



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

EDNARDO LOPES DOS SANTOS

POSSIBILIDADES DE USO DO GEOGEBRA PARA COMPREENSÃO DE CONCEITOS  
GEOMÉTRICOS DA GEOMETRIA ESPACIAL: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS  
DO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO

VITÓRIA DA CONQUISTA – BA  
2017

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

EDNARDO LOPES DOS SANTOS

POSSIBILIDADES DE USO DO GEOGEBRA PARA COMPREENSÃO DE CONCEITOS  
GEOMÉTRICOS DA GEOMETRIA ESPACIAL: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS  
DO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, oferecido pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática. Orientadora: Profa. Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva

VITÓRIA DA CONQUISTA, BAHIA.  
2017

S234p Santos, Ednardo Lopes.  
Possibilidades de uso do Geogebra para compreensão de conceitos geométricos da geometria espacial: uma experiência com alunos do terceiro ano do ensino médio. / Ednardo Lopes dos Santos, 2017.  
83f. il.  
Orientador (a): Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Vitória da Conquista - BA, 2017.  
Inclui referências. 82-83.  
1. Software Geogebra. 2. Ensino Geometria – Tecnologias digitais.  
3. Ensino médio – Oficinas- Software educacional. I. Silva, Maria Deusa Ferreira. II. Universidade Estadual Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Vitória da Conquista, III. T.

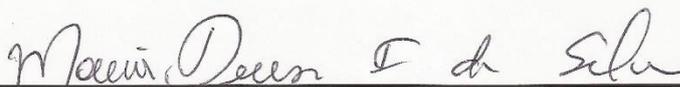
CDD: 510.7

EDNARDO LOPES DOS SANTOS

POSSIBILIDADES DE USO DO GEOGEBRA PARA COMPREENSÃO DE CONCEITOS  
GEOMÉTRICOS DA GEOMETRIA ESPACIAL: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS  
DO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em  
Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da  
Bahia – UESB, como requisito necessário para obtenção do grau de  
Mestre em Matemática.

BANCA EXAMINADORA



---

Profa. Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva (Orientadora)  
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB



---

Prof. Dr. André Nagamine  
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB



---

Profa. Dra. Selma Rozane Vieira  
Instituto Federal da Bahia – IFBA

VITÓRIA DA CONQUISTA, BAHIA.  
2017

*Não é o conhecimento, mas o ato de aprender, não a posse mas o ato de chegar lá, que concede a maior satisfação.”*

(Carl Friedrich Gauss)

Dedico este trabalho ao meu pai Manoel Lopes dos Santos (em memória) e à minha mãe Avelina Ferreira dos Santos, que me acolheram, sempre me fizeram acreditar na minha capacidade e me incentivaram a prosseguir na busca pelos meus objetivos.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, por ter sempre me proporcionado energia, saúde, sabedoria e condições de permanecer firme em meus objetivos.

Quero agradecer à minha mãe, Avelina, e meu pai, Manoel (em memória), por todo o amor, carinho incessante e incentivo constante, servindo de inspiração para que eu pudesse permanecer firme com os meus estudos.

Este trabalho não teria progredido se eu não tivesse o apoio e paciência da minha irmã, Mayara, por isso, lhe dedico um agradecimento muito especial. Agradeço, ainda, aos meus irmãos Thales, Mateus e Pedro, meus pais Mônica e Luiz e demais familiares, que sempre me motivaram e compreenderam a minha ausência em diversas situações.

Agradeço à minha namorada, Carla, pelo amor e incentivo que se fizeram necessários e importantes nos momentos difíceis e pela compreensão nos momentos em que tive que me ausentar.

Expresso a minha gratidão à minha prima Ana Carolina e ao meu amigo Renato, que me apoiaram e deram suporte diversas vezes nas situações em que precisei.

Quero agradecer a todos os meus amigos e colegas de trabalho, onde sempre encontrei apoio e motivação. Destes, faço um agradecimento especial à toda a direção da E. E. Dr. Waldemar Neves da Rocha, por sempre me darem apoio, incentivo e suporte, permitindo o desenvolvimento dos meus trabalhos na escola.

Faço um agradecimento especial aos alunos dos terceiros anos A e B, turmas de 2017 da E. E. Dr. Waldemar Neves da Rocha, que participaram das oficinas, pois tiveram muita energia, ânimo, determinação. O que me fez ter ainda mais vontade de prosseguir com os trabalhos.

Agradeço a todos os colegas do mestrado, especialmente Hugo, Daniel e Guilhermino, pelo apoio, momentos de descontração, jogatinas, estudos em véspera de prova e por terem me ajudado a amenizar a carga de todo o curso; e aos professores do Profmat – Uesb por compartilharem comigo sabedoria, especialmente à professora Maria Deusa, pela paciência e orientação no desenvolvimento deste trabalho.

Por fim, deixo a minha gratidão a todos os que participaram direta ou indiretamente da minha formação.

## RESUMO

A Matemática, principalmente a Geometria, permite a criatividade nos processos de ensino. O presente estudo apresenta a síntese de uma proposta metodológica que tem como objetivo a análise do desempenho dos alunos, diante a utilização do *software* GeoGebra como ferramenta didática para o estudo da Geometria Espacial com alunos do terceiro ano do ensino médio da Escola Estadual Dr. Waldemar Neves da Rocha. Para tanto, foram desenvolvidas dez atividades de Geometria Espacial, com tutoriais, a serem executadas no *software* GeoGebra. Assim, por conta dos horários disponíveis pelos alunos, foi necessária a realização de três oficinas no laboratório de informática da citada escola. Durante estas oficinas, os alunos fizeram diversas anotações e, posteriormente, relatórios, destacando as dificuldades e os pontos positivos encontrados. A modalidade da pesquisa adotada, devido as suas características, foi a pesquisa participativa do tipo intervenção. Os resultados obtidos mostraram-se positivos, visto que houve um maior interesse, envolvimento, participação e compreensão dos conceitos abordados, quando comparados às aulas tradicionais em sala de aula. Sendo assim, os objetivos do estudo foram atingidos, pois houve pontos significativos na utilização do GeoGebra como ferramenta didática no estudo da Geometria Espacial.

Palavras-chave: GeoGebra, Geometria Espacial, Ensino Médio, Oficinas.

## ABSTRACT

Mathematics, especially Geometry, allows creativity in teaching processes. The present study presents the synthesis of a methodological proposal that has the objective of analyzing the performance of the students, considering the use of GeoGebra *software* as a didactic tool for the study of Spatial Geometry with students of the third year of high school at the Escola Estadual Waldemar Neves da Rocha. In order to do so, ten activities of Spatial Geometry were developed, with tutorials, to be executed in GeoGebra *software*. Thus, due to the hours available to students, it was necessary to hold three workshops in the computer lab of the mentioned school. During these workshops, the students made several notes and then reports, highlighting the difficulties and the positive points found. The modality of the research adopted, due to its characteristics, was the participative research of the type intervention. The results obtained were positive, since there was a greater interest, involvement, participation and understanding of the concepts discussed, when compared to the traditional classes in the classroom. Thus, the objectives of the study were reached, as there were significant points in the use of GeoGebra as a didactic tool in the study of Space Geometry.

**Key-words:** GeoGebra, Spatial Geometry, High School, Workshops

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Dados da escola para pesquisa no site do CAEd .....	12
Figura 2 - Cronologia da informática educativa no Brasil .....	18
Figura 3 - Interface do GeoGebra .....	31
Figura 4 - Ícones da barra de ferramentas .....	32
Figura 5- Janela de Visualização 3D.....	32
Figura 6 - Barra de ferramentas da janela 2D .....	33
Figura 7 - Barra de ferramentas da janela 3D .....	33
Figura 8 – Ícone <i>Ponto</i> .....	33
Figura 9 - Utilizando o campo de Entrada .....	34
Figura 10 – Ponto <i>A</i> no plano <i>XY</i> e ponto <i>B</i> fora dele.....	34
Figura 11 - Ícone Reta da janela de visualização 3D .....	35
Figura 12 - Retas intersectando o plano <i>XY</i> .....	35
Figura 13 - Ícone Plano por três pontos .....	36
Figura 14 - Ícone Plano .....	36
Figura 15 - Ícone Reta Paralela .....	37
Figura 16 – Ícone Prisma .....	38
Figura 17 - Ícone Mover.....	38
Figura 18 – Ícone Cubo.....	38
Figura 19 – Ícone Controle Deslizante.....	39
Figura 20 - Controle deslizante com intervalo <i>n</i> de 3 a 10 e incremento de 1 .....	39
Figura 21 – Ícone Polígono Regular .....	39
Figura 22 – Ícone <i>Extrusão para Prisma ou Cilindro</i> .....	40
Figura 23 - Prisma.....	40
Figura 24 - Ícone <i>Planificação</i> .....	41
Figura 25 - Planificação do prisma .....	41
Figura 26 – Ícone <i>Pirâmide</i> .....	42
Figura 27 – Ícone <i>Cone</i> .....	42
Figura 28 – Ícone <i>Cilindro</i> .....	42
Figura 29 – Ícone <i>Esfera</i> .....	43
Figura 30 - Ícone <i>Volume</i> .....	43
Figura 31 - Janela Propriedades – aba Cor.....	44
Figura 32 – O cubo e a sua planificação .....	44
Figura 33 – Ícone <i>Segmento com Comprimento Fixo</i> .....	45
Figura 34 – Ícone <i>Reta Perpendicular</i> .....	46
Figura 35 – Ícone <i>Círculo dados Centro e Raio</i> .....	46
Figura 36 – Ícone <i>Interseção de Dois Objetos</i> .....	46
Figura 37 - Ícone <i>Ponto Médio ou Centro</i> .....	47
Figura 38 - Ponto <i>A</i> e ponto <i>B</i> .....	47
Figura 39 - Cilindro de raio 3.....	48
Figura 40 - Cilindro, especificando seu volume e área da base .....	49
Figura 41 - Quadrados ABCD e EFGH .....	49
Figura 42 - Pirâmide e Prisma de bases quadradas congruentes .....	50
Figura 43 - Plano paralelo ao plano <i>XY</i> .....	51

Figura 44 - Polígonos construídos pelos pontos marcados, ocultando os sólidos.....	52
Figura 45 - Prisma e Pirâmide semelhantes aos construídos inicialmente.....	53
Figura 46 - Prismas e Pirâmides iniciais e os seus semelhantes .....	54
Figura 47 – Pontos $A, B, C$ e $D$ .....	55
Figura 48 - Grade para a base do cubo e controles deslizantes $a$ e $b$ .....	55
Figura 49 - Grade para a construção do cubo.....	56
Figura 50 - Cubo de lado $a$ .....	56
Figura 51 - Prismas de altura $a$ .....	57
Figura 52 - Cubo de aresta $b$ .....	57
Figura 53 - Cubo de arestas $a + b$ .....	58
Figura 54 - Quadrado da soma e cubo da soma de dois números ( $a$ e $b$ ).....	58
Figura 55 - Polígono ABCD e prisma de base ABCD e altura $c$ .....	59
Figura 56 - Diagonal do polígono ABCD e diagonal do Prisma ABCDEFGH.....	60
Figuras 57 - A, B e C - Exercícios sobre poliedros em sala de aula.....	61
Figura 58 - Laboratório de informática.....	62
Figura 59 – Imagem no projetor como era apresentada aos alunos.....	63
Figuras 60 - A, B, C e D - Alunos desenvolvendo as atividades e fazendo registros.....	63
Figura 61 – Trecho do relatório da aluna I sobre a Atividade 1.....	66
Figura 62 – Trecho do relatório do aluno Q sobre a atividade 1.....	67
Figura 63 – Trecho do relatório do aluno G sobre a atividade 2.....	67
Figura 64 – Trecho do relatório da aluna E sobre a atividade 3.....	68
Figura 65 – Trecho do relatório da aluna I sobre a atividade 3.....	68
Figura 66 - Trecho do relatório da aluna M sobre a atividade 9.....	68
Figura 67 - Trecho do relatório da aluna M sobre a atividade 9.....	68
Figura 68 – Trecho do relatório da aluna M sobre a atividade 4.....	70
Figura 69 - Trecho do relatório da aluna D sobre a atividade 4.....	70
Figura 70 - Trecho do relatório da aluna I sobre a atividade 10.....	71
Figura 71 - Trecho do relatório da aluna I sobre a atividade 10.....	71
Figura 72 - Trecho do relatório da aluna D sobre a atividade 10.....	71
Figura 73 - Trecho do relatório do aluno Q sobre a atividade 8.....	72
Figura 74 - Trecho do relatório da aluna M sobre a atividade 8.....	73
Figura 75 - Trecho do relatório da aluna C sobre as oficinas.....	73
Figura 76 - Trecho do relatório do aluno G sobre a atividade 9.....	74
Figura 77 – Trecho do relatório da aluna E sobre a atividade 2.....	75
Figura 78 - Trecho do relatório da aluna S sobre a atividade 7.....	75
Figura 79 - Trecho do relatório da aluna M sobre a atividade 6.....	76
Figura 80 - Trecho do relatório da aluna T sobre as oficinas.....	76
Figura 81 - Trecho do relatório do aluno V sobre as oficinas.....	77

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAEd	Centro de apoio ao ensino à distância
CBC	Currículo Básico Comum
D02	Descritor (tópico) de habilidade, segundo a Matriz de Referência de Matemática
D30	Descritor (tópico) de habilidade, segundo a Matriz de Referência de Matemática
IGI	International GeoGebra Institutes
Linux	Sistema operacional, assim como o Windows da Microsoft e o Mac OS da Apple
MEC	Ministério da Educação
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PROEB	Avaliação da Rede Pública de Educação Básica
PROFMAT	Programa de Mestrado Profissionalizante em Matemática em Rede Nacional
SIMAVE	Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública
TICs	Tecnologias de Informação e Comunicação
UESB	Universidade do Sudoeste da Bahia
UFVJM	Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
UNIMONTES	Universidade Estadual de Montes Claros

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
1.1    Objetivos .....	14
1.1.1    Objetivo Geral .....	14
1.1.2    Objetivos Específicos.....	14
1.2    Organização do trabalho .....	14
<b>2. REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>16</b>
2.1    Tecnologias Digitais – Aspectos Sociais.....	16
2.2    Tecnologias Digitais no Ensino.....	16
2.3    Ensino da Geometria e as Tecnologias Digitais .....	21
2.4    Breves Considerações Sobre o GeoGebra .....	25
<b>3 METODOLOGIA .....</b>	<b>27</b>
3.1    Natureza do Trabalho.....	27
3.2    Público Alvo.....	29
3.3    Construção e desenvolvimento das atividades.....	29
3.3.1    Introdução ao Uso <i>software</i> GeoGebra.....	30
3.3.2    Atividade 1 – Conhecendo o ambiente 3D: pontos e retas.....	32
3.3.3    Atividade 2 – Planos .....	35
3.3.4    Atividade 3 - Construção de sólidos geométricos .....	37
3.3.5    Atividade 4 - Planificação e volume do cubo .....	43
3.3.6    Atividade 5 – Construção de sólidos e sua planificação.....	45
3.3.7    Atividade 6 – Explorando o Volume de Sólidos Geométricos .....	45
3.3.8    Atividade 7 – Calculando volume do cilindro e a área de sua base .....	47
3.3.9    Atividade 8 – Razão entre volumes de sólidos semelhantes.....	49
3.3.10    Atividade 9 – Soma de dois quadrados e de dois cubos .....	54
3.3.11    Atividade 10 – Diagonal e área total de um paralelepípedo reto-retângulo.....	59
3.5    Realização das Oficinas .....	61
3.5.1    Primeiro Encontro.....	62
3.5.2    Segundo Encontro .....	63
3.5.3    Terceiro Encontro .....	64
<b>4 DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS .....</b>	<b>66</b>
4.1    Primeiras impressões .....	66
4.2    Pontos destacados sobre comandos do <i>software</i> .....	67
4.3    Facilidade em cálculos .....	69

4.4	Facilidade em visualização .....	71
4.5	Mudança de perspectiva após as oficinas.....	74
4.6	Análise geral.....	76
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	78
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	80

## 1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo, farei uma breve apresentação sobre a minha formação acadêmica e experiência profissional, fatores que foram essenciais na escolha do objetivo de pesquisa referente a este estudo.

Durante meus anos de aluno do ensino básico (fundamental e médio), sempre em escola pública, tive pouquíssimo contato com a Geometria. Inclusive achava estranho o fato de que “alguns capítulos” do livro não eram estudados. Mesmo no ensino médio, o foco sempre foi a parte de funções; o pouco de geometria que estudei neste período, foi a geometria analítica.

Ao ingressar no curso de Licenciatura em Matemática, pela Universidade Estadual de Montes Claros - UNIMONTES, no ano seguinte ao término no ensino médio, encontrei dificuldades no primeiro semestre, devido a não ter tido contato com trigonometria anteriormente. Porém, nesta dificuldade nasceu um forte interesse pela área das figuras geométricas, que se intensificou na disciplina de Desenho Geométrico (estudo de construções geométricas utilizando apenas régua e compasso).

Em 2004, três meses após iniciar a graduação, comecei a trabalhar na mesma escola onde concluí o ensino médio, como professor de Matemática no ensino fundamental. Neste momento, a direção da escola já havia percebido a falta que a Geometria estava fazendo, então os alunos do ensino fundamental passaram a ter uma disciplina específica chamada Desenho Geométrico (nesta disciplina, eram abordados os conteúdos de Geometria respectivos à série escolar).

Ainda durante o período graduação, trabalhei como professor de Desenho Geométrico no ensino fundamental na mesma escola, o que me fez perceber as dificuldades encontradas pelos alunos neste conteúdo. E este era um assunto que sempre foi motivo de debates nas disciplinas de Didática, pois diversos colegas na graduação haviam percebido as mesmas dificuldades em seus alunos.

Após concluir a graduação, em 2007, dediquei-me exclusivamente em lecionar, ao menos por um tempo. Porém, não houve possibilidade de trabalhar com Matemática no ensino médio. Em 2009, iniciei a graduação em Bacharelado em Ciência e Tecnologia, pela Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri - UFVJM, que concluí em 2013.

Esta graduação é requisito para as Engenharias. Iniciei a graduação em Engenharia Civil logo em seguida, mas, em 2014, estando no 2º período de Engenharia, optei por abandonar o curso devido ao ingresso no Mestrado.

Em 2014 eu ingressei no Programa de Mestrado Profissionalizante em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, na Universidade do Sudoeste da Bahia - UESB. E, coincidentemente, foi o ano em que tive a oportunidade de lecionar Matemática no ensino médio regular pela primeira vez.

No PROFMAT, nos foi oferecida a disciplina de Geometria, onde tive a oportunidade de adquirir mais conhecimentos sobre o assunto. E, paralelamente aos estudos, estava trabalhando conteúdos de Geometria Espacial no ensino médio. Pude, então, observar a dificuldade encontrada pela maior parte dos alunos. Ainda, é perceptível que a escola se encontra carente de meios educacionais mais atrativos. O reflexo são alunos desinteressados, que não respondem mais aos métodos tradicionais de ensino e, conseqüentemente, a aprendizagem ficou prejudicada.

O desempenho dos alunos em Geometria em MG pode ser consultado no site do <sup>1</sup>SIMAVE. Para obter o resultado da Escola Estadual Waldemar Neves da Rocha (alvo deste trabalho), basta preencher os dados de acordo com a Figura 1.

Figura 1 - Dados da escola para pesquisa no site do CAEd

resultados.caeduff.net/resultados/publicacao/publico/escola.jsf

**CAEd** Centro de Avaliação Educacional do Estado da Bahia

Filtro de Pesquisa de Resultado(s) Escola

Projeto	PROEB 2015
Nível	REGULAR
Rede	ESTADUAL
Regional	TEOFILO OTONI
Município	TEOFILO OTONI
Escola	EE DOUTOR WALDEMAR NEVES DA ROCHA
Etapa	3º ANO EM
Disciplina	MATEMÁTICA

Gerar Resultado PDF

Fonte: <http://resultados.caeduff.net/resultados/publicacao/publico/escola.jsf>

Ao pesquisar os resultados da escola onde a pesquisa foi desenvolvida, é possível fazer uma análise do desempenho médio dos alunos em nível estadual, regional e local. Tem-se que

<sup>1</sup> <http://www.simave.caeduff.net/proeb/resultado-por-escola/>

o desempenho da grande maioria dos alunos em todo o Estado é sempre abaixo do recomendado. Apenas, 15% dos alunos estão com desempenho Recomendado ou Avançado. O que representa menos que 5% dos alunos avaliados nos anos de 2010 a 2015. Especificamente na escola alvo deste trabalho, em 2015, os alunos apresentaram desempenho baixo (67%) ou intermediário (33%), não havendo alunos com desempenho recomendado ou avançado.

Desse modo, visando amenizar este quadro, professores têm buscado elementos motivadores para que os alunos se empenhem no estudo da Matemática. Dentre estes motivadores, há o uso das tecnologias digitais. Houve avanços significativos na aquisição de salas de informática nas escolas estaduais de Minas Gerais, sendo que 1.915 escolas receberam 23,3 mil computadores em 2015, segundo o site da Secretaria de Educação de MG<sup>2</sup>. Contudo, isso não garante que os computadores serão utilizados pelos professores e alunos, em especial nas aulas de matemática. Segundo Notare e Gravina (2013, p.1):

[...] a integração das tecnologias na prática de professores de Matemática vem acontecendo de forma um tanto lenta. Isto ocorre, em boa parte, porque uma quantidade considerável de professores fez sua formação antes da ampla divulgação dos recursos didáticos digitais. Assim, é compreensível que eles prefiram manter-se afastados das práticas que fazem uso de tais recursos. Sendo este o cenário, consideramos que programas de formação continuada são de grande importância na aceleração da integração das mídias digitais no dia-a-dia do professor de Matemática.

É destacado que o ensino de matemática com o uso, adequado, das Tecnologias Digitais, difere-se bastante das metodologias tradicionais utilizadas em sala de aula, uma vez que permite uma observação mais ampla, permitindo ver e movimentar o objeto de estudo de diversas formas, levando a questionamentos e a construções impossíveis de serem realizadas apenas com lápis e papel.

Partindo disso, elencamos alguns questionamentos: Que melhorias puderam ser observadas no ensino de matemática, a partir da instalação da sala de informática? Os professores a estão utilizando da forma adequada afim de melhorar o ensino de matemática? Uma oficina com um *software* matemático poderia ajudar na melhor compreensão de conceitos e propriedades da Geometria?

Dessa forma, acreditei que seria válido buscar alternativas ao método tradicional de ensino, a partir da utilização dos recursos tecnológicos presentes na escola. Assim, em 2016,

---

<sup>2</sup> <<https://www.educacao.mg.gov.br/leis/story/6670-novos-computadores-sao-instalados-em-mais-de-1-9-mil-escolas-estaduais-que-ofertam-o-ensino-medio>> acesso em: 01 de julho de 2017

fiz um curso de GeoGebra, pelo site [www.Ogeogebra.com.br](http://www.Ogeogebra.com.br) e comecei a elaborar as atividades com a finalidade de desenvolver com alunos do Ensino Médio. Disso nasceu a proposta efetiva desta dissertação. Para conduzir a pesquisa buscamos responder à seguinte pergunta: **“De que forma a utilização dos recursos digitais presentes na escola, em especial usando o GeoGebra, pode contribuir com o ensino de Geometria Espacial?”**

Esse questionamento que me levou a traçar os objetivos deste trabalho.

## 1.1 Objetivos

### 1.1.1 Objetivo Geral

Analisar o desempenho dos alunos, mediante a utilização do *software* GeoGebra nas aulas de matemática do Ensino Médio, no estudo de Geometria Espacial.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Identificar como a utilização de ferramentas computacionais contribuíram para o ensino-aprendizagem de Geometria Espacial. Por meio das atividades desenvolvidas com o GeoGebra;
- Identificar se os alunos demonstraram aprender conceitos da Geometria Espacial com a tecnologia;
- Identificar se os alunos desenvolveram habilidades para a manipulação do *software* GeoGebra no desenvolvimento das atividades de Geometria Espacial.

## 1.2 Organização do trabalho

Este estudo está organizado em cinco capítulos. No primeiro, introdução, foi feita uma síntese da formação acadêmica e da vida profissional do autor, contemplando as motivações, questão norteadora e objetivos deste trabalho. O segundo capítulo traz a revisão da literatura, na qual está fundamentada este estudo, além de tópicos retratando a Geometria e a Tecnologia na Matemática, desta, abordando de forma mais abrangente o GeoGebra, objeto da pesquisa.

No terceiro capítulo, que aborda a metodologia, está descrita a natureza deste trabalho. Há uma breve descrição do público alvo e são descritas as atividades que foram desenvolvidas para as oficinas, com tutoriais que apresentam as construções com descrição de cada ícone utilizado. No quarto capítulo é descrito o processo de realização das oficinas, descrevendo, inclusive, as dificuldades encontradas durante o processo e é feita uma análise dos resultados

do estudo, através dos relatórios feitos pelos alunos, após as oficinas. Por fim, no quinto capítulo são feitas as considerações finais da pesquisa.

## 2. REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 Tecnologias Digitais – Aspectos Sociais

Os recursos tecnológicos, em seus variados moldes, se fazem presentes alterando a forma como nos relacionamos com as pessoas e com o mundo. Em um curto intervalo de tempo, o acesso à tecnologia se tornou uma realidade para a grande maioria, de modo que é comum estarmos o tempo todo conectados às redes sociais. Especialmente os mais jovens já passam mais tempo conectados à *internet* por meio de *notebooks*, *tablets* e *smartphones*, do que fazendo qualquer outra atividade. Nem sempre a escola tem sabido lidar com essa nova realidade e, muitas vezes, para evitar a competição, proíbe o uso dessas ferramentas na sala de aula.

Nunes (2016, p. 21) diz que

Todo esse avanço e desejo por mais informação levou o homem a desenvolver tecnologias cada vez mais sofisticadas, tornando-o a cada dia mais dependentes delas. Especificamente com a invenção dos computadores e, mais tarde, com o surgimento da Internet, nos últimos 20 anos, temos vivenciado experiências que nos colocam ainda mais dependentes das tecnologias e em constantes desafios em busca de mais informação e conhecimento. Isso tem provocado mudanças no nosso comportamento e modo de viver em sociedade [...]

A utilização das tecnologias digitais é, hoje, pré-requisito para o mercado de trabalho, sendo este cada vez mais competitivo. Há uma espécie de revolução tecnológica; com o uso do computador, é possível efetuar uma grande quantidade de cálculos de forma bastante eficiente. Através da internet, as trocas de informações são feitas de forma instantânea. A globalização fez com que aumentasse o nível da competitividade e dinamismo.

### 2.2 Tecnologias Digitais no Ensino

Na educação a situação não é diferente, o que se tornou um desafio para os professores, pois há a necessidade de que essas tecnologias digitais sejam inseridas no ensino, sendo um atrativo para os alunos e facilitador no processo pedagógico de ensino-aprendizagem, tornando as aulas mais lúdicas e dinâmicas, através de *softwares* educativos. Este desafio já vem sendo contemplado há um tempo. Abordando o contexto histórico da

utilização das tecnologias digitais no Brasil, Silva, J. (2009, p. 5) diz que foi na década de 70, em um seminário na Universidade de São Carlos no Rio de Janeiro, na Conferência Nacional de Tecnologia Aplicada ao Ensino Superior, que foi discutida pela primeira vez a importância do uso de computadores no ensino da física, química e matemática. Essa experiência foi desenvolvida primeiramente no ensino superior.

A autora faz um estudo cronológico da utilização destas tecnologias através da informática educativa no Brasil, que pode ser sintetizado grosseiramente pela tabela da figura 2:

Figura 2 - Cronologia da informática educativa no Brasil

CRONOLOGIA DA INFORMÁTICA EDUCATIVA NO BRASIL	
1960	1ª Experiência Educacional com Informática, na UFRJ área de Física.
1970	Durante esta década as Universidades Federais em parceria com o MEC começaram a estudar o uso do computador na Educação. Uso do computador passou a ser objeto de estudo educacional no Brasil.
1980	Criação da Secretaria Especial de Informática.
1981 (Janeiro)	1º Seminário Nacional de Informática na Educação . Aprovação do Documento: Subsídios para Implantação do Programa de Informática na Educação.
1982	2º Seminário de Informática na Universidade Federal da Bahia.
1983	Criação da Comissão Especial nº 11/83 que elaborou o Projeto EDUCON.
1984	Aprovação do Regimento Interno do Centro de Informática Educativa- CENIFOR.
1985	Aprovação do Plano Setorial: Educação e Informática.
1986	Aprovação do Programa de Ação imediata de Informática na Educação; Centro Piloto Educon; -1º Concurso Nacional de Software Educacional.
1987	- Projeto FOMARI (Unicamp); - 2º Concurso Nacional de Software Educacional.
1988	3º Concurso Nacional de Software Educacional.
1989	FORMAR II (Curso de Espec. em Inf. Educ.) e criação do PRONINFE Prog. Nac. de Inf. Educativa).
1990	Sociedade Brasileira de Computação cria grupo de interesse específico na área de educação.
1991	Aprovação do Documento: Subsídios para Implantação do Programa de Informática na Educação.
1992	Orçamento da União contempla a Informática Educativa.
1996	Criação do PROINFO.
1997 (Abril)	Lançamento do PROINFO pela SEED e até hoje através do Departamento DITEC (no âmbito da SEED) continua desenvolvendo os programas de Inf. na Educação.
1998	Início das atividades das NTE.
2007 (Janeiro)	Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, na cidade de São Paulo.

Fonte: Silva, J. (2009, p. 8)

Como pode ser notado, a utilização das tecnologias digitais nas escolas, no Brasil, se iniciou há mais de 50 anos. Silva, J. (2009, p. 20 apud LOPES, 2002, p. 2) relata que, inicialmente, quando a informática teve seu início nas escolas, o processo foi um pouco caótico. A ideia era inserir a informática como responsável pela modernização, e, para tanto, foram contratados técnicos em informática para serem os professores do assunto. Porém, o

assunto abordado por estes acabava não tendo vínculo com as disciplinas, mas objetivavam oferecer principalmente formação tecnológica, pois os técnicos não tinham formação pedagógica. Dessa forma, vê-se que as tecnologias digitais, mesmo quando abordadas na escola, não eram aplicadas ao desenvolvimento construtivo de disciplinas escolares, onde a Matemática se enquadraria.

Fazendo um paralelo com a atualidade, nas escolas, mesmo havendo laboratórios de informática, faltam profissionais devidamente capacitados, mesmo entre os professores, para fazer uma abordagem que leve a resultados efetivos do uso das tecnologias digitais no processo ensino-aprendizagem. Em contrapartida, há diversas opções disponíveis de *softwares* a serem utilizados. Portanto, é preciso que seja feita uma avaliação para que o *software* escolhido permita a consonância entre o objetivo da aula e a sua finalidade, visto que alguns *softwares* possuem poucos recursos e/ou não são práticos para a utilização em aulas.

Há vários desafios enfrentados pelos desenvolvedores de *softwares*, como, por exemplo, o fato de que engenheiros da computação e educadores falam linguagens diferentes, e costumam pensar em direções diferentes (BURD, 1999, p. 14). Outro desafio é mencionado por Falkembach, a respeito dos profissionais da área de Psicologia e Educação.

Falkembach (2005, p.2 apud Chaves, sem data) diz que:

A produção de software educacional de alta qualidade técnica e com sofisticação pedagógica é um desafio enfrentado pelo Brasil. A produção deste software esbarra na dificuldade de diálogo entre analistas de sistemas e profissionais da área de Psicologia e Educação. Estes profissionais não trocam informações uns com os outros. Concluindo, o que se tem de software educacional é pouco e é material ingênuo do ponto de vista de pedagógico.

Alguns *softwares* estimulam o interesse pelo aprendizado, pois os temas abordados por eles são tratados de forma lúdica e menos mecânica, desenvolvendo com mais facilidade as habilidades intelectuais dos alunos, motivando-os a partir da manipulação que eles têm dos objetos geométricos no *software*.

Segundo Vieira (2015, p. 14 apud Brasil, 2000):

A formação do aluno deve ter como alvo principal a aquisição de conhecimentos básicos, a preparação científica e a capacidade de utilizar as diferentes tecnologias relativas às áreas de atuação... Constata-se a necessidade de investir na área de macroplanejamento, visando a ampliar de modo racional a oferta de vagas. Também é essencial investir na formação dos docentes, uma vez que as medidas sugeridas exigem mudanças na seleção, tratamento dos conteúdos e incorporação de instrumentos tecnológicos modernos, como a informática.

Percebe-se a deficiência do uso da tecnologia na sala de aula. Porém, a partir desta percepção, medidas devem ser (e já até são) tomadas para reverter o quadro atual. Vieira (2015, p. 15 apud CGI, 2015) diz que em 95% das escolas públicas, dentre as que possuem computadores com internet, já não são satisfatórias quanto à qualidade/velocidade de navegação e, ainda, que no Brasil as ações dos governos que visam trazer as TICs para as escolas têm o objetivo apenas infraestrutural.

Toda a sociedade, principalmente a atual geração de jovens, vivencia a facilidade ao acesso à tecnologia, pois é raro se deparar com algum jovem que não esteja com, ao menos, um *smartphone* consigo. Até mesmo crianças já possuem um certo domínio na utilização destes aparelhos, mesmo que seja com o único intuito de se divertirem com jogos.

Nunes (2016, p.23) ressalta que

Nessa nova realidade, em que ambos, professores e alunos, têm acesso a informações por meio virtual ou pela democratização das mesmas, é preciso que elas sejam discutidas no ambiente escolar, pois só a garantia de acesso à informação não possibilitará a aquisição dos conhecimentos necessários a cada etapa em que o indivíduo (aluno) se encontra. Daí, a necessidade de que os nossos alunos sejam questionados e também questionadores, que reflitam sobre suas ações para que a sua formação ultrapasse a mera assimilação de conteúdos.

Na escola, as coisas não seguem o mesmo ritmo. Ainda não há consonância entre o uso de aparelhos eletrônicos (celulares, computadores) e ensino-aprendizagem. Alguns professores são céticos em relação ao uso das tecnologias digitais. Santos, M. (2017, pág. 39) relata sobre a opinião de professores: “Era comum ouvir expressões como ‘o computador não ajuda a aprender, apenas facilita a execução de tarefas’”. Neste sentido, a escola acaba se tornando um local pouco atrativo, onde os alunos são, muitas vezes, proibidos de utilizar tais aparelhos.

De acordo com Santos, M. (2017, pág. 38):

A lousa, os livros muitas vezes desatualizados, a régua de madeira, o velho diário, a lista de exercícios, ainda são os principais recursos utilizados por muitos professores. Enquanto o professor desenvolve sua aula, os alunos enviam mensagens de seus “ipods” ou acessam a internet, com aparelhos celulares cada vez mais avançados ou com seus “netbooks”.

E Lévy (2004, p. 119) diz que:

A técnica em geral não é nem boa, nem má, nem neutra, nem necessária, nem invencível. É uma dimensão, recortada peia mente, de um devir coletivo

heterogêneo e complexo na cidade do mundo. Quanto mais reconhecermos isto, mais nos aproximaremos do advento de uma tecnodemocracia.

Então, o que resta aos professores é o desafio de se atualizarem, saindo da zona de conforto buscando a atenção dos alunos com atrativos que sejam, também, úteis ao processo de ensino-aprendizagem. Há uma necessidade de aprender a utilizar a tecnologia de forma a ser realmente útil na sala de aula.

### **2.3 Ensino da Geometria e as Tecnologias Digitais**

O ensino da Matemática (e da Geometria) apresenta falhas que devem ser estudadas com o intuito de melhorar o aprendizado dos discentes, sendo que este não tem sido satisfatório, visto, por exemplos, nos últimos resultados das avaliações do Simave. Especificamente, a Geometria se depara com um forte agravante, pois, muitas vezes, alguns professores de Matemática optam por não ensinarem Geometria em suas aulas, mesmo este sendo um conteúdo recomendado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Em algumas escolas, com o intuito de amenizar este problema, há a disciplina Desenho Geométrico. O que faz com que o aluno, muitas vezes, não veja como a Geometria e a Matemática possuem uma intrínseca ligação. Outro problema no ensino da Geometria se dá no fato de que diversos conceitos de Geometria utilizados de forma rotineira nas salas de aula, como área, perímetro, volume, ângulo, dentre outros, mas que, por terem sido trabalhados de forma muito superficial, acabam não fazendo muito sentido para a maioria dos alunos, deixando lacunas no entendimento real de seu significado. Ao mesmo tempo, temos que diversos conceitos geométricos são utilizados por diversos profissionais, como pedreiros, pintores, sem ao menos terem conhecimento teórico dos conceitos utilizados (MARTINS, L., 2008).

Sobre o abandono do ensino da Geometria nas escolas, este é um fenômeno mundial. Os motivos e as consequências do ensino da Geometria possuem alguns questionamentos relacionados, por exemplo, à falta de uma visão integrada da matemática. O trabalho com ela pode proporcionar o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo (PAVANELLO, 1993, p.7). Assim, o ensino da Geometria é visto de forma divergente entre os professores de Matemática, onde alguns, por diversos motivos, optam por omiti-lo, principalmente no ensino fundamental, deixando para o ensino médio a tarefa que, mesmo realizada, acaba sendo insuficiente para dar conta de todo o conteúdo.

Diversas são as hipóteses que tentam justificar o abandono do ensino da Geometria. Dentre elas, podem ser citadas as dificuldades que os próprios professores têm com o conteúdo, deixando-o para o final do ano letivo ou mesmo não o abordando. Segundo Lorenzato (1995, p. 3), em uma pesquisa realizada com 255 professores de 1ª a 4ª séries, submetidos a 8 questões referentes à Geometria Plana Euclidiana, foram obtidas 2040 respostas erradas (número máximo de erros). Assim, não há como ensinar o que não se sabe. Este fato ocasiona uma sucessão de eventos onde o ensino é prejudicado e acaba por refletir na graduação, formando, assim, professores com esta deficiência, por não haver o interesse pela Geometria.

Outro fator negativo é a falta de visão geométrica por parte dos alunos, que acabam resumindo tudo ao uso de fórmulas, sem compreender de fato a essência de sua utilização. O que leva a um questionamento bastante pertinente sobre este fato: “a ausência de um trabalho com a geometria não prejudicaria uma visão integrada com a matemática?” (PAVANELLO, 1993, p. 7).

Esta autora ressalta a divergência de opiniões pelos matemáticos quanto ao ensino da Geometria, onde alguns defendem a sua substituição por outro conteúdo contemporâneo, enquanto outros ressaltam a importância da Geometria, inclusive, para os conteúdos contemporâneos. Além disso, no Brasil, o contexto histórico nos traz à nossa situação atual, pois o ensino era essencialmente prático, buscando apenas técnicas operatórias para situações cotidianas.

Pavanello (1993) descreve as causas, abordando o contexto das modificações sócio-político-econômicas, e consequências do abandono do ensino da geometria no Brasil, onde sempre se priorizou o algebrismo, talvez, por insegurança por parte dos docentes, esta, por sua vez, é advinda de diversos fatores, como, em alguns casos, má formação (oriunda de cursos de licenciatura conhecidos como “curtas”).

Segundo Pavanello (1993, p.16)

[...] o trabalho com a álgebra pode acostumar o indivíduo a operar sem questionamento sobre regras pré-estabelecidas, a fazer isto ou aquilo, sem questionar o que faz. O efetuado com a geometria, por sua vez, pode proporcionar o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo.

Assim, tem-se que há uma necessidade de abordar propriamente o ensino da geometria, visando condicionar melhor os alunos ao pensamento crítico, este que se faz tão

necessário na nossa sociedade. Lorenzato (1995) afirma que, dentre as inúmeras causas do abandono do ensino da geometria em sala de aula, duas atuam de forma mais forte e direta que as demais. Uma delas é a falta de conhecimento para a prática pedagógica do assunto e a outra é que, devido à extensa jornada de trabalho, o livro didático acaba tendo um papel importante demais, exagerado, no processo de ensino; o que acaba contribuindo de forma negativa, visto que nele a geometria é abordada como um conjunto de fórmulas, definições, propriedades e nomes.

O CBC (2007, p.37) de Minas Gerais diz que:

A geometria estimula a capacidade de observação do aluno, sua criatividade, por meio do uso de formas geométricas para visualizar, representar ou descrever objetos. Ela, ainda, propicia a oportunidade de utilizar o raciocínio lógico-dedutivo para a validação de seus resultados, permite calcular e/ou fazer estimativas.

Portanto, é necessário que haja uma mudança de postura de parte dos professores de Matemática, visando a devida abordagem da Geometria. A partir da superação das dificuldades iniciais pelos professores, o desafio seguinte será a compreensão pelos alunos, pois grande parte tem dificuldade de abstração. Porém, com a utilização de recursos que permitam uma melhor visualização das construções, os processos de ensino-aprendizagem se tornam menos complexos, despertando mais interesse e curiosidade pelos alunos em utilizar a criatividade e o raciocínio na resolução de situações-problema. Mas, para utilizá-los corretamente na sala de aula, é necessário que haja uma correta preparação dos professores.

Segundo Martins, L. (2008, p.15 apud D'AMBROSIO, 2001, p. 58)

Hoje a matemática vem passando por uma grande transformação. Isso é absolutamente natural. Os meios de observação, de coleção de dados e de processamento desses dados, que são essências na criação da matemática, mudaram profundamente. Não que se tenha relaxado o rigor, mas, sem dúvida, o rigor científico hoje é de outra natureza.

Um ponto relevante na relação entre a Matemática e a tecnologia é dito por Santos.

Segundo Santos M. (2017, p. 40 apud D'AMBROSIO, 1996):

Ao longo da evolução da humanidade, Matemática e tecnologia se desenvolveram em íntima associação, numa relação que poderíamos dizer simbiótica. A tecnologia entendida como convergência do saber (ciência) e do fazer (técnica), e a matemática são intrínsecas à busca solidária do sobreviver e de transcender. A geração do conhecimento matemático não pode, portanto, ser dissociada da tecnologia disponível.

Dentre os recursos tecnológicos digitais disponíveis, a internet merece destaque, por trazer consigo o acesso facilitado à informação, além de ser possível conseguir diversos *softwares* educativos (alguns gratuitos), como o GeoGebra, abrindo campo a novas perspectivas do uso das tecnologias disponíveis na sala de aula e fora dela.

Talvez por estarem cercados de tantas informações, principalmente no que diz respeito ao acesso e à utilização da tecnologia, falta a percepção por parte dos alunos de que as formas geométricas não partem da Matemática, mas foram abordadas geometricamente na matemática por conta de observações de formas presentes na natureza. Tahan (2001, p. 34) diz que “A geometria existe por toda parte, no disco do sol, na folha da tamareira, no arco-íris, na borboleta, no diamante, na estrela-do-mar e até num pequenino grão de areia. Há, enfim, infinita variedade de formas geométricas espalhadas pela natureza.” Então, reconhecer as formas geométricas pode acabar se tornando menos pesada se for possível vê-las e fazer algumas manipulações.

Santos M. (2017, p.43) diz que:

[...] o desafio para o professor é ensinar com tecnologia, ou seja, empregar uma sequência didática em que o computador, através de um software educativo, seja utilizado para desenvolver um conteúdo. É o computador como parte do planejamento do professor, não sendo utilizado para fins ilustrativos, que pelas suas características (som, imagens coloridas, animações, ...) acaba causando uma mera impressão visual, porém, sem resultados significativos em termos de aprendizagem. Nessa perspectiva, a informática adquire um importante significado no processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

Dessa forma, Santos M. motiva a elaboração de trabalhos como este, podendo servir como material de pesquisa para profissionais do ensino que tenham interesse em utilizar o GeoGebra durante as aulas de Geometria Espacial no Ensino Médio. A escolha desse *software* se deu pelo fato de ser livre e, normalmente, já vir instalado nos computadores dos laboratórios de informática das escolas. Segundo Gravina et. al. (2012, p. 37), sobre o GeoGebra “é um *software* com consistente e interessante menu para se trabalhar com a geometria euclidiana”. Este programa permite uma grande facilidade para o professor apresentar os temas, fazendo com que os alunos abstraíam mais rapidamente os conteúdos abordados.

Com o GeoGebra, a Geometria, disciplina onde o seu ensino é, muitas vezes, evitada por grande parte dos professores, mesmo se tratando de um conteúdo abordado nos PCNs,

passa a ser facilmente percebido, mesmo por quem tem dificuldades em aprendê-lo em sala de aula, onde os recursos são limitados.

## 2.4 Breves Considerações Sobre o GeoGebra

O GeoGebra é um *software* educacional matemático gratuito bastante popular. Possui várias possibilidades de utilização no ensino (do básico ao universitário), o que o torna bastante utilizado pelos educadores. O projeto teve seu início em 2001, primeiramente desenvolvido na *Universitat Salzburg*, posteriormente na *Florida Atlantic University*, foi criado por Markus Hohenwarter visando sua utilização em sala de aula.

O *software* possibilita a realização de construções geométricas, utilização de funções que modificam de forma dinâmica as construções, inserção de equações onde o gráfico é prontamente plotado, além de ser capaz de operar com vetores, derivar e integrar funções, dentre outros. Portanto, o GeoGebra reúne ferramentas de geometria à álgebra e ao cálculo, de forma didática, mesclando características geométricas e algébricas.

Segundo Magalhães e Moura (2016), o GeoGebra obteve os seguintes prêmios:

- EASA 2002 - *European Academic Software Award* (Ronneby, Suécia).
- Learnie Award 2003 - *Austrian Educational Software Award* (Viena, Áustria)
- Digita 2004 - *German Educational Software Award* (Colônia, Alemanha).
- Comenius 2004 - *German Educational Media Award* (Berlim, Alemanha).
- Learnie Award 2005 - *Austrian Educational Software Award for "Spezielle Relativitätstheorie mit GeoGebra"* (Viena, Áustria).
- Trophées du Libre 2005 - Prêmio Internacional de *Software* Livre, categoria Educação (Soissons, França)
- Twinning Award 2006 - 1º Prêmio no "Desafio dos Círculos" com GeoGebra (Linz, Áustria).
- Learnie Award 2006 - Prêmio Austríaco de *Software* Educacional (Viena, Áustria).

No Brasil há os Institutos GeoGebra, parceiros do IGI (International GeoGebra Institutes) cujo propósito é estimular o uso do GeoGebra nos processos de ensino e aprendizagem. De acordo com o Instituto GeoGebra (2017), seu objetivo é criar

[...] uma comunidade aberta que compartilhe seus conhecimentos no treinamento, suporte e desenvolvimento de materiais de apoio para alunos e

professores, promovendo a colaboração entre profissionais e pesquisadores. Nossas metas são (1) desenvolver materiais gratuitos no treinamento do GeoGebra como ferramenta para o ensino, a aprendizagem e a divulgação da matemática a todos os públicos, (2) oferecer oficinas (workshops) para professores, certificando-os no uso deste material no Brasil (e, particularmente, no Estado do Rio de Janeiro) e (3) fazer formação presencial e a distância de professores e alunos de licenciaturas em matemática.

### 3 METODOLOGIA

Neste capítulo serão abordados os procedimentos metodológicos deste estudo, caracterizando a natureza do trabalho, o público alvo, e as atividades desenvolvidas, inclusive, os motivos para que fossem tais atividades as utilizadas.

#### 3.1 Natureza do Trabalho

Neste trabalho foi utilizada a Pesquisa Participante do tipo Intervenção como metodologia. Esta modalidade de pesquisa, a participativa, foca na função do investigador, problematizando a relação deste com o grupo pesquisado na intenção de criar vínculo de confiança e outras situações favoráveis a uma melhor coleta de informações. Ainda, esta modalidade tem o intuito de mostrar as mudanças na produção do conhecimento. Não concentra suas preocupações em torno da relação entre investigação e ação dentro da situação considerada.

Aguiar e Rocha (2003, p. 251, apud OLIVEIRA e OLIVEIRA, 1985), mostram que:

Para desenvolver uma metodologia participativa, tornou-se necessária a mudança na postura do pesquisador e dos pesquisados, uma vez que todos passam a ser co-autores do processo de diagnóstico da situação-problema e da construção de caminhos para o enfrentamento e solução das questões. É um processo contínuo que acontece no curso da vida diária, transforma os sujeitos e demanda desdobramentos de práticas e relações entre os participantes

De acordo com estes autores, na pesquisa participativa há a necessidade de mudança na postura dos sujeitos envolvidos no estudo, visto que ambos são co-autores do processo de diagnóstico da situação-problema e dos caminhos necessários para a resolução desta. É um processo contínuo que acontece dia após dia, transformando os participantes, através de práticas e relações entre eles.

Na pesquisa participativa, independentemente de ter ou não prazo para seu desenvolvimento, o que pode variar de acordo com disponibilidade de recursos materiais e humanos, o conhecimento produzido deve estar disponível para todos e que sirva de modelo e instrumento no intuito de melhorar a qualidade de vida de um grupo. Deste modo, esta é uma modalidade de pesquisa que prioriza determinados objetivos e envolve diferentes modos de ações investigativas.

Na metodologia da pesquisa-intervenção, nota-se que um dos diferenciais é a busca pela investigação da vida da sociedade no seu aspecto qualitativo com uma abordagem de análise social (AGUIAR E ROCHA, 2003). Esta modalidade de pesquisa surgiu na França nos anos 60 e na região latino-americana nas décadas seguintes, onde se afirmou como uma prática ético-estético-política.

A pesquisa-intervenção se diferencia dos métodos tradicionais, aprofundando nas bases teóricas e metodológicas das pesquisas participativas, sendo transformadora da realidade social e política, visto que seu objetivo é intervenção de ordem micropolítica na experiência social. O intuito é criar uma atitude de pesquisa, pois a ideia de interferência na relação do objeto pesquisado/sujeito será radicalizada, e esta interferência não pode ser considerada uma barreira própria às pesquisas sociais, pois é, antes uma condição do próprio conhecimento (AGUIAR E ROCHA, 2003, apud SANTOS, 1987).

Assim, a pesquisa afirma seu aspecto de desmontar discursos tradicionais, priorizando a fórmula de transformar para conhecer. Para o desenvolvimento desta forma de pesquisa, há a necessidade da compreensão de sujeito e de grupo, de práticas de liberdade e autonomia, bem como ação transformadora. A relação pesquisador/objeto pesquisado está sempre em movimento, o que irá direcionar seu próprio caminho de pesquisa, tornando-se uma produção do grupo envolvido. É, então, uma modalidade de intervenção, na medida em que analisa o cotidiano em suas tarefas, funcionalidades e práticas, estas são, pois, variáveis indispensáveis à manutenção de uma área de trabalho configurando-se como produtivo e eficiente no contexto do mundo moderno.

A pesquisa participante possui alguns aspectos metodológicos que a diferencia das demais modalidades de pesquisa; dos quais podemos citar Autenticidade e Compromisso. A Autenticidade é baseada na construção do saber com base no saber do sujeito-objeto da pesquisa, baseado na prática comunitária com compromisso na construção de um novo saber, com honestidade e confiança de ambas as partes envolvidas na pesquisa. O Compromisso é fator fundamental, pois o sujeito-objeto deve estar disposto a colaborar, e, sem sua participação, o estudo ficaria impossibilitado de ser realizado. O antidogmatismo é também uma característica importante da pesquisa participante, visto que, o dogmatismo acarreta prejuízos nas pesquisas científicas, por se prender a paradigmas previamente estabelecidos, estes que, no caso deste trabalho, não acompanharam o desenvolvimento das novas tecnologias, que são uma das ferramentas desta pesquisa.

Segundo Santos R. (2012),

A Pesquisa Participante é uma forma de praticar a ciência sem valores absolutos no conhecimento científico porque este varia conforme os interesses e objetivos dos indivíduos, ou grupo de indivíduos, envolvidos na construção e acumulação do conhecimento. Então, quem pratica a Pesquisa Participante deve estabelecer uma comunicação diferenciada, de acordo com o nível de desenvolvimento político e educacional dos grupos de base daqueles que fornecem a informação. Nada de linguagem rebuscada, erudita, que foge à compreensão dos indivíduos envolvidos na pesquisa. A comunicação deve ser simples para ser acessível a todos e todas. O pesquisador deve aprender a ouvir os discursos com diferentes sintaxes culturais e adotar a humildade daqueles que desejam aprender a aprender.

### **3.2 Público Alvo**

Desenvolvi esse estudo na escola em que também atuo como professor, a Escola Estadual Waldemar Neves da Rocha, Teófilo Otoni, MG. Assim, já conhecendo a comunidade escolar e as dificuldades que os alunos apresentam em Geometria, tornou-se cômodo escolher o próprio ambiente de trabalho como local para desenvolver a pesquisa. Contudo, houve um ponto de divergência na escolha dos alunos por conta de que a Geometria Espacial é conteúdo do 2º ano do Ensino Médio. Porém, tendo em vista necessidades mais urgentes dos alunos do 3º ano, que teriam provas de acesso ao ensino superior (Enem e Vestibulares) no corrente ano, estes foram o público alvo.

Sobre os alunos do 2º ano, terão oportunidades de realizarem as atividades deste trabalho, pois este terá continuidade, implementações futuras e será um material para uso contínuo em salas de aula.

Assim, as atividades foram desenvolvidas com 22 alunos do 3º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Dr. Waldemar Neves da Rocha.

### **3.3 Construção e desenvolvimento das atividades**

O processo de construção das atividades teve seu início durante o 10º curso de GeoGebra oferecido pelo Ogeogebra, ocorrido entre 06 de julho à 23 de agosto de 2016. Este curso, juntamente com as experiências em sala de aula permitiram o desenvolvimento das ideias para as atividades das oficinas. Tendo em vista que o público alvo não tinha contato com o *software*, as atividades foram desenvolvidas com o uso de tutoriais, visando a inserção dos comandos de forma gradativa.

A escolha das atividades a serem elaboradas se deu a partir dos conteúdos da Geometria Espacial sendo restrita ao que é proposto no Ensino Médio, tendo em vista o público alvo. Conforme o Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública – Simave (2015), onde se tem a Matriz de Referência de Matemática – PROEB 2015, os principais tópicos de Geometria pertinentes ao tema deste trabalho são:

D02 – Corresponder figuras tridimensionais às suas planificações ou vistas.

D30 - Utilizar o cálculo da medida de área da superfície dos principais sólidos geométricos na resolução de problemas.

Além destes dois tópicos, foram abordados outros assuntos, como poliedros diversos, principalmente pirâmides e prismas, relação de Euler, princípio de Cavalieri, cones e esferas.

De acordo com Brasil – Portal MEC (2008, p. 75)

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas. Esse estudo apresenta dois aspectos – a geometria que leva à trigonometria e a geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes.

Neste trabalho, as atividades contemplam apenas a Geometria sobre o aspecto de cálculo de comprimentos, áreas e volumes. Nas três primeiras atividades foram abordadas as construções de pontos e retas no plano  $XY$  e fora dele, planos e sólidos geométricos (poliedros e corpos redondos). Posteriormente, foram desenvolvidas atividades que permitiam analisar planificações, volumes, princípio de Cavalieri, área lateral, área total de diversos sólidos, diagonal de um bloco retangular e uma atividade que permite visualizar os produtos notáveis quadrado da soma e cubo da soma de dois termos.

Mas, antes do início das atividades, realizei uma pequena introdução ao uso do *software*, visando que o público alvo conheça os menus, principais ícones e janelas do GeoGebra.

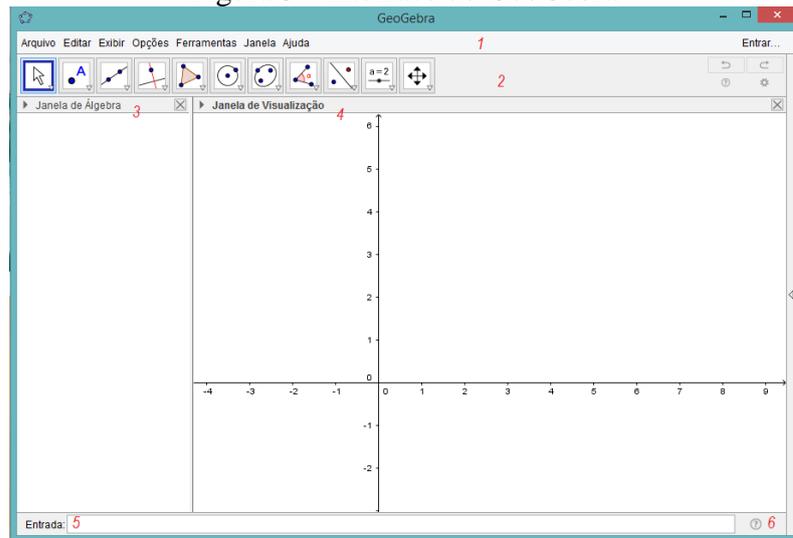
A seguir, serão mostradas a introdução e as atividades desenvolvidas.

### **3.3.1 Introdução ao Uso *software* GeoGebra**

‘O GeoGebra possui uma interface bastante intuitiva, onde os ícones são nomeados de acordo com as suas funções. Por isso ele é de fácil uso, sendo que cada ícone mostra, juntamente com o seu nome, a sua função.

No início da primeira oficina foi feita uma apresentação da interface do GeoGebra (figura 3), bem como de seus principais itens.

Figura 3 - Interface do GeoGebra



Fonte: própria

Legenda:

- 1) Barra de Menus
- 2) Barra de Ferramentas
- 3) Janela de Álgebra
- 4) Janela de Visualização
- 5) Entrada
- 6) Ajuda

A barra de ferramentas possui onze conjuntos de ícones, dos quais alguns serão detalhados a seguir (figura 4). Para acessar os ícones de cada ferramenta, basta clicar no canto inferior direito da ferramenta (há uma setinha branca, que fica vermelha quando o cursor está sobre ela) e selecionar o ícone desejado.

Figura 4 - Ícones da barra de ferramentas



Fonte: própria

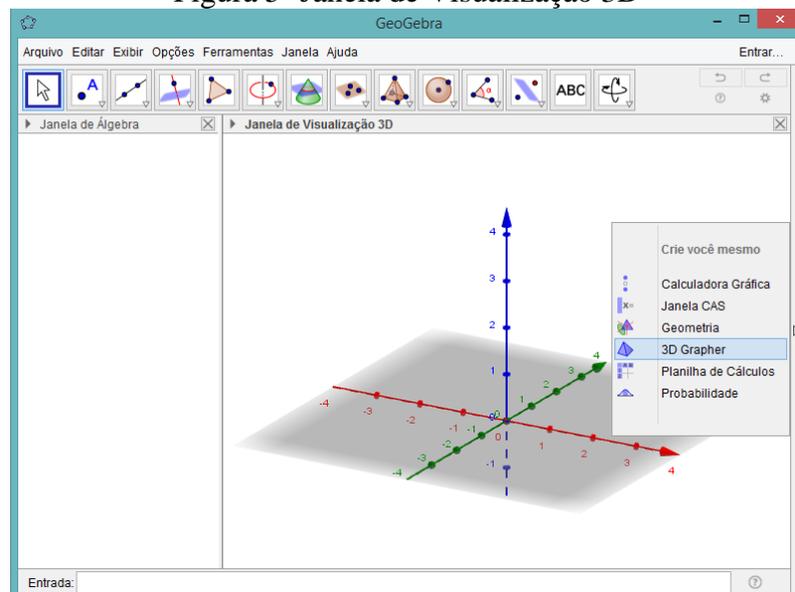
Para se realizar qualquer construção no GeoGebra, basta clicar no ícone correspondente e, depois, clicar na janela de visualização. Outra forma seria digitar comandos no Campo de Entrada.

### 3.3.2 Atividade 1 – Conhecendo o ambiente 3D: pontos e retas.

Para que se tenha acesso à janela de visualização 3D (figura 5) no GeoGebra, pode-se clicar na seta localizada na lateral direita do *software* e selecionar “Janela 3D”, ou, ainda, pode-se ir ao Menu Exibir na barra de Menus e selecionar “Janela de Visualização 3D”.

#### Atividade 1.1 – Abrir a janela de visualização 3D.

Figura 5- Janela de Visualização 3D



Fonte: própria.

É possível trabalhar simultaneamente com as duas janelas de visualização. Para tanto, basta ir ao menu Exibir e selecionar as janelas de visualização desejadas.

As janelas de visualização 2D e 3D possuem barras de ferramentas distintas (figuras 6 e 7, respectivamente). Para acessá-las, basta clicar na janela de visualização desejada.

Figura 6 - Barra de ferramentas da janela 2D



Fonte: própria.

Figura 7 - Barra de ferramentas da janela 3D



Fonte: própria.

**Atividade 1.2 – Construir um ponto  $A$  no plano  $XY$  e 3 pontos  $B$ ,  $C$  e  $D$  fora do plano  $XY$ .**

Passo 1: para construir o ponto  $A$ , basta selecionar o ícone *Ponto* (figura 8) na janela de visualização 2D e clicar em qualquer lugar da janela.

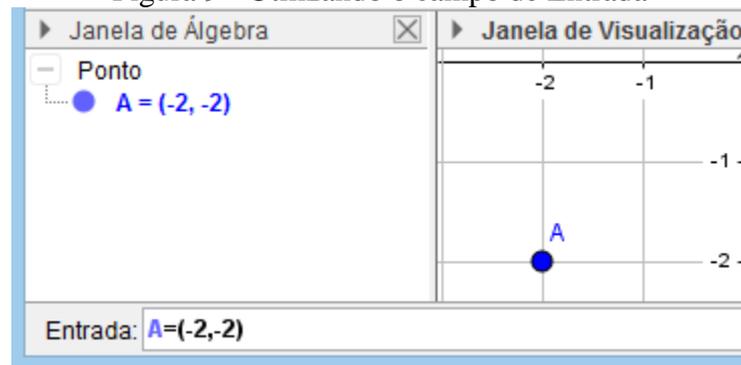
Figura 8 – Ícone *Ponto*



Fonte: própria

Outra maneira de se realizar a construção de um ponto é digitando no campo entrada (figura 9): “ $Ponto = (n, m)$ ”, em que “ $n$  e  $m$ ” são as coordenadas  $x$  e  $y$  do ponto, respectivamente. Por exemplo, para construir o ponto  $A$  de coordenadas  $x = 1$  e  $y = 4$ , deve ser digitado o comando “ $A = (1,4)$ ”.

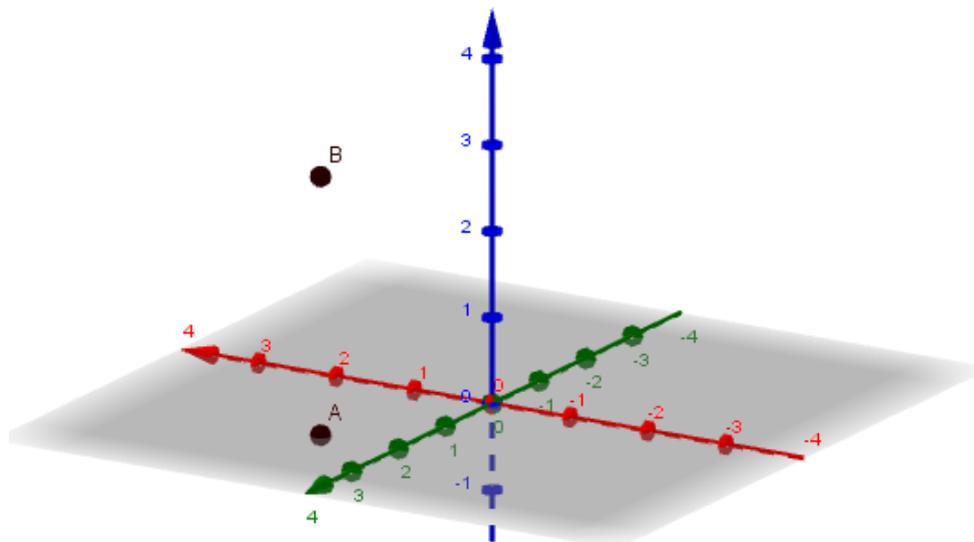
Figura 9 - Utilizando o campo de Entrada



Fonte: própria

Passo 2: para construir o ponto  $B$  de coordenadas  $x = 1$ ,  $y = 2$  e  $z = 3$ , basta escrever no campo Entrada “ $B = (1,2,3)$ ”. Assim, o ponto estará fora do plano  $XY$ , conforme pode ser visto na figura 10.

De maneira geral, para se obter pontos fora do plano  $XY$ , basta digitar no campo de entrada as coordenadas do ponto: “ $Ponto = (m,n,p)$ ”, com  $p \neq 0$ .

Figura 10 – Ponto  $A$  no plano  $XY$  e ponto  $B$  fora dele

Fonte: própria.

**Atividade 1.3 - Construir retas que intersectam o plano  $XY$ , através de dois pontos construídos.**

Passo 1: Clique no ícone *Reta* (figura 11), dentre as ferramentas da janela de visualização 3D

Figura 11 - Ícone *Reta* da janela de visualização 3D

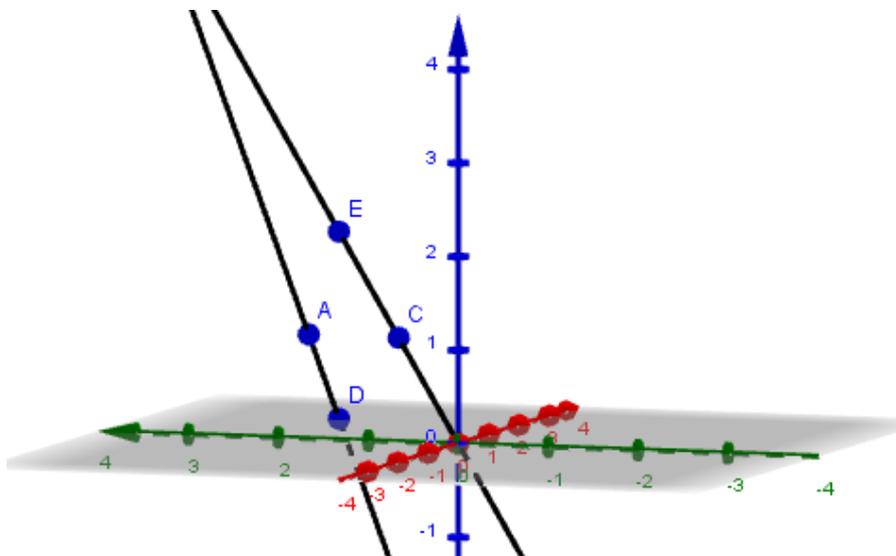


Fonte: própria

Passo 2: Selecione dois pontos de modo que a reta determinada por eles não seja paralela ao plano  $XY$ .

Na figura 12 há exemplos de retas intersectando o plano  $XY$ .

Figura 12 - Retas intersectando o plano  $XY$



Fonte: própria

Para refletir:

- Qual é a coordenada  $Z$  dos pontos que pertencem ao plano  $XY$  (os que podem ser visualizados na janela de visualização 2D)?
- Qual a condição para que uma reta determinada por dois pontos não seja paralela ao plano  $XY$ ?

### 3.3.3 Atividade 2 – Planos

**Atividade 2.1 – Construir um plano por três pontos a partir de pontos construídos.**

Passo 1: Selecione o ícone *Plano por três pontos* (figura 13) e clique em três pontos.

Figura 13 - Ícone *Plano por três pontos*

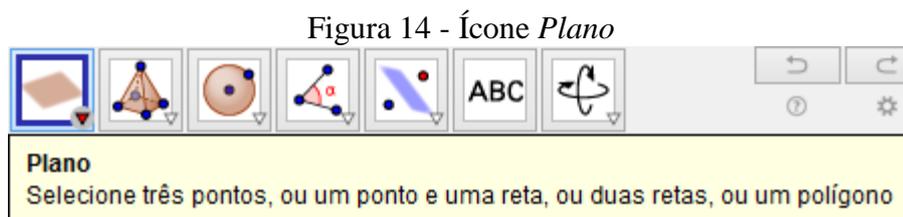
Fonte: própria

### Atividade 2.2 – Construir um plano a partir de:

a) **Uma reta e um ponto não pertencente a ela.**

Passo 1: Marque 3 pontos não colineares e construa uma reta a partir de 2 pontos quaisquer.

Passo 2: Utilize o ícone *Plano* (figura 14) para construir o plano.



Fonte: própria.

b) **Duas retas concorrentes**

Passo 1: construa duas retas concorrentes.

Passo 2: utilize o ícone *Plano* e clique nas retas construídas.

c) **Duas retas paralelas**

Passo 1: construa uma reta a partir de 2 pontos e um terceiro ponto fora desta reta.

Passo 2: clique no ícone *Reta Paralela* (figura 15) para construir uma reta paralela à reta criada no passo anterior. Esta reta paralela criada é única?

Passo 3: utilize o ícone *Plano* e clique nas duas retas construídas.

Figura 15 - Ícone *Reta Paralela*

Fonte: própria

### Atividade 2.3 – Construir um plano e retas, tais que:

- Uma delas seja paralela e não pertencente ao plano
- Uma delas seja concorrente ao plano
- Uma delas seja pertencente ao plano

### Atividade 2.4 – Construir dois planos paralelos e uma reta perpendicular a eles.

Para reflexão:

- Qual a condição para que 3 pontos determinem um único plano?
- Qual a condição para que uma reta e um ponto determinem um plano?
- Como podemos identificar que uma reta é paralela a um plano?

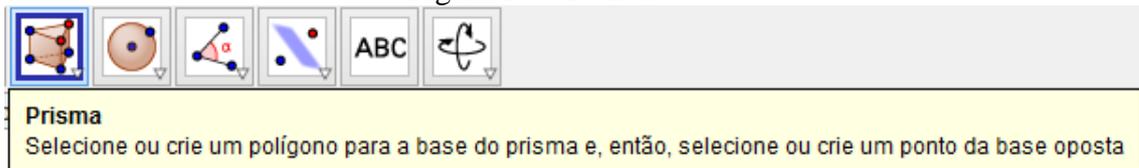
## 3.3.4 Atividade 3 - Construção de sólidos geométricos

### Atividade 3.1 – Construção de um Prisma

Passo 1: Construa um ponto fora do plano  $XY$  (exemplo:  $A = (1,1,3)$ ).

Passo 2: Com o ícone *Prisma* selecionado (figura 16), clique em pontos no plano  $XY$  para que se construa um polígono (na janela de visualização 3D).

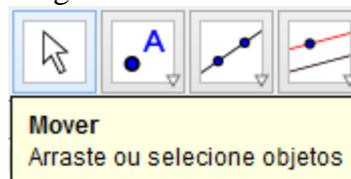
Passo 3: Clique no ponto A para finalizar a construção.

Figura 16 – Ícone *Prisma*

Fonte: própria

Passo 4: Com o ícone *Mover* (figura 17) selecionado, mova o ponto *A* e observe como é modificado o prisma construído.

O volume do prisma é alterado ao se mover o ponto *A*? Justifique.

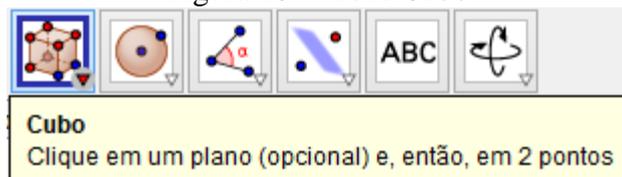
Figura 17 - Ícone *Mover*

Fonte: própria

### Atividade 3.2 – Construir um cubo

Passo 1: Selecione o ícone *Cubo* (figura 18) e clique em dois pontos (*A* e *B*) na janela de visualização 3D (podem ser pontos já construídos previamente).

Passo 2: Selecione o ícone *Mover* e mova os pontos *A* e *B*. O que você pode observar?

Figura 18 – Ícone *Cubo*

Fonte: própria

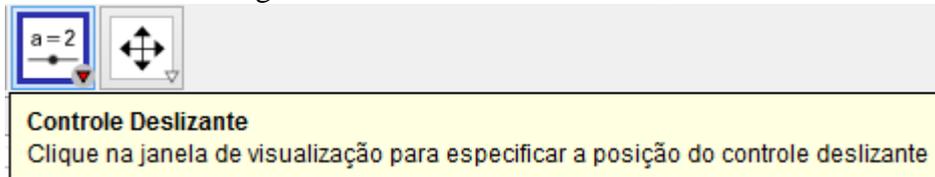
### Atividade 3.3 - Construir e fazer a planificação de prismas retos

Vamos, agora, abordar a construção de alguns sólidos geométricos específicos e sua planificação. Para construirmos um prisma reto, basta seguir os seguintes passos:

Passo 1: construa, na janela de visualização 2D, dois controles deslizantes. Para isto, selecione o ícone *Controle Deslizante* (figura 19) e clique na janela 2D. Irá aparecer uma janela com dados deste controle (conforme a figura 20). Preencha os dados da seguinte

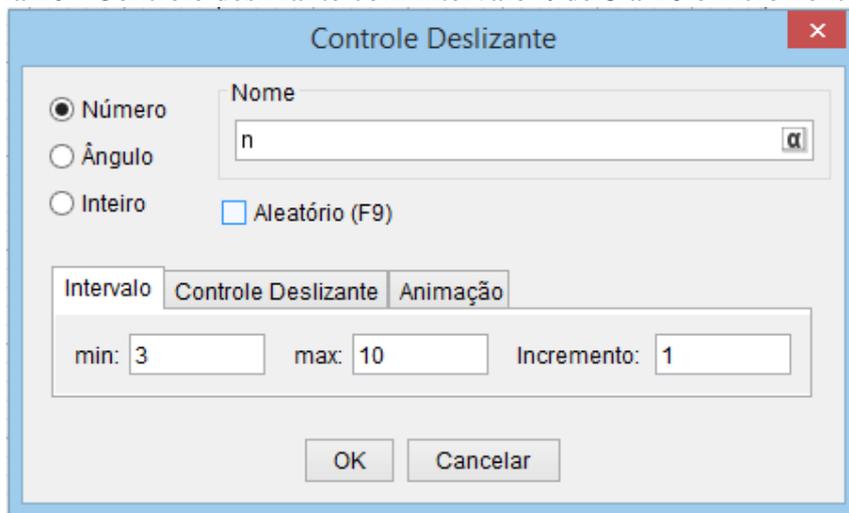
maneira: em um deles use o nome  $n$  com intervalo de 3 a 10 e incremento de 1; e no outro use o nome  $h$ , com intervalo de 0 a 3 e incremento de 0.1.

Figura 19 – Ícone *Controle Deslizante*



Fonte: própria

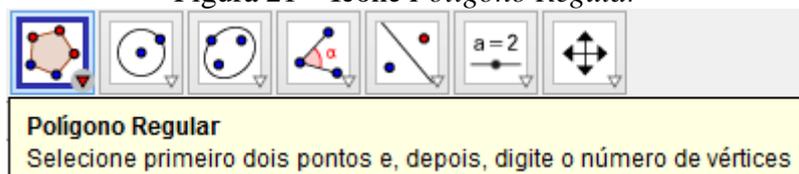
Figura 20 - Controle deslizante com intervalo  $n$  de 3 a 10 e incremento de 1



Fonte: própria

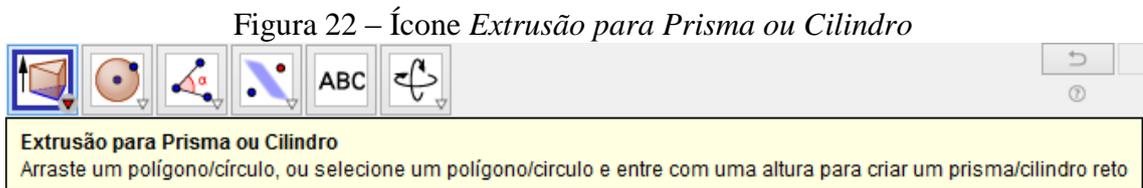
Passo 2: construa um polígono regular na janela de visualização 2D a partir de 2 pontos e com  $n$  lados. Para isto, selecione o ícone *Polígono Regular* (figura 21), clique em dois pontos na janela 2D e, ao ser solicitado o número de lados do polígono, digite “ $n$ ”. O que o controle  $n$  faz com o polígono ao ter seus valores alterados?

Figura 21 – Ícone *Polígono Regular*



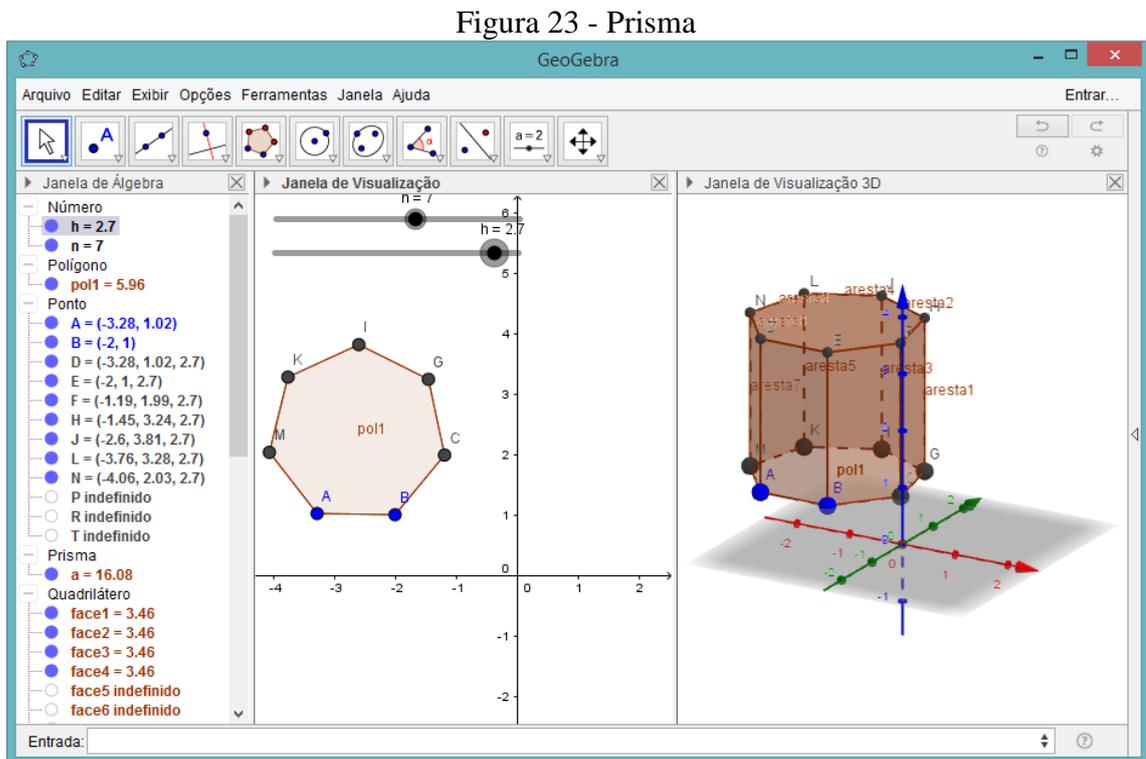
Fonte: própria

Passo 3: na janela de visualização 3D, selecione o ícone *Extrusão para Prisma ou Cilindro* (figura 22) e clique no polígono construído no passo 2. Será pedido um valor numérico para a altura, escreva  $h$ . E que o controle  $h$  altera o poliedro?



Fonte: própria.

Assim, terá sido criado um prisma, como na figura 23, com número de lados do polígono da base e altura controláveis pelos controles deslizantes.



Fonte: própria.

Passo 4: Para fazer a planificação do sólido construído, selecione o ícone *Planificação* (figura 24) e, em seguida, clique no sólido.

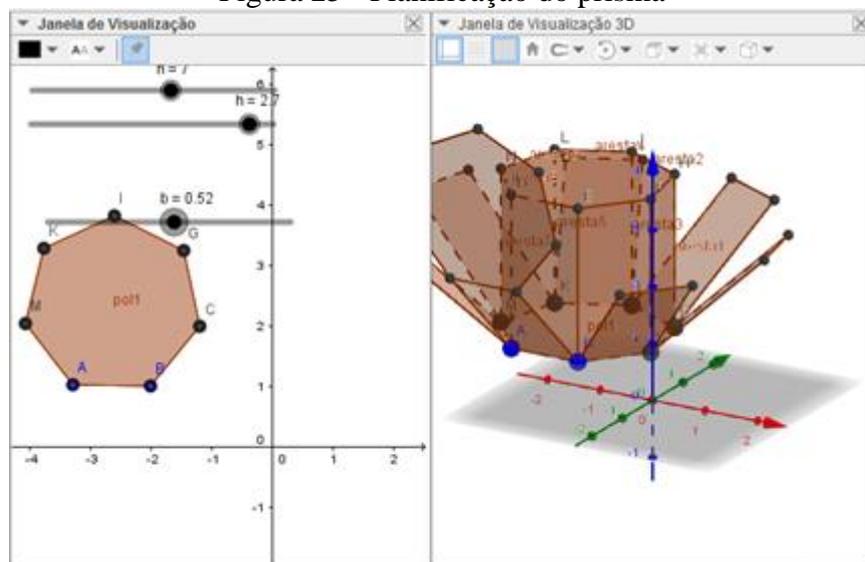
Figura 24 - Ícone *Planificação*

Fonte: própria.

Será criado um controle deslizante que vai de 0 a 1. Altere os valores deste controle deslizante (figura 25).

O que você observa? Qual o significado destes números (0 e 1)?

Figura 25 - Planificação do prisma



Fonte: própria.

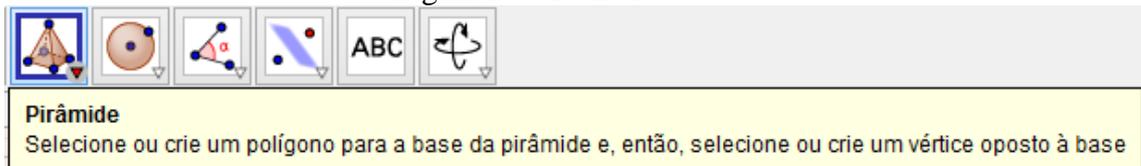
### Atividade 3.4 – Construir uma Pirâmide

Passo 1: Construa um ponto *A* fora do plano *XY*.

Passo 2: selecione o ícone *Pirâmide* (figura 26) e clique em alguns pontos no plano para a construção de um polígono (será a base da pirâmide); ao finalizar a construção do polígono, clique no ponto previamente construído.

Pense um pouco: O que este ponto *A* é da pirâmide?

Passo 3: Utilize o ícone *Mover* e mova o ponto *A*. O que acontece com o volume da pirâmide na medida em que o ponto *A* varia de posição?

Figura 26 – Ícone *Pirâmide*

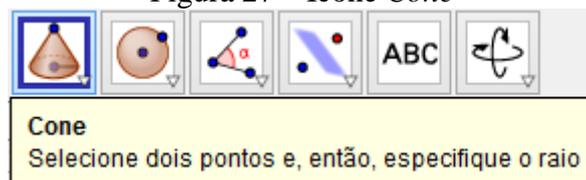
Fonte: própria.

### Atividade 3.5 – Construir um Cone

Passo 1: Construa dois pontos, *A* e *B*.

Passo 2: Selecione o ícone *Cone* (figura 27) e selecione os pontos construídos. Será solicitado que digite um número para o raio da base do cone.

O que os pontos *A* e *B* representam no cone construído?

Figura 27 – Ícone *Cone*

Fonte: própria

### Atividade 3.6 – Construir um Cilindro

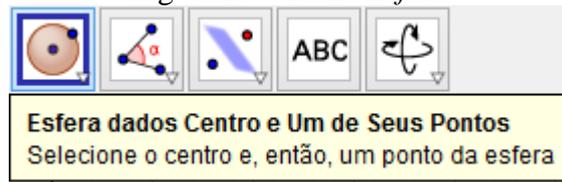
A construção do Cilindro se dá de forma análoga à construção do Cone, diferindo apenas no ícone que, neste caso, é o ícone *Cilindro* (figura 28).

Figura 28 – Ícone *Cilindro*

Fonte: própria

### Atividade 3.7 – Construir uma Esfera

Para que se construa uma esfera (figura 29), selecione o ícone *Esfera* e clique em dois pontos. O que estes pontos determinam na esfera construída?

Figura 29 – Ícone *Esfera*

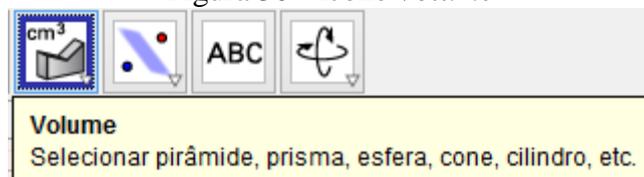
Fonte: própria

### 3.3.5 Atividade 4 - Planificação e volume do cubo

**Atividade 4.1 - Na janela de Visualização 3D, selecionar o ícone *Cubo* e marcar dois pontos do plano *XY*.**

O que estes pontos definem?

**Atividade 4.2 - Para conhecer o volume do cubo construído, selecionar o ícone *Volume* (figura 30) e, em seguida, clicar no cubo.**

Figura 30 - Ícone *Volume*

Fonte: própria

**Atividade 4.3 - Selecionar a ferramenta *Planificação* e clicar no cubo construído.**

Será exibido na Janela de Visualização 2D um controle deslizante que permite controlar a planificação do cubo.

**Atividade 4.4 -Fazer a animação do controle deslizante.**

Para isso, clicar com o botão direito do mouse e selecionar a opção animar.

**Atividade 4.5 – Alterar as cores das faces da planificação**

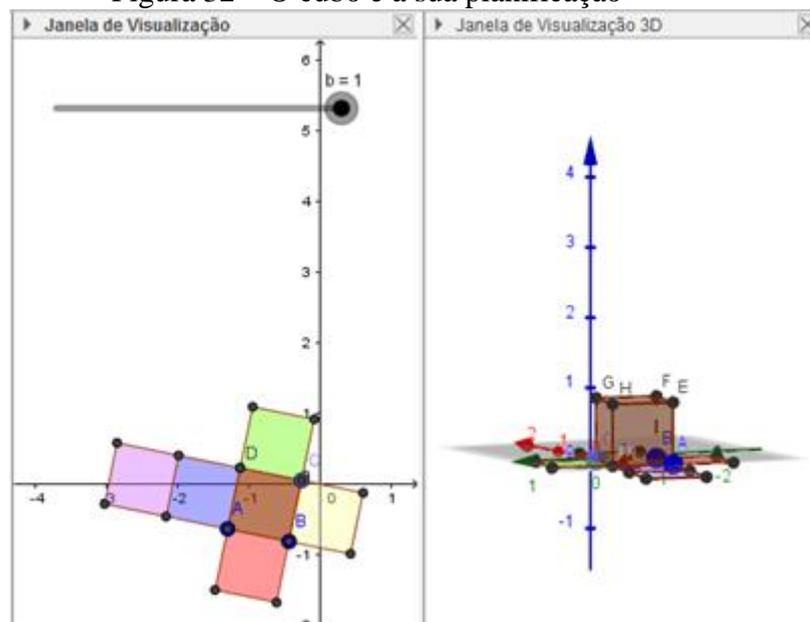
Para isso, clicar em cada face com o botão direito, selecionar propriedades e, na janela que aparecer, selecionar a segunda aba: cor (figura 31). Na figura 32, há um cubo cujas faces foram coloridas.

Figura 31 - Janela Propriedades – aba Cor



Fonte: própria.

Figura 32 – O cubo e a sua planificação



Fonte: própria

### 3.3.6 Atividade 5 – Construção de sólidos e sua planificação

**Atividade 5.1** - Na janela de visualização 2D, construir 3 figuras (preferencialmente sem pontos de interseção): dois pentágonos regulares de lado 3 e uma circunferência de raio 3.

**Atividade 5.2** - Construir, na janela de visualização 3D, um prisma, uma pirâmide e um cone, todos de altura 5, a partir dos polígonos construídos anteriormente.

**Atividade 5.3** - Explorar as planificações destes sólidos.

Foi possível fazer todas as planificações? Justifique.

### 3.3.7 Atividade 6 – Explorando o Volume de Sólidos Geométricos

**Atividade 6.1** - Na janela de visualização 2D, construir um retângulo  $ABCD$ , com lados medindo 6 e 8.

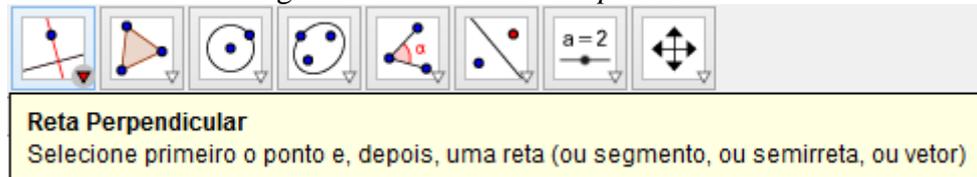
Para tanto, siga os passos:

Passo 1: Selecione o ícone *Segmento com Comprimento Fixo* (figura 33), e clique na janela de visualização. Assim, será marcado um ponto ( $A$ ) e, então, será solicitado que digite o comprimento do segmento (digite 6). Será construído um segmento horizontal ( $AB$ ) de medida 6.



Fonte: própria

Passo 2: Selecione o ícone *Reta Perpendicular* (figura 34), clique no segmento  $AB$  para exibir a reta perpendicular e clique no ponto  $A$ , para que ela seja construída. Repita o processo, clicando, ao final, no ponto  $B$ .

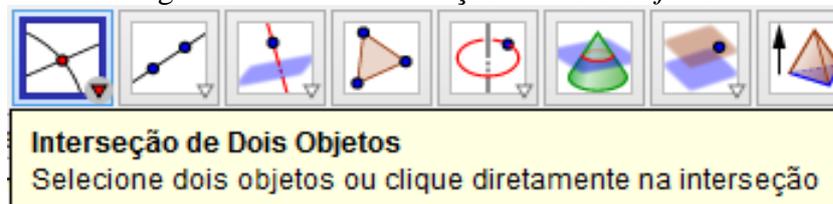
Figura 34 – Ícone *Reta Perpendicular*

Fonte: própria

Passo 3: Utilize o ícone *Círculo dados Centro e Raio* (figura 35) e construa um círculo com raio 8, um a partir do ponto *A*. Utilize, agora, o ícone *Interseção de Dois Objetos* (figura 36) e marque um ponto na interseção entre o círculo e a reta perpendicular construída a partir do ponto *A*. Assim, é obtido o ponto *C*.

Figura 35 – Ícone *Círculo dados Centro e Raio*

Fonte: própria.

Figura 36 – Ícone *Interseção de Dois Objetos*

Fonte: própria.

Passo 4: Repita o passo 3, utilizando o ponto *B*. Obtendo, agora, o ponto *D*.

Passo 5: Com o ícone *Segmento*, construa os segmentos *BC*, *CD* e *AD* e, logo em seguida, oculte os círculos e retas construídas.

Pense um pouco: O que você pode dizer sobre as medidas dos segmentos *AD* e *CD*?

Passo 6: Selecione o ícone *Ponto Médio ou Centro* (Figura 37) e marque os 4 pontos médios *E*, *F*, *G* e *H* dos lados do retângulo *ABCD*. Construa, por fim, o polígono *EFGH*.

Refleta: O que você pode dizer sobre ele? Quanto medem seus lados e sua área?



Fonte: própria

**Atividade 6.2** - Na janela de visualização 3D, a partir do retângulo  $ABCD$ , construir um paralelepípedo de altura 10 com o ícone *Extrusão para Prisma ou Cilindro*.

**Atividade 6.3** - A partir do polígono  $EFGH$ , construir um paralelepípedo de altura 10.

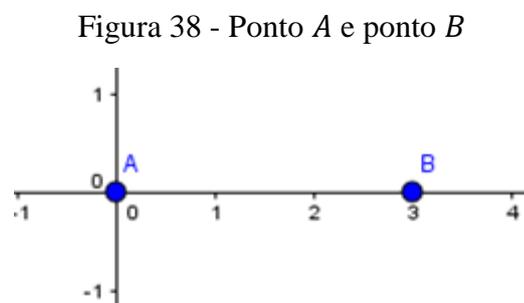
**Atividade 6.4** – Com o ícone *Volume*, calcular os volumes dos dois sólidos construídos.

O que você pode dizer sobre os valores encontrados?

### 3.3.8 Atividade 7 – Calculando volume do cilindro e a área de sua base

**Atividade 7.1** – Marcar os pontos  $A$  e  $B$  na janela de visualização 2D, sendo que o segmento  $AB$  deve medir 3

Podem ser utilizados os pontos  $A = (0,0)$  e  $B = (3,0)$ , conforme a figura 38.

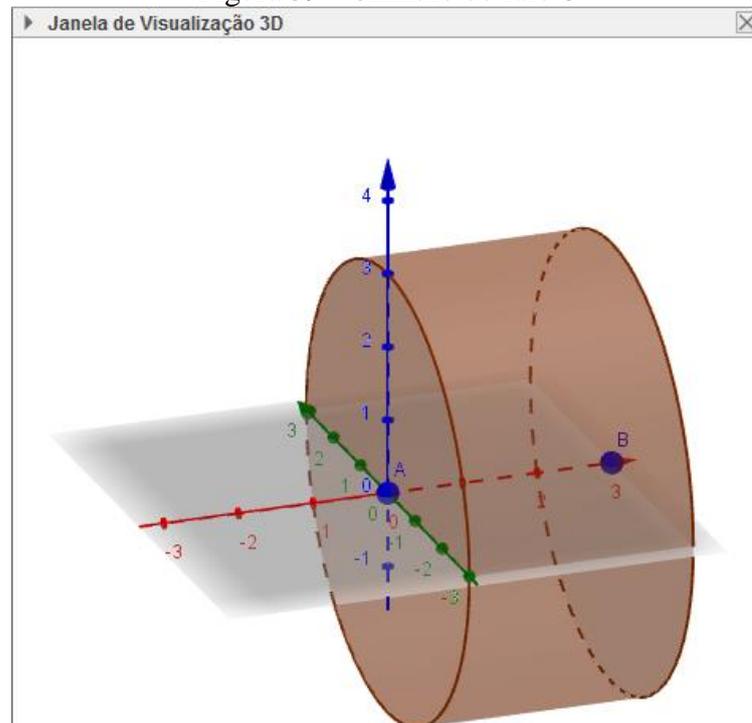


Fonte: própria.

**Atividade 7.2** – Na janela de visualização 3D, selecionar o ícone *Cilindro*, será pedido que clique em dois pontos, assim, clique nos pontos marcados *A* e *B* e, em seguida, digite 3 para o raio. Ficará como na figura 39.

O que o segmento *AB* representa no cilindro?

Figura 39 - Cilindro de raio 3



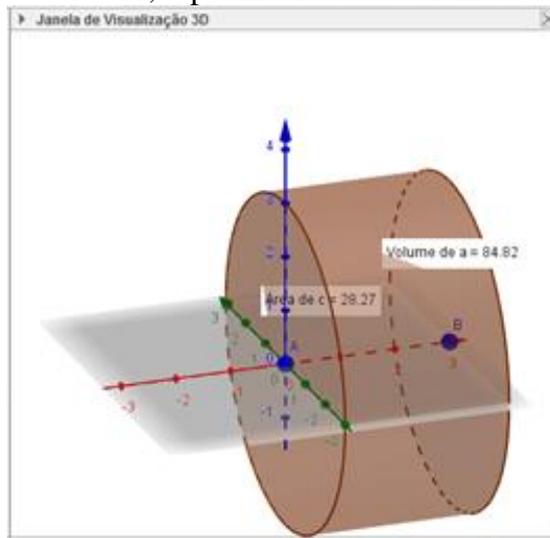
Fonte: própria.

Pode-se observar na Janela de Álgebra alguns valores e equações, dentre eles a Superfície *b*: 56,55.

Para pensar um pouco: Verifique o significado deste valor.

Para obtermos os valores da área da base e do volume do cilindro, utilizamos, respectivamente, os ícones *Área* e *Volume* e selecionamos um dos círculos da base e o cilindro. Assim, serão exibidas estas informações, conforme a figura 40.

Figura 40 - Cilindro, especificando seu volume e área da base



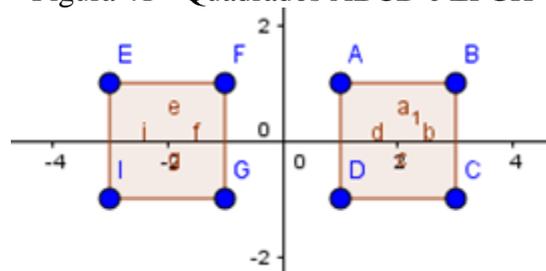
Fonte: própria.

### 3.3.9 Atividade 8 – Razão entre volumes de sólidos semelhantes

**Atividade 8.1 - construir um prisma e uma pirâmide de bases quadradas, com lados da base medindo 2 e altura 5.**

Passo 1: construa, plano  $XY$ , dois quadrados de lados iguais a 2, como na figura 41.

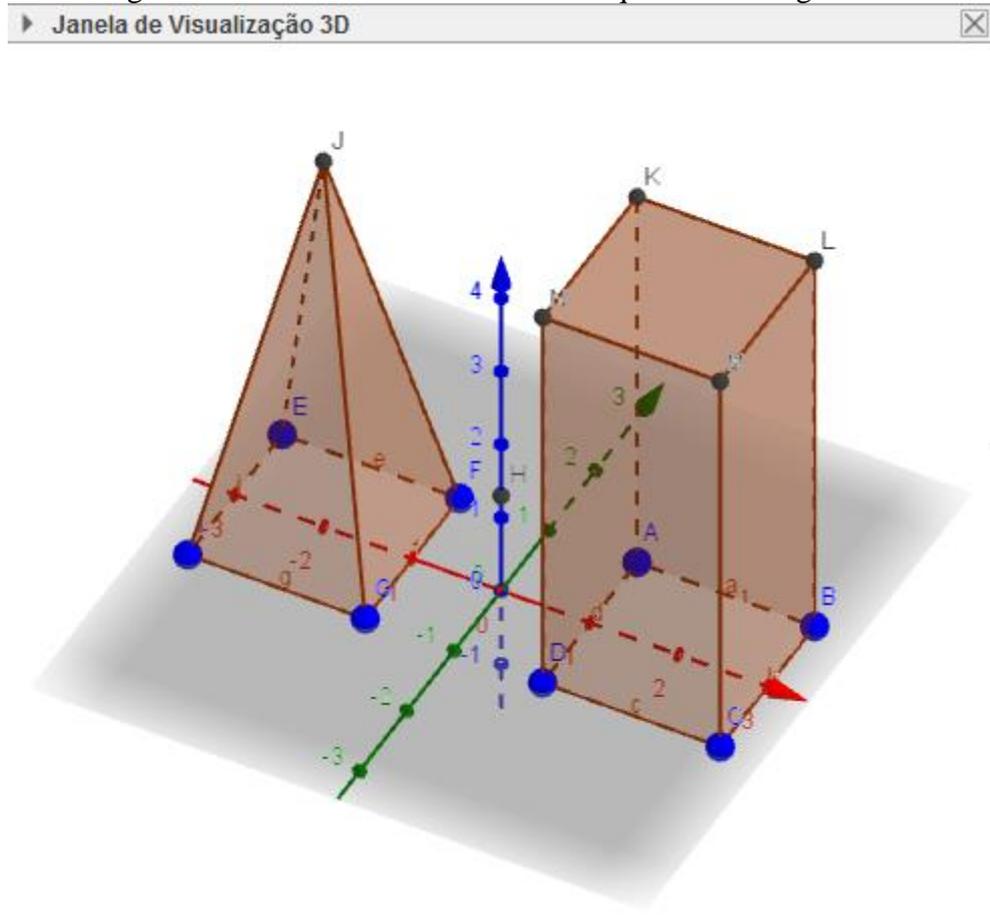
Figura 41 - Quadrados ABCD e EFGH



Fonte: própria.

Passo 2: com os ícones *Fazer Extrusão para Pirâmide ou Cone* e *Extrusão para Prisma ou Cilindro* finalizar as construções, selecionando o valor 5 para as alturas, quando solicitado. Assim, serão construídos dois sólidos, como na figura 42.

Figura 42 - Pirâmide e Prisma de bases quadradas congruentes



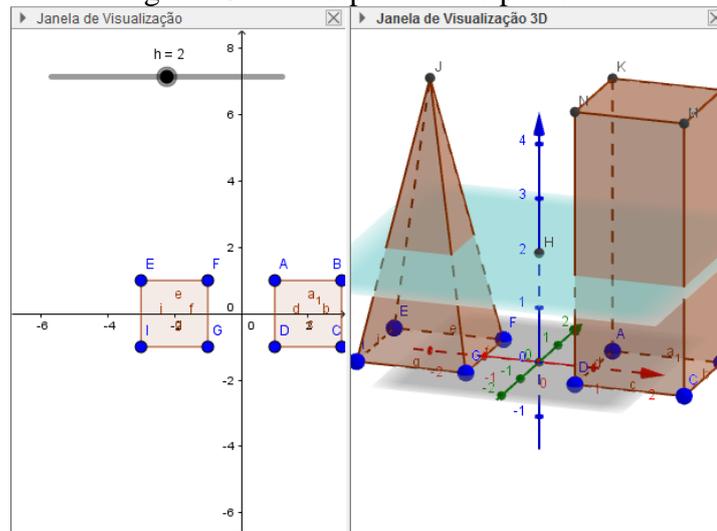
Fonte: própria.

**Atividade 8.2 – construir um plano paralelo ao plano  $XY$  de distância controlável.**

Passo 1: na janela de visualização 2D, criar um controle deslizante de nome  $h$ , intervalo de 0 a 5 e incremento de 0.1.

Passo 2: no campo Entrada criar um ponto  $H$  de coordenadas  $(0,0,h)$ .

Passo 3: na janela de visualização 3D, utilizar o ícone *Plano Paralelo*, selecionando o plano  $XY$  e o ponto  $H$ , para termos um plano “ $a$ ” paralelo ao plano  $XY$ , com a distância controlável através do controle deslizante, como nos mostra a figura 43.

Figura 43 - Plano paralelo ao plano  $XY$ 

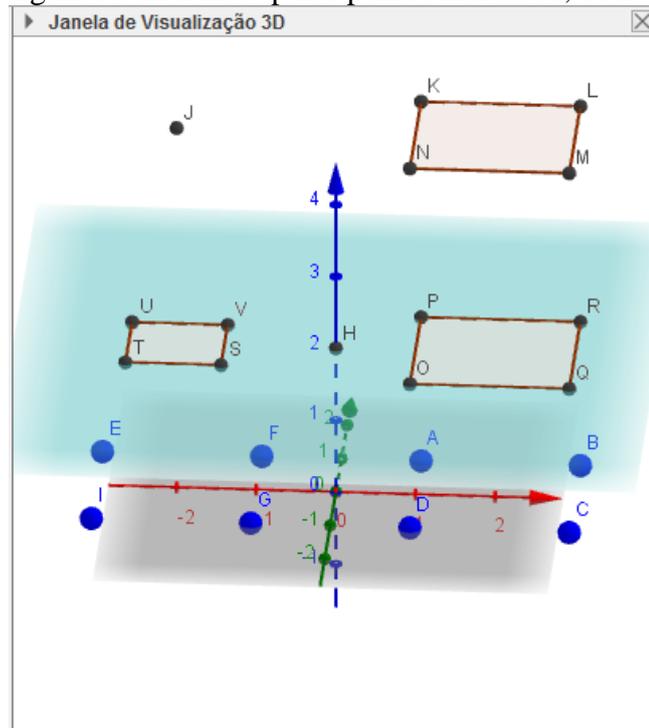
Fonte: própria.

### Atividade 8.3 - construir quadrados paralelos aos primeiros construídos.

Passo 1: selecione o ícone *Interseção de Dois Objetos* e vá marcando os pontos nas interseções entre os sólidos e o plano  $\alpha$ .

Passo 2: Após marcar todos os 8 pontos, oculte os sólidos e construa polígonos (semelhantes aos das bases) com os pontos marcados. Construa um terceiro polígono, a partir dos pontos da base superior do prisma, ficando como na figura 44. Detalhe: o próprio GeoGebra marcou automaticamente estes pontos, bastando utilizar, agora, a ferramenta Polígono.

Figura 44 - Polígonos construídos pelos pontos marcados, ocultando os sólidos



Fonte: própria.

**Atividade 8.4 - construir um prisma e uma pirâmide com os polígonos construídos no passo anterior (e o vértice da primeira pirâmide).**

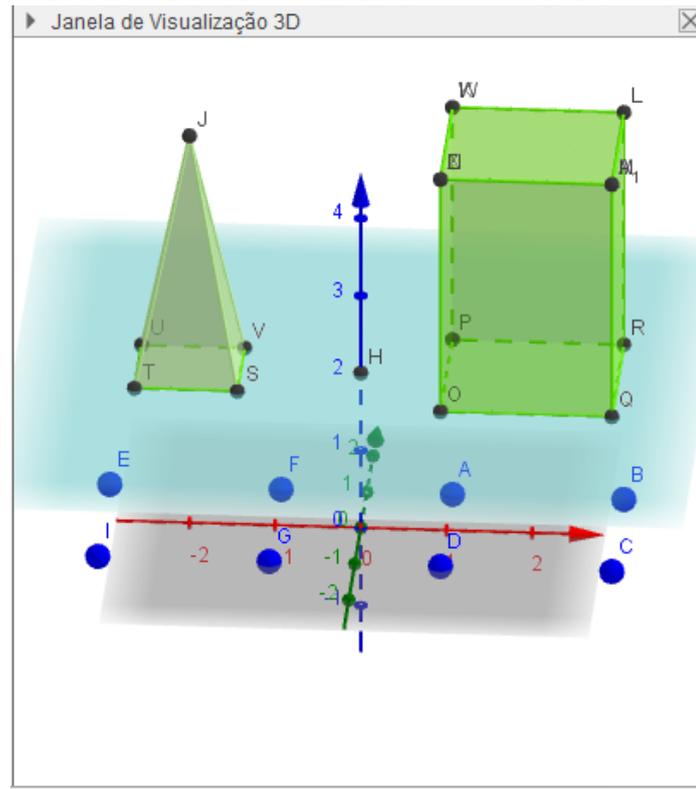
Passo 1: com os ícones *Prisma* e *Pirâmide*, respectivamente, realize as construções propostas (figura 45).

Passo 2: altere as cores dos sólidos para facilitar a visualização.

O que acontece ao alterarmos os valores do controle deslizante  $h$ ?

O que pode ser notado ao comparar os sólidos construídos agora com os primeiros?

Figura 45 - Prisma e Pirâmide semelhantes aos construídos inicialmente

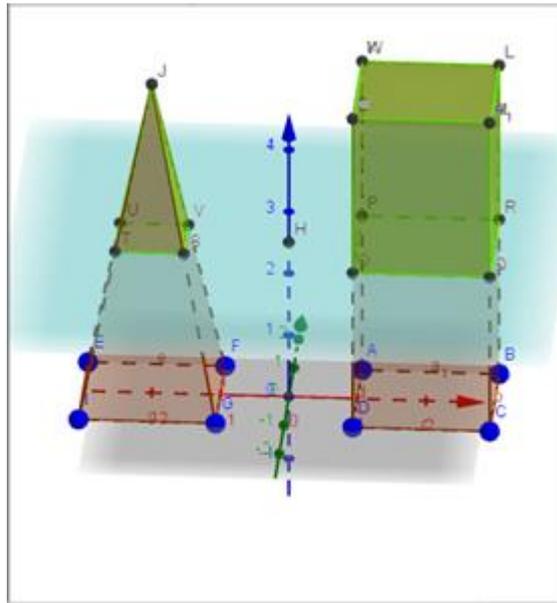


Fonte: própria.

**Atividade 8.5 - Exibir os sólidos ocultos e, na janela de álgebra, minimizar os objetos, exceto prisma e pirâmide.**

Assim, será possível analisar e comparar os volumes de sólidos semelhantes, variando as alturas através do controle deslizante  $h$  (figura 46).

Figura 46 - Prismas e Pirâmides iniciais e os seus semelhantes



Fonte: própria.

### 3.3.10 Atividade 9 – Soma de dois quadrados e de dois cubos

Visualizaremos dois produtos notáveis: quadrado e cubo da soma de dois termos.

#### Atividade 9.1 – Construir a “grade” de pontos para os cubos.

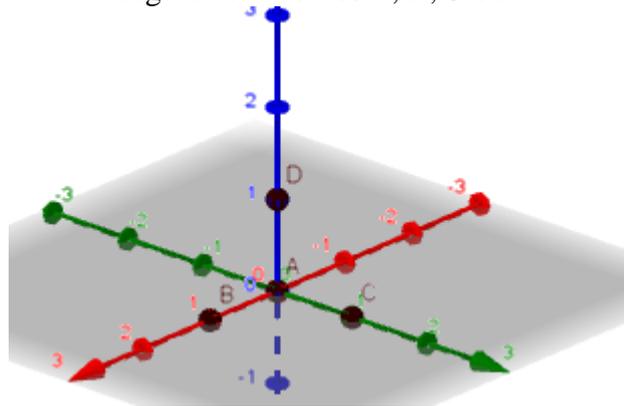
Passo 1: Construa dois controles deslizantes, de nomes  $a$  e  $b$ , com intervalo de 1 a 5 e incremento de 0.1.

Passo 2: Marque o ponto  $A = (0,0)$  e, utilizando o campo de entrada, os pontos  $B$ ,  $C$  e  $D$  para os segmentos de comprimento  $a$ , sobre os três eixos, de coordenadas:

$$B = (a, 0, 0), C = (0, a, 0) \text{ e } D = (0, 0, a)$$

Assim, ficará como na figura 47.

Figura 47 – Pontos A, B, C e D



Fonte: própria.

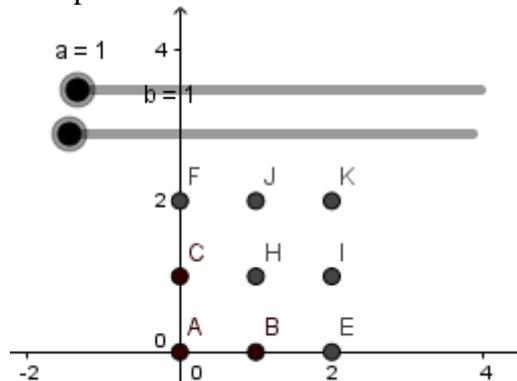
Passo 3: Construa, utilizando o campo de entrada, os pontos para os segmentos de comprimento  $b$ , sobre os três eixos, de coordenadas

$$E = (a + b, 0, 0), F = (0, a + b, 0) \text{ e } G = (0, 0, a + b)$$

Passo 4: Construa, utilizando o campo de entrada, os demais pontos para “completar” a grade da base para o cubo

$$H = (a, a, 0), I = (a + b, a, 0), J = (a, a + b, 0), K = (a + b, a + b, 0)$$

A grade deve ficar como na figura 48.

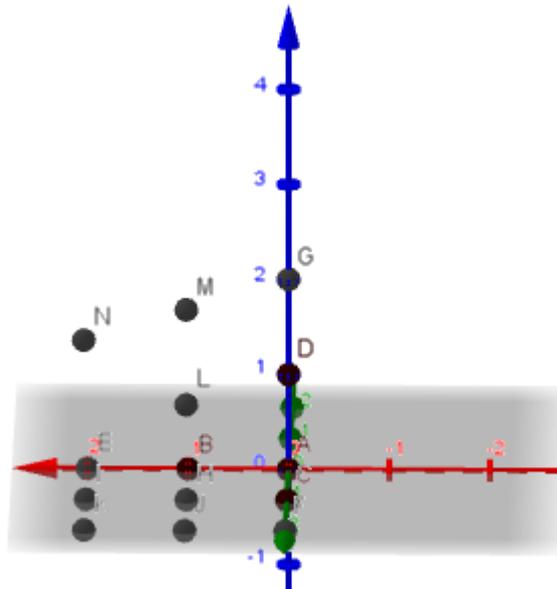
Figura 48 - Grade para a base do cubo e controles deslizantes  $a$  e  $b$ 

Fonte: própria.

Passo 5: Construa os demais pontos ( $L$ ,  $M$  e  $N$ ) da grade do cubo, para que fique parecido à figura 49.

$$L = (a, a, a), M = (a, a, a + b) \text{ e } N = (a + b, a + b, a + b)$$

Figura 49 - Grade para a construção do cubo

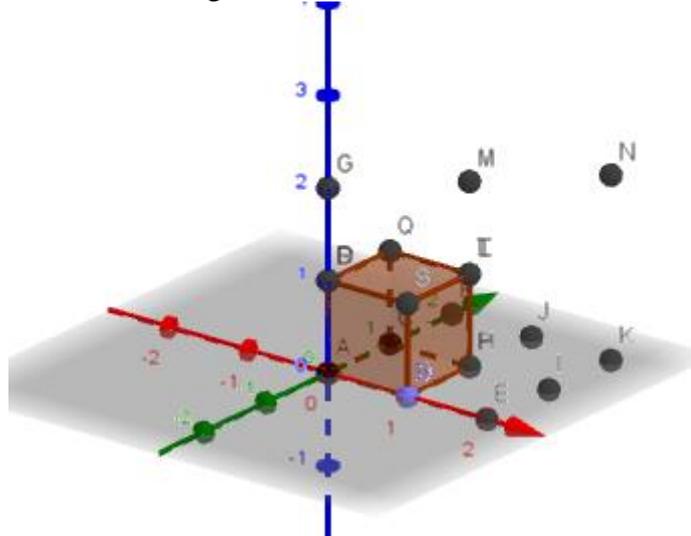


Fonte: própria.

### Atividade 9.2 – construir os cubos

Passo 1: Agora, construa um cubo, selecionando o ícone *Cubo* e clicando nos pontos *C* e *A*, nesta ordem, ficando como na figura 50.

Altere os valores do controle deslizante *a* e observe o que acontece.

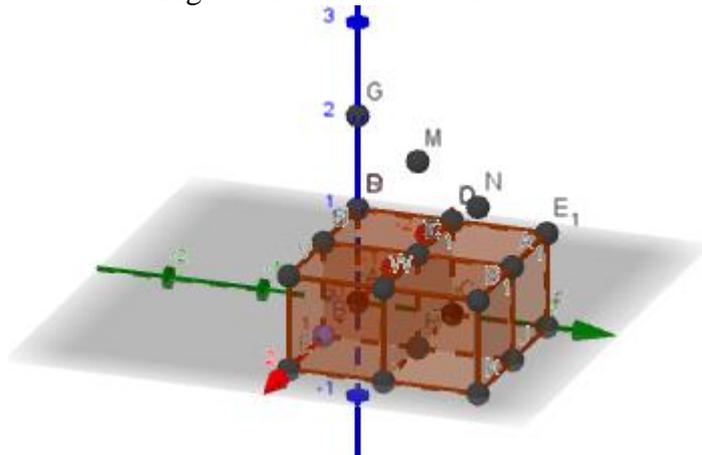
Figura 50 - Cubo de lado *a*

Fonte: própria.

Passo 2: selecionando o ícone *Prisma*, construa os três prismas na base, de altura  $a$  (figura 51). Dica: use a ferramenta Girar Janela de Visualização 3D para facilitar as construções.

Altere os valores dos controles deslizantes  $a$  e  $b$  e observe na janela de visualização 2D o que está acontecendo. Como podemos relacionar os valores de  $a$  e  $b$  com os valores da área do quadrado de lados  $a + b$ ?

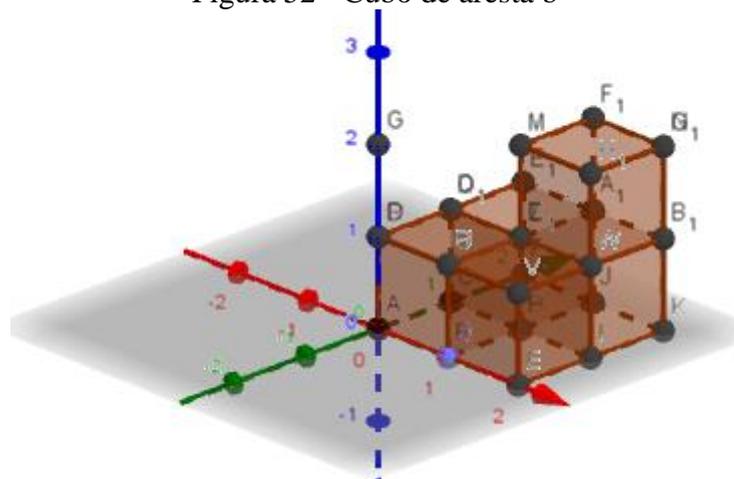
Figura 51 - Prismas de altura  $a$



Fonte: própria.

Passo 3: Construa um cubo de arestas iguais a  $b$ , de modo que apenas um vértice seja comum com o primeiro cubo construído, de lado igual a  $a$ , conforme a figura 52.

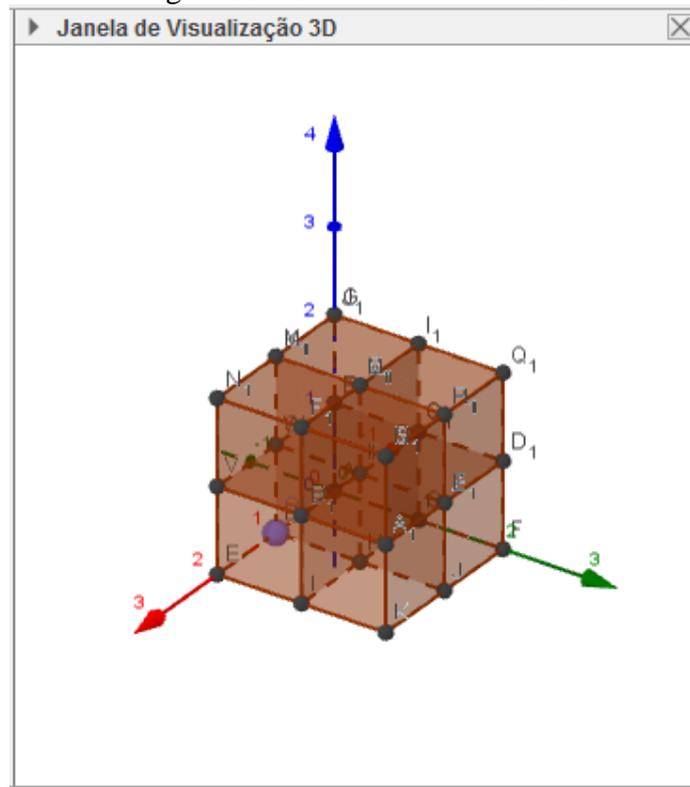
Figura 52 - Cubo de aresta  $b$



Fonte: própria.

Passo 4: Construa cuidadosamente os três prismas para completar o cubo de arestas  $a + b$  (figura 53).

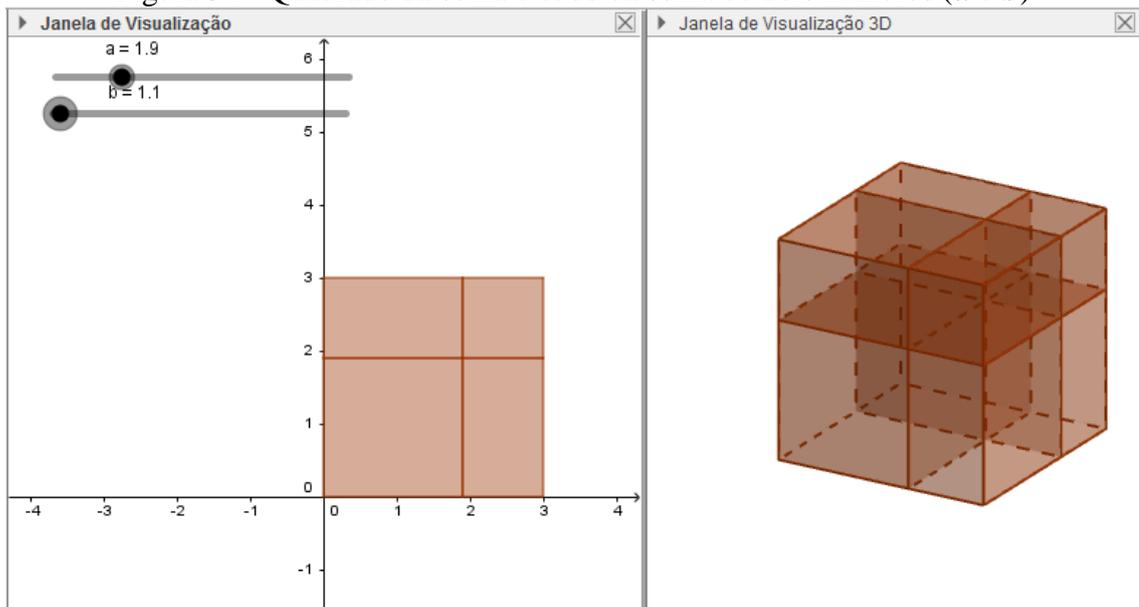
Figura 53 - Cubo de arestas  $a + b$



Fonte: própria.

Passo 5: Oculte os pontos, para melhor visualização e altere os controles deslizantes  $a$  e  $b$ , ficando como na figura 54.

Figura 54 - Quadrado da soma e cubo da soma de dois números ( $a$  e  $b$ )



Fonte: própria.

### 3.3.11 Atividade 10 – Diagonal e área total de um paralelepípedo reto-retângulo

**Atividade 10.1** – Na janela de visualização 2D, construir 3 controles deslizantes de nomes  $a$ ,  $b$  e  $c$ , intervalos de 1 a 5 e incremento de 0.1.

**Atividade 10.2** – Construir um Prisma de medidas controláveis.

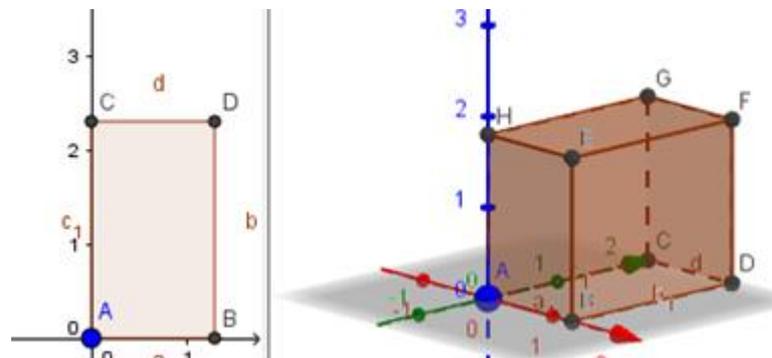
Passo 1: Utilizando o campo entrada, construir os pontos  $A = (0,0)$ ,  $B = (a, 0)$ ,  $C = (0, b)$ ,  $D = (a, b)$  e  $H = (0,0, c)$ .

Passo 2: Com o ícone *Polígono*, construir o polígono  $ABCD$ .

Passo 3: Na janela de visualização 3D, com o ícone *prisma*, utilizar o polígono  $ABCD$  e o ponto  $H$  para a construção do prisma (figura 55).

Altere os controles deslizantes e verifique o que acontece com as medidas do prisma.

Figura 55 - Polígono ABCD e prisma de base ABCD e altura  $c$



Fonte: própria.

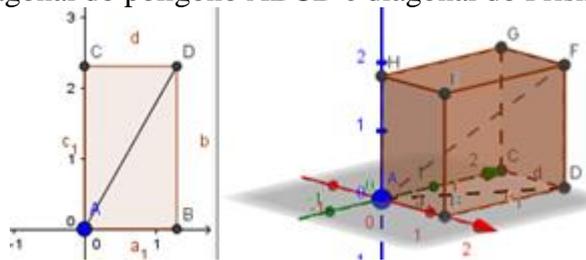
**Atividade 10.3** – Construir uma diagonal do polígono  $ABCD$  e do prisma  $ABCDEFGH$ .

Um exemplo de diagonal do polígono  $ABCD$  é o segmento  $AD$  e do prisma  $ABCDEFGH$  é o segmento  $AF$ , conforme a figura 56.

Para facilitar, tome valores inteiros para os controles deslizantes e calcule manualmente os valores das diagonais  $AD$  e  $AF$ .

Pode-se observar que na janela de Álgebra há dois segmentos ( $f$  e  $g$ ), com as respectivas medidas destas diagonais. Compare com os valores obtidos.

Figura 56 - Diagonal do polígono ABCD e diagonal do Prisma ABCDEFGH



Fonte: própria.

**Atividade 10.4 – Calcular manualmente as medidas das áreas das seis faces laterais.**

Para facilitar, tome medidas inteiras para as arestas do prisma.

Refleta: Quais as vantagens de se utilizar um *software* como o GeoGebra para estudar Geometria Espacial?

### 3.4 Realização das Atividades da Pesquisa

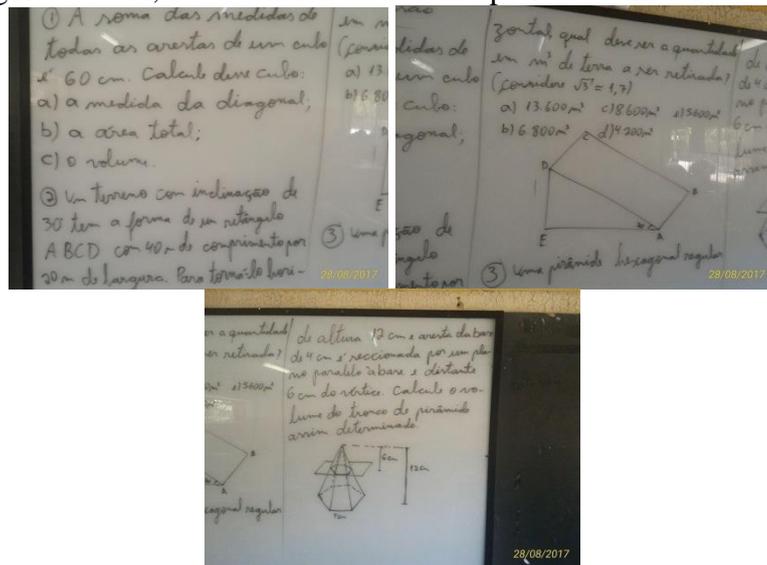
Quanto à realização dos trabalhos desta pesquisa, inicialmente, entre os dias 07/08/17 e 21/09/17, houve revisão dos conteúdos da Geometria Espacial do Ensino Médio, que são vistos no 2º ano. Os tópicos revisados foram:

- Pontos
- Retas
- Planos
- Sólidos geométricos

Foram aulas expositivas, sendo utilizados como recursos apenas o livro didático e o quadro da sala de aula. Devido ao fato de o professor (autor) já trabalhar com a maior parte destes alunos há mais de um ano, houve facilidade em sempre manter diálogo a respeito dos conteúdos e dificuldades que surgiram.

Nas figuras 57 - A, B e C tem-se exemplos de atividades desenvolvidas durante as aulas.

Figuras 57 - A, B e C - Exercícios sobre poliedros em sala de aula



Fonte: própria

Durante as aulas, foi notável que grande parte dos alunos apresentou dificuldades diversas. Uma das principais foi a correta compreensão das figuras, onde justificaram que não era simples ter a noção da profundidade e da perspectiva, isto, além dos conceitos abordados. Foi necessário, em diversos momentos, o detalhamento das construções e a comparação com objetos do cotidiano. Na parte algébrica, poucos conseguiram desenvolver corretamente todos os cálculos, sendo que a maioria apresentou dificuldades na interpretação ou nos cálculos. Em se tratando de um conteúdo visto no ano anterior, as dificuldades gerais foram consideráveis. Assim, foi perceptível a necessidade de uma postura diferente na abordagem deste assunto, pois os moldes tradicionais de ensino não foram o suficiente.

### 3.5 Realização das Oficinas

Foram realizadas 03 oficinas no laboratório de informática da Escola nos dias 25/08/17, 01/09/17 e 12/09/17.

O laboratório da escola é equipado com cerca de 40 microcomputadores, dos quais apenas 20 se encontram em bom funcionamento. Assim, foi pedido aos alunos que possuíam *notebook*, que os levassem, visando permitir um maior número de alunos participando das oficinas. O sistema operacional dos microcomputadores do laboratório é o Linux Educacional, e estavam protegidos com senhas, o que levou a algumas dificuldades iniciais como, por exemplo, fazer a instalação do GeoGebra 5. Para tanto, foi utilizada a versão *portable*, porém,

sempre que o computador era reiniciado, havia a necessidade de refazer a transferência dos arquivos. A figura 58 mostra o laboratório de informática da escola, onde podem ser vistos alguns alunos realizando a instalação do GeoGebra 5 nos computadores.

Figura 58 - Laboratório de informática



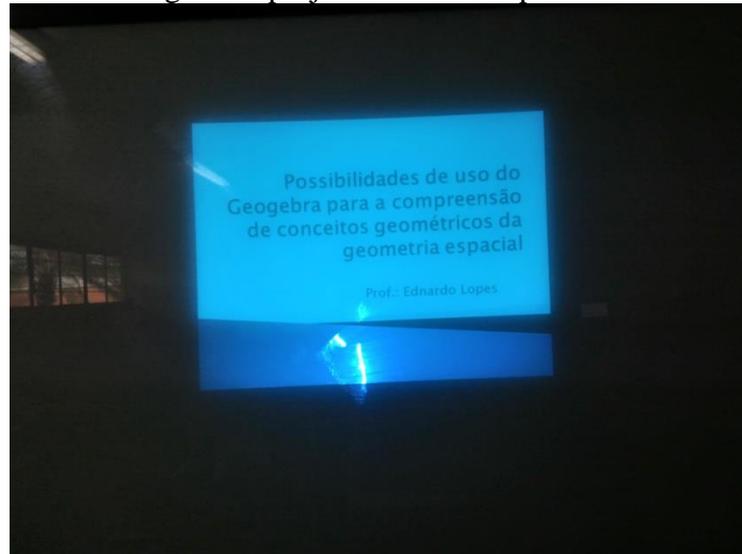
Fonte: própria

### 3.5.1 Primeiro Encontro

A familiaridade ao GeoGebra se torna melhor com a prática, para tanto, foram propostas 10 atividades que abordam conteúdos da Geometria Espacial do Ensino Médio. Estas atividades foram desenvolvidas de maneira a permitir a construção do aprendizado, mesmo para quem não teve contato com o *software*, indo desde construções bem simples como pontos e retas a poliedros um pouco complexos.

Na primeira oficina foi feita uma introdução ao *software* e foram realizadas as primeiras atividades (01 a 05). Estas foram compostas por procedimentos relativamente simples, visando facilitar o primeiro contato com o *software*. Os alunos realizaram o desenvolvimento das atividades nos microcomputadores, a partir da orientação do professor (autor). Com auxílio, houve a exibição de imagens (slides) a partir de um projetor (figura 59). Durante o desenvolvimento das atividades, os alunos foram sempre fazendo anotações para consulta posterior.

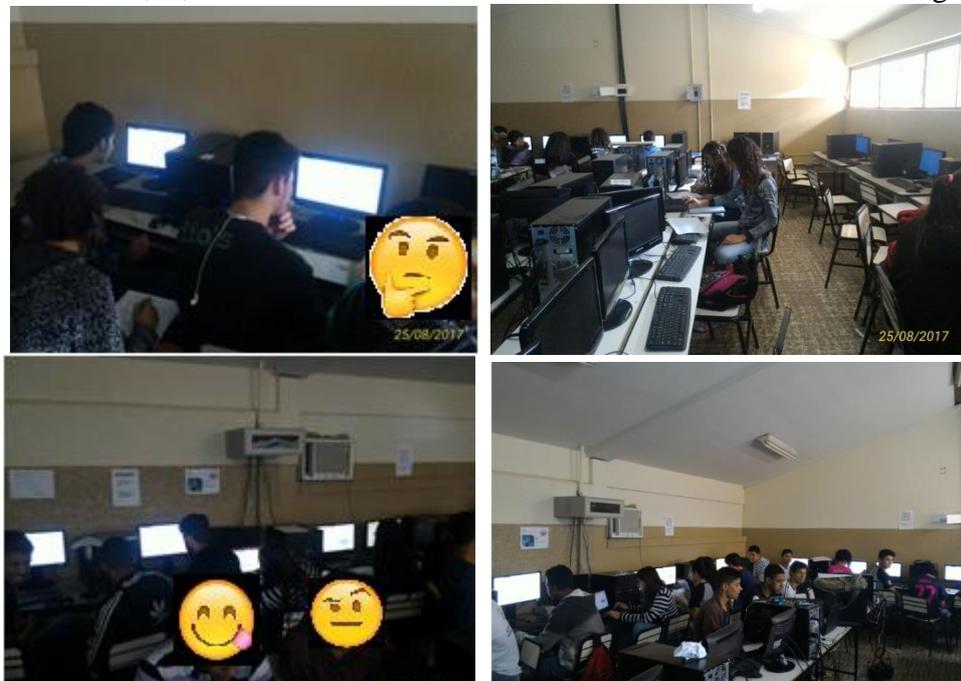
Figura 59 – Imagem no projetor como era apresentada aos alunos



Fonte: própria

Nas figuras 61 – A, B, C e D podem ser vistos os alunos no desenvolvimento das atividades e é notável a presença de computadores desocupados. Isto por conta de mau funcionamento.

Figuras 60 - A, B, C e D - Alunos desenvolvendo as atividades e fazendo registros



Fonte: própria

### 3.5.2 Segundo Encontro

O segundo encontro ocorreu no dia 01/09/17, uma semana após o primeiro. Os procedimentos foram similares. Houve a necessidade de refazer a instalação do *software* em todos os computadores. Assim, a oficina teve início às 8h00.

Os alunos estavam ansiosos pelo início das atividades, o que foi uma agradável surpresa para o professor (autor), visto que a maior parte não se apresenta com o mesmo entusiasmo durante as aulas regulares. Os alunos presentes nesta oficina foram basicamente os mesmos que compareceram à primeira.

Os comandos básicos do GeoGebra foram vistos no primeiro encontro, assim, houve uma maior fluência no desenvolvimento das atividades. Entre as 08h00 e 09h30 foram realizadas as atividades 06, 07 e chegou-se a começar a 08. A partir das 10h foi retomada a atividade 08 e realizada a 10. Isto, por conta do tempo limitado e de a atividade 08 ter levado cerca de 50 minutos. Assim, foi preferível por parte do professor (autor) antecipar a atividade 10, deixando a 09 para o terceiro encontro.

### **3.5.3 Terceiro Encontro**

O terceiro encontro ocorreu no dia 12/09/17. Acabou havendo um intervalo maior entre os dois últimos encontros devido a um feriado. O procedimento de reinstalação do *software* foi necessário. A oficina durou apenas entre 07h50 e 08h40, o necessário para a realização da atividade 9.

A familiaridade com o *software* auxiliou bastante para que a atividade, mesmo sendo a mais trabalhosa, fosse realizada com tranquilidade.

Durante os passos da atividade, os alunos foram assistidos pelo professor (autor) sempre que necessário. Após a construção, foi feita a analogia da atividade com os produtos notáveis. E isto despertou a atenção dos alunos, pois comentaram sobre a justificativa do termo quadrado perfeito.

## **3.6 Discussão sobre as oficinas**

Aos alunos foi solicitado durante as oficinas que relatassem sobre as atividades desenvolvidas, destacando pontos positivos, negativos, interessantes. Ficaram livres para relatar a experiência. Assim, foi feita uma breve síntese do que relataram. Para manter a discrição, os alunos participantes terão neste trabalho seus nomes substituídos por uma letra no nosso alfabeto. De maneira geral, os alunos avaliaram positivamente a utilização do

*software* GeoGebra como ferramenta para auxiliar a compreensão da Geometria Espacial. Visando sintetizar melhor o material, os assuntos destacados pelas falas dos alunos foram separados em tópicos, sendo o primeiro destacando as primeiras impressões que tiveram no contato com o GeoGebra; pontos destacados sobre os ícones do *software*, onde relataram quais mais lhes chamaram a atenção; facilidade em obter resultados numéricos a partir das construções; mudança de perspectiva sobre a Geometria após as oficinas e, por fim, uma análise geral dos trabalhos.

## 4 DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Dentre os diversos assuntos abordados pelos alunos nos relatórios, houve alguns que tiveram destaque. Assim, este capítulo foi dividido em seis tópicos, a partir dos relatórios analisados.

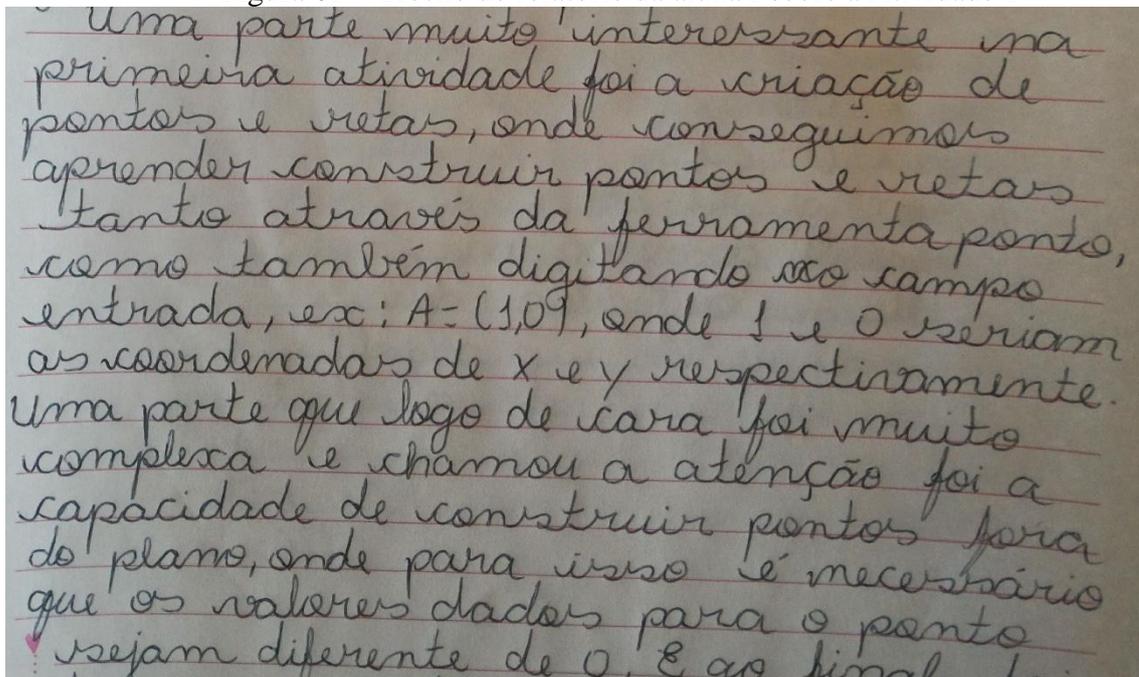
### 4.1 Primeiras impressões

“O GeoGebra é um recurso tecnológico ao qual nos permite ir além de uma sala de aula, explorando elementos aos quais não veríamos tão facilmente em um quadro” (MAGALHÃES E MOURA, 2016).

As oficinas despertaram o interesse dos alunos, pois mudaram a dinâmica rotineira das aulas na sala de aula. Sobre as primeiras atividades, que abordam construções de pontos, retas e planos, alguns alunos destacaram aspectos interessantes.

A aluna I relatou (figura 61) que foi possível entender e interpretar o funcionamento básico do GeoGebra utilizando os ícones e o campo de entrada do *software*. Conseguiu perceber que a coordenada Z deve ser nula para que um ponto pertença ao plano XY.

Figura 61 – Trecho do relatório da aluna I sobre a Atividade 1

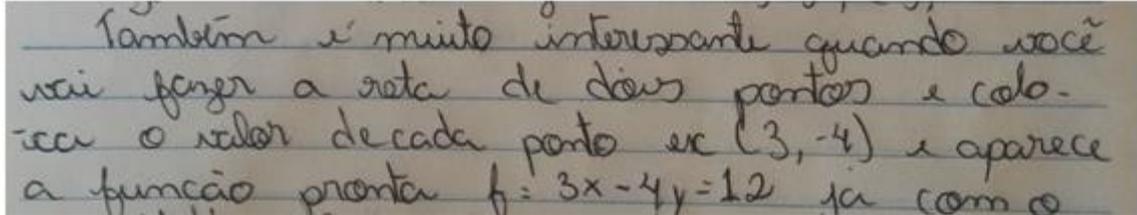


Uma parte muito interessante na primeira atividade foi a criação de pontos e retas, onde conseguimos aprender construir pontos e retas tanto através da ferramenta ponto, como também digitando no campo entrada, ex:  $A = (1,0)$ , onde 1 e 0 seriam as coordenadas de x e y respectivamente. Uma parte que logo de cara foi muito complexa e chamou a atenção foi a capacidade de construir pontos fora do plano, onde para isso é necessário que os valores dados para o ponto sejam diferente de 0. E ao final...

Fonte: própria

O aluno Q observou, inclusive, que as equações das retas construídas no GeoGebra aparecem na janela de Álgebra, o que facilita muito a sua análise (figura 62).

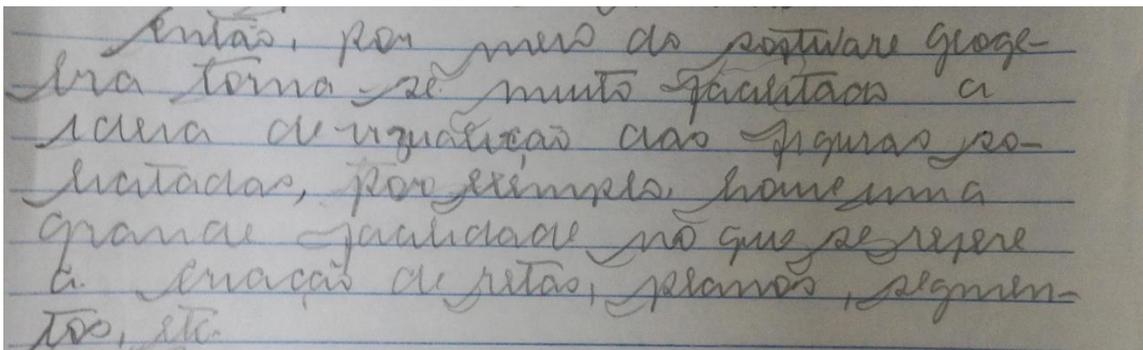
Figura 62 – Trecho do relatório do aluno Q sobre a atividade 1



Fonte: própria

Foi destacada, pelo aluno G, a facilidade de construção de retas, planos e segmentos, bem como a visualização e assimilação de informação a partir da utilização do *software* GeoGebra (figura 63).

Figura 63 – Trecho do relatório do aluno G sobre a atividade 2



Fonte: própria

#### 4.2 Pontos destacados sobre comandos do *software*

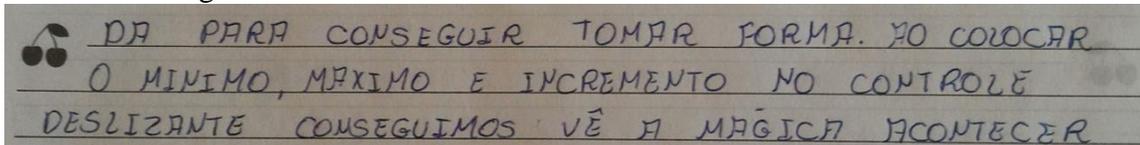
Apesar de que os comandos abordados durante as oficinas são apenas referentes à Geometria, o *software* GeoGebra é bastante dinâmico e abrangente. “O GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente.” (INSTITUTO GEOGEBRA, 2017)

Dentre as atividades desenvolvidas nas oficinas, houve alguns ícones que ganharam destaque nos relatos dos alunos.

As alunas E e I relataram que a atividade 3 foi interessante, porém difícil, pois houve a introdução do ícone *Controle Deslizante*, onde os sólidos construídos podem ser alterados de

diversas formas (previamente estabelecidas, por um controle deslizante – figuras 64 e 65) e a utilização simultânea das duas janelas de visualização.

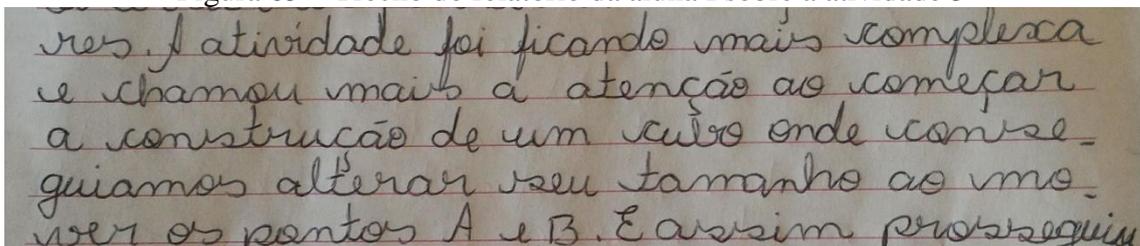
Figura 64 – Trecho do relatório da aluna E sobre a atividade 3



DA PARA CONSEGUIR TOMAR FORMA. AO COLOCAR  
O MÍNIMO, MÁXIMO E INCREMENTO NO CONTROLE  
DESILIZANTE CONSEGUIMOS VÊ A MÁGICA ACONTECER

Fonte: própria

Figura 65 – Trecho do relatório da aluna I sobre a atividade 3

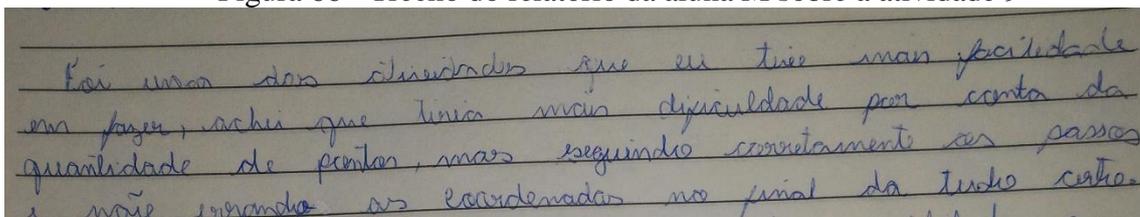


res. A atividade foi ficando mais complexa  
e chamou mais a atenção ao começar  
a construção de um cubo onde conse-  
guíamos alterar seu tamanho ao mo-  
ver os pontos A e B. E assim prosseguim

Fonte: própria

Em contrapartida, a aluna M relatou que a atividade 9 foi a que houve maior facilidade, bastando, para isso, cuidado ao seguir os passos (figura 66). Ela ainda destacou o controle deslizante e o cubo como os ícones que mais gostou (figura 67).

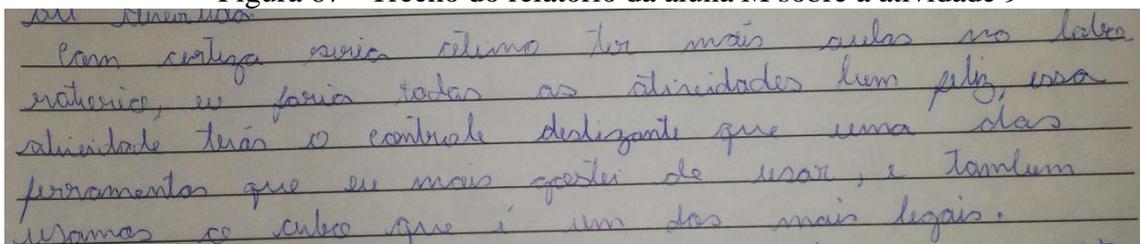
Figura 66 - Trecho do relatório da aluna M sobre a atividade 9



Foi uma das atividades que eu tive mais facilidade  
em fazer, acho que tinha mais dificuldade por conta da  
quantidade de pontos, mas seguindo constantemente os passos  
e não errando as coordenadas no final da tarefa certa.

Fonte: própria

Figura 67 - Trecho do relatório da aluna M sobre a atividade 9



com certeza seria ótimo ter mais aulas no labora-  
tório, eu faria todas as atividades bem rápido, essa  
atividade tem o controle deslizante que uma das  
ferramentas que eu mais gostei de usar, e também  
usamos o cubo que é um dos mais legais.

Fonte: própria

### 4.3 Facilidade em cálculos

Um dos pontos mais interessantes do GeoGebra é o fato de que são trabalhadas com várias janelas simultaneamente. Sendo que há uma associação entre a Geometria e a Álgebra, tornando muito didático o processo de construções.

Segundo Silva O. (2015, p. 14 apud NASCIMENTO, 2012, p. 131):

O Resultado foi uma surpresa agradável, pois a maioria dos alunos relatou a grande facilidade do programa, de sua usabilidade e eficiência, alguns acharam mais fácil de entender pelo software do que na sala de aula, pois não necessitaria de cálculos, lhe mostra uma resposta rápida e correta, o que facilita na criação e soluções através de poucos cliques do mouse.

Desta mesma forma, houve relatos dos alunos sobre as vantagens da utilização de GeoGebra.

Na atividade 4, foram feitos o cálculo do volume e a planificação do cubo, onde houve uma pequena animação desta. A aluna M relatou que a experiência foi “bem legal” (figura 68), visto que não há como fazer animações no quadro da sala de aula. Outro ponto destacado, é que as dificuldades encontradas ao se realizar a atividade no laboratório de informática foram menores do que as encontradas durante as aulas de Geometria, o que ocasionou um crescente interesse na participação. Um outro ponto positivo destacado, agora pela aluna D, foi a facilidade em calcular o volume, pois elimina o trabalho que teria em fazê-lo manualmente (figura 69).

Figura 68 – Trecho do relatório da aluna M sobre a atividade 4

O programa facilitou muito a compreensão da matéria, o cubo é o mais bacana de fazer, na sua atividade teve a animação, foi bastante produtiva e aumentou o meu interesse na matéria, foi uma experiência bem legal, se tivesse como trabalharia mais vezes com o programa com certeza em participativa. Além da volume do cubo teve a planificação e a opção de alterar a cor das faces, uma das melhores partes foi essa, a animação, algo que só da para ser proporcionado no programa, nunca que veríamos isso na sala, fazendo tudo no lápis, retas, pontas, figuras, fórmulas, tudo faz bem na mente, principalmente as coordenadas, tudo depende de onde começa de início.

Fonte: própria

Figura 69 - Trecho do relatório da aluna D sobre a atividade 4

atividade 4 - Aprendemos que para conhecer o volume de um cubo basta selecionar no volume na caixa de seleção e ele aparece, com o resultado, o que você demoraria alguns minutos para fazer manualmente o globo, possibilita fazer isso em segundos. Também é muito interessante saber que você pode fazer a planificação da figura no nosso caso o "cubo" ele se abre lentamente e se fecha pode observar como é construído cada figura, como é com as suas faces.

Fonte: própria

Após a realização da atividade 10, a reação da turma foi de surpresa. Viram vantagens na utilização do *software*. Além das já ditas, gostaram bastante da praticidade dos cálculos. As alunas I e D relataram estes pontos, conforme pode ser visto nas figuras 70, 71 e 72.

Figura 70 - Trecho do relatório da aluna I sobre a atividade 10

zuação 2D. Observamos que quando um  
 deslizamos o valor do controle deslizante  
 o (resultar) resultado da diagonal varia-  
 va, ou seja o que você demoraria al-  
 guns minutos para fazer manualmente  
 ex:  $D\sqrt{a^2+b^2+c}$  e o geogebra dá o resultado  
 em segundos.

Fonte: própria

Figura 71 - Trecho do relatório da aluna I sobre a atividade 10

Portanto concluímos que o geogebra nos  
 traz muitas vantagens para estudar  
 geometria espacial, pois com ele você mu-  
 lhera a percepção das figuras 3D (para  
 sólido, prisma) melhorando o entendi-  
 mento na sala de aula.

Fonte: própria

Figura 72 - Trecho do relatório da aluna D sobre a atividade 10

Do estudar a atividade 10 no softwa-  
 re geogebra conseguimos interpretar  
 e entender as vantagens que esse  
 software está a nos proporcionar.  
 Com a ajuda do professor realizamos  
 essa atividade focando principalmente  
 em buscar uma maneira de calcu-  
 lar a diagonal e a área total de um  
 paralelepípedo reto-retângulo. Foi feita

Fonte: própria

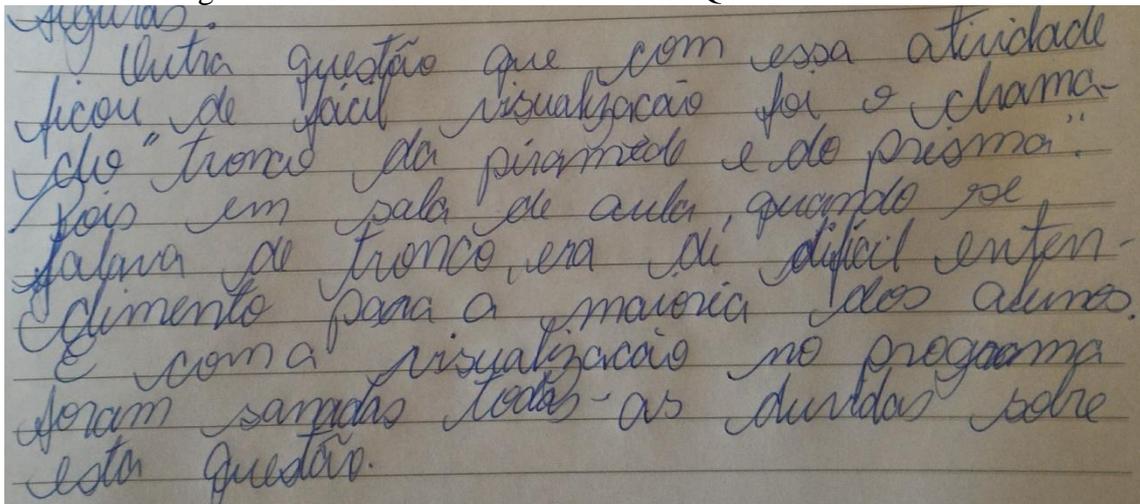
#### 4.4 Facilidade em visualização

Para que haja a compreensão de alguns conceitos da Matemática, principalmente da Geometria, é necessária a abstração, pois a Matemática é abstrata. Porém, sendo possível a utilização de ferramentas que permitam a visualização, as coisas se tornam mais fáceis.

Segundo Magalhães e Moura (2016, p. 4), “O ensino de matemática, tem um agravante, uma vez que muitos de seus conceitos, para serem abstraídos pelo aluno, precisam fazer um paralelo com a visualização imediata, com o resultado concreto dos cálculos.”

Na atividade 8, foram construídos um prisma e uma pirâmide nesta atividade, posteriormente, foram construídos sólidos semelhantes a partir dos primeiros. As construções foram realizadas sem dificuldades por parte dos alunos. Quanto ao que relataram, foi dito pelo aluno Q que houve uma facilitação na visualização e compreensão do que é um tronco de um poliedro (figura 73). Em sala de aula foi visto este conceito previamente, porém, alguns tiveram dificuldades em compreender corretamente as figuras. Já com a utilização do *software*, este problema foi sanado.

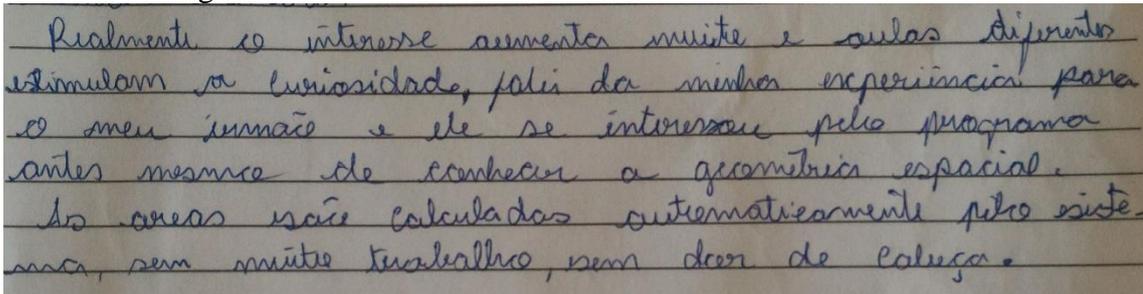
Figura 73 - Trecho do relatório do aluno Q sobre a atividade 8



Fonte: própria

Outro ponto destacado, agora pela aluna M, foi o fato de que as aulas nesse modelo saem do padrão da sala de aula e despertam mais curiosidade e interesse pelos conteúdos abordados (figura 74).

Figura 74 - Trecho do relatório da aluna M sobre a atividade 8

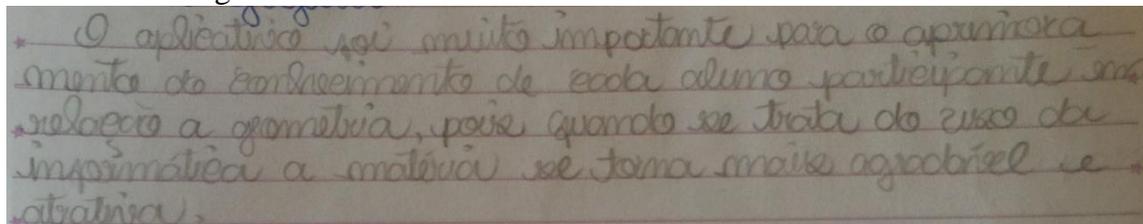


Realmente o interesse aumentou muito e aulas diferentes estimulam a curiosidade, foi da minha experiência para o meu irmão e ele se interessou pelo programa antes mesmo de conhecer a geometria espacial. As áreas são calculadas automaticamente pelo sistema, sem muito trabalho, sem dor de cabeça.

Fonte: própria

A aluna C relatou ter aprendido com mais facilidade, de forma agradável, pois o *software* se torna um atrativo para o aprendizado da Geometria Espacial (figura 75).

Figura 75 - Trecho do relatório da aluna C sobre as oficinas



O aplicativo foi muito importante para o aprimoramento do conhecimento de cada aluno participante na relação a geometria, pois quando se trata de uso de informática a motivação se torna mais agradável e atrativa.

Fonte: própria

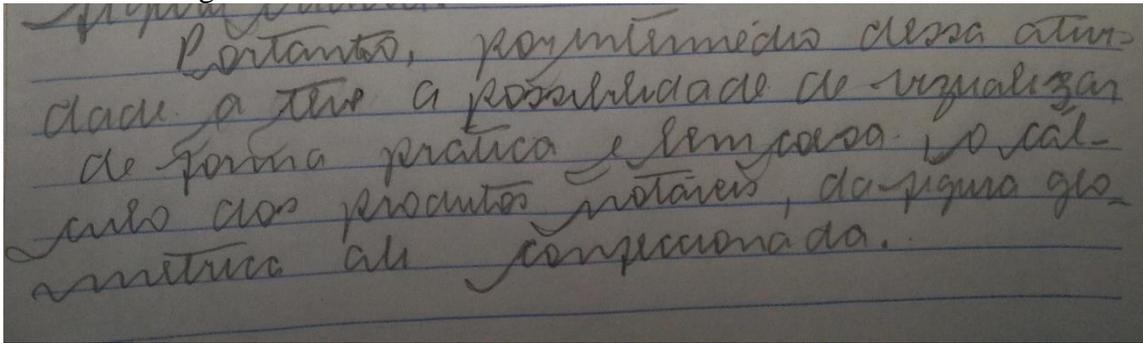
Houve a construção de um cubo a partir de dois controles deslizantes, onde foi possível perceber geometricamente dois produtos notáveis: quadrado e cubo da soma de dois termos.

Esta foi a construção mais trabalhosa, pois exigia o uso repetitivo do campo “Entrada” para a construção dos pontos e a necessidade de mover a figura diversas vezes para facilitar o acesso aos pontos marcados.

Ao ser feita a explicação dos dois produtos notáveis e mostrá-los o significado geométrico, foi observada a satisfação de grande parte dos alunos.

O aluno G destacou a possibilidade de visualização dos produtos notáveis, conforme mostrado na figura 76.

Figura 76 - Trecho do relatório do aluno G sobre a atividade 9



Fonte: própria

#### 4.5 Mudança de perspectiva após as oficinas

O contato com a Geometria Espacial apenas na sala de aula, onde são utilizados recursos como livro didático, pincel e quadro, limita a correta compreensão, pois necessita que o aluno consiga interpretar e abstrair, sendo que está trabalhando com figuras tridimensionais apenas no plano (quadro, livro, caderno).

Segundo Silva e Penteado (2013, vol. 19, p. 281), “no que diz respeito a geometria, existem ambientes que proporcionam, aos estudantes, experiências que dificilmente seriam feitas com outros recursos como o lápis e o papel. Trata-se dos ambientes de geometria dinâmica.” Estes autores definem a geometria dinâmica como “um ambiente de geometria dinâmica como um ambiente computacional que possui como característica principal o “arrastar” dos objetos pela tela do computador com o uso do mouse, possibilitando a transformação de figuras geométricas em tempo real.”

Alguns alunos relataram sobre os pontos positivos, onde houve maior compreensão dos conceitos geométricos anteriormente difíceis de serem absorvidos da forma correta.

Sobre a atividade 2, que trata sobre construção de planos, houve um relato interessante, onde a aluna E descreveu a dificuldade de se visualizar planos, quando construídos na sala de aula (no quadro). Daí, disse que foi uma experiência maravilhosa a visualização e compreensão destes conceitos a partir da oficina (figura 77).

Figura 77 – Trecho do relatório da aluna E sobre a atividade 2

NESTA ATIVIDADE PUDE VÊ A CONSTRUÇÃO DE UM PLANO POR PONTO. FOI UMA EXPERIÊNCIA MARAVILHOSA, POIS ANTES NÃO CONSEGUIA ENTENDER MUITO BEM QUANDO ERAM FEITOS NO QUADRO, PORQUE A DIMENSÃO É OUTRA, MAS QUANDO O PROGRAMA GEOGEBRA FOI PARA O COMPUTADOR FOI OUTRO NÍVEL, PODER CONSTRUIR UM PLANO E EM SEGUIDA DE UM PONTO

Fonte: própria

Assim, a aluna relatou que teve facilidade na execução da tarefa e que há uma maior praticidade ao se obter os valores indagados a partir da utilização do *software*, ao fazer uma comparação com o cálculo de forma manual (figura 78)

Figura 78 - Trecho do relatório da aluna S sobre a atividade 7

A atividade 7 foi a que achei fácil, que me calcula o volume do cilindro e a área de sua base, então pude visualizar melhor a figura e fazer o cálculo.

A altura era de 3 m de altura, a área  $A = 28,27$  e o volume de  $v = 84,82$ .

$$C = 2\pi r$$

$$A_1 = \pi \cdot r \cdot h$$

$$A_2 = 48,7$$

Fonte: própria

Apesar de ser considerada como complexa (figura 79) pela aluna M, a atividade 6, ainda assim, foi relatado por parte dos alunos que, bastando seguir corretamente as instruções, foi possível realizar a construção, visto que o uso simultâneo das janelas 2D e 3D facilitam bastante e dão segurança nas construções, até mesmo para quem tem dificuldades em abstrair.

Figura 79 - Trecho do relatório da aluna M sobre a atividade 6

Foi uma das que eu achei mais complicada e um pouco grande, mas nunca comparei a sala de aula. Me fez ter mais interesse, entrando na área de cilindros, e fazendo o uso de reta perpendicular, uma das matérias que eu mais acho difícil, se fosse mais simples, seguindo as instruções corretamente no final tudo doente.

Em sala eu nunca atingo o resultado final, no preço quanto, com figuras e a tela de visualização 2d e 3d tudo fica extremamente simples.

Fonte: própria

#### 4.6 Análise geral

Foi notável o aumento no interesse em aprender Geometria Espacial através do GeoGebra, quando comparado com o método tradicional do livro didático com o quadro da sala de aula.

Foram três oficinas em que o interesse dos participantes foi crescente. Inclusive, houve questionamentos sobre possíveis aulas, ainda neste ano letivo, utilizando o GeoGebra, como pode ser visto em um trecho do relatório da aluna T (figura 80).

Figura 80 - Trecho do relatório da aluna T sobre as oficinas

Essas aulas devia repetir mais vezes, por que nos aulas gostamos, e foi possível perceber que nosso comportamento ao ver as atividades se desenvolver, coisas novas para nossa vida, ficamos surpresos nunca tinha visto. Eu particularmente fiquei assim reações...

Fonte: própria

O aluno V ressaltou que, havendo a tecnologia disponível, é importante e didático fazer a sua utilização em benefício do ensino. No caso da Geometria Espacial, não há justificativas para que as aulas sejam apenas com quadro, esquadro e régua, sendo que há computadores e *softwares* que se tornam facilitadores dos processos (figura 81).

Figura 81 - Trecho do relatório do aluno V sobre as oficinas

É comum dentro das escolas a mudança do aprendizado em relação à tecnologia, contudo, mais se tem a oportunidade de utilizar a mudança em benefício desse aprendizado por que trabalhar a geometria através utilizando quadros, esquadros e régua, se além disso podemos explorar softwares que nos auxiliem a desenvolver o raciocínio e a tomada de decisão na resolução de problemas.

Fonte: própria

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um dos mais importantes deveres do professor é auxiliar os alunos a compreenderem o mundo ao seu redor através da construção de conhecimentos que deve ser feita por estes. Apesar da diversidade cultural encontrada nas escolas, cabe ao professor o desafio de minimizar as diferenças de modo que não reflitam negativamente nos processos de ensino-aprendizagem.

Há a necessidade da mudança de postura do professor quanto aos seus métodos de ensino, visto que ele passou a ser um mediador nos processos de aprendizagem. Além de que os recursos tecnológicos estão fazendo parte do cotidiano escolar e ignorá-los ou proibi-los pode não ser uma escolha sábia, por se tornar cada vez menos aceitável por parte dos discentes. Assim, tornar estes recursos parte dos processos de ensino fará com que as aulas se tornem mais atraentes aos alunos.

É notável a preocupação da comunidade escolar em modificar as estruturas e processos de ensino, empregando recursos tecnológicos como facilitadores. Porém estas modificações necessitam de uma abordagem adequada, vinda de pesquisas e ousadia.

A Geometria é vista como um conteúdo trabalhoso e difícil pela maior parte dos professores de Matemática. Mas, tendo um pouco de empenho, pode-se transformar as aulas, tornando-as menos tradicionais e mais atrativas até aos alunos que não gostam de Matemática. E este foi o desafio que o presente trabalho tentou contemplar, apresentando uma proposta de abordagem a um conteúdo considerado difícil através do uso de recursos tecnológicos, tornando-o mais fácil, visível (até mesmo a quem tem dificuldade em abstração) e interativo.

As atividades propostas alentaram os alunos aos estudos da Geometria Espacial, permitindo que houvesse a compreensão dos conceitos a partir da manipulação virtual e da interatividade permitidas pelo *software*.

Nos intervalos entre as oficinas, durante as aulas regulares, o desempenho, a participação e o interesse dos alunos cresceram significativamente, indicando alguns dos benefícios que surgiram a partir das atividades com o GeoGebra.

O resultado geral foi positivo, mas ainda não é o ideal. Para que haja um entendimento mais completo da Geometria, há a necessidade de que ela seja introduzida gradualmente no ensino fundamental. Mas isto será buscado em pesquisas futuras, visando a completar a abordagem da Geometria do ensino básico através do uso de tecnologias digitais, especificamente o *software* GeoGebra.

Finalmente, vale salientar que este trabalho foi produtivo, sendo bem aceito pela comunidade escolar, principalmente pelos alunos, que apresentaram ter compreendido a maior parte dos conceitos abordados em todas as atividades.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGUIAR, K. F.; ROCHA, M. L. **Micropolítica e o exercício da pesquisa-intervenção:** referenciais e dispositivos em análise. In: *Psicologia: Ciência e Profissão*, [Online] v.27, n.4, 2007, p.648-663.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Portal MEC**. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book\\_volume\\_02\\_internet.pdf](http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf)>. Acesso em: 23 de maio de 2017.
- BURD, L. **Desenvolvimento de software para atividades educacionais**. 1999, p. 219. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. Campinas, 1999.
- FALKEMBACH, G. A. M. **Concepção e desenvolvimento de material Educativo Digital**. In: *Mídias na educação*. Porto Alegre: Renote, V. 3, n. 1, 2005, p. 15.
- GRAVINA, M. A., BÚRIGO, E. Z., BASSO, M. V. A., GARCIA, V. C. V. **Matemática, mídias digitais e didática:** tripé para formação de professores de matemática. *Evangraf*, Porto Alegre, v. 1, 180 p, 2012.
- GRAVINA, M. A.; NOTARE, M. R. **A formação continuada de professores de matemática e a inserção de mídias digitais na escola**. In: *Anais do VI Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática*, 2013, p. 13. UFSCar, São Carlos, SP.
- INSTITUTO GEOGEBRA. Disponível em: <<http://www.geogebra.im-uff.mat.br/>> acessado em 22 de maio de 2017
- LÉVY, P. **As tecnologias da Inteligência:** O futuro do pensamento na era da informática. Tradução: Carlos Irineu da Costa. 13a. Reimpressão. São Paulo: Editora 34, 2004. 208 p.
- LORENZATO, S. A. **Por que não ensinar geometria?** In: *A educação matemática em revista*. Blumenau: SBEM, ano III, n. 4, 1995, p. 3-13.
- MAGALHÃES, R. O.; MOURA G. L. S. **Moda, média e mediana com o uso de recursos táteis e tecnológicos:** multiplano e geogebra. N. 1, 2016, 13 p. In: *Anais do X Simpósio Linguagens e Identidades da/na Amazônia Sul-Occidental*. Universidade Federal do Acre,
- MARTINS, L. F. **Motivando o ensino de geometria**. Criciúma/SC: Unesc, 2008.
- MINAS GERAIS. **Conteúdo Básico Comum (CBC) de Matemática nos ensinos fundamentais e médio**. Disponível em: <[http://crv.educacao.mg.gov.br/sistema\\_crv/banco\\_objetos\\_crv/%7B4DA513B4-3453-4B47-A322-13CD37811A9C%7D\\_Matem%C3%A1tica%20final.pdf](http://crv.educacao.mg.gov.br/sistema_crv/banco_objetos_crv/%7B4DA513B4-3453-4B47-A322-13CD37811A9C%7D_Matem%C3%A1tica%20final.pdf)>. Acesso em: 06 de maio de 2017.

NUNES, D. M. **O uso da linguagem de programação de computadores no ensino de Matemática:** alternativa metodológica para uma integração disciplinar. 2016. 110 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, Bahia, 2016.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da Geometria no Brasil:** causas e consequências. Zetetiké, Campinas, v. 1, n° 1, p. 7 – 17, 1993

SANTOS, R. F. **Pesquisa Participante:** o que é como se faz. Disponível em: <<https://baixadacarioca.wordpress.com/2012/03/19/pesquisa-participante-o-que-e-como-se-faz/>> acesso em: 26 de agosto de 2017.

SANTOS, M. A. **Novas tecnologias no ensino de matemática:** possibilidades e desafios. 2017. Disponível em: <[http://www.pucrs.br/famat/viali/tic\\_literatura/artigos/tics/101092011085446.pdf](http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/artigos/tics/101092011085446.pdf)> acesso em 21 de julho de 2017

SILVA, J. B. **Estudo da influência de softwares educativos para o aprendizado de matemática, no desenvolvimento do raciocínio lógico de alunos do ensino fundamental I.** Fortaleza, Ceará, 2009, 97p.

SILVA, O. P. **A utilização do software Geogebra como ferramenta no entendimento e aprimoramento de alguns conceitos geométricos planos.** 2015, 30 p. Artigo (Mestrado em Matemática) – Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa, Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Centro de Ciências Exatas e tecnológicas da Universidade Federal do Acre.

SILVA, G.G. H.; PENTEADO, M. G. **Geometria dinâmica na sala de aula:** o desenvolvimento do futuro professor de matemática diante da imprevisibilidade Ciência & Educação (Bauru), vol. 19, núm. 2, 2013, p. 279-292. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo, Brasil.

SIMAVE, Sistema Mineiro de Avaliação. Disponível em: <<http://www.simave.caedufjf.net/wp-content/uploads/2015/08/SIMAVE-2015-MATRIZ-REF-MT-C03.pdf>> Acesso em: 03 de julho de 2017.

TAHAN; Malba. **O Homem que Calculava.** 33. ed. Rio de Janeiro: Record, 2001. 286 p.

VIEIRA, A. V. N. **Computação gráfica na educação:** Blender 3D e o ensino de geometria espacial. Vitória da Conquista, 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2015.