SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
MESTRADO PROFISSONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

RONILDO LOPES PONTES

MATERIAL MULTIMÍDIA: Resolução comentada de algumas questões do nível 1 da OBMEP sobre geometria

Belém

2013

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
MESTRADO PROFISSONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

RONILDO LOPES PONTES

MATERIAL MULTIMÍDIA: Resolução comentada de algumas questões do nível 1 da OBMEP sobre geometria

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso Profissional de Matemática, da Universidade Federal do Pará, como pré-requisito para obtenção do Título de Mestre em Matemática**.**

Belém

2013

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
MESTRADO PROFISSONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

RONILDO LOPES PONTES

MATERIAL MULTIMÍDIA: Resolução comentada de algumas questões do nível 1 da OBMEP sobre geometria

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso Profissional de Matemática, da Universidade Federal do Pará, como pré-requisito para obtenção do Título de Mestre em Matemática.

Data da defesa: 15/04/2013

Conceito: APROVADO

Banca examinadora

____

PROF. DR. JOÃO PABLO PINHEIRO DA SILVA – ORIENTADOR - UFPA

____

PROF. DR. JOSÉ MIGUEL MARTINS VELOSO – MEMBRO - UFPA

____

PROF. DR. ROBERTO CARLOS DANTAS ANDRADE – MEMBRO – ESCOLA TENENTE REGO BARROS

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Pontes, Ronildo Lopes, 1969-
Material multimídia: resolução comentada de algumas questões do nível 1 da obmep sobre geometria / Ronildo Lopes Pontes. - 2013.

Orientador: João Pablo Pinheiro da Silva.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática (Mestrado Profissional), Belém, 2013.

1. Multimídia interativa. 2. Geometria-Estudo e ensino (Ensino fundamental). 3. Olimpíadas-Matemática. I. Título.

CDD 22. ed. 006.7

SUMÁRIO

RESUMO

Apresentações multimídias são capazes de transmitir informações através de diversos meios, ou seja, por intermédio de mais de um dos sentidos. Apresentações que envolvem textos, gráficos, sons, imagens, animação, etc. São muito mais dinâmicas e no contexto educacional proporcionam ao aluno uma visualização concreta dos fatos desenvolvidos em uma resolução de problema. Este trabalho tem por objetivo mostrar a importância dos aspectos visuais na resolução de problemas de geometria. O processo escolhido para o desenvolvimento deste trabalho foi a produção de um material multimídia com a resolução áudio visual com animações de algumas questões das Olimpíadas Brasileira de Matemática das escolas Públicas – OBMEP elaboradas no software *Power Point*, com ênfase em animações dos elementos e figuras geométricas, e apresentadas através do software *Camtasia Studio* com a narração em vídeo.

Palavras-chave: multimídias; geometria; OBMEP; *Power Point*; *Camtasia Studio*; resolução

ABSTRACT

Multimedia presentations are able to transmit information through various means, ie, by more than one sense. Presentations involving text, graphics, sounds, images, animation, etc. Are much more dynamic and educational context provides the student a concrete view of the facts developed in a problem solving. This work aims to show the importance of visual aspects in solving geometry problems. The process chosen for the development of this work was the production of a multimedia material with resolution audio visual animations of some issues of the Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP prepared in Power Point software, with emphasis on animations and elements of geometric figures, and submitted using the software Camtasia Studio video with narration.

Keywords: multimedia; geometry; OBMEP, Power Point, Camtasia Studio, resolution

1. Introdução

O seguinte trabalho é parte integrante de um trabalho desenvolvido por um grupo de três discentes. Sendo o trabalho integral um material multimídia contendo resoluções áudio visual de quarenta e cinco questões comentadas e com animações. Este trabalho trata sobre a resolução comentada de quinze questões do nível 1 das provas da segunda fase das Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP.

As ferramentas utilizadas para a confecção do trabalho foram os softwares *PowerPoint* para a produção dos Slides e o *Camtasia* para a gravação dos vídeos.

Uma das ideias para a confecção deste trabalho veio do fato de que existem poucos materiais desse tipo, existem muitas vídeo-aulas, mas resolução áudio visual comentada e com animações encontramos poucas, principalmente em geometria. Além disso, temos os alunos, que hoje já nascem inseridos em um mundo tecnológico onde as informações são transmitidas de modo dinâmico e com diversos recursos destinados a prender sua atenção. Segundo os Parâmetros curriculares nacionais. 2. Matemática: Ensino de quinta a oitava séries

> "A atual tecnologia de produção de vídeos educativos permite que conceitos, figuras, relações, gráficos sejam apresentados de forma atrativa e dinâmica. Nos vídeos, o ritmo e a cor são fatores estéticos importantes para captar o interesse do observador. Além disso, esse tipo de recurso possibilita uma observação mais completa e detalhada na medida em que permite parar a imagem, voltar, antecipar" (Brasil, 1998, p. 46).

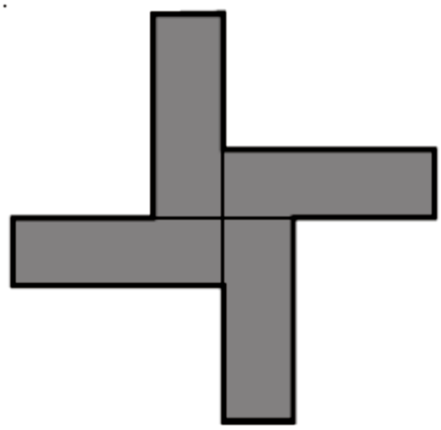
Objetivou-se no desenvolvimento do presente trabalho a compreensão através de argumentações visualmente animadas dos conceitos e propriedades inerentes à geometria, pois acreditamos que nos problemas geométricos o visual é fundamental no entendimento das resoluções, as quais muitas vezes não são apresentadas dessa forma nos livros didáticos. Pensou-se em disponibilizar um material didático diferenciado com um enfoque tecnológico que tornará mais prazeroso o ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento matemático.

Desejamos que este trabalho sirva como um instrumento inovador na construção do conhecimento geométrico e que o mesmo seja assistido por todos os envolvidos no ensino e aprendizagem da geometria, principalmente pelos novos talentos que estão sendo revelados pela OBMEP.

2. QUESTÕES

QUESTÃO 1 – (OBMEP 2005)

Tia Anastácia uniu quatro retângulos de papel de $\mathbf{3}\ \boldsymbol{cm}$ de comprimento por $\mathbf{1}\ \boldsymbol{cm}$ de largura, formando a figura abaixo.

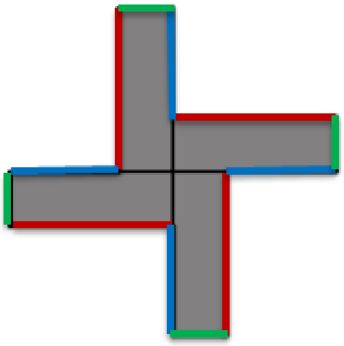


a) Qual é o perímetro da figura?

b) Qual é o menor número de retângulos de $\mathbf{3}\ \boldsymbol{cm}$ de comprimento por $\mathbf{1}\ \boldsymbol{cm}$ de largura que é necessário juntar a essa figura para se obter um quadrado? Faça um desenho ilustrando sua resposta.

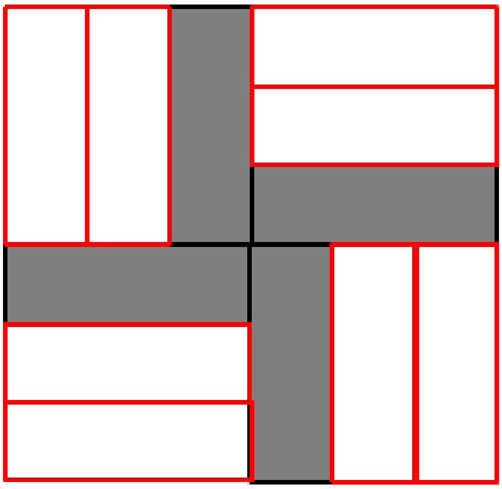
c) Qual é a área do quadrado obtido no item anterior?

RESOLUÇÃO – ITEM (a)



A figura tem $\mathbf{4}$ lados de $\mathbf{3}$ $\boldsymbol{cm}$, $\mathbf{4}$ lados de $\mathbf{2}$ $\boldsymbol{cm}$ e $\mathbf{4}$ lados de $\mathbf{1}$ $\boldsymbol{cm}$, logo seu perímetro é $\mathbf{4}\times\mathbf{3} + \mathbf{4}\times\mathbf{2} + \mathbf{4}\times\mathbf{1} = \mathbf{24}$ cm.

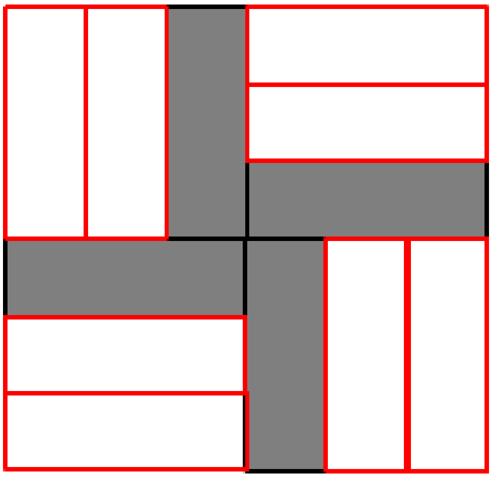
RESOLUÇÃO – ITEM (b)



Vamos montar o quadrado a partir da figura original usando os retângulos de $\mathbf{3}$ $\boldsymbol{cm}$ de comprimento por $\mathbf{1}$ $\boldsymbol{cm}$ de largura. Logo vemos que basta juntar $\mathbf{8}$ retângulos à figura original para formar o quadrado.

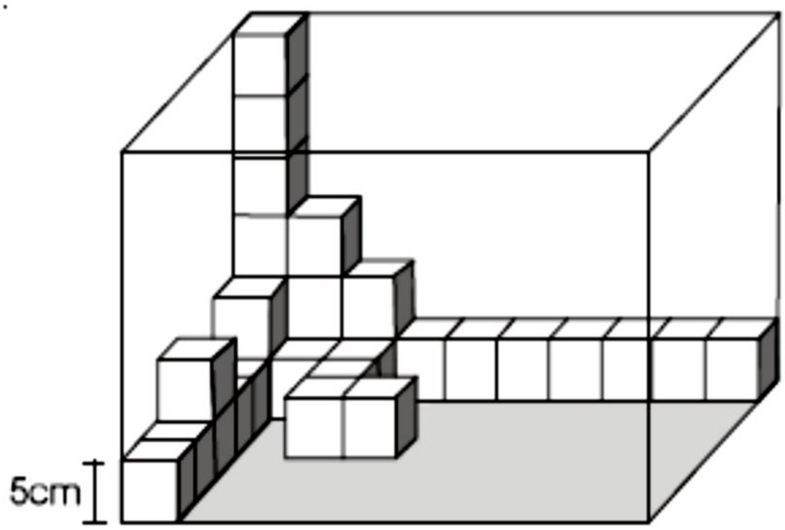
RESOLUÇÃO – ITEM (c)

O quadrado é composto de $\mathbf{12}$ retângulos, como cada retângulo tem área igual a $\mathbf{3 \times 1 = 3cm^2}$ logo a sua área é igual a $\mathbf{12 \times 3 = 36cm^2}$



QUESTÃO 2 - (2005)

Emília quer encher uma caixa com cubos de madeira de $\mathbf{5\ cm}$ de aresta. Como mostra a figura, a caixa tem a forma de um bloco retangular, e alguns cubos já foram colocados na caixa.



a) Quantos cubos Emília já colocou na caixa?

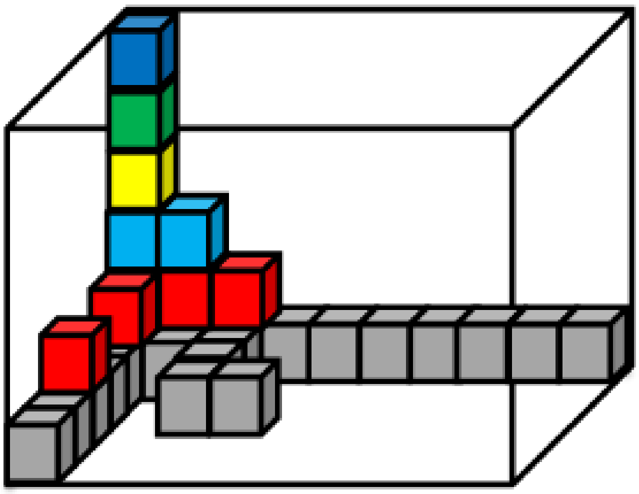
b) Calcule o comprimento, a largura e a altura da caixa.

c) Quantos cubos ainda faltam para Emília encher a caixa completamente, se ela continuar a empilhá-los conforme indicado na figura?

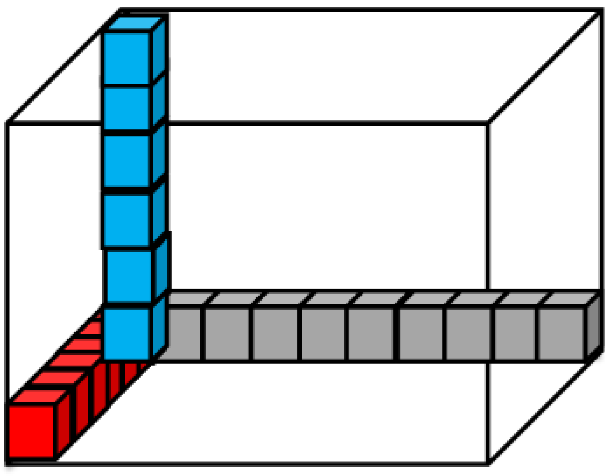
RESOLUÇÃO – ITEM (a)

Podemos contar os cubos em camadas a partir do fundo da caixa.

Na primeira camada temos $\mathbf{21}$ cubos, na segunda camada há $\mathbf{5}$ cubos, na terceira camada temos $\mathbf{2}$ cubos. A quarta, quinta e sexta camadas um cubo cada. Portanto temos $\mathbf{21}+\mathbf{5}+\mathbf{2}+\mathbf{1}+\mathbf{1}+\mathbf{1}=\mathbf{31}$



RESOLUÇÃO – ITEM (b)



O comprimento da caixa corresponde a $\mathbf{10}$ cubinhos. Logo o comprimento é igual a:

$$\mathbf{10 \times 5 = 50\ cm}$$

A largura corresponde a **7** cubinhos. Logo a largura é igual a:

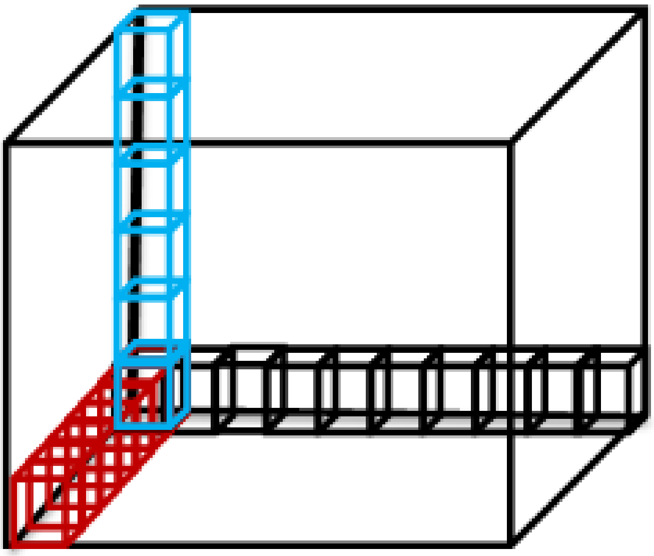
$$\mathbf{7 \times 5 = 35\ cm}$$

A altura corresponde a **6** cubinhos. Logo a altura é igual a:

$$\mathbf{6 \times 5 = 30\ cm}$$

RESOLUÇÃO – ITEM (c)

O número máximo de cubos que a caixa comporta, empilhados como indicado é igual ao produto do número de cubos que podem ser colocados ao longo de cada uma das dimensões (comprimento, largura e altura).



Como foi mostrado no item anterior, temos:

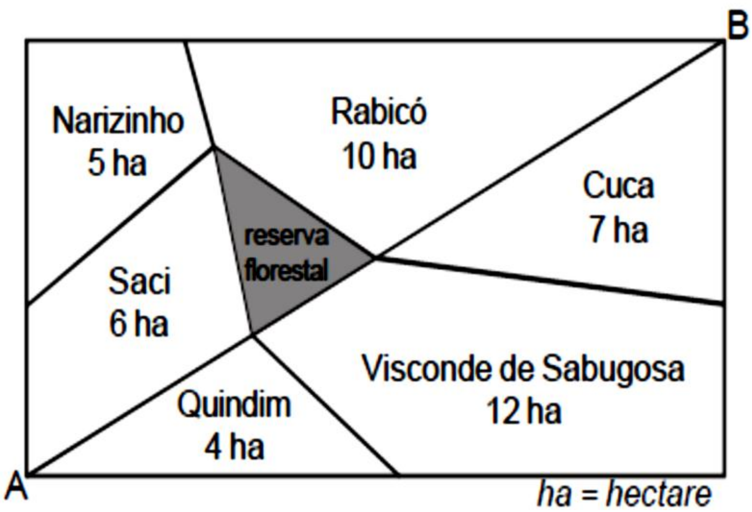
10 cubos no comprimento, **7** na largura e **6** na altura, assim temos:

$\mathbf{10} \times \mathbf{7} \times \mathbf{6} = \mathbf{420}$ cubos.

Como já foram colocados $\mathbf{31}$ cubos, faltam $\mathbf{420} - \mathbf{31} = \mathbf{389}$ cubos para encher a caixa completamente.

QUESTÃO 3 – (OBMEP 2005)

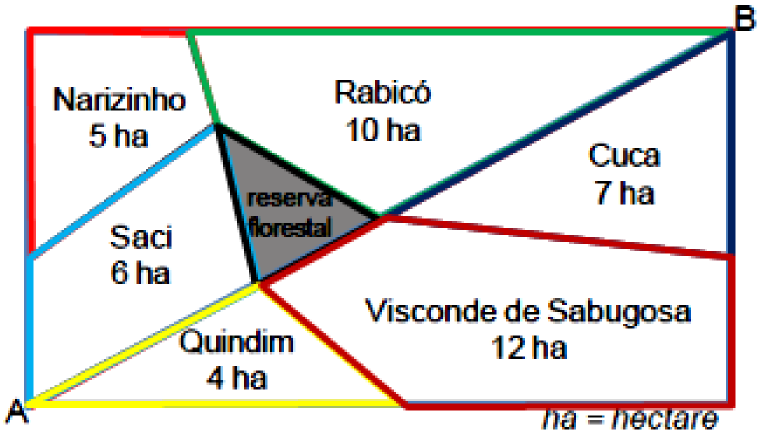
Dona Benta dividiu o Sítio do Pica-pau Amarelo entre seis personagens, mantendo uma parte do Sítio como reserva florestal. A divisão está indicada na figura, onde a área de cada personagem é dada em hectares e a área sombreada é a reserva florestal. O Sítio tem formato retangular e $\boldsymbol{AB}$ é uma diagonal.



a) Qual é a área da reserva florestal?

b) Para preparar os terrenos para o plantio, cada um dos seis personagens gastou uma quantia proporcional à área de seu terreno. O Quindim e a Cuca gastaram, juntos, $\boldsymbol{R}\$\ \mathbf{2.420,00}$. Quanto foi que o Saci gastou?

RESOLUÇÃO – ITEM (a)

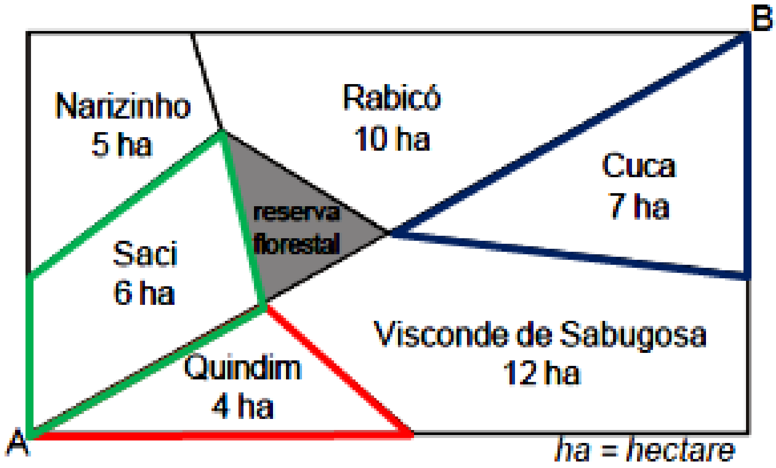


Como o terreno é retangular e $\boldsymbol{AB}$ é diagonal, sabemos que um retângulo fica dividido em duas regiões de mesma área por sua diagonal, logo a soma das áreas dos terrenos situados acima da diagonal $\boldsymbol{AB}$ é igual a soma das áreas abaixo dela, ou seja:

$\boldsymbol{5ha} + \boldsymbol{6ha} + \boldsymbol{10ha} + \boldsymbol{\text{á}rea\ da\ reserva} = \boldsymbol{4ha} + \boldsymbol{7ha} + \boldsymbol{12ha}\ \boldsymbol{logo\ temos}$:

$\boldsymbol{\text{á}rea\ da\ reserva} = \boldsymbol{2ha}$

RESOLUÇÃO – ITEM (b)



Quindim e Cuca juntos possuem $\boldsymbol{4ha} + \boldsymbol{7ha} = \boldsymbol{11ha}$

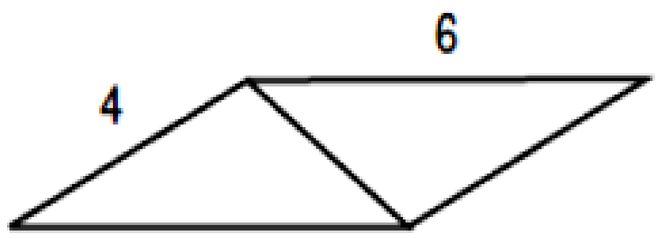
Assim, gastaram $\frac{\boldsymbol{2420}}{\boldsymbol{11}} = \boldsymbol{220}$ reais por hectare.

Como o terreno do Saci tem $\mathbf{6}\ \boldsymbol{ha}$, ele gastou:

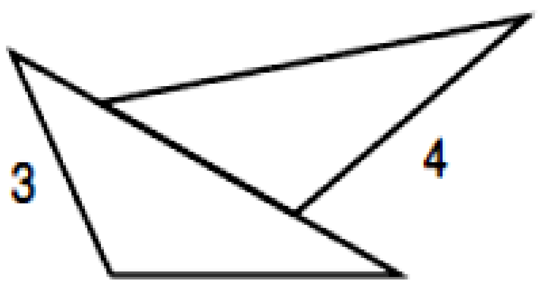
$\mathbf{6} \times \mathbf{220} = \mathbf{1320}\ \boldsymbol{reais}$

QUESTÃO 4 – (OBMEP 2006)

Miguilim brinca com dois triângulos iguais cujos lados medem $\mathbf{3}\ \boldsymbol{cm}$, $\mathbf{4}\ \boldsymbol{cm}$ e $\mathbf{6}\ \boldsymbol{cm}$. Ele forma figuras planas unindo um lado de um triângulo com um lado do outro, sem que um triângulo fique sobre o outro. Abaixo vemos duas das figuras que ele fez.



I



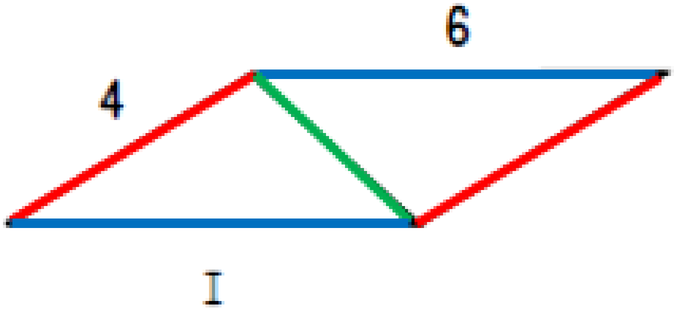
II

a) Quais os comprimentos dos lados que foram unidos nas figuras $\boldsymbol{I}$ e $\boldsymbol{II}$?

b) Calcule os perímetros das figuras $\boldsymbol{I}$ e $\boldsymbol{II}$.

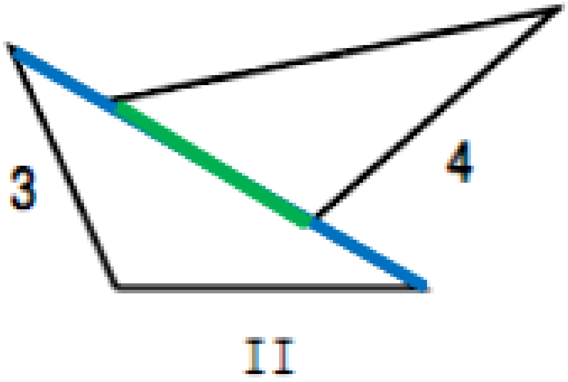
c) Qual o menor perímetro de uma figura que Miguilim pode formar? Desenhe duas figuras que ele pode formar com esse perímetro.

RESOLUÇÃO – ITEM (a)



As medidas dos lados que não foram unidos na $\boldsymbol{figura\ I}$ são $\mathbf{4cm}$ $\boldsymbol{e}$ $\mathbf{6cm}$.

Portanto os lados que foram unidos só podem medir $\mathbf{3cm}$.



Na $\boldsymbol{figura\ II}$, o maior lado de um dos triângulos foi unido ao menor lado do outro.

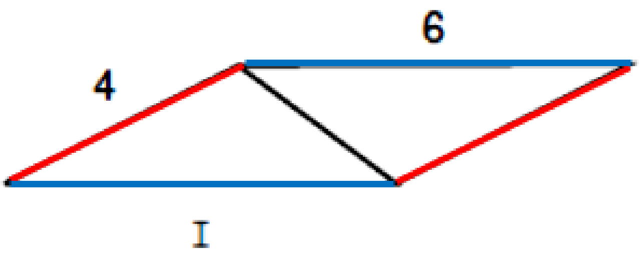
Portanto os lados unidos medem $\mathbf{6cm}$ $\boldsymbol{e}$ $\mathbf{3cm}$.

RESOLUÇÃO – ITEM (b)

O perímetro é a soma dos lados que não foram unidos.

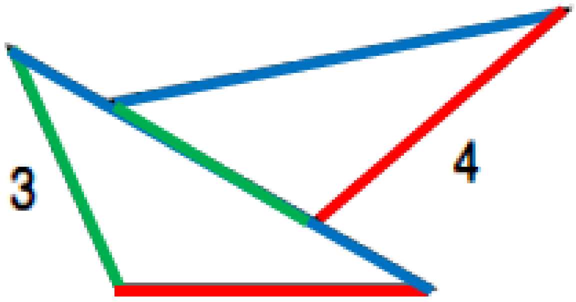
Portanto os perímetros são:

$\boldsymbol{Figura\ I}$



$4cm + 4cm + 6cm + 6cm = 20cm$

$Figura\ II$



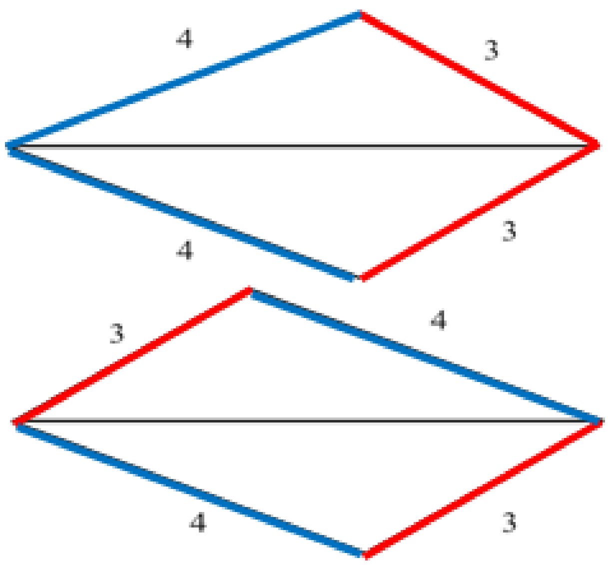
II

$3cm + 4cm + (6 - 3)cm + 6cm + 4cm = 20cm$

RESOLUÇÃO – ITEM (c)

Da forma como as figuras são formadas, teremos o menor perímetro quando unidas pelo maior lado, isto é os de $\mathbf{6cm}$.

Observe as duas figuras que podemos formar assim:

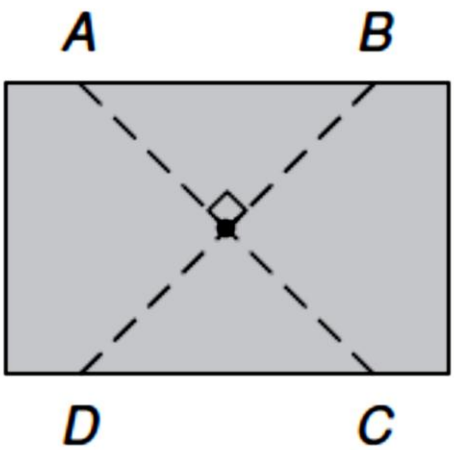


O perímetro de cada uma delas é:

$\color{red}{3cm} + \color{red}{3cm} + \color{blue}{4cm} + \color{blue}{4cm} = \mathbf{14}\ cm$

QUESTÃO 5 – (OBMEP 2006)

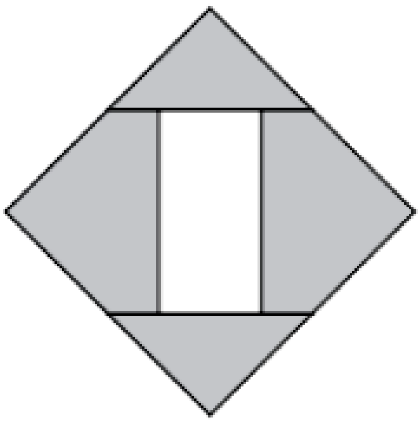
Uma folha retangular de $\mathbf{20}\ cm$ por $\mathbf{30}\ cm$ foi cortada ao longo das linhas tracejadas AC e BD em quatro pedaços: dois triângulos iguais e dois polígonos iguais de cinco lados cada um, como na figura abaixo. Os segmentos AC e BD têm o mesmo comprimento e se encontram no centro do retângulo formando ângulos retos.



a) Qual é o comprimento do segmento AB?

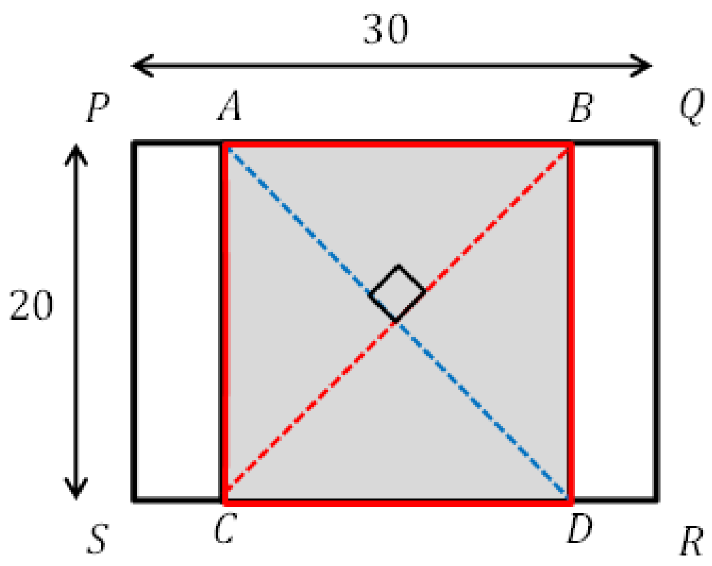
b) Qual é a área de um pedaço triangular? E de um pedaço de cinco lados?

c) Com os quatro pedaços podemos montar um quadrado com um buraco retangular, como na figura abaixo. Qual é a área do buraco?



RESOLUÇÃO – ITEM (a)

Vamos representar a folha original pelo retângulo $\boldsymbol{PQRS}$. E vamos considerar o quadrilátero $\boldsymbol{ABCD}$ como na figura abaixo.



Para o quadrilátero $\boldsymbol{ABCD}$ temos que:

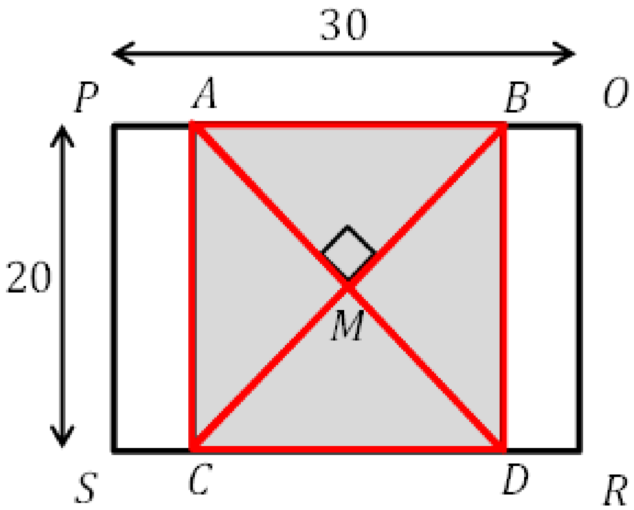
- As diagonais $\boldsymbol{AD}$ e $\boldsymbol{BC}$ são iguais
- $\boldsymbol{AD}$ e $\boldsymbol{BC}$ são perpendiculares
- $\boldsymbol{AD}$ e $\boldsymbol{BC}$ se intersectam nos seus pontos médios, pois se encontram no centro do retângulo.

Portanto $\boldsymbol{ABCD}$ é um quadrado, e assim:

$\boldsymbol{AB = BD = QR = 20cm}$

RESOLUÇÃO – ITEM (b)

Seja $\boldsymbol{M}$ o centro do quadrado $\boldsymbol{ABCD}$



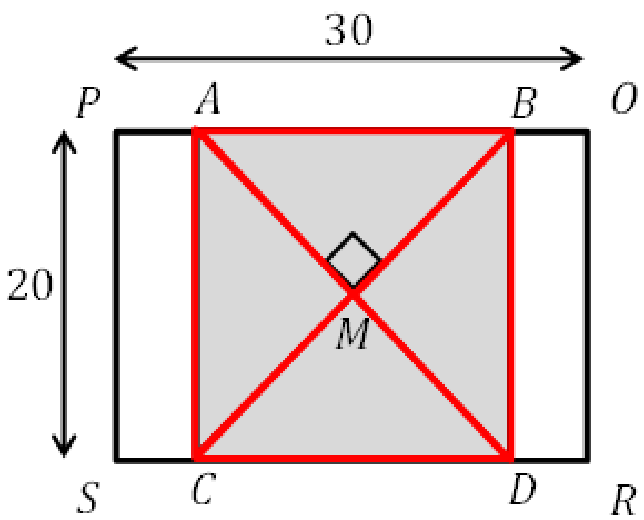
A área de cada um dos triângulos $\boldsymbol{AMB}$, $\boldsymbol{BMD}$, $\boldsymbol{DMC}$ e $\boldsymbol{CMA}$ é igual a $\boldsymbol{\frac{1}{4}}$ da área do quadrado $\boldsymbol{ABCD}$.

Como a área do quadrado $\boldsymbol{ABCD}$ é $\boldsymbol{20 \times 20 = 400\ cm^2}$

A área de cada triângulos é $\boldsymbol{\frac{400}{4} = 100\ cm^2}$

Quanto ao polígono de $\boldsymbol{5}$ lados temos que:

A folha original tem área igual a $\boldsymbol{20 \times 30 = 600\ cm^2}$



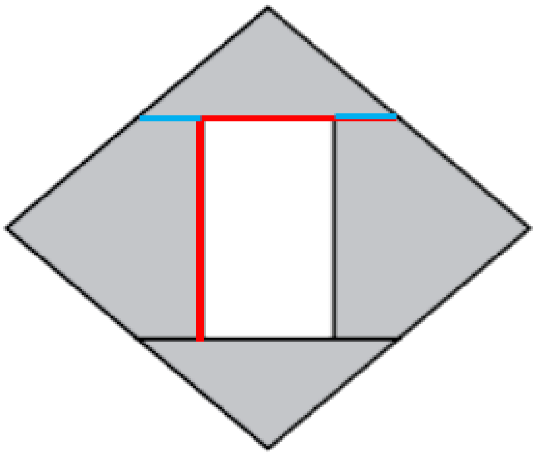
Se subtrairmos dessa área a área dos triângulos $\boldsymbol{AMB}$ e $\boldsymbol{CMD}$**,** restará a área dos dois polígonos de $\mathbf{5}$ lados.

Como os dois polígonos de $\mathbf{5}$ lados são iguais, eles têm a mesma área.

Assim a área de cada um deles é igual a:

$$\frac{\mathbf{600 - 2 \times 100}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{400}}{\mathbf{2}} = \mathbf{200}\ \boldsymbol{cm^2}$$

RESOLUÇÃO – ITEM (c)



O buraco é um retângulo cuja altura é igual a altura da folha original, ou seja, $\mathbf{20}\boldsymbol{cm}$.

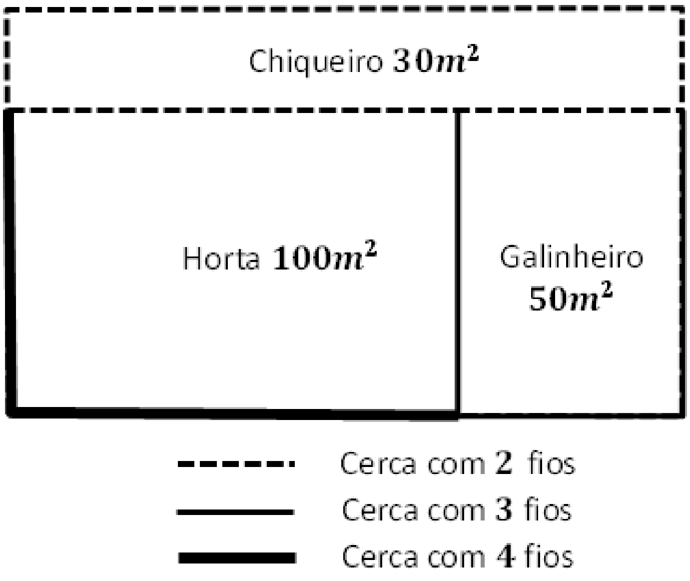
Seu comprimento é a diferença entre o comprimento da folha original e o segmento $\boldsymbol{AB}$**,** ou seja, $\mathbf{30 - 20 = 10}\ \boldsymbol{cm}$**.**

Portanto a área do buraco é igual a:

$\mathbf{20 \times 10 = 200}\ \boldsymbol{cm^2}$

QUESTÃO 6 – (OBMEP 2007)

João Grilo tem um terreno retangular onde há um galinheiro e um chiqueiro retangulares e uma horta quadrada, cujas áreas estão indicadas na figura.

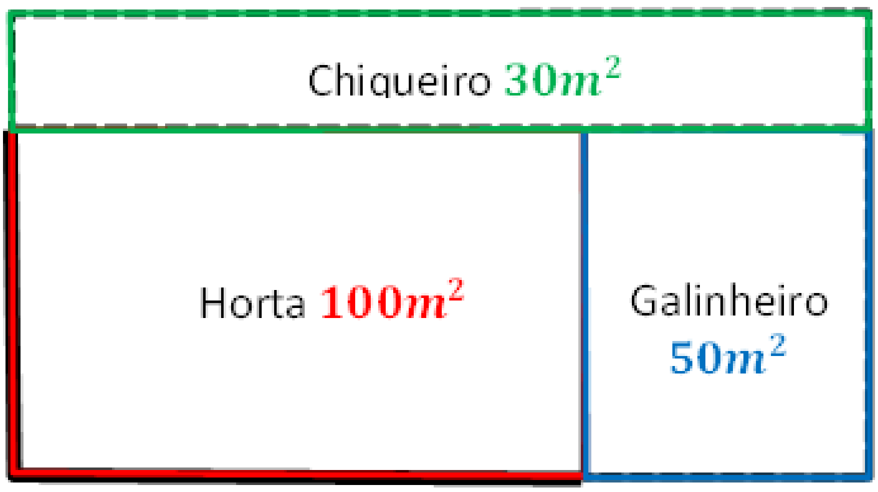


a) Qual é a área do terreno do João Grilo?

b) Quais são as medidas dos lados do galinheiro?

c) João Grilo cercou a horta, o galinheiro e o chiqueiro com cercas feitas com diferentes números de fios de arame, como indicado na figura. Quantos metros de arame ele usou?

RESOLUÇÃO – ITEM (a)



A área do terreno é igual à soma das áreas:

• Da horta

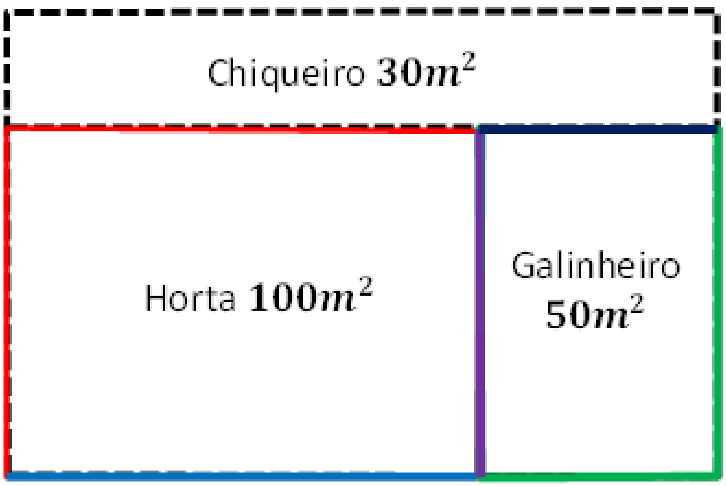
• Do galinheiro

• E do chiqueiro

Logo a área é igual a:

$\mathbf{100\ cm^2} + \mathbf{50\ cm^2} + \mathbf{30\ cm^2} = \mathbf{180\ cm^2}$

RESOLUÇÃO – ITEM (b)



Como a horta é quadrada e tem $\mathbf{100\ cm^2}$ de área, podemos afirmar que cada lado da horta mede $\mathbf{10\ m}$, pois $\mathbf{10^2} = \mathbf{100}$.

Assim, o lado comum do galinheiro e da horta mede $\mathbf{10m}$.

Como a área do galinheiro é igual a $\mathbf{50\ cm^2}$, a medida do outro lado é $\mathbf{5\ m}$, pois

$\mathbf{10} \times \mathbf{5} = \mathbf{50}$.

Logo as medidas são $\mathbf{10m}$ e $\mathbf{5m}$

RESOLUÇÃO – ITEM (c)

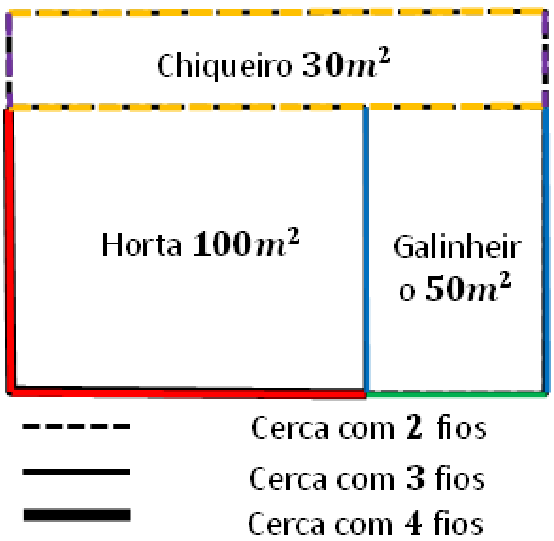
Um dos lados do chiqueiro é formado por um lado da horta mais um dos lados menores do galinheiro.

Logo esse lado mede $\mathbf{10} + \mathbf{5} = \mathbf{15\ m}$

Como a área do chiqueiro é $\mathbf{30\ m^2}$, a medida do outro lado é $\mathbf{2\ m}$, pois

$\mathbf{15} \times \mathbf{2} = \mathbf{30}$

Agora observe a planta e a legenda indicando o número de fios de cada um dos lados cercados.



Concluímos que João Grilo usou:

• Lados com traço grosso:

$\mathbf{2 \times 4 \times 10 = {\color{red}80\ m}}$

• Lados com traço fino:

$\mathbf{2 \times 3 \times 10 + 1 \times 3 \times 5 = {\color{red}75\ m}}$

• Lados tracejados:

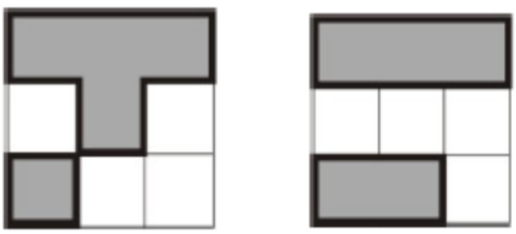
$\mathbf{2 \times 2 \times 15 + 2 \times 2 \times 2 = {\color{red}68\ m}}$

Logo João Grilo usou:

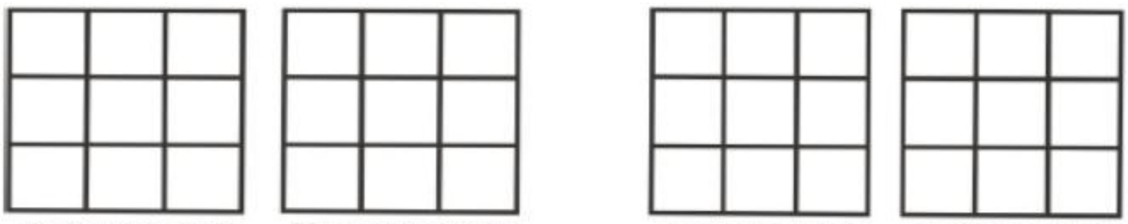
$\mathbf{\color{red}80\ m + 75\ m + 68\ m = 223\ m}$

QUESTÃO 7 – (OBMEP 2007)

Em um tabuleiro quadrado, dividido em nove quadradinhos com lados de $\mathbf{1\ cm}$, podemos fazer várias figuras pintando exatamente cinco desses quadradinhos de cinza. Dizemos que o perímetro de uma dessas figuras é o comprimento do seu contorno. Por exemplo, o perímetro das duas figuras abaixo é $\mathbf{14\ cm}$.



a) Desenhe figuras formadas por cinco quadradinhos e com os perímetros indicados.



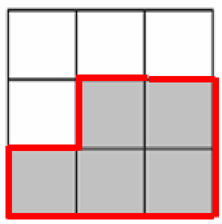
Perímetro 10 cm | Perímetro 12 cm | Perímetro 16 cm | Perímetro 20 cm

b) Explique porque o maior perímetro possível de uma figura formada por cinco quadradinhos é $\mathbf{20\ cm}$.

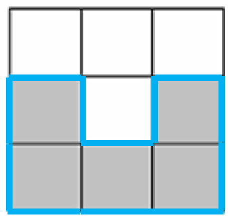
c) Explique porque o perímetro de qualquer figura formada por cinco quadradinhos é um número par de centímetros.

RESOLUÇÃO – ITEM (a)

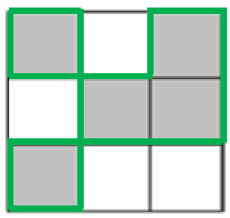
Veja a seguir uma figura para cada perímetro. Há várias possibilidades para os três primeiros casos, mas a de perímetro $\mathbf{20\ cm}$ é a única.



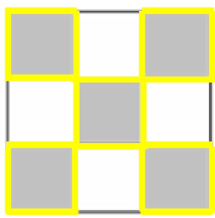
Perímetro $\mathbf{10cm}$



Perímetro $\mathbf{12cm}$



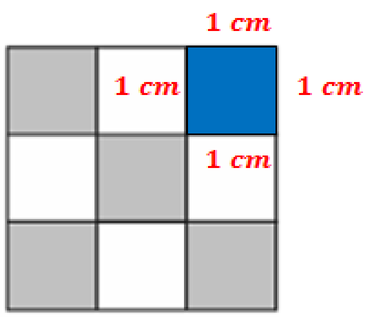
Perímetro $\mathbf{16cm}$



Perímetro $\mathbf{20cm}$

RESOLUÇÃO – ITEM (b)

Cada quadradinho tem perímetro $\mathbf{4\ cm}$, pois cada lado mede $\mathbf{1cm}$.



Perímetro $\mathbf{20cm}$

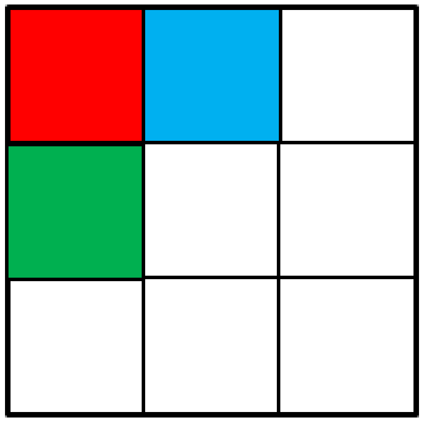
Logo a soma dos perímetros de $\mathbf{5}$ quadradinhos é igual a $\mathbf{4} \times \mathbf{5} = \mathbf{20\ cm}$

Assim o perímetro de uma figura não pode ser maior que $\mathbf{20\ cm}$.

Portanto o perímetro máximo de uma figura é $\mathbf{20\ cm}$.

RESOLUÇÃO – ITEM (c)

Vamos construir uma figura quadradinho por quadradinho.



O primeiro quadradinho tem perímetro $\mathbf{4}\ \boldsymbol{cm}$.

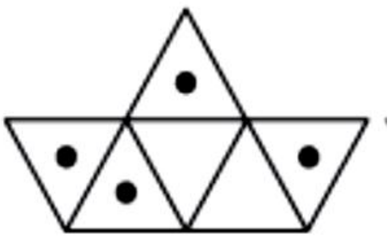
Ao adicionar o segundo quadradinho o perímetro passa a ser $\mathbf{8-2}\times(\boldsymbol{o\ n^{\underline{o}}\ de\ lados\ comuns\ entre\ os\ quadradinhos})\boldsymbol{cm}$, que é um número par.

Ao adicionar o terceiro quadradinho o perímetro passa a ser $\mathbf{12-2}\times(\boldsymbol{n\acute{u}mero\ de\ lados\ comuns\ entre\ os\ quadradinhos})\ \boldsymbol{cm}$, que também é um número par.

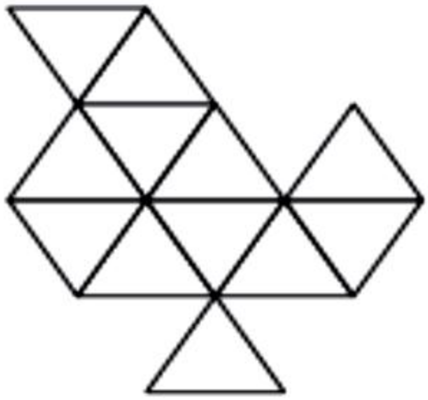
E assim por diante até chegarmos aos cinco quadradinhos.

QUESTÃO 8 – (OBMEP 2008)

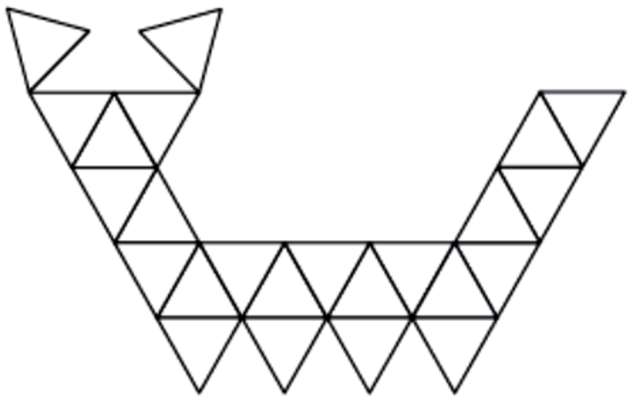
Nesta questão todas as figuras são formadas por triângulos iguais. Veja como Chico Bento marcou $\mathbf{2/3}$ dos triângulos da figura abaixo.



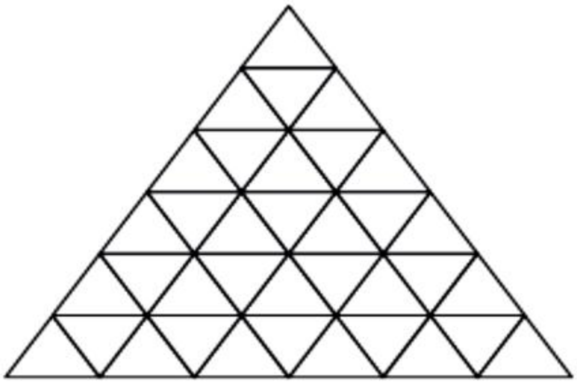
a) Agora, marque você $\mathbf{3/4}$ dos triângulos da figura abaixo. Quantos triângulos você marcou?



b) Ajude Chico Bento marcando mais que $\mathbf{1/4}$ e menos que $\mathbf{1/3}$ dos triângulos da figura abaixo. Quantos triângulos você marcou?



c) Chico Bento marcou $\mathbf{7/12}$ dos triângulos da figura com a letra $\boldsymbol{C}$ e Doralina, por sua vez, marcou $\mathbf{3/4}$ dos triângulos com a letra $\boldsymbol{D}$, de modo que todos os triângulos ficaram marcados. O número de triângulos marcados com duas letras corresponde a qual fração do número total de triângulos?

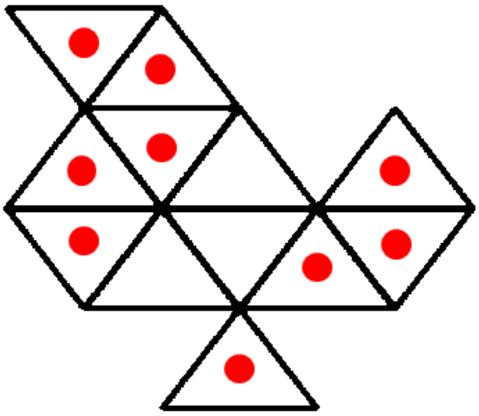


RESOLUÇÃO – ITEM (a)

A figura é composta de $\mathbf{12}$ triângulos e como $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$ de $\mathbf{12}$ igual a:

$$\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} \times \mathbf{12} = \frac{\mathbf{3} \times \mathbf{12}}{\mathbf{4}} = \frac{\mathbf{36}}{\mathbf{4}} = \mathbf{9}$$

Logo devemos marcar $\mathbf{9}$ triângulos quaisquer na figura.



RESOLUÇÃO – ITEM (b)

A figura é composta de $\mathbf{24}$ triângulos e como $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$ de $\mathbf{24}$ é igual a:

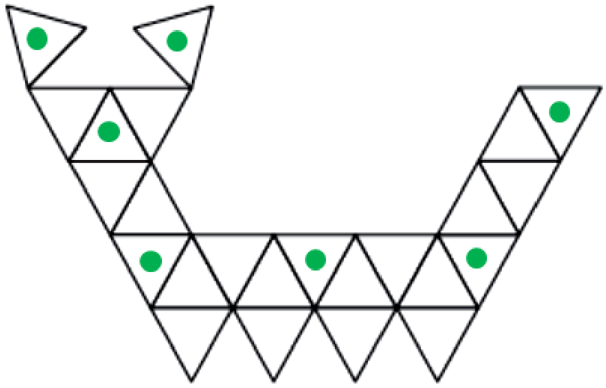
$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} \times \mathbf{24} = \frac{\mathbf{1} \times \mathbf{24}}{\mathbf{4}} = \frac{\mathbf{24}}{\mathbf{4}} = \mathbf{6}$$

E como $\frac{1}{3}$ de $\mathbf{24}$ é igual a:

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \times \mathbf{24} = \frac{\mathbf{1} \times \mathbf{24}}{\mathbf{3}} = \frac{\mathbf{24}}{\mathbf{3}} = \mathbf{8}$$

Assim o número de triângulos a serem marcados é um número maior que $\mathbf{6}$ e menor que $\mathbf{8}$.

Logo devem ser marcados $\mathbf{7}$ triângulos quaisquer.



RESOLUÇÃO – ITEM (c)

A figura é composta de $\mathbf{36}$ triângulos.

Chico Bento escreveu $\boldsymbol{C}$ em $\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{12}} \times \mathbf{36} = \frac{\mathbf{7 \times 36}}{\mathbf{12}} = \frac{\mathbf{252}}{\mathbf{12}} = \mathbf{21}$ triângulos.

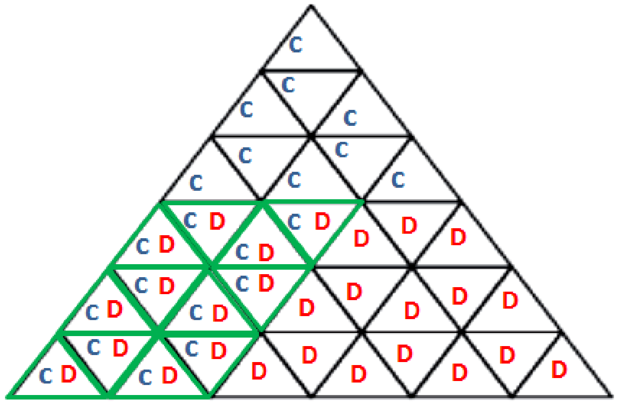
Doralina escreveu D em $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} \times \mathbf{36} = \frac{\mathbf{3 \times 36}}{\mathbf{4}} = \frac{\mathbf{108}}{\mathbf{4}} = \mathbf{27}$ triângulos

Totalizando assim $\mathbf{21} + \mathbf{27} = \mathbf{48}$ marcas.

Como todos os triângulos foram marcados e só existem $\mathbf{36}$ deles.

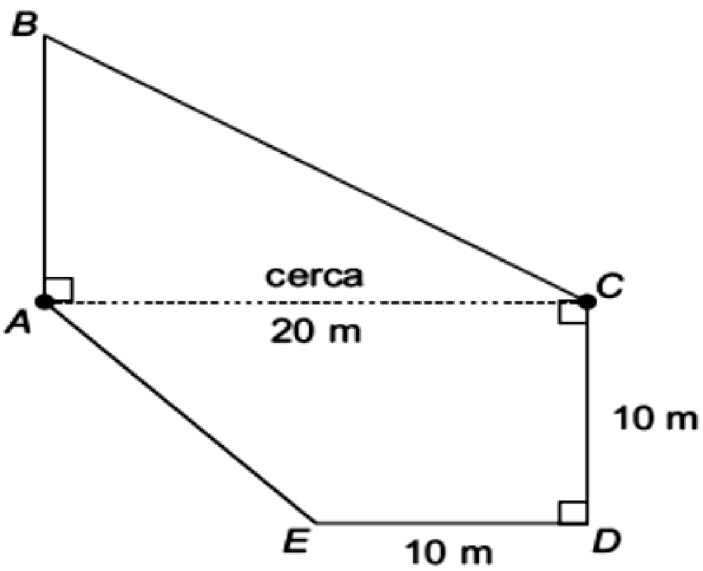
Concluímos que o número de triângulos marcados com duas letras é igual a $\mathbf{48} - \mathbf{36} = \mathbf{12}$.

Este número corresponde a $\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{36}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$ do total de triângulos



QUESTÃO 9 – (OBMEP 2008)

A figura abaixo representa o terreno de Dona Idalina. Esse terreno é dividido em duas partes por uma cerca, representada pelo segmento AC. A parte triangular ABC tem área igual a $120\ m^2$.



a) Qual é a área total do terreno?

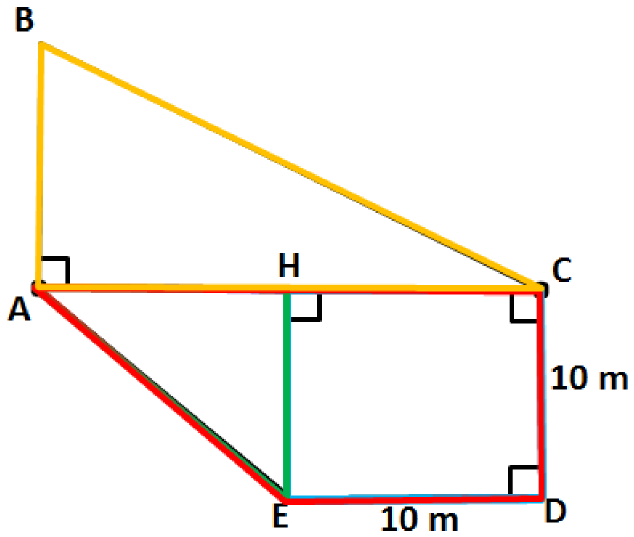
b) Dona Idalina quer fazer uma nova cerca, representada pelo segmento AF na figura, de modo a dividir o terreno em duas partes de mesma área. Qual deve ser a distância CF?

RESOLUÇÃO – ITEM (a)

Vamos decompor a região $\boldsymbol{ACDE}$ em dois polígonos

• Um quadrado $\boldsymbol{CDEH}$

• E um triângulo $\boldsymbol{AEH}$



Como $\boldsymbol{CDEH}$ é um quadrado temos $\boldsymbol{HC = 10\,m}$. Sendo $\boldsymbol{AC = 20\,m}$ segue que $\boldsymbol{AH = 10\,m}$.

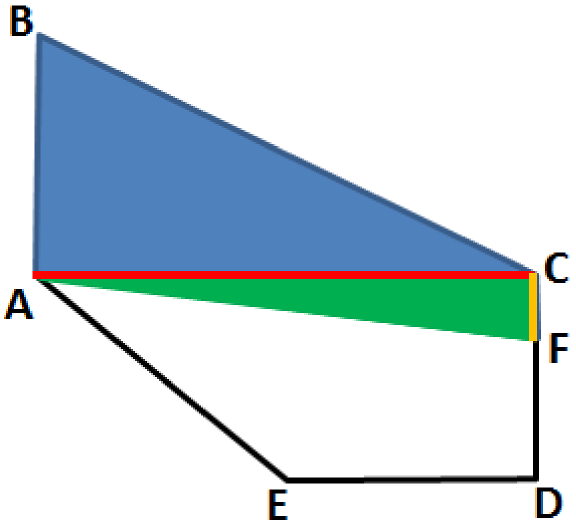
Logo a área da região $\boldsymbol{ACDE}$ é a soma das áreas do quadrado $\boldsymbol{CDEH}$ com o triângulo $\boldsymbol{AHE}$. Portanto a área é igual a:

$$\frac{\boldsymbol{AH \times HE}}{\boldsymbol{2}} + \boldsymbol{CD \times DE} = \frac{\boldsymbol{10 \times 10}}{\boldsymbol{2}} + \boldsymbol{10 \times 10 = 50 + 100 = 150\,m^2}$$

Portanto a área total do terreno é dada por:

$$\text{á}\boldsymbol{rea}(\boldsymbol{ACDE}) + \text{á}\boldsymbol{rea}(\boldsymbol{ABC}) = \boldsymbol{150 + 120 = 270\,m^2}$$

RESOLUÇÃO – ITEM (b)



Como o terreno tem área de $\mathbf{270\ m^2}$, ao dividi-lo em duas partes iguais cada uma das partes terá área de $\mathbf{135\ m^2}$.

Dessa forma, devemos ter:

$\acute{a}\boldsymbol{rea}(\boldsymbol{ABC}) + \acute{a}\boldsymbol{rea}(\boldsymbol{ACF}) = \acute{a}\boldsymbol{reaABCF} = \mathbf{135\ m^2}$

$\mathbf{120\ m^2} + \acute{a}\boldsymbol{rea}(\boldsymbol{ACF}) = \mathbf{135\ m^2}$

$\acute{a}\boldsymbol{rea}(\boldsymbol{ACF}) = \mathbf{15\ m^2}$

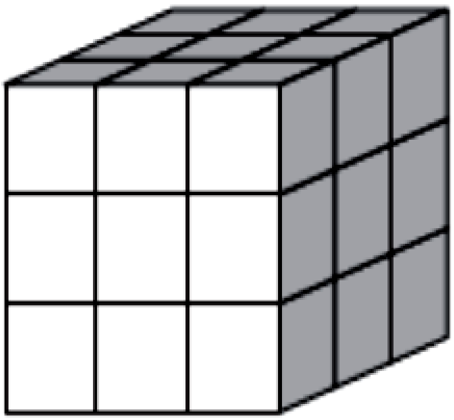
Como $\boldsymbol{AC} = \mathbf{20}\boldsymbol{m}$, temos que:

$$\frac{\boldsymbol{AC} \times \boldsymbol{CF}}{\mathbf{2}} = \mathbf{15} \ \rightarrow \ \frac{\mathbf{20} \times \boldsymbol{CF}}{\mathbf{2}} = \mathbf{15} \ \rightarrow \ \boldsymbol{CF} = \mathbf{1,5\ m}$$

QUESTÃO 10 – (OBMEP 2008)

Xaveco está brincando de montar cubos grandes usando cubinhos menores, todos brancos e de mesmo tamanho.

a) Primeiro ele montou um cubo com **27** cubinhos e pintou de cinza duas faces vizinhas desse cubo, como na figura abaixo. Quantos cubinhos ficaram sem nenhuma face pintada de cinza?



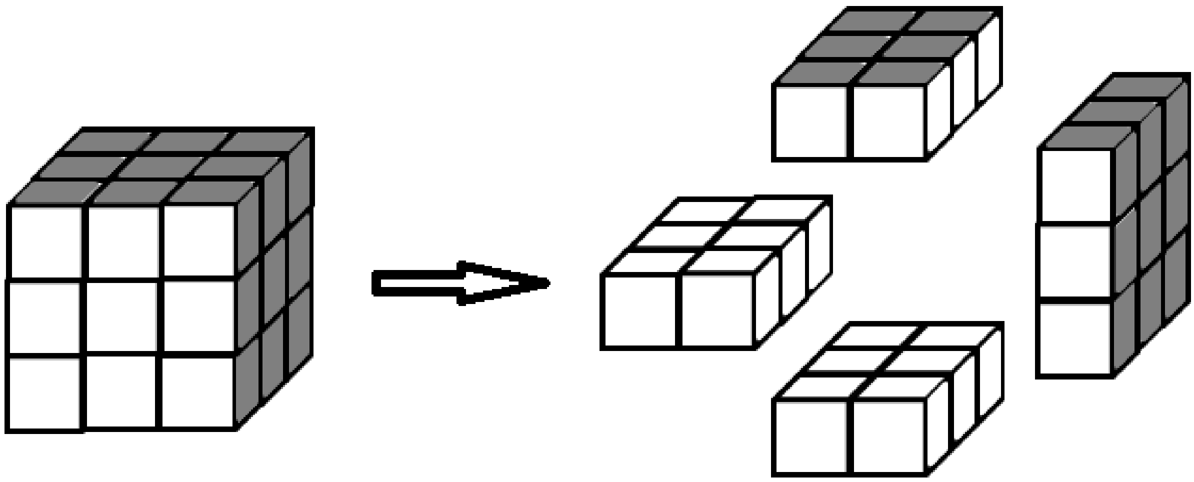
b) A seguir, ele montou outro cubo com **27** cubinhos, mas dessa vez pintou de cinza duas faces opostas desse cubo. Quantos cubinhos ficaram sem nenhuma face pintada de cinza?

c) Depois, ele montou um cubo com **64** cubinhos e pintou de cinza três faces desse cubo. Quais são os possíveis números de cubinhos que ficaram sem nenhuma face pintada de cinza?

d) Para terminar, Xaveco montou mais um cubo e pintou de cinza algumas de suas faces, de modo que **96** cubinhos ficaram sem nenhuma face pintada. Quantos cubinhos ele usou e quantas faces do cubo maior ele pintou?

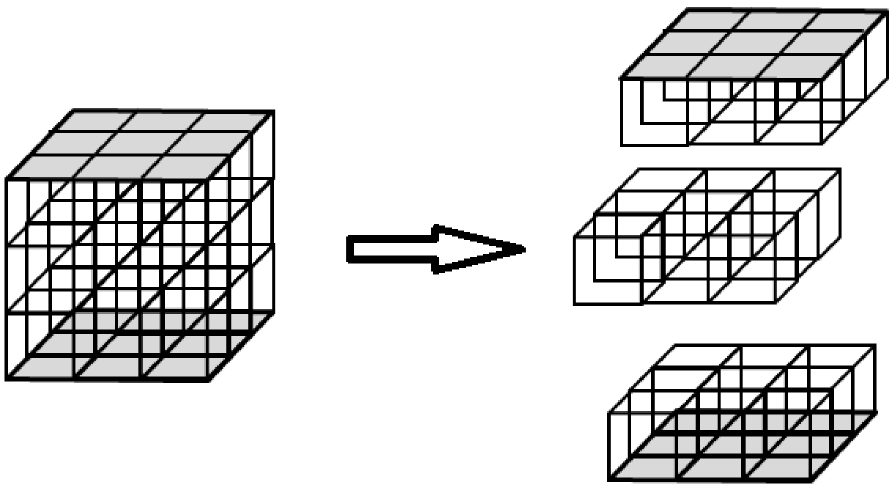
RESOLUÇÃO – ITEM (a)

Afirmamos que o cubo possui $\mathbf{12}$ cubinhos sem nenhuma face pintada de cinza. Observe a figura.



RESOLUÇÃO – ITEM (b)

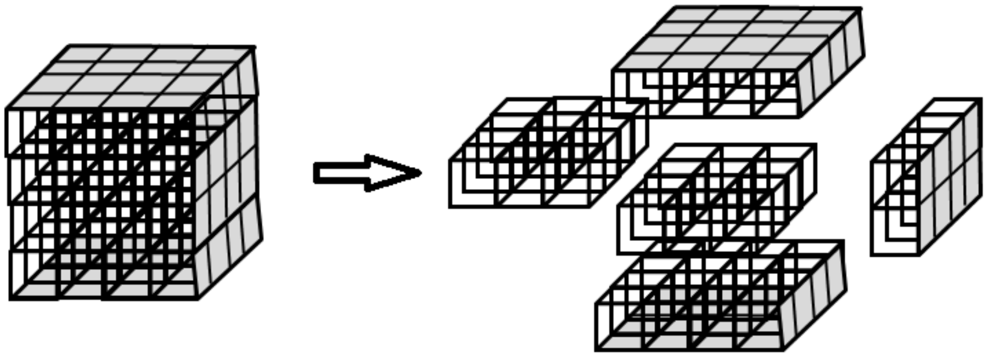
Afirmamos que o cubo possui $\mathbf{9}$ cubinhos sem nenhuma face pintada de cinza. Observe a figura.



RESOLUÇÃO – ITEM (c)

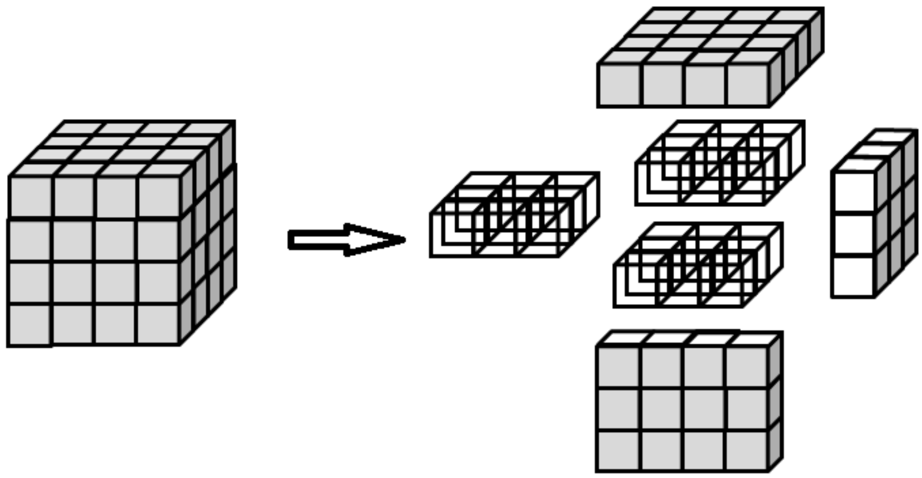
Há duas possibilidades a considerar para pintar três faces de um cubo.

1ª) Duas das faces são opostas, com essa disposição temos $\mathbf{24}$ cubinhos com nenhuma face pintada de cinza. Observe a figura.



2ª) As três faces possuem um vértice comum.

Com essa disposição temos $\mathbf{27}$ cubinhos com nenhuma face pintada de cinza. Observe a figura.



RESOLUÇÃO – ITEM (d)

Um cubo $\mathbf{4} \times \mathbf{4} \times \mathbf{4}$ tem $\mathbf{64}$ cubinhos, que é menor que $\mathbf{96.}$

Em um cubo de $\mathbf{125}$ cubinhos, uma face pintada deixa $\mathbf{125} - \mathbf{25} = \mathbf{100}$ cubinhos sem nenhuma face pintada.

Logo o cubo que Xaveco pintou tem no mínimo $\mathbf{5} \times \mathbf{5} \times \mathbf{5} = \mathbf{125}$ cubinhos.

Uma segunda face pintada contribuirá com mais $\mathbf{20}$ cubinhos, no mínimo, com uma face pintada de cinza.

Desse modo, após pintar a segunda face, o número de cubos sem nenhuma face pintada será menor que $\mathbf{96.}$

Segue que o cubo não pode ter $\mathbf{125}$ cubinhos.

Em um cubo $\mathbf{7} \times \mathbf{7} \times \mathbf{7}$, mesmo pintando todas as faces sobra um bloco de

$\mathbf{5} \times \mathbf{5} \times \mathbf{5} = \mathbf{125}$ cubinhos sem nenhuma face pintada.

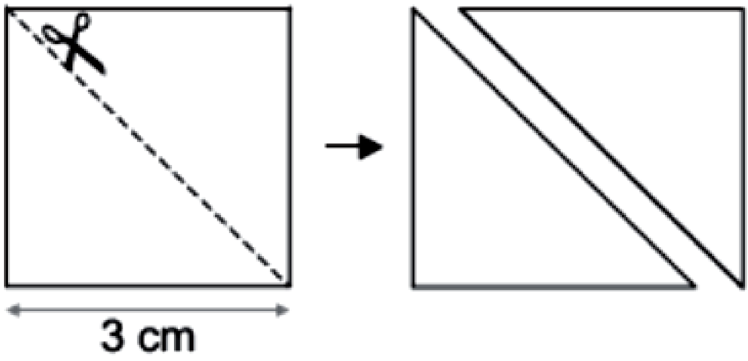
Concluímos assim que Xaveco pintou um cubo de $\mathbf{6} \times \mathbf{6} \times \mathbf{6} = \mathbf{216}$ cubinhos.

Observe que se o número de faces pintadas fosse $\mathbf{3}$ teríamos $\mathbf{216-3\times36=108}$ cubinhos sem nenhuma face pintada

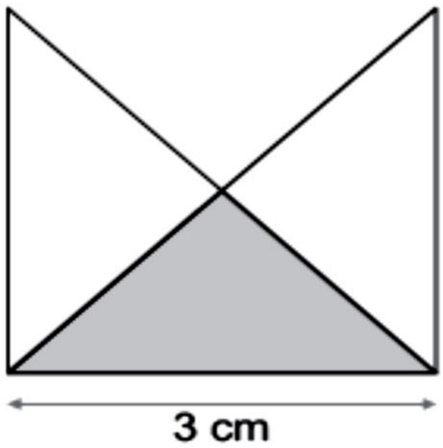
Logo Xaveco pintou exatamente $\mathbf{4}$ faces do cubo

QUESTÃO 11 – (OBMEP 2009)

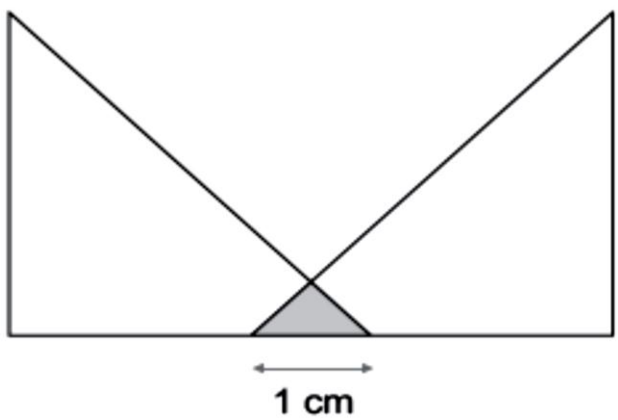
Um quadrado de lado $3\ cm$ é cortado ao longo de uma diagonal em dois triângulos, como na figura. Com esses triângulos formamos as figuras dos itens (a), (b) e (c), nas quais destacamos, em cinza, a região em que um triângulo fica sobre o outro. Em cada item, calcule a área da região cinza.



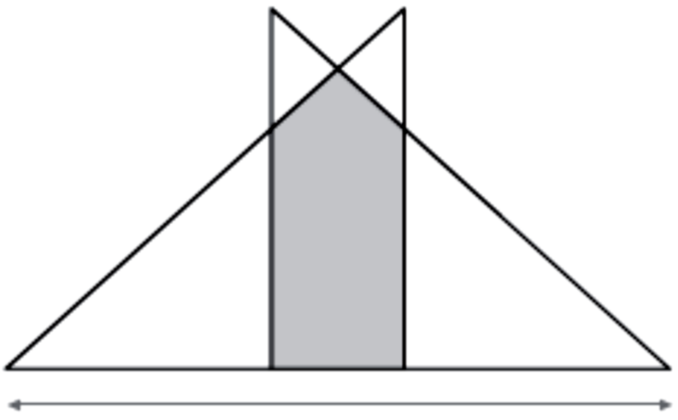
(a)



(b)

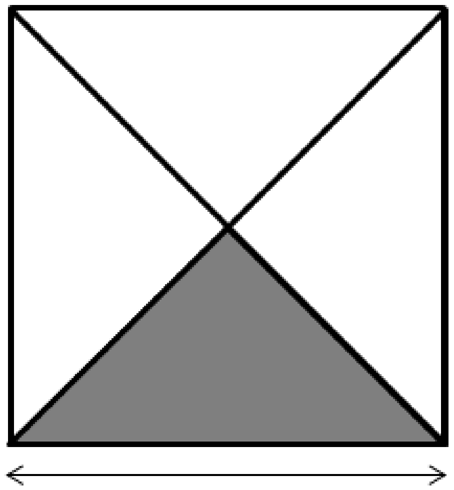


(c)



RESOLUÇÃO – ITEM (a)

Observe que a região cinza é uma das quatro regiões formadas quando traçamos as duas diagonais de um quadrado



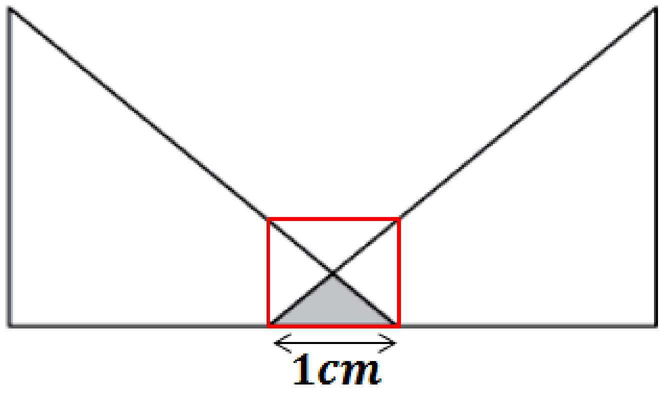
Assim a área da região cinza é igual a $\frac{1}{4}$ da área do quadrado. Como o lado do quadrado é igual a $\mathbf{3\ cm}$, a área do quadrado é igual a $\mathbf{3\ cm} \times \mathbf{3\ cm} = \mathbf{9\ cm^2}$

Portanto a área da região cinza é igual a:

$$\frac{9}{4} = 2,25\ cm^2$$

RESOLUÇÃO – ITEM (b)

Observe, novamente, que a região cinza é uma das quatro regiões formadas quando traçamos as duas diagonais de um quadrado de lado $\mathbf{1\ cm}$.

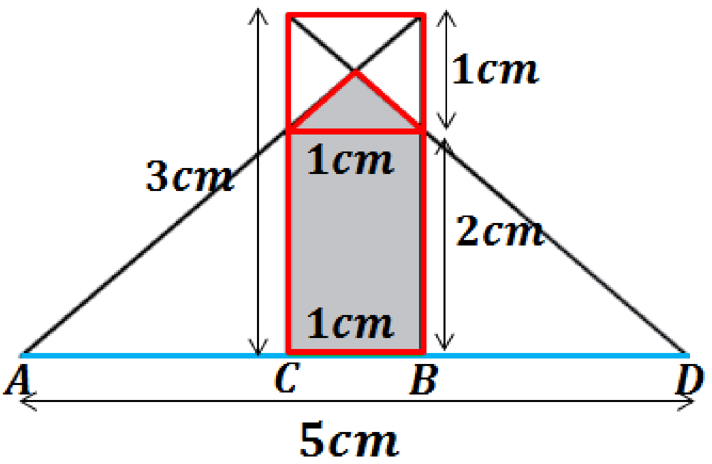


Assim a área da região cinza é igual a $\frac{1}{4}$ da área do quadrado de lado $\mathbf{1\ cm}$.

Portanto a área da região cinza é igual a:

$$\frac{1 \times 1}{4} = \frac{1}{4} = 0,25\ cm^2$$

RESOLUÇÃO – ITEM (c)



Como $AB = CD = 3\ cm$ e $AD = 5\ cm$, temos $BC = 1\ cm$.

Assim a região cinza fica dividida em um triângulo e um retângulo

A área do triângulo é igual a $\frac{1}{4}$ da área de um quadrado de lado $1\ cm$.

Portanto a área do triângulo é igual a:

$$\frac{1 \times 1}{4} = \frac{1}{4} = 0,25\ cm^2$$

Como o lado quadrado é igual $1\ cm$ e do triângulo $3\ cm$, altura do retângulo é igual $2\ cm$.

Logo a área do retângulo é igual $2\ cm \times 1cm = 2\ cm^2$

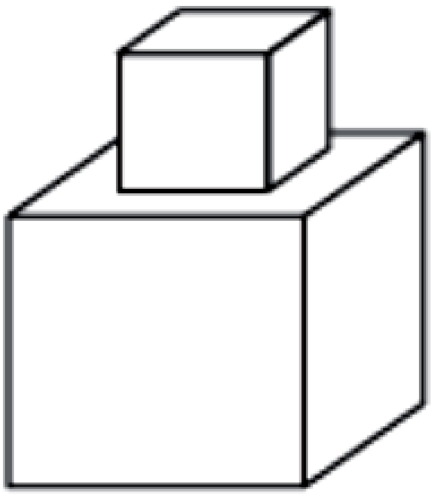
Portanto a área da região cinza é igual a:

$$0,25\ cm\ 2\ + 2\ cm\ 2\ = 2,25\ cm^2$$

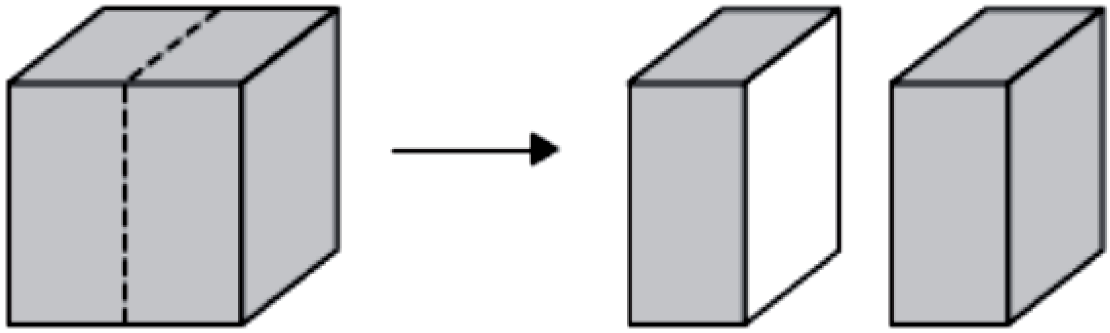
QUESTÃO 12 – (OBMEP 2009)

Pedro gasta $1\ ml$ de tinta cinza para pintar $100\ cm^2$ de superfície.

(a) O sólido da figura foi feito colando uma face de um cubo de aresta $10\ cm$ em uma face de um cubo de aresta $20\ cm$. Quantos ml de tinta Pedro precisa para pintar esse sólido?

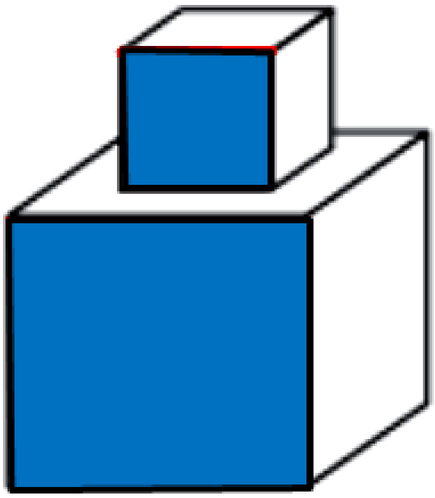


(b) Pedro gastou $54\,ml$ de tinta para pintar um cubo e depois dividiu esse cubo pintado em dois blocos retangulares iguais, como na figura. Quantos ml a mais de tinta ele gastará para acabar de pintar esses dois blocos?



(c) Pedro gastou $54\,ml$ de tinta para pintar outro cubo. Depois de pintado, esse cubo foi dividido em cubinhos iguais, e Pedro gastou mais $216\,ml$ de tinta para pintar todas as faces dos cubinhos que não estavam pintadas. Em quantos cubinhos ele dividiu o cubo?

RESOLUÇÃO – ITEM (a)



Cada aresta do cubo maior mede $\mathbf{20}\ \boldsymbol{cm}$, assim cada face do cubo maior tem:

$\mathbf{20} \times \mathbf{20} = \mathbf{400}\ \boldsymbol{cm^2}$ de área.

Logo, Pedro gastará $\frac{\mathbf{400}}{\mathbf{100}} = \mathbf{4}\boldsymbol{ml}$ de tinta para pintar cada face do cubo maior.

Cada aresta do cubo menor mede $\mathbf{10}\ \boldsymbol{cm}$, assim cada face do cubo menor tem:

$\mathbf{10} \times \mathbf{10} = \mathbf{100}\ \boldsymbol{cm^2}$ de área.

Logo, Pedro gastará $\frac{\mathbf{100}}{\mathbf{100}} = \mathbf{1}\boldsymbol{ml}$ de tinta para pintar cada face do cubo menor.

Assim Pedro gastará:

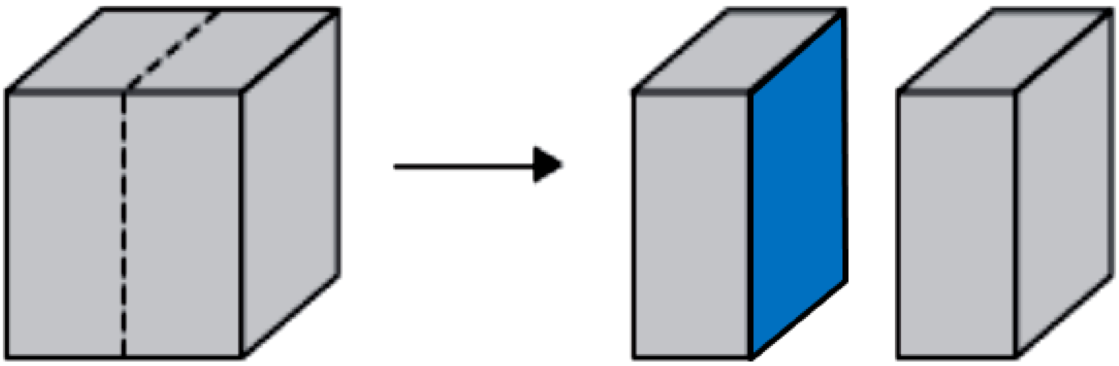
$\mathbf{6} \times \mathbf{4}\boldsymbol{ml} + \mathbf{6} \times \mathbf{1}\boldsymbol{ml} - \mathbf{2} \times \mathbf{1}\boldsymbol{ml} = \mathbf{28}\boldsymbol{ml}$ de tinta para pintar todo o sólido.

RESOLUÇÃO – ITEM (b)

Para pintar cada uma das faces do cubo, Pedro gastou:

$\frac{\mathbf{54}}{\mathbf{6}} = \mathbf{9}\ \boldsymbol{ml}$ de tinta.

O corte criou duas novas superfícies, cada uma com área igual à de uma das faces do cubo.

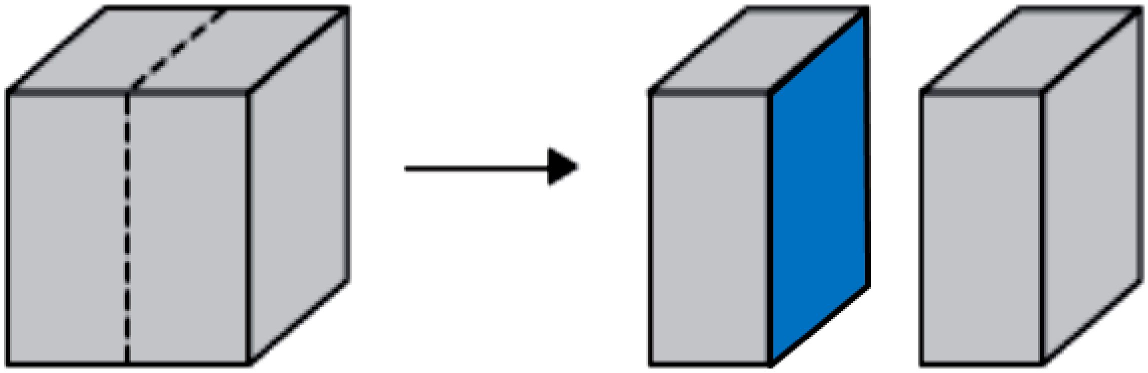


Assim para pintar estas duas superfícies Pedro gastará:

$\mathbf{2} \times \mathbf{9} = \mathbf{18}\boldsymbol{ml}$ de tinta.

RESOLUÇÃO – ITEM (c)

Para dividir o cubo em cubinhos iguais, devem ser feitos cortes paralelos às faces e igualmente espaçados.



Como vimos no item $(\boldsymbol{b})$, cada um desses cortes gera $\mathbf{1800}\ \boldsymbol{cm^2}$ de superfície não pintada.

Portanto o número de cortes foi de $\frac{\mathbf{21600}}{\mathbf{1800}} = \mathbf{12}$

Como os cubinhos são iguais, o número de cortes horizontais, verticais e longitudinais devem ser iguais, ou seja:

$$\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{3}} = \mathbf{4}$$

Esses $\mathbf{4}$ cortes dão origem a $\mathbf{5}$ camadas horizontais, verticais e longitudinais de cubinhos.

Logo o cubo original foi dividido em $\mathbf{5 \times 5 \times 5 = 125}$ cubinhos.

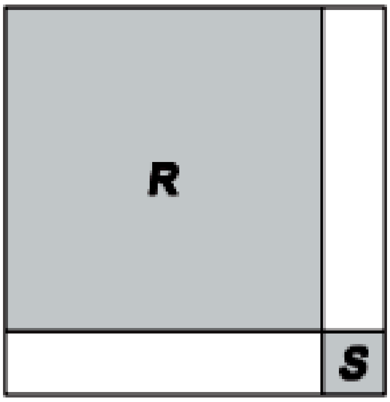
QUESTÃO 13 – (OBMEP 2010)

A professora Clotilde desenhou três figuras no quadro-negro, todas com áreas igual a $\mathbf{108}\ \boldsymbol{cm^2}$.

(a) A primeira figura é um retângulo que tem um lado de comprimento igual a $\mathbf{12}\ \boldsymbol{cm}$. Qual é o perímetro desse retângulo?

(b) A segunda figura é um retângulo dividido em um retângulo branco e um quadrado cinza de área igual a $36\ cm^2$, como na figura. Qual é o perímetro do retângulo branco?

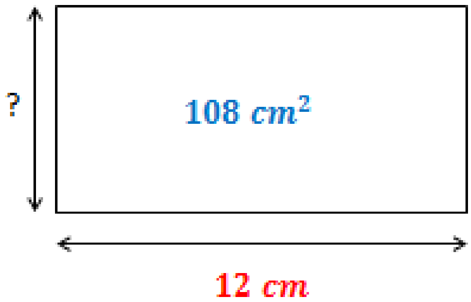
(c) A terceira figura é um quadrado, que ela dividiu em dois retângulos brancos e dois quadrados cinza $\boldsymbol{R}$ e $\boldsymbol{S}$. Como na figura, o perímetro de um dos retângulos é igual a três vezes o perímetro do quadrado $\boldsymbol{S}$. Qual é a área do quadrado $\boldsymbol{R}$?



RESOLUÇÃO – ITEM (a)

Como a área do retângulo é $108\ cm^2$ e um lado mede $12\ cm$.

Logo o lado indicado por **?** na figura abaixo



Deve ser um número que multiplicado por $\mathbf{12}$ tenha como resultado $\mathbf{108}$, ou seja, é

$$\frac{\mathbf{108}}{\mathbf{12}} = \mathbf{9}$$

Logo o perímetro é:

$$\mathbf{12} + \mathbf{12} + \mathbf{9} + \mathbf{9} = \mathbf{42\ cm}$$

RESOLUÇÃO – ITEM (b)

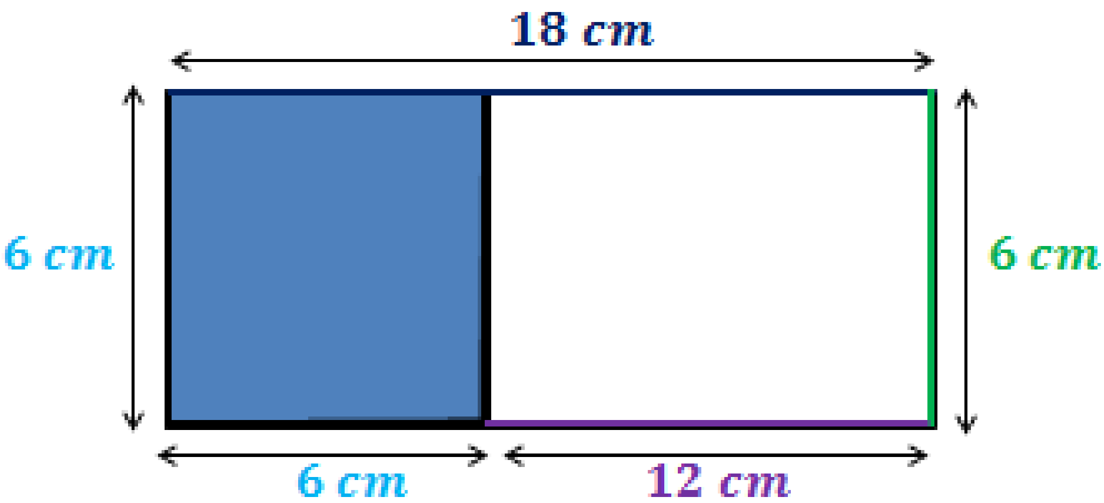
Como o quadrado cinza tem área igual a $\mathbf{36\ cm^2}$ o comprimento de seu lado é um número cujo quadrado é $\mathbf{36}$, ou seja, é igual $\mathbf{6\ cm}$.

Logo o retângulo tem um lado de comprimento $\mathbf{6\ cm}$.

Como sua área é $\mathbf{108\ cm^2}$. Segue que seu outro lado mede

$$\frac{\mathbf{108}}{\mathbf{6}} = \mathbf{18\ cm}$$

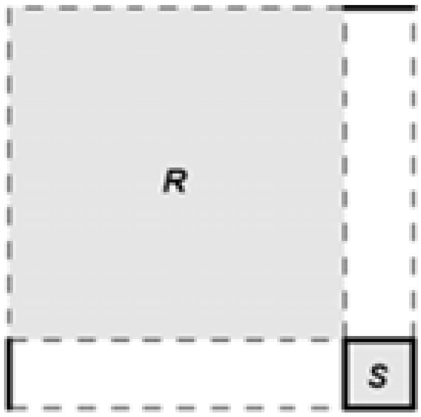
Logo um lado do retângulo branco mede $\mathbf{6\ cm}$ e o outro mede $\mathbf{18} - \mathbf{6} = \mathbf{12\ cm}$.



Assim seu perímetro é $\mathbf{6} + \mathbf{6} + \mathbf{12} + \mathbf{12} = \mathbf{36\ cm}$.

RESOLUÇÃO – ITEM (c)

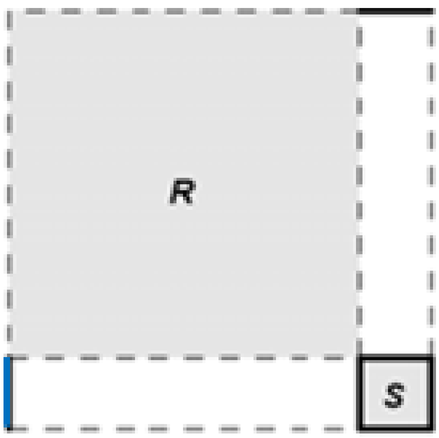
Na figura abaixo marcamos os lados do quadrado $\boldsymbol{R}$ em pontilhado e os do quadrado $\boldsymbol{S}$ em traço continuo.



O perímetro do quadrado $\boldsymbol{S}$ é igual a $\mathbf{4}$ traços continuo.

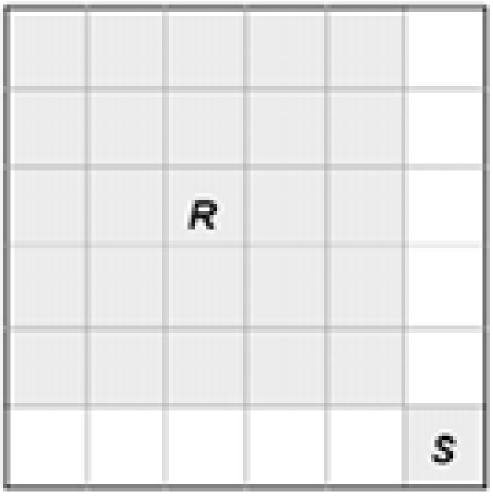
Observe que os retângulos brancos são iguais, pois têm os mesmos lados e seu perímetro é igual a dois traços contínuo mais dois pontilhados. Como o perímetro de um retângulo é igual a três vezes o de $\boldsymbol{S}$ O perímetro de um retângulo é igual a 12 contínuos Logo os dois lados pontilhados devem ser iguais a $\mathbf{10}$ contínuos. Portanto cada pontilhado é igual a $\mathbf{5}$ contínuos.

Observe agora que um lado do quadrado grande é igual a um continuo mais um pontilhado



Portanto esse lado é igual a $\mathbf{6}$ contínuos.

Podemos então decompor o quadrado grande em $\mathbf{6} \times \mathbf{6} = \mathbf{36}$ quadradinhos iguais ao quadrado $\boldsymbol{S}$



Como a área do quadrado grande é igual a $\mathbf{108}\ \boldsymbol{cm^2}$.

A área de cada um desses quadradinhos é igual a

$$\frac{\mathbf{108}}{\mathbf{36}} = \mathbf{3}\ \boldsymbol{cm^2}$$

Assim o quadrado $\boldsymbol{R}$ é formado por $\mathbf{5} \times \mathbf{5} = \mathbf{25}$ quadradinhos.

Logo sua área é igual a $\mathbf{25} \times \mathbf{3} = \mathbf{75}\ \boldsymbol{cm^2}$.

QUESTÃO 14 – (OBMEP 2010)

Marcelo cortou um quadrado de $\mathbf{6}\ \boldsymbol{cm}$ de lado em duas partes, como na $\boldsymbol{figura}\ \mathbf{1}$. O corte foi feito em formato de escada, com segmentos de $\mathbf{1}\ \boldsymbol{cm}$ paralelos aos lados do quadrado.

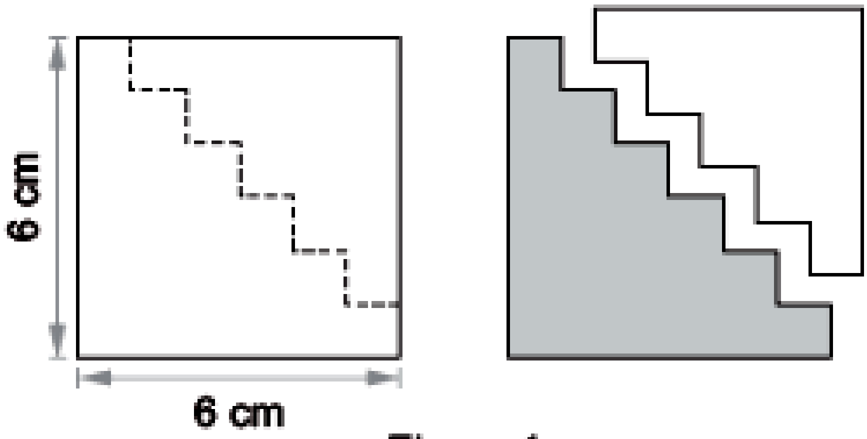


Figura 1

(a) Calcule o perímetro e a área da parte cinza na $figura\ 1$.

(b) A $figura\ 2$ foi montada por Marcelo encaixando completamente três degraus (indicados com flechas) de uma das partes na outra parte. Calcule o perímetro e área dessa figura.

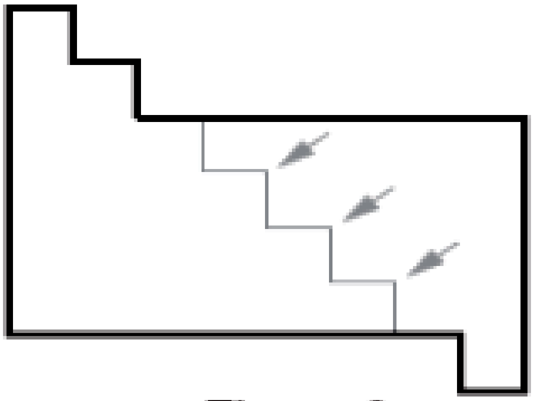
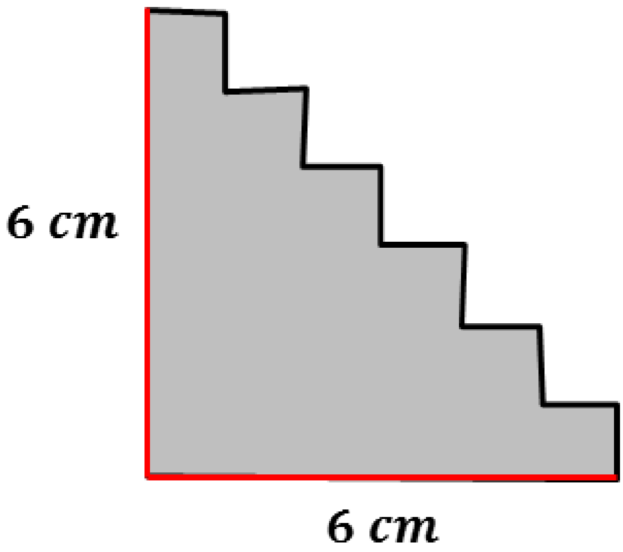


Figura 2

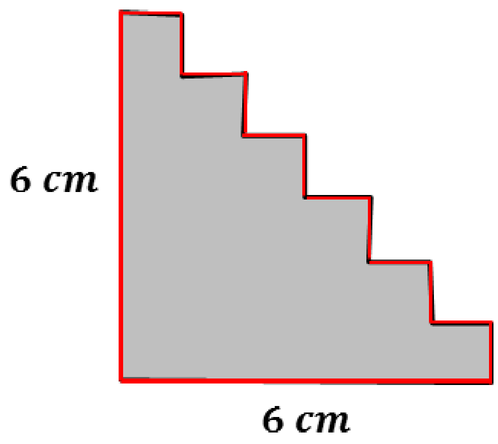
(c) Marcelo cortou da mesma maneira um quadrado de $87\ cm$ de lado e montou uma figura encaixando 39 degraus de uma das partes na outra. Calcule o perímetro dessa nova figura.

RESOLUÇÃO – ITEM (a)

Vemos que a figura cinzenta tem como contorno um segmento horizontal de $6\ cm$ e um segmento vertical de $6\ cm$.



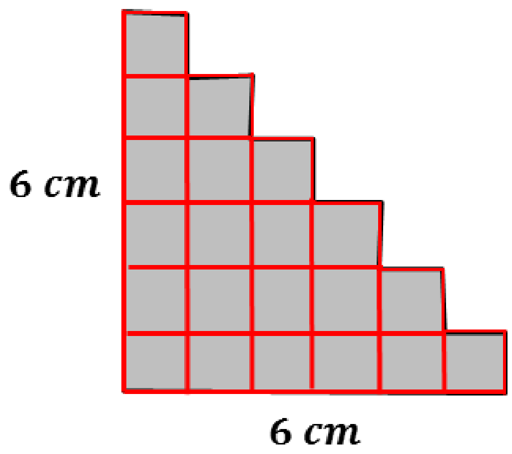
$Seis$ segmentos horizontais de $1\ cm$ e $seis$ segmentos verticais de $1\ cm$,



Logo seu perímetro é:

$$6 + 6 + 6 \times 1 + 6 \times 1 = 24\ cm$$

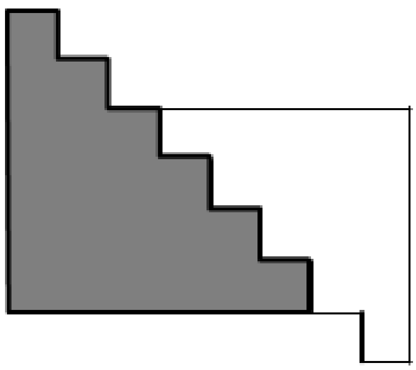
Vemos também que ela pode ser decomposta em $\mathbf{21}$ quadradinhos de área $\mathbf{1}cm^2$



Logo sua área é $\mathbf{21}cm^2$.

RESOLUÇÃO – ITEM (b)

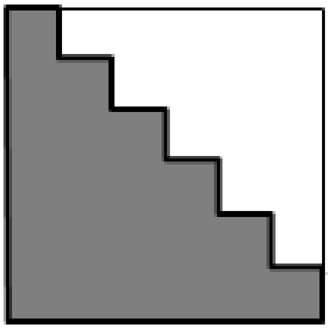
A área da figura é a soma das áreas das partes branca e cinza.



Como essas duas partes formam o quadrado original, sua área é igual a:

$$6 \times 6 = 36\ cm^2$$

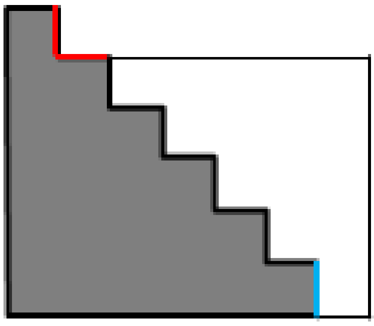
Quanto ao perímetro, vamos considerar a sequência de figuras abaixo



Na primeira figura temos o quadrado original cujo perímetro é:

$$4 \times 6 = 24\ cm^2$$

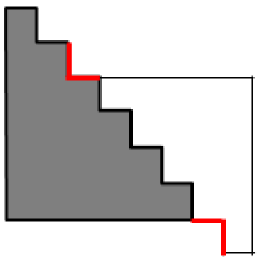
Na segunda figura descemos um degrau,



Ganhamos os segmentos em traços vermelhos e perdemos o segmento em traço azul,

Assim o perímetro aumentou $\mathbf{3 - 1 = 2}\ \boldsymbol{cm}$ e passou a ser $\mathbf{24 + 2 = 26}\ \boldsymbol{cm}$

Após isso ao descer um degrau sempre ganhamos os $\mathbf{4}$ segmentos em traços vermelho



Assim o perímetro aumenta $\mathbf{4}\ \boldsymbol{cm}$ a cada degrau descido após o primeiro.

Logo a terceira figura tem perímetro igual a $26 + 4 = 30\ cm$. Que é a resposta desse item.

Observe também que ao descer o primeiro degrau o número de degraus encaixados continua o mesmo e, após isso, diminui 1 a cada degrau descido.

Observe a tabela abaixo:

degraus "descidos"	degraus encaixados	perímetro	aumento no perímetro
0	4	24	
1	4	26	2
2	3	30	4
3	2	34	4

A tabela nos mostra que a partir da segunda linha temos:

$$degraus\ encaixados + degraus\ descidos = 5$$

RESOLUÇÃO – ITEM (c)

Quanto o comprimento do lado é $87\ cm$

A parte cinza tem perímetro igual a $4 \times 87 = 348\ cm$ e parte branca tem perímetro igual a $4 \times 86 = 344\ cm.$ Num total de $348 + 344 = 692\ cm$.

O mesmo raciocínio da solução do item **(b)** mostra que o perímetro da figura obtida encaixando 39 degraus é igual a:

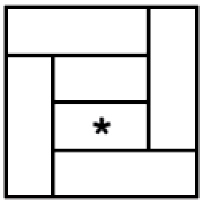
$$692 - 2 \times (2 \times 39 + 1) = 534\ cm$$

QUESTÃO 15 – (OBMEP 2011)

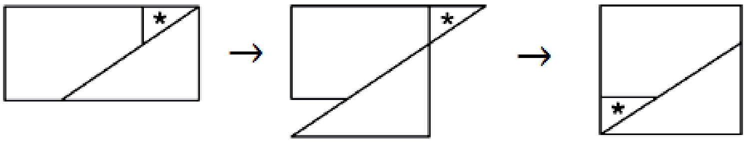
Sara recortou três tiras retangulares diferentes de papel.

(a) Ela recortou a primeira tira em três retângulos iguais, como na figura abaixo. Com esses retângulos, formou um quadrado de $36 cm^2$ de área. Encontre as medidas dos lados dos retângulos que ela recortou.

(b) Ela recortou a segunda tira em $\boldsymbol{seis}$ retângulos de mesma largura e com eles formou um quadrado de $\mathbf{36}\ \boldsymbol{cm2}$ de área, como na figura. Encontre o perímetro e a área do retângulo indicado com *.

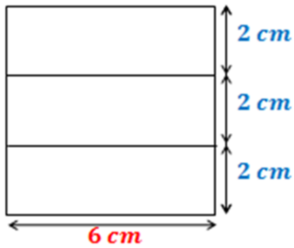


(c) As medidas da terceira tira eram $\mathbf{4,5}\ \boldsymbol{cm}$ e $\mathbf{2}\ \boldsymbol{cm}$. Sara recortou essa tira em $\boldsymbol{tr}$ê$\boldsymbol{s}$ pedaços e com eles formou um quadrado, como na figura. Qual é a área do triângulo indicado com *?



RESOLUÇÃO – ITEM (a)

Como o quadrado formado com os três retângulos recortados da primeira tira tem área $\mathbf{36}\boldsymbol{cm^2}$



Seu lado mede $\mathbf{6}\boldsymbol{cm}$

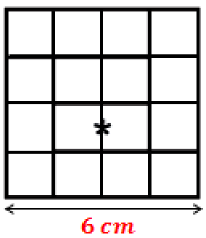
Logo o comprimento de cada retângulo é $\mathbf{6}\ \boldsymbol{cm}$

E a largura é um terço de comprimento, ou seja:

$$\frac{\mathbf{6}}{\mathbf{3}} = \mathbf{2}\ \boldsymbol{cm}$$

RESOLUÇÃO – ITEM (b)

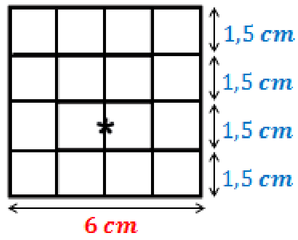
Vamos decompor o quadrado em 16 quadradinhos de lado igual a largura da fita



Como o quadrado tem área $\mathbf{36\ cm^2}$, o lado mede $\mathbf{6\ cm}$

Assim o lado de cada quadradinho mede:

$$\frac{6}{4} = 1,5\ cm$$



Logo as medidas dos lados do retângulo indicado com * são:

$$\mathbf{1,5\ cm} \text{ e } \mathbf{3\ cm}$$

Portanto seu perímetro é igual a:

$$\mathbf{3 + 3 + 1,5 + 1,5 = 9\ cm}$$

E sua área é:

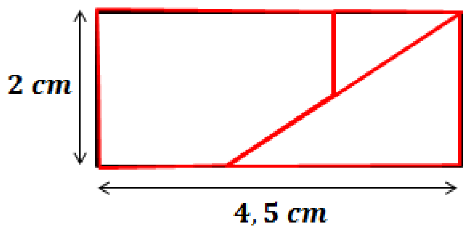
$$\mathbf{3 \times 1,5 = 4,5\ cm^2}$$

RESOLUÇÃO – ITEM (c)

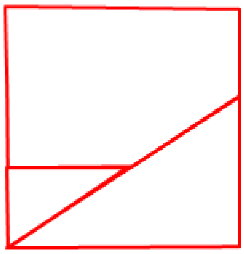
Como as medidas da tira retangular são $\mathbf{4,5\ cm}$ e $\mathbf{2\ cm}$

Sua área é igual a $\mathbf{4,5 \times 2\ cm = 9\ cm^2}$.

O retângulo foi recortado para formar um quadrado como mostra a figura abaixo



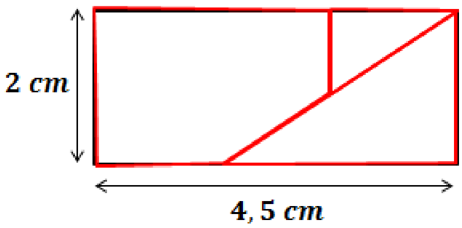
Com esses recortes formou-se um quadrado

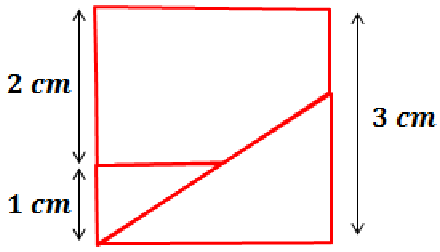


Como a área do quadrado é a mesma do retângulo, ou seja $\mathbf{9\ cm^2}$. Logo o lado do quadrado mede $\mathbf{3\ cm.}$

Como o lado menor do retângulo mede $\mathbf{2\ cm}$

Um lado do triângulo menor mede $\mathbf{1\ cm}$

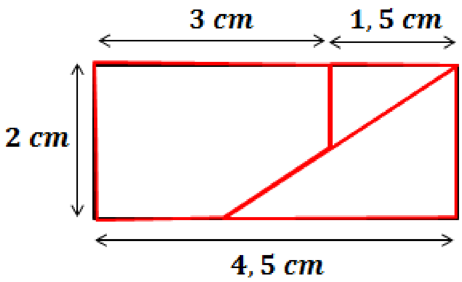


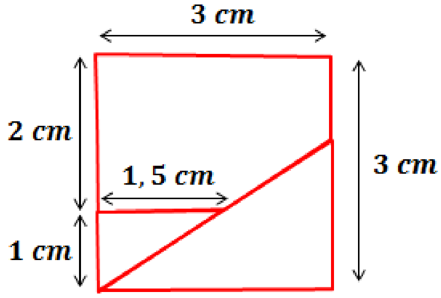


Como a área do quadrado é a mesma do retângulo, ou seja $\mathbf{9\ cm^2}$.

Temos ainda que um dos lados do pentágono mede $\mathbf{3\ cm,}$ pois é um dos lados do quadrado.

Logo o outro lado do triângulo menor mede $\mathbf{1,5\ cm}$





Logo a área do triângulo menor é igual a:

$$\frac{\mathbf{1 \times 1,5}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{1,5}}{\mathbf{2}} = \mathbf{0,75\ cm^2}$$

REFERÊNCIAS

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Brasília : MEC/SEF, 1998. 148 p.

Provas e gabaritos das Olímpiadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP. Disponível em http://www.obmep.org.br/provas.htm acesso em 15 de dezembro de 2012.