UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT
Paulo Geovane Ramalho Pinheiro

CRIAÇÃO E ADAPTAÇÃO DE JOGOS PARA O GEOGEBRA

Teófilo Otoni
2017

Paulo Geovane Ramalho Pinheiro

CRIAÇÃO E ADAPTAÇÃO DE JOGOS PARA O GEOGEBRA

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, como requisito para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Faissal Brito
Coorientadora: Profa. Dra. Jaqueline Maria da Silva

Teófilo Otoni

2017

Ficha Catalográfica
Preparada pelo Serviço de Biblioteca/UFVJM
Bibliotecário responsável: Gilson Rodrigues Horta – CRB6 nº 3104

P654c
2017

Pinheiro, Paulo Geovane Ramalho.
Criação e adaptação de jogos para o GeoGebra. / Paulo Geovane Ramalho Pinheiro. Teófilo Otoni: UFVJM, 2017.
105 f. ; il.

Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri. Programa de Pós-Graduação em Matemática, 2017.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Faissal Brito.
Coorientador: Profª. Drª. Jaqueline Maria da Silva.

1. GeoGebra. 2. Formação docente. 3. Engenharia Didática. 4. Jogos eletrônicos. I. Título.

CDD: 510

PAULO GEOVANE RAMALHO PINHEIRO

Criação e adaptação de jogos para o GeoGebra

Dissertação apresentada ao PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMáTICA EM REDE NACIONAL - STRICTO SENSU, nível de MESTRADO como parte dos requisitos para obtenção do título de MAGISTER SCIENTIAE EM MATEMÁTICA

Orientador : Prof. Dr. Alexandre Faissal Brito

Data da aprovação : 29/09/2017

Prof.ª Dr.ª DEBORAH FARAGÓ JARDIM - UFVJM

Márcio Macedo Santos

Prof.Dr. MÁRCIO MACEDO SANTOS - UFVJM

Silvia Swain Canôas

Prof.ª Dr.ª SILVIA SWAIN CANÔAS - UFVJM

Prof.Dr. ALEXANDRE FAISSAL BRITO - UFVJM

TEÓFILO OTONI

Esta dissertação é dedicada aos meus pais, Georgilio e Maria Eni.
A minha amada Jucelia Batista, vocês foram o conforto nos momentos difíceis!
Dedico também a meu orientador Prof$^{\text{o}}$ Dr$^{\text{a}}$ Alexandre Faissal Brito.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente quero agradecer ao professor Alexandre Faissal que acreditou nessa proposta, lembro do primeiro dia de aula e ele ensinando a construir um jogo no GeoGebra, a imensa paciencia que ele teve comigo, meu muito obrigado.

Aos companheiros de batalha: Mario, Lincoln, Bruce, Silvia, Nicson, Raphael (chefe), Adaias, Lucas vocês foram o presente que Deus colocou em meu caminho, meu muito obrigado.

Aos professores do PROFMAT, os melhores profissionais que tive o prazer em entrar em contato, meu muito obrigado, em especial a professora Jaqueline Maria, que colaborou com o tramites do CEP e pela colaboração.

Aos familiares, amigos, minha namorada Jucelia, que foram um grande apoio para que eu pudesse manter a sanidade diante de tantos momentos difíceis que passei, meu muito obrigado.

Não posso esquecer de Patricia, com todo o respeito Mario, muito obrigado pela ajuda.

Acima de tudo muito obrigado Deus! se cheguei ate aqui foi por obra do senhor!

A única coisa que temos de decidir é o que faremos com o tempo que nos é dado. (O senhor dos anéis, 2001)

RESUMO

Nesta dissertação, desenvolveu-se um trabalho com jogos virtuais, utilizando parcialmente a Engenharia Didática, por se tratar de uma metodologia de pesquisa que valoriza o ambiente onde ocorre o processo de ensino-aprendizagem. O principal objetivo foi agregar uma nova ferramenta de trabalho no ensino de Matemática, pois propõe-se ao professor do ensino médio adaptar ou criar jogos eletrônicos, com o uso do programa GeoGebra, para uma maior participação dos discentes na busca pelo protagonismo de seu aprendizado. O foco dos jogos aqui trabalhados foi: Plano cartesiano, Operações com números inteiros, Gráfico de função quadrática e Sólidos geométricos. Esses conteúdos encontram -se na Matriz de referência de Matemática do estado de MG e para prática dos mesmos, foram realizadas intervenções didáticas em laboratório computacional da Escola Estadual Chaves Ribeiro, localizada no município de Itaobim, onde os estudantes competiram entre si na execução de jogos virtuais. Ademais, para análise deste trabalho, empregou-se questionários, cujos resultados serviram para confrontar o conhecimento prévio e o conhecimento dos estudantes adquirido após o uso dos jogos. Após a análise dos resultados obtidos, pode-se constatar que a prática de jogos virtuais pôde colaborar na melhora do processo de ensino-aprendizagem, como também dinamizou o ambiente de ensino, tornando as aulas mais atraentes.

Palavras chave: Engenharia Didática. Jogos eletrônicos. GeoGebra. Formação docente.

ABSTRACT

In this dissertation, a work was developed with virtual games, partially using Didactic Engineering, because it is a research methodology that values the environment where the teaching-learning process occurs. The main objective was to add a new working tool in the teaching of Mathematics, because it is proposed to the high school teacher to adapt or create electronic games, using the GeoGebra program, for a greater participation of the students in the search for the protagonism of their learning . The focus of the games worked here was: Cartesian plane, Operations with integers, Quadratic function graph and Geometric solids. These contents are found in the Mathematical Reference Mathematics of the state of Minas Gerais and for their practice, didactic interventions were carried out in a computer lab of the Chaves Ribeiro State School, located in the municipality of Itaobim, where students competed with each other in the execution of games virtual communities. In addition, to analyze this work, questionnaires were used, whose results served to confront the previous knowledge and knowledge of the students acquired after the use of the games. After analyzing the results obtained, it can be seen that the practice of virtual games could help improve the teaching-learning process, as well as dynamized the teaching environment, making classes more attractive.

Keywords: Didactic Engineering. Electronic games. GeoGebra. Teacher training.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

1 Construção da parábola 22
2 Concavidade da parábola 22
3 Parábola transladada horizontalmente 23
4 Parábola com translação horizontal e vertical 24
5 Parábola com raízes α e β 25
6 Os cinco poliedros regulares convexos 27
7 Construção e definição do prisma 28
8 As duas classificações do prisma 29
9 O prisma triangular e sua planificação 29
10 O prisma pentagonal e sua planificação 30
11 O paralelepípedo 30
12 O cubo ou hexaedro e sua planificação 31
13 Construção e a definição da pirâmide 31
14 A pirâmide de base quadrada e sua planificação 32
15 O tetraedro regular e sua planificação 33
16 O cilindro e sua construção pela definição 33
17 Os elementos de um cilindro e sua planificação 34
18 A construção de um cone pela definição 34
19 Os elementos de um cone e sua planificação 35
20 Os elementos de uma esfera 35
21 Os números inteiros representados em uma reta 36
22 A distância do ponto 0 ao ponto 2 e ao ponto -2 36
23 Coordenadas x e y do ponto P 38
24 Quadrantes do sistema OXY 38
25 As fases metodológicas da Engenharia Didática 40
26 A área de trabalho do GeoGebra 45
27 A janela de programação do GeoGebra 46
28 A tela inicial do Jogo 49
29 A tela com os recursos de sorteio ativados 49
30 Ícones que verificam a resposta dos alunos 50
31 Tela com o jogo em prosseguimento 50
32 A tela com os recursos de sorteio ativados 51
33 Figuras que aparecem no jogo ao digitar os pontos 52
34 Tela inicial do jogo da memória 52
35 Tela com as figuras do jogo cobertas 53
36 Situação onde o jogador verde obtém três cartas 54

37 Ponto de partida do jogo Mergulho nos inteiros 55
38 Tela com o mecanismo de sorteio de casas para movimenta na trilha 55
39 Ícone de acerto do competidor 56
40 Finalização do jogo Mergulho nos inteiros 56
41 Estudantes durante a intervenção no laboratório de informática 59
42 Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos 61
43 Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos 62
44 Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos 62
45 Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos 63
46 Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos 63
47 Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos 64
48 Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos 64
49 Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos 65
50 Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos 65
51 Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos 66
52 Gráfico comparativo dos acertos *a priori* e *a posteriori* 67
53 Gráfico comparativo dos acertos *a priori* e *a posteriori* 68
54 Gráfico comparativo dos acertos *a priori* e *a posteriori* 68
55 Gráfico comparativo dos acertos *a priori* e *a posteriori* 69

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 12

2 OBJETIVOS GERAIS E ESPECÍFICOS 16
2.1 Objetivos do trabalho 16
2.1.1 Objetivo Geral ***16***
2.1.2 Objetivos específicos ***16***

3 JUSTIFICATIVA 17
3.1 Motivações desse trabalho 17

4 REVISÃO DE LITERATURA 19
4.1 Funções polinomiais 19
4.2 Definição de função quadrática 21
4.3 Gráfico da função quadrática 21
4.4 Poliedros regulares 25
4.4.1 Existem apenas cinco poliedros regulares convexos ***25***
4.5 Prismas 27
4.5.1 Prismas retos ***28***
4.6 Pirâmides 31
4.6.1 Pirâmide regular ***32***
4.6.2 Caso particular importante: o tetraedro regular ***32***
4.7 Corpos redondos 33
4.7.1 O cilindro ***33***
4.7.2 O cone ***34***
4.7.3 A esfera ***35***
4.8 Reta numérica 36
4.8.1 Distâncias na reta numérica-módulo ***36***
4.9 Adição e subtração envolvendo números negativos 37
4.10 O plano cartesiano 37
4.11 Um breve histórico da Engenharia Didática 39
4.12 A relação do homem com os jogos 41
4.13 A escolha do *software* 44

5 METODOLOGIA 48
5.1 O jogo Vira carta 48

5.2 Jogo Pega o bicho 50
5.3 Jogo da Memória 52
5.4 Jogo mergulho nos inteiros 54

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES 57
6.1 Os jogos no laboratório 57
6.2 O ponto de partida 57
6.3 Começa a jogatina 58
6.4 Aspectos Qualitativos 61
6.5 Discussão dos resultados qualitativos obtidos 66
6.6 Comparação dos questionários *a priori* e *a posteriori* 67
6.7 Averiguação das hipóteses 69

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS 72

Referências 77

APÊNDICE A – Recursos do GeoGebra utilizados 80

APÊNDICE B – Sinopse da criação do jogo Pega o bicho 82

APÊNDICE C– Questionários *a priori* 86

APÊNDICE D – Questionários *a posteriori*. 93

APÊNDICE E – Parecer consubstanciado do CEP 103

1 INTRODUÇÃO

As dificuldades do processo de ensino e aprendizagem de Matemática no ensino básico são fortemente evidenciadas nos resultados de avaliações externas tanto no nível nacional como internacional. De acordo o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), no último Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) publicado no final de 2013, o Brasil totalizou 391 pontos em Matemática, sendo que a média dos países da OCDE, foi de 494 pontos e a China obteve a maior pontuação, com 613 pontos. Um outro exemplo, é o resultado do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) realizado em 2015, que apresentou as seguintes médias: 558,1 em Ciências Humanas, 478,8 em Ciências da Natureza, 505,3 em Linguagens e Códigos e 467,9 em Matemática.

O fator preponderante para o baixo desempenho relacionado ao conteúdo da Matemática é a ausência de processos pedagógicos atrativos no âmbito escolar para os estudantes, que muitas vezes, familiarizados com recursos tecnológicos ou digitais extraescolares, sentem-se desmotivados pelo processo de ensino-aprendizagem, uma vez que esse se encontra dissociado da realidade digital a qual os discentes estão inseridos.

Diante desse fato e com o intuito de contribuir para o trabalho com essa disciplina, a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) oferece o mestrado profissional em Matemática - PROFMAT- em parceria com o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e as universidades credenciadas.

> “O programa visa atender professores de Matemática em exercício no ensino básico, especialmente na escola pública, que busquem aprimoramento em sua formação profissional, com ênfase no domínio aprofundado de conteúdo matemático relevante para sua atuação como docente. O programa opera em ampla escala, com o objetivo de, em médio prazo, ter impacto substantivo na formação matemática do professor em todo o território nacional” PROFMAT (2016).

Um processo pedagógico atrativo e com grande importância no ensino-aprendizagem é a utilização de jogos. Renomados pesquisadores da área educacional fazem referência a esta metodologia de ensino, como é o caso de *Piaget*, o que ratifica a necessidade deste projeto. Em seus trabalhos sobre o desenvolvimento cognitivo da criança, Piaget (*apud* Aguiar, ano 2004, p 27) aborda o uso de jogos como uma assimilação de funções, onde a exercitação de regras predeterminadas gera um sentimento de prazer tanto pelo domínio das ações ou pelo fato da socialização que o jogo acarreta. Ou seja, as atividades com jogos podem ser utilizadas para consolidar conhecimentos já formados e proporcionar prazer e desenvolvimento emocional na criança. De acordo com SMOLE (2007) “a utilização de jogos na escola, não é novidade, assim como é conhecido o seu potencial para o ensino e a aprendizagem em muitas áreas do conhecimento”.

Além disso, nota-se que o mérito deste trabalho também é frisado no âmbito dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN - BRASIL (1997), como se pode observar na citação:

> Um aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer. Por isso, é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar a potencialidade educativa dos diferentes jogos e o aspecto curricular que se deseja desenvolver. (BRASIL, 1997 p. 36).

Diante disso, conclui-se que devido ao seu aspecto atrativo, torna-se imperativo a inserção desse no âmbito escolar a fim de atrair e envolver os alunos no processo educativo. Além dos jogos, os PCN's também ressaltam a relevância do uso de softwares na educação, como meio de desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem:

> Quanto aos *softwares* educacionais é fundamental que o professor aprenda a escolhê-los em função dos objetivos que pretende atingir e de sua própria concepção de conhecimento e de aprendizagem, distinguindo os que se prestam mais a um trabalho dirigido para testar conhecimentos dos que procuram levar o aluno a interagir com o programa de forma a construir conhecimento. (BRASIL, 1997 p. 49).

Este trabalho sugere agregar uma nova ferramenta de trabalho no ensino de Matemática, pois propõe-se ao professor do ensino médio adaptar ou criar jogos eletrônicos, com o uso do programa GeoGebra, para uma maior participação dos discentes na busca pelo protagonismo de seu aprendizado. E como possui comandos simples e de fácil compreensão, esse *software* possibilita a criação de jogos sem a necessidade de saber profundamente sobre programação.

Pelo que foi exposto, deve se esclarecer que este trabalho não busca tratar da Teoria de jogos, baseada nos trabalhos de John Von Neumann e de John Forbes Nash Jr., e sim utilizar de jogos eletrônicos como recurso pedagógico para o ensino de Matemática de nível médio.

Criado pelo professor Dr. *Markus Hohenwarter*, da *Flórida Atlantic University*, em 2001, o GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica que reúne Geometria, Álgebra e Cálculo para ser utilizado em Educação Matemática nas instituições de ensino básico e superior e se encontra disponível na rede para *download*[1]. É escrito em linguagem Java, e também é multiplataforma, portanto pode ser instalado em *Windows*, *Linux* ou *Mac*, que são diferentes sistemas operacionais e, por ser um programa livre, não acarreta custos para a instituição de ensino. Outra vantagem é a existência de um banco de materiais na rede com diversos arquivos que podem ser acessados livremente. Além disso,

[1] www.geogebra.org

de acordo com JARDIM et al. (2015), tal programa traz recursos de programação e animações que permitem criar ambientes gráficos de modo a motivar o interesse do discente pelos conteúdos matemáticos estudados. É capaz de tornar as aulas mais interessantes e esclarecedoras, de modo a proporcionar melhor compreensão e motivação nos estudantes e consequentemente melhores resultados.

Nesse aspecto, o desenvolvimento desse projeto com a utilização do GeoGebra, poderá despertar a atração e interesse dos discentes pela disciplina.

Assim a criação de jogos no GeoGebra pelo professor, proposta neste projeto, não é apenas a utilização de jogos prontos, baseia-se no fato do docente ser o protagonista de suas aulas. Para isso, torna-se imprescindível que o professor conheça a turma com a qual trabalha para posteriormente, planejar as suas atividades conforme a necessidade do seu corpo discente. A esse respeito, MACEDO et al. (2000) ressalta que o educador ainda é a principal fonte motivadora de seus estudantes ao criar as situações e armar os dispositivos iniciais capazes de suscitar problemas úteis à criança e para organizar, em seguida, contraexemplos que levem a reflexão e obriguem ao controle das soluções errôneas.

Buscando atrelar a prática de jogos aos recursos computacionais, o que pode ser visto nos trabalhos de MORATORI (2003), FRANÇA and TEDESCO (2015), RODRIGUEZ et al. (2015) e MAAS and NYAMSUREN (2016) espera-se que os discentes possam despertar interesse pelos conteúdos propostos, bem como ver significado na Matemática que lhes é ensinada.

No capítulo 2, apresenta-se o objetivo geral e os objetivos específicos desta pesquisa.

Já no capítulo 3, disserta-se acerca da justificativa desse trabalho, a importância do uso de jogos no ensino, o perfil do estudante atualmente que vive em um cotidiano cercado de recursos tecnológicos. Ademais, é destacado o motivo de usar como *software* para a criação dos jogos, o GeoGebra.

Em seguida, no capítulo 4, é feita uma revisão de literatura sobre os conteúdos da Matemática que serão abordados nos jogos. Neste capítulo, também é traçado um pequeno histórico da Engenharia Didática, que fora usada implicitamente como metodologia de pesquisa nesse trabalho. Ademais, será apresentado trabalhos envolvendo o uso de jogos no ensino atual e a motivação para atrelar jogos tradicionais ao recurso computacional Geogebra.

Já no capítulo 5, é abordado a metodologia de ensino desta pesquisa, trata da implementação computacional dos jogos matemáticos tradicionais, onde é apresentado o processo de criação e, ou adaptação dos mesmos, bem como as regras para os discentes jogarem, além da ênfase aos recursos de programação do GeoGebra.

No capítulo 6, encontram-se as análises de todo o processo do uso dos jogos em sala de aula, com base na Engenharia Didática para validar e aferir qualitativamente o uso dos jogos eletrônicos. Neste capítulo, faz-se uso, parcialmente, da Engenharia Didática para fazer um paralelo entre os resultados obtidos após o uso dos jogos eletrônicos.

Por fim, no capítulo 7, apresentam-se as considerações finais a respeito deste trabalho.

2 OBJETIVOS GERAIS E ESPECÍFICOS

2.1 Objetivos do trabalho

2.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é agregar uma nova ferramenta de trabalho no ensino de Matemática, propõe-se ao professor do ensino médio adaptar ou criar jogos eletrônicos, com o uso do programa GeoGebra, para uma maior participação dos discentes na busca pelo protagonismo de seu aprendizado.

2.1.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho se encontram listados a seguir:

- Adaptar e criar jogos matemáticos no ambiente virtual do GeoGebra;
- Fazer um diagnóstico dos conhecimentos prévios dos discentes;
- Propor aos estudantes o uso de ferramentas computacionais, GeoGebra, que os façam interagir com os conceitos estudados em um ambiente dinâmico;
- Explorar conceitos matemáticos tais como: Operações com números inteiros, gráfico de função quadrática, plano cartesiano e sólidos geométricos.
- Analisar o grau de relevância da utilização do método de jogos na construção matemática dos estudantes;
- Fazer uma análise do processo baseado nos preceitos da engenharia didática para validar hipóteses.

****

3 JUSTIFICATIVA

3.1 Motivações desse trabalho

Este trabalho justifica-se pela necessidade de novas metodologias que possam tornar o trabalho do professor mais organizado e estruturado, bem como auxiliá-lo na aprendizagem dos educandos.

Nos programas do Ministério da Educação, sugere-se que os estudantes do ensino médio desenvolvam competências relacionadas à área de ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias. Em particular, no uso de jogos, é válido observar que os estudantes podem investigar quais as melhores jogadas a fazer, como também, precisam saber comunicar para o seu oponente a razão de ter realizado tal jogada, trazendo assim a aula à socialização e comunicação. Nesse contexto, também pode-se destacar a ação do jogar, aliada a uma intervenção do profissional que “ensina” procedimentos e atitudes que devem ser mantidos ou modificados em função dos resultados obtidos no decorrer das partidas. Assim, ao jogar, o estudante é levado a exercitar suas habilidades mentais e a buscar melhores resultados para vencer.

Trabalhar num contexto de situações-problemas, é atualmente, uma forma de ensinar muito valorizada, pois o estudante por estar competindo com o colega, sente-se motivado a resolver o problema que o jogo oferece durante a partida. Nesse contexto, surgem situações significativas, onde um obstáculo representa uma situação de impasse ou decisão sobre a qual requer a melhor ação a ser realizada.

Assim, diante da promoção da análise e questionamentos sobre a ação de jogar, tornam-se menos relevante o fator sorte bem como as jogadas por ensaio e erro.

O uso dos recursos tecnológicos, como foi dito anteriormente, pode concorrer com a atenção dos estudantes na sociedade atual, onde as mídias computacionais concorrem com o espaço escolar. Dessa forma, o GeoGebra torna-se relevante nesse trabalho, pois suas características de ambiente gráfico dinâmico e de fácil manipulação, tanto para o discente como para o docente, podem criar diversas estruturas de programação que auxiliam na criação de jogos estimulantes.

O GeoGebra é um software usado para o estudo da Matemática que tem como diferencial a possibilidade de representação de objetos, como por exemplo, pontos, retas, segmentos de retas, planos, polígonos e gráficos de funções dentre outros, que possibilita a junção entre as representações, tanto algébricas quanto geométricas. Por ser um software livre, de distribuição gratuita e traduzido para vários idiomas, tem ganhado destaque e a atenção dos professores de Matemática que querem fazer uso de tecnologias computacionais em suas atividades.

Os conteúdos, apresentados neste trabalho, são apenas uma parte significativa da estruturação que o GeoGebra pode fazer, porém nada impeça que o professor no uso de sua criatividade, possa adaptar outros conteúdos nessa poderosa ferramenta computacional.

Visto a necessidade dessa inovação tecnológica, para concorrer com o ambiente atual dos discentes, impregnado de tecnologia, esse trabalho se justifica pela associação de jogos e recursos computacionais, como recomendado pelos PCN's.

4 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo, serão apresentados os conteúdos matemáticos que são trabalhados nos jogos, como: funções polinomiais, gráfico da função quadrática e suas características, poliedros regulares, prismas e pirâmides, bem como, os sólidos de revolução, operações de somar e subtrair no conjunto dos números inteiros e por fim, a localização de pontos no plano cartesiano.

Após o estudo desses conteúdos matemáticos, será apresentado um histórico da Engenharia Didática, com suas fases de aplicação.

Por fim, este capítulo é encerrado com um estudo do uso de jogos pelo ser humano, o uso dos mesmos no ensino e as motivações para a utilização do *software* GeoGebra nessa pesquisa.

4.1 Funções polinomiais

Em LIMA (2013) é apresentado que uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é denominada *função polinomial* quando dado números reais $a_0,\ a_1,\ ..., a_n$, e todo $x \in \mathbb{R}$, deve-se ter.

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x^1 + a_0 x^0$$

Diz-se que f tem grau n se $a_n \neq 0$.

Continuam sendo funções polinomiais a soma e o produto de funções polinomiais. Um caso de produto de funções que merece ser mencionado é:

$$(x-a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + ... + a^{n-2}x + a^{n-1}) = x^n - a^n.$$

Nota-se que $x^n - a^n$ é *divisível* por $x - a$.

Seja f a função polinomial $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x^1 + a_0 x^0$. Para todo x, α pertencentes ao conjunto dos números reais, tem-se.

$$f(x) - f(\alpha) = a_n(x^n - \alpha^n) + a_{n-1}(x^{n-1} - \alpha^{n-1}) + ... + a_1(x - \alpha)$$

Pode ser visto no segundo membro dessa equação que cada parcela é divisível por $x - \alpha$, Logo $f(x) - f(\alpha)$ pode ser escrita como:

$$f(x) - f(\alpha) = (x - \alpha) \cdot q(x), \forall x \in \mathbb{R}$$

,

onde q é uma função polinomial.

Se f possuir grau n, q terá grau $n - 1$.

Um caso particular, se α é uma *raiz* de f, isto é, $f(\alpha) = 0$, então $f(x) = (x - \alpha) \cdot q(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Assim, α é denominada uma raiz de f se, e somente se, $f(x)$ é divisível por $x - \alpha$. Mais geralmente $\alpha_1, ..., \alpha_k$ são raizes de f se, e somente, para todo $x \in \mathbb{R}$ vale

$$f(x) = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2)...(x - \alpha_k)q(x),$$

onde q é uma função polinomial de grau $n - k$ se f tem grau n.

Deste fato pode-se concluir que *uma função polinomial de grau n pode ter no máximo n raízes.*

Uma função polinomial f é denominada *identicamente nula* quando se tem $f(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Nesta situação, f tem infinitas raízes, pois qualquer número real é raiz de f. logo pode-se concluir que nenhum número natural n é grau de f. Isto significa que na expressão:

$$f(x) = a_n x^n + ... + a_1 x + a_0$$

todos os coeficientes $a_n,\ a_{n-1}, ..., a_1,\ a_0$ são iguais a zero.

Seguindo a definição, pode-se concluir que a função identicamente nula não possui grau, haja vista que todos os seus coeficientes são iguais a zero.

Sejam as funções polinomiais f e g, elas podem ser escritas sob os formatos:

$$f(x) = a_n x^n + ... + a_1 x + a_0,$$

$$g(x) = b_n x^n + ... + b_1 x + b_0,$$

O que não implica que elas possuam grau n, dado que não foi mencionado que $a_n \neq 0$ como também que $b_n \neq 0$.

Supondo que $f(x) = g(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.Temos que a diferença $d = p - q$ é a função identicamente nula, pois $d(x) = p(x) - q(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Mas, para todo $x \in \mathbb{R}$, temos que:

$$d(x) = (a_n - b_n)x^n + ... + (a_1 - b_1)x + (a_0 - b_0).$$

O que acarreta $a_n - b_n = 0, ..., a_1 - b_1 = 0, a_0 - b_0 = 0$, levando em consideração o que já foi dito a cerca das funções identicamente nulas:

$$a_n = b_n, ..., a_1 = b_1, a_0 = b_0.$$

Concluímos assim que as funções polinomiais f, g apresentam o mesmo valor $p(x) = q(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$ se, e somente se, f, g possuem os mesmos coeficientes.

Existe uma diferença entre o conceito de função polinomial e o conceito de polinômio, que será visto agora.

Um polinômio é uma expressão formal do tipo:

$$p(X) = a_nX^n + a_{n-1}X^{n-1} + ... + a_1X + a_0,$$

onde $(a_0,\ a_1,\ ...\ a_n)$ é uma lista ordenada de números reais e X é um símbolo (chamado uma *indeterminada*, sendo X^i uma abreviatura para $X \cdot ... \cdot X$ (i fatores). Em essência, o polinômio *p(X)* é o mesmo que a lista ordenada dos seus coeficientes. Ao escrevê-lo da maneira acima, estamos deixando explícita a intenção de somar e multiplicar polinômios como se fossem funções polinomiais, usando a regra $X^i \cdot X^j = X^{i+j}$. Por definição, os polinômios

$$p(X) = a_nX^n + ... + a_1X + a_0$$

$$q(X) = b_nX^n + ... + b_1X + b_0$$

são iguais, ou idênticos, quando $a_0 = b_0,\ a_1 = b_1,\ ...\ , a_n = b_n$. A cada polinômio $p(X) = a_nX^n + ... + a_1X + a_0$ faz-se corresponder a função polinomial $p' : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $p'(x) = a_nx_n + ... + a_1x + a_0$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Esta correspondência (polinômio)$\rightarrow$ (função polinomial) é sobrejetiva, pela própria definição destas funções. A discussão que fizemos acima sobre os coeficientes de funções polinomiais iguais significa que a polinômios distintos correspondem funções polinomiais distintas. Logo, trata-se de uma correspondência biunívoca.

Por esse motivo, não há necessidade de fazer distinção entre o polinômio p e a função polinomial p'. Ambos serão representados pelo mesmo símbolo p e serão chamados indiferentemente de polinômio ou de função polinomial. Além disso, diremos "a função p(x)" sempre que não houver perigo de confundi-la com número real que é o valor por ela assumido num certo ponto x.

4.2 Definição de função quadrática

Uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se *quadrática* quando existem números reais a, b, c, com $a \neq 0$, tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$ para todo $x \in \mathbb{R}$

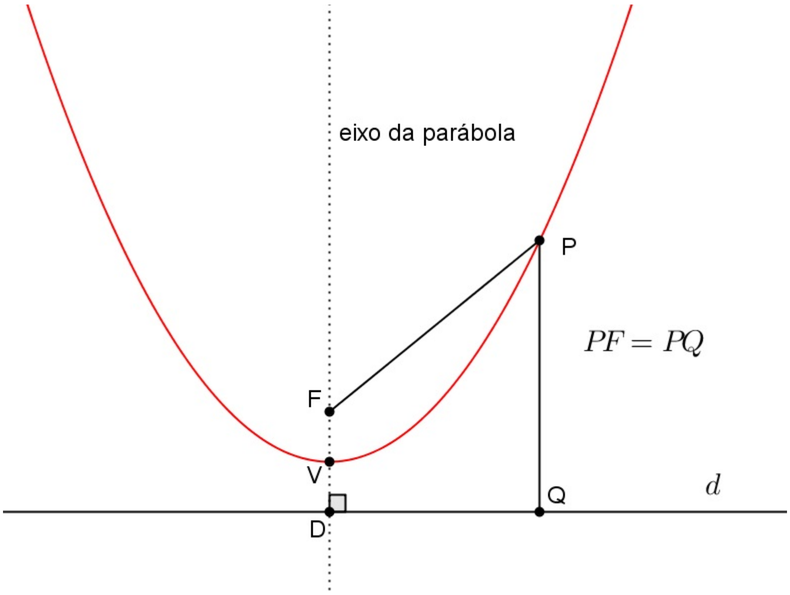
4.3 Gráfico da função quadrática

Seja um ponto F e uma reta d de modo que o ponto F não pertença a reta d. A curva formada pelo conjunto dos pontos que possuem a mesma distância de F e d é chamada de parábola.

A reta perpendicular à diretriz que contém o foco chama-se eixo da *parábola.* O ponto da parábola mais próximo da diretriz chama-se *vértice* dessa parábola. O vértice

(V) é o ponto médio do segmento cujos extremos são o foco (F) e a intersecção do eixo com a diretriz (D) conforme podemos ver na figura 1.

Figura 1: Construção da parábola



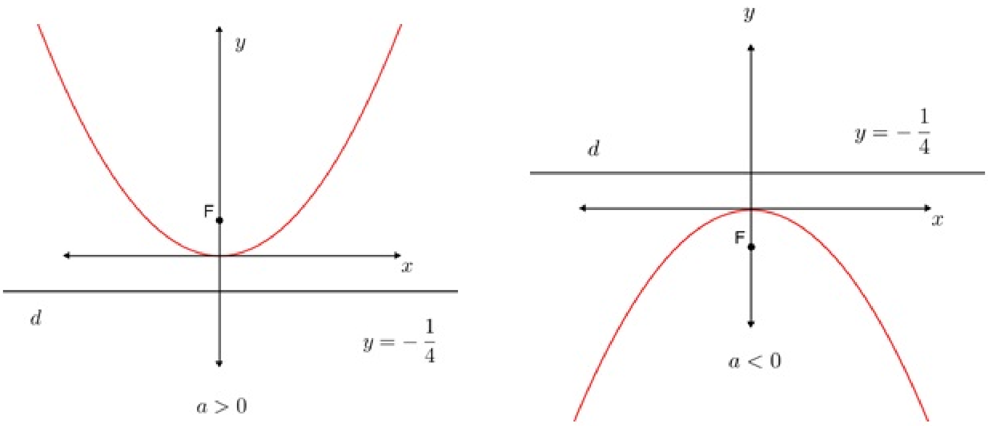
Se $a \neq 0$, o gráfico da função quadrática $f(x) = ax^2$ é a parábola cujo foco é $F = (0, \frac{1}{4a})$ e cuja diretriz é a reta horizontal $y = \frac{-1}{4a}$.

Isso é válido, pois para todo $x \in \mathbb{R}$, vale a igualdade

$$x^2 + (ax^2 - \frac{1}{4a})^2 = (ax^2 + \frac{1}{4a})^2,$$

onde o primeiro membro é o quadrado da distância do ponto genérico $P = (x, ax^2)$ do gráfico de $f(x) = ax^2$ ao foco $F = (0, \frac{1}{4a})$ e o segundo membro é o quadrado da distância do mesmo ponto P à reta $y = \frac{-1}{4a}$.

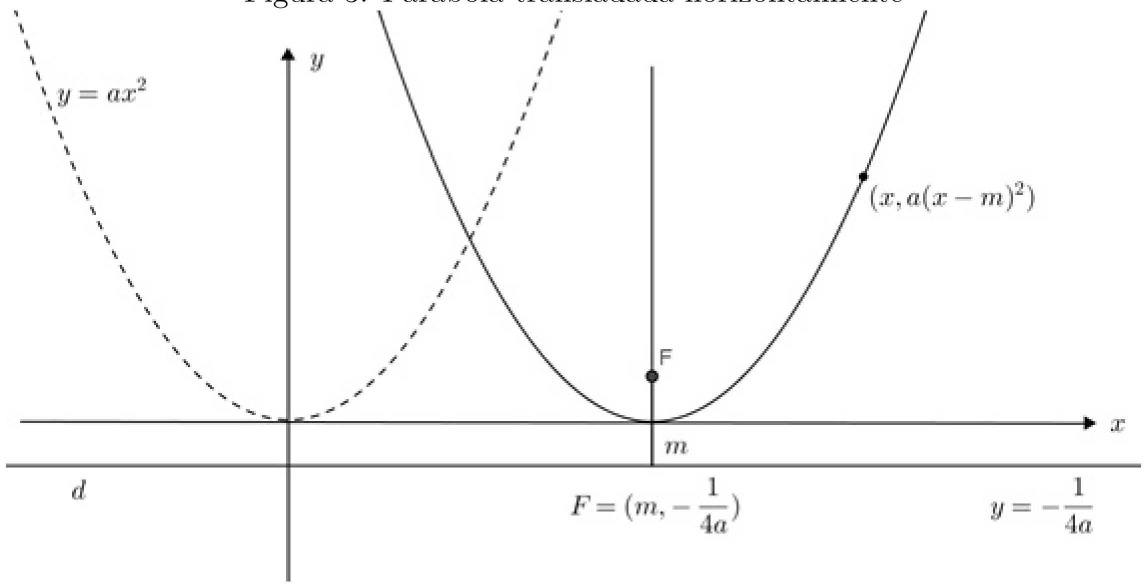
Figura 2: Concavidade da parábola



Conforme seja $a > 0$ ou $a < 0$, a parábola $y = ax^2$ tem sua concavidade voltada para cima ou para baixo (figura 2).

Para todo $a \neq 0$ e todo $m \in \mathbb{R}$, o gráfico da função quadrática $f(x) = a(x-m)^2$ é uma parábola cujo foco é o ponto $F = (m, \frac{1}{4a})$ e cuja diretriz é a reta horizontal $y = \frac{-1}{4a}$ (figura 3).

Figura 3: Parábola transladada horizontalmente

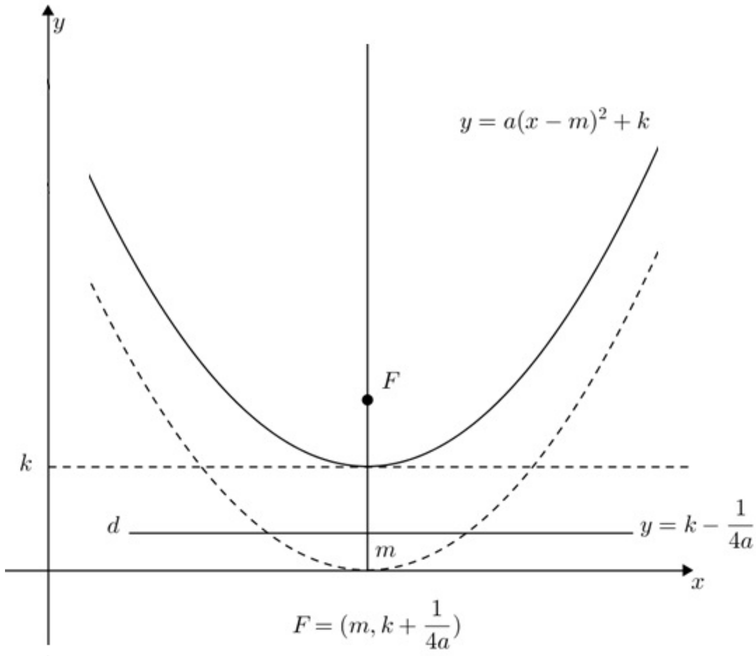


Para se chegar a esta conclusão basta verificar que, para todo $x \in \mathbb{R}$, vale a igualdade

$$(x-m)^2 + [a(x-m)^2 - \frac{1}{4a}^{2} = [a(x-m)^2 + \frac{1}{4a}]^2$$

Dados $a, m, k \in \mathbb{R}$, com $a \neq 0$, o gráfico da função quadrática $f(x) = a(x-m)^2 + k$ é a parábola cujo foco é o ponto $F = (m, k + \frac{1}{4a})$ e cuja diretriz é a reta horizontal $y = k - \frac{1}{4a}$, como pode ser visto na figura 4.

Figura 4: Parábola com translação horizontal e vertical



A afirmação acima resulta imediatamente do fato anterior, levando em conta que o gráfico da função quádratica $f(x) = a(x-m)^2 + k$ é obtido do gráfico de $g(x) = a(x-m)^2$ por meio da translação vertical, que leva o eixo das abcissas na reta $y = k$ e a reta $y = -\frac{1}{4a}$ na reta $y = k - \frac{1}{4a}$

Segue-se do último fato que o gráfico de qualquer função quadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

é uma parábola, cuja diretriz é a reta horizontal

$$y = \frac{4ac - b^2 - 1}{4a}$$

e cujo o foco é o ponto

$$F = (-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2 + 1}{4a}).$$

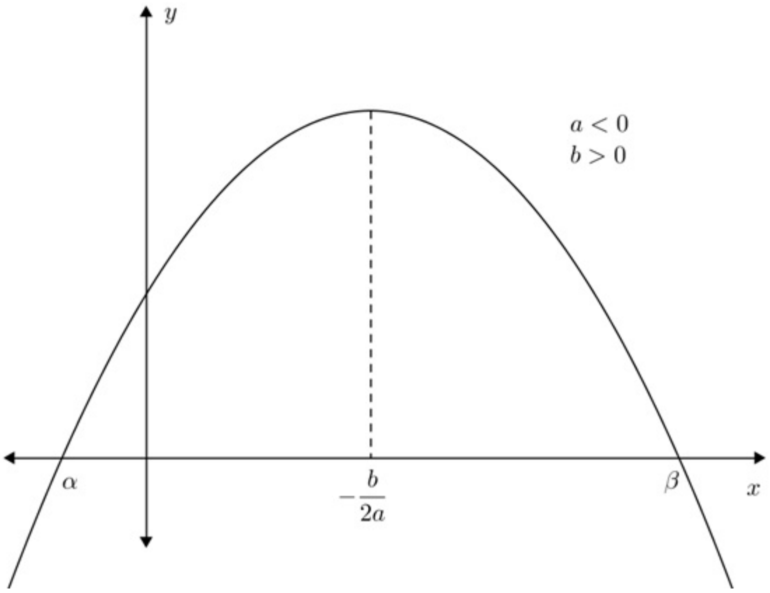
Esta parábola tem sua concavidade voltada para cima se $a > 0$ ou para baixo se $a < 0$. O ponto do gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ mais próximo da diretriz é aquele de abscissa $x = -\frac{b}{2a}$. Neste ponto, $f(x)$ atinge seu valor mínimo quando $a > 0$ e seu valor máximo quando $a < 0$. Ainda quando $x = -\frac{b}{2a}$, o ponto $(x, f(x))$ é o vértice da parábola que constitui o gráfico de $f(x)$.

O gráfico da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ é um elemento de grande importância para entender o comportamento desta função. As abscissas α, β dos pontos onde esse gráfico intersecta o eixo das abscissas, figura 5, são as raízes da equação

$$ax^2 + bx + c = 0$$

.

Figura 5: Parábola com raízes α e β



O ponto médio do segmento $[\alpha, \beta]$ é a abcissa do vértice da parábola. Se o gráfico está inteiramente acima, ou inteiramente abaixo do eixo horizontal OX, a equação não possui raízes. Se o gráfico apenas tangencia o eixo OX, a equação tem uma raiz (única) dupla. Se $\alpha < x < \beta$ então $f(x)$ tem sinal contrário ao sinal de a; se $x < \alpha$ ou $x > \beta$, $f(x)$ tem o mesmo sinal de a.

4.4 Poliedros regulares

Em DANTE (2013) é apresentado o estudo sobre sólidos geométricos como o que será visto a seguir:

Um poliedro que possui todas as faces formadas por polígonos regulares congruentes e em todos os seus vértices concorrem a mesma quantidade de arestas e denominado poliedro regular.

4.4.1 Existem apenas cinco poliedros regulares convexos

Considere um poliedro regular em que n é o numero de lados de cada face (F) e p é o número de arestas (A) que concorrem em cada vértice (V). Assim, temos:

$$2A = nF = pV$$

o que acarreta:

$$A = \frac{nF}{2}$$

e

$$V = \frac{nF}{p}$$

substituindo esses valores na relação de Euler, $V - A + F = 2$, temos:

$$\frac{nF}{p} - \frac{nF}{2} + F = 2$$

$$\Rightarrow \frac{2nF - npF + 2pF}{2p} = \frac{4p}{2p}$$

$$\Rightarrow F \cdot (2n + 2p - np) = 4p$$

$$\Rightarrow F = \frac{4p}{2n + 2p - np}$$

Precisamos ter $2n + 2p = np > 0$, isto é:

$$2n > np - 2p \Rightarrow 2n > p \cdot (n-2) \Rightarrow \frac{2n}{n-2} > p$$

como $p \geq 3$, temos que:

$$\frac{2n}{n-2} > p \geq 3 \Rightarrow 2n > 3n - 6 \Rightarrow -n > -6 \Rightarrow n < 6$$

Portanto, temos as seguintes possibilidades: $n = 3$, $n = 4$, $n = 5$.

- Para $n = 3$, temos;

  $$F = \frac{4p}{2n + 2p - np} \Rightarrow F = \frac{4p}{6 - p}$$

  Para que F seja um numero natural deve-se ter, $0 \leq p < 6$, ou seja:

  $p = 3 \rightarrow F = 4$ $(tetraedro)$

  $p = 4 \rightarrow F = 8$ $(octaedro)$

  $p = 5 \rightarrow F = 20$ $(icosaedro)$

- Para $n = 4$:

  $$F = \frac{4p}{8 - 2p}$$

  simplificando

  $$F = \frac{2p}{4 - p}$$

Neste caso p só pode ser igual a 3, sendo assim temos;

$$F = \frac{2 \cdot 3}{4 - 3} \rightarrow F = 6$$

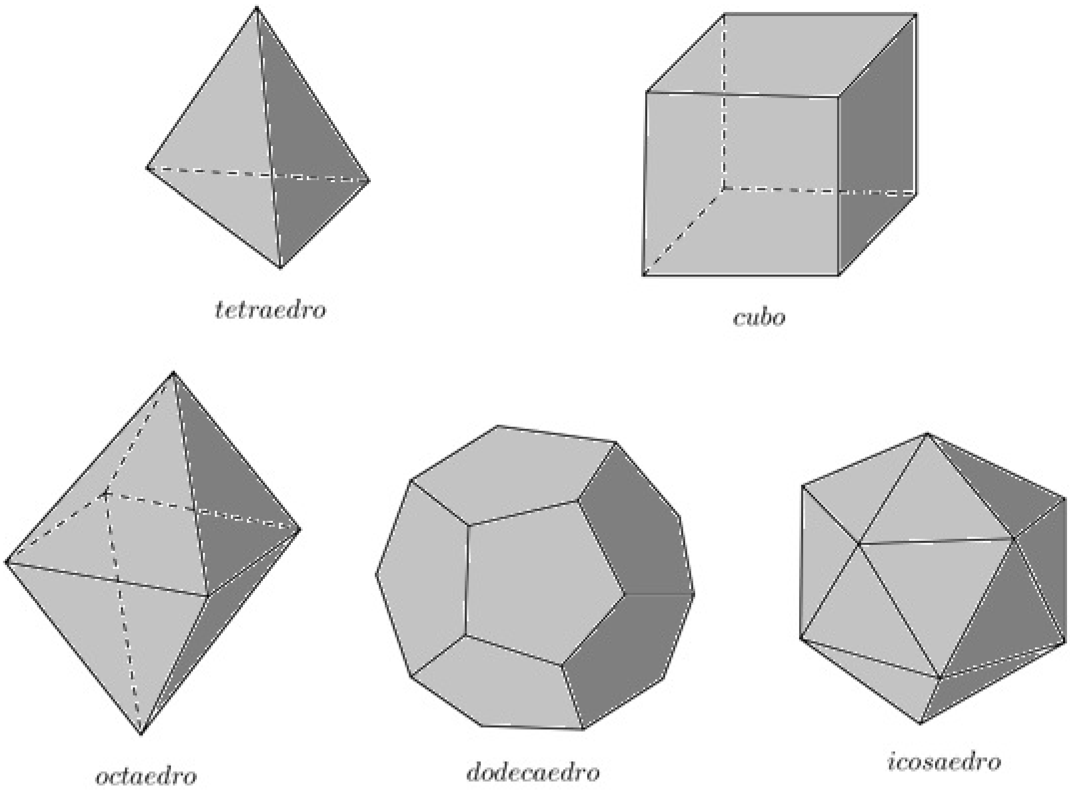
Obtemos assim um cubo.

- Para $n = 5$:

$$F = \frac{4p}{10 - 3p} \rightarrow p = 3 \rightarrow F = 12\ (dodecaedro)$$

Assim temos os seguintes poliedros regulare, conforme visto na figura 6.

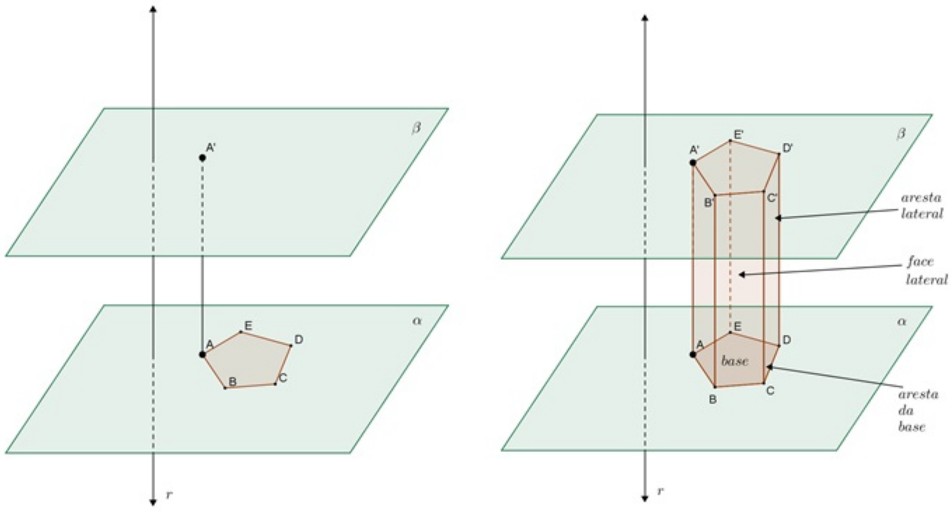
Figura 6: Os cinco poliedros regulares convexos



4.5 Prismas

Considere uma região poligonal, por exemplo $ABCDE$, contida em um plano α (figura 7). Escolha um ponto A' qualquer, não pertencente a α. Por A' trace o plano β paralelo a α. Pelos demais pontos, B, C, D, E, trace retas paralelas a AA' que cortam β nos pontos B', C', D', E'. Essas retas são paralelas entre si.

Figura 7: Construção e definição do prisma



Tome dois segmentos consecutivos assim determinados, por exemplo $\overline{AA'}$ e $\overline{BB'}$.O quadrilátero $AA'BB'$ é plano pois seus lados AA' e BB' são paralelos. Isso acarreta que $\overline{AB}$ e $\overline{A'B'}$ também são paralelos (pois estão contidos em retas coplanares que não se intersectam por estarem contidas em planos paralelos). Logo, o quadrilátero $AA'BB'$ é um paralelogramo. As regiões limitadas por paralelogramos assim determinados, juntamente com as regiões poligonais $ABCDE$ e $A'B'C'D'E'$, determinam um poliedro chamado **prisma** de bases $ABCDE$ e $A'B'C'D'E'$.

A região do espaço ocupada por um prisma é formada pelos pontos dos segmentos nos quais cada extremidade está em uma das bases.

As arestas AA', BB', CC', DD', EE' são chamadas **arestas laterais**. Todas as arestas laterais são paralelas e de mesmo comprimento.

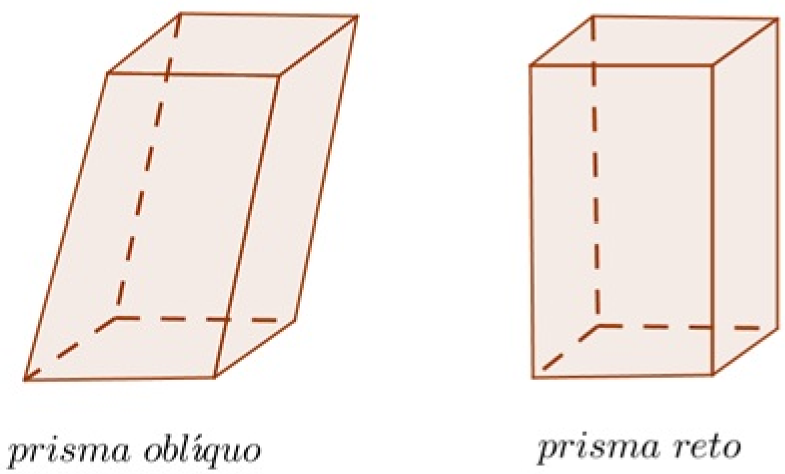
Arestas laterais consecutivas determinam regiões que têm a forma de paralelogramos e são chamadas **faces laterais** do prisma.

As bases $ABCDE$ e $A'B'C'D'E'$ são congruentes. A **altura** do prisma é a distância entre as bases.

4.5.1 Prismas retos

O prisma é reto quando as arestas laterais são perpendiculares às bases, e é oblíquo quando não o são, o que pode ser visualizado na figura 8.

Figura 8: As duas classificações do prisma

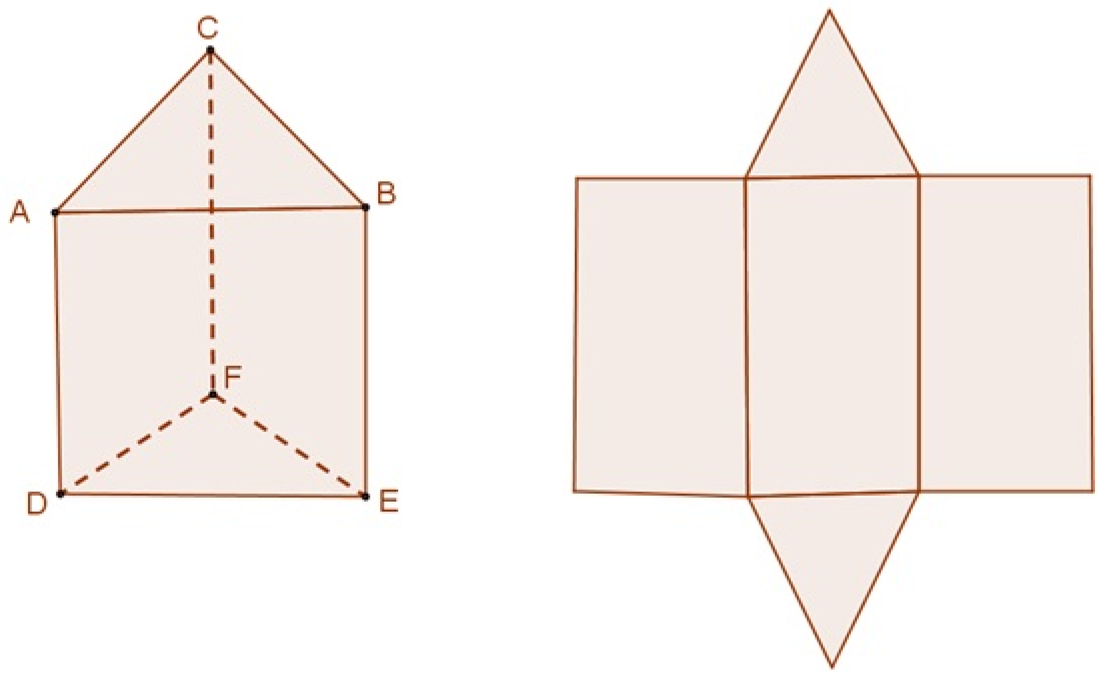


Assim, em um prisma reto, as faces laterais são regiões retangulares.

De acordo com a região poligonal das bases, o prisma recebe nomes especiais. Veja alguns exemplos nas figuras 9 e 10:

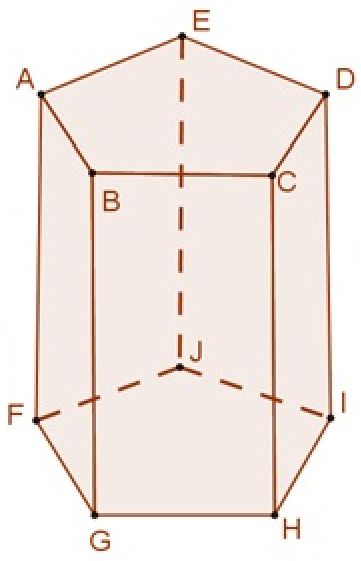
- Prisma reto de base triangular ou prisma reto triangular

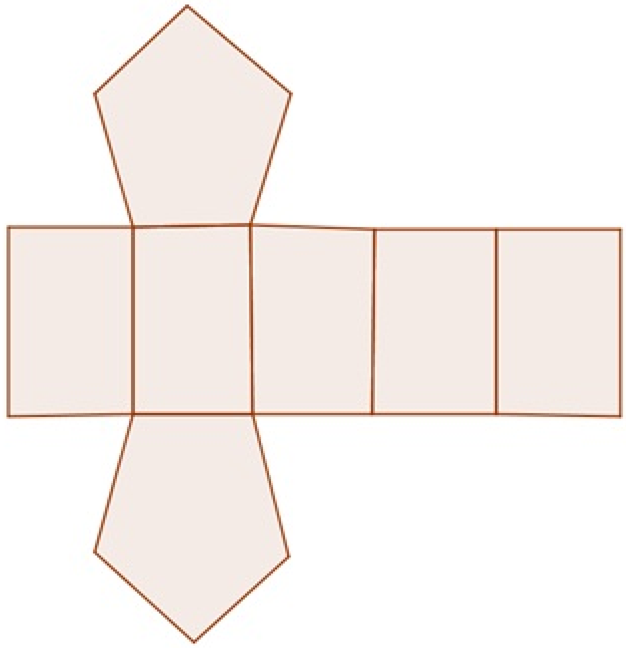
Figura 9: O prisma triangular e sua planificação



- Prisma reto de base pentagonal ou prisma reto pentagonal

Figura 10: O prisma pentagonal e sua planificação

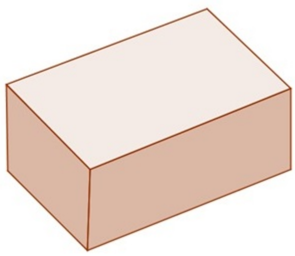




- Prisma reto de base retangular ou paralelepípedo retângulo ou bloco retangular

  Quando o prisma é reto e a base é uma região retangular, obtemos um **paralelepípedo retângulo** ou **bloco retangular** (figura 11), no qual cada face é uma região retangular.

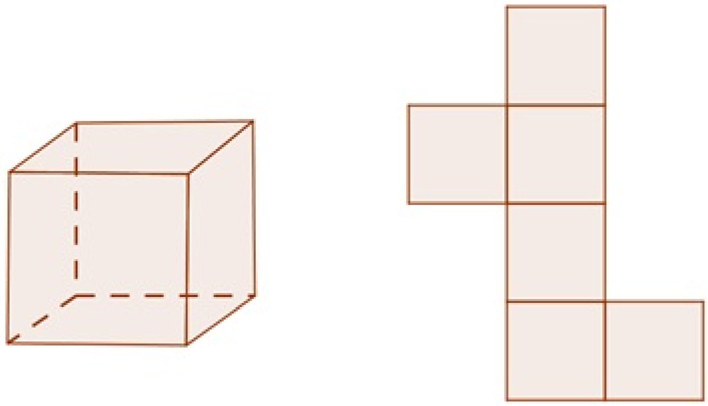
Figura 11: O paralelepípedo



- Cubo ou hexaedro regular

  Quando, em um prisma reto, a base é uma região poligonal regular, temos um **prisma regular**. Um exemplo é o cubo ou hexaedro regular, a figura 12, que é um caso particular de paralelepípedo retângulo, no qual cada face é uma região quadrada.

Figura 12: O cubo ou hexaedro e sua planificação

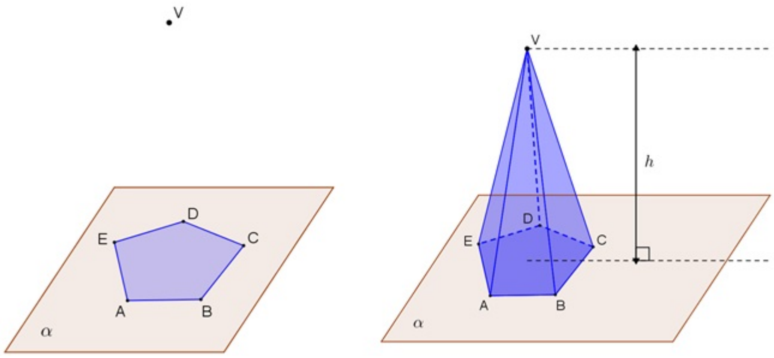


4.6 Pirâmides

Considere uma região poligonal, por exemplo $ABCDE$, contida em um plano α e um ponto V exterior ao plano da região poligonal, conforme é visto na figura 13.

Traçamos os segmentos $\overline{VA}, \overline{VB}, \overline{VC}, \overline{VD}, \overline{VE}$. Cada dois vértices consecutivos de $ABCDE$ determinam com V uma região triangular. Essas regiões triangulares, juntamente com a região poligonal $ABCDE$, determinam um poliedo chamado **pirâmide** de base $ABCDE$ e vértice V.

Figura 13: Construção e a definição da pirâmide



A região do espaço ocupada pela pirâmide é formada pelos pontos dos segmentos de reta que ligam o vértice V aos pontos da região poligonal (base).

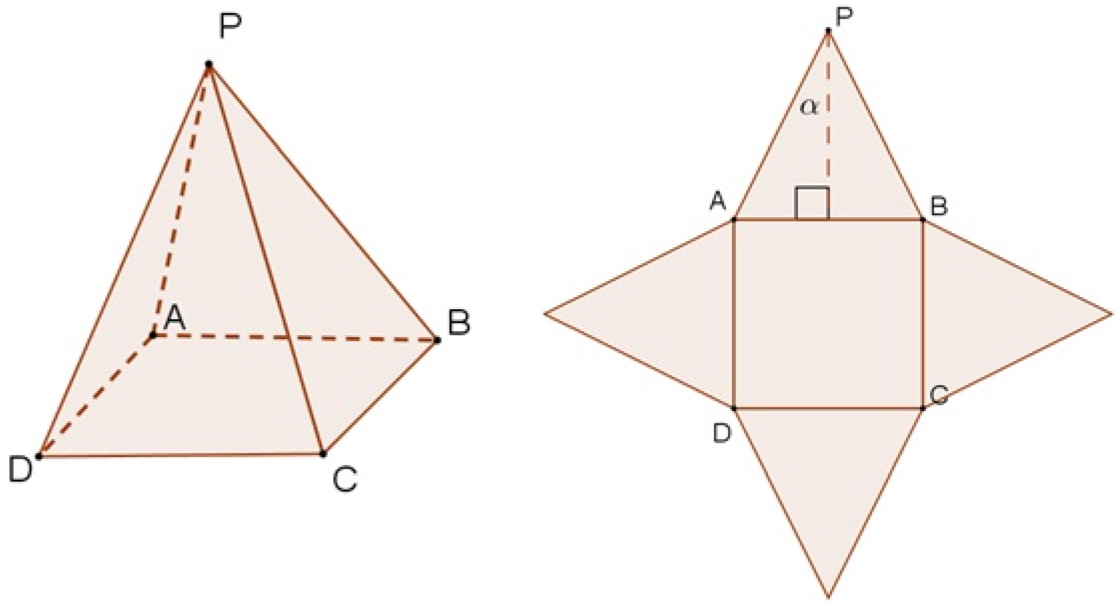
A distância do vértice ao plano da base, que indicamos por h, é chamada **altura** da pirâmide.

Os segmentos $\overline{VA}, \overline{VB}, \overline{VC}, \overline{VD}$ e $\overline{VE}$ são chamados **arestas laterais**, e as regiões triangulares VAB, VBC, VCD, VDE, e VEA são chamadas **faces laterais** da pirâmide.

4.6.1 Pirâmide regular

Pirâmide regular, figura 14, é uma pirâmide reta cuja base é uma região poligonal limitada por um pligono regular. Vamos considerar uma pirâmide cuja base é uma região quadrada e com arestas laterais congruentes:

Figura 14: A pirâmide de base quadrada e sua planificação



Essa pirâmide é regular, pois sua base é uma região poligonal regular (quadrada) e suas arestas são congruentes (pirâmide reta).

Nesse caso, podemos ainda afirmar que:

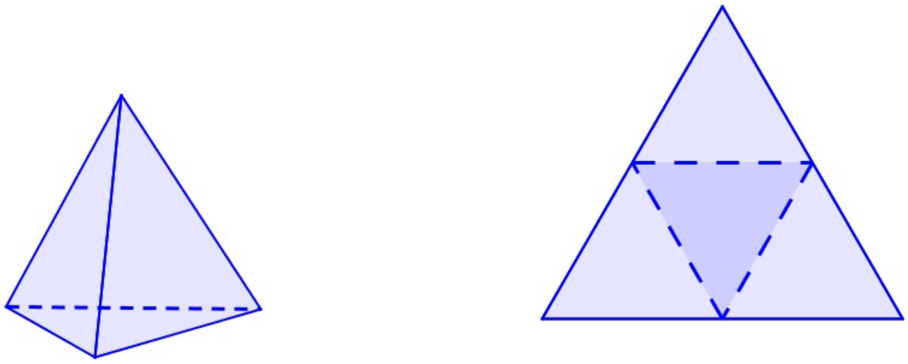
- O segmento ($\overline{PG}$) que liga o vértice ao centro da base é a altura da pirâmide;
- As faces laterais são regiões triangulares isósceles e congruentes;
- A altura de cada face lateral é conhecida por **apótema** da pirâmide regular (a).

4.6.2 Caso particular importante: o tetraedro regular

Uma Pirâmide particular, que pode ser visto na figura 15, formada por quatro regiões triangulares congruentes e equiláteras é o **tetraedro regular** (tetra: quatro; edro: faces).

Nele, qualquer uma das faces pode ser considerada base. O tetraedro regular é um caso particular de pirâmide regular.

Figura 15: O tetraedro regular e sua planificação

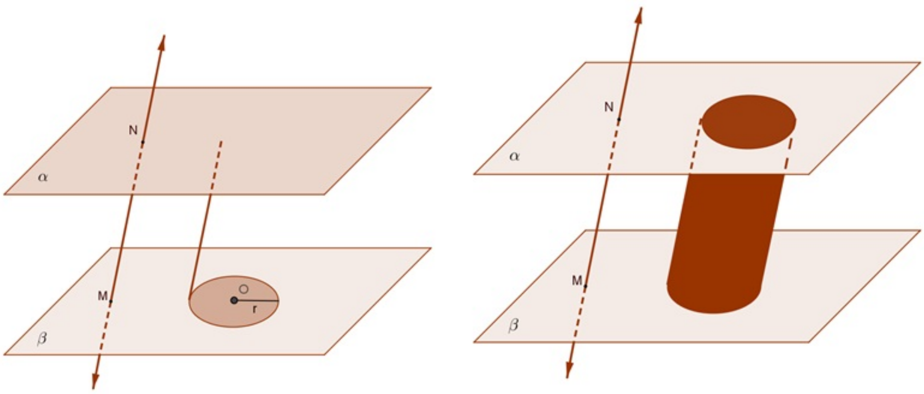


4.7 Corpos redondos

4.7.1 O cilindro

Considere dois planos α e β, distintos e paralelos, e um segmento de reta $\overline{MN}$ com M pertencente a α e N pertencente a β. Dado um círculo C de centro O e raio r, contido em α, chamamos **cilindro circular**(ou simplesmente **cilindro**) à reunião de todos os segmentos de reta, paralelos e congruentes ao segmento $\overline{MN}$, que unem um ponto do círculo C a um ponto de β (figura 16). No caso de $\overline{MN}$ ser perpendicuar a α, o cilindro é reto.

Figura 16: O cilindro e sua construção pela definição

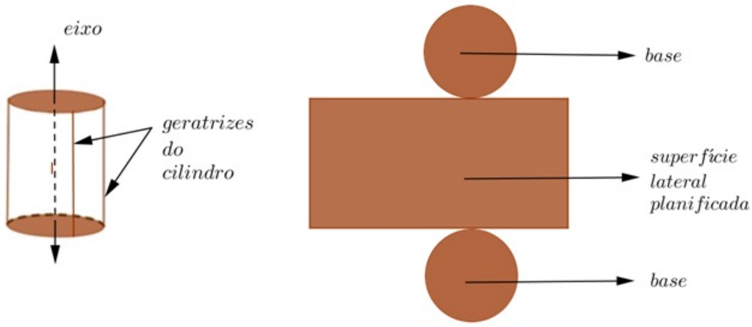


Intuitivamente, podemos imaginar um cilindro como o conjunto de pontos gerado por uma translação de um círculo.

A superfície do cilindro é formada por duas partes planas, que são as bases, e uma parte não plana, “arredondada”, que é a superfície lateral.

A altura do cilindro é a distância entre os dois planos das bases. Pode-se visualizar os elementos do cilindro na figura 17

Figura 17: Os elementos de um cilindro e sua planificação



A reta que passa pelos centros das bases de um cilindro é chamada **eixo** do cilindro.

Os segmentos paralelos ao eixo, cuja extremidade são pontos das circunferências das bases, são chamados **geratrizes** do cilindro.

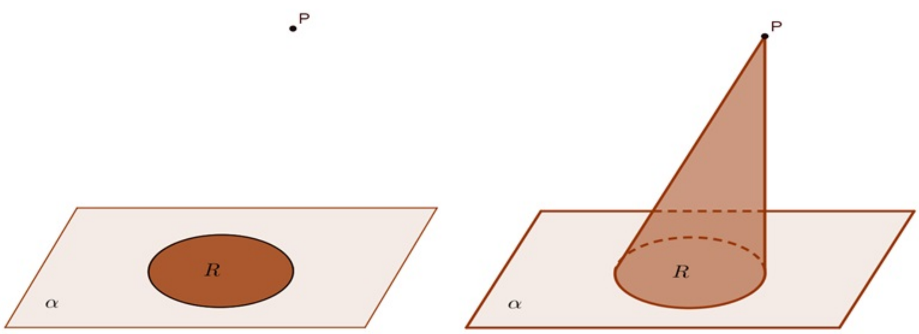
Um cilindro reto também pode ser obtido ao girar uma região retangular em torno de uma reta que contém um de seus lados. Por isso, o cilindro circular reto pode ser chamado também **cilindro de revolução**, uma vez que é o sólido obtido quando uma região retangular faz um giro completo em torno do eixo determinadopor um de seus lados.

4.7.2 O cone

Vamos considerar um plano α, uma região circular R nesse plano e um ponto P não pertencente a α.

A reunião de todos os segmentos que ligam cada ponto de R ao ponto P é um sólido chamado **cone circular** (figura 18).

Figura 18: A construção de um cone pela definição



A superfície do cone é formada por uma parte plana, a região circular, que é a sua base, e uma parte não plana, "curva", "arredondada", que é a sua superfície lateral.

O eixo do cone é o segmento de reta que liga o vértice ao centro da base.

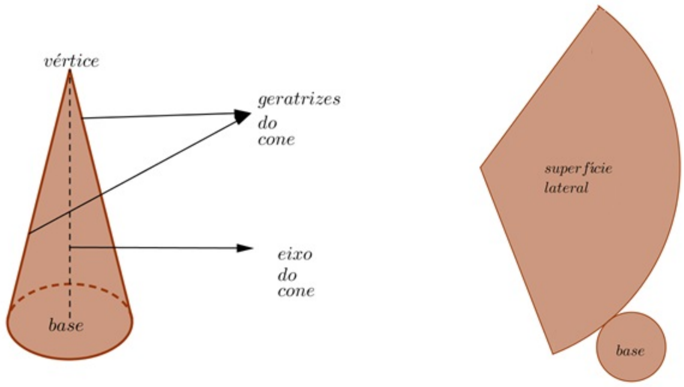
Se o eixo é perpendicular à base, o cone denomina-se **cone reto**.

Se o eixo é oblíquo à base, o cone é chamado **cone oblíquo**.

A altura h do cone é o segmento de reta perpendicular traçado do vértice ao plano da base. No caso do cone reto, a medida do eixo coincide com a da altura h.

No cone reto, cada segmento que liga o vértice a um ponto da circunferência da base é chamado **geratriz** do cone. Na figura 19 pode-se observado os elementos do cone.

Figura 19: Os elementos de um cone e sua planificação



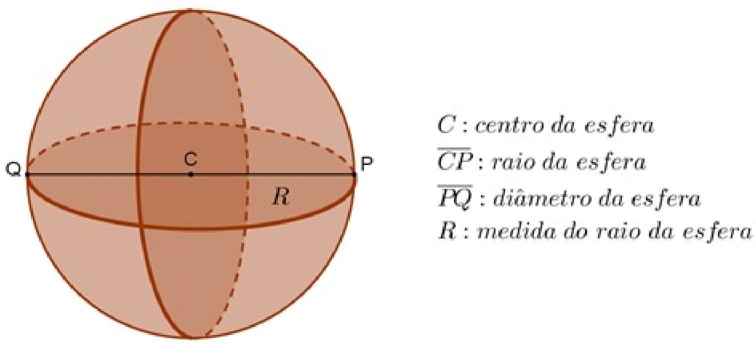
Um cone reto pode ser obtido girando-se uma região triangular cujo contorno é um triângulo retângulo em torno de uma reta que contém um dos catetos. Por esse motivo, o cone reto é considerado um **sólido** ou **corpo de revolução** e é chamado **cone de revolução**.

4.7.3 A esfera

Consideremos um ponto C e um numero real R qualquer.

A esfera de centro C e raio de medida R, figura 20, é o conjunto de todos os pontos do espaço que estão a uma distância menor ou igual a R do ponto C.

Figura 20: Os elementos de uma esfera

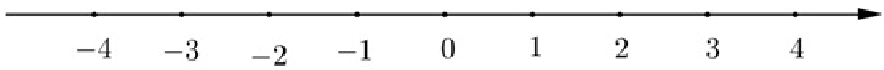


A "casquinha" ou a fronteira da esfera chama-se **superfície esférica**.

4.8 Reta numérica

Os números inteiros podem ser associados a pontos em uma reta, figura 21. Traca-se uma reta e associa um ponto para representar o zero, usando sempre a mesma unidade, marca-se os pontos que representam os números inteiros positivos à direita do zero e os que representam os números inteiros negativos a esquerda do zero.

Figura 21: Os números inteiros representados em uma reta



A reta numérica também ajuda a comparar números inteiros. Entre dois números o que está localizado mais à direita na reta numérica será o maior. Assim temos que:

1. Qualquer número positivo é maior que zero;

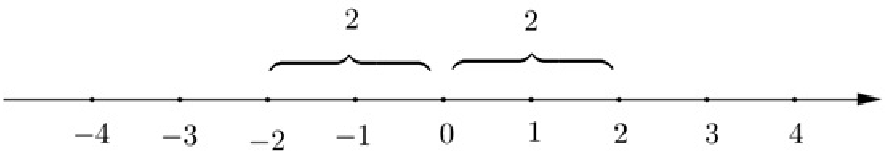
2. Zero é maior que qualquer número negativo;

3. Qualquer número positivo é maior que um número negativo.

4.8.1 Distâncias na reta numérica-módulo

Vimos que um número é representado na reta numérica por um ponto. A distância entre esse ponto e o ponto que representa o zero é o **módulo** ou **valor absoluto** desse número. Na figura 22 pode ser visto o módulo do número 2.

Figura 22: A distância do ponto 0 ao ponto 2 e ao ponto -2



A distância entre o ponto que representa o 2 e o ponto que representa o zero é 2. Por isso, $|2| = 2$ (lemos: módulo de 2 é igual a 2). Da mesma forma, $|-2| = 2$, 2 e -2 são números diferentes, mas têm o mesmo módulo, porque estão a mesma distância do zero. Eles são chamados **simétricos** ou **opostos**.

A distância entre dois pontos e calculada somando os módulos dos números. Qual a distância entre -4 e 3 na reta numérica? temos;

$$|-4| = 4 \ , \ |3| = 3 \Longrightarrow 4 + 3 = 7$$

ou seja, a distância entre -4 e 3 é 7

4.9 Adição e subtração envolvendo números negativos

Vamos examinar algumas situações. Indicaremos dívidas e prejuízos com números negativos.

- De uma dívida de R$ 80,00 vou pagar R$ 30,00. Ainda ficarei devendo R$50,00.

$$(-80) + (+30) = -50$$

- Meu saldo é de R$ 40,00 negativos. depositando R$ 40,00 eu "zero a conta"!

$$(-40) + (+40) = 0$$

- Minha empresa teve prejuízo de R$ 4000,00 em janeiro e de R$ 3000,00 em fevereiro. O prejuízo acumulado foi de R$ 7000,00.

$$(-4000) + (-3000) = -7000$$

Pelas situações concluimos que:

- Dois números positivos, somamos seus módulos e o resultado é positivo;
- Dois números negativos, somamos seus módulos e o resultado é negativo;
- Dois números de sinais contrários, subtraimos seus módulos e o resultado tem o sinal do número de maior módulo;
- Na adição envolvendo números negativos, a ordem das parcelas não altera a soma.

4.10 O plano cartesiano

Para o estudo de plano cartesiano GÓMEZ et al. (2017), nos apresenta que um sistema de eixos ortogonais num plano π é um par de eixos, eixo OX e eixo OY, com unidade de medida de igual comprimento, que se intersectam perpendicularmente na origem comum O. Por convenção, o eixo OX é denominado **eixo horizontal** e o eixo OY, **eixo vertical**.

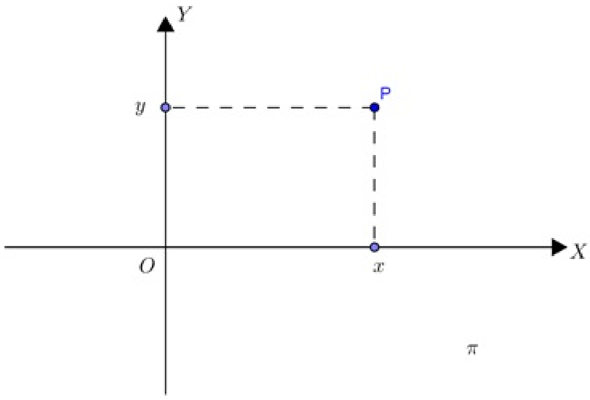
Em todo o seguinte, faremos referência a esta configuração como *sistema de eixos ortogonais* **OXY** ou, brevemente, **sistema OXY**.

A escolha de um sistema de eixos ortogonais permite estabelecer uma correspondência biunívoca entre os pontos do plano π e os pares ordenados de números reais do conjunto

$$\mathbb{R}^2 = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}\}$$

De fato, ao ponto $P \in \pi$ fazemos corresponder o par ordenado (x, y), onde x é a coordenada do pé da perpendicular ao eixo OX que passa por P e y é a coordenada do pé da perpendicular ao eixo OY que passa por P(figura 23)

Figura 23: Coordenadas x e y do ponto P

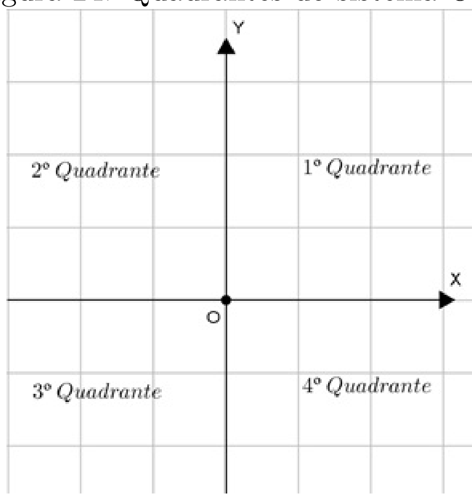


Reciprocamente, ao par ordenado $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ associamos o ponto P do plano π dado pela interseção da perpendicular ao eixo OX que passa pelo ponto deste eixo de coordenadas x com a perpendicular ao eixo OYque passa pelo ponto deste eixo de coordenadas y.

Os números $x,\ y \in \mathbb{R}$ do par ordenado (x, y) associado ao ponto P são as **coordenadas cartesianas** do ponto P; x é a **abcissa** ou **primeira coordenada** de P e y é a **ordenada** ou **segunda coordenada** de P.

Notação: Se $P \in \pi$ corresponde a $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, escrevemos $P = (x, y)$.

Figura 24: Quadrantes do sistema OXY



O complementar dos eixos no plano é a união de quatro regiões denominadas **quadrantes** e enumeradas como na figura 24.

Observe que os pontos do eixo OX têm coordenadas $(x, 0)$, os pontos do eixo OY têm coordenadas $(0, y)$ e os quadrantes, dados em coordenadas, são:

- $1°Quadrante = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x > 0 \; e \; y > 0\}$;
- $2°Quadrante = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x < 0 \; e \; y > 0\}$;
- $3°Quadrante = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x < 0 \; e \; y < 0\}$;
- $4°Quadrante = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x > 0 \; e \; y < 0\}$.

4.11 Um breve histórico da Engenharia Didática

O movimento de Didática Francesa, iniciado na França na década de 70, busca entender a dinâmica da sala de aula que ocorre entre estudantes, professor bem como o ambiente que os mesmos interagem, ao mesmo tempo, sugere mecanismos para analisar o ensino de Matemática de maneira científica.

Conforme, ALMOULOUD and SILVA (2012),Yves Chevallard e Guy Brousseau foram os precursores dessa metodologia de pesquisa em 1982, que ficou conhecida como Engenharia Didática clássica ou de primeira geração.

O movimento de Didática Francesa é composto por vertentes, dentre esses, destacam-se, BROUSSEAU (1978) com trabalhos em Contrato didático, Situações didáticas e a Teoria das Situações Didáticas; CHEVALLARD (1991) com Transposição didática, ARTIGUE(1990) na Engenharia didática e VERGNAUD(1996) Campos conceituais. Entretanto,essa pesquisa será embasada, não na sua totalidade, nas pesquisas de Artigue em Engenharia Didática.

Em 1989, Michèle Artigue, apresenta a Engenharia Didática como uma metodologia de pesquisa com a capacidade de trazer o ambiente da sala de aula para dentro das pesquisas. Para ARTIGUE (1996), a Engenharia Didática faz uma analogia ao trabalho de um engenheiro que necessita de um saber fundamentado e científico que é essencial ao seu ofício, como também de criatividade para solucionar problemas práticos, cujas soluções não são encontradas em livros.

Na metodologia de Engenharia didática, destacam-se como protagonistas do ensino, as experiências vivenciadas em sala de aula e a prática do professor. Nesse contexto, a fundamentação teórica contribui na pesquisa do que se pretende investigar, porém a sala de aula é o foco das atenções, haja vista que as teorias oriundas externamente do espaço escolar, não levam em consideração o ambiente dinâmico de uma sala de aula, portanto não contribui para o sucesso de uma pesquisa CARNEIRO (2005).

Artigue também ressalta que a confrontação dos resultados *a priori* e *a posteriori* possibilita averiguar se a concepção, intervenções didáticas, de maneira geral, a realização da prática de ensino, podem ser usadas como validação das hipóteses levantadas.

Para promover uma pesquisa com ênfase metodológica na engenharia didática, tornam-se de suma importância quatro passos básicos, que são aplicados em uma escala progressiva, conforme figura 25:

Figura 25: As fases metodológicas da Engenharia Didática

Estas fases na pesquisa são progressivas e aparentemente podem transmitir a ideia de linearidade, mas conforme ARTIGUE (1996), podem ser retomadas durante a pesquisa, desde que se observe o necessário. Para a realização deste estudo, as fases e os respectivos procedimentos da pesquisa são enumerados a seguir:

1. **As análises prévias**: Essa etapa permite ao pesquisador identificar quais são as variáveis didáticas que serão utilizadas nas fases posteriores. Neste momento, são realizadas observações sobre o contexto didático geral da pesquisa como também as suas especificidades, a fundamentação teórica do conteúdo que será alvo da pesquisa, o ensino tradicional deste conteúdo e o meio que os estudantes inseridos na pesquisa vivem.

   Assim, segundo ARTIGUE (1996), na análise prévia reside a concepção da engenharia que será administrada para suscitar controladamente a evolução da pesquisa.

   Para fomentar a pesquisa, inicialmente serão aplicados questionários diagnósticos em uma turma de ensino médio, com intuito de diagnosticar as dificuldades encontradas pelos estudantes em tópicos específicos da Matemática, como também serão verificadas as condições do laboratório computacional, adequando o mesmo para a realização desse estudo. Ademais será realizado um estudo bibliográfico sobre o conteúdo que será ministrado, para tal será levantado os possíveis jogos que poderão ser adaptados para o computador e por fim, definir qual será utilizado.

2. **Construção e análise *a priori***:Nesta etapa, será feito todo o planejamento das atividades. Segundo ARTIGUE (1996), essa fase envolve uma componente descritiva e uma componente prognóstica. Portanto,nesse momento é necessário relatar todas as decisões tomadas, definir as variáveis globais, e na esfera local, descrever os procedimentos propostos.

   Para esse trabalho a esfera local é a escolha do jogo, a criação ou adaptação do mesmo para o computador e quais estratégias tomar, baseado nos resultados obtidos pela investigação feita nas análises prévias.

3. **Experimentação**: Essa é a fase clássica, o momento em que os estudantes irão de fato efetuar os experimentos definidos na análise a priori.

   Este momento será desempenhado no laboratório de informática. Serão aplicadas três (3) sequências didáticas, atividades monitoradas em um laboratório de simulação computacional onde o discente poderá interagir com o software através de um jogo computacional, juntamente com o apoio do professor pesquisador. Os jogos focarão nas dificuldades diagnosticadas nas etapas anteriores. Cabe ressaltar que tais atividades fazem parte do planejamento da disciplina, onde o pesquisador principal atua como docente.

   Posteriormente, será aplicado junto aos discentes, um questionário de satisfação que avaliará de forma qualitativa, a intervenção aplicada e que será usado como parâmetro na pesquisa.

4. **Validação e análise *a posteriori***: Nessa etapa que encerra a pesquisa, será investigado se os objetivos foram alcançados, e se as hipóteses foram ou não válidas. Por fim, os estudos e discussões referentes às pesquisas bibliográficas ocorrerão ao longo de todo o processo de construção e execução deste projeto de pesquisa.

4.12 A relação do homem com os jogos

Desde o momento em que o ser humano se tornou um ser pensante, os jogos fizeram parte de sua vida, tornando assim inerentes à condição humana, tanto em formatos que estimulam o corpo como os que estimulam o pensamento, a abstração das ideias e enfim, o raciocínio matemático. Esse pensamento matemático pode ser apresentado de diversas formas como: charadas, problemas em aberto e puzzles. A história da Matemática mostra que os jogos por muitas vezes, foram a condução para a criação de alguns ramos da Matemática, por exemplo, em seus trabalhos sobre os jogos de azar , Gerolamo Cardano (1526), fez um estudo sobre a aleatoriedade ,buscando trazer certezas nas incertezas que os jogos de azar como baralho, gamão, dados e até por vezes, o xadrez podem remeter. Esse estudo foi o embrião da teoria das probabilidades que hoje se tornou um ramo da Matemática indispensável na vida moderna.

Na Educação Matemática, os jogos se destacavam como um recurso didático desde a antiguidade, os gregos e os romanos utilizaram das brincadeiras e jogos como uma forma de ensino. Em AGUIAR (2004) existem registros de filósofos como Platão que defendia o uso dos mesmos para desenvolvimento intelectual das crianças preparando-as para a fase adulta. Platão ensinava Matemática às crianças em forma de jogo e preconizava que os primeiros anos da criança deveriam ser ocupados com jogos educativos, praticados em comum pelos dois sexos, sob vigilância de adultos em jardins de infância.

Com o advento da Idade Média, os jogos assim como a fase da infância, considerada como adulto em miniatura, perdem sua importância. Além disso, os educadores buscam um maior recato, as brincadeiras são abandonadas por não serem bem aceitas principalmente, pelo excesso de moralismo da igreja medieval. Entretanto, somente a partir do século XVII, com o surgimento do Romantismo e das ideias iluministas preconizadas por Rousseau, bem como a perda de parte do poderio eclesiástico, que a infância passou a ser considerada novamente uma etapa importante do ser humano.

Contudo, a partir do século XIX, que os estudiosos passaram a se preocupar com a forma como o conhecimento era construído. Segundo, HEILAND (2010), Fröbel, o primeiro pedagogo a incluir o jogo no sistema educativo, acreditava que a personalidade da criança pode ser aperfeiçoada e enriquecida pelo brinquedo e que a principal função do professor, nesse caso, é fornecer situações e materiais para o jogo.

Piaget, psicólogo da educação, também coaduna com a ideia de Fröbel e por isso propôs o uso dos jogos como construtor de conhecimentos para a criança, já que esses podem despertar o interesse infantil de forma espontânea. Consciente da relevância dos jogos e do fascínio que esses exercessem sobre as crianças, o professor busca ensinar cálculo ou ortografia tidos como maçantes, porém de forma lúdica,

conforme Piaget(1976) citado por AGUIAR (2004) “O jogo é, portanto, sob as suas duas formas essenciais de exercício sensório-motor e de simbolismo, uma assimilação do real à atividade própria”.

Pode-se inferir, portanto, que os jogos fornecem à criança elementos que simulam uma situação real, onde a socialização das ideias e a comunicação são importantes no ensino. Sendo assim, torna-se necessário oferecer às crianças material adequado, com o intento de que, ao executarem o jogo, elas construam conhecimentos que sem tal influência, não seriam possíveis à inteligência infantil.

No Brasil, os jogos são objetos de estudos de muitos pesquisadores onde a principal característica que é a agradável interação entre os indivíduos, sem perder o foco do conteúdo, se torna um ponto bastante frisado pelos pesquisadores. Acrescenta-se a isso, a criatividade, a tomada de decisões, ou seja, o protagonismo do estudante. Dentre os autores com trabalhos sobre o assunto, podem ser citados: GRANDO (2000) que realizou uma investigação dos conhecimentos matemáticos desenvolvidos ou adquiridos ao utilizar como metodologia de ensino, os jogos que necessitavam de regras, dessa maneira, pode-se perceber o uso das ideias de Piaget, que preconizava os jogos e suas regras na construção do intelecto das crianças. Essa maneira de tratar o jogo e o conjunto de regras que o constitui pode ser notado também em QUEIROGA (2012) que através de uma análise de desempenho dos participantes em sua pesquisa, buscou compreender as diferenças entre jogo e raciocínio lógico-matemático utilizando como referencial o teórico piagetiano.

Já TONÉIS (2010), realizou uma pesquisa sobre o uso de jogos digitais nos quais se pode encontrar estruturas narrativas ou uso de *puzzles* lógicos e enigmas que relacionam com o ensino da matemática.

Nos trabalhos citados, o enfoque era o jogo e o desenvolvimento cognitivo que o mesmo pode propiciar, porém diante de tantos trabalhos que preconizam o uso de jogos, pesquisas envolvendo o uso deles no ensino efetivo da Matemática e trabalhos de psicólogos que atestam a sua eficiência no ensino, ainda pode ser encontrado uma elevada resistência de docentes, principalmente nos anos finais do ensino básico, quanto à utilização desse recurso em sala de aula. Essa é a problemática que JELINEK (2005) busca responder. Em seu trabalho, ele enfoca o uso dos jogos pelos professores, os desafios que os docentes encontram ao utilizá-los como recurso didático. Nesse contexto, a partir da abordagem desta pesquisa, concluiu-se que nas séries iniciais, o uso de jogos é mais disseminado, todavia, a partir do ensino médio, os professores apresentam maior resistência quanto ao uso desses.

RUBI (2012) adentra o uso de jogos digitais, conforme o objetivo deste trabalho, porém ele faz uso de um jogo comercial online já estabelecido, *transformice*, para ensinar conceitos matemáticos como espaço e forma, grandezas e medidas para estudantes do 8º ano do ensino fundamental. Ao final, os resultados mostraram que se forem devidamente contextualizados, os jogos comerciais podem ser usados no ensino da Matemática.

Em D' AMBRÓSIO (1993) pode-se perceber a importância de ensinar uma Matemática compromissada em desenvolver o raciocínio lógico, estimulando a tomada de atitude, a criatividade e a resolução de problemas. Sendo assim, o professor deve buscar por uma ferramenta de trabalho onde a passividade do discente, caso do quadro, giz e repetição de exercícios, seja minimizada. D' Ambrósio destaca o uso desses pelos educadores para que com a sua utilização, as aulas se tornem mais agradáveis e a aprendizagem torne-se algo fascinante.

Já DANTE (1994), propõe que, antes das atividades de ensino da Matemática nos anos iniciais do ensino básico, o professor deve fazer uso de material concreto que utiliza o corpo da criança e o meio ambiente do mesmo, assim como sucata e materiais reciclados, ou seja, jogos que utilizem de material manipulativo. Entretanto, quando se fala em jogos no ensino, sempre vem à mente das pessoas, um ambiente em que os estudantes constroem e manipulam materiais para realização da atividade como dados, fichas, tabuleiros ,dentre outros.

Essa é a maneira tradicional de se utilizar jogos em sala de aula. Porém levando em consideração o mundo atual em que os adolescentes vivem, com diversos recursos tecnológicos, como celulares, computadores e videogames, neste trabalho, pretende-se aliar o uso dos computadores aos jogos no processo de ensino-aprendizagem, porém de forma mais atraente e interativa.

4.13 A escolha do *software*

Para adaptar ou criar jogos em computadores, torna-se necessário um programa que possua linguagem de programação fácil de ser compreendida, um ambiente gráfico que seja dinâmico, que possua funcionalidades para formatar um layout agradável aos estudantes, e que mesmo leigos na programação de computadores, caso da maioria dos professores de Matemática no ensino básico, possam criar os jogos que serão utilizados em suas aulas, partindo dessas premissas, neste trabalho será adotado o programa GeoGebra.

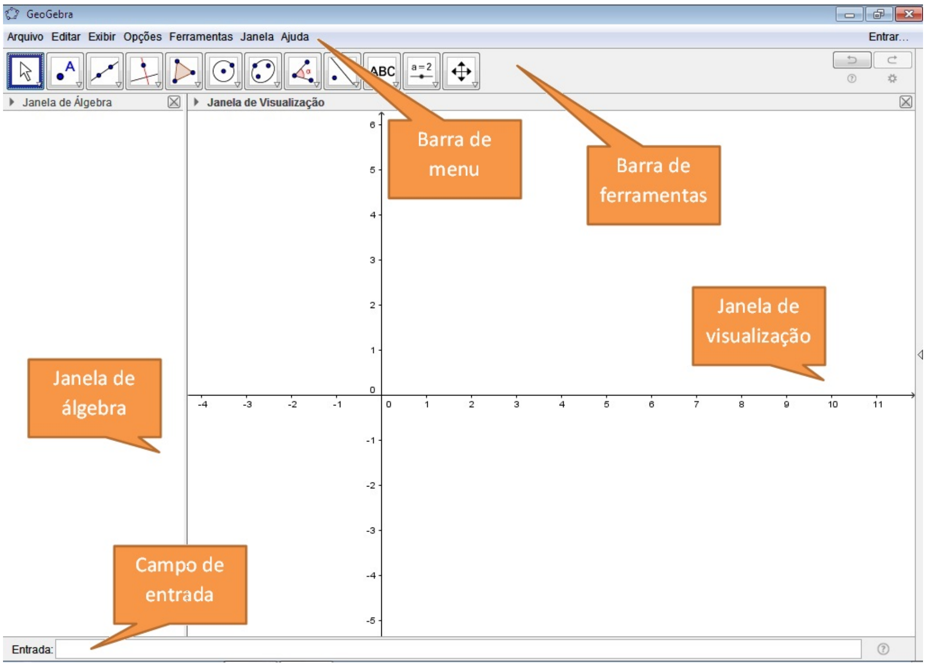
Esse programa foi pensado para ser utilizado nas aulas de Geometria e Álgebra porém, devido ao fato dele ser livre, pôde ser acrescido de várias funções pelos usuários do mundo todo. Atualmente, esse programa, possui recursos de linguagem de programação o que possibilita uma enorme gama de funcionalidades, uma interface gráfica atraente e fácil de ser compreendida, capaz de possibilitar a adaptação e criação de jogos no programa. Ademais, essa ferramenta apresenta todas as funções de um programa de geometria dinâmica acrescido dos recursos de programação e duas janelas que representam um mesmo objeto de duas maneiras distintas, uma janela geométrica e outra algébrica.

Na janela de visualização, encontram-se todas as propriedades visuais de um objeto como sua forma, medidas, modificação dos seus componentes como cor da linha e do polígono, espessura da linha, cálculo das medidas de perímetro, comprimento da área, ângulo, bem como é possível fazer transformações no objeto como reflexionar, transladar ou girar em torno de um ponto.

Já na janela algébrica, pode-se obter toda a representação algébrica do objeto. O fato de manipular o objeto em uma das janelas, modifica-o instantaneamente na outra. O programa também apresenta uma barra de comando onde podem ser digitados funções, pontos, equações e comandos de programações. Nessa barra, encontram-se uma ajuda importante, caso for digitado algo de forma incorreta, aparece uma cor vermelha mostrando que falta algo. Os objetos já inseridos no programa aparecem de cor azul, o torna fácil o uso dessa barra. Na parte superior da tela encontra-se a barra de menu, nesta região do GeoGebra, são apresentados ícones para prover funcionalidades tais como: janelas específicas ou à aplicação, abrir arquivos, interagir com o sistema, requisitar ajuda. Já na parte inferior, encontra-se a barra de ferramentas, nela constam-se as principais ferramentas que são utilizadas no GeoGebra, também é possível criar novas ferramentas e no lado direito, aparece a descrição do uso da ferramenta selecionada.

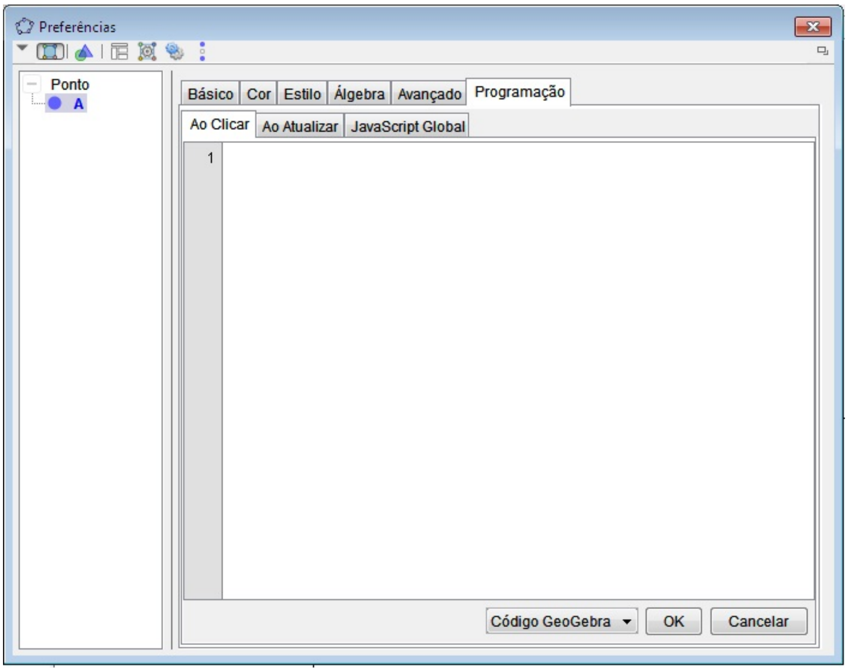
Na Figura 26, pode-se visualizar a área de trabalho do GeoGebra onde pode-se observar a janela de álgebra à esquerda, a de visualização à direita, a barra de comandos na parte inferior da tela, bem como as barras de menu e de ferramentas acima da tela.

Figura 26: A área de trabalho do GeoGebra



Ao se criar um objeto na janela geométrica e clicar com o segundo botão do mouse sobre o objeto, é possível acessar as propriedades do objeto e na janela de programação, pode-se digitar uma informação em linguagem *ggbscript*, dessa forma será possível executar uma ação sobre o objeto de três formas diferentes: ao clicar sobre o objeto, ao atualizar ou em linguagem *Javascript*. Neste trabalho, enfoca-se o uso da linguagem de programação ao clicar sobre o objeto, a Figura 27 mostra a janela de programação .

Figura 27: A janela de programação do GeoGebra



Existem trabalhos sobre o uso do GeoGebra no ensino de Matemática, tanto no ensino básico como no ensino superior, que trazem para o estudante uma visão geométrica dos conceitos que são abordados na Matemática, bem como a dinamicidade do software é explorada para detalhar as variações que ocorrem ao ser realizado uma modificação em algum objeto matemático, como gráficos, polígonos, cônicas dentre outros. Em CANAVEZI et al. (2016), utilizaram-se as funcionalidades do GeoGebra atrelado a um jogo com material manipulativo em que os conceitos de tabelas, gráficos, exercícios de cálculos e problemas de otimização, para realizarem um trabalho sobre construção de gráficos da função quadrática com estudantes do ensino básico.

Outrossim, ZACHI (2016), utilizando do GeoGebra e do material de apoio idealizado pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, apresentou uma proposta de atividade de otimização .Nesse trabalho, a pesquisadora centrou-se no uso do software para criar os gráficos de situações problema nas áreas de economia, gestão de empresas dentre outros e determinar valores de máximo ou mínimo de funções.

Ademais, em CERQUEIRA et al. (2005), pode-se visualizar um estudo sobre isometrias no plano, com foco no uso do GeoGebra nas aulas em laboratório de informática, bem como na possibilidade de desenvolver atividades interdisciplinares com outras áreas do conhecimento como: artes, música dentre outras. Além disso, ele apresenta definições, exemplos e proposições a respeito das isometrias: reflexão, translação, rotação e reflexão com deslizamento utilizando as ferramentas do GeoGebra. Logo, nota-se a diversidade de funcionalidade do GeoGebra, uma vez que mesmo não se limita a uma mera calculadora de desenhar gráficos de funções.

Um trabalho que se aproxima da proposta dessa pesquisa é o da pesquisadora, JARDIM et al. (2015), em seu trabalho intitulado “Estudando Limites com o GeoGebra”, ela explora as ferramentas condicionais desse programa para a criação de um quizz (jogo de perguntas e respostas), onde as diversas características do gráfico de uma função são exploradas ludicamente, mesmo sendo um trabalho para o nível superior. Tal fato corrobora para a dinamicidade desse *software*.

As características do GeoGebra são fatores relevantes para a sua aplicabilidade, pois despertam a curiosidade do discente pelo fato desse poder movimentar os objetos e visualizar o que ocorre com ao mesmo tanto algebricamente quanto graficamente, além de provocarem situações que requerem investigação, questionamento, levantamento de hipóteses e averiguação de solução.

Confiantes nessas duas formas de ensino-aprendizagem, o uso dos jogos e do *software* educacional, o proposto nesse trabalho é realizar uma fusão dos jogos e do GeoGebra a fim de criar videogames que possibilitem aos estudantes aprenderem ou aferirem seus conhecimentos de forma lúdica.

5 METODOLOGIA

A metodologia de pesquisa desenvolvida neste trabalho fundamentada em POMMER (2013) é caracterizada por ser uma pesquisa experimental, devido ao fato de propor a execução de um experimento em laboratório computacional, no caso os jogos computacionais. Pelo fato de ter sido realizado uma coleta de dados para serem analisados e interpretados, pode-se classificar esse trabalho como pesquisa de campo e ademais este trabalho também e caracterizado como pesquisa teórica pois foi realizado um estudo bibliográfico para embasar a pesquisa proposta. Para a execução das intervenções didáticas foi utilizado a metodologia com jogos de ensino, com alguns preceitos da Engenharia Didática.

Neste capítulo, serão destacados os jogos computacionais utilizados no trabalho, bem como, suas particularidades. Todos os jogos apresentados foram criados ou adaptados pelo professor pesquisador deste trabalho.

As regras para os participantes executarem os jogos, o funcionamento dos jogos e as telas que aparecem no decorrer da execução dos mesmos serão explicitados. Encontra-se, em anexo, os recursos de programação *ggbscript* utilizados na confecção dos jogos.

5.1 O jogo Vira carta

Este jogo foi adaptado do livro Cadernos do Mathema, na versão impressa, o jogo é praticado através de cartas, com gráficos de funções quadráticas e propriedades referentes ao mesmo, o jogo pode ser realizado com dois ou mais participantes. Na versão adaptada para computador o jogo das funções quadráticas será praticado com apenas dois participantes.

Inicialmente o estudante encontra a tela da figura 28, para que o jogo comece o estudante deve acionar a cor correspondente ao placar, assim a programação *ggbscript* irá sortear as cartas de funções quadráticas e sortear uma pergunta referente à função quadrática, conforme pode ser observado na Figura 29.

Figura 28: A tela inicial do Jogo

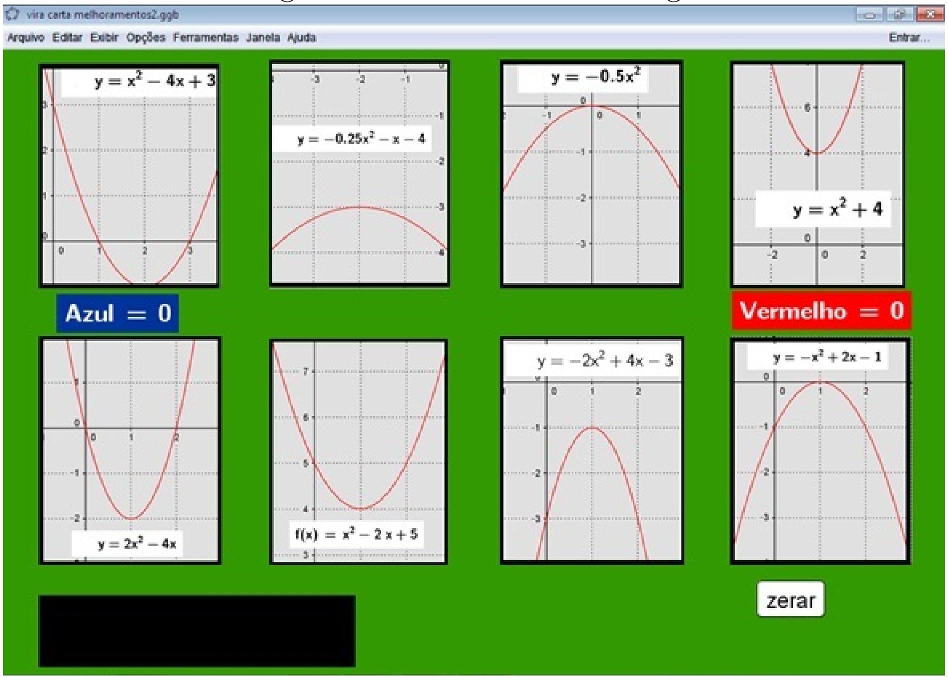
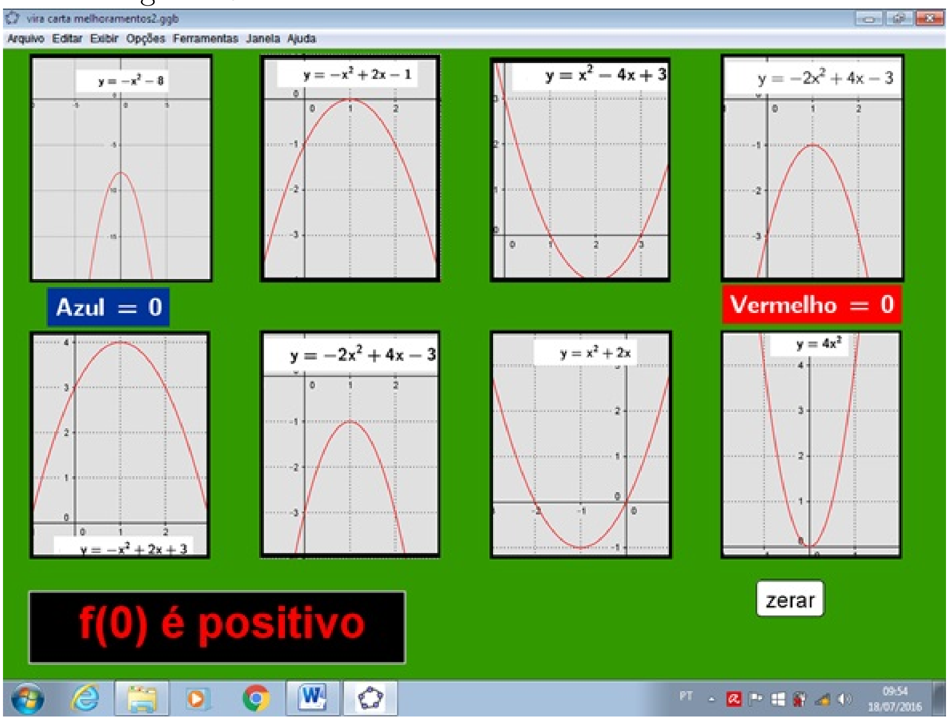


Figura 29: A tela com os recursos de sorteio ativados



Neste momento, o estudante passa a clicar em todas as cartas que possuem a propriedade sorteada. Conforme haja acerto a programação *ggbscript* das cartas direciona a tela para uma confirmação da resposta dada pelo usuário (figura 30).

Figura 30: Ícones que verificam a resposta dos alunos

Após a exibição do ícone de verificação de resposta, o discente clica sobre este ícone e novamente o estudante e direcionado para a tela do jogo, figura 31 mas dessa vez a carta escolhida esta escondida, caso o estudante acerta a resposta o placar aumenta em um ponto e ele continua a realizar jogadas, se durante o jogo ele cometer um erro aparece o ícone de erro e nesse caso além de não marcar ponto o estudante passa a vez.

Figura 31: Tela com o jogo em prosseguimento

5.2 Jogo Pega o bicho

Este jogo é uma adaptação do conhecido jogo “Batalha Naval”, O objetivo desta atividade é que o discente possa localizar pontos no plano cartesiano, como também faça o registro correto de um par ordenado.

Inicialmente o discente seleciona o ícone de instrução, assim ele faz uma leitura de como funcionam as regras do jogo. Ao sair da seleção ele inicia o jogo, selecionando a cor que o representa. Ao clicar em sorteio, o programa irá distribuir aleatoriamente pontos sobre a tela, como pode ser visto na figura 32.

Figura 32: A tela com os recursos de sorteio ativados

Conforme instruções, os jogadores digitarão as coordenadas dos pontos verdes no “ALVO”, respeitando a forma correta de escrever coordenadas cartesianas.

Ao digitar as coordenadas e apertar a tecla de *Enter*, a programação *ggbscript* irá localizar o ponto digitado pelo jogador, onde poderá ser encontrado alguns animais ou um ícone de erro, como pode ser visto na figura 33.

Caso o jogador descubra um animal, ele pontuará de acordo com os valores dados na instrução, do contrário, encontrará o ícone de erro e perderá pontos. Tanto na descoberta da figura de um animal ou da figura de erro o estudante deverá clicar sobre a figura descoberta, fazendo com que a figura desapareça da tela e ao mesmo tempo a programação aumenta ou diminui os pontos do jogador, conforme a figura que ele tenha encontrado. Por fim os participantes Irão alternando as jogadas.

Figura 33: Figuras que aparecem no jogo ao digitar os pontos

Ao desaparecer todos os pontos verdes, o jogo encerrará e vencerá quem obtiver a maior pontuação.

5.3 Jogo da Memória

Extraído do livro "Cadernos do Mathema", esta atividade explora as propriedades dos sólidos geométricos como: planificação, nomenclatura e sua forma. Na versão impressa esta atividade é realizada através de cartas contendo características de sólidos geométricos. O jogo impresso pode ser trabalhado com dois ou mais participantes.

Na versão adaptada para o computador, esta atividade será realizada com dois participantes.

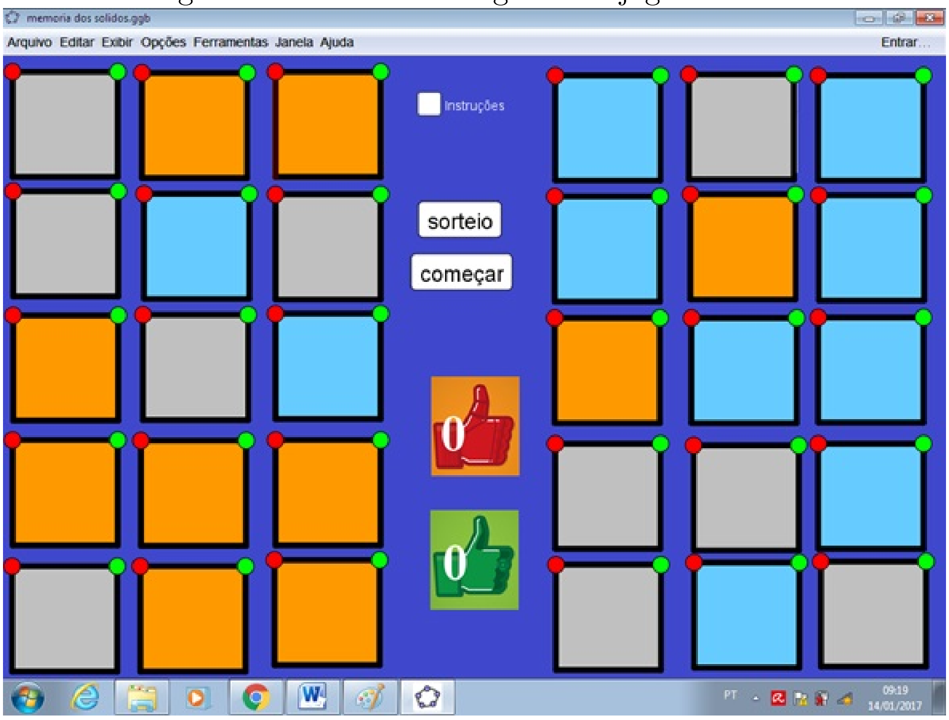
Para iniciar o jogo e encontrado a tela da figura 34

Figura 34: Tela inicial do jogo da memória

Inicialmente os competidores devem selecionar e visualizar as instruções, após a leitura das instruções os jogadores decidem quem começa a partida.

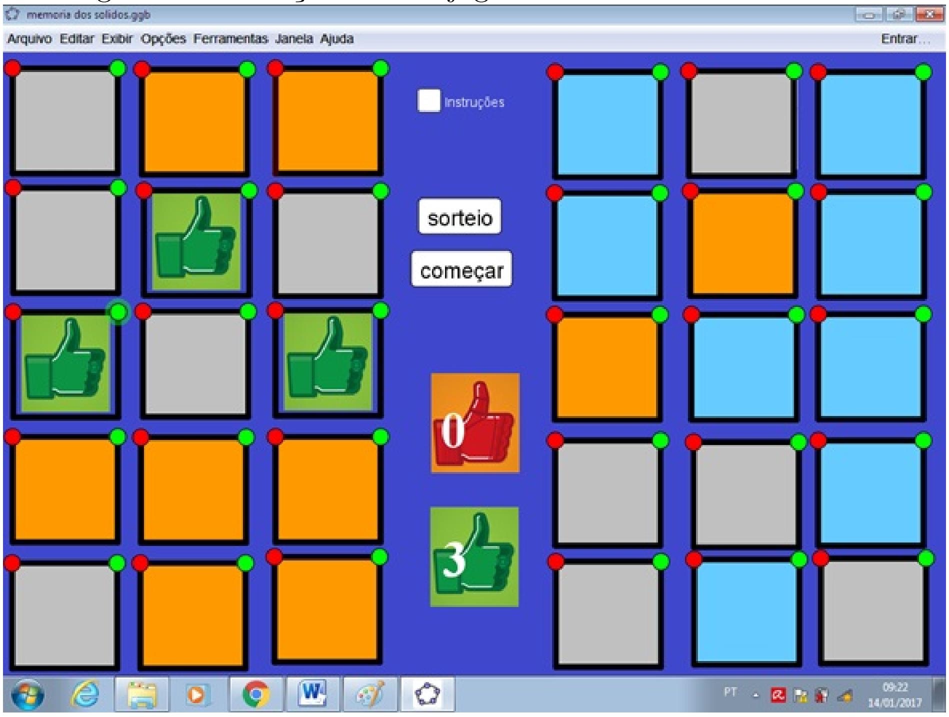
Após um período de memorização das cartas do jogo, o professor pode dar o comando de começar a partida. O jogador que começa a partida irá acionar o ícone de sorteio, assim todas as cartas serão cobertas.(figura 35).

Figura 35: Tela com as figuras do jogo cobertas



Neste momento, os jogadores podem selecionar três cartas, cada uma indicando o sólido, o nome e a planificação do mesmo, caso das cartas estarem corretas, o jogador seleciona o ponto referente a sua cor, verde ou vermelho, e essas cartas passam a ser suas, pode-se ver essa situação na figura 36 onde o jogador verde obtém três cartas.

Figura 36: Situação onde o jogador verde obtém três cartas



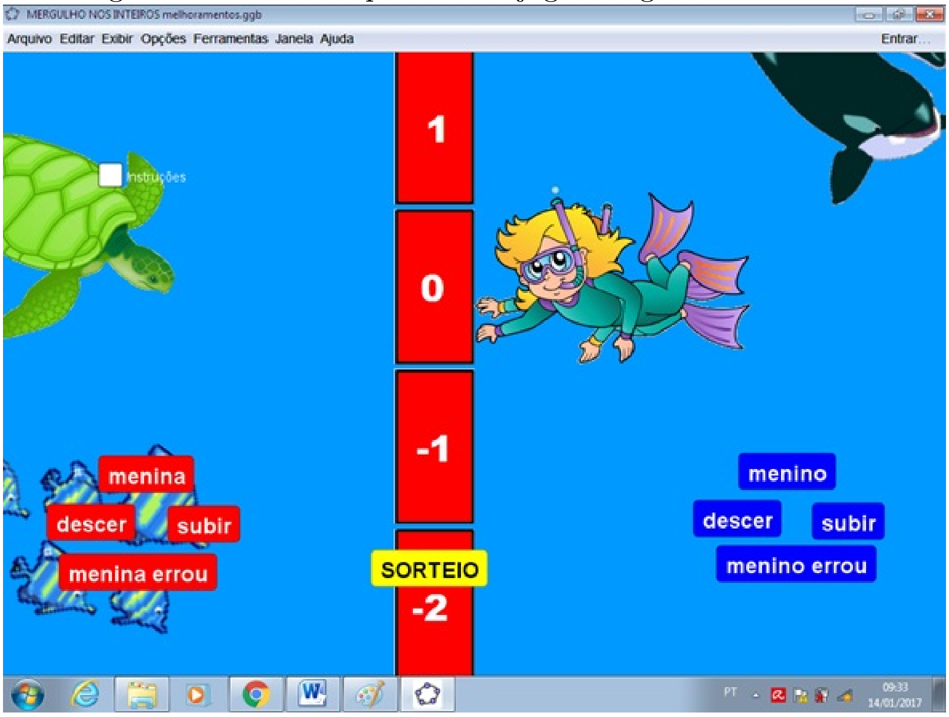
Ao final de todas as cartas descobertas o jogo encerra e vence o participante com a maior pontuação.

5.4 Jogo mergulho nos inteiros

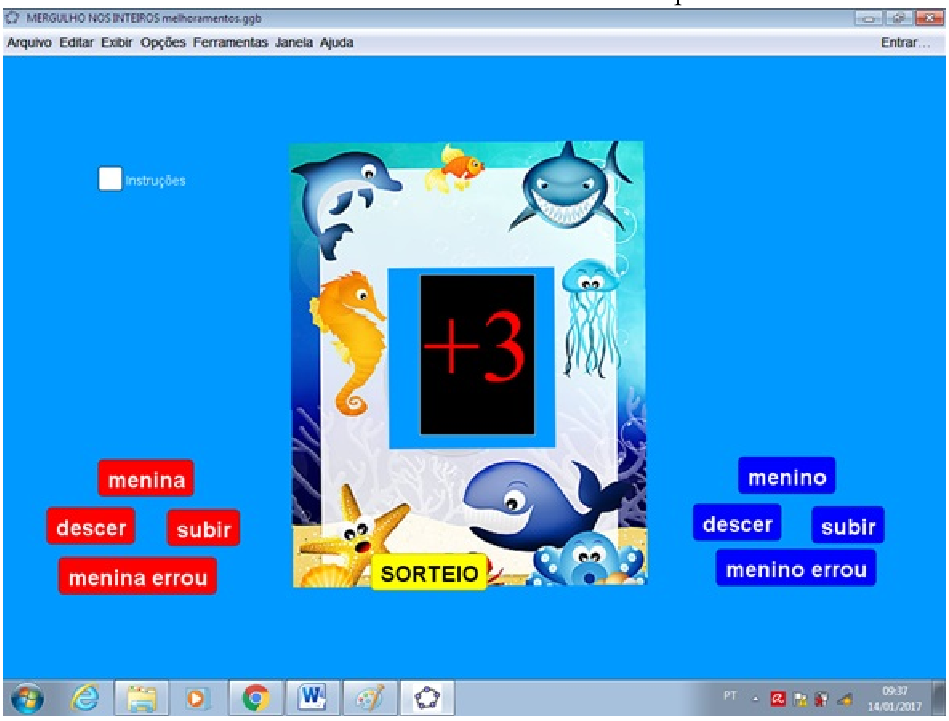
Este jogo, de autoria própria, é para ser praticado com dois participantes e deve ser utilizado para o aprendizado das operações de soma e subtração com números inteiros, para essa aprendizagem são explorados movimentos na reta numérica, sem fazer uso das velhas regras de sinais ”soma e conserva o sinal”ou ”diminui e conserva o sinal do maior”. Os estudantes do ensino médio da escola onde o pesquisador exerce a docência apresenta grande dificuldade no entendimento dessas regras.

Para iniciar o jogo os participantes devem ler as instruções do mesmo.

Todos os competidores partem da carta com o numero zero (0), conforme figura 37, onde pode ser observado a figura de uma menina.

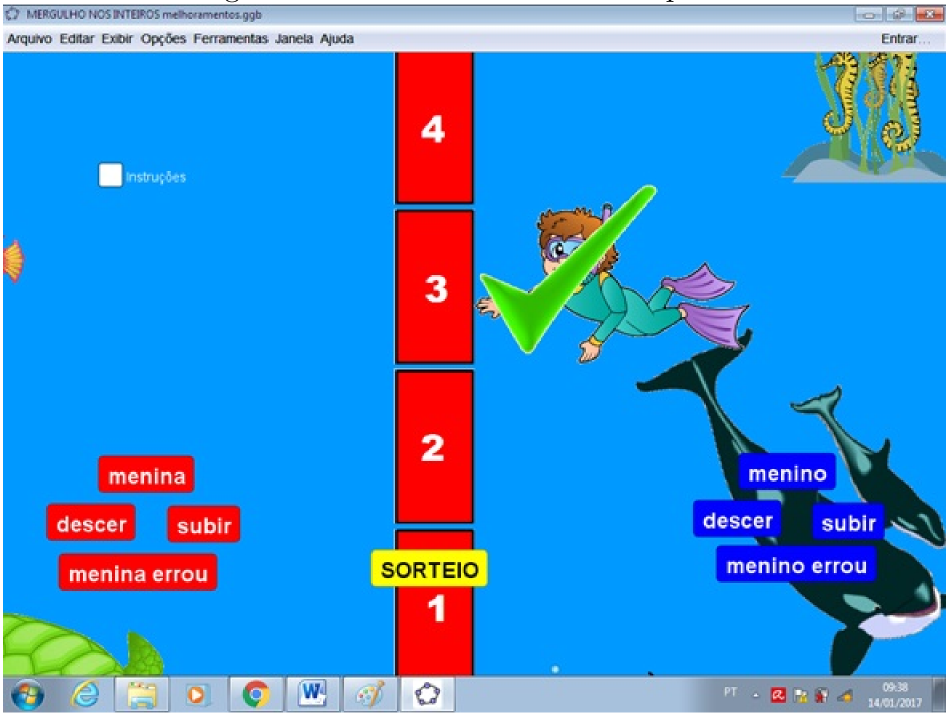
Figura 37: Ponto de partida do jogo Mergulho nos inteiros


o jogador deve acionar o ícone “sorteio”, assim ele será direcionado para a tela da figura 38.

Figura 38: Tela com o mecanismo de sorteio de casas para movimenta na trilha


Assim, após definir o número inteiro sorteado, o participante deve subir ou descer a trilha conforme o número encontrado.Número negativo o competidor desce a trilha, caso seja positivo, ele sobe a trilha. Se o percurso estiver correto deve aparecer um ícone de correto, conforme mostrado na figura. 39.

Figura 39: Ícone de acerto do competidor



As jogadas são alternadas até o momento em que algum jogador consegue sair da trilha, sendo este o vencedor, observe a figura 40.

Figura 40: Finalização do jogo Mergulho nos inteiros

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, serão analisados os questionários, *a priori* e *a posteriori* aplicados, em anexo. Visa-se também fazer uma comparação entre os dois resultados, pretende-se com isso realizar uma aferição de conhecimento adquirido após as intervenções propostas.

Diante dos resultados obtidos, pode-se responder hipóteses em torno do uso dos jogos computacionais em sala de aula, verificando assim se o uso do mesmo pode acarretar em significativo aumento da aprendizagem. O que deseja-se responder:

- (I) Jogos eletrônicos motivam a aprendizagem dos estudantes;
- (II) Utilizar de jogos computacionais melhora a dinâmica das aulas;
- (III) O erro dos discentes pode ser utilizado para o ensino;
- (IV) Pode haver aprendizado com a utilização de jogos.

Para averiguar essas hipóteses serão utilizados questionários, mais o ambiente em que foi desenvolvido as atividades, as trocas de informações e interações praticadas pelos participantes, observadas pelo pesquisador durante o processo também serão ferramentas de investigação.

Conforme CARNEIRO (2005), a sala de aula é um ambiente que deve ser levado em consideração em uma pesquisa educacional.Este foi o principal motivo de executar essa pesquisa com base implicitamente na Engenharia Didática, afinal desde o princípio, foi observado que o professor seria um mediador do processo.Assim a sala de aula, as interações entre os estudantes e a busca pelo auto-conhecimento do discente são os fatores essenciais em atividades com jogos.

É válido destacar que o pesquisador ministra aulas em todas as turmas que foram objeto da pesquisa, portanto conhece as dificuldades apresentadas pelos estudantes no decorrer do ano letivo, optando assim por atividades que os estudantes possuem dificuldade e que ao mesmo tempo pudessem ser adaptadas para um formato lúdico.

6.1 Os jogos no laboratório

6.2 O ponto de partida

No primeiro momento, os discentes foram convidados a participar desta pesquisa como voluntários, dos estudantes que demostraram interesse em participar, vinte do primeiro ano e vinte do segundo ano do ensino médio, foi entregue um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), para que fosse providenciado a assinatura do mesmo pelos pais ou responsáveis.

Após a entrega dos termos para o pesquisador, os quarenta estudantes foram divididos em grupo de trabalho com dez participantes (A, B, C, D), cada um desses grupos executou intervenções referentes a um conteúdo especifico da matemática, estes conteúdos foram escolhidos por serem cobrados na matriz de referência de matemática de Minas Gerais, sendo eles: localização de pontos no plano cartesiano, relacionar sólidos geométricos a sua planificação e nomenclatura, efetuar operações no conjunto dos números inteiros e as propriedades do gráfico da função quadrática.

Na tabela 1 pode-se ter uma melhor compreensão dessa dinâmica de trabalho.

Tabela 1: Organização dos grupos de trabalho

Grupo de trabalho	Conteúdo matemático	Jogo	Ano
A	Plano cartesiano	Pega o bicho	1º ano
B	Operações com números inteiros	Mergulho no inteiros	1º ano
C	Gráfico de função quadrática	Vira carta	2º ano
D	Sólidos geométricos	Jogo da memória	2º ano

Para um bom funcionamento da pesquisa, algumas regras foram definidas antes do uso do laboratório, não brincar com as cadeiras, não levar lanches para o mesmo e ter zelo no uso dos computadores.Após a definição das regras de uso, exigência da escola, os grupos utilizaram o laboratório em momentos distintos para que respondessem o questionário *a priori*.

Os questionários foram produzidos em formato digital (*google docs*), compostos por cinco questões de múltipla escolha e enviados ao *e-mail* do discente, informado no ato de seleção, vale ressaltar que nem todos os discentes possuíam *e-mail* mas este problema foi sanado, pois o *google docs* oferece a opção de compartilhar um *link* para acesso aos questionários sem o uso de *e-mail*.

Cada grupo de trabalho teve trinta minutos para responder o questionário, os participantes não tiveram duvidas quanto ao preenchimento dos formulários, porém no grupo de trabalho D houve uma queda na internet da escola o que acarretou a necessidade de postergar o preenchimento para outro dia.

6.3 Começa a jogatina

Após a conclusão do preenchimento dos formulários por todos os grupos de trabalho, ocorreu a intervenção com jogos eletrônicos. Para a pesquisa cada computador do laboratório foi utilizado por dois jogadores, como apresentado na figura 41, todas as atividades com jogos foram ao estilo de competição, o que gerou maior interesse dos participantes, O interessante desse momento foi o fato de que os participantes se interessavam em jogar sem a necessidade de incetivos como pontos, ou prêmios ao final das partidas.

Figura 41: Estudantes durante a intervenção no laboratório de informática

Os jogos foram executados durante os cinquenta minutos de aula e foram repetidos por no máximo três aulas. A primeira aula com jogos foi a mais desgastante. Inicialmente os estudantes deveriam ler as instruções de como executar o jogo, porém por dificuldade de interpretar ou talvez as instruções não estivessem bem claras, eles tiveram muita dificuldade em começar a jogar, porém como era um grupo menor de jogadores, apenas cinco duplas, o pesquisador pôde dar maior assistência quanto ao uso do jogo, outras duplas que compreenderam rapidamente as regra do jogo auxiliaram competidores adjacentes, outro fator que gerou uma problemática foi o uso do botão de *zoom* do *mouse* nesse caso o jogo ficava desconfigurado, para sanar esse problema foi pedido que não utilizassem esse recurso do *mouse* e reiniciassem o jogo.

Os fatos mencionados ocorreram com todos os grupos de trabalho, o que não impediu que a primeira intervenção pudesse ocorrer. Destaca-se que para não tivesse dependência da internet os jogos foram instalados antecipadamente em todos os computadores, não foi feito o uso do ambiente *online* do GeoGebra, esse cuidado foi necessário para que não repetisse o problema ocorrido na aplicação do questionário *a priori* do grupo de trabalho D.

A segunda intervenção ocorreu de modo tranquilo, os participantes não tiveram nenhuma dificuldade em realizar as jogadas. No contexto, pode-se perceber que houve uma maior troca de informações entre os competidores. Algumas observações em cada grupo de trabalho:

- **Grupo de trabalho A**

  Neste caso, os competidores assimilaram melhor o par ordenado, ao digitarem de forma incorreta o par ordenado, eles discerniram que o valor da coordenada x precede o da coordenada y. Tiveram a oportunidade de entender a necessidade de separar as coordenadas por virgula, como também colocarem as coordenadas entre parênteses. Este jogo foi bem recebido pelos discentes.

- **Grupo de trabalho B**

  Este jogo teve sua análise prejudicada por causa dos competidores, ele era para ser ministrado para estudantes com alto grau de dificuldade nas operações com números inteiros, o professor pesquisador insistiu muito na participação desses estudantes, mas ao serem informados que "não vale ponto" eles não tiveram interesse em participar, porem pode-se perceber que os participantes puderam compreender melhor o processo das operações nos inteiros sem a necessidade de memorizarem as varias regras de sinais empregadas no ensino das mesmas. Este jogo foi considerado pelos participantes como muito simples.

- **Grupo de trabalho C**

  Um jogo que explora as diversas características do gráfico da função quadrática, os jogadores interessaram muito, pois acarreta enorme desafio, os participantes mencionaram por diversas vezes que tiveram de estudar muito para executar o jogo e não perder para o concorrente, na segunda intervenção pode-se perceber que os participantes ao errarem buscavam aprender com o erro, questionando o motivo do mesmo, tanto para o pesquisador como para os adversários. Este jogo foi bem recebido pelos discentes.

- **Grupo de trabalho D**

  Neste caso, os estudantes tiveram muito interesse, assimilaram bem o nome dos sólidos geométricos, bem como sua planificação,porém, acharam muito difícil memorizar três propriedades do mesmo solido. Na segunda intervenção, também foi observado que os alunos trocaram informações a cerca de propriedades dos sólidos, como o que diferencia prismas de piramides, a planificação e a diferença de cones e pirâmides. Este jogo foi bem recebido pelos discentes.

Na terceira intervenção foi questionado se seria possível ministrar jogos com uma sala completa, para isso foi utilizado todos os dez computadores do laboratório, ou seja, sendo que uma turma regular do ensino médio possui quarenta alunos, metade da sala estaria no laboratório e a outra metade estaria em sala, fazendo atividades, sem o professor, essa premissa baseia-se no que é encontrado em escolas publicas, salas cheias e poucos computadores para uso, no caso dessa escola há dezoito computadores, contudo apenas dez funcionam. Para esse caso extremo foi possível ministrar as aulas no laboratório com vinte alunos, para fomentar a concorrência foi avisado que "Agora é para ter o campeão"os participantes acirraram a competição e foi muito proveitoso. Os participantes ficaram surpresos ao saberem que os jogos foram criados pelo pesquisador.

Ao final do período com jogos, os estudantes passaram a responder os questionários *a posteriori*, os mesmos são compostos por nove questões de múltipla escolha, sendo quatro destinadas à verificação da satisfação dos discentes e cinco visando aferir a aprendizagem. Possuem formato digital (*google docs*) e foram enviados do mesmo modo do questionário *a priori*. Foram analisadas as respostas visando confirmar se o trabalho com jogos computacionais contribuiu para a aprendizagem dos conteúdos estudados. Tal análise consistiu na comparação deste questionário com o anteriormente aplicado *a priori*. Com base nas respostas foram elaborados gráficos, utilizando o ambiente do *google docs*, considerando a frequência de aparecimento de dados.

6.4 Aspectos Qualitativos

Para que se pudesse traçar a satisfação dos participantes com os jogos ministrados, foram elaboradas quatro perguntas referentes aos jogos, sendo duas especificas para cada jogo e duas de cunho geral, e um nível de satisfação que varia de um (insuficiente) a dez (excelente).

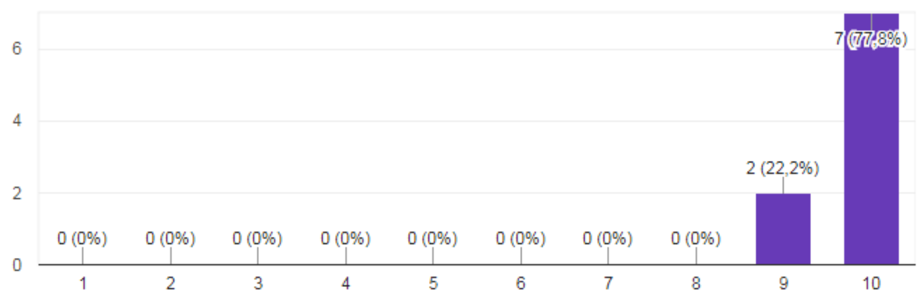
Os gráficos a seguir respondem às hipóteses (I) e (IV), neste caso, levando em consideração a opinião dos alunos, mais a frente, ao analisarmos os questionários e objetivos pode-se perceber novamente a comprovação das hipóteses (I) e (IV).

Grupo de trabalho A - Plano cartesiano

Na criação deste jogo, o principal enfoque foi a localização de pontos no plano cartesiano, bem como sua correta escrita matemática. Os participantes avaliaram duas afirmativas inerentes ao conteúdo que o jogo propõe a trabalhar, esses resultados podem ser vistos no gráficos das figuras 42 e 43.

O jogo facilita a aprendizagem da localização de pontos no plano cartesiano.

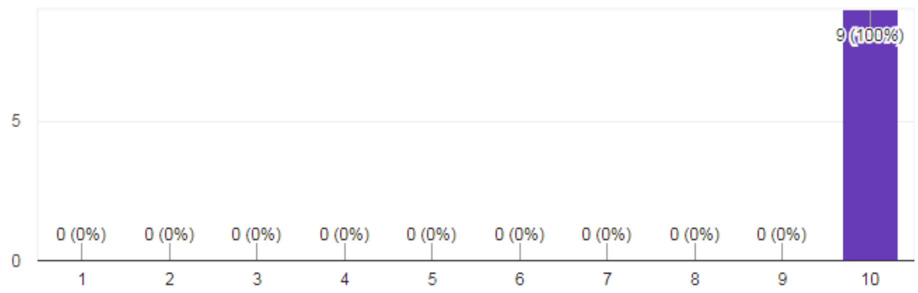
Figura 42: Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos



Nesse caso 77% dos estudantes concordam com a afirmativa em dez pontos e 22% concordam com a afirmativa em nove pontos.

O jogo colabora em identificar a localização de pontos no plano cartesiano.

Figura 43: Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos



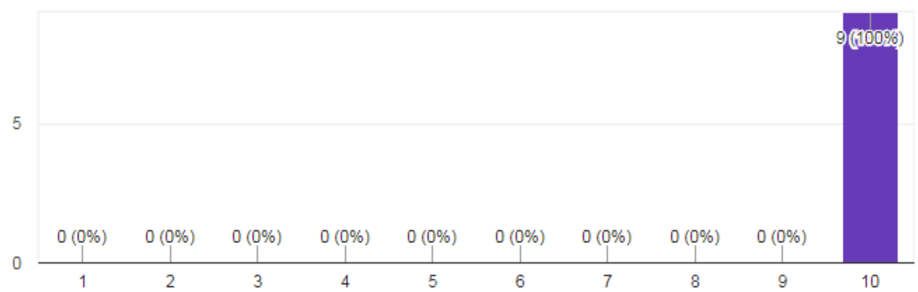
Por unanimidade 100% dos alunos concordam em dez pontos com a afirmativa.

Grupo de trabalho B - Operações com números inteiros

Este jogo caracteriza pela possibilidade de observar o que ocorre com as operações de soma e subtração na reta numérica, entretanto, mostrou-se um tanto simplista, porém obteve resultados satisfatórios na compreensão dos estudantes em relação ao conteúdo matemático que o jogo propõe a ensinar. Os gráficos das figuras 44 e 45, mostram a opinião dos discentes sobre afirmativas restritas ao jogo.

O jogo facilita o aprendizado das operações com números inteiros.

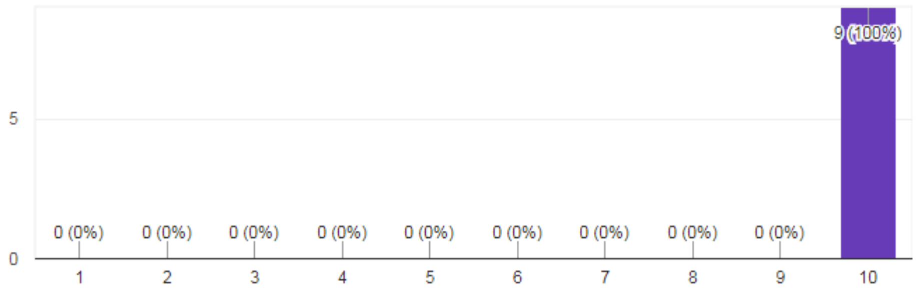
Figura 44: Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos



Por unanimidade 100% dos alunos concordam em dez pontos com a afirmativa.

O jogo ajuda a compreender as operações de somas e subtração nos inteiros sem o uso de regras.

Figura 45: Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos



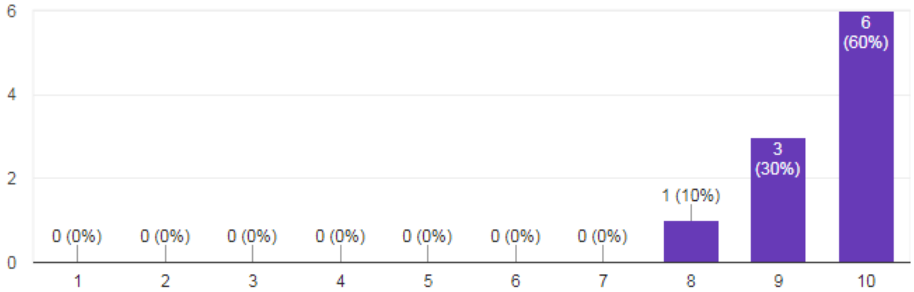
Por unanimidade 100% dos alunos concordam em dez pontos com a afirmativa.

Grupo de trabalho C - Gráfico de função quadrática

Este jogo possui um alto grau de complexidade, exige dos estudantes aprofundamento em várias propriedades dos gráficos. O jogo não ensina o conteúdo matemático, ele estimula que os discentes busquem aprender o conteúdo para vencer o desafio proposto, novamente o fator competição torna-se grande auxílio no ensino, nos gráficos das figuras 46 e 47, nota-se a avaliação dos estudantes em relação ao jogo.

O jogo facilita o aprendizado de funções.

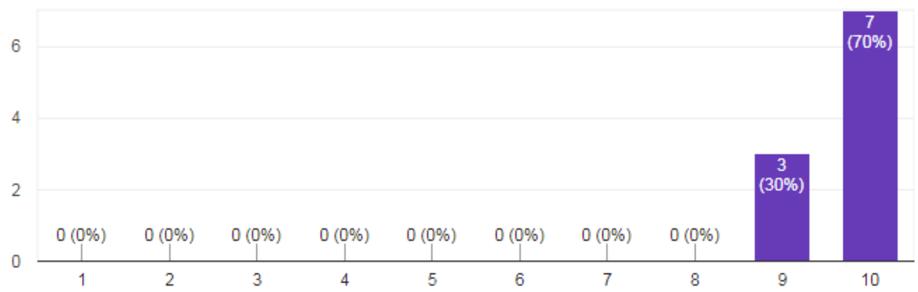
Figura 46: Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos



Nesse quesito 60% dos entrevistados atribuíram nota dez a afirmativa, 30% nota nove e 10% nota 8.

O jogo ajuda a identificar as propriedades de funções quadráticas no referencial cartesiano como pontos de máximos e mínimos, raízes e valor inicial.

Figura 47: Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos



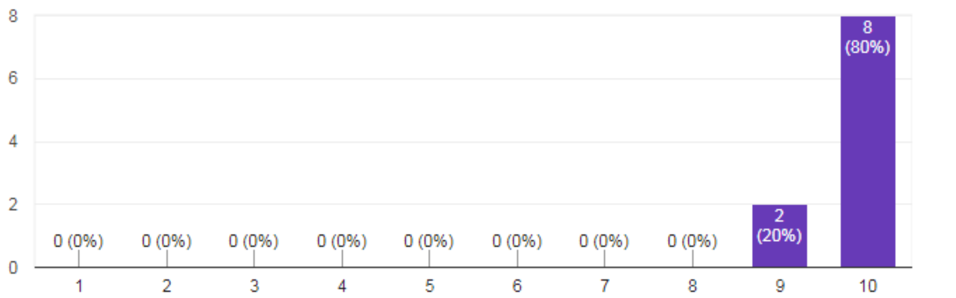
Em relação à afirmação 30% dos participantes atribuíram nota nove e 70% atribuíram à afirmativa nota dez.

Grupo de trabalho D - Sólidos geométricos

Assim como o jogo anterior, esta atividade exige muito do aluno, novamente ele não ensina o conteúdo, mas busca desafiar os competidores a buscarem o próprio conhecimento.Nos gráficos das figuras, 48 e 49 pode-se ver a opinião dos participantes em relação às questões exclusivas dos jogos.

O jogo facilita a memorização das propriedades dos sólidos geométricos.

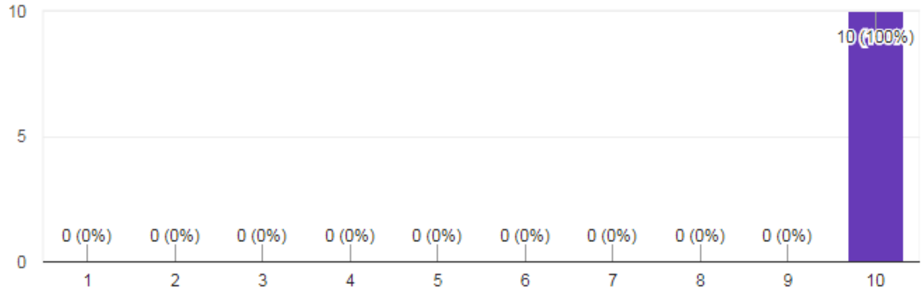
Figura 48: Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos



Nesse quesito 20% dos entrevistados atribuíram nota nove a afirmativa e 80% nota 10.

O jogo ajuda relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.

Figura 49: Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos



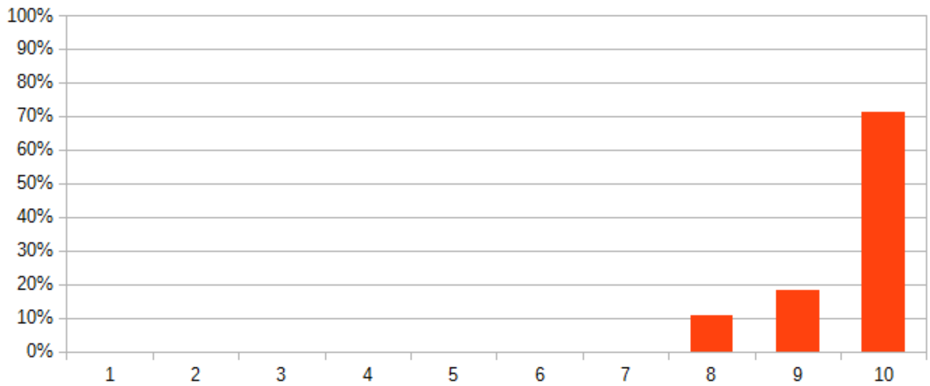
Por unanimidade 100% dos alunos concordam em dez pontos com a afirmativa.

Grupo de trabalho A, B, C e D - Questões gerais

No questionário aplicado após o uso dos jogos, havia duas afirmativas de caráter geral, com essas afirmações, pretende-se avaliar a hipótese (II) que trata do ambiente em que é desenvolvido o processo de ensino-aprendizagem.A seguir, encontram-se os gráficos das figuras 50 e 51 com a opinião dos participantes.

O jogo pode ajudar a melhorar a dinâmica das aulas.

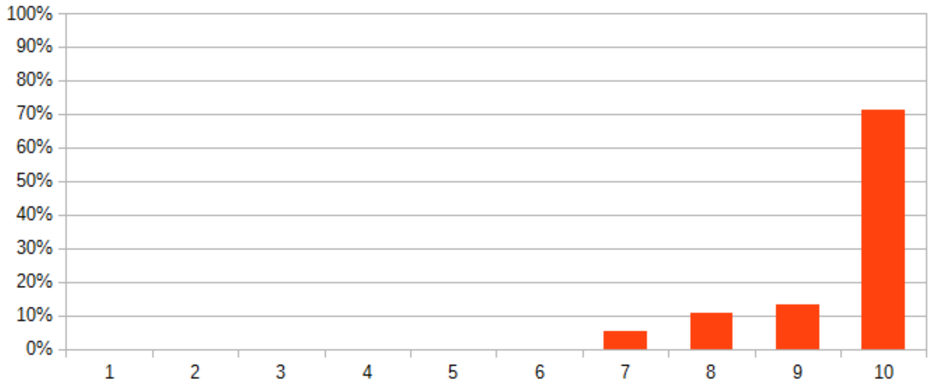
Figura 50: Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos



Nesse tópico, 10% dos participantes atribuíram nota oito a afirmativa, 19% atribuíram nota nove e 71% avaliou em dez pontos.

O jogo contribui para aumentar o seu interesse em relação ao conteúdo.

Figura 51: Gráfico com as respostas de satisfação dos alunos



Em relação a afirmação $5,25\%$ dos discentes avaliaram a mesma com nota sete, $10,5\%$ nota oito, $13,15\%$ nota nove e a maioria 70% atribuíram a afirmativa nota dez.

6.5 Discussão dos resultados qualitativos obtidos

No presente momento, faremos uma revisão dos resultados qualitativos obtidos, pode-se perceber assim como em MAAS and NYAMSUREN (2016) os jogos eletrônicos podem ser de grande auxílio no desenvolvimento da aprendizagem. Os estudantes executam atividades repetitivas nos ambientes virtuais, porem continuam demostrando interesse o que corrobora com os resultados de GARNELI et al. (2017), que apontam que os métodos convencionais com listas repetitivas não são eficazes pois geram um cansaço no discente.

Os bons resultados percebidos neste trabalho são observados em LUCHI et al. (2017), que empregou de jogos para o ensino de membranas na Biologia, neste caso, o pesquisador obteve resultados de 98% na aprendizagem dos estudantes, do mesmo modo em YUHANA et al. (2017).

Em relação ao tempo do jogo, teve-se o cuidado de repetir as atividades, tanto pela visão de SMOLE (2007), bem como visando o que foi observado na pesquisa de GARNELI et al. (2017), neste estudo foi verificado que a não repetência dos jogos comprometeu parcialmente os resultados.

Sobre o fator erro, que é levantado na hipótese (III), este estudo corrobora com as observações de PARELLADA and RUFINI (2013), o fato do jogo virtual informar imediatamente acerca dos erros cometidos, gera para o estudante a oportunidade de verificação das hipóteses.

O uso de um *software* de geometria dinâmica, no presente caso o GeoGebra, permite aos discentes agir, elaborando conjecturas e testando as mesmas, isso corrobora com a visão de jogo proposta por COUTINHO (2005).

6.6 Comparação dos questionários *a priori* e *a posteriori*

Neste momento, será realizado uma comparação entre as respostas das questões objetivas dadas pelos participantes, pretende-se com essa comparação de resultados validar as hipóteses (I), (III) e (IV). Ademais, a hipótese (III) foi alvo das observações do professor que pôde constatar que pelo fato do erro dos estudantes for imediatamente corrigido pela programação *ggbscript*, gera uma discussão com os colegas, e neste momento o discente aprende com o erro.

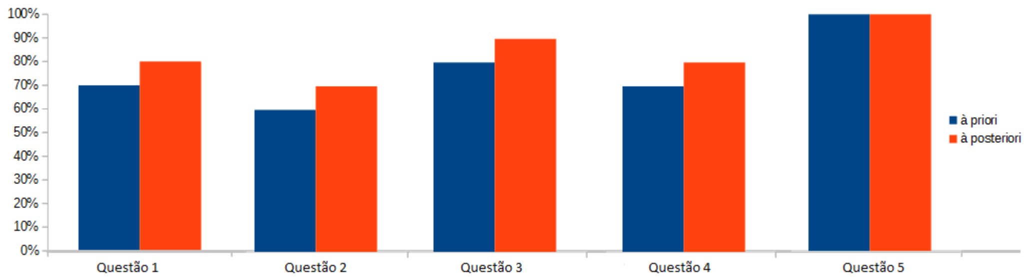
Essas questões objetivas foram feitas através de formulários *online*, esses formulários podem ser encontrados nos anexos dessa pesquisa.

Nas figuras 52, 53, 54 e 55, pode-se observar os gráficos com a porcentagem de acertos de cada questão, fazendo um comparativo entre o antes e o após o uso das intervenções com jogos.

Grupo de trabalho A - Plano cartesiano

O gráfico 52, trata-se da comparação das respostas, antes o uso do jogo e após o uso do jogo "Pega o bicho", fornecidas pelos estudantes nos formulários, em anexo. Todas as cinco questões fazem referência à localização de pontos no plano cartesiano.

Figura 52: Gráfico comparativo dos acertos *a priori* e *a posteriori*

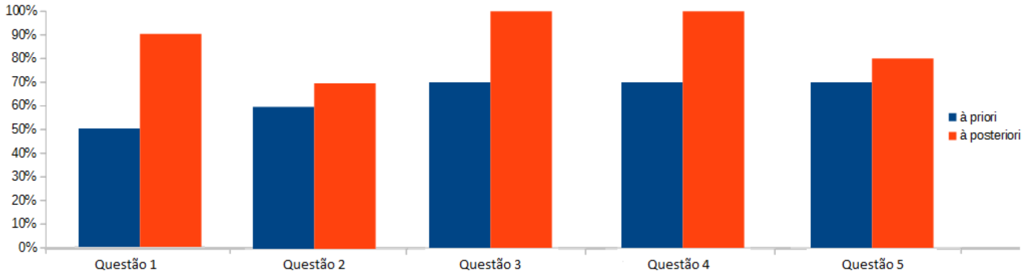


De modo geral, pode se observar que houve um aumento do numero de acertos das questões envolvendo coordenadas no plano cartesiano, apenas a questão cinco é que se observa que os estudantes não tiveram dificuldade em sua execução.

Grupo de trabalho B - Operações com números inteiros

O gráfico 53 mostra a comparação, antes e após a execução do jogo sobre operações de números inteiros. Este formulário, em anexo, foi composto por duas questões com situações problemas envolvendo operações de soma e subtração com números inteiros, e três questionamentos sobre cálculos simples com números inteiros.

Figura 53: Gráfico comparativo dos acertos *a priori* e *a posteriori*

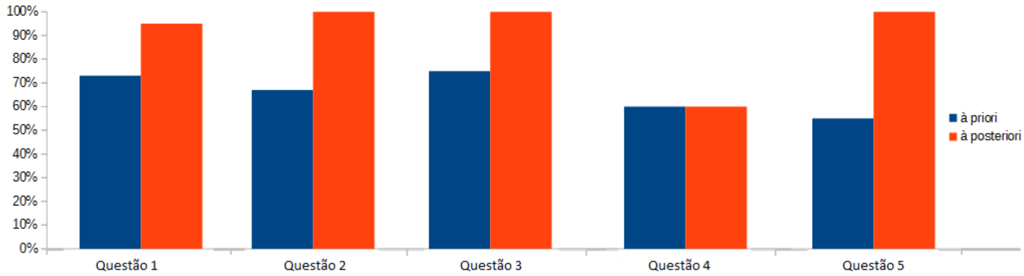


Os gráficos, ao serem analisados, pode-se perceber um aumento em todas as questões que envolviam operações com números inteiros, na questão de número dois, o crescimento foi o menor, possivelmente devido ao fato de envolver interpretação de um problema, assim como a questão cinco.

Grupo de trabalho C - Gráfico de função quadrática

O gráfico 54, apresenta a comparação dos resultados obtidos nos formulários, em anexo, que os estudantes responderam antes e depois a execução do jogo sobre gráfico de função quadrática. Os dois formulários, pré e pós jogo, consistiam de questionar os estudantes sobre propriedades do gráfico da função quadrática, em seguida os discentes selecionavam todas os gráficos que tinham a propriedade pedida.

Figura 54: Gráfico comparativo dos acertos *a priori* e *a posteriori*

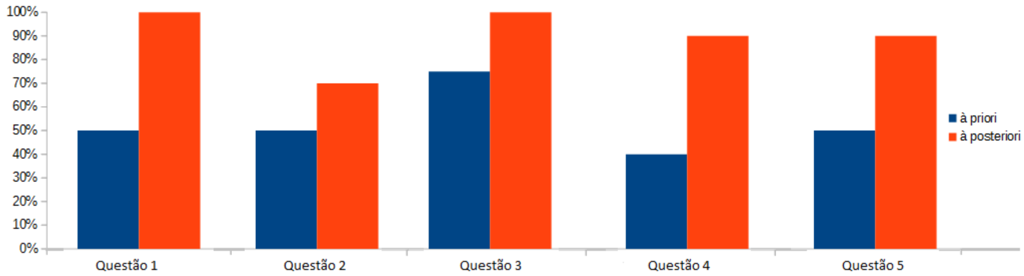


Assim como as atividades executadas anteriormente, pode-se perceber que os estudantes tiveram êxito na execução das atividades propostas após o uso dos jogos, porém a questão quatro permaneceu estagnada, ao observar o questionário percebeu-se que a pergunta era referida ao valor do discriminante (Δ) da função quadrática, mas os estudantes não tinham costume com o termo "discriminante" possivelmente esse foi o motivo da estagnação nessa questão, vale frisar que em três questões, os estudantes acertaram 100% do que foi pedido.

Grupo de trabalho D - Sólidos geométricos

O gráfico 55, trata-se da comparação das respostas, que os estudantes forneceram antes e depois de praticar o jogo sobre sólidos geométricos. As questões exploram a planificação e a nomenclatura dos prismas, pirâmides, cilindros e cones.

Figura 55: Gráfico comparativo dos acertos *a priori* e *a posteriori*



Os estudantes obtiveram exito nesse jogo, nota-se que em todos os gráficos houve um crescimento no numero de acertos, alguns crescimentos muito interessantes de serem notados, na questão quatro houve um aumento de 50% no numero de acertos.

6.7 Averiguação das hipóteses

Cada uma das hipóteses levantadas foram analisadas, conforme o que já foi esclarecido, utilizando: questionários, observações, e a dinâmica da sala de aula.

Tabela 2: Averiguação da hipótese

Jogos eletrônicos motiva a aprendizagem dos estudantes	
Sem o jogo	No ensino médio o uso de jogos enfrenta uma grande resistência tanto por parte dos alunos como pelos professores
Com o jogo	Os estudantes demostraram muito interesse em participar das atividades, O fato da programação, *ggbscript* realizar a correção das respostas imediatamente acirrou a competitividade, isso propiciou com que os estudantes buscassem aprender mais o conteúdo, pois não poderiam enganar o adversário

Tabela 3: Averiguação da hipótese II

Utilizar de jogos computacionais melhora a dinâmica das aulas.	
Sem o jogo	As aulas de matemática no ensino médio são, na maioria das vezes tradicionais, alunos em filas e o professor ministrando o conteúdo, raras vezes que são utilizados trabalhos em grupos. O estudante é apenas um sujeito passivo.
Com o jogo	Os estudantes tiveram de ser construtores do próprio conhecimento, o pesquisador apenas observou os trabalhos, fora diagnosticado que estudantes próximos colaboravam no conhecimento mutuamente.

Tabela 4: Averiguação da hipótese III

O erro dos discentes pode ser utilizado para o ensino.	
Sem o jogo	No ensino tradicional, o erro dos alunos não é utilizado, simplesmente os estudantes são encorajados a apagar e escrever a resposta correta, mas o motivo do erro por vezes não é investigado nem pelo aluno ou pelo professor.
Com o jogo	Os momentos em que o jogo sinalizava que a resposta dada pelo participante estava incorreta, gerava uma necessidade do jogador em descobrir o erro, isso gerava uma troca de informações entre os competidores, ou seja, o erro passa a ser fator importante no desenvolvimento do auto-conhecimento do discente.

Tabela 5: Averiguação da hipótese IV

Pode haver aprendizado com a utilização de jogos	
Sem o jogo	Há um preconceito de que jogos não propiciam aprendizagem, apenas descontração para os estudantes.
Com o jogo	Nesse ponto pode se observar os resultados obtidos com os questionários, os participantes obtiveram sucesso em relação ao conteúdo trabalhado com jogos.

Conforme tudo que foi dito, os jogos foram determinantes no auto-aprendizado dos estudantes, o ambiente gráfico, o layout colorido e a dinamicidade do GeoGebra, contribuíram para o envolvimento dos estudantes.

As conclusões mencionadas nesse trabalho foram respaldadas:

- Pelos questionários com questões objetivas, em anexo, que os discentes responderam no laboratório de informática sem a intervenção do pesquisador;
- Observações feitas pelo professor-pesquisador durante a execução dos jogos no laboratório computacional;
- Questionário de satisfação respondido pelos estudantes.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

É indubitável que esta pesquisa, considerando todos os aspectos metodológicos abordados, foi bastante produtiva e relevante para envolver todos os discentes nesta experiência.

Embora o objeto de tal trabalho tenha sido os jogos didáticos da Matemática, a análise dessa abordagem só se tornou possível devido à contribuição de renomados pesquisadores dessa área como SMOLE (2007), além disso, o desejo de ensejar essa pesquisa, pode ser atribuído à grande relevância dada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais a esta temática bem como ao uso de software educacional. Todavia o que tornou, de fato, possível a criação de jogos, foi o GeoGebra, uma vez que sem essa ferramenta, um leigo em programação, caso do pesquisador, não poderia ter construído os diversos materiais propostos pela pesquisa.

De fato, acredita-se que a opção prioritária em utilizar a engenharia didática foi a mais acertada, já que essa metodologia se mostrou vital na aquisição de conhecimentos devido ao seu especial tratamento concedido ao ambiente onde o ensino-aprendizagem ocorre. O uso do software GeoGebra foi fundamental para que os alunos alcançassem bons resultados.

Haja vista, a pouca interferência do professor durante a execução dos projetos por parte dos educandos. No primeiro momento, procurou-se fomentar a pesquisa bibliográfica através de jogos didáticos que fossem passíveis de serem adaptados para um ambiente virtual. Para tanto, como pontos importantes no início dessa pesquisa, centrou-se no estudo dos diversos comandos de programação que o GeoGebra oferece, bem como no entendimento acerca da Engenharia Didática e de suas etapas metodológicas.

O conhecimento dos estudantes, o ambiente em que estão inseridos, os recursos de informática, bem como as dificuldades matemáticas que os discentes possuem foram objeto de análises prévia.Sendo assim, a investigação se inicia com o levantamento de hipóteses sobre a forma como se trabalha os conteúdos matemáticos.

Posteriormente, buscou-se entendimento sobre a forma como os jogos são trabalhados no ensino médio, contudo, tal expectativa foi frustrante, pois constatou-se a quase ausência desses nesse nível escolar. Paralelo a isso, procurou-se adaptar os primeiros jogos, e nessa fase, os estudos sobre o GeoGebra intensificaram a necessidade de conhecer as ferramentas que o programa dispõe assim como os recursos de programação e afins.

Ainda que o ambiente escolar não estivesse propício ao momento da aplicação do projeto, devido ao dinamismo do espaço e às dificuldades encontradas, como perda do sinal de internet, ineficiência de computadores e de seus funcionamentos, percebeu-se êxito na sua execução. Tal fato pode ser aludido ao interesse e à curiosidade dos participantes sobre os jogos e os conteúdos trabalhados e principalmente, ao funcionamento do

GeoGebra, já que nesse momento, os discentes puderam colocar em prática toda a teoria assimilada no decorrer das aulas.

Ao fim de todos os procedimentos mencionados e no intuito de responder às hipóteses lançadas previamente, o foco da experiência se voltou para a análise do envolvimento dos estudantes no processo, para os questionários de satisfação e principalmente para os questionamentos sobre o conteúdo ministrado.

Durante as intervenções, pode ser percebido que os jogos ministrados aos grupos de trabalhos A, C e D, foram importantes na fixação de conteúdos matemáticos. O único que pode ser utilizado na construção de conhecimento foi o jogo ministrado ao grupo de trabalho B, porém este jogo deve ser ministrado a estudantes do sétimo ano do ensino básico.

Diante de tal análise, conclui-se que os jogos eletrônicos e o ambiente em que os estudantes estão inseridos foram muito positivos para despertar o interesse dos discentes e em envolvê-los na prática. Ademais, notou-se a interação dos estudantes entre si e principalmente, com o objeto de estudo durante a execução da experiência. A partir de tal integração, houve um melhor envolvimento e assimilação por parte dos participantes, assim um erro cometido passou a ser objeto de aprendizagem e a troca de informações sobre o conteúdo matemático proposto, tornou-se o cerne da discussão.

Portanto, ainda que os jogos eletrônicos tenham se mostrado como uma excelente ferramenta de ensino-aprendizagem, não se deve limitar o ensino da Matemática a essa prática, como algo definitivo e estanque. Entretanto, é de suma importância que o professor do ensino médio, proponha-se a adaptar ou criar jogos eletrônicos, com o uso do programa GeoGebra, para uma maior participação dos discentes na busca pelo protagonismo de seu aprendizado.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, J. S. ***Educação Inclusiva: Jogos para o ensino de conceitos***. Papirus, São Paulo, SP, 2004.

ALMOULOUD, S. A. and SILVA, M. J. F. **Engenharia didática: Evolução e diversidade**. *Revemat*, 07(02), 2012.

ARTIGUE, Michèle. Engenharia Didática. In: BRUN, J. ***Didáctica das Matemáticas***. Horizontes Pedagógicos, Lisboa. Instituto Piaget, 1996.

BRASIL, ***Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática -*** Ministério da Educação/Secretaria de Ensino Fundamental, Brasília, 1997.

CANAVEZI, L. S. et al. **Uma proposta lúdica com utilização do GeoGebra para o estudo de funções quadráticas e probabilidade geométrica**, 2016.

CARNEIRO, V. C. G. **Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática**. *Zetetike, Campinas-UNICAMP*, 2005.

CERQUEIRA, A. P. F. d. et al. **Isometrias: Análise de documentos curriculares e uma proposta de situações de aprendizagem para o ensino médio**, 2005.

COUTINHO, C. d. Q. e. S. **Probabilidade Geométrica: um contexto para a modelização e a simulação de situações aleatórias com Cabri**. *Educação Matemática*, 2005.

DANTE, L. R. ***Didática da resolução de problemas de matemática***. 3ª edição, Ática, São Paulo, 1994.

DANTE, L. R. ***Matemática: contexto & aplicações***, volume 2. Ática, São Paulo, 2013.

FRANÇA, R. S. and TEDESCO, P. **Explorando o pensamento computacional no ensino médio: do design à avaliação de jogos digitais**. In *Anais do XXIII*

Workshop sobre Educação em Computação (WEI), 2015.

GARNELI, V., GIANNAKOS, M., and CHORIANOPOULOS, K. **Serious games as a malleable learning medium: The effects of narrative, gameplay, and making on students' performance and attitudes**. *British Journal of Educational Technology*, 2017.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Master's thesis, Universidade Estadual de Campinas, Campinas - São Paulo, 2000.

GÓMEZ, J. J. D., FRENSEL, K. R., and dos Santos CRISSAFF, L. ***Geometria Analítica***. SBM, Rio de Janeiro. Coleção PROFMAT, 2017.

HEILAND, H. ***Friedrich Fröbel***, volume Coleção Educadores. Massagana, Recife. tradução: Ivanise Monfredini, 2010.

JARDIM, D. F., Da SILVA, J. M., PEREIRA, M. M., JÚNIOR, E. A. S., NEPOMUCENA, T. V., and PINHEIRO, T. R. **Estudando Limites com o GeoGebra**. *Vozes dos Vales*, (08), 2015.

JELINEK, K. R. **Jogos nas aulas de matemática: brincadeira ou aprendizagem? O que pensam os professores?** Master's thesis, Pontifícia Universidade Católica, Porto Alegre - Rio Grande do Sul, 2005.

LIMA, E. L. ***Números e Funções Reais***. SBM, Rio de Janeiro, 2013.

LUCHI, K. C. G., MONTREZOR, L. H., and MARCONDES, F. K. **Effect of an educational game on university students' learning about action potentials**. *Advances in Physiology Education*, 2017.

MAAS, H. L. V. D. and NYAMSUREN, E. **Cognitive Analysis of Educational Games: The Number Game**. *TOPICS*, 9(2), 2016.

MACEDO, L., PETTY, A. L. S., and PASSOS, N. C. ***Aprender com jogos e situações problema***. Porto Alegre, ARTMED, 2000.

MORATORI, P. B. **Por que utilizar jogos educativos no processo de ensino aprendizagem**. *UFRJ. Rio de Janeiro*, 2003.

PARELLADA, I. L. and RUFINI, S. A. **O uso do computador como estratégia educacional: relação com a motivação e aprendizado de alunos do ensino**

fundamental. *Psicologia: Reflexão Crítica*, 2013.

POMMER, W. M. **A Engenharia Didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares**, 2013.

PROFMAT. **Regimento do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional**. Disponível em <http://www.profmat-sbm.org.br/funcionamento/regimento>. Acesso em: 10 set. 2016.

QUEIROGA, T. L. **Jogos de raciocínio lógico-matemático em alunos da Escola Fundamental II**. Master's thesis, Universidade Estadual de São Paulo, São Paulo, 2012.

RODRIGUEZ, C. L., LOPES, A. M. Z., MARQUES, L., and Isotani, S. **Pensamento Computacional: transformando ideias em jogos digitais usando o Scratch**. *ANAIS DO WIE*, 2015.

SMOLE, K. S. ***Jogos de matemática de 6º ao 9º ano e 1º ao 3º ano***.Artmed, Porto Alegre, 2007.

TONÉIS, C. N. **A lógica da descoberta nos jogos digitais**. Master's thesis, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo – São Paulo, 2010.

YUHANA, U. L., YUNIARNO, E. M., and PURNOMO, M. H. **MathBharata: A serious game for motivating disabled students to study mathematics**. *IEEE*, 2017.

ZACHI, J. M. **Problemas de Programação Linear: uma proposta de resolução geométrica para o ensino médio com o uso do GeoGebra**, 2016.

APÊNDICE A – Recursos do GeoGebra utilizados e o endereço *online* dos jogos

Recursos do GeoGebra utilizados na confecção dos jogos

Recursos *ggbscrippt* utilizados

- *DefinirValor[<Objeto>, <Objeto>]*: Atribui um novo valor a uma variável substituindo o primeiro objeto pelo segundo objeto.
- *EscolherElementoAleatoriamente[<Lista>]*: Atribui aleatoriamente um valor para uma variável em uma lista de objetos predefinida
- *CentralizarJanelaDeVisualização[<Ponto>]*: Centraliza a janela de visualização em um ponto definido pelo programador
- *Condição para exibir objeto*: Encontra-se na janela avançado e permite a exibição de um objeto apenas se uma condição for satisfeita
- *Se[<Condição>, <Então>, <Senão>]*: Comando que executa uma ação se uma condição for satisfeita caso contrario a condição não for satisfeita executa a condição senão
- *Resto[<Número Dividendo>, <Número Divisor>]*: Comande que executa uma divisão e devolve como o resposta o resto dessa divisão
- *Condição para exibir objeto*: Encontra-se na janela avançado e permite a exibição de um objeto apenas se uma condição for satisfeita
- *ferramenta para esconder objeto*: Comando encontrado na barra de ferramentas atribui os valores booleanos, false e true, para exibir ou esconder um objeto.
- *Transladar[objeto,vetor*n]* : translada um objeto por um vetor com um numero n de vezes.

Tabela 6: Operadores usados nos jogos

variável	lista	teclado	Usado para:
igual	$=$	$==$	números ou pontos
diferente	$\neq$	$!=$	números ou pntos
menor que	$<$	$<$	números
maior que	$>$	$>$	números
menor ou igual que	$\leq$	$<=$	números
maior ou igual que	$\geq$	$>=$	números
e	$\wedge$	$\wedge$	booleanas
ou	$\vee$	$\Vert$ ou v	booleanas
diferença	$\setminus$	$\setminus$	conjuntos

Endereço *online* dos jogos

https://www.geogebra.org/?lang=pt$_{B}R$

APÊNDICE B – Sinopse da criação do jogo Pega o bicho

Nome	Descrição	Valor	Legenda
Imagem fig1		fig1	
Número a		a = -2.65	
Número o		o = 3.2	
Ponto P(40, 40)		P = (40, 40)	
Texto texto2	LaTeX(P, true, true)	P \, = \,(40, 40)	
Campo de Entrada ct1	CampoDeTexto(P)	ct1	ALVO
Ponto A(12, 0)		A = (12, 0)	
Imagem fig2		fig2	
Ponto E(12, 0)		E = (12, 0)	
Imagem fig3		fig3	
Ponto Z_3(-6, -4)		Z_3 = (-6, -4)	
Ponto Z_4(7, -4)		Z_4 = (7, -4)	
Imagem fundo		fundo	
Ponto I(12, 0)		I = (12, 0)	
Imagem fig5		fig5	
Número b	abs(E)	b = 12	
Ponto B(12, 0)		B = (12, 0)	
Ponto F(12, 0)		F = (12, 0)	
Ponto J(12, 0)		J = (12, 0)	
Ponto K(12, 0)		K = (12, 0)	
Ponto L(12, 0)		L = (12, 0)	
Ponto M(12, 0)		M = (12, 0)	

Ponto N(12, 0)		N = (12, 0)	
Ponto O(12, 0)		O = (12, 0)	
Ponto Q(12, 0)		Q = (12, 0)	
Ponto R(12, 0)		R = (12, 0)	
Ponto S(12, 0)		S = (12, 0)	
Ponto T(12, 0)		T = (12, 0)	
Ponto U(12, 0)		U = (12, 0)	
Ponto V(12, 0)		V = (12, 0)	
Ponto W(12, 0)		W = (12, 0)	
Ponto Z(12, 0)		Z = (12, 0)	
Ponto C(12, 0)		C = (12, 0)	
Ponto G(12, 0)		G = (12, 0)	
Ponto D(12, 0)		D = (12, 0)	
Ponto H(12, 0)		H = (12, 0)	
Número bicho		bicho = 26	
Imagem fig6		fig6	
Imagem fig7		fig7	
Imagem fig8		fig8	
Imagem fig10		fig10	
Imagem fig11		fig11	
Imagem fig13		fig13	
Imagem fig14		fig14	
Imagem fig15		fig15	
Imagem fig17		fig17	

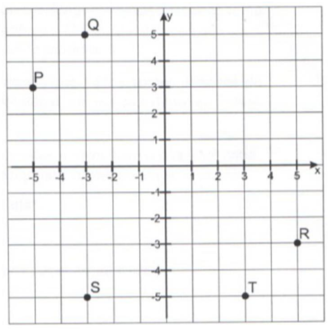
Imagem fig19		fig19	
Imagem fig20		fig20	
Imagem fig21		fig21	
Imagem fig22		fig22	
Imagem fig23		fig23	
Imagem fig24		fig24	
Imagem fig25		fig25	
Número azul		azul = 10	
Número vermelho		vermelho = 10	
Texto texto4	LaTeX(vermelho, true, true)	vermelho \, = \,10	
Texto texto5	LaTeX(azul, true, true)	azul \, = \,10	
Número jogador		jogador = 1	
Ponto A_1(40, 40)		A_1 = (40, 40)	
Ponto B_1(12, 0)		B_1 = (12, 0)	
Ponto C_1(12, 0)		C_1 = (12, 0)	
Valor Booleano c	Se(jogador ≟ 1, azul ≟ azul + 2)	c = false	
Valor Booleano d	Se(jogador ≟ 1, azul ≟ azul + 2)	d = false	
Valor Booleano e	Se(jogador ≟ 1, azul ≟ azul + 2)	e = false	
Valor Booleano f	Se(jogador ≟ 1, azul ≟ azul + 2)	f = false	
Valor Booleano g	Se(jogador ≟ 1, azul ≟ azul + 2)	g = false	
Valor Booleano h	Se(jogador ≟ 1, azul ≟ azul + 2)	h = false	
Valor Booleano i	Se(jogador ≟ 1, azul ≟ azul + 2)	i = false	
Valor Booleano j	Se(jogador ≟ 1, azul ≟ azul + 2)	j = false	
Valor Booleano k	Se(jogador ≟ 1, azul ≟ azul + 2)	k = false	

Valor Booleano l	Se(jogador ≟ 1, azul ≟ azul + 2)	l = false	
Valor Booleano m	Se(jogador ≟ 1, azul ≟ azul + 2)	m = false	
Imagem fig4		fig4	
Imagem fig9		fig9	
Imagem fig12		fig12	
Imagem fig16		fig16	
Imagem fig18		fig18	
Imagem fig26		fig26	
Imagem fig27		fig27	
Imagem fig28		fig28	
Valor Booleano n		n = false	Instruções
Botão bt1		bt1	sorteio
Número cor		cor = 1	
Número cor2		cor2 = 0	
Número corv		corv = 0	
Texto texto3	"PONTUAÇÃO JOGADOR AZUL = " + azul + " JOGADOR VERMELHO = " + vermelho + ""	PONTUAÇÃO JOGADOR AZUL = 10 JOGADOR VERMELHO = 10	
Ponto D_1(-5.39, -0.77)		D_1 = (-5.39, -0.77)	
Ponto E_1(6.37, -0.77)		E_1 = (6.37, -0.77)	
Imagem fig29		fig29	
Valor Booleano p		p = false	erro

APÊNDICE C – Questionários *a priori*

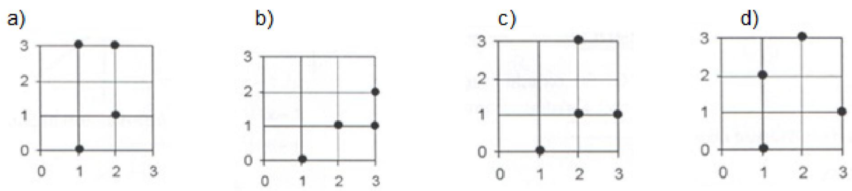
<u>Questionário *à priori* sobre o plano cartesiano</u> (1º ano turma A)

1) A figura, abaixo, mostra cinco pontos em um plano cartesiano. Qual dos pontos possui coordenadas (- 5, 3)?

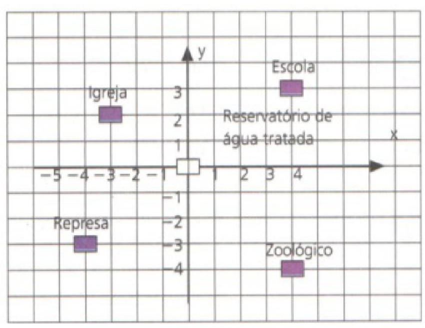


a) P. b) Q. c) R. d) S.

2) Uma cidade tem quatro pontos turísticos que são os mais visitados. Esses pontos são identificados pelas coordenadas A(1, 0), B(2, 1), C(2, 3) e D(1, 3). Qual dos gráficos que melhor representa as localizações dos pontos de turismo?

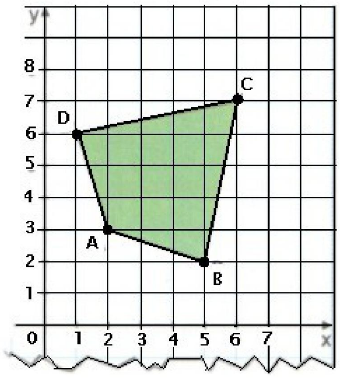


3) Um urbanista registrou num sistema ortogonal as coordenadas de alguns pontos estratégicos de uma cidade. (veja figura) Qual o par ordenado que representa a escola?



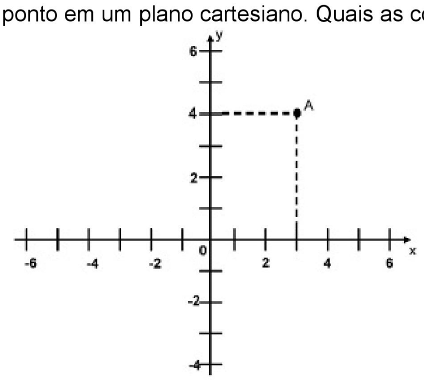
a) (4, – 4) b) (5; – 3) c) (–5; – 3) d) (4; 3)

4) Quatro cidades de grande expressão no setor industrial estão situadas nos pontos do quadrilátero abaixo. As coordenadas que representam as cidades A, B, C e D, respectivamente, são?



a) (1, 6), (6, 7), (5, 2), (4, 3)
b) (6, 1), (7, 6), (2, 5), (3, 4)
c) (6, 7), (1, 6), (2, 5), (3, 4)
d) (2, 3), (5, 2), (6, 7), (1, 6)

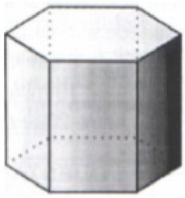
5) A figura abaixo mostra um ponto em um plano cartesiano. Quais as coordenadas do ponto A?

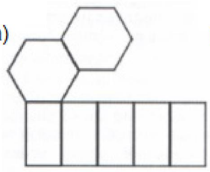
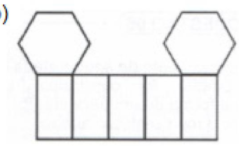
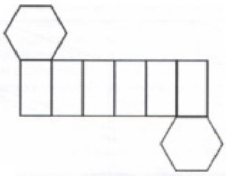
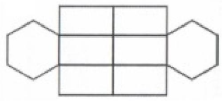


a) (6, 6).
b) (-3, 4).
c) (3, 4).
d) (3, 7).

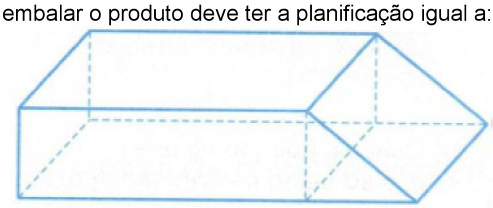
Questionário *à priori* sobre os sólidos geométricos (2º ano – turma C)

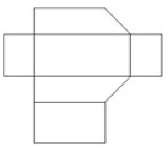
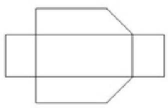
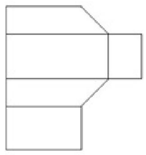
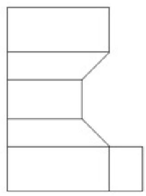
1) Observe o prisma hexagonal regular ilustrado a seguir. Dentre as alternativas a seguir, a que representa uma planificação para esse sólido é



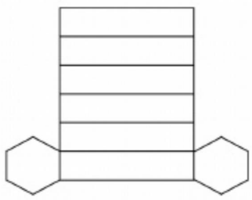
a)  b)  c)  d) 

2) Um determinado produto é acondicionado em embalagens como a figura abaixo: Ao fazer um molde, em papelão, para embalar o produto deve ter a planificação igual a:



a)  b)  c)  d) 

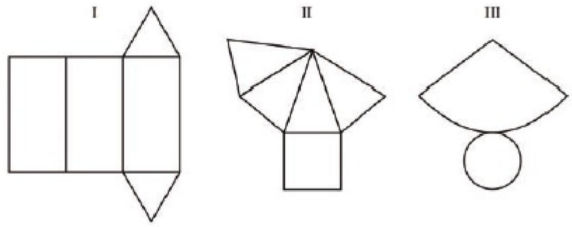
3) A figura abaixo representa a planificação de um sólido geométrico. O sólido planificado é:



a) uma pirâmide de base hexagonal.

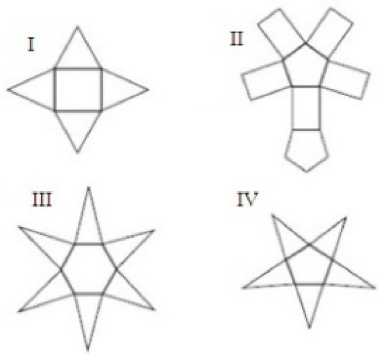
b) um prisma de base hexagonal.
c) um paralelepípedo.
d) um hexaedro.

4) Considere as figuras abaixo. As figuras I, II e III correspondem, respectivamente, às planificações de:



a) pirâmide, cone, cilindro.
b) prisma, cilindro, cone.
c) prisma, pirâmide, cone.
d) pirâmide, prisma, cone.

5) Qual das figuras seguintes representa corretamente a planificação de uma pirâmide regular hexagonal?

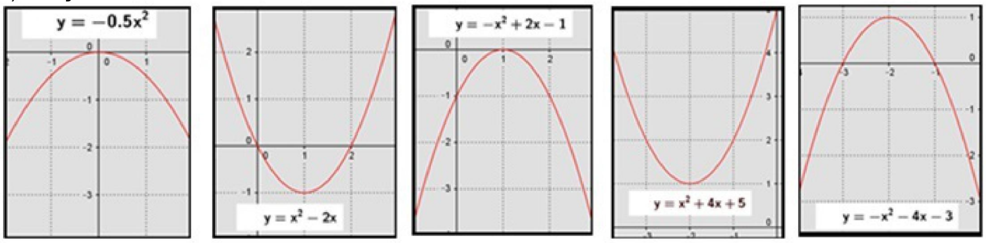


a) I
b) II
c) III
d) IV

Questionário *à priori* sobre o Jogo "Funções Quadráticas" (2º ano – turma D)

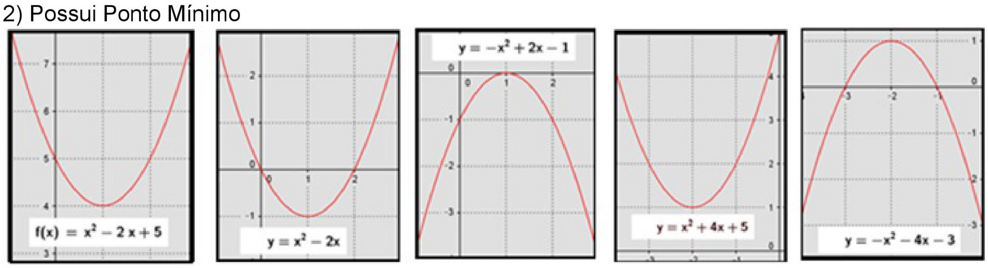
Selecione o(s) gráfico(s) que apresenta(m) a propriedade citada

1) Função Decrescente



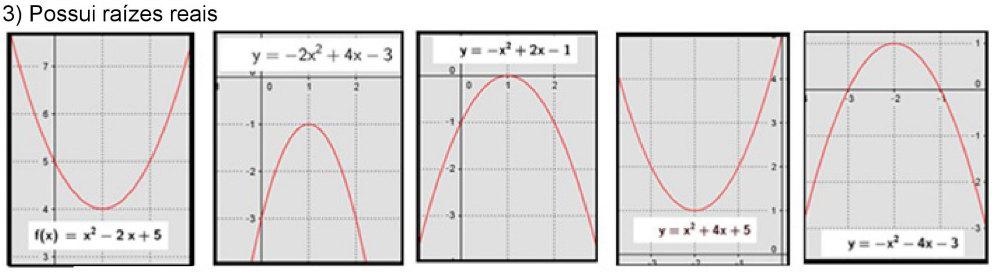
A B C D E

2) Possui Ponto Mínimo



A B C D E

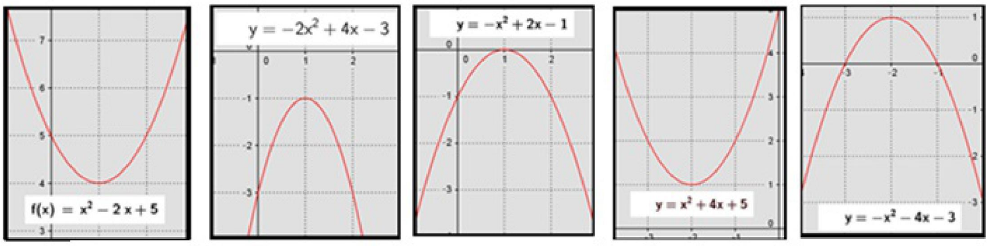
3) Possui raízes reais



A B C D E

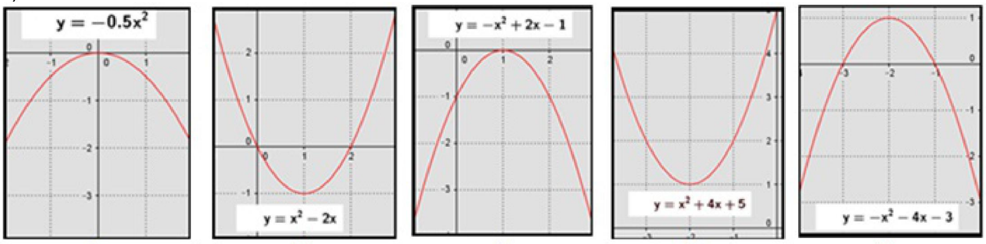
4

) O discriminante (Δ) é negativo



A B C D E

5) O valor de "x" do vértice é 1.



A B C D E

Questionário *à priori* sobre operações com números inteiros (1º ano – turma B)

1) O funcionário de um supermercado ficou gripado. Ele explicou que estava fazendo muito calor (34ºC) e que, quando entrou na câmara frigorífica, a temperatura desceu 40ºC. Qual era a temperatura dentro da câmara?

a) – 40 ºC b) – 7 ºC c) – 6 ºC d) 7º C

2) O valor de - 9 - 3 + 6 é:

a) + 12 b) - 12 c) - 6 d) 6

3) Calcule o valor da expressão numérica: 75 – 21 + 8 –18 – 19 + 4, Em seguida, assinale a alternativa CORRETA.

a) 18 b) 29 c) 36 d) -18

4) Veja a expressão numérica, 60 - 120 - 180 + 80. O resultado dessa expressão é:

a) - 160 b) 160 c) - 90 d) + 60

5) Na correção de uma prova de um concurso, cada questão certa vale +5 pontos, cada questão errada vale – 2 pontos e cada questão não respondidas vale – 1 ponto. Das 20 questões da prova, Antônio acertou 7, errou 8 e deixou de responder as restantes. O número de pontos que Antônio obteve nessa prova foi:

a) 14 b) 22 c) 24 d) 30

APÊNDICE D – Questionários *a posteriori*

<u>Questionário *à posteriori* sobre o Jogo "Pega o bicho"</u> (1º ano turma A)

Avalie o jogo feito em sala em uma escala de 1 a 10 onde o 1 significa "colabora pouco" e 10 significa "colabora muito".

1) O jogo facilita a aprendizagem da localização de pontos no plano cartesiano.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

2) O jogo pode ajudar a melhorar a dinâmica das aulas.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

3) O jogo contribui para aumentar o seu interesse em relação ao conteúdo.

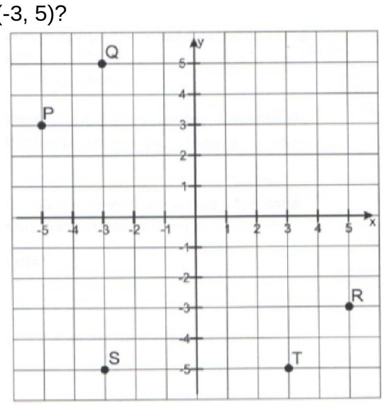
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

4) O jogo colabora em identificar a localização de pontos no plano cartesiano.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

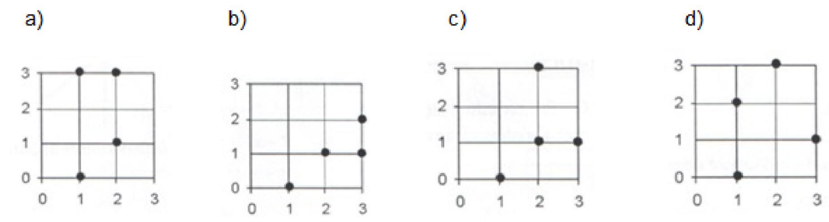
Questões sobre o conteúdo estudado

5) A figura abaixo mostra cinco pontos em um plano cartesiano.
Qual letra indica o ponto (-3, 5)?

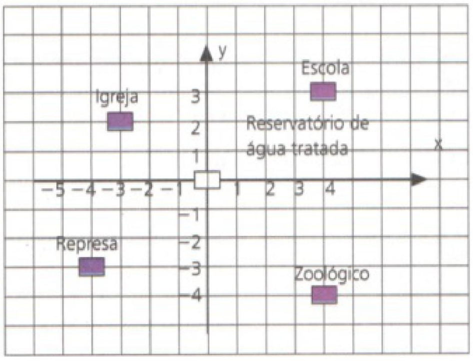


a) P. b) Q. c) R. d) S.

6) Uma cidade tem quatro pontos turísticos que são os mais visitados. Esses pontos são identificados pelas coordenadas A(1, 0), B(2, 1), C(2, 3) e D(3, 1). Qual o gráfico que melhor representa as localizações dos pontos de turismo?

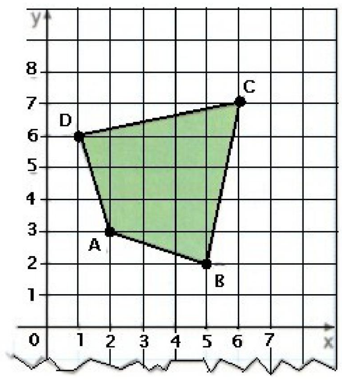


7) Um urbanista registrou num sistema ortogonal as coordenadas de alguns pontos estratégicos de uma cidade (veja figura). Qual o par ordenado que representa a represa?



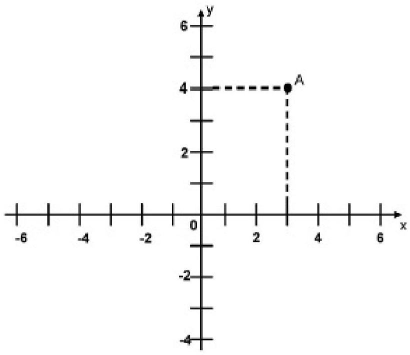
a) (4, – 4)   b) (5; – 3)   c) (–5; – 3)   d) (–4; – 3)

8) Quatro cidades de grande expressão no setor industrial estão situadas nos pontos do quadrilátero abaixo. Quais as coordenadas que representam, respectivamente, as cidades A, B, C e D?



a) (1, 6), (6, 7), (5, 2), (4, 3)
b) (6, 1), (7, 6), (2, 5), (3, 4)
c) (6, 7), (1, 6), (2, 5), (3, 4)
d) (2, 3), (5, 2), (6, 7), (1, 6)]

9) A figura abaixo mostra um ponto em um plano cartesiano. Quais as coordenadas do ponto A?



a) (6, 6). b) (-3, 4). c) (3, 4). d) (3, 7).

<u>Questionário *a posteriori* sobre o Jogo “Memória dos sólidos ”</u> (2º ano – turma C)

Avalie o jogo feito em sala em uma escala de 1 a 10 onde o 1 significa “colabora pouco” e 10 significa “colabora muito”.

1) O jogo facilita a memorização das propriedades dos sólidos geométricos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

2) O jogo pode ajudar a melhorar a dinâmica das aulas.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

3) O jogo contribui para aumentar o seu interesse em relação ao conteúdo.

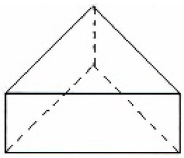
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

4) O jogo ajuda relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.

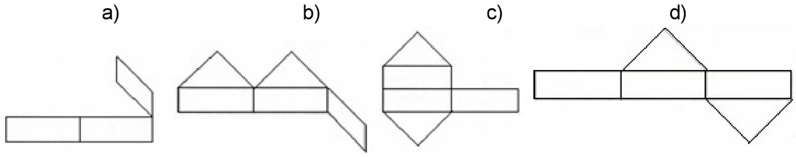
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Questões sobre o conteúdo estudado

5) Observe o prisma hexagonal regular ilustrado a seguir. Qual das alternativas a seguir representa uma planificação para esse sólido?

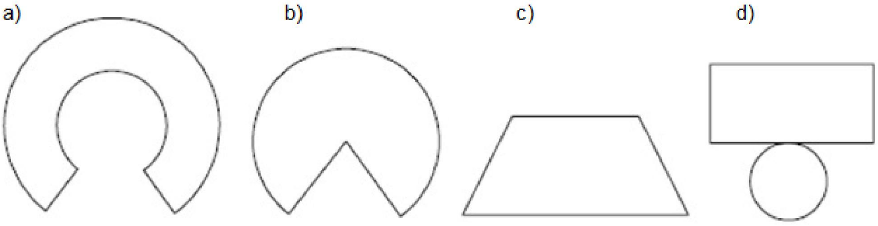


a) b) c) d)

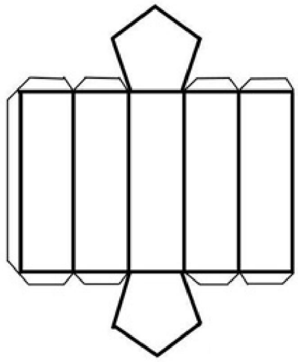


6) Ao fazer um molde de um copo, em cartolina, na forma de cilindro de base circular qual deve ser a planificação do mesmo?

a) b) c) d)

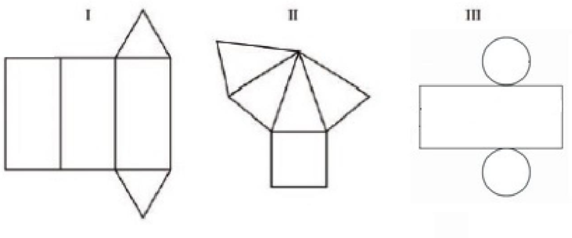


7) A figura abaixo representa a planificação de um sólido geométrico. Qual o nome desse sólido?



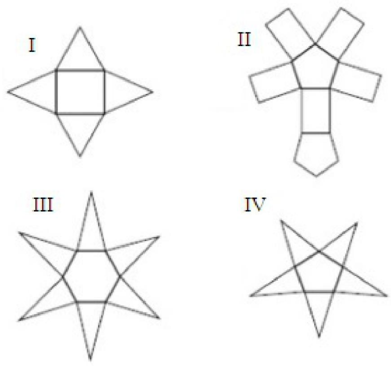
a) uma pirâmide de base hexagonal. b) um prisma de base hexagonal.
c) um paralelepípedo. d) um prisma pentagonal.

8) Considere as figuras abaixo: As figuras I, II e III correspondem, respectivamente, às planificações de:



a) pirâmide, cone, cilindro.
b) prisma, cilindro, cone.
c) prisma, pirâmide, cilindro.
d) pirâmide, prisma, cilindro.

9) Qual das figuras seguintes representa corretamente a planificação de uma pirâmide regular pentagonal?



a) I b) II c) III d) IV

Questionário *à posteriori* sobre o Jogo "Funções Quadráticas" (2º ano – turma D)

Avalie o jogo feito em sala em uma escala de 1 a 10 onde o 1 significa “colabora pouco” e 10 significa “colabora muito”.

1) O jogo facilita o aprendizado de funções.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

2) O jogo pode ajudar a melhorar as dinâmica das aulas.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

3) O jogo contribui para aumentar o seu interesse em relação ao conteúdo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

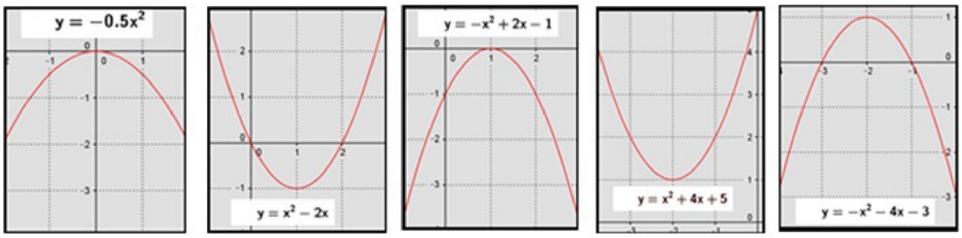
4) O jogo ajuda a identificar as propriedades de funções quadráticas no referencial cartesiano como pontos de máximos e mínimos, raízes e valor inicial.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Questões sobre o conteúdo estudado

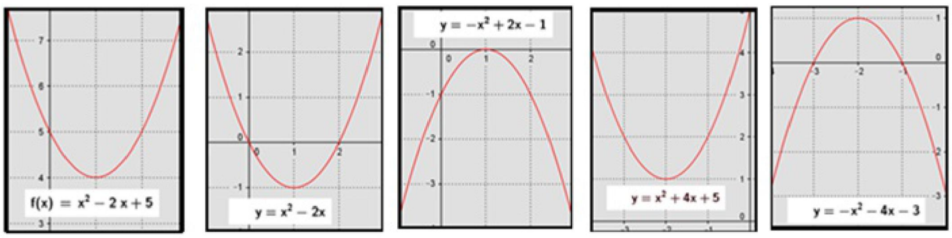
Selecione o(s) gráfico(s) que apresenta(m) a propriedade citada

5) Função Crescente



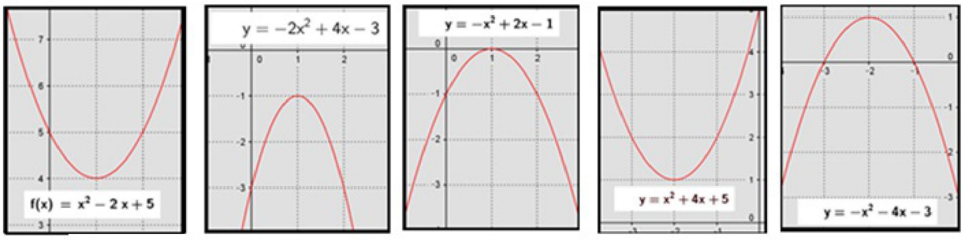
A B C D E

6) Possui Ponto Máximo



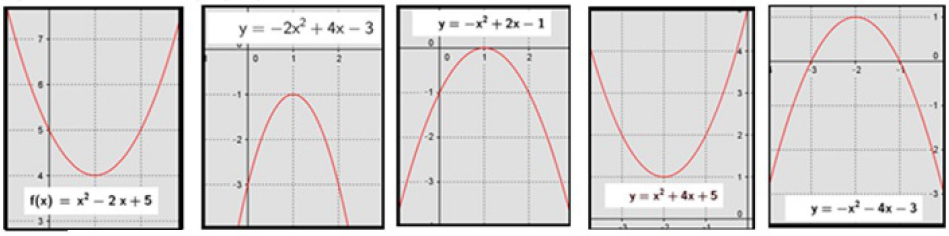
A B C D E

7) Não possui raízes reais



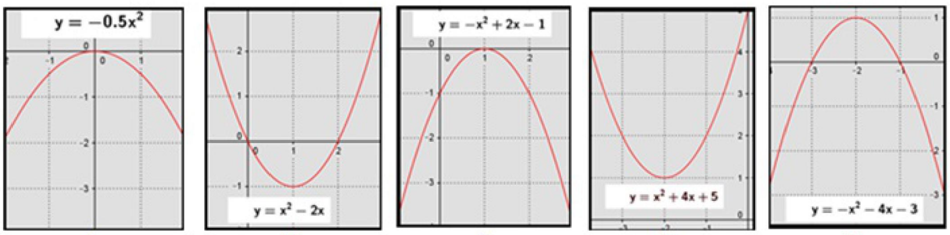
A B C D E

8) O discriminante (Δ) é positivo



A B C D E

9) O valor de "x" do vértice é 1.



A B C D E

<u>Questionário *à posteriori* sobre o jogo mergulho nos inteiros</u> (1º ano – turma B)

Avalie o jogo feito em sala em uma escala de 1 a 10 onde o 1 significa “colabora pouco” e 10 significa “colabora muito”.

1) O jogo facilita o aprendizado das operações com números inteiros.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

2) O jogo pode ajudar a melhorar a dinâmica das aulas.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

3) O jogo contribui para aumentar o seu interesse em relação ao conteúdo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

4) O jogo ajuda a compreender as operações de somas e subtração nos inteiros sem o uso de regras.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Questões sobre o conteúdo estudado

5) O funcionário de um supermercado ficou gripado. Ele explicou que estava fazendo muito calor (33 ºC) e que, quando entrou na câmara frigorífica, a temperatura desceu 40ºC. Qual era a temperatura dentro da câmara?

a) – 40 ºC   b) – 7 ºC   c) – 6 ºC   d) 7º C

6) Qual o valor de - 9 - 3 ?

a) + 12   b) – 12   c) – 6   d) 6

7) Calcule o valor da expressão numérica: 75 – 21 + 8 –18 – 19 + 4. Em seguida, assinale a alternativa CORRETA.

a) 18   b) 29   c) 36   d) -18

8) Veja a expressão numérica 60 - 120 - 180 + 80.Qual resultado dessa expressão ?

a) – 160   b) +160   c) – 90   d) + 60

9) Na correção de uma prova de um concurso, cada questão certa vale +5 pontos,cada questão errada vale – 2 pontos, e cada questão não respondidas vale – 1 ponto. Das 20 questões da prova, Antônio acertou 7, errou 8 e deixou de responder as restantes. Qual o número de pontos que Antônio obteve nessa prova?

a) 14 b) 22 c) 24 d) 30

APÊNDICE E – PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

cep comitê de ética em pesquisa

UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI

Plataforma Brasil

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: Criação e adaptação de jogos matematicos para o software geogebra com ênfase na engenharia didática

Pesquisador: PAULO GEOVANE RAMALHO PINHEIRO

Área Temática:

Versão: 4

CAAE: 64597417.1.0000.5108

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 2.095.196

Apresentação do Projeto:

O objetivo desta pesquisa é propor novas metodologias de ensino para a disciplina de MATEMÁTICA NO ensino básico. Para isso, será desenvolvida uma intervenção com os alunos da disciplina, baseada nos princípios da Engenharia Didática, com o intuito de propiciar o conhecimento de uma nova ferramenta para trabalhar, neste caso, atrelar o uso do software GeoGebra e a criação de jogos computacionais. Busca-se assim, analisar a eficácia de um novo método de ensino, aportada em recursos computacionais. Portanto, o presente trabalho é de grande relevância acadêmica por contribuir para formação do futuro professor, ao promover condições teórico-práticas para executar ações pedagógicas de modo a conciliar o uso da tecnologia da informação e o uso de jogos no ensino da matemática.

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário:

• Analisar a eficácia da utilização de jogos matemáticos computacionais no aprendizado de matemática através da utilização do software geogebra.

Objetivo Secundário:
• Diagnosticar os conhecimentos prévios dos discentes em relação aos conteúdos matemáticos que serão trabalhados; adaptar e criar jogos matemáticos no ambiente virtual do geogebra;
• propor aos discentes o uso do programa geogebra, em um ambiente computacional dinâmico que os faça interagir com os conceitos estudados;
• diferenciar os vários sólidos geométricos através de suas características como planificação, número de vértices, faces e arestas com a utilização de jogos computacionais;
• compreender como são realizadas as operações nos números inteiros com material concreto e com significado através de jogos computacionais;
• discernir, com o uso de jogos computacionais, propriedades de funções quadráticas;
• analisar, através da engenharia didática, o grau de relevância da utilização de jogos matemáticos computacionais no processo de construção do conhecimento dos discentes, estabelecendo um paralelo entre o conhecimento prévio diagnosticado e o ganho real de aprendizagem.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:
Riscos:
Os riscos que podem estar relacionados com a participação na pesquisa são: a identificação e possível constrangimento ao responder os questionários a serem aplicados. Tais riscos serão minimizados pelos seguintes procedimentos: participação dos discentes nas atividades de pesquisa preenchendo formulários online, sem possibilidade de vazamento de informações, além da dispensa de identificação nominal dos mesmos.
Benefícios:
Os benefícios relacionados com a participação na pesquisa são: satisfação pessoal, autorrealização, contribuição, utilidade e melhora no seu desenvolvimento cognitivo e aprendizagem acerca do conteúdo ministrado. Outro benefício é o fato de que os códigos/softwares desenvolvidos serão disponibilizados para os professores da escola onde será realizado o estudo e os professores receberão uma capacitação que será ministrada pelo pesquisador.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:
Metodologia proposta:
Este projeto de pesquisa se fundamenta na proposta da engenharia didática como metodologia de pesquisa em suas quatro etapas. São elas:

1. As análises prévias: essa etapa permite ao pesquisador identificar quais são as variáveis didáticas que serão utilizadas nas fases posteriores.

2.construção e análise à priori: nesta etapa será feito todo o planejamento das atividades, como escolha das variáveis locais e quais estratégias tomar, baseado nos resultados obtidos pela investigação feita nas análises prévias.

3.experimentação: essa etapa é a parte prática do projeto que será ministrada em laboratório de informática logo após os testes de conhecimentos prévios dos estudantes.

4.validação e análise à posteriori: nesta etapa que encerra a pesquisa, será investigado se os objetivos foram alcançados, e se as hipóteses foram ou não válidas. Será feito levantamento bibliográfico a fim de verificar os estudos sobre o trabalho com jogos computacionais para o desenvolvimento da matemática.

* será aplicado, pelo pesquisador, um questionário diagnóstico aos estudantes matriculados e frequentes no 1o e 2o ano do ensino médio da e. E. Chaves ribeiro, itaobim – mg, para aferir o conhecimento em conteúdos ligados à matemática. O pesquisador selecionará: 20 estudantes de uma turma de 1o ano do ensino médio composta por 33 alunos, de modo aleatório dentre os que tenham interesse. Serão selecionados 20 estudantes de uma turma de 2o ano do ensino médio, composta por 45 alunos, de modo aleatório dentre os que tenham interesse. Os questionários terão formato digital (google docs). Serão compostos por 5 questões de múltipla escolha e serão enviados ao e-mail do discente, informado no ato de seleção. A aplicação ocorrerá conforme cronograma anexo e serão analisados ao final deste projeto.

* os alunos assinarão o termo de assentimento no ato da seleção, e os termos de consentimento livre e esclarecido (tcle) serão entregues, pelo pesquisador, aos estudantes para que providenciem as assinaturas dos pais ou responsáveis.

* serão criados e/ou adaptados, pelo pesquisador, 4 jogos computacionais abrangendo as áreas: geometria, operações com números inteiros, gráfico da função quadrática e plano cartesiano. Os participantes do questionário diagnóstico serão divididos em 4 grupos (a, b, c, d). O grupo a executará um jogo relativo ao conteúdo de operações com números inteiros e será composto por 10 alunos do 1o ano escolhidos de modo aleatório dentre os 20 selecionados. O grupo b executará um jogo que abrange o conteúdo de plano cartesiano e será composto pelos 10 alunos do 1o ano restantes. O grupo c executará um jogo que abrange o conteúdo de geometria e será composto por 10 alunos do 2o ano escolhidos de modo aleatório dentre os 20 selecionados. O grupo d executará um jogo que abrange o conteúdo de gráfico da função quadrática e será composto pelos 10 alunos do 2o ano restantes. Para cada grupo serão aplicadas 3 sequências

didáticas em forma de jogos computacionais, monitoradas pelo pesquisador que é o docente responsável pela disciplina de matemática nas referidas turmas. Tais jogos serão executados em um laboratório computacional da e. E. Chaves ribeiro, itaobim – mg, utilizando o software geogebra. Os jogos serão executados em duplas.
* será aplicado um questionário composto por 9 questões de múltipla escolha, sendo 4 destinadas à verificação da satisfação dos discentes e 5 visando aferir a aprendizagem. Terão formato digital (google docs) e serão enviados ao e-mail do discente. Serão analisadas as respostas visando confirmar se o trabalho com jogos computacionais contribuiu para a aprendizagem dos conteúdos estudados. Tal análise consistirá na comparação deste questionário com o anteriormente aplicado (diagnóstico). Com base nas respostas serão elaborados gráficos, utilizando o ambiente do google docs, considerando a frequência de aparecimento de dados.serão disponibilizados os jogos para os professores.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Foram apresentados:
- Projeto de Pesquisa,
- Folha de Rosto, Cronograma,
- TCLE Adequado conforme Resolução 466/12.
- A carta da Instituição Co-partícipe foi apresentada conforme Resolução 466/12.

Recomendações:

- Segundo a Carta Circular nº. 003/2011/CONEP/CNS, de 21/03/11, há obrigatoriedade de rubrica em todas as páginas do TCLE pelo sujeito de pesquisa ou seu responsável e pelo pesquisador, que deverá também apor sua assinatura na última página do referido termo.
- Relatórios final deve ser apresentado ao CEP ao término do estudo em 08/08/2017. Considera-se como antiética a pesquisa descontinuada sem justificativa aceita pelo CEP que a aprovou.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

O projeto atende aos preceitos éticos para pesquisas envolvendo seres humanos preconizados na Resolução 466/12 CNS.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_798084.pdf	23/05/2017 16:36:46		Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	carta_coparticipe.pdf	23/05/2017 16:35:49	PAULO GEOVANE RAMALHO PINHEIRO	Aceito
Outros	Questionario_a_posteriori.docx	26/04/2017 14:36:42	PAULO GEOVANE RAMALHO PINHEIRO	Aceito
Outros	Questionario_a_priori.docx	26/04/2017 14:35:14	PAULO GEOVANE RAMALHO PINHEIRO	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	PROJETO_DE_PESQUISA_CEP.pdf	26/04/2017 13:01:28	PAULO GEOVANE RAMALHO PINHEIRO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_sem_assinatura.docx	26/04/2017 12:41:33	PAULO GEOVANE RAMALHO PINHEIRO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALE_sem_assinatura.docx	26/04/2017 12:40:54	PAULO GEOVANE RAMALHO PINHEIRO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALE_assinado.pdf	26/04/2017 12:31:16	PAULO GEOVANE RAMALHO PINHEIRO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_assinado.pdf	26/04/2017 12:29:32	PAULO GEOVANE RAMALHO PINHEIRO	Aceito
Folha de Rosto	Folha_de_rosto.pdf	03/02/2017 19:35:56	PAULO GEOVANE RAMALHO PINHEIRO	Aceito

Situação do Parecer:
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:
Não

UFVJM