

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO  
CAMPUS DE SÃO LUÍS  
PRO-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO PPG  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE  
NACIONAL /PROFMAT

**WILLANICKSON JACKSEMULLER SANTOS LAGO**

**AS CONTRIBUIÇÕES DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO AFIM:** um experimento com alunos do 1º ano do Ensino Médio do Instituto Federal do Maranhão/IFMA - Campus Avançado Rosário.

São Luís – Maranhão  
2018

**WILLANICKSON JACKSEMULLER SANTOS LAGO**

**AS CONTRIBUIÇÕES DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO AFIM:** um experimento com alunos do 1º ano do Ensino Médio do Instituto Federal do Maranhão/IFMA - Campus Avançado Rosário.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática/PROFMAT, como requisito para obtenção do Título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Raimundo J. Barbosa Brandão.

São Luís

2018

Catálogo na publicação elaborada pela Divisão de Processos Técnicos da  
Biblioteca Central da Universidade Estadual do Maranhão.

Lago, Willanickson Jacksemuller Santos.

AS CONTRIBUIÇÕES DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO AFIM: um experimento com alunos do 1º ano do ensino médio do Instituto Federal do Maranhão/IFMA Campus Avançado Rosário / Willanickson Jacksemuller Santos Lago. – São Luís, 2018.

83f.

Dissertação (Mestrado) – Programa de **Mestrado Profissional em Matemática** em Rede (PROFMAT), Universidade Estadual do Maranhão, 2018.

Orientador: Prof. Dr. Raimundo José Barbosa Brandão.

1. Semiótica. 2. Representações. 3. Educação. I. Título.

**WILLANICKSON JACKSEMULLER SANTOS LAGO**

**AS CONTRIBUIÇÕES DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO AFIM:** um experimento com alunos do 1º ano do Ensino Médio do Instituto Federal do Maranhão/IFMA - Campus Avançado Rosário.

COMISSÃO EXAMINADORA

---

Prof. Dr Raimundo José Barbosa Brandão  
Universidade Estadual do Maranhão - Orientador

---

Profa. Dra. Lélia de Oliveira Cruz – Membro interno  
Universidade Estadual do Maranhão

---

Profa. Dra. Maria Raimunda Chagas Silva - Membro externo  
Universidade CEUMA

À minha esposa, Patricia, e minhas filhas, Maria Fernanda e Maria Helena, pelo total apoio e inestimável paciência, parceria e compreensão nos muitos momentos em que hesitei continuar caminhando.

À minha família, sempre presente nas alegrias e tristezas.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por me permitir sonhar e tornar meus sonhos realidade no tempo determinado por Ele.

Ao Prof. Dr. Raimundo J. Barbosa Brandão, orientador, pela permanente presença, paciência e contribuições durante a realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. João Coelho pela forma heroica, competente e sonhadora que conduz o programa PROFMAT – UEMA.

A Profa. Dra. Lélia de Oliveira Cruz e à Profa. Dra. Maria Raimunda Chagas Silva, componentes da minha banca, pela atenção e sugestões dadas.

Aos professores do Mestrado da UEMA, em especial ao Prof. Dr José Marão, pelo comprometimento e incansável disponibilidade em nos ensinar.

Aos meus colegas de mestrado: Darcio, Nazareno, Mario, Paulo, Vilson, Enildo, Katarine, Erivelton, Clessio, Alexandre, Diwey, Walterlandio, Aristoteles, que além de parceiros de curso, se mostraram amigos de batalhas.

A Annanda Sousa, secretária do curso, pela atenção dispensada.

Aos alunos e servidores do IFMA Campus Avançado Rosário, pelo incentivo e colaboração na construção desta pesquisa.

Aos amigos do Centro de Ensino Upaon-açu, que sempre torceram pelo êxito desta empreitada.

Por fim, agradeço a todos que, direta ou indiretamente, fizeram parte da idealização e construção desta pesquisa.

Que Deus me permita falar com inteligência e ter  
pensamentos dignos dos dons concedidos, pois é Ele  
quem guia a sabedoria e quem dirige os sábios.  
(1 Sb 5,9-14)

## RESUMO

Esta investigação teve como objetivo avaliar as contribuições dos registros de representação semiótica no processo de ensino e aprendizagem da função afim aos alunos do 1ª ano do Ensino Médio da Instituto Federal do Maranhão no Campus Avançado da Cidade de Rosário - Ma. Utilizou-se uma abordagem qualitativa por se caracterizar pela utilização do ambiente natural como fonte direta de coleta de dados e ter o pesquisador como instrumento fundamental para esta coleta, além de utilizar a indução como na análise dos dados. A metodologia de pesquisa e de ensino na experimentação foi a engenharia didática. Para realização dos estudos utilizou-se Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. O problema que norteou o estudo foi se os registros de representação semiótica contribuiriam no ensino e aprendizagem da função afim para alunos do primeiro ano do Ensino Médio do IFMA Campus Avançado Rosário. Justifica-se a escolha do tema “função afim”, dentre outros tipos de função matemática estudados no 1º ano do Ensino Médio, por ser esta a primeira a ser trabalhada com os alunos, possibilitando-se observar mais claramente as dificuldades de ensino e aprendizagem deste assunto. Verificou-se na realização deste trabalho que, inicialmente, um número expressivo dos pesquisados não tinha domínio sobre os tratamentos e representações semióticas do objeto matemático estudado, não conseguindo transitar entre as várias formas de representação da função afim, o que levou a intervenções a-didáticas na pesquisa para se alcançar os resultados esperados. Na pesquisa foram aplicadas atividades de ensino junto aos alunos de três turmas de ensino técnico integrado. O estudo teve a participação de vinte alunos que corresponde a 20% do total de alunos do primeiro ano. Na execução foram realizadas avaliações diagnósticas e uma consequente intervenção para a partir da análise destas estabelecer uma sequência didática. Nas atividades do experimento que envolvia a necessidade de mobilização de conhecimentos para forma e resolver sistema de duas equações, apenas 20% dos alunos conseguiram resolver. As maiores dificuldades encontradas pelos alunos foram em mobilizar conhecimentos para irem do registro gráfico para os demais. Registros. Conclui-se serem importantes as contribuições dos Registros de Representações Semióticas no ensino e compreensão da função Afim.

Palavra-chave: Semiótica. Representações. Educação.

## ABSTRACT

The purpose of this research is to evaluate the contributions of the semiotic representation registers in the teaching and learning process of the function related to the 1st year students of the Federal Institute of Maranhão at the Advanced Campus of the City of Rosario - Ma. A qualitative approach was used to characterize the use of the natural environment as a direct source of data collection and to have the researcher as a fundamental tool for this collection, besides using the induction as in the data analysis. For the accomplishment of the studies was used Theory of the Registers of Semiotic Representation of Raymond Duval. The problem that guided the study was whether the semiotic representation records would contribute to the teaching and learning of the affine function for first year students of the IFMA Campus Advanced Rosario High School. It is justified to choose the theme "affine function", among other types of mathematical function studied in the first year of high school, because this is the first to be worked with students, making it possible to observe more clearly the difficulties of teaching and learning of this subject. It was verified in the accomplishment of this work that, initially, an expressive number of the researched had no dominion over the treatments and semiotic representations of the studied mathematical object, not being able to cross between the various forms of representation of the affine function, which led to a- research in order to achieve the expected results. The research was developed, through the application of activities, together with students from three groups of integrated technical education of which the researcher was the teacher, in a total of twenty effective participants students to 20% of the total number of first year students. Two batteries of activities were performed, in some of them with intervention. In the execution, diagnostic evaluations and a consequent intervention were carried out to establish a didactic sequence. It is concluded that the contributions of the Registers of Semiotic Representations in teaching and understanding the related function.

**Keyword:** Semiotics. Representations. Education.

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Classificação dos diferentes registros de representação .....	29
Quadro 2 – Aplicação da função no cálculo da área do quadrado .....	36
Quadro 3 – Valor a pagar por faixa de consumo de água .....	37
Quadro 4 – Valor a pagar em função da faixa de consumo de água. ....	37
Quadro 5 – Salário a receber em função das vendas realizadas .....	38
Quadro 6 – Diretrizes Curriculares do Estado do Maranhão, 2014 .....	41
Quadro 7 – Valor a pagar em função do consumo de água .....	47
Gráfico 1 – Representação da porcentagem da carga de cada bateria .....	49
Quadro 8 – Representação do preço a pagar em função da quantidade de pães. ...	55
Quadro 9 – Sessão Didática .....	65

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Desempenho dos alunos na situação-problema .....	57
---	----

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Resolução do item “a” feita por um pesquisado. ....	65
Figura 2 – Resolução do item “b” feita por um pesquisado. ....	65
Figura 3 – Argumentação do domínio feita por um pesquisado. ....	66
Figura 4 – Resolução de item “a” por um dos pesquisados. ....	68
Figura 5 – Registro da resolução do item “b” feita por pesquisados. ....	69
Figura 6 – Resolução da questão realizada por um pesquisado.....	71
Figura 7 – Registro de resolução feita por pesquisado. ....	74
Figura 8 – Registro de resolução feita por pesquisado. ....	75

## LISTA DE GRAFICOS

Gráfico 1 – Representação da porcentagem da carga de cada bateria .....	49
Gráfico 2 – Custo de produção de determinado tipo de bolo numa padaria .....	61
Gráfico 3 – Gráfico do custo de produção de um bolo. ....	67

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Resolução do item “a” feita por um pesquisado. ....	65
Figura 2 – Resolução do item “b” feita por um pesquisado. ....	65
Figura 3 – Argumentação do domínio feita por um pesquisado. ....	66
Gráfico 3 – Gráfico do custo de produção de um bolo. ....	67
Figura 4 – Resolução de item “a” por um dos pesquisados. ....	68
Figura 5 – Registro da resolução do item “b” feita por pesquisados. ....	69
Figura 6 – Resolução da questão realizada por um pesquisado. ....	71
Figura 7 – Registro de resolução feita por pesquisado. ....	74
Figura 8 – Registro de resolução feita por pesquisado. ....	75

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>CAPITULO 2 .....</b>	<b>14</b>
<b>FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA .....</b>	<b>14</b>
<b>2.1 Formação de professor .....</b>	<b>14</b>
<b>2.2 Teoria das Situações Didáticas e aproximação com outras teorias .....</b>	<b>17</b>
<b>2.3 Formação de professor de Matemática.....</b>	<b>20</b>
<b>CAPITULO 3 .....</b>	<b>24</b>
<b>3.1 Representações .....</b>	<b>24</b>
<b>3.2 Noésis e Semióse.....</b>	<b>25</b>
<b>3.3 Registros de Representação Semiótica .....</b>	<b>27</b>
<b>CAPITULO 4.....</b>	<b>33</b>
<b>4.1 Função – evolução do Conceito .....</b>	<b>33</b>
<b>4.2 Função Afim - Noção intuitiva.....</b>	<b>35</b>
<b>4.3 Conceito formal de Função Afim .....</b>	<b>38</b>
<b>4.4 Funções e os documentos oficiais no Brasil .....</b>	<b>40</b>
<b>4.4.1 O ensino de funções e os PCNs .....</b>	<b>40</b>
<b>4.5 Aplicações da Função Afim .....</b>	<b>42</b>
<b>4.6.1 Aplicação na Física.....</b>	<b>45</b>
<b>4.6.2 Aplicação na Matemática Financeira .....</b>	<b>45</b>
<b>4.6.3 Aplicação na Geometria .....</b>	<b>46</b>
<b>5.1 Sequencia Didática da pesquisa.....</b>	<b>51</b>
<b>5.2 Análises preliminares .....</b>	<b>52</b>
<b>5.3 Análise a priori .....</b>	<b>58</b>
<b>5.4 Experimentação, análise a posteriori e validação.....</b>	<b>62</b>
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>76</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>78</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A motivação para a realização deste estudo, tem sua origem na constatação em nossa prática docente das dificuldades apresentadas por muitos alunos do Ensino Médio na compreensão do conceito de função Afim. Nossa vivência na docência em escolas públicas tanto da rede municipal de São Luís, do estado e do Instituto Federal do Maranhão, nos levou a perceber que a maioria dos livros didáticos, sobretudo os mais antigos, apresentam o conceito de função de maneira formal e esta formalização se constitui em dificuldade de compreensão por parte dos alunos.

A tendência em educação Matemática nos últimos anos, é que se utilize quadros teóricos e metodologias de ensino que possam facilitar o processo de ensino e aprendizagem. Dentre os quadros teóricos que surgiram nas últimas décadas na França, destaca-se os registros de representação semiótica de Raymond Duval, uma vertente didática que começa a ser utilizada em sala de aula por alguns pesquisadores no Brasil.

Esta investigação tem por objetivo identificar as dificuldades dos estudantes do 1º ano do ensino médio do Instituto Federal do Maranhão/IFMA - Campus Avançado Rosário, na aprendizagem do conceito de função Afim, mobilizando os Registros de Representação Semiótica; aplicar atividades de ensino à luz dos registros de representações semióticas na resolução de problemas envolvendo função Afim e, analisar o desempenho dos sujeitos de pesquisa no experimento realizado.

A revisão bibliográfica para esta investigação (DUVAL, 2003, 2011) nos aponta possibilidades que podem melhorar a prática pedagógica e assim facilitar o processo de ensino e aprendizagem de um objeto matemático.

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (BRASIL, 2006, p. 121)

Corroborando com esta ideia, estudos realizados por Booth (1995); Radfor (1996); Ursini e Trigueiros (2000) observaram estas dificuldades na compreensão do conceito de variável e em expressar relações generalizadas, por não perceberem a necessidades desta generalização.

Com o propósito de superar estas dificuldades alguns pesquisadores em educação matemática: Ponte (1990); Markovits, Eylon e Bruckheimer (1995) e Demana e Leitzel (1995) sugerem que o estudo das funções tenha como ponto de partida as representações numérica, gráfica e contextualizadas, usando-se mais a intuição e a visualização. Para Schoen (1995, p. 138) lançar os alunos precipitadamente ao simbolismo algébrico é ignorar a necessidade de uma fundamentação verbal e de uma simbolização gradual, sugeridas pela história e apoiadas por pesquisas sobre ensino e aprendizagem de álgebra.

Para Duval (2003, p. 14) “[...] a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação.”

Diante das dificuldades da compreensão do conceito de função, esta investigação procura responder a seguinte questão: as realizações das conversões entre os diferentes registros de representação semiótica levam a apropriação do conceito matemático de função linear?

Os conhecimentos matemáticos formalizados da atualidade e que os professores utilizam e divulgam em suas práticas docentes passaram décadas, e até séculos, para serem considerados saberes sábios.

Ao longo do tempo, estudiosos impulsionados pelas necessidades, e algumas vezes pelo acaso, contribuíram, significativamente, para a formalização de conhecimentos oriundos das práticas instintivas e informais.

O objeto matemático função também passou por um grande período de estudos e evolução de seu conceito.

Compreender o conceito formal de função, dependendo da formação docente, pode vir a ser um obstáculo para a aprendizagem deste ramo do conhecimento matemático, pois a sua definição formal nem sempre é apresentada

pelo professor de maneira clara e precisa. Entender o conceito de função constitui-se, pois, em um passo importante na caminhada estudantil em matemática devido, em grande parte, a sua vasta utilização nas mais variadas áreas do conhecimento.

Na prática, e na maioria dos casos, sem que seja percebido, a utilização das funções está presente na vida do homem, seja na representação ou na modelagem matemática para resolver problemas que se apresentam a cada instante. E quando estes problemas se deparam com insuficiência de conhecimentos, surge a necessidade da busca por novos embasamentos que também levam a estruturação de relações matemáticas. Certamente, a evolução tecnológica caminhará a passos lentos sem o auxílio das modelagens matemáticas que abriram as portas para a compreensão de fenômenos físicos, químicos, estruturas de informática, engenharias e ainda em temas biológicos, entre tantos. Entenda-se aqui, que o uso das funções passa pela modelagem matemática para sua melhor compreensão e significação.

O uso das funções nas suas várias representações ou ainda no reconhecimento da modelagem matemática de situações cotidianas constitui-se no principal caminho a fim de romper com as barreiras epistemológicas. As várias representações semióticas das funções surgem para implementar novos ambientes de investigação em sala de aula que propiciam a identificação, a elaboração e aplicação dos conceitos e modelagens sem desconsiderar pontos como aspectos teóricos, históricos e de correlação em outras ciências.

Neste trabalho inicia-se introduzindo reflexões sobre a tendência da educação matemática na atualidade, a apresentação o quadro teórico dos Registros de Representações semiótica de Raymond Duval, bem como as representações do objeto matemático função Afim. Nos capítulos 2, 3 e 4 apresenta-se a o referencial teórico do estudo abordando-se a formação do professor de matemática, a teoria das Situações Didáticas de Brousseau, a os registros de Representação Semiótica de Duval e concepções de funções e aplicação de função Afim. No capítulo 5, descreve-se os procedimentos metodológicos permeando-se pelas as quatro fases da engenharia didática, dando ênfase aos resultados do experimento com a análise a posteriori e validação.

## CAPITULO 2

### FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

#### 2.1 Formação de professor

Nos encontramos nos últimos tempos em momentos tortuosos quanto a propostas de mudanças educacionais, propostas estas que, em geral, não conseguem chegar à sala de aula com a rapidez e o grau de profundidade que se espera ter. Assim, por este viés, para o ensino de Matemática foram lançadas várias propostas, as mais recentes, a Base Nacional Comum Curricular, e há um pouco mais, documentos norteadores como os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, (BRASIL, 1998) as Diretrizes do Ensino Básico (BRASIL, 2002), e as Diretrizes dos Cursos de Licenciatura (BRASIL, 1999). Todas estas propostas são baseadas nos resultados obtidos em pesquisas científicas recentes, que visam solucionar problemas recorrentes e evidentes do sistema educacional brasileiro e na busca por sanar as necessidades educacionais nos saberes matemáticos da sociedade em geral. Em sua maioria, estas propostas direcionam para abordagens não convencionais à metodologia de ensino, tendo como ponto de partida a construção de conhecimentos e uma maior aproximação entre teoria e prática.

Mais recentemente temos a discussão sobre Base Nacional Comum Curricular. Esta, chamada BNCC, é um dos recursos estabelecidos pelo Plano Nacional de Educação (PNE) visando melhorar a educação básica, trazendo uma aproximação da atividade pedagógica desenvolvida em toda a rede educacional brasileira. O documento da Base Nacional Comum Curricular será norteador da construção dos currículos das escolas públicas e privadas de todo o país.

A BNCC, é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da educação básica, assim criando parâmetros para uma avaliação mais próxima da realidade educacional do país e tem por objetivo principal nortear os currículos dos sistemas e redes de ensino das Unidades Federativas, como também as propostas pedagógicas de todas as escolas públicas e privadas de educação infantil, ensino fundamental e ensino médio e,

assim, também modificar a formação do professor. Ela apresenta de maneira objetiva as habilidades que devem ser desenvolvidas pelo estudante durante sua vida escolar, proporcionando condições para que os professores avaliem o nível de desenvolvimento dos alunos e definam formas mais adequadas de ensinar. A BNCC não engessa a forma de ensino, mas estabelece conteúdos essenciais e competências que os estudantes deverão desenvolver na educação básica.

Percebemos que as novas propostas de ensino da matemática contemplam entre suas metodologias o uso de jogos, a resolução de problemas, desafios e charadas que vão do emprego de fatos históricos ao uso de novas tecnologias educacionais para sala de aula, como tabletes, celulares, calculadoras e computadores. Mesmo diante de tão vasta possibilidade de inovação, estas metodologias, assim como as tradicionais, são fundamentadas em teorias cognitivas do desenvolvimento.

Outro também importante documento de proposta de mudanças sobre o ensino de Matemática é o da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM. Em sua proposta encontramos mudanças chefiadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática e pela Sociedade Brasileira de Ensino da Matemática, destacando-se prioritariamente a necessidade de construir estratégias de ensino que possibilitem atender às demandas de uma sociedade baseada na constante geração de informações, em constante mutação e a uma iminente e necessária educação inclusiva.

Historicamente as tendências educacionais no ensino da matemática sempre estiveram em um estado efervescente de mudanças. Até a década de 1950, predominava a tendência formalista clássica, que tinha como foco central a ideia da Matemática euclidiana e a concepção platônica da existência de um mundo de formas perfeitas. Nesta tendência, o ensino era compartimentalizado e transmitido apenas pela exposição feita pelo professor, o aluno era um mero expectador/receptor, passivo da aprendizagem, assim não oportunizava em sua estrutura momentos de interação e construção do conhecimento nem permitia espaços de inovação didática.

Já em meados da década de 1960, inicia-se no Brasil a tendência formalista moderna evidenciando o formalismo matemático por meio do Movimento

da Matemática Moderna. Tinha como foco, em sua maioria, a resolução de exercícios e outras habilidades formalistas, dando destaque a mecanização de regras e fórmulas, conceitos e definições. Aqui, o aluno ainda assumia o papel de expectador ou simples receptor da aprendizagem, que utiliza uma prática de memorização como principal ferramenta de formalização do conhecimento.

Na tendência tecnicista, a escola se tornaria mais funcional e eficiente, tendo como ferramenta de aplicação o ensino programado e baseado nas teorias skinners. Focada nos recursos e técnicas de ensino, o professor continuava a ser um transmissor de conhecimentos e o aluno um mero receptor da aprendizagem através de diferentes técnicas.

Nesse cenário, surge em oposição à tendência formalista clássica, a tendência empírico-ativista que procurava respeitar as características de cada criança. Agora o professor se torna facilitador da aprendizagem e o aluno deixa de ser expectador e passa a ser elemento ativo na construção do conhecimento estabelecendo uma relação ativa no processo. Aqui os novos processos de ensino e aprendizagem passam a ter novas aplicações e abordagens.

Mas recentemente, destaca-se a Tendência Sociocultural, cujo foco está na associação da Matemática à realidade, considerando as problematizações e contextualizações como estratégia de construção do pensamento matemático e, principalmente, a aprendizagem como a construção de significados. O papel do professor passa a ser de mediador entre o conhecimento, as situações e o aluno, possibilitando o uso de metodologias e práticas no processo de ensino e aprendizagem.

As mudanças sociais, políticas e econômicas no Brasil e no mundo nas últimas décadas tem gerado muitas dúvidas quanto a real e correta formação de professores. O constante processo de inovação e a necessidade de adequar a formação dos professores a uma realidade que prioriza a informação imediata geraram novas propostas educacionais e curriculares.

As constantes e diversas deficiências verificadas nos cursos de formação de professores sempre foram motivos de discussões e de críticas por vários autores e estudiosos ao analisarem o nosso sistema de ensino. Fomentar uma formação

inicial mais adequada às reais necessidades da educação atual é sempre notada e recorrente como condição necessária para melhorar a qualidade da nossa escola.

O tema sobre a formação do professor passou a ser destaque em todo o país no final da década de 1970 e início dos anos 1980 em conferências, congressos e seminários de educação, período em que estavam sendo discutidas as reformulações dos cursos de Pedagogia e das Licenciaturas. Foram promovidos em diversas instituições de ensino superior no início da década de 1990, encontros para deliberar os problemas frequentemente citados nos cursos de licenciatura, buscando relacionar e estabelecer parâmetros adequados para reformulação dos Cursos de Formação de Professores.

Para alguns autores, entre os quais D'Ambrósio (1996), Fiorentini e Miorim (1990), afirmam que os problemas das licenciaturas não serão resolvidos apenas com mudança de currículo, mas, na amplitude que caracteriza a construção de valores construídos pelo professor. É importante ressaltar que o futuro professor necessita adquirir uma série de competências que só ocorrerá com experiências práticas.

Tais competências, segundo Perrenoud (2000, p.23), devem partir da análise de situações e da ação que dão origem ao conhecimento. Neste contexto, o principal recurso para o desenvolvimento das competências profissionais a serem desenvolvidas com as mudanças é a postura reflexiva, a sua capacidade de observar, de regular, de aprender com os outros e com a experiência.

## **2.2 Teoria das Situações Didáticas e aproximação com outras teorias**

No que tange o ensino e aprendizagem da matemática, um dos papéis do professor é de identificar como se constrói o aprendizado para cada estudante, levando em conta suas experiências, suas bases culturais, sua maneira de elaborar raciocínios e seus conhecimentos prévios, utilizando as várias formas para abordar o objeto matemático. Um dos caminhos a seguir é que o conhecimento matemático se estrutura por meio do equilíbrio entre os aspectos lógicos e intuitivos, gradualmente elaborados, num processo dinâmico e temporal, respeitando o ritmo e a visão particular de cada situação sugerida ao aluno. Estar nesse espaço entre o

conhecimento prévio e a construção do saber matemático e saber como agir, é que nos descrevem os aspectos da teoria da situação didática (TSD) elaborada por Guy Brousseau.

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) buscou fundamentos nas teorias de Piaget e Vygotsky (PIAGET, 1976, 1990; VYGOTSKY, 1998; POMMER, 2013; D'AMORE, 2007; BROUSSEAU, 2008) sobre a perspectiva da Didática da Matemática francesa na qual Brousseau embasou suas ideias às quais podem instrumentalizar professores para elaboração e uso de situações em que o aluno tenha um papel dinâmico, social e participativo na própria aprendizagem, questionando situações que direcionam às reais barreiras à aprendizagem do objeto matemático.

Brousseau (2008), em seu livro intitulado “Introdução ao Estudo das Situações Didáticas: conteúdos e métodos de ensino”, passeia em situações didáticas através de alguns questionamentos: Quais são os conhecimentos matemáticos “necessários” para a educação e a sociedade e como realizar a sua difusão? A “transmissão” dos conhecimentos matemáticos depende das ciências da educação, da psicologia ou da própria matemática? Que lugar os conhecimentos de didática da matemática ocupam nessa difusão? Quais instituições podem garantir a coerência e a pertinência desses conhecimentos? A Teoria das Situações Didáticas (TSD) apresenta-se como um instrumento científico que pretende responder a estas e outras perguntas (SILVA, FERREIRA e TOZETTI, 2015, p. 56).

Segundo Pommer (2013), a Didática da Matemática estuda:

[...] o processo de transmissão e aquisição de diferentes conteúdos desta ciência, particularmente na situação escolar e universitária. Propõe-se a descrever e explicar os fenômenos relativos às relações entre seu ensino e aprendizagem. Não se reduz somente a buscar uma boa maneira de ensinar uma noção fixa, mesmo quando espera, ao finalizar, ser capaz de oferecer resultados que lhe permitam melhorar o funcionamento do ensino (ENCICLOPAEDIA UNIVERSALIS, apud POMMER, 2013).

O termo “transmissão”, acima descrito, é muito utilizado por Brousseau (SILVA, FERREIRA e TOZETTI, 2015) não deve ser compreendido como conhecimento estanque que se passa ou que se transfira finalizado de ente para ente, e sim opostamente, em uma ação que é feita e incentivada por um e estruturada unicamente por outro, em uma organização de etapas da assimilação

que ocorrem no trajeto da ação de apreender. Nesta ação há a caracterização do dinamismo e participação do sujeito reflexivo da teoria de Brousseau.

Na visão de Brousseau (1996), o processo de transmissão na Didática da Matemática, tem como foco as atividades didáticas que objetivam o ensino prioritariamente de saberes matemáticos. Assim como deve oferecer explicações, conceitos e teorias e propor formas de previsão, análise e incorporação de resultados relativos aos comportamentos cognitivos dos alunos, aqui baseados em aspectos da obra de Piaget. D'Amore (2007), complementa os pilares da TSD descrevendo que a Didática da Matemática tem ainda como objetivo “[...] a arte de conceber e conduzir condições que podem determinar a aprendizagem de um conhecimento matemático por parte de um sujeito”. (SILVA, FERREIRA e TOZETTI, 2015, p. 19951 -19952)

Verifica-se que em Brousseau (2008) que a teoria das Situações Didáticas (TSD) que o objetivo desta teoria é estabelecer uma reflexão sobre as conexões entre metodologias de ensino e conteúdos abordando a didática como campo de investigação

Entende-se que o ensino é gerado das relações entre um sistema de educação e aluno buscando promoção de conhecimento. Para atingir este propósito, é indispensável por integrar as diversas formas de informações.

A integração destas informações se estruturam em dois processos: a aculturação e a adaptação independente. A saber: a aculturação refere-se ao conjunto de transformações que resultam do contato, de dois ou mais grupos de indivíduos, com culturas e saberes diferentes, quando colocados em linha direta e contínua. Já a adaptação é o processo no qual o aluno vai se adequando ao meio naturalmente no desenvolvimento das atividades. Além desses dois processos, Brousseau (2008) considera na TSD a influência do meio sociocultural na aprendizagem, inspirado, nesse âmbito, em Vygotsky, 1998 ”.(SILVA, FERREIRA E TOZETTI, 2015, p.19952)

Brousseau (1996) discute a maneira se e considerar uma noção matemática e construir a concepção. Estas concepções entendem como conjuntos de saberes necessários para a resolução de situações.

### 2.3 Formação de professor de Matemática

Pode-se entender que o professor é o profissional que leciona conteúdos que supostamente possui domínio, até mesmo quando não possui domínio total de um assunto, ele leciona da forma como sabe, e ainda mais especificamente matemática. Por esse ponto de vista, na sua origem, o professor de matemática deve buscar domínio sobre o objeto matemático e sobre sua contextualização na vida dos alunos e na sociedade, da mesma forma, reconhecer a importância para o aluno e demonstrar a associação com outras áreas do conhecimento.

Ainda em sua formação, o professor deve lançar mão de metodologias inerentes a cada momento; ter sensibilidade para se adequar a cada situação com clareza e objetividade de expressão, ser coerente, respeitando o tempo de cada aluno, dominar o uso adequado de recursos, tecnologias e materiais; fazer com que o aluno seja elemento protagonista na própria aprendizagem, incentivando a construção do conhecimento e participação, facilitar a interação e a troca de informações; perceber que cada aluno é único e cada sala também é única, assim aplicando diálogos e atividades direcionadas aos sujeitos, focando no objetivo de formar cidadãos críticos, reflexivos, com iniciativa para a vida do trabalho e a vida pessoal e consciente da necessidade de aprender permanentemente como nos orienta a Lei de Diretrizes e Bases da Educação.

Uma formação completa não se adquire na formação inicial; a prática em sala de aula constitui-se na forma mais eficiente deste complemento. Em paralelo também acontecem as formações continuadas que podem contribuir muito no desenvolvimento satisfatório e agindo diretamente na formação e atuação docente.

Para Fiorentini e Castro (2003), a formação inicial dos professores de Matemática não forma o futuro professor, em função das muitas vertentes que se tem ao adentrar no caminho do ensino de matemática. Assim, “[...] pensar a constituição do professor somente no período da formação inicial, independente da continuada, isto é, daquela que acontece no próprio processo de trabalho, é negar a história de vida do futuro professor; e negá-lo como sujeito de possibilidades. ” (FIORENTINI; CASTRO, 2003, p. 124 apud PAZUCH, 2010, p. 22).

Dessa forma, pode-se assim, considerar que os saberes do professor de

Matemática estão relacionados com a contextualização e pragmatização do conhecimento, isto é, com atividades, objetivos educacionais e contextos de ensino da matemática. Eles devem ter conhecimento sobre a Matemática, a aprendizagem das noções matemáticas e também sobre os processos formativos, como planejamento, recursos e rotinas instrucionais, entre outros.

É neste cenário social e educacional que os saberes docentes e a formação profissional dos professores de Matemática se encontram.

Para que os professores se sintam capazes de facilitar o caminho dos alunos ao êxito na aprendizagem matemática, será imprescindível uma formação profissional holística que lhes possibilite construir os saberes inerentes ao objeto matemático assim como seus complementos pedagógicos, além de outras características peculiares ao docente desta área de conhecimento. Por este ponto de vista, o professor de Matemática assume o papel principal na mediação entre os conhecimentos matemáticos e os alunos sendo vetor preponderante nas transformações educacionais e sociais.

Esta análise nos mostra a urgente necessidade de melhorar a formação deste profissional, levando-se em conta as constantes mudanças sociais impostas à educação e à responsabilidade de formar alunos prontos a colaborar e representar de forma crítica e reflexiva junto aos desafios que lhes serão propostos.

García Blanco (2003) destaca algumas características sobre o conhecimento e sobre a prática do professor de Matemática, advindas de pesquisas em Educação Matemática, as quais podem contribuir para o esclarecimento e a concretização do que seria desejável em um programa de formação voltado para esses professores: o conhecimento do professor de Matemática: constituído de três perspectivas - “aprender a ensinar, trabalho profissional e perspectiva cognitiva” -, com várias relações transversais: “conhecimento e crenças, conhecimento e prática, conhecimento do conteúdo pedagógico e conhecimento de matemática” (GARCÍA BLANCO, 2003, p. 53-54); e a aprendizagem do professor de Matemática.

Essa autora detalha o que deve saber o professor de Matemática, indicando que esse conhecimento “está relacionado com os contextos e situações em que ele irá utilizar tal conhecimento” (GARCÍA BLANCO, 2003, p. 71). Entre os

aspectos que devem estar presentes no processo de formação de professores de Matemática, compondo o conhecimento de base do professor, García Blanco (2003, p. 72) destaca:

Conhecimento de e sobre a Matemática e suas variáveis: conhecimento de e sobre a matemática; conhecimento de e sobre a atividade matemática; conhecimento sobre o curriculum matemático;

O conhecimento de e sobre o processo de geração das noções matemáticas;

O conhecimento sobre as interações em sala de aula: professor-aluno, aluno- aluno

O conhecimento sobre o processo instrutivo (formas de trabalhar em classe, o papel do professor):

O conhecimento sobre o planejamento do ensino;

O conhecimento sobre as representações e os recursos instrucionais; conhecimento sobre as rotinas instrucionais;

O conhecimento das características das interações e o conhecimento sobre as tarefas acadêmicas.

García Blanco (2003) ratifica os argumentos de autores como Tardif e Marcelo. Outros, embora semelhantes, voltam-se para a Matemática. Neste caso, destaca aspectos voltados ao tratamento metodológico, como “resolução de problemas”; “raciocínio em matemática”; “comunicação em matemática”; “conexões dentro da disciplina da matemática com o mundo real”, uma vez que “uma formação matemática adequada e específica é básica para o posterior desenvolvimento das outras componentes ou domínios do conhecimento do professor” (GARCÍA BLANCO, 2003, p. 74).

No ensino de matemática na educação básica é bastante comum encontrar dicotomia entre o conteúdo e uma metodologia adequada para a mediação da construção do conhecimento. Além disso, a falta de uma formação docente com competências nos conhecimentos específicos da disciplina e demais saberes também constituem dificuldades no processo de ensino e aprendizagem.

Ponte e Serrazina (2000) ampliam essa visão e complementam também

algumas condições para que os professores realizem um bom ensino de Matemática:

Conhecimento da Matemática: conhecer conceitos, técnicas e processos matemáticos; ter noção sobre as ideias da Matemática, seu papel no mundo e o desenvolvimento do currículo de Matemática; manter-se atualizado; atitude em relação à inovação: ter abertura à inovação e à experimentação, uma vez que “ensinar é uma atividade extremamente exigente” (p. 16); atitude profissional: ser motivado, empenhado, trabalhar com entusiasmo e energia visando o aprendizado dos alunos, transmitindo-lhes o gosto pela Matemática; inserção na comunidade profissional: estar inserido na instituição escolar, colaborando com os demais professores e procurando criar condições favoráveis ao desenvolvimento de sua prática docente.(CRESCENTI, 2006, p.54)

A falta de uma formação de professor com solidez, pode contribuir para que ele não ensine determinados conteúdos, ou mesmo faça uma mediação superficial e com equívocos em seus conceitos e definições, desta forma produzirá resultados que poderão comprometer de forma negativa a vida acadêmica e profissional do futuro professor.

## CAPITULO 3

### REPRESENTAÇÕES E REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

#### 3.1 Representações

Há uma palavra às vezes importante e marginal em matemática, é a palavra “representação”. Ela é, na maioria das vezes, empregada sob a forma verbal “representar”. Uma escrita, uma notação, um símbolo representa um objeto matemático: um número, uma função, um vetor. Do mesmo modo, os traçados e figuras representam objetos matemáticos: um segmento, um ponto, um círculo. Isto quer dizer que os objetos matemáticos não devem ser jamais confundidos com a representação que se faz dele. De fato, toda confusão acarreta, em mais ou menos a longo termo, uma perda de compreensão e os conhecimentos adquiridos tornam-se rapidamente inutilizáveis ao longo de seu contexto de aprendizagem: seja por não lembrar ou porque permanecem como representações “inertes” que não sugerem nenhum tratamento. A distinção entre um objeto e sua representação é, portanto, um ponto estratégico para a compreensão da matemática. (DUVAL, 2012, p.268)

Nas últimas décadas estudos sobre representações matemáticas tem ocupado espaço nas discussões em educação matemática Bishop e Goffree (1986); Janvier (1987), NCT (2007) dada a sua grande importância para o raciocínio matemática.

Para Bishop e Goffree (1986), existem quatro tipos principais de representações: símbolos matemáticos, linguagem, figuras e objetos. Os autores afirmam que estas representações possuem o seu próprio vocabulário que os alunos necessitam de aprender para compreenderem as ideias matemáticas. E que mesmo perante várias representações de um objeto, estes só irão o compreender quando atribuírem significado a estas representações. As tarefas propostas pelo professor devem apresentar problemas compatíveis com seu conhecimento desafiando a curiosidade e inculcando no aluno o gosto pelo raciocínio (PÓLYA, 1977). Nos momentos de discussão dessas tarefas o professor pode perceber o nível de

compreensão dos alunos, para que estes compreendam melhor os conceitos, procedimentos e representações e desenvolver as capacidades de raciocínio e comunicação (PONTE; VELEZ, 2011 apud MACEDO, 2016, p. 1-2)

Em Portugal por exemplo, desde 2007 o Ministério da Educação (M.E, 2007) vem recebendo um especial cuidado, tanto nas orientações metodológicas, quanto como recomendações para o processo de ensino e aprendizagem nos diversos conteúdos matemáticos.

Para que estas recomendações e orientações tenham êxitos, é fundamental que o professor esteja bem preparado em todos os aspectos dos saberes docentes para que o ensino de matemática seja eficiente.

Para Pontes (1992) os professores tendem para uma visão absolutista e instrumental da Matemática, considerando-a como uma acumulação de factos, regras, procedimentos e teoremas. No entanto, alguns professores, destacando-se do conjunto, assumem uma concepção dinâmica, encarando a Matemática como um domínio em evolução, conduzido por problemas, e sujeito a revisões mais ou menos significativas. (PONTES, 1992, p. 208)

### **3.2 Noésis e Semióse**

A confusão acarretada entre representar e representação (DUVAL, 2012) contribuem para uma dificuldade de compreensão e progressiva inutilização dos conhecimentos construídos ao longo do contexto de aprendizagem do objeto estudado. Isto ocorre, ou porque o aluno pode não lembrar, ou porque permanecem com representações em estado de inércia, não sugerindo nenhum tratamento.

A distinção entre um objeto e sua representação é, portanto, um ponto estratégico para a compreensão da matemática. Este ponto é tão importante que um dos autores de manual escolar mais sério não tem hesitado em fazer desta distinção o tema recorrente de sua obra para os alunos de *quatrième*<sup>2</sup>: é o objeto representado que importa e não as suas diversas representações semióticas possíveis (DELEDIEQ; LASSAVEL, 1979 apud DUVAL, 2012, p. 268).

Os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis como os objetos reais ou físicos e por esta razão é necessário dar uma representação a estes para que seja possível a sua percepção. A possibilidade de efetuar tratamentos sobre os objetos matemáticos (DUVAL, 2012, p. 268) depende diretamente do sistema de representação semiótico utilizado. Basta considerar o caso do cálculo numérico para se convencer disso: os procedimentos, o seu custo, dependem do sistema de escrita escolhido.

Na atividade matemática as representações semióticas (DELEDIEQ; LASSAVEL, 1979; DUVAL, 2012) possuem um papel essencial muito importante para o desembaraço do paradoxo cognitivo, pois do pensamento matemático, se de um lado a apreensão de um objeto matemático se constitui numa apreensão conceitual, por outro, é somente por meio de representações semióticas que a atividade sobre objetos matemáticos se torna possível. Esta impossibilidade leva inevitavelmente os alunos confundirem objetos matemático com suas representações.

No pensamento matemático, são fundamentais para o progresso de ensino e aprendizagem. As representações mentais e semióticas são fundamentais. Enquanto as representações mentais:

Recobrem o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceptualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico sobre uma situação e sobre o que lhe é associado; as representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. (DUVAL, 2012, p. 269)

Não é possível, portanto, fingir como se as representações semióticas fossem simplesmente subordinadas às representações mentais, pois o desenvolvimento da segunda depende de uma interiorização da primeira e somente as representações semióticas permitem preencher algumas funções cognitivas essenciais como a de tratamento. O funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação. Se é chamada “semiose” a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e “noesis” a apreensão conceitual de um objeto, é preciso afirmar que a noesis é inseparável da semiose. (DUVAL, 2012, p. 269)

Pode-se perceber então que há uma interligação muito forte entre noésis e semiótica, pois durante a realização de uma atividade matemática é possível a mobilização de vários registros de representação semiótica (figuras, gráficos, escrituras simbólicas, língua natural, etc.) no decorrer de um mesmo passo

Semiótica é a ciência que estuda os signos e seus significados, é a ciência das linguagens. A teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval contribui com a compreensão da aprendizagem matemática, do ponto de vista cognitivo, na busca por entender dificuldades apresentadas por muitos alunos na compreensão de conceitos matemáticos. Duval defende a importância das representações semióticas não apenas para expressar o que foi aprendido, mas para aprender o que ainda não se sabe. E defende que o ensino da matemática na formação inicial dos alunos tem o objetivo de “contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização” (DUVAL, 2003, p. 11).

### **3.3 Registros de Representação Semiótica**

É notório que o ensino aprendizagem da Matemática é, em sua maioria, incompreensível para estudantes, já que se limita à transmissão de regras e metodologias sem a preocupação com o que é apreendido ou assimilado pelo aluno.

Raymond Duval (1993, 2003, 2009) propõe em seu estudo sobre “registros de representação semiótica para a aprendizagem matemática”, que a abordagem cognitiva deve ser direcionada para compreender as dificuldades dos alunos na compreensão da Matemática e também para a compreensão da natureza dessas dificuldades.

Para Duval (2005, p. 12), a ação cognitiva possibilita ao aluno compreender, efetuar e controlar a diversidade dos processos matemáticos que lhes são propostos. Dessa forma, observar e entender as condições e os problemas da aprendizagem em matemática podem se dá buscando descortinar quais vertentes cognitivas estão presentes na ação que se direciona aos objetos matemáticos e como se dão as várias transformações que constituem as

representações dos saberes matemáticos. Nesse caminho, deve-se também identificar a possibilidade da unicidade dessas representações em qualquer ação de construção de conhecimento em outros objetos de estudo.

A definição de representações semióticas de Duval, citado por Santos (2009, p. 58), assim é dada:

As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos (sinais) pertencentes a um sistema de representação que têm suas dificuldades próprias de significância e de funcionamento. Uma figura, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico, são representações semióticas que salientam sistemas semióticos diferentes.

As representações semióticas constroem um elo entre o objeto e as ações cognitivas do pensamento, o que leva aos registros de representação diferentes para um mesmo objeto matemático estudado. Segundo Duval (2005), não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem recorrer à noção de representação, isto porque não há conhecimento que possa ser mobilizado por um sujeito sem uma atividade de representação. Esta afirmação nos traz a ideia de pluralidade de aplicação, não se restringindo à matemática, e sim à toda construção de conhecimento, em todas as áreas da função cognitiva.

Demonstra-se assim, a importância dos registros de representação semiótica para o processo de ensino e aprendizagem de funções relacionando com a necessidade de articulação do pensamento entre as várias representações deste objeto matemático. Assim, é percebido que a compreensão em matemática, quando envolvida com a interpretação das várias aplicações, em particular das funções Afim, tem como uma de suas condições a identificação da pluralidade dos registros de representação e a livre circulação entre eles.

Existindo alternativas para que om objeto matemático possa ser representado e importante para o aluno saber a diferença entre o objeto e sua representação. Esta possibilidade das várias formas de representações despertou em Duval o interesse diferenciar a diferença objeto e representação, pois de acordo com Duval (2005, p14) existe diferencia quatro tipos de registros concentrados na estruturação do pensamento matemático, classificando-os assim:

Quadro 1 – Classificação dos diferentes registros de representação

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA
<p>Registros Multifuncionais:</p> <p>Os tratamentos não são algoritmizáveis.</p>	<p>Língua natural</p> <p>Associações verbais (conceituais)</p> <p>Forma de raciocinar</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentação a partir de observações, de crenças...;</li> <li>• Dedução válida a partir de definição ou teoremas.</li> </ul>	<p>Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Apreensão operatória e não somente perceptiva;</li> <li>• Construção com instrumentos.</li> </ul>
<p>Registros Monofuncionais</p> <p>Os tratamentos são principalmente algoritmos.</p>	<p>Sistemas de escritas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Numéricas (binária, decimal, fracionária, ...)</li> <li>• Algébrica.</li> <li>• Simbólicas (línguas formais.</li> </ul> <p>Cálculo</p>	<p>Gráficos cartesianos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mudanças de sistema de coordenadas;</li> <li>• Interpolação, extrapolação.</li> </ul>

Fonte: Duval (2005, p. 14) apud Delgado (2010. p.43)

Os registros discursivos utilizam a linguagem natural ou os sistemas de escritas que possibilitam descrever, explicar, calcular, raciocinar e, interferir nestes registros. Enquanto isso os registros não discursivos apresentam formas ou configurações de formas que mostram informações características destas diversas formas de representações, porém limitadas em relação às representações discursivas.

Os Registros Multifuncionais discursivo usam a língua natural com suas formas conceituais e permitem formas de raciocinar a partir de argumentações e deduções. Os registros multifuncionais se constituem como ferramentas de uso em praticamente todas as áreas do conhecimento, são espontâneos e comuns a uma determinada cultura. Os registros monofuncionais, são aprendidos em espaços não

escolar, são mais especializados e aprendidos em matemática quando solicitados a mobilização de realização de cálculos construção e interpretação de gráficos.

Para Duval (2005, p. 21),

“[...] a compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro. Isto porque não se deve jamais confundir um objeto e sua representação [...] os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivamente ou instrumentalmente (microscópios, aparelhos de medida, etc.). O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas”.

Percebe-se, portanto, que as articulações entre estes tipos de registros são fundamentais para a apreensão de um objeto matemático. Isso nos leva a um uma situação paradoxal no ensino de matemática, segundo Duval (2005, p 21) como se pode não confundir um objeto e sua representação se não se tem acesso a esse objeto a não ser por sua representação?

[...] fundamental jamais confundir uma representação e o objeto representado. Pois, corremos o risco de considerar duas representações diferentes de um mesmo objeto por dois objetos diferentes ou, ao contrário, arriscamos a considerar duas representações de um mesmo objeto porque seus conteúdos são quase parecidos (DUVAL, 2011, p. 47)

A representações do objeto matemático em estudo são fundamentais para a compressão e apreensão do mesmo, pois a mobilização de conhecimentos para o aluno transitar entre os diversos tipos de registro pode-se considerar aprendida e assimilada a ação matemática do objeto de estudo.

Corroborando com este pensamento, Duval (2005) afirma:

A compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro. Isto porque não se deve jamais confundir um objeto e sua representação. ... os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivamente ou instrumentalmente (microscópios, aparelhos de medida, etc.). O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas”. ( DUVAL, 2005, p. 21)

Em matemática existem dois tipos de diferentes de representação semiótica, um chamado de tratamento e outro de conversão.

O tratamento consiste em se fazer uma transformação semiótica internamento, dentro do próprio registro. A exemplo disso tem-se o cálculo da imagem de uma função dado um certo número do domínio, ou ainda o valor de uma expressão numérica. Para (DUVAL, 2009, p. 57). “O cálculo é um tratamento interno ao registro de uma escritura simbólica de algarismos e de letras: ele substitui novas expressões em expressões dadas no mesmo registro de escritura de números”

A outra representação semiótica é a conversão. Na conversão, as transformações são realizadas entre os diversos tipos de registro.

Para Damm (2012, p. 180) “a conversão de uma representação é a transformação dessa em uma representação em um outro registro”. Neste caso, o registro de partida é diferente do registro de chegada. Um objeto matemático no registro expressão algébrica pode ser transformada num registro gráfico, tabular ou na língua natural.

As conversões são transformações de representação que consistem em mudança de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, reconhecer a escrita algébrica de uma equação em sua representação gráfica. (DUVAL, 2003, p.16)

Na função Afim por exemplo, uma conversão seria transformar um registro na forma algébrica por exemplo para um registro gráfico, tabular ou língua materna, ou ainda, as várias formas de transitar entre eles. Na conversão há dois fenômenos: o da não-congruência e o da congruência.

Se a representação matemática, do registro final tem semelhança em alguns aspectos com a forma da representação inicial e ainda a conversão mostra elementos de uma simples codificação, neste caso existe correspondência semântica das unidades de significado entre os dois registros, portanto neste caso haverá congruência. Se no registro final não existirem elementos do registro inicial, isto é, não se percebe uma clara representação cognitiva do objeto matemático ou falta de conexão entre a passagem de um registro a outro, então há o fenômeno da não- congruência.

A utilização dos Registros de Representação Semiótica será o principal referencial teórico para estudo de funções Afim nesta pesquisa, isto devido à sua variabilidade de representações matemática e mudanças entre elas.

## CAPITULO 4

### FUNÇÃO

#### 4.1 Função – evolução do Conceito

Historiadores afirmam que para o desenvolvimento formal do conceito de função foram necessários mais de 4000 anos, o que demonstra o rigor exigido pelos matemáticos até a sua formalização. O surgimento do conceito de função é incerto, porém acredita-se que tal conceito surgiu de forma intuitiva da necessidade de resolver problemas práticos onde havia interdependência entre duas grandezas distintas.

Não parece existir consenso entre os autores, a respeito da origem do conceito de função [talvez pelo seu próprio aspecto intuitivo]. Alguns deles consideram que os Babilônios (2000 a.C.) já possuíam um instinto de funcionalidade [grifos do autor] [...] em seus cálculos com tabelas sexagesimais de quadrados e de raízes quadradas [...] que eram destinadas a um fim prático. As tabelas, entre os gregos, que faziam a conexão entre a Matemática e a Astronomia, mostravam evidência de que estes percebiam a ideia de dependência funcional, pelo emprego de interpolação linear. (ZUFFI, 2001, p. 11).

A primeira definição explícita de função foi apresentada em 1667 por James Gregory (1638 - 1675). René Descartes (1596-1650) estabeleceu uma relação de dependência entre quantidades variáveis utilizando uma equação em  $x$  e  $y$ , possibilitando o cálculo de valores de uma variável a partir dos valores da outra.

As primeiras contribuições efetivas para a construção do conceito de função surgiram com os trabalhos de Isaac Newton (1642-1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716). Newton estabeleceu pela primeira vez um termo específico para funções, ao utilizar o nome “fluentes” para representar algum relacionamento entre variáveis, descrevendo suas ideias de função ligadas à noção de curva e a “taxas de mudanças” de quantidades que variavam continuamente.

Leibniz (1646-1716) não é o responsável pela moderna notação para função, mas é a ele que se deve a palavra função, praticamente no mesmo sentido

que é usada hoje. Em 1676 Leibniz fala sobre funções racionais, irracionais, algébricas ou transcendentais (palavra que Leibniz inventou). Posteriormente o termo foi utilizado para quantidades dependentes ou expressões. Também introduziu as palavras: constantes, variáveis e parâmetros (BOYER, 1996; FERREIRA, 2005).

O desenvolvimento posterior, essencial do conceito de função, foi trabalho de Leonard Euler (1707-1783), discípulo de Bernoulli, que aplicou a ideia de “fluentes” de Newton para a Análise que é um ramo mais abrangente da Matemática. Os estudos de Euler foram essenciais para o desenvolvimento do conceito de função, trazendo grandes contribuições para a linguagem simbólica e as notações utilizadas hoje, como por exemplo, foi Euler quem formalizou a notação  $y = f(x)$  para representar uma função qualquer envolvendo variáveis e constantes (YOUSCHKEVICH, 1981; BOYER, 1996). Para Boyer (1996) Euler foi o fundador da Análise, uma vez que a organizou e colocou numa base formal, isolada da Geometria. E apesar de Euler não ter sido o precursor no que se refere à noção de função, foi ele o primeiro a tratar o Cálculo como uma teoria formal de funções.

As funções, inicialmente foram tidas como puramente imaginárias e chamadas genericamente de "monstros", foram já no final do século XX, identificadas como importantes para a construção de modelos físicos de fenômenos tais como o movimento Browniano. Kline (1972) afirma que o matemático francês Jean-Louis Lagrange (1736-1813) define função de uma ou mais variáveis como qualquer expressão em que estas variáveis intervêm de qualquer maneira. Para Lagrange as funções representam operações distintas que se realizam sobre quantidades conhecidas para obter os valores de quantidades desconhecidas.

A definição dada por Dirichlet é ampla e não necessita de uma expressão analítica para explicar a relação entre  $x$  e  $y$ . Essa definição acentua a ideia de relação entre dois conjuntos de números. O conceito de função foi generalizado de modo a considerar relações entre dois conjuntos de elementos quaisquer, não apenas números, com o desenvolvimento da teoria dos conjuntos. (BARRETO, 2013, p48)

Nesta teoria, uma função  $f$  é, por definição, um conjunto qualquer de pares ordenados de elementos, pares esses sujeitos à condição seguinte: se  $(a_1, b_1) \in f$ ,  $(a_2, b_2) \in f$  e  $a_1 = a_2$ , então  $b_1 = b_2$ . O conjunto  $A$  dos primeiros elementos dos

pares ordenados chama-se domínio da função e o conjunto B de todos os segundos elementos dos pares ordenados se diz imagem da função. Assim, uma função é simplesmente um tipo particular de subconjunto do produto cartesiano  $A \times B$ . Uma função  $f$  se diz injetora se, de  $(a_1, b_1) \in f$ ,  $(a_2, b_2) \in f$  e  $b_1 = b_2$ , decorre  $a_1 = a_2$ . Se  $f$  é uma função e  $(a, b) \in f$ , escreve-se  $b = f(a)$  (EVES, 2002, p.661 apud BARRETO, pp. 48-49).

O conceito de função pode ser definido de uma maneira simbólica e formal. Sua importância não está mais em uma regra de correspondência, mas em uma série de correspondências entre os elementos de dois conjuntos (PELHO, 2003). Deste modo ao acompanhar de forma cronológica o desenvolvimento do conceito de função, entendemos que o mesmo processo construtivo do saber, pode também se desenvolver na aprendizagem na sala de aula onde cabe ao professor, a partir dos conhecimentos já adquiridos por seus alunos, provocar questionamentos que os levem, de forma gradativa, à elaboração de novos conceitos. (BARRETO, 2013, p49)

Uma das maiores dificuldades do aluno em compreender o conceito de função é sua apresentação formal. Acredita-se que a introdução intuitiva do conceito de função facilita o seu aprendizado.

## 4.2 Função Afim - Noção intuitiva

Intuitivamente, uma função é uma “regra” ou um “mecanismo” que transforma uma quantidade em outra. As funções são tipos especiais de relações, que por sua vez, nada mais são que um conjunto de pares ordenados. Assim, como esta definição de relação é contra intuitiva, também a definição precisa de função pode parecer estranha inicialmente. Quando expressas como conjuntos de pares ordenados, as funções não se parecem com regras para transformar um objeto em outro. Com um pouco mais de aprofundamento, percebemos que os pares ordenados em uma relação associam valores de “entrada” a valores de “saída”. O

que torna a relação uma função é o fato de que, para cada entrada, só pode haver no máximo uma saída.

Frequentemente encontramos em nosso cotidiano relações entre duas grandes variáveis onde a variação de uma delas depende da variação da outra.

Vejamos a situação onde temos um terreno de forma quadrada por exemplo, a área e o perímetro vão depender sempre da medida do lado.

Exemplo:

Quadro 1 – Aplicação da função no cálculo da área do quadrado

Lado ( $l$ )	Área ( $A$ ): $A = l^2 = l \cdot l$	Perímetro ( $P$ ): $P = l + l + l + l = 4l$
2 cm	$A = 2^2 = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}^2$	$P = 2 + 2 + 2 + 2 = 8 \text{ cm}$
3 cm	$A = 3^2 = 3 \cdot 3 = 9 \text{ cm}^2$	$P = 3 + 3 + 3 + 3 = 12 \text{ cm}$
4 cm	$A = 4^2 = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}^2$	$P = 4 + 4 + 4 + 4 = 16 \text{ cm}$
5 cm	$A = 5^2 = 5 \cdot 5 = 25 \text{ cm}^2$	$P = 5 + 5 + 5 + 5 = 20 \text{ cm}$

No exemplo acima observa-se que o lado ( $l$ ), a área ( $A$ ) e o perímetro ( $P$ ) são grandezas variáveis e que o a medida do lado ( $l$ ) está associada à área ( $A$ ) e ao perímetro ( $P$ ) e ainda que:

- Para cada valor de  $l$ , está associado um único valor de  $A$  e  $P$ ;
- A área do quadrado ( $A$ ) depende da medida do lado ( $l$ ), logo a área é função de  $l$ , ou seja,  $A = f(l)$ ;
- A medida do perímetro ( $P$ ), depende da medida do lado ( $l$ ), logo o perímetro ( $P$ ) é função do lado ( $l$ ), ou seja,  $P = f(l)$

Ainda como aplicação no cotidiano da função linear tem como exemplo o cálculo do valor a pagar pelo consumo de água em residências. O valor a pagar está em função do consumo mensal.

Exemplo:

Quadro de faixas de consumo fornecida pela empresa distribuidora de água

Quadro 2- Valor a pagar por faixa de consumo de água

Faixa de consumo em $M^3$	Tarifa em R\$
Até $10 M^3$	R\$ 11,94 Tarifa mínima
De $11M^3$ a $20M^3$	R\$ 1,86 por $M^3$
De $21M^3$ a $50M^3$	R\$ 4,65 por $M^3$
Acima de $50M^3$	R\$ 5,13 por $M^3$

Sendo C o consumo e V o valor a pagar, temos as seguintes situações a considerar:

Quadro 3 – Valor a pagar em função da faixa de consumo de água.

$0 \leq C \leq 10 M^3$	$V = 11,84$
$10 < C \leq 20 M^3$	$V = 11,84 + 1,86 \cdot (C - 10)$
$20 < C \leq 50 M^3$	$V = 11,84 + 1,86 \cdot 10 + 4,65 \cdot (C - 20)$
$C > 50 M^3$	$V = 11,84 + 1,86 \cdot 10 + 4,65 \cdot 20 + 5,13 \cdot (C - 50)$

No exemplo acima se observa que o consumo (C), o valor a pagar (V) são grandezas variáveis e que a quantidade de água consumida (C) está associada a um valor a pagar (V) e ainda que:

- Para cada valor de C, está associado um único valor de V;
- O valor (V) a pagar depende da quantidade de água consumida (C), logo o valor (V) a pagar é função do consumo (C), ou seja,  $V = f(C)$ ;
- Para cada faixa de consumo, tem-se uma função dependente deste.

Em outras situações podemos aplicar o conceito de função linear nas relações comerciais como no cálculo de salários a receber em função das vendas realizadas por um vendedor.

Exemplo:

- Um vendedor recebe mensalmente um salário de composto de duas partes: uma fixa, no valor de R\$ 900,00, e uma variável, que corresponde a uma

comissão de 8% do total das vendas de vendas que ele fez durante o mês.

Quadro 4 – Salário a receber em função das vendas realizadas

<i>Vendas no mês</i> (R\$)	<i>Valor fixo</i> (R\$)	<i>Valor variável</i> (8% das vendas)	<i>Partes</i> <i>fixa + variável</i>	<i>Salário a receber</i> (R\$)
-	900	$0,8 \cdot 0$	$900 + 0,0$	900
2 000	900	$0,8 \cdot 2\,000$	$900 + 160$	1 060
10 000	900	$0,8 \cdot 10\,000$	$900 + 800$	1 700
$V$	900	$0,08 \cdot V$	$900 + 0,08V$	$900 + 0,08V$

No exemplo acima se observa que o salário (S) e as vendas realizadas no mês (V) são grandezas variáveis e que o salário (S) está associado a quantidade de vendas realizadas no mês e ainda que:

- Para cada valor de V, está associado um único valor de S;
- O salário (S) a receber depende do valor das vendas (V) realizadas durante o mês, logo o salário é função das vendas, ou seja,  $S=f(V)$ ;
- O valor do salário (S) a receber, depende das vendas realizadas (V) e estão em função linear.

### 4.3 Conceito formal de Função Afim

Os professores do ensino médio apresentam diversas maneiras formais para definir função. Muitas vezes esta variedade de definições ocorre sem consciência do professor e sem a preocupação do aluno em compreender o conceito e seu significado. Geralmente este docente pensa em função apenas na perspectiva de relacionar variáveis em termos de equações para se encontrar incógnitas e muitas vezes não focam na relação de variabilidade e no real significado desta relação de dependência.

A atual definição de função usada no meio acadêmico, Segundo Chaves e Carvalho (2004, p4) é fruto de estudos e publicações de um grupo de matemáticos

de maioria francesa na década de 1930, denominado Boubaki. A preocupação deste grupo (EVES, 2002) era estudar e desenvolver teorias matemáticas com ênfase na álgebra abstrata.

A teoria dos conjuntos possibilita que o conceito de função alcance as relações entre dois conjuntos constituído por elementos de natureza diversa. Pode-se ainda definir função a partir da teoria dos conjuntos da seguinte forma:

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , uma relação entre uma variável  $x \in A$ , e uma variável  $y \in B$  é dita relação funcional se para todo  $x \in A$ , existir um único elemento  $y \in B$  de acordo a lei de formação. (MARQUES, 2008)

Conforme foi visto anteriormente, se uma variável  $y$  depende de uma variável  $x$ , de tal forma que cada valor de  $x$  determina exatamente um valor de  $y$ , então diz-se que  $y$  é uma função de  $x$  (ANTON, 2000, p. 19).

Quando duas variáveis  $x$  e  $y$  são tais que cada valor de  $x$  corresponde a um valor bem determinado de  $y$ , segundo uma lei qualquer, diz-se que  $y$  é uma função de  $x$  (ÁVILA, 1994, p. 57).

Uma função é um conjunto de pares ordenados de números  $(x, y)$  no qual dois pares ordenados distintos não têm o primeiro número do par em comum. O conjunto de todos os valores possíveis de  $x$  é chamado o domínio da função e o conjunto de todos os valores possíveis de  $y$  são chamados de imagem da função (LEITHOLD, 1977, p. 50)

Logo, dados dois conjuntos não vazios  $A$  e  $B$ , chama-se função a toda relação formada por um conjunto de pares ordenados  $(x, y)$ , onde para todo  $x$  pertencente ao conjunto  $A$ , existe um e somente um  $y$  pertencente a  $B$ .

## 4.4 Funções e os documentos oficiais no Brasil

Nesta etapa discorreremos sobre como o conteúdo de funções que deveria ser ministrado, segundo as Diretrizes Curriculares do Estado do Maranhão e de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais. Também serão feitos comentários, levando-se em conta a Teoria dos Registros de Representações Semióticas, sobre como o conteúdo de funções tem aparecido em alguns livros didáticos.

### 4.4.1 O ensino de funções e os PCNs

As Diretrizes Curriculares do Estado do Maranhão (2014, p. 29), no capítulo sobre as competências ou capacidades nas áreas do conhecimento, diz: “A problematização é a etapa desencadeadora de toda construção do conhecimento na medida em que é o elemento inquiridor e motivador dos educandos na caminhada em prol de uma nova aprendizagem”.

Segundo esse documento:

[...] A Matemática é usada de forma crescente, numa relação com as mais diversas áreas da atividade humana, ao mesmo tempo em que é perceptível sua presença no cotidiano. Nesse sentido, a educação matemática se estabelece com o objetivo de proporcionar a presença da Matemática nas mais diversas situações, promovendo a formação de cidadãos participativos, críticos e confiantes no trabalho com a Matemática.

[...] O professor é quem medeia questionamentos, quem organiza intencionalmente o processo, utilizando diferentes fontes de informação e linguagens e considera os múltiplos modos de aprender. Além disso, compete ao professor adequar os modos de ensinar à natureza dos conteúdos, discutir os significados matemáticos nos diversos contextos, organizar os tempos de aprendizagens, promover a regulação constante e contribuir para o alcance das competências de seus estudantes, tendo como referencial a resolução de problemas.

[...] O aluno deve ser capaz de investigar e analisar situações do cotidiano, para fazer suas interpretações, representando-as por meio dos recursos que a Matemática lhe presenteia, a saber: gráficos, tabelas, diagramas aplicados a situações-problema. (MARANHÃO 2014, p.54)

A construção dos quadros de competências por área do conhecimento, são apresentados nessas Diretrizes Curriculares, expressando a formação e desenvolvimento das aprendizagens de forma gradativa, veja:

Área do conhecimento: Matemática e suas tecnologias - Disciplina:  
Matemática - Ensino Médio:

Quadro 5 - Diretrizes Curriculares do Estado do Maranhão, 2014

O QUE DEVE SER APRENDIDO	O QUE DEVERÁ SER ENSINADO	COMO DEVERÁ SER ENSINADO	O QUE DEVE SER AVALIADO
Conhecer as variáveis de uma função e análise e dinâmica da variação interdependente entre elas.	Função	Problematize situações práticas do cotidiano nas resoluções das situações-problema de função no contexto da vivência do aluno.	Elabore atividades em que os alunos utilizem os diferentes modos como uma grandeza pode variar em função da outra.

Fonte: DCEMA (2014, p. 117)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1999) descrevem a relevância do estudo do conceito, destacando que, a partir do estudo de função, é possível “[...] descrever e estudar através de leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia”. (BRASIL, 1999, p. 96)

Ainda segundo os PCNs, os conteúdos matemáticos são organizados em três eixos: Álgebra (números e funções), Geometria e Análise de Dados. Destacando a importância do estudo das funções, o documento ressalta que para funções [...] “o ensino pode ser iniciado diretamente pela noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, o que permite o estudo a partir de situações contextualizadas, descritas algebricamente e graficamente”. (PCNEM, 1997, p. 181)

Problemas contextualizados devem ser usados durante todo o aprendizado como motivadores. Dando continuidade ao exposto, os PCNEM, 1997, p. 182) indicam que se tenha como objetivos de o ensino de funções desenvolver as seguintes competências matemáticas:

- a) Traduzir uma situação de uma linguagem para outra (língua materna, gráficos, linguagem algébrica);
- b) Selecionar diferentes formas de representações para a variação de duas variáveis;
- c) Reconhecer e utilizar a linguagem algébrica para expressar relações

entre grandezas;

- d) Compreender o conceito de função e associá-lo a situações do cotidiano;
- e) Associar diferentes funções a seus gráficos correspondentes;
- f) Identificar regularidades em expressões matemáticas e estabelecer relações entre variáveis.

O estudo de Funções pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras. Também é interessante provocar os alunos para que apresentem outras tantas relações funcionais e que, de início, esbocem qualitativamente os gráficos que representam essas relações, registrando os tipos de crescimento e decréscimo (mais ou menos rápido) (BRASIL, 2006, p. 72)

As Orientações Curriculares do Ensino Médio (2006) abordam três aspectos para o ensino de Matemática: os conteúdos escolhidos, a metodologia e a organização curricular. Os conteúdos são organizados em quatro blocos: Números e operações; Funções; Geometria e Análise.

Segundo o documento, o estudo de Funções deve (BRASIL, 2006, p. 72):

- a) Ser iniciado a partir da relação entre duas grandezas;
- b) Incentivar o esboço dos gráficos que representam as situações do item anterior;
- c) Verificar o crescimento e decréscimo de funções;
- d) Apresentar modelos de funções associados às diferentes áreas de conhecimento;

#### **4.5 Aplicações da Função Afim**

Os novos caminhos que o ensino e aprendizagem das funções tem tomado a cada dia, demonstram que a contextualização é a ferramenta mais

eficaz. Através das aplicações o professor pode avaliar a capacidade de representação e transformação do objeto matemático e fazer a relação direta com sua significância. A Matemática está presente em todas as áreas de cognição e sempre necessária no desenvolvimento das atividades humanas, demonstrando a grande necessidade de construção significativa para os alunos. Assim, o ensino das funções através de aplicações torna a aprendizagem mais significativa, realista e interessante, contribuindo assim na formação da compreensão prática das funções.

O ensino das funções, na maioria das vezes deixa lacunas. Isso acontece porque na maioria dos processos de ensino aprendizagem, os alunos não conseguem compreender o que estão estudando e para que estão estudando as funções e os próprios professores não conseguem encontrar metodologias eficientes para trabalhar este conteúdo relacionando-o com o cotidiano.

O ensino das funções pelas situações que envolvem variação também é uma estratégia defendida por Ponte (1990).

As funções são instrumentos por excelência para estudar problemas de variação. Uma dada grandeza pode variar no tempo, pode variar no espaço, pode variar segundo outras grandezas, e mesmo simultaneamente em diversas dimensões. Essa variação pode ser mais rápida ou mais lenta, pode desaparecer de todo, pode, em suma, obedecer às mais diversas leis ou constrangimentos (PONTE, 1990, p.5).

As funções representam uma das áreas da matemática que possui maior possibilidade de aplicações, e a função Afim não foge desse padrão. Essas funções são encontradas em diversas situações do cotidiano do aluno e sua utilização na sala de aula torna clara a presença da matemática em nossas vidas.

Em muitas situações do cotidiano percebemos as aplicações das funções Afim. Em uma viagem ao relacionar espaço em função do tempo, na compra de um calçado ao inferir o número do sapato em função do tamanho do pé, nas interdisciplinaridades ao identificar a intensidade da fotossíntese sobre presença do tempo de exposição a luz, no abastecimento do carro em função do preço do combustível, na leitura de um gráfico que representa o a quantidade de

livros emprestados na biblioteca, na compra de um produto onde se aplica juros simples na composição do valor aplicado, percebemos a importância do conceito de função para compreensão das relações entre os fenômenos físicos, biológicos, interações sociais e comerciais dentre outros. Em muitos casos também percebemos a utilização da ideia de função, mas sem que seja percebida, assim como ocorre em muitas aplicações da Matemática, e quando o aluno consegue por assimilação ou comparação descobrir a utilização das funções, torna esta aplicação muito mais representativa para seu conhecimento.

A aplicação das funções torna-se ferramenta motivacional no estudo e ensino deste objeto matemático, a partir dela há o despertar do interesse do aluno e evidencia a presença da matemática no seu cotidiano, e ainda fica mais evidenciado quando esta descoberta é feita de forma investigativa e em suas várias formas de representação e transformação pelo próprio aluno. Percebemos assim que a forma de construir esse saber, partindo da aplicação contextualizada, facilitará a compreensão do aluno e possibilitará intervenções reflexivas no conteúdo, na aprendizagem e na utilização.

As ideias das situações didáticas tanto sob o ponto de vista da atuação do professor quanto do papel do aluno, terá significado de aprendizagem quando a proposta de uma aula sobre o conteúdo função afim se dá por suas aplicações.

Em muitas destas situações onde se busca a significação do objeto matemático estudado, nos é questionado: Quando se sabe se em uma certa situação, está presente uma função afim?

Para uma percepção mais clara da aplicação do modelo matemático da função afim em situações aplicadas ao cotidiano, o entendimento da caracterização desta função será o primeiro passo para as várias resoluções de sua aplicação.

Vejamos: Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função monótona e injetiva. Se o acréscimo  $f(x + h) - f(x) = T(h)$  depender apenas de  $h$ , mas não de  $x$ , então  $f$  é uma função afim.

A hipótese de que  $f(x + h) - f(x)$  não depende de  $x$  às vezes se exprime dizendo que "a acréscimos iguais em  $x$  correspondem a acréscimos iguais em  $f(x)$ ". Outra maneira de se exprimir esta hipótese consiste em dizer que os acréscimos

sofridos por  $f(x)$  são proporcionais aos acréscimos dados a  $x$ .

#### 4.6.1 Aplicação na Física

Em geral as Leis da física se utilizam de relações de proporcionalidade. Observe o Movimento Uniforme. Nele um corpo está em velocidade constante em relação a um referencial. Assim, dizemos que este corpo percorre distâncias iguais em intervalos de tempos iguais. Percebemos aí, que só o espaço percorrido sofre variação no decorrer do tempo.

O Movimento Uniforme é dado pelo modelo matemático  $S(t) = s_0 + vt$  sendo,  $S(t)$  a distância percorrida no intervalo  $t$  de tempo,  $v$  é a velocidade do móvel.

Aplicando a caracterização da Função Afim no Movimento Uniforme, temos o desenvolvimento da equação:

$$\begin{aligned} f(h) &= s(t+h) - s(t) \\ f(h) &= s_0 + v(t+h) - s_0 - vt \\ f(h) &= s_0 + vt + vh - s_0 - vt \\ f(h) &= vh \end{aligned}$$

Onde o espaço percorrido no intervalo de tempo  $[t; t+h]$  depende apenas de  $h$ , e não mais de  $t$ .

Analogamente, encontramos a aplicação da Função Afim na Dilatação Térmica, na Lei da Gravitação Universal, em Corrente Elétrica, exemplificando alguns casos.

#### 4.6.2 Aplicação na Matemática Financeira

A função que determina o valor recebido pela venda de  $x$  unidades de um certo produto ao preço  $p$ , pode ser dado pela função receita expressa por:  $R(x) = px$

A função lucro é dada pela diferença entre a função receita e a função custo pelo modelo:  $L(x) = R(x) - C(x)$

#### 4.6.3 Aplicação na Geometria

Na determinação do comprimento da diagonal  $d$  de um quadrado de lado  $l$ , pela aplicação do Teorema de Pitágoras:

$$d^2 = a^2 + a^2$$

$$d^2 = 2a^2$$

$$d = \sqrt{2a^2}$$

$$d = a\sqrt{2}$$

De forma geral percebe-se a aplicação da Função Afim interdisciplinarmente, o que possibilita uma maior assimilação do objeto matemático, justificando que quando há a contextualização, também acontece um aprendizado mais eficaz e suas várias formas de representação transformação.

Algumas aplicações:

##### (a) FÍSICA

Uma pessoa se desloca com uma velocidade que obedece a função  $v = 10 - 2t$ , com a velocidade ( $v$ ) em metros por segundo e o tempo ( $t$ ) em segundos. Determinar o instante em que a pessoa muda o sentido do movimento.

A função  $v = 10 - 2t$  tem o modelo matemático  $y = ax + b$ , que caracteriza a função Afim. Quando a pessoa muda de sentido o seu movimento, implica na velocidade igual a zero. Assim:

$$V = 10 - 2t$$

$$0 = 10 - 2t$$

$$2t = 10$$

$$t = \frac{10}{2}$$

$$t = 5 \text{ segundos}$$

## (b) LEITURA DE TABELAS E ECONOMIA

Em certa cidade, a tarifa mensal de água nas residências é estabelecida de acordo com a faixa de consumo. Observe a seguir o quadro 6.

Quadro 6 – Valor a pagar em função do consumo de água

<i>Faixa de consumo</i>	<i>Valor cobrado (R\$)</i>
<i>de 0 M<sup>3</sup> a 10 M<sup>3</sup></i>	<i>32 por mês</i>
<i>acima de 10 M<sup>3</sup> até 40 M<sup>3</sup></i>	<i>3,80 por M<sup>3</sup></i>
<i>acima de 40 M<sup>3</sup></i>	<i>6,10 por M<sup>3</sup></i>

Escreva a função  $v: \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}$  que associa o valor cobrado ( $v(x)$ ), em reais, ao consumo mensal de água ( $x$ ), em metros cúbicos.

Para  $x$  de  $0 \text{ m}^3$  até  $10 \text{ m}^3$ , o valor cobrado é igual a R\$ 32,00, ou seja, se  $0 \leq x \leq 10$  temos  $v(x) = 32$ .

Para  $x$  acima de  $10 \text{ m}^3$  até  $40 \text{ m}^3$ , isto é,  $10 < x < 40$ , teremos a função  $v(x) = 3,8x$ .

Para  $x$  acima de  $40 \text{ m}^3$  teremos a função  $v(x) = 6,1x$ .

Portanto, a função  $v: \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}$  é dada por:

$$V(x) = \begin{cases} 32, & \text{se } 0 \leq x \leq 10 \\ 3,8x, & \text{se } 10 < x < 40 \\ 6,1x, & \text{se } x > 40 \end{cases}$$

## (c) JUROS SIMPLES

Supondo que uma pessoa invista R\$ 5 000,00 em uma instituição financeira, a uma taxa de juros simples de 2% ao mês, qual será o montante obtido após 4 meses?

O modelo matemático que representa o montante obtido em uma aplicação de juros simples é dado por  $M = C + J$ . No regime de juros

simples o valor acrescido a cada mês é constante e se refere sempre ao capital inicial. Sendo assim, o montante assume a caracterização da Função Afim:  $f(x) = ax + b$ .

Assumindo  $C$  para capital inicial,  $i$  para taxa de juro e  $M$  para o montante, obtemos:  $M = C + i C$

$$\text{Ao final do 1}^\circ\text{mês: } M = 5000 + 0,02 \cdot 5000 = 5\,100 \text{ reais}$$

$$\text{Ao final do 2}^\circ\text{mês: } M = C + i \cdot C + i \cdot C$$

$$M = 5000 + 0,02 \cdot 5000 + 0,02 \cdot 5000 = 5\,200 \text{ reais}$$

$$\text{Ao final do 3}^\circ\text{mês: } M = C + i \cdot C + i \cdot C + i \cdot C$$

$$M = 5000 + 0,02 \cdot 5000 + 0,02 \cdot 5000 + 0,02 \cdot 5000 = 5\,300 \text{ reais}$$

$$\text{Ao final do 4}^\circ\text{mês: } M = C + i \cdot C + i \cdot C + i \cdot C + i \cdot C$$

$$M = 5000 + 0,02 \cdot 5000 + 0,02 \cdot 5000 + 0,02 \cdot 5000 + 0,02 \cdot 5000 = 5\,400 \text{ reais}$$

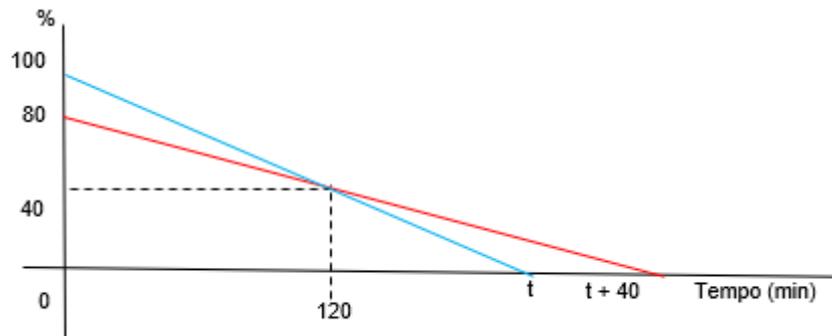
Assim, ao final de  $t$  períodos de tempo, adicionamos ao capital a parcela  $i C t$ . Percebe-se que o cálculo do montante no regime de juros simples pode ser interpretado como uma função  $M: N \rightarrow R$  definida por  $M(t) = C + i C t$ , sendo  $C$  e  $i$  números reais positivos.

(d) ANÁLISE DE GRÁFICOS

Em certo instante, as baterias A e B de dois notebooks estão com 100% e 80% de sua carga total, respectivamente. Suponha que as baterias descarregam de forma linear. Conforme as porcentagens indicadas, a bateria A descarrega por completo em  $t$  minutos, e a bateria B, 40 minutos depois. Decorrido 120 minutos, ambas as baterias estão com carga igual a 40%.

Observe o gráfico 1 que representa a porcentagem da carga de cada bateria em função do tempo.

Gráfico 1 - Representação da porcentagem da carga de cada bateria



- a) Escreva a lei de formação das funções  $f$  e  $g$  que expressão, respectivamente, a porcentagem de carga das baterias A e B, de acordo com o tempo, em minutos.

*Bateria A*

*Pelo gráfico, temos os pontos (0, 100) e (120, 40).*

$$\text{Dado } f(t) = at + b, \text{ segue que: } \begin{cases} a \cdot 0 + b = 100 \\ a \cdot 120 + b = 40 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 100 \\ a \cdot 120 + b = 40 \end{cases}$$

$$120 \cdot a + 100 = 40 \Rightarrow 120 \cdot a = 40 - 100 \Rightarrow 120 \cdot a = -60$$

$$a = \frac{-60}{120} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Logo, } f(t) = -\frac{1}{2}t + 100$$

*Bateria B*

*Pelo gráfico, temos os pontos (0, 80) e (120, 40).*

$$\text{Dado } f(t) = at + b, \text{ segue que: } \begin{cases} a \cdot 0 + b = 80 \\ a \cdot 120 + b = 40 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 80 \\ a \cdot 120 + b = 40 \end{cases}$$

$$120 \cdot a + 80 = 40 \Rightarrow 120 \cdot a = 40 - 80 \Rightarrow 120 \cdot a = -40$$

$$a = \frac{-40}{120} \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

$$\text{Logo, } f(t) = -\frac{1}{3}t + 80$$

- b) Quantos minutos terão decorridos até que a carga da bateria A tenha descarregado por completo?

Para que a bateria A se descarregue por completo a carga  $f(x)$  deverá ser igual a zero. Assim:

$$f(t) = -\frac{1}{2}t + 100$$

$$0 = -\frac{1}{2}t + 100$$

$$100 = \frac{1}{2}t$$

$$t = 200 \text{ minutos}$$

## 5 ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO

O caminho percorrido para realização deste estudo segue as diretrizes da Engenharia Didática. Este campo de estudo surgiu na França com o propósito de propagar estudos sobre pesquisas e ações didáticas na Didática da Matemática.

Michele Artigue (1988) define a Engenharia Didática como um esquema experimental baseado nas situações didáticas, fundado na concepção, observação e análise das situações didáticas.

Encontra-se em Machado (2002) que a Engenharia Didática enquanto metodologia de ensino consiste em:

[...] uma sequência de aulas concebida (s), organizada (s) e articulada (s), no campo, de forma coerente, por um professor engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para certa população de alunos. No decurso das trocas entre professor e alunos, o projeto evolui sob reações dos alunos e em função das escolhas e decisão do professor (ARTIGUE, 1988 apud MACHADO, 2002, p. 198)

A engenharia Didática é composta de quatro fases, a saber: análises preliminares, análise a priori, experimentação e análise a posteriori e validação.

### 5.1 Sequencia Didática da pesquisa

Esta pesquisa tem como objetivo avaliar as contribuições dos registros de representação semiótica no processo de ensino e aprendizagem da função Afim aos alunos do 1<sup>a</sup> ano do Ensino Médio da Instituto Federal do Maranhão no Campus Avançado da Cidade de Rosário - Ma. A pesquisa foi desenvolvida com aplicação de atividades, junto aos alunos de três turmas de ensino técnico integrado da qual o pesquisador foi o professor, no total de vinte alunos participantes efetivos. Foram realizadas duas baterias de atividades, em algumas delas com intervenção, perfazendo um total de quinze questões.

O objetivo principal foi a verificação das contribuições das transformações por conversão entre os diferentes registros de representação da função Afim (língua natural, expressões algébricas, tabelas de valores e forma gráfica) no ensino e

aprendizagem deste objeto matemático. Na execução realizou-se avaliações diagnósticas e uma consequente intervenção para, a partir da análise destas estabelecer uma sequência didática, utilizando transformações por conversão entre os diferentes registros de representação da função afim na aprendizagem dos alunos. Utilizou-se como referencial teórico o “estudo dos registros de representação semiótica para a aprendizagem matemática”, desenvolvido por Raymond Duval (DUVAL, 2003, 2011), e a engenharia didática como procedimento de verificação dos objetivos a serem alcançados. Procurou-se responder ao final a seguinte pergunta: Os Registros de Representações Semióticas contribuíram no ensino e compreensão da função afim?

Justifica-se a escolha do tema “função Afim”, dentre outros tipos de função matemática estudados no 1º ano do Ensino Médio, por ser esta a primeira a ser trabalhada com os alunos, possibilitando-se observar mais claramente as dificuldades de ensino e aprendizagem deste assunto.

Os sujeitos de pesquisa foram estudantes do 1º ano do Ensino Médio do Instituto Tecnológico do Maranhão/IFMA. De um total de 101 alunos matriculados, tomou-se uma amostra de tamanho 20, correspondendo a 20% do universo.

Os instrumentos de coletas de dados foram questionários fechados e análise das atividades aplicadas na primeira fase da Engenharia Didática, a análise preliminares.

Neste estudo buscou-se explorar as várias formas de representações da função Afim, através da realização de situações avaliativas que exigissem a conversão e tratamento entre os registros, com a passagem dos diversos tipos de registros.

## **5.2 Análises preliminares**

Nesta fase, realizou-se estudos sobre os conteúdos objetos de ensino para exploração das reais possibilidades de trabalho, bem como a análise do ensino habitual e suas consequências e ainda o estudo das dificuldades e obstáculos que se interpõe à aprendizagem dos alunos, pois os mesmos permitirão que a análise

dos fatores em conformidade com os objetivos da pesquisa para viabilizar a etapa seguinte, que é a concepção a priori.

Ainda na análise preliminar, foi feita uma revisão bibliográfica envolvendo as condições e contextos presentes nos vários níveis de produção didática e no ambiente onde ocorrerá a pesquisa, assim como uma análise geral quanto aos aspectos histórico-epistemológicos dos assuntos do ensino a serem trabalhados e dos efeitos por eles provocados, da concepção, das dificuldades e obstáculos encontrados pelos alunos dentro deste contexto de ensino.

Segundo Artigue (1996, p. 202) a análise preliminar “[...] reside na fina análise prévia das concepções dos alunos, das dificuldades e dos erros tenazes, e a engenharia é concebida para provocar, de forma controlada, a evolução das concepções”.

Como anteriormente já citado, sentindo-se despreparado para o exercício da profissão, o professor vira uma “presa fácil” dos livros didáticos que se tornam os mais fortes recursos. “Praticamente todos os textos escolares em uso no nosso país definem uma função”  $f: A \text{ em } B$  como uma relação que a cada elemento  $x$  de  $A$ , faz corresponder um único elemento  $y$  de  $B$ . “Essa definição apresenta o inconveniente de ser formal, estática e não transmite a ideia intuitiva de função como correspondência, transformação, dependência (uma grandeza em função da outra) ou resultado de um movimento” (LIMA, 2001, p.81 apud CHAVES,2014, p.), e ser extremamente abstrata do ponto de vista discente.

Além das dificuldades da compreensão do conceito de função, estudos também mostram que os alunos apresentam grandes dificuldades em sair de um tipo de representação para outro, principalmente da representação gráfica para a algébrica.

Em trabalho realizado por Meneghetti, Rodriguez e Pofffal (2016) com estudantes universitários da área de ciências exatas, constatou certas dificuldades na construção de gráfico, observando que:

As dificuldades apresentadas na construção de gráficos de funções polinomiais, por parte do aluno, não estão relacionadas diretamente ao cálculo dos elementos necessários a tal construção, mas a compreensão da representação

desses elementos no plano cartesiano e no comportamento de cada curva em seus diversos intervalos. No que diz respeito aos obstáculos para a aprendizagem de gráficos, concorda-se com Nasser et al. (2012), que diz que os estudantes acreditam que o gráfico de uma função é obtido marcando alguns pontos no plano cartesiano e unindo-os por segmentos de reta, deixando de considerar a lei de formação da função. (MENEGETTI, RODRIGUEZ e POFFFAL, 2016, p. 158)

Constantemente, profissionais das diversas áreas, assim como o cidadão comum, se defrontam diante de situações que exigem relacionar duas grandezas, onde uma é função de outra, a exemplo tem-se anos de estudos e renda, taxa de alfabetismo e mortalidade infantil, aplicação financeira e tempo, lado de um quadrado e sua área, além de outros problemas do cotidiano. Quando se identifica as variáveis de um fenômeno do cotidiano, é possível descrevê-lo através relações de um modelo matemático.

Muitas vezes os alunos têm dificuldades de compreender situações da realidade que são levadas para sala de aula. Estes entraves estão presentes na vida do estudante dada a dificuldade da compreensão do conceito formal de função. Acredita-se que isto acontece devido o conceito formal predominante ser a de relação entre dois conjuntos, sugerindo memorização sem, contudo, trabalhar a compreensão do conceito a partir da noção intuitiva.

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (BRASIL, 2006, p.121)

Corroborando com esta ideia, estudos realizados por Booth (1995); Raford (1996), Ursini e Trigueiros (2000) observaram estas dificuldades na compreensão do conceito de variável e em expressar relações generalizadas, por não perceberem a necessidades desta generalização.

Com o propósito de superar estas dificuldades alguns pesquisadores em educação matemática Ponte (1990); Markovits, Eylon e Bruckheimer (1995); Demana e Leitzel (1995) sugerem que o estudo das tenha como ponto de partida as

representações numérica, gráfica e contextualizadas, usando-se mais a intuição e a visualização.

Para Duval (2003, p.14) A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação.

Diante das dificuldades da compreensão do conceito de função, esta investigação procura responder a seguinte questão: a realizações das conversões entre os diferentes registros de representação semiótica lava a apropriação do conceito matemático de função linear?

Aplicou-se uma atividade de ensino para sondar o nível de conhecimento dos alunos na transição entre algumas formas de representação de um objeto matemático e observou-se o seguinte:

### Situação I

Em certa padaria, um pão especial é vendido por unidade. O vendedor para agilizar o atendimento construiu uma tabela onde ele verifica a quantidade de pães e seu respectivo preço. Acidentalmente o atendente deixou cair suco sobre a tabela fazendo que alguns itens da tabela fossem apagados. Vamos ajudar o vendedor completando corretamente o quadro 7:

Quadro 7 – Representação do preço a pagar em função da quantidade de pães.

Quantidade de pães	01	02	03	04	...		15	20	100
Preço a pagar	R\$0,25	R\$0,50			...	R\$ 1,50			

- a) Com relação a situação de aprendizagem anterior, qual é a função que determina o valor (Y) a pagar pela quantidade (x) de pães nessa padaria?

- b) A partir da função do item anterior (item a), quanto alguém pagaria comprando 285 pães?
- c) Construa o gráfico que representa o preço (Y) a pagar por uma quantidade (X) de pães.

**Objetivo:** Avaliar a capacidade do aluno em realizar a conversão da linguagem natural para a linguagem algébrica, realizar o tratamento na linguagem natural e fazer a conversão da linguagem natural para a linguagem gráfica.

### Situação II

Em uma pesquisa informal, percebemos que a região do Munim tem um enorme potencial turístico. Alguns empresários que apostam neste setor têm investido boa parte de capital na implementação de hotéis e restaurantes, visando atender à demanda futura. Observando o funcionamento de alguns restaurantes, verifica-se que o principal sistema de cobrança é o que cobra o valor da comida proporcionalmente ao seu peso. Em um destes restaurantes, certa vez um cliente ao pesar sua comida a balança mostrou 400 gramas pelos quais pagou R\$ 14,00.

Pede-se:

- a) A expressão matemática que representa o preço (P) a ser pago por um cliente ao consumir determinada quantidade de comida (k).
- b) Quanto um cliente pagará se consumir 800g numa refeição?

**Objetivo:** Avaliar a capacidade do aluno em realizar a conversão da linguagem natural para a linguagem algébrica e realizar o tratamento na linguagem natural.

### Situação III

No gráfico abaixo temos a representação do deslocamento de dois pontos materiais A e B em movimento retilíneo e uniforme. Pede-se:

- a) A partir do gráfico construir uma tabela

b) Encontre a função horária do espaço do ponto material A e B.

Objetivo: analisar a capacidade do aluno em realizar conversão do registro gráfico para o tabular e analisar a capacidade de o aluno realizar conversão do registro gráfico para o algébrico

Tabela 1 – desempenho dos alunos na situação-problema

Atividade	Respostas						
	Itens	Certas	%	Erradas	%	N.Resp.	%
Item "a"		10	50	6	30	4	20
Item "b"		7	35	1	5	12	60

No item "a" da situação-problema I, que tem como objetivos analisar a capacidade do aluno em realizar conversão do registro gráfico para o tabular, observa-se que os alunos apresentam dificuldades nesta passagem de um registro para outros. Observa-se apenas 50% dos alunos participantes da investigação conseguiram responder corretamente, enquanto a outra metade respondeu incorretamente ou não respondeu.

Nas diversas formas de se transmitir uma informação, as tabelas e os gráficos se constituem nos meios visuais mais rápidos, estes últimos por apresentarem formas e cores variadas terminam funcionando como um grande apelo.

Apesar da importância dos gráficos como forma de representação de um objeto matemático para representar a realidade em seu aspecto quantitativo assim como a estrutura espacial-temporal de um grupo em determinado espaço/tempo, a sua construção e análise ainda se constitui num grande obstáculo entre alunos da educação básica.

São muitos os obstáculos que contribuem para as dificuldades dos alunos na compreensão do estudo de gráficos principalmente na educação básica e dentre as diversas dificuldades, lemos (2002) aponta que uma das deficiências por parte dos professores no que diz respeito ao ensino de gráficos, em particular dos gráficos de barras, muito utilizados nos livros didáticos, isso ocorre devido a sua pouca experiência e familiaridade em utilizar os gráficos como recurso em suas aulas.

(LEMOS, 2002, p.2)

O gráfico visto como símbolo de uma comunicação envolve elementos que permitem sua interpretação e leitura. São esses elementos (título, legenda, dados e símbolos), que permitem que o educando consiga perceber e codificar a mensagem representada por esse gráfico. De acordo com Martinelli (2005, p.55), “a representação envolve o desenvolvimento da capacidade de expressar. O uso de signos. Dando, assim, início à “construção da relação entre o significante e o significado.

Estudos realizados por pesquisadores acerca do ensino de função (ÁVILA, 1985; ZUFFI e PACCA, 2000; LIMA, 2001) apontam para dificuldades na apreensão do conceito deste objeto matemático, em função de sua introdução através de definição formal e muitas vezes sem nenhum significado para os alunos.

Estas e outras questões relacionadas à aprendizagem do conceito de função levaram Zuffi e Pacca (2000, p.25), “a questionar se a formação” se a universidade tem “proporcionado aos professores de Matemática, seja ela inicial ou continuada, (...), tem conduzido estes professores a uma adequada reflexão sobre o uso que fazem da linguagem matemática”. Os autores ainda interrogam se, “a forma como os professores dos cursos de licenciatura faz uso da linguagem, tem sido capaz de proporcionar claramente o intercâmbio social dos saberes matemáticos”, na formação dos atuais e futuros professores.

### **5.3 Análise a priori**

Na análise a priori descrevem-se as escolhas efetuadas ao nível local (remetendo-se; eventualmente, para escolhas globais), e as características da situação a-didática que delas decorrem; analisa-se o peso que o investimento nesta situação pode ter para o aluno particularmente em função das possibilidades de ação, de escolha, de decisão de controle e de validação de que ele dispõe, uma vez operada a devolução, num funcionamento quase isolado do professor; preveem-se os campos de comportamentos possíveis e procura-se mostrar de que forma a análise efetuada permite controlar o sentido desses campos e assumir, em

particular, que os comportamentos esperados, se intervierem, resultarão claramente da aplicação do conhecimento visado pela aprendizagem. (ARTIGUE, 1996, p.205).

Após a identificação dos obstáculos de dificuldades constatadas nas análises prévia, na fase seguinte, a Engenharia Didática, a análise a priori, delimitou-se às variáveis didáticas de comando e à sequência didática para a experimentação.

As variáveis didáticas são de duas naturezas, as macro didáticas ou globais que dizem respeito ao sistema didático, ou seja, se referem a organização global da Engenharia didática.

Encontra-se em Pais (2002, p.102):

É sobre o conjunto dessas variáveis que se inicia a análise a priori, cujo objetivo é determinar quais são as variáveis escolhidas sobre as quais se torna possível exercer algum tipo de controle, relacionando o conteúdo estudado com as atividades que os alunos podem desenvolver para a apreensão de conceitos em questão

Neste estudo estabeleceu-se as seguintes variáveis macro didáticas:

- a) Esclarecer que o objeto matemático que função Afim, deve fazer parte do cotidiano dos alunos dada a sua aplicabilidade para compreender certos fenômenos da natureza;
- b) Aplicar atividades de ensino que contribuam na percepção e apreensão de conceitos de função Afim pelos alunos;
- c) Usar as diversas formas de representação de um mesmo objeto matemático;
- d) Apresentar as propriedades figurais apontadas por Duval (1995) para a compreensão de conceitos geométricos;
- e) Transitar pelos diferentes tipos de Registro de Representação Semióticos

O outro tipo de variável didática utilizada nesta fase da pesquisa, são as variáveis micro didáticas, que segundo Artigue (1996) dizem respeito à organização local da engenharia, isto é, à organização de uma sessão ou de uma fase, podendo umas e outras serem, por sua vez, variáveis de ordem geral ou variáveis dependentes do conteúdo didático cujo ensino é visado. (ARTIGUE ,1996, p.202)

A sequência didática tem como foco o aluno, por ser considerado o sujeito principal de seu processo de aprendizagem, ficando o professor com o papel de elaborar e aplicar situações de ensino através da devolução e no final da institucionalização realizar a institucionalização.

Para este estudo elaborou-se a seguinte Sequencia Didática apresentada no quadro 8:

Quadro 8 - Sessão Didática

Sessão	Assunto	Tempo
I	Resolução de problemas envolvendo transição do registro na língua materna para o algébrico e gráfico	3h
II	Resolução de problemas envolvendo transição do registro na língua materna para o gráfico e realização de tratamento	3h
III	Resolução de problema envolvendo conversão gráfica para língua natural e registro algébrico	3h
IV	Esclarecimentos sobre a experimentação e da importância da apreensão do conceito de função Afim na vida estudantil e no cotidiano.	3h

As questões aplicadas pelo pesquisador são propostas com intuito de criar situações de construção do objeto matemático, função Afim, que propiciem a percepção de representações semióticas, onde o aluno se utilize da variação de registros de representação semiótica, caracterizando assim o processo de aprendizagem das funções, com intervenções do pesquisador na medida que se fizerem necessárias.

Ao analisar as respostas coletadas na aplicação da pesquisa, foram feitas considerações à luz da teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval, que tem por base a necessidade de uma variação de registros de representação de um mesmo objeto matemático e o domínio sobre os tratamentos e transito entre eles para que se possa garantir a apropriação do objeto tratado.

**Problema da sessão I:**

Duas empresas A e B têm ônibus com 50 assentos. Em uma excursão para Balneário Camboriú, as duas empresas adotam os seguintes critérios de pagamento (PM SC 2011 – CESIEP):

A empresa A cobra \$25,00 por passageiro mais uma taxa fixa de \$400,00.

A empresa B cobra \$29,00 por passageiro mais uma taxa fixa de \$250,00.

- Construa um gráfico para as duas empresas;
- Quantos passageiros cada empresa deve transportar para terem o mesmo valor em uma excursão?

Objetivo: aluno seja capaz de transitar conhecimentos necessários à conversão da linguagem natural para a gráfica e realizar o tratamento dentro da linguagem natural.

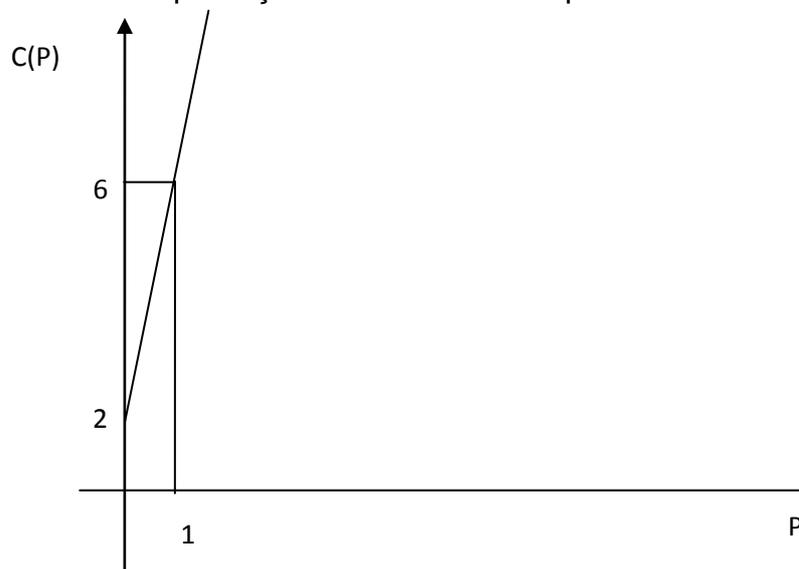
**Problema da sessão II:**

O Gráfico 2 representa o custo de produção de um determinado tipo de bolo numa padaria.

Pede-se:

- A lei de formação que representa está a função;
- Escrever na língua materna esta representação gráfica

Gráfico 2 - Custo de produção de determinado tipo de bolo numa padaria



Objetivo: aluno seja capaz de transitar conhecimentos necessários à conversão da linguagem gráfica para a algébrica e da linguagem algébrica para a materna.

**Problema da sessão III:**

A produção de peças de uma fábrica tem um custo fixo de R\$ 200,00 mais um custo variável de R\$ 1,20 por peça produzida.

- a) Qual o custo de produção de 10 000 peças?
- b) Quantas peças podem ser produzidas com R\$ 20 000,00?

Objetivo: aluno seja capaz de transitar conhecimentos necessários à conversão da linguagem natural para a algébrica e realizar tratamento na linguagem materna.

**Problema da sessão IV:**

Considere que um cilindro circular reto seja inscrito em um cone circular reto de raio da base igual a 10 centímetros e a altura igual a 25 centímetros, de forma que a base do cilindro esteja no mesmo plano da base do cone. Em face dessas informações e, considerando, ainda, que  $h$  e  $r$  correspondam à altura e ao raio da base do cilindro, respectivamente, assinale a opção correta. **(PRF 2008 – CESPE).**

- a) A função afim que descreve  $h$  como função de  $r$ .
- b) Construir o gráfico

Objetivo: aluno seja capaz de mobilizar conhecimentos necessários à conversão da linguagem natural para a algébrica e da materna para a gráfica.

**5.4 Experimentação, análise a posteriori e validação**

A experimentação foi feita com vinte alunos do Instituto Federal do Maranhão do Campus avançado Rosário tendo como objeto matemático a função Afim. O objetivo era constatar o tratamento e representação feita pelos alunos, assim como identificar ações de transformações que estes possam realizar sobre o objeto matemático.

**Problema da sessão I:**

Duas empresas A e B têm ônibus com 50 assentos. Em uma excursão para Balneário Camboriú, as duas empresas adotam os seguintes critérios de pagamento (PM SC 2011 – CESIEP):

A empresa A cobra \$25,00 por passageiro mais uma taxa fixa de \$400,00.

A empresa B cobra \$29,00 por passageiro mais uma taxa fixa de \$250,00.

- Construa um gráfico para as duas empresas;
- Quantos passageiros cada empresa deve transportar para terem o mesmo valor em uma excursão?

Para resolução desta situação, espera-se que o aluno mobilize conhecimentos sobre o conceito de função afim, construa e operacionalize com o plano cartesiano e realize a resolução de equação do primeiro grau.

Inicialmente espera-se que o aluno seja capaz de escrever as funções das empresas A e B, conhecendo-se a taxa fixa e a variável assim transitando da representação da linguagem natural para a algébrica e da algébrica para a gráfica (item a). A partir da determinação da função Afim, colocar pontos no plano cartesiano para representação gráfica da situação proposta. No item b, espera-se que o aluno perceba que a função A seja igual a B pela determinação do número de passageiros que atenda igualmente as duas funções através da resolução da equação do primeiro grau.

Para o item “a” temos como uma possibilidade de resolução:

$f(x) = 25x + 400$			$f(x) = 29x + 250$		
x	$25x + 400$	y	x	$29x + 250$	y
0	$25(0) + 400$	400	0	$29(0) + 250$	250
1	$25(1) + 400$	425	1	$29(1) + 250$	479
2	$25(2) + 400$	450	2	$29(2) + 250$	308
3	$25(3) + 400$	475	3	$29(3) + 250$	337

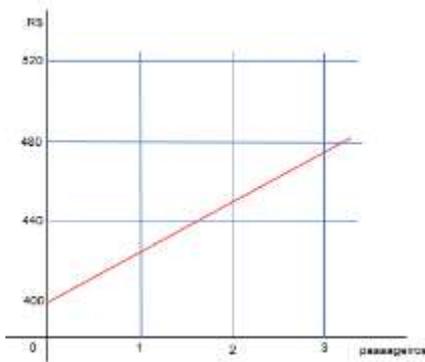


Gráfico da função A

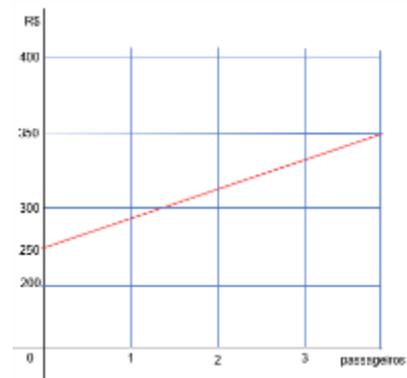


Gráfico da função B

Para item b temos como uma possibilidade de resolução:

$$f(A) = f(B)$$

$$250 \cdot x + 400 = 29 \cdot x + 25$$

$$25 \cdot x - 29 \cdot x = 250 - 400$$

$$-4 \cdot x = -150$$

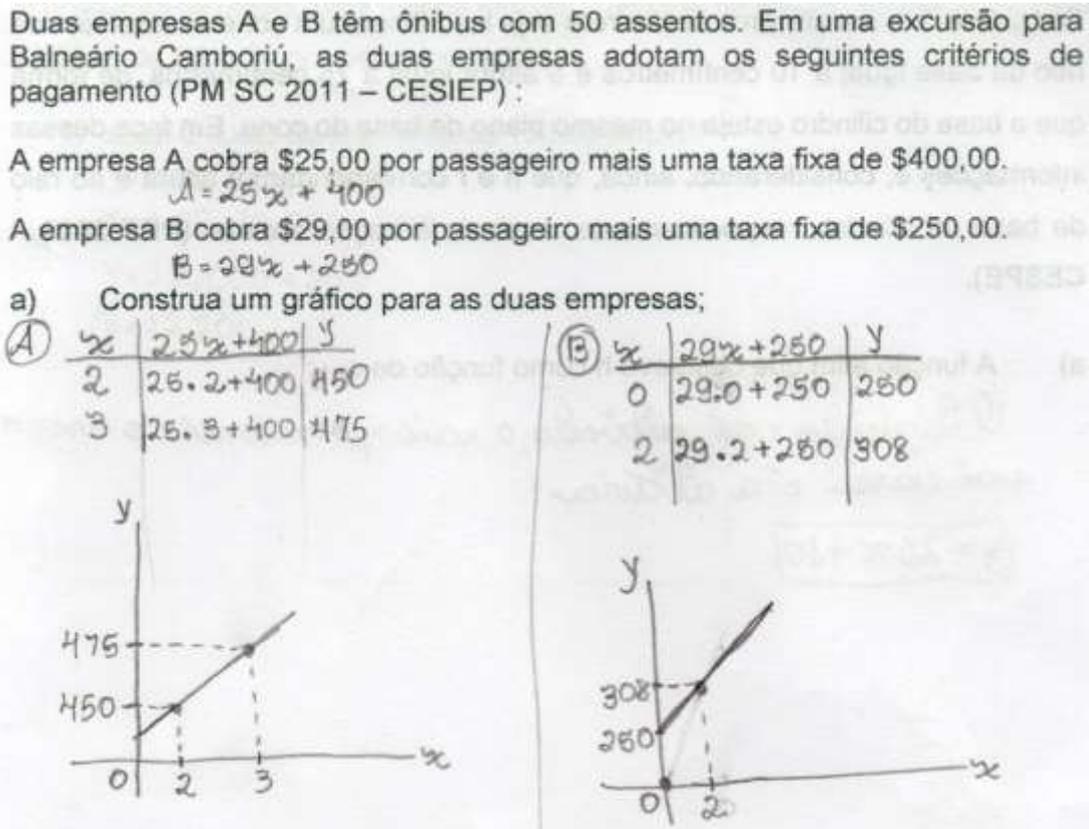
$$x = \frac{-150}{-4}$$

$$x = 37,5$$

Como na situação avaliativa não houve determinação de domínio da função, por coerência, teremos dois valores que atendem ao quesito,  $x = 37$  e  $x = 38$ . Na aplicação da situação, percebeu-se que dos 20 alunos participantes da atividade, 18 (90%) conseguiram realizar o tratamento e construir as funções relativas a cada empresa, portanto, apenas 10% não conseguiu transitar da língua natural para a algébrica. Após a intervenção do pesquisador esse percentual atingiu 90% dos alunos, assim também conseguindo a representação da linguagem algébrica para a gráfica. Salienta-se que entre os alunos que conseguiram êxito nas representações, alguns chegaram a representação algébrica pela ideia de valor fixo e valor variável: “a empresa A com nenhum passageiro cobra R\$ 400,00 e a cada passageiro cobra R\$ R\$ 25,00 e na empresa B sem passageiros cobra R\$ 250,00 e para cada passageiro acrescenta R\$ 29,00”. Assim, percebe-se que a maioria chegou a função e em seguida atribuíram dois valores para  $x$  (representante do

número de passageiros) obtendo o custo da viagem e por consequência, construíram o gráfico.

Figura 1 – Resolução do item “a” feita por um pesquisado.



No item b, em que os alunos deveriam abstrair a ideia de igualdade de funções, 14 dos pesquisados (70%) conseguiram igualar as funções e, por resolução da equação do primeiro grau, encontrar o valor da variável que atendia aos solicitado no item como mostra a figura 2.

Figura 2 - Resolução do item “b” feita por um pesquisado.

$$\begin{aligned}
 A &= B \\
 25x + 400 &= 29x + 250 \\
 400 - 250 &= 29x - 25x \\
 150 &= 4x \\
 x &= 150 \div 4 \\
 x &= 37,5
 \end{aligned}$$

Em algumas resoluções, o aluno percebeu o domínio da função, de forma indireta, nos números naturais, percebendo que o número de passageiros não poderia ser um número decimal. Ilustra-se essa situação no comentário do aluno: “professor, se o valor de  $x$  representa o número de passageiros, o  $x$  não pode ser 37,5. Ou são 37 passageiros ou são 38”. Mesmo não sendo objetivo desta situação a determinação do domínio e da imagem da função, o aluno construiu argumentos para sua determinação, assim demonstrando apreensão do tratamento da representação.

Figura 3 – Argumentação do domínio feita por um pesquisado.

b) Quantos passageiros cada empresa deve transportar para terem o mesmo valor em uma excursão?

$$A = B$$

$$25x + 400 = 29x + 250$$

$$25x - 29x = 250 - 400$$

$$-4x = -150$$

$$x = \frac{-150}{-4}$$

$$x = 37,5$$

Como não existe 37,5,  
ou é 37 ou é 38.

Em duas das resoluções corretas (10%), os pesquisados realizaram a construção dos gráficos das empresas A e B no mesmo plano cartesiano, não havendo proporção na construção, e assim, identificando imediatamente o ponto em comum nas equações sem necessidade da resolução da equação.

Verifica-se assim que os pesquisados demonstraram no decorrer do experimento domínio nas representações naturais e as correlacionam com a gráfica de forma variada e por abstração da ideia de valor fixo e valor variável, assim como o tratamento das representações em cálculo algébrico simples nas resoluções das equações.

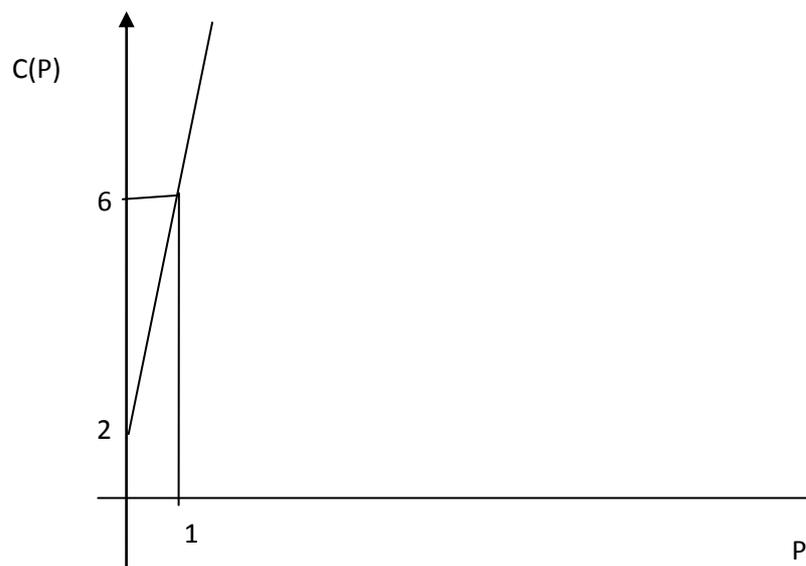
### Problema da sessão II:

O Gráfico 3 representa o custo de produção de um determinado tipo de bolo numa padaria.

Pede-se:

- A lei de formação que representa está a função;
- Escrever na língua materna esta representação gráfica

Gráfico 3 – Gráfico do custo de produção de um bolo.



Para resolução desta situação, o aluno precisa mobilizar leitura e interpretação do plano cartesiano, tenha propriedade sobre o conceito de função afim e saiba os processos de resolução de sistemas de equação do primeiro grau com duas variáveis.

Inicialmente espera-se que o aluno seja capaz de escrever a função que representa a produção de bolos encontrando a modelagem da função afim. Para isso, o pesquisado deve retirar os dados do plano cartesiano para montagem e resolução do sistema de equações do primeiro grau com duas variáveis para determinação dos valores de “a” e “b” e por consequência, obter função afim (item a) demonstrando a capacidade de representação da linguagem gráfica para a algébrica abstraída a partir da linguagem natural da situação avaliada. Em seguida (item b), espera-se que o aluno tenha capacidade de representação das informações da

linguagem gráfica para natural de forma crítica e analítica dos dados informados na situação avaliativa.

Uma possível solução para o item “a” é:

*Pelo gráfico, temos os pontos (0, 2) e (1, 6).*

$$\text{Dado } f(t) = at + b, \text{ segue que: } \begin{cases} a \cdot 0 + b = 2 \\ a \cdot 1 + b = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a + 2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 4 \end{cases}$$

$$120 \cdot a + 80 = 40 \Rightarrow 120 \cdot a = 40 - 80 \Rightarrow 120 \cdot a = -40$$

$$\text{Logo, } f(x) = 4x + 2$$

Para o item “b”, uma das soluções seria:

Para iniciar a produção a padaria precisa de um valor de R\$ 2,00 e a cada bolo produzido acrescenta-se R\$ 4,00 ao valor inicial.

Observou-se inicialmente que, dos 20 alunos pesquisados, apenas 4 (20%) conseguiram retirar os dados necessários para montagem do sistema de equações do primeiro grau com duas variáveis. Após a intervenção do pesquisador chegou-se a um total de 11 alunos conseguindo a montagem e resolução do sistema.

Figura 4 - Resolução de item “a” por um dos pesquisados.

Pede-se:

a) A lei de formação que representa esta a função;

$$y = ax + b$$

$$y = 4x + 2$$

$(0, 2)$  e  $(1, 6)$

$$y = ax + b$$

$$2 = a \cdot 0 + b$$

$$2 = b$$

$$\Rightarrow y = ax + b$$

$$6 = a + b$$

$$6 = a + 2$$

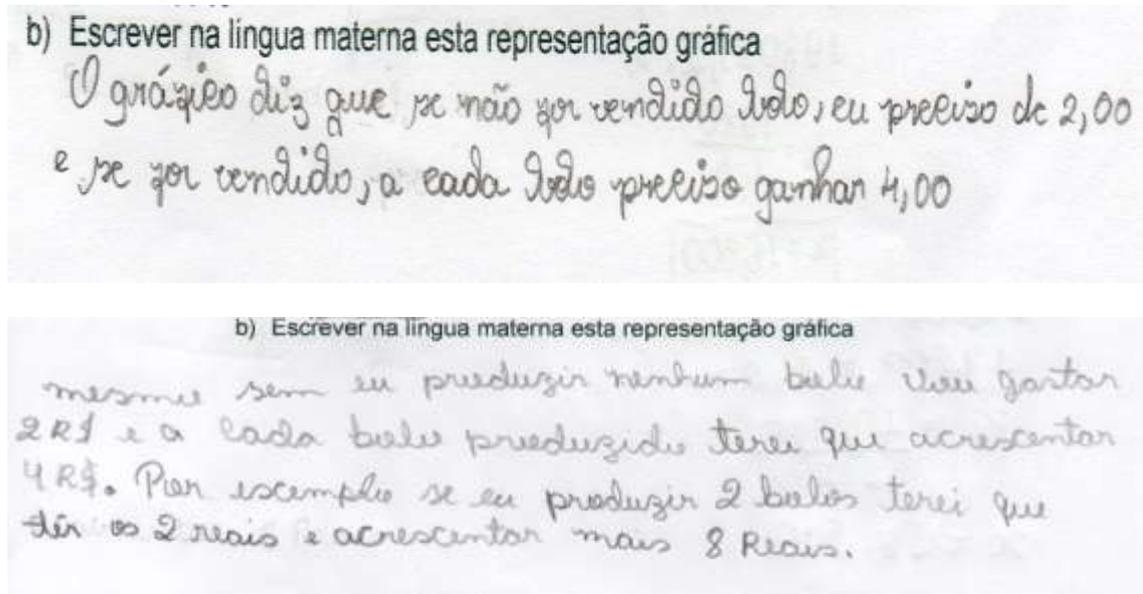
$$6 - 2 = a$$

$$a = 4$$

Há de se registrar que dos 9 alunos restantes, 6 conseguiram a modelagem da função afim pelo conceito de valor fixo e valor variável como registrado: “se o dono não fizer nenhum bolo ele vai gastar R\$ 2,00 e para cada bolo que ele resolver fazer vai gastar R\$ 4,00 em cada bolo”. Aqui nesse registro percebe-se a capacidade do aluno em representar a linguagem gráfica na forma de

linguagem natural de forma analítica e com total domínio sobre conceituação de função afim.

Figura 5 – Registro da resolução do item “b” feita por pesquisados.



No item b, 16 (80%) dos pesquisados demonstrou capacidade de representação para linguagem natural e apenas 4 (20%) não fizeram registro como pedido na questão.

Nesta situação avaliativa percebeu-se a que a atividade de conversão para língua natural é mais facilmente realizada pelos pesquisados muito provavelmente pela capacidade de abstração e interpretação gráfica, não sendo aqui objeto da pesquisa.

### Problema da sessão III:

A produção de peças de uma fábrica tem um custo fixo de R\$ 200,00 mais um custo variável de R\$ 1,20 por peça produzida.

- a) Qual o custo de produção de 10 000 peças?
- b) Quantas peças podem ser produzidas com R\$ 20 000,00?

Na resolução desta situação avaliativa, o aluno deve mobilizar capacidade de conversão do problema da linguagem natural para a algébrica e pela modelagem encontrar o custo de produção (item a). Em seguida, item b, o aluno deverá

demonstrar conhecimentos sobre definições de domínio e imagem da função e, assim variar a substituição na modelagem obtida pela definição formal de função afim.

Uma das possíveis soluções para o item “a” é:

*Sendo a função afim definida por  $f(x) = ax + b$ , temos que:*

$$\text{Valor constante } b = 200$$

$$\text{Daí temos: } f(x) = 1,20 \cdot x + 200$$

*Para o número de peças  $x = 10\,000$ , temos:*

$$f(10\,000) = 1,20 \cdot 10\,000 + 200$$

$$f(10\,000) = 12\,000 + 200$$

$$f(10\,000) = 12\,200 \text{ reais}$$

Uma das possíveis soluções para o item “b” é:

*Dada a função afim já definida por  $f(x) = 1,20 \cdot x + 200$ , temos que:*

$$\text{Para } f(x) = 20\,000$$

$$20\,000 = 1,20 \cdot x + 200$$

$$20\,000 - 200 = 1,20 \cdot x$$

$$19\,800 = 1,20 \cdot x$$

$$x = \frac{19\,800}{1,20}$$

$$x = 16\,500 \text{ peças}$$

Durante a aplicação desta situação avaliativa não houve intervenção do pesquisador, pois, dos 20 pesquisados (100%), 16 alunos (80%) conseguiram realizar a conversão da linguagem natural para a linguagem algébrica e em seguida trabalhar de forma imperativa os conceitos de domínio e imagem para chegar ao que foi pedido nos itens “a” e “b” e 2 (10%) não realizaram nenhum registro nos itens solicitados e 2 (10%) realizaram registro no item b de forma errada. Ressalta-se que

as conversões da linguagem natural para algébrica foram realizadas em alguns casos pela modelagem da função afim e em outras situações pela ideia de variação e constância dos valores.

Figura 6 – Resolução da questão realizada por um pesquisado.

a) Qual o custo de produção de 10.000 peças?  $y = ab + b$

$$Y = 1,20 \cdot X + 200$$

$$Y = 1,20 \cdot 10.000 + 200$$

$$Y = 12.000 + 200$$

$$Y = 12.200$$

b) Quantas peças podem ser produzidas com R\$ 20.000,00?

$$Y = 1,2X + 200$$

$$20000 = 1,2X + 200$$

$$20000 - 200 = 1,2X$$

$$19800 = 1,2 \cdot X$$

$$X = \frac{19800}{1,2}$$

$$X = 16.500$$

No item b percebeu-se erro em duas (10%) das avaliações caracterizados por engano de operação de divisão. Nestas duas situações o pesquisador não fez intervenção com o objetivo de dar independência neste item para percepção das formas de finalização do quesito, onde em 100% dos pesquisados não finalizou na linguagem materna o resultado.

Nesta situação avaliativa ficou clara a capacidade dos pesquisados em realizar tanto o tratamento quanto a conversão em pelo menos duas formas, o que caracteriza a apreensão do objeto matemático.

**Problema da sessão IV:**

Considere que um cilindro circular reto seja inscrito em um cone circular reto de raio da base igual a 10 centímetros e a altura igual a 25 centímetros, de forma que a base do cilindro esteja no mesmo plano da base do cone. Em face dessas informações e, considerando, ainda, que  $h$  e  $r$  correspondam à altura e ao raio da base do cilindro, respectivamente, assinale a opção correta. **(PRF 2008 - CESPE).**

- c) A função afim que descreve  $h$  como função de  $r$ .
- d) Construir o gráfico

Na resolução desta situação temos como conhecimentos necessários para seu desenvolvimento a identificação de sólidos espaciais bem como sua representação, realização de inscrição de sólidos cortes para visualização de vistas, identificar e desenvolver situações de proporcionalidade e congruência de triângulos. O problema desta secção apresenta-se descrita nos registros de linguagem natural.

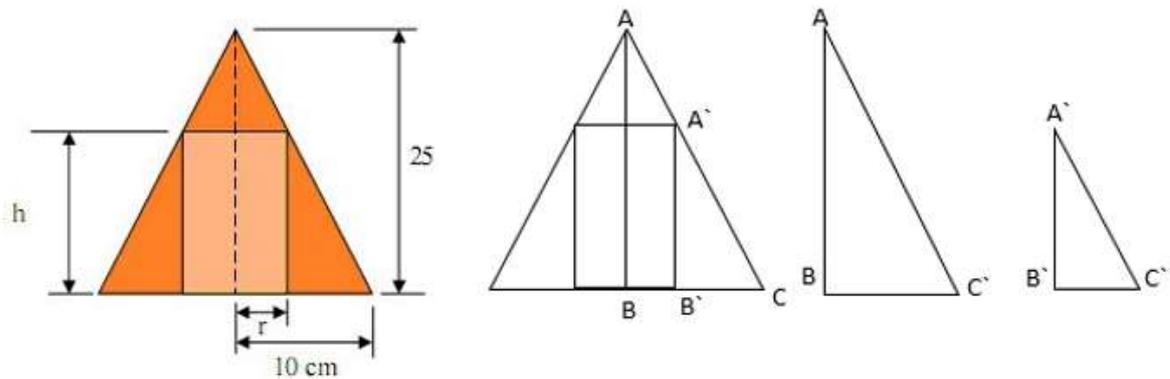
Inicialmente, esperava-se que os alunos tivessem capacidade de representação do cilindro inscrito no cone e em seguida efetuassem um corte para obtenção dos triângulos, que, a partir deste, por proporção, chegassem à função afim.

Uma das possíveis soluções para o item “a” é:

Iniciamos construindo o cone, o cilindro e a inscrição do cilindro no cone:



Em seguida temos a representação do corte feito na inscrição:



Assim, por congruência de triângulos, temos:

$$\frac{25}{h} = \frac{10}{10 - r}$$

$$10h = 250 - 25 \cdot r$$

$$h = \frac{250 - 25 \cdot r}{10}$$

$$h = 25 - 2,5 \cdot r$$

Para o item “b”, atribui-se valores para o raio  $r$ , em seguida localiza-se os pontos no plano cartesiano para obter o gráfico da função:

$r$	$25 - 2,5 r$	$h$
1	$25 - 2,5 (1)$	22,5
4	$25 - 2,5 (4)$	15
8	$25 - 2,5 (8)$	5
10	$25 - 2,5 (10)$	0



No entanto, dos 20 sujeitos participantes do estudo, apenas um conseguiu inscrever o cilindro no cone e realizar o corte dos sólidos. Mesmo com a intervenção do pesquisador, observou-se uma grande dificuldade por parte do

restante da turma em desenvolver a ação como mostra a figura 7.

Figura 7 – Registro de resolução feita por pesquisado.

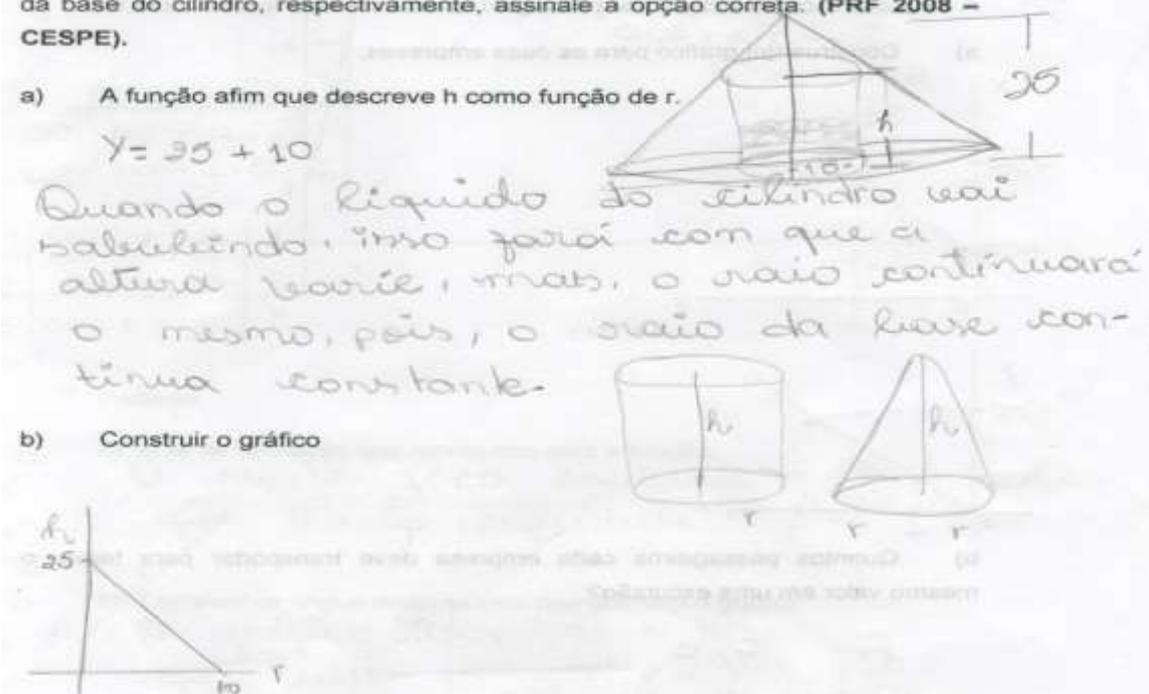
Considere que um cilindro circular reto seja inscrito em um cone circular reto de raio da base igual a 10 centímetros e a altura igual a 25 centímetros, de forma que a base do cilindro esteja no mesmo plano da base do cone. Em face dessas informações e, considerando, ainda, que  $h$  e  $r$  correspondam à altura e ao raio da base do cilindro, respectivamente, assinale a opção correta. (PRF 2008 – CESPE).

a) A função afim que descreve  $h$  como função de  $r$ .

$y = 25 + 10$

Quando o líquido do cilindro vai evaporando, isso fará com que a altura varie, mas, o raio continuará o mesmo, pois, o raio da base continua constante.

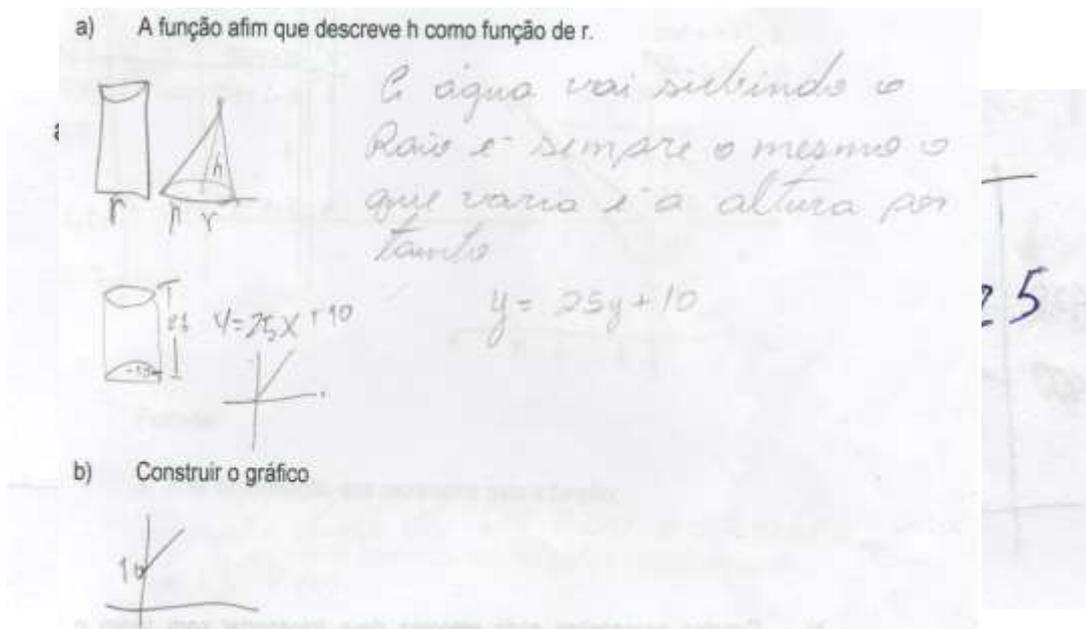
b) Construir o gráfico



Justifica-se isso pelo fato que o conteúdo geometria espacial, que trata da identificação, construção e tratamento das características dos cilindros e cones, somente é abordado na segunda série do ensino médio. Mesmo o assunto proporcionalidade sendo abordado no ensino fundamental, por não conseguirem representar os sólidos, percebeu-se uma lacuna entre os conteúdos abordados na questão proposta, sólido espaciais e a proporcionalidade. O pesquisador fez intervenção direcionada a identificação e construção dos sólidos e dos triângulos para direcioná-los a função afim. Dessa forma, dos vinte alunos que realizaram a atividade, apenas dois (10%) conseguiram alcançar o primeiro tratamento (item a). No item b, 14 alunos (70%) conseguiram a representação gráfica baseada na característica do gráfico da função afim, uma reta, a partir da atribuição de dois valores para a variável que representava o raio, conseguindo assim, a construção do gráfico. Mesmo com esse percentual, dos 14 alunos fizeram a representação gráfica, 6 (30%) fizeram a representação de uma função crescente, caracterizando

insatisfatoriamente o gráfico. Ficou notório erro de caráter algébrico, sendo provável que tenham errado na passagem de proporcionalidade ou no estabelecimento da dependência da variável.

Figura 8 - Registro de resolução feita por pesquisado.



Dessa maneira, pode-se perceber que, mesmo registrando soluções de forma equivocada, com presença de erros de conceituação e construção, os alunos pesquisados se utilizam de representações para expressar seus pensamentos a respeito da função afim nesta situação de avaliação.

Quando confrontamos os resultados da análise a priori, com a análise a posteriori, constatou-se que que os problemas detectados na análise a priori, foram de certa forma solucionados durante a experimentação, pois observou-se que durante o mesmo, os alunos:

- Aprenderam o conceito entre variáveis e a relação de dependência entre ela,
- Através dos gráficos aprenderam o que é função crescente e decrescente,
- Os alunos em alguns problemas identificaram o domínio das funções,
- Compreenderam o papel dos coeficientes no movimento dos gráficos.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados deste estudo indicam que os alunos têm dificuldades em estabelecer relações entre as múltiplas representações. Verificou-se ainda que o conteúdo de função Afim, principalmente a compreensão de seu conceito apresenta-se de forma fragmentada contribuindo dessa forma para a falta de domínio neste objeto matemático. A investigação evidenciou que as diversas formas de representação de um objeto matemático conduzido de maneira isolada, separadamente, ou seja, de forma não articulada, não contribui para uma aprendizagem significativa. Corroborando com essa ideia encontra-se em Dominoni (2005, p 30) que “essa ausência impede que o aluno tenha uma visão global do conteúdo que está sendo abordado”

Nas atividades de ensino aplicadas, bem como nos questionários das análises preliminares constatou-se que, quando uma situação-problema em seu enunciado envolve conversão e necessita de conhecimentos básicos do raciocínio de função Afim, os alunos encontram dificuldades em resolver os problemas.

Os alunos participantes do experimento demonstraram maiores dificuldades nas conversões envolvendo registros gráficos e algébricos, principalmente dos gráficos para os algébricos, dada a falta de habilidade de mobilizar outros conteúdos, em especial, resolver sistema de equação do 1º grau para encontrar os coeficientes da função Afim.

Os resultados das análises dos questionários e atividades de ensino que os alunos demonstraram um processo de resolver os problemas de forma automática, aquelas que consistia em tratamento, pois aplicavam diretamente o registro algébrico para realização de cálculos.

A investigação evidencia ainda que a passagem de um registro de representação a outro, em algumas situações, ocupa um papel de fragilidade perante o aluno, na mobilização de conteúdos matemáticos e também no reconhecimento do objeto matemático que está sendo trabalhado.

As análises dos questionários mostram que a utilização das várias formas de representação da função afim proporciona ao aluno a construção de uma nova

forma de interpretação e fixação do objeto matemático constituindo-se em um recurso rico e criativo no ensino deste objeto matemático.

Os Registros de Representação semiótica de DUVAL (2003,2009) contribuem para que o professor entenda o funcionamento dos obstáculos enfrentados pelos alunos e determinar que dificuldades são determinantes para o aluno não resolver os problemas propostos, pois tendo conhecimento destes entraves, atividades poderão ser elaboradas mobilizando conhecimentos essenciais em novas aprendizagens.

## REFERÊNCIAS

ARTIGUE, Michele. Ingénierie Didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 3, n 9, p. 281-308, 1988

\_\_\_\_\_. Engenharia Didática. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

BARRETO, Mylane dos Santos. **Educação inclusiva - um estudo de caso na construção do conceito de função polinomial do 1º. grau por alunos cegos utilizando material adaptado**. UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE. Dissertação de Mestrado. Goytacazes, 2013.

BOYER, Carl. B. **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996

BRASIL, Celso. Dicionário Jurídico de bolso. 3ª ed. SP-Campinas: Servanda, 2000

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Resolução CEB n. 03/98. Brasília, 26 de junho de 1998

\_\_\_\_\_. Instituto Nacional de Estudo e Pesquisas Educacionais. **Matrizes Curriculares de Referência para o SAEB**. 2.ed. Brasília: MEC/SEF, 1999

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação e Cultura/Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Tema Transversal: orientação sexual** (1ª. a 4ª. séries/ 5ª. a 8ª. séries). Brasília: MEC/SEF, 1999.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

BROUSSEAU, G. **Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática**. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque. Formalização do conceito de função no ensino médio: uma sequência de ensino-aprendizagem. Encontro Nacional em Educação Matemática, 8., 2004. **Anais...** Recife. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2004.

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque; CARVALHO, Hamilton Cunha de. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. **Formalização do conceito de função no Ensino Médio: uma sequência de ensino e aprendizagem**. Recife – Pe, 2004.

COLOMBO, J. A. A, BUEHRING, R. S.; MORETTI, M.T. Registros de representação semiótica, tarefas e análise de dados: articulações em torno do currículo de matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v. 4, n. 8, p. 90-113, 2009.

CRESCENTI, Eliane Portalone. **Os professores de Matemática e o ensino de Geometria. Opiniões sobre a área e seu ensino**. Universidade de São Carlos/UFSCar. Tese de Doutorado. São Carlos-São Paulo, 2006.

DAMM, R. F. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia D. A. **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. São Paulo: EDUC, 2012.

D'AMBROSIO, U. História da Matemática e Educação. In: **CADERNOS CEDES 40**. História e Educação Matemática. 1ª ed. Campinas, SP: Papyrus, 1996.

D'AMORE, Bruno. Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino. **Boletim de Educação Matemática**. v. 20, n. 28, p. 1179-1205, 2007.

D'AMORE, B. Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino. *Bolema*, Rio Claro, v. 20, n. 28, 2007. Disponível em: <[www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore](http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore)>. Acesso em 07mar. 2018.

DE MACEDO, Aluska Dias Ramos. Representações matemáticas e a prática profissional do professor em dois contextos: Portugal e Brasil. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 3., 2014, **Anais...** CAMPINA GRANDE, 2014.

DELEDICQ, A; LASSAVE, C. **Faire des mathématiques**. 4.ed. . Paris: Cédic, 1979.

Delgado, Carlos José Borges. **O ensino da função afim a partir dos registros de representação semiótica** / Carlos José Borges Delgado. 2010.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D.A. (Org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas: Papyrus, 2003.

\_\_\_\_\_. Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Organização de Tânia M. M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

\_\_\_\_\_. Registros de representação semióticas e funcionamentos cognitivos da compreensão em matemática, In Machado, Silva Dias Alcântara, *Aprendizagem da compreensão em matemática: registros de representação semiótica*, Campinas, São Paulo, Papyrus, p. 11-33, 2ª Ed, 2005.

\_\_\_\_\_. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência (tradução: Méricles Thadeu Moretti). *Revmat*. Florianópolis, v.07, n.1, p.118 a138, 2012.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M, A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. *Boletim da SBEM*. SBM: São Paulo, ano 4, n. 7,

1990.

\_\_\_\_\_; CASTRO, Franciana Carneiro. Tornando-se professores de matemática: O caso de Allan em Prática de Ensino e Estágio Supervisionado. IN: FIORENTINI, Dario (Org). **Formação de professores de Matemática**: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas, SP; Mercado das letras, 2003.

GARCÍA BLANCO, M. M. A formação inicial de professores de matemática: fundamentos para definição de um curriculum. In: FIORENTINI, D. (Org.). **Formação de professores de matemática**: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2003.

LEMOS, M. P. F. Alunos de pedagogia analisando atividades de interpretação de gráficos de barra. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação. Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2002.

LIMA, E. L. et al. A matemática do EM. In: \_\_\_\_\_ **Coleção do professor de matemática**. 5. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001.

LIMA, Luciana de. **A aprendizagem significativa do conceito de função na formação inicial do professor de matemática**. 2008. 314 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação). UECE- Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza - CE, 2008.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Educação matemática**: uma introdução. 2. ed. São Paulo: Educ, 2002.

MARANHÃO. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares**. 3ª ed. São Luís – Maranhão, 2014.

PAZUCH, Vinícius. **Produção e mobilização de saberes a partir das práticas de professoras que ensinam matemática com tecnologia informática**. Dissertação de mestrado. UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL, UNIJUI, 2010.

PELHO, Edelweiss Benez Brandão. **Introdução ao conceito de função**: a importância da compreensão das variáveis. 2003. 146 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

PERRENOUD, Philippe. **Organizar e dirigir as situações de aprendizagem**: 10 novas competências para ensinar. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

PIAGET, J. **A equilibração das estruturas cognitivas: o problema central do desenvolvimento**. Tradução de Marion Merlone dos Santos Penna. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

PIAGET, J. **Epistemologia genética**. São Paulo: Martins Fontes, 1990.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

POMMER, M. W. **A engenharia didática em sala de aula: elementos básicos e uma ilustração envolvendo as equações diofantinas lineares**. São Paulo: USP, 2013.

Disponível em: <<http://stoa.usp.br/wmpommer/files/3915/20692/Livro+Eng%C2%AA+Did%C3%A1tica+2013.pdf>>. Acesso em 05 janeiro 2018.

PONTE, J. P.; VELEZ, I. Representações em tarefas algébricas no 2º ano de escolaridade. In: **Boletim GEPEN**. Rio de Janeiro-RJ, n. 59, p. 53-68, 2011.

\_\_\_\_\_; SERRAZINA, L. **Didática da matemática para o 1º ciclo do ensino básico**. Lisboa: Universidade Aberta, 2000.

SANTOS, Luciane Mulazani dos. **Metodologia do ensino de matemática e física**: tópicos de história da física e da matemática. Curitiba: Ibpex, 2009.

SILVA, Nilson Alves da; FERREIRA, Marcus Vinícius Vieira; TOZETTI, Karla Dubberstein. Um estudo sobre a situação didática de Guy Brousseau. IN: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO – EDUCERE. 13. 2015. **Anais...** PUC-PR, 2015. Disponível em <[http://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/18159\\_8051.pdf](http://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/18159_8051.pdf)> acesso em: 11 de janeiro de 2018.

VIGOTSKI, L. S. A. **A formação social da mente**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

YOUSCHKEVITCH, A. P. **Le concept de fonction jusqu'au milieu du XIX e siècle**. Fragments d'histoire des Mathématiques. Brochure A.P.M. E. P., n. 41, p. 7-67, 1981

ZUFFI, E. M.; PACCA, J. L. A. Sobre funções e a linguagem matemática de professores do Ensino Médio. **Zetetike (UNICAMP)**, Campinas, SP, v. 8, n.13/14, p. 7-28, 2000