UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL PROFMAT

**BRUNO DIAS FERREIRA**

# O Ensino de Geometria Plana e Espacial através de Elementos envolvidos no Projeto de uma Residência

**Sinop - MT**

**2017**

**BRUNO DIAS FERREIRA**

# O Ensino de Geometria Plana e Espacial através de Elementos envolvidos no Projeto de uma Residência

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, do departamento de matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Prof. Orientador: Dr. Emivan Ferreira da Silva

Profª. Coorientadora. Ma. Polyanna Possani da Costa Petry

**Sinop - MT**

**2017**

# CIP – CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO


C695a Ferreira, Bruno Dias.

O Ensino de Geometria Plana e Espacial através de Elementos envolvidos no Projeto de uma Residência / Bruno Dias Ferreira – Sinop, 2017.

62 p.: il.

Orientador: Prof. Dr. Emivan Ferreira da Silva.

Coorientadora: Prof[a]. Ma. Polyanna Possani da Costa Petry.

Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado de Mato Grosso, Campus Universitário de Sinop, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Programa de Pós-graduação Profissional em Matemática.

1. Geometria Plana. 2. Ensino de Matemática. 3. Projeto residencial. Mestrado Profissional em Matemática. I. Silva, Emivan Ferreira da, Dr. II. Petry, . Polyanna Possani da Costa, Ma. III. Título.

CDU ______________________

**BRUNO DIAS FERREIRA**

O ENSINO DE GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL ATRAVÉS DE ELEMENTOS ENVOLVIDOS NO PROJETO DE UMA RESIDÊNCIA.

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT no *Campus* Universitário de Sinop, para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Emivan Ferreira da Silva

Coorientadora: Profa. Ma. **Polyanna Possani da Costa**

Aprovado em: 11/12/2017

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Emivan Ferreira da Silva - UNEMAT

Prof. Dr. Eberson Paulo Trevisan – UFMT/Sinop

Prof. Dr. Miguel Tadayuki Koga - UNEMAT

Profa. Ma. Polyanna Possani da Costa

SINOP – DEZEMBRO - 2017

***Dedico este trabalho à todos presentes em minha vida, especialmente aos meus pais.***

## AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, primeiramente. Impossível dissociar qualquer êxito em minha vida sem a presença deles, nos mais variados contextos e apoio em todas as formas.

À "minha gata", que mesmo distante me ajudava e orientava, apoiava e suportava as diversas circunstâncias que o curso e a vida comumente nos "presenteia".

Aos professores do PROFMAT da Unemat, que sempre dispostos a ajudar fizeram toda a diferença nessa jornada, mesmo com todas as características e dificuldades impostas que cada indivíduo ou turma apresenta, e em especial ao meu orientador Emivan e à minha coorientadora Polyanna.

Aos amigos que fiz nesse mestrado, que posso dizer ser um privilégio e uma grande sorte, de probabilidade mínima. Obrigado pelo apoio.

Aos amigos da Engenharia que ajudaram muito durante a caminhada louca entre o final de uma graduação e a qualificação do mestrado, e ao professor Eng. Dr. André Ferraz.

À UNEMAT, que me proporcionou duas oportunidades incríveis na vida, as quais sempre vou ser grato.

## RESUMO

Em geral a experiência da docência em Matemática esbarra na dificuldade dos alunos em aprenderem os conteúdos. Esta dificuldade é sustentada em diversas fatores, com destaque principal para o distanciamento entre o cotidiano dos alunos com o conteúdo da Matemática, somado a crenças errôneas de que o conteúdo é somente abstrato, repetitivo, torturante e de que não terá utilidade futura. Os professores se vêem em situações de dúvida sobre qual caminho seguir para tornar o aprendizado estimulante e aplicável. Uma forma de tornar as teorias Matemáticas mais familiares e significativas ao aluno é dar sentido à sua existência a partir de sua utilização ou aplicação em fatos que estão presentes no dia a dia. Partindo destes pressupostos, esta dissertação visou auxiliar professores no ensino dos conceitos específicos da Geometria plana e espacial, apresentando a aplicação prática dos conceitos através da resolução de exercícios elaborados com base em situações concretas, nas quais discentes do ensino fundamental e médio aprenderão a empregar a Geometria na construção da planta de uma residência (e/ou partes dela) e demais situações implicadas neste processo. Para isto, foram elaborados exercícios que envolvem Geometria e outras áreas da Matemática, com a utilização de recursos reais, possibilitando ao professor o uso com a sua necessidade no ambiente educacional, bem como viabilizar a aprendizagem significativa do conteúdo.


**Palavras-chaves: Geometria, Engenharia, Arquitetura**

## ABSTRACT

In general, the experience of teaching mathematics runs up against the difficulty of students in learning, in fact, the contents. This difficulty is supported by a number of factors; most notably the distancing of the student world from mathematics, coupled with erroneous beliefs that content is only abstract, repetitive, torturing, and useless in future. Teachers often find themselves in situations of doubt about the best way to make learning stimulating and applicable. One way to make mathematical theories more familiar and meaningful to the student is to give meaning to its existence from the use or application in everyday things. Based on these assumptions, this dissertation aimed to assist teachers in the didactic teaching of specific concepts of flat and spatial geometry, presenting the practical application of the concepts through the resolution of exercises elaborated based on concrete situations, in which students of the elementary and high school will learn how to employ the geometry to build a floor plan (and/or parts thereof) and other situations involved in the process. For this, exercises that also involve other areas of mathematics were elaborated, using real resources, enabling the teachers to use according to their needs in the educational environment, as well as to enable meaningful learning of the content.

**Keywords:** Geometry, Engineering, Architecture

## LISTA DE FIGURAS

## SUMÁRIO

# 1 INTRODUÇÃO

A Matemática pode se apresentar às vezes como uma disciplina que envolve abstração, repetição, tédio e de grande dificuldade de entendimento, em virtude principalmente de não fazer parte do mundo dos alunos. Uma forma de tornar as teorias Matemáticas mais familiares e mais significativa ao aluno é dar sentido à sua existência a partir de sua utilização ou aplicação em fatos que estão presentes no cotidiano. Segundo Reis (2005), dentre os motivos da rejeição sobre a disciplina está justamente a falta de relação do que é ensinado em sala e o dia a dia do aluno.

Quando se tenta resolver problemas e desafios ligados a conceitos matemáticos/geométricos, tornam-se os conceitos e teoria palpáveis, estimulando os alunos e mostrando a eles que a compreensão de determinados fenômenos só é possível a partir da abstração de suas propriedades e da modelagem Matemática, uma vez que os problemas ou situações problemas abrangem desde conceitos de contagem simples até os mais complexos nas diversas áreas de exatas e também humanas. Ao longo da história, vários autores, como Comenius, Poincaré, Vygotsky e Bruner defenderam que o ensino pode-se também partir do concreto, aplicável, para o abstrato (LORENZATO, 2009)

Outro agravante no ensino da Matemática é quanto o professor tem domínio da temática a ser ensinada (BARBOSA, 2011). Os conteúdos de Geometria plana e espacial, por exemplo, devido a fatos históricos e insegurança de alguns professores, foram deixados de lado em certo ponto da história (PAVANELLO, 1989; GAZIRE, 2000). Afinal, como tornar um conteúdo atrativo e aplicável, sem conhecê-lo? O papel do professor não precisa ser o de transmissor de uma teoria formulada e provada, há muitos anos, por pessoas que justamente queriam resolver problemas e que acabaram por organizar uma teoria tão bela e importante, mas o papel do professor poderá (e deve) ser de facilitador e orientador - que ultrapassa os limites do transmitir conhecimento, mas que cria com seus alunos formas de compreensão dos significados das proposições, conceitos e teoremas a partir de situações investigativas e curiosas.

Na área de Geometria há materiais que relacionam sua utilização na música, nas artes, nas construções. São ferramentas que podem ser usadas por professores preocupados em quebrar a monotonia em sala de aula, visto que cabe ao professor repassar as informações e "descobrir" para cada perfil de aluno como abranger de forma mais eficiente e ampla possível os conceitos matemáticos.

O Ministério da Educação (BRASIL, 1997), conhecedor da importância dos conteúdos da Geometria para alunos do ensino fundamental, diz que o ensino deve possibilitar ao aluno estabelecer pontos de referência, situando-se e posicionando-se no espaço, e que identificar e representar as formas são habilidades essenciais. Segue:

> Os conceitos geométricos compõe parte significante do currículo de matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. (BRASIL, 1997, p. 56).

No tocante às Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), relacionadas às Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, espera-se que ao final do Ensino Médio os alunos saibam utilizar a Matemática na resolução de problemas do cotidiano, o que implica em modelar fenômenos em outras áreas e entender como a Matemática funciona em sua estrutura, além de dar importância para o desenvolvimento científico e tecnológico.

Em síntese, uma forma de se realizar essa transição para o entendimento dos alunos e colocar em prática a teoria aprendida tornando concreta toda a abstração e teoria é a resolução de problemas ou aplicação de projetos. Partindo deste pressuposto e sabendo que o tema moradia ou construção é uma experiência vivenciada por qualquer pessoa e que a Matemática é um instrumento útil para modelar várias situações nesse tema, este trabalho ambicionou buscar meios de estreitar a relação entre esses dois assuntos: Geometria e construção, tornando a Matemática um instrumento de transformação e interpretação destes elementos, bem como facilitando o manejo didático do conteúdo para o professor e, consequentemente, estimulando o aprendizado dos alunos.

A partir dessa ideia, o presente trabalho busca, através da interação com outros conhecimentos, apresentar alternativas para aplicação em sala de aula da

Geometria plana e espacial, elaborando uma lista de exercícios aplicados na construção de uma casa.

# 2 HISTÓRIA E CONTEXTO SOBRE A GEOMETRIA

A Geometria pode ser definida como o “1. Ciência que tem por .objeto as dimensões das linhas, das superfícies e dos volumes. 2. Tratado de geometria." (PRIBERAM, acesso em 10 out 2017).

Acredita-se que o desenvolvimento da Geometria, tenha sido estimulado por necessidades de construção e demarcação de território, de forma prática, ou por anseios estéticos em relação à configurações e ordem (BOYER, 1996).

Partilhando da hipótese acima, Pavanello (1989) explica que a Geometria, de forma geral, parece ter sido "construída" de forma a atender às necessidades práticas de uma determinada comunidade, como a demarcação de terras, construção de moradias, locais para animais, plantio e armazenamento de alimentos entre outros.

Em toda a história da Matemática, a civilização egípcia e a babilônica conheciam a Geometria de modo empírico, não teorizando suas aplicações. Assim, conseguiam atingir resultados práticos, juntando conhecimentos e saberes que auxiliavam na resolução de problemas de agrimensura e projetos de engenharia e arquitetura, formando assim os registros mais antigos sobre Geometria, cerca de 3500 anos atrás (GERBASI, 2017).

Outras civilizações também contribuíram de forma mais sistematizada, como os gregos. Os pré-colombianos possuíam um incrível conhecimento, aplicando-o também em astronomia, escrita, Geometria, engenharia e agricultura. Hindus e árabes inventaram o sistema decimal predominante até hoje, portanto de extrema importância à Matemática atual. Pode-se também encontrar algum tipo de demonstração sobre algum conhecimento ou utilização da Matemática e Geometria em civilizações da África, China e povos da floresta amazônica (GERBASI, 2017).

A história da Matemática, de uma forma geral, está intrinsecamente relacionada à Geometria, sendo até difícil garantir se ela teve sua origem na aritmética ou na própria Geometria. Ao longo dos anos, a valorização dos conceitos matemáticos rendeu inúmeras histórias e lendas sobre os mais diversos estudiosos do assunto. Um exemplo é o caso de Hípaso, que conseguiu demonstrar que a raiz quadrada do número 2 é irracional, e, revelando isso a estranhos, foi arremessado ao mar pelos pitagóricos (ou que teria sido lançado pelo próprio Pitágoras; ou ainda que teria sido castigado pelos Deuses e morreu afogado) (BOYER, 2010; EVES, 2004; ROONEY, 2012; apud GERBASI, 2017) . Vê-se então que o conhecimento pode ser transformador, devendo então ser replicado, conservado e atualizado.

Dada a importância e aplicabilidade da Geometria na vida cotidiana, justifica-se seu ensino desde cedo, objetivando desenvolver o sentido de localização, reconhecimento espacial, características e habilidades para a construção de sólidos geométricos (SILVA; RODRIGUES, 2015).

A Geometria desempenha um papel fundamental na educação porque possibilita a passagem de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização (FAINGUELERNT, 1995 apud SALVADOR, 2013). Lorenzato (1995, p. 5 apud SALIN, 2013, p. 263) argumenta que "...sem esse conteúdo, nunca poderia desenvolver o pensar geométrico, ou ainda, o raciocínio visual, além de não conseguir resolver situações da vida que forem geometrizadas". É necessário que o aluno tenha oportunidade de explorações, representações e todas as demais atividades que possibilitem descobrir e perceber propriedades para sua aprendizagem (SALIN, 2013)

Um empecilho para a aprendizagem de conteúdos matemáticos, segundo Vergnaud (1990 apud SILVA; RODRIGUES, 2015), é o fato de que muitos professores consideram os conceitos matemáticos como elementos prontos, sem notar que estes conceitos podem e devem ser construídos pelos alunos. Para isso, os alunos precisam ser auxiliados e estimulados a fazerem relação entre o conteúdo estudado e as informações do seu cotidiano.

Em um resgate histórico do ensino da Matemática no Brasil, há quatro décadas houve uma série de fatores que colaboraram para abandono à Geometria, com Reformas Curriculares (promulgada a Lei nº 5692/71 que dava liberdade às escolas quanto a escolha das disciplinas), políticas públicas, movimento da Matemática moderna. Este fato, somado à insegurança que muitos professores sentiam em relação à essa matéria corroborou para a exclusão da Geometria das grades curriculares.

Outro fator agravante remonta ao início do século XX, onde a classe trabalhadora era normalmente ensinada a realizar operações Matemáticas básicas, voltadas às atividades comerciais e a elite, "melhor atendida" em quesitos educacionais, via conteúdos mais complexos, porém ainda com um ensino burocrático e sem aplicações interdisciplinares. Com o passar do tempo, observouse a falta e as consequências desse desamparo no que se refere ao ensino da Matemática como um todo e o impacto nas ciências correlatas, como as engenharias (PAVANELLO, 1993).

A fim de superar as dificuldades comumente encontradas na aplicação da Geometria, Fonseca (2009) destaca que muitos professores têm se dedicado ao estudo da temática em sua parte didática, desde o ensino básico até níveis superiores de ensino. Smole (S/D), acrescenta que para melhorar a eficácia da aprendizagem o aluno deverá ser levado a confrontar situações problematizadoras, que mobilizem recursos cognitivos e conhecimentos, não sendo então os exercícios focados em respostas rápidas, mas sim colocar o executor das tarefas diante de situações a serem discutidas, buscando-se alcançar o objetivo proposto de forma bem definida.

De forma contemporânea, investigam-se abordagens diferentes das tradicionais, com tópicos que possam ser familiares aos envolvidos, integrando conhecimento prático-acadêmico, estimulando assim a criatividade no processo de ensino-aprendizagem com estratégias de ensino que tendam a aprendizagem significativa (AUSUBEL, 2003).

Aprendizagem significativa é o processo que permite que uma nova informação interaja com uma estrutura de conhecimentos específicos já adquiridos (VIANA, 2011). O referido autor ainda afirma que se não houver associação (ou ocorrer de forma insuficiente) entre conceitos relevantes, pode-se chamar a aprendizagem de mecânica, ou seja, sem sentido para o aluno. No caso de aprendizagem significativa, há uma incorporação de novos conhecimento, e o sujeito utiliza um esforço para relacionar os novos conhecimentos aos antigos, ou seja, a aprendizagem está relacionada com a vivência ou objetos, e há interesse do aluno em buscar o conteúdo. Já no caso da aprendizagem mnemônica, essas características não são atendidas, e o objetivo é decorar conceitos para “passar”.

Sustentadas na necessidade de fomentar a aprendizagem significativa nos discentes, as atuais políticas educacionais apontam para a necessidade de contextualizar os conceitos matemáticos expostos na sala de aula, possibilitando ao aluno a relação entre seu ambiente e os conceitos formais (SANTOS et al, 2015).

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC - brasileira, criada pelo Ministério da Educação - MEC, (BRASIL, 2016), ressalta a importância de considerar o aspecto funcional presente no ensino e estudo da Geometria, que inclui as transformações geométricas (sobretudo as simetrias), bem como as associações fundamentais associadas a essa temática, principalmente: construção, representação e interdependência.

Ainda segundo as diretrizes da BNCC (BRASIL, 2016), a recomendação para o ensino fundamental é de que os sejam capacitados para identificar e estabelecer pontos de referência (localização e deslocamento de objetivos), construção de representações de espaços, estimar distâncias usando mapas como suporte (papel ou meios digitais), indicar características das formas geométricas tri e bidimensionais, associar figuras espaciais e suas planificações, nomear e comparar polígonos por meio de propriedades relativas às suas características.

Ainda referente ao ensino fundamental, o MEC (BRASIL, 1997) determina que o ensino da matemática deve levar o aluno a:

- Identificar características das figuras geométricas, percebendo semelhanças e diferenças entre elas, por meio de composição e decomposição, simetrias, ampliações e reduções;
- Construir o significado das medidas, a partir de situações-problema que expressem seu uso no contexto social e em outras áreas do conhecimento e possibilitem a comparação de grandezas de mesma natureza.

A recomendação para alunos do Ensino Médio é que sejam ampliados e consolidados os conteúdos já vistos no ensino fundamental, incluindo a Geometria analítica. Em síntese:

> ... a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume e nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. A equivalência de áreas, por exemplo, já praticada há milhares de anos pelos mesopotâmios e gregos antigos sem utilizar fórmulas, permite transformar qualquer região poligonal plana em um quadrado com mesma área (é o que os gregos chamavam “fazer a quadratura de uma figura”). Isso permite, inclusive, resolver geometricamente problemas que podem ser traduzidos por uma equação do 2º grau.
> (BRASIL, 2016, p.228)

A BNCC (BRASIL, 2016) orienta-se pela hipótese de que a aprendizagem em Matemática está relacionada à compreensão de objetos matemáticos concomitantemente com suas aplicações. Destaca-se ainda o novo formato do Ensino Médio brasileiro, que englobará a formação técnica, tendendo ao aprimorando profissional.

A partir das considerações anteriores, problematiza-se: como trabalhar a Geometria plana e espacial com alunos do ensino fundamental e médio, conforme estabelecido pelas diretrizes curriculares do MEC, dentro de um contexto concreto, passível de proximidade com o cotidiano dos alunos e ao mesmo tempo didático? Este é o objetivo desta dissertação, na qual serão apresentados exercícios de Geometria plana e espacial aplicados à construção de casas/cômodos, englobando desde a criação da planta até a pintura e caixa d'água a serem utilizadas.

Os exercícios foram construídos a partir de leituras de artigos e livros, de experiências pessoais e concepções sobre ensino de Geometria espacial e plana, centrados na aprendizagem dos discentes por meio de atividades que estimulem o desenvolvimento do pensamento geométrico e da preocupação com a didática do professor na administração deste conteúdo. Assim, cada exercício foi planejado com o intuito de promover um espaço para a aprendizagem individual e coletiva, favorável ao desenvolvimento profissional de professores e à mobilização de seus saberes, em particular, dos saberes relacionados à temática aqui abordada.

# 3 EXERCÍCIOS PARA APLICAÇÃO

Neste capítulo serão abordadas situações que podem ser comumente vivenciadas em algumas construções de residências, adaptadas ao nível de conhecimento para os alunos, uma vez que um conhecimento mais específico e técnico não faz parte do currículo de estudantes do ensino fundamental e médio. O professor poderá utilizá-las de maneira separada ou em sequência, desde que algumas adaptações sejam feitas. Algumas sugestões de resolução serão apresentadas nas atividades, porém, pelas diversas situações que serão criadas pelos alunos, cada grupo poderá ter seu próprio processo de trabalho e sua própria solução para os problemas.

Os parâmetros técnicos utilizados para a elaboração dos problemas foram baseados em normas e literatura específica, sendo sua escrita algumas vezes simplificada e adaptada para a devida utilização, servindo de base apenas para caráter didático. A formação em Engenharia Civil e Matemática auxiliou nas adaptações e escolha dos nível das atividades, assim como foi solicitada a contribuição de outros profissionais das respectivas áreas.

A partir desse ponto e durante todas as apresentações das situações, o texto terá caráter mais didático, não sendo aplicadas as regras de escrita, formatação e formalidades, objetivando um texto mais fluído e acessível para o leitor.

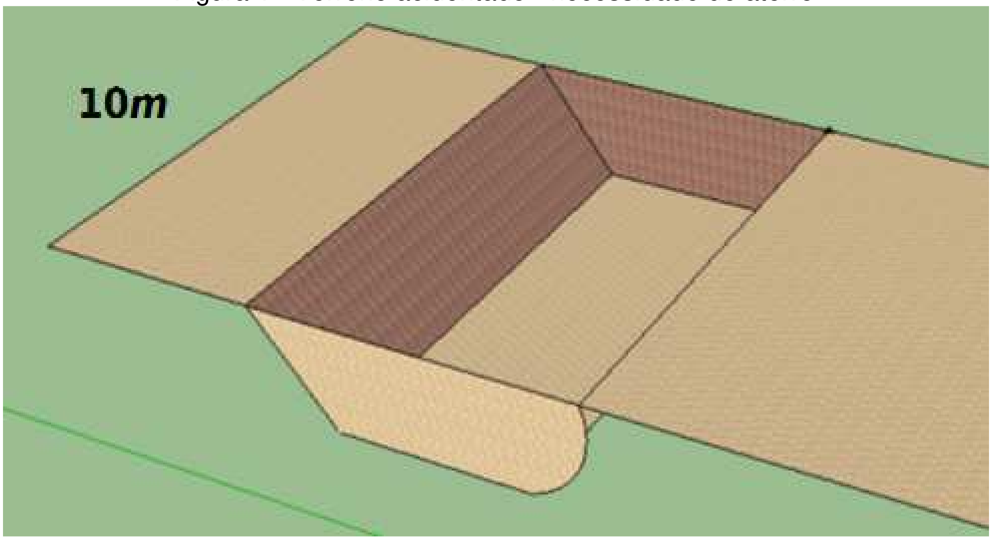
## 3.1 HISTÓRIA

A família do Sr. José comprou um terreno para a construção do maior sonho da família: ter a casa própria. O terreno é de formato retangular de 10mx30m (dez metros de largura por trinta metros de comprimento). Obviamente, o Sr. José, que tem uma esposa e dois filhos, vai ter que trabalhar bastante e resolver muitas situações até a moradia ficar totalmente completa.

## 3.2 NIVELAMENTO (EMPOLAMENTO E COMPACTAÇÃO)

Vejam na Figura 1 o terreno comprado. Ele possui em um dos lados 10 metros, então, obviamente o outro lado é de 30 metros.

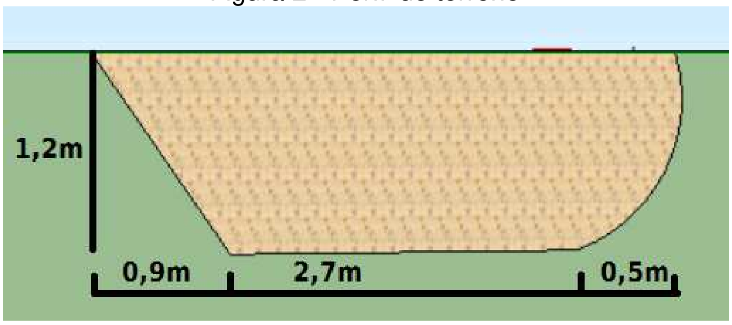
Figura 1 - Terreno acidentado - necessidade de aterro




Fonte:  1 - O autor

O Sr. José descobriu que o seu terreno é muito acidentado, ou seja, não é plano, e assim não pode sair simplesmente construindo em cima de qualquer forma. Veja a Figura 1 e Figura 2 (feita por um engenheiro)

Figura 2 - Perfil do terreno




Fonte:  2 - O autor

O Sr. José vai precisar, então, comprar solo para tapar e nivelar esse "buraco".

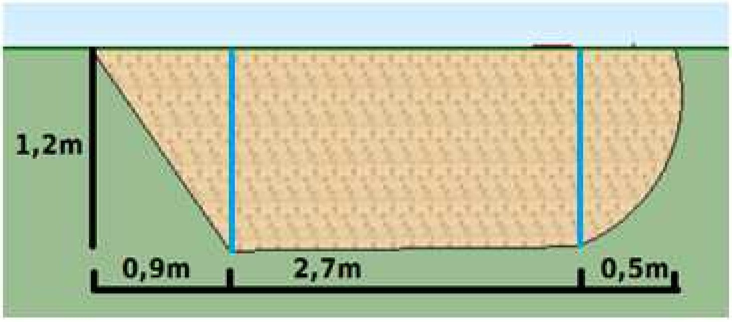
**Atividade 1.** Qual o volume necessário de solo que será preciso para o nivelamento do terreno? (Aqui, apesar de não ser dado o raio de curvatura do lado direito, podemos aproximar ao máximo o cálculo, visto que o desenho também não representará com perfeição toda a irregularidade do terreno)

***Para o professor**: Situação que podem ser apresentadas as práticas de Geometria plana e espacial. Ficará mais fácil para o aluno a subdivisão das figuras, e poderá ser permitido uma aproximação da parte curva, através de figuras menores* *ou de áreas parecidas (como da parte de um círculo), incentivando a criatividade para resolução do problema.*

*Lembrando: O Volume de um prisma é dado por área da base vezes altura, ou seja, dependendo formato da base, a figura tridimensional possui o nome referente à esse formato, não existindo então uma equação (ou fórmula) única para o cálculo.*

**Uma Solução**

Figura 3 - Forma de dividir a figura




Fonte: 3 - O autor

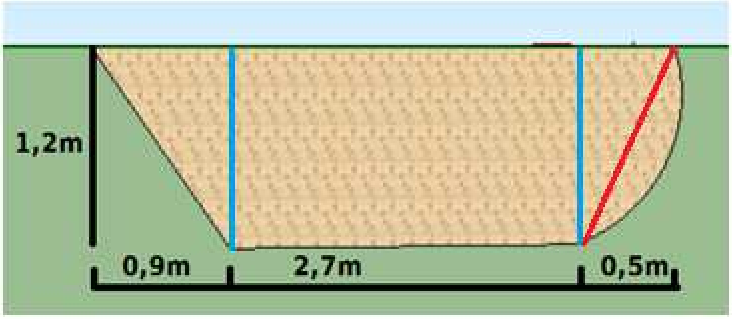
A ideia aqui é dividir a figura inicialmente em três figuras (Figura 3). Facilmente percebe-se o triângulo e o retângulo. O Volume dado pelas duas figuras é:

$$V_{Prisma\ triângular, Prisma\ retângular} = \left(\frac{0{,}9m \times 1{,}2m}{2}\right) \times 10m + (2{,}7m \times 1{,}2m) \times 10m$$

$$V_{Prisma\ triângular, Prisma\ retângular} = 5{,}4m^3 + 32{,}4m^3 = 37{,}8m^3$$

Para a última parte, pode-se solicitar que os alunos aproximem ao máximo a área a ser calculada (para determinar o volume), como nas Figuras 4 e 5. Assim, poderão exercer a ideia de aproximação de determinados valores e noções de limite.

Figura 4 - Subdivisões



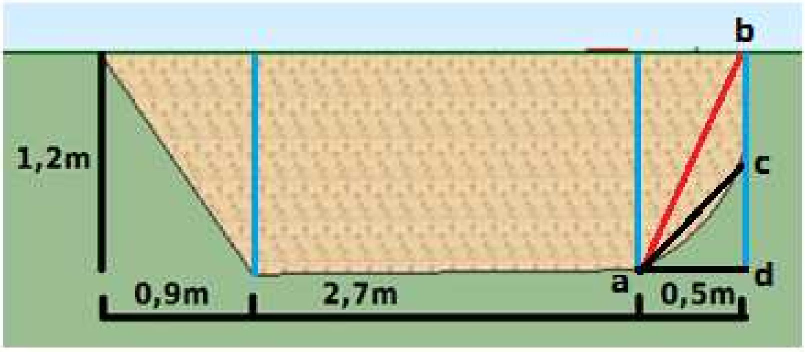

Fonte: 4 - O autor

Na Figura 5, pode-se traçar uma linha de forma a construir um triângulo, facilitando o cálculo.

$$V_{Prisma\ triângular\ 2} = \left(\frac{0{,}5m \times 1{,}2m}{2}\right) \times 10m = 3m^3$$

Inserindo-se mais dois segmentos de retas $ab$ e $ac$ ($c$ está no ponto médio de $bd$):

Figura 5 - Subdivisões da figura




Fonte: 5 - O autor

$$V_{Prisma\ triângular\ 3} = \left(\frac{0{,}5m \times 0{,}6m}{2}\right) \times 10m = 1{,}5m^3$$

Temos até agora, um total de $37{,}8\ m^3 + 3\ m^3 + 1{,}5\ m^3 = 42{,}3m^3$. ■

Sabemos então que seria necessário um valor um pouco acima desse, referente à parte externa da corda tocada pelos pontos $a$ e $c$. A ideia agora é deixar os alunos discutirem sobre como calcular esse valor ou aproximações pertinentes. A título informativo, essa área (calculada em software cad) é de 0,021m$^2$, o que resultaria em 0,21m$^3$, totalizando 42,51m$^3$.

Até aqui já sabemos o volume que será necessário para esse serviço. Porém, para a sua primeira surpresa na obra, o Sr. José descobriu que não pode apenas comprar a quantidade calculada de solo. Existe a questão do EMPOLAMENTO. E o que seria isso?

Quando o solo é retirado do local, ou seja, é escavado, ele fica "meio fofo", e portanto, não compactado (menos denso por m$^3$), o que para a construção de sua casa é ruim. Para isso, o proprietário terá que comprar uma quantidade maior do solo, pois no canteiro de obras, o solo reduzirá seu VOLUME.

Segundo o engenheiro responsável, a taxa de empolamento do solo é de 24%, ou seja, supondo que o volume necessário para o aterro fosse de 100 $dm^3$, logo, seriam necessários 124 $dm^3$ transportados para o local.

**Atividade 2.** Quantos metros cúbicos o Sr. José deve comprar para ocupar devidamente o espaço desejado?

***Para o professor***: *Situação que pode passar ao aluno a ideia de que certo volume pode "variar" conforme o material que estamos utilizando quando é manipulado, porém, o volume a ser preenchido não pode ser alterado.*

*Lembrando: Para o cálculo de determinada porcentagem de um valor, podemos transformar 24% = 24/100 = 0,24, facilitando os cálculos na utilização de uma calculadora, por exemplo.*

**Uma solução**

$42{,}51\ m^3 \times 0{,}24 = 10{,}20\ m^3$

Logo, $42{,}51\ m^3 + 10{,}20 m^3 = 52{,}71 m^3$ de solo devem ser comprados. ■

## 3.3 PLANTA RESIDENCIAL

Terreno definido, agora o Sr. José vai encomendar a planta de sua casa. Algumas informações são básicas, e servem de referência para o arquiteto, engenheiro ou para quem deseja projetar a própria residência.

Toda cidade (ou quase toda) possui sua própria legislação sobre as construções que serão realizadas em sua área urbana. Essas regras servem para instruir o cidadão sobre certas imposições mínimas e máximas (visando o bem estar do usuário da construção) que devem ser consideradas para cada situação.

Como o Sr. José financiou seu imóvel por um programa do governo, outras regras também são impostas para que o dinheiro seja liberado.

De forma conjunta, aqui serão definidas as regras que deverão ser seguidas para a elaboração da planta da casa.

Todo cômodo deverá contar com áreas mínimas para boa acomodação dos móveis e dos moradores. (Cuidado com o espaço para a abertura das portas!)

- ✓ Os cinco primeiros metros da parte frontal não podem ser utilizados
- ✓ A casa deverá conter: sala, cozinha, dois quartos, um banheiro, garagem e área de serviço, no mínimo, e o pé direito (chão ao teto) adotado de 3m.
- ✓ Cozinha - Largura mínima: 1,80 m
- ✓ Banheiro - Largura mínima: 1,50 m
- ✓ Sala de estar - Largura mínima: 2,40 m
- ✓ Cama de casal: 1,40 m x 1,90 m
- ✓ Cama de Solteiro: 0,80 m 1,90 m
- ✓ Guarda roupa: 1,60 m x 0,50 m
- ✓ Corredores: 1 m
- ✓ Circulação: 0,60 m
- ✓ Criado-mudo: 0,50 m x 0,50 m
- ✓ Pia: 1,20 m x 0,50 m
- ✓ Fogão: 0,55 m x 0,60 m
- ✓ Geladeira: 0,70 x 0,70 m
- ✓ Portas - 0,80 m x 2,10 m
- ✓ Janelas (mínimo):

a) 1/6 (um sexto) da área do piso, para dormitórios.
b) 1/8 (um oitavo) da área do piso, para salas de estar, refeitório, bibliotecas, cozinha, copa e outras salas.
c) 1/10 (um décimo) da área do piso, para banheiros sanitários, lavabos, despensas, armazéns, sobre-lojas, oficinas e fábricas em geral.

Entre os modelos encontrados de janelas pelo Sr. José, temos as seguintes medidas (em metros):

1,00 x 1,50; 1,00 x 2,00; 1,00 x 1,20; 1,20 x 1,50; 1,20 x 2,00; 0,60 x 0,80; 0,50 x 0,50; 0,40 x 0,60; 0,60 x 0,60.

Em relação às portas, possuem comumente 0,80m x 2,10m para a entrada, e podem ter 0,70m x 2,10 para os banheiros.

*Metragem de cômodos, conforme quantidade de quartos*

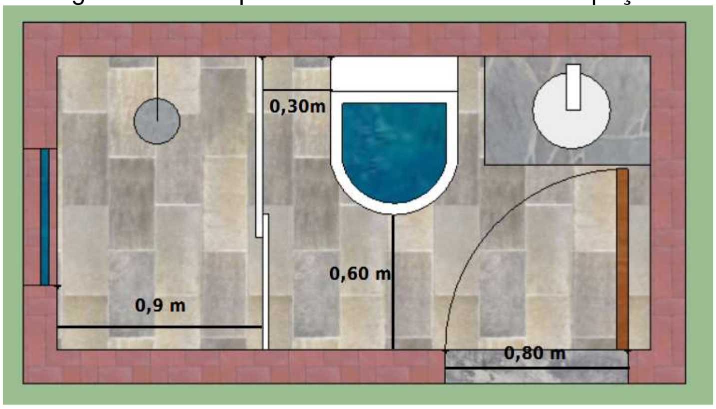
| Dormitório | Sala | Banheiro | Cozinha | Área serviço |
|---|---|---|---|---|
| 1º - 9,00m² | 9,00m² | 1,50m² | 3,00m² | 1,50m² |
| 2º - 7,5 00m² | 10,50m² | 2,00m² | 4,00m² | 2,00m² |
| 3º - 9,00m² | 12,00m² | 2,00m² | 4,00m² | 2,50m² |

Fonte: Código de Obras do Município de Sinop-MT

Para esse exercício, poderá ser utilizado uma ferramenta computacional simples, de fácil manuseio e de livre acesso, que poderá ser acessada por um navegador de internet, ou sistemas Android e IOS. Mais informações são apresentadas no apêndice deste trabalho.

Exemplo de um banheiro comum, Figura 6.

Figura 6 - Exemplo de banheiro - Vista dos espaços




Fonte: 6 - O autor

**Atividade 3:** Dividir os alunos em equipes. Cada equipe deverá elaborar uma planta de uma casa, seguindo os parâmetros acima mencionados.

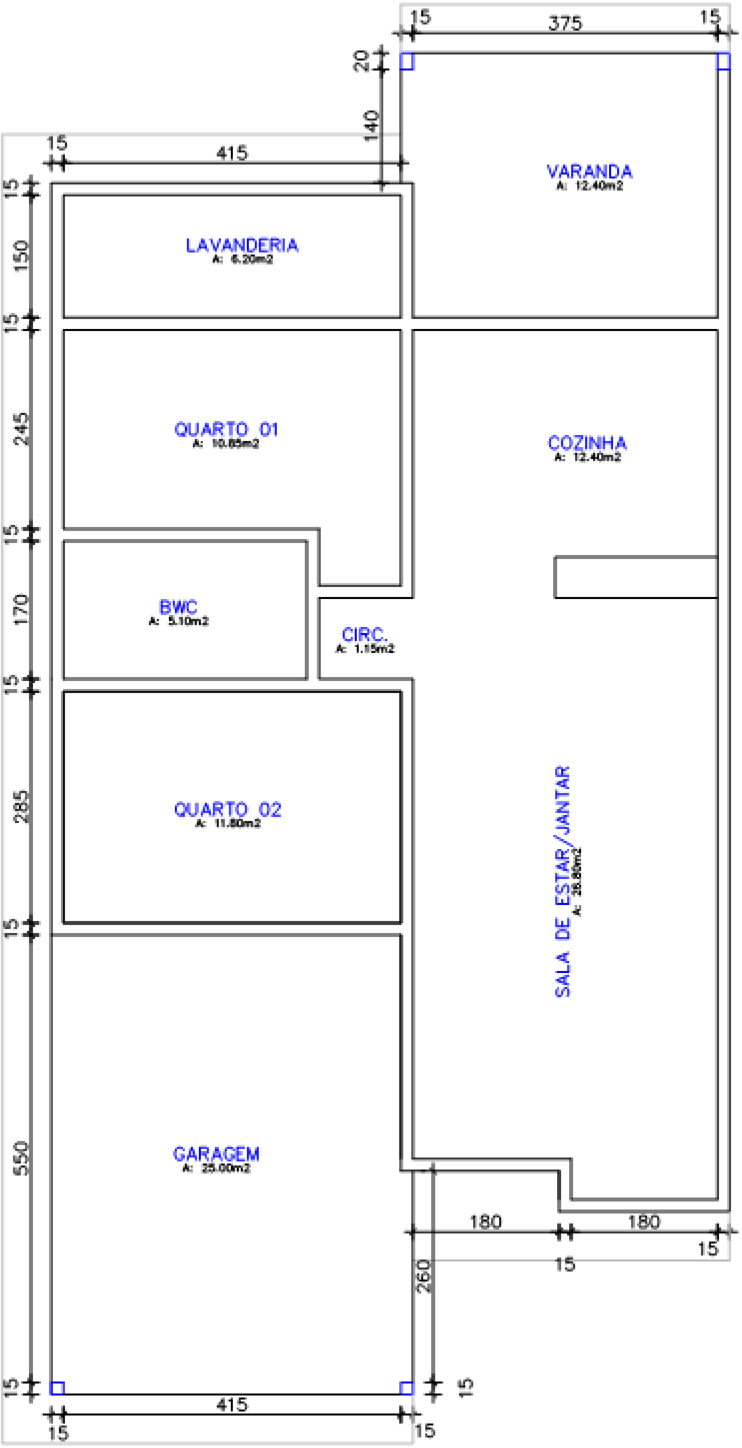
***Para o professor***: *Pode não parecer, mas essa é uma atividade demorada e um tanto quanto trabalhosa. As combinações podem ser diversas, mas obrigará os alunos a prestarem atenção ao conjunto de regras, verificando problemas e propondo soluções. Como teste, o professor poderá tentar realizar essa atividade antecipadamente, para sentir as dificuldades. Vale uma breve leitura conjunta com os alunos para fixar algumas diretrizes.*

## Uma Solução

Figura 7 - Exemplo de uma planta humanizada

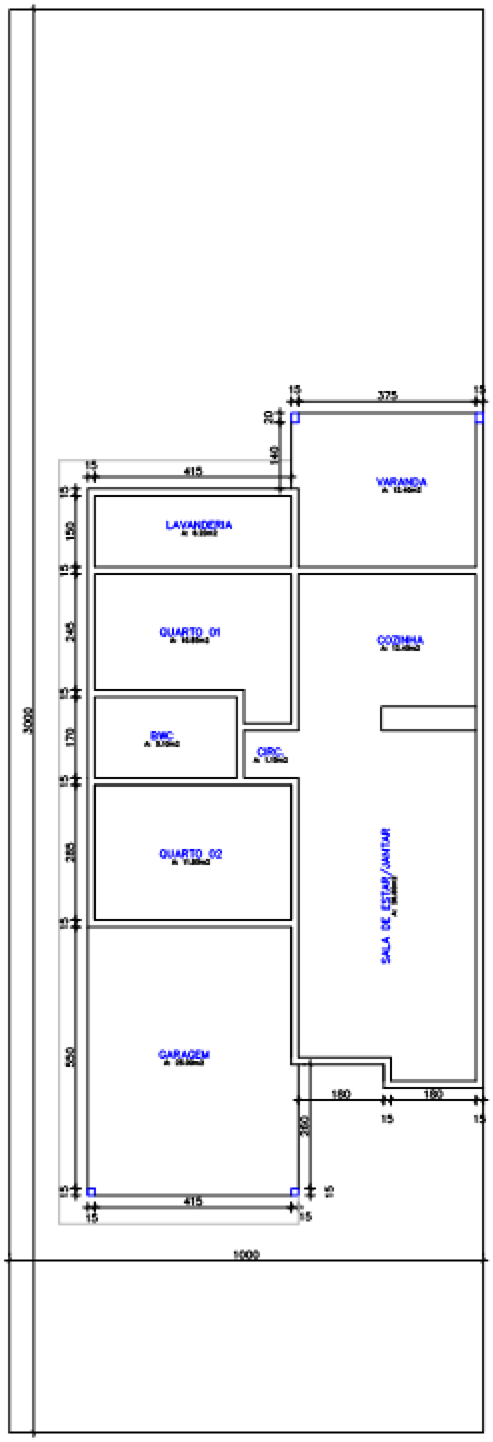
Fonte:  7 - O autor

Figura 8 - Planta com dimensões




Fonte: 8 - O autor

Figura 9 - Planta da ocupação da casa no terreno



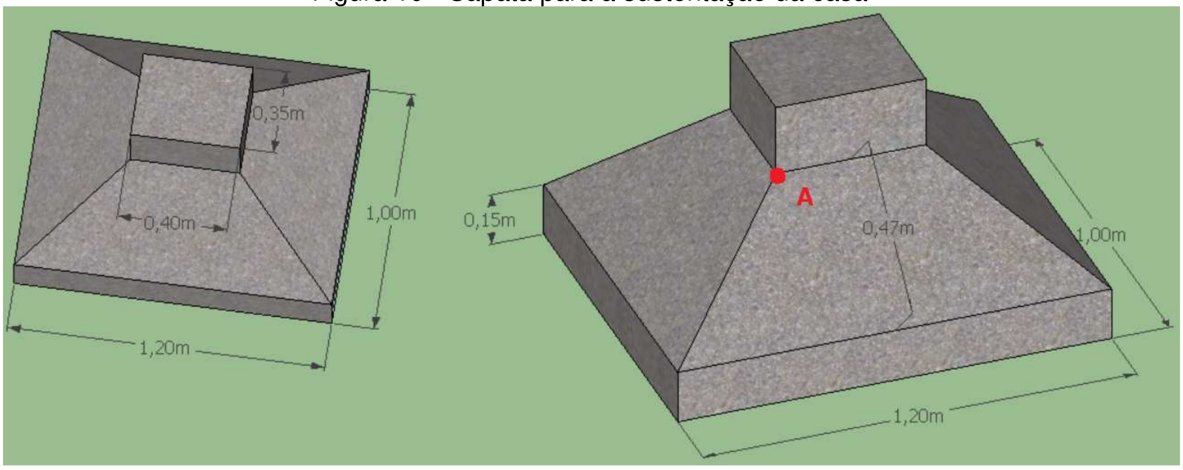

Fonte: 9 - O autor

## 3.4 FUNDAÇÃO

Definida a planta da casa, um dos passos mais importantes é a construção da fundação. Existem, de forma mais comum: fundações superficiais, que atingem até 3 metros de profundidade, sendo radiers, sapatas corridas, sapatas isoladas e blocos as mais comuns; e as fundações profundas, abaixo de 3 metros normalmente, e podem ser estacas e tubulões.

Segundo o engenheiro responsável, será utilizada um tipo de fundação rasa, conforme a figura abaixo:

Figura 10 - Sapata para a sustentação da casa




Fonte: 10 - O autor

O objetivo da fundação é levar os esforços (peso) de toda a estrutura da casa ao solo, ou seja, distribuir o peso da casa da melhor forma possível diante das características da construção, do tipo de solo onde será levantada a estrutura, além de características da vizinhança, que também podem influenciar a escolha do tipo de fundação e o modo de execução.

**Atividade 4.** Calcule o volume de concreto de uma sapata, conforme a figura acima, sabendo que do ponto A à base (em contato com o solo) tem 0,60 m. Ignore o volume do início do pilar (arranque) acima do ponto A.

Obs.: *As dimensões aqui mostradas são apenas ilustrativas, não representando valores de referência para serem executados em nenhum local. O cálculo correto de cada sapata deve ser realizado por especialista, pois cada sapata da casa poderá possuir dimensões diferentes de acordo com o tipo de solo, modelo da casa, materiais utilizados e concepção estrutural.*

*__Para o professor__: O aluno deverá enxergar o tronco de pirâmide, assim como o Prisma abaixo. Alguns dados podem ser modificados para cada grupo, afim de se obterem resultados diferentes.*

*Lembrando: O volume do tronco de pirâmide é dado por*

$$V = \frac{h}{3} \times \left(A_B + \sqrt{A_B \times A_b} + A_b\right)$$

*onde*

*Ab - Área da base menor*

*AB - Área da base maior*

*h - altura entre as bases*

**Uma Solução**

Temos dois volumes a serem somados. O volume do prisma da base da sapata é dado por:

$$V_{Prisma\ retangular} = 1{,}2m \times 1m \times 0{,}15m$$

$$V_{Prisma\ retangular} = 0{,}18m^3$$

Para o tronco de pirâmide:

$$V = \frac{h}{3} \times \left(A_B + \sqrt{A_B \times A_b} + A_b\right)$$

Segue

$$V_{Tronco\ de\ pirâmide} = \frac{0{,}45}{3} \times \left((1 \times 1{,}2) + \sqrt{(1 \times 1{,}2) \times (0{,}35 \times 0{,}40)} + (0{,}35 \times 0{,}40)\right)$$

$$V_{Tronco\ de\ pirâmide} = 0{,}26m^3$$

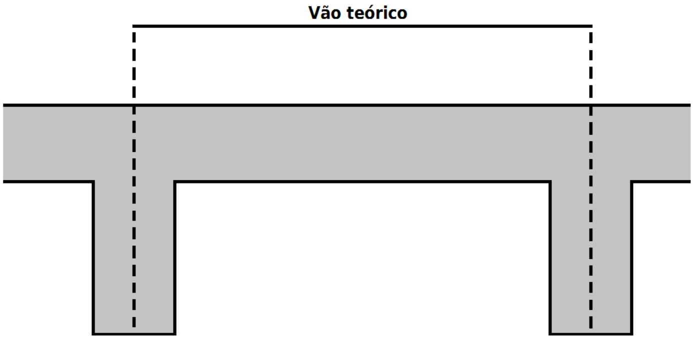
$$V_{Total} = 0{,}18\ m^3 + 0{,}26m^3 = 0{,}44m^3 \ \blacksquare$$

## 3.5 ESTRUTURA

O Sr. José recebeu o projeto do engenheiro, e estavam começando olhar e organizar os dados das vigas e pilares. De forma empírica (ou seja, baseado em experiência e informações adquiridas com o tempo), o mestre de obras decidiu verificar por si só alguns dos vãos. Este método consiste em calcular de 10% a 12% do tamanho do vão teórico (medida que pega a parte livre de cada parede, mais metade do pilar que o sustenta, em cada lado, conforme Figura 11) para se ter uma noção da altura da viga, considerando que, normalmente, uma parede tem cerca de

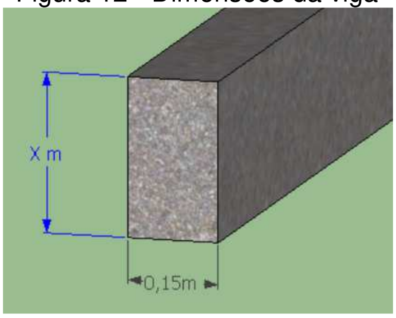
0,15m de largura. Este método é usado também como pré-dimensionamento por alguns engenheiros (ou "chute inicial"), porém, como é uma estimativa grosseira, é substituído pelos cálculos que seguem nas normas vigentes.

Figura 11 - Vão teórico




Fonte: 11 - O autor

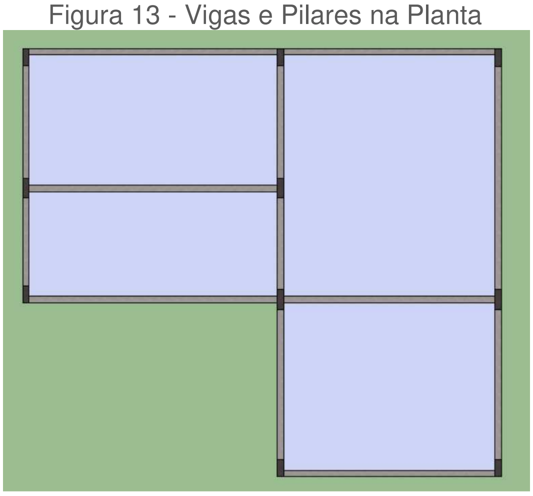
Figura 12 - Dimensões da viga




Fonte: 12 - O autor

**Atividade 5.** Levando em consideração que o encontro de paredes e cada "canto vivo" da casa possuem um pilar de sustentação, escolha duas vigas para se calcular a altura X de ambas. Leve em consideração uma parede de 15cm, e o vão teórico como sendo o meio da parede.

Figura 13 - Vigas e Pilares na Planta



Fonte: 13 - O autor

***Para o professor**: Situação que envolve a ideia de porcentagem, onde cada vão determina um valor, mas vale lembrar que num projeto o engenheiro pode optar por escolher perfis parecidos que atendam as exigências para vários vãos, e que também facilitem a execução.*

**Uma solução**

Vamos utilizar o Quarto 02 da Figura 8. Uma das dimensões de 2,85 $m$ (vão livre) deve ser somado a mais 0,075 m de cada lado, totalizando 3$m$. Logo, temos

$$3m \times 0{,}10 = 0{,}3\ m$$

$$3m \times 0{,}12 = 0{,}36m$$

Logo, pode-se adotar inicialmente, 0,35 m, pois é um valor mais viável.

$$4{,}30m \times 0{,}10 = 0{,}43\ m$$

$$4{,}30m \times 0{,}12 = 0{,}51\ m$$

Assim, podemos adotar 0,45$m$ ou 0,50$m$. ■

Vale lembrar aos alunos que, numa situação real, esses valores podem diferenciar do encontrado em planta, pois foi devidamente calculado levando em consideração vários aspectos relacionados à construção, e realizado por técnico habilitado.

## 3.6 ALVENARIA

Para saber quanto irá gastar com a parede, o Sr. José terá que calcular quantos tijolos comprar. Entre os mais comuns encontrados em sua cidade, podemos citar o tijolo comum, o tijolo baiano, o tijolo de solo-cimento, o bloco cerâmico e o bloco de concreto. Pensando que iria economizar, o Sr. José optou pelo tijolo baiano, mais barato por unidade, porém, não sabia das desvantagens desse material. O Sr. José não estudou os detalhes de sua obra, de sua casa, de sua região, e isso pode influenciar muito os custos de sua obra.

No caso do Sr. José, o tijolo baiano vendido pela empresa possuía as dimensões de 14 cm de altura,12 cm de largura e 24 cm de comprimento.

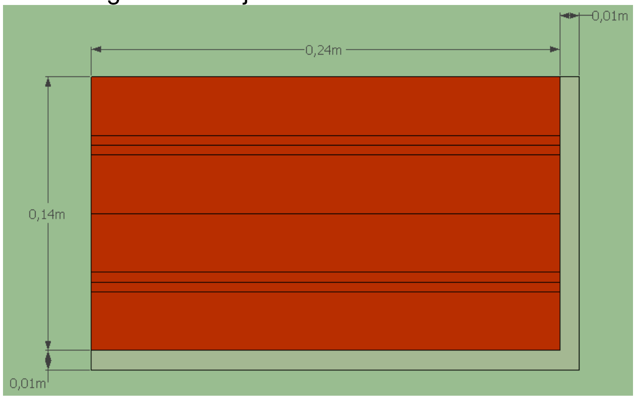
**Atividade 6.** Calcule a quantidade de tijolos para construir a parede de um dos quartos, descontando as áreas de janela e porta, sabendo que o pedreiro utilizará a argamassa para assentar de 1 centímetro em todos os lados, e sabendo também que esse tijolo, por possuir uma porcentagem de perdas (característica frágil) de cerca de 20%, segundo os trabalhadores que utilizam e conhecem esse material. Considere a medida interna para o quarto, desconsiderando possíveis pilares. Realize o cálculo por área.

***Para o professor***: *Situação de envolve Geometria plana (áreas). Aqui a ideia é o aluno visualizar o tijolo mais 1 cm de argamassa de cada lateral como apenas um retângulo, somando em uma de suas laterais.*

*Lembrando: a área de um retângulo é dada pela multiplicação de seus lados não paralelos, ou seja, base vezes altura.*

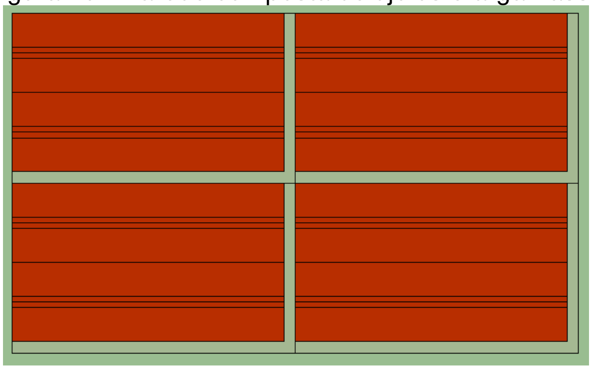
**Uma solução**

Figura 14 - Tijolo Bahiano - Dimensões




Fonte: 14 - O autor

Figura 15 - Parede composta de tijolos e argamassa



Fonte: 15 - O autor

Vamos utilizar novamente como referência o Quarto 02 do nosso modelo. Em relação à janela, como trata-se de um quarto, de acordo com os parâmetros pré-definidos, temos:

Área = 11,80 $m^2$

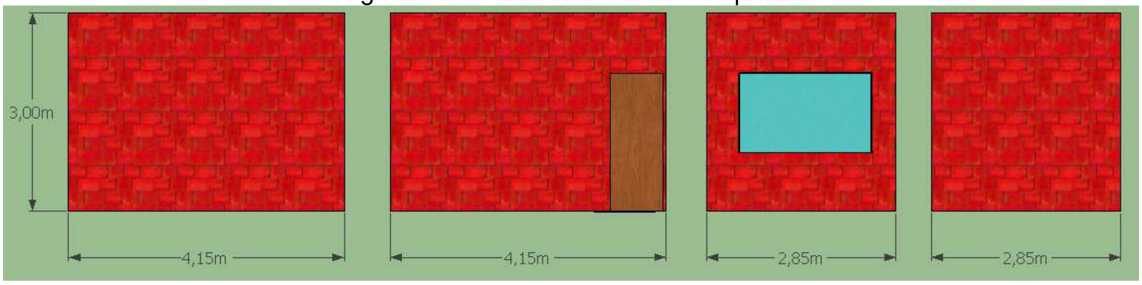
Janela = 1/6 da área do quarto = 11,80$m^2$/6 = 1,96 $m^2$ (de área mínima).

Será adotado uma janela de 1,2 $m$ x 2,0 m = 2.4$m^2$

Uma porta tem, normalmente, 2,1$m$ x 0,8 $m$ = 1,68 $m^2$.

Como o pé direito é de 3 metros, e considerando as medidas internas:

Figura 16 - Paredes em vista do quarto




Fonte: 16 - O autor

Área total

$$2 \times (3m \times 4{,}15m) + 2 \times (3m \times 2{,}85m) - (2{,}1m \times 0{,}8m + 2m \times 1{,}2m) = 37{,}92m^2$$

Considerando o tijolo mais a argamassa, temos uma peça de 0,25$m$ x 0,15$m$ = 0,0375$m^2$.

Para a quantidade de tijolos:

$$37{,}92m^2 \div 0{,}0375m^2 = 1.011{,}2$$

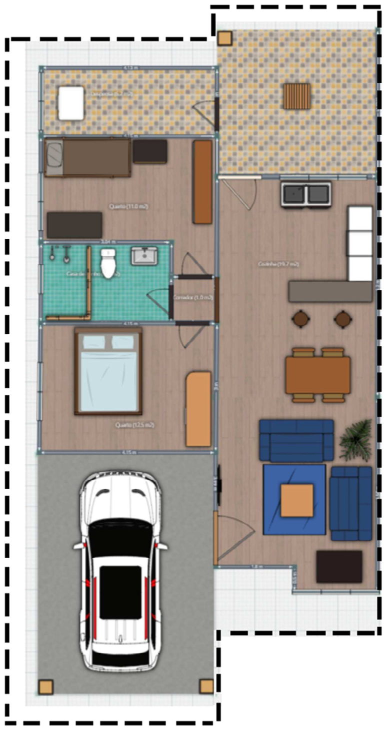
Considerando as perdas:

1.001,2 x 1,2 = 1.213,44 →1214 tijolos para a construção das paredes do quarto. ■

Uma vez erguidas as paredes, é necessário cobri-las de alguma forma, por questão estéticas, de durabilidade e também de conforto.

## 3.7 COBERTURA

Figura 17 - Projeção da Cobertura (telhado)



Fonte: 17 - O autor

Numa planta, em uma das pranchas que seguem entregues pelo engenheiro ou arquiteto (prancha é o papel onde são apresentadas as informações do projeto, tanto da parte arquitetônica, como da parte técnica, como elétrica, hidráulica, dimensões, estrutural, entre outros), uma das figuras contém esse tracejado em volta, indicando a PROJEÇÃO DO TELHADO, ou seja, o telhado não aparece diretamente, mas seu tamanho em planta mostra onde ele cobrirá depois de construído (Figura 17).

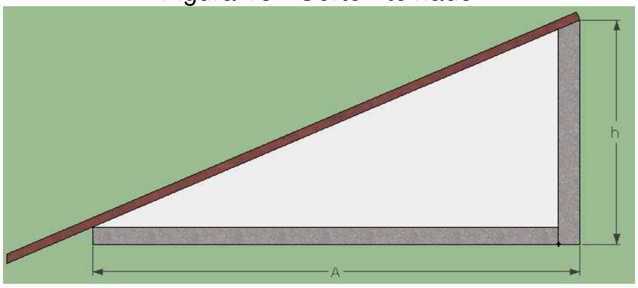
**Atividade 7.** O Sr. José resolveu se adiantar e comprar as telhas de sua casa. Para isso, olhou na Figura 8 o tamanho do seu telhado, com a ajuda de um escalímetro (régua que mostra o valor entre algumas escalas mais comuns usadas), e decidiu comprar a metragem encontrada na planta. O Sr. José fez o correto e vai comprar exatamente o que precisa das telhas, comprará mais ou comprará menos?

**Resolução**: O Sr. José comprou peças a menos, uma vez que, em planta, estamos olhando na verdade a projeção do telhado, não representando, portanto, a área correta para a compra das telhas.

Uma outra linguagem que pode ser usada é que, ao invés de ter calculado a área referente a hipotenusa de um triângulo retângulo e o comprimento da casa, calculou a área referente a um dos catetos de um triângulo retângulo e o comprimento da casa, portanto, menor. ■

A forma correta de se calcular a quantidade de telhas de um telhado é, baseado nas escolhas do proprietário juntamente com o engenheiro ou arquiteto, verificando a arquitetura, clima, orçamento, etc, e então, depois de escolhido formato e o material, verificar qual é a *inclinação* correta que deverá ser construído o telhado (indicado pelo fabricante, pois cada modelo possui diferentes inclinações), pois isso influencia diretamente na quantidade de telhas instaladas.

Figura 18 - Corte - telhado




Fonte: 18 - O autor

O desenho do telhado também é importante, e pode ter fatores estéticos como também técnicos em sua concepção.

No caso do Sr. José, como sua casa é relativamente pequena, ele decidiu por fazer com apenas duas "águas", ou seja, apenas duas inclinações, cada uma para um lado da casa, com um beiral (parte do telhado que fica avançada em relação às paredes. O beiral pode variar de tamanho e posição, conforme a necessidade ou arquitetura, sendo alguns mais comuns de 0,60 m à 1,00m. Seguem as informações básicas disponibilizadas pelo fabricante:

- Inclinação: 35% (ou seja, a distância h é 35% de A (Figura 18))
- Telhas por metro quadrado: 16,2 peças
- Perdas: 5%

O valor referente a perdas pode variar conforme a situação, mas serve para realizar a acomodação e possíveis cortes nas peças, já que nem todo telhado vai encaixar o número correto de peças sempre, ou seja, nem todo telhado é múltiplo do comprimento da telha adquirida.

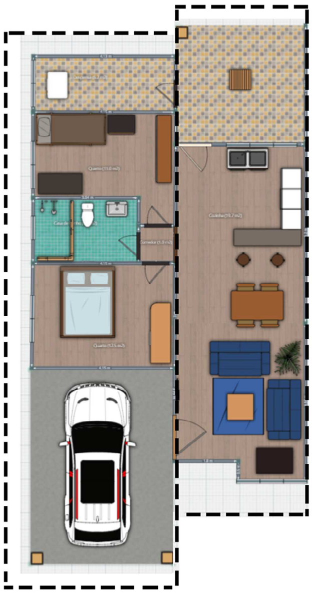
**Atividade 8.** Em sua planta, calcule, sobrando para cada lado da casa (beiral) 60 cm, o tamanho correto do seu telhado.

***Para o professor***: *Situação que envolve faces de um poliedro (áreas de polígonos). Aqui o aluno deverá enxergar o triângulo reto retângulo, e o telhado como hipotenusa. No caso, um triângulo para o beiral, com um dos catetos de 60cm e o outro do tamanho A, conforme Figura 18.*
*Lembrando: as áreas das faces devem ser visualizadas levando-se em conta as medidas da planta, inclinação, devendo o aluno enxergar o objeto como um todo e assim determinar a área de interesse, no caso, o telhado.*

**Uma Solução**

Utilizando nossa planta de exemplo novamente, dividiremos o telhado da seguinte forma:

Figura 19 - Projeção do telhado - Divisão das águas

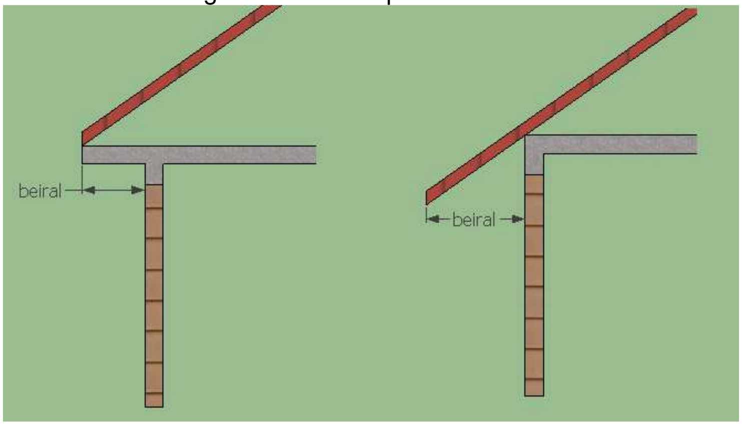


Fonte: 19 - O autor

ou seja, não será dividida ao meio, e sim, levará em conta a parte arquitetônica e as respectivas área de fundo e garagem.

Existem algumas formas de se construir o beiral. Duas situações podem surgir mais comumente entre os alunos. Observe a Figura 20.

Figura 20 - Exemplos de beirais

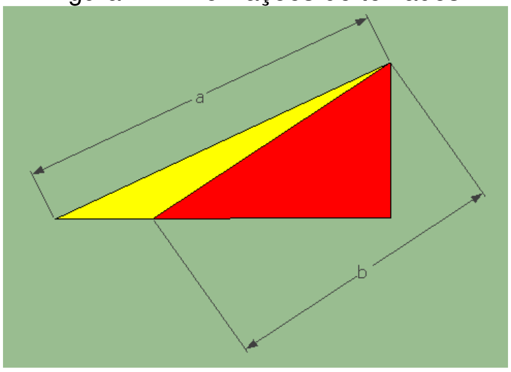



Fonte: 20 - O autor

Obviamente, na primeira situação, deve-se somar o beiral ou tamanho da parte que cobrirá a construção efetivamente. Na segunda situação, uma vez que o aluno escolher, deverá calcular a parte que ficará em cima da construção, e depois, por semelhança de triângulos (ou outra técnica que julgar eficiente) calcular a parte do beiral.

Na Figura 21 vemos que, uma vez calculada a inclinação e altura para o triângulo com hipotenusa *b*, não podemos apenas adicionar o valor do beiral, resultando no triângulo amarelo, pois a inclinação seria diferente, no caso, menor que a mínima exigida.

Figura 21 - Inclinações de telhados

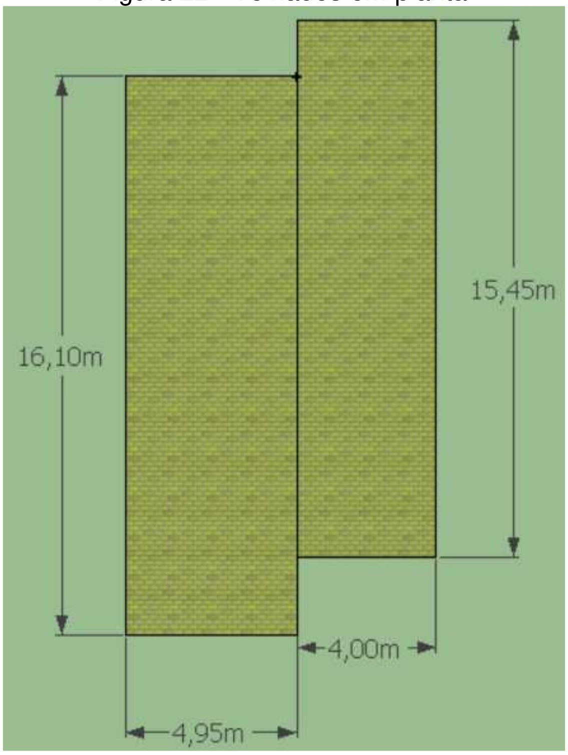



Fonte: 21 - O autor

Vamos levar em consideração a segunda situação apresenta na Figura 21.

Dessa forma, temos a Figura 22.

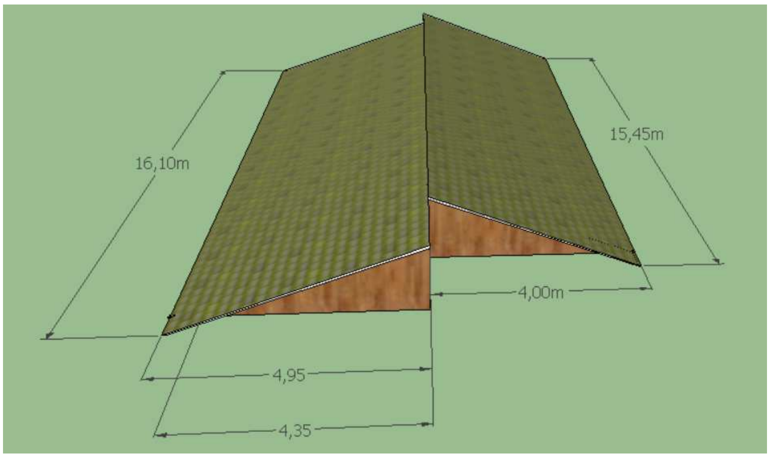
Figura 22 - Telhados em planta




Fonte: 22 - O autor

e em vista perspectiva, a Figura 23.

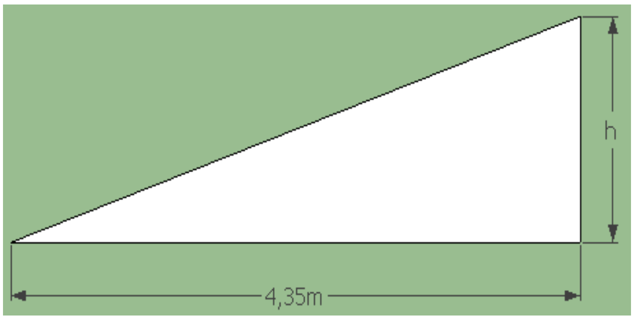
Figura 23 - Telhado de duas águas em perspectiva




Fonte: 23 - O autor

Dividindo em dois triângulos, temos a Figura 24 e 25.

Figura 24 - Cálculo da altura do telhado 1



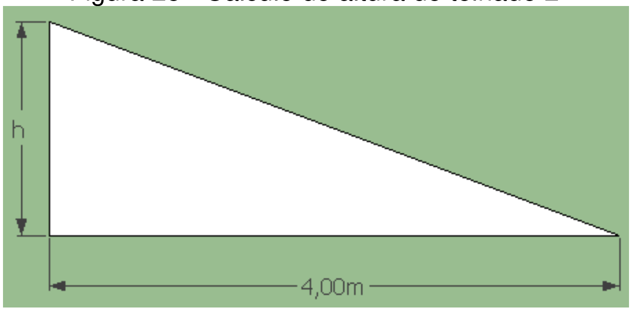
Fonte: 24 - O autor

Como a telha escolhida tem inclinação de 35%, obtemos

$$h = 0{,}35 \times 4{,}35m = 1{,}52m$$

Para a outra queda, obtemos

Figura 25 - Cálculo do altura do telhado 2



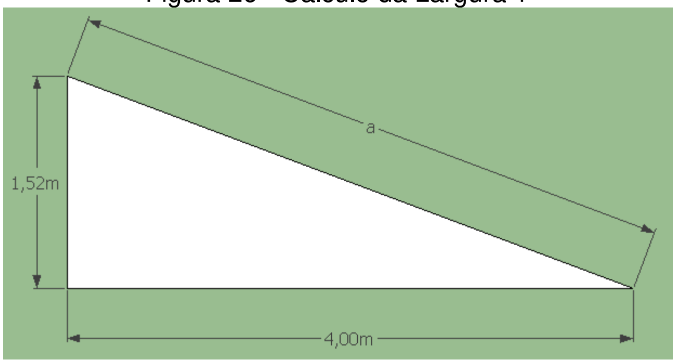
Fonte: 25 - O autor

$$h = 0{,}35 \times 4m = 1{,}4m$$

Para mantermos a mesma altura em ambas as águas, iremos adotar 1,52$m$ para ambos os lados, pois a inclinação mínima é atendida.

Usando agora o teorema de Pitágoras para calcular a largura do telhado (Figura 26):

Figura 26 - Calculo da Largura 1



Fonte: 26 - Acevo Pessoal

$$a^2 = 4^2 + 1{,}52^2$$

$$a = \sqrt{16 + 2{,}31}$$

$$a = 4{,}28m$$

Agora, podemos calcular a área total do lado "direito". Sabendo que o comprimento é de 15,45m, obtemos:

$$A_d = 15{,}45m \times 4{,}28m$$

$$A_d = 66{,}12m^2$$

Para o cálculo da quantidade de telhas, utilizando regra de três:

$$\frac{1m^2}{66{,}12m^2} = \frac{16{,}2\ peças}{x\ peças}$$

$$x\ peças \times 1m^2 = 16{,}2\ peças \times 66{,}12m^2$$

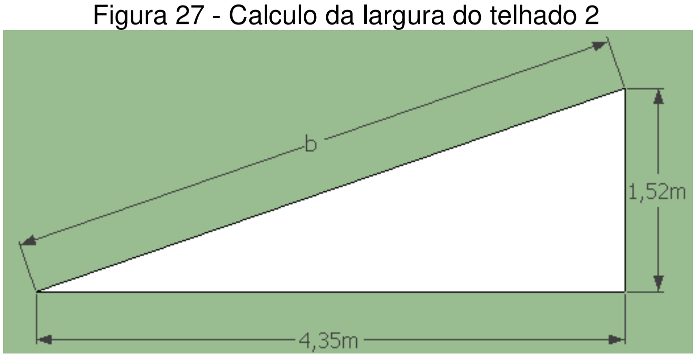
$$x = 1071{,}15\ peças$$

Calculando agora as perdas (e arranjos) que acontecem em obras, neste caso em cerca de 5%:

$$x_{perdas} = 1071{,}15 \times 1{,}05 = 1124{,}70 \rightarrow 1125\ telhas$$

Para o lado esquerdo, temos ainda os 0,60 m adicionais, ou seja, depois da parede. Neste caso, foi adotado que a queda continuaria depois da parede, ou seja, conforme Figura 27.

Figura 27 - Calculo da largura do telhado 2




Fonte: 27 - O autor

$$b^2 = 4{,}35^2 + 1{,}52^2$$

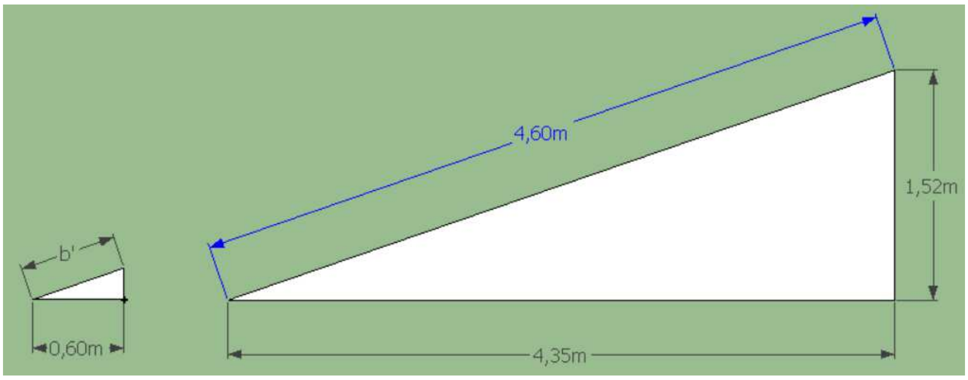
$$b = \sqrt{18{,}92 + 2{,}31}$$

$$b = 4{,}60$$

Agora, para a parte do beiral, podemos utilizar semelhança de triângulos (Figura 28).

Assim, para o cálculo de b' = beiral.

Figura 28 - Semelhança de triângulos



Fonte:  28 - O autor

$$\frac{b'}{0{,}60} = \frac{4{,}60}{4{,}35}$$

$$b' = \frac{4{,}60 \times 0{,}60}{4{,}35} \rightarrow b' = 0{,}63m$$

Segue então que a largura do telhado para o lado "esquerdo" é de

$$4{,}60m + 0{,}63m = 5{,}23m$$

Agora, podemos calcular a área total do lado "esquerdo". Sabendo que o comprimento é de 16,10m, obtemos:

$$A_d = 16{,}10m \ \times 5{,}23m$$

$$A_d = 84{,}20m^2$$

Para o cálculo da quantidade de telhas, utilizando regra de três:

$$\frac{1m^2}{84{,}2m^2} = \frac{16{,}2\ peças}{x\ peças}$$

$$x\ peças \times 1m^2 = 16{,}2\ peças \times 84{,}2m^2$$

$$x = 1364{,}04\ peças$$

Calculando agora as perdas (e arranjos) que acontecem em obras, neste caso em cerca de 5%:

$$x_{perdas} = 1364{,}04 \ \times 1{,}05 = 1432{,}24 \rightarrow 1433\ peças$$

Total

$$1433 + 1125 \ = \ 2558\ peças\ (telhas) \ \blacksquare$$

## 3.8 ELÉTRICA

Para uma boa distribuição das lâmpadas, o eletricista resolveu seguir o que aprendeu em seu curso. O cálculo era dado em VA, ou seja, Volt-Ampére (Unidade de medida de potência). A regra era a seguinte: em ambientes cuja área fosse igual ou menor que $6m^2$, era utilizada uma potência mínima de 100VA, e em casos com área maior que $6m^2$, era utilizada uma potência inicial de 100VA para esses seis metros quadrados, e acrescentado 60VA para cada $4m^2$ a mais, desprezando-se as frações que não alcançassem $4m^2$.

**Atividade 9.** Calcule qual a potência de cada cômodo da casa que foi projetada por você(s) na Atividade 3.

***Para o professor***: *Situação que envolve Geometria plana (áreas de polígonos). É uma atividade deveras simples, mas fará o aluno praticar e ter que se atentar às diretrizes estabelecidas, "forçando-o" a atenção. Caso queira utilizar o exercício sem a Atividade 3, basta pegar uma planta residencial qualquer para a prática.*

**Uma Solução**

Vamos levar em consideração o Quarto 02 novamente.

Temos, neste caso, uma área total de $11{,}80m^2$.

Segue então que, já temos inicialmente 100VA para os seis primeiros metros quadrados. Mais quatro metros, resultariam em $10\ m^2$, logo, podemos somar mais 60 VA à potência de nossas lâmpadas.

Somando mais 4 metros quadrados, resultariam em 14 metros quadrados, o que ultrapassa os $11{,}80m^2$ do quarto, portanto, desprezamos essa parte (fração) de $1{,}80m^2$ dos $11{,}80m^2$.

Logo, precisaremos de uma potência de 160 VA para a iluminação desse quarto. ■

Em relação aos pontos de tomada em sua casa, o Sr. José ficou sabendo que, para tomadas comuns, em locais com área igual ou menor que $6m^2$, deve haver no mínimo uma tomada. Já em locais com área maior que $6m^2$, o número de tomadas deve ser calculado de acordo com seu perímetro. Assim, deve ser instalada uma tomada a cada 5 m (lineares) de parede, e as frações são consideradas, distribuindo os pontos das tomadas uniformemente (não são descontados vãos ou portas, como também não devem se desprezar as frações acima de 5m, entrando assim no cálculo). Em locais com equipamentos especiais, como micro-ondas, ares condicionados, secadores de cabelo, e outros equipamentos de maior consumo, devem ser instaladas tomadas especiais, afim de se evitar problemas. Em todo caso, deve-se sempre contatar um especialista na área, para o correto dimensionamento.

**Atividade 10.** Determine o número de tomadas que cada cômodo da casa que foi projetada por você(s) na Atividade 3 deve ter.

***Para o professor***: *Situação que envolve Geometria plana (áreas de polígonos e perímetro).*

**Uma solução**

Utilizando o Quarto 02 como referência.

Ele possui 11,80m2, logo, calcularemos a quantidade de tomadas pelo perímetro. Segue

$$2{,}85 + 2{,}85 + 4{,}15 + 4{,}15 = 14m$$

Como a cada 5 metros devem haver uma tomada e não são desprezadas as frações restantes, devem ser instaladas 3 tomadas nesse ambiente. ■

## 3.9 HIDRÁULICA

Água é um item de extrema importância em nossa vida. Com isso, as normas brasileiras se preocupam muito com esse item, uma vez que a falta dela é muito preocupante. Pesquisando sobre o assunto, o Sr. José leu que, para o cálculo de sua caixa d´água, ele deveria saber algumas regras para o correto dimensionamento da sua reserva de água. Deve-se dimensionar a caixa para que tenha reserva por 24 horas em uma residência, caso o sistema de abastecimento falhe. Seguem os dados (para moradias, adaptada) para alguns tipos de construção:

| **Tipo de Construção** | **Consumo médio (litros/dia)** |
|---|---|
| Alojamentos provisórios | 80 por pessoa |
| Casas populares ou rurais | 120 por pessoa |
| Residências | 150 por pessoa |
| Apartamentos | 200 por pessoa |

Supondo que o local em que o Sr. José mora possui um único fabricante disponível, que possui as seguintes características, em litros, para suas caixas:

*Dimensões para a escolha da caixa d´água*

| *Capacidade (L)* | *Dimensões (m)* Diâmetro Abertura | *Diâmetro da Base* | *Considerar a mais para a tampa* |
|---|---|---|---|
| **100** | 0,73 | 0,54 | 0,1 |
| **150** | 0,87 | 0,61 | 0,12 |
| **250** | 1,03 | 0,78 | 0,16 |
| **310** | 1,04 | 0,75 | 0,15 |
| **500** | 1,22 | 0,95 | 0,14 |
| **750** | 1,35 | 1 | 0,13 |
| **1.000** | 1,51 | 1,16 | 0,21 |
| **1.500** | 1,75 | 1,43 | 0,22 |
| **2.000** | 1,88 | 1,55 | 0,2 |
| **3.000** | 2,22 | 1,72 | 0,28 |
| **5.000** | 2,37 | 1,85 | 0,37 |
| **7.500** | 2,7 | 2,24 | 0,31 |

*Fonte: Fortlev[1] (adaptado)*

O Sr. José percebeu que a maioria das caixas d´água hoje em dia são em formato (aproximado) de um tronco de cone, conforme Figura 29.

[1] Disponível em <http://www.fortlev.com.br/produto/caixa-dagua-de-polietileno-2/>

Figura 29 - Formato Caixa D´água

Fonte:  29 - O autor

**Atividade 11.** Calcule a demanda de água necessária de 24 horas para a casa do Sr. José, assim como determine a melhor caixa d´água disponível da tabela dada, e verifique se as dimensões da caixa d´água se adequarão ao telhado calculado acima. Considere a espessura da caixa como 1 cm.

***Para o professor***: *Situação que envolve Geometria espacial e regras de três. Aqui o aluno deve voltar e verificar a quantidade de pessoas que moram na casa, escolher a demanda da tabela que melhor se adéqua, calcular a quantidade de água, escolher a caixa d´água e, utilizando a fórmula do volume do tronco de cone, verificar a altura da caixa. Após isso, deverá verificar se caberá dentro do telhado que foi calculado na Atividade 8. Não é necessária refazer o telhado, mas é importante que o aluno veja que muitas atividades que parecem distintas podem estar associadas. Caso não realize a Atividade 8, pode ser solicitado que apenas calcule a altura da caixa. Comente também sobre o formato lateral da caixa, que apesar das ondulações laterais, não afetaria significativamente o total do volume, podendo assim ser considerada como um tronco de cone.*

*Lembrando: Para a regra de três, são necessários elementos que se relacionem com razão diretamente proporcional ou inversamente proporcional, de acordo com a análise das situações. Neste caso, como uma dimensão (seja uma quantidade, volume, área, etc) quando aumentada resulta também no aumento da outra, temos uma razão diretamente proporcional.*

*Para o cálculo do volume do tronco de cone, temos:*

$$V = \frac{\pi h}{3}[R^2 + R \times r + r^2]$$

*com*

*V = Volume*

*h = altura*

*R = Raio maior*

*r = Raio menor*

**Uma Solução**

Temos quatro pessoas na casa. Um dos questionamentos que podem surgir é se podemos considerar como casa popular ou residência, já que os parâmetros não necessariamente podem ser tão bem representados. A ideia é deixar o aluno discutir. Vamos adotar como residência, com isso:

4 pessoas, com 150 litros por pessoa, precisaríamos de 600 litros para a reserva. Logo, podemos escolhera caixa de 750 l, de acordo com a tabela, o que promoveria mais segurança caso o número de pessoas na casa aumentasse temporariamente ou permanentemente.

Precisamos saber quantos metros cúbicos temos nessa caixa, e para isso podemos utilizar a regra de três.

Sendo $1m^3$ = 1000 litros, segue

$$\frac{1m^3}{1000} = \frac{x}{750}$$

$$x = 0{,}75$$

Para o calculo da altura, utilizando a fórmula do tronco de cone:

$$V = \frac{\pi h}{3}[R^2 + R \times r + r^2]$$

Como $R$ e *r* são dados em diâmetros, precisamos dividir por 2 para obtermos os respectivos raios, como também retirar 1 cm (de cada lado). Segue que

$$0{,}75 = \frac{\pi h}{3}\left[\left(\frac{(1{,}35 - 0{,}02)}{2}\right)^2 + \frac{1{,}35}{2} \times \frac{1}{2} + \left(\frac{(1 - 0{,}02}{2}\right)^2\right]$$

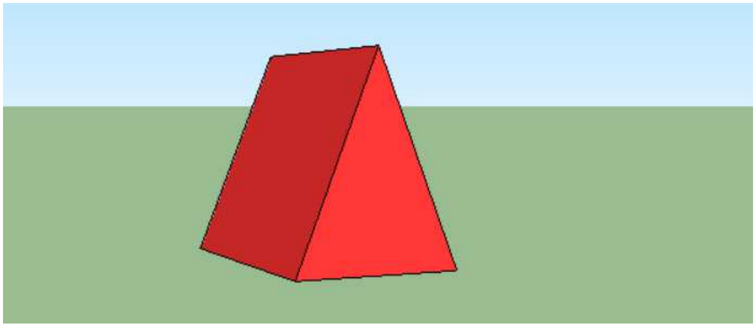
$$h = 0{,}71\ cm$$

Considerando uma tampa de 0,13m, mais um centímetro para a espessura do fundo da caixa, temos 0,85 centímetros de altura[2]. ■

## 3.10 ÁREA EXTERNA

O Sr. José, mais uma vez, calculou mal e acabou comprando mais material do que o necessário. Como sobrou e tinha uma pequena área externa livre, decidiu construir uma gangorra com uma base de concreto para seus filhos, utilizando o cimento, areia e pedra que sobraram. Viu um modelo (para a base) que gostou, conforme Figura 30.

Figura 30 - Base Gangorra



Fonte: 30 - O autor

**Atividade 12**. Calcule o volume de concreto para a base da gangorra, sabendo ser um triângulo isósceles de base 0,60m, com aresta de 0,85m e com comprimento 1,2 m.

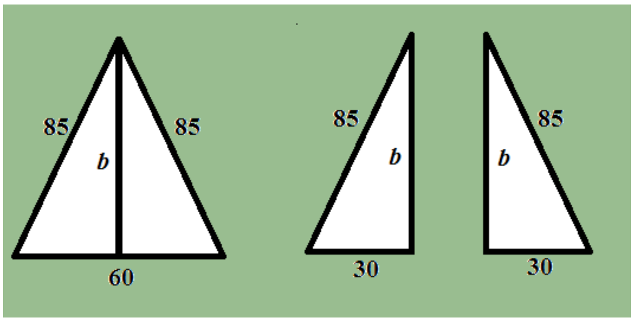
***Para o professor***: *Situação que envolve Geometria espacial. Exercício simples, porém, alguns professores relatam certa dificuldade do aluno em enxergar prismas quando estão "deitados", ou seja, a base triangular não estando com a face virada para baixo (em relação ao visualizador).*

**Uma solução**

[2] O valor disponibilizado pelo fabricante é de 0,86 centímetros no total. O cálculo aqui demonstrado é de característica educativa, e não representa as características construtivas dos fabricantes.

Utilizando O teorema de Pitágoras, conforme Figura 31, sendo a aresta lateral a hipotenusa e um cateto sendo a metade da base, podemos calcular a altura

Figura 31 - Divisão do triângulo para o uso do teorema




Fonte: 31 - O autor

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ - Teorema de Pitágoras}$$

$$0{,}3^2 + b^2 = 0{,}85^2$$

$$b = 0{,}79m$$

logo, a área da base é

$$A = \frac{0{,}79 \times 0{,}6}{2} = 0{,}237m \rightarrow 0{,}24m^2$$

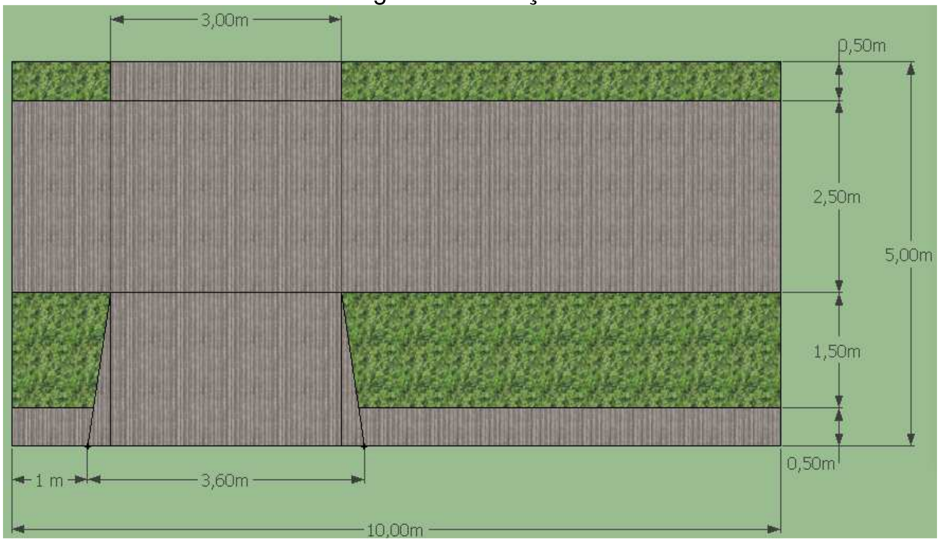
Portanto, o volume é dado por

$$V = 0{,}24 \times 1{,}2 = 0{,}28m^3 \quad \blacksquare$$

## 3.11 CALÇADA

O Sr. José também precisará fazer a calçada em frente à sua casa. Para isso, procurou a prefeitura de sua cidade, que normalmente faz a explanação para cada caso (área comercial ou residencial, largura da calçada, etc). No caso da casa do Sr. José a calçada teve a seguinte configuração, conforme Figura 31. A explicação do atendente é que a faixa próxima ao meio fio serve para o desembarque de passageiros, devendo então ser rígida. Em seguida, vem uma faixa de vegetação, que serve para ajudar a drenar a água da chuva e plantação de árvores e grama. Após, o passeio ao público, deve-se ter uma calçada confortável aos usuários (cadeirantes, carrinhos de bebês, etc), e, finalmente, uma pequena parte para vegetação novamente, afim de ajudar a absorver o que escorre no muro que separa a residência da via pública.

Figura 32 - Calçada




Fonte: 32 - O autor

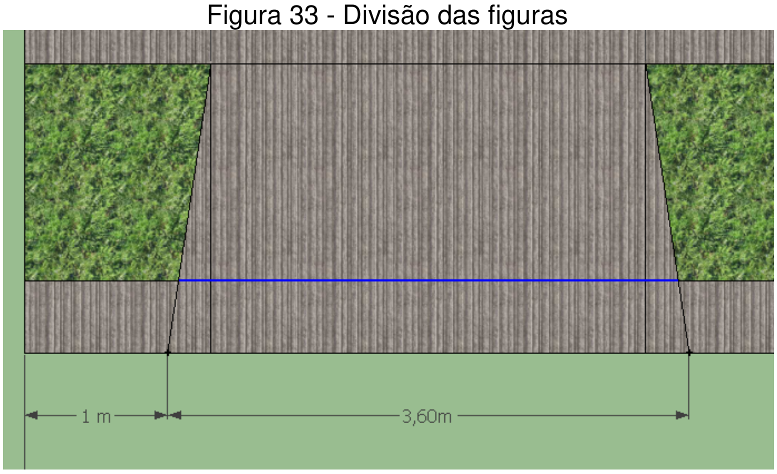
**Atividade 13.** Calcule o volume de concreto que o Sr. José vai precisar para sua calçada, sabendo que a espessura adotada será de 0,08 m.

***Para o professor:*** *Situação que apresenta conceitos de Geometria plana e espacial. Aqui o aluno deve calcular as várias áreas para os devidos cálculos de volumes (prismas), verificando as dimensões pré-estabelecidas.*

**Uma solução**

*S*omando as várias faces, vamos usar a semelhança de triângulos para separar as áreas (linha azul), conforme Figura 32.

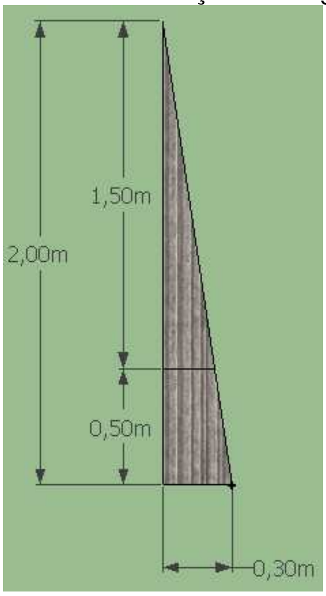
Figura 33 - Divisão das figuras




Fonte: 33 - O autor

Assim, por semelhança de triângulos, temos (Figura 33)

Figura 34 - Semelhança de triângulos




Fonte: 34 - O autor

$$\frac{2}{1{,}5} = \frac{0{,}3}{x}$$

$$x = 0{,}225m$$

Daí

$$A = 3{,}0 \times 0{,}5 + 2{,}5 \times 10{,}0 + 1{,}5 \times 3 + 2(0{,}225 \times 1{,}5) \div 2 + 0{,}5 \times 10$$

$$A = 36{,}34m^2$$

Para o cálculo do volume, temos

$$V = 36{,}34m^2 \times 0{,}08m = 2{,}9m^3 \quad \blacksquare$$

## 3.12 AR-CONDICIONADO

Para finalizar e ter um pouquinho de conforto em sua casa, o Sr. José resolveu instalar dois aparelhos de ar condicionado nos respectivos quartos de sua residência. Quando foi falar com um vendedor, o rapaz lhe informou que o ar-condicionado é escolhido baseando-se no cálculo do ambiente, em metros quadrados. Sendo assim, achou a seguinte classificação para os aparelhos disponíveis para sua região:

*Escolha do ar condicionado de acordo com a área*

| Área | Sol de Manhã | Sol à tarde ou o dia Todo |
|---|---|---|
| 9 m2 | ar condicionado 7500 BTUs | 9000 BTUs |
| 12 m2 | ar condicionado 9000 BTUs | 10000 BTUs |
| 20 m2 | ar condicionado 10000 BTUs | 12000 BTUs |
| 25 m2 | ar condicionado 12000 BTUs | 15000 BTUs |
| 30 m2 | ar condicionado 15000 BTUs | 18000 BTUs |
| 40 m2 | ar condicionado 18000 BTUs | 21000 BTUs |

Fonte: https://www.zoom.com.br/ar-condicionado/deumzoom/como-escolher-ar-condicionado-com-a-capacidade-certa (adaptado)

**Atividade 14.** Sabendo que sua região é quente, com predominância de sol durante a maior parte do ano, qual dos ares condicionados deveria o Sr. José escolher para os seus quartos?

***Para o professor:*** *Utilização de conceitos de Geometria plana. Exercício um tanto quanto simples, porém, traz um conteúdo prática para a tão famosa pergunta dos alunos "Para que serve?". Outro questionamento que se pode fazer aos alunos é: será que escolher o ar condicionado pela área seria errado, uma vez que podemos ter alturas diferentes em casas diferentes, e consequentemente o volume de ar a ser condicionado pode variar de uma casa pra outra? O que poderia explicar a atitude do vendedor é que as casas normalmente possuem 3 metros de altura, logo, o volume varia conforme a área do cômodo em questão.*

**Resolução**

Utilizando o Quarto 02. Como o quarto possui 11,80m2, deve-se utilizar um aparelho de 10000 BTUs. ■

# 4 CONCLUSÃO

A necessidade de se aprimorar as práticas, materiais e recursos didáticos com o intuito de chamar a atenção e despertar o interesse dos alunos tem sido alvo de estudos e debates entre educadores matemáticos, uma vez que a simples prática em sala de aula utilizando somente quadro negro e teoria pura, torna-se cansativo e em geral, não surte o efeito desejado de envolvimento e interesse por parte dos discentes.

Uma das formas conhecidas de se tentar introduzir e aprimorar os conhecimentos adquiridos pelos alunos é a utilização de situações problemas, recorrentes às coisas do dia a dia, não se limitando a cálculos diretos, onde deve-se tomar decisões e discutir sobre o assunto, tornando o trabalho mais dinâmico e interativo, e consequentemente, produtivo.

Dentre as matérias que pode-se citar pela dificuldade que os alunos encontram em assimilar seu conteúdo ou muitas vezes encontrar alguma utilidade prática está a Geometria, seja plana ou espacial.

Portanto, o presente trabalho buscou apresentar um material com aplicações relacionadas à Geometria, juntamente com outras definições Matemáticas, aplicados na construção de uma residência, onde também foram apresentados conceitos de Engenharia e Arquitetura, para o melhor entendimento e aproximação do aluno com o objeto de estudo.

É importante o conhecimento e formação em ambas as áreas para uma melhor correlação das informações que possam ser utilizadas nas atividades, sendo este um dos motivos para a escolha do tema, assim como um interesse em explorar, criar e sugerir novos enfoques no aprendizado em Matemática.

A análise do desenho aplicado à uma situação pode auxiliar o aluno na compreensão dos conceitos geométricos envolvidos, assim como mostra a necessidade de se assimilar e relembrar outros conceitos matemáticos, além de criatividade para a elaboração de uma planta e resolução das situações apresentadas, despertando também habilidades muitas vezes não abordadas ou experimentadas em sala.

Diante disso, pode-se concluir então que o presente trabalho auxilia em novas abordagens sobre essa disciplina, com reflexões sobre novos recursos, novas formas e ferramentas relacionados à prática dos conteúdos matemáticos em sala de aula de forma alternativa, o que pode tornar a aprendizagem dos conteúdos menos burocrática e mais atrativa.

# 5 BIBLIOGRAFIA


ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 5626: Instalação Predial de água fria**. Rio de Janeiro - RJ, 1998

AUSUBEL, D. P. Aquisição e retenção de conhecimentos: Uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** 3.ed. São Paulo: Blücher, 2010.

Brito, M. R. F. (org). **Psicologia da educação Matemática**. Teoria e Pesquisa. Florianópolis: Insular.

BARBOSA, C. P. **O pensamento geométrico em movimento: um estudo com professores que lecionam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG)**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - UFOP, Ouro Preto, 2011.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997, 142 p.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. **Proposta preliminar.** Segunda versão revista. Brasília: MEC, 2016. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec. gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>. Acesso em: 23 set. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação; secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Volume 2. Brasília: 2006.

GAZIRE, E. S. **O não resgate das Geometrias**. Tese (Doutorado em Educação) - UNICAMP, Campinas, 2000. Disponível em: Acesso em: 17 set. 2017.

GEOMETRIA, in: Dicionário Priberam da língua portuguesa. Lisboa: Priberam Informática, 2008-2017. Disponível em: <http://www.priberam.pt/dlDLPO/geometria>.Acesso em: 10 out. 2017.

GERBASI, A. R. V. **As maravilhosas utilidades da Geometria.** Curitiba: PUCPRess, 2017.

LORENZATO, S (org.). **O laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. 2.ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

PAVANELLO, R. M. **O Abandono do Ensino de Geometria: uma Visão Histórica**. 1989. 201 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - UNICAMP, Campinas, 1989. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?down=vtls000045423>. Acesso em: 12 out. 2017.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências**. Revista Zetetiké, Ano 1, no 1. Campinas: 1993.

REIS, L. R. **Rejeição à Matemática:** Causas e formas de intervenção. Monografia (Graduação) - Universidade Católica de Brasília, Brasília: 2005.

SALIN, E. B. **Geometria Espacial**: A aprendizagem através da construção de sólidos geométricos e da resolução de problemas. REVEMAT. 1981-1322. Florianópolis (SC), v. 08, n. 2, p. 261-274, 2013.

SALVADOR, M. F. M. **Uma história de paixão: Estela Kaufman Fainguelernt e o ensino da geometria.** XV Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba, 2013

SANTOS, A. E. et al. **Noções de Geometria plana e espacial com a utilização de materiais manipulativos e tecnológicos**. XII Congresso Nacional de Educação. 2015. Disponível em: <http://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/16856_8085.pdf>. Acesso em: 12 out. 2017.

SILVA, R.G.; RODRIGUES, V. M. **Geometria plana no ensino fundamental utilizando mídias digitais**. Novo Hamburgo: 2015.

SINOP-MT(CIDADE). **Lei no. 22/83. Dispõe sobre o Código de Obras do Município de Sinop-MT**. Sinop: 1983

SMOLE, K. S. **A Resolução de Problemas e o Pensamento Matemático**. Acesso em 23/07/2017. Disponível em <http://www.edicoessm.com.br/sm_resources_center/somos_mestres/formacao-reflexao/a-resolucao-de-problemas-pensamento-matematico.pdf>

VERGNAUD, G. **La théorie dês champs conceptuels**. Recherches em Didactique dês Mathématiques. [S.I], 1990.

VIANA, O. A. **Conhecimentos prévios e organização de material potencialmente significativo para a aprendizagem da geometria espacial**. Ituiutaba, 2011.

# 6 APÊNDICES

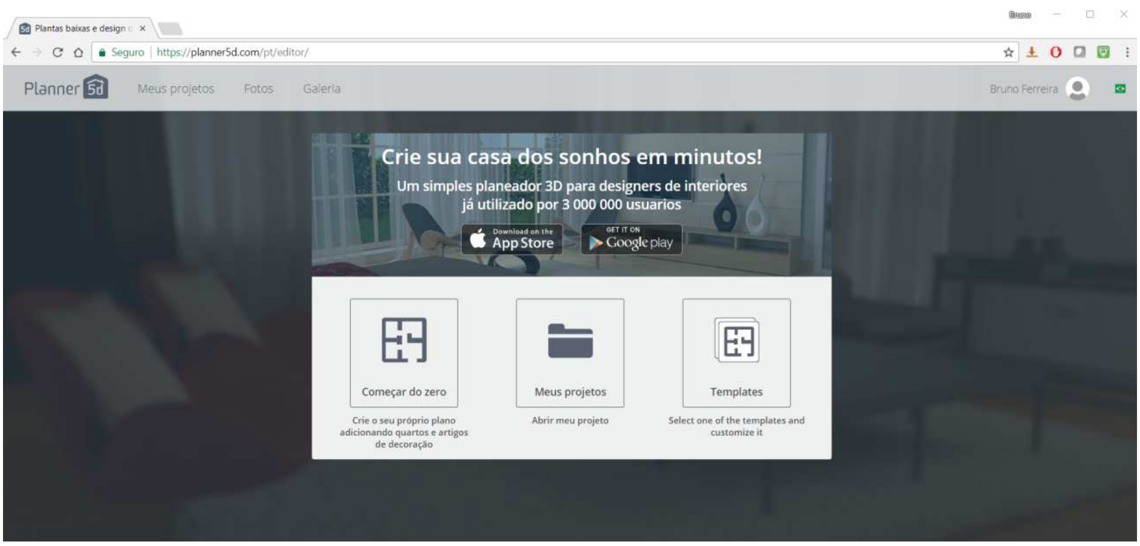
O aplicativo Planner 5D é utilizado para elaboração de layouts, porém, não dispõe de todo aparato técnico que normalmente são utilizados em obras, servindo como auxiliar em esboços e ideias em espaços.

Pode ser acessado tanto por aparelhos com o sistema Android como também IOS, além de contar com uma versão Web, livre, porém com algumas limitações.

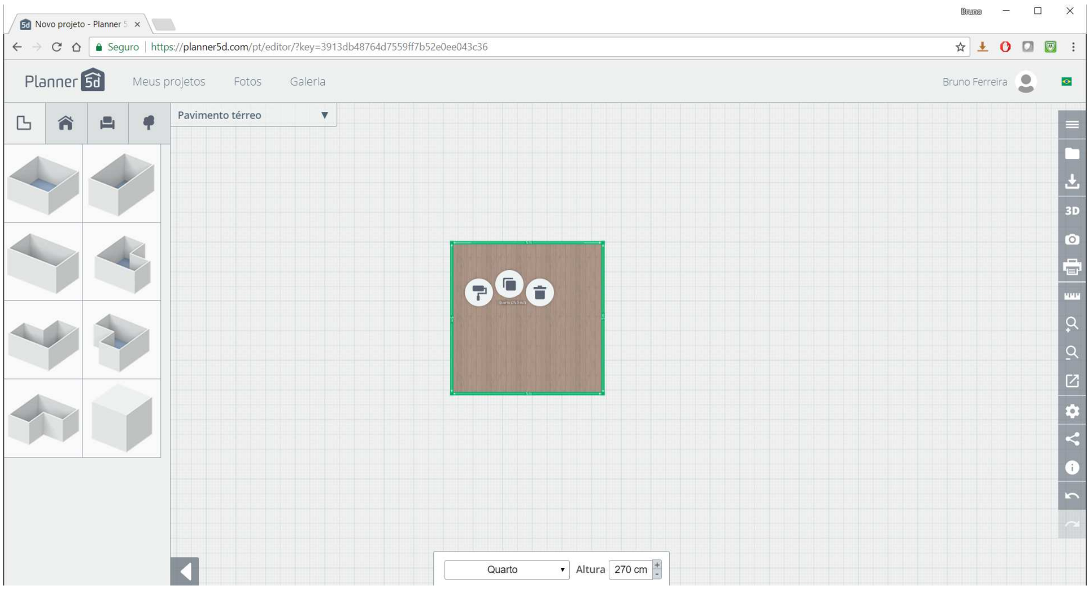
Isso pode auxiliar e incentivar os alunos a montarem seus trabalhos aqui descritos, porém, não irá substituir totalmente o que foi aqui solicitado.

Acessando o endereço < https://planner5d.com/pt/>, aparece a seguinte tela, onde facilmente encontra-se a opção para criar o projeto online.


O usuário poderá começar imediatamente ou logar seu email afim de salvar seus projetos.



Uma vez dentro do sistema, do lado esquerdo encontram-se as ferramentas de desenho, bastando arrastar o que for necessário para o formato dos cômodos, e dentro da área de trabalho, moldar o que for necessário.

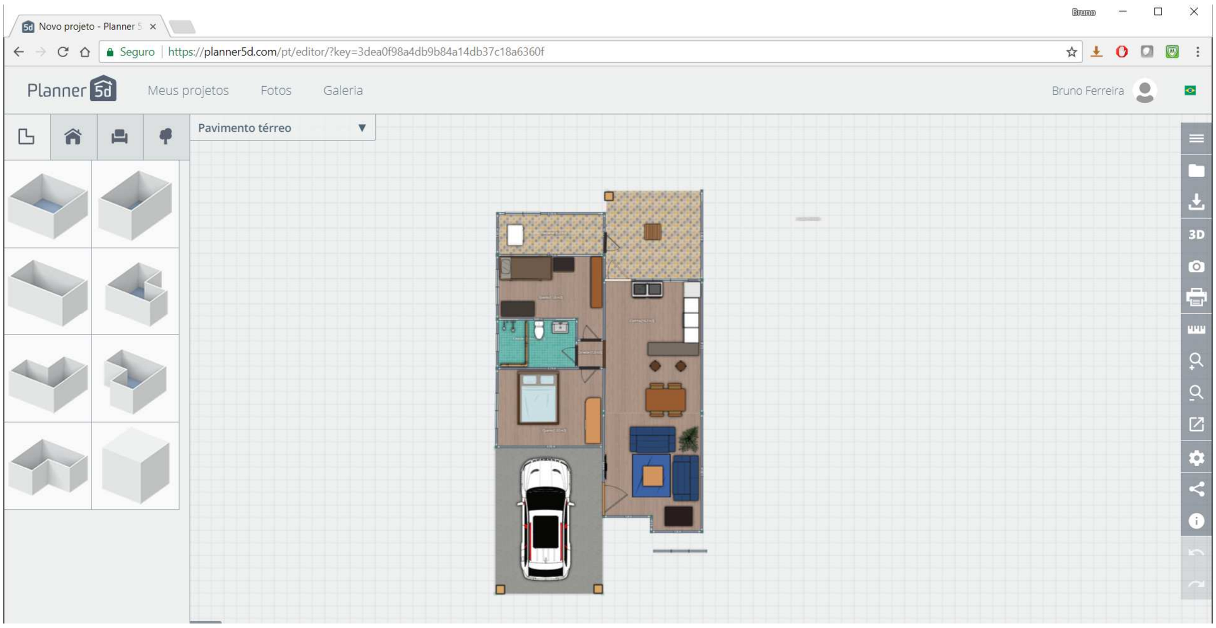



Na Segunda aba do menu do lado esquerdo da tela, encontram-se itens que podem ser arrastados para dentro e posicionados conforme a necessidade ou criatividade. Podem abranger desde o básico de uma estrutura, até a humanização do local.

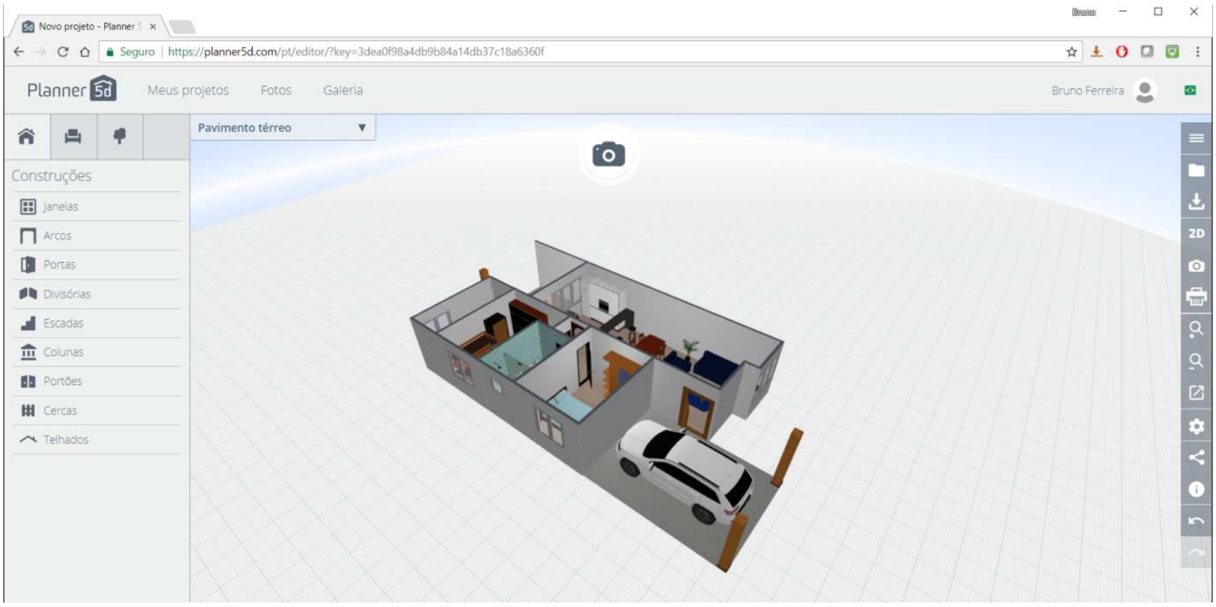
Cotas internas e externas não são diferenciáveis, nem pode-se exportar para arquivos do tipo CAD, portanto, é um software limitado, e para as atividades citadas pode-se usar sem problemas.

Outro aspecto importante é que, depois de montada a planta nesse ambiente 2D, é possível com um clique visualizar sua construção em 3D, ajudando o aluno a perceber a diferença entre a planificação e como ficará em três dimensões.

Portanto, uma casa montada dessa forma




após clicarmos no icone 3D do lado direito, ficará assim




e poderá ser explorada em vários ângulos e situações.

Obviamente, como toda e qualquer ferramenta, deverá ser estudada e avaliado seu uso pelo profissional que irá aplicar a atividade.

Tampouco espera-se que essa ferramenta substitua o lápis e papel, uma vez que a matemática é uma ciência que se constrói em etapas, devendo então outras formas de ensino serem complementares, auxiliando em questões que muitas vezes são difíceis de se demonstrar na lousa.

Outra ferramenta interessante, porém um pouco menos "acessível", seria o uso de óculos de realidade virtual juntamente com o celular. Este aplicativo quando instalado em celulares pode criar um ambiente virtual na escala de 1:1 com o uso de um óculos 3D, ou seja, o usuário entra no ambiente que construiu e consegue visualizar os objetos e dimensões de sua casa.

Alguns objetos são disponibilizados apenas na versão paga, porém, o básico e necessário fica acessível a todos.