

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA  
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA – PROFMAT

ALESSANDRA ASSAD

USANDO O GEOGEBRA PARA ANALISAR OS NÍVEIS DO PENSAMENTO  
GEOMÉTRICO DOS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO NA PERSPECTIVA DE VAN  
HIELE

PONTA GROSSA  
2017

ALESSANDRA ASSAD

Título: USANDO O GEOGEBRA PARA ANALISAR OS NÍVEIS DO PENSAMENTO  
GEOMÉTRICO DOS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO NA PERSPECTIVA DE VAN  
HIELE

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, no Curso de Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional, Setor de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Estadual de Ponta Grossa.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Luciane Grossi  
Coorientador: Prof. Dr. Anderson Roges  
Teixeira Góes

PONTA GROSSA  
2017

**Ficha Catalográfica**  
**Elaborada pelo Setor de Tratamento da Informação BICEN/UEPG**

A844 Assad, Alessandra  
Usando o geogebra para analisar os níveis do pensamento geométrico dos alunos do ensino médio na perspectiva de Van Hiele/ Alessandra Assad. Ponta Grossa, 2017.  
159f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Área de Concentração: Matemática), Universidade Estadual de Ponta Grossa.

Orientadora: Profª Drª Luciane Grossi.  
Coorientador: Prof. Dr. Anderson Roges Teixeira Góes.

1. Ensino de matemática. 2. Geogebra. 3. Geometria. 4. Teoria de Van Hiele. I. Grossi, Luciane. II. Góes, Anderson Roges Teixeira. III. Universidade Estadual de Ponta Grossa. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. IV. T.

CDD: 512

TERMO DE APROVAÇÃO

**Alessandra Assad**


**“USANDO O GEOGEBRA PARA ANALISAR OS NÍVEIS DO PENSAMENTO  
GEOMÉTRICO DOS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO NA PERSPECTIVA DE VAN HIELE”**

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora.

Orientadora:

  
Prof. Dra. Luciane Grossi  
Departamento de Matemática e Estatística, UEPG/PR

  
Prof. Dra. Nicéia Aparecida Maciel Pinheiro  
Departamento de Matemática, UTFPR/PR

  
Prof. Dra. Fabiane de Oliveira  
Departamento de Matemática e Estatística, UEPG/PR

Ponta Grossa, 14 de Dezembro de 2017.

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha família, em especial a meu esposo David Angieski, meus pais Alfredo Assad Neto e Eloisa Helena Assad e aos meus irmãos Andressa Assad e Alfredo Assad Filho. Vocês foram minha maior fonte de motivação. Amo vocês!

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, a Nossa Senhora do Perpétuo Socorro e a Nossa Senhora Aparecida, por sempre me conceder sabedoria nas escolhas dos melhores caminhos, coragem para acreditar, força para não desistir e proteção para me amparar.

Agradeço a meu esposo David Angieski, que sempre esteve ao meu lado me incentivando e motivando nesta árdua trajetória, com seu amor e carinho me fez sempre ir em frente e nunca desistir.

Aos Pais Alfredo Assad Neto e Eloisa Helena Assad, que sempre me incentivaram a seguir meus sonhos, sempre me apoiando em todas as minhas decisões, me proporcionando sempre o melhor para meu futuro. O amor de vocês é fundamental.

Aos meus irmãos Andressa Assad e Alfredo Assad Filho, que sempre acompanharam minha caminhada dando-me forças para seguir sempre em busca da realização dos meus sonhos. O amor de vocês é essencial.

A minha orientadora professora Luciane Grossi, pela confiança ao aceitar minha proposta de pesquisa, por dedicar seu tempo orientando-me e ensinando-me o caminho da pesquisa.

Ao coorientador, professor Anderson Roges Teixeira Goés, da Universidade Federal do Paraná, sem sua participação esta pesquisa seria muito mais difícil, obrigada por me apresentar os diversos teóricos fundamentais neste trabalho e ainda por me apresentar o caminho da pesquisa.

As minhas colegas de trabalho, e agora amigas, Heliza e Carla, as quais nunca me deixaram desistir e sempre estiveram ao meu lado, escutando meus muitos desabafos.

Aos membros da banca, professora Dr<sup>a</sup> Fabiane de Oliveira e professora Dr<sup>a</sup> Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro, que se prontificaram a dedicar um tempo e contribuir para melhoria deste trabalho.

Aos monitores Davi, Flavia, Mayumi e Victória, que foram meu apoio na aplicação das atividades no laboratório de informática, de forma a tornar mais tranquilo este momento.

Aos estudantes que participaram desta pesquisa que foram peças fundamentais para a construção desse trabalho.

A todos os professores do PROFMAT que contribuíram para minha formação.

E todos que de forma direta e indireta contribuíram para que fosse possível a realização deste trabalho, meu muito obrigado!

## EPÍGRAFE

“Isto é uma ordem: sê firme e corajoso. Não te atemorizes, não tenhas medo, porque o Senhor está contigo em qualquer parte para onde fores.”

(Josué, 1,9)

“O sucesso nasce do querer, da determinação e persistência em se chegar a um objetivo. Mesmo não atingindo o alvo, quem busca e vence obstáculos, no mínimo fará coisas admiráveis.”

(José de Alencar)

## RESUMO

O presente trabalho teve como finalidade a investigação dos níveis do pensamento geométrico de estudantes de um colégio público da cidade de Paranaguá/PR, tendo como fundamentação teórica a Teoria de Van Hiele. Dessa forma para atingir o objetivo proposto utilizou-se das Tecnologias Educacionais, por meio de atividades desenvolvidas com o *software* Geogebra. Os participantes da pesquisa eram estudantes de três turmas do primeiro ano do Ensino Médio de um colégio público da cidade de Paranaguá. Estes realizaram 13 (treze) atividades correspondentes as 15 (quinze) habilidades indicadas no referencial teórico utilizado, divididas em três níveis: nível 0 (visualização), nível 1 (análise), nível 2 (dedução informal). A metodologia utilizada para esta pesquisa tratou-se da forma exploratória e aplicada. Pela análise dos dados coletados na resolução das atividades, pode-se concluir que o nível 0 foi atingido pela maior parte dos estudantes, uma menor porcentagem dos estudantes conseguiu atingir o nível 1. Em relação ao nível 2 pode-se verificar que foi o nível com maior dificuldade nas três turmas. Estes resultados apontam que os estudantes do colégio, onde se realizou a pesquisa, não detêm as habilidades visual, verbal, lógica, desenho e aplicação condizentes com o nível de ensino, segundo a Teoria de Van Hiele. Diante da evidente defasagem no conteúdo de Geometria apresentada pelos estudantes, pode-se dizer que além do objetivo proposto, esta pesquisa corrobora com os trabalhos de Pavanelo(1993), Lorenzato (1995), Passos (2000) e Barbosa (2003) entre outros que dissertam a respeito do abandono da geometria nas escolas do Brasil. Os resultados obtidos são preocupantes, pois esta defasagem acarreta a não compreensão dos conteúdos que serão trabalhado posteriormente. Assim, algumas ações no planejamento do processo de ensino-aprendizagem da geometria precisam ser repensadas. No âmbito local, pretende-se apresentar os resultados desta pesquisa à equipe pedagógica da escola, assim como aos professores da área de Matemática para que planejamentos e estratégias sejam organizados a fim de melhorar as habilidades do pensamento geométrico dos estudantes para que possam se aproximar do nível que é condizente a eles, segundo a teoria utilizada.

**Palavras-chave:** Ensino de matemática, Geogebra, Geometria, Teoria de Van Hiele.



## ABSTRACT

The present dissertation had the purpose to investigate the levels of geometric thinking of students of public school in the city of Paranaguá/PR, having as theoretical foundation the Theory of Van Hiele. Thus, in order to achieve the proposed objective, it was used the Educational Technologies, through activities developed with Geogebra software. The research participants were students of three classes of the first year of the High School of a public school of the city of Paranaguá. They performed 13 (thirteen) activities corresponding to 15 (fifteen) skills indicated in the theoretical framework used, divided into three levels: level 0 (visualization), level 1 (analysis), level 2 (informal deduction). The methodology used for this research was exploratory and applied. By analyzing the data collected in the resolution of activities, it can be concluded that the majority of the students reached level 0 and a lower percentage of the students managed to reach level 1. In relation to level 2, it can be verified that it was the most difficult level to achieve in the three classes. These results point out the students of the school where the research was carried out do not hold the visual, verbal, logical, design and application skills that correspond to the level of education, according to Van Hiele Theory. In addition to the proposed objective, this research corroborates the works of Pavanelo (1993), Lorenzato (1995), Passos (2000) and Barbosa (2003) among others who talk about the abandonment of geometry in Brazilian schools. The results obtained are worrisome, as this lag causes the lack of understanding of the contents that will be worked on later. Therefore, some actions in the planning of the teaching-learning process of geometry need to be rethought. At the local level, it is intended to present the results of this research to the pedagogical team of the school, as well as teachers in the Mathematics area, so that the planning and strategies are organized in order to improve students' geometric thinking abilities so that they can approach the level that is appropriate to them, according to the theory used.

**Keywords:** Teaching mathematics, Geogebra, Geometry, Van Hiele theory.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Papiro de Moscou .....	36
Figura 2 - Papiro de Rhind .....	36
Figura 3 - Níveis do pensamento geométrico segundo a Teoria Hiele .....	44
Figura 4 - Figuras geométricas relacionadas a atividades dos níveis 0, 1 e 2 .....	47
Figura 5 - Exemplo de resolução do nível 0 .....	48
Figura 6 - Exemplo de resolução de atividade do nível 1 .....	48
Figura 7 - Exemplo de resolução de atividade do nível 2 .....	49
Figura 8 - Interface do <i>software</i> Geogebra.....	54
Figura 9 – Ícones da interface principal do Geogebra.....	55
Figura 10 - Interface do Geogebra visualização 3D .....	56
Figura 11 - Atividades no site geogebra.org.....	57
Figura 12 - Esquema de distribuição de vagas para cotistas no processo seletivo 2018 .....	60
Figura 13 - Atividade 1 – Nível 0 e Habilidade Visual (Vi0) .....	62
Figura 14 - Atividade 2 – Nível 0 – Habilidade Verbal (Ve0) .....	63
Figura 15 - Atividade 3 – Nível 0 e Habilidade Desenho – Aplicação (D0 e Ap0) .....	63
Figura 16 - Atividade 4 – Nível 0 – Habilidade Lógica (L0).....	64
Figura 17 - Atividade 5 – Nível 1 – Habilidade Visual (Vi1) .....	64
Figura 18 - Atividade 6 – Nível 1 – Habilidade Verbal (Ve1) .....	65
Figura 19 - Atividade 7 – Nível 1 – Habilidade Desenho e Aplicação (D1 e Ap1) .....	66
Figura 20 - Atividade 8 – Nível 1 – Habilidade Lógica (L1).....	66
Figura 21 - Atividade 9 – Nível 2 – Habilidade Visual (Vi2) .....	67
Figura 22 - Atividade 10 – Nível 2 – Habilidade Verbal (Ve2) .....	68
Figura 23 - Atividade 11 – Nível 2 – Habilidade Desenho (D2) .....	68
Figura 24 - Atividade 12 – Nível 2 – Habilidade Lógica (L2).....	69
Figura 25 - Atividade 13 – Nível 2 – Habilidade Aplicação (Ap2) .....	70
Figura 26 - Resposta A01 - Vi0 .....	71
Figura 27 – Resposta A01 - Vi0 .....	72
Figura 28 - Resposta A01 - Vi0 .....	72
Figura 29 - Resposta A01 - Vi0 .....	73
Figura 30 – Resposta A01 - Vi0 .....	73

Figura 31 – Resposta A01 - Vi0 .....	73
Figura 32 - Resposta A01 - Vi0 .....	74
Figura 33 – Resposta A01 - Vi0 .....	74
Figura 34 - Resposta A01 - Vi0 .....	75
Figura 35 - Resposta A01 - Vi0 .....	75
Figura 36 – Resposta A01 - Vi0 .....	75
Figura 37 - Resposta A01 - Vi0 .....	76
Figura 38 - Resposta A01 - Vi0 .....	76
Figura 39 - Resposta A01 - Vi0 .....	76
Figura 40 - Resposta A01 - Vi0 .....	77
Figura 41 - Resposta A01 - Vi0 .....	77
Figura 42 - Resposta A01 - Vi0 .....	77
Figura 43 - Resposta A01 - Vi0 .....	78
Figura 44 - Resposta A01 - Vi0 .....	78
Figura 45 - Resposta A02 - Ve0 .....	79
Figura 46 - Resposta A02 - Ve0 .....	79
Figura 47 - Resposta A02 - Ve0 .....	79
Figura 48 - Resposta A02 - Ve0 .....	80
Figura 49 - Resposta A02 - Ve0 .....	80
Figura 50 - Resposta A02 - Ve0 .....	80
Figura 51 - Resposta A02 - Ve0 .....	81
Figura 52 - Resposta A02 - Ve0 .....	81
Figura 53 - Resposta A02 - Ve0 .....	81
Figura 54 - Resposta A02 - Ve0 .....	82
Figura 55 - Resposta A02 - Ve0 .....	82
Figura 56 - Resposta A02 - Ve0 .....	83
Figura 57 - Resposta A02 - Ve0 .....	83
Figura 58 - Resposta A02 - Ve0 .....	83
Figura 59 - Resposta A02 - Ve0 .....	83
Figura 60 - Resposta A03 - D0 e Ap0 .....	84
Figura 61 - Resposta A03 - D0 e Ap0 .....	85
Figura 62 - Resposta A03 - D0 e Ap0 .....	85
Figura 63 - Resposta A03 - D0 e Ap0 .....	85
Figura 64 - Resposta A03 - D0 e Ap0 .....	86

Figura 65 - Resposta A03 - D0 e Ap0 .....	86
Figura 66 - Resposta A03 - D0 e Ap0 .....	87
Figura 67 - Resposta A03 - D0 e Ap0 .....	87
Figura 68 - Resposta A03 - D0 e Ap0 .....	87
Figura 69 - Resposta A03 - D0 e Ap0 .....	88
Figura 70 - Resposta A03 - D0 e Ap0 .....	88
Figura 71 - Resposta A03 - D0 e Ap0 .....	88
Figura 72 - Resposta A03 - D0 e Ap0 .....	89
Figura 73 - Resposta A03 - D0 e Ap0 .....	89
Figura 74 - Resposta A03 - D0 e Ap0 .....	90
Figura 75 - Resposta A03 - D0 e Ap0 .....	90
Figura 76 - Resposta A04 - L0 .....	91
Figura 77 - Resposta A04 - L0 .....	91
Figura 78 - Resposta A04 - L0 .....	92
Figura 79 - Resposta A04 - L0 .....	92
Figura 80 - Resposta A04 - L0 .....	92
Figura 81 - Resposta A04 - L0 .....	93
Figura 82 - Resposta A04 - L0 .....	93
Figura 83 - Resposta A04 - L0 .....	94
Figura 84 - Resposta A04 - L0 .....	94
Figura 85 - Resposta A04 - L0 .....	94
Figura 86 - Resposta A04 - L0 .....	95
Figura 87 - Resposta A05 - Vi1 .....	96
Figura 88 - Resposta A05 - Vi1 .....	96
Figura 89 - Resposta A05 - Vi1 .....	97
Figura 90 - Resposta A05 - Vi1 .....	97
Figura 91 - Resposta A05 - Vi1 .....	97
Figura 92 - Resposta A05 - Vi1 .....	98
Figura 93 - Resposta A05 - Vi1 .....	98
Figura 94 - Resposta A05 - Vi1 .....	99
Figura 95 - Resposta A05 - Vi1 .....	99
Figura 96 - Resposta A05 - Vi1 .....	99
Figura 97 - Resposta A05 - Vi1 .....	100
Figura 98 - Resposta A05 - Vi1 .....	100

Figura 99 - Resposta A05 - Vi1 .....	100
Figura 100 - Resposta A05 - Vi1 .....	101
Figura 101 - Resposta A05 - Vi1 .....	101
Figura 102 - Resposta A06 - Ve1 .....	102
Figura 103 - Resposta A06 - Ve1 .....	102
Figura 104 - Resposta A06 - Ve1 .....	103
Figura 105 - Resposta A06 - Ve1 .....	103
Figura 106 - Resposta A06 - Ve1 .....	103
Figura 107 - Resposta A06 - Ve1 .....	104
Figura 108 - Resposta A06 - Ve1 .....	104
Figura 109 - Resposta A06 - Ve1 .....	104
Figura 110 - Resposta A06 - Ve1 .....	105
Figura 111 - Resposta A06 - Ve1 .....	105
Figura 112 - Resposta A06 - Ve1 .....	106
Figura 113 - Resposta A06 - Ve1 .....	106
Figura 114 - Resposta A07 - D1 e Ap1.....	107
Figura 115 - Resposta A07 - D1 e Ap1.....	108
Figura 116 - Resposta A07 - D1 e Ap1.....	108
Figura 117 - Resposta A07 - D1 e Ap1.....	109
Figura 118 - Resposta A07 - D1 e Ap1.....	110
Figura 119 - Resposta A07 - D1 e Ap1.....	110
Figura 120 - Resposta A07 - D1 e Ap1.....	111
Figura 121 - Resposta A08 - L1 .....	112
Figura 122 - Resposta A08 - L1 .....	112
Figura 123 - Resposta A08 - L1 .....	113
Figura 124 - Resposta A08 - L1 .....	114
Figura 125 - Resposta A08 - L1 .....	114
Figura 126 - Resposta A08 - L1 .....	115
Figura 127 - Resposta A08 - L1 .....	115
Figura 128 - Resposta A08 - L1 .....	116
Figura 129 - Resposta A09 - Vi2 .....	117
Figura 130 - Resposta A09 - Vi2 .....	118
Figura 131 - Resposta A09 - Vi2 .....	118
Figura 132 - Resposta A09 - Vi2 .....	119

Figura 133 - Resposta A10 - Ve2.....	120
Figura 134 - Resposta A10 - Ve2.....	121
Figura 135 - Resposta A10 - Ve2.....	121
Figura 136 - Resposta A10 - Ve2.....	121
Figura 137 - Resposta A10 - Ve2.....	122
Figura 138 - Resposta A10 - Ve2.....	122
Figura 139 - Resposta A10 - Ve2.....	123
Figura 140 - Resposta A10 - Ve2.....	123
Figura 141 - Resposta A10 - Ve2.....	123
Figura 142 - Resposta A10 - Ve2.....	123
Figura 143 - Resposta A10 - Ve2.....	124
Figura 144 - Resposta A10 - Ve2.....	124
Figura 145 - Resposta A10 - Ve2.....	124
Figura 146 - Resposta A10 - Ve2.....	125
Figura 147 - Resposta A11 - D2.....	126
Figura 148 - Resposta A11 - D2.....	126
Figura 149 - Resposta A11 - D2.....	127
Figura 150 - Resposta A11 - D2.....	127
Figura 151 - Resposta A11 - D2.....	128
Figura 152 - Resposta A11 - D2.....	128
Figura 153 - Resposta A11- D2.....	129
Figura 154 - Resposta A11 - D2.....	129
Figura 155 - Resposta A11 - D2.....	130
Figura 156 - Resposta A11 - D2.....	130
Figura 157 - Resposta A11 - D2.....	131
Figura 158 - Resposta A11 - D2.....	131
Figura 159 - Resposta A11 - D2.....	132
Figura 160 - Resposta A11 - D2.....	132
Figura 161 - Resposta A13 - Ap2.....	134
Figura 162 - Resposta A13 - Ap2.....	134
Figura 163 - Resposta A13 - Ap2.....	134
Figura 164 - Resposta A13 - Ap2.....	135
Figura 165 - Resposta A13 - Ap2.....	135
Figura 166 - Resposta A13 - Ap2.....	135

Figura 167 - Resposta A13 - Ap2.....	136
Figura 168 - Resposta A13 - Ap2.....	136
Figura 169 - Resposta A13 - Ap2.....	136
Figura 170 - Resposta A13 - Ap2.....	136
Figura 171 – Desenho livre dos estudantes no <i>software</i> Geogebra.....	138
Figura 172 – Desenho livre dos estudantes no <i>software</i> Geogebra.....	138
Figura 173 – Desenho livre dos estudantes no <i>software</i> Geogebra.....	138
Figura 174 – Estudante baixou o aplicativo no <i>smartphone</i> .....	139

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Níveis da Teoria de Van Hiele e Habilidades .....	45
Quadro 2 - Identificação de habilidades e níveis da Teoria Van Hiele .....	61
Quadro 3 - Resumo da análise das atividades do nível 0 .....	141
Quadro 4 - Resumo da análise das atividades do nível 1 .....	142
Quadro 5 - Resumo da análise das atividades do nível 2 .....	143



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Pesquisa realizada na plataforma do Profmat – 26/07/2017 .....	25
Tabela 2 – Pesquisa realizada no portal de Dissertações e Teses da Capes – 26/07/2017 .....	27
Tabela 3 – Pesquisa realizada no portal de Dissertações e Teses da Capes – 26/07/2017 – Palavras agrupadas.....	28
Tabela 4 - Pesquisa realizada no banco de dados da Scielo – 26/07/2017 .....	29
Tabela 5 - Pesquisa realizada no banco de dados da Scielo - 26/07/2017 – Palavras agrupadas .....	30
Tabela 6 - Pesquisa realizada no banco de dados do Google Acadêmico - 26/07/2017 .....	31

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
GDI	Geometria Dinâmica e Interativa
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
PROFMAT	Programa de Mestrado Profissional em Matemática
UEPG	Universidade Estadual de Ponta Grossa
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
TDIC	Tecnologias digitais de informação e comunicação
TIC	Tecnologia de Informação e Comunicação

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	19
1.1	OBJETIVOS.....	22
1.1.1	OBJETIVO GERAL.....	22
1.1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	22
1.2	JUSTIFICATIVA.....	23
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO .....	23
2	REVISÃO DE LITERATURA.....	25
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	35
3.1	HISTÓRIA DA GEOMETRIA .....	35
3.2	ENSINO DA GEOMETRIA.....	39
3.3	TEORIA DE VAN HIELE .....	43
3.4	TECNOLOGIA EDUCACIONAL .....	49
3.5	GEOMETRIA DINÂMICA.....	53
3.5.1	<i>SOFTWARE</i> GEOGEBRA .....	54
4	DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA.....	58
4.1	METODOLOGIA DA PESQUISA.....	58
4.2	ESPAÇO E SUJEITOS DA PESQUISA.....	59
4.3	INSTRUMENTOS .....	60
4.3.1	ATIVIDADES .....	61
5	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....	71
5.1	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA ATIVIDADE 1 (A01) .....	71
5.2	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA ATIVIDADE 2 (A02) .....	78
5.3	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA ATIVIDADE 3 (A03) .....	84
5.4	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA ATIVIDADE 4 (A04) .....	90

5.5	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA ATIVIDADE 5 (A05) .....	95
5.6	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA ATIVIDADE 6 (A06) .....	102
5.7	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA ATIVIDADE 7 (A07) .....	107
5.8	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA ATIVIDADE 8 (A08) .....	112
5.9	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA ATIVIDADE 9 (A09) .....	117
5.10	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA ATIVIDADE 10 (A10) .....	120
5.11	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA ATIVIDADE 11 (A11) .....	125
5.12	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA ATIVIDADE 12 (A12) .....	133
5.13	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA ATIVIDADE 13 (A13) .....	133
5.14	DESCRIÇÃO DO DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES E DO QUESTIONÁRIO PÓS-APLICAÇÃO.....	137
5.15	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	145
	REFERÊNCIAS.....	147
	APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO PERFIL DO SUJEITO DA PESQUISA .....	153
	APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO GEOGEBRA.....	154
	APÊNDICE C – GUIA DE ATIVIDADES.....	155

## 1 INTRODUÇÃO

Esta introdução é descrita em primeira pessoa, visto que nela se apresenta a trajetória acadêmica e profissional da pesquisadora.

Meu interesse pela profissão de professor começou ainda quando criança. Recordo-me que meus pais presentearam-me com um quadro de giz enorme (a meu ver naquela época), que meu avô, por ser marceneiro, fez com muito carinho. Usava este quadro para estudar para as avaliações da escola, numa sala de aula de faz de conta com alunos, assumindo o papel de professora, onde minha “turma” era composta de meu irmão mais novo, ou seja, ele assistia a minhas aulas e ali eu ficava falando e escrevendo apenas com o objetivo de estudar para as provas da escola.

Quando estava na 8ª série (hoje 9º ano), em uma escola particular em Ponta Grossa/PR, defini que seria professora de Matemática! Tendo isso decidido, quando cheguei ao Ensino Médio, sempre era procurada pelos meus colegas para ajudá-los a estudar para as provas de Matemática. Esta “monitoria” permaneceu em todo o Ensino Médio até o momento de escolher o que cursar na universidade. Como a profissão docente não é prestigiada neste país, muitas pessoas me diziam para fazer engenharia, mas eu segui aquilo que meu coração dizia: ser professora de Matemática!

Realizei vestibular na Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG) para cursar Licenciatura em Matemática. Fui aprovada e muitos desafios foram aparecendo e sendo superados. O primeiro desafio enfrentado foi que decidi cursar, no mesmo ano, Tecnologia em Fabricação Mecânica pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Então, à tarde, frequentava as aulas na UEPG e a noite enfrentava a UTFPR. Desafio bastante grande, mas que valia a pena pelo fato de conseguir correlacionar os dois cursos em muitos aspectos. Assim tinha que encarar uma rotina de estudos, lista de exercícios, trabalhos, provas, seminários. Mas nunca pensei em desistir, pois gostava muito de tudo aquilo.

No terceiro ano do curso de Matemática, deveria cumprir a carga horária de estágio supervisionado, então decidi que reduziria a carga horária do curso de Tecnologia em Fabricação Mecânica e passaria mais tempo a me dedicar a aquilo a que eu tanto almejava, que era concluir o curso de Matemática. No 3º ano, então,

cursei a disciplina de Geometria Espacial, a qual eu me identificava muito, porém comecei a perceber a grande dificuldade dos meus colegas. Este fato me fez lembrar a época do Ensino Médio, na qual meus colegas também apresentavam certa dificuldade. A partir disso, comecei a refletir e discutir com meus colegas as possíveis causas desta falha perante a geometria espacial. Alguns colegas comentavam que desde a época de escola sentiam dificuldade com relação à geometria. No 4º ano, tive a oportunidade de me matricular na disciplina optativa de Pesquisa em Educação Matemática. No final da disciplina, deveríamos apresentar como trabalho final um projeto de pesquisa, sem dúvidas, já tinha em mente desde o início que investigaria algo com relação ao ensino-aprendizagem em Geometria Espacial. O projeto em questão teve como título: “O estudo da geometria espacial no Ensino Médio: uma proposta com materiais manipuláveis”.

Em 2010, terminei a graduação em Licenciatura em Matemática, e no ano de 2011, já estava atuando como docente em um colégio particular na cidade de Ponta Grossa/PR. Neste colégio, eu lecionava a disciplina de Matemática para 7º, 8º e 9º ano do Ensino Fundamental e 1ª série do Ensino Médio, e ainda lecionava Desenho Geométrico do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental. Sempre me identifiquei muito com a geometria, então era um fascínio eu lecionar a disciplina de Desenho Geométrico. Tentava passar para os alunos essa admiração pela geometria, mas sempre percebia que os alunos apresentavam uma certa aversão. Após esta constatação, foi que comecei a levar algumas propostas diversificadas, tais como a interdisciplinaridade com a disciplina de arte, na qual os alunos faziam os traçados com o objetivo final de exposição dos desenhos como rosáceas, construção de estrelas para ser colocado no pinheirinho de natal do colégio, etc. Assim fui percebendo a motivação dos alunos, então concluí que era isso que eles precisavam, envolver a geometria com outras situações cotidianas.

No segundo semestre de 2013, assumi um concurso público, atuando em três turmas de 1ª série do Ensino Médio Integrado (Técnico em Mecânica, Informática e Florestas). Meu projeto no *campus* era voltado à Matemática Básica, pela defasagem destes alunos com conteúdos de Ensino Fundamental.

Cursei uma especialização em “Metodologias do ensino da Matemática”, na qual meu trabalho final, devido às experiências que tive no Ensino Médio e Graduação, envolvia também um estudo relacionado à Geometria Espacial, porém

um estudo de materiais didáticos, com o título, “Análise do conteúdo de Geometria Espacial nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio”.

Escolhi estudar um pouco mais sobre os materiais didáticos pelo fato de que na instituição que trabalhava era o ano de escolha do livro didático, o que me chamou bastante atenção. A seguir é apresentado o resumo da especialização concluída.

A presente pesquisa apresenta a análise dos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio voltada a unidade temática de Geometria Espacial. Tendo como foco principal a pergunta: De que maneira são abordados os conteúdos de Geometria Espacial nos livros didáticos do Ensino Médio? Sendo assim os objetivos da pesquisa foram: verificar os conteúdos propostos de Geometria Espacial para o Ensino Médio nos Parâmetros Curriculares Nacionais, avaliar se os livros didáticos contemplam os conteúdos propostos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), comparar a forma de exposição dos conteúdos entre os livros selecionados, e ainda analisar a abordagem de questões relacionadas ao Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). A pesquisa de caráter bibliográfico e levantamento documental envolveu uma análise de cinco livros didáticos do universo do seis livros sugeridos no Plano Nacional de Livros Didáticos (PNLD) de 2014. Os resultados da pesquisa indicam que a maior parte dos livros didáticos apresentam as habilidades exigidas pelos PCN's, mas alguns apresentam algumas falhas com relação a determinadas habilidades. E a maioria dos livros didáticos contemplam as questões relacionadas ao ENEM, envolvendo as quatro habilidades da matriz de referência da competência de área 2, apesar de a habilidade H6 estar pouco presente. (ASSAD e RAMOS, 2015, p.1)

Ao ingressar no mestrado profissional em Matemática em rede nacional (PROFMAT), resolvi tomar como objeto de pesquisa as reflexões sobre a geometria espacial. Comecei alguns estudos, até que conheci a Teoria de Van Hiele, a qual divide o pensamento geométrico em cinco níveis. Segundo essa Teoria os estudantes ao ingressarem no Ensino Médio devem estar no nível 2 (dedução informal), pelo qual espera-se que os estudantes sejam capazes de acompanhar e apreciar um argumento dedutivo informal sobre formas e suas propriedades.

Mas será que os estudantes, ao ingressarem no Ensino Médio, realmente estão neste nível segundo a teoria de Van Hiele?

Frente a esta inquietação, foi que decidi fazer uma análise dos níveis do pensamento geométrico, segundo a teoria de Van Hiele, usando para tal o *software* livre de Geometria Dinâmica, o Geogebra. Tal proposta vem de certa forma das observações que realizei com meus alunos, sempre conectados com o mundo virtual, trazendo para a atividade, os recursos das Tecnologias Educacionais.

Assim, a questão central desta pesquisa é: qual é o nível do pensamento geométrico dos estudantes do primeiro ano do Ensino Médio, de um colégio público de Paranaguá, por meio da Teoria de Van Hiele? Para isso, foram desenvolvidas atividades com o *software* livre Geogebra nos laboratórios de informática do próprio colégio, sendo realizada análise das mesmas e, ao final, propostas ações que levem os estudantes a atingir o nível 2.

## 1.1 OBJETIVOS

Ao se pensar nesta pesquisa, foram traçados os seguintes objetivos.

### 1.1.1 Objetivo Geral

Investigar o nível do pensamento geométrico dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio, de um colégio público de Paranaguá, por meio da Teoria de Van Hiele, com o auxílio do *software* livre Geogebra.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Analisar os documentos oficiais em relação ao ensino da geometria para o Ensino Médio;
- Realizar levantamento bibliográfico dos trabalhos que envolvem geometria e a Teoria de Van Hiele;
- Desenvolver uma sequência didática no *software* Geogebra baseada nos níveis e habilidades do pensamento geométrico da Teoria de Van Hiele;
- Aplicar as atividades como forma de investigação dos níveis do pensamento geométrico da Teoria de Van Hiele;
- Analisar os dados obtidos a fim de verificar em quais níveis do pensamento geométrico os alunos do primeiro ano do Ensino Médio se encontram segundo a Teoria de Van Hiele.



## 1.2 JUSTIFICATIVA

Muitos trabalhos na área de Educação Matemática tratam da grande dificuldade apresentada pelos alunos do Ensino Médio em relação à Geometria, tais como Pavanelo, Lorenzato, Passos, Barbosa, entre outros. Esses autores consideram que um dos principais motivos deve-se principalmente a forma, muitas vezes deficiente, que este conteúdo é abordado no Ensino Fundamental. Assim, é importante identificar quais as dificuldades apresentadas pelos alunos e em que fase do processo mental se encontram. No intuito de compreender esta problemática e melhorar a aprendizagem do conteúdo de geometria, buscou-se para embasar o trabalho a Teoria de Van Hiele, que afirma que os alunos ingressantes do Ensino Médio devem ter concluídos os níveis 0, 1 e 2 para conseguir aprofundar os conhecimentos de geometria exigidos no Ensino Médio.

## 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta dissertação está organizada em seis capítulos, incluindo esta introdução.

No capítulo 2, é apresentada a revisão de literatura, em que são apresentados trabalhos da literatura relacionados à Geometria, à teoria de Van Hiele e ao *software* de Geometria Dinâmica denominado Geogebra. A consulta foi realizada na plataforma de dissertações do PROFMAT, nas teses e dissertações do portal da Capes, no banco de dados da Scielo e na plataforma de busca Google Acadêmico.

No terceiro capítulo, encontra-se a Fundamentação Teórica em que é apresentada a presente pesquisa. Ela é dividida em cinco subseções sendo essas: História da Geometria, Ensino da Geometria, Teoria de Van Hiele, Tecnologias Educacionais e Geometria Dinâmica.

No capítulo 4, é descrita a metodologia da pesquisa, a qual tem caráter de uma pesquisa-ação. São apresentados o espaço e sujeitos da pesquisa, os instrumentos, assim como as atividades elaboradas pela autora.

O quinto capítulo apresenta a análise e as discussões dos resultados e também a opinião dos estudantes acerca do uso do *software* Geogebra.

E por fim, o sexto e último capítulo apresenta a conclusão do trabalho além de sugestões para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

No início da pesquisa, foi realizado um levantamento dos trabalhos já existentes quanto aos seguintes temas: geometria, Van Hiele, *software*, geometria dinâmica e Geogebra. Os campos de busca foram: a plataforma de dissertações do Profmat, o portal de dissertações e teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), o acervo de periódicos da Scientific Electronic Library Online (SciELO) e ainda o banco de dados do Google acadêmico.

Buscou-se primeiramente na plataforma de dissertações do Profmat, em que 2013 foi o ano das primeiras dissertações do programa, assim a busca foi feita nos últimos 5 anos. A Tabela 1 apresenta a listagem de quantidade de trabalhos postados na plataforma que possuem alguma palavra chave que remeta a esta pesquisa, utilizando cada palavra-chave elencada na tabela assim como os anos em que ocorreram as defesas.

Tabela 1 - Pesquisa realizada na plataforma do Profmat – 26/07/2017

	<b>Geometria</b>	<b>Van Hiele</b>	<b>Software</b>	<b>Geometria Dinâmica</b>	<b>Geogebra</b>
2017	24	0	6	0	22
2016	52	1	16	4	33
2015	82	2	25	3	44
2014	85	3	35	5	56
2013	101	1	30	8	44
<b>Total</b>	344	7	112	20	199

Fonte: a autora

No portal de pesquisa do Profmat, não é possível fazer a pesquisa com palavras-chaves agrupadas. Assim, decidimos selecionar para uma análise mais detalhada, os setes trabalhos relacionados à temática “Van Hiele”, sendo eles: Martins (2014), Souza (2014), Santos (2014), Santos (2015), Rodrigues (2015), Ferreira (2015) e Nagata (2016).

Em Martins (2014), estudantes do 8º e 9º ano foram expostos a uma abordagem construtivista para direcionar e orientar os estudantes sobre o Teorema de Tales à guisa da Teoria de Van Hiele. Um dos elementos motivadores também foi a História da Matemática. A atividade aplicada envolve a compreensão dos elementos formadores que compõe o Teorema de Tales e também as situações do cotidiano, com a finalidade de avaliar as habilidades e competências do processo de ensino e aprendizagem.

Souza (2014) faz uma comparação entre duas turmas A e B, com relação ao assunto de quadriláteros, reflexões e rotações. As duas turmas foram submetidas a um mesmo pré-teste. Na sequência, cada turma sofreu interferência por metodologias diferenciadas. Na turma A, foram desenvolvidas atividades com interferência das Teorias de Van Hiele, Nasser e (Nasser e Sant'Anna). Já na turma B, foi explorada uma metodologia tradicional, como na maioria das escolas, usando como base os livros didáticos. Após estas atividades, as duas turmas passaram por um mesmo pós-teste para verificar as diferenças entre as duas abordagens. A turma A apresentou melhores resultados.

Santos (2014) faz sua pesquisa com três turmas diferentes do Ensino Médio. Cada turma é submetida a diferentes metodologias, com base no assunto de Poliedros de Platão. A atividade na Turma 1 é baseada na Teoria de Van Hiele, na qual os professores e estudantes fazem juntos a construção de materiais concretos, conduzindo o estudante à reflexão, em que esse deixa de ser o sujeito passivo na aprendizagem. A Turma 2 passa por um ensino tradicional, em que o professor utiliza apenas pincel, quadro e livro didático. E a Turma 3 tem a metodologia tradicional, junto com a simples manipulação de sólidos. Dos resultados obtidos, percebeu-se que a Turma 1 obteve os melhores resultados, além de observar-se uma maior apropriação dos conceitos de Geometria Plana.

A pesquisa de Santos (2015), fundamentada na Teoria de Van Hiele, faz uma articulação entre material manipulável e *software* de geometria dinâmica (Geogebra) com relação aos assuntos de área de polígonos e poliedros. Estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental foram submetidos a pré-testes, intervenção pedagógica e por fim o pós-teste, podendo-se concluir que os estudantes tiveram uma melhora significativa na capacidade argumentativa e dedutiva, desenvolvimento da linguagem geométrica e avanço nos níveis de pensamento geométrico.

A dissertação de Rodrigues (2015) tem como foco estudantes do 8º ano, que são os sujeitos da pesquisa. O assunto em questão é triângulos, sendo feita uma sequência didática com diversos temas (classificação, condição de existência, medidas de lados e ângulos, soma de ângulos internos, teorema do ângulo externo e casos de congruência). O instrumento da pesquisa foram os testes de Van Hiele, teste sobre triângulos e uma sequência de atividades abordando triângulos. A intervenção pedagógica feita por meio de materiais manipuláveis e interação entre

estudantes – professor – estudantes e os momentos de discussão foram fundamentais para a compreensão de conceitos geométricos.

E ainda Ferreira (2015) faz a abordagem de poliedros regulares articulado com dobraduras (origami), fazendo uma sequência de atividades para a sondagem e aplicação de conceitos de geometria, através das fases de aprendizagem de Van Hiele, para que os próprios estudantes chegassem à conclusão de que existem apenas cinco poliedros regulares. Feita a atividade, na sequência são apresentados os teoremas acerca do assunto trabalho.

A dissertação de Nagata (2016) é baseada na Teoria de Van Hiele, construindo Instrumentos de Pesquisa a cerca de identificar os níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico, para estudantes do Ensino Fundamental II, com o conteúdo de Polígonos. Ao fim da pesquisa foram aprimorados esses instrumentos de pesquisa para um melhor diagnóstico dos níveis do pensamento geométrico.

Como comentado, a busca por dissertações na plataforma Profmat não realiza pesquisa com palavras-chave agrupadas. No entanto, pela descrição dos trabalhos acima, pode-se afirmar que apenas um trabalho está relacionado a Van Hiele e Geometria Dinâmica, o trabalho de Santos (2015). Assim, o trabalho desta plataforma que mais se aproxima com a proposta a ser desenvolvida nesta pesquisa é justamente o de Santos (2015), sendo que nos diferenciamos dele por trabalhar um aspecto mais amplo da geometria plana.

Como forma de verificar outros programas de pós-graduação que desenvolveram pesquisas relacionadas ao tema aqui proposto, fez-se uma consulta no portal da Capes de Dissertações e Teses. O período pesquisa foi o mesmo que na plataforma do Profmat, ou seja, os últimos cinco anos. A Tabela 2 mostra os resultados encontrados para cada um dos descritores nos últimos cinco anos.

Tabela 2 – Pesquisa realizada no portal de Dissertações e Teses da Capes – 26/07/2017

	<b>Geometria</b>	<b>Van Hiele</b>	<b>Software</b>	<b>Geometria Dinâmica</b>	<b>Geogebra</b>
2017	219	3	786	4	30
2016	990	15	4347	33	130
2015	973	15	3776	37	167
2014	924	16	3424	38	163
2013	884	4	3175	47	147
<b>Total</b>	3990	53	15508	159	637

Fonte: a autora

No portal da Capes, é possível fazer a busca com as palavras-chave agrupadas, assim a Tabela 3 a seguir apresenta os resultados fazendo um refinamento na busca.

Tabela 3 – Pesquisa realizada no portal de Dissertações e Teses da Capes – 26/07/2017 – Palavras agrupadas

Capes		
Data da pesquisa	Palavras chaves	Quantidade de produções
26/07/2017	Geometria, <i>Software</i>	639
	Geometria, Geometria Dinâmica	159
	Geometria, Geogebra	321
	Van Hiele, Geometria Dinâmica	9
	Van Hiele, <i>Software</i>	14
	Van Hiele, Geogebra	10
	<i>Software</i> , Geometria Dinâmica, Van Hiele	8
	Geometria Dinâmica, <i>Software</i> , Van Hiele e Geogebra	6

Fonte: a autora

Pode-se observar da Tabela 3 que são poucos os trabalhos no banco de teses e dissertações da Capes que contemplam os assuntos Geometria Dinâmica, Van Hiele, *Software* e Geogebra. Foram encontradas seis produções com esta busca, sendo elas produzidas pelos autores Santos (2013), Gonçalves (2015), Dall’Alba (2015), Costa (2016), Borsoi (2016) e Silva (2017). O trabalho de Santos (2015) também foi encontrado na plataforma do Profmat e descrito anteriormente.

Santos (2013) aborda estratégias pedagógicas para estudantes 9º ano, com relação ao assunto de Semelhança de Triângulos, usando para tal, as tecnologias para aprendizagem de geometria, com o *software* Geogebra. O trabalho foi feito em três etapas sendo elas: sorteio dos estudantes para determinação do grupo para discussão, resolução de exercícios com matérias manipuláveis e por fim a resolução dos mesmos exercícios com o Geogebra. O autor finaliza considerando que a geometria dinâmica auxilia na compreensão e apropriação de conteúdos.

Em Gonçalves (2015), o assunto de cônicas é explorado por meio do *software* Geogebra, usando a teoria construtivista de Van Hiele, pela qual busca-se desenvolver a criatividade e a postura crítica nos estudantes. Afirma que os recursos computacionais podem promover discussões e evidenciar comportamentos de algumas propriedades matemáticas.

Dall’Alba (2015) faz uma pesquisa qualitativa quanto ao desenvolvimento do pensamento geométrico em estudantes do 6º ano, com a inserção do Geogebra. Como resultado, a autora afirma que o *software* Geogebra, como recurso didático de

ensino aprendizagem, auxilia na construção do conhecimento, fazendo com que haja um avanço quanto ao pensamento geométrico.

No trabalho de Costa (2016), a metodologia utiliza pré e pós-teste, para o assunto de quadriláteros notáveis com o Geogebra, sob a teoria de Van Hiele.

Borsoi (2016) explora sequências didáticas em turmas do Ensino Médio, para amenizar as dificuldades encontradas em habilidades espaciais, no conteúdo de Geometria Espacial, com o auxílio do *software* de geometria dinâmica Geogebra. Para sua pesquisa, usa como base os teóricos Van Hiele, Duval e Gutiérrez.

E ainda Silva (2017) verifica as dificuldades em definições geométricas euclidianas em estudantes do Ensino Fundamental. A pesquisa tem por base a Teoria de Van Hiele. Através da análise da coleta de dados das atividades aplicadas, o autor relata que alguns estudantes conseguiram atingir o nível 2, enquanto outros permaneceram no nível 0.

Destes seis trabalhos encontrados pela busca realizada no portal da Capes, o trabalho que mais se aproxima com a proposta a ser desenvolvida nesta pesquisa é o de Dall’Alba (2015), sendo que nos diferenciamos dele por este restringir-se somente ao conteúdo do 6º ano.

Outra fonte de pesquisa utilizada foi o banco de dados da Scielo, em que encontramos pesquisas que não foram realizadas em nível de curso *stricto sensu*, sendo esses, artigos de revistas.

A sequência de pesquisa segue como nas outras duas fontes, com palavras-chaves individuais Geometria, Van Hiele, *Software*, Geometria Dinâmica e Geogebra como indicado na Tabela 4.

Tabela 4 - Pesquisa realizada no banco de dados da Scielo – 26/07/2017

	<b>Geometria</b>	<b>Van Hiele</b>	<b>Software</b>	<b>Geometria Dinâmica</b>	<b>Geogebra</b>
2017	18	1	277	1	4
2016	88	2	791	11	1
2015	98	1	909	4	3
2014	116	0	984	11	0
2013	115	2	850	10	5
<b>Total</b>	435	6	3811	37	13
<b>BRASIL</b>	180	3	1786	13	10

Fonte: a autora

A fim de refinar as buscas no portal da Scielo, foi feita a pesquisa com as palavras agrupadas, como indicado na Tabela 5 a seguir.

Tabela 5 - Pesquisa realizada no banco de dados da Scielo - 26/07/2017 – Palavras agrupadas

Scielo		
Data da pesquisa	Palavras chaves	Quantidade de produções
26/07/2017	Geometria, <i>Software</i>	38 (16 Brasil)
	Geometria, Geometria Dinâmica	37 (16 Brasil)
	Geometria, Geogebra	4 (3 Brasil)
	Van Hiele, Geometria Dinâmica	1 – México
	Van Hiele, <i>Software</i>	0
	Van Hiele, Geogebra	0
	<i>Software</i> , Geometria Dinâmica, Van Hiele	0
	Geometria Dinâmica, <i>Software</i> , Van Hiele e Geogebra	0

Fonte: a autora

Na Tabela 5, observa-se que poucos são os trabalhos nesta plataforma com a palavra-chave Van Hiele, e ainda em alguns casos de agrupamento das palavras, não é encontrado nenhum trabalho.

Para a plataforma da Scielo, então, analisou-se os três trabalhos do Brasil, com a associação das palavras Geometria e Geogebra: Lopes (2013); Silva e Penteado (2013); e Amado, Sanchez e Pinto (2015). E ainda fez-se a análise do único trabalho do México, Bernardis e Moriena (2014), relacionado às palavras-chave Van Hiele e Geometria Dinâmica.

Lopes (2013), neste artigo, apresenta um produto educacional (caderno de atividades) para Ensino Fundamental e Médio, em que se verifica as potencialidades e limitações do *software* Geogebra quanto ao ensino e aprendizado de trigonometria, usando para tal, a concepção da Didática da Matemática, junto com as Tecnologias da Informação e Comunicação. Utilizou-se o *software* de geometria dinâmica e atividades investigativas.

Silva e Penteado (2013) apresenta uma pesquisa feita com futuros professores de Matemática de um grupo de pesquisa, os quais leram e discutiram artigos científicos, apropriaram-se e exploraram *softwares* e elaboraram oficinas para estudantes do Ensino Médio. Ao final, são realizadas reflexões, pelo grupo, dos principais imprevistos que podem ocorrer com as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC).

A pesquisa de Amado, Sanchez e Pinto (2015) apresenta a análise do uso do Geogebra na aprendizagem de demonstrações matemáticas, com o conteúdo de propriedades dos triângulos e seus pontos notáveis, para alunos do 9º ano. A maioria dos alunos apontam o Geogebra como instrumento motivador na aprendizagem pelo fato da experimentação e manipulação de figuras. O Geogebra é



considerado nesta pesquisa o ponto de partida para a construção e manipulação de demonstrações.

Bernardis e Moriena (2014) também traz em seu artigo a questão de demonstrações no *software* de geometria dinâmica Geogebra. Com fundamentos no modelo do pensamento geométrico de Van Hiele, são feitas atividades em torno de um problema, proposto para alunos do nível secundário (15 a 17 anos) e também para alunos do primeiro ano do nível superior, relatando que as demonstrações são atividades significativas para alunos nesse nível educacional.

Logo, nota-se que no portal Scielo são poucos os trabalhos relacionados à temática desta pesquisa. Pela descrição dos trabalhos acima, pode-se afirmar que o único trabalho que está relacionado à Teoria de Van Hiele e Geometria Dinâmica é o de Bernardis e Moriena (2014), porém não tem relação com a temática desta pesquisa.

Concluída a busca no acervo do Scielo, fez-se na sequência, a busca no banco de dados do Google Acadêmico, conforme mostra a Tabela 6.

Tabela 6 - Pesquisa realizada no banco de dados do Google Acadêmico - 26/07/2017

	<b>Geometria</b>	<b>Van Hiele</b>	<b>Software</b>	<b>Geometria Dinâmica</b>	<b>Geogebra</b>
2017	9.640	582	226.000	207	2.300
2016	18.900	802	389.000	372	3.730
2015	21.500	852	677.000	493	3.240
2014	22.100	864	934.000	422	2.880
2013	23.000	914	1.150.000	543	2.970
<b>Total</b>	95.140	4.024	3.376.000	2.037	15.100

Fonte: a autora

Como os resultados obtidos da busca isolada das palavras foi muito amplo, realizou-se uma nova busca com as palavras agrupadas da mesma forma feita anteriormente, como indicados na Tabela 7.

Tabela 7 - Pesquisa realizada no banco de dados do Google Acadêmico - 26/07/2017 – Palavras agrupadas

Google Acadêmico		
<b>Data da pesquisa</b>	<b>Palavras-chave</b>	<b>Quantidade de produções</b>
26/07/2017	Geometria, Software	3750
	Geometria, Geometria Dinâmica	207
	Geometria, Geogebra	416
	Van Hiele, Geometria Dinâmica	11

Continua

Data da pesquisa	Palavras-chave	Quantidade de produções
26/07/2017	Van Hiele, <i>Software</i>	205
	Van Hiele, Geogebra	116
	<i>Software</i> , Geometria Dinâmica, Van Hiele	10
	Geometria Dinâmica, <i>Software</i> , Van Hiele e Geogebra	6

Fonte: a autora

Observa-se na pesquisa do banco de dados do Google Acadêmico, que os trabalhos relacionados com as palavras agrupadas Geometria Dinâmica, *Software*, Van Hiele e Geogebra são seis. Assim serão explorados estes seis trabalhos, sendo eles: Costa (2016); Leivas, Souza e Portella (2017); Cuéllar e Salazar (2017); Rezende (2017); Silva (2017) e Cobellache (2017). O trabalho de Silva (2017) já foi mencionado na plataforma Capes e ao acessar o *link* do o trabalho de Cobellache (2017), a página apresenta “erro no acesso”. Portanto analisaremos apenas os outros quatro trabalhos do banco de dados do Google Acadêmico.

O trabalho de Costa (2016) aplicado a alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública do Recife – PE, teve como objetivo investigar as estratégias dos estudantes para o desenvolvimento de uma sequência didática, usando o *software* Geogebra, no conceito de quadriláteros notáveis. A análise da pesquisa qualitativa se deu por meio das produções no Geogebra e também os registros das atividades em fichas impressas. Foram três as estratégias encontradas, sendo elas pragmática (apresenta aspectos globais dos quadriláteros notáveis), aplicativa (fornece definições usuais dos quadriláteros notáveis) e relacional (mostra as propriedades dos quadriláteros notáveis).

O Trabalho de Leivas, Souza e Portella (2017) está relacionado ao ensino de geometrias não-euclidianas na escola básica no Brasil, utilizando como ferramenta, o Geogebra. Foram selecionados três estudantes do Ensino Fundamental para averiguar os conhecimentos acerca da geometria hiperbólica, segundo o modelo de Poincaré. Outros três estudantes do Ensino Médio estudaram a geometria elíptica (mais especificamente a relação entre ângulo central e ângulo inscrito na circunferência). O objetivo do trabalho era investigar a possibilidade de introdução destas geometrias com o uso do *software* Geogebra em escolas básicas no Brasil, e como resultado da pesquisa percebeu-se que é possível.

No trabalho de Cuéllar e Salazar (2017), realizou-se a análise de gênese instrumental na noção de simetria axial com o uso do Geogebra. A pesquisa é realizada com estudantes de 12 e 13 anos, tendo como fundamentos teóricos, a abordagem instrumental de Rabardel. A metodologia utilizada é a engenharia didática de Artigue. Como resultado da pesquisa percebeu-se, por meio de esquemas, que os estudantes obtiveram a noção e compreensão das propriedades da simetria axial.

A pesquisa de Rezende (2017), de caráter qualitativo, aplicada a alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, em uma escola do interior do Rio de Janeiro, buscou ampliar a compreensão de polígonos, com o uso de materiais didáticos manipuláveis. A coleta e a análise de dados deram-se por meio de uma sequência didática, com tarefas de cunho exploratório-investigativas e materiais didáticos manipuláveis. Como resultado, verificou-se a importância das aulas de cunho investigativo para aprendizagem de polígonos, tornando os alunos mais autônomos e facilitando o desenvolvimento do pensamento geométrico. Ainda verificou-se a análise da própria prática, a alternância de papéis (professor-aluno) e também para ambos uma postura mais livre e autônoma.

Dos seis trabalhos citados acima, observa-se que o trabalho de Silva (2017) é o que mais se aproxima da temática deste trabalho, que está associado a Geometria Dinâmica, Geogebra e a Teoria de Van Hiele, porém o trabalho está restrito aos quadriláteros notáveis. Esta pesquisa busca investigar o nível do pensamento geométrico independente dos conteúdos abordados.

Nesta revisão de literatura, o total de 21 trabalhos foram analisados entre dissertações, teses e artigos, sendo sete da plataforma do Profmat, seis do portal da Capes, quatro do portal Scielo e quatro do banco de dados do Google Acadêmico. Desta análise, podemos afirmar que aquele que está mais próxima a temática de nossa pesquisa é o trabalho de Dall'Alba (2015), em que a autora pesquisa o desenvolvimento do pensamento geométrico em estudantes do 6º ano como auxílio do Geogebra.

No entanto, nossa pesquisa se diferencia do trabalho da autora mencionada pelo fato de que pretendemos analisar o nível do pensamento geométrico em estudantes do primeiro ano do Ensino Médio. Isso infere na análise de um nível de ensino superior do analisado por Dall'Alba (2015) e com atividades voltadas para a

geometria plana. Ainda, nossa análise se dará exclusivamente pela execução das atividades realizadas no Geogebra.

Após a apresentação de alguns trabalhos relacionados à geometria, Van Hiele, *software*, geometria dinâmica e Geogebra o próximo capítulo apresenta a fundamentação teórica da presente pesquisa.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O presente capítulo divide-se em cinco seções. A primeira trata de uma breve abordagem histórica da geometria desde o tempo dos sumérios, passando pelo principal período da geometria, a geometria grega, até as geometrias não-euclidianas e dos fractais. Na segunda seção é explorado o ensino da geometria no Brasil, como esse assunto foi introduzido no currículo escolar, impactos do Movimento da Matemática Moderna, o abandono do ensino da geometria no Brasil e também o que os documentos oficiais trazem com relação a geometria. A terceira seção aborda a Teoria do casal Van Hiele que fundamenta o pensamento geométrico. A seção seguinte apresenta uma explanação sobre os conceitos de Tecnologias Educacionais e, por fim, a quinta seção apresenta a geometria dinâmica e o *software* Geogebra.

#### 3.1 HISTÓRIA DA GEOMETRIA

A palavra Geometria vem do grego, junção de geo (terra), métron (medir), assim Geometria tem como significado “medida da terra”.

Segundo Eves (1992), o registro mais antigo relacionado à Geometria são as tábuas de argila cozida, encontradas na Mesopotâmia pelos sumérios, por volta do ano de 3000 a.C.. Ainda, as principais fontes de informações a respeito da Geometria egípcia antiga são os papiros de Moscou (1850 a.C.) e de Rhind (1650 a.C.) apresentados nas Figuras 1 e 2 respectivamente. Estes papiros apresentam juntos aproximadamente 110 problemas, dos quais 26 deles estão relacionados à Geometria e envolvem área de terras e volume de celeiros, assim como a pirâmide de Giseh, construída cerca de 2900 a. C., que exigiu a noção de uma Geometria intuitiva.

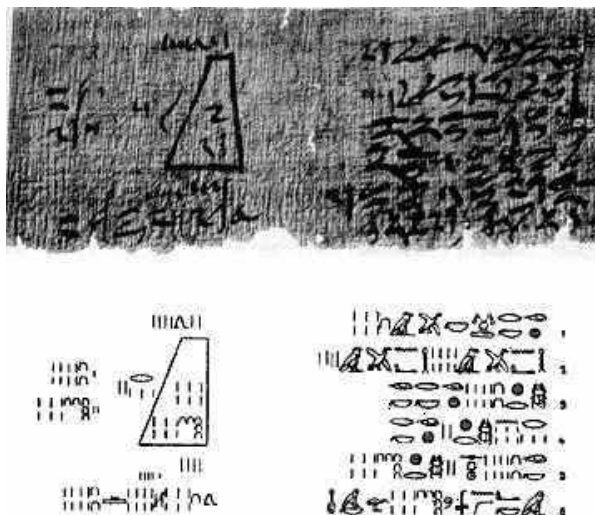


Figura 1 - Papiro de Moscou

Fonte: <http://www.matematica.br/historia/pmoscou.html>



Figura 2 - Papiro de Rhind

Fonte: <http://www.matematica.br/historia/prhind.html>

Após mudanças políticas e econômicas no Egito e na Babilônia, houve também um decaimento do poder, assim novos povos passam ao primeiro plano. Assim os desenvolvimentos posteriores da geometria foram passados aos gregos, sendo Tales e Pitágoras, os principais deles no século VI a. C. A principal fonte de informação quanto à geometria grega é o *Sumário eudemiano*, de Proclus (século V d. C.), que abrange o desenvolvimento da geometria grega desde os tempos mais primitivos até Euclides.

Segundo o *Sumário Eudemiano*, os estudos da geometria grega começaram com Tales de Mileto, com métodos dedutivos matemáticos. Na sequência Pitágoras,

de Crotona, sul da Itália, o qual se assemelha a Tales pelo fato de também ter viajado pelo Egito e Babilônia. Ele então cria a escola pitagórica, para Eves (1992), uma irmandade unida por mistérios, ritos cabalísticos e cerimônias; escola empenhada no estudo de filosofia, matemática e ciências naturais.

Segundo Boyer (1974), é difícil caracterizar a figura de Pitágoras, devido ao fato da comunidade que fundou ser comunitária e secreta. Conhecimento e propriedade eram comuns, as descobertas feitas não eram atribuídas a um membro específico da escola. Com isso, fala-se em contribuições pitagóricas e não contribuições de Pitágoras, por mais que fosse usual dar créditos ao mestre.

Para os pitagóricos, o mundo era movido pelos números. Os números eram sua filosofia.

O número um, diziam eles, é o gerador dos números e o número da razão; o número dois é o primeiro número par, ou feminino, o número da opinião; três é o primeiro número masculino verdadeiro, o da harmonia, sendo composto de unidade e diversidade; quatro é o número da justiça ou retribuição indicando o ajuste de contas; cinco é o número do casamento, união dos primeiros números verdadeiros feminino e masculino; e seis é o número da criação. [...] O mais sagrado era o dez ou o tetractys, pois representava o número do universo, inclusive a soma de todas as possíveis dimensões geométrica. (BOYER, 1974, p.39)

No ano 300 a. C., Euclides produziu sua obra memorável *Os Elementos*, de longe seu trabalho mais importante, o qual é utilizado nos dias atuais. Junto de Arquimedes (287 - 212 a. C.) e Apolônio (225 a.C.), foi considerado um dos mais importantes geômetras gregos. Pouco se sabe sobre a vida de Euclides, supõe-se que estudou como discípulo de Platão devido à semelhança de seus trabalhos.

Boyer (1974) afirma que cinco obras de Euclides sobreviveram até hoje: *Os elementos*, *Os dados*, *Divisão de figuras*, *Os fenômenos* e *Óptica*. *Os elementos* estão divididos em treze livros ou capítulos, sendo os seis primeiros relacionados à geometria plana elementar, os três na sequência abordam a teoria dos números e, por fim, os três últimos exploram sobre geometria no espaço.

Nascido em Siracura (Sicília) e educado em Alexandria (Egito), Arquimedes (287 – 212 a. C.) era conhecido como pai da geometria e ainda chamado de inventor de engenhosidades mecânicas. Suas principais engenhosidades foram: a alavanca, o parafuso de Arquimedes e ainda uma das suas principais contribuições foi o chamado Princípio Hidrostático de Arquimedes. Dentro da matemática, suas

contribuições foram: Medida de um círculo (cálculo de  $\pi$ ); Quadratura da Parábola; Espirais (hoje parte do Cálculo Integral); Geometria Espacial (Esfera e Cilindro).

Apolônio (225 a.C.) era conhecido como o “O Grande Geômetra”, viveu em Perga e sua obra mais famosa chama-se “Secções Cônicas”, na qual determina os termos “elipse”, “parábola” e “hipérbole”.

A época da geometria grega chega ao fim com a morte de Apolônio. Os centros gregos foram caindo um após o outro sob o poder das tropas romanas em 146 a.C. (BOYER, 1974).

É notável perceber que, após a queda dos gregos, o estudo de geometria foi decaindo. Para Eves (1992), com a ascensão do Império Romano, o trabalho científico torna-se cada vez mais sufocante, fazendo com que haja um declínio gradual do pensamento criativo. Durante o período da alta Idade Média europeia (sec. V até séc. XI), o ensino quase deixou de existir, o saber grego por pouco não desapareceu e grande parte das artes e ofícios transmitidos pelo mundo antigo foram esquecidos.

Enquanto os povos do Oriente se mantinham relutantes ao ensino, hindus e árabes se sobressaíam, sendo considerados os maiores depositários da matemática. Eves (1992) afirma que o modo como os árabes se apropriaram do saber grego e hindu teve importância considerável para a preservação de grande parte da cultura do mundo.

Segundo Eves (1992), pode-se dizer que o século XII foi considerado como o século dos tradutores. O século XIII foi o período do surgimento das universidades (Paris, Oxford, Cambridge, Pádua e Nápoles). O século XIV foi improdutivo para a Matemática. Já no século XV, período do Renascimento, houve um reaparecimento da arte e do saber na Europa, assim dando início aos estudos da geometria projetiva. Na primeira metade do século XVII, começaram os estudos mais profundos da geometria analítica: coleção de pontos no plano cartesiano.

Em torno do século XIX, os focos estavam voltados ao estudo da geometria não euclidiana, que tem como primeiro estudo o quinto postulado de Euclides, o “Axioma das Paralelas”. Matemáticos famosos como Gauss, Lobachevski, Bolyai e ainda Riemann estudavam a geometria em espaços curvos, tais como a geometria esférica, hiperbólica, elíptica.

Nas últimas décadas aconteceram investigações sobre a geometria dos fractais, os estudos dessa geometria se tornaram intensos em torno de 1975, ano



em que o matemático polonês naturalizado americano Benoit Mandelbrot publicou seu primeiro livro intitulado como “*Geometry of the nature*” que trouxe a sua mais célebre frase: “Nuvens não são esferas, montanhas não são cones, os litorais não são círculos, a casca das árvores não é lisa e tampouco a luz viaja em linha reta”, essa obra foi o marco inicial da Geometria Fractal.

Segundo Borba (2005) Mandelbrot denominou fractal baseando-se no adjetivo em latim *fractus*, que provém do verbo *frangere* cujo significado é quebrar: criar fragmentos irregulares, fragmentar. Carvalho (2005) afirma que a definição de fractal é um problema em aberto na Matemática. Várias foram as tentativas de definir um fractal, mas todas deixam alguma lacuna, porém o autor constrói uma definição para embasar um objeto caracterizado como fractal: “é uma figura geométrica em que uma parte se assemelha a toda figura, obtida através de um processo iterativo e que pode ter uma dimensão não inteira”.

A partir deste breve histórico da Geometria no decorrer dos anos, é possível perceber que a maior parte da construção de conceitos da geometria aconteceu entre os egípcios e gregos. Mas mesmo antes e depois dos egípcios e gregos, é notável a evolução e contribuição de outros povos para o crescente desenvolvimento da geometria. A seção a seguir trata do ensino da geometria, como ocorreu sua inserção no ensino e de que forma tem sido trabalhada nas escolas nos dias atuais.

### 3.2 ENSINO DA GEOMETRIA

No Brasil, o ensino de geometria não apresenta registros antes da chegada dos Portugueses, mas ao observar a questão cultural dos nativos da região, percebe-se que já tinham noções intuitivas através de suas artes corporais, pinturas, moradias, entre outros.

Segundo Goés e Goés (2015), com a chegada dos jesuítas, em 1549, o ensino começa a ser sistematizado. Mas é só no ano de 1810, com a implantação da Academia Real da Marinha, é que foram instituídas mudanças profundas no ensino de Matemática.

Mocrosky (2012) afirma que,

a presença da geometria no ensino brasileiro veio na esteira da formação para a defesa e o ataque, portanto, para os propósitos onde a guerra se torna o tema central. Com aulas de fortificação houve o preparo para uma atividade específica e com isso um profissional qualificado. (MOCROSKY, 2012, p.3)

Em torno da década de 1960, vem à tona o Movimento da Matemática Moderna, movimento esse, segundo Mocosky (2012), que veio na tentativa de tornar a matemática escolar mais próxima da matemática científica. Mas que não trouxe melhoras significativas no ensino da matemática. Pavanello (1993) afirma que o Movimento da Matemática Moderna tinha a presente preocupação com a utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos.

Quanto a geometria, opta-se num primeiro momento, [...] para sua representação, a linguagem da teoria de conjuntos. Procura-se trabalhá-la segundo uma abordagem “intuitiva” que se concretiza nos livros didáticos, [...] Não existe qualquer preocupação com a construção de uma sistematização a partir de noções primitivas e empíricas elaboradas. (PAVANELLO, 1993, p. 13)

Assim como Pavanello (1993), Passos (2000) apresenta uma relação entre o Movimento da Matemática Moderna e o abandono do ensino da geometria nas escolas.

muitos pesquisadores têm discutido o crescente abandono do ensino da Geometria no Brasil e também no exterior [...]. Diversas causas têm sido apontadas como responsáveis por esse abandono, dentre elas destacando-se a reforma do ensino advinda com o Movimento da Matemática Moderna e, também, o despreparo do professor com relação ao desenvolvimento de conteúdos geométrico. (PASSOS, 2000, p. 54)

Barbosa (2003) e Lorenzato (1995) apontam algumas questões relacionadas ao abandono do ensino de Geometria nas escolas brasileiras, tais como má formação, falta de preparo dos professores, assim como a forma de apresentação deste conteúdo nos livros didáticos. Segundo Lorenzatto (1995),

a Geometria está ausente ou quase ausente da sala de aula. Vários trabalhos de pesquisadores brasileiros [...] confirmam essa lamentável realidade educacional. E por que essa omissão? São inúmeras as causas, porém, duas delas estão atuando forte e diretamente em sala de aula: a primeira é que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas. [...] A segunda causa da omissão geométrica deve-se à exagerada importância que entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que

estão submetidos. E como a Geometria neles aparece? Infelizmente em muitos deles a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais de mundo físico. Como se isso não bastasse, a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo. (LORENZATO, 1995, p.1-2)

No mesmo viés Pavanello (1993) questiona sobre os principais aspectos relacionados à ausência do ensino da geometria em sala de aula. Isso provém dos professores que não se sentem preparados? Dos livros didáticos que apresentam o conteúdo de geometria apenas nos últimos capítulos dos livros? Ferreira (2005) ainda argumenta que:

Nos dias de hoje, ainda encontramos livros didáticos com capítulos destinados à geometria no final do livro. Muitos professores, a secundarizam ao dizerem: “não deu tempo de trabalhar os conteúdos de geometria”. É preciso reverter esse quadro, pois acredita-se que a partir dos entes geométricos é possível ensinar todos os outros conceitos matemáticos. Sendo a geometria um ente que se relaciona diretamente com a prática, torna-se fácil a sua compreensão. (FERREIRA, 2005, p.8)

Mas será que apenas esta mudança contribui efetivamente para que os professores, em seu planejamento, não deixem o conteúdo de geometria para o fim do ano letivo? Diante do exposto, percebe-se que o abandono da geometria ainda perdura e é tema de muitos trabalhos. Mas afinal, como a Geometria é apresentada nos documentos oficiais?

Conforme proposto nos PCN+ (2002), a matemática no Ensino Médio deve ser considerada uma área fundamental do conhecimento humano para formação dos estudantes. Ela deve contribuir para a construção de uma visão de mundo que lhes possibilite ler e interpretar a realidade social e desenvolver capacidades que serão necessárias para sua vida social e profissional.

Aprender matemática de forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias a sua formação. (BRASIL, 2002, p.111)

As propostas para ensino da Matemática no Ensino Médio constituem-se de unidades temáticas que visam contribuir para esta formação, são elas: Álgebra - compreendendo o estudo dos números e das funções; Geometria e medidas - tratando das formas planas e tridimensionais e suas representações em desenhos, planificações, modelos e objetos do mundo concreto; Análise de dados – tendo como objeto de estudos os conjuntos finitos de dados que podem ser numéricos ou de informações qualitativas. Enquanto para o estudo da geometria no Ensino Médio, são propostas quatro unidades temáticas: geometria plana, geometria espacial, métrica (áreas e volumes) e geometria analítica.

Especificamente na unidade temática “geometria plana”, apresentada nos (PCN), propõem-se conteúdos que possibilitem ao estudante à:

- Identificação de dados e relações geométricas na resolução de situações-problemas;
- Análise e interpretação de diferentes representações de figuras planas;
- Uso de formas geométricas planas para representar ou visualizar partes do mundo real;
- Utilização das propriedades geométricas relativas aos conceitos de congruência e semelhança de figuras;
- Uso de escalas em representações planas.

Além das possibilidades que os conteúdos de Geometria podem influir no estudante, de acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006), o ensino de Geometria

deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. (BRASIL, 2006, p. 75)

Walle (2009) afirma que certamente nós não somos todos iguais, mas somos todos capazes de crescer e desenvolver nossa habilidade de pensar e raciocinar em contextos geométricos.

Os PCN+ (2002) abordam a relação entre o ensino da geometria no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, afirmando que:

O ensino da Geometria no ensino fundamental está estruturado para propiciar uma primeira reflexão dos alunos através da experimentação e de deduções informais sobre as propriedades relativas a lados, ângulos e diagonais de polígonos, bem como o estudo de congruência de figuras planas. Para alcançar um maior desenvolvimento do raciocínio lógico, é necessário que no ensino médio haja um aprofundamento dessas ideias no sentido de que o aluno possa conhecer um sistema dedutivo, analisando o significado de postulados e teoremas e o valor de uma demonstração para atos que lhe são familiares. (BRASIL, 2002, p.123)

Seguindo esse mesmo raciocínio que no ensino fundamental as deduções são informais e no ensino médio as deduções passam a ser formais, dois educadores holandeses, Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele, abordam em sua teoria o pensamento geométrico. Essa teoria tem contribuído quanto às diferenças desse pensamento e como essas diferenças são estabelecidas, sendo a teoria denominada de “Teoria de Van Hiele”. Como esta teoria é a base da análise do presente trabalho, será apresentada brevemente na próxima seção.

### 3.3 TEORIA DE VAN HIELE

Segundo a Teoria Hiele, existem cinco níveis de aprendizagem em geometria (WALLE, 2009), apresentados na figura 3. Os níveis são:

- Nível 0: visualização – neste nível, é a aparência das formas que as define.
- Nível 1: análise – neste nível, os alunos começam a apreciar que uma coleção de formas é composta devido as suas propriedades.
- Nível 2: dedução informal – neste nível, os alunos serão capazes de acompanhar e apreciar um argumento dedutivo informal sobre formas e suas propriedades.
- Nível 3: dedução – neste nível, os alunos serão capazes de trabalhar com sentenças abstratas, sobre as propriedades geométricas e estabelecer conclusões baseadas mais na lógica do que na intuição.
- Nível 4: rigor – neste nível, os alunos estudam os próprios sistemas axiomáticos, não apenas as deduções dentro de um sistema.



Figura 3 - Níveis do pensamento geométrico segundo a Teoria Hiele  
 Fonte: Walle (2009) – adaptado pela autora

Além desses cinco níveis, existem quatro características essenciais desta Teoria (WALLE, 2009):

- 1) Os níveis são sequenciais;
- 2) Os níveis não dependem da idade, no sentido dos estágios de desenvolvimento de Piaget;
- 3) A experiência geométrica é o fator simples de maior influência sobre o avanço ou desenvolvimento através dos níveis;
- 4) Quando o ensino ou a linguagem está em um nível superior ao estudante, haverá uma falta de comunicação.

Segundo Walle (2009), para que esta teoria se efetive, os alunos devem iniciar seus estudos no Ensino Médio para um currículo de geometria dedutiva. Desta forma, é importante que o pensamento geométrico tenha se desenvolvido até

o nível 2 no Ensino Fundamental, ou seja, o aluno deve saber argumentar de maneira dedutiva informal sobre formas e suas propriedades.

O Quadro 01 é apresentado por Dall’Alba (2015) com os níveis do modelo Van Hiele, além disso, associa para cada nível cinco habilidades.

Quadro 1 - Níveis da Teoria de Van Hiele e Habilidades

Habilidades	Nível 0 Reconhecimento/ visualização	Nível 1 Análise	Nível 2 Dedução Informal	Nível 3 Dedução Formal	Nível 4 Rigor
Visual	Reconhecer figuras geométricas em um desenho, reconhecer informações encontradas em uma figura.	Perceber uma figura como parte de outra maior; identificar propriedades de uma figura.	Reconhecer inter-relações e propriedades comuns entre figuras distintas.	A partir de informações de uma figura deduzir outras informações.	Identificar, utilizando figuras, suposições injustificadas; perceber figuras pertinentes a diversos sistemas dedutivos.
Verbal	Dada uma figura, associar a esta o nome correto; compreender expressões que descrevem as figuras.	Detalhar formalmente as diversas propriedades de uma figura.	Definir, correta e precisamente, as palavras, elaborar expressões apresentando inter-relações entre as figuras.	Perceber as diferenciações entre definições, axiomas e teoremas; identificar o que é apresentado e o que é solicitado para fazer numa atividade.	Detalhar diversos sistemas dedutivos; elaborar expressões de resultados presumidos.
Desenho ou Gráfica	Criar esquemas de figuras e identificar corretamente as partes dadas.	Transpor para um desenho as comunicações expressas verbalmente; esboçar o desenho de uma figura a partir de propriedades dadas.	A partir de certas figuras dadas ser capaz de construir outras figuras pertinentes as primeiras.	Desenhar ou construir uma figura específica a partir de informações dadas; identificar quando é necessária a utilização de elementos auxiliares em uma determinada figura.	Conceber as limitações e oportunidades das diversas reproduções gráficas; descrever graficamente, em diferentes sistemas dedutivos, conceitos não formalizados.

Continua

Habilidades	Nível 0 Reconhecimento/ visualização	Nível 1 Análise	Nível 2 Dedução Informal	Nível 3 Dedução Formal	Nível 4 Rigor
Lógica	Entender as diferenças e semelhanças que existem entre as figuras; perceber a preservação da forma de uma figura independente de sua posição.	Perceber que existem diferentes tipos de classificação de figuras; verificar que é possível distinguir uma figura pelas suas propriedades.	Determinar se uma classe de figuras está contida em outra por meio de suas propriedades; entender o quanto importante é uma boa definição.	Desenvolver demonstrações utilizando regras de lógica; inferir consequências a partir de informações dadas.	Entender as limitações e oportunidades dos axiomas ou teses; distinguir quando um sistema de axiomas é independente, consistente e categórico.
Aplicação	Reconhecer, nos elementos do meio ambiente, formas geométricas.	Perceber propriedades geométricas nos elementos do meio ambiente; em um modelo ou no papel reproduzir fenômenos físicos.	Compreender o conceito de um modelo matemático que retrata relações entre objetos.	A partir de informações concedidas ou adquiridas inferir propriedades dos objetos; solucionar problemas que associam objetos.	Retratar sistemas abstratos utilizando modelos matemáticos; criar padrões matemáticos para representar fenômenos físicos, sociais e naturais.

Fonte: Dall'Alba (2015), p. 52 – adaptado pela autora

A Figura 4 apresenta um conjunto de figuras geométricas sobre as quais é possível criar atividades para explorar o raciocínio geométrico com relação aos níveis 0, 1 e 2.





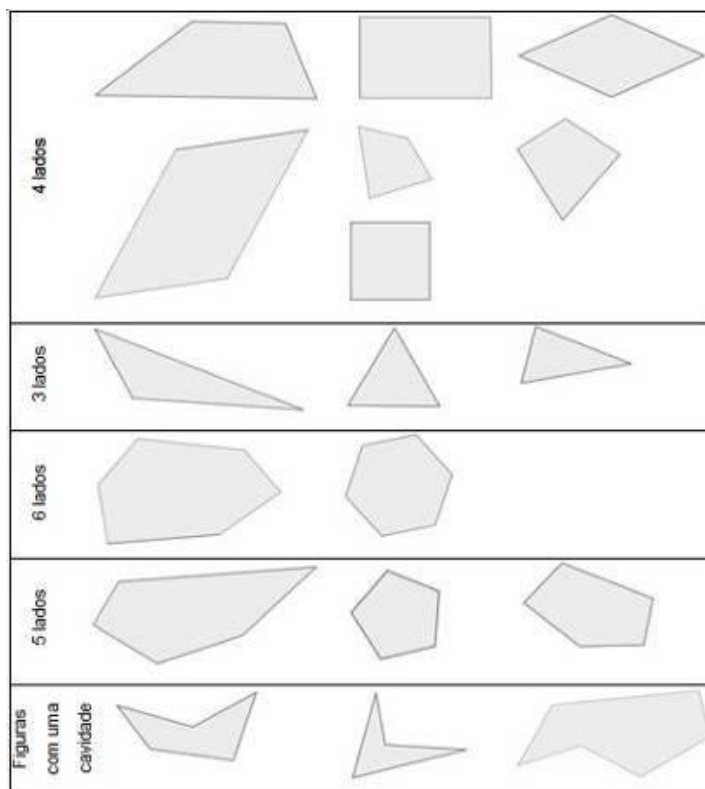


Figura 5 - Exemplo de resolução do nível 0  
Fonte: a autora

Utilizando a Figura 4, no “nível 1”, que exige dos estudantes a percepção das características das figuras, identificando propriedades, os estudantes podem separar as figuras de acordo com suas propriedades e classificação formal, como mostra um exemplo na Figura 6.


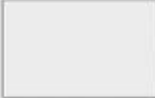

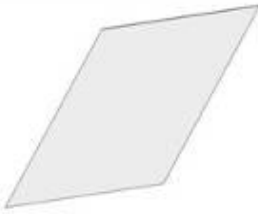

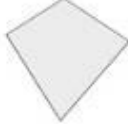

4 lados			
	Trapézio	Retângulo	Losango
			
	Paralelogramo	Quadrilátero	Quadrilátero
			
	Quadrado		

Figura 6 - Exemplo de resolução de atividade do nível 1  
Fonte: a autora

Já no “nível 2”, os estudantes deverão ser capazes de perceber relações e propriedades comuns entre diferentes figuras. Os grupos devem começar a fazer conjecturas com relações às figuras geométricas. Dando continuidade à atividade anterior, os alunos podem sugerir novas figuras para complementar os grupos formados de acordo com as propriedades e classificações aplicadas, no exemplo representado na Figura 7.


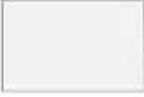





4 lados	 Trapézio Escaleno	 Retângulo e Paralelogramo	 Losango e Paralelogramo
	 Paralelogramo	 Quadrilátero	 Quadrilátero
	 Quadrado, Retângulo, Losango e Paralelogramo		

Figura 7 - Exemplo de resolução de atividade do nível 2  
 Fonte: a autora

Walle (2009) afirma que utilizar materiais concretos, desenhos e modelos computacionais são fundamentais para o desenvolvimento de cada nível. Com isso, nesta pesquisa, as atividades desenvolvidas terão como suporte recursos das tecnologias educacionais, que serão abordadas mais detalhadamente na próxima seção.

### 3.4 TECNOLOGIA EDUCACIONAL

Para Kenski (2012), a tecnologia vai muito além de máquinas e equipamentos.

O conceito de tecnologia engloba a totalidade das coisas que a engenhosidade do cérebro humano conseguiu criar em todas as épocas, suas formas de uso, suas aplicações. [...] existem muitas tecnologias ao nosso redor que não são máquinas. Os exemplos mais próximos são as próteses – óculos e dentaduras – e os medicamentos. (KENSKI, 2012, p.23)

Então devemos considerar que a tecnologia engloba muito mais do que imaginamos? Dentro de uma sala de aula, o que é considerado como tecnologia? Apenas computadores, projetores e tv's? Góes e Góes (2015) afirmam que existem diversos recursos tecnológicos dentro de um ambiente escolar, sejam eles antigos ou novos, chamados de novas tecnologias tais como, quadro de giz, livros, gibis, caderno, lápis, computadores, vídeos, rádio, cartazes, projetores, murais, TV, jornais, DVD e revistas.

Kenski (2012), afirma que:

As novas tecnologias de comunicação (TICs), sobretudo a televisão e o computador, movimentaram a educação e provocaram novas mediações entre a abordagem do professor, a compreensão do aluno e o conteúdo veiculado. [...] Quando bem utilizadas, provocam a alteração dos comportamentos de professores e alunos, levando-os ao melhor conhecimento e maior aprofundamento do conteúdo estudado. (KENSKI, 2012, p. 45)

Valente (2014) aborda a relação entre comunicação e educação, principalmente a educação desenvolvida por meio das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC). Porém, no ramo da educação, Valente afirma que as salas de aulas ainda não acompanharam as mudanças ocorridas no ramo da comunicação. Muitas salas de aulas ainda funcionam apenas utilizando lápis e papel, em que o professor assume o papel de protagonista principal, detentor e transmissor da informação.

Ainda, segundo Valente (2014),

O conhecimento é fruto do significado que é atribuído e representado na mente de cada indivíduo, com base nas informações advindas do meio em que ele vive. É algo construído por cada um. [...] a educação tem o papel fundamental e o compromisso de ajudar o receptor-sujeito- o aprendiz – a construir o seu conhecimento. (VALENTE, 2014, p. 143)

Assim, as TDIC tem seu papel na construção deste conhecimento, como ferramentas cognitivas, desempenhando diversos papéis.

Para isso, devem-se atentar-se às formas de utilização das tecnologias digitais em sala de aula, com o intuito de tornar o aprendizado mais significativo, bem como evitar que seu uso seja de forma mecânica com aulas expositivas, como ocorre na forma tradicional. É importante a reflexão do professor sobre como tais tecnologias serão levadas para sala de aula, para tanto o professor deve planejar suas aulas de forma organizada.

Valente (1993) ainda argumenta sobre o computador não ser uma “máquina de ensinar”, mas sendo considerado como uma nova mídia educacional, o computador seria uma ferramenta educacional, que geraria uma mudança na qualidade do ensino.

Para Góes e Góes (2015)

a tecnologia educacional é todo recurso que facilite o processo de ensino-aprendizagem. Portanto, é inequívoco afirmar que essa ferramenta auxilia o educador em seu trabalho, cabendo a esse profissional o papel de mediação para que o uso desse recurso seja significativo. (GÓES e GÓES, 2015, p. 117)

Por isso é importante ressaltar que apenas levar os alunos a um laboratório de informática e coloca-los para usar um determinado *software* durante as aulas não há certeza de resultados positivos. Faz-se necessário a preparação desta aula, preparação das atividades. Atividades essas que ajudem os alunos a pensar, raciocinar, refletir sobre o tema abordado e acima de tudo com que o aluno consiga manipular, testar suas ideias, usando o *software* como um facilitador, tendo o professor como o mediador deste processo de ensino-aprendizagem.

Segundo Moran (2004),

ensinar e aprender estão sendo desafiados como nunca antes. Há informações demais, múltiplas fontes, visões diferentes de mundo. Educar hoje é mais complexo porque a sociedade também é mais complexa e também o são as competências necessárias. As tecnologias começam a estar um pouco mais ao alcance do estudante e do professor. Precisamos repensar todo o processo, reaprender a ensinar, a estar com os alunos, a orientar atividades, a definir o que vale a pena fazer para aprender, juntos ou separados. (MORAN, 2004, p. 246)

Os professores estão enfrentando diversos desafios, tanto tecnológicos, quanto pedagógicos. As novas tecnologias geram ao professor novas possibilidades de organização de desenvolvimento de aulas, um novo planejamento, um novo

aprendizado. Estas novas tecnologias podem criar momentos de organização e desorganização do conhecimento, de forma a trazer questionamentos, reflexões ou ainda fazer um fechamento, uma síntese de discussões.

Borba e Penteado (2015) abordam a informática como tendência da Educação Matemática, afirmando que:

[...] o professor tem também que se atualizar constantemente o seu vocabulário sobre computadores e *softwares*. As novidades nesta área surgem num ritmo muito veloz. Trazer a mídia informática para a sala de aula significa abrir a possibilidade dos alunos falarem sobre suas experiências e curiosidades nesta área. (BORBA E PENTEADO, 2015, p. 63)

De acordo com Ponte (1995), o uso do computador no ensino da Matemática propicia:

- Uma relativização da importância das competências de cálculo e de simples manipulação simbólica, que podem ser realizadas de forma mais rápida e eficiente (relacionado ao uso da calculadora);
- Um reforço do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem dos mais variados problemas;
- Uma atenção redobrada às capacidades intelectuais de ordem mais elevada, que situam para além do cálculo e da simples compreensão de conceitos e relações matemáticas;
- O crescimento do interesse pelo desenvolvimento de projetos e atividades de modelagem matemática e investigação.

Assim, o professor tornaria suas aulas mais significativas, estimulando o interesse dos alunos, motivando a aprendizagem de matemática.

Mendes (2008) afirma que,

O estudo do uso do computador no ensino da Matemática, ou como ferramenta de investigação cognitiva, ou como maneira de renovar os cursos tradicionais, tem se firmado como uma das áreas mais ativas e relevantes da Educação Matemática. (MENDES, 2008, p. 61)

Existem diversos *softwares* empregados ao ensino de conteúdos matemáticos. Em particular na Geometria, diversos deles são considerados de

manipulação geométrica, sendo esses chamados de *softwares* de Geometria Dinâmica.

### 3.5 GEOMETRIA DINÂMICA

Segundo Gravina (2012), geometria dinâmica é uma mídia digital, que disponibiliza os instrumentos clássicos para construções geométricas, régua e compasso, porém de forma digital utilizados em um ambiente virtual. Enquanto Fainguelernt (2012) afirma que geometria dinâmica é um termo utilizado para nomear um método dinâmico e interativo para o ensino e aprendizagem de geometria usando ambientes computacionais destinados a esse fim.

Estes ambientes virtuais citados tanto por Gravina (2012), quanto por Fainguelernt (2012), proporcionam ao aluno uma forma diferente de ver a geometria, uma forma diferente de compreender os conceitos geométricos, interagindo facilmente com as figuras.

Para Fainguelernt (2012), uma característica importante na utilização da geometria dinâmica como auxílio à aprendizagem é que essa,

[...] permite que a partir de uma única construção, um grande número de experimentações seja efetuado, o que seria bem difícil de se realizar com apenas régua e compasso. Permite também construir diferentes figuras, visualizá-las em diferentes posições, oportunizando aos alunos a possibilidade de interagir com as construções realizadas, modificando-as, animando-as, olhando-as sob diferentes perspectivas e analisando elementos, propriedades e relações isolada ou conjuntamente. (FAINGUELERNT, 2012, p. 121)

Segundo Goés (2012), a geometria dinâmica é um elemento da expressão gráfica, definida como sendo:

[...] um campo de estudo que utiliza de desenho, imagens, modelos, materiais manipuláveis e recursos computacionais aplicados às diversas áreas do conhecimento, com a finalidade de apresentar, representar, exemplificar, aplicar, formalizar e visualizar conceitos. Dessa forma, a Expressão Gráfica pode auxiliar na solução de problemas, na transmissão de ideias, de concepções e de pontos de vista relacionados a tais conceitos. (GOÉS, 2012, p.53)

Dentre os *softwares* de geometria dinâmica utilizados na atualidade, o que mais se destaca é o Geogebra, e esse será utilizado como o recurso computacional deste trabalho.

### 3.5.1 SOFTWARE GEOGEBRA

O Geogebra é um dos *softwares* mais conhecidos na área da Matemática. É um *software* gratuito de geometria dinâmica e interativa (GDI) desenvolvido por Markus Hohenwarter, docente do departamento de Matemática Aplicada da Universidade de Salzburgo, na Áustria, como seu trabalho de mestrado e posteriormente em sua tese de doutorado, em 2011.

O Geogebra pode ser baixado gratuitamente pelo *link* <https://www.geogebra.org/download> ou ainda pode ser utilizado de forma *online* no próprio *site*. Ainda existem as versões para *smartphone* e *tablets*. Na interface principal do *software*, é possível observar as janelas de álgebra e a de visualização, como na Figura 8.

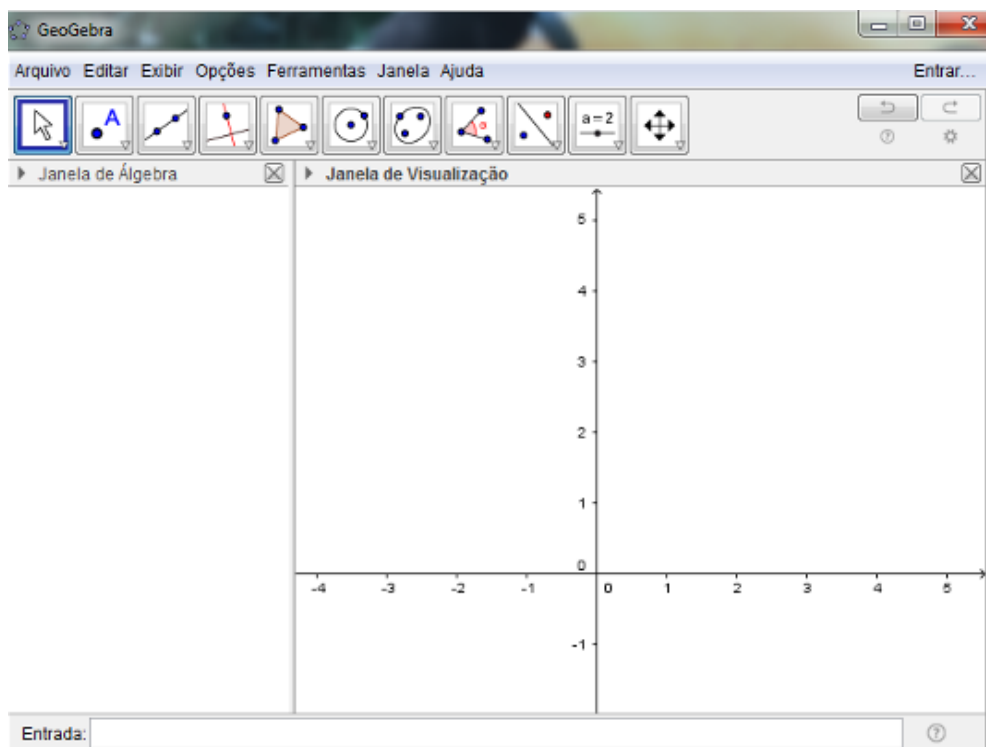


Figura 8 - Interface do *software* Geogebra

Fonte: a autora



Na Figura 9, estão indicados alguns ícones para construções geométricas.

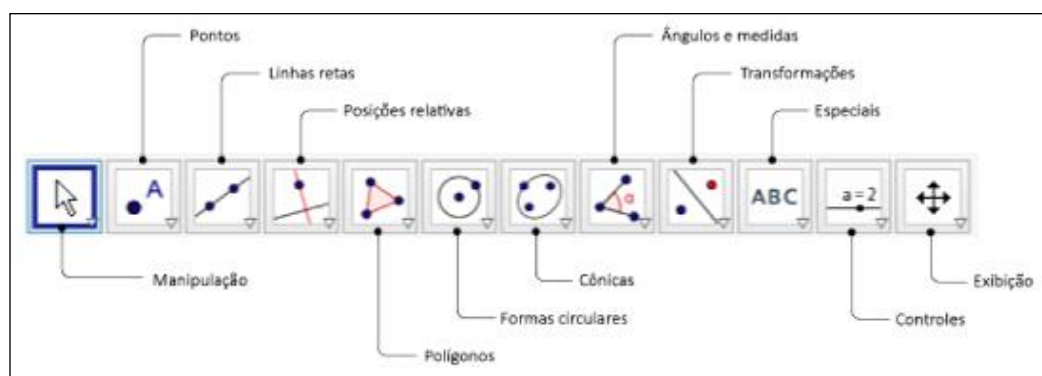


Figura 9 – Ícones da interface principal do Geogebra

Fonte: Apostila do curso Geogebra – site: <http://ogeogebra.com.br/site/>

Em cada um destes ícones, é possível encontrar os seguintes itens:

- Pontos: ponto, ponto em objeto, vincular/desvincular ponto, interseção de dois objetos, ponto médio ou centro, número complexo, otimização e raízes.
- Linhas retas: reta, segmento, segmento com comprimento fixo, semirreta, caminho poligonal, vetor e vetor a partir de um ponto.
- Posições relativas: reta perpendicular, reta paralela, mediatriz, bissetriz, reta tangente, reta polar ou diametral, reta de regressão linear e lugar geométrico.
- Polígonos: polígono, polígono regular, polígono rígido e polígono semideformável.
- Formas circulares: círculo dados centro e um de seus pontos, círculo dados centro e raio, compasso, círculo definido por três pontos, semicírculo definido por dois pontos, arco circular, arco circuncircular, setor circular e setor circuncircular.
- Cônicas: elipse, hipérbole, parábola e cônica por cinco pontos.
- Ângulos e medidas: ângulo, ângulo com amplitude fixa, distância, comprimento, perímetro, área, inclinação, lista, relação, inspetor de funções.
- Transformações: reflexão em relação a uma reta, reflexão em relação a um ponto, inversão, rotação em torno de um ponto, translação por um vetor e homotetia.

- Controle: controle deslizante, texto, inserir imagem, botão, caixa para exibir/esconder objetos e campo de entrada.
- Exibição: mover janela de visualização, ampliar, reduzir, exibir/esconder objeto, exibir/esconder rótulo, copiar estilo visual e apagar.

Na sua versão mais recente, o *software* apresenta na parte de geometria a janela de trabalho 3D, como da Figura 10. Quando aberta a janela de visualização 3D, é possível construir sólidos geométricos, determinar seu volume, planificação, fazer extrusões, interseção entre duas superfícies.

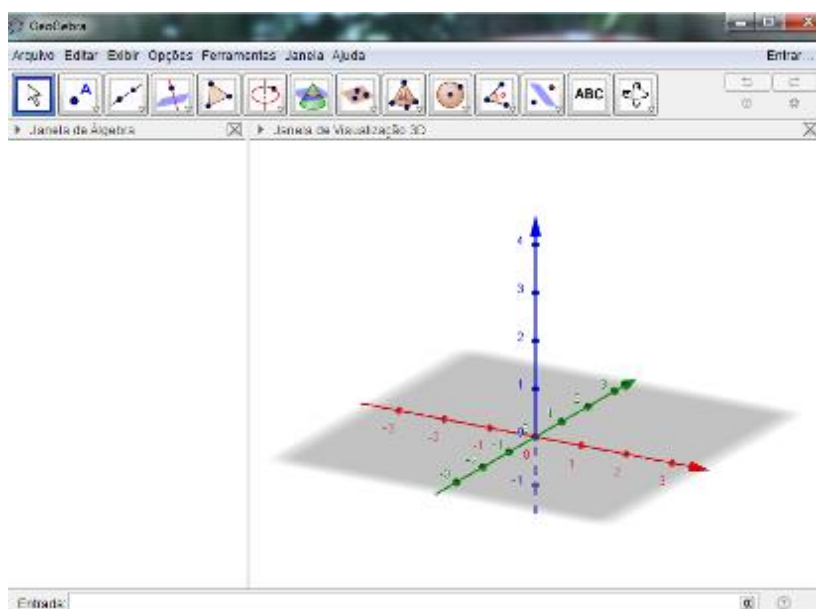


Figura 10 - Interface do Geogebra visualização 3D  
Fonte: a autora

Nascimento (2012), afirma que o uso do *software* propicia:

[...]uma nova metodologia para auxiliar a tecnologia já habitualmente utilizada (quadro Negro e papel), possibilitando que o docente inteire e tenha outra forma de ensino e um novo ambiente de caráter laboratorial, onde possibilitará na prática estudada. [...] desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário). O GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si. (NASCIMENTO, 2012, p. 128)

O descrito sobre o *software* são informações para dar uma visão geral do mesmo, sendo que demais informações podem ser encontrar no site <https://www.geogebra.org/>, onde constam diversas atividades para aplicação em sala de aula e tutoriais, como mostra a Figura 11.

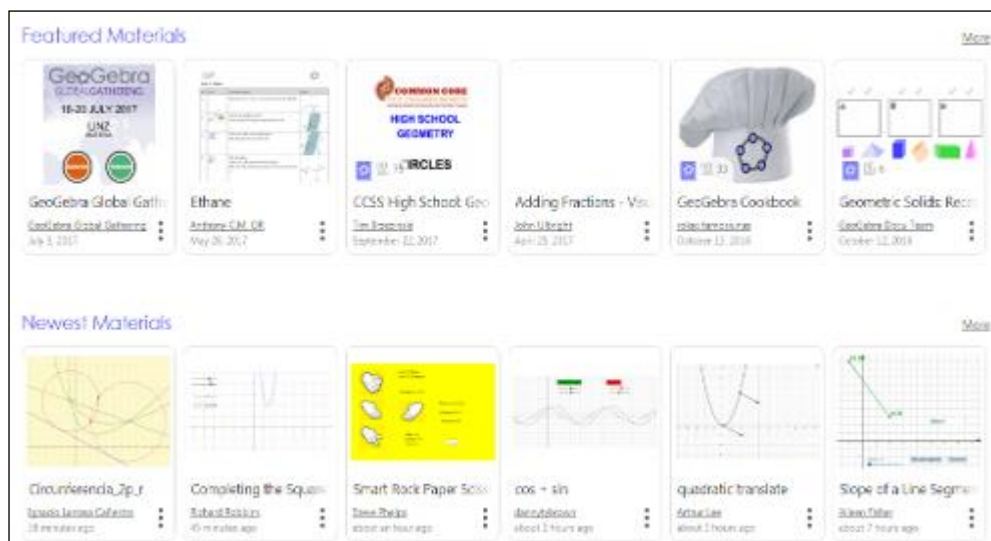


Figura 11 - Atividades no site geogebra.org  
Fonte: <https://www.geogebra.org>

Como visto anteriormente, o *software* Geogebra é bastante amplo, pois com ele é possível trabalhar diversas áreas da matemática, como geometria, álgebra, estatística.

Finalizado este capítulo sobre a fundamentação teórica com a apresentação do Geogebra, descrevemos a seguir a metodologia da pesquisa, caracterizando os participantes e os instrumentos utilizados.

## 4 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

Este capítulo aborda a forma como a pesquisa foi desenvolvida, logo serão descritos a metodologia, o espaço e sujeitos da pesquisa, as etapas metodológicas e a coleta de dados.

### 4.1 METODOLOGIA DA PESQUISA

Este trabalho orientou-se por uma pesquisa exploratória e aplicada, tendo em vista que o objetivo da pesquisa consistia em investigar o nível do pensamento geométrico dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio, de um colégio público de Paranaguá, por meio da Teoria de Van Hiele, com o auxílio do *software* livre Geogebra. Tal escolha metodológica se deu, devido à classificação delineada por Moreira e Caleffe (2008, p.69), como “As pesquisas exploratórias são desenvolvidas com o objetivo de proporcionar visão geral, de tipo aproximativo, acerca de determinado fenômeno.”

Ainda segundo Moreira e Caleffe (2008) a pesquisa aplicada é utilizada em pesquisas educacionais, com o propósito de resolver um problema ou desenvolver um novo processo ou produto.

Primeiramente, com o objetivo de aprimorar os conhecimentos acerca da temática desta pesquisa, fez-se um levantamento bibliográfico relacionado sobre a História da Geometria, o Ensino da Geometria, a Teoria de Van Hiele, a Tecnologia Educacional, a Geometria Dinâmica e o *Software* Geogebra, como já apresentados nos capítulos anteriores.

Na sequência, foram reconhecidos os sujeitos da pesquisa (descritos na próxima seção: Espaço e sujeitos da pesquisa) e elaboradas as atividades tendo como base os níveis da Teoria de Van Hiele, apresentadas na seção 4.3. Por fim, são aplicados os instrumentos de coleta de dados para posterior análise, que procura evidenciar as cinco habilidades de cada um dos três primeiros níveis de que discorre a Teoria de Van Hiele. Para a análise dos dados, serão considerados 15 itens, conforme o Quadro 1 (seção 3.3), a serem observados pelos registros e desenvolvimento das atividades pelos estudantes.

Cabe ressaltar que antes de iniciar a aplicação da pesquisa, foi encaminhado aos estudantes e seus responsáveis o documento “Termo de Consentimento Livre e Esclarecido” para participar da proposta de pesquisa.

Quanto à aplicação das atividades da pesquisa e a coleta de dados para posterior análise, o processo foi organizado em três etapas:

- Na primeira etapa, a pesquisadora reuniu os estudantes, em cada uma das três turmas, na aula cedida pela professora de Matemática do primeiro ano do Ensino Médio, para que num primeiro momento fosse feito um reconhecimento do *software* Geogebra. Neste encontro, foram trabalhados itens tais como traçar retas, construir polígonos, medir segmentos, traçar e medir ângulos, entre outros.

- Na segunda etapa, a pesquisadora reuniu-se com os estudantes, cada turma em seu horário específico, para a aplicação das atividades propostas. Os estudantes realizaram as atividades individualmente, de forma a registrar a resolução dessas tanto no *software* quanto na folha impressa (APÊNDICE C), a qual continha as orientações para realização das atividades.

- Por fim, na terceira etapa, em que ocorreu o terceiro e último encontro, foi destinado para finalização das atividades iniciadas no encontro anterior. Além disso, os estudantes responderam a um questionário para que fosse possível conhecer os participantes da pesquisa e também obter um retorno do desenvolvimento das atividades.

## 4.2 ESPAÇO E SUJEITOS DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada no segundo semestre de 2017, com três turmas do primeiro ano do Ensino Médio, totalizando 102 estudantes, no período da tarde, em um colégio público na cidade de Paranaguá, cidade esta localizada no litoral paranaense brasileiro.

Segundo o Projeto Político Pedagógico (PPP) da instituição, a economia da cidade baseia-se praticamente em torno do porto Dom Pedro II, fonte das exportações do estado. Porém, devido ao grande processo de tecnificação no porto de Paranaguá, as perspectivas de emprego e renda ficam limitadas, demanda de mão de obra cada vez menor e cada vez mais especializada.

A instituição em questão está localizada na periferia da cidade, um bairro considerado pobre, com grande carência em infraestrutura e projetos políticos de apoio social. Existem ainda áreas de ocupação de restinga e manguezais por moradores sem teto.

Os estudantes da instituição residem na cidade Paranaguá, assim como municípios vizinhos, tais como Matinhos, Pontal do Paraná, Morretes, Antonina, entre outras.

De acordo com o edital (Nº 011/2017) do processo seletivo para o ano de 2018 na instituição, são disponibilizadas 80% (oitenta por cento) das vagas para cotas de inclusão, e os 20% (vinte por cento) restantes do total, reservadas à concorrência geral. As vagas de inclusão ficam dessa forma distribuídas:

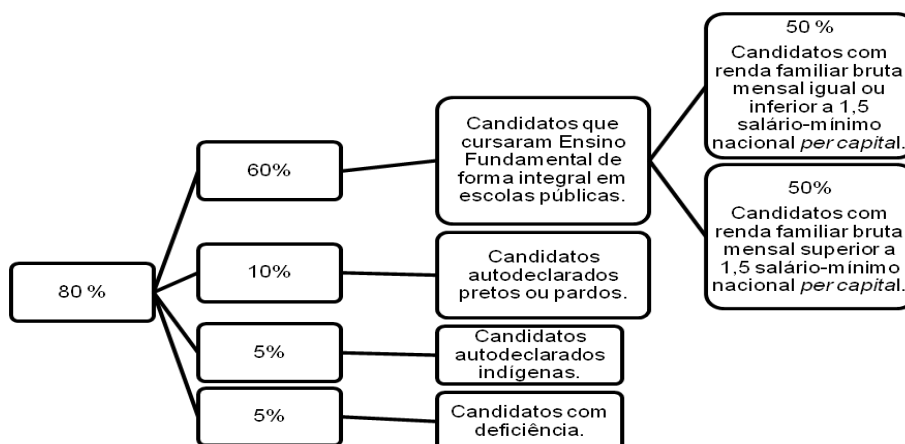


Figura 12 - Esquema de distribuição de vagas para cotistas no processo seletivo 2018  
Fonte: a autora

#### 4.3 INSTRUMENTOS

Com a finalidade de compreender melhor os participantes da pesquisa foi aplicado um questionário (APÊNDICE A), que após tabulado os dados dos 102 participantes verificou-se que esses possuem entre 14 a 18 anos e estão divididos entre três cursos do Ensino Médio Integrado sendo eles Técnico em Mecânica, Técnico em Meio Ambiente e Técnico em Informática, a maioria dos estudantes concluiu o Ensino Fundamental em escola pública.

Ainda utilizou-se um segundo Questionário (APÊNDICE B) a critério de averiguação da opinião dos alunos acerca da utilização do *software* Geogebra, apresentado na seção 5.14.

As atividades, os objetivos e o que se espera dos estudantes estão descritos a seguir. As atividades foram aplicadas em três turmas do primeiro ano do Ensino Médio, indicadas aqui como turmas A, B e C.

#### 4.3.1 Atividades

A análise das atividades está apoiada nos indicativos do Quadro 1 (Seção 3.3), assim serão apresentados 15 itens (5 habilidades x 3 níveis) relacionados ao pensamento geométrico segundo a Teoria de Van Hiele. Como forma de identificação, foram nomeados cada um destes itens conforme o Quadro 2.

Ainda, para análise dos itens descritos acima, foram elaboradas 13 atividades, cujas orientações para sua realização encontram-se no APÊNDICE C. Junto às atividades, têm-se os objetivos e indicação dos itens que serão analisados em cada uma delas.

Quadro 2 - Identificação de habilidades e níveis da Teoria Van Hiele

<b>Nível</b>	<b>Habilidade</b>	<b>Identificação</b>
0	Visualização	Vi0
	Verbal	Ve0
	Desenho ou gráfica	D0
	Lógica	L0
	Aplicação	Ap0
1	Visualização	Vi1
	Verbal	Ve1
	Desenho ou gráfica	D1
	Lógica	L1
	Aplicação	Ap1
2	Visualização	Vi2
	Verbal	Ve2
	Desenho ou gráfica	D2
	Lógica	L2
	Aplicação	Ap2

Fonte: a autora

A atividade 1 (A01), apresentada na Figura 13, buscou verificar a habilidade visual do nível 0 da Teoria de Van Hiele (Vi0), em que o objetivo era o

reconhecimento de figuras geométricas por parte dos estudantes. Para isso, nesta atividade foram apresentadas algumas figuras geométricas pelas quais se esperava que o estudante organizasse as figuras em grupos. Cada um dos grupos deveria ter uma característica em comum, ainda, indicar os grupos pelo número da figura e, também, qual a característica que conseguiu identificar para justificar a formação destes grupos.

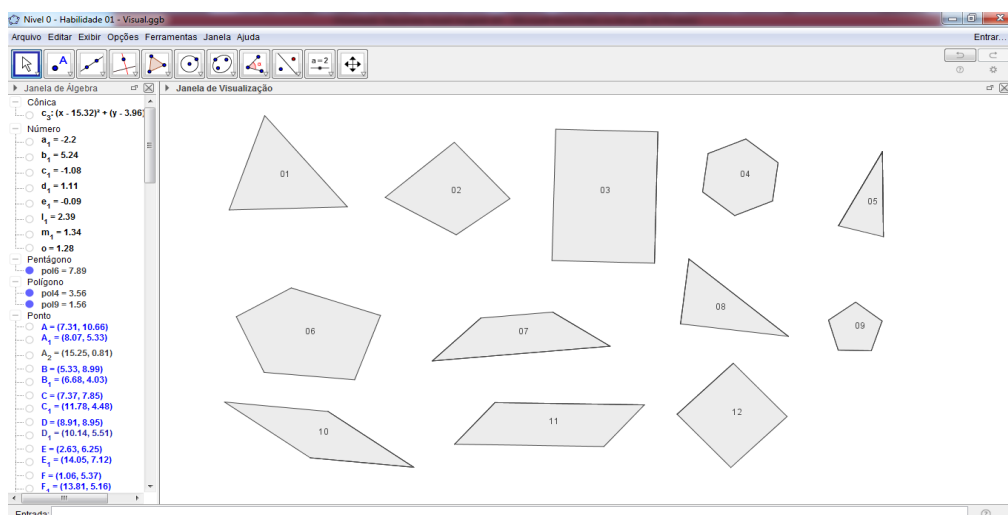


Figura 13 - Atividade 1 – Nível 0 e Habilidade Visual (Vi0)  
Fonte: a autora

A atividade 2 (A02), apresentada na Figura 14, teve como objetivo tratar da habilidade verbal do nível 0 da Teoria de Van Hiele (Ve0), na qual esperava-se que o estudante associasse o nome correto das figuras. Para isso, o arquivo continha algumas figuras geométricas desenhadas, em que o estudante deveria indicar as figuras que representam triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos.



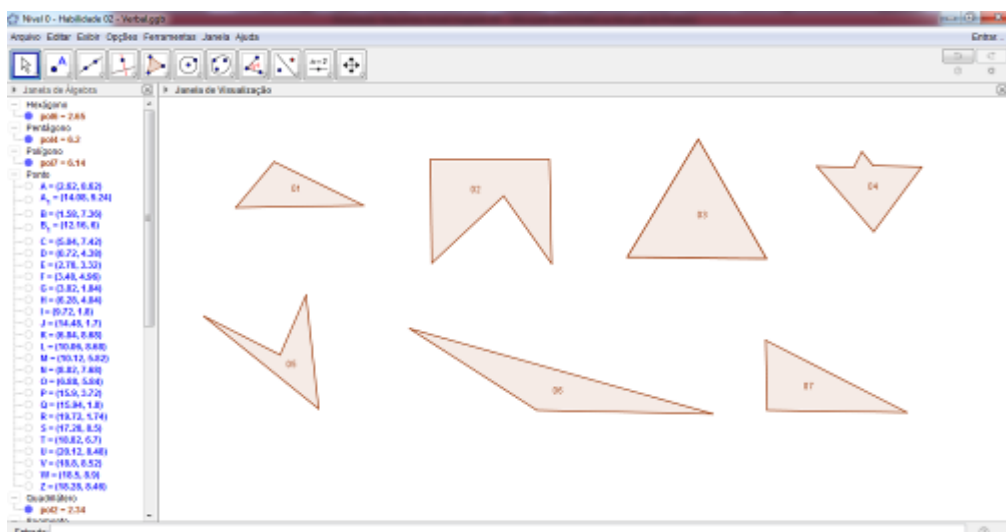


Figura 14 - Atividade 2 – Nível 0 – Habilidade Verbal (Ve0)  
Fonte: a autora

A atividade 3 (A03), apresentada na Figura 15, era relacionada às habilidades de desenho e aplicação do nível 0 (D0 e A0), em que se esperava que o estudante criasse esquemas de figuras identificando corretamente as partes dadas e reconhecesse usando formas geométricas e elementos do meio ambiente. Nesta atividade, o estudante encontrou uma página em branco onde deveria traçar formas geométricas de forma a associar elementos do meio ambiente.

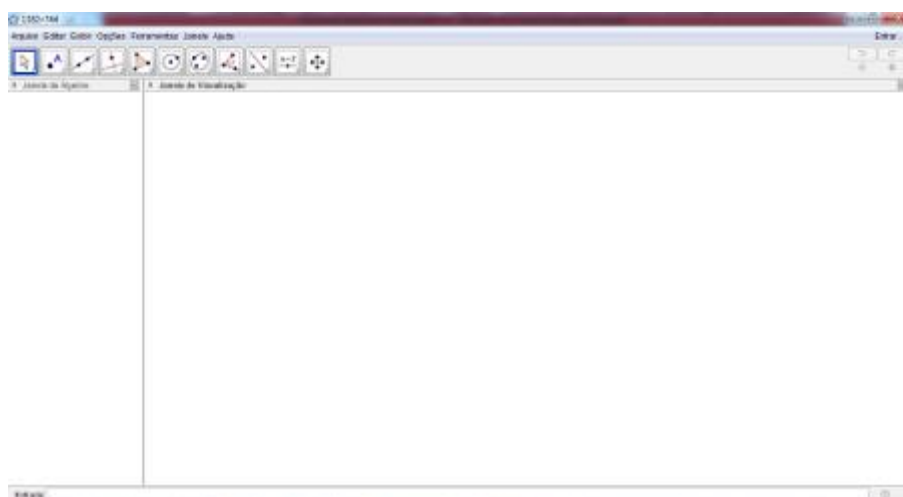


Figura 15 - Atividade 3 – Nível 0 e Habilidade Desenho – Aplicação (D0 e Ap0)  
Fonte: a autora

A atividade 4 (A04), apresentada na Figura 16, tratava-se da habilidade lógica do nível 0 (L0) e teve como objetivo que o estudante identificasse semelhanças e diferenças entre as figuras. Para isso, apresentaram-se algumas

retas em que o estudante deveria ser capaz de identificar as posições relativas como paralelas, concorrentes e perpendiculares.

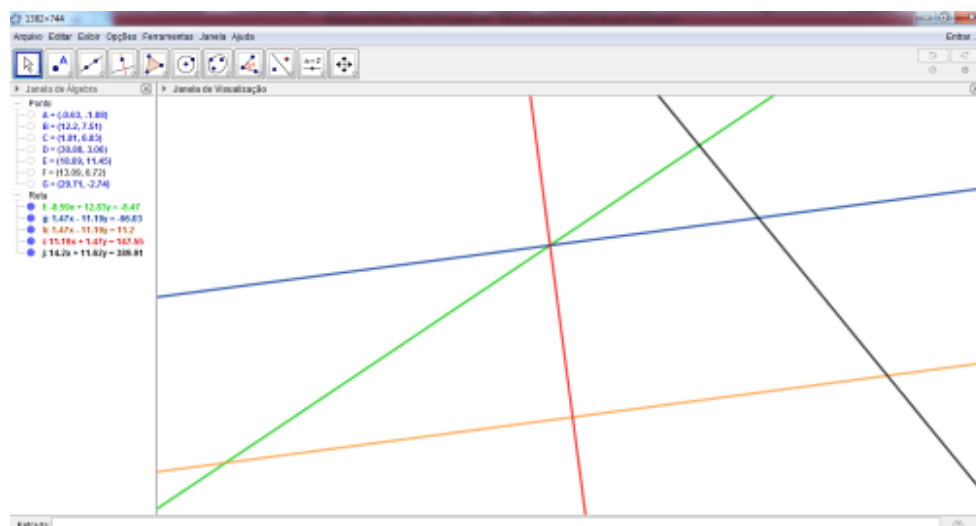


Figura 16 - Atividade 4 – Nível 0 – Habilidade Lógica (L0)  
Fonte: a autora

A atividade 5 (A05), apresentada na Figura 17, teve como finalidade a análise do nível 1, habilidade visual (Vi1). Nesta atividade, o estudante deveria ser capaz de perceber uma figura como parte de uma maior. Nesta atividade, esperava-se que o estudante traçasse polígonos, em que tais figuras deveriam ser formadas pela interseção das retas dadas, assim como deveria identificar as propriedades dessas figuras.

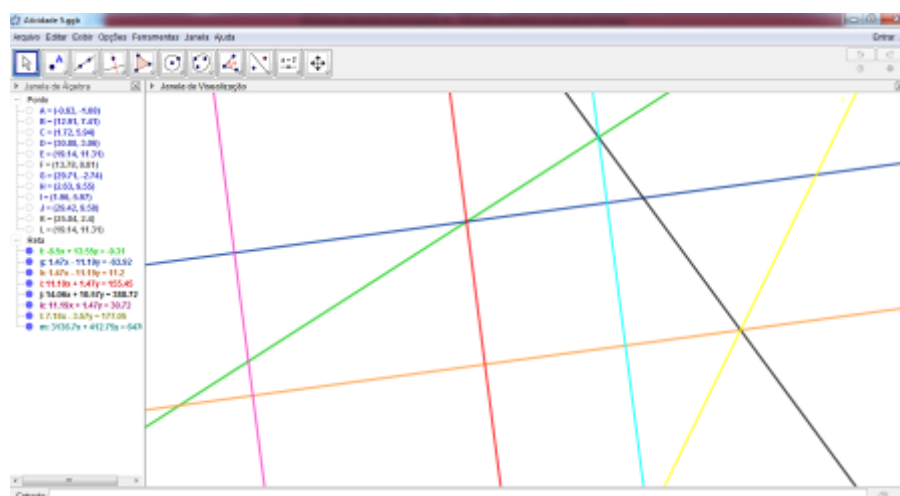


Figura 17 - Atividade 5 – Nível 1 – Habilidade Visual (Vi1)  
Fonte: a autora

A atividade 6 (A06), apresentada na Figura 18, foi desenvolvida de acordo com o nível 1 da Teoria de Van Hiele, relacionada à habilidade verbal (Ve1), na qual o estudante deveria detalhar formalmente as diversas propriedades de uma figura. Nesta atividade, apresentaram-se quatro figuras geométricas, sendo todas triângulos. Com esta atividade, a expectativa era que o estudante indicasse quais das figuras são triângulos isósceles, classificado como o triângulo que possui dois lados iguais.

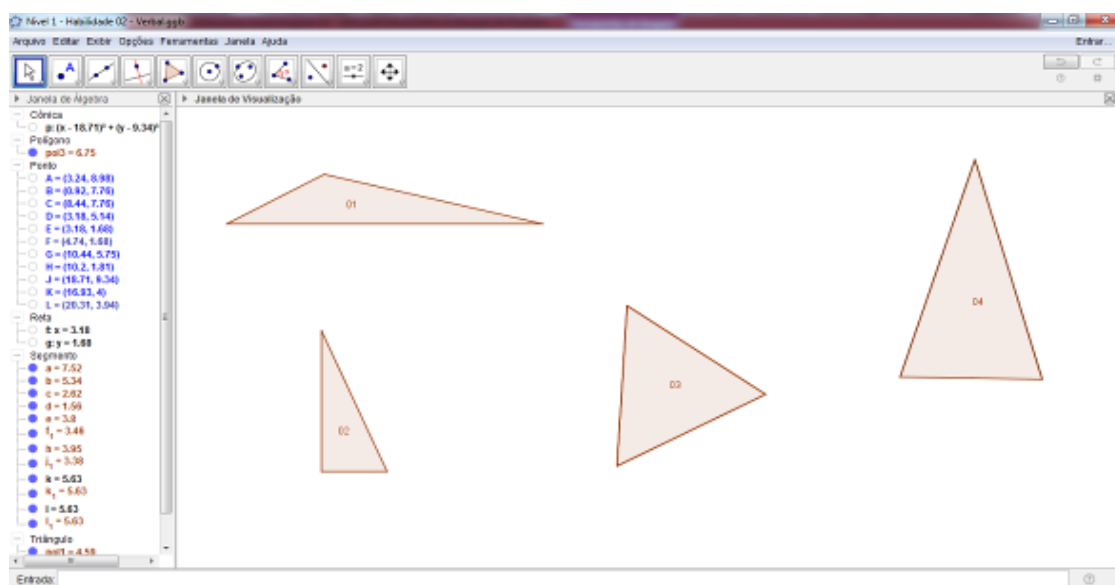


Figura 18 - Atividade 6 – Nível 1 – Habilidade Verbal (Ve1)  
Fonte: a autora

A atividade 7 (A07), apresentada na Figura 19, buscou identificar a habilidade de Desenho e Aplicação do nível 1 (D1 e Ap1), de forma que o estudante deveria transpor em um desenho algumas comunicações expressas verbalmente, a fim de associar esse desenho a fenômenos físicos. Assim, o estudante encontrou um arquivo “em branco”, onde deveria expressar um desenho segundo as seguintes orientações dadas, ser formado por: segmentos de reta, ângulo obtuso e retas concorrentes.

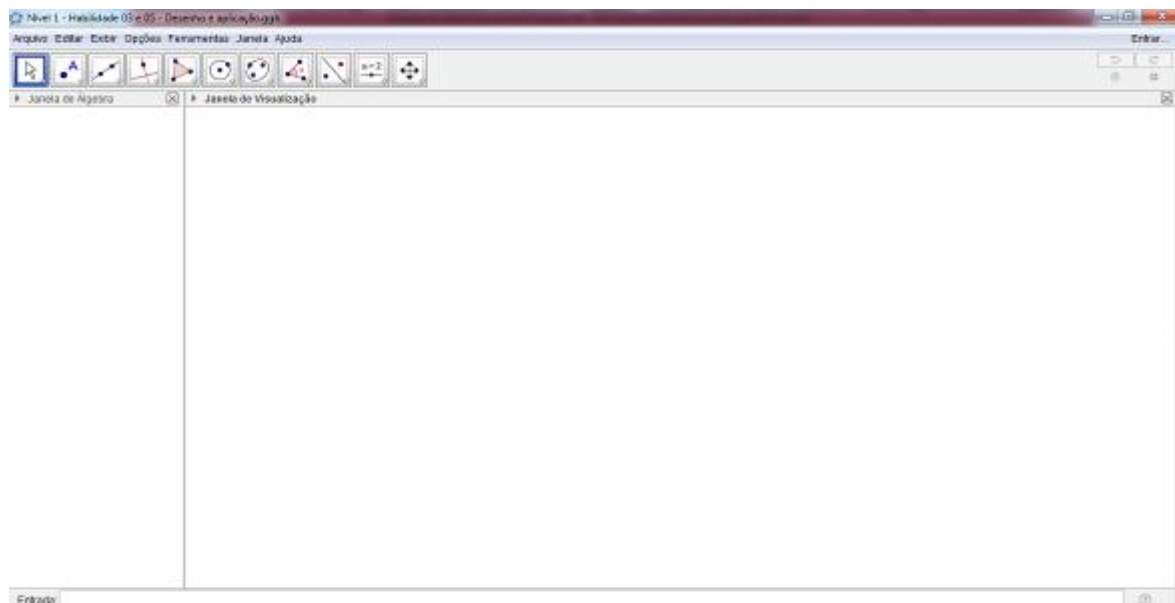


Figura 19 - Atividade 7 – Nível 1 – Habilidade Desenho e Aplicação (D1 e Ap1)  
Fonte: a autora

A atividade 8 (A08), apresentada na Figura 20, relacionada ao nível 1 da Teoria de Van Hiele, e habilidade lógica (L1), tinha por finalidade que o estudante percebesse os diferentes tipos de classificações de figuras. Neste caso foram traçados quadriláteros. Esperava-se que o estudante separasse os quadriláteros de acordo com suas propriedades, classificando os quadriláteros como retângulos, losangos, quadrados, trapézios e paralelogramos.

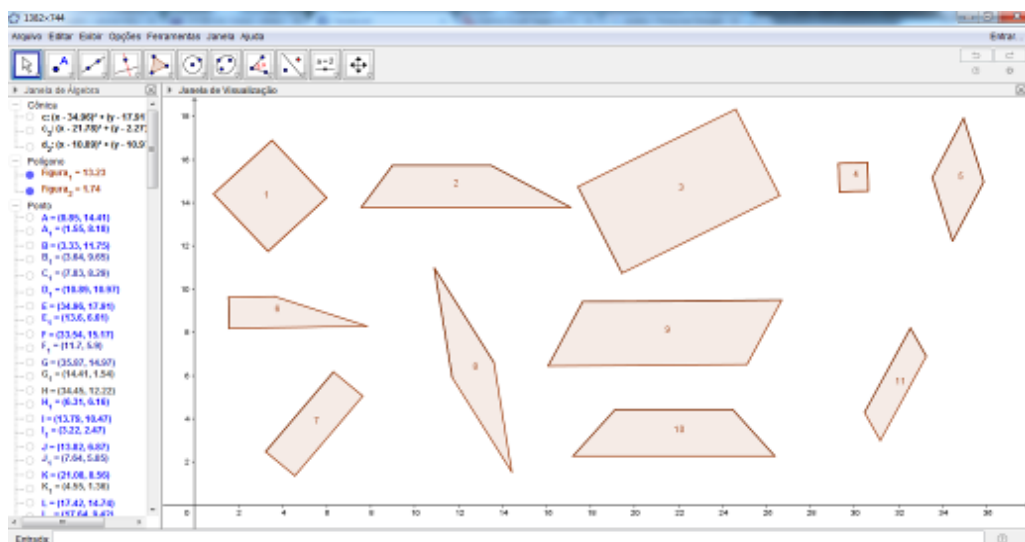


Figura 20 - Atividade 8 – Nível 1 – Habilidade Lógica (L1)  
Fonte: a autora

A atividade 9 (A09), apresentada na Figura 21, relacionada ao nível 2 com habilidade visual (Vi2), tinha por objetivo que o estudante reconhecesse as inter-relações e propriedades comuns entre figuras distintas. Nesta atividade, foram apresentados quadriláteros com suas diagonais traçadas. Aqui, o estudante deveria indicar as propriedades das diagonais em cada um dos quadriláteros, identificar se apresentavam a mesma propriedade e quais propriedades eram comuns. Nesta atividade, desejava-se que o estudante identificasse as propriedades de diagonais de alguns quadriláteros e conseguisse relacioná-las.

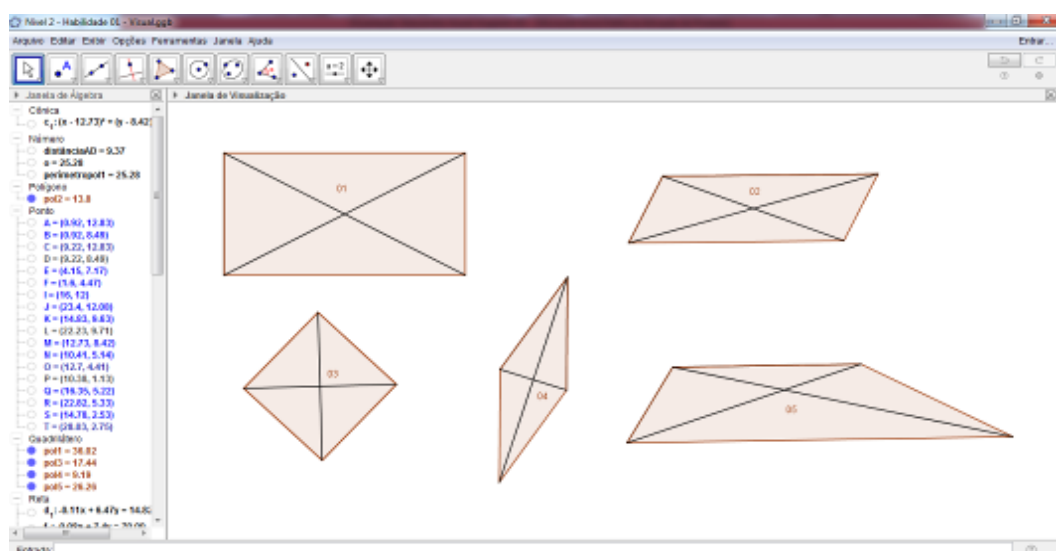


Figura 21 - Atividade 9 – Nível 2 – Habilidade Visual (Vi2)  
Fonte: a autora

A atividade 10 (A10), apresentada na Figura 22, buscou determinar se o estudante está no nível 2, com habilidade verbal (Ve2), assim deveria ser capaz de detalhar formalmente as diversas propriedades de uma figura. Para isso, nesta atividade, foram apresentados quatro triângulos, em que o estudante teve como objetivo descrever formalmente as possíveis classificações para esses triângulos, por exemplo, quanto aos ângulos e lados.

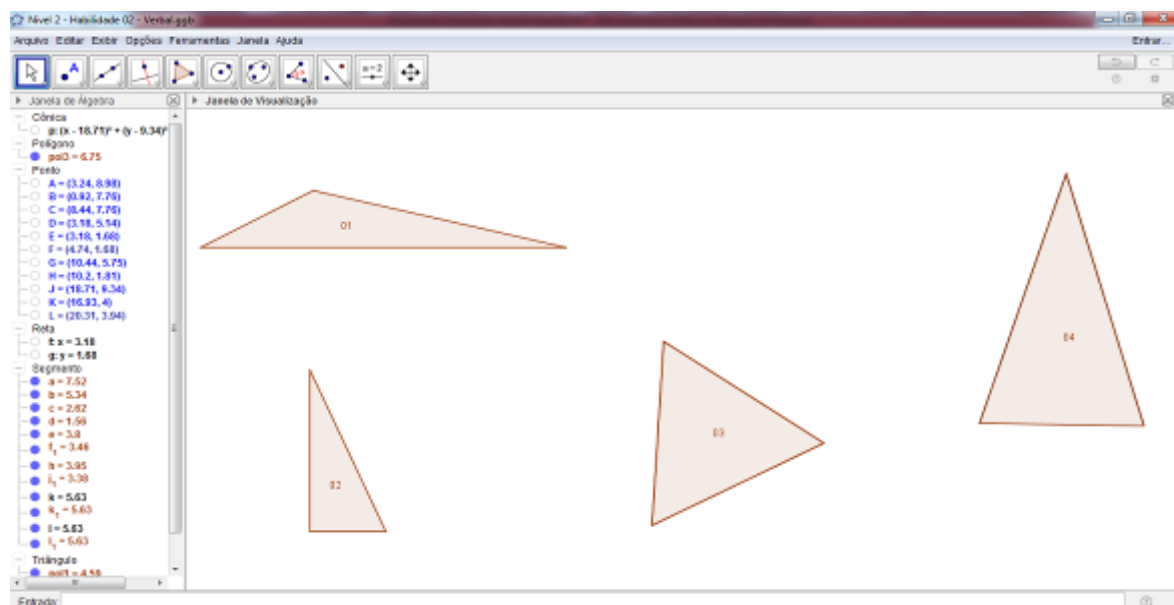


Figura 22 - Atividade 10 – Nível 2 – Habilidade Verbal (Ve2)  
Fonte: a autora

A atividade 11 (A11), apresentada na Figura 23, contemplava a habilidade de desenho no nível 2 (D2). Esperava-se que dadas algumas figuras o estudante fosse capaz de construir outras figuras pertinentes às primeiras. Assim, foram apresentadas quatro figuras geométricas com uma característica em comum, em que o estudante deveria identificar qual era esta característica e traçar uma nova figura com a mesma característica das anteriores.

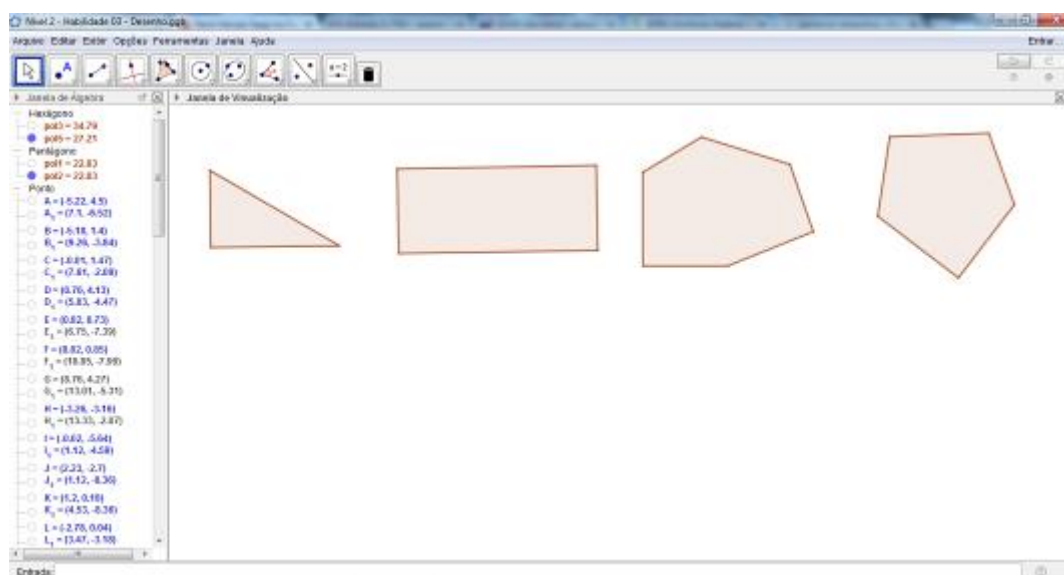


Figura 23 - Atividade 11 – Nível 2 – Habilidade Desenho (D2)  
Fonte: a autora

A atividade 12 (A12), apresentada na Figura 24, refere-se ao nível 2 com a habilidade lógica (L2), a qual tinha por finalidade que o estudante determinasse que uma classe de figuras está contida em outra por meio de suas propriedades, para entender que uma boa definição é de suma importância. Nesta atividade, foram apresentados quatro quadriláteros, em que o estudante deveria fazer a relação entre a classificação destas figuras geométricas.

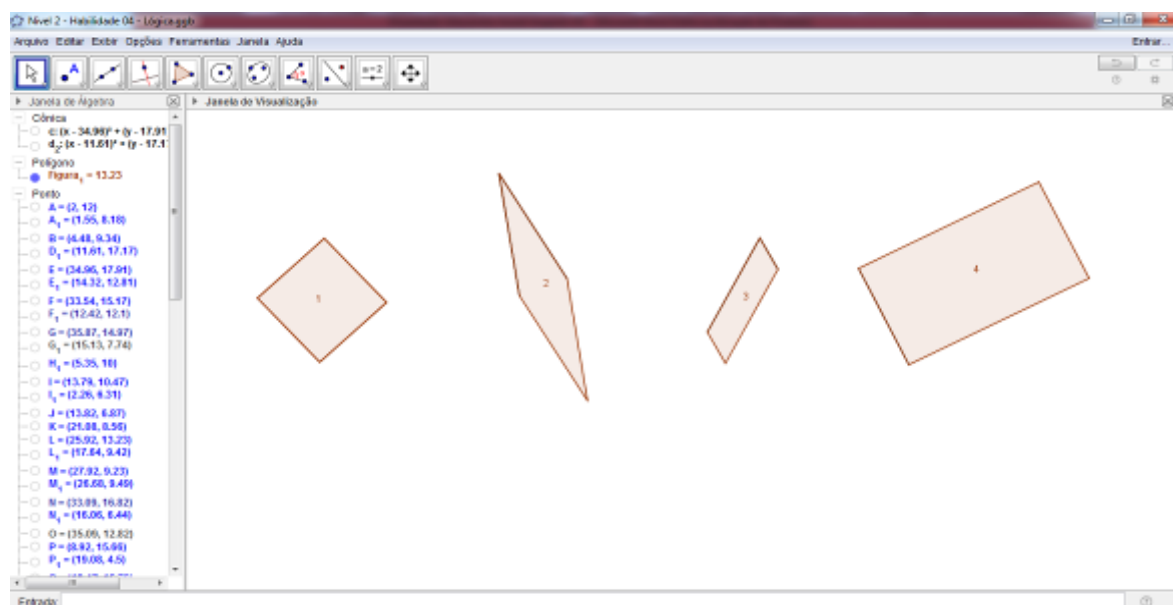


Figura 24 - Atividade 12 – Nível 2 – Habilidade Lógica (L2)  
Fonte: a autora

A atividade 13 (A13), apresentada na Figura 25, buscou verificar a habilidade de aplicação, do nível 2 (Ap2), pela qual esperava-se do estudante a compreensão do conceito de um modelo matemático que retrata uma relação entre objetos. Nesta atividade, foram apresentadas três figuras do Partenon, templo construído no século V a.C. e dedicado à deusa grega Atena na Grécia Antiga. Por meio destas representações, os estudantes deveriam estabelecer a relação entre essas figuras e identificar conceitos matemáticos, como formas geométricas, posição relativas, entre outros.

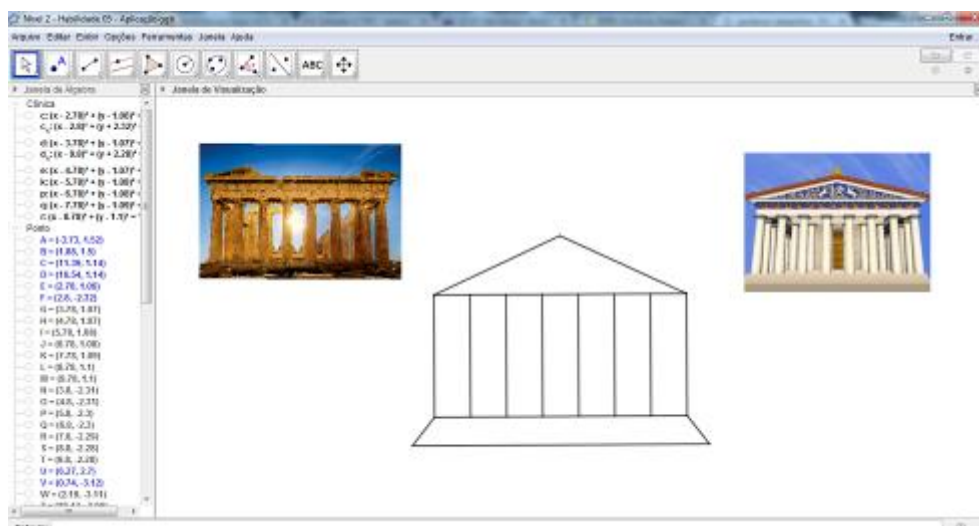


Figura 25 - Atividade 13 – Nível 2 – Habilidade Aplicação (Ap2)  
Fonte: a autora

Finalizada a apresentação dos instrumentos de coleta de dados, o próximo capítulo trata da análise e discussões dos resultados das atividades propostas e apresentadas neste capítulo.



## 5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os critérios adotados para análise dos dados nesta pesquisa foram norteados pela análise das atividades desenvolvidas pelos estudantes. Assim sendo, cada etapa da pesquisa realizada foi descrita e discutida, com a intenção de interpretar as informações coletadas, de modo a verificar o alcance dos objetivos da pesquisa.

Para a análise dos dados, considerou-se como referência o quadro 2, no capítulo 4.3.1 da presente dissertação.

### 5.1 Descrição e análise da Atividade 1 (A01)

A atividade 1 (A01) teve por objetivo o reconhecimento de figuras geométricas, habilidade visual do nível 0 da Teoria de Van Hiele (Vi0). Observou-se que na resposta da turma A, compreendida por 28 estudantes, 78,5% organizaram os grupos pelo número de lados: triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos. A Figura 26 mostra a resposta de um destes estudantes.

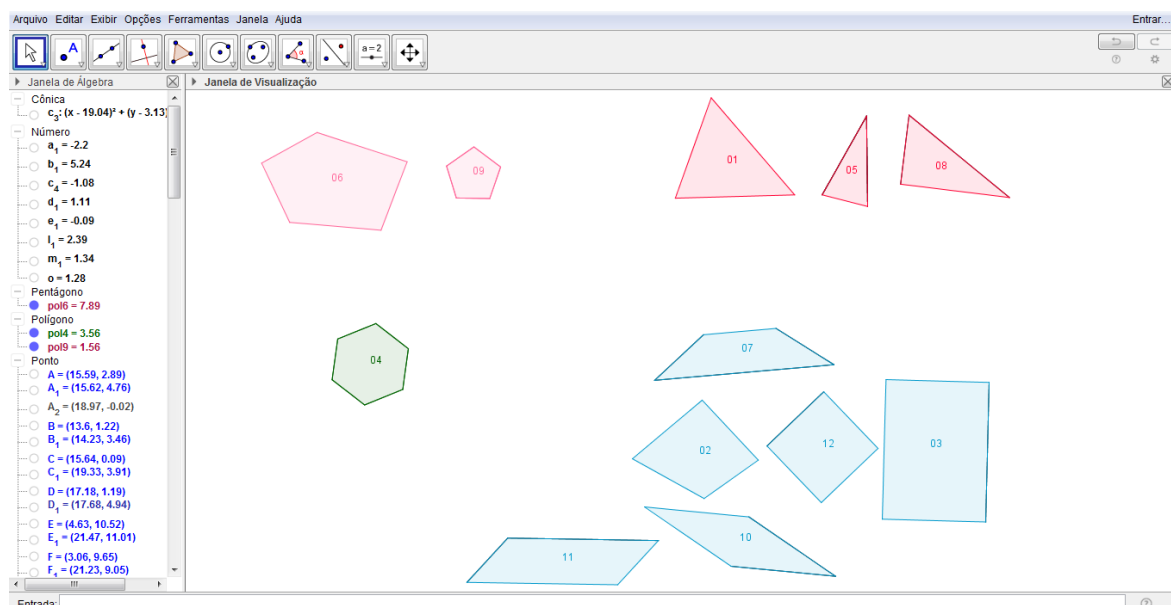


Figura 26 - Resposta A01 - Vi0  
Fonte: a autora (Estudante 17 – Turma A)

Um caso interessante de resposta foi da estudante 14, que agrupou as figuras em quatro conjuntos diferentes, descritos a seguir e apresentados na Figura 27.

- Grupo 1: as figuras 1, 5 e 8 ficam juntas por serem triângulos.
- Grupo 2: as figuras 11, 10, 7 formam o grupo de retângulos, porém estas figuras representam trapézios e paralelogramos.
- Grupo 3: as figuras 9, 4 e 6 são apenas identificadas como as figuras que tem mais de 5 lados.
- Grupo 4: as figuras 2, 12 e 3 identificadas como quadrados, porém a única que representam quadrado é a figura 12.

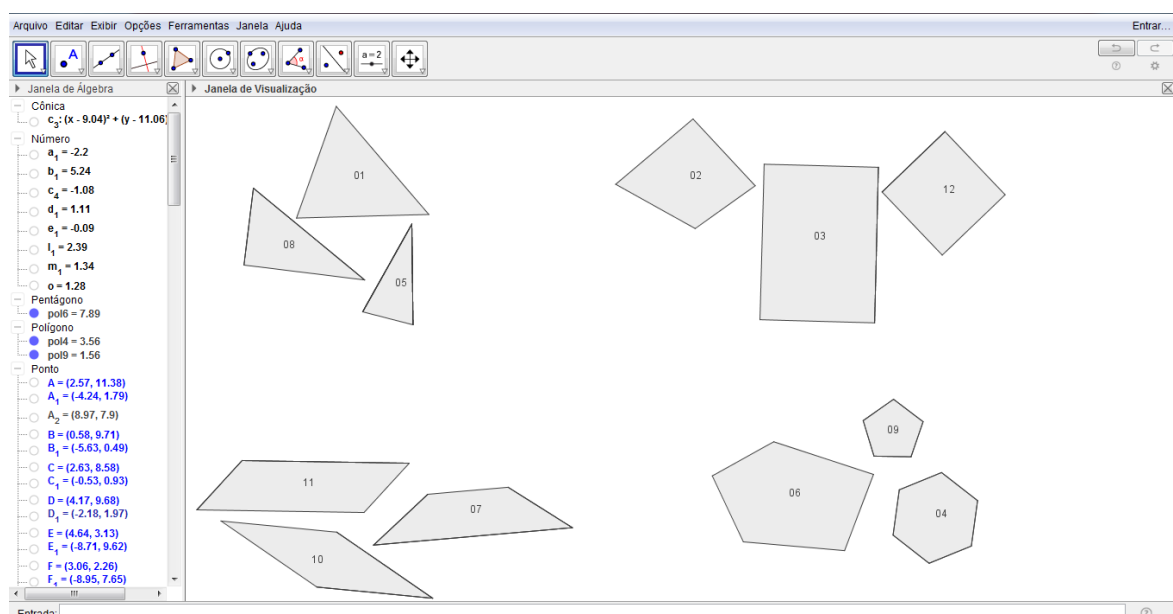


Figura 27 – Resposta A01 - Vi0  
Fonte: a autora (Estudante 14 – Turma A)

Ainda, oito alunos definiram as figuras com seus nomes, os demais apenas indicaram as figuras pelo número de lados, como mostra as Figuras 28 e 29.

Nessa atividade você deverá agrupar as figuras geométricas conforme alguma característica que você identificar.

Qual característica você usou para agrupar essas figuras? Identifique as figuras pelos números para indicar as características.

*Eu usei o número de lados para agrupá-los. sendo esses 3 triângulos, 6 quadriláteros, 2 pentágonos, 1 hexágono.*

Figura 28 - Resposta A01 - Vi0  
Fonte: Estudante 5 – Turma A

Nessa atividade você deverá agrupar as figuras geométricas conforme alguma característica que você identificar.

Qual característica você usou para agrupar essas figuras? Identifique as figuras pelos números para indicar as características.

*Agrupadas em número de lados. Grupo 1: 3 lados: figuras: 01, 08, 05;  
Grupo 2: 4 lados: figuras: 02, 03, 07, 10, 11, 12; Grupo 3: 5 lados: figuras:  
06, 09; Grupo 4: 6 lados: figuras: 04.*

Figura 29 - Resposta A01 - Vi0  
Fonte: a autora (Estudante 7 – Turma A)

Observa-se ainda que alguns estudantes nomearam as figuras de forma errônea, como por exemplo “losângulo” e “triláteros”, indicados nas Figuras 29 e 30.

Nessa atividade você deverá agrupar as figuras geométricas conforme alguma característica que você identificar.

Qual característica você usou para agrupar essas figuras? Identifique as figuras pelos números para indicar as características.

*Quadriláteros, triláteros, pentágonos, hexágonos.*

Figura 30 – Resposta A01 - Vi0  
Fonte: a autora (Estudante 19 – Turma A)

Nessa atividade você deverá agrupar as figuras geométricas conforme alguma característica que você identificar.

Qual característica você usou para agrupar essas figuras? Identifique as figuras pelos números para indicar as características.

*1 - Triangular; 2 - quadrangular; 3 - retângulo; 4 - ~~pentágono~~ hexágono; 5 - Triangular; 6 - pentágono; 7 - trapézio; 8 - Triangular; 9 - pentágono; 10 - quadrilátero; 11 - quadrilátero; 12 - quadrilátero; losângulo.*

Figura 31 – Resposta A01 - Vi0  
Fonte: a autora (Estudante 16 – Turma A)

Na Turma B, 29 estudantes responderam a atividade A01, sendo que 44,8% deles agruparam as figuras geométricas em 4 grupos: triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos, como um exemplo a Figura 32.

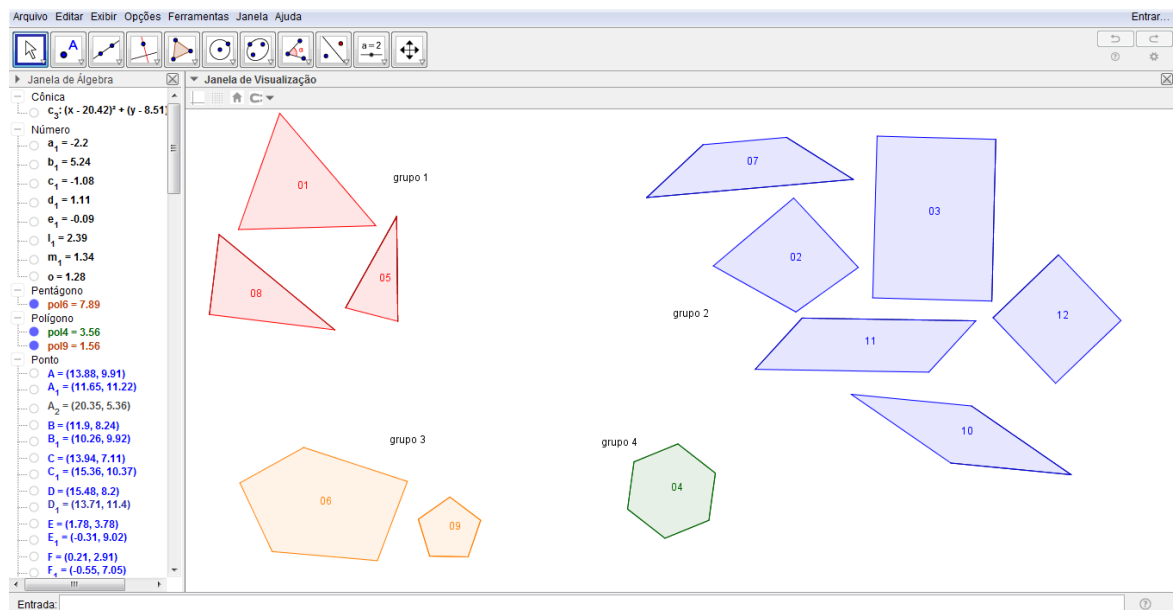


Figura 32 - Resposta A01 - Vi0  
Fonte: a autora (Estudante 22 – Turma B)

A estudante 2 organizou as figuras geométricas em 6 grupos, como indicado na Figura 33. Este estudante nomeou o triângulo como pirâmide, identificou um paralelogramo como retângulo e ainda um quadrilátero qualquer como quadrado, Figura 34.

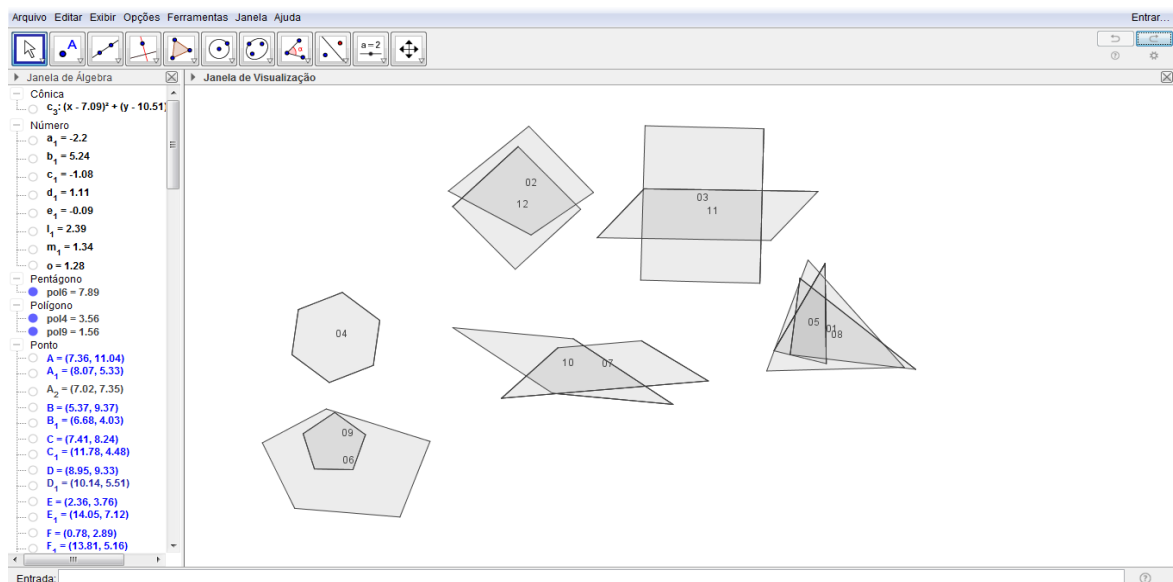


Figura 33 – Resposta A01 - Vi0  
Fonte: a autora (Estudante 2 – Turma B)

Qual característica você usou para agrupar essas figuras? Identifique as figuras pelos números para indicar as características.

01-08-05: pirâmides com algum tipo de pirâmide, 09-07: não soube identificar  
 02-12: um deles é um quadrado e outro parece um quadrado deitado  
 03-11: retângulos  
 09-06: figuras com 5 pontos a qual não lembra o nome, 04: figura com 6 pontos (não lembra)

Figura 34 - Resposta A01 - Vi0  
 Fonte: a autora (Estudante 2 – Turma B)

Já a estudante 13, Turma B, formou apenas 3 grupos, como mostram as Figuras 35 e 36.

Qual característica você usou para agrupar essas figuras? Identifique as figuras pelos números para indicar as características.

Figuras 1, 2, 8 e 5: a farmate, pois não triângulos  
 Figuras 3, 7, 11 e 10: todos têm quatro lados e parecem ser retângulos.  
 Figuras 4, 6, 9 e 12: têm quatro lados ou mais e não se encaixam nos outros conjuntos.

Figura 35 - Resposta A01 - Vi0  
 Fonte: a autora (Estudante 13 – Turma B)

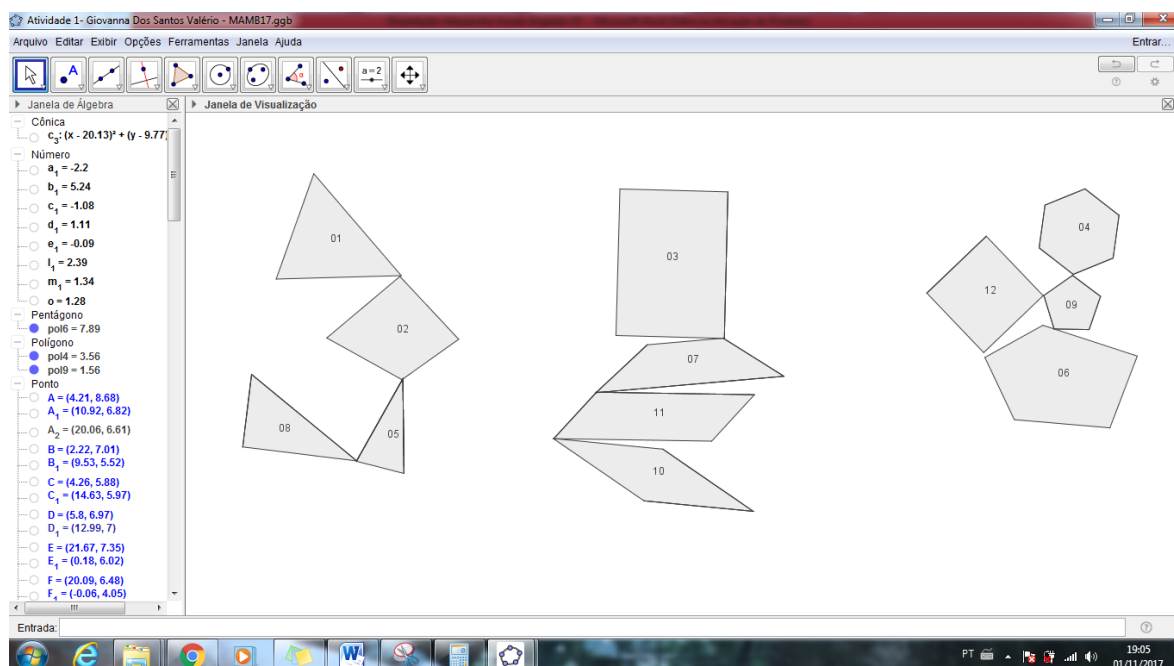


Figura 36 – Resposta A01 - Vi0  
 Fonte: a autora (Estudante 2 – Turma B)

Nesta turma, 12 estudantes definiram as figuras geométricas com seus nomes, e em alguns destes casos, nomearam apenas quadriláteros e/ou triângulos, como mostra a Figura 37.

Nessa atividade você deverá agrupar as figuras geométricas conforme alguma característica que você identificar.

Qual característica você usou para agrupar essas figuras? Identifique as figuras pelos números para indicar as características.

*Agrupar as atividades de acordo com o número de lados de cada uma. Sendo os triângulos - 3, os quadriláteros - 4, os pentágonos - 5 e 1 hexágono. Triângulos - 01, 05, 08; Quadriláteros - 02, 03, 07, 10, 11, 12; Pentágonos - 06, 09; Hexágonos - 04.*

Figura 37 - Resposta A01 - Vi0  
Fonte: a autora (Estudante 15 – Turma B)

Na Turma C, 28 estudantes realizaram a atividade A01, dentre os quais 60,7% agruparam as figuras geométricas em triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos, como exemplo a resposta do estudante 2, na Figura 38.

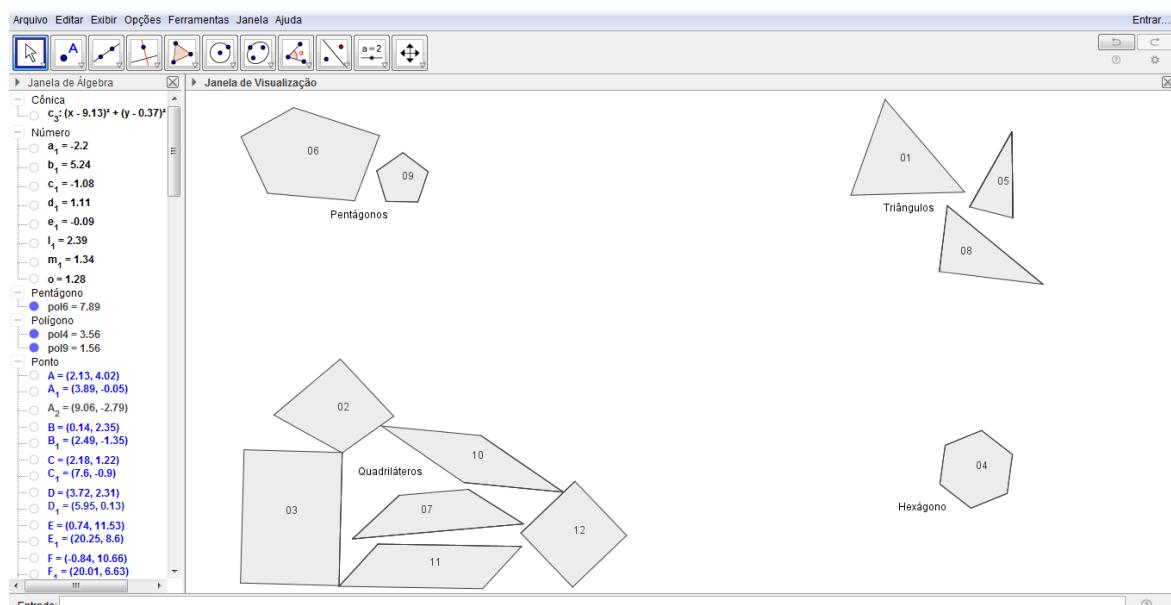


Figura 38 - Resposta A01 - Vi0  
Fonte: a autora (Estudante 2 – Turma C)

O estudante 10, da Turma C, formou 4 grupos, como nas Figuras 39 e 40, identificando algumas figuras como “parecidas” com triângulos.

Qual característica você usou para agrupar essas figuras? Identifique as figuras pelos números para indicar as características.

*Eu agrupei de acordo com as formas, ou seja, todas que pareciam com um triângulo eu coloquei em um grupo, e assim por diante. Figuras 01, 07 - parecem com retângulos e figuras 02, 05, 08, 10 - parecem triângulos e figuras 03 - eram as mais parecidas com quadrados, figuras 09, 04, 06 - eram parecidas umas com as outras.*

Figura 39 - Resposta A01 - Vi0  
Fonte: a autora (Estudante 10 – Turma C)

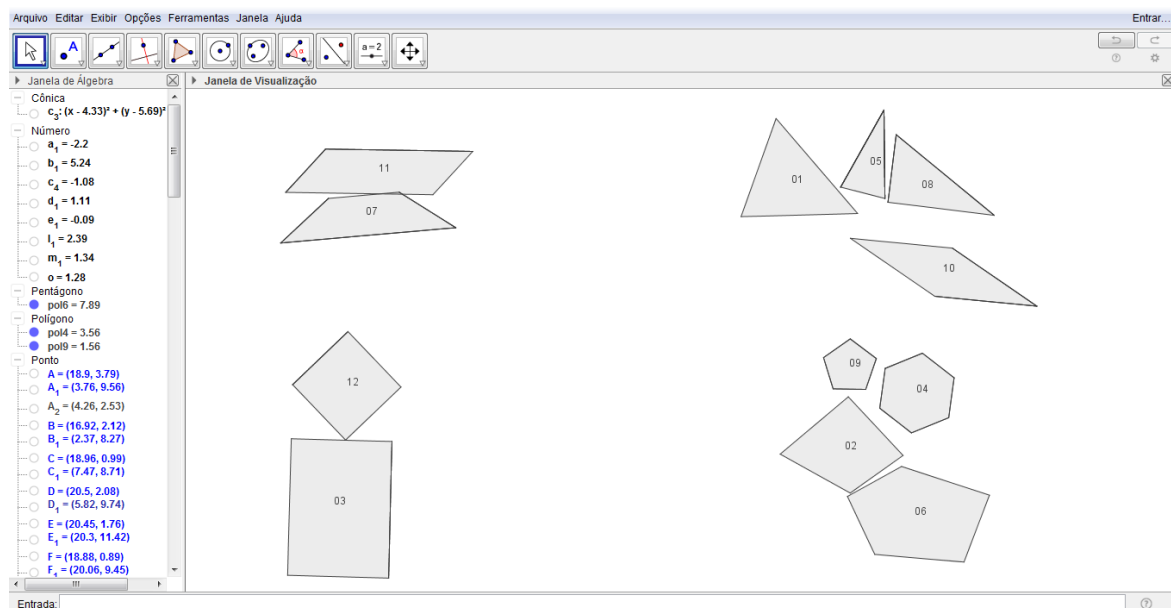


Figura 40 - Resposta A01 - Vi0  
Fonte: a autora (Estudante 10 – Turma C)

Apenas 10 estudantes da Turma C nomearam as figuras geométricas como triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos, sendo que em alguns casos denominam apenas triângulos e/ou quadriláteros. As Figuras 41, 42, 43 e 44 mostram alguns casos.

Nessa atividade você deverá agrupar as figuras geométricas conforme alguma característica que você identificar.

Qual característica você usou para agrupar essas figuras? Identifique as figuras pelos números para indicar as características.

*Figuras 1, 8 e 5: triângulos. Figuras 6 e 9: pentágonos. Figuras 12, 7, 2, 11, 10 e 3: quadriláteros. Figuras 4 e 1: hexágonos.*

Figura 41 - Resposta A01 - Vi0  
Fonte: a autora (Estudante 14 – Turma C)

Nessa atividade você deverá agrupar as figuras geométricas conforme alguma característica que você identificar.

Qual característica você usou para agrupar essas figuras? Identifique as figuras pelos números para indicar as características.

*O critério que foi usado na questão é para separar dos grupos por o número de faces que as formas geométricas tinham.*

Figura 42 - Resposta A01 - Vi0  
Fonte: a autora (Estudante 16 – Turma C)

Nessa atividade você deverá agrupar as figuras geométricas conforme alguma característica que você identificar.

Qual característica você usou para agrupar essas figuras? Identifique as figuras pelos números para indicar as características.

AGRUPEI DE ACORDO COM QUANTOS VERTICES POSSUIA CADA.  
 Grupo 1: 01, 03, 08 | Grupo 2: 02, 03, 07, 10, 11, 12 | Grupo 3: 06, 09  
 Grupo 4: 04

Figura 43 - Resposta A01 - Vi0  
 Fonte: a autora (Estudante 20 – Turma C)

Nessa atividade você deverá agrupar as figuras geométricas conforme alguma característica que você identificar.

Qual característica você usou para agrupar essas figuras? Identifique as figuras pelos números para indicar as características.

Eu agrupo, segundo como base o número de arestas de cada polígono, no grupo A coloquei os triângulos, no grupo B os quadriláteros e no grupo C os polígonos de 5 lados e no grupo D os polígonos de 6 lados.

Figura 44 - Resposta A01 - Vi0  
 Fonte: a autora (Estudante 20 – Turma C)

Ainda é possível perceber nas figuras acima algumas formas dos alunos nomearem os lados dos polígonos da atividade A01, como “faces” (Figura 42), “vértices” (Figura 43) e ainda “arestas” (Figura 44).

Esta atividade tinha como objetivo a análise da habilidade visual do nível 0 da Teoria de Van Hiele (Vi0). Neste nível, é a aparência das formas que as definem. Ainda nesta habilidade, o estudante precisava identificar as figuras geométricas em um desenho, reconhecer as informações encontradas em uma figura e agrupá-las de forma que cada grupo tivesse um critério ou uma característica em específico.

Diante das respostas dos estudantes, é possível perceber que de maneira geral eles conseguiram agrupar as figura geométricas estabelecendo uma regra. Na maioria das resoluções, observou-se que tenderam agrupar as figuras de acordo com o número de lados de cada polígono.

## 5.2 Descrição e análise da Atividade 2 (A02)

A atividade 2 (A02) teve como objetivo verificar a habilidade verbal do nível 0 da Teoria de Van Hiele (Ve0), em que o estudante deveria associar o nome correto das figuras geométricas (triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos).



Na Turma A, 82% dos estudantes classificaram de forma correta, um exemplo é apresentado na Figura 45.

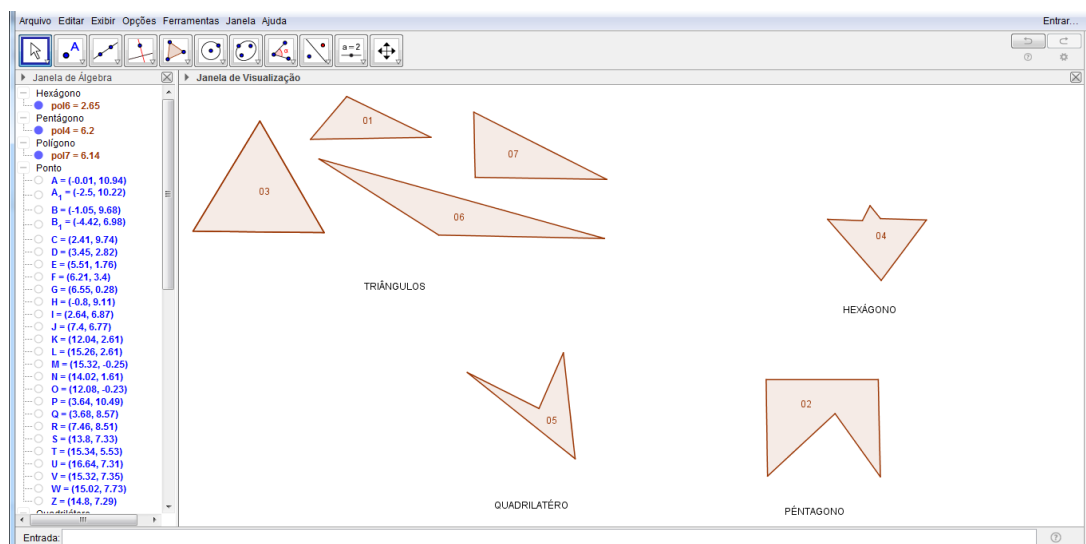


Figura 45 - Resposta A02 - Ve0  
Fonte: a autora (Estudante 2 – Turma A)

Na Figura 46, pode-se observar na resposta do estudante 5 da Turma A como justificou a sua classificação.

Nesta atividade você deverá indicar quais das figuras geométricas apresentadas na tela representam: a) triângulo: 01, 03, 07, 06; b) quadrilátero: 05; c) pentágono: 02; d) hexágono: 04.

Por que você classificou desta forma? .

Porque as figuras 01, 03, 07 e 06 possuem três lados, sendo então triângulos, a figura 05 possui quatro lados, sendo um quadrilátero, a 02 cinco lados, pentágono e 04 seis, hexágono.

Figura 46 - Resposta A02 - Ve0  
Fonte: a autora (Estudante 5 – Turma A)

Observou-se ainda a forma como alguns estudantes justificaram a classificação usando a palavra “retas”, Figuras 47 e 48.

Nesta atividade você deverá indicar quais das figuras geométricas apresentadas na tela representam: a) triângulo: 1, 3, 7, 6; b) quadrilátero: 4, 7, 8, 5; c) pentágono: 2; d) hexágono: 4.

Por que você classificou desta forma? .

Por causa das quantidade de retas de cada figura.

Figura 47 - Resposta A02 - Ve0  
Fonte: a autora (Estudante 16 – Turma A)

Nesta atividade você deverá indicar quais das figuras geométricas apresentadas na tela representam: a) triângulo: 01, 03, 06, 07; b) quadrilátero: 05; c) pentágono: 02; d) hexágono: 04.

Por que você classificou desta forma?

Porque tanto de retas que tem a figura.

Figura 48 - Resposta A02 - Ve0  
Fonte: a autora (Estudante 27 – Turma A)

Na Turma B, 58,6% dos estudantes responderam da mesma forma, associando corretamente os nomes das figuras, conforme sua representação no *software*, por exemplo, a resolução do estudante 26 na Figura 49.

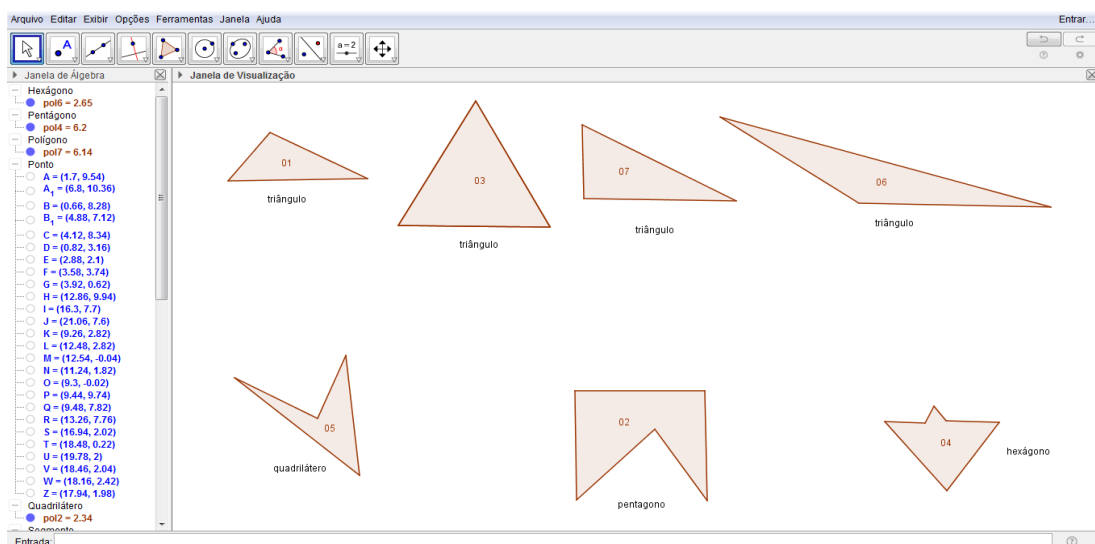


Figura 49 - Resposta A02 - Ve0  
Fonte: a autora (Estudante 26 – Turma B)

A Figura 50 a seguir mostra a resposta do estudante 13 da Turma B, justificando sua forma de associar as figuras geométricas com seus respectivos nomes.

Nesta atividade você deverá indicar quais das figuras geométricas apresentadas na tela representam: a) triângulo: 1, 3, 6, 7; b) quadrilátero: 05; c) pentágono: 2; d) hexágono: 4.

Por que você classificou desta forma?

Porque os triângulos têm três lados, os quadriláteros quatro lados, pentágonos cinco lados e hexágonos seis lados.

Figura 50 - Resposta A02 - Ve0  
Fonte: a autora (Estudante 13 – Turma B)

Observou-se ainda outras formas dos estudantes justificarem sua classificação, tais como número de “pontas” conforme a Figura 51.

Nesta atividade você deverá indicar quais das figuras geométricas apresentadas na tela representam: a) triângulo: 1, 3, 6, 7; b) quadrilátero: 05; c) pentágono: 02; d) hexágono: 04.

Por que você classificou desta forma? .

Pela número de pontas.

Figura 51 - Resposta A02 - Ve0  
Fonte: a autora (Estudante 20 – Turma B)

O estudante 21 da Turma B justificou corretamente triângulo e hexágono, apesar de ter indicado apenas a figura geométrica 3 como triângulo, faltando indicar as figuras geométricas 1, 6 e 7. E ainda justificou um pentágono como sendo aquele que faz um ângulo de  $90^\circ$ , como na Figura 52.

Nesta atividade você deverá indicar quais das figuras geométricas apresentadas na tela representam: a) triângulo: 03; b) quadrilátero: 05; c) pentágono: 07; d) hexágono: 04.

Por que você classificou desta forma? .

A) Porque o triângulo tem 3 lados. B) Parece ser um quadrilátero.  
C) Porque o pentágono faz um ângulo de  $90^\circ$ . D) Porque tem 5 lados

Figura 52 - Resposta A02 - Ve0  
Fonte: a autora (Estudante 21 – Turma B)

O estudante 25 da Turma B afirmou não se lembrar do significado das palavras hexágono, quadrilátero e pentágono, como na Figura 53.

Nesta atividade você deverá indicar quais das figuras geométricas apresentadas na tela representam: a) triângulo: 03, 06; b) quadrilátero: 02, 05; c) pentágono: 01, 07; d) hexágono: 04.

Por que você classificou desta forma? .

Eu não sei, não lembro o que significa hexágono, quadrilátero, pentágono.

Figura 53 - Resposta A02 - Ve0  
Fonte: a autora (Estudante 25 – Turma B)

Do total de estudantes da Turma C, 89,2% responderam de forma correta, associando as figuras geométricas aos seus respectivos nomes, um exemplo é apresentado na Figura 54.

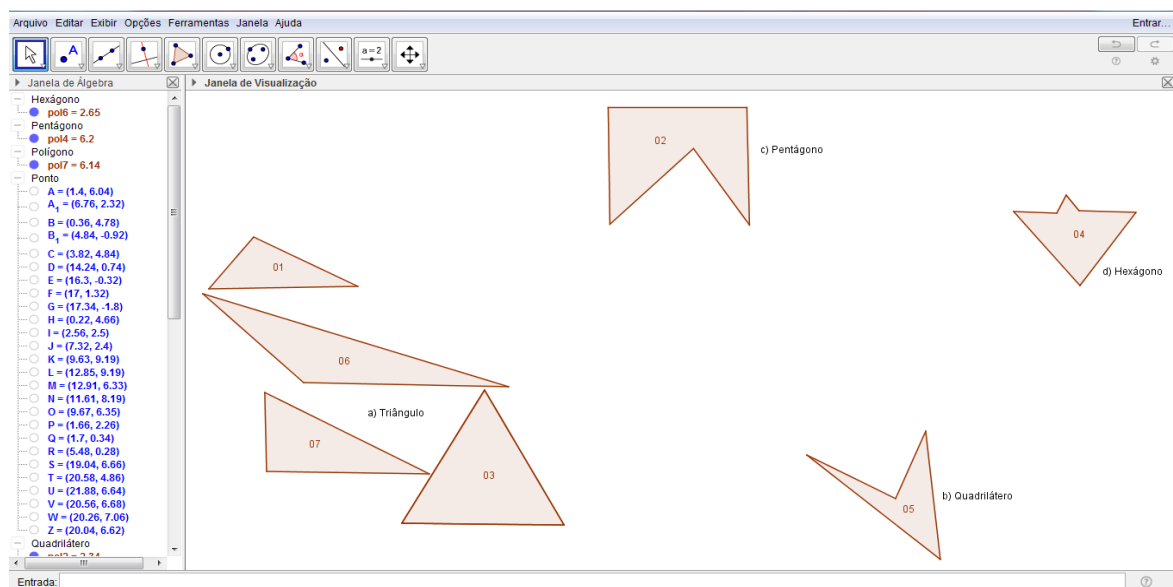


Figura 54 - Resposta A02 - Ve0  
Fonte: a autora (Estudante 23 – Turma C)

Uma forma correta de classificação foi apresentada pelo estudante 5 na Figura 55.

Nesta atividade você deverá indicar quais das figuras geométricas apresentadas na tela representam: a) triângulo: 01, 03, 06, 07; b) quadrilátero: 05; c) pentágono: 02; d) hexágono: 04.

Por que você classificou desta forma? .

Porque os polígonos (01, 03, 06 e 07) tinham 3 lados, os polígonos (05) tinham 4 lados, o polígono (02) tinha 5 lados e o polígono (04) tinha 6 lados.

Figura 55 - Resposta A02 - Ve0  
Fonte: a autora (Estudante 5 – Turma C)

Outras justificativas valem ser ressaltadas, tais como quantidade de “pontas” (Figura 56), quantidade de “ângulos” (Figura 57), número de “arestas” (Figura 58) e ainda número de “faces” (Figura 59).

Nesta atividade você deverá indicar quais das figuras geométricas apresentadas na tela representam: a) triângulo: 01, 03, 06, 07; b) quadrilátero: 05; c) pentágono: 02; d) hexágono: 04.

Por que você classificou desta forma? .

Pela causa da quantidade de pontos de cada forma.

Figura 56 - Resposta A02 - Ve0  
Fonte: a autora (Estudante 9 – Turma C)

Nesta atividade você deverá indicar quais das figuras geométricas apresentadas na tela representam: a) triângulo: 01 03 07 06; b) quadrilátero: 05; c) pentágono: 02; d) hexágono: 04.

Por que você classificou desta forma? .

Pela quantidade de ângulos de cada forma

Figura 57 - Resposta A02 - Ve0  
Fonte: a autora (Estudante 12 – Turma C)

Nesta atividade você deverá indicar quais das figuras geométricas apresentadas na tela representam: a) triângulo: 1, 3, 6, 7; b) quadrilátero: 5; c) pentágono: 2; d) hexágono: 4.

Por que você classificou desta forma? .

Classifiquei pelo número de arestas da figura. Triângulo (3 arestas), quadrilátero (4 arestas), pentágono (5 arestas), hexágono (6 arestas).

Figura 58 - Resposta A02 - Ve0  
Fonte: a autora (Estudante 14 – Turma C)

Nesta atividade você deverá indicar quais das figuras geométricas apresentadas na tela representam: a) triângulo: figuras 3, 6, 7, 1; b) quadrilátero: figura 5; c) pentágono: figura 2; d) hexágono: figura 4.

Por que você classificou desta forma? .

ela vai pelo número de lados em cada figura.

Figura 59 - Resposta A02 - Ve0  
Fonte: a autora (Estudante 16 – Turma C)

O objetivo desta atividade consistia na análise da habilidade verbal do nível 0 da Teoria de Van Hiele (Ve0), em que o estudante deveria associar o nome correto a algumas figuras geométricas traçadas no *software*, de forma a compreender as expressões que descrevem as figuras.

É possível afirmar que a maioria dos estudantes consegue associar o nome das figuras geométricas de acordo com o número de lados, mesmo observando que em alguns casos nomeiam de forma correta, mas apresentam justificativas de forma errada, como “número de faces” e “número de arestas”.

### 5.3 Descrição e análise da Atividade 3 (A03)

A atividade 3 (A03) englobava duas habilidades do nível 0, sendo elas desenho (D0) e aplicação (Ap0), em que o estudante foi indagado a desenhar elementos do meio ambiente usando figuras geométricas.

Na Turma A, todos conseguiram fazer alguma representação de elementos do meio ambiente, em que os elementos mais presentes foram: árvore, sol e flor, sendo esses representados de diversas formas. Uma resolução da A03 é apresentada na Figura 60, na qual o estudante 21 representa uma árvore e seus frutos, utilizando para isso polígonos e círculos.

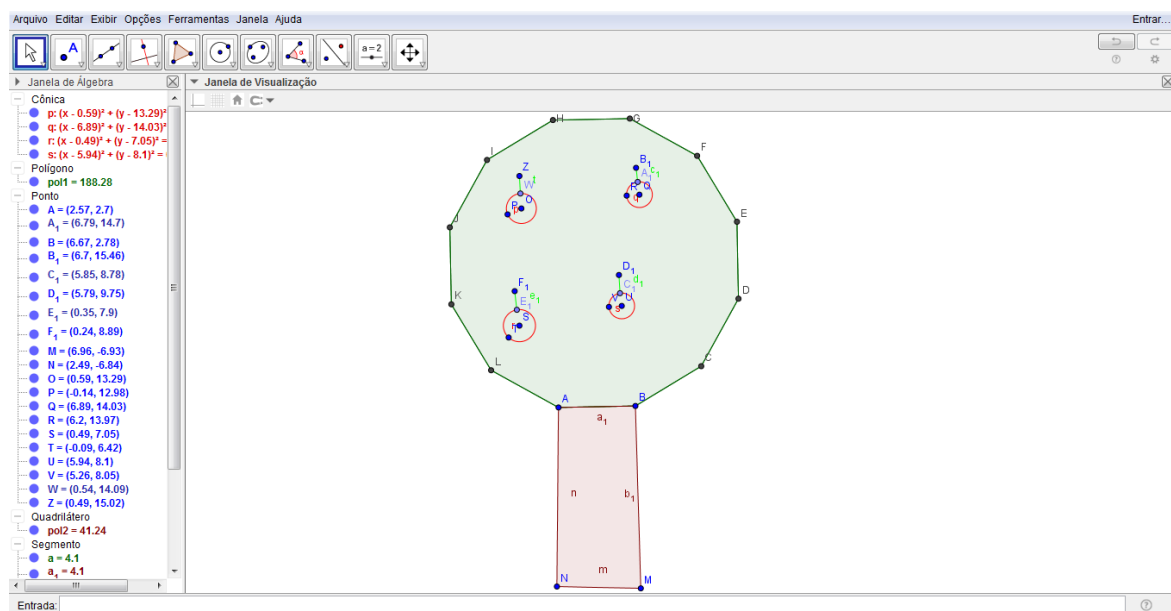


Figura 60 - Resposta A03 - D0 e Ap0  
Fonte: a autora (Estudante 21 – Turma A)

O mesmo estudante apresentou a resposta escrita descrevendo as figuras geométricas que utilizou para a construção da árvore: um dodecágono, um quadrilátero e circunferências, como mostra a Figura 61.

Qual figura geométrica você desenhou? O que ela representa?

Um decágono, um quadrilátero e quatro circunferências formando uma árvore.

Figura 61 - Resposta A03 - D0 e Ap0  
Fonte: a autora (Estudante 21 – Turma A)

Os estudantes também desenharam outras representações, como o símbolo de reciclagem, apresentado na Figura 62.

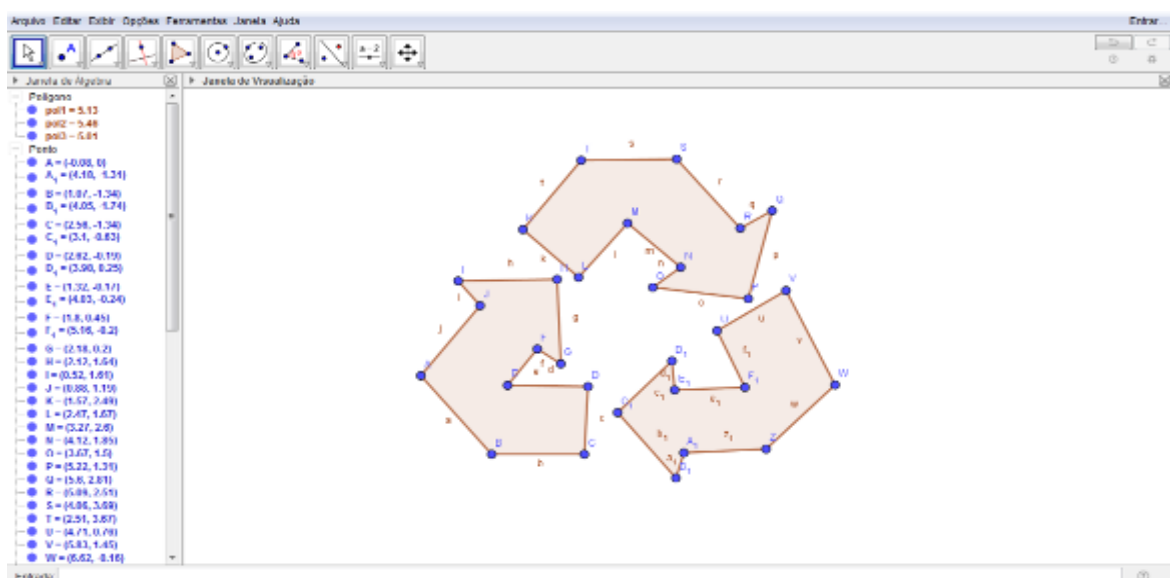


Figura 62 - Resposta A03 - D0 e Ap0  
Fonte: a autora (Estudante 2 – Turma A)

O estudante indicou de forma correta a figura geométrica que representa o símbolo da reciclagem, classificando como decágono, como mostra a Figura 63.

Qual figura geométrica você desenhou? O que ela representa?

Um decágono. Representa a reciclagem, é o seu símbolo.

Figura 63 - Resposta A03 - D0 e Ap0  
Fonte: a autora (Estudante 2 – Turma A)

Todos os estudantes da Turma B conseguiram desenhar uma representação dos elementos do meio ambiente, usando figuras geométricas. Nesta turma, os elementos mais representados, assim como na Turma A, são árvore, sol e flor. O

estudante 19 desenhou a representação do nascer do sol, descrevendo seu desenho com polígono rígido e semicírculo definido por 2 pontos, como apresenta as Figuras 64 e 65.

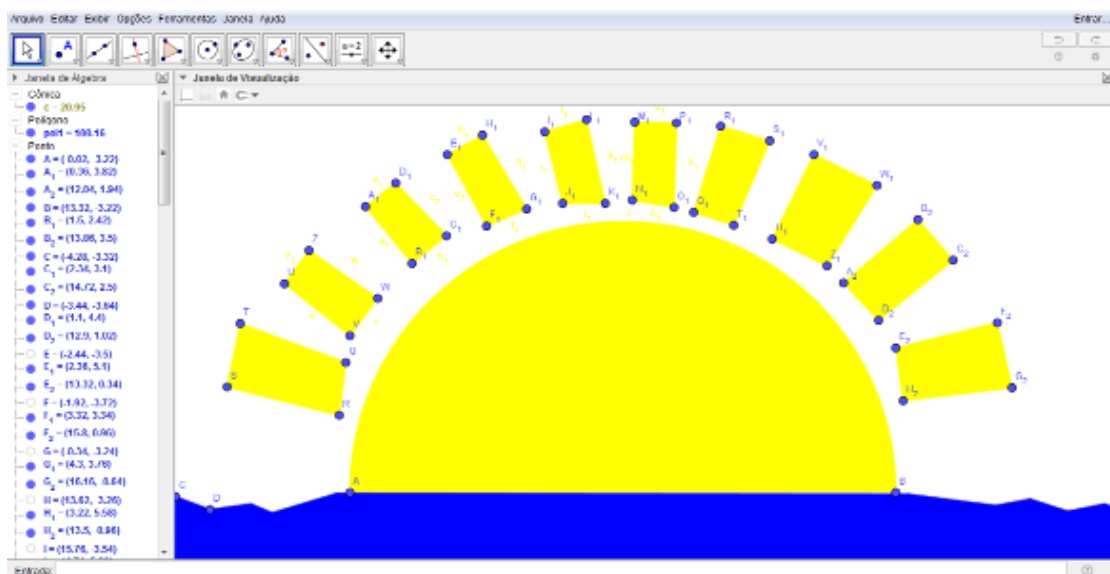


Figura 64 - Resposta A03 - D0 e Ap0  
Fonte: a autora (Estudante 19 – Turma B)

Qual figura geométrica você desenhou? O que ela representa?

*Polígono Rígido e Semicirculo definido por dois pontos. representa o nascer do sol*

Figura 65 - Resposta A03 - D0 e Ap0  
Fonte: a autora (Estudante 19 – Turma B)

Diferentes representações do meio ambiente foram apresentadas, como o peixe que o estudante 15, da Turma B, desenhou usando as figuras geométricas triângulo, quadrilátero e círculo, Figuras 66 e 67. Já outro estudante respondeu a atividade alegando ter desenhado uma pirâmide, porém no *software* o desenho é de um triângulo (Figuras 68 e 69). O mesmo estudante na atividade A01 nomeou os triângulos como sendo pirâmides.



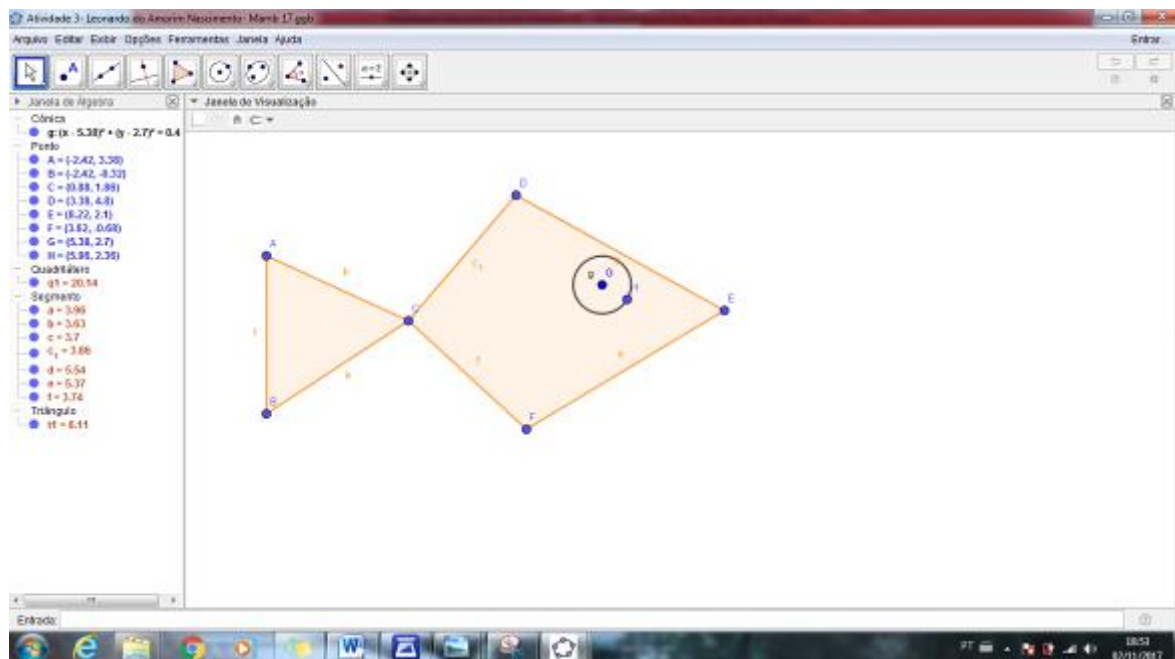


Figura 66 - Resposta A03 - D0 e Ap0  
Fonte: a autora (Estudante 15 – Turma B)

Qual figura geométrica você desenhou? O que ela representa?

Desenhei 1 triângulo, 1 quadrilátero e 1 círculo, que formaram um peixe representando uma espécie da fauna.

Figura 67 - Resposta A03 - D0 e Ap0  
Fonte: a autora (Estudante 15 – Turma B)

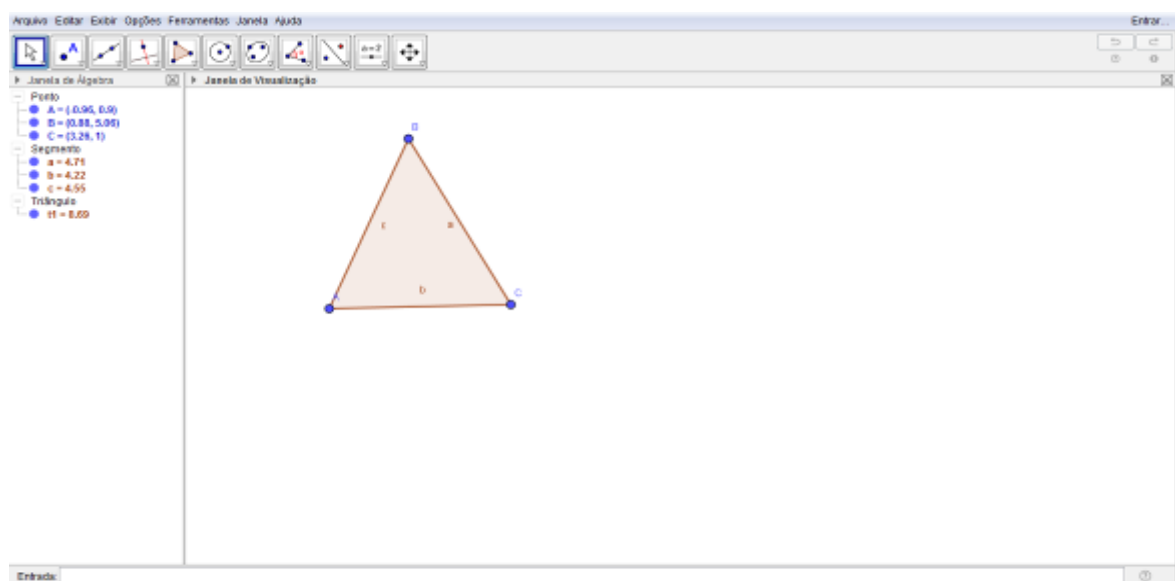


Figura 68 - Resposta A03 - D0 e Ap0  
Fonte: a autora (Estudante 2 – Turma B)

Qual figura geométrica você desenhou? O que ela representa?

*Desenhei uma pirâmide, pois está muito simples de ser feita*

Figura 69 - Resposta A03 - D0 e Ap0  
Fonte: a autora (Estudante 2 – Turma B)

Outra resposta interessante foi do estudante 10, que representou uma árvore e um sol, usando como desenho elipse, círculo e semicircunferência. Porém, na sua resposta escrita, justificou ter usado esfera, como mostram as Figuras 70 e 71.

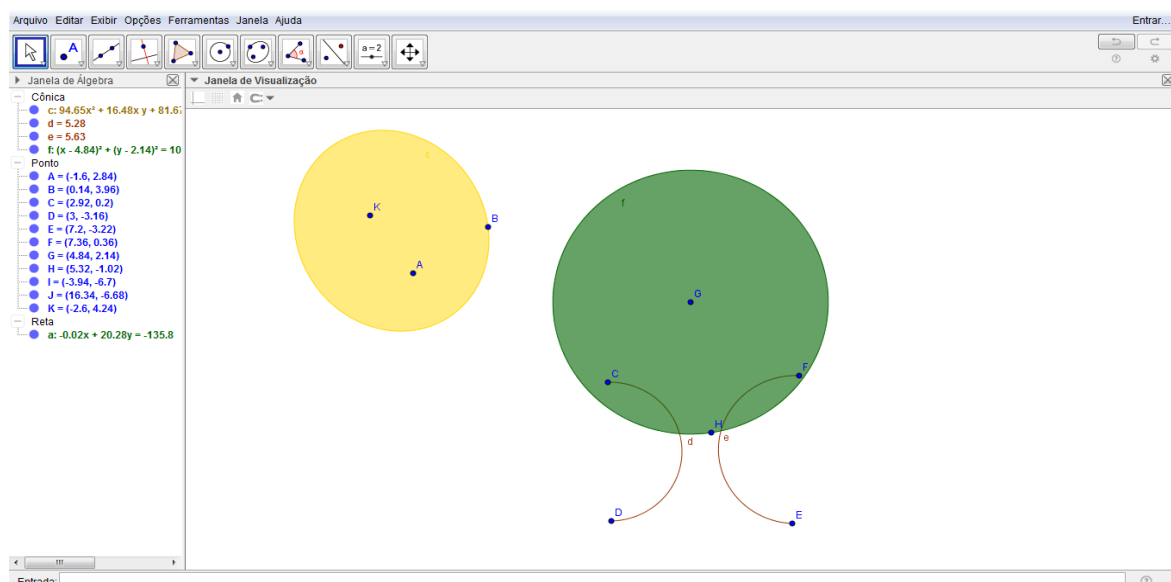


Figura 70 - Resposta A03 - D0 e Ap0  
Fonte: a autora (Estudante 10 – Turma B)

Qual figura geométrica você desenhou? O que ela representa?

*Desenhei uma árvore e um sol (esfera e ...)*

Figura 71 - Resposta A03 - D0 e Ap0  
Fonte: a autora (Estudante 10 – Turma B)

Na Turma C, todos os estudantes conseguiram contemplar as habilidades da atividade A03. Como nas outras duas turmas, esta terceira turma também teve como principais elementos representados árvore, sol e flor. O estudante 17 desenhou a

representação de uma flor, descrevendo que usou retângulos, triângulos e círculo, como mostram as Figuras 72 e 73.

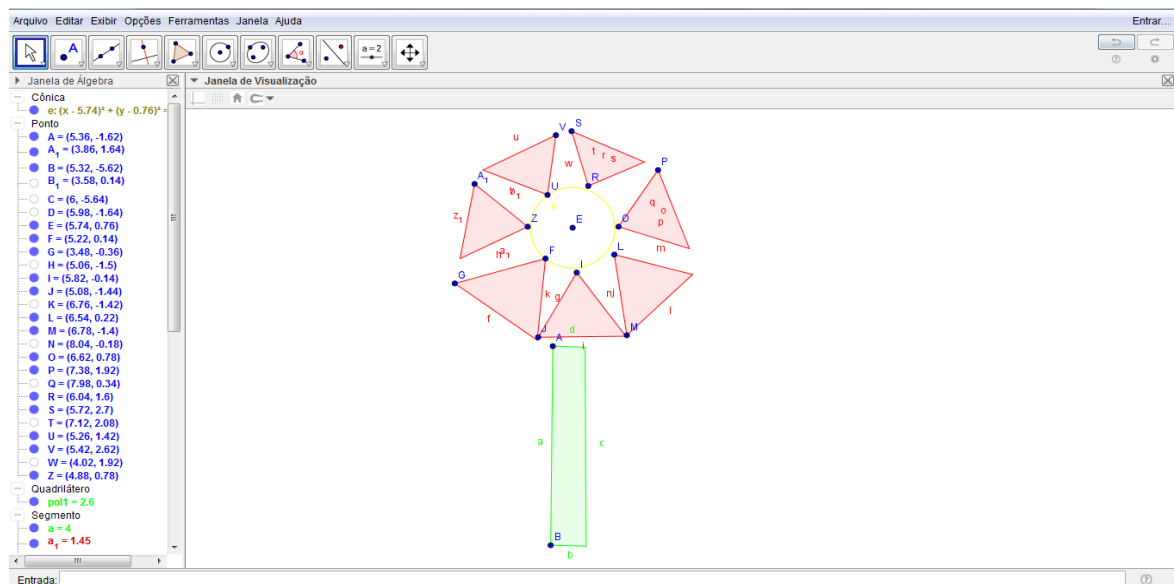


Figura 72 - Resposta A03 - D0 e Ap0  
Fonte: a autora (Estudante 17 – Turma C)

Qual figura geométrica você desenhou? O que ela representa?

*Um retângulo que representa um caule; sete triângulos que representam pétalas; e um círculo que forma o polém, assim se forma uma flor!!*

Figura 73 - Resposta A03 - D0 e Ap0  
Fonte: a autora (Estudante 17 – Turma C)

O estudante 23 da Turma C desenhou a representação de um carro usando trapézio, triângulo e retângulo e também prédios usando três retângulos, como mostram as Figuras 74 e 75.

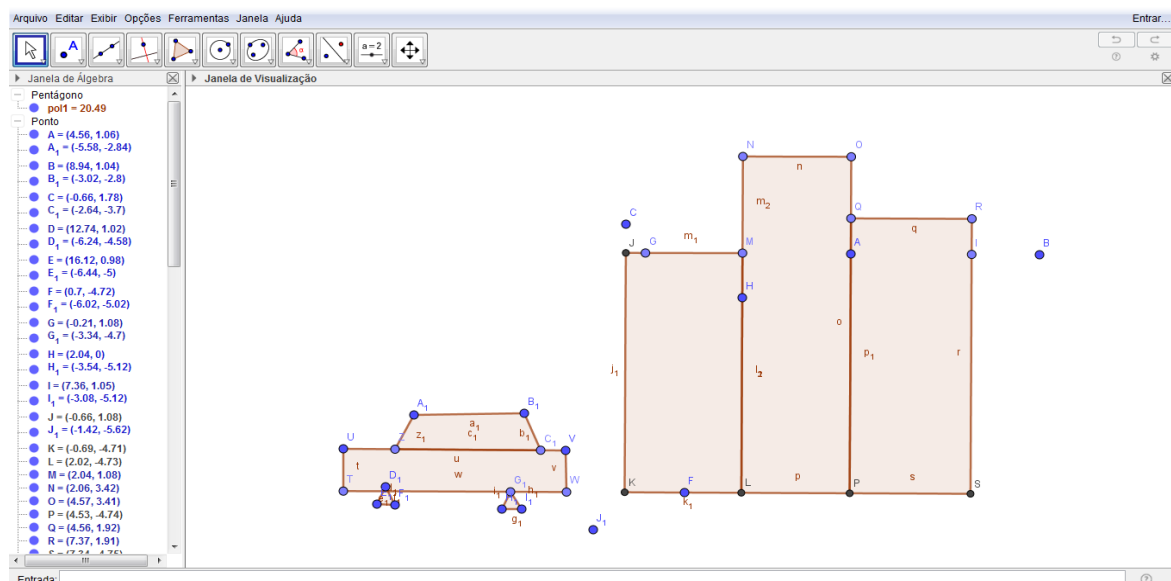


Figura 74 - Resposta A03 - D0 e Ap0  
Fonte: a autora (Estudante 23 – Turma C)

Qual figura geométrica você desenhou? O que ela representa?

4 retângulos, 2 triângulos, 1 trapézio.  
3 retângulos: 3 pedras / 1 trapézio: vidros (pedras do cone)  
1 retângulo: 1 pedra do cone / 2 triângulos: 2 pedras

Figura 75 - Resposta A03 - D0 e Ap0  
Fonte: a autora (Estudante 23 – Turma C)

Nesta atividade, foram associadas duas habilidades, desenho e aplicação, do nível 0 da Teoria de Van Hiele (D0 e Ap0). Na habilidade de desenho ou gráfica, o estudante deveria criar esquemas e identificar as partes de uma dada figura, e na habilidade de aplicação, o estudante deveria reconhecer formas geométricas em elementos do meio ambiente.

Das respostas obtidas da atividade, observou-se que os estudantes conseguiram estabelecer uma relação entre as duas habilidades, desenhando elementos do meio ambiente associados a figuras geométricas. Entre as três turmas, os elementos do meio ambiente mais presente foram árvore, sol e flor.

#### 5.4 Descrição e análise da Atividade 4 (A04)

A atividade 4 (A04) envolvia a análise da habilidade lógica do nível 0 (L0). No *software* estavam traçadas algumas retas de cores diferentes, em que o

estudante deveria identificar as posições relativas entre elas (paralelas, perpendiculares e concorrentes).

Na Turma A, todos responderam a essa atividade, mas nenhuma resposta fez a relação com a palavra concorrentes. Aparecem situações como “se cruzam em um único ponto” (Figura 76), “se cortam” (Figura 77), mas não usaram a palavra concorrentes.

Nessa atividade encontram-se algumas retas. Você é capaz de observar semelhanças e diferenças nessas retas? Quais? (Tente mover as retas)

Use as cores das retas para descrever sua resposta.

a azul e a laranja são paralelas, a vermelho é perpendicular em relação a azul e a laranja, a verde e a preto se cruzam em um único ponto

Figura 76 - Resposta A04 - L0  
Fonte: a autora (Estudante 21 – Turma A)

Nessa atividade encontram-se algumas retas. Você é capaz de observar semelhanças e diferenças nessas retas? Quais? (Tente mover as retas)

Use as cores das retas para descrever sua resposta.

laranja, azul - ~~paralelas~~ paralelas; azul, verde, vermelha - todos se cortam; vermelho e azul - perpendiculares.

Figura 77 - Resposta A04 – L0  
Fonte: a autora (Estudante 15 – Turma A)

Na Turma A, 73% dos estudantes estabeleceram alguma relação entre as retas (paralelas e/ou perpendiculares) e todos identificaram a relação entre as retas paralelas (azul e laranja). Dentre os 73% que estabeleceram alguma relação entre posições relativas, 47,3% relataram a perpendicularidade entre as retas vermelha e azul, mas apenas 26,3% afirmaram que as retas vermelha e laranja são perpendiculares. Um exemplo é apresentado na Figura 78, na qual o estudante 5 descreveu a relação entre as retas.

Nessa atividade encontram-se algumas retas. Você é capaz de observar semelhanças e diferenças nessas retas? Quais? (Tente mover as retas)

Use as cores das retas para descrever sua resposta.

A reta laranja e a azul possuem a semelhança de serem paralelas. A vermelha e azul são perpendiculares, assim como com a laranja. As retas vermelha e preta se cruzam. A verde cruza com a preta e vermelha.

Figura 78 - Resposta A04 - L0  
Fonte: a autora (Estudante 5 – Turma A)

A única resposta da atividade que apareceu a definição de perpendicularidade (ângulo de  $90^\circ$ ) é na resolução do estudante 28, apesar de não ter relacionado a perpendicularidade com outra reta, como mostra a Figura 79.

Nessa atividade encontram-se algumas retas. Você é capaz de observar semelhanças e diferenças nessas retas? Quais? (Tente mover as retas)

Use as cores das retas para descrever sua resposta.

A reta azul e amarela são retas paralelas. A reta vermelha é perpendicular, pois faz um ângulo de  $90^\circ$ .

Figura 79 - Resposta A04 - L0  
Fonte: a autora (Estudante 28 – Turma A)

Na Turma B, 58% dos estudantes estabeleceram alguma relação entre as retas (paralelas, perpendiculares e concorrentes). Já os outros estudantes não conseguiram determinar a relação entre as retas. A relação de retas concorrentes apareceu uma única vez, na resposta do estudante 11, como mostra a Figura 80.

Nessa atividade encontram-se algumas retas. Você é capaz de observar semelhanças e diferenças nessas retas? Quais? (Tente mover as retas)

Use as cores das retas para descrever sua resposta.

Azul e laranja não são perpendiculares. Azul e vermelha não são concorrentes. A preta é uma reta.

Figura 80 - Resposta A04 - L0  
Fonte: a autora (Estudante 11 – Turma B)

Dos 58% que estabeleceram alguma relação entre as retas (paralelas e/ou perpendiculares), 47% afirmaram que as retas azul e laranja são paralelas. E ainda

23,5% afirmaram que a reta vermelha e a reta azul são perpendiculares. Não necessariamente os mesmos estudantes, mas 23,5% afirmaram que as retas vermelha e laranja são perpendiculares, um exemplo está apresentado na Figura 81.

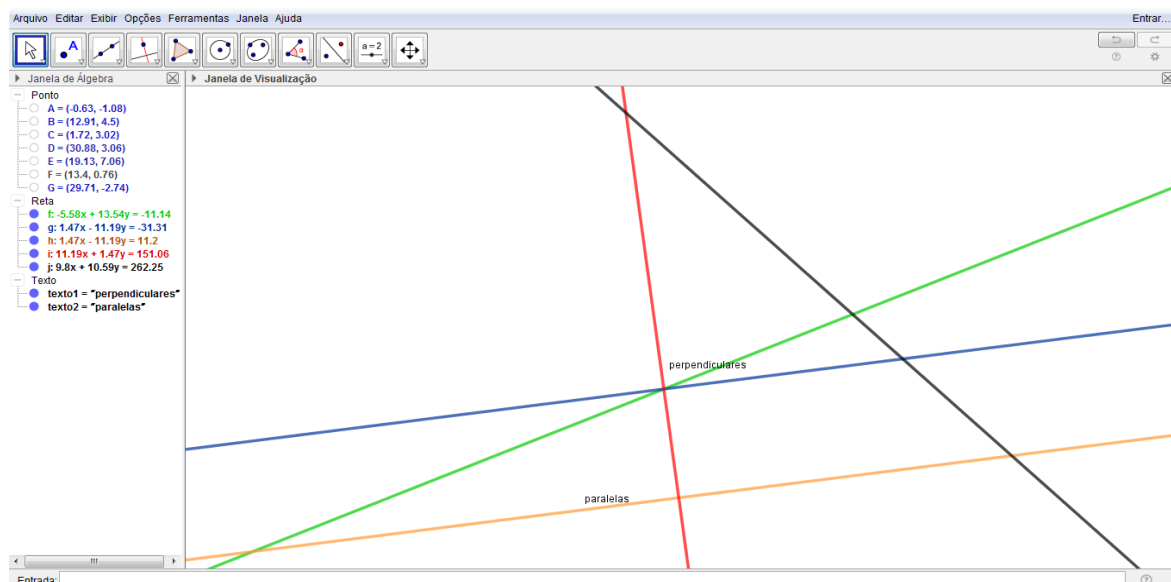


Figura 81 - Resposta A04 - L0  
Fonte: a autora (Estudante 5 – Turma B)

Um dos estudantes da Turma B caracterizou as retas paralelas como aquelas que não se cruzam, conforme apresentado na Figura 82.

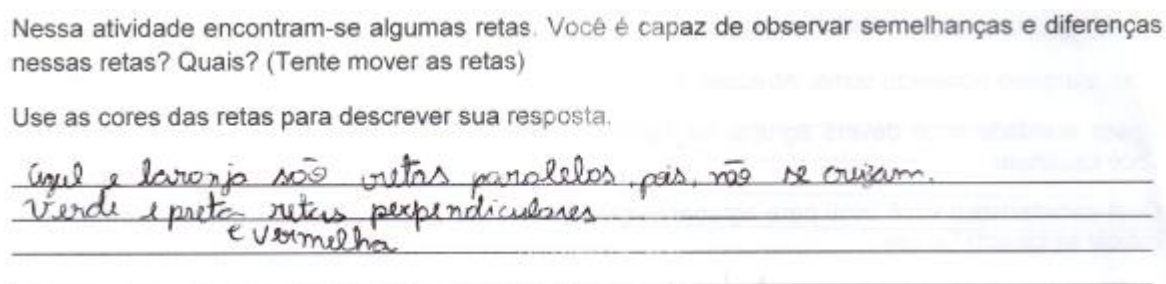


Figura 82 - Resposta A04 - L0  
Fonte: a autora (Estudante 16 – Turma B)

Ainda foram encontradas algumas outras relações colocadas pelos estudantes de forma errônea, tais como, bissetriz (Figura 83) e ainda diagonal, vertical e horizontal (Figura 84).

Nessa atividade encontram-se algumas retas. Você é capaz de observar semelhanças e diferenças nessas retas? Quais? (Tente mover as retas)

Use as cores das retas para descrever sua resposta.

azul: \_\_\_\_\_  
 verde: paralelas \_\_\_\_\_  
 laranja: \_\_\_\_\_  
 vermelho: perpendicular \_\_\_\_\_

Figura 83 - Resposta A04 - L0  
 Fonte: a autora (Estudante 2 – Turma B)

Nessa atividade encontram-se algumas retas. Você é capaz de observar semelhanças e diferenças nessas retas? Quais? (Tente mover as retas)

Use as cores das retas para descrever sua resposta.

A maioria delas forma um "x", "□", e elas ficam na diagonal, horizontal e vertical

Figura 84 - Resposta A04 - L0  
 Fonte: a autora (Estudante 24 – Turma B)

Na Turma C, das 27 respostas da atividade 4 (A04), 62,9% estabeleceram relação entre as retas, mas os restantes dos estudantes não conseguiram estabelecer uma relação. Apenas dois estudantes descreveram a relação de retas concorrentes, como mostra a Figura 85 uma destas respostas.

Nessa atividade encontram-se algumas retas. Você é capaz de observar semelhanças e diferenças nessas retas? Quais? (Tente mover as retas)

Use as cores das retas para descrever sua resposta.

laranja e azul - são paralelas e a vermelha é perpendicular a estes dois. A verde é concorrente de todas as outras.

Figura 85 - Resposta A04 - L0  
 Fonte: a autora (Estudante 4 – Turma C)

Dos estudantes que estabeleceram alguma relação entre as retas, 94,1% relatou existir a relação de paralelismo entre as retas azul e laranja. 52,9% encontraram a relação de perpendicularidade entre as retas vermelha e azul, e ainda 47% afirmaram que as retas vermelha e laranja são perpendiculares, como o exemplo da Figura 86.



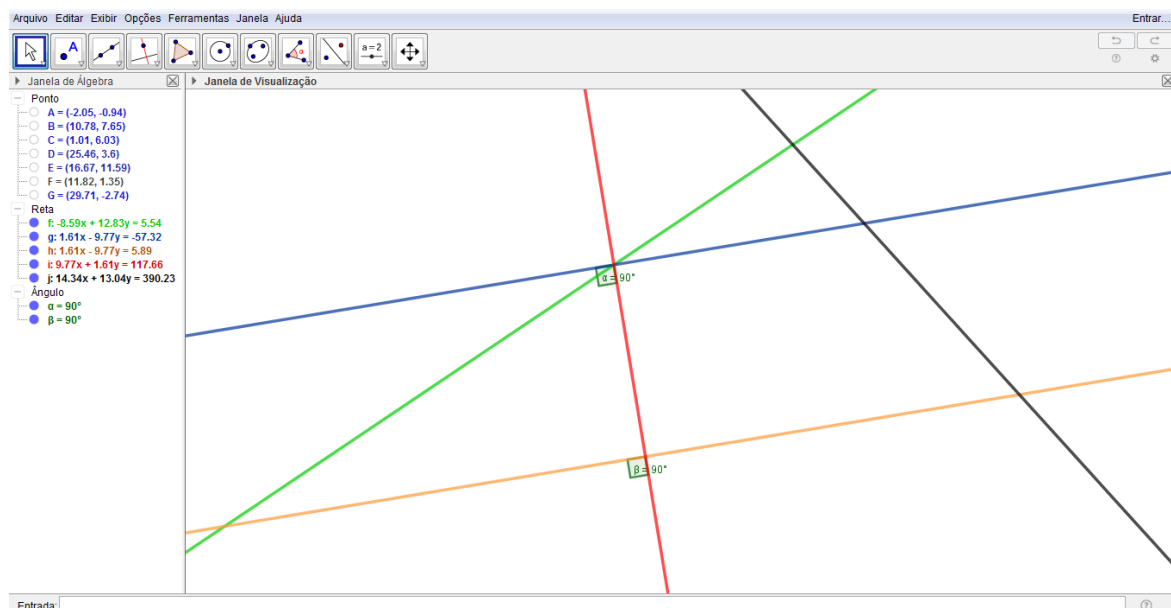


Figura 86 - Resposta A04 - L0  
Fonte: a autora (Estudante 5 – Turma C)

A atividade 4 (A04) era relacionada à análise da habilidade lógica do nível 0 da Teoria de Van Hiele (L0), em que o estudante deveria ser capaz de entender diferenças e semelhanças entre figuras, assim como perceber a preservação da forma de figuras independente de sua posição. Na atividade, o estudante deveria estabelecer as posições relativas das retas (paralelas, perpendiculares e concorrentes) e ainda verificar que movendo as retas, estas relações permanecem.

Os estudantes conseguiram perceber facilmente a relação entre retas paralelas, de forma moderada a relação de perpendicularidade e a relação de retas concorrentes foi pouco identificada pelos estudantes, ou quando identificada não nomeavam como concorrentes, descreviam como “retas que se cruzam” ou “retas que se cortam”.

### 5.5 Descrição e análise da Atividade 5 (A05)

A atividade 5 (A05) teve por finalidade a análise da habilidade visual do nível 1 (Vi1), em que o estudante deveria identificar uma figura como parte de uma maior, encontrando portanto polígonos formados pela interseção das retas dadas.

Na Turma A, todos os estudantes que realizaram a atividade 4 (A04) conseguiram traçar pelo menos um polígono formado entre as retas já desenhadas. 100% dos estudantes conseguiram encontrar pelo menos um triângulo com a

interseção das retas, deste total, 84% encontram quadriláteros, 12% pentágonos, 4% hexágonos e 4% heptágono. A Figura 87 apresenta a resolução do estudante 16, o qual traçou um triângulo e um quadrilátero.

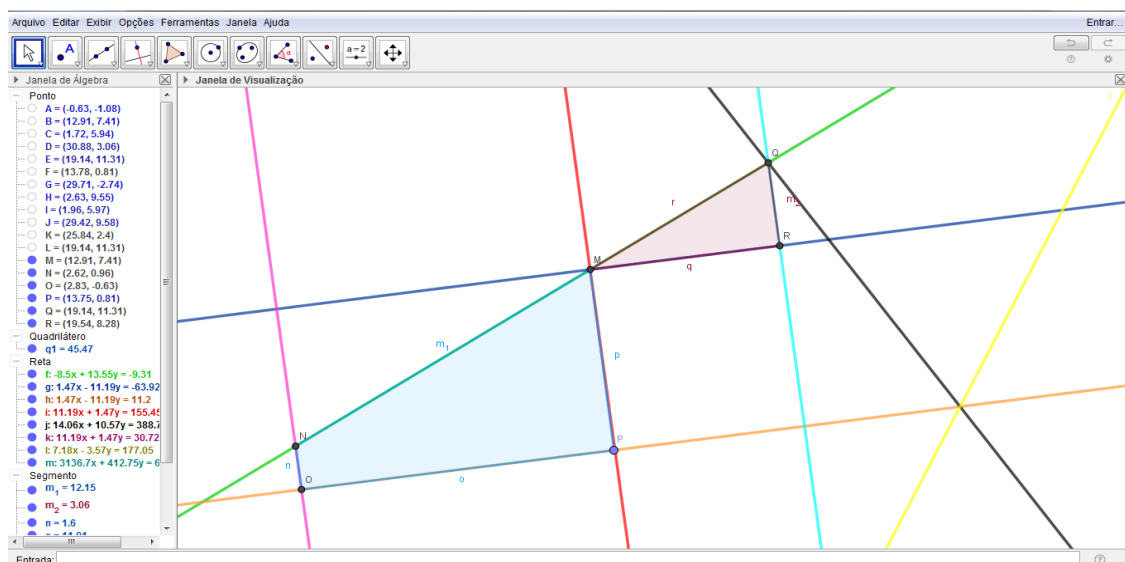


Figura 87 - Resposta A05 - Vi1  
Fonte: a autora (Estudante 16 – Turma A)

Cerca de 20% dos estudantes definiram como quadrados todos os quadriláteros encontrados, mesmo aqueles não sendo quadrados (lados congruentes e ângulos congruentes). As Figuras 88 e 89 são um exemplo em que o estudante traçou um retângulo, um quadrado e na resposta escrita, afirmou ter encontrado apenas quadrados.

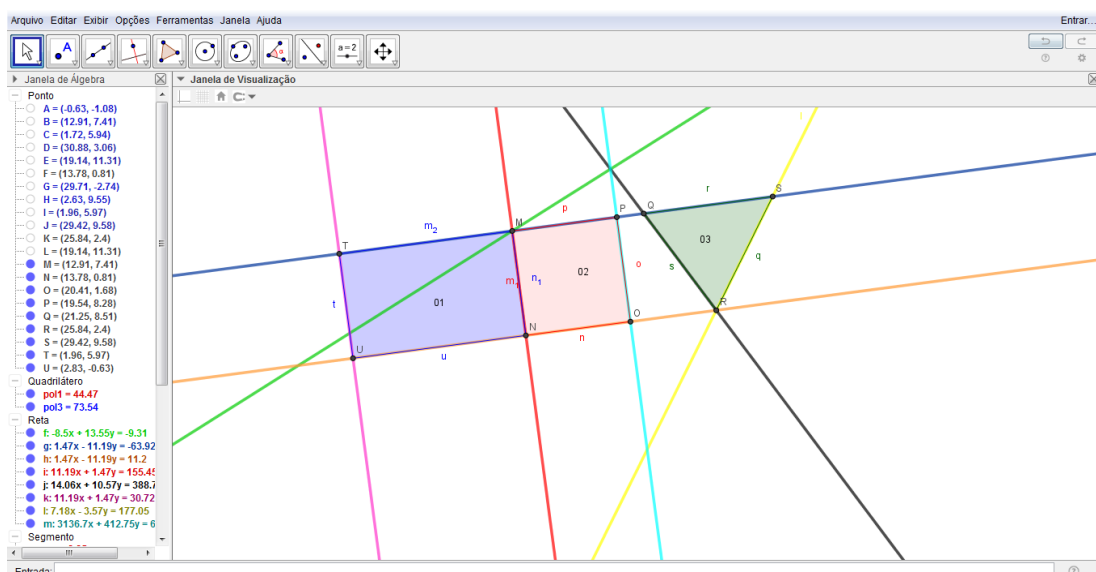


Figura 88 - Resposta A05 - Vi1  
Fonte: a autora (Estudante 13 – Turma A)

Quais são os polígonos que você encontrou?

Encontrei dois quadriláteros (01, 02) e um triângulo (03)

Figura 89 - Resposta A05 - Vi1  
Fonte: a autora (Estudante 13 – Turma A)

O estudante 14 traçou os polígonos com a interseção de retas, porém na resposta escrita, afirmou não saber o nome dos polígonos (relacionada à habilidade Ve0, vista anteriormente). Observe as Figuras 90 e 91.

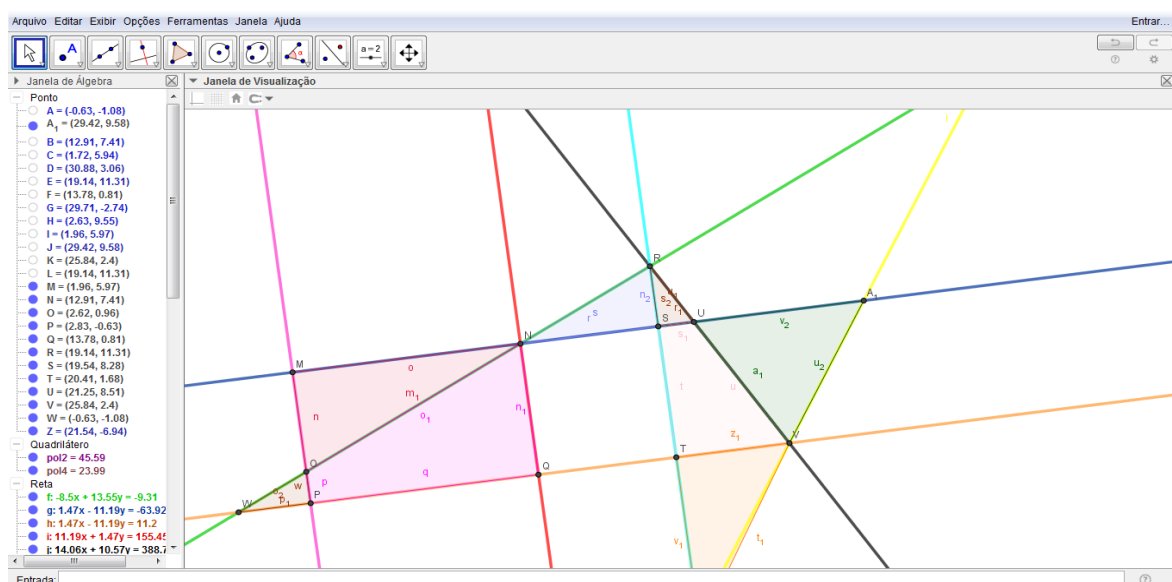


Figura 90 - Resposta A05 - Vi1  
Fonte: a autora (Estudante 14 – Turma A)

Quais são os polígonos que você encontrou?

Não sei os nomes

Figura 91 - Resposta A05 - Vi1  
Fonte: a autora (Estudante 14 – Turma A)

Na Turma B, dos 28 estudantes que resolveram a atividade 5 (A05), 92,8% conseguiram encontrar pelo menos um polígono com a interseção das retas, sendo triângulos ou quadriláteros. Dentre os estudantes que conseguiram traçar um polígono, 88,5% traçou triângulos e quadriláteros, 7,7% só triângulos e ainda 3,8%

só quadriláteros. Na Figura 92, tem-se a resolução da atividade do aluno 22, em que se destaca os triângulos e quadriláteros.

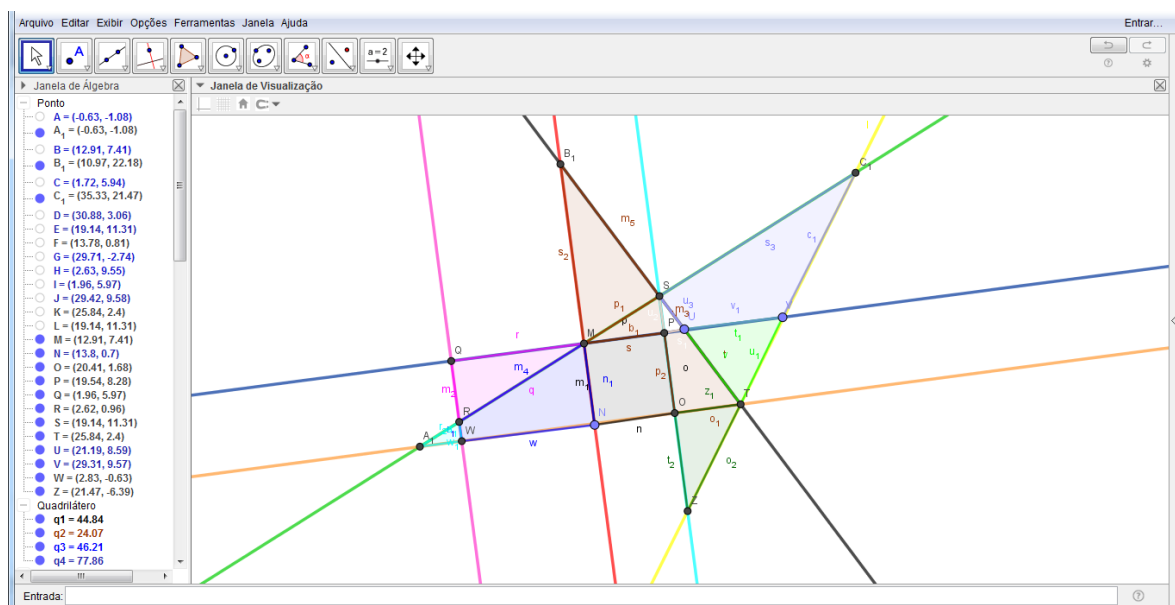


Figura 92 - Resposta A05 - Vi1  
Fonte: a autora (Estudante 22 – Turma B)

Na Turma B, 21,4% dos estudantes denominaram de forma errônea quadriláteros quaisquer como quadrados, como mostram as Figuras 93 e 94.

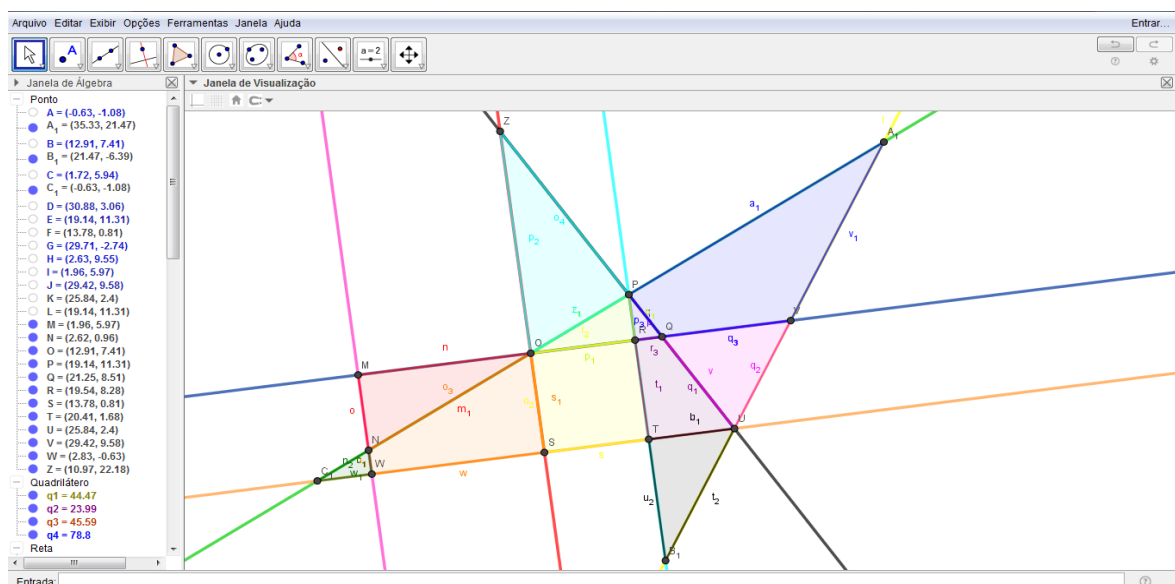


Figura 93 - Resposta A05 - Vi1  
Fonte: a autora (Estudante 7 – Turma B)

Quais são os polígonos que você encontrou?

Triângulos, quadrados.

Figura 94 - Resposta A05 - Vi1  
Fonte: a autora (Estudante 7 – Turma B)

Uma diferente situação que vale ser ressaltada foi a em que um estudante descreveu ter traçado “polígonos de 3 a 4 pontas”, como da Figura 95.

Quais são os polígonos que você encontrou?

Polígonos de três a quatro pontas.

Figura 95 - Resposta A05 - Vi1  
Fonte: a autora (Estudante 20 – Turma B)

Na Turma C, dos estudantes que realizaram a atividade 5 (A05), todos conseguiram encontrar algum polígono na interseção das retas. As figuras geométricas traçadas pelos estudantes são triângulos e quadriláteros. 100% das respostas da atividade apresentaram pelo menos um triângulo, deste total, 66,6% destacaram triângulos e quadriláteros, como o exemplo das Figuras 96 e 97.

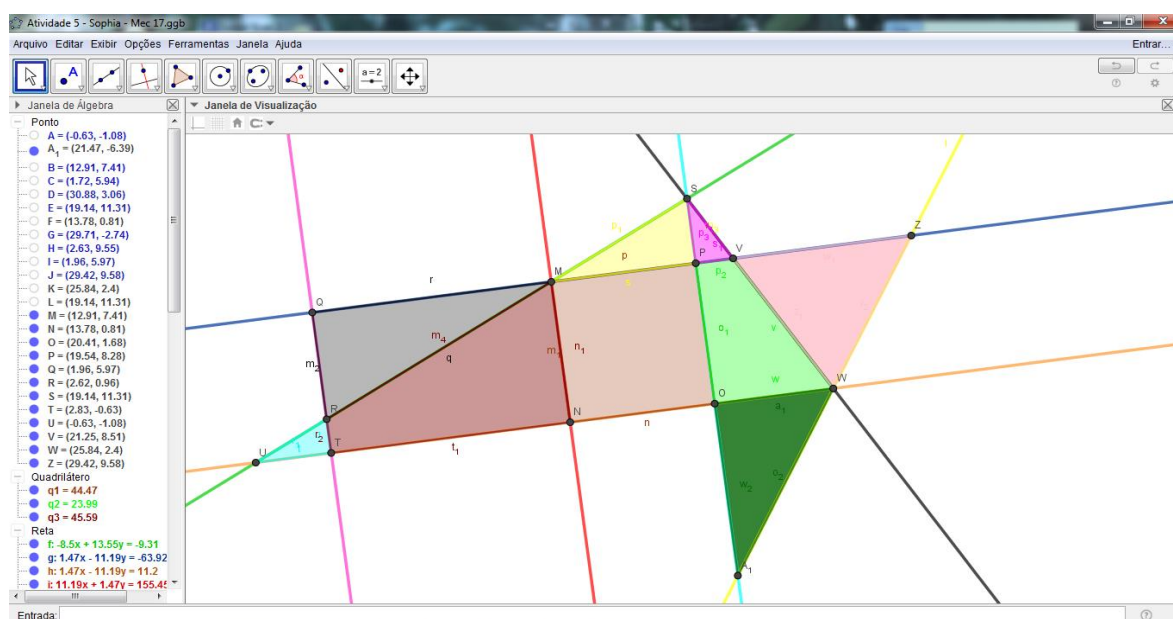


Figura 96 - Resposta A05 - Vi1  
Fonte: a autora (Estudante 6 – Turma C)

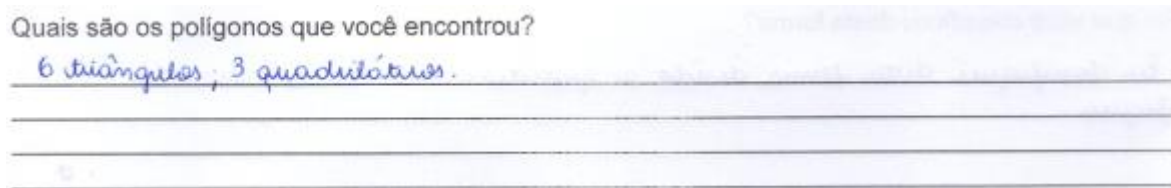


Figura 97 - Resposta A05 - Vi1  
Fonte: a autora (Estudante 6 – Turma C)

Na Turma C, também houve situações em que os estudantes nomearam como quadrados alguns quadriláteros quaisquer, como mostram as Figuras 98 e 99.

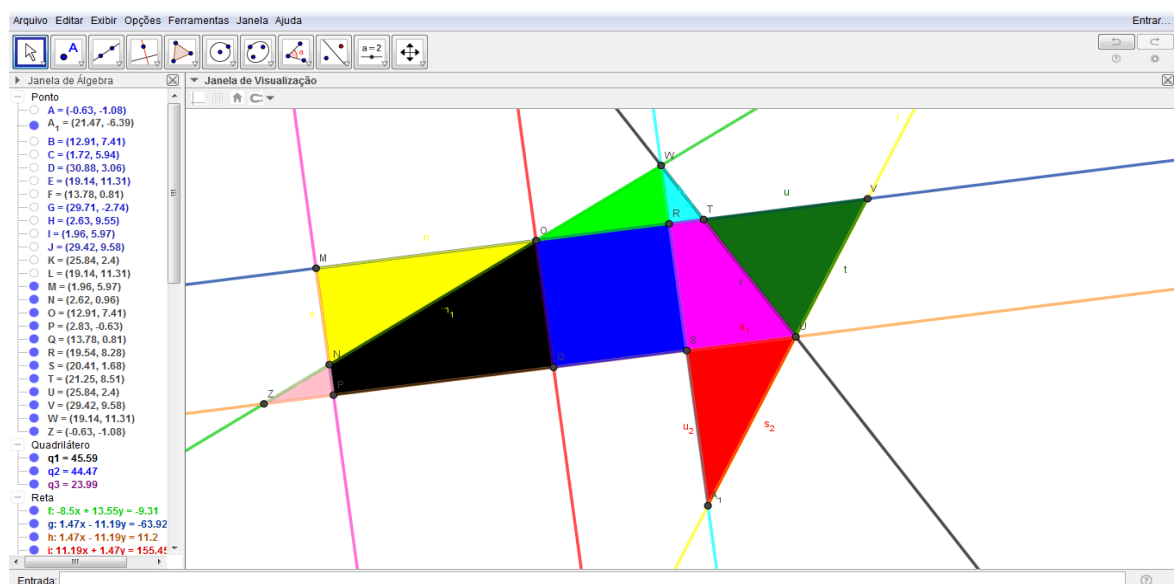


Figura 98 - Resposta A05 - Vi1  
Fonte: a autora (Estudante 15 – Turma C)

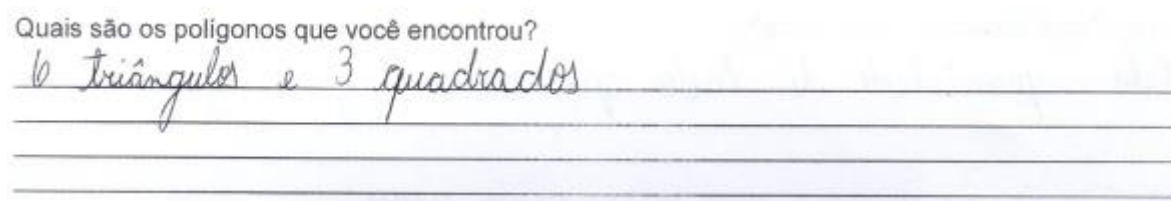


Figura 99 - Resposta A05 - Vi1  
Fonte: a autora (Estudante 15 – Turma C)

Uma exceção interessante foi do estudante 25, o qual descreveu ter encontrado um “triângulo de Pitágoras”, referindo-se ao triângulo retângulo, como mostra a Figura 100 e 101. O estudante ainda traçou um segundo triângulo na interseção das retas, identificando como isósceles, porém o triângulo é escaleno.

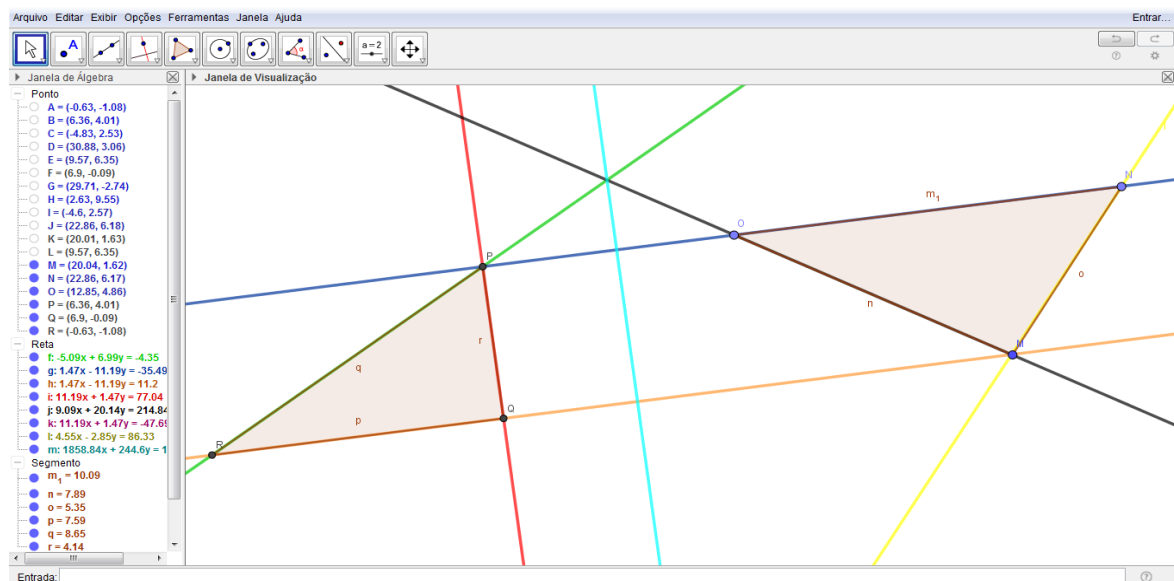


Figura 100 - Resposta A05 - Vi1  
Fonte: a autora (Estudante 25 – Turma C)

Quais são os polígonos que você encontrou?  
 Consegui encontrar um triângulo isósceles e um triângulo de pitágoras que eu esqueci o nome

Figura 101 - Resposta A05 - Vi1  
Fonte: a autora (Estudante 25 – Turma C)

Nesta atividade, o objetivo foi à análise da habilidade visual do nível 1 da Teoria de Van Hiele (Vi1). Neste nível, os estudantes começam a discernir que um grupo de formas geométricas é formado devido as suas propriedades. Na habilidade visual, o estudante deve perceber uma figura como parte de outra maior, identificando suas propriedades. Assim, nesta atividade, o estudante deveria encontrar figuras geométricas que se formavam pela interseção de retas traçadas no *software*.

Poucos foram os casos em que o estudante não traçou algum polígono com a interseção das retas. Pode-se observar também que a maioria dos estudantes desenhou triângulos ou quadriláteros e ainda que alguns apresentaram dificuldades na nomeação dessas figuras, situação que está relacionada à habilidade verbal do nível 0.

## 5.6 Descrição e análise da Atividade 6 (A06)

A atividade 6 (A06) estava relacionada à habilidade verbal do nível 1 da Teoria de Van Hiele (Ve1), na qual o estudante deveria encontrar o triângulo isósceles entre os quatro triângulos desenhados e assim descrever as propriedades desses.

Na Turma A, 80% identificaram e justificaram de forma correta o triângulo isósceles. Na Figura 102, tem-se um exemplo no qual o estudante 2 determinou as medidas dos lados de todos os triângulos e justificou o triângulo isósceles como aquele que tem dois lados iguais e um diferente, como na Figura 103.

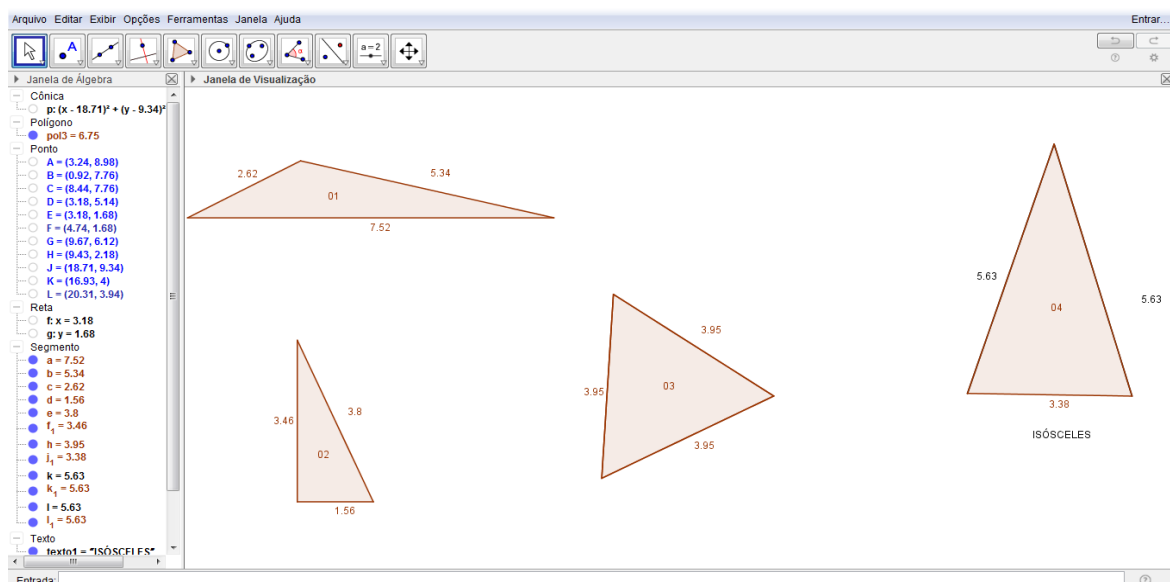


Figura 102 - Resposta A06 - Ve1  
Fonte: a autora (Estudante 2 – Turma A)

Nessa atividade são apresentadas quatro figuras geométricas. Qual é a figura que representa um triângulo isósceles? Por quê?

A figura número 4. Pois possui 2 lados iguais e um diferente.

Figura 103 - Resposta A06 - Ve1  
Fonte: a autora (Estudante 2 – Turma A)

Duas respostas errôneas são apresentadas nas Figuras 104 e 105, nas quais os estudantes definiram como triângulo isósceles aquele que tem os três lados diferentes e outro com os três lados iguais.



Nessa atividade são apresentadas quatro figuras geométricas. Qual é a figura que representa um triângulo isósceles? Por quê?

01, porque todos os lados são diferentes.

Figura 104 - Resposta A06 - Ve1  
Fonte: a autora (Estudante 5 – Turma A)

Nessa atividade são apresentadas quatro figuras geométricas. Qual é a figura que representa um triângulo isósceles? Por quê?

3; todos os seus lados não iguais

Figura 105 - Resposta A06 - Ve1  
Fonte: a autora (Estudante 15 – Turma A)

Na Turma B, apenas 14,2% dos respondentes conseguiram identificar o triângulo isósceles entre os 4 triângulos desenhados no *software*, justificando de forma correta. E ainda 10,7% identificaram o triângulo isósceles, mas não justificaram. Um exemplo de identificação e justificativa correta está apresentado nas Figuras 106 e 107.

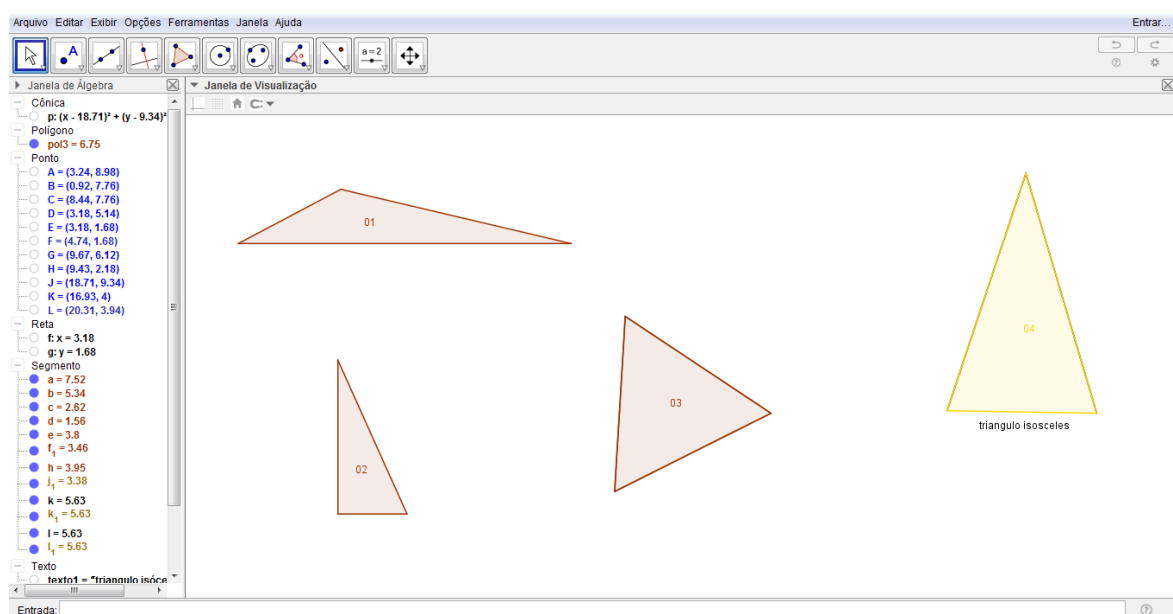


Figura 106 - Resposta A06 - Ve1  
Fonte: a autora (Estudante 25 – Turma B)

Nessa atividade são apresentadas quatro figuras geométricas. Qual é a figura que representa um triângulo isósceles? Por quê?

A figura 04 é um triângulo isósceles, porque tem os lados iguais e os ângulos opostos a base são iguais.

Figura 107 - Resposta A06 - Ve1  
Fonte: a autora (Estudante 25 – Turma B)

Uma parte significativa dos estudantes da Turma B, 28,5%, identificou erroneamente o triângulo isósceles como o triângulo que possui os três lados iguais. O estudante 7 inclusive fez as medições dos lados dos triângulos, mas na resposta escrita, registrou sua justificativa sem ter observado as medidas, Figuras 108 e 109.

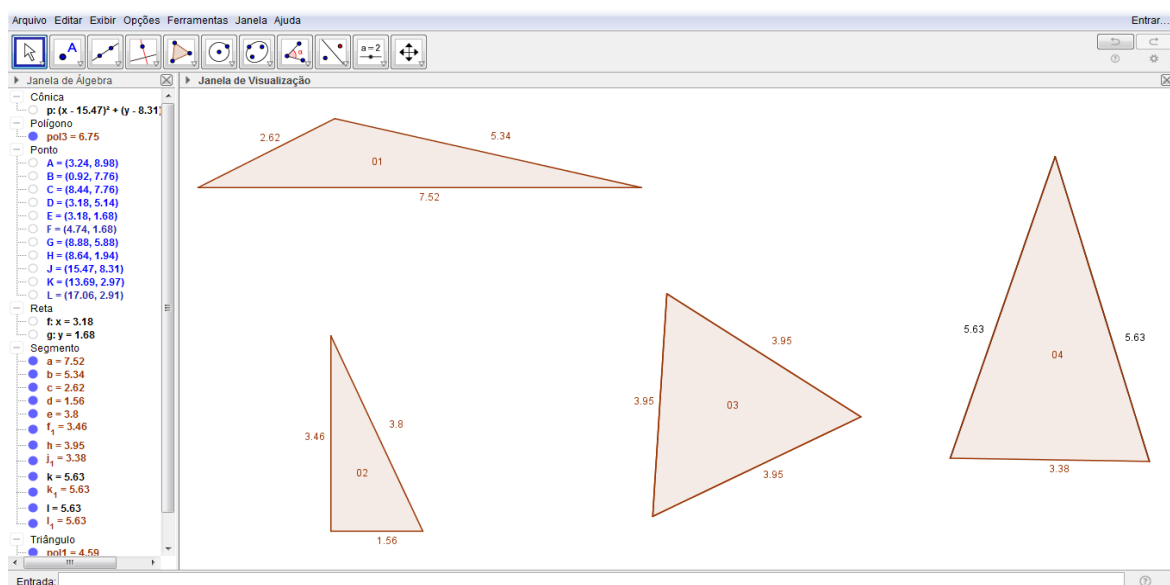


Figura 108 - Resposta A06 - Ve1  
Fonte: a autora (Estudante 7 – Turma B)

Nessa atividade são apresentadas quatro figuras geométricas. Qual é a figura que representa um triângulo isósceles? Por quê?

03, por que tem todos iguais.

Figura 109 - Resposta A06 - Ve1  
Fonte: a autora (Estudante 25 – Turma B)

Dos 26 respondentes da turma C, 30,7% responderam e justificaram de forma correta a escolha do triângulo isósceles. Entre as três turmas, o único estudante que fez a interpretação gráfica do triângulo isósceles de acordo com a

medida dos seus ângulos foi o estudante 23 da Turma C, como mostra a Figura 110, apesar da justificava ser que o triângulo isósceles tem dois lados iguais e um diferente (Figura 111).

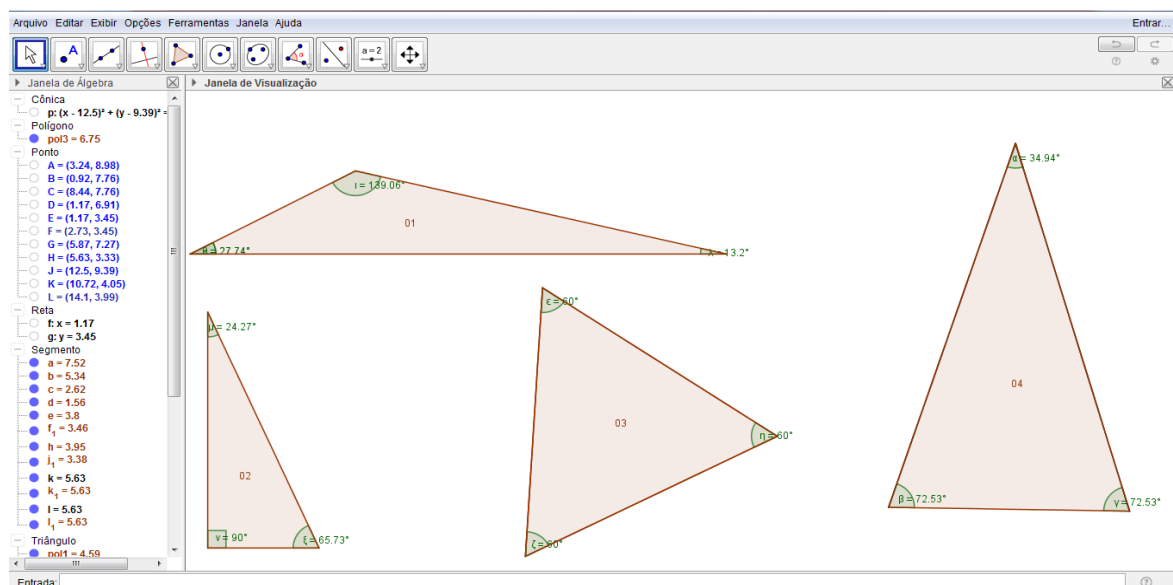


Figura 110 - Resposta A06 - Ve1  
Fonte: a autora (Estudante 23 – Turma C)

Nessa atividade são apresentadas quatro figuras geométricas. Qual é a figura que representa um triângulo isósceles? Por quê?

A figura 04 - por que possui 2 lados iguais e 1 diferente.

Figura 111 - Resposta A06 - Ve1  
Fonte: a autora (Estudante 23 – Turma C)

Alguns estudantes classificaram erroneamente o triângulo isósceles como triângulos que tem três lados diferentes (15,3%), e ainda três lados iguais (19,2%), como por exemplo, a atividade do estudante 27, apresentada nas Figuras 112 e 113, na qual identificou em cor verde o triângulo que determinou ser o isósceles.

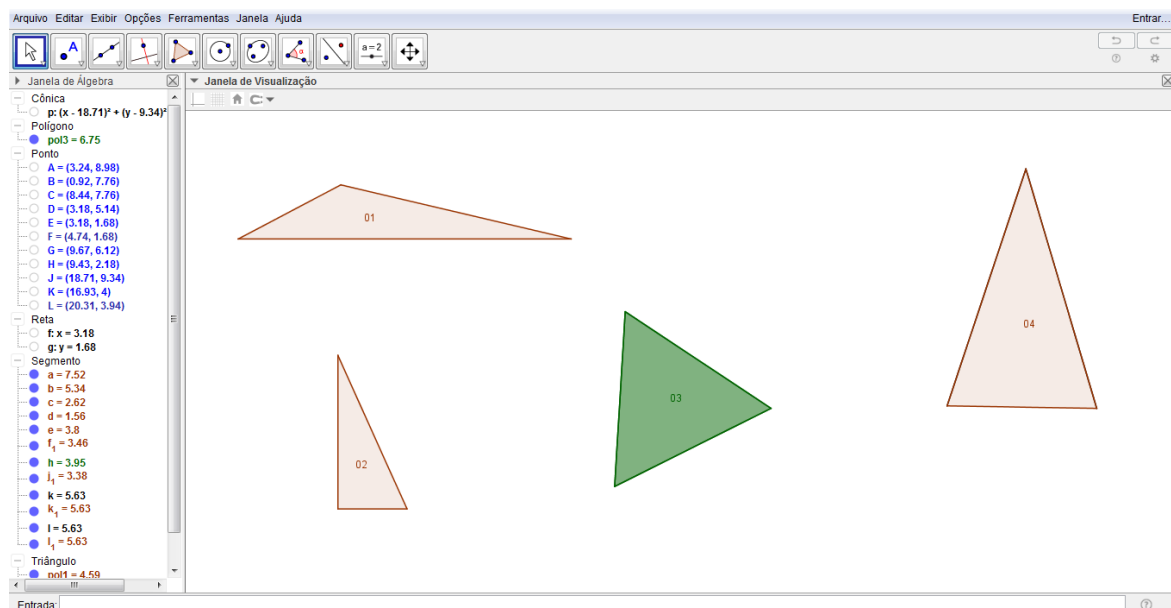


Figura 112 - Resposta A06 - Ve1  
Fonte: a autora (Estudante 23 – Turma C)

Nessa atividade são apresentadas quatro figuras geométricas. Qual é a figura que representa um triângulo isósceles? Por quê?

03, porque tem os 3 lados iguais.

Figura 113 - Resposta A06 - Ve1  
Fonte: a autora (Estudante 23 – Turma C)

Esta atividade buscou a análise da habilidade verbal do nível 1 da Teoria de Van Hiele (Ve1), em que o estudante deveria detalhar formalmente as diversas propriedades de uma figura. Neste caso, na atividade, o estudante deveria indicar entre os triângulos traçados no *software* qual representava um triângulo isósceles.

Pode-se perceber que os estudantes tiveram dificuldades em responder esta atividade, muitos fizeram as medições dos lados e ângulos, mas poucos foram os estudantes que determinaram e justificaram de forma correta qual era o triângulo isósceles. Em diversos casos, os estudantes determinaram como isósceles o triângulo que possui os três lados iguais. Apenas na Turma A, um maior número de estudantes conseguiu definir como isósceles o triângulo com dois lados iguais e um diferente.

## 5.7 Descrição e análise da Atividade 7 (A07)

A atividade 7 (A07) tratou das habilidades desenho e aplicação do nível 1 da Teoria de Van Hiele (D1 e Ap1). Esperava-se nesta atividade que o estudante desenhasse um fenômeno físico usando para isso três orientações: o desenho deveria conter segmentos de reta, pelo menos um ângulo obtusângulo e retas concorrentes.

Na Turma A, 96% dos estudantes conseguiram atingir o objetivo de aplicação (Ap1), desenhando no *software* um fenômeno físico, como o exemplo da Figura 114, em que o estudante representou um barco navegando com as três orientações pedidas.

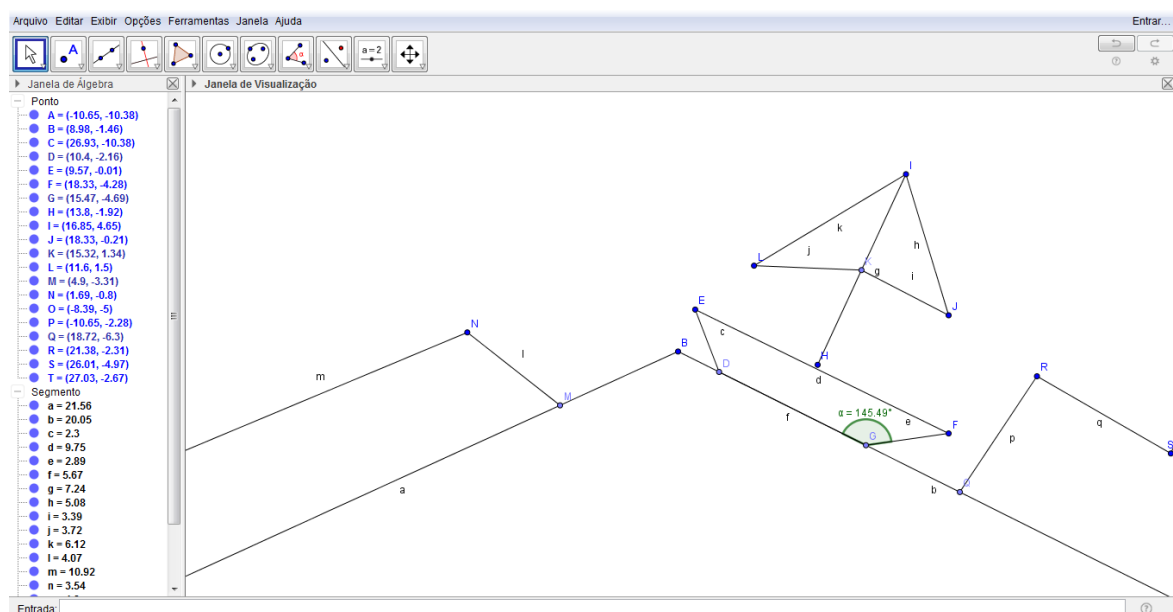


Figura 114 - Resposta A07 - D1 e Ap1  
Fonte: a autora (Estudante 23 – Turma A)

Com relação ao objetivo de desenho, 96% dos estudantes fizeram-nos usando segmentos de reta. Deste total, 48% traçaram os ângulos obtusos e ainda 32% desenharam retas concorrentes. Um exemplo é apresentado na Figura 115, em que o estudante 6 representou a chuva, usando segmentos de reta e ainda na nuvem, aparecem os ângulos obtusos, faltando a representação das retas concorrentes.

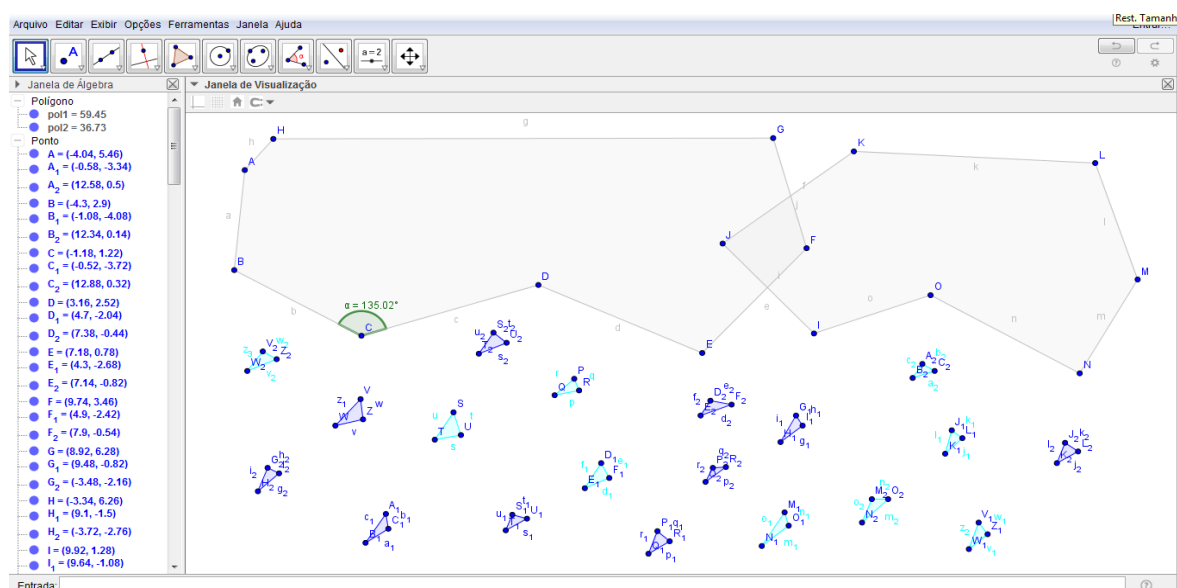


Figura 115 - Resposta A07 - D1 e Ap1  
Fonte: a autora (Estudante 6 – Turma A)

Na Turma B, dos estudantes que resolveram a atividade 7 (A07), 91,3% conseguiram atingir a habilidade da aplicação (Ap1), desenhando uma representação de fenômeno físico, como na Figura 116, em que o estudante 14 representou um vulcão entrando em erupção.

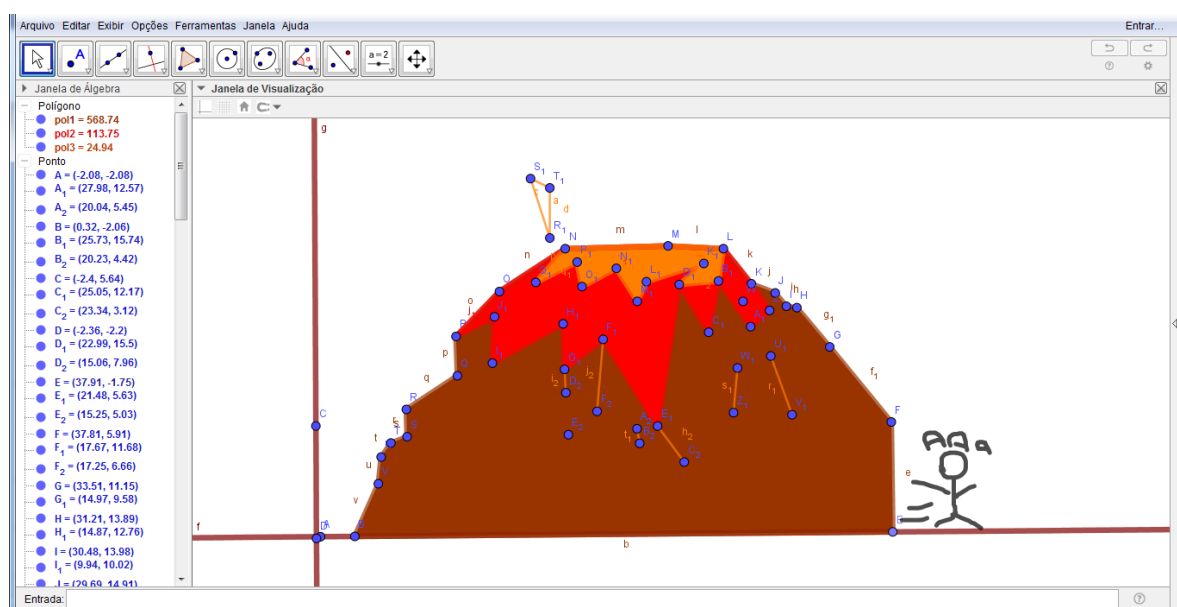


Figura 116 - Resposta A07 - D1 e Ap1  
Fonte: a autora (Estudante 14 – Turma B)

Com relação à habilidade de desenho (D1), 78,2% cumpriram com a primeira orientação, na qual o desenho deveria ser formado por segmentos de reta. Deste total, 30,4% desenharam pelo menos um ângulo obtuso e ainda 30,4%

traçaram retas concorrentes. Na Figura 117, tem-se um exemplo em que o estudante representou um chuveiro desenhado por segmentos de reta, ângulo obtuso e ainda fez segmentos concorrentes e não retas concorrentes.

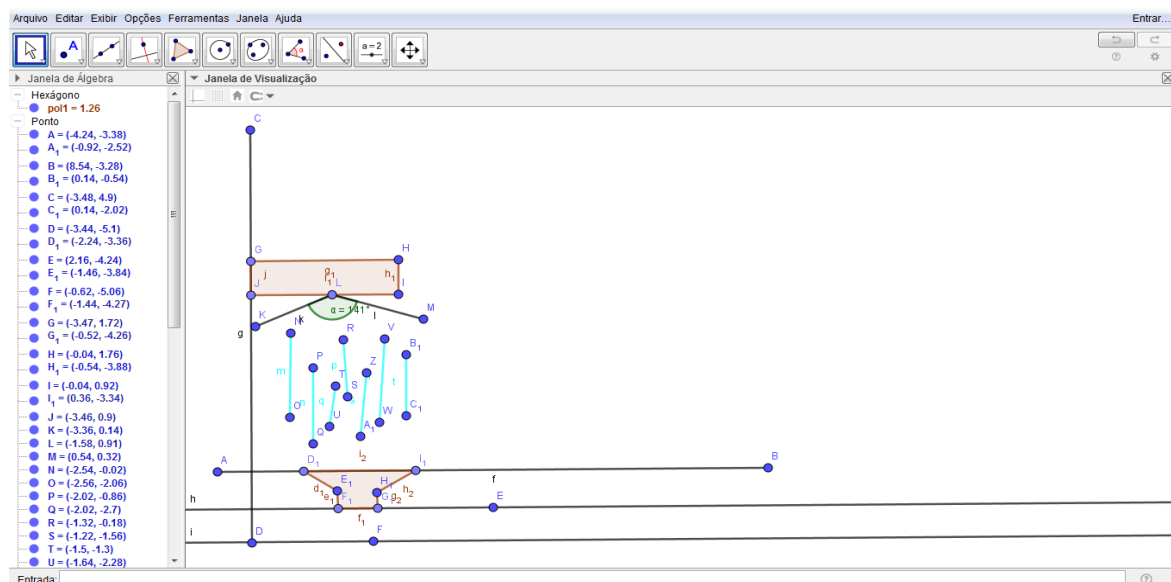


Figura 117 - Resposta A07 - D1 e Ap1  
Fonte: a autora (Estudante 15 – Turma B)

Cerca de 17,3% dos estudantes não conseguiram aplicar no seu desenho as três orientações (segmentos de reta, ângulo obtuso e retas concorrentes).

Na Turma C, dos respondentes da atividade 7 (A07), 78,2% realizaram de forma satisfatória a habilidade de aplicação (Ap1), representando um fenômeno físico, como na Figura 118, na qual o estudante 4 representou nuvem com raios e um navio.

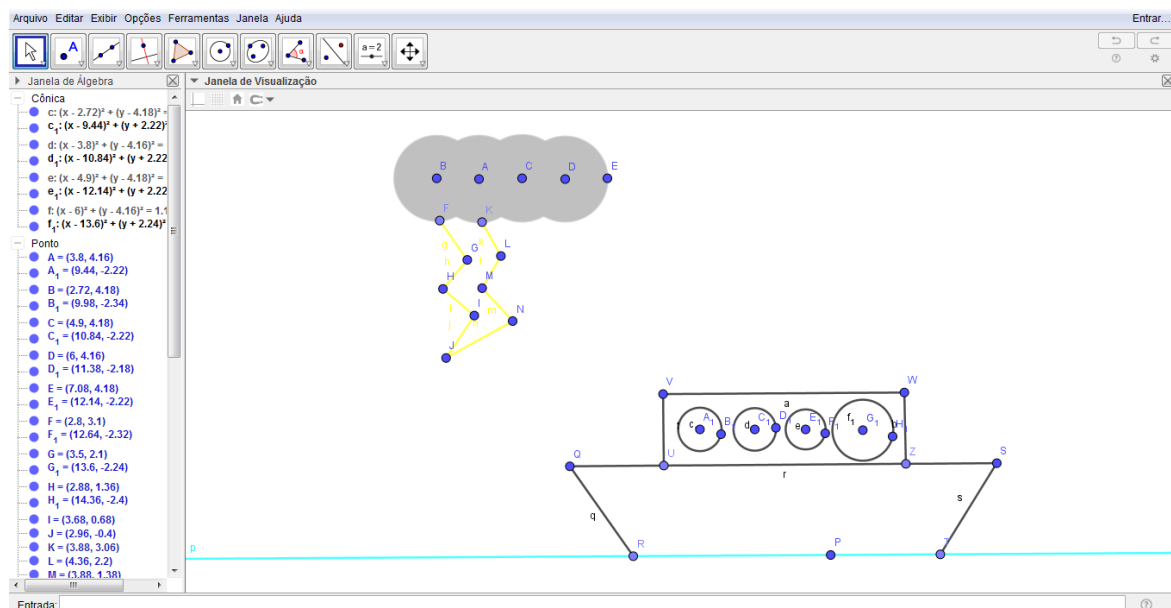


Figura 118 - Resposta A07 - D1 e Ap1  
Fonte: a autora (Estudante 4 – Turma C)

Na habilidade de desenho (D1), 95,6% dos estudantes construíram seus desenhos usando segmentos de reta, sendo que deste total, 30,4% colocaram no desenho um ângulo obtuso e ainda 13% inseriram as retas concorrentes. Na Figura 119, tem-se o desenho feito no *software* pelo estudante 5, em que foi representado um bloco quebrado, incluindo no desenho as três orientações (segmentos de reta, ângulo obtuso e retas concorrentes).

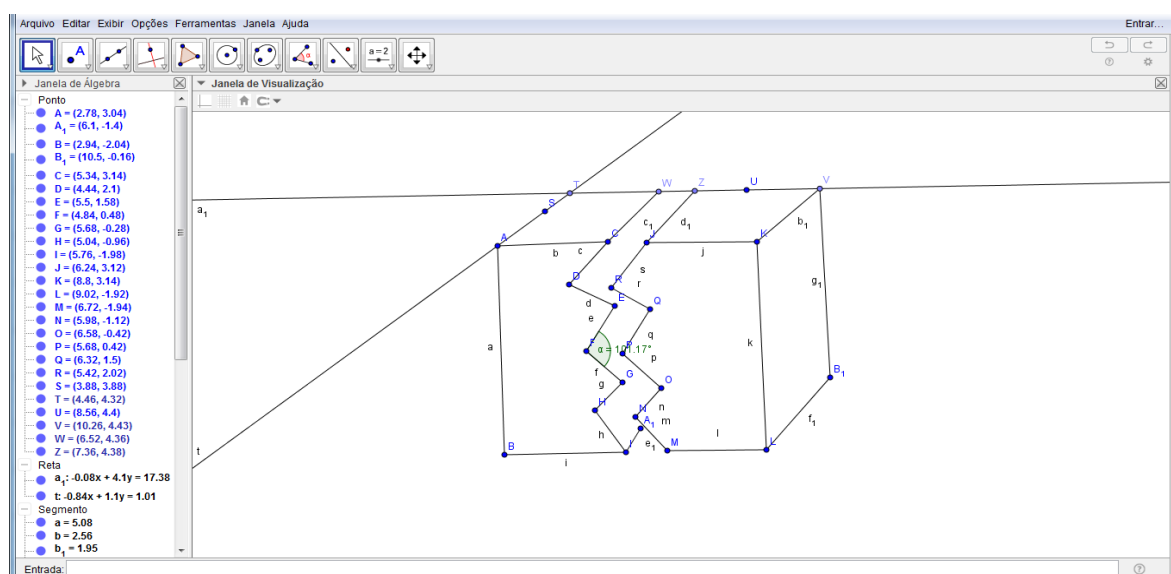


Figura 119 - Resposta A07 - D1 e Ap1  
Fonte: a autora (Estudante 5 – Turma C)



Nesta turma, ocorreu uma situação não encontrada nas anteriores, 17,3% dos estudantes da turma C apresentaram em seus desenhos retas paralelas, tratadas como as retas concorrentes exigidas nas orientações da atividade 7 (A07). Na Figura 120, apresenta-se a resolução do estudante 3, que representou uma pista de corrida com as retas paralelas. Esse estudante é o único que associa de forma errônea ângulo obtuso como sendo um ângulo de  $90^\circ$ .

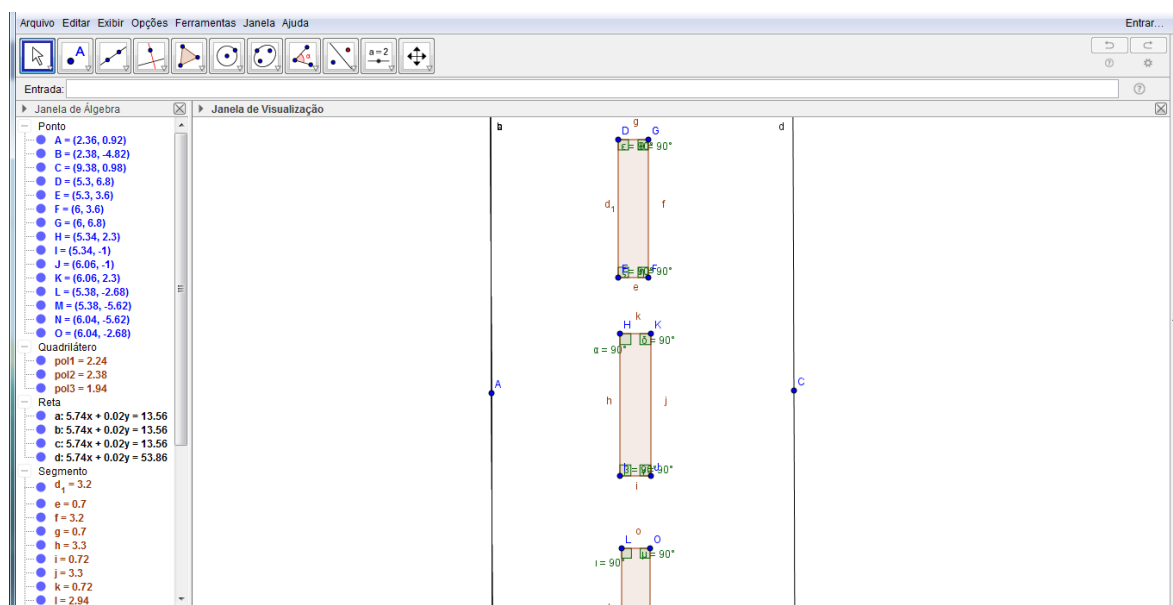


Figura 120 - Resposta A07 - D1 e Ap1  
Fonte: a autora (Estudante 3 – Turma C)

Nesta atividade, as habilidades em análise foram a de desenho e aplicação do nível 1 da Teoria de Van Hiele (D1 e Ap1). Nesta habilidade de desenho, esperava-se que o estudante, a partir de propriedade expressada verbalmente, traçasse o esboço de um figura, no caso associada à habilidade de aplicação. O desenho deveria representar um fenômeno físico.

A maioria dos estudantes conseguiu atingir a habilidade de aplicação (Ap1), porém a habilidade de desenho foi cumprida parcialmente, pois das três regras que o desenho deveria conter, apenas uma delas foi a que mais apareceu nos desenhos (segmentos de reta). Alguns estudantes afirmaram não saberem o significado de ângulo obtusângulo. Com relação a retas concorrentes, pode-se associar a atividade 04 na qual pouquíssimos estudantes conseguiram determinar essa posição relativa entre as retas.

## 5.8 Descrição e análise da Atividade 8 (A08)

A atividade 8 (A08) estava relacionada à habilidade lógica, no nível 1 da Teoria de Van Hiele (L1), em que o estudante deveria classificar quadriláteros como retângulos, losangos, quadrados, trapézios e paralelogramos.

Na Turma A, observou-se que nenhum estudante foi capaz de organizar os quadriláteros de forma correta. Apenas dois estudantes reconheceram o paralelogramo, sendo que um deles o denomina de “paralelepípedo”, como mostra a Figura 121.

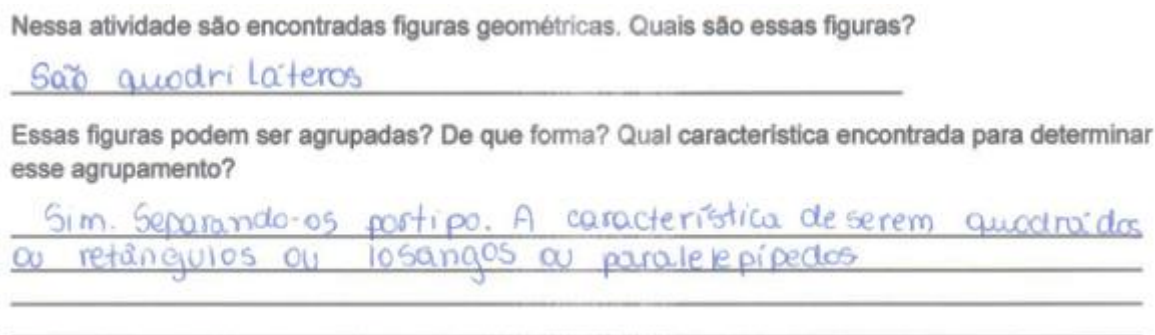


Figura 121 - Resposta A08 - L1  
Fonte: a autora (Estudante 5 – Turma A)

Dois estudantes conseguiram classificar e agrupar de forma parcial, como mostram as Figuras 122 e 123.

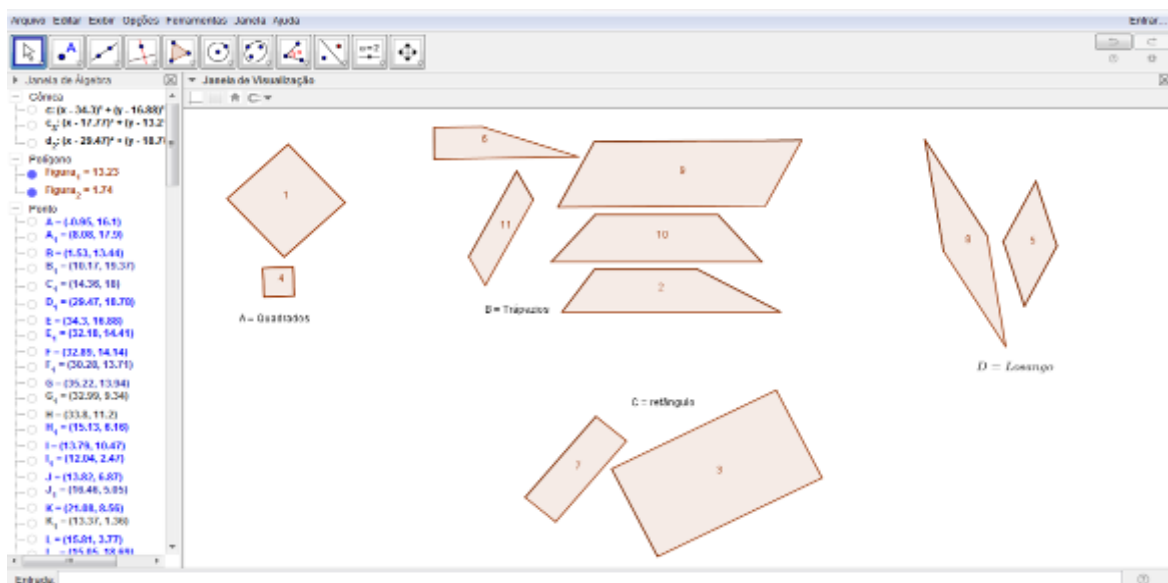


Figura 122 - Resposta A08 - L1  
Fonte: a autora (Estudante 2 – Turma A)

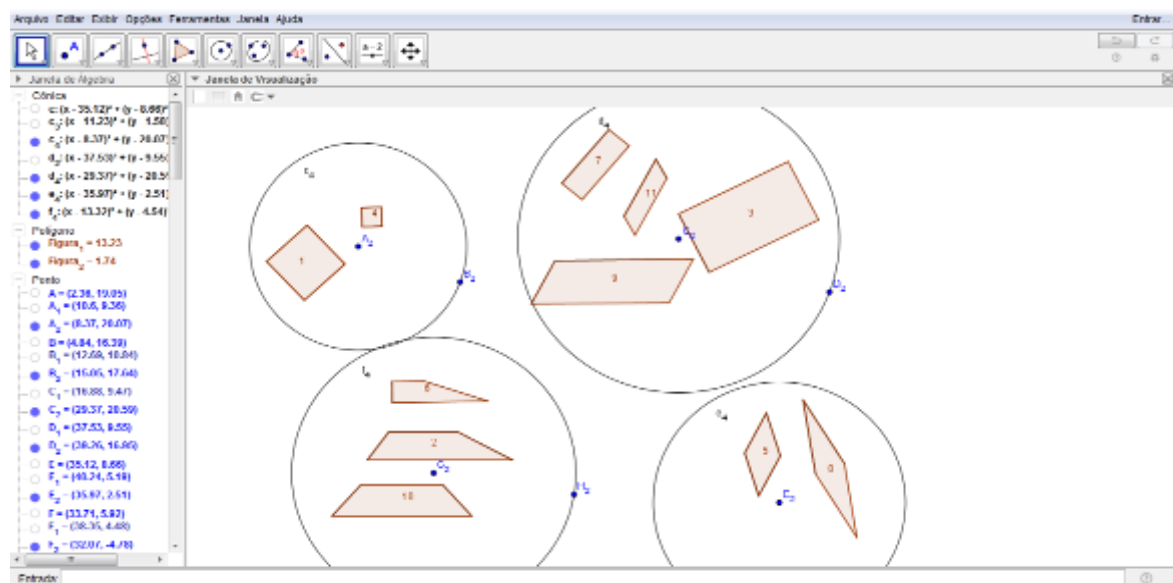


Figura 123 - Resposta A08 - L1  
Fonte: a autora (Estudante 14 – Turma A)

A Figura 122 apresenta a forma em que o estudante 2 classificou os quadriláteros: quadrados, retângulos, losangos e trapézio, nos quais o estudante não identificou os paralelogramos, agrupando-os junto aos trapézios.

Na Figura 123, o estudante 14 classificou em quadrados, retângulos e nos outros dois grupos, afirmou não saber o nome, mas os agrupou por serem “parecidos”, sendo que retângulos e paralelogramos formaram um grupo.

Na Turma B, nenhum dos respondentes da atividade 8 (A08) conseguiu atingir a habilidade de lógica, que consistia em classificar os quadriláteros de forma correta. O estudante que mais se aproximou da forma correta foi o estudante 20, conforme mostra a Figura 124, em que agrupou em quatro grupos: trapézios, paralelogramos, losangos e ainda retângulos e quadrados juntos em um único grupo.

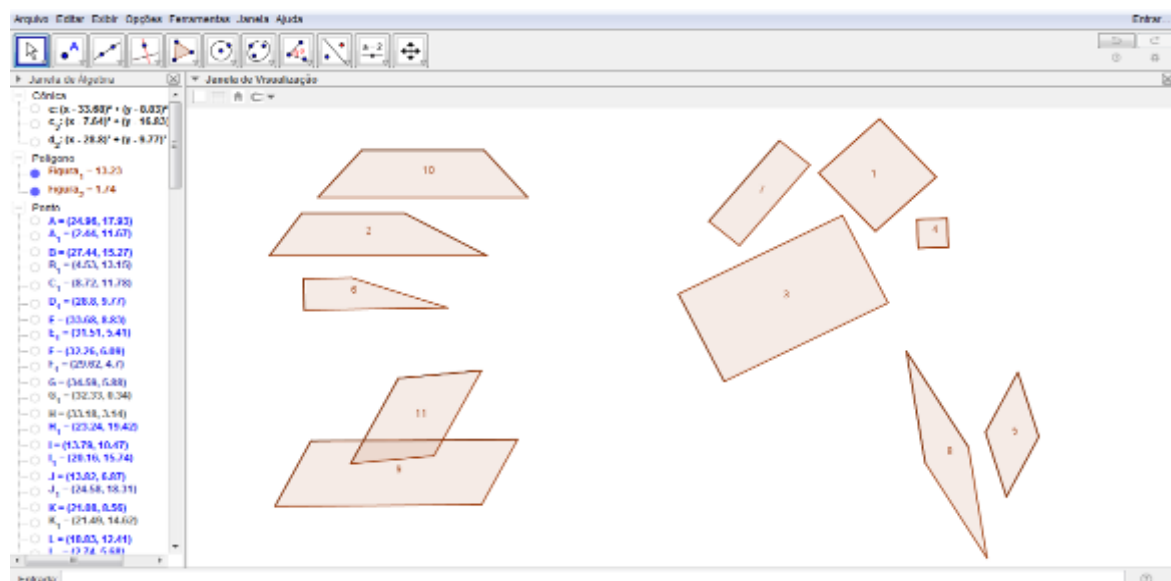


Figura 124 - Resposta A08 - L1  
Fonte: a autora (Estudante 20 – Turma B)

Nesta turma, nenhum dos estudantes indicou o paralelogramo como uma forma de classificar os quadriláteros.

Na Figura 125, é apresentado o caso interessante de classificação do estudante 7, em que fez as medições dos lados, organizando em quatro grupos: quadrados, retângulos, losangos e “rampas”. No grupo que denominou por losango, estão inclusos losangos e paralelogramos e ainda o grupo que denominou “rampas”, representa o grupo formado pelos trapézios.

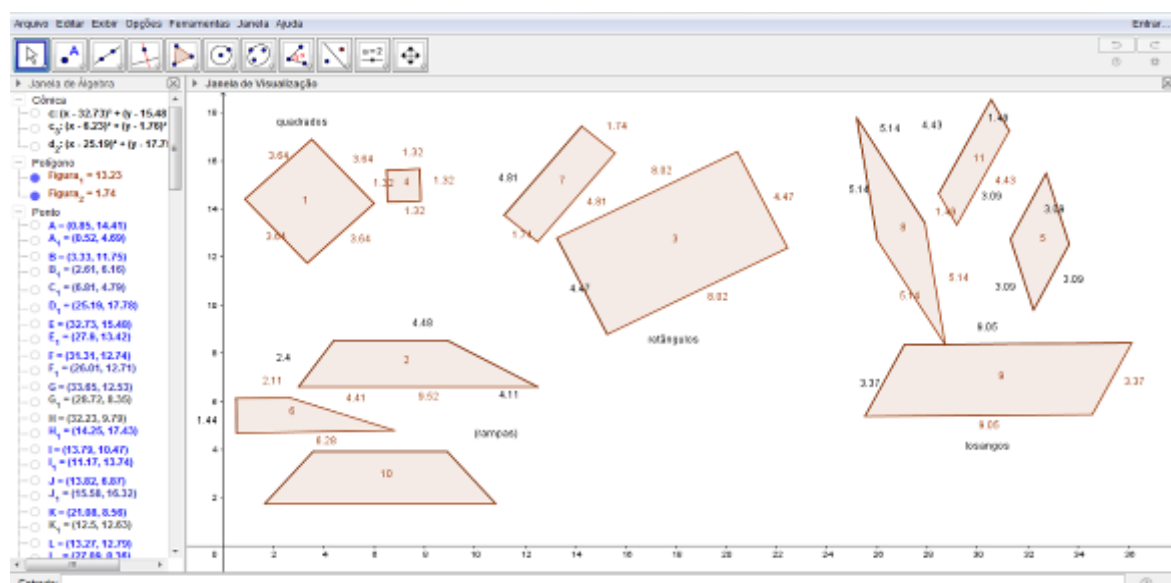


Figura 125 - Resposta A08 - L1  
Fonte: a autora (Estudante 20 – Turma B)

Na Turma C, nenhum estudante conseguiu classificar de forma correta os quadriláteros. O estudante que melhor se aproximou de um agrupamento foi o estudante 10, formando cinco grupos: trapézio, retângulos, quadrados, losangos e paralelogramos, conforme Figura 126.

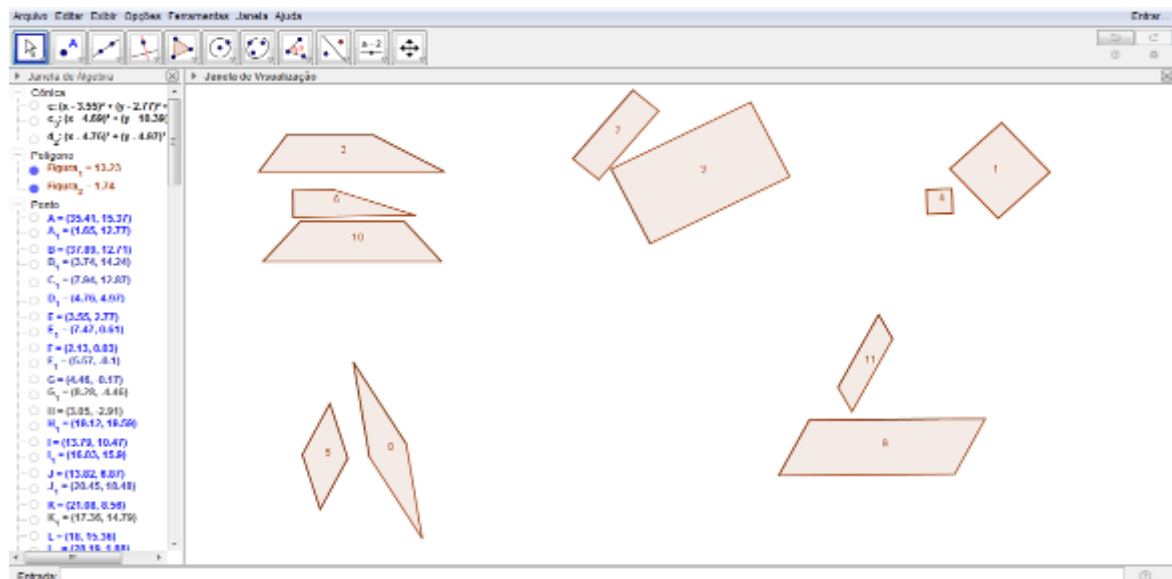


Figura 126 - Resposta A08 - L1  
Fonte: a autora (Estudante 10 – Turma C)

Dois estudantes mencionaram os paralelogramos, mesmo chamando-os de forma errônea como “paralelepípedos” (Figura 127). Dois estudantes mencionam como “losângulos” (Figura 128) os quadriláteros classificados como losangos.

Nessa atividade são encontradas figuras geométricas. Quais são essas figuras?

Quadriláteros.

Essas figuras podem ser agrupadas? De que forma? Qual característica encontrada para determinar esse agrupamento?

Sim. Podem ser agrupadas em losangos, trapézios, retângulos, quadrados e paralelepípedos. Características: os ângulos e suas retas.

Figura 127 - Resposta A08 - L1  
Fonte: a autora (Estudante 5 – Turma C)

Nessa atividade são encontradas figuras geométricas. Quais são essas figuras?

quadrados, retângulo, losângulo.

Essas figuras podem ser agrupadas? De que forma? Qual característica encontrada para determinar esse agrupamento?

talvez a quantidade de lados seja uma forma para agrupá-las.

Figura 128 - Resposta A08 - L1  
Fonte: a autora (Estudante 17 – Turma C)

Nesta atividade, o objetivo era a análise da habilidade lógica do nível 1 da Teoria de Van Hiele (L1), em que o estudante deveria perceber a classificação das figuras geométricas, assim como distingui-las por suas propriedades. Então, nesta atividade, após traçados diversos quadriláteros no *software*, o estudante deveria classificá-los.

A forma de classificação que se esperava do estudante é:

- Trapézios: quadriláteros que possuem dois lados opostos paralelos, chamados base maior e base menor e os outros dois lados opostos não paralelos.
- Retângulos: quadriláteros que possuem os quatro ângulos internos congruentes, quatro ângulos retos ( $90^\circ$ ).
- Losangos: quadriláteros que possuem os quatro lados congruentes.
- Quadrados: quadriláteros que possuem os quatros ângulos internos congruentes ( $90^\circ$ ) e os quatros lados congruentes. Os quadrados ainda podem ser classificados como retângulos e losangos.
- Paralelogramos: quadriláteros que possuem os lados opostos paralelos, retângulos, losangos e quadrados também são classificados como paralelogramos.

Nenhum estudante classificou os quadriláteros dessa forma, considerando como quadrado os retângulos e losangos, e ainda retângulos, losangos e quadrados, como paralelogramos.

Um único estudante conseguiu identificar os cinco grupos para classificação, porém sem fazer a associação entre as classificações.

## 5.9 Descrição e análise da Atividade 9 (A09)

A atividade 9 (A09) teve como objetivo analisar a habilidade visual do nível 2 da Teoria de Van Hiele (Vi2). Para isso, o estudante deveria identificar as propriedades das diagonais dos quadriláteros traçados no *software*, assim como relacionar estas propriedades.

Na Turma A, nenhum dos estudantes determinou as propriedades das diagonais dos quadriláteros. 50% dos estudantes não conseguiram determinar nenhuma propriedade. A outra metade dos estudantes estabeleceu apenas uma característica, sendo que 30% desses diferenciaram pelo tamanho das diagonais como na Figura 129 e 20%, pelo ângulo formado entre as diagonais como na Figura 130.

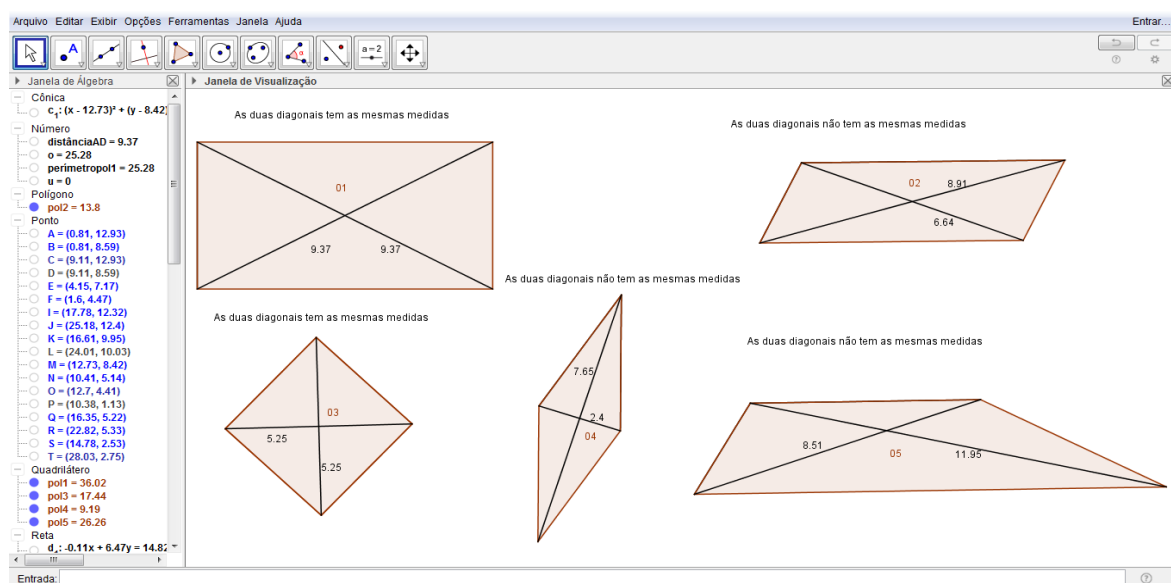


Figura 129 - Resposta A09 - Vi2  
Fonte: a autora (Estudante 16 – Turma A)

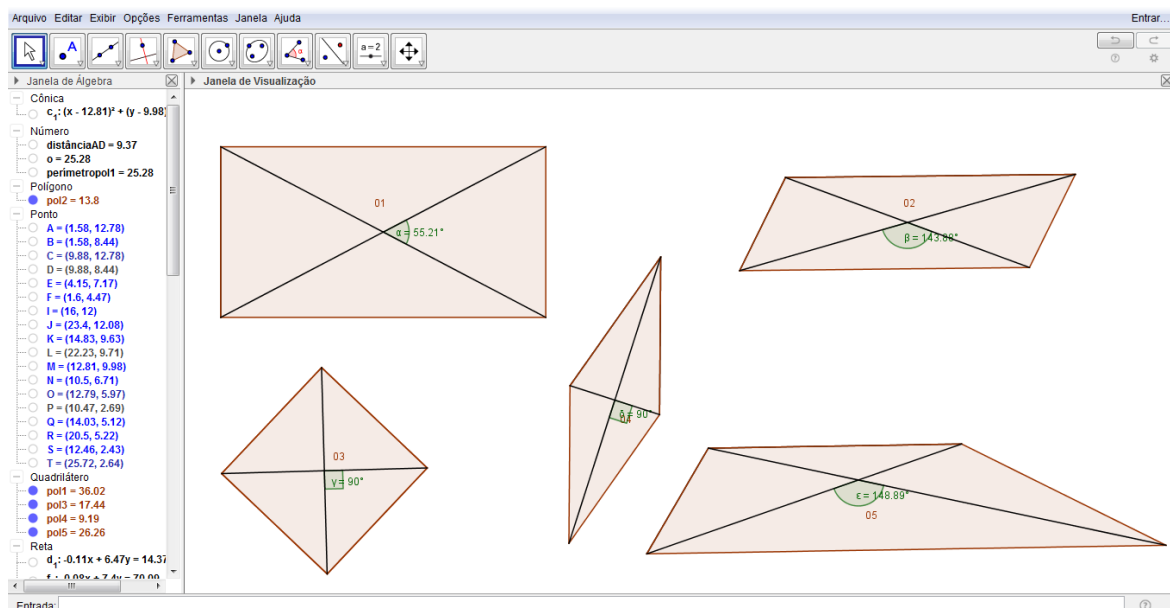


Figura 130 - Resposta A09 - Vi2  
Fonte: a autora (Estudante 2 – Turma A)

Na Turma B, dos estudantes que responderam a atividade 9 (A09), nenhum conseguiu identificar as propriedades dos quadriláteros de forma correta. Cerca de 54,1% não conseguiram determinar nenhuma propriedade entre as diagonais dos quadriláteros. Os outros estudantes determinaram apenas uma característica das diagonais, sendo que 29,2% relacionaram quanto ao tamanho e 16,7% quanto aos ângulos formados entre as diagonais, conforme Figura 131.

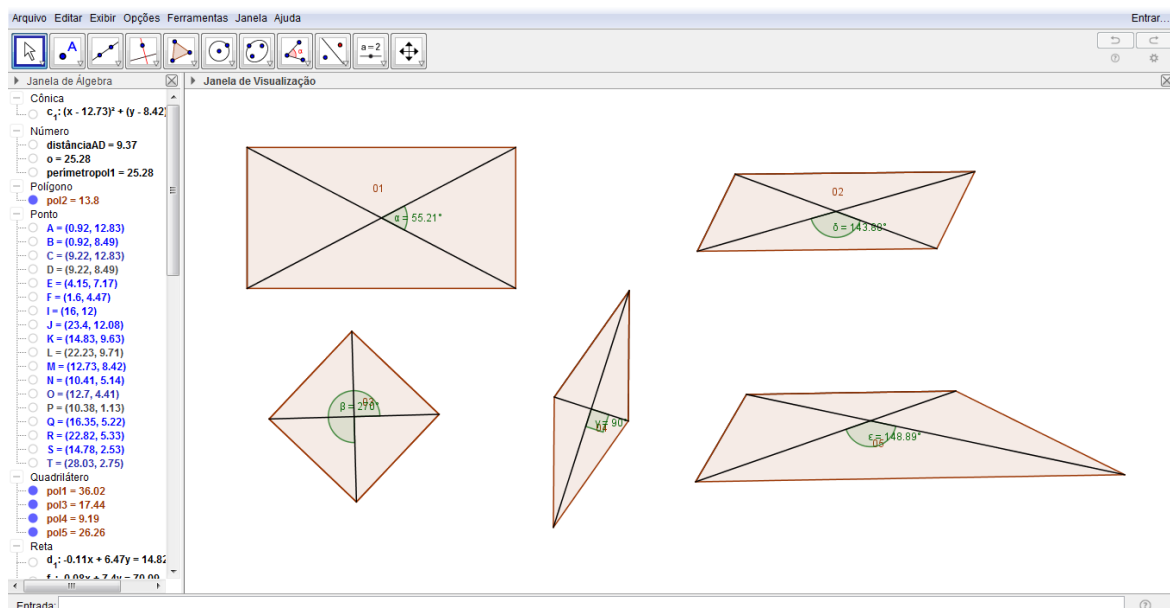


Figura 131 - Resposta A09 - Vi2  
Fonte: a autora (Estudante 15 – Turma B)



Na Turma C, dos respondentes da atividade A09, nenhum conseguiu estabelecer as propriedades das diagonais dos quadriláteros. 26,1% dos estudantes não determinaram nenhuma característica entre as diagonais. Os outros estudantes apenas determinaram alguma característica das diagonais, sendo que 43,5% afirmaram que as diagonais são diferenciadas pelos ângulos diferentes, como apresenta na Figura 132, e 30,4% consideraram que são diferenciadas pelo comprimento.

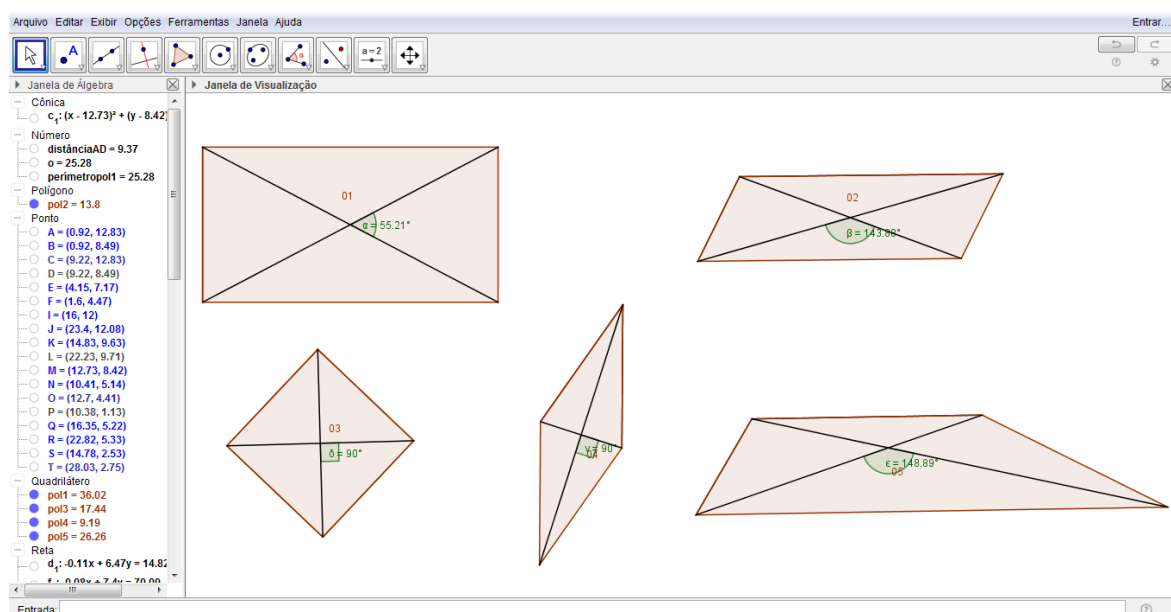


Figura 132 - Resposta A09 - Vi2  
Fonte: a autora (Estudante 16 – Turma C)

Nesta atividade, analisou-se a habilidade visual do nível 2 da Teoria de Van Hiele (Vi2), a qual teve por objetivo o reconhecimento de inter-relações e propriedades comuns entre figuras distintas. Neste caso, o estudante deveria identificar as propriedades das diagonais dos quadriláteros.

Como resposta à atividade, esperava-se que os estudantes escrevessem:

- Quadrado: diagonais iguais, ortogonais, bissetrizes dos ângulos internos, eixos de simetria e cortam-se no ponto médio.
- Retângulo: diagonais iguais, eixos de simetria e cortam-se no ponto médio.
- Losango: diagonais ortogonais, bissetrizes dos ângulos internos, eixos de simetria e cortam-se no ponto médio.

- Paralelogramo: diagonais cortam-se no ponto médio e cada diagonal divide o paralelogramo em dois triângulos iguais.
- Trapézio: diagonais diferentes, formam dois ângulos agudos e dois ângulos obtusos.

Nenhum estudante conseguiu determinar estas propriedades. A grande maioria escreveu ter observado que as diagonais possuem tamanhos diferentes ou ângulos diferentes.

### 5.10 Descrição e análise da Atividade 10 (A10)

A atividade 10 (A10) teve como objetivo a análise da habilidade verbal do nível 2 da Teoria de Van Hiele (Ve2), em que o estudante deveria detalhar formalmente diversas propriedades de uma figura geométrica, na qual teria de classificar os triângulos traçados no *software* (quanto aos ângulos ou lados).

Na Turma A, nenhum estudante classificou os triângulos segundo os seus ângulos (acutângulo, retângulo ou obtusângulo). 30% dos estudantes classificaram de forma satisfatória os triângulo de acordo com seus lados, como por exemplo a Figura 133, na qual o estudante 2 fez as medições dos lados dos triângulos e os classificou na folha de atividade.

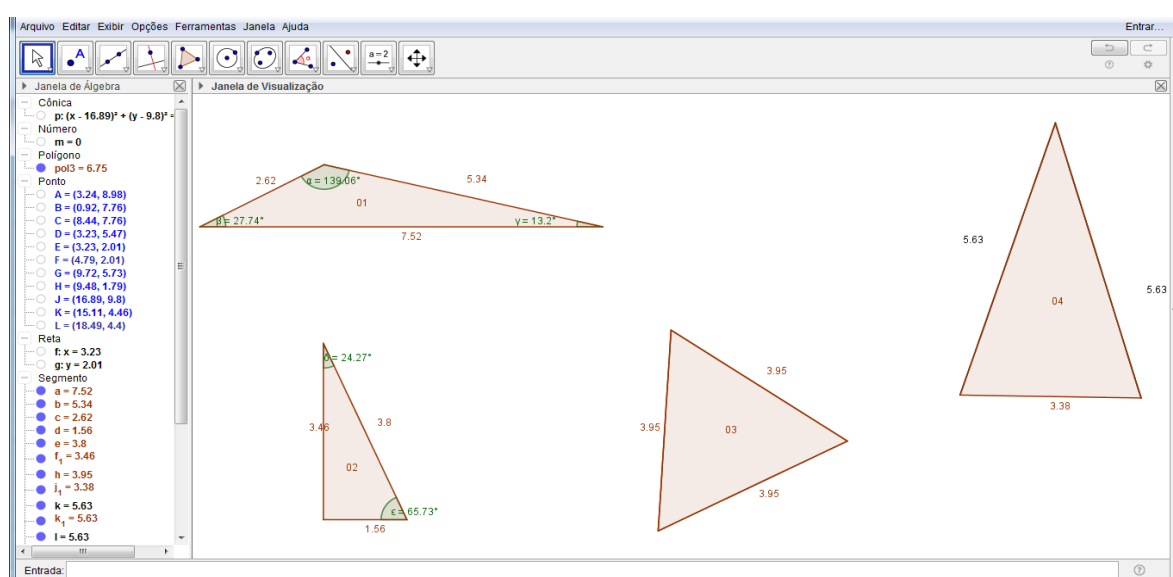


Figura 133 - Resposta A10 - Ve2  
Fonte: a autora (Estudante 2 – Turma A)

Ainda 15% dos estudantes conseguiram diferenciar os triângulos conforme os lados, 3 lados diferentes, 3 lados iguais e 2 lados iguais e um diferente, porém não nomearam estes triângulos, como pode-se observar na Figura 134.

Nesta atividade são encontrados quatro triângulos. Identificando as diferenças entre eles você deverá definir a classificação deles, assim como estabelecer uma relação entre eles.

A diferença é que todos tem a medida dos lados diferentes, que uma figura (03) tem todos os lados iguais, outra (04) que só tem dois lados iguais e as outras duas tem todos os lados diferentes. A relação é que todos são triângulos.

Figura 134 - Resposta A10 - Ve2  
Fonte: a autora (Estudante 7 – Turma A)

O estudante 21 foi o único a mencionar que o triângulo 2 possui um ângulo de  $90^\circ$ , mas não nomeou o triângulo, conforme apresenta a Figura 135.

Nesta atividade são encontrados quatro triângulos. Identificando as diferenças entre eles você deverá definir a classificação deles, assim como estabelecer uma relação entre eles.

3. Equilátero, 4. Isóceles, 2 e 1 Escaleno sendo que o 2 tem um ângulo de  $90^\circ$  graus.

Figura 135 - Resposta A10 - Ve2  
Fonte: a autora (Estudante 16 – Turma A)

Outro caso interessante foi a forma de classificação do estudante 16, que indicou a figura 1 como trapézio (triângulo escaleno), e ainda a figura 3 como pirâmide (triângulo equilátero), como mostra a Figura 136.

Nesta atividade são encontrados quatro triângulos. Identificando as diferenças entre eles você deverá definir a classificação deles, assim como estabelecer uma relação entre eles.

1 - Trapézio, 2 - Triângulo Escaleno, 3 - Pirâmide e 4 - Triângulo Isóceles

Figura 136 - Resposta A10 - Ve2  
Fonte: a autora (Estudante 21 – Turma A)

Na Turma B, 22 estudantes responderam à atividade 10 (A10). Nenhum classificou os triângulos de acordo com os ângulos e ainda na classificação de

acordo com o número de lados. Nenhum estudante conseguiu de forma satisfatória classificar os quatro triângulos desenhados no *software*. Houve algumas situações de acertos parciais, como por exemplo, a resposta do estudante 14, que acertou a classificação do triângulo 3 (equilátero), o triângulo isósceles indicado como 4 e 2, porém apenas o 4 é isósceles e o triângulo 2 é escaleno. Ainda afirmou não saber o nome do triângulo 1, que seria o escaleno, como mostra a Figura 137.

Nesta atividade são encontrados quatro triângulos. Identificando as diferenças entre eles você deverá definir a classificação deles, assim como estabelecer uma relação entre eles.

Triângulo 3 equilátero // Triângulo 4 e 2 - isósceles // Triângulo 1 - não lembro o nome

Figura 137 - Resposta A10 - Ve2  
Fonte: a autora (Estudante 14 – Turma B)

O estudante 22 foi o único estudante que classificou o triângulo 2 como retângulo, que possui um ângulo de  $90^\circ$ , conforme Figura 138.

Nesta atividade são encontrados quatro triângulos. Identificando as diferenças entre eles você deverá definir a classificação deles, assim como estabelecer uma relação entre eles.

O triângulo 3 é equilátero, o triângulo 2 é triângulo retângulo, e o 4 e o 1 são isósceles. O equilátero todos os ângulos possuem  $60^\circ$  e todos os lados são iguais. O retângulo possui um ângulo de  $90^\circ$  e o isósceles a soma de todos os  $180^\circ$ .

Figura 138 - Resposta A10 - Ve2  
Fonte: a autora (Estudante 22 – Turma B)

Outros dois casos interessantes de se ressaltar foram as respostas de dois estudantes, em que o estudante 8 definiu como obtuso o triângulo que possui três lados diferentes (Figura 139) e o estudante 3 que definiu o triângulo 2 como “tangente” (Figura 140).

Nesta atividade são encontrados quatro triângulos. Identificando as diferenças entre eles você deverá definir a classificação deles, assim como estabelecer uma relação entre eles.

Equilátero, onde todos os lados são iguais; Equi  
Isósceles: dois lados são iguais  
Obtuso: três lados diferentes.  
Ambos tem 3 lados.

Figura 139 - Resposta A10 - Ve2  
Fonte: a autora (Estudante 8 – Turma B)

Nesta atividade são encontrados quatro triângulos. Identificando as diferenças entre eles você deverá definir a classificação deles, assim como estabelecer uma relação entre eles.

Os triângulos 03 e 04 são isósceles (lados iguais). 01 é equilátero e isosceles 02, acho que é tangente. :)

Figura 140 - Resposta A10 - Ve2  
Fonte: a autora (Estudante 3 – Turma B)

Na Turma C, 22 estudantes resolveram a atividade 10 (A10), sendo que nenhum classificou os triângulos de acordo com seus ângulos. Quanto a classificação de acordo com os lados, 9,1% classificaram de forma correta, como por exemplo o estudante 5, com suas respostas indicadas nas Figuras 141 e 142.

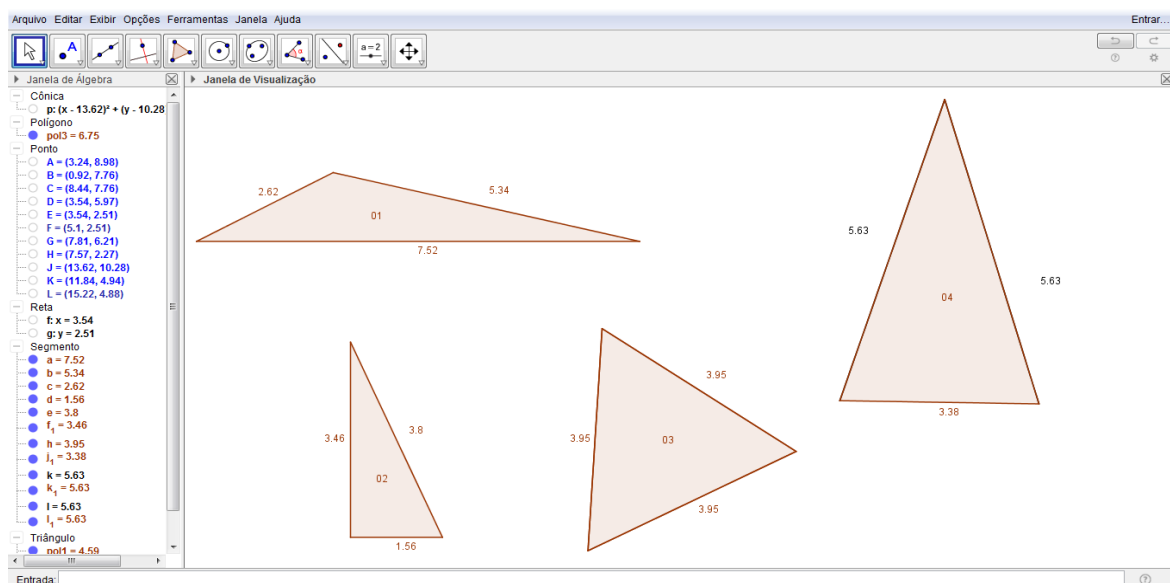


Figura 141 - Resposta A10 - Ve2  
Fonte: a autora (Estudante 5 – Turma C)

Nesta atividade são encontrados quatro triângulos. Identificando as diferenças entre eles você deverá definir a classificação deles, assim como estabelecer uma relação entre eles.

Isosceles: 2 lados iguais = (04)  
Equilátero: todos os lados iguais = (03)  
Escaleno: nenhum lado igual aos outros = (01, 02)

Figura 142 - Resposta A10 - Ve2  
Fonte: a autora (Estudante 5 – Turma C)

Ainda 22,7% classificaram os triângulos como: 1 – escaleno, 3 – equilátero, 4 – isósceles e ainda o triângulo 2 como retângulo, como o estudante 24 como mostra a Figura 143.

Nesta atividade são encontrados quatro triângulos. Identificando as diferenças entre eles você deverá definir a classificação deles, assim como estabelecer uma relação entre eles.

01 → escaleno → tem todos os lados diferentes  
 02 → retângulo → tem um ângulo de  $90^\circ$   
 03 → equilátero → todos os lados são iguais  
 04 → isósceles → tem 2 lados iguais

Figura 143 - Resposta A10 - Ve2  
 Fonte: a autora (Estudante 24 – Turma C)

O estudante 22 foi o único que diferenciou os triângulos de acordo com os ângulos, porém não os nomeou, Figura 144.

Nesta atividade são encontrados quatro triângulos. Identificando as diferenças entre eles você deverá definir a classificação deles, assim como estabelecer uma relação entre eles.

O triângulo 01 tem 3 ângulos diferentes; Triângulo 02 tem todos os ângulos iguais e 04 tem 2 ângulos diferentes e 2 iguais.

Figura 144 - Resposta A10 - Ve2  
 Fonte: a autora (Estudante 22 – Turma C)

Duas respostas interessantes foram dos estudantes 27, que afirmou que todos os triângulos tem três “faces” (Figura 145) e o estudante 25, que chamou o triângulo 2 de isósceles de forma errônea, mas ainda denominou como “pitágoras” (Figura 146).

Nesta atividade são encontrados quatro triângulos. Identificando as diferenças entre eles você deverá definir a classificação deles, assim como estabelecer uma relação entre eles.

Todos tem 3 faces

Figura 145 - Resposta A10 - Ve2  
 Fonte: a autora (Estudante 27 – Turma C)

Nesta atividade são encontrados quatro triângulos. Identificando as diferenças entre eles você deverá definir a classificação deles, assim como estabelecer uma relação entre eles.

Dos 4 triângulos expostos apenas pude reconhecer 2, isóceles e pitágoras.

Figura 146 - Resposta A10 - Ve2  
Fonte: a autora (Estudante 25 – Turma C)

Esta atividade teve por objetivo a análise da habilidade verbal do nível 2 da Teoria de Van Hiele (Ve2), na qual o estudante deveria definir correta e precisamente as palavras, além de elaborar expressões apresentando inter-relações entre as figuras. Neste caso, o estudante deveria expressar as possíveis classificações para os triângulos desenhados no *software*, tais como de acordo com a medida dos lados: equilátero (os três lados iguais), isósceles (dois lados iguais e o terceiro diferente) e escaleno (os três lados diferentes) e ainda de acordo com os ângulos: acutângulo (três ângulos agudos – menores que  $90^\circ$ ), retângulos (um ângulo reto –  $90^\circ$ ) e obtusângulo (um ângulo obtuso – maior que  $90^\circ$ ).

Observou-se que nenhum estudante conseguiu classificação conforme a medida dos ângulos. Em poucos casos, os estudantes identificaram o triângulo retângulo. Quanto à classificação da medida dos lados, foram poucos os que conseguiram identificar as três classificações de forma correta.

### 5.11 Descrição e análise da Atividade 11 (A11)

A atividade 11 (A11) teve por objetivo a análise da habilidade de desenho do nível 2 da Teoria de Van Hiele (D2), em que o estudante deveria construir outras figuras pertinentes às primeiras. No *software*, havia quatro polígonos nos quais o estudante deveria identificar a característica comum a eles (possuir pelo menos um ângulo reto) e traçar uma nova figura que tivesse esta mesma característica.

Na Turma A, 19 estudantes resolveram a atividade 11 (A11). Desses, cerca de 42% conseguiram desenvolver esta habilidade, identificando que a característica comum era o ângulo de  $90^\circ$  e a maioria dos estudantes desenharam o quadrado, como por exemplo a atividade do estudante 9, das Figura 147 e 148.

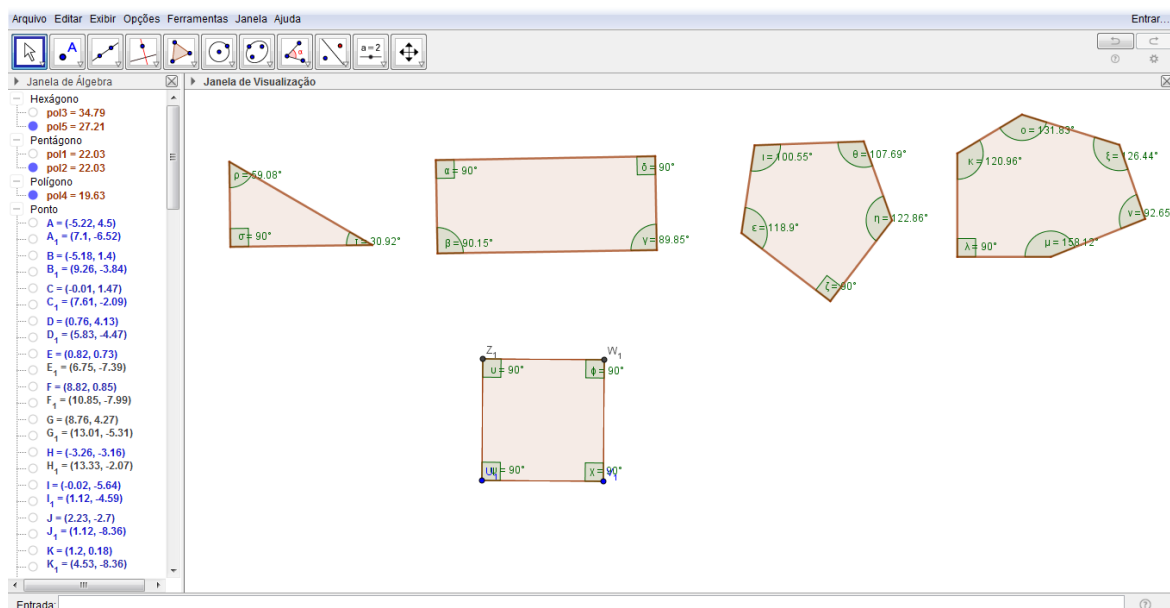


Figura 147 - Resposta A11 - D2  
Fonte: a autora (Estudante 9 – Turma A)

Nesta atividade você encontrará quatro figuras geométricas, essas figuras geométricas possuem uma mesma característica. Você deverá construir uma nova figura com essa mesma característica das quatro anteriores. Qual é essa característica?

*Todas as figuras possuem um ângulo reto.*

Figura 148 - Resposta A11 - D2  
Fonte: a autora (Estudante 9 – Turma A)

Houve casos em que os estudantes identificaram o ângulo reto e traçaram os polígonos: trapézio (Figura 149), quadrilátero (Figura 150), hexágono (Figura 151) e pentágono (Figura 152).



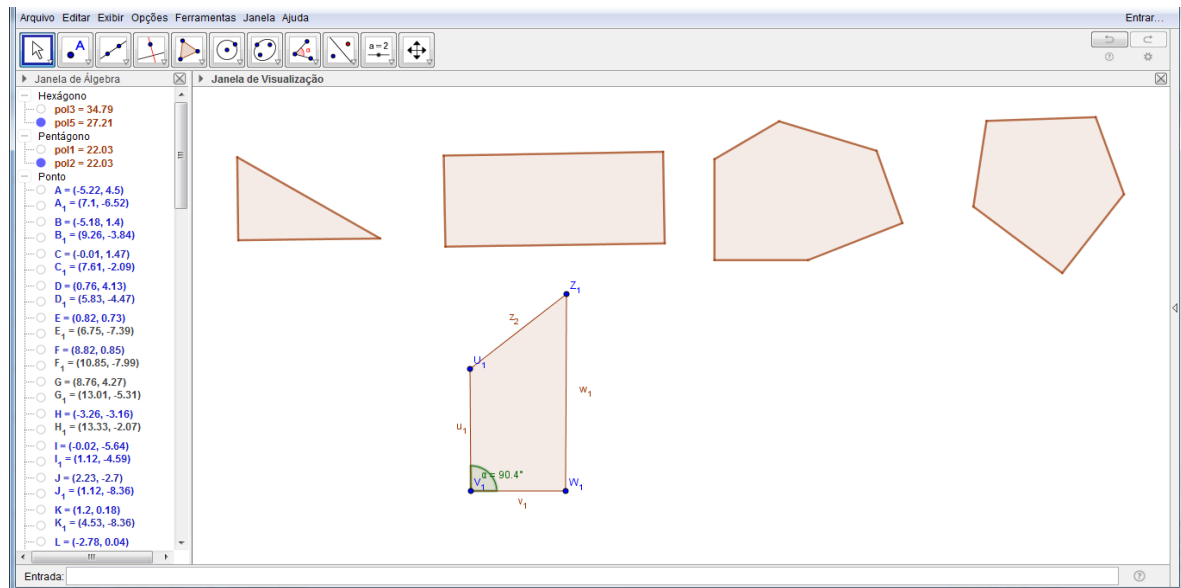


Figura 149 - Resposta A11 - D2  
Fonte: a autora (Estudante 5 – Turma A)

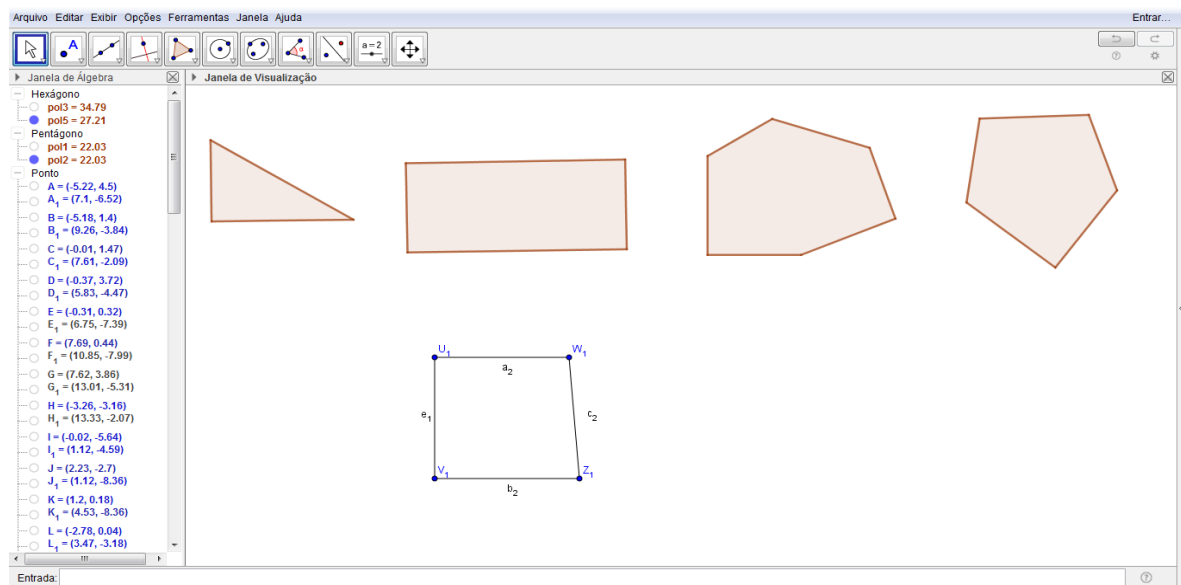


Figura 150 - Resposta A11 - D2  
Fonte: a autora (Estudante 23 – Turma A)

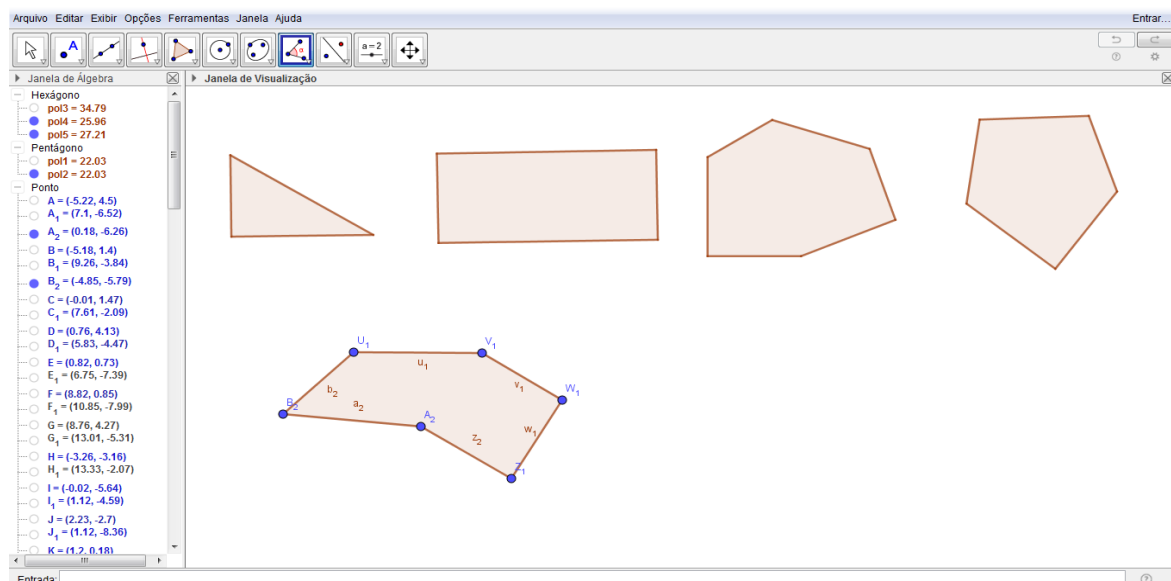


Figura 151 - Resposta A11 - D2  
Fonte: a autora (Estudante 27 – Turma A)

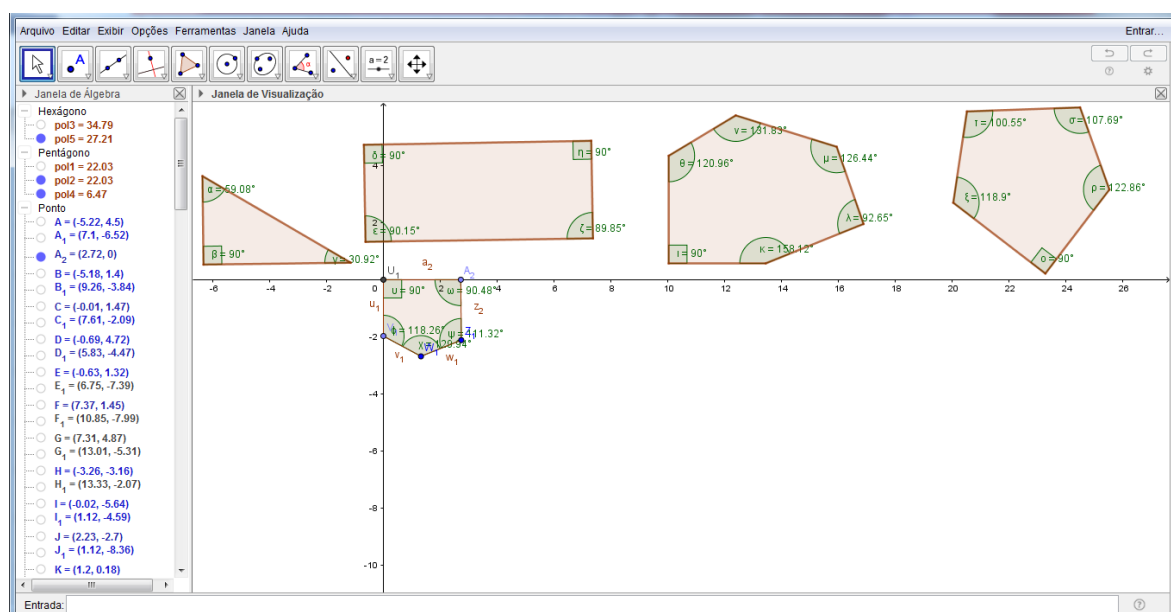


Figura 152 - Resposta A11 - D2  
Fonte: a autora (Estudante 28 – Turma A)

Na Turma B, 22 estudantes realizaram a atividade 11 (A11), de forma que 31,9% conseguiram identificar a característica dos polígonos (possuir pelo menos um ângulo reto) e ainda atingiram o objetivo de traçar as formas geométricas com essa característica. Alguns polígonos traçados pelos estudantes foram: quadrado (Figura 153), pentágono (Figura 154) e octógono (Figura 155).

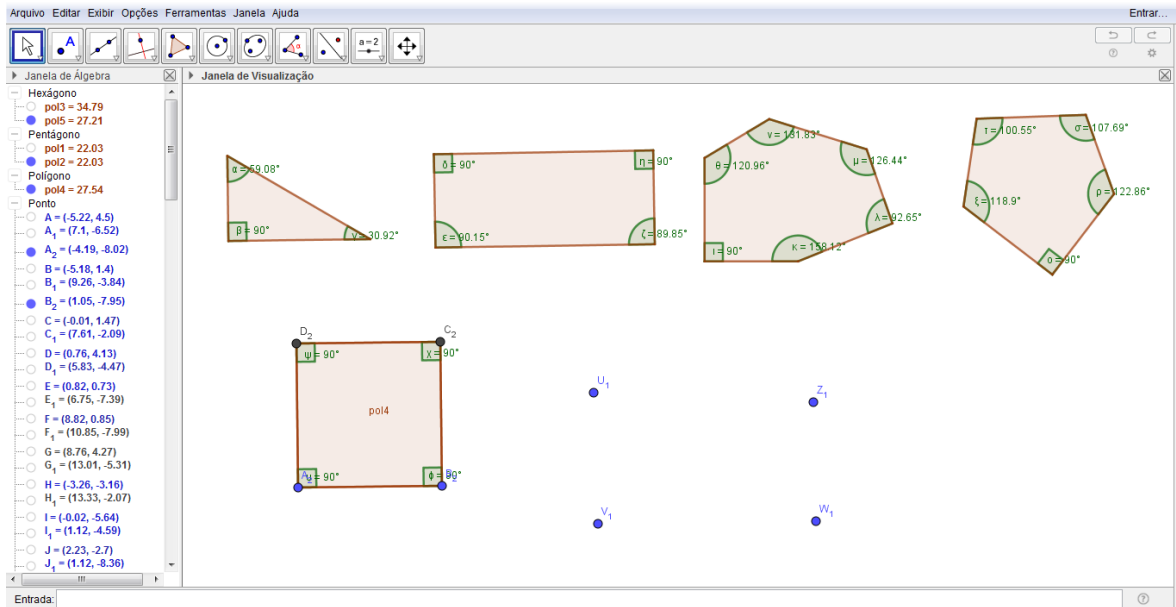


Figura 153 - Resposta A11- D2  
 Fonte: a autora (Estudante 5 – Turma B)

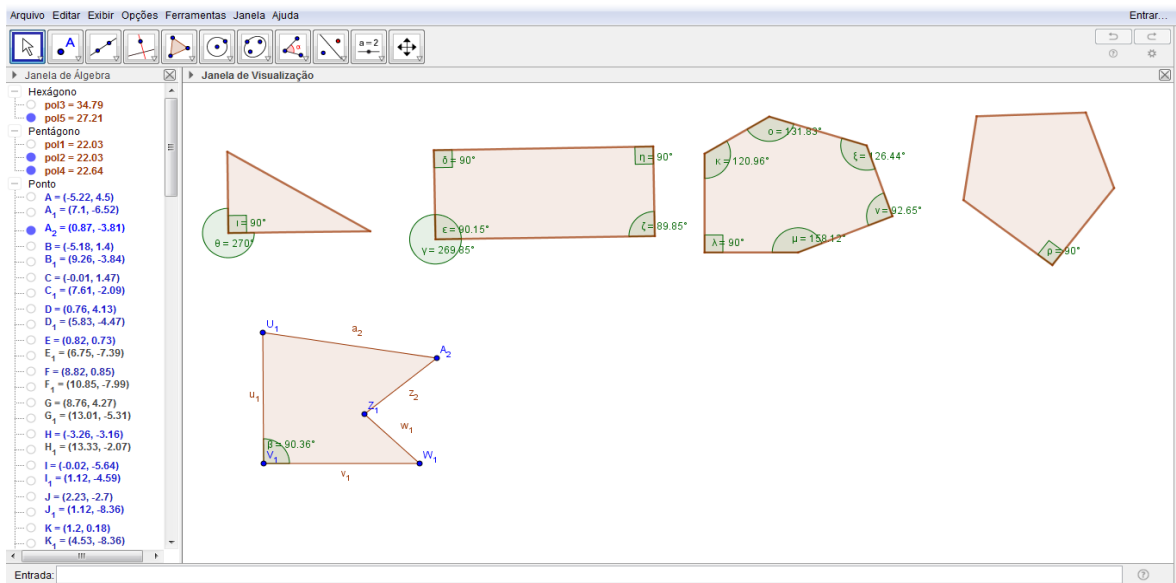


Figura 154 - Resposta A11 - D2  
 Fonte: a autora (Estudante 6 – Turma B)

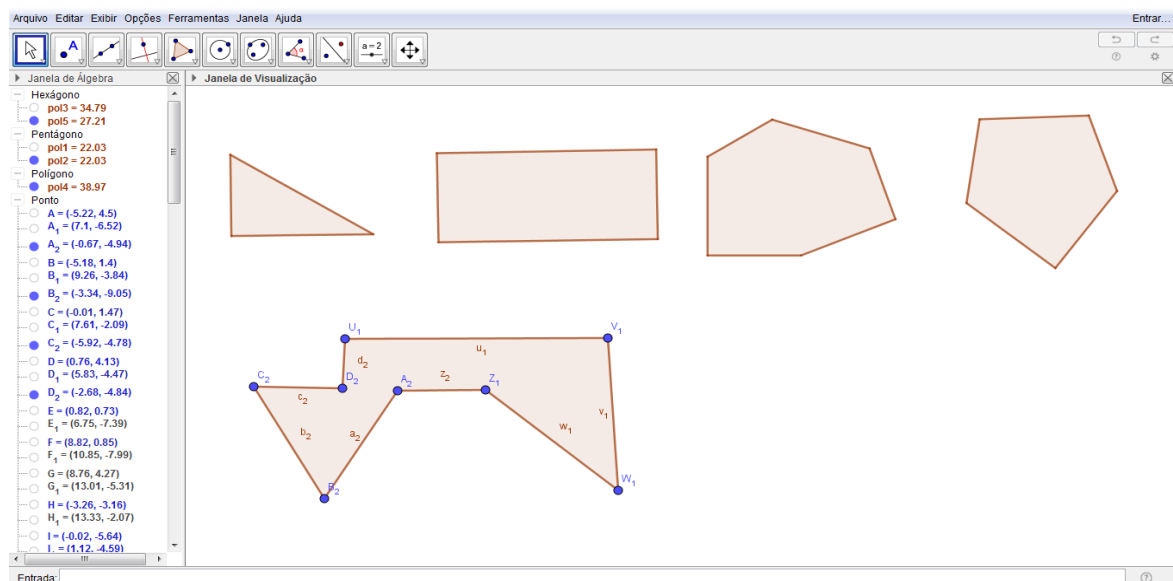


Figura 155 - Resposta A11 - D2  
Fonte: a autora (Estudante 13 – Turma B)

O estudante 26 identificou como a característica comum que os polígonos estavam em ordem crescente do número de lados e possuíam um ângulo reto, o seu desenho seria a sequência destes polígonos - um heptágono com um ângulo reto, como na Figura 156.

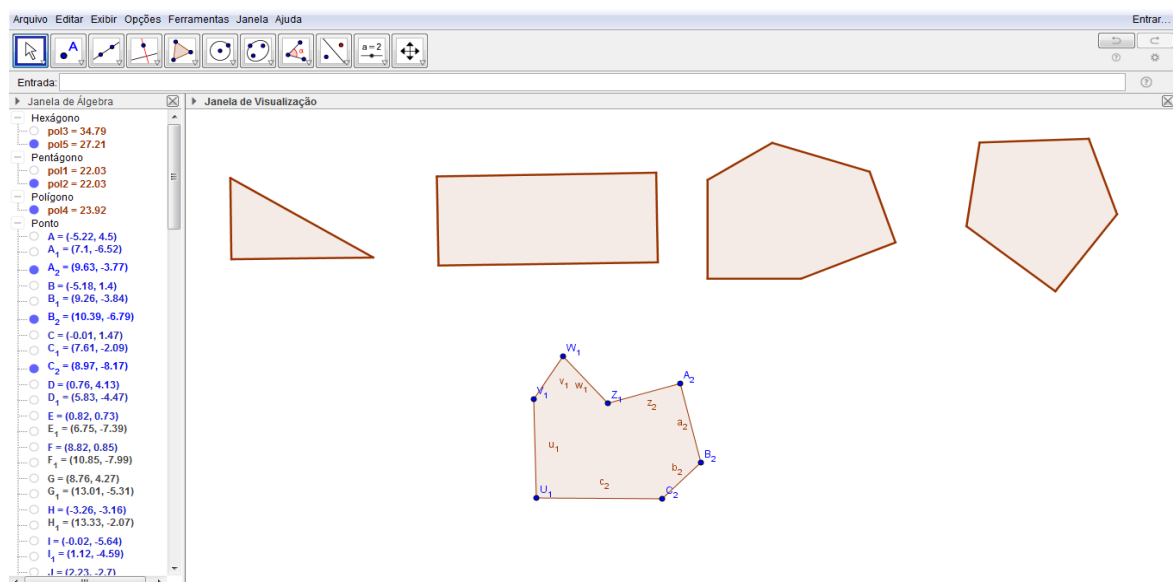


Figura 156 - Resposta A11 - D2  
Fonte: a autora (Estudante 26 – Turma B)

Na Turma C, 22 estudantes resolveram a atividade 11 (A11), dos quais 63,6% identificaram o ângulo reto nos quatro polígonos e desenharam uma forma

geométrica com esta característica. O hexágono foi o polígono traçado por 22,7% dos estudantes, como a atividade do estudante 15 na Figura 157.

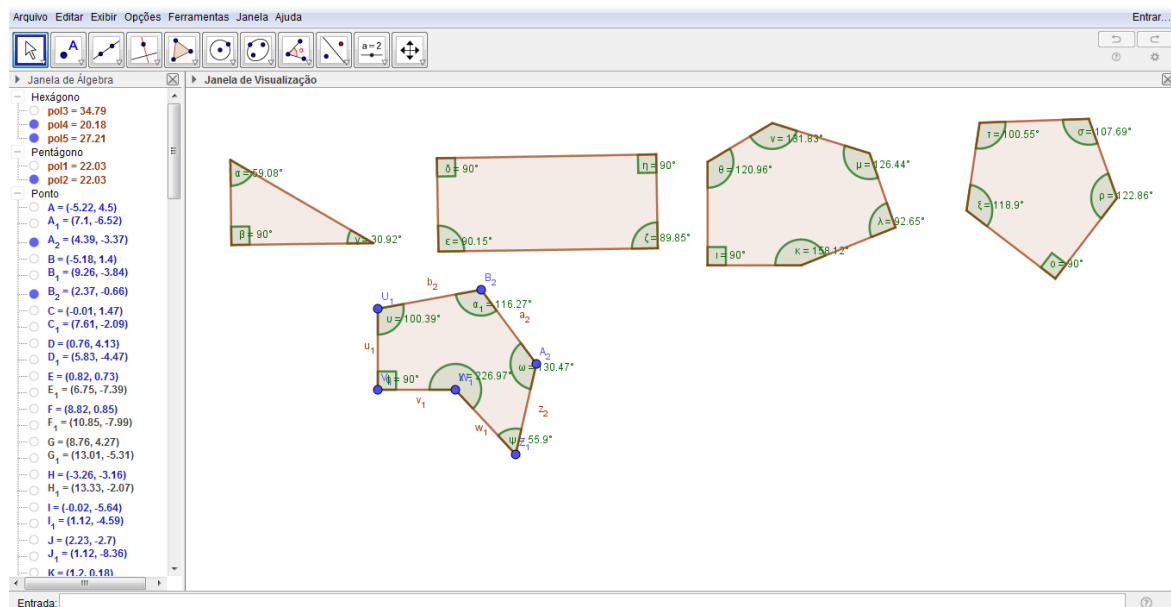


Figura 157 - Resposta A11 - D2  
Fonte: a autora (Estudante 15 – Turma C)

Diversas formas também foram desenhadas pelos estudantes, tais como: triângulo (Figura 158), pentágonos (Figura 159) e quadriláteros (Figura 160).

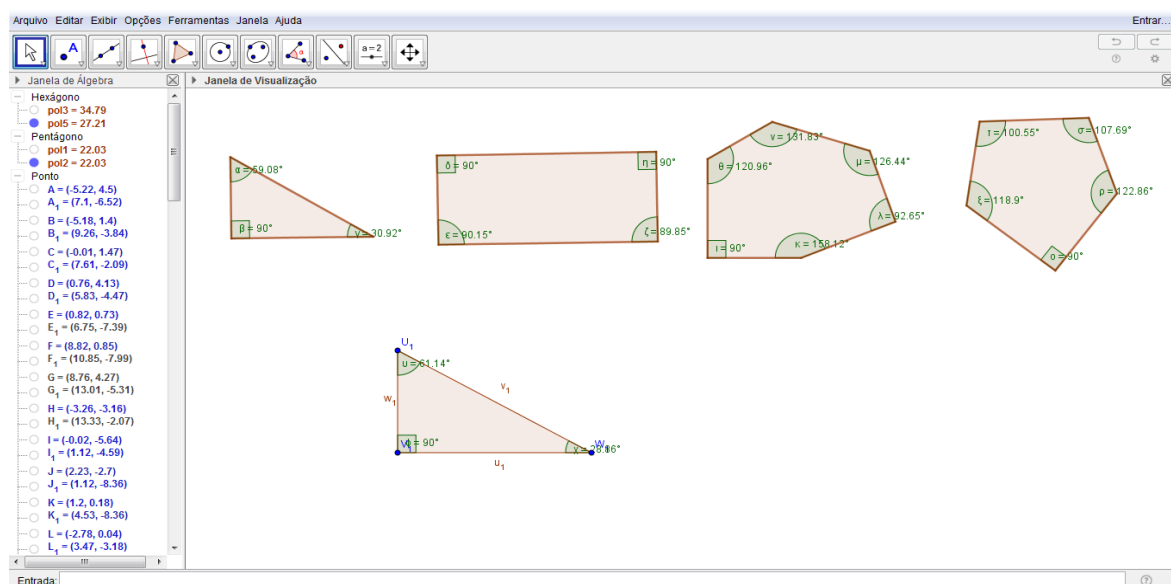


Figura 158 - Resposta A11 - D2  
Fonte: a autora (Estudante 1 – Turma C)

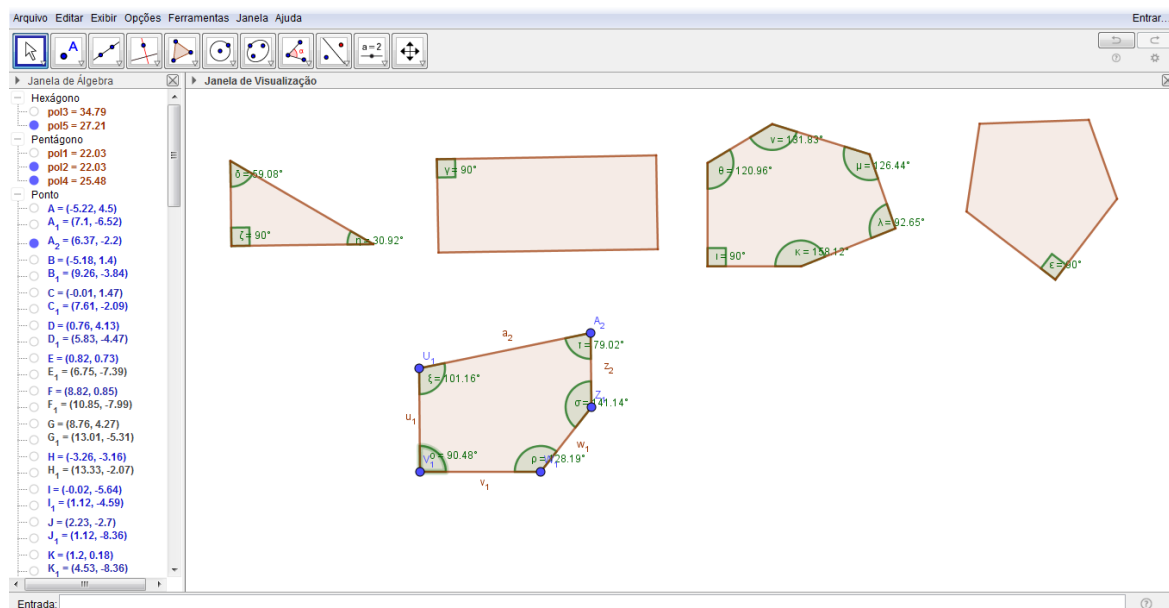


Figura 159 - Resposta A11 - D2  
Fonte: a autora (Estudante 6 – Turma C)

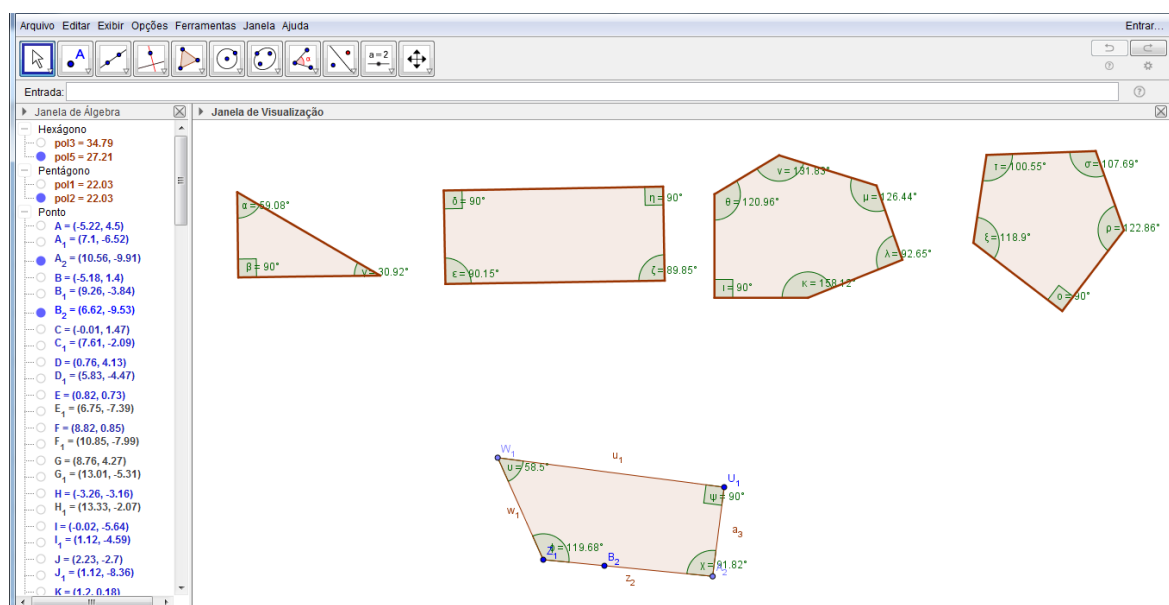


Figura 160 - Resposta A11 - D2  
Fonte: a autora (Estudante 3 – Turma C)

Esta atividade envolveu a habilidade de desenho ou gráfica, em que a partir de certas figuras dadas, o estudante deveria ser capaz de construir outras figuras pertinentes às primeiras. Quatro polígonos foram traçados no *software* e todos possuíam pelo menos um ângulo reto, assim, os estudantes deveriam desenhar um novo polígono que também tivesse um ângulo reto.

Menos da metade dos estudantes conseguiram identificar a característica de possuir um ângulo reto e traçar um novo desenho. Os outros estudantes que

conseguiram atingir o objetivo da atividade traçaram triângulos, quadriláteros, pentágonos, hexágonos, heptágonos e ainda octógono.

#### 5.12 Descrição e análise da Atividade 12 (A12)

A atividade 12 (A12) teve como objetivo a análise da habilidade lógica do nível 2 da Teoria de Van Hiele (L2), em que o estudante deveria determinar que uma classe de figuras está contida em outra por meio de propriedades dessa. Para isso, era necessário a compreensão de uma boa definição. No *software* estavam desenhados quatro quadriláteros, os quais os estudantes deveriam estabelecer a relação entre a classificação destas figuras geométricas.

Na Turma A, 18 estudantes resolveram a atividade 12 (A12). Na Turma B, 22 e na Turma C 22 estudantes, porém nenhum desses conseguiu atingir o objetivo, pois não fizeram a associação dos nomes dos quadriláteros.

Uma parte dos estudantes chegou a fazer as medidas dos ângulos dos quadriláteros, porém sem estabelecer alguma relação.

Com esta atividade, foi possível observar que os estudantes apresentam grande dificuldade em fazer relações entre as propriedades, no caso específico dos quadriláteros.

#### 5.13 Descrição e análise da Atividade 13 (A13)

A atividade 13 (A13) envolveu a análise da habilidade de aplicação do nível 2 da Teoria de van Hiele (Ap2), em que o estudante deveria compreender o conceito de um modelo matemático que retrata uma relação entre objetos, assim deveriam identificar conceitos matemáticos nas figuras apresentadas no *software*.

Na Turma A, 20 estudantes resolveram a atividade 13 (A13), de forma que nenhum dos estudantes fez a associação entre as três figuras, mas 85% dos estudantes conseguiram estabelecer pelo menos um conceito geométrico entre as três imagens. O conceito geométrico mais presente nas respostas foram as formas geométricas (triângulos, retângulos, trapézios, quadriláteros). Ainda 30% identificaram na imagem um cilindro e também 30% conseguiram determinar a

simetria existente nas imagens. Alguns exemplos de respostas das Figuras 161 e 162.

Nessa atividade são apresentadas três figuras, as três representam o Partenon, templo construído, na Grécia Antiga, no século V a. C. para a deusa grega Atenas. Dessa grande construção antiga podemos observar diversos conceitos matemáticos. Quais conceitos matemáticos (por exemplo: figuras geométricas) você pode observar?

*A construção a partir das simetrias, eu vejo, a partir de formas geométricas, com 7 retângulos, um trapézio e um triângulo*

Figura 161 - Resposta A13 - Ap2  
Fonte: a autora (Estudante 7 – Turma A)

Nessa atividade são apresentadas três figuras, as três representam o Partenon, templo construído, na Grécia Antiga, no século V a. C. para a deusa grega Atenas. Dessa grande construção antiga podemos observar diversos conceitos matemáticos. Quais conceitos matemáticos (por exemplo: figuras geométricas) você pode observar?

*O Teto é um Triângulo, tem 7 Retângulos e 1 trapézio e cilindro.*

Figura 162 - Resposta A13 - Ap2  
Fonte: a autora (Estudante 23 – Turma A)

Um dos estudantes considerou a esfera como um conceito matemático aplicado nas imagens que representava o sol, como mostra a Figura 163.

Nessa atividade são apresentadas três figuras, as três representam o Partenon, templo construído, na Grécia Antiga, no século V a. C. para a deusa grega Atenas. Dessa grande construção antiga podemos observar diversos conceitos matemáticos. Quais conceitos matemáticos (por exemplo: figuras geométricas) você pode observar?

*Triângulos, retângulos, cilindros, trapézios e esfera (o sol lá trás)*

Figura 163 - Resposta A13 - Ap2  
Fonte: a autora (Estudante 15 – Turma A)

Na Turma B, 25 estudantes realizaram a atividade 13 (A13). Nenhum deles estabeleceu uma relação entre as três imagens, mas 96% conseguiram determinar pelo menos um conceito matemático aplicado nas figuras. Nesta turma, o conceito matemático que mais foi encontrado nas respostas foram as formas geométricas (triângulo, retângulo, quadriláteros, entre outras), como mostra a Figura 164.



Nessa atividade são apresentadas três figuras, as três representam o Partenon, templo construído, na Grécia Antiga, no século V a. C. para a deusa grega Atenas. Dessa grande construção antiga podemos observar diversos conceitos matemáticos. Quais conceitos matemáticos (por exemplo: figuras geométricas) você pode observar?

O templo é sustentado por sete retângulos, em sua base tem um trapézio e em seu topo um triângulo que forma seu telhado.

Figura 164 - Resposta A13 - Ap2  
Fonte: a autora (Estudante 26 – Turma B)

Outros conceitos foram determinados pelos estudantes tais como: área, perímetro e ângulos (Figura 165) e ainda um estudante estabeleceu a sequência de Fibonacci (Figura 166).

Nessa atividade são apresentadas três figuras, as três representam o Partenon, templo construído, na Grécia Antiga, no século V a. C. para a deusa grega Atenas. Dessa grande construção antiga podemos observar diversos conceitos matemáticos. Quais conceitos matemáticos (por exemplo: figuras geométricas) você pode observar?

Triângulo, retângulos e uma "tampa", eles têm ângulos e áreas, perímetro.

Figura 165 - Resposta A13 - Ap2  
Fonte: a autora (Estudante 7 – Turma B)

Nessa atividade são apresentadas três figuras, as três representam o Partenon, templo construído, na Grécia Antiga, no século V a. C. para a deusa grega Atenas. Dessa grande construção antiga podemos observar diversos conceitos matemáticos. Quais conceitos matemáticos (por exemplo: figuras geométricas) você pode observar?

Polígonos como quadriláteros e triângulos; ângulos, simetria, sequência <sup>Fibonacci:</sup> ~~Fibonacci~~

Figura 166 - Resposta A13 - Ap2  
Fonte: a autora (Estudante 14 – Turma B)

Na Turma C, 22 estudantes resolveram a atividade 13 (A13). Como nas outras turmas, nenhum dos estudantes determinou uma relação entre as três imagens, mas todos descreveram pelo menos um conceito matemático encontrado nelas. Os conceitos mais descritos pelos estudantes foram triângulos, retângulos, trapézio, quadriláteros, ângulos, simetria, entre outros. Alguns exemplos estão nas Figuras 167 e 168.

Nessa atividade são apresentadas três figuras, as três representam o Partenon, templo construído, na Grécia Antiga, no século V a. C. para a deusa grega Atenas. Dessa grande construção antiga podemos observar diversos conceitos matemáticos. Quais conceitos matemáticos (por exemplo: figuras geométricas) você pode observar?

Triângulos, retângulos, trapézios

Figura 167 - Resposta A13 - Ap2  
Fonte: a autora (Estudante 15 – Turma C)

Nessa atividade são apresentadas três figuras, as três representam o Partenon, templo construído, na Grécia Antiga, no século V a. C. para a deusa grega Atenas. Dessa grande construção antiga podemos observar diversos conceitos matemáticos. Quais conceitos matemáticos (por exemplo: figuras geométricas) você pode observar?

Ângulos de  $90^\circ$  e de simetria por todos os pontos

Figura 168 - Resposta A13 - Ap2  
Fonte: a autora (Estudante 9 – Turma C)

Algumas diferentes resoluções das demais, como a do estudante 14, que mencionou o número áureo (Figura 169) e o estudante 22 que encontra o cilindro nas imagens (Figura 170).

Nessa atividade são apresentadas três figuras, as três representam o Partenon, templo construído, na Grécia Antiga, no século V a. C. para a deusa grega Atenas. Dessa grande construção antiga podemos observar diversos conceitos matemáticos. Quais conceitos matemáticos (por exemplo: figuras geométricas) você pode observar?

É utilizado o número áureo, são diversos triângulos, retângulos, trapézios.

Figura 169 - Resposta A13 - Ap2  
Fonte: a autora (Estudante 14 – Turma C)

Nessa atividade são apresentadas três figuras, as três representam o Partenon, templo construído, na Grécia Antiga, no século V a. C. para a deusa grega Atenas. Dessa grande construção antiga podemos observar diversos conceitos matemáticos. Quais conceitos matemáticos (por exemplo: figuras geométricas) você pode observar?

Triângulos, cilindros, retângulos

Figura 170 - Resposta A13 - Ap2  
Fonte: a autora (Estudante 22 – Turma C)

Esta atividade envolveu a habilidade de aplicação do nível 2 da Teoria de Van Hiele (Ap2), em que o objetivo era o de compreender o conceito de um modelo matemático que retrata relações entre objetos. Na atividade, foram apresentadas três imagens do Partenon, sobre a qual o estudante deveriam estabelecer a relação existente entre elas, assim como identificar quais conceitos matemáticos poderiam ser determinados.

Os estudantes não conseguiram descrever a relação entre as imagens, porém a maioria conseguiu identificar os conceitos matemáticos. Os conceitos mais encontrados foram as formas geométricas (triângulos, retângulos, trapézios, entre outras).

#### 5.14 Descrição do desenvolvimento das atividades e do questionário pós-aplicação

Os estudantes recordam de poucos conteúdos de geometria abordados no Ensino Fundamental, por exemplo, formas geométricas, trigonometria, Pitágoras, área e perímetro, segundo o primeiro questionário (APÊNDICE A). Nenhum dos estudantes teve contato anterior com o *software* Geogebra, portanto foi novidade para eles. No primeiro encontro, explorou-se os comandos do *software*, de forma que os estudantes fizessem o reconhecimento do mesmos com o objetivo de que conseguissem utilizar o *software* na resolução das atividades.

No primeiro momento deste encontro, foi disponibilizado aos estudantes cerca de dez minutos para que eles pudessem explorar o *software* livremente, conhecer os comandos e ferramentas. A maioria dos estudantes se envolveu bastante na atividade de maneira bem criativa, como mostram as Figuras 171, 172 e 173.

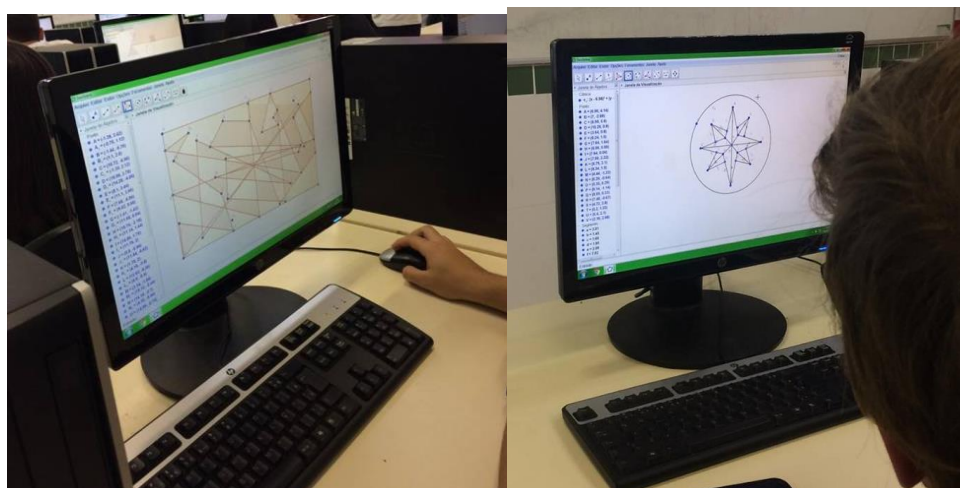


Figura 171 – Desenho livre dos estudantes no *software* Geogebra  
Fonte: a autora

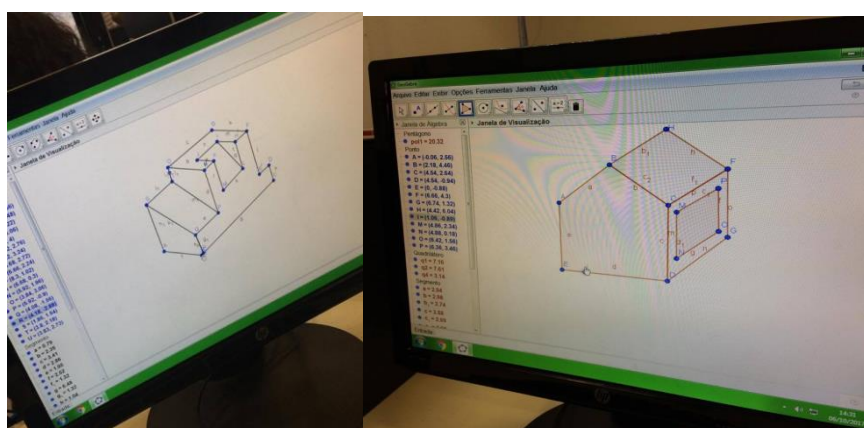


Figura 172 – Desenho livre dos estudantes no *software* Geogebra  
Fonte: a autora

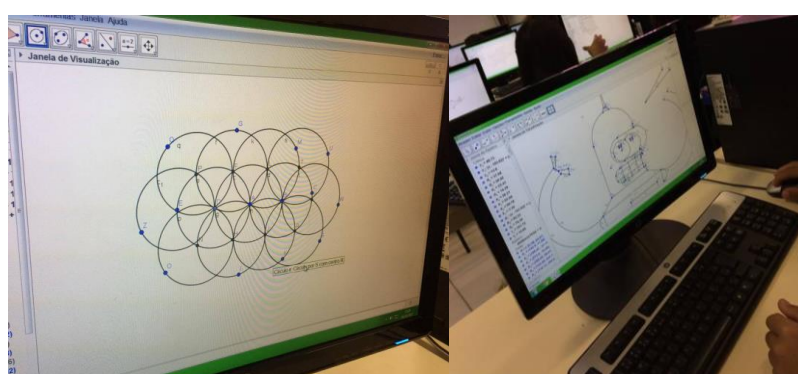


Figura 173 – Desenho livre dos estudantes no *software* Geogebra  
Fonte: a autora

Após este primeiro momento do encontro, a pesquisadora solicitou que os estudantes acompanhassem as instruções para conhecer melhor as ferramentas disponíveis no *software*. A primeira ferramenta explorada foi a de determinar pontos, que foi bem tranquila do ponto de vista dos estudantes. Na sequência, aproveitando

os pontos desenhados, pediu-se aos estudantes que traçassem polígonos com a ferramenta polígonos. A pesquisadora contou com o apoio de quatro monitores e esses observaram que muitos estudantes não sabiam o conceito de polígonos. Alguns pesquisaram na internet, assim como outros perguntaram para a pesquisadora e mesmo para os monitores.

Na sequência, foram exploradas outras ferramentas tais como segmentos, semirretas, retas, retas paralelas, retas perpendiculares, medida de ângulos, medida de segmentos de reta, perímetro, área, colorir polígonos, entre outras.

Observou-se que a maioria dos estudantes conseguiu explorar de forma satisfatória o *software*, com bom retorno. Ouviu-se comentários como: “Nossa, que massa”, “Vou baixar quando chegar em casa” e “É um pouco complicado, mas gostei”.

A pesquisadora ainda explicou aos estudantes que o *software* é livre, mostrou qual é o *site* para baixar o *software*, que é possível instalar em computadores, *notebooks*, *tablets*, *smartphone*, entre outros, e para surpresa, uma estudante baixou o aplicativo no celular, como mostra a Figura 174.

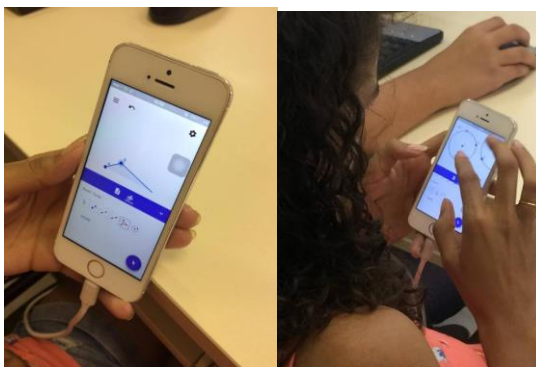


Figura 174 – Estudante baixou o aplicativo no *smartphone*  
Fonte: a autora

Os monitores puderam observar que a reação dos estudantes frente ao *software* foi surpreendente, de forma que este primeiro encontro encerrou-se de maneira bem produtiva, despertando a curiosidade dos estudantes com relação a geometria, assunto que muitos consideraram “chato e maçante”, porém com o uso do *software*, reconhecerem ser mais dinâmico e prático.

O segundo e terceiro encontro foram destinados à resolução das atividades. Ao final do terceiro encontro, pediu-se aos estudantes que respondessem ao

questionário pós-aplicação, para que tivéssemos um retorno da opinião dos estudantes quanto a utilização do *software* (Apêndice B).

Assim, pode-se concluir por meio do questionário que a maioria gostou de conhecer o *software*, que esse tornou mais interessante a aula e facilitou a resolução das atividades. Muitos estudantes afirmaram que desenhar o que foi abordado com o uso *software* foi muito mais fácil que usar papel e caneta. Alguns justificaram o fato de que o desenho fica mais preciso e que com a manipulação das figuras no *software*, a compreensão fica mais fácil. Alguns disseram que é um *software* fácil, muito interessante para estudar geometria e que com certeza usariam novamente.

A maioria dos estudantes demonstrou que a experiência de trabalhar com o *software* foi positiva, muitos disseram que acharam divertido, que a aula ficou muito prazerosa e que poderiam ficar horas mexendo no *software*. Outros disseram que conseguiram relembrar muitos conceitos de geometria. Ainda houve alunos que baixaram o *software* em casa para conhecê-lo melhor. Alguns afirmaram que nunca tiveram aula de matemática com o uso do computador, mas que esta atividade foi muito interessante, a aula não foi cansativa e que poderiam ter mais aulas assim.

Quanto ao auxílio do *software*, para a resolução das atividades, a maior parte dos estudantes achou muito mais fácil que resolver com papel, caneta e régua. Afirmaram que a manipulação das figuras foi mais fácil, os comandos de medidas também foram importantes para auxiliá-los a encontrar algumas características das figuras.

Pouquíssimos foram os pontos negativos encontrados no *software*. Um estudante mencionou que é preciso ter conhecimento do computador e nem todos têm este acesso. Outro disse que sem a abordagem da pesquisadora seria difícil encontrar todos os comandos. Outros estudantes comentaram que basta um tempo maior explorando o *software* que vão se apropriando mais das ferramentas do programa.

No geral, os estudantes acharam o *software* de fácil manipulação de forma a contribuir na aprendizagem de geometria, sendo o recurso computacional um instrumento muito mais interessante que usar papel e caneta e que deveria ser mais explorado nas aulas de Matemática. Conforme ressaltado por Goés e Góes (2015) e Fainguelernt (2012), e as considerações feitas nas seções 3.4 e 3.5, respectivamente.

## CONCLUSÃO

Este trabalho abordou a história da geometria, de forma a contextualizar o surgimento da geometria até os tempos atuais. Também contemplou o ensino de geometria, salientando sua história no Brasil, apresentando algumas informações dos documentos oficiais. Ainda, discutiu sobre o pensamento geométrico que estabelece a Teoria de Van Hiele, que é a base teórica das atividades desenvolvidas neste trabalho. Procurou-se também abordar as Tecnologias Educacionais e a Geometria Dinâmica, que trouxeram fundamentos para o uso do *software* Geogebra na resolução das atividades.

A questão central deste trabalho foi a investigação do nível do pensamento geométrico segundo a Teoria de Van Hiele dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio. As atividades foram apresentadas e resolvidas no *software* livre Geogebra.

O quadro 3 apresenta um resumo da análise da resolução das quatro primeiras atividades relacionadas ao nível 0 do pensamento geométrico da Teoria de Van Hiele.

Quadro 3 - Resumo da análise das atividades do nível 0

Nível 0 - Visualização		
Habilidade Visual	Turma A	78,5%
	Turma B	44,8%
Atividade 1	Turma C	60,7%
	Turma A	82%
Habilidade Verbal	Turma B	58,6%
	Turma C	89,2%
Atividade 2	Turma A	100%
	Turma B	100%
	Turma C	100%
Habilidades: Desenho e Aplicação	Turma A	73%
	Turma B	58%
	Turma C	62,9%
Atividade 3	Turma A	73%
	Turma B	58%
	Turma C	62,9%
Habilidade Lógica	Turma A	73%
	Turma B	58%
	Turma C	62,9%
Atividade 4	Turma A	73%
	Turma B	58%
	Turma C	62,9%

Fonte: a autora

Observa-se que nas quatro atividades que englobavam as cinco habilidades do nível 0 da Teoria de Van Hiele os estudantes apresentaram bons resultados. Nas habilidades de visualização, verbal e lógica houve alguns

estudantes que não tiveram êxito. As habilidades atingidas por 100% dos estudantes foram de desenho e aplicação. Ainda percebe-se que a Turma B teve menor rendimento nas quatro atividades. Pode-se perceber que a maior parte dos estudantes contemplam as cinco habilidades do nível 0 da Teoria de Van Hiele.

O quadro 4 mostra resumidamente a análise da resolução das atividades 5 a 8, relacionadas ao nível 1 do pensamento geométrico da Teoria de Van Hiele.

Quadro 4 - Resumo da análise das atividades do nível 1

Nível 1 - Análise			
Habilidade Visual	Turma A	100%	
	Turma B	92,8%	
Atividade 5	Turma C	100%	
Habilidade Verbal	Turma A	80 %	
	Turma B	14,2%	
Atividade 6	Turma C	30,7%	
Habilidades: Desenho e Aplicação		Desenho	Aplicação
	Turma A	96%	96%
	Turma B	78,2%	91,3%
Atividade 7	Turma C	95,6%	78,2%
Habilidade Lógica	Turma A	0%	
	Turma B	0%	
	Turma C	0%	
Atividade 8			

Fonte: a autora

Com relação ao nível 1 observa-se que grande parte dos estudantes atinge as habilidades visual, verbal, desenho e aplicação. Porém a habilidade de lógica nenhum dos estudantes conseguiu atingir. Entre as três turmas percebe-se que a Turma A apresentou melhores resultados. No nível 1 observou-se que houve uma redução do número dos estudantes que atingem este nível.

O quadro 5 destaca o resumo da análise das resoluções das atividades 9 a 13 condizentes ao nível 2 do pensamento geométrico da Teoria de Van Hiele.



Quadro 5 - Resumo da análise das atividades do nível 2

Nível 2 – Dedução informal			
Habilidade Visual Atividade 9	Turma A	0%	
	Turma B	0%	
	Turma C	0%	
Habilidade Verbal Atividade 10		Ângulos	Lados
	Turma A	0%	30%
	Turma B	0%	0%
	Turma C	0%	9,1%
Habilidades: Desenho Atividade 11	Turma A	42%	
	Turma B	31,9%	
	Turma C	63,6%	
Habilidade Lógica Atividade 12	Turma A	0%	
	Turma B	0%	
	Turma C	0%	
Habilidade Aplicação Atividade 13		Relação entre as três imagens	Conceito matemático
	Turma A	0%	85%
	Turma B	0%	96%
	Turma C	0%	100%

Fonte: a autora

No nível 2 apresentado no quadro 5 acima, poucos são os estudantes que atingem alguma habilidade, a habilidade de desenho e parte da habilidade de aplicação em relação à conceito matemático apresentam melhores resultados. A habilidade visual, verbal, lógica e aplicação (relação entre imagens) praticamente o mínimo de estudantes atingiu esse nível ou zeraram. Segundo Walle (2009) os estudantes do Ensino Médio devem estar neste nível, porém após a aplicação das atividades e suas análises conclui-se que os estudantes não atingiram este nível.

Analisando os Quadros 03 à 05, pode-se perceber que a Turma B apresentou-se como aquela em que os estudantes apresentaram maiores dificuldades não atingindo os objetivos das habilidades nos três níveis e a Turma A foi que obteve melhores resultados nos níveis 0 e 1.

Pode-se dizer que a pesquisa em questão atingiu os objetivos propostos de analisar os níveis do pensamento geométrico segundo a Teoria de Van Hiele e forneceu um panorama das dificuldades dos estudantes. Com a análise de trabalhos

e documentos oficiais relacionados a geometria, pensamento geométrico, Teoria de Van Hiele pode-se aprofundar mais sobre o tema. A análise das atividades aplicadas por meio de uma sequência didática elaborada com o *software* Geogebra apresentou em quais níveis os estudantes do primeiro ano do ensino médio desta instituição se encontram.

Em face dos resultados obtidos, pode-se afirmar que os estudantes, sujeitos desta pesquisa, apresentaram defasagem quanto aos níveis do pensamento geométrico segundo a Teoria de Van Hiele. Uma possível justificativa destes resultados aponta para a questão do abandono do ensino da geometria nas escolas brasileiras, temática amplamente estudada por diversos autores, assim corroborando com os estudos de Pavanello (1993), Lorenzato (1995), Passos (2000) e Barbosa (2003). Considerando ainda os dados da pesquisa sócio econômica realizada, observou-se que a maioria dos participantes da pesquisa concluiu o Ensino Fundamental em escolas públicas, então se supõem que o problema dessa defasagem em geometria é proveniente do ensino de matemática das escolas públicas.

Grande parte dos estudantes possui computador em casa, do qual fazem uso diariamente. Além disso, estes estudantes afirmam possuir acesso à *internet* tanto em casa quanto na escola, usufruindo para jogos, estudos, notícias, redes sociais, *e-mails*, filmes, vídeos, entre outros. As fontes de acesso à *internet* são computadores, *notebooks*, celulares *tablets* e *smart tv*.

Quanto ao uso do recurso computacional, a experiência foi aceita positivamente pelos estudantes, que acharam a aula mais interessante e dinâmica. Muitos afirmaram que o uso da tecnologia facilita a aprendizagem, pois a manipulação das figuras geométricas no computador é mais simples, mais fácil do que o uso de papel, lápis, régua e compasso. Percebendo a grande motivação dos estudantes ao usar recursos computacionais para resolução de atividades de matemática, sugere-se aulas mais dinâmicas com o uso do *software* Geogebra, por exemplo, ensino de Geometria Espacial, Geometria Analítica, e ainda apresentar o *software* para utilização da aprendizagem de funções.

Diante dos resultados obtidos nesta pesquisa pretende-se apresentá-los formalmente a equipe pedagógica e a coordenação da área da matemática para que tomem conhecimentos das dificuldades dos estudantes perante a geometria. Nota-se que a defasagem em geometria apresentadas pelos estudantes é preocupante,

pois esta defasagem acarreta a não compreensão dos conteúdos que serão trabalhado posteriormente na Geometria Espacial e Geometria Analítica. Assim, é fundamental enfrentar este desafio, de forma que algumas ações no planejamento do processo de ensino-aprendizagem da geometria sejam repensadas.

Na escola em que ocorreu a pesquisa existe um projeto de matemática básica, com início em 2016, assim pretende-se sugerir aos coordenadores do projeto um planejamento quanto ao ensino da geometria. No currículo desta instituição o conteúdo de geometria é trabalhado no segundo ano do ensino médio. Assim é de suma importância levar a coordenação da área da matemática as análises e conclusões estabelecidas nesta pesquisa. Para que de alguma forma os docentes destes estudantes no segundo ano do Ensino Médio possam construir um planejamento diferenciado para esses estudantes, visto que apresentaram deficiências em alguns conceitos importantes da geometria do Ensino Fundamental. Assim como se pretende sugerir o desenvolvimento de um projeto de extensão para as escolas de ensino fundamental das proximidades da instituição de aplicação desta pesquisa, com o objetivo de reforçar a aprendizagem de conceitos básicos da geometria.

#### 5.15 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões para trabalhos futuros ou prosseguimento desta pesquisa, vê-se a possibilidade de:

- Analisar dos níveis do pensamento geométrico, segundo Teoria de Van Hiele, em estudantes do ensino superior;
- Pesquisa para evidenciar o papel do professor sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico nos estudantes do ensino fundamental da região em que a escola está inserida;
- Desenvolvimento e aplicação de sequências didática com a finalidade de adequar o pensamento geométrico dos estudantes conforme o previsto na teoria de Van Hiele; e
- Analisar o uso das tecnologias educacionais no desenvolvimento do pensamento geométrico em pessoas com necessidades especiais, visto

que a escola onde ocorreu a pesquisa possui estudantes em séries posteriores com algum tipo de necessidade especial.

## REFERÊNCIAS

AMADO, N.; SANCHEZ, J.; PINTO, J. A utilização do Geogebra na demonstração Matemática em sala de aula: o estudo da reta de Euler. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v.29, n° 52, p.637-657, ago. 2015.

ASSAD, A.; RAMOS, A.S. **Análise do conteúdo de geometria espacial nos livros didáticos de matemática do Ensino Médio**. 2015, 17f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização) – Centro Universitário de Maringá, Ponta Grossa, 2015.

BARBOSA, P.M. O Estudo da Geometria. **Revista Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, n°25 p.14-22, 2003.

BERNARDIS, S.; MORIENA, S. Desafíos para poner em marcha procesos de prueba. **Educación matemática**, v.26, n°3, p.149-165, 2014.

BORBA, R.M. **Descobrimos a Geometria Fractal: para a sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BORBA, M.C.; PENTEADO, M.G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

BORSOI, C. **Geogebra 3D no Ensino Médio: uma possibilidade para a aprendizagem da geometria espacial**. 2016, 159f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Univesidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

BOYER, C.B. **História da Matemática**. São Paulo: Blucher, 1974.

BRASIL, Ministério da Educação e Cultura. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+): Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, 2002.

BRASIL, Ministério da Educação e Cultura. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemáticas e suas Tecnologias, volume 2**. Brasília: MEC/ESF, 2006.

CARVALHO, H.C. **Geometria Fractal: Perspectivas e possibilidades para o ensino de Matemática**. 2005, 108f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

COSTA, A.P. **A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana**. 2016, 243f.

Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

COSTA, A.P. Estudo dos quadriláteros notáveis por meio do Geogebra: um olhar para as estratégias dos estudantes do 6º ano do ensino fundamental. **Revista do Instituto Geogebra de São Paulo**, v.5, n°2, p. 03-17, 2016.

CUÉLLAR, D.J.G; SALAZAR, J.V.F. Um estudio de la instrumentación de la noción de simetría axial por medio del uso del Geogebra. **Revista do Instituto Geogebra de São Paulo**, v.6, n°1, 2017.

DALL'ALBA C.S. **Possibilidades de utilização do software Geogebra no desenvolvimento do pensamento geométrico de um grupo de alunos do sexto ano do ensino fundamental**. 2015, 183f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2015.

EVES, H. **Tópicos de história da matemática**: para uso em sala de aula (Geometria). São Paulo: Atual, 1992.

FAINGUELERNT, E. K.; NUNES, K.R.A. **Matemática**: práticas Pedagógicas para o Ensino Médio. 1ªed. Porto Alegre: Penso, 2012.

FERREIRA, A.C.C. **Ensino da Geometria no Brasil**: enfatizando o período do Movimento da Matemática Moderna. 2005. Disponível em <<http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2005/anaisEvento/documentos/painel/TCCI136.pdf>>. Acesso em: 23 maio 2017.

FERREIRA, F.E. **Ensino e aprendizagem dos poliedros regulares via a teoria de Van Hiele com origami**. 2013, 94f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto, 2015.

GOÉS, H.C. **Expressão gráfica**: esboço de conceituação. 123f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012. Disponível em: [http://www.exatas.ufpr.br/portal/ppgecm/wp-content/uploads/sites/27/2016/03/011\\_HelizaCola%C3%A7%C3%B3es.pdf](http://www.exatas.ufpr.br/portal/ppgecm/wp-content/uploads/sites/27/2016/03/011_HelizaCola%C3%A7%C3%B3es.pdf). Acesso em: 18 abr. 2017.

GOÉS E GOÉS, **Ensino da matemática**: concepções, metodologias, tendências e organização do trabalho pedagógico. Curitiba: Intersaberes, 2015.

GONÇALVES, A.J.C. **Uma proposta de ensino de cônicas com o auxílio do Geogebra**. 2015, 82f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2015.

GRAVINA, M.A. et al. **Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de Matemática**. Porto Alegre: Evangraf, 2012.

KENSKI, V.M. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação**. 8ªed. Campinas, SP: Papyrus, 2012.

LEIVAS, J.C.P; SOUZA, H.M; PORTELLA, H.P. Geometria Não-Euclidianas: uma investigação na Escola Básica no Brasil com Geogebra. **Revista Thema**, v.14, nº3, p. 210-221, 2017.

LOPES, M.M. Sequência didática para o ensino de trigonometria usando o software GeoGebra. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v.27, nº 46, p. 631 – 644, ago. 2013.

LORENZATO, S. Porque não Ensinar Geometria? **A educação matemática em revista**, Blumenau, ano III, nº4, 1995.

MARTINS, E.N. **Uma abordagem construtivista do teorema e tales sob a perspectiva da teoria de Van Hiele**. 2014, 84f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2014.

MENDES, I.A. **Tendências Metodológicas no ensino de matemática**. Belém: EdUFPA, 2008.

MOCROSKY, L.F. **O ensino de geometria no Brasil: alguns aspectos da sua origem nos livros didáticos brasileiros**. 2012. Disponível em: <<http://www.sinect.com.br/2012/down.php?id=2626&q=1>> Acesso em: 04 abr. 2017.

MORAN, J. M. **Os novos espaços de atuação do professor com as tecnologias**. 2004. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/267715167\\_Os\\_novos\\_espacos\\_de\\_atuacao\\_do\\_educador\\_com\\_as\\_tecnologias](https://www.researchgate.net/publication/267715167_Os_novos_espacos_de_atuacao_do_educador_com_as_tecnologias)> Acesso em: 01 out. 2017.

MOREIRA, H.; CALEFFE, L.G. **Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador**. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

NAGATA, R.S. **Os níveis de desenvolvimento geométrico: o aprendizado do conteúdo de polígonos numa perspectiva do modelo Van Hiele**. 2016, 121f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

NASCIMENTO, E.G.A. Avaliação do uso do software geogebra no ensino de geometria: reflexão da prática na escola. **Actos de la Conferencia Latinoamericana de Geogebra**. Uruguai, 2012.

PASSOS, C.L.B. **Representações, interpretações e prática pedagógica: a geometria na sala de aula**. 2000, 364, Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

PAVANELLO, R.M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências**. 1993. Disponível em <<http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/2611/2353>>. Acesso em: 10 abr. 2017.

PONTE, J.P. **Novas tecnologias na aula de Matemática**. In: *Educação e Matemática*. N.34. Lisboa: APM, 1995.p. 2-7.

REZENDE, D.P.L. **Ensino e aprendizagem de geometria no 8º ano do ensino fundamental: uma proposta para o estudo de polígonos**. 2017, 156f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2017.

RODRIGUES, S.S.A. **A teoria de Van Hiele aplicada aos triângulos: uma sequência didática para o 8º ano do ensino fundamental**. 2015, 130f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2015.

SANTOS, J.M.S.R. **A teoria de Van Hiele no estudo de áreas de polígonos e poliedros**. 2015, 114f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2015.

SANTOS, M.T. **Semelhança de triângulos e geometria dinâmica – o trabalho em grupo na aprendizagem de conceitos**. 2013, 131f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

SANTOS, R.A. **Poliedros de Platão: uma abordagem segundo o modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico**. 2014, 100f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2014.

SILVA, G.H.G.; PENTEADO, M.G. Geometria dinâmica na sala de aula: o desenvolvimento do futuro professor de matemática diante da imprevisibilidade. **Ciência & Educação**, Bauru, v.19, nº2, p. 279 – 292, 2013.



SILVA, M.R.A. **A utilização do software Geogebra no processo de ensino-aprendizagem da geometria plana.** 2017, 76f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2017.

SOUZA, C.F. **Estudo de quadriláteros, reflexões e rotações no plano, segundo a teoria de Van Hiele:** uma experiência com alunos do 9º ano do ensino fundamental. 2014, 126f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2014.

VALENTE J.A. **Diferentes usos do computador na educação.** 1993. Disponível em: <http://emaberto.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/view/1876/1847> . Acesso em: 05 abr. 2017.

VALENTE, J.A. A comunicação e a Educação baseada no uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação. **Revista UNIFESO – Humanas e Sociais**, v.1, nº1, p. 141-166, 2014.

WALLE, J.A.V. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. 6ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

**APÉNDICE**

## APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO PERFIL DO SUJEITO DA PESQUISA



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

### Questionário: Perfil do sujeito da pesquisa

Prezado Estudante

Este questionário trata-se de uma das etapas da dissertação de mestrado que busca pesquisar o nível do pensamento geométrico dos alunos do primeiro ano no Ensino Médio.

Agradeço sua participação no preenchimento do mesmo e saliento a importância das suas opiniões aqui expressas.

Nome do estudante: \_\_\_\_\_

Turma: \_\_\_\_\_ Idade: \_\_\_\_\_

Cidade onde reside: \_\_\_\_\_

- 1- Você fez o Ensino Fundamental em escola:  
 Pública  Privada
- 2- Você possui computador em casa?  
 Sim  Não
- 3- Se sua resposta foi **sim** na questão número 2 responda: Com que frequência você utiliza o computador em casa?  
 Nunca  
 uma vez na semana  
 duas vezes na semana  
 três vezes na semana  
 quatro vezes na semana  
 cinco vezes na semana  
 Diariamente
- 4- Onde você tem acesso a internet?  
 Casa  
 Escola  
 Outros. \_\_\_\_\_
- 5- Se você respondeu CASA na questão anterior responda: Com que frequência você navega na internet em casa?  
 Nunca  
 uma vez na semana  
 duas vezes na semana  
 três vezes na semana  
 quatro vezes na semana  
 cinco vezes na semana  
 Diariamente
- 6- Quando acessa a internet às atividades estão relacionadas a: (Nesta pergunta você pode marcar mais de uma alternativa)  
 Jogos  
 Estudos  
 Notícias  
 Redes sociais  
 E-mails  
 Outros. Quais: \_\_\_\_\_
- 7- Você recorda ter estudado Geometria no Ensino Fundamental?  Sim  Não
- 8- Já utilizou software para aprendizagem de geometria no Ensino Fundamental?  
 Sim. Quais? \_\_\_\_\_  
 Não
- 9- Quais aparelhos você utiliza para acessar a internet?  
 Computador  
 Notebook  
 Celular  
 Tablet  
 Smart tv  
 Outro \_\_\_\_\_
- 10- E para utilizar softwares, quais são os aparelhos que você utiliza?  
 Computador  
 Notebook  
 Celular  
 Tablet  
 Smart tv  
 Outro \_\_\_\_\_

## APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO GEOGEBRA



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA  
 PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

### Questionário: Opinião sobre Geogebra

Esta avaliação faz parte da pesquisa da dissertação de mestrado, do programa PROFMAT, que tem como objetivo investigar o nível do pensamento geométrico, por meio da Teoria de Van Hiele, com o auxílio do software livre GeoGebra.

Agradeço a sua colaboração em participar desta pesquisa, e ainda saliento a importância da sua opinião aqui expressa.

O que você achou do software GeoGebra? Fácil ou difícil manipulação? Os comandos são bem indicados?

---



---



---



---

O que você achou da experiência de trabalhar com o software GeoGebra? Justifique.

---



---



---



---

Você acredita que o uso do software GeoGebra auxiliou na resolução das atividades? Justifique.

---



---



---



---

Quais são os pontos positivos e negativos do software?

Positivos: \_\_\_\_\_

Negativos: \_\_\_\_\_

---

## APÊNDICE C – Guia de atividades

### Roteiro de atividades no software Geogebra

#### Atividade 1:

Abra o arquivo nomeado como: Atividade 1

Nessa atividade você deverá agrupar as figuras geométricas conforme alguma característica que você identificar.

Qual característica você usou para agrupar essas figuras? Identifique as figuras pelos números para indicar as características.

---



---



---

Salve o arquivo como: Atividade 1 – NOME DO ESTUDANTE - TURMA

#### Atividade 2:

Abra o arquivo nomeado como: Atividade 2

Nesta atividade você deverá indicar quais das figuras geométricas apresentadas na tela representam: a) triângulo: \_\_\_\_\_; b) quadrilátero: \_\_\_\_\_, c) pentágono: \_\_\_\_\_ e d) hexágono: \_\_\_\_\_.

Por que você classificou desta forma? .

---



---



---

Salve o arquivo como: Atividade 2 – NOME DO ESTUDANTE - TURMA

#### Atividade 3:

Agora chegou a sua vez de fazer construções no software Geogebra!

Abra o arquivo nomeado como: Atividade 3

Sim, esse arquivo está em branco porque... agora você deverá desenhar!!!

Desenhe no software, usando as ferramentas exploradas no encontro anterior, **figuras geométricas** que representem algum elemento do meio ambiente.

Qual figura geométrica você desenhou? O que ela representa?

---



---



---

Salve o arquivo como: Atividade 3 – NOME DO ESTUDANTE - TURMA

**Atividade 4:**

Abra o arquivo nomeado como: Atividade 4

Nessa atividade encontram-se algumas retas. Você é capaz de observar semelhanças e diferenças nessas retas? Quais? (Tente mover as reta)

Use as cores das retas para descrever sua resposta.

---

---

---


---

Salve o arquivo como: Atividade 4 – NOME DO ESTUDANTE - TURMA

**Atividade 5:**

Abra o arquivo nomeado como: Atividade 5

Nessa atividade na tela principal temos as mesmas retas da atividade anterior, porém o objetivo será um pouco diferente.

Agora usando o ícone polígono () você deverá marcar os polígonos que podem ser encontrados do encontro das retas. Se encontrar mais de um, diferencie os polígonos por cores diferentes.

Quais são os polígonos que você encontrou?

---

---

---

---

Salve o arquivo como: Atividade 5 – NOME DO ESTUDANTE - TURMA

**Atividade 6:**

Abra o arquivo nomeado como: Atividade 6

Nessa atividade são apresentadas quatro figuras geométricas. Qual é a figura que representa um triângulo isósceles? Por quê?

---

---

---

---

Salve o arquivo como: Atividade 6 – NOME DO ESTUDANTE - TURMA

**Atividade 7:**

Abra o arquivo nomeado como: Atividade 7

Agora você segundo algumas regras você deverá criar um desenho com figuras geométricas que represente algum fenômeno físico.

- 1- sua figura deverá ser formada por segmentos de reta;
- 2- deverá ter pelo menos um ângulo obtusângulo;
- 3- deverá ter duas retas concorrentes;

---

---

---

---

Salve o arquivo como: Atividade 7 – NOME DO ESTUDANTE - TURMA

**Atividade 8:**

Abra o arquivo nomeado como: Atividade 8

Nessa atividade são encontradas figuras geométricas. Quais são essas figuras?

---

Essas figuras podem ser agrupadas? De que forma? Qual característica encontrada para determinar esse agrupamento?

---

---

---

---

Salve o arquivo como: Atividade 8 – NOME DO ESTUDANTE - TURMA

**Atividade 9:**

Abra o arquivo nomeado como: Atividade 9

Neste arquivo estão expostos quadriláteros, com suas diagonais traçadas. Determine algumas propriedades das diagonais desses quadriláteros. É possível perceber diferenciar essas figuras pelas suas diagonais? Por quê?

---

---

---

---

Salve o arquivo como: Atividade 9 – NOME DO ESTUDANTE - TURMA

**Atividade 10:**

Abra o arquivo nomeado como: Atividade 10

Nesta atividade são encontradas quatro triângulos. Identificando as diferenças entre eles você deverá definir a classificação deles, assim como estabelecer uma relação entre eles.

---

---

---

---

Salve o arquivo como: Atividade 10 – NOME DO ESTUDANTE - TURMA

**Atividade 11:**

Abra o arquivo nomeado como: Atividade 11

Nesta atividade você encontrará quatro figuras geométricas, essas figuras geométricas possuem uma mesma característica. Você deverá construir uma nova figura com a mesma característica das quatro anteriores. Qual é essa característica?

---

---

---

---

Salve o arquivo como: Atividade 11 – NOME DO ESTUDANTE - TURMA

**Atividade 12:**

Abra o arquivo nomeado como: Atividade 12

Nessa atividade são apresentados quatro quadriláteros, você deverá determinar qual a relação entre esses quadriláteros?

---

---

---

---

Salve o arquivo como: Atividade 12 – NOME DO ESTUDANTE - TURMA



**Atividade 13:**

Abra o arquivo nomeado como: Atividade 13

Nessa atividade são apresentadas três figuras, as três representam o Partenon, templo construído, na Grécia Antiga, no século V a. C. para a deusa grega Atenas. Dessa grande construção antiga podemos observar diversos conceitos matemáticos. Quais conceitos matemáticos (por exemplo: figuras geométricas) você pode observar?

---

---

---

---

Salve o arquivo como: Atividade 13 – NOME DO ESTUDANTE - TURMA