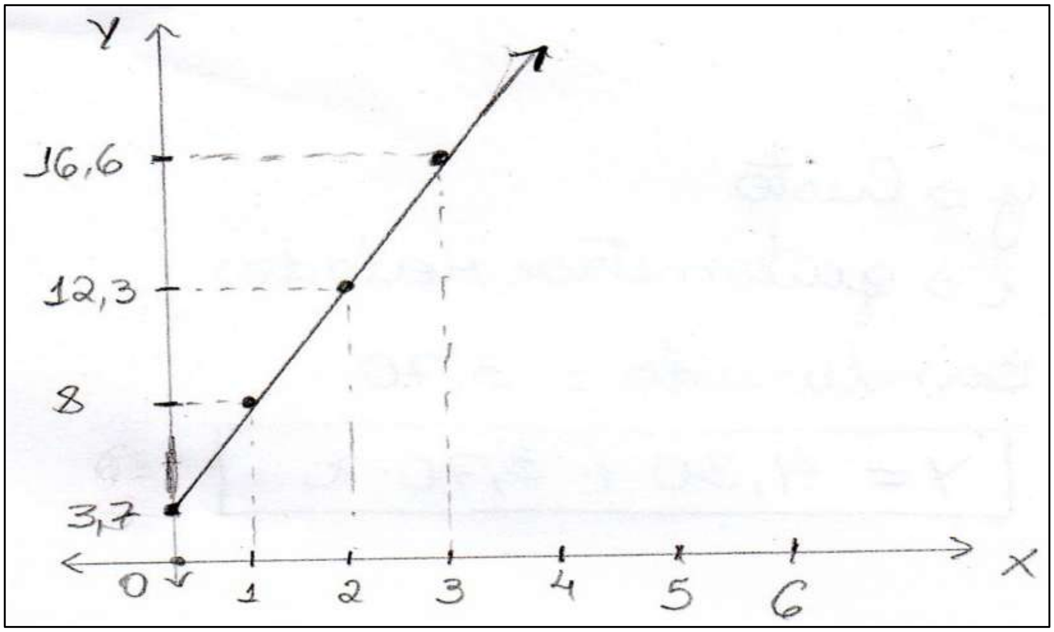

Fonte: Autor, 2017.

**Figura 12 - Expressão matemática modelada de forma correta por um estudante.**




Fonte: Autor, 2017.

**Figura 13 - Resolução gráfica correta de um estudante.**

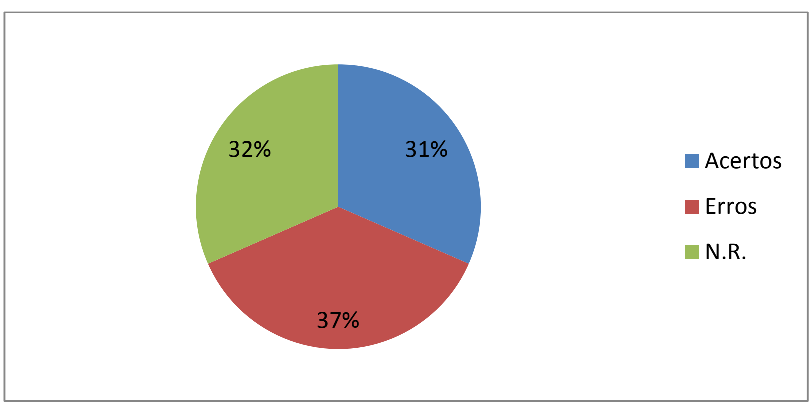



Fonte: Autor, 2017.

6. Duas empresas A e B têm ônibus com 50 assentos cada. Em uma excursão de Garanhuns a Caruaru, as duas empresas adotam os seguintes critérios de pagamento: A empresa A cobra R$25,00 por passageiro mais uma taxa fixa de R$400,00. A empresa B cobra R$30,00 por passageiro mais uma taxa fixa de R$250,00. Pergunta-se: Qual é o número mínimo de excursionistas para que o contrato com a empresa A fique mais barato do que o contrato da empresa B? Represente graficamente esta situação.

No que se refere a esta questão, notou-se que 31% dos alunos conseguiram desenvolver uma resposta correta, enquanto 37% erraram e 32% não responderam.

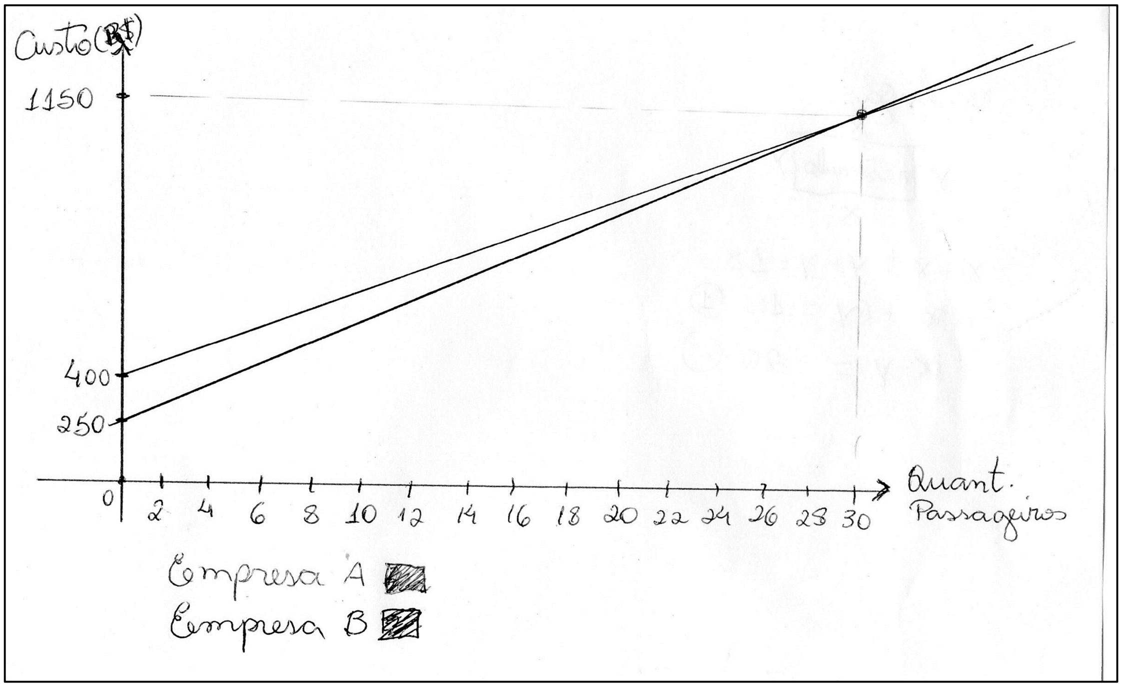
**Gráfico 11 - Percentagens relativas à questão 6.**




Fonte: Autor, 2017.

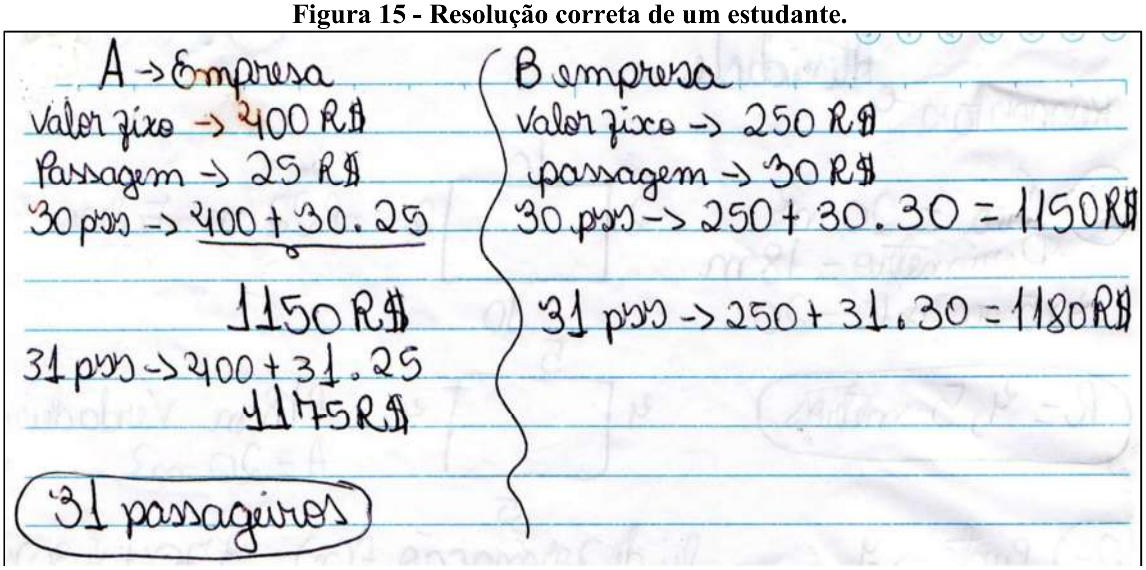
Nota-se que os resultados dessa questão também chamam a atenção para um alto percentual de erros e de estudantes que não souberam ou não quiseram responder, apesar desse detalhe, basicamente um terço dos estudantes conseguiu fazer a conversão da linguagem escrita para a linguagem algébrica, auxiliando-os na resolução do problema. Mais uma vez, percebe-se uma dificuldade acentuada na representação gráfica da solução.

**Figura 14 - Resolução gráfica correta de um estudante**




Fonte: Autor, 2017.

**Figura 15 - Resolução correta de um estudante.**




Fonte: Autor, 2017.

**Figura 16 - Resolução gráfica correta de um estudante.**


Fonte: Autor, 2017.

De modo geral, os resultados não são animadores, o que nos leva a refletir de qual forma foram trabalhados esses conceitos de resolução de problemas no ensino fundamental. Percebeu-se uma acentuada dificuldade dos estudantes em conceitos matemáticos básicos como operações com inteiros, além da dificuldade em interpretação textual. Este último influencia de forma direta quando se está trabalhando com problemáticas.

Diante desse fato, no capítulo seguinte, trazemos algumas propostas de sequências didáticas que venham a contemplar, de forma significativa, os temas analisados acima baseados nos conceitos da modelagem matemática e a Teoria Registro de Representação Semiótica de Duval.

# 4 PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Seria incoerente falar em modelagem e não justificar com algo prático aplicado em sala de aula. Neste capítulo, será apresentada uma proposta de uma sequência didática sobre modelagem matemática evidenciando também o processo de registros de representação Semiótica de Duval, a qual será aplicada em uma turma de 1º Ano do Ensino Médio do turno matutino com 48 alunos, da EREM Henrique Justino de Melo, no município de Jucati-PE. A maioria desses alunos são filhos de agricultores que, mesmo residindo na cidade (zona urbana), desenvolvem a maioria das suas atividades na zona rural, além disso, o município está inserido em uma área que vinha sofrendo com a seca dos últimos 6 (seis) anos. Conforme este cenário,então, verificou-se uma situação conveniente para trabalhar com modelagem.

Em um primeiro momento, foi solicitado à turma sugestões para temas que poderiam ser trabalhados. Com muita timidez, foram surgindo temas como desperdício de água, cuidados com o lixo e reciclagem, produção agrícola, compras, etc. Com os temas elencados, procuramos promover discussões sobre qual tema seria abordado. Neste momento, os alunos deram suas opiniões, defenderam seus pontos de vista, chegando a um consenso que os temas: desperdício de água e diante de um questionamento de um aluno sobre uma tabela de preço de estacionamento e o preço final a se pagar, compras e situações envolvendo área, ficaram como temas abordados no desenvolvimento da modelagem.

Tendo escolhido o tema, os alunos fizeram uma pesquisa, sobre meios de distribuição de água, formas de economia desde a captação até o uso dos consumidores, bem como, uma pesquisa sobre o preço médio cobrado em estacionamentos das proximidades.

O próximo passo foi aplicar uma avaliação diagnóstica com intuito de analisar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre as diferentes formas de representação, conversão e tratamento.

**Apresentação**

A sequência didática, sendo um conjunto de atividades pedagógicas organizadas sistematicamente, tem como principal objetivo servir como um instrumento que permite promover o entendimento, requerendo o envolvimento do docente e dos discentes.

Dessa forma, uma sequência didática ao utilizar modelos didáticos, enriquece as aulas ao contribuir para a compreensão do conteúdo relacionado e ao despertar nos estudantes, um maior interesse sobre o conteúdo abordado, uma vez que, possibilita a visualização do processo de aprendizado.

Diante disso, propomos, a seguir, algumas situações onde o objetivo principal será determinar um modelo para cada situação problema.

## 4.1 Vazão de uma Torneira

**Situação Problema**

Por causa da seca que atinge a região do sertão nordestino, moradores de uma cidade desta região se deparam com a necessidade de construir um reservatório de água, já que o abastecimento agora só será feito a cada 15 dias. Um estabelecimento comercial decidiu construir esse reservatório na forma de um paralelepípedo com as seguintes dimensões: 3m de largura, 4m de comprimento e 2m de profundidade. A companhia de distribuição libera um fluxo de água constante do qual são despejados 17 litros de água por minuto.

**NÍVEL ESCOLAR:** 1º ano do Ensino Médio

**DURAÇÃO:** 3 aulas (50min.cada)

**OBJETIVO:** Expressar um modelo matemático que determine a vazão de água em relação ao tempo gasto e efetuar diversas formas de representação como meio que venha gerar aprendizagem.

**CONTEÚDOS:** Expressões algébricas, Equações do 1º grau, Sistemas de equações, Função do 1º grau, Noções de Estatística.

**SEQUÊNCIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM:**

**ETAPA 1 (1 aula): Conhecimentos prévios dos alunos sobre distribuição de água e desperdício da mesma.**

Foi proposto reunir a turma em grupos onde os alunos teriam que escrever os seus conhecimentos já adquiridos sobre o tema, no intuito de obter o conhecimento prévio do educando sobre como ocorre a distribuição de água, eficiência e meios que diminuam o desperdício desta, como formas de conscientização da população.

Após esse breve levantamento, foi apresentado teoricamente o funcionamento das companhias de distribuição assim como as medidas que já são adotadas no combate ao desperdício de água.

**ETAPA 2 (1 aula): Anotação e organização estatística dos registros.**

Foi proposto aos alunos que estimem volumes de água para diferentes instantes de tempo baseados no enunciado do problema, com o intuito de que os estudantes percebessem a relação entre as duas grandezas.

**ETAPA 3 (1 aula): Determinação do modelo e representação gráfica.**

Com base na tabela produzida definir uma expressão algébrica que relacione a vazão para qualquer instante de tempo e, ainda, com os dados da tabela, produzir um gráfico de linhas que defina visualmente o problema.

**AVALIAÇÃO:** Para avaliar o aprendizado dos alunos sobre o conteúdo abordado, após ter realizado as atividades, aplicamos algumas atividades similares para a consolidação da construção do conhecimento.

## 4.2 Estacionamento Rotativo

**Situação Problema**

O aumento na quantidade de veículos em nossas cidades tem causado problemas aos condutores na hora de estacionar seus veículos em vias públicas. Em função disso, a solução tem sido buscar os estacionamentos privados. Em um determinado estacionamento são cobrados R$ 3,00 pela primeira hora e R$ 2,50 por cada hora adicional. Sabe-se que o valor total a ser pago por um período neste estacionamento é y e o número de horas em que um veículo ficou estacionado é x.

**NÍVEL ESCOLAR:** 1º ano do Ensino Médio

**DURAÇÃO:** 3 aulas (50min.cada)

**OBJETIVO:** Expressar um modelo matemático que determine o valor final a ser pago por uma quantidade *x* de horas em que esse condutor utilizou o estacionamento. Efetuar diversas formas de representação que os propiciem uma melhor aprendizagem.

**CONTEÚDOS:** Expressões algébricas, Equações do 1º grau, Função do 1º grau, Noções de estatística.

**SEQUÊNCIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM:**

**ETAPA 1 (1 aula): Conhecimentos prévios dos alunos sobre situações análogas.**

A turma foi dividida em grupos de dois ou três alunos. A cada grupo solicitamos que escrevam três situações, relacionando duas grandezas, em que uma delas dependa da outra. Na sequência, os grupos compartilharam suas escolhas. Esperou-se aqui que os grupos trouxessem situações como: o preço a ser pago por uma quantidade de pão francês na padaria depende do peso comprado; o valor pago ao final de *x* horas em um estacionamento depende do número de horas que o carro fica estacionado, dentre outras. Seguimos com uma discussão sobre as situações apresentadas, neste momento fizemos alguns questionamentos aos grupos sobre, por exemplo, quais outros termos nós temos que usar quando queremos dizer que uma grandeza depende da outra para ser definida? Esperamos que a expressão "em função de" seja mencionada durante a discussão. Finalizamos com a formalização do conceito de função.

**ETAPA 2 ( 1 aula): Anotação e organização estatística dos registros.**

Foi proposto aos alunos que estimem valores para diferentes quantidades de horas que o veículo fica no estacionamento, baseados no enunciado do problema, com intuito de que os estudantes percebam a relação entre as duas grandezas.

**ETAPA 3 ( 1 aula): Determinação do modelo e representação gráfica.**

Baseado na tabela produzida, definir uma expressão algébrica que sirva para qualquer espaço de tempo de utilização do estacionamento e, ainda com os dados da tabela produzir um gráfico de linhas que defina visualmente o problema.

**AVALIAÇÃO:** Nesta sequência didática avaliamos os alunos sobre o conteúdo abordado, propondo algumas atividades similares para verificarmos a aprendizagem gerada.

### 4.3 Custo-Benefício na Obra.

**Situação Problema**

Uma casa de material de construção está com uma promoção.Nas compras superiores a 80m² de porcelanato, o cliente recebe 10% de desconto. Mário que está construindo um estabelecimento comercial se interessa pela promoção, o futuro estabelecimento de Mário tem forma retangular com 7,3 metros de frente por 13,5 metros de fundos. Baseado nas informações e como Mário gosta muito de matemática ele busca encontrar uma sentença algébrica que o ajude a calcular esse custo final do material (porcelanato) diretamente, como Mário terá que proceder?

**NÍVEL ESCOLAR:** 1º ano do ensino médio

**DURAÇÃO:** 3 aulas (50min.cada)

**OBJETIVO:** Expressar um modelo matemático que determine o custo do material gasto em função da área ocupada pela sala e do preço do material. Efetuar diversas formas de representação como forma de instrumento que os levem ao melhor entendimento e prática.

**CONTEÚDOS:** Expressões algébricas, Equações do 1º grau, Sistemas de equações, Função do 1º grau, estatística.

**SEQUÊNCIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM:**

**ETAPA 1 (1 aula): Conhecimentos prévios dos alunos sobre construção e áreas de figuras planas.**

Dividimos a turma em grupos, os quais se reuniram em momentos não letivos. Devendo estes utilizar seus conhecimentos prévios sobre o tema e juntos fazerem uma pesquisa de preço do material a ser utilizado e, posteriormente, construir uma tabela relacionando preço e qualidade.

**ETAPA 2 (1 aula): Anotação e organização estatística dos registros.**

Foi proposto aos alunos que estimem valores variados para o material e o organizem em tabelas, com intuito deque os estudantes percebam a relação entre as variações nos preços e nos custos finais da obra.

**ETAPA 3 (1 aula): Determinação do modelo e representação gráfica.**

Baseado na tabela produzida e em toda a experiência de pesquisa definir uma sentença algébrica matemática, considerando y (custo final) e x (quantidade de m²), que sirva para qualquer preço determinado e posteriormente ainda com os dados da tabela produzir um gráfico de linhas que defina visualmente o problema.

**AVALIAÇÃO:** A avaliação se dará com a resolução algumas atividades similares para a consolidação da construção do conhecimento.

## 4.4 Dilema no Estacionamento

**Situação Problema**

Dois estudantes ao saírem da escola ficaram conversando na varanda da casa de um deles, que se encontra exatamente na frente de um estacionamento. Um deles por curiosidade começou contar quantos pneus tinha no estacionamento olhando automóveis e motocicletas, onde constatou que tinham 212 rodas. Vendo isso, seu colega contou o total de veículos no estacionamento chegando a 76 veículos. Como acharam a diferença muito grande entre a quantidade de veículos e de pneus, juntaram na empreitada de descobrir uma fórmula matemática que resolvesse o problema. Como vocês resolveriam esse problema?

**NÍVEL ESCOLAR:** 1º ano do ensino médio.

**DURAÇÃO:** 2 aulas (50min.cada)

**OBJETIVO:** Expressar um modelo matemático que determine a quantidade exata de automóveis e motocicletas, efetuando diversas formas de representação como forma de os levarem ao um melhor entendimento e prática.

**CONTEÚDOS:** Expressões algébricas, Equações do 1º grau, Sistemas de equações, Função do 1º grau, Noções de Estatística.

**SEQUÊNCIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM:**

**ETAPA 1 (1 aula): Conhecimentos prévios dos alunos sobre o tema e anotação e organização estatística dos registros.**

Foi proposto reunir a turma em grupos de três ou quatro alunos os quais devem debater sobre o problema baseado em seus conhecimentos já adquiridos sobre o tema, no intuito de obter o conhecimento prévio do aluno a respeito de quantos pneus tem um automóvel ou uma motocicleta e se considera as rodas estepes ou não.

Propusemos aos alunos que produzissem tabelas com diferentes tipos de cada veículo, tentando um caminho intuitivo para o problema, facilitando posteriormente a representação algébrica.

**ETAPA 2 ( 1 aula): Determinação do modelo e representação gráfica.**

Baseado na tabela produzida definir uma sentença algébrica matemática que sirva para determinar a quantidade de carros e motos.

**AVALIAÇÃO:** A avaliação deu-se por meio da resolução de algumas atividades similares, possibilitando-os consolidar o conhecimento adquirido.

### 4.5 Controle de Epidemia

#### Situação Problema

A seca dos últimos anos tem castigado o semiárido e o sertão nordestino. Mesmo no período de chuvas escassas, o pouco volume de chuvas que atinge esta região traz outro mal consigo: o aumento de epidemias causadas, principalmente, através das picadas dos mosquitos *Aedes aegypti* infectados com vírus da dengue, zica vírus e chikungunya. Reportamo-nos então a uma certa cidade que no último ano registrou, nos três meses iniciais a incidência dos seguintes casos: primeiro mês 67 casos, no segundo mês 117 casos e no terceiro mês 167 casos. Foi verificado que a incidência de casos continuou no mesmo ritmo até o fim do ano causando muitos transtornos nessa cidade.

**NÍVEL ESCOLAR:** 1º ano do ensino médio.

**DURAÇÃO:** 3 aulas (50min.cada)

**OBJETIVO:** Expressar um modelo matemático que estime a quantidade de casos da determinada doença com a passagem dos meses naquele ano e efetuar diversas formas de representação que os ajudem a um melhor entendimento do conteúdo o matemático estudado.

**CONTEÚDOS:** Expressões algébricas, Equações do 1º grau, Função do 1º grau, Noções de estatística.

**SEQUÊNCIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM:**

**ETAPA 1 ( 1 aula): Conhecimentos prévios dos alunos sobre o significado de epidemia e seus efeitos na comunidade.**

Propusemos reunir a turma em duplas, as quais devem debater sobre o problema com base em seus conhecimentos já construídos sobre o tema. Neste momento, observamos o conhecimento que eles já trazem consigo.

**ETAPA 2 ( 1 aula): Anotação e organização estatística dos registros.**

Foi proposto que os alunos produzam tabelas com dados do ano inteiro tentando um caminho intuitivo para a solução do problema, facilitando posteriormente a representação gráfica e algébrica.

**ETAPA 3 ( 1 aula): Determinação do modelo e representação gráfica.**

Tomando por base a tabela produzida, definir uma sentença algébrica matemática que possibilite determinar a quantidade de casos no fim do ano corrente e também ao fim de cada mês, ainda podendo estimar o risco de epidemias futuras, e posteriormente ainda com os dados da tabela, produzir um gráfico de linhas que defina visualmente o problema.

**AVALIAÇÃO:** Como forma de avaliar o aprendizado dos alunos sobre o conteúdo abordado, após ter realizado as atividades, propomos algumas atividades similares para a consolidação da construção do conhecimento.

Logo após a aplicação da avaliação diagnóstica foram analisados o desenvolvimento e resultados obtidos, levando em consideração cada etapa e não apenas o resultado final e, posteriormente, aplicação das sequências acima, com intuito de sanar possíveis dificuldades detectadas na avaliação diagnóstica.

# 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Utilizar a Modelagem Matemática é tarefa difícil, pois exige muito empenho do professor. As atividades devem ser bem elaboradas e planejadas, propiciar motivação no ensino dos conteúdos disciplinares e ao mesmo tempo não atrapalhar o bom andamento da aula. Para tal, o professor precisa de muito tempo e engajamento com o processo.

Diante disso, se vai contra os currículos rigorosos, que a maioria dos estabelecimentos de ensino adota, pois é indiscutível que em muitas escolas os conteúdos matemáticos são trabalhados de forma rígida, sem contextualização com o cotidiano em que o estudante está inserido, sem possibilitar questionamentos dos alunos.

A Modelagem Matemática assim como a teoria de registro de representação semiótica muda o papel do professor, de detentor do conhecimento para facilitador. O professor, além de ter domínio de conteúdo, ele deve estar aberto aos questionamentos e às sugestões dos alunos. Ao mesmo tempo, muda o papel dos alunos, tornando-os corresponsáveis pela construção do conhecimento.

O trabalho contou com referencial teórico baseado nos principais autores e estudiosos sobre os temas abordados. Tendo coerência com as aulas de matemática na educação básica, pesquisadores estes que há muito tempo vêm contribuindo para a melhoria do ensino de matemática em todos os níveis de ensino.

As temáticas escolhidas assim como a sequência didática proposta pode servir como oportunidade não apenas de aprendizado matemático, mas também para a formação crítica dos estudantes, ajudando-os a estabelecer metas de consumo, assim como verificar se o que pagam por determinado serviço prestado está correto ou não.

O desenvolvimento deste trabalho foi uma experiência nova e gratificante. Possibilitou reconhecermos que para fazer um trabalho docente de qualidade é essencial que o professor saia da zona de conforto, interaja com os estudantes e esteja em constante formação cognitiva, social e, principalmente, humana.

Entendemos que diante dos resultados da avaliação diagnóstica, a sequência didática proposta terá papel fundamental na construção do conhecimento desses estudantes, visto que o professor que opta por utilizar um material dessa natureza está buscando levar ao seu estudante um ensino de qualidade, com significância e utilidade para o seu cotidiano.

> Como sabemos, não existe uma receita para ensinarmos, bem como não há garantias de que esta ou aquela estratégia didática irá sempre funcionar. O

> que existe, de fato, é uma busca incessante, por parte de muitos professores, em procurar melhores caminhos para chegar ao objetivo almejado: a aprendizagem (ALBUQUERQUE, 2017, p. 124).

Após os estudos feitos para elaboração deste trabalho, percebemos que o uso da Modelagem Matemática associada à TRRS traz ganho ao processo de ensino e aprendizagem, pois possibilita aos alunos a conexão entre a matemática da escola com a matemática do seu cotidiano e aos professores uma dinâmica melhor na sua prática pedagógica e consequentemente na sua forma de avaliar.

Além disso, no processo de ensino e aprendizagem, observamos como positivo, a interação entre professor e aluno. Portanto, tivemos a oportunidade de repensar a nossa prática pedagógica a partir desses dois conceitos, modelagem matemática e a teoria de registro de representação semiótica melhorar como ser humano e professor. Como também entender melhor como os estudantes assimilam os conceitos de diferentes objetos matemáticos.

Aspiramos que este trabalho venha estimular outros professores a trabalharem respaldados pela modelagem matemática e teoria de registro de representação semiótica e sirva como referência para ações futuras.

# REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, Erenilda S. da C. **Geometria e Arte: Uma proposta metodológica para o ensino de geometria no sexto ano.**Dissertação de mestrado *PROFMAT-UFAL, 2017.*

BARBOSA, J. C.**O que pensam os professores sobre Modelagem Matemática?** Zetetiké, 7:67-85,1999.

BASSANEZI, Rodney C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia.** São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, Maria S. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira:** das propostas primeiras às propostas atuais. Alexandria, 2(2):7-32,2009.

______________, Maria S. **Modelagem matemática & implicações no ensino e na aprendizagem de matemática.** 2. ed. Blumenau: Edfurb, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/ Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio.** Brasília: MEC/SEF. 1999. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf. Acesso em 15 de janeiro de 2013.

BURAK, D. (2004). Modelagem matemática e a sala de aula. *In*: **Anais do I EPEM-Encontro Paranaense da Modelagem na Educação Matemática.**Nov 3-5, Londrina/PR.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação.**Ed. Sammus Editorial, S. Paulo, 1986.

D'AMORE, Bruno. Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. *RELIME* – **Revista Latinoamericana de Investigacionen Matemática Educativa.**Comitê Latinoamericano de Matemática Educativa, Distrito Federal, México, número especial, p. 177-195, 2006.

DUVAL, Raymond. Quelle Sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques?. *RELIME* – **Revista Latinoamericana de**

**InvestigacionemMatematicaEducativa.** Comitê Latino americano de Matemática Educativa, Distrito Federal, México, número especial, p. 45-81, 2006.

________________. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Sílvia D. A. **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica.** Campinas, SP: Papirus, p. 11-34, 2003.

_________________. **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales.** Tradução de Myriam Vega Restrepo. Colômbia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, 2004.

MEC (2002). PCNs. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** do Ensino Médio. Parte III - Matemática Ciências da Natureza e Suas Tecnologias. Ministério da Educação, Brasília/DF.

MEYER, J. F. C. A., Caldeira, A. D., e Malheiros, A. P. S. (2013). ***Modelagem em Educação Matemática.*** Ed. Autêntica, B. Horizonte.

OTTE, Michael. Mathematical epistemology from a semiotic point of view. In: **PMEInternational Conference**. 25, University of Utrecht, The Netherlands, 2001.

OTTE, Michael. ProofandExplanationfrom a Semiotical Point ofView.*RELIME* –**Revista Latinoamericana de InvestigacionenMatematica Educativa.** Comitê Latinoamericano de Matemática Educativa, Distrito Federal, México, número especial, p. 23-43, 2006.

PEIRCE, Charles S. **Semiótica**. Tradução de José Teixeira Coelho Neto. 2. reimpr. da 3. ed. de 2000. V. 46. São Paulo: Perspectiva, 2005. (Estudos).

RADFORD, Luis. Introducción: Semiótica y Educación Matemática. *RELIME* – **Revista Latinoamericana de Investigacion en Matematica Educativa.** Comitê Latinoamericano de Matemática Educativa, Distrito Federal, México, número especial, p. 7-21, 2006.

SANTAELLA, Lucia. **O que é semiótica.** 27.(Coleção Primeiros Passos)reimpr. da 1. ed. de 1983. v. 103, São Paulo: Brasiliense, 2008b.

SELLA, Adilson Antônio. **Modelagem matemática na educação básica.** Dissertação de mestrado PROFMAT- Universidade Federal do Mato Grosso, Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós – Graduação em Matemática, Cuiabá, 2016.

SILVA, Karina Alessandra Pessôada. **Modelagem matemática e semiótica:** algumas relações / Karina Alessandra Pessôa da Silva. – Londrina, 2008.

STEINBRING, Heinz. **What makes a sign a Mathematical Sign?:**an epistemological perspective on mathematical interaction. Disponível em:http://www.math.uncc.edu/~sae/steinbring.pdf . Acesso em: 14/7/2008.

**APÊNDICE A** – Termo de consentimento da instituição de ensino para a realização das atividades.

**CONSENTIMENTO DA INSTITUIÇÃO DE ENSINO PARA REALZAÇÃO DAS ATIVIDADES.**

Eu_____________________________________________, matrícula: ____________, Gestora da EREM Henrique Justino de Melo, situado à Rua Ernesto Rodrigues de Melo, S/N, em Jucati, Pernambuco, autorizo o Professor de Matemática, desta unidade de ensino, Alex Gonçalves de Melo a desenvolver atividades, nas turmas dos 1º anos (A e B) do ensino Médio que resultará na dissertação para conclusão do mestrado PROFMAT/UFAL.

Jucati, 19 de junho de 2017.

**APÊNDICE B** – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

**Termo de Consentimento Livre e Esclarecido**

Eu, _________________________________________ pai (mãe) ou responsável legal do(a) estudante(a) _____________________________________________, autorizo meu filho(a) a participar da pesquisa desenvolvida pelo Profº. Alex Gonçalves de Melo e orientado pela Profº. Dr. Amauri da Silva Barros, do curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal de Alagoas.

A pesquisa consistirá na realização de entrevistas, questionários, fotografias, intervenção pedagógica junto aos participantes do estudo e posterior análise dos dados.

A qualquer momento da realização desse estudo qualquer participante/pesquisado ou o estabelecimento envolvido poderá receber os esclarecimentos adicionais que julgar necessários. O sigilo das informações será preservado através de adequada codificação dos instrumentos de coleta de dados. Todos os registros efetuados no decorrer desta investigação serão usados para fins unicamente acadêmico-científicos e apresentados na forma de Dissertação, não sendo utilizados para qualquer fim comercial.

Em caso de concordância com as considerações expostas, solicitamos que assine este "Termo de Consentimento Livre e Esclarecido". Desde já agradecemos sua colaboração e nos comprometemos com a disponibilização à instituição dos resultados obtidos nesta pesquisa, tornando-os acessíveis a todos os participantes.

_________________________________ _________________________________

Alex Gonçalves de Melo — Prof. Dr. Amauri da Silva Barros

Prof. Pesquisador — Orientador

PROFMAT/UFAL — PROFMAT/UFAL

Jucati, _____/______/2017.

**APÊNDICE C** – Avaliação Diagnóstica aplicada com os alunos antes da produção das sequências didáticas

Escola de Referência em Ensino Médio Henrique Justino de Melo

Avaliação diagnóstica

Conteúdo: Funções de 1º e 2º grau.

Nome:______________________________________ turma: 1º ano EMI data:___/___/___

1. Clovis é Presidente de um clube é responsável pela troca da agua da piscina do clube que é feita a cada três meses. A capacidade da piscina é de 17500 litros e a vazão da torneira que a encherá é de 1250 litros por hora. Baseado nessas informações determine o que se pede:

a) Uma tabela expressando o acúmulo de água em relação ao tempo decorrido em horas.

b) O tempo em horas para a piscina esteja com a metade de sua capacidade.

c) A quantidade de litros acumulados na décima hora.

d) A expressão matemática que expresse a quantidade de litros de água em função do tempo.

e) A expressão matemática que determine a quantidade de litros em relação ao tempo quando a piscina já está com 2500 litros de água.

2. Um veículo trafega pela BR101 a uma velocidade $v_0$ (acima do limite de velocidade deste local). Avistando, logo adiante, um dispositivo para controle de velocidade (radar), ele resolve reduzi-la para 90 km/h (25 m/s). Nota que, para alcançar tal feito com uma desaceleração igual a 2 m/s², gastou 5 s. Determine:

c) Uma expressão matemática que verifique a velocidade em função do tempo;

d) A velocidade $v_0$ que tinha o veículo antes de frear?

3. Dois colegas são caminhoneiros e trafegam diariamente em um trecho da BR 101, um deles em certo dia partiu uma hora antes do colega mantendo uma velocidade constante de 60 km/h enquanto o outro caminhoneiro ao iniciar viagem manteve 80 km/h. Diante das informações determine:

- Uma expressão matemática para o deslocamento de cada caminhoneiro em função do tempo;

- O tempo gasto para o colega que saiu 1 hora depois acompanhar o outro;
- Montar um gráfico que represente o deslocamento de ambos os caminhoneiros.

4. Deseja – se construir um cercado retangular com 20 m² de área. O material que possuo dá para erguer 18m de cerca. Que medidas devem ter os lados do meu retângulo?

5. Numa corrida de táxi o custo y, onde x representa a quantidade de Km rodados, é calculado a partir do valor fixo (bandeirada) de R$3,70 mais R$4,30 por cada Km rodado. Determine a Lei Matemática que modela esta função e esboce seu gráfico.

6. Duas empresas A e B têm ônibus com 50 assentos cada. Em uma excursão de Garanhuns a Caruaru, as duas empresas adotam os seguintes critérios de pagamento: A empresa A cobra R$25,00 por passageiro mais uma taxa fixa de R$400,00. A empresa B cobra R$30,00 por passageiro mais uma taxa fixa de R$250,00. Pergunta-se: Qual é o número mínimo de excursionistas para que o contrato com a empresa A fique mais barato do que o contrato da empresa B? Represente graficamente esta situação.