



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"Júlio de Mesquita Filho"
Campus de Presidente Prudente



Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Vanessa Prado Beraldo da Paz

O Princípio Fundamental da Contagem através da metodologia de
Resolução de Problemas, com foco nas questões da Olimpíada
Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

Presidente Prudente
2017

Vanessa Prado Beraldo da Paz

O Princípio Fundamental da Contagem através da metodologia de
Resolução de Problemas, com foco nas questões da Olimpíada
Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissionalizante em Matemática em Rede Nacional da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de Presidente Prudente.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Cristiane Nespoli Morelato França

Presidente Prudente
2017

Paz, Vanessa Prado Beraldo da.

O princípio fundamental da contagem através da metodologia de resolução de problemas, com foco nas questões da Olimpíada brasileira de matemática das escolas públicas / Vanessa Prado Beraldo da Paz. -- São José do Rio Preto, 2017

131 f. : il.

Orientador: Cristiane Nespoli Morelato França

Dissertação (Mestrado profissional) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas

1. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino. 2. Contagem. 3. Matemática - Metodologia. 4. Análise combinatória. 5. Olimpíadas. I. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas. II. Título.

CDU – 51(07)

Vanessa Prado Beraldo da Paz

O Princípio Fundamental da Contagem através da metodologia de
Resolução de Problemas, com foco nas questões da Olimpíada
Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissionalizante em Matemática em Rede Nacional da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de Presidente Prudente.

Comissão Examinadora

Prof.^a Dr.^a Cristiane Nespoli Morelato França
UNESP – Presidente Prudente
Orientadora

Prof. Dr. José Roberto Nogueira
UNESP – Presidente Prudente

Prof.^a Dr.^a Dayene Miralha de Carvalho Sano
UNOESTE – Presidente Prudente

Presidente Prudente
04 setembro 2017

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, por iluminar o meu caminho e não me deixar desistir diante das dificuldades, aos meus familiares, amigos e a todos aqueles que direta ou indiretamente sempre me incentivaram e contribuíram para que esse sonho fosse realizado.

AGRADECIMENTOS

A realização do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional só foi possível devido à colaboração de muitas pessoas que me auxiliaram durante os últimos 3 anos de curso. Manifesto assim minha gratidão:

Primeiramente, a Deus sobre todas as coisas, por sempre me dar forças para suportar esta árdua caminhada e me acompanhar durante a realização dos meus planos e sonhos, pois sem Ele, nada disso seria possível.

Aos meus pais, Antônio Carlos Crema Beraldo e Sandra Prado Beraldo, por proporcionar uma educação de qualidade e investir na minha formação, mostrando o quanto sempre acreditaram no meu potencial e na minha capacidade de realizar.

Ao meu marido, Bruno dos Santos da Paz, por me apoiar e incentivar nos períodos mais difíceis, e pela paciência em compreender os meus momentos de ausências.

À minha irmã, Amanda Prado Beraldo, pelas sugestões, incentivo e auxílio nas etapas mais complicadas.

Aos demais familiares, pela compreensão, carinho e apoio que me deram durante todo esse tempo.

Ao meu amigo, Evandro da Costa Piccirilli, por me encorajar nos momentos de dificuldades, pela disponibilidade de tempo, ajuda, paciência, disposição e colaboração para que esse projeto fosse escrito, desenvolvido e concluído.

À minha amiga Camila Cembrolla Telles, pela amizade, por me ouvir e animar, pois mesmo distante se fez presente através da companhia diária.

À todos os meus professores do Mestrado, por transmitir valores importante e contribuir para minha formação. Em especialmente, à minha orientadora Prof.^a Dr.^a Cristiane Nespoli Morelato França, que exerce a sua função na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho, pela dedicação, competência, disponibilidade, incentivo e orientação que foram fatores que contribuíram para o desenvolvimento desta dissertação.

Aos amigos e amigas que conquistei na turma do Mestrado, por estar ao meu lado nesses últimos anos, encorajando e contribuindo para a aprendizagem uns dos outros. Em destaque, os que se tornaram mais especiais, devido a determinação, convivência, incentivo e companheirismo durante todas as etapas do curso, Luciana Bruneli Cirilo, Jocimar Montanha, Elisabete Tiyoko Nishimura Kuroiwa e Júlio César Barbosa.

À minha equipe escolar, que me acompanhou, apoiou e compreendeu durante toda essa trajetória.

Aos meus alunos que são minhas fontes de inspiração e, de forma direta, sempre contribuíram para minha aprendizagem e evolução como professora.

Aos autores dos livros e artigos, por contribuir de forma significativa para a composição teórica deste trabalho.

À Sociedade Brasileira de Matemática, ao Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicado e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pela oportunidade de dar continuidade aos estudos e obter um crescimento científico através deste curso de Mestrado, me proporcionando um aperfeiçoamento profissional e uma melhoria na qualidade do ensino de Matemática da Educação Básica, além da assistência financeira com o ato de conceder uma bolsa no decorrer deste período.

E, finalmente, a todos as pessoas que aqui não foram citadas e que, diretamente ou indiretamente, contribuíram para que esse sonho se tornasse realidade, meu muito obrigada!

*“Ensinar não é transferir conhecimento,
mas criar as possibilidades para a sua
produção ou a sua construção”.*

Paulo Freire

RESUMO

O presente trabalho tem o objetivo de apresentar o Princípio Fundamental da Contagem (PFC) através da metodologia de Resolução de Problemas, dando ênfase na prática pedagógica com questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Tendo como base essa concepção de ensino, elaboramos uma sequência didática que trouxe, dentro do tema da Análise Combinatória, o PFC, a qual aplicamos em uma sala do 6º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais, na Escola Estadual “Parque das Nações”, localizada no município de Bastos, interior de São Paulo. Tal sequência foi composta por questões da OBMEP adaptadas, levando em conta o fato de que elas contemplam os conteúdos, as competências e habilidades que fazem referência ao PFC e estão presentes no Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e Suas Tecnologias (CESPMT) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). As atividades desenvolvidas apresentaram situações desafiadoras, eram contextualizadas de modo a se aproximar da realidade do aluno e permitir a utilização de materiais didáticos concretos, além de favorecer a socialização, o debate de ideias e o enriquecimento do currículo. No decorrer do trabalho prático, no que diz respeito ao PFC, verificamos que os alunos foram capazes de identificar as decisões que deveriam ser tomadas e traçar estratégias para resolver o problema. Além disso, eles também perceberam a importância da ordem em que essas decisões deveriam ser tomadas para tornar menos complexo o procedimento de resolução, começando sempre pela que apresenta mais restrições. Na avaliação dos resultados obtidos a partir da aplicação das atividades selecionadas, percebemos uma melhoria tanto na aprendizagem, quanto na motivação dos alunos, e que, portanto, é recomendável trabalhar, desde o início do Ensino Fundamental, com ênfase no PFC, por meio da Resolução de Problemas.

Palavras-chave: Princípio Fundamental da Contagem. Resolução de Problemas. Questões da OBMEP. Metodologia de ensino.

ABSTRACT

The present work has the objective of presenting the Fundamental Principle of Counting (FPC) through the Problem Solving methodology, emphasizing pedagogical practice with issues of the Brazilian Olympiad of Mathematics of Public Schools (OBMEP). Based on this conception of teaching, we elaborated a didactic sequence that brought, within the theme of Combinatorial Analysis, the FPC, which we apply in a room of the 6th year of elementary school - Final Years, at the "Parque das Nações" State School, located in the municipality of Bastos, in the interior of São Paulo. This sequence was made up of adapted OBMEP issues, taking into account the fact that they contemplate the contents, skills and abilities that refer to the FPC and are present in the São Paulo State Mathematics and Technology Technologies Curriculum and National Curricular Parameter. The activities developed presented challenging situations, were contextualized in order to approach the reality of the student and to allow the use of concrete didactic materials, besides favoring the socialization, the debate of ideas and the enrichment of the curriculum. In the course of the practical work, with regard to the FPC, we found that the students were able to identify the decisions that should be made and to devise strategies to solve the problem. In addition, they also realized the importance of the order in which these decisions should be made to make the resolution procedure less complex, always starting with the one with the most restrictions. In the evaluation of the results obtained from the application of the selected activities, we perceive an improvement both in the learning and the motivation of the students, and that, therefore, it is advisable to work, from the beginning of Elementary School, with emphasis in the FPC, through Troubleshooting.

Keywords: Fundamental Principle of Counting. Troubleshooting. OBMEP issues. Teaching methodology.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Imagem que representa as principais áreas em que a Matemática do Ensino Básico está dividida	22
Figura 2: Imagem que representa a interligação entre os conteúdos dos três blocos	27
Figura 3: Imagem que representa a bandeira proposta pelo problema	30
Figura 4: Imagem que representa as possíveis bandeiras	31
Figura 5: Imagem corresponde ao diagrama de árvores das possíveis bandeiras	32
Figura 6: George Polya (1887 – 1985).....	42
Figura 7: Gráfico referente aos percentuais de alunos distribuídos nos Níveis de Proficiência de Matemática da Escola Estadual “Parque das Nações”	53
Figura 8: Imagem referente as blusas e shorts que Luís tem como opções	60
Figura 9: Resolução do 1º problema da avaliação diagnóstica realizada por um aluno	61
Figura 10: Resolução do 1º problema da avaliação diagnóstica realizada por um aluno	61
Figura 11: Resolução do 1º problema da avaliação diagnóstica realizada por um aluno	62
Figura 12: Imagem correspondente a um exemplo de senha que Pedro pode criar	62
Figura 13: Resolução do 2º problema, item a, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno	63
Figura 14: Resolução do 2º problema, item a, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno	64
Figura 15: Resolução incompleta do 2º problema, item b, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno	65
Figura 16: Resolução completa do 2º problema, item b, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno	65
Figura 17: Resolução completa do 2º problema, item b, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno	66
Figura 18: Imagem correspondente aos dois casais de namorados	67

Figura 19: Resolução incompleta do 3º problema da avaliação diagnóstica realizada por um aluno	67
Figura 20: Resolução incompleta do 3º problema da avaliação diagnóstica realizada por um aluno	68
Figura 21: Resolução incompleta do 3º problema da avaliação diagnóstica realizada por um aluno	68
Figura 22: Resolução completa do 3º problema da avaliação diagnóstica realizada por um aluno	69
Figura 23: Resposta do 3º problema da avaliação diagnóstica realizada pelo aluno acima.....	69
Figura 24: Imagem correspondente a bandeira do problema	70
Figura 25: Resolução incorreta do 4º problema, item a, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno	71
Figura 26: Resolução correta do 4º problema, item a, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno	71
Figura 27: Resolução correta do 4º problema, item a, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno	72
Figura 28: Tentativa de resolução do 4º problema, item b, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno	73
Figura 29: Tentativa de resolução do 4º problema, item b, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno	74
Figura 30: Tentativa de resolução do 4º problema, item b, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno	75
Figura 31: Material concreto para ser manipulado pelos alunos durante o 1º problema.....	77
Figura 32: Ficha de resolução do 1º problema preenchida por um grupo de alunos	78
Figura 33: Ficha com a formalização do conceito do PFC preenchida por um grupo de alunos	79
Figura 34: Material concreto para ser manipulado pelos alunos durante o 2º problema.....	80
Figura 35: Ficha de resolução do 2º problema, item a, preenchida por um grupo de alunos	81

Figura 36: Ficha de resolução do 2º problema, item b, preenchida por um grupo de alunos	82
Figura 37: Material concreto para ser manipulado pelos alunos durante o 3º problema	83
Figura 38: Ficha de resolução do 3º problema preenchida por um grupo de alunos	84
Figura 39: Material concreto para ser manipulado pelos alunos durante o 4º problema	85
Figura 40: Ficha de resolução do 4º problema, item a, preenchida por um grupo de alunos	86
Figura 41: Bandeiras montadas por cada grupo de alunos	87
Figura 42: Bandeiras montadas por cada grupo de alunos	87
Figura 43: Ficha de resolução do 4º problema, item b, preenchida por um grupo de alunos	88
Figura 44: Ficha de resolução do 4º problema, item b, preenchida por um grupo de alunos	89
Figura 45: Imagem referente a placa unificada para veículos a partir de 2016	90
Figura 46: Imagem referente a placa que um brasileiro gostaria de receber	90
Figura 47: Resolução do 1º problema da avaliação final realizada por um aluno	91
Figura 48: Resolução do 1º problema da avaliação final realizada por um aluno	92
Figura 49: Imagem referente aos algarismos que formam o número 2013 e uma possibilidade de como as regiões que os compõe podem ser pintadas	92
Figura 50: Imagem referente a explicação de como é possível pintar as regiões do algarismo 2 de acordo com as restrições do problema, utilizando o PFC ...	93
Figura 51: Resoluções do 2º problema, item a, da avaliação final realizada por dois alunos.....	94
Figura 52: Resolução do 2º problema, item b, da avaliação final realizada por um aluno	95
Figura 53: Resolução do 2º problema, item b, da avaliação final realizada por um aluno	95
Figura 54: Imagem referente ao trajeto que Pedro faz de sua casa até à escola	96

Figura 55: Resolução do 3º problema, item a, da avaliação final realizada por um aluno	96
Figura 56: Resolução do 3º problema, item a, da avaliação final realizada por um aluno	97
Figura 57: Resolução do 3º problema, item b, da avaliação final realizada por um aluno	97
Figura 58: Resolução do 2º problema, item b, da avaliação final realizada por um aluno	98
Figura 59: Imagem que ilustra a etapa de leitura realizada pelos grupos de alunos	103
Figura 60: Imagem que ilustra a etapa de leitura e técnica do grifo realizada por um grupo de alunos	103
Figura 61: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 1º problema, da avaliação diagnóstica com a manipulação do material didático por um grupo de alunos	104
Figura 62: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 1º problema, da avaliação diagnóstica com a listagem das possibilidades realizadas pelos alunos e registradas por nós	104
Figura 63: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 2º problema, item a, da avaliação diagnóstica com a manipulação do material didático por uma aluna	105
Figura 64: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 2º problema, item a, da avaliação diagnóstica com a manipulação do material didático por um grupo de alunos	105
Figura 65: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 2º problema, item a, da avaliação diagnóstica com a manipulação do material didático por um grupo de alunos	106
Figura 66: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 2º problema, item a, da avaliação diagnóstica com a manipulação do material didático e a realização os registros por uma aluna	106
Figura 67: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 2º problema, item a, da avaliação diagnóstica com a realização dos registros por um grupo de alunos	107

Figura 68: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 3º problema da avaliação diagnóstica com a manipulação do material didático por um grupo de alunos	107
Figura 69: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 3º problema da avaliação diagnóstica com a manipulação do material didático por um grupo de alunos	108
Figura 70: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 4º problema, item a, da avaliação diagnóstica desenvolvido por um grupo de alunos	108
Figura 71: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 4º problema, item a, da avaliação diagnóstica desenvolvido por um grupo de alunos	109
Figura 72: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 4º problema, item a, da avaliação diagnóstica desenvolvido por um grupo de alunos	109
Figura 73: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva referente a explicação do 4º problema, item b, da avaliação diagnóstica	110
Figura 74: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 4º problema, item b, da avaliação diagnóstica desenvolvido por um grupo de alunos	110
Figura 75: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 4º problema, item b, da avaliação diagnóstica desenvolvido por um grupo de alunos	111
Figura 76: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 4º problema, item b, da avaliação diagnóstica desenvolvido por um grupo de alunos	111
Figura 77: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 4º problema, item b, da avaliação diagnóstica desenvolvido por um grupo de alunos	112
Figura 78: Imagem que ilustra a etapa da finalização da devolutiva da avaliação diagnóstica com apresentação de um vídeo.....	112
Figura 79: Imagem da avaliação diagnóstica – Parte 1	113
Figura 80: Imagem da avaliação diagnóstica – Parte 2	114
Figura 81: Imagem da ficha utilizada no 1º problema da devolutiva das atividades	115
Figura 82: Imagem da ficha utilizada para enunciar o PFC da devolutiva das atividades.....	116
Figura 83: Imagem da ficha utilizada no 2º problema, item a, da devolutiva das atividades.....	116
Figura 84: Imagem da ficha utilizada no 2º problema, item b, da devolutiva das atividades.....	117

Figura 85: Imagem da ficha utilizada no 3º problema da devolutiva das atividades	117
Figura 86: Imagem da ficha utilizada no 4º problema, item a, da devolutiva das atividades.....	118
Figura 87: Imagem da ficha utilizada no 4º problema, item b, da devolutiva das atividades.....	118
Figura 88: Imagem da ficha utilizada no 4º problema, item b, da devolutiva das atividades.....	119
Figura 89: Imagem da avaliação da aprendizagem – Parte 1.....	120
Figura 90: Imagem da avaliação da aprendizagem – Parte 2.....	121
Figura 91: Imagem da avaliação da aprendizagem – Parte 3.....	122
Figura 92: Imagem da autorização do respectivo Aluno	123
Figura 93: Imagem da autorização do respectivo Aluno	123
Figura 94: Imagem da autorização do respectivo Aluno	124
Figura 95: Imagem da autorização do respectivo Aluno	124
Figura 96: Imagem da autorização do respectivo Aluno	125
Figura 97: Imagem da autorização do respectivo Aluno	125
Figura 98: Imagem da autorização do respectivo Aluno	126
Figura 99: Imagem da autorização do respectivo Aluno	126
Figura 100: Imagem da autorização do respectivo Aluno	127
Figura 101: Imagem da autorização do respectivo Aluno	127
Figura 102: Imagem da autorização do respectivo Aluno	128
Figura 103: Imagem da autorização do respectivo Aluno	128
Figura 104: Imagem da autorização do respectivo Aluno	129
Figura 105: Imagem da autorização do respectivo Aluno	129
Figura 106: Imagem da autorização do respectivo Aluno	130
Figura 107: Imagem da autorização do respectivo Aluno	130
Figura 108: Imagem da autorização do respectivo Aluno	131

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Quadro da classificação e descrição dos Níveis de Proficiência do SARESP	51
Quadro 2: Quadro referente aos intervalos de pontuação dos Níveis de Proficiência de Matemática do SARESP	52
Quadro 3: Quadro referente ao histórico dos IDESP de Matemática entre os anos de 2011 a 2016 da Escola Estadual “Parque das Nações”	54

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CESPMT – Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e Suas Tecnologias
CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
EJA – Educação de Jovens e Adultos
FPC – Fundamental Principle of Counting
IDESP – Índice de Desenvolvimento da Educação de São Paulo
IMPA – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada
MCTI – Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações
MEC – Ministério da Educação
NCTM – National Council of Teachers of Mathematics
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais
PFC – Princípio Fundamental da Contagem
PIC Jr. – Programa de Iniciação Científica Jr.
PICME – Programa de Iniciação Científica e de Mestrado
PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
OBM – Olimpíada Brasileira de Matemática
OBMEP – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
SARESP – Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
SBM – Sociedade Brasileira de Matemática
UNESP – Universidade Estadual Paulista

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	19
2 MATEMÁTICA E SUAS PRINCIPAIS ÁREAS DE ESTUDO.....	22
2.1 ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS	23
2.2 ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NO CURRÍCULO DO ESTADO DE SÃO PAULO DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS	26
2.3 ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE: ANÁLISE COMBINATÓRIA	29
2.4 PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM.....	29
3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	34
3.1 PERFIL HISTÓRICO DO ENSINO DE MATEMÁTICA	34
3.2 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO UMA METODOLOGIA DE ENSINO DE MATEMÁTICA	35
3.3 O PAPEL DO PROFESSOR NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	38
3.4 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA ÓTICA DE POLYA.....	41
3.4.1. SOBRE O AUTOR	41
3.4.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE POLYA.....	43
4 OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS	45
4.1 HISTÓRICO DE PARTICIPAÇÃO NA OBMEP.....	49
4.2 RESULTADOS DO TRABALHO COM QUESTÕES DA OBMEP NOS ÍNDICES DO SARESP DE MATEMÁTICA DA ESCOLA ESTADUAL “PARQUE DAS NAÇÕES”	50
5 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA: O PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM ATRAVÉS DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	55
5.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	55

5.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA: O PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM ATRAVÉS DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	55
5.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS A PARTIR DA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	58
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	99
BIBLIOGRAFIAS.....	101
APÊNCIDE A.....	103
APÊNCIDE B.....	113
APÊNCIDE C.....	115
APÊNCIDE D.....	120
APÊNCIDE E	123

1 INTRODUÇÃO

Após cursar Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP) – Campus de Presidente Prudente, (2007 - 2010), fui aprovada, em 2010, no concurso para Professora de Educação Básica II, da rede pública estadual de ensino e, no ano seguinte, passei a ministrar aulas de Matemática no Ensino Fundamental – Anos Finais e Ensino Médio, na cidade de Bastos, interior paulista. No decorrer dos primeiros anos da prática docente, pude comprovar a importância de desenvolver uma metodologia baseada na Resolução de Problemas, uma vez que esta tem a finalidade de desenvolver no aluno a capacidade de lidar com situações desafiadoras, a autonomia para traçar estratégias, a comunicação e a criticidade, através da interação aluno-aluno e professor-aluno. Por outro lado, também foi possível verificar diversos problemas difíceis que permeavam o ensino de Matemática, tanto no Ensino Fundamental – Anos Finais, como no Ensino Médio.

Com o intuito de me aperfeiçoar, ingressei, em 2014, no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), UNESP – Campus de Presidente Prudente, que visa atender prioritariamente professores de Matemática em exercício na Educação Básica, especialmente de escolas públicas, que buscam aprimoramento em sua formação profissional, com ênfase no domínio aprofundado de conteúdo matemático relevante para sua atuação docente.

A escolha do tema deste trabalho justifica-se pela percepção da necessidade de se trabalhar de maneira diferenciada, transferindo para o aluno, em grande parte, a responsabilidade pela sua própria aprendizagem, tornando-o ator principal desse processo, uma vez que os alunos apresentavam dificuldades no estudo de Análise Combinatória, em especial, do Princípio Fundamental da Contagem (PFC). Tais dificuldades devem-se, em grande medida, ao método de ensino aplicado, muitas vezes, de forma automática, por meio da utilização de situações padronizadas, que não fazia o aluno refletir sobre o problema proposto, tampouco exigia que ele o investigasse para traçar estratégias para resolvê-lo.

Tendo observado tal cenário desafiador, surgiu a oportunidade e com ela a ideia de realizar uma prática que tivesse maior êxito na aprendizagem dos alunos. Levando em consideração essa concepção de ensino, elaboraremos uma sequência didática composta por um conjunto de atividades planejadas para trabalhar com o conteúdo relativo a problemas de contagem, descrita etapa por etapa, organizadas buscando atingir o objetivo de ensinar o aluno, por meio da Resolução de Problemas que trouxe, dentro do tema da Análise Combinatória, o PFC.

Tal sequência será composta por questões da OBMEP – Níveis 1 e 2, algumas com adaptações, levando em conta o fato de que elas contemplam os conteúdos, as competências e habilidades que fazem referência ao PFC e estão presentes no Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e Suas Tecnologias (CESPMT) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o ano em questão. Além disso, favorecem o desenvolvimento da capacidade de analisar um problema e tomar as decisões necessárias à sua resolução, permitem o manuseio de materiais didáticos concretos, de forma contextualizada, como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático adquirido na escola, aguçando a curiosidade do aluno e proporcionando-lhe uma aprendizagem mais significativa.

Essa sequência será dividida em três etapas, a saber:

- Avaliação diagnóstica, individual, para o levantamento de conhecimentos prévios;
- Devolutiva das questões da avaliação diagnóstica, em grupo, com vistas a corrigir as fragilidades apresentadas pelos alunos e;
- Avaliação da aprendizagem, individual, com o objetivo de verificar se o trabalho realizado, por meio da Resolução de Problemas, utilizando questões da OBMEP e materiais didáticos contribuirá para uma aprendizagem eficaz dos alunos.

A sequência didática descrita será aplicada em uma sala do 6º ano do Ensino Fundamental - Anos Finais, com aproximadamente 20 alunos, da Escola Estadual “Parque das Nações”, localizada na cidade de Bastos, interior de São Paulo. As atividades a serem desenvolvidas pretendem transformar, na maioria das vezes, o aluno no autor principal da sua aprendizagem e na construção do seu conhecimento, pois apresentam situações desafiadoras, são

contextualizadas de modo a se aproximar da realidade do aluno e permitem a utilização de materiais didáticos concretos, além de favorecer a socialização, o debate de ideias e o enriquecimento do currículo.

Ao longo do processo de aplicação das atividades da sequência, acreditamos que os alunos sejam capazes de construir o seu próprio conhecimento e elaborar suas próprias estratégias para resolver as questões, através da prática da Resolução de Problemas, utilizando as questões da OBMEP e os materiais didáticos, além das intervenções da professora, da socialização dos alunos, do trabalho individual e em grupo.

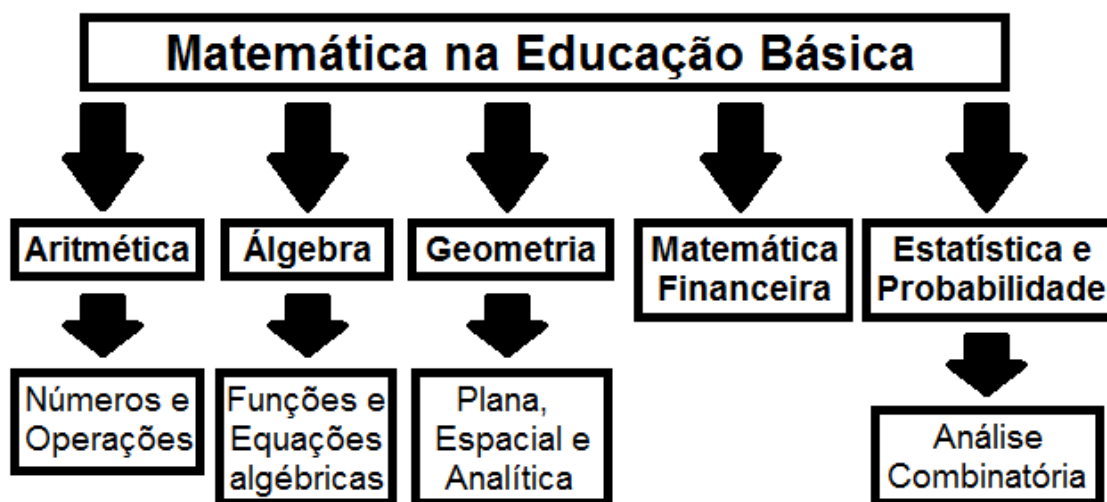
Esperamos também que os alunos compreendam o PFC, consigam reconhecer e enumerar as decisões que devem ser tomadas, bem como, constatem a importância da ordem em que essas decisões devem ser tomadas para facilitar o método de resolução do problema.

2 MATEMÁTICA E SUAS PRINCIPAIS ÁREAS DE ESTUDO

Considerada uma ciência exata, a Matemática foi desenvolvida pelo homem para facilitar sua vida e solucionar problemas do cotidiano. Ela está presente desde as situações mais simples, como fazer compras no supermercado, preparar uma receita culinária, medir objetos, até as mais complexas, como construir um imóvel, projetar veículos ou pontes, fazer aplicações bancárias e muito mais. Sua base, portanto, está ligada à pesquisa, à investigação de situações, ao interesse pelo novo e a tudo aquilo que está relacionado ao raciocínio lógico.

A Matemática que é ensinada na Educação Básica, isto é, no Ensino Infantil, Fundamental e Médio, pode ser dividida nas principais áreas:

Figura 1: Imagem que representa as principais áreas em que a Matemática do Ensino Básico está dividida



Fonte: <https://matematicazup.com.br/ramos-da-matematica/>

- **Aritmética: Números e Operações:** É a área mais elementar da Matemática que estuda os números, suas propriedades e as operações básicas.
- **Álgebra: Funções e Equações Algébricas:** É a área da Matemática em que são inseridas variáveis para representar quantidades desconhecidas, que são manipuladas em expressões algébricas nas quais são aplicadas regras de operações aritméticas.

- **Geometria: Plana, Espacial e Analítica:** É a área da Matemática desenvolvida a partir da interação da humanidade com a Terra e estuda a forma, o tamanho e a posição das figuras no espaço.
- **Matemática Financeira:** É a área da Matemática que estuda as várias formas de evolução do dinheiro no tempo.
- **Estatística e Probabilidade: Análise Combinatória:** A Estatística é a área da Matemática, voltada para a contagem, que estuda a frequência de ocorrência de eventos usando teorias probabilísticas. A Probabilidade, por sua vez, estuda o comportamento de eventos por meio de um conjunto de regras matemáticas. A Análise Combinatória é um dos tópicos da Matemática que estuda a combinação e relação em um conjunto de objetos utilizando PFC.

2.1 ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS

Segundo os PCN, o estudo da Estatística e da Probabilidade faz parte dos conteúdos a serem trabalhados desde o Ensino Fundamental – Anos Finais (3º e 4º ciclos) até o Ensino Médio.

As propostas elaboradas entre os anos de 1980 e 1995, citam a importância de incorporar no ensino de Matemática elementos de Estatística, Probabilidade e Combinatória devido às necessidades cotidianas das pessoas.

Assim, um dos objetivos gerais para o Ensino Fundamental, relacionado a esse assunto, é levar o aluno a:

“fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico)”. (PCN, 1997, pg. 47)

Ainda de acordo com os PCN, os Currículos de Matemática para o Ensino Fundamental devem desenvolver habilidades relacionadas ao conhecimento dos números e das operações (nas áreas da Aritmética e da Álgebra), do espaço e das formas (na área da Geometria) e das grandezas e das medidas (nas áreas da Aritmética, da Álgebra e da Geometria).

Observando de forma mais rigorosa a sociedade, nota-se que há uma necessidade de introduzir conceitos relacionados à Estatística, à Probabilidade e à Combinatória, que irão compor o bloco intitulado Tratamento da Informação. No que diz respeito à Combinatória, deve-se privilegiar os problemas de contagem que trabalhem com variados tipos de agrupamentos de modo a desenvolver o raciocínio combinatório e o princípio multiplicativo, para posteriormente aplicá-los no cálculo de probabilidades.

Durante o 3º ciclo, que corresponde aos 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, conforme os PCN, o ensino de Matemática deve ter como um dos objetivos o desenvolvimento:

“Do raciocínio combinatório, estatístico e probabilístico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- *coletar, organizar e analisar informações, construir e interpretar tabelas e gráficos, formular argumentos convincentes, tendo por base a análise de dados organizados em representações matemáticas diversas;*
- *resolver situações-problema que envolvam o raciocínio combinatório e a determinação da probabilidade de sucesso de um determinado evento por meio de uma razão”. (PCN, 1998, pg. 65)*

Espera-se que, ao final do 3º ciclo, os alunos estejam aptos a resolver problemas de contagem através da representação e da contagem dos casos possíveis, utilizando estratégias como a construção de diagramas de árvores, esquemas, tabelas, etc., evitando o uso de fórmulas e também a determinar a probabilidade de sucesso de um evento por meio de uma razão em situações na vida cotidiana

No decorrer do 4º ciclo, composto pelos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, os PCN afirmam que o ensino de Matemática deve ter como um dos objetivos o desenvolvimento:

“Do raciocínio estatístico e probabilístico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- *construir tabelas de frequência e representar graficamente dados estatísticos, utilizando diferentes recursos, bem como elaborar conclusões a partir da*

leitura, análise, interpretação de informações apresentadas em tabelas e gráficos;

- *construir um espaço amostral de eventos equiprováveis, utilizando o princípio multiplicativo ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos". (PCN, 1998, pg.82)*

No término do 4º ciclo, visto que os alunos já dominam estratégias de resolução de problemas de contagem mais simples trabalhados nos ciclos subsequentes, o nível de dificuldade dos problemas pode ser maior, pois é possível explorar situações que envolvam números mais elevados, com o objetivo de mostrar que o PFC é um recurso facilitador para resolver esse tipo de problemas, sem recorrer a métodos automáticos. Há ainda uma expectativa de que os estudantes sejam capazes de calcular a possibilidade de ocorrência de um determinado evento por meio de uma razão, através de experimentações e simulações.

Os PCN afirmam que, para o Ensino Médio, há uma expectativa de que os alunos desenvolvam a capacidade de resolver problemas genuínos, investigando, analisando e enfrentando situações novas, além disso, vejam a Matemática como conjunto de técnicas e estratégias aplicáveis tanto em outras áreas do conhecimento quanto na vida profissional.

“Nesse sentido, é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la. Assim, os números e a álgebra como sistemas de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos são subáreas da Matemática especialmente ligadas às aplicações”. (PCN, 1999, pg. 40)

Todavia, a Matemática não é apenas de caráter formativo ou instrumental e também deve ser vista como uma ciência, com suas características estruturais específicas. É necessário que o aluno descubra que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas.

2.2 ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NO CURRÍCULO DO ESTADO DE SÃO PAULO DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

O Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas Tecnologias tem o papel de estruturar os conteúdos e temas que são considerados indispensáveis para o ensino dessa disciplina, levando em conta o tratamento da informação e a construção do conhecimento. A partir da escolha dos temas, estes formarão as bases para o desenvolvimento das competências pessoais.

Nele os conteúdos de Matemática estão sistematizados, seja no Ensino Fundamental – Anos Finais ou no Ensino Médio, em três blocos temáticos: NÚMEROS, GEOMETRIA e RELAÇÕES.

No que diz respeito aos NÚMEROS, de acordo com a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo:

“Os NÚMEROS envolvem as noções de contagem, medida e representação simbólica, tanto de grandezas efetivamente existentes quanto de outras imaginadas a partir das primeiras, incluindo-se a representação algébrica das operações fundamentais sobre elas. Duas ideias fundamentais na constituição da noção de número são as de equivalência e de ordem”. (São Paulo, Secretaria da Educação, 2011, pg. 39)

Já no bloco da GEOMETRIA, segundo a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo:

“A GEOMETRIA diz respeito diretamente à percepção de formas e de relações entre elementos de figuras planas e espaciais; à construção e à representação de formas geométricas, existentes ou imaginadas, e à elaboração de concepções de espaço que sirvam de suporte para a compreensão do mundo físico que nos cerca”. (São Paulo, Secretaria da Educação, 2011, pg. 39)

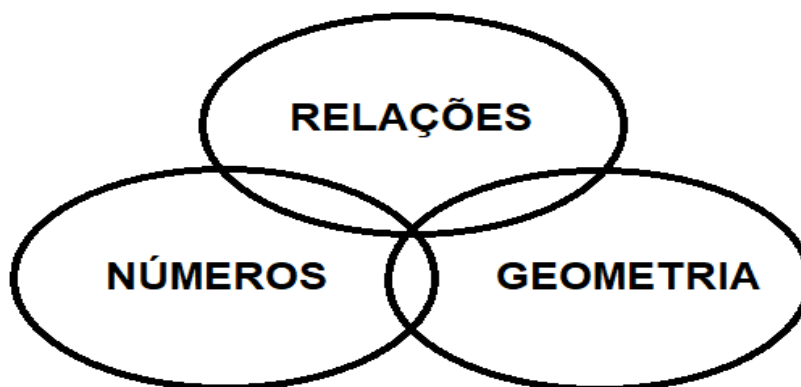
Por fim, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo destaca que:

“As RELAÇÕES, consideradas como um bloco temático, incluem a noção de medida, com a fecundidade e a riqueza da ideia de aproximação; as relações métricas em geral; e as

relações de interdependência, como as de proporcionalidade ou as associadas à ideia de função”. (São Paulo, Secretaria da Educação, 2011, pg. 39)

É importante observar que os conteúdos dos três blocos estão constantemente interligados, de modo que dificilmente é possível abordar um bloco sem relacionar com o outro, conforme pode ser visto na ilustração a seguir:

Figura 2: Imagem que representa a interligação entre os conteúdos dos três blocos



Fonte: Currículo do estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias

Os blocos de conteúdos mencionados acima relacionam-se de modo a construir um elo de ligação entre os conteúdos matemáticos e as competências a serem desenvolvidas pelos alunos, de acordo com a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo:

*“Em todas as tarefas específicas relacionadas com o conteúdo matemático – **Números, Geometria, Relações**, ou mais especificamente **Álgebra, Funções, Equações, Números Complexos, Geometria, Trigonometria, Combinatória, Matrizes** etc. –, as competências gerais, norteadoras do Currículo em todas as áreas, devem estar no foco das atenções. Nunca é demais lembrar que é por meio das ideias fundamentais presentes em tais conteúdos – **equivalência, ordem, proporcionalidade, medida, aproximação, problematização, otimização**, entre outras – que se busca construir uma ponte que conduza dos conteúdos as competências pessoais:*

- **capacidade de expressão**, que pode ser avaliada por meio da produção de registros, de relatórios, de trabalhos orais e/ou escritos etc.;

- **capacidade de compreensão**, de elaboração de resumos, de sínteses, de mapas, da explicação de algoritmos etc.;

- **capacidade de argumentação**, de construção de análises, justificativas de procedimentos, demonstrações etc.;
- **capacidade propositiva**, de ir além dos diagnósticos e intervir na realidade de modo responsável e solidário;
- **capacidade de contextualizar**, de estabelecer relações entre os conceitos e teorias estudados e as situações que lhes dão vida e consistência;
- **capacidade de abstrair**, de imaginar situações fictícias, de projetar situações ainda não existentes”. (SÃO PAULO, 2011, p.54)

A área da Estatística e da Probabilidade, que relaciona os blocos NÚMEROS E RELAÇÕES, permeia todo o ensino de Matemática, seus conteúdos e habilidades são organizados por série/ano e por bimestre do Ensino Fundamental – Anos Finais e Ensino Médio.

No 6º ano do Ensino Fundamental, no 4º bimestre, está previsto trabalhar com problemas de contagem, que buscam desenvolver as seguintes habilidades: saber utilizar diagramas de árvore para resolver problemas simples de contagem e compreender a ideia do princípio multiplicativo de contagem.

Já no 7º ano, no 3º bimestre, deve-se abordar problemas envolvendo probabilidade, com a finalidade de promover a habilidade de: saber resolver problemas simples envolvendo a ideia de probabilidade.

No 9º ano, no 4º bimestre, são trabalhados problemas de contagem e introdução a probabilidade, visando aperfeiçoar as habilidades de: saber resolver problemas envolvendo processos de contagem – princípio multiplicativo e ideias simples sobre probabilidade.

Durante a 2ª série do Ensino Médio, no 3º bimestre, são apresentados problemas envolvendo raciocínio combinatório: princípios multiplicativo e aditivo; probabilidade simples; casos de agrupamentos: arranjos, combinações e permutações; probabilidade da reunião e/ou da intersecção de eventos; probabilidade condicional; distribuição binomial de probabilidades: o triângulo de Pascal e o binômio de Newton, com os objetivos de: compreender os raciocínios combinatórios aditivo e multiplicativo na resolução de situações-problema de contagem indireta do número de possibilidades de ocorrência de um evento; saber calcular probabilidades de eventos em diferentes situações-problema, recorrendo a raciocínios combinatórios gerais, sem a necessidade de aplicação

de fórmulas específicas; saber resolver problemas que envolvam o cálculo de probabilidades de eventos simples repetidos, como os que conduzem ao binômio de Newton; e conhecer e saber utilizar as propriedades simples do binômio de Newton e do triângulo de Pascal.

2.3 ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE: ANÁLISE COMBINATÓRIA

A Análise Combinatória é a subárea da Matemática que explora e estuda os problemas de contagem. Por meio dela, utilizando os processos combinatórios é possível estudar os seguintes conteúdos: PFC; fatorial; permutação simples; permutação com repetição; arranjo simples e combinação simples.

Observando que existem algumas lacunas na Educação Básica no ensino de Análise Combinatória, devido ao fato desse tema ser muito amplo, recorrendo ao exagerado uso de definições e fórmulas, que buscam facilitar a resolução da questão, contudo não levam os alunos a refletirem sobre o problema proposto, um dos objetivos desta pesquisa é proporcionar a eles uma aprendizagem mais significativa, oferecendo uma alternativa de solucionar essas falhas, a partir de uma sugestão de trabalho sustentada somente no PFC, através da aplicação de questões da OBMEP. Além de contribuir para o desenvolvimento de sua imaginação e confiança para resolver problemas.

2.4 PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM

É importante ressaltar que no ensino de Matemática da Educação Básica, não é viável realizar para os alunos a demonstração do PFC, pois para tal fato, utiliza-se o Princípio da Indução Finita, já que este conceito não compõe o bloco dos conteúdos curriculares a serem ensinados nesta fase de escolarização.

Podemos então, trabalhar com o PFC de forma intuitiva, por meio da resolução de problemas, caracterizada pela utilização de esquemas, diagramas de árvores, enumeração de soluções, o uso de materiais didáticos e aplicação

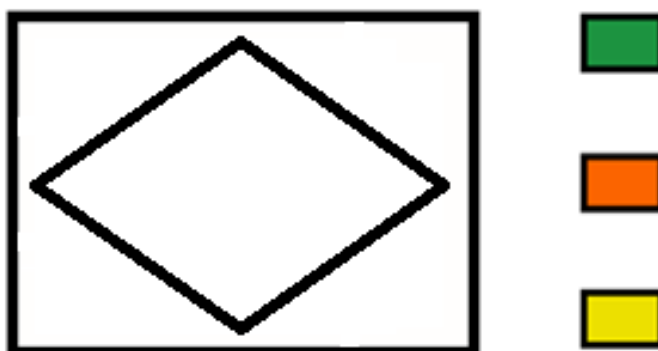
da multiplicação como uma adição com parcelas idênticas, que, neste caso, consideramos o mais ideal para compor esse processo.

Durante muito tempo, os problemas de contagem eram estudados, exclusivamente, no Ensino Médio e, mesmo assim, eram considerados difíceis tanto por alunos quanto por professores. Contudo, este tema pode ser perfeitamente acessível aos alunos do Ensino Fundamental, visto que esses problemas podem ser solucionados a partir de raciocínios simples e, em sua grande totalidade, sem a utilização de fórmulas mecânicas. Esse fato, já pode ser observado nos PCN e CESPMT.

É isto que procuramos apresentar no problema a seguir:

“Uma bandeira com a forma abaixo deverá ser pintada utilizando duas das três cores disponíveis.”

Figura 3: Imagem que representa a bandeira proposta pelo problema



Fonte: Elaborada pela autora

Liste todas as possíveis bandeiras e, em seguida, determine quantas são as possíveis bandeiras”.

Solução:

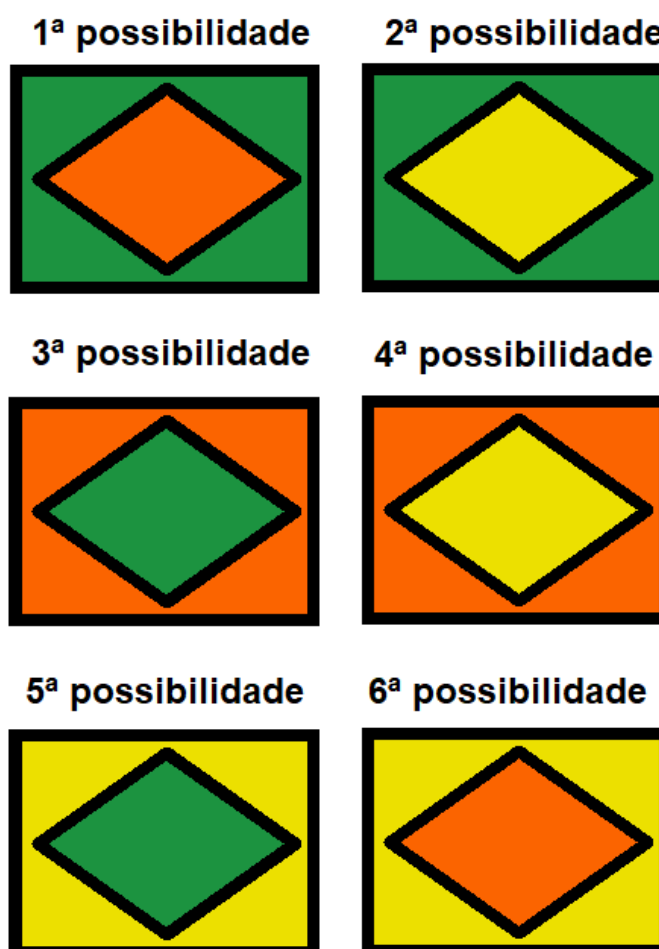
Para listar todas as possíveis bandeiras, inicialmente, identificamos as diferentes decisões a serem tomadas e examinamos todas as possibilidades para cada uma delas.

- A primeira decisão é escolher a cor para pintar a parte externa, que pode ser feita de 3 maneiras distintas, visto que a parte externa pode ser pintada por qualquer uma das cores disponíveis;

- A seguir, escolher a cor para pintar a parte interna, que pode ser feita de 2 maneiras distintas, visto que uma das cores já foi escolhida para pintar a parte externa.

Podemos, então, listar todas as possíveis bandeiras, num total de 6, como seguem as ilustrações abaixo:

Figura 4: Imagem que representa as possíveis bandeiras



Fonte: Elaborada pela autora

Uma contagem eficiente que podemos desenvolver para solucionar esse problema é observar que as cores disponíveis para pintar a parte interna da figura se alteram quando escolhemos a cor para pintar a parte externa, porém, a sua quantidade permanece sempre a mesma, dado que qualquer que seja a cor escolhida para a parte externa, vão sobrar sempre duas cores para a parte interna.

Sendo assim, ao utilizarmos esse raciocínio é possível contar as possibilidades de bandeiras, sem que fosse necessário listá-las, prosseguindo da seguinte forma:

A cor para pintar a parte externa da bandeira pode ser escolhida de 3 modos distintos e, qualquer que seja essa escolha, a cor para pintar a parte interna da bandeira pode ser escolhida de apenas dois modos distintos.

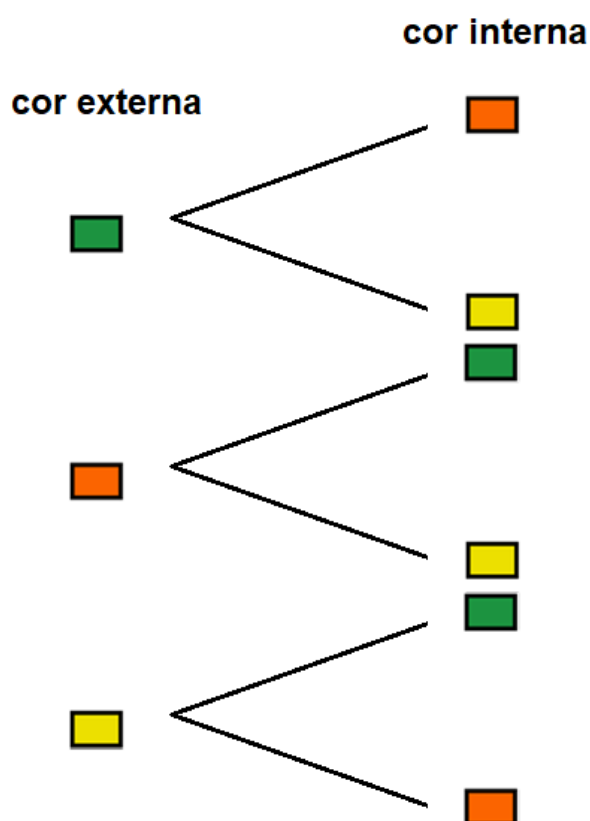
Logo, o número total de possíveis bandeiras é $2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6$.

O procedimento utilizado acima recebe o nome de PFC ou princípio multiplicativo, pois o número total de possibilidades é o produto dos números de possibilidades em cada decisão tomada.

O princípio pode ser enunciado da seguinte forma: “Se uma decisão d_1 pode ser tomada de m modos e, qualquer que seja essa escolha, a decisão d_2 pode ser tomada de n modos, então o número de maneiras de se tomarem consecutivamente as decisões d_1 e d_2 é igual a $m \times n$ ”.

A seguir, com o auxílio do diagrama de árvores, ilustramos o PFC:

Figura 5: Imagem corresponde ao diagrama de árvores das possíveis bandeiras



O procedimento utilizado para resolver o problema proposto acima indica que o PFC pode ser aplicado quando temos diversas etapas de decisão e desde que o número de possibilidades em cada etapa não dependa das decisões anteriores.

Neste cenário, as estratégias que devem ser utilizadas para quem pretender resolver problemas de contagem são três: colocar-se sempre no lugar do indivíduo que pretender realizar a ação solicitada pelo problema e verificar quais decisões devem ser tomadas; dividir, sempre que possível, decisões a serem tomadas em decisões mais simples, observando que a ordem em que as decisões são tomadas pode ser extremamente importante para a simplicidade do processo de resolução; iniciar a resolução do problema identificando se uma das decisões a serem tomadas for mais restrita que as demais, essa é a decisão que deve ser tomada em primeiro lugar.

Acreditamos que, por meio da metodologia de Resolução de Problemas, à construção do conceito do PFC, realizada a partir dos diagramas de árvores, da enumeração das possibilidades e das constatações observadas, correspondem à diretrizes importantes para potencializar o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

3.1 PERFIL HISTÓRICO DO ENSINO DE MATEMÁTICA

Ao longo da história do Ensino de Matemática, várias concepções foram adotadas visando um maior êxito no processo de ensino e aprendizagem. No início do século XX, por exemplo, o ensino se dava por meio da repetição que se baseava no treinamento de exercícios semelhantes com o intuito de memorizar os conteúdos, fazendo uso exagerado de regras, procedimentos padronizados e problemas rotineiros, desinteressantes para professores e alunos, que pouco ou nada contribuíam para o desenvolvimento da capacidade do aluno de ter criatividade e autonomia em Matemática. Ainda segundo os PCN:

“Os movimentos de reorientação curricular ocorridos no Brasil a partir dos anos 20 não tiveram força suficiente para mudar a prática docente dos professores para eliminar o caráter elitista desse ensino bem como melhorar sua qualidade. Em nosso país o ensino de Matemática ainda é marcado pelos altos índices de retenção, pela formalização precoce de conceitos, pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão”. (BRASIL, 1998, pg. 19)

Em meados desse mesmo século, surge uma nova abordagem objetivando a compreensão e começa-se a discutir a Resolução de Problemas como metodologia, mas os professores ainda se encontravam despreparados para aplicação de novas ideias, pois estavam acostumados com o treinamento de técnicas operatórias que serviriam para a resolução de problemas-padrão, focando nos produtos e não nos processos de resolução.

Nos anos 60 e 70, surgiu no Brasil um movimento educacional denominado Matemática Moderna, uma concepção que apresentava a Matemática desenvolvida na escola da maneira aproximada de como é vista pelos estudiosos e pesquisadores, baseada na formalidade e no rigor dos

fundamentos da teoria dos conjuntos e da álgebra para o ensino e aprendizagem.

No ano de 1980, esse cenário começa a mudar quando o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), dos Estados Unidos, propôs novas orientações para o ensino de Matemática, que trazia a resolução de problemas no centro do processo de ensino e aprendizagem.

“Acabando a década de 1980, em que a ênfase em resolução de problemas era colocada sobre o uso de modelos e estratégias, novas discussões foram desencadeadas. A Resolução de Problemas passa, então, a ser pensada como metodologia de ensino, ponto de partida e meio de se ensinar Matemática” (ZUFFI e ONUCHIC, 2007, p. 81).

Ainda de acordo com os PCN, foi nesse contexto que foram elaboradas propostas no período de 1980 a 1995, em muitos países, que apontavam, em comum, aspectos como:

- *direcionamento do ensino fundamental para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação de estudos posteriores;*
- *importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento;*
- *ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas;*
- *importância de trabalhar com amplo espectro de conteúdos, incluindo já no ensino fundamental, por exemplo, elementos de estatística, probabilidade e combinatória para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos;*
- *necessidade de levar os alunos a compreender a importância do uso da tecnologia e a acompanhar sua permanente renovação. (BRASIL, 1998, pg. 20)*

3.2 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO UMA METODOLOGIA DE ENSINO DE MATEMÁTICA

Das várias metodologias desenvolvidas na área da Educação Matemática, a Resolução de Problemas apresenta-se como um dos meios para

que o ensino da disciplina na Educação Básica seja realizado de forma mais instigante e motivadora para os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Nos PCN, o processo de ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas está fundamentado da seguinte maneira:

- *“a situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideais e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;*
- *o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;*
- *aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática;*
- *um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular;*
- *a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas”. (BRASIL, 1997, pg. 32)*

A essência da Matemática é a arte de resolver problemas. Ao longo de sua história, o homem sempre teve a necessidade de buscar soluções para as diversas situações que se apresentavam no seu cotidiano e, sendo assim, o desenvolvimento e aperfeiçoamento dos conhecimentos matemáticos contribuiu muito para executar essa tarefa à medida que novas situações desafiadoras surgiam.

O conhecimento matemático contribui para formação de capacidades intelectuais, favorecendo a organização do pensamento e a agilização do raciocínio lógico. Além disso, ajuda no desenvolvimento de habilidades

necessárias para uma vida produtiva em sociedade. Assim, é fundamental relacionar situações reais do cotidiano das pessoas com os problemas matemáticos para ensinar a disciplina.

De acordo com LUPINACCI e BOTIN:

“A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos”. (LUPINACCI; BOTIN, 2004, pg. 01)

Nesse contexto, uma metodologia baseada na Resolução de Problemas pode se apresentar como uma boa estratégia de ensino, pois, segundo MENDES possibilita aos alunos:

- *“Usar uma abordagem de resolução de problemas para investigar e compreender o conteúdo matemático;*
- *Formular problemas a partir de situações matemáticas do dia a dia;*
- *Desenvolver e aplicar estratégias para resolver uma grande variedade de problemas;*
- *Verificar e interpretar resultados comparando-os com o problema original;*
- *Adquirir confiança para usar a Matemática de forma significativa;*
- *Generalizar soluções e estratégias para novas situações problemáticas”. (MENDES, 2009, p.73)*

Para que o processo aconteça dessa forma, é importante levar em consideração os objetivos do ensino de Matemática, como foram definidos pelos autores ONUCHIC e ALLEVATO:

“Os objetivos gerais da área de Matemática nos PCN, buscam contemplar várias linhas para trabalhar o ensino de Matemática. Esses objetivos têm como propósito fazer com que os alunos possam pensar matematicamente, levantar ideias Matemáticas, estabelecer relações entre elas, saber se comunicar ao falar e escrever entre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e de fora da Matemática e desenvolver a capacidade de resolver problemas,

explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles". (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, p.218).

Tendo esses objetivos em mente, deve-se pensar numa metodologia que não se limite ao ensino de conceitos que requeiram do aluno apenas a aplicação de uma listagem de exercícios que possam ser resolvidos a partir de fórmulas mecânicas ou memorizadas em determinadas situações, pois o tipo de ensino por repetição e memorização não contribui para o desenvolvimento intelectual do aluno. É fundamental trabalhar com uma abordagem que exija uma reflexão sobre o problema, possibilitando o aluno realizar questionamentos, estruturar o raciocínio lógico, despertar a curiosidade, desenvolver a criatividade, independência e autonomia para que sejam capazes de lidar com novas situações propostas.

3.3 O PAPEL DO PROFESSOR NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Trabalhar com a concepção de Resolução de Problemas é uma situação desafiadora pois apresenta obstáculos tanto para o professor quanto para os alunos no processo de se ensinar e aprender matemática, pois o professor deve proporcionar situações para que o aluno desenvolva a habilidade de pensar criativamente com objetivo de enfrentar circunstâncias futuras. Por outro lado, o aluno precisa de dedicação para tornar-se agente da sua aprendizagem, apresentando autonomia para refletir sobre o problema e buscar a solução mais adequada para ele.

No que diz respeito aos PCN, vale ressaltar a importância do papel do professor ao adotar estratégias de ensino centradas na Resolução de Problemas para transformar o aluno em protagonista na construção do seu conhecimento. Ele possui diversas funções, dentre elas a de organizador, pois sabe das competências cognitivas dos alunos e, com base nelas, seleciona os problemas mais adequados com vistas a atingir os objetivos propostos e orienta nos procedimentos de resolução, além de gerenciar o roteiro de execução das atividades e determinar o tempo necessário para desenvolvê-las, atentando-se a capacidade de cada aluno.

Como um facilitador, uma vez que oferece aos alunos, através de materiais e textos, informações às quais eles não teriam acesso sozinhos. Já, como um mediador, avalia e problematiza as respostas sugeridas pelos alunos, levando em consideração as expectativas de aprendizagem fixadas no planejamento da aula.

Destaca-se ainda a tarefa de incentivador à medida que promove o debate entre os alunos, confrontando ideias e promovendo, dessa forma, uma aprendizagem significativa, envolvendo-os mais no processo. O professor também exerce o papel de avaliador ao verificar se os alunos estão se apropriando das competências previstas, conscientizando-os de suas potencialidades e fragilidades, com o objetivo de reorganizar suas ações sempre que necessário.

Nessa perspectiva, a intenção dos PCN é ampliar e aprofundar o repertório dos professores da Educação Básica com práticas pedagógicas mais eficientes para ensinar Matemática, enfatizando a metodologia de Resolução de Problemas, de modo a proporcionar aos alunos situações desafiadoras, desenvolver estratégias de resolução, refletir e questionar as soluções do problema, e favorecer o trabalho coletivo. Os PCN sugerem ainda que:

“Essas aprendizagens só serão possíveis à medida que o professor proporcionar um ambiente de trabalho que estimule o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar ideias”. (PCN, 1997, pg. 31)

Vale ressaltar a importância da abordagem de Resolução de Problemas no ensino-aprendizagem de Matemática, uma vez que ela é um caminho que contribui para ensinar a resolver problemas, não apenas desenvolver no aluno habilidades e traçar estratégias eficazes, mas também ensinar essa disciplina através da Resolução de Problemas, isto é, gerar no estudante o hábito e a atitude de encarar a sua aprendizagem como uma consequência desse processo, buscando transformar a realidade em um problema com respostas e questionar-se ao invés de aceitar as respostas dadas.

Nesse sentido, ECHEVERRIA e POZO destacam que:

*“O verdadeiro objetivo final da aprendizagem da solução de problemas é fazer com que o aluno adquira o hábito de propor-se problemas e de resolvê-los como forma de aprender”.
(ECHEVERRIA; POZO, 1998, p. 14)*

Não existem métodos específicos e rígidos para se trabalhar a metodologia de Resolução de Problemas devido ao fato de que a sala de aula é composta por uma variedade heterogênea de alunos, dessa forma, cabe ao professor fazer o reconhecimento desses fatores na elaboração da sequência didática.

Neste mesmo cenário, os autores ONUCHIC e ALLEVATO apresentam uma proposta de roteiro para contribuir com o professor na preparação do planejamento de suas aulas. É importante salientar que, tais sugestões não visam restringir o trabalho do professor, mas fornecer subsídios para atuação de professor e de alunos nesse processo. O roteiro citado é composto por 10 passos, os quais são apresentados a seguir:

1) Preparação do problema – O professor seleciona ou elabora um problema, ou aceita um problema proposto por um aluno (problema gerador), visando à construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento; ou seja, o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema ainda não foi trabalhado em sala de aula.

2) Leitura individual - Cada aluno faz sua leitura do problema. A ação, nessa etapa, é do aluno; ao ler individualmente, tem possibilidade de refletir, de colocar-se em contato com a linguagem matemática e desenvolver sua própria compreensão do problema proposto.

3) Leitura em conjunto – Os alunos reúnem-se em pequenos grupos e fazem nova leitura e discussão do problema. O professor pode ajudar na compreensão do problema pelos grupos. Aqui também as ações são realizadas, essencialmente, pelos alunos que, nessa fase, exercitam a expressão de ideias, para o que necessitarão utilizar e aprimorar a linguagem, a fim de expressar-se com clareza e coerência e fazer-se entender.

4) Resolução do problema – Os alunos, em seus grupos, tentam resolver o problema. Esse problema (gerador) é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos à construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula. Agora a ação dos alunos volta-se à expressão escrita. Resolvendo o problema, precisarão da linguagem matemática. Se não a dominarem, devem registrar a resolução empregando outros recursos de que dispõem ou que dominam: linguagem corrente, desenhos, gráficos, tabelas ou esquemas. É importante que os

alunos registrem por escrito, no papel, o que conseguiram fazer e entreguem ao professor.

5) Observação e incentivo – O professor age, enquanto isso, como mediador. Observa o trabalho realizado nos grupos, incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e as técnicas operatórias já conhecidas, incentiva a troca de ideias entre eles e auxilia em suas dificuldades com problemas secundários, sem fornecer respostas prontas. Deve demonstrar confiança nas condições dos alunos.

6) Registro das resoluções na lousa – Representantes dos grupos registram na lousa suas resoluções (certas, erradas ou feitas por diferentes processos). É o momento de compartilhar e uma oportunidade importante para aprimorar a apresentação (escrita) da resolução para mostrar aos colegas.

7) Plenária e 8) Busca do consenso – Todos os alunos, com respeito, observam, comparam e discutem as diferentes resoluções apresentadas pelos colegas, defendem seus pontos de vista e esclarecem dúvidas. O professor será o guia e o mediador das discussões. A classe chega a um consenso sobre o resultado correto. Nesse momento, ocorre grande aperfeiçoamento da leitura e da escrita matemática e relevante construção de conhecimento acerca do conteúdo.

9) Formalização do conteúdo – O professor registra na lousa uma apresentação “formal” – organizada e estruturada em linguagem matemática –, padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos matemáticos construídos pela resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades relativas ao conteúdo. Essa etapa final tem o professor como centro das atenções; e este, como detentor do conhecimento, irá proporcionar aos alunos o contato com a correção e o rigor do tratamento matemático e mais construção de conhecimento.

10) Proposição e resolução de novos problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014, p. 46.)

3.4 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA ÓTICA DE POLYA

3.4.1. SOBRE O AUTOR

George Polya nasceu a 13 de dezembro de 1887 em Budapeste (Hungria), de família judaica de origem polaca. Faleceu a 7 de setembro de 1985 em Palo Alto, na Califórnia (Estados Unidos). Licenciou-se em 1905, tendo sido considerado como um dos quatro melhores alunos do seu ano, o que lhe permitiu ganhar uma bolsa de estudos na Universidade de Budapeste. Então, começou por estudar Direito, seguindo os passos de seu pai. No entanto, não gostou do

curso e passou a estudar línguas e literaturas. Depois, interessou-se por Latim, Física, Filosofia e finalmente por Matemática tendo, em 1912, concluído o seu doutorado.

Figura 6: George Polya (1887 – 1985)



Fonte: <http://www.somatematica.com.br/biograf/polya.php>

No Outono de 1913 foi para Göttingen, onde conheceu Hilbert. Ainda durante este ano, publicou um dos seus maiores resultados, a solução do problema do passeio aleatório. Em 1913 foi para Paris trabalhar no seu pós-doutoramento. Em 1914 assumiu um cargo na Universidade de Zurique onde conheceu Hurwitz.

Em 1924, trabalhou com Hardy e Littlewood em Oxford e Cambridge. Publicou a classificação dos planos de simetria em dezessete grupos, o que mais tarde viria a inspirar Escher. Em 1925, juntamente com Szegő, publicou: "Aufgaben und lehrsätze aus der Analysis" e "Die grundlehren der mathematischen wissenshaften". Em 1940, com receio de uma possível invasão alemã da Suíça, decidiu ir para os Estados Unidos. Em 1942 aceitou o cargo de professor na Universidade de Stanford, onde permaneceu até sua retirada do ensino, em 1953.

Em 1945, publicou um dos seus livros mais famosos: "How to Solve it". Seguiram-se "Isoperimetric Inequalities im Mathematical Physics" (1951);

“Mathematics and Plausible Reasoning” (1954) e “Mathematical Discovery” (1962-64).

3.4.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE POLYA

A metodologia de ensino baseada na Resolução de Problemas teve origem com George Polya, grande matemático e pesquisador do tema, que é considerado o mentor dessa abordagem até os dias atuais.

Segundo POLYA:

“o professor que deseja desenvolver nos alunos o espírito solucionador e a capacidade de resolver problemas deve incutir em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e de praticar. Além disso, quando o professor resolve um problema em aula, deve dramatizar um pouco as suas ideias e fazer a si próprio as mesmas indagações que utiliza para ajudar os alunos. Por meio desta orientação, o estudante acabará por descobrir o uso correto das indagações e sugestões e, ao fazê-lo, adquirirá algo mais importante do que o simples conhecimento de um fato matemático qualquer”. (POLYA, 2006, pg. 04)

Procurando organizar o processo de Resolução de Problemas, Polya dividiu esse conjunto em quatro fases, que estão apresentadas a seguir:

A primeira fase é a da “Compreensão do Problema”. Nela é necessário compreender o problema e também desejar resolvê-lo, realizando questionamentos como: “Qual é a incógnita?”, “Quais são os dados?”, “Qual é a condicionante?”. Nesta fase, podem-se construir esquemas e organizar o problema.

A segunda fase é a do “Estabelecimento de um Plano”. Nela é preciso encontrar a conexão entre os dados e a incógnita. É possível considerar problemas auxiliares para chegar a um plano para resolução, fazendo perguntas como: “Já viu o problema antes?”, “Já viu o mesmo problema apresentado de maneira diferente?”, “Conhece um problema semelhante?”, “É possível utilizar o seu resultado ou o seu método de resolução?”.

A terceira fase é da “Execução do Plano”. Esse é o momento de executar o plano elaborado na etapa anterior e, após a sua execução, verificar cada passo com o objetivo de observar se estão corretos. Esta é a fase mais importante para o educando, pois se trata do momento em que ele confirmará sua aprendizagem e, para isso, as outras fases deverão ser bem resolvidas.

A quarta e última fase é a do “Retrospecto ou Verificação”. Nela é fundamental examinar a solução encontrada para o resultado do problema. Essa etapa serve para reexaminar e reconsiderar, fazendo os seguintes questionamentos: *“É possível verificar o resultado?”*, *“É possível chegar ao resultado por um caminho diferente?”*, *“É possível utilizar o resultado, ou o método, em outro problema?”*.

É importante enfatizar que as fases propostas por Polya não correspondem a uma sequência rígida cujas fases deveriam ser executadas uma após a outra, sem que nunca seja necessário voltar atrás, muito menos, constituem uma fórmula mágica. Sendo assim, essa abordagem de ensino pode ser aplicada a todos os conteúdos, visando encontrar soluções para os problemas, bem como criar estratégias para resolvê-los.

4 OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS

Em 2005, a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas foi criada pelo Governo Federal, que é uma realização da Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) com a colaboração da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). É promovida com recursos oriundos do contrato de gestão firmado pelo IMPA com o Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações (MCTI) e com o Ministério da Educação (MEC). Ela tem como objetivo estimular o estudo da Matemática, revelar jovens talentos na área e criar um ambiente diferente e motivador na escola, alcançando um universo muito amplo de alunos e professores das escolas públicas de todo o país.

Na sua primeira edição, a OBMEP teve 10.520.831 alunos inscritos de 31.031 escolas públicas do país, na primeira fase, representando 93,5% dos municípios. Já na segunda fase, foram selecionados 457.725 alunos de 29.074 escolas públicas brasileiras, o equivalente a 91,9% dos municípios. Foram entregues nesta primeira olimpíada 1.110 medalhas, divididas entre ouro, prata, bronze e 29.999 menções honrosas.

Ao longo dos anos, a adesão dos municípios e, conseqüentemente, das escolas públicas do Brasil aumentou consideravelmente e a OBMEP já é a maior competição do gênero do país. Em 2016, na sua 12ª edição, o número de escolas públicas inscritas subiu para 47.474 abrangendo 99,59% dos municípios de todo o país, totalizando 17.839.424 alunos inscritos. O recorde, até então, foi de 48.984 premiações, distribuídas entre medalhas de ouro, prata e bronze, além de menções honrosas.

A novidade em 2017, na 13ª edição, é que, além dos alunos das escolas públicas, os alunos de escolas particulares também poderão se inscrever, tendo como objetivo melhorar o ensino de matemática também nas escolas pagas, uma vez que "Há grande heterogeneidade nas escolas particulares. A grande maioria (delas) é bem fraca (no ensino matemático)", afirmou o diretor adjunto do IMPA e coordenador da competição, Claudio Landim.

A OBMEP tem como público-alvo alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e alunos do Ensino Médio, de escolas públicas municipais, estaduais e federais, e escolas privadas. Neste ano contará com a participação de, aproximadamente, 18 milhões de alunos inscritos na primeira fase.

Os objetivos da OBMEP são:

- Estimular e promover o estudo da Matemática no Brasil;
- Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que o maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade;
- Promover a difusão da cultura matemática;
- Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades nas áreas científicas e tecnológicas;
- Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional;
- Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, com os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas;
- Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.

Os alunos participantes da OBMEP serão divididos em três níveis, de acordo com o grau de escolaridade: Nível 1, alunos matriculados nos 6º ou 7º anos do Ensino Fundamental, Nível 2, alunos matriculados nos 8º ou 9º anos do Ensino Fundamental e, Nível 3, alunos matriculados em qualquer série do Ensino Médio.

Os alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) do 6º ou 7º ano do Ensino Fundamental deverão ser inscritos para as provas do Nível 1, os do 8º ou 9º ano para as provas do Nível 2 e os do Ensino Médio para as provas do Nível 3.

A realização da OBMEP dar-se-á em duas etapas: na primeira fase, poderão participar todos os alunos inscritos pelas escolas, e esta caracteriza-se pela aplicação de prova objetiva, com duração de 2h30min, diferenciada por cada nível e de caráter eliminatório, composta por vinte questões do tipo múltipla escolha, com 5 opções, totalizando 20 pontos. As questões propostas apresentam conteúdos previstos nos Parâmetros Curriculares Nacionais e a

preparação para as provas pode ser feita através do material didático elaborado pela OBMEP disponível na página www.obmep.org.br.

As provas da primeira fase serão corrigidas pelos professores das próprias escolas e os alunos que obtiverem as maiores notas nesta etapa, serão classificados para a segunda fase. Nesta etapa, há aplicação de prova discursiva, com duração de 3 horas, diferenciada por cada nível e de caráter classificatório, composta por seis questões valendo até vinte pontos cada, totalizando 120 pontos no máximo. O calendário de provas nas duas fases será o mesmo para os três níveis em todo país.

Serão premiados alunos, professores, escolas e secretarias municipais de educação pelos melhores desempenhos nas provas da segunda Fase. Nessa edição, a premiação dos alunos será distribuída separadamente entre as escolas públicas e as escolas privadas. Para os alunos das escolas públicas, serão concedidas 500 medalhas de ouro, 1.500 medalhas de prata, 4.500 medalhas de bronze, e até 46.200 certificados de menção honrosa. Já para os alunos de escolas privadas, serão concedidas 75 medalhas de ouro, 225 medalhas de prata, 675 medalhas de bronze, e até 5.700 certificados de menção honrosa. Serão premiados, ainda, até 969 professores dos alunos de escolas públicas e privadas. Por fim, serão premiadas até 52 secretarias de educação e serão concedidos troféus às 2 secretarias municipais que obtiverem a maior pontuação em seu respectivo estado.

Além das premiações citadas acima, a OBMEP proporciona ainda aos professores e alunos participantes a inclusão em diversos programas que permitem que eles se aperfeiçoem, tais como o Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC Jr.), o Programa de Iniciação Científica e de Mestrado (PICME) e o Programa OBMEP na Escola.

O PIC Jr. é um programa destinado aos alunos medalhistas matriculados em escolas públicas. Nessa edição, serão oferecidas vagas a 6500 premiados e em caso de desistência de um medalhista, este poderá ser substituído por um aluno que tenha recebido menção honrosa. Esta oportunidade proporciona ao estudante entrar em contato com interessantes questões no ramo da Matemática, ampliando o seu conhecimento científico e preparando-o para um futuro desempenho profissional e acadêmico. Ele poderá participar do PIC Presencial, se houver um polo de Iniciação Científica perto da sua residência,

com encontros presenciais, geralmente aos sábados, ou participar do PIC a Distância com aulas virtuais. Os cursistas têm acesso a um fórum virtual, elaborado pela OBMEP, no qual, com ajuda de moderadores, realizam tarefas complementares às aulas. Além disso, a participação inclui o recebimento de uma bolsa de Iniciação Científica Jr do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

O PICME é um programa voltado para alunos medalhistas de ouro, prata ou bronze de qualquer edição da OBMEP, regularmente matriculados no Ensino Superior. Este projeto oferece aos estudantes universitários que se destacaram na Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM) ou OBMEP a oportunidade de realizar estudos avançados em Matemática simultaneamente com a graduação. Os participantes recebem as bolsas através de uma parceria com o CNPq, quando desenvolvem a iniciação científica e com a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), quando cursam o mestrado. Elas têm vigência de 12 meses, podendo ser renovadas de acordo com as condições e o desempenho de cada aluno, com duração máxima de 2 anos. Desde 2013 também é possível ser aprovado para o nível de doutorado em qualquer uma das universidades participantes.

O Programa “OBMEP na ESCOLA” tem como público alvo os professores e licenciados em Matemática das escolas públicas. Ele objetiva estimular atividades extraclasse com o uso dos materiais da OBMEP, tais como provas dos anos anteriores e Bancos de Questões. Este projeto conta com o apoio da CAPES, uma vez que concede bolsa aos professores e alunos de todo o país que serão habilitados e preparados para desenvolver essa atividade em suas escolas ou em escolas vizinhas.

O aluno, e/ou seus respectivos responsáveis, ao participar da OBMEP 2017 concorda em eventualmente ter seu nome divulgado na lista de classificados e na lista de premiados a ser disponibilizada no site da OBMEP, bem como autoriza o repasse pela OBMEP dos seus dados de contato para os responsáveis pela Olimpíada Brasileira de Matemática, que poderá convidá-lo a participar nesta olimpíada, de acordo com seus critérios de regulamento.

4.1 HISTÓRICO DE PARTICIPAÇÃO NA OBMEP

No ano seguinte a minha aprovação no concurso para Professora de Educação Básica II da rede pública estadual de ensino, passei a ministrar aulas de Matemática no Ensino Fundamental – Anos Finais e Ensino Médio, na cidade de Bastos, interior paulista. Neste mesmo ano, a escola Parque das Nações, onde ingressei, teve seu primeiro aluno conquistando o certificado de menção honrosa na OBMEP. Mas a primeira medalha, de bronze, só veio no ano seguinte. A mesma conquista se repetiu em 2013. Em 2014, já era possível vislumbrar um caminho de sucesso para a escola e, devido ao aumento do incentivo, da motivação e dos esforços dos corpos docente e discente, as premiações aumentaram: duas pratas e três bronzes. Na participação de 2015, a escola obteve duas pratas.

Em meados de 2016, fui convidada para atuar no programa “OBMEP na ESCOLA” devido ao bom desempenho dos alunos da unidade escolar. Os encontros para as aulas passaram a ser realizados semanalmente, aos sábados, das 13 às 17h, na própria escola, abrangendo, em sua maioria, alunos dos 8º e 9º anos, que desenvolviam atividades do Nível 2, totalizando vinte participantes. Ao longo do curso, a equipe do projeto disponibilizou materiais (livros, vídeos, simulados, etc.), com o objetivo de estimular o aprendizado da matemática e aprimorar as habilidades dos alunos das escolas públicas; contribuir para a melhoria da qualidade da Educação Básica; e além disso, incentivar o aperfeiçoamento dos professores da disciplina, uma vez que oportunidades como essa contribuem diretamente para suas valorizações profissionais.

Neste mesmo ano, após a realização do projeto, a escola alcançou seu auge e conquistou dezenove premiações, entre elas, seis medalhas, inclusive o ouro inédito, além de treze menções honrosas. Os premiados com medalhas e alguns com menção, a depender da demanda, tiveram ainda vaga garantida no PIC Jr., cuja finalidade é transmitir aos alunos cultura matemática básica e treiná-los no rigor da leitura e da escrita de resultados, nas técnicas e métodos, na independência do raciocínio analítico.

Fora as premiações dos alunos, eu e outros professores também já fomos premiados com diplomas de homenagem em virtude do bom desempenho

dos alunos, CD com as edições da Revista do Professor de Matemática, uma das principais publicações da área e tablets. Além disso, a unidade escolar foi premiada com um kit esportivo.

4.2 RESULTADOS DO TRABALHO COM QUESTÕES DA OBMEP NOS ÍNDICES DO SARESP DE MATEMÁTICA DA ESCOLA ESTADUAL “PARQUE DAS NAÇÕES”

Segundo os PCN:

“[...] o ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios”. (PCN, 1997, pg. 26)

Assim, o trabalho realizado em sala de aula com as questões da OBMEP incentiva o aluno a desenvolver a leitura, a interpretação, a análise dos dados, o raciocínio e a tomada de decisões; a despertar o interesse e o prazer diante de desafios e do pensamento matemático, uma vez que, viabiliza e estimula a prática da metodologia de resolução de problemas, contribuindo significativamente para uma melhoria na aprendizagem de Matemática na Educação Básica.

Com o objetivo de promover avanços na qualidade do ensino público, as avaliações externas produzem indicadores que favorecem o trabalho das escolas. De acordo com SOARES e MENDONÇA:

“Os sistemas de avaliação desenvolvidos na última década mantêm um mesmo objetivo prioritário: encontrar mecanismos para melhorar a qualidade do ensino oferecido à sociedade de forma eficaz e eficiente. Além de identificar resultados da aprendizagem dos alunos, avalia-se o conjunto do sistema educacional”. (SOARES e MENDONÇA, 2003, p. 421).

Dentre essas avaliações, destaca-se o Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), realizado desde 1996

pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, cujo objetivo é produzir informações consistentes, periódicas e comparáveis sobre a situação da escolaridade das políticas voltadas para a melhoria da qualidade da educação.

Na 19^o edição do SARESP, realizado em 2016, participaram 5.839 escolas, em todo o estado de São Paulo, sendo 5.105 unidades da rede estadual. Realizaram o exame os alunos do 3^o, 5^o, 7^o e 9^o anos do Ensino Fundamental e da 3^a série do Ensino Médio. Eles tiveram seus conhecimentos avaliados por meio de provas com questões de Língua Portuguesa e Matemática em que foram exigidas competências e habilidades previstas pelas matrizes de referência da avaliação do currículo do estado de São Paulo.

Os resultados de desempenho nas provas são analisados tendo como referência uma escala de proficiência dos alunos em todo o percurso da Educação Básica. A interpretação da escala é cumulativa, ou seja, os alunos que estão situados em um determinado nível dominam não só as habilidades associadas a esse nível, mas também as proficiências descritas nos níveis anteriores. A descrição de cada ponto da escala apresenta as habilidades que os alunos desenvolveram, com base na média de desempenho e na distribuição dos alunos por rede de ensino ou escola nesta escala.

Estes pontos são agrupados em quatro Níveis de Proficiência: abaixo do básico, básico, adequado e avançado, definidos a partir dos conteúdos, competências e habilidades estabelecidos para cada ano/série no Currículo do Estado de São Paulo, conforme a tabela a seguir:

Quadro 1: Quadro da classificação e descrição dos Níveis de Proficiência do SARESP

Classificação	Nível de Proficiência	Descrição
Insuficiente	Abaixo do Básico	Os alunos, neste nível, demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, das competências e das habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram.
Suficiente	Básico	Os alunos, neste nível, demonstram domínio mínimo dos conteúdos, das competências e das habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para

		interagir com a proposta curricular no ano/série subsequente.
	Adequado	Os alunos, neste nível, demonstram domínio pleno dos conteúdos, das competências e das habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram.
Avançado	Avançado	Os alunos, neste nível, demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, das competências e das habilidades acima do requerido no ano/série escolar em que se encontram.

Fonte: Sumário Executivo: SARESP 2014

A tabela a seguir reúne informações sobre os intervalos de pontuação que definem os quatro Níveis de Proficiência de Matemática dos anos/série avaliados do SARESP:

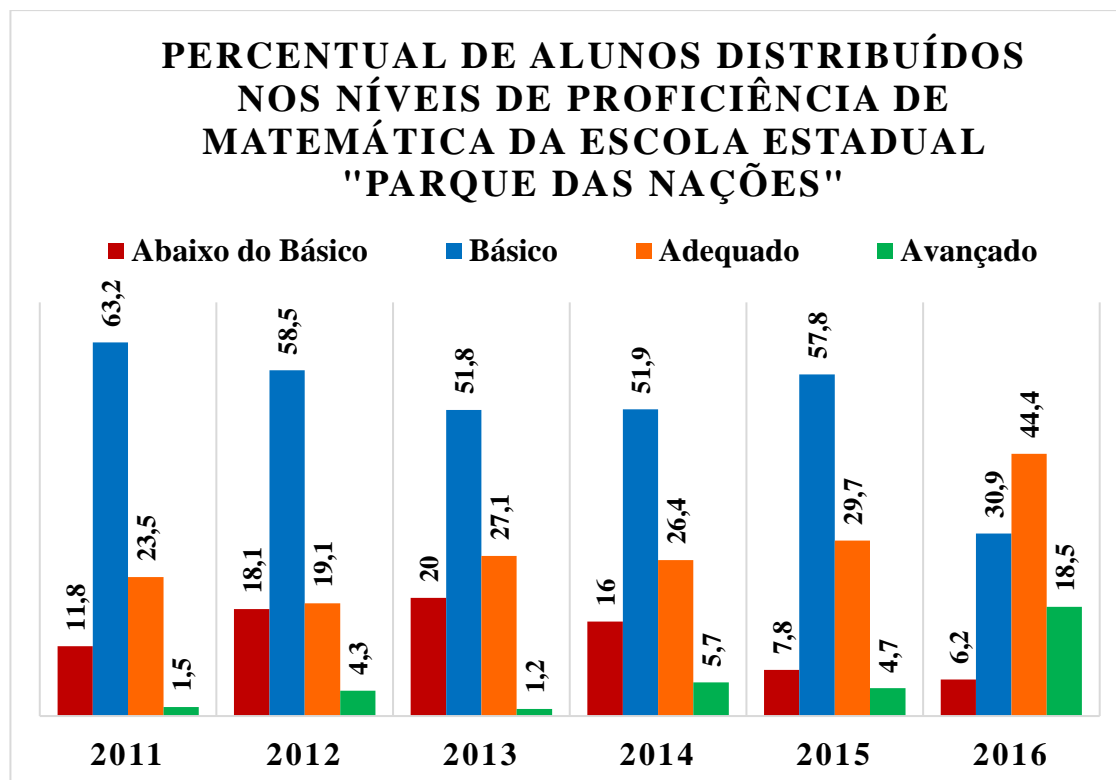
Quadro 2: Quadro referente aos intervalos de pontuação dos Níveis de Proficiência de Matemática do SARESP

Nível de Proficiência	3º EF	5º EF	7º EF	9º EF	3ª EM
Abaixo do Básico	< 150	< 175	< 200	< 225	< 275
Básico	150 a < 200	175 a < 225	200 a < 250	225 a < 300	275 a < 350
Adequado	200 a < 250	225 a < 275	250 a < 300	300 a < 350	350 a < 400
Avançado	≥ 250	≥ 275	≥ 300	≥ 350	≥ 400

Fonte: Sumário Executivo: SARESP 2014

A comparação entre os percentuais de alunos distribuídos nos Níveis de Proficiência de Matemática da Escola Estadual “Parque das Nações” nos seis últimos anos pode ser visualizada no gráfico a seguir:

Figura 7: Gráfico referente aos percentuais de alunos distribuídos nos Níveis de Proficiência de Matemática da Escola Estadual "Parque das Nações"



Fonte: Elaborada pela autora

A partir dos dados obtidos em cada ciclo e levando em consideração também o respectivo fluxo escolar, chega-se ao Índice de Desenvolvimento da Educação de São Paulo (IDESP), que é um dos principais indicadores de qualidade do ensino na rede estadual paulista. Criado em 2007, este índice tem o papel de dialogar com a escola, fornecendo um diagnóstico de sua qualidade, apontando os pontos em que precisa melhorar e sinalizando sua evolução ano a ano. Nele, são avaliados os estudantes dos Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

A meta proposta para cada unidade escolar é individual e observa sua atual situação, sendo que cada uma é comparada ao seu próprio desempenho no ano anterior. Espera-se que até 2030 as escolas da rede estadual atinjam a meta 7 para os anos iniciais e 6 para os anos finais do Ensino Fundamental, e 5 para o Ensino Médio, de uma escala de 0 a 10.

O histórico dos IDESP de Matemática entre os anos de 2011 a 2016 da Escola Estadual “Parque das Nações” pode ser observado na tabela apresentada:

Quadro 3: Quadro referente ao histórico dos IDESP de Matemática entre os anos de 2011 a 2016 da Escola Estadual “Parque das Nações”

ANO	2011	2012	2013	2014	2015	2016
IDESP de Matemática	3,82	3,65	3,65	4,06	4,38	5,84

Fonte: Elaborada pela autora

A evolução da Escola Estadual “Parque das Nações” no ensino e aprendizagem de Matemática não se deu apenas na OBMEP. Os índices de Matemática obtidos pela escola demonstraram, como visto na tabela, uma melhora significativa no desempenho dos alunos no SARESP, que avalia as competências e habilidades que devem ser plenamente desenvolvidas pelos alunos e estão descritas no CESPMT.

Foi a partir de 2013 que se iniciaram as elevações nos IDESP de Matemática, que era de 3,65 e progrediu para 4,06 em 2014, em seguida, para 4,38 em 2015. No ano em que foi implantado o Programa “OBMEP na ESCOLA”, o índice saltou para 5,84, deixando a escola bem próxima da meta estabelecida para os Anos Finais do Ensino Fundamental até 2030.

5 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA: O PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM ATRAVÉS DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

5.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Uma sequência didática é um conjunto de atividades interligadas, elaboradas para ensinar um determinado conteúdo, dividida etapa por etapa, estruturadas conforme as metas que o professor pretende atingir em relação a aprendizagem dos seus alunos. Ela se constitui de atividades de avaliações variadas que se utilizam de forma prática e lúdica com material concreto e diferenciado, proporcionando aos alunos situações cada vez mais desafiadoras, de modo a garantir a construção dos seus conhecimentos, podendo durar dias, semanas ou o ano todo.

Segundo ZABALA, uma sequência didática é:

“um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos”. (ZABALA, 2007, p. 18).

Objetivando uma aprendizagem significativa e baseada na metodologia de Resolução de Problemas, elaboramos uma sequência didática composta de diversas atividades direcionadas para o ensino do PFC, com a utilização de questões da OBMEP e de materiais concretos a serem manipulados pelos alunos. Esta sequência pretendia, ainda, nortear o professor na aplicação das atividades e no planejamento das intervenções durante as aulas.

5.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA: O PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM ATRAVÉS DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

1. DISCIPLINA:

Matemática

2. TEMA ESCOLHIDO:

Análise Combinatória – Princípio Fundamental da Contagem

3. OBJETIVOS:

- Trabalhar com o processo de contagem, visando a construção de conceitos e conteúdos relativos a Análise Combinatória;
- Identificar as possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las usando estratégias pessoais;
- Resolver problemas de contagem utilizando o método do diagrama da árvore;
- Conhecer, compreender e aplicar o Princípio Fundamental da Contagem;
- Formalizar o conceito do Princípio Fundamental da Contagem;
- Interpretar e resolver problemas que envolvam a ideia do Princípio Fundamental da Contagem;
- Perceber a utilidade do Princípio Multiplicativo da Contagem em situações cotidianas;
- Utilizar materiais didáticos concretos como apoio para Resolução de Problemas.

4. CONHECIMENTOS PRÉVIOS:

- Saber fazer associações entre quantidade de objetos;
- Saber resolver a operação de multiplicação.

5. JUSTIFICATIVA:

A essência da Matemática é a arte de resolver problemas, em especial, os problemas de contagem constituem-se um amplo e interessante campo de estudo, graças a sua aplicabilidade em diversas áreas e também situações do cotidiano. A prática de contar é algo comum em nosso dia a dia, pois, ao longo de sua história, o homem sempre teve a necessidade de escolher, arrumar e

contar objetos por várias razões, sendo elas: contar a quantidade de períodos de tempo, como dias ou meses do ano; conferir o troco na compra de um produto; perceber as combinações possíveis para se vestir; contar a quantidade de figurinhas que faltam para completar um álbum, etc. Sendo assim, esta sequência pretende trabalhar com um conceito básico e importante da Análise Combinatória, sendo ele, o PFC.

6. PÚBLICO ALVO:

Alunos do 6º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais

7. TEMPO ESTIMADO:

8 Horas Aula correspondentes a 400 minutos (1 hora aula equivale a 50 minutos)

8. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS:

Na primeira etapa dessa sequência didática, será elaborada uma avaliação diagnóstica para o levantamento de conhecimentos prévios, composta de 4 problemas, retirados do banco de questões da OBMEP – Níveis 1 e 2, alguns com adaptações, com vistas a contemplar o conteúdo referente a problemas de contagem. Os problemas que constituirão esta atividade – poderão ser vistos, na sua íntegra, no apêndice B deste trabalho – serão impressos e entregues aos alunos para eles resolverem.

Na segunda etapa, os alunos serão organizados em grupos para que seja feita a devolutiva da avaliação diagnóstica, questão por questão, por meio da metodologia de Resolução de Problemas, para as quais serão desenvolvidos materiais concretos e fichas específicas. Para cada grupo de alunos, serão entregues as avaliações da etapa inicial para eles realizarem uma leitura silenciosa, grifando os termos importantes e, após uma leitura compartilhada para discussão. A partir daí, serão distribuídos a eles os materiais concretos que serão elaborados por nós para eles manusearem e estruturarem o raciocínio e, depois, serão entregues as fichas com questionamentos para que sejam discutidas as ideias formadas e socializados resultados obtidos por eles. Assim, eles terão base para preencher as perguntas feitas nas fichas. Tais fichas podem ser vistas, na sua íntegra, no apêndice C deste trabalho. Encerrando essa etapa,

exibiremos uma videoaula intitulada: “48 - O princípio multiplicativo - Matemática - Ens. Médio – Telecurso”.

Na terceira e última etapa, produziremos uma avaliação composta por 3 problemas, retirados do banco de questões da OBMEP – Níveis 1 e 2, alguns com adaptações, que contemplaram os conteúdos e as habilidades referentes a problemas de contagem que envolvem o Princípio Fundamental da Contagem, com o objetivo de verificar a aprendizagem dos alunos com relação as atividades anteriores. Os problemas que formarão esta última atividade – poderão ser vistos, na sua íntegra, no apêndice D deste trabalho – serão impressos e entregues aos alunos para eles resolverem.

9. RECURSOS E MATERIAIS DE ENSINO:

Computador, televisão, vídeo, pen drive, máquina fotográfica, quadro branco, pincel, impressora, fotocópias, cadernos, materiais concretos, folha sulfite, papel cartão, copo plástico, fita adesiva, tesoura e régua.

10. AVALIAÇÃO:

Inicialmente, realizaremos uma avaliação diagnóstica que será composta por questões da OBMEP, com o objetivo de fazer o levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos. Em seguida, ao identificarmos as dificuldades deles, faremos a devolutiva da avaliação diagnóstica, através da metodologia de Resolução de Problemas, trabalharemos em grupos e manipularemos os materiais concretos, de forma a desenvolver um raciocínio mais prático e dinâmico. Para finalizar, aplicaremos uma avaliação para verificar a aprendizagem dos alunos com relação as atividades que serão desenvolvidas na etapa anterior. Portanto, por se desenvolver ao longo de todo o processo de ensino e aprendizagem, a avaliação é contínua.

5.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS A PARTIR DA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática descrita foi aplicada em uma sala do 6º ano do Ensino Fundamental - Anos Finais, com aproximadamente 20 alunos, da Escola

Estadual “Parque das Nações”, localizada na cidade de Bastos, interior de São Paulo.

Inicialmente, foi elaborada uma avaliação diagnóstica para o levantamento de conhecimentos prévios, composta de 4 problemas, retirados do banco de questões da OBMEP – Níveis 1 e 2, alguns com adaptações, com vistas a contemplar o conteúdo referente a problemas de contagem, que buscam desenvolver competências e habilidades tais como: saber utilizar diagramas de árvore para resolver problemas simples de contagem e compreender a ideia do princípio multiplicativo de contagem, previstas no CESPMT para o ano em questão.

O objetivo da escolha de tais questões se justifica pelo fato de favorecer a aplicação da metodologia de Resolução de Problemas, pois é possível trabalhar de maneira diferenciada, utilizar materiais concretos e, dessa forma, transformar o aluno em protagonista na construção do seu conhecimento, evidenciando a ele que, em certas situações do cotidiano, o PFC pode ser utilizado com o intuito de facilitar a contagem de possibilidades de ocorrência de um determinado evento, especialmente quando se trata de números elevados.

Sobre isso, os autores ONUCHIC e ALLEVATO, destacam que:

“A resolução de problemas se constitui em um contexto bastante propício à construção de conhecimento, colocando o aluno no centro das atividades de sala de aula de Matemática, sem prescindir do fundamental papel desempenhado pelo professor como organizador e mediador no discurso das atividades”.
(ALLEVATO E ONUCHIC, 2014, p.48)

Assim, os problemas elaborados para esta primeira atividade podem ser vistos, na sua íntegra, no apêndice B deste trabalho. Tais problemas foram impressos e entregues aos alunos para que eles resolvessem durante duas horas aula equivalentes a 100 minutos. Foi sugerido a eles que realizassem a avaliação, utilizando o método que julgassem mais apropriado, destacando com grifos as ideias principais do problema e registrando todos os cálculos e as estratégias aplicadas.

A primeira questão da atividade diagnóstica trazia o seguinte problema:

“Luís vai sair com seus amigos e, para escolher a roupa que usará, separou 4 blusas e 3 shorts, conforme a ilustração seguir.”

Figura 8: Imagem referente as blusas e shorts que Luís tem como opções



Fonte: Elaborada pela autora

“De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir para sair com os amigos?”

Nesta questão, esperava-se que os alunos fizessem todas as associações entre as blusas e shorts, utilizando o diagrama de árvores ou esquemas, com a finalidade de obter o número de combinações possíveis para Luís se vestir. Havia também a possibilidade de que eles usassem o raciocínio combinatório e aplicassem o PFC.

Analisando as resoluções apresentadas pelos alunos, percebeu-se que todos souberam solucionar o problema, pois nos anos anteriores, era comum a eles exercícios com esse tipo de contexto.

A seguir serão apresentadas algumas resoluções dos alunos:

Figura 9: Resolução do 1º problema da avaliação diagnóstica realizada por um aluno

1- $4 \times 4 = 12$ ou $4 \times 3 = 12$

R: O Luis conseguiu montar 12 combinações diferentes para ele sair com seus amigos

Fonte: Elaborada por um aluno

Figura 10: Resolução do 1º problema da avaliação diagnóstica realizada por um aluno

1- $4 \times 3 = 12$ combinações

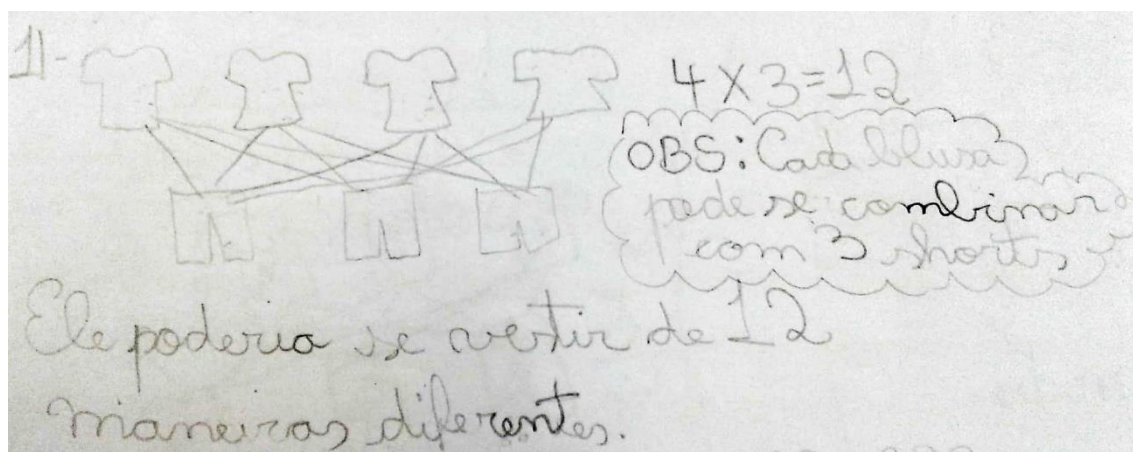
Outra maneira
camisetas 4
 $\times 3$ shorts

12

R: Ele pode se vestir de 12 maneiras diferentes

Fonte: Elaborada por um aluno

Figura 11: Resolução do 1º problema da avaliação diagnóstica realizada por um aluno



Fonte: Elaborada por um aluno

O segundo problema proposto na atividade foi o seguinte:

“Apertando as teclas de zero a nove de um cofre, Pedro cria uma senha de 11 algarismos, conforme apresentado na figura a seguir:

Figura 12: Imagem correspondente a um exemplo de senha que Pedro pode criar



Fonte: Banco de questões da OBMEP

- a) *Utilizando os algarismos 3, 4 e 6, quantas são as senhas que começam com 20152015?*
- b) *Utilizando todos os algarismos, quantas são as senhas que começam com 20152015?”*

Neste problema, tinha-se a expectativa de que os alunos descobrissem todas as possíveis senhas que Pedro poderia criar, compostas de 11 algarismos, sendo que os oito primeiros dígitos já estavam preestabelecidos pela sequência

20152015, restando ao aluno descobrir as combinações possíveis dos três últimos dígitos, tendo em vista as condições estabelecidas.

No item a, eles poderiam apenas utilizar os algarismos 3, 4 e 6 para compor o final das senhas. Neste caso, foi possível identificar que metade dos alunos perceberam a relação com o problema anterior e conseguiram pensar de modo semelhante, fazendo combinações e resolvendo o problema utilizando o diagrama de árvores e, alguns, também o PFC.

A seguir, mostramos algumas resoluções feitas pelos alunos:

Figura 13: Resolução do 2º problema, item a, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno

The image shows a student's handwritten solution for a problem. On the left, there is a tree diagram labeled 'Problema 2' that starts with a root '2' and branches into '3' and '4'. From '3', it branches into '3', '4', and '6'. From '4', it branches into '3', '4', and '6'. From each of these, it further branches into '3', '4', and '6', representing all possible combinations of the last three digits. To the right of the diagram is a list of combinations: 334, 336, 333, 346, 344, 343, 363, 364, and 366. To the right of the list is a calculation: 9, followed by a multiplication sign and 3, and a horizontal line, with 27 below it. At the bottom of the page, there is a handwritten note: 'a. as senhas que começam com 20152015 são 27'.

Fonte: Elaborada por um aluno

Figura 14: Resolução do 2º problema, item a, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno

②

The image shows a student's handwritten solution to a problem. It consists of three tree diagrams, a multiplication calculation, and a final answer.

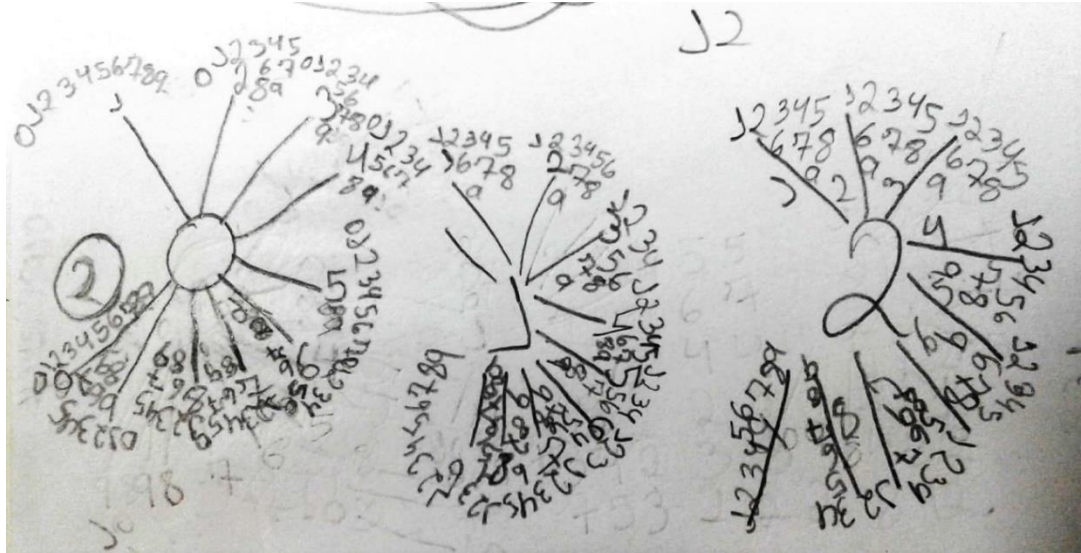
- Tree Diagram 1:** Starts with the digit '3'. It branches into '3', '4', and '6'. Each of these branches further into '3', '4', and '6'. The final level shows the combinations: 33, 34, 36, 43, 44, 46, 63, 64, 66.
- Tree Diagram 2:** Starts with the digit '4'. It branches into '3', '4', and '6'. Each of these branches further into '3', '4', and '6'. The final level shows the combinations: 43, 44, 46, 63, 64, 66.
- Tree Diagram 3:** Starts with the digit '6'. It branches into '3', '4', and '6'. Each of these branches further into '3', '4', and '6'. The final level shows the combinations: 63, 64, 66.
- Calculation:** A vertical multiplication showing $9 \times 3 = 27$.
- Answer:** Handwritten text: "a) R: Dão 27 as senhas que começam com 20152015."

Fonte: Elaborada por um aluno

No item b, os alunos deveriam perceber que haviam dez algarismos possíveis para compor as senhas, os quais eram 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Também se verificou maior dificuldade deles neste problema, tendo em vista que havia uma quantidade maior de números. Os alunos deixaram o diagrama de árvores incompleto, uma vez que não concluíram o raciocínio e apenas cinco alunos conseguiram finalizar, aplicando o PFC.

Abaixo segue uma resolução incompleta apresentada por um dos alunos:

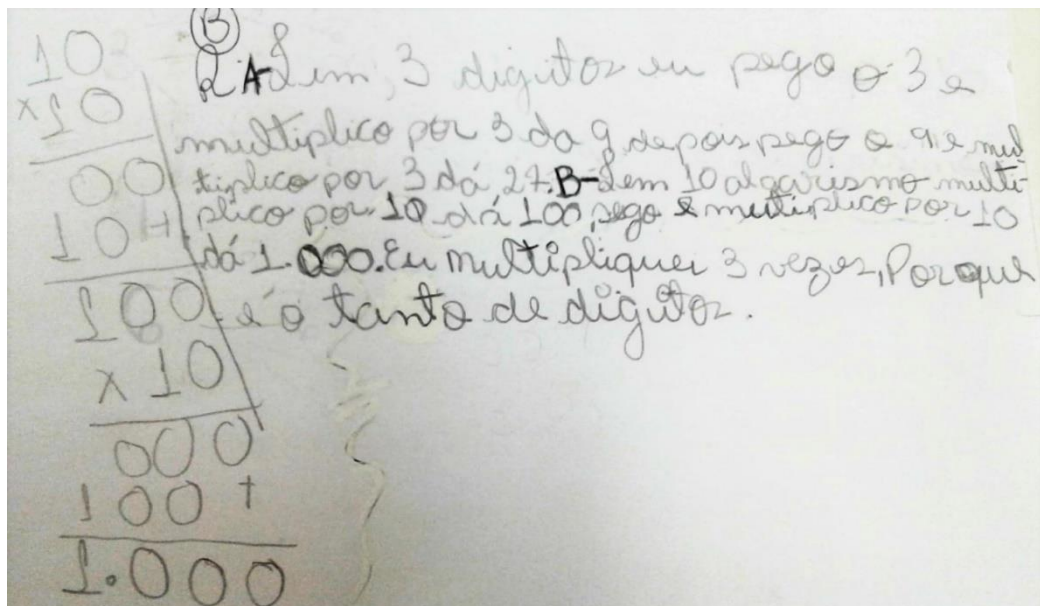
Figura 15: Resolução incompleta do 2º problema, item b, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno



Fonte: Elaborada por um aluno

E a seguir, serão apresentadas algumas resoluções completas dos alunos:

Figura 16: Resolução completa do 2º problema, item b, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno



Fonte: Elaborada por um aluno

Figura 17: Resolução completa do 2º problema, item b, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno

de 10 maneiras iguais

10
 $\times 10$
 $\hline 100$

100
 $\times 10$
 $\hline 1000$

ou

10
 $\times 10$
 $\hline 100$

10
 $\times 10$
 $\hline 100$

10
 $\times 10$
 $\hline 100$

R. Dão 1000 senhas que começam com 2015215

Fonte: Elaborada por um aluno

Nesta outra questão, foi apresentado o seguinte problema:

“Dois casais de namorados vão sentar-se em um banco de uma praça. Em quantas ordens diferentes os quatro podem sentar-se no banco, de modo que cada namorado fique ao lado de sua namorada?”

Figura 18: Imagem correspondente aos dois casais de namorados



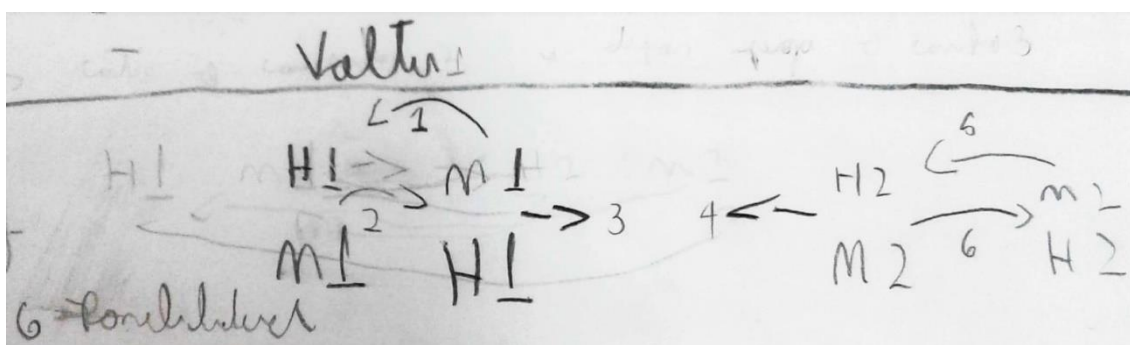
Fonte: Elaborada pela autora

Na terceira questão, imaginava-se que os alunos seriam capazes de listar todas as ordens possíveis que dois casais de namorados poderiam sentar-se em um banco de uma praça de modo que cada namorado ficasse ao lado de sua namorada.

Na análise das resoluções, ficou constatado que a maioria dos alunos apresentou dificuldades nesta questão, seja por não perceberem que poderia se inverter, por exemplo, a posição dos enamorados e, ainda assim, eles continuariam juntos, ou por não se atentarem na hora da contagem das possibilidades, uma vez feito o esquema, deixando a questão incompleta. Apenas 4 alunos conseguiram listar e contar todas as possibilidades de combinações.

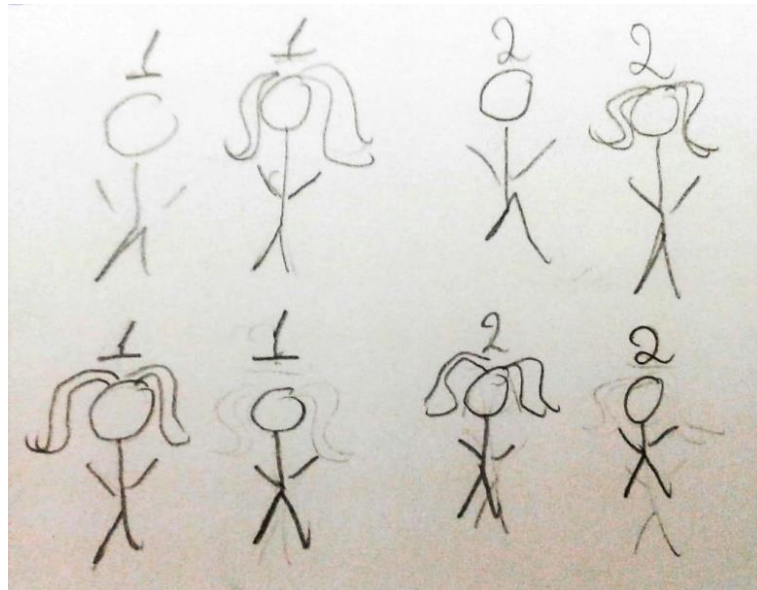
Abaixo seguem algumas resoluções dos alunos que apresentaram soluções incompletas:

Figura 19: Resolução incompleta do 3º problema da avaliação diagnóstica realizada por um aluno



Fonte: Elaborada por um aluno

Figura 20: Resolução incompleta do 3º problema da avaliação diagnóstica realizada por um aluno



Fonte: Elaborada por um aluno

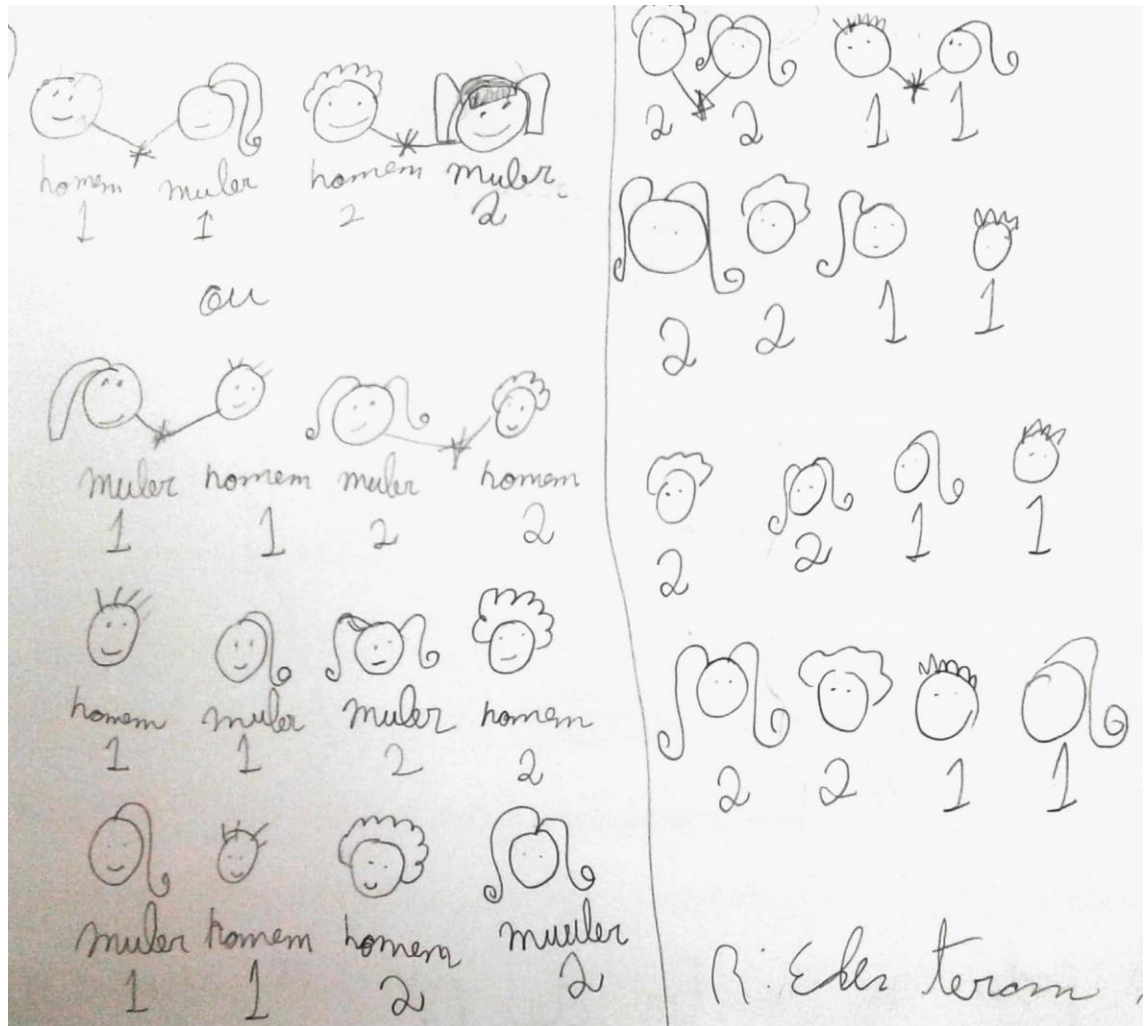
Figura 21: Resolução incompleta do 3º problema da avaliação diagnóstica realizada por um aluno

$(H1-M1)(H2-M2)$ 1º modo
 $(M1-H1)(M2-H2)$ 2º modo
 $(H2-M2)(H1-M1)$ 3º modo
 $(M2-H2)(M1-H1)$ 4º modo
 $(H1-M1)(M2-H2)$ 5º modo
 $(M1-H1)(H2-M2)$ 6º modo
 $(M2-H2)(M1-H1)$ 7º modo
 $(H2-M2)(H1-M1)$ 8º modo

Fonte: Elaborada por um aluno

E agora, uma solução completa de um dos alunos que conseguiram resolver o problema:

Figura 22: Resolução completa do 3º problema da avaliação diagnóstica realizada por um aluno



Fonte: Elaborada por um aluno

Figura 23: Resposta do 3º problema da avaliação diagnóstica realizada pelo aluno acima

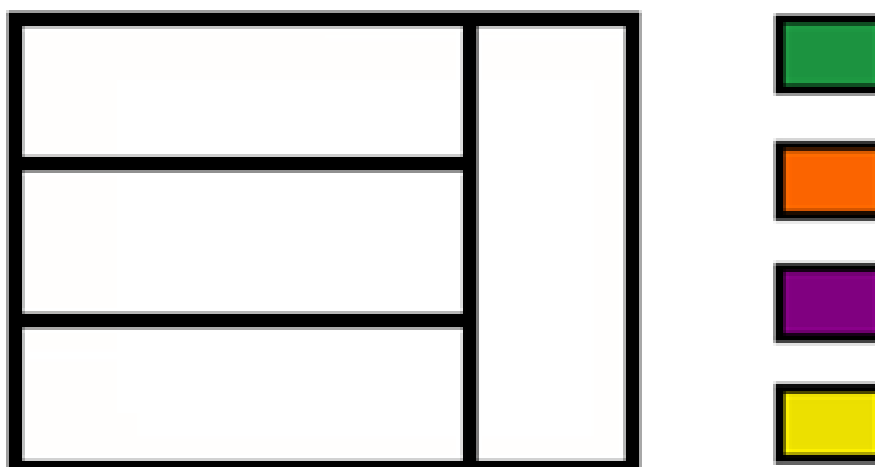
R: Eles poderam ter 8 menuses
sem que sua namorada seja
de perto de seu namorado

Fonte: Elaborada por um aluno

O último problema proposto na atividade foi o seguinte:

“Marcela deseja pintar a bandeira abaixo e dispõe de quatro cores: verde, laranja, roxa e amarela, sendo que as regiões adjacentes (vizinhas) devem ser pintadas de cores diferentes.”

Figura 24: Imagem correspondente a bandeira do problema



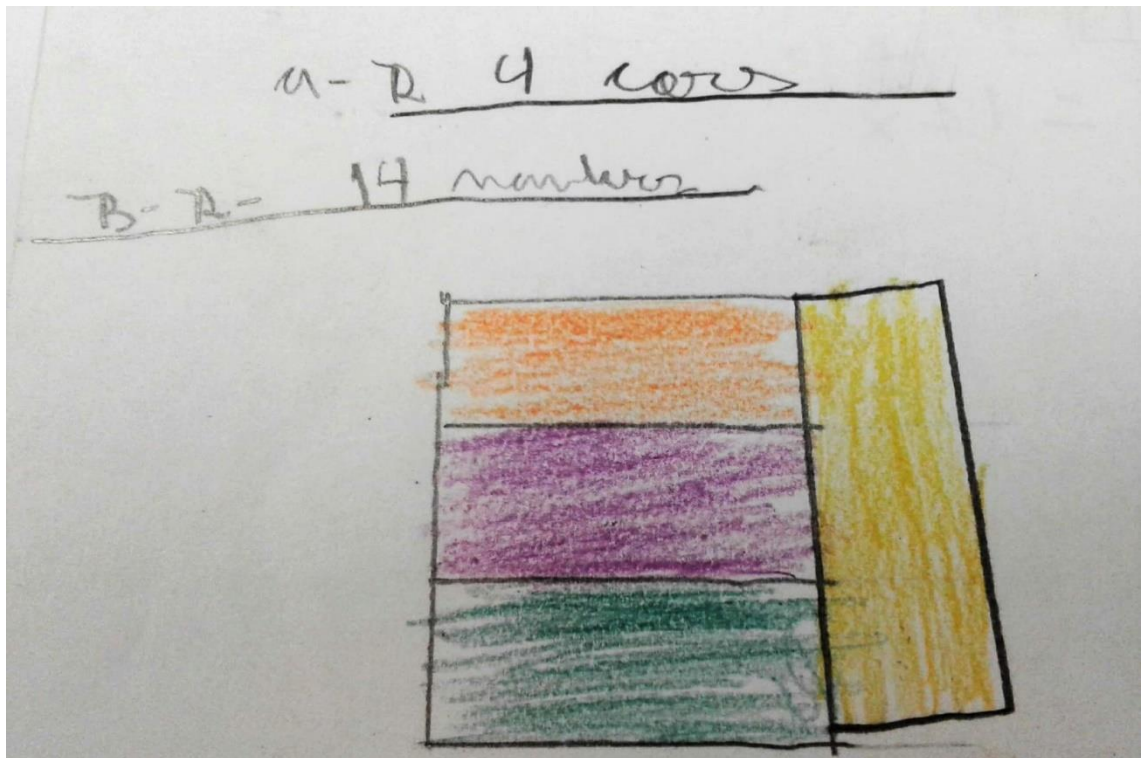
Fonte: Elaborada pela autora

- a) *Qual é o número mínimo de cores a serem utilizadas?*
- b) *De quantos modos a bandeira pode ser pintada?”*

No item a do problema, tinha-se a expectativa de que os alunos percebessem qual era a quantidade mínima de cores a serem utilizadas para pintar a bandeira, observando os critérios exigidos. A maioria dos alunos apresentou dificuldades neste item, pois tiveram problemas na organização do raciocínio e não perceberam que as faixas não adjacentes poderiam ser pintadas da mesma cor, comprometendo assim a quantidade de resultados possíveis.

Segue um exemplo de resolução incorreta feito por aluno:

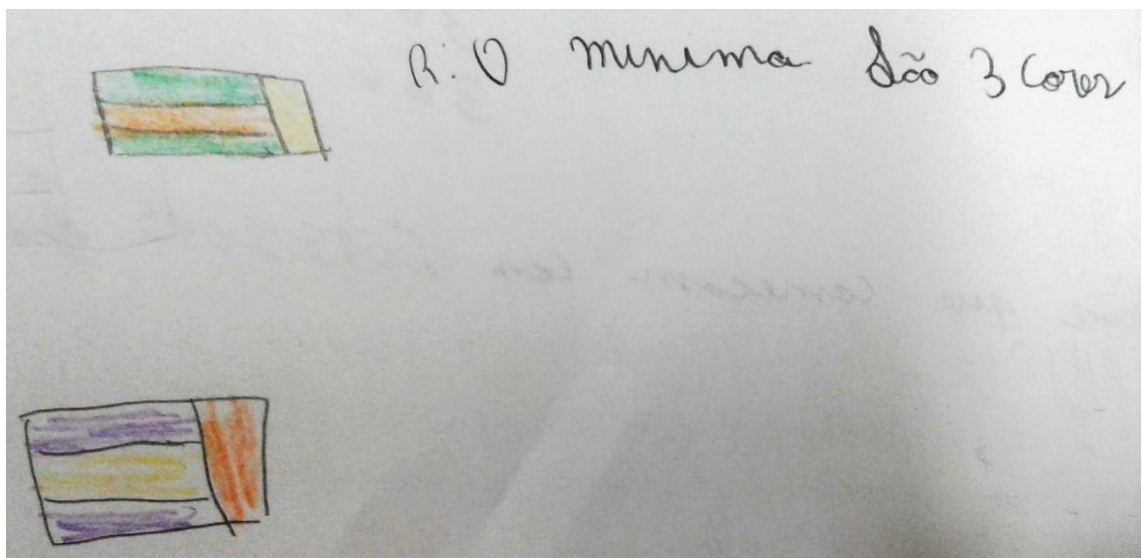
Figura 25: Resolução incorreta do 4º problema, item a, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno



Fonte: Elaborada por um aluno

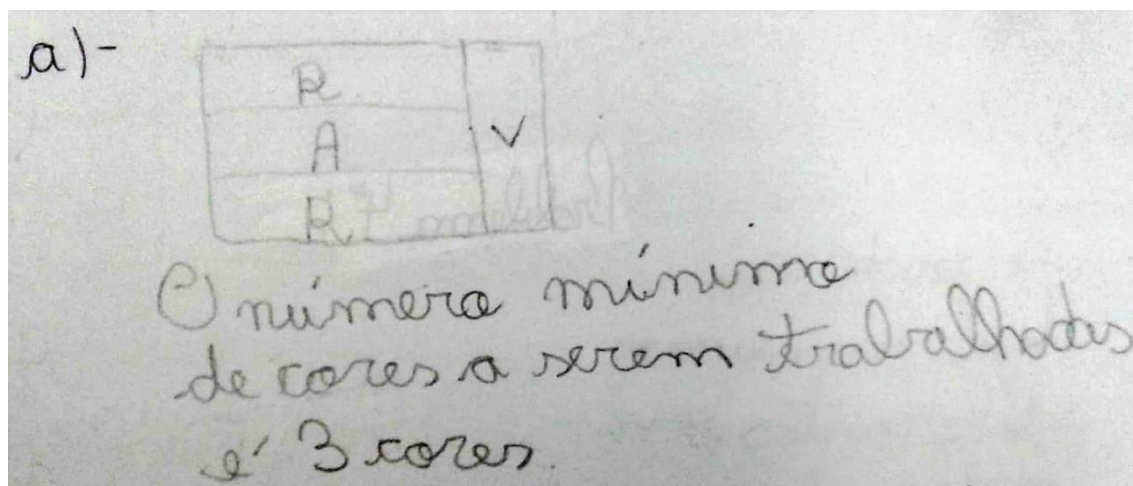
E a seguir, alguns exemplos de resoluções corretas feitos por alunos:

Figura 26: Resolução correta do 4º problema, item a, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno



Fonte: Elaborada por um aluno

Figura 27: Resolução correta do 4º problema, item a, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno

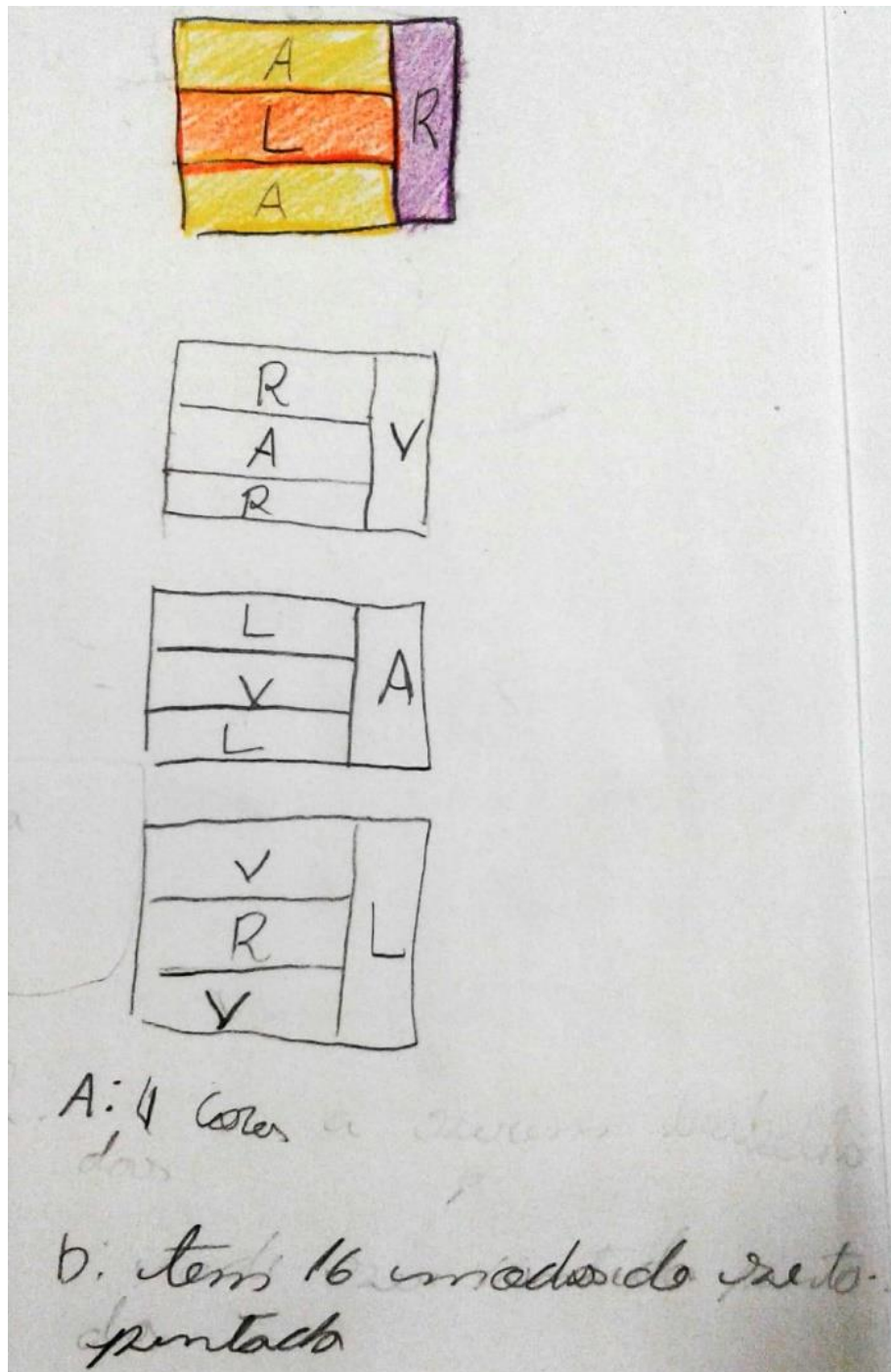


Fonte: Elaborada por um aluno

Em seguida, no item b, era necessário que eles tomassem decisões importantes, especialmente com a relação à restrição de uma parte em relação à outra para a continuidade do exercício, pois, para facilitar o desenvolvimento do mesmo, eles deveriam lançar mão de determinadas estratégias, como a utilização do diagrama de árvores ou o PFC, já que seria muito trabalhoso pintar todas as possibilidades de bandeiras. Nenhum dos alunos conseguiu solucionar o problema satisfatoriamente, pois a quantidade de possibilidades era muito grande para testar todas, além do fato de que alguns não conseguiram compreender qual estratégia adotar para minimizar o trabalho de descrever todas as possibilidades, o que fez com que o exercício se tornasse cansativo e difícil de resolver.

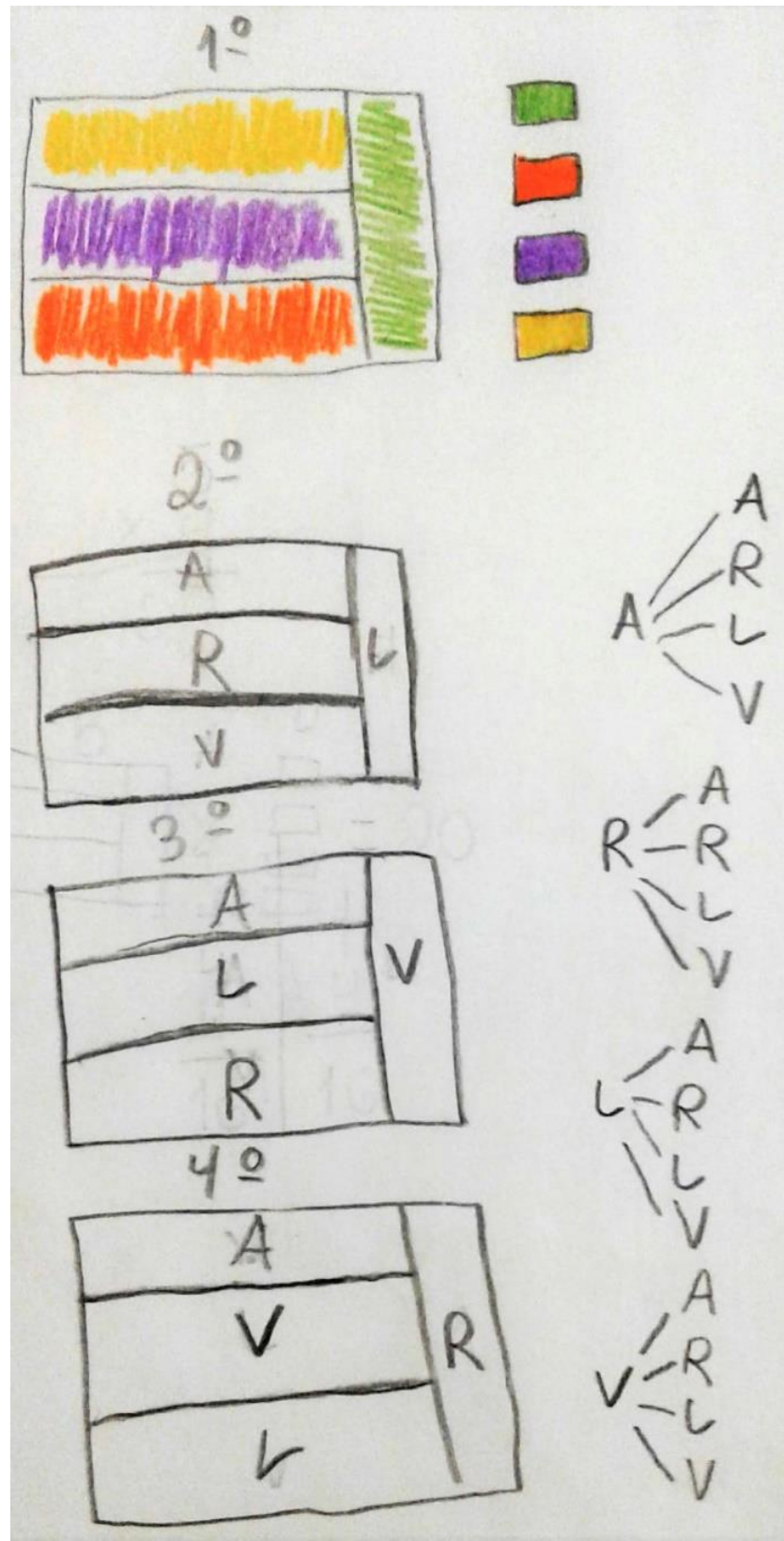
A seguir serão apresentados o percurso e algumas tentativas de resoluções dos alunos:

Figura 28: Tentativa de resolução do 4º problema, item b, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno



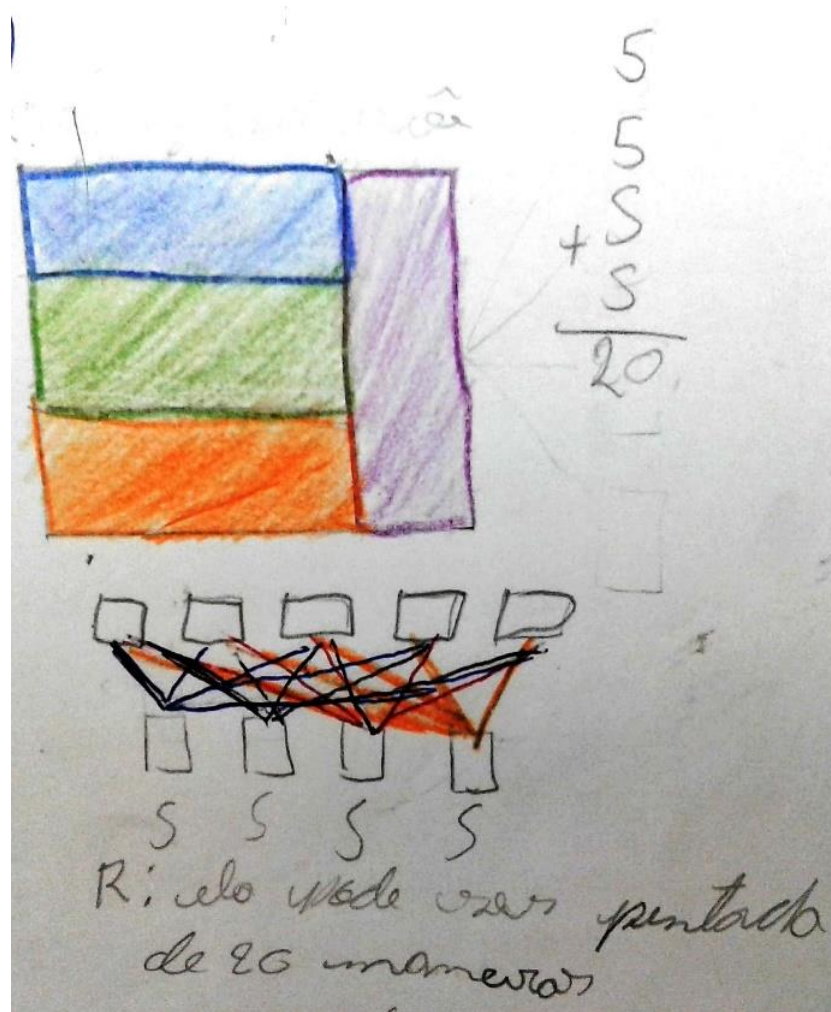
Fonte: Elaborada por um aluno

Figura 29: Tentativa de resolução do 4º problema, item b, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno



Fonte: Elaborada por um aluno

Figura 30: Tentativa de resolução do 4º problema, item b, da avaliação diagnóstica realizada por um aluno



Fonte: Elaborada por um aluno

Após a realização da avaliação diagnóstica, detectamos as fragilidades que os alunos tiveram na resolução dos problemas e, a partir daí, fizemos a devolutiva das mesmas questões, resolvendo-as através da metodologia de Resolução de Problemas, trabalhando em grupos, assistindo a vídeos e manipulando materiais concretos, conduzindo-os a um raciocínio mais prático e dinâmico.

O segundo passo da sequência didática teve duração de quatro horas aulas equivalentes a 200 minutos, que foram divididos em dois dias para execução. Os alunos foram separados em 4 grupos com 5 alunos cada um aproximadamente. Nesse processo, foram retomados os problemas aplicados

na avaliação diagnóstica, buscando desenvolver as 4 etapas da metodologia de Resolução de Problemas elaborados por POLYA (2006), que são:

- 1ª) Compreensão do problema;
- 2ª) Estabelecimento de um plano;
- 3ª) Execução do plano;
- 4ª) Retrospecto.

Durante o desenvolvimento desta etapa, tivemos a pretensão de fazer com que os alunos tivessem um outro olhar sobre o problema proposto, bem como questionassem os métodos anteriormente usados, fazendo reflexões, objetivando compreendê-lo para, então, estabelecerem o melhor plano de resolução dentre os possíveis. Após a realização desses procedimentos, eles deveriam pôr em prática o plano escolhido e verificar o meio de resolução, que é a parte mais importante do processo, pois é nela que confirmarão as suas aprendizagens. Na última etapa, devem validar as soluções do problema, verificando a existência ou não de outras formas de resolução e, por fim, serem capazes de resolver outros problemas.

Não existe procedimento milagroso para ensinar Matemática por meio da Resolução de Problemas. No entanto, ONUCHIC e ALLEVATO (2014), sugerem um roteiro composto por 10 etapas para ser desenvolvido em sala de aula:

- 1ª) Preparação do problema;
- 2ª) Leitura individual;
- 3ª) Leitura em conjunto;
- 4ª) Resolução do problema;
- 5ª) Observação e incentivo;
- 6ª) Registro das resoluções na lousa;
- 7ª) Plenária;
- 8ª) Busca do consenso;
- 9ª) Formalização do conteúdo;
- 10ª) Proposição e resolução de novos.

Observadas as sugestões de Polya, Onuchic e Allevato, no 1º problema apresentado anteriormente, realizamos uma leitura silenciosa, grifando termos importantes e, após, uma leitura compartilhada para discussão, visando a compreensão do problema. Em seguida, entregamos a eles fichas com

questionamentos que os ajudariam a organizar o raciocínio para traçar o melhor plano de resolução. Essas fichas podem ser vistas, na sua íntegra, no apêndice C deste trabalho. Juntamente com as fichas, distribuímos materiais concretos elaborados por nós para que eles manuseassem, pois, os estudantes desenvolvem uma aprendizagem mais significativa a partir do momento que esta parte do concreto para o abstrato, isto é, da prática para a teoria.

“O ensino aprendizagem de um tópico de matemática começa com uma situação-problema que expressa aspecto chave desse tópico e são desenvolvidas técnicas matemáticas como respostas razoáveis para problemas razoáveis. Um objetivo de se aprender matemática é o de poder transformar certos problemas não rotineiros em rotineiros. O aprendizado deste modo pode ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou a técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problema e técnicas para operar com esses símbolos).” (ONUChic, 1999, p.207)

A seguir, apresentamos algumas imagens de um dos materiais construídos:

Figura 31: Material concreto para ser manipulado pelos alunos durante o 1º problema



Fonte: Elaborada pela autora

Na sequência, enquanto os alunos manipularam o material concreto selecionado para este problema, fizemos registros na lousa das possibilidades que eles formulavam com as blusas e os shorts e que, posteriormente, foram anotadas nas fichas entregues a cada grupo. Após a validação das soluções, e através de questionamentos que fizemos ao longo do processo, eles concluíram que havia uma outra maneira de resolver o problema, por meio da multiplicação entre as opções de bermudas e shorts.

A seguir, apresentamos uma ficha preenchida por um grupo de alunos:

Figura 32: Ficha de resolução do 1º problema preenchida por um grupo de alunos

PROBLEMA 01

- De quantas maneiras diferentes Luís pode se vestir escolhendo a bermuda branca? R: 4 maneiras.
- De quantas maneiras diferentes Luís pode se vestir escolhendo a bermuda preta? R: 4 maneiras.
- De quantas maneiras diferentes Luís pode se vestir escolhendo a bermuda jeans? R: 4 maneiras.

Como Luís possui 3 bermudas e com cada uma ele pode se vestir de 4 maneiras diferentes, temos que:

1ª maneira: $\frac{4}{\text{bermuda 1}} + \frac{4}{\text{bermuda 2}} + \frac{4}{\text{bermuda 3}} = 12$.

2ª maneira: $\frac{3}{\text{opções de bermudas}} \times \frac{4}{\text{opções de blusas}} = 12$.

De quantas maneiras diferentes Luís pode se vestir para sair com os amigos?

R: Ele pode se vestir de 12 maneiras diferentes.

Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

A partir disso, formalizamos o conceito do PFC, apresentado da seguinte forma:

Figura 33: Ficha com a formalização do conceito do PFC preenchida por um grupo de alunos

PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO OU PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM (PFC)

A palavra Matemática, para um adulto ou uma criança, está diretamente relacionada com atividades e técnicas para contagem do número de elementos de algum conjunto. As primeiras atividades matemáticas que vivenciamos envolvem sempre a ação de contar objetos de um conjunto, enumerando seus elementos.

As operações de adição e multiplicação são exemplos de técnicas matemáticas utilizadas também para a determinação de uma quantidade. A primeira (adição) reúne ou junta duas ou mais quantidades conhecidas; e a segunda (multiplicação) é normalmente aprendida como uma forma eficaz de substituir adições de parcelas iguais.

A multiplicação também é a base de um raciocínio muito importante em Matemática, chamado **princípio multiplicativo**. O princípio multiplicativo constitui a ferramenta básica para resolver problemas de contagem sem que seja necessário enumerar seus elementos.

Os problemas de contagem fazem parte da chamada **análise combinatória**.

O princípio multiplicativo pode ser enunciado da seguinte forma:

"Se uma decisão d_1 pode ser tomada de n maneiras e, em seguida, outra decisão d_2 puder ser tomada de m maneiras, o número total de maneiras de tornarmos as decisões d_1 e d_2 será $n \times m$ ".

No problema anterior havia ^{duas} 2 decisões a serem tomadas:

- d_1 : escolher uma dentre as 4 camisetas.
- d_2 : escolher uma dentre as 3 bermudas.

Assim, Luís dispõe de 4 \times 3 = 12 maneiras de tomar as decisões d_1 e d_2 , ou seja, 12 possibilidades diferentes de se vestir.

Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

No 2º problema trabalhado, procedemos da mesma maneira que descrevemos na questão anterior, com as leituras, estratégias e levantamento de discussões. Entregamos novas fichas, de acordo com este problema, distintas para cada item, que podem ser vistas, na sua íntegra, no apêndice E deste trabalho, acompanhadas de outros materiais concretos, também elaborados por nós, os quais podem ser vistos nas imagens a seguir:

Figura 34: Material concreto para ser manipulado pelos alunos durante o 2º problema



Fonte: Elaborada pela autora

No item a, os alunos listavam as combinações possíveis, conforme visualizavam no material concreto e uma aluna anotava na lousa todas as senhas formadas por eles. Já nessa etapa, após apresentado o PFC no exercício anterior, notamos que eles tiveram facilidade de perceber que ele poderia ser aplicado neste item, apontando e detalhando as decisões a serem tomadas, com suas respectivas possibilidades a fim de determinar o total de senhas que começam sempre com os algarismos 20152015 e variam apenas nos três

últimos dígitos, onde só podem ser utilizados os algarismos 3, 4 e 6, como pode ser observado na ficha de um grupo de alunos que está exposta abaixo:

Figura 35: Ficha de resolução do 2º problema, item a, preenchida por um grupo de alunos

PROBLEMA 02

a) Utilizando os algarismos 3, 4 e 6, quantas são as senhas que começam com 20152015?

2 0 1 5 2 0 1 5 _ _ _

Liste todos os números possíveis.

<u>3 3 3</u>	/	<u>3 4 6</u>	/	<u>4 3 4</u>	/	<u>4 6 3</u>	/	<u>6 3 6</u>	/	<u>6 6 4</u>
<u>3 3 4</u>	/	<u>3 6 9</u>	/	<u>4 3 6</u>	/	<u>4 6 4</u>	/	<u>6 4 3</u>	/	<u>6 6 6</u>
<u>3 3 6</u>	/	<u>3 6 4</u>	/	<u>4 4 3</u>	/	<u>4 6 6</u>	/	<u>6 4 4</u>	/	---
<u>3 4 3</u>	/	<u>3 6 6</u>	/	<u>4 4 4</u>	/	<u>6 3 3</u>	/	<u>6 4 6</u>	/	---
<u>3 4 4</u>	/	<u>4 3 3</u>	/	<u>4 4 6</u>	/	<u>6 3 4</u>	/	<u>6 6 3</u>	/	---

$9+9+9=27$ ou $9 \times 3=27$

UTILIZANDO O PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO:

<u>3</u>	.	<u>3</u>	.	<u>3</u>	= 27 senhas que começam com 2.0152.015 e utilizam os algarismos 3, 4 ou 6
↓		↓		↓	
Escolher um algarismo para o 1º dígito dentre os algarismos (3, 4 ou 6)		Escolher um algarismo para o 2º dígito dentre os algarismos (3, 4 ou 6)		Escolher um algarismo para o 3º dígito dentre os algarismos (3, 4 ou 6)	

R:

Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

No item b, devido ao fato de já terem resolvido o item anterior e ser muito trabalhoso listar todas as possibilidades de senhas, dada a grande quantidade de algarismos que as compõem e, é importante destacar que eles haviam tido bastante dificuldade neste exercício na avaliação diagnóstica, então concluíram que seria mais vantajoso utilizar o PFC para solucionar o problema.

Os autores ONUCHIC e ALLEVATO (2004), sobre a importância da utilização desse método, afirmam:

“Assim é importante reconhecer que a matemática deve ser trabalhada através da resolução de problemas, ou seja, que tarefas envolvendo problemas ou atividades sejam um veículo pelo qual um currículo deva ser desenvolvido. A aprendizagem será uma consequência do processo de resolução de problemas”. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, p.221).

A seguir será apresentado um modelo de ficha preenchido pelos alunos:

Figura 36: Ficha de resolução do 2º problema, item b, preenchida por um grupo de alunos

PROBLEMA 02 *Maria Laura e Victoria*

b) Utilizando todos os algarismos, quantas são as senhas que começam com 20152015?

2 0 1 5 2 0 1 5 _ _ _

UTILIZANDO O PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO:

0 dez algarismos (10)

1

2

3

4

5 $\frac{10}{10} \cdot \frac{10}{10} \cdot \frac{10}{10} = 1.000$

6

7

8

9

R: *Utilizando 10 algarismos serão 1.000 senhas começarem com 2015 2015*

Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

No 3º problema desenvolvido, procedemos da mesma maneira que descrevemos na primeira questão, com as leituras, estratégias e levantamento de discussões. Entregamos novas fichas de acordo com este problema, que podem ser vistas, na sua íntegra, no apêndice E deste trabalho, acompanhadas de imagens impressas compostas por casais formados por um menino e uma menina cada qual, enumerados por 1 e 2, também elaborados por nós, as quais podem ser vistas nas ilustrações a seguir:

Figura 37: Material concreto para ser manipulado pelos alunos durante o 3º problema



Fonte: Elaborada pela autora

Em seguida, os alunos começaram a intercalar os meninos e as meninas, de modo a organizar as combinações formadas pelos casais de namorados, atentando-se à restrição de manter cada namorado junto de sua namorada. Eles listaram todas as possibilidades e fomos fazendo um levantamento, grupo por grupo, e registramos na lousa até atingir todas as maneiras possíveis, num total de 8. Perceberam também que era possível aplicar o PFC, principalmente se a quantidade de casais fosse maior. De acordo com VAN de WALLE, esse tipo de procedimento é muito importante na construção do conhecimento dos alunos, pois:

“Os problemas são apresentados e os estudantes buscam soluções por eles mesmos. O foco está nos estudantes ativamente compreenderem as coisas, testarem ideias e

fazerem conjecturas, desenvolverem raciocínios e apresentarem explicações. Os estudantes trabalham em grupos, em duplas ou individualmente, mas eles estão sempre compartilhando e discutindo suas ideias. O raciocínio é celebrado quando os estudantes defendem seus métodos e justificam suas soluções". (VAN de WALLE, 2009, p.33)

Durante o desenvolvimento dessa atividade, eles tiveram um pouco de dificuldade, mas com as nossas intervenções, conseguiram concluir o raciocínio combinatório e deduziram que pode ser aplicado posteriormente em outros problemas.

Segue abaixo, uma das fichas preenchidas por um dos grupos de alunos:

Figura 38: Ficha de resolução do 3º problema preenchida por um grupo de alunos

PROBLEMA 03 *Dandox*

Em quantas ordens diferentes os quatro podem sentar-se no banco, de modo que cada namorado fique ao lado de sua namorada?

Liste todas as ordens diferentes dos dois casais sentarem-se no banco.

1. $H_1 M_1 H_2 M_2$	5. $H_2 M_2 H_1 M_1$	9. _____
2. $H_1 M_2 M_1 H_2$	6. $H_2 M_1 M_2 H_1$	10. _____
3. $M_1 H_2 M_2 H_1$	7. $M_2 H_1 M_1 H_2$	11. _____
4. $M_1 H_1 H_2 M_2$	8. $H_2 M_2 M_1 H_1$	12. _____

$4+4=8$ ou $4 \times 2=8$

UTILIZANDO O PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO

$4 \cdot 2 = 8$

\downarrow quem vai sentar no 1º lugar do banco.
 \downarrow quem vai sentar no 2º lugar do banco.
 \downarrow quem vai sentar no 3º lugar do banco.
 \downarrow quem vai sentar no 4º lugar do banco.

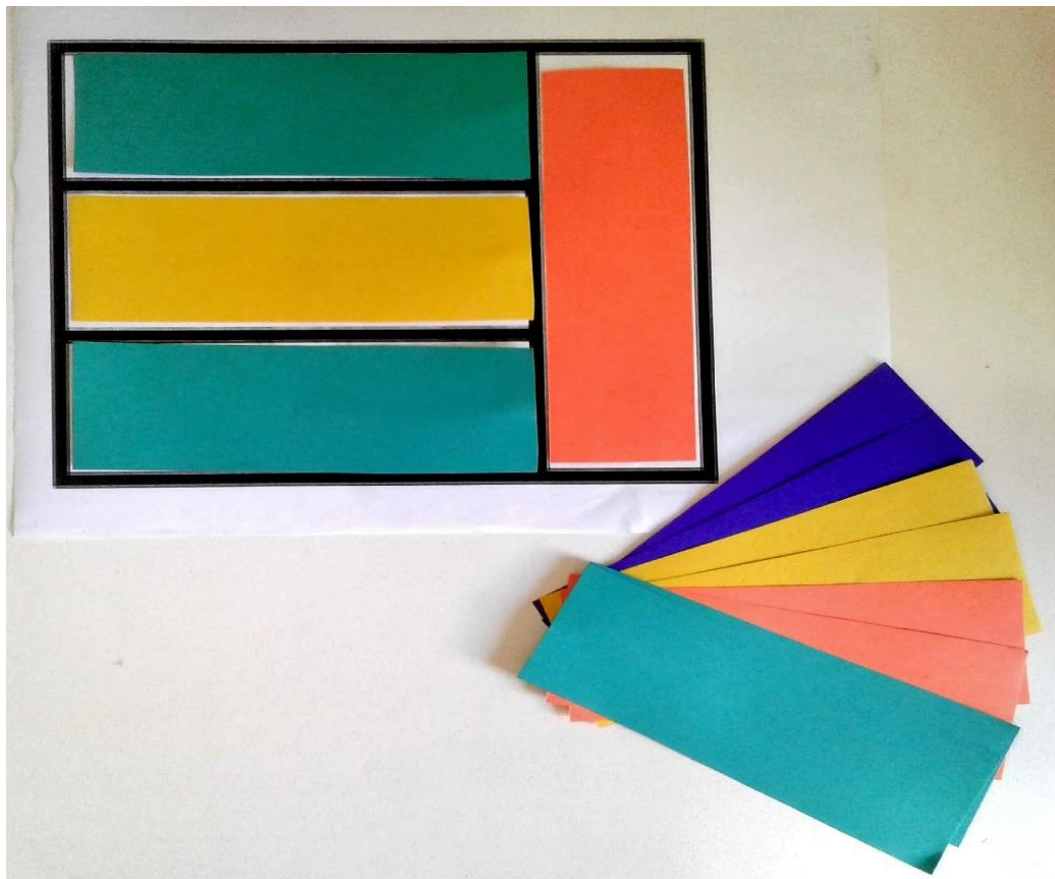
R: 8 ordens diferentes.

Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

No último problema aplicado, procedemos da mesma maneira que descrevemos na 1ª questão em relação as leituras, estratégias e levantamento de discussões. Entregamos novas fichas de acordo com este problema, distintas para cada item, que podem ser vistas, na sua íntegra, no apêndice E deste trabalho, acompanhadas de tiras retangulares de papel cartão coloridas, também

elaboradas por nós, que foram usadas como estratégia para a resolução do problema, as quais podem ser vistas nas imagens a seguir:

Figura 39: Material concreto para ser manipulado pelos alunos durante o 4º problema



Fonte: Elaborada pela autora

Este problema, em especial, apresenta uma situação desafiadora uma vez que exige uma tomada de decisão que influencia muito no desenvolvimento da resolução do problema, pois o uso de uma estratégia equivocada pode levar a uma solução desnecessariamente complicada. Devido a isso, fizemos um levantamento das condições propostas pela questão.

No item a, os alunos utilizaram as faixas retangulares coloridas para determinar a quantidade mínima de cores possíveis que Marcela poderia utilizar para pintar a bandeira, respeitando as condições propostas pelo problema. Apesar de alguns alunos acreditarem que era necessário utilizar as 4 cores, orientamos que verificassem se seria possível pintar duas faixas de uma mesma cor, fazendo-os perceber que o mínimo de cores utilizadas deveria ser 3. Diferentemente do desempenho obtido na avaliação diagnóstica, os alunos, em

geral, encontraram uma facilidade maior, devido ao uso do material concreto, para determinar a solução deste item.

Na sequência, apresentamos uma das fichas preenchidas por um dos grupos de alunos:

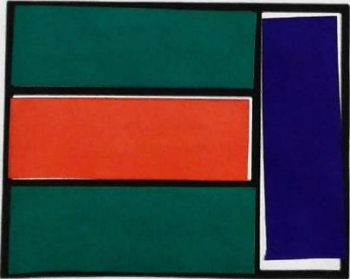
Figura 40: Ficha de resolução do 4º problema, item a, preenchida por um grupo de alunos

PROBLEMA 04 *Maria Laura e Victória*

a) Qual é o número mínimo de cores que Marcela deve utilizar para pintar a bandeira a seguir, respeitando as condições propostas no problema?

CONDIÇÕES PROPOSTAS:

- *as regiões vizinhas* → *não podem repetir a mesma cor*
- *4 cores* → *Verde, laranja, amarela e azul*



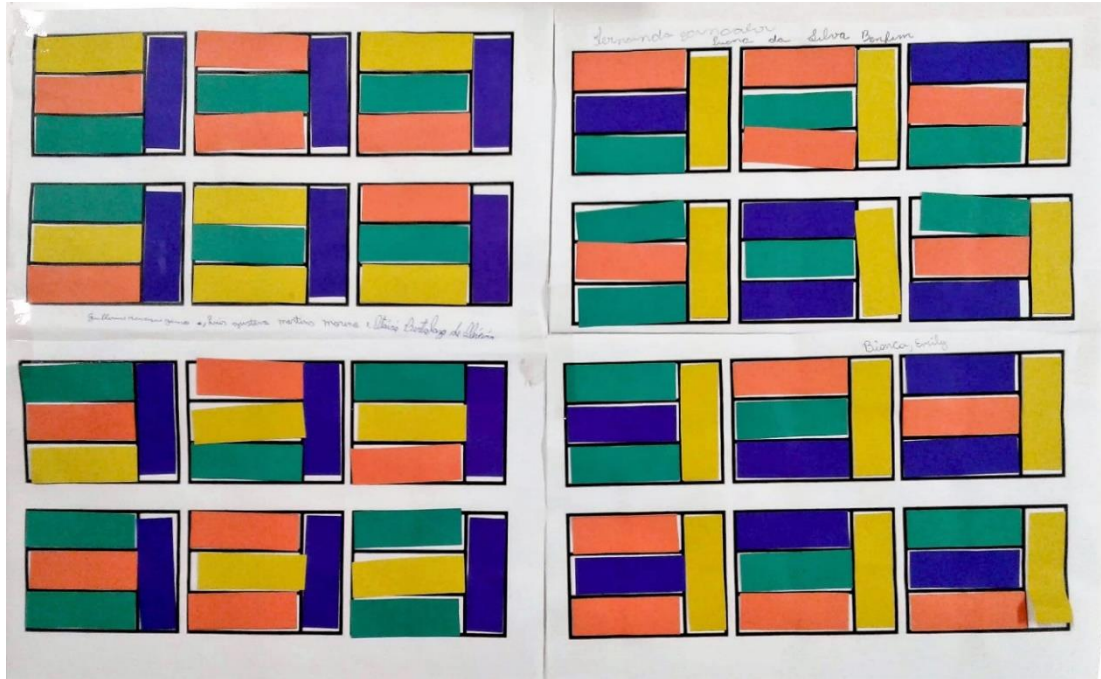
R: *3 pois podemos repetir uma cor desde que elas não sejam vizinhas.*

Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

No item b, sugerimos fixar uma mesma faixa, selecionando uma cor diferente para cada grupo. A faixa escolhida foi aquela que era mais restritiva porque possuía mais regiões adjacentes. Após essa decisão, os alunos tentaram montar as diversas possibilidades de bandeiras, utilizando os retângulos coloridos dentro dos critérios estabelecidos. Observada a dificuldade, orientamos que os alunos fixassem mais uma cor em uma faixa qualquer e permutassem as outras para facilitar o processo de obter todas as combinações possíveis.

Ao final desse procedimento, os alunos fixaram na lousa as bandeiras que cada grupo montou para que fosse realizada a contagem do total de bandeiras obtidas, conforme estão ilustradas nas imagens abaixo:

Figura 41: Bandeiras montadas por cada grupo de alunos



Fonte: Elaborada pelos grupos de alunos

Figura 42: Bandeiras montadas por cada grupo de alunos



Fonte: Elaborada pelos grupos de alunos

Posteriormente à contagem, o número total de bandeiras distintas formadas por cada grupo de alunos foi anotado nas fichas entregues a cada grupo, como pode ser visto na imagem da ficha a seguir, preenchida por um grupo de alunos:

Figura 43: Ficha de resolução do 4º problema, item b, preenchida por um grupo de alunos

PROBLEMA 04 *Solução, mostrando maneiras*

b)

- De quantos **modos diferentes** Marcela pode pintar a bandeira fixando a cor verde em uma das faixas? **R:** 12.
- De quantos modos diferentes Marcela pode pintar a bandeira fixando a cor amarela em uma das faixas? **R:** 12.
- De quantos modos diferentes Marcela pode pintar a bandeira fixando a cor laranja em uma das faixas? **R:** 12.
- De quantos modos diferentes Marcela pode pintar a bandeira fixando a cor roxa em uma das faixas? **R:** 12.

Como Marcela possui 4 cores diferentes e quando fixa a cor de uma das faixas consegue pintar 12 bandeiras diferentes, temos que:

1ª maneira: $12 + 12 + 12 + 12 = 48$.

faixa verde faixa amarela faixa laranja faixa roxa

2ª maneira: $4 \times 12 = 48$.

opções de cores opções de bandeiras pintadas com cada cor

De quantas modos diferentes a bandeira pode ser pintada?

R: 48. Medo

Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

Após a comprovação das soluções, questionamos se seria possível um outro jeito de resolver o problema, utilizando, por exemplo, o PFC. Orientamos que eles enumerassem e destacassem as decisões a serem tomadas, com suas respectivas possibilidades, respeitando as condições do problema. Nesse ponto vale ressaltar a importância do papel do professor, como destaca ONUCHIC:

“Esta posição baseia-se na observação de que a compreensão aumenta quando: o aluno é capaz de relacionar uma determinada ideia matemática a uma grande variedade de contextos; o aluno consegue relacionar um dado problema a um grande número de ideias matemáticas implícitas nele; o aluno consegue construir relações entre as várias ideias matemáticas contidas num problema” (ONUCHIC, 1999, pg. 208).

Cada grupo expôs uma solução diferente foi necessária uma discussão para chegarmos à conclusão que a primeira decisão a ser tomada deveria ser a seleção da faixa que possuísse mais regiões adjacentes, pois ela seria a que mais apresentaria restrições, seguidas das demais opções a serem definidas para as outras faixas.

A seguir, apresentamos uma ficha preenchida por um grupo de alunos:

Figura 44: Ficha de resolução do 4º problema, item b, preenchida por um grupo de alunos

UTILIZANDO O PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO:

d1: escolher uma cor para a faixa vertical
 d2: " " " " " " horizontal 2
 d3: " " " " " " " 1
 d4: " " " " " " " 3

~~48~~ $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$

faixa vertical	faixa horizontal 2	faixa horizontal 1	faixa horizontal 3	total
4	3	2	2	48

Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

Para encerrar essa etapa da sequência didática, apresentamos uma videoaula intitulada: “48 - O princípio multiplicativo - Matemática - Ens. Médio – Telecurso”. Nela, apesar da indicação para o Ensino Médio, devido à facilidade da linguagem apresentada e da exposição didática e simplificada, foram apresentadas aos alunos várias situações do cotidiano, envolvendo técnicas de contagem, onde o PFC poderia ser aplicado, servindo de complemento à formalização do conceito.

Mais imagens da segunda etapa da sequência didática podem ser visualizadas no apêndice A deste trabalho.

No último passo para finalizar a sequência didática, foi elaborada uma avaliação, composta por 3 problemas, retirados do banco de questões da OBMEP – Níveis 1 e 2, alguns com adaptações, contemplando os conteúdos e as habilidades referentes a problemas de contagem que envolvem o PFC, com o objetivo de verificar a aprendizagem dos alunos com relação aos passos anteriores.

Os problemas elaborados para esta última atividade, podem ser vistos na, sua íntegra, no apêndice D deste trabalho. Tais problemas foram impressos e entregues aos alunos para que eles resolvessem no decorrer de duas horas aulas num total de 100 minutos. Sugerimos que os alunos destacassem com grifos as ideias principais do problema, utilizassem como método o PFC, registrando todos os cálculos e as decisões tomadas.

A primeira questão da atividade avaliativa trazia o seguinte problema:

“Os cinco países que fazem parte do Mercosul – Brasil, Argentina, Paraguai, Uruguai e Venezuela – terão modelo de placa unificada para veículos a partir de 2016. A nova identificação será formada por sete caracteres: duas letras, três algarismos e mais duas letras, em que as letras são do alfabeto latino (26 letras) e os algarismos são indo-arábicos.

Figura 45: Imagem referente a placa unificada para veículos a partir de 2016



Fonte: Banco de Questões da OBMEP

Um brasileiro gostaria de receber uma placa com o padrão que inicie com as letras B e R, nesta ordem, ou seja,

Figura 46: Imagem referente a placa que um brasileiro gostaria de receber



Fonte: Elaborada pela autora

Quantas são as possibilidades desse padrão de placa?"

Nesta questão, esperava-se que os alunos fizessem todas as possibilidades de combinações de placas estipulado no problema, utilizando o raciocínio combinatório e aplicassem o PFC.

Inicialmente, os alunos deveriam observar o padrão de placa apresentado e então perceber quantas decisões teriam que ser tomadas, identificá-las e enumerá-las, para, em seguida, descobrir a quantidade de possibilidades de cada decisão e realizar os cálculos necessários para obtenção da solução.

Analisando as resoluções apresentadas pelos alunos, percebeu-se que a grande maioria conseguiu solucionar o problema, atendendo às expectativas, como podem ser observadas nas ilustrações a seguir:

Figura 47: Resolução do 1º problema da avaliação final realizada por um aluno

ordem, ou seja,
há 676.000 possibilidades desse
placa

BR

Quantas são as possibilidades desse padrão de placa?

1.000
x 26

26.000

6.000
x 26

156.000

20.000
x 26

520.000

BR

d1: escolher um número de 0 a 9
↓
10 possibilidades

d2: escolher um número de 0 a 9
↓
10 possibilidades

d3: escolher um número de 0 a 9
↓
10 possibilidades

d4: escolher uma letra de A a Z
↓
26 possibilidades

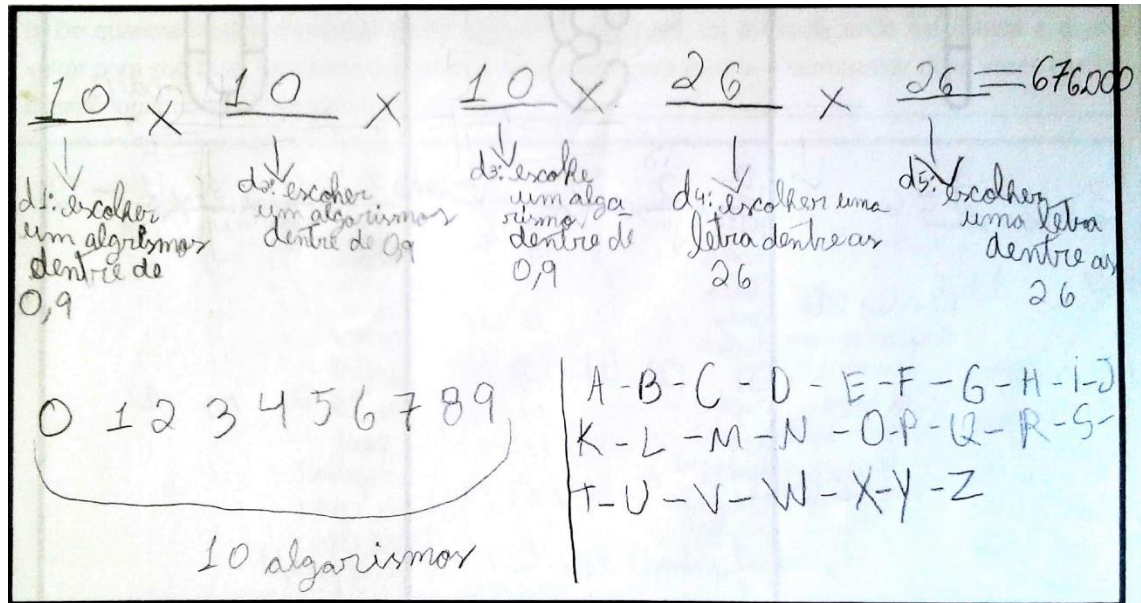
d5: escolher uma letra de A a Z
↓
26 possibilidades

$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 26 = 676.000$

1.000
26.000
x

Fonte: Elaborada por um aluno

Figura 48: Resolução do 1º problema da avaliação final realizada por um aluno



Fonte: Elaborada por um aluno

O segundo problema proposto na atividade foi o seguinte:

“Juca quer pintar os algarismos do número 2013, como na figura abaixo, de modo que cada região seja pintada com uma das cores branca, cinza ou preta e que regiões vizinhas tenham cores diferentes.

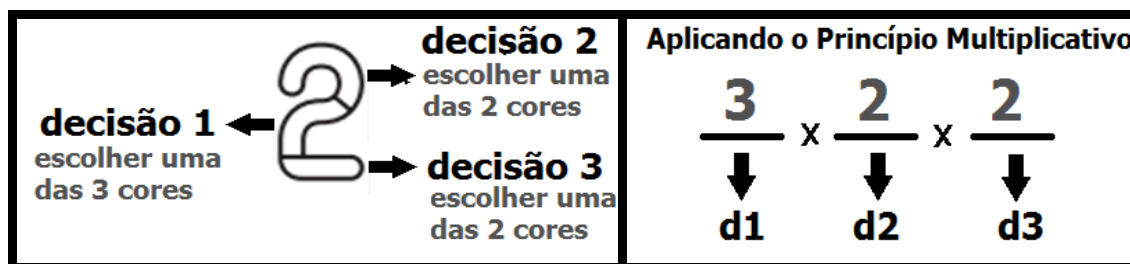
Figura 49: Imagem referente aos algarismos que formam o número 2013 e uma possibilidade de como as regiões que os compõe podem ser pintadas



Fonte: Banco de Questões da OBMEP

Observe como Juca pode pintar o algarismo 2 do número 2017:

Figura 50: Imagem referente a explicação de como é possível pintar as regiões do algarismo 2 de acordo com as restrições do problema, utilizando o PFC



Fonte: Elaborada pela autora

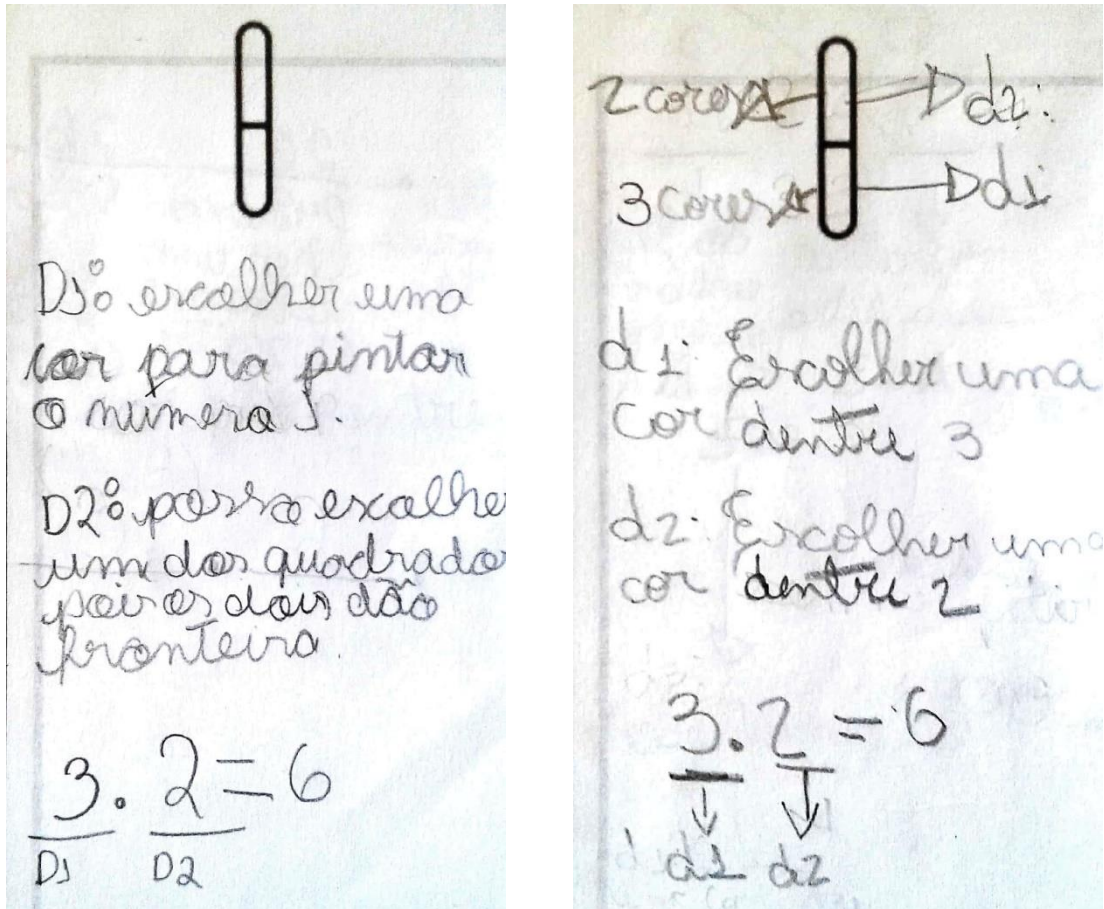
Portanto, Juca possui $3 \times 2 \times 2 = 12$ maneiras diferentes.

- a) De quantas maneiras diferentes ele pode pintar o algarismo 1?
- b) De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 3?"

Neste problema, esperávamos que os alunos descobrissem todas as possíveis de quantas maneiras diferentes Juca poderia pintar os algarismos que formam o número 2013, com três cores disponíveis, de modo que regiões vizinhas tenham cores diferentes.

No item a, pedia-se que os alunos determinassem de quantas maneiras diferentes o algarismo 1 poderia ser pintado, levando em conta os critérios estabelecidos no problema. Nesse caso, identificamos que eles executaram com facilidade essa tarefa, pois conseguiram perceber quantas decisões teriam que ser tomadas e suas respectivas possibilidades, realizando os cálculos necessários, como é mostrado a seguir:

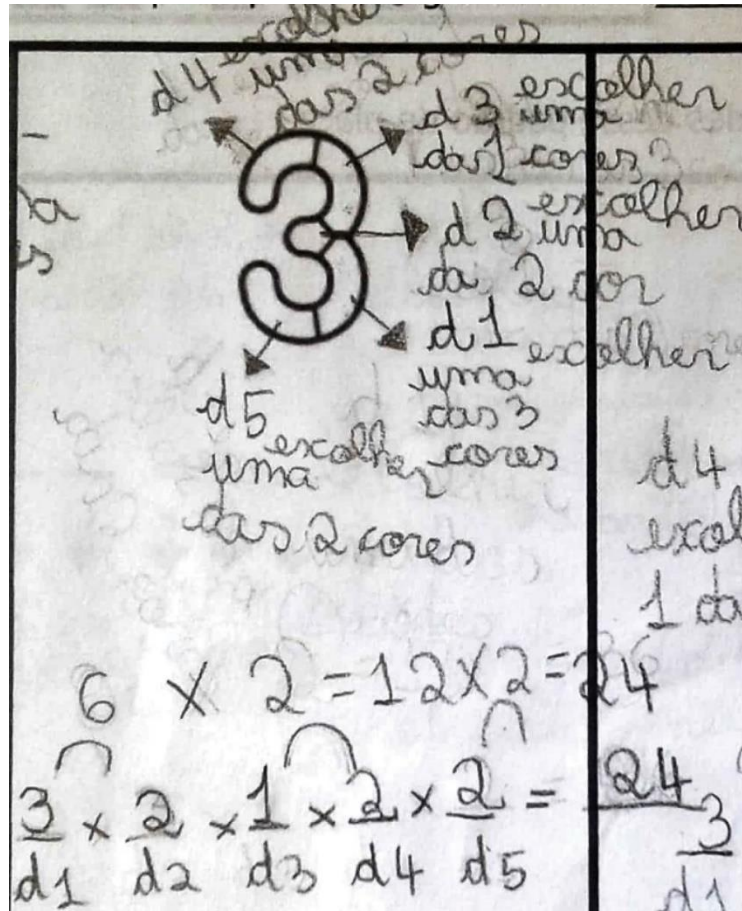
Figura 51: Resoluções do 2º problema, item a, da avaliação final realizada por dois alunos



Fonte: Elaborada por dois alunos

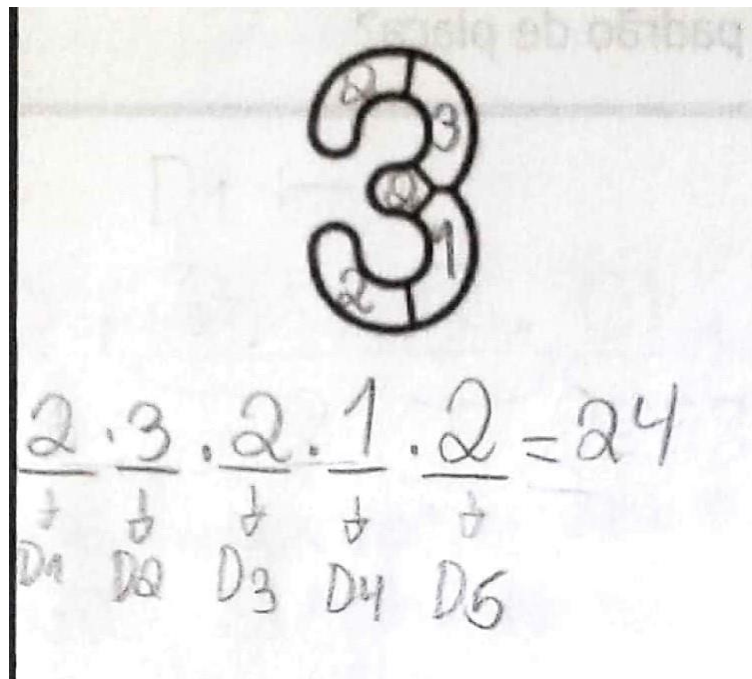
No caso do item b, o problema exigia tomadas de decisões que impactariam no decorrer da resolução. Como já foi mostrado no problema 4, da avaliação diagnóstica, para facilitar o desenvolvimento do exercício, as principais decisões, nesses casos, devem levar em consideração as regiões que possuem mais restrições. Visto que alguns alunos apresentaram dificuldades, relembramos, através do exemplo do algoritmo 2, que a tomada de decisão deveria começar pelas regiões que tivessem mais contato com as demais. Feita essa observação, eles conseguiram retomar o raciocínio, realizar os cálculos e obter a solução do problema, como pode ser visto nas imagens a seguir:

Figura 52: Resolução do 2º problema, item b, da avaliação final realizada por um aluno



Fonte: Elaborada por um aluno

Figura 53: Resolução do 2º problema, item b, da avaliação final realizada por um aluno



Fonte: Elaborada por um aluno

O último problema proposto na avaliação foi o seguinte:

“Considere que existem três caminhos ligando a casa de Pedro à livraria e dois caminhos ligando a livraria à escola onde ele estuda.

Figura 54: Imagem referente ao trajeto que Pedro faz de sua casa até à escola



Fonte: Elaborada pela autora

a) De quantos modos diferentes Pedro pode ir da sua casa até a escola onde ele estuda, sem passar duas vezes por um lugar ou por caminhos já percorridos?

b) De quantos modos diferentes Pedro pode ir da sua casa até a escola onde ele estuda e depois voltar para sua casa, passando exatamente duas vezes pela livraria e sem passar duas vezes por um mesmo lugar ao longo de todo o trajeto?”

Durante a resolução deste problema, os alunos não apresentaram dificuldade no item a, pois conseguiram determinar de quantos modos diferentes Pedro pode ir da sua casa até a escola onde estuda, passando pela livraria e sem passar duas vezes pelo mesmo lugar ou por caminhos já percorridos, conforme se observa nas imagens a seguir:

Figura 55: Resolução do 3º problema, item a, da avaliação final realizada por um aluno

A imagem mostra a seguinte resolução escrita à mão:

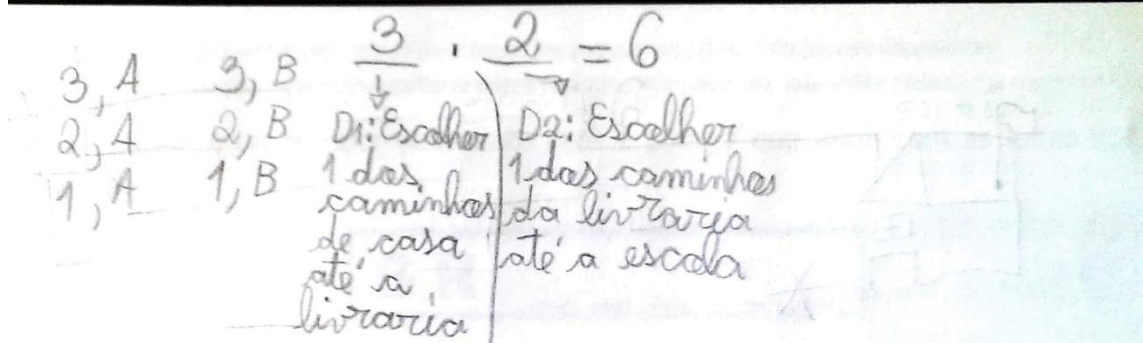
$d_1 =$ escolher um dos 3 caminhos para ir até a livraria.
 $d_2 =$ escolher um dos 2 caminhos para ir até a escola.

Logo a seguir, há uma expressão matemática:

$$\left. \begin{array}{l} d_1 \\ d_2 \end{array} \right\} \frac{3}{d_1} \times \frac{2}{d_2} = \underline{6}$$

Fonte: Elaborada por um aluno

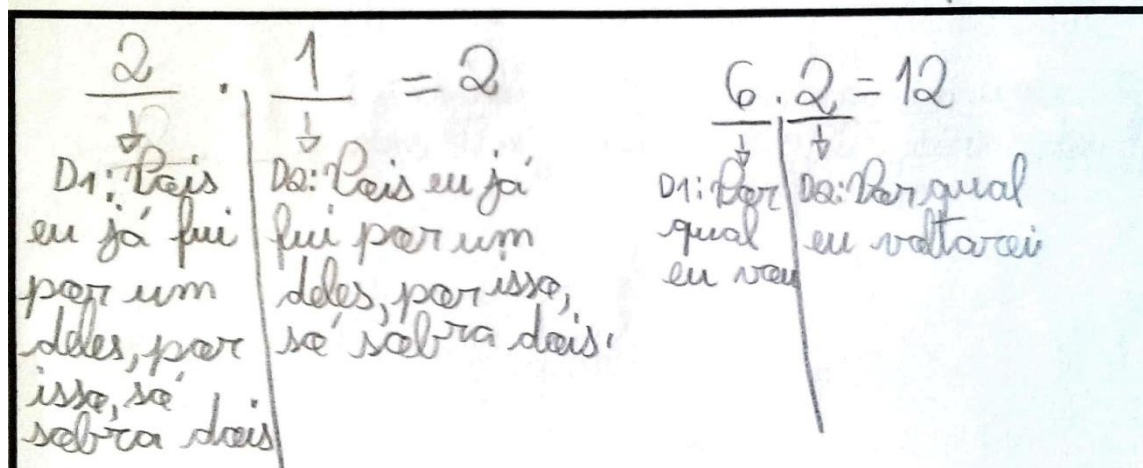
Figura 56: Resolução do 3º problema, item a, da avaliação final realizada por um aluno
 quantos modos diferentes Pedro pode ir da sua casa até a escola onde ele estuda, se
 vezes por um lugar ou por caminhos já percorridos? R: 6 modos diferentes



Fonte: Elaborada por um aluno

No item b, detectamos algumas dificuldades por parte dos alunos, como por exemplo, não conseguir determinar a quantidade de possíveis caminhos de volta para que Pedro pudesse percorrer a distância da escola até sua casa, passando exatamente duas vezes pela livraria e sem repetir os caminhos já percorridos. Ao identificar essa dificuldade, foi sugerido que eles eliminassem caminhos já percorridos e utilizasse novas possibilidades para as decisões a serem tomadas. Sendo assim, eles conseguiram realizar os cálculos adequados e resolver o problema, como podemos observar nas imagens a seguir:

Figura 57: Resolução do 3º problema, item b, da avaliação final realizada por um aluno
 mesmo lugar ao longo de todo o trajeto? R: 12 modos diferentes



Fonte: Elaborada por um aluno

Figura 58: Resolução do 2º problema, item b, da avaliação final realizada por um aluno

$d_1 =$ da escola a livraria (escolher um caminho)
 $d_2 =$ da livraria a escola (escolher um dos 2 caminhos)

$2 \times 3 = 6$
 $d_1 \quad d_2 \quad \times$

$1 \times 2 = 2$
 $d_1 \quad d_2$

$6 \times 2 = 12$

Fonte: Elaborada por um aluno

Por meio das atividades propostas e desenvolvidas na sequência didática, pudemos perceber que a metodologia de Resolução de Problemas apresenta-se como uma excelente estratégia para se ensinar Matemática.

Essa prática proporciona um ambiente favorável para a aprendizagem dos alunos, uma vez que ao lidar com situações contextualizadas, traz questões da realidade e parte do real para o teórico, levando o aluno a fazer reflexões e questionamentos sobre os problemas, através de circunstâncias desafiadoras que estimulam os alunos a buscar soluções, desenvolvendo a autonomia e, inclusive, fazendo com que percebam que uma mesma metodologia e raciocínio são aplicáveis em questões semelhantes, transformando-os, dessa forma, nos agentes responsáveis pela construção dos seus conhecimentos.

Assim, o trabalho realizado por meio da Resolução de Problemas, utilizando as questões da OBMEP, algumas com adaptações, como o que foi realizado nesta pesquisa, propicia um amplo leque de oportunidades para o professor explorar em sala de aula e desenvolver as habilidades previstas no CESPMT, além de aperfeiçoar a capacidade raciocínio lógico dos alunos, fazendo-os refletir, questionar, avaliar e validar a solução de um problema.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

É importante conhecer o histórico do ensino de Matemática, em que foram adotadas várias concepções de ensino, com o objetivo de buscar entre as alternativas disponíveis a que melhor atenda as demandas atuais. Nesse contexto, após uma análise minuciosa de cada uma delas, a que nos pareceu ser a mais indicada para o ensino do PFC foi a metodologia baseada na Resolução de Problemas.

Esta abordagem de ensino foi escolhida pois a partir dela deixamos para trás o ensino por meio de repetições, que se apoiava na memorização dos conteúdos a partir do treinamento de exercícios semelhantes, no uso exagerado de regras e fórmulas para resolver problemas que eram desinteressantes para os alunos e até para os professores, por não se aproximarem da realidade deles, sendo abstratos demais, não contribuindo significativamente para o desenvolvimento intelectual dos alunos.

Levando em conta o fato de que se faz necessário o uso de uma abordagem que não se restrinja ao ensino de conceitos de maneira automática, utilizamos nesta pesquisa a concepção pedagógica centrada da Resolução de Problemas, que visa colocar o aluno como protagonista de sua aprendizagem e da construção de seus saberes, e não apenas como um expectador passivo, uma vez que ela exige dele uma reflexão sobre o problema, desenvolvendo a autonomia para lidar com novas questões, além de aproximá-lo de situações presentes na sua realidade.

Seguindo as etapas propostas por POLYA (2006) e também as sugestões de ONUCHIC e ALLEVATO (2014), citadas no capítulo 3 deste trabalho, percebemos que houve grande participação dos alunos na realização das atividades da sequência didática, nas quais eles fizeram reflexões e levantaram hipóteses para compreendê-las, traçaram estratégias para resolvê-las, para então, realizar as análises e verificações dos resultados obtidos, proporcionando, dessa forma, o desenvolvimento da autonomia diante de situações encontradas no contexto escolar ou na vida real.

Ao longo do processo da aplicação das atividades da sequência didática formulada com questões da OBMEP, notamos que houve um aumento na

confiança dos alunos diante de situações desafiadoras, devido ao domínio do PFC para resolver problemas que se apresentam nesse conteúdo e que são similares aos encontrados no cotidiano deles.

No decorrer do trabalho prático, no que diz respeito ao PFC, vimos que os alunos foram capazes de se colocar no papel da pessoa que executa a função exigida pelo problema, identificando as decisões que deviam ser tomadas, traçando estratégias para dividi-las em decisões mais simples.

Outro ponto que merece destaque é a ordem em que as decisões deveriam ser tomadas em problemas específicos para tornar menos complexo o procedimento de resolução. Observamos que não é vantajoso adiar as dificuldades, sendo assim, a primeira decisão que deve ser tomada é aquela que apresenta mais restrições.

A partir dos resultados verificados na aplicação das atividades, observamos que é possível iniciar pela resolução de problemas mais simples, de forma intuitiva, conduzindo o aluno a fazer à contagem das possibilidades de forma rápida e objetiva, explorando ao máximo a sua compreensão acerca da questão. Em seguida, propor, gradativamente, situações mais elaboradas que envolvem diferentes contextos e permitem a utilização de materiais didáticos concretos.

Além disso, acreditamos ser possível e proveitoso trabalhar, desde o 6º ano do Ensino Fundamental, o PFC por meio da Resolução de Problemas, através de situações contextualizadas, que se aproximem da realidade do aluno e favoreçam a discussão de ideias, enriquecendo o currículo e caminhando até a formalização do conceito.

A finalização deste projeto permitiu-nos uma ampliação da visão do ensino de Matemática e nos deu uma grande satisfação a partir dos resultados obtidos, despertando-nos o interesse para a realização de trabalhos futuros, que aprofundem ainda mais o conhecimento nesta área.

BIBLIOGRAFIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática: 1º e 2º ciclos**. Brasília, DF: MEC, 1997.

_____. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática: 3º e 4º ciclos**. Brasília, DF: MEC, 1998.

_____. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática: ensino médio**. Brasília, DF: MEC, 1999.

CARVALHO, Paulo Cezar Pinto. **Métodos de contagem e probabilidade**. Rio de Janeiro, IMPA, 2015.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de Matemática**. São Paulo: Ática, 1994.

IMPA. **OBMEP**. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br>>. Acesso em: 20/04/2017.

_____. **OBMEP: Regulamento**. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/regulamento.htm>>. Acesso em: 15/02/2017.

_____. **OBMEP: Banco de questões 2011**. Rio De Janeiro: IMPA, 2011.

_____. **OBMEP: Banco de questões 2012**. Rio De Janeiro: IMPA, 2012.

_____. **OBMEP: Banco de questões 2013**. Rio De Janeiro: IMPA, 2013.

_____. **OBMEP: Banco de questões 2014**. Rio De Janeiro: IMPA, 2014.

_____. **OBMEP: Banco de questões 2015**. Rio De Janeiro: IMPA, 2015.

_____. **OBMEP: Banco de questões 2016**. Rio De Janeiro: IMPA, 2016.

LUPINACCI, M. L. V. e BOTIN, M. L. M. **Resolução de problemas no ensino de Matemática**. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife. 2004.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

ONUCHIC, L. de I. R. **Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

ONUCHIC, L. de I. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. In:

BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.

_____. **O ensino por meio de problemas**. Revista do Professor de Matemática, 1985.

_____. **Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas?** In: ONUCHIC, L. R. et al. (Org.) **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

POZO, J. I.; ECHEVERRÍA, M. P. P.; CASTILLO, J. D.; CRESPO, M. A. G.; ANGÓN, Y. P. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. **Currículo do estado de São Paulo: matemática e suas tecnologias**. São Paulo: SEE, 2011.

_____. **Matriz de avaliação processual: Matemática; encarte do professor**. São Paulo: SE, 2016.

_____. **Matriz de referência para a avaliação SARESP: documento básico**. São Paulo: SEE, 2009.

_____. **Sumário executivo: SARESP 2014**. São Paulo: SEE, 2015.

SOARES, Tufi Machado; MENDONÇA, Márcia Cristina Meneghin. **Construção de um modelo de regressão hierárquico para os dados do SIMAVE-2000**. Juiz de Fora, MG. 2003

SOUZA, Ariana Bezerra de. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da Matemática**. Brasília, DF.

SZCZEPANIAK, Ana Sofia Macedo Miranda. **Resolução de problemas como metodologia de ensino: uma análise das repercussões de uma formação continuada**. Rio Grande do Sul, RS. 2015.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Trad. Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

ZUFFI, E., M.; ONUCHIC, L., R.. **O ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas e os processos cognitivos superiores**. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, São Paulo, vl. 11. 2007.

APÊNCIDE A

A seguir estão apresentadas algumas imagens da segunda etapa da sequência didática que corresponde a devolutiva das atividades da avaliação diagnóstica realizada com os alunos.

Figura 59: Imagem que ilustra a etapa de leitura realizada pelos grupos de alunos



Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

Figura 60: Imagem que ilustra a etapa de leitura e técnica do grifo realizada por um grupo de alunos



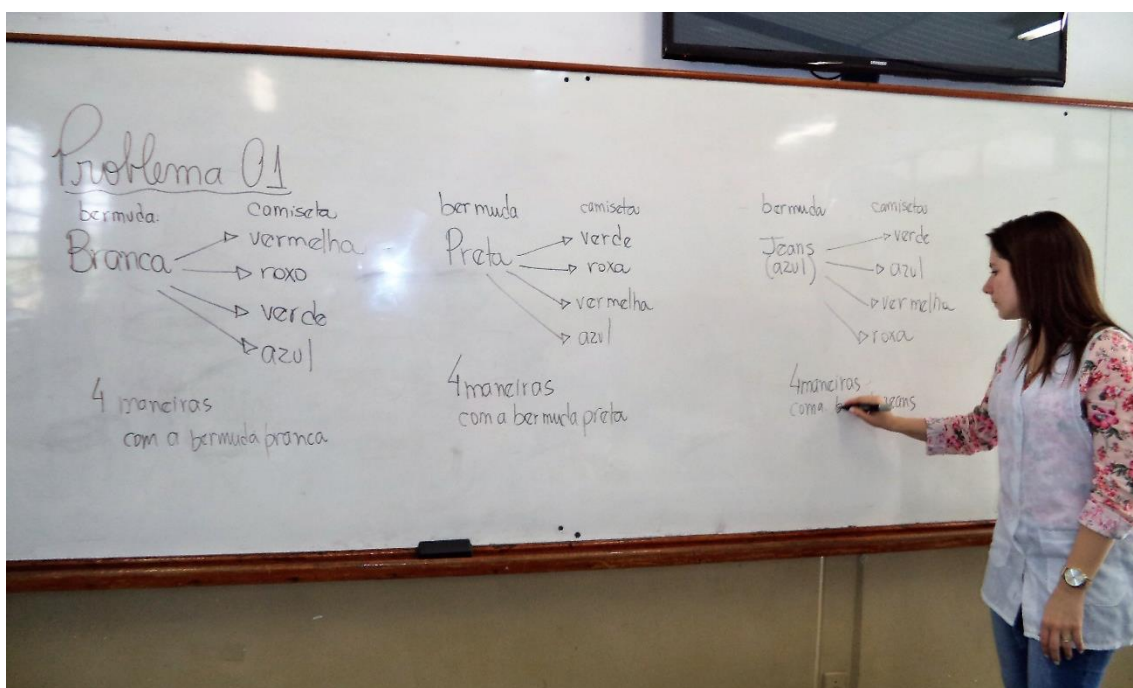
Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

Figura 61: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 1º problema, da avaliação diagnóstica com a manipulação do material didático por um grupo de alunos



Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

Figura 62: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 1º problema, da avaliação diagnóstica com a listagem das possibilidades realizadas pelos alunos e registradas por nós



Fonte: Elaborada pela autora

Figura 63: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 2º problema, item a, da avaliação diagnóstica com a manipulação do material didático por uma aluna



Fonte: Elaborada por uma aluna

Figura 64: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 2º problema, item a, da avaliação diagnóstica com a manipulação do material didático por um grupo de alunos



Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

Figura 65: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 2º problema, item a, da avaliação diagnóstica com a manipulação do material didático por um grupo de alunos



Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

Figura 66: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 2º problema, item a, da avaliação diagnóstica com a manipulação do material didático e a realização dos registros por uma aluna



Fonte: Elaborada pela autora e pelos grupos de alunos

Figura 67: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 2º problema, item a, da avaliação diagnóstica com a realização dos registros por um grupo de alunos



Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

Figura 68: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 3º problema da avaliação diagnóstica com a manipulação do material didático por um grupo de alunos



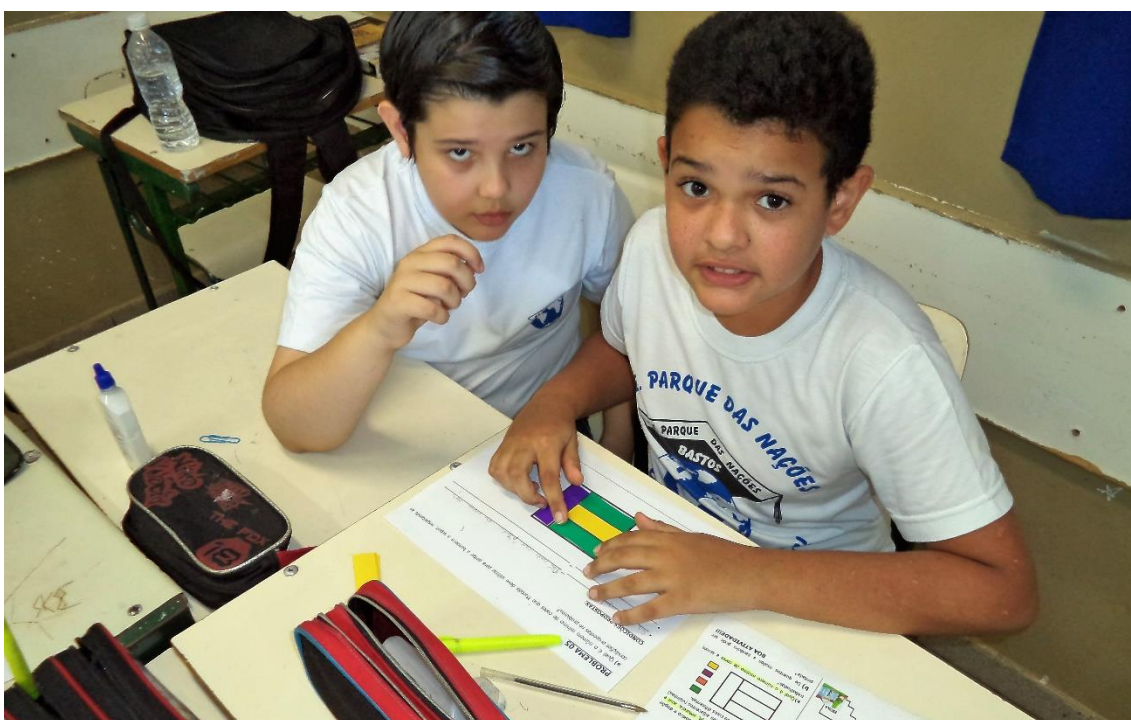
Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

Figura 69: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 3º problema da avaliação diagnóstica com a manipulação do material didático por um grupo de alunos



Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

Figura 70: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 4º problema, item a, da avaliação diagnóstica desenvolvido por um grupo de alunos



Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

Figura 71: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 4º problema, item a, da avaliação diagnóstica desenvolvido por um grupo de alunos



Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

Figura 72: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 4º problema, item a, da avaliação diagnóstica desenvolvido por um grupo de alunos



Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

Figura 73: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva referente a explicação do 4º problema, item b, da avaliação diagnóstica



Fonte: Elaborada pela autora

Figura 74: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 4º problema, item b, da avaliação diagnóstica desenvolvido por um grupo de alunos



Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

Figura 75: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 4º problema, item b, da avaliação diagnóstica desenvolvido por um grupo de alunos



Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

Figura 76: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 4º problema, item b, da avaliação diagnóstica desenvolvido por um grupo de alunos



Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

Figura 77: Imagem que ilustra a etapa de devolutiva do 4º problema, item b, da avaliação diagnóstica desenvolvido por um grupo de alunos



Fonte: Elaborada por um grupo de alunos

Figura 78: Imagem que ilustra a etapa da finalização da devolutiva da avaliação diagnóstica com apresentação de um vídeo



Fonte: Elaborada pela autora

APÊNCIDE B

A seguir estão apresentadas as imagens da primeira etapa da sequência didática que corresponde a avaliação diagnóstica aplicada aos alunos.

Figura 79: Imagem da avaliação diagnóstica – Parte 1

NOME: _____ N.º: _____ 6º ANO C

ATIVIDADE DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICA

"Princípio Fundamental da Contagem" – Professora Vanessa

Orientação: Registrar todos cálculos e as estratégias utilizadas para a resolução dos problemas.

PROBLEMA 01

Luís vai sair com seus amigos e, para escolher a roupa que usará, separou 4 blusas e 3 shorts, conforme a ilustração abaixo.



De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir para sair com os amigos?

PROBLEMA 02

Apertando as teclas de zero a nove de um cofre, Pedro cria uma senha de 11 algarismos, conforme apresentado na figura a seguir:



a) Utilizando os algarismos 3, 4 e 6, quantas são as senhas que começam com 20152015?

b) Utilizando todos os algarismos, quantas são as senhas que começam com 20152015?

PROBLEMA 04

Dois casais de namorados vão sentar-se em um banco de uma praça. Em quantas ordens diferentes os quatro podem sentar-se no banco, de modo que cada namorado fique ao lado de sua namorada?



PROBLEMA 05

Marcela deseja pintar a bandeira abaixo e dispõe de cinco cores: verde, laranja, amarela, azul e roxo, sendo que as regiões adjacentes (vizinhas) devem ser pintadas de cores diferentes.

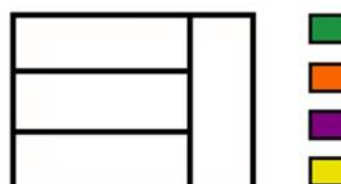


Figura 80: Imagem da avaliação diagnóstica – Parte 2

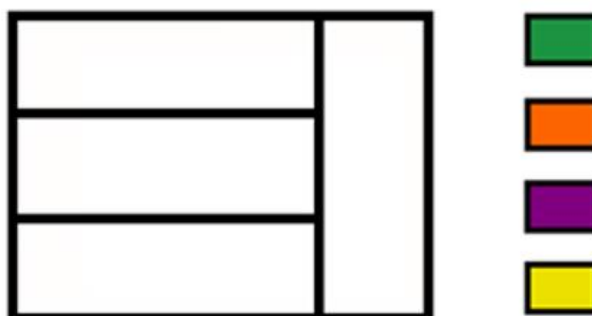
PROBLEMA 03

Dois casais de namorados vão sentar-se em um banco de uma praça. Em quantas ordens diferentes os quatro podem sentar-se no banco, de modo que cada namorado fique ao lado de sua namorada?



PROBLEMA 04

Marcela deseja pintar a bandeira abaixo e dispõe de quatro cores: verde, laranja, roxa e amarela sendo que as regiões adjacentes (vizinhas) devem ser pintadas de cores diferentes.



- a) Qual é o número mínimo de cores a serem utilizadas?
- b) De quantos modos a bandeira pode ser pintada?

BOA AVALIAÇÃO!!!

Fonte: Elaborada pela autora

APÊNCIDE C

A seguir estão apresentadas as ilustrações das fichas utilizadas na segunda etapa da sequência didática que corresponde a devolutiva das atividades da avaliação diagnóstica realizada com os alunos.

Figura 81: Imagem da ficha utilizada no 1º problema da devolutiva das atividades

PROBLEMA 01

- De quantas maneiras diferentes Luís pode se vestir escolhendo a bermuda branca? **R:** _____.
- De quantas maneiras diferentes Luís pode se vestir escolhendo a bermuda preta? **R:** _____.
- De quantas maneiras diferentes Luís pode se vestir escolhendo a bermuda jeans? **R:** _____.

Como Luís possui _____ bermudas e com cada uma ele pode se vestir de _____ maneiras diferentes, temos que:

1ª maneira: _____ = _____.

bermuda 1 bermuda 2 bermuda 3

2ª maneira: _____ = _____.

opções de opções de
bermudas blusas

De quantas maneiras diferentes Luís pode se vestir para sair com os amigos?

R: _____.

Fonte: Elaborada pela autora

Figura 82: Imagem da ficha utilizada para enunciar o PFC da devolutiva das atividades

PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO OU PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM (PFC)

A palavra Matemática, para um adulto ou uma criança, está diretamente relacionada com atividades e técnicas para contagem do número de elementos de algum conjunto. As primeiras atividades matemáticas que vivenciamos envolvem sempre a ação de contar objetos de um conjunto, enumerando seus elementos.

As operações de adição e multiplicação são exemplos de técnicas matemáticas utilizadas também para a determinação de uma quantidade. A primeira (adição) reúne ou junta duas ou mais quantidades conhecidas; e a segunda (multiplicação) é normalmente aprendida como uma forma eficaz de substituir adições de parcelas iguais.

A multiplicação também é a base de um raciocínio muito importante em Matemática, chamado **princípio multiplicativo**. O princípio multiplicativo constitui a ferramenta básica para resolver problemas de contagem sem que seja necessário enumerar seus elementos.

Os problemas de contagem fazem parte da chamada **análise combinatória**.

O princípio multiplicativo pode ser enunciado da seguinte forma:

"Se uma decisão d_1 pode ser tomada de n maneiras e, em seguida, outra decisão d_2 puder ser tomada de m maneiras, o número total de maneiras de tomarmos as decisões d_1 e d_2 será $n \times m$ ".

No problema anterior havia _____ decisões a serem tomadas:

- d_1 : escolher uma dentre as _____ blusas.
- d_2 : escolher uma dentre as _____ bermudas.

Assim, Luís dispõe de _____ = _____ maneiras de tomar as decisões d_1 e d_2 , ou seja, _____ possibilidades diferentes de se vestir.

Fonte: Elaborada pela autora

Figura 83: Imagem da ficha utilizada no 2º problema, item a, da devolutiva das atividades

PROBLEMA 02

a) Utilizando os algarismos 3, 4 e 6, quantas são as senhas que começam com 20152015?

2 0 1 5 2 0 1 5 _ _ _

Liste todos os números possíveis.

_____ / _____ / _____ / _____ / _____ / _____
 _____ / _____ / _____ / _____ / _____ / _____
 _____ / _____ / _____ / _____ / _____ / _____
 _____ / _____ / _____ / _____ / _____ / _____
 _____ / _____ / _____ / _____ / _____ / _____

UTILIZANDO O PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO:

R: _____.

Fonte: Elaborada pela autora

Figura 84: Imagem da ficha utilizada no 2º problema, item b, da devolutiva das atividades

PROBLEMA 02

b) Utilizando todos os algarismos, quantas são as senhas que começam com 20152015?

2 0 1 5 2 0 1 5 _ _ _

UTILIZANDO O PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO:

R: _____

Fonte: Elaborada pela autora

Figura 85: Imagem da ficha utilizada no 3º problema da devolutiva das atividades

PROBLEMA 03

Em quantas ordens diferentes os quatro podem sentar-se no banco, de modo que cada namorado fique ao lado de sua namorada?

Liste todas as ordens diferentes dos dois casais sentarem-se no banco.

- | | | |
|----------|----------|-----------|
| 1. _____ | 5. _____ | 9. _____ |
| 2. _____ | 6. _____ | 10. _____ |
| 3. _____ | 7. _____ | 11. _____ |
| 4. _____ | 8. _____ | 12. _____ |

UTILIZANDO O PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO

R: _____

Fonte: Elaborada pela autora

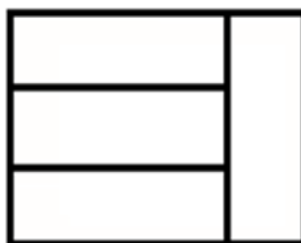
Figura 86: Imagem da ficha utilizada no 4º problema, item a, da devolutiva das atividades

PROBLEMA 04

a) Qual é o número mínimo de cores que Marcela deve utilizar para pintar a bandeira a seguir, respeitando as condições propostas no problema?

CONDIÇÕES PROPOSTAS:

- _____ → _____
- _____ → _____



R: _____

Fonte: Elaborada pela autora

Figura 87: Imagem da ficha utilizada no 4º problema, item b, da devolutiva das atividades

PROBLEMA 04

b)

- De quantos modos diferentes Marcela pode pintar a bandeira fixando a cor verde em uma das faixas? **R:** _____.
- De quantos modos diferentes Marcela pode pintar a bandeira fixando a cor amarela em uma das faixas? **R:** _____.
- De quantos modos diferentes Marcela pode pintar a bandeira fixando a cor laranja em uma das faixas? **R:** _____.
- De quantos modos diferentes Marcela pode pintar a bandeira fixando a cor roxa em uma das faixas? **R:** _____.

Como Marcela possui _____ cores diferentes e quando fixa a cor de uma das faixas consegue pintar _____ bandeiras diferentes, temos que:

1ª maneira: _____ = _____.

faixa verde faixa amarela faixa laranja faixa roxa

2ª maneira: _____ = _____.

opções de cores opções de bandeiras pintadas com cada cor

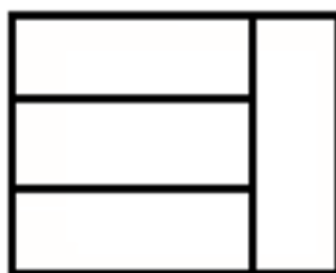
De quantas modos diferentes a bandeira pode ser pintada?

R: _____

Fonte: Elaborada pela autora

Figura 88: Imagem da ficha utilizada no 4º problema, item b, da devolutiva das atividades

UTILIZANDO O PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO:



Fonte: Elaborada pela autora

APÊNCIDE D

A seguir estão apresentadas as imagens da terceira etapa da sequência didática que corresponde a avaliação da aprendizagem aplicada aos alunos.

Figura 89: Imagem da avaliação da aprendizagem – Parte 1

NOME: _____ N.º: _____ 6º ANO C

ATIVIDADE DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICA

"Princípio Fundamental da Contagem" – Professora Vanessa

Orientação: Registrar todos cálculos e as estratégias utilizadas para a resolução dos problemas.

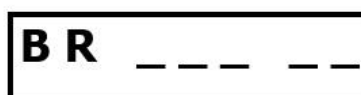
PROBLEMA 01

Os cinco países que fazem parte do Mercosul – Brasil, Argentina, Paraguai, Uruguai e Venezuela – terão modelo de placa unificada para veículos a partir de 2016. A nova identificação será formada por sete caracteres: duas letras, três algarismos e mais duas letras, em que as letras são do alfabeto latino (26 letras) e os algarismos são indo-arábicos.



Disponível em: <http://www.brasil.gov.br/governo/2014/10/brasil-tera-modelo-de-placas-de-veiculos-unificado-com-o-mercosul> Acessado em: nov. 2014 (Adaptado)

Um brasileiro gostaria de receber uma placa com o padrão que inicie com as letras B e R, nesta ordem, ou seja,



Quantas são as possibilidades desse padrão de placa?

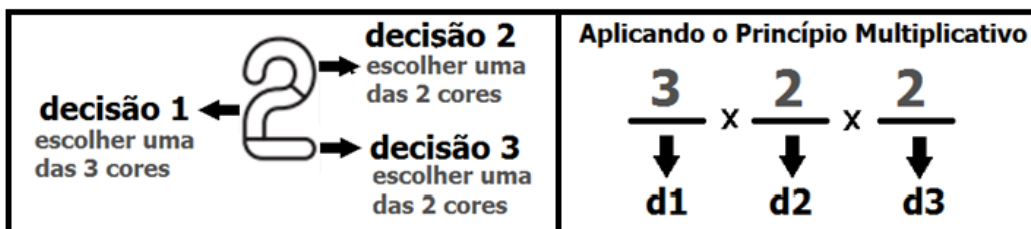
Figura 90: Imagem da avaliação da aprendizagem – Parte 2

PROBLEMA 02

Juca quer pintar os algarismos do número 2013, como na figura abaixo, de modo que cada região seja pintada com uma das cores branca, cinza ou preta e que regiões vizinhas tenham cores diferentes.



Observe como Juca pode pintar o algarismo 2 do número 2017:



Portanto, Juca possui $3 \times 2 \times 2 = 12$ maneiras diferentes.

- a) De quantas maneiras diferentes ele pode pintar o algarismo 1? R: _____
- b) De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 3? R: _____

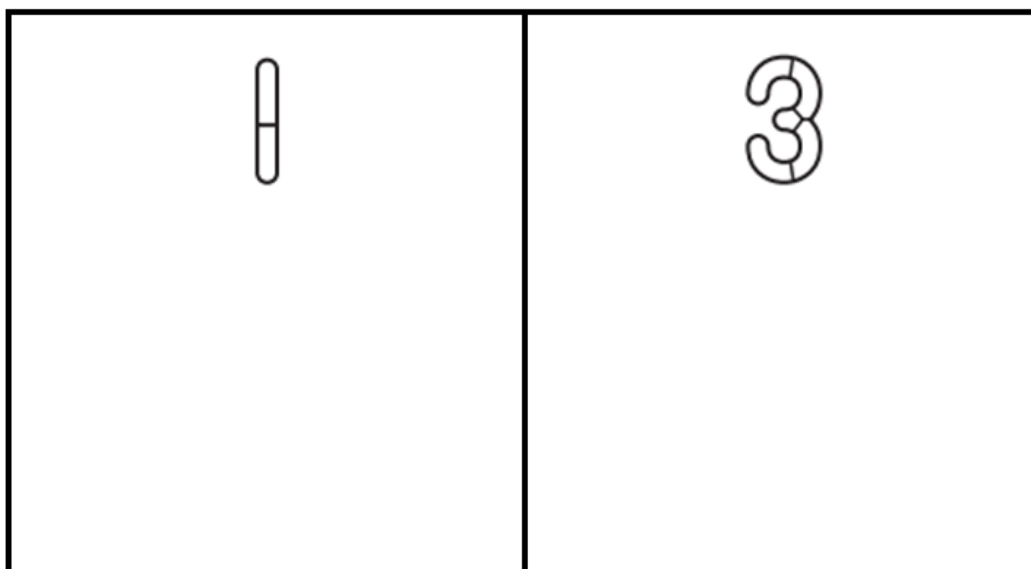


Figura 91: Imagem da avaliação da aprendizagem – Parte 3

PROBLEMA 03

Considere que existem três caminhos ligando a casa de Pedro à livraria e dois caminhos ligando a livraria à escola onde ele estuda.



a) De quantos modos diferentes Pedro pode ir da sua casa até a escola onde ele estuda, sem passar duas vezes por um lugar ou por caminhos já percorridos? R: _____.

+

b) De quantos modos diferentes Pedro pode ir da sua casa até a escola onde ele estuda e depois voltar para sua casa, passando exatamente duas vezes pela livraria e sem passar duas vezes por um mesmo lugar ao longo de todo o trajeto? R: _____.

+

BOA AVALIAÇÃO!!!

Fonte: Elaborada pela autora

APÊNCIDE E

A seguir estão apresentadas as imagens referentes as autorizações de uso de imagem, depoimento, voz, nome, textos e afins dos alunos do 6º ano da Escola Estadual “Parque das Nações” que fazem parte deste trabalho.

Figura 92: Imagem da autorização do respectivo Aluno

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
DIRETORIA DE ENSINO REGIÃO DE TUPÁ
ESCOLA ESTADUAL PARQUE DAS NAÇÕES
Al. Yosakichi Yoshida, 170 - Pq. das Nações - Bastos-SP - CEP 17.690-000 - tel. (14) 3478-6794
e-mail: e925007a@educacao.sp.gov.br

Autorização de Uso de Imagem, Depoimento, Voz, Nome, Textos e afins

Eu, Alina Correia, RG _____
autorizo o uso de imagem, voz, nome por mim revelados do meu filho(a),
Arthur Matheus Alves da Silva matriculado(a) no(a) 6º C
ano/série em depoimentos(s) gravado(s) e/ou transmitido(s) ao vivo para compor obras diversas destinadas à divulgação de conteúdos de cunho educativo/informativo, veiculados no decorrer deste ano letivo que ocorrerá nos diversos ambientes educacionais. A presente autorização abrange os usos de tais direitos de personalidade em mídia impressa, eletrônica, digital, internet, redes sociais, sites de relacionamento, banco de dados multimídia, midiateca virtual e/ou para formação de acervo documental, sem qualquer ônus.

Por ser esta a expressão da minha vontade, declaro estar ciente e autorizar, gratuitamente, o(s) uso(s) acima descrito(s), pelo período de 10 (dez) anos a contar da data de assinatura do presente instrumento.

Bastos, 30 de Agosto de 2017.

Assinatura do Responsável

Fonte: Elaborada pela Escola Estadual “Parque das Nações”

Figura 93: Imagem da autorização do respectivo Aluno

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
DIRETORIA DE ENSINO REGIÃO DE TUPÁ
ESCOLA ESTADUAL PARQUE DAS NAÇÕES
Al. Yosakichi Yoshida, 170 - Pq. das Nações - Bastos-SP - CEP 17.690-000 - tel. (14) 3478-6794
e-mail: e925007a@educacao.sp.gov.br

Autorização de Uso de Imagem, Depoimento, Voz, Nome, Textos e afins

Eu, Daniela Matsuda, RG 330.FP.119-X
autorizo o uso de imagem, voz, nome por mim revelados do meu filho(a),
Daniela Miyuki Matsuda Kanashiro matriculado(a) no(a) 6º C
ano/série em depoimentos(s) gravado(s) e/ou transmitido(s) ao vivo para compor obras diversas destinadas à divulgação de conteúdos de cunho educativo/informativo, veiculados no decorrer deste ano letivo que ocorrerá nos diversos ambientes educacionais. A presente autorização abrange os usos de tais direitos de personalidade em mídia impressa, eletrônica, digital, internet, redes sociais, sites de relacionamento, banco de dados multimídia, midiateca virtual e/ou para formação de acervo documental, sem qualquer ônus.


Por ser esta a expressão da minha vontade, declaro estar ciente e autorizar, gratuitamente, o(s) uso(s) acima descrito(s), pelo período de 10 (dez) anos a contar da data de assinatura do presente instrumento.

Bastos, 30 de Agosto de 2017.

Assinatura do Responsável

Fonte: Elaborada pela Escola Estadual “Parque das Nações”

Figura 94: Imagem da autorização do respectivo Aluno

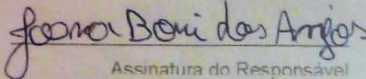

 SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
 DIRETORIA DE ENSINO REGIÃO DE TUPÁ
 ESCOLA ESTADUAL PARQUE DAS NAÇÕES
 Al. Yosakichi Yoshida, 170 - Pq. das Nações - Bastos-SP - CEP 17.690-000 - tel. (14) 3478-6794
 e-mail: e925007@educacao.sp.gov.br

Autorização de Uso de Imagem, Depoimento, Voz, Nome, Textos e afins

Eu, João Boni dos Anjos, RG 622.00
 autorizo o uso de imagem, voz, nome por mim revelados do meu filho(a),
Eduardo Exorcense da Anta, matriculado(a) no(a) 65C
 ano/série em depoimentos(s) gravado(s) e/ou transmitido(s) ao vivo para compor obras diversas destinadas à
 divulgação de conteúdos de cunho educativo/informativo, veiculados no decorrer deste ano letivo que ocorrerá
 nos diversos ambientes educacionais. A presente autorização abrange os usos de tais direitos de personalidade
 em mídia impressa, eletrônica, digital, internet, redes sociais, sites de relacionamento, banco de dados multimídia,
 midiateca virtual e/ou para formação de acervo documental, sem qualquer ônus.


Por ser esta a expressão da minha vontade, declaro estar ciente e autorizar, gratuitamente, o(s) uso(s)
 acima descrito(s), pelo período de 10 (dez) anos a contar da data de assinatura do presente instrumento.

Bastos, 30 de Agosto de 2017.


 Assinatura do Responsável

Fonte: Elaborada pela Escola Estadual “Parque das Nações”

Figura 95: Imagem da autorização do respectivo Aluno


 SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
 DIRETORIA DE ENSINO REGIÃO DE TUPÁ
 ESCOLA ESTADUAL PARQUE DAS NAÇÕES
 Al. Yosakichi Yoshida, 170 - Pq. das Nações - Bastos-SP - CEP 17.690-000 - tel. (14) 3478-6794
 e-mail: e925007@educacao.sp.gov.br

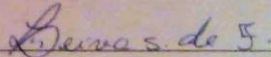
00453

Autorização de Uso de Imagem, Depoimento, Voz, Nome, Textos e afins

Eu, Deiva Sotelo de Franco, RG 44.808.963-6
 autorizo o uso de imagem, voz, nome por mim revelados do meu filho(a),
Emily Samada de Freitas, matriculado(a) no(a) 65C
 ano/série em depoimentos(s) gravado(s) e/ou transmitido(s) ao vivo para compor obras diversas destinadas à
 divulgação de conteúdos de cunho educativo/informativo, veiculados no decorrer deste ano letivo que ocorrerá
 nos diversos ambientes educacionais. A presente autorização abrange os usos de tais direitos de personalidade
 em mídia impressa, eletrônica, digital, internet, redes sociais, sites de relacionamento, banco de dados multimídia,
 midiateca virtual e/ou para formação de acervo documental, sem qualquer ônus.

Por ser esta a expressão da minha vontade, declaro estar ciente e autorizar, gratuitamente, o(s) uso(s)
 acima descrito(s), pelo período de 10 (dez) anos a contar da data de assinatura do presente instrumento.

Bastos, 30 de Agosto de 2017.


 Assinatura do Responsável

Fonte: Elaborada pela Escola Estadual “Parque das Nações”

Figura 96: Imagem da autorização do respectivo Aluno

02/161

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
DIRETORIA DE ENSINO REGIÃO DE TUPÁ
ESCOLA ESTADUAL PARQUE DAS NAÇÕES
Al. Yosakichi Yoshida, 170 - Pq. das Nações - Bastos-SP - CEP 17.690-000 - tel. (14) 3478-6794
e-mail: e925007@educacao.sp.gov.br

Autorização de Uso de Imagem, Depoimento, Voz, Nome, Textos e afins

Eu, Theriana Jorjão, RG _____
autorizo o uso de imagem, voz, nome por mim revelados do meu filho(a),
Fernanda Garibaldi matriculado(a) no(a) 6º C
ano/série em depoimentos(s) gravado(s) e/ou transmitido(s) ao vivo para compor obras diversas destinadas à
divulgação de conteúdos de cunho educativo/informativo, veiculados no decorrer deste ano letivo que ocorrerá
nos diversos ambientes educacionais. A presente autorização abrange os usos de tais direitos de personalidade
em mídia impressa, eletrônica, digital, internet, redes sociais, sites de relacionamento, banco de dados multimídia,
mídia virtual e/ou para formação de acervo documental, sem qualquer ônus.

Por ser esta a expressão da minha vontade, declaro estar ciente e autorizar, gratuitamente, o(s) uso(s)
acima descrito(s), pelo período de 10 (dez) anos a contar da data de assinatura do presente instrumento.

Bastos, 30 de Agosto de 2017.

Theriana Jorjão
Assinatura do Responsável

Fonte: Elaborada pela Escola Estadual "Parque das Nações"

Figura 97: Imagem da autorização do respectivo Aluno

03/442

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
DIRETORIA DE ENSINO REGIÃO DE TUPÁ
ESCOLA ESTADUAL PARQUE DAS NAÇÕES
Al. Yosakichi Yoshida, 170 - Pq. das Nações - Bastos-SP - CEP 17.690-000 - tel. (14) 3478-6794
e-mail: e925007@educacao.sp.gov.br

Autorização de Uso de Imagem, Depoimento, Voz, Nome, Textos e afins

Eu, Gislene dos Santos Perin, RG 32.138.931-4
autorizo o uso de imagem, voz, nome por mim revelados do meu filho(a),
Guilherme dos Santos Perin matriculado(a) no(a) 6º C
ano/série em depoimentos(s) gravado(s) e/ou transmitido(s) ao vivo para compor obras diversas destinadas à
divulgação de conteúdos de cunho educativo/informativo, veiculados no decorrer deste ano letivo que ocorrerá
nos diversos ambientes educacionais. A presente autorização abrange os usos de tais direitos de personalidade
em mídia impressa, eletrônica, digital, internet, redes sociais, sites de relacionamento, banco de dados multimídia,
mídia virtual e/ou para formação de acervo documental, sem qualquer ônus.

Por ser esta a expressão da minha vontade, declaro estar ciente e autorizar, gratuitamente, o(s) uso(s)
acima descrito(s), pelo período de 10 (dez) anos a contar da data de assinatura do presente instrumento.

Bastos, 30 de Agosto de 2017.

Gislene dos Santos Perin
Assinatura do Responsável

Fonte: Elaborada pela Escola Estadual "Parque das Nações"

Figura 98: Imagem da autorização do respectivo Aluno

02.462

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
DIRETORIA DE ENSINO REGIÃO DE TUPÁ
ESCOLA ESTADUAL PARQUE DAS NAÇÕES
Al. Yosakichi Yoshida, 170 - Pq. das Nações - Bastos-SP - CEP 17.690-000 - tel. (14) 3478-6794
e-mail: e925007a@educacao.sp.gov.br

Autorização de Uso de Imagem, Depoimento, Voz, Nome, Textos e afins

Eu Roseli de Lutas Catão RG 18.013.200
autorizo o uso de imagem, voz, nome por mim revelados do meu filho(a),
Guilherme Henrique Gomes matriculado(a) no(a) 6º C
ano/série em depoimentos(s) gravado(s) e/ou transmitido(s) ao vivo para compor obras diversas destinadas à
divulgação de conteúdos de cunho educativo/informativo, veiculados no decorrer deste ano letivo que ocorrerá
nos diversos ambientes educacionais. A presente autorização abrange os usos de tais direitos de personalidade
em mídia impressa, eletrônica, digital, internet, redes sociais, sites de relacionamento, banco de dados multimídia,
midiateca virtual e/ou para formação de acervo documental, sem qualquer ônus.

Por ser esta a expressão da minha vontade, declaro estar ciente e autorizar, gratuitamente, o(s) uso(s)
acima descrito(s), pelo período de 10 (dez) anos a contar da data de assinatura do presente instrumento.

Bastos, 30 de Agosto de 2017.

Roseli de L. Catão
Assinatura do Responsável

Fonte: Elaborada pela Escola Estadual "Parque das Nações"

Figura 99: Imagem da autorização do respectivo Aluno

02.443

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
DIRETORIA DE ENSINO REGIÃO DE TUPÁ
ESCOLA ESTADUAL PARQUE DAS NAÇÕES
Al. Yosakichi Yoshida, 170 - Pq. das Nações - Bastos-SP - CEP 17.690-000 - tel. (14) 3478-6794
e-mail: e925007a@educacao.sp.gov.br

Autorização de Uso de Imagem, Depoimento, Voz, Nome, Textos e afins

Eu Tanema de Jesus Rodrigues RG 41.051.542-5
autorizo o uso de imagem, voz, nome por mim revelados do meu filho(a),
Ballana de Souza dos S. matriculado(a) no(a) 6º ano C
ano/série em depoimentos(s) gravado(s) e/ou transmitido(s) ao vivo para compor obras diversas destinadas à
divulgação de conteúdos de cunho educativo/informativo, veiculados no decorrer deste ano letivo que ocorrerá
nos diversos ambientes educacionais. A presente autorização abrange os usos de tais direitos de personalidade
em mídia impressa, eletrônica, digital, internet, redes sociais, sites de relacionamento, banco de dados multimídia,
midiateca virtual e/ou para formação de acervo documental, sem qualquer ônus.


Por ser esta a expressão da minha vontade, declaro estar ciente e autorizar, gratuitamente, o(s) uso(s)
acima descrito(s), pelo período de 10 (dez) anos a contar da data de assinatura do presente instrumento.

Bastos, 05 de Setembro de 2017.

Tanema de J. Rodrigues
Assinatura do Responsável

Fonte: Elaborada pela Escola Estadual "Parque das Nações"

Figura 100: Imagem da autorização do respectivo Aluno

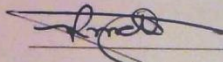

 SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
 DIRETORIA DE ENSINO REGIÃO DE TUPÁ
 ESCOLA ESTADUAL PARQUE DAS NAÇÕES
 Al. Yosakichi Yoshida, 170 - Pq. das Nações - Bastos-SP - CEP 17.690-000 - tel. (14) 3478-6794
 e-mail: e925007a@educacao.sp.gov.br

Autorização de Uso de Imagem, Depoimento, Voz, Nome, Textos e afins

Eu, Regina Miko Carneiro Suomoto, RG 423652596
 autorizo o uso de imagem, voz, nome por mim revelados do meu filho(a),
Guik Suomoto Lunini Ceri matriculado(a) no(a) 6^o S. C.
 ano/série em depoimentos(s) gravado(s) e/ou transmitido(s) ao vivo para compor obras diversas destinadas à
 divulgação de conteúdos de cunho educativo/informativo, veiculados no decorrer deste ano letivo que acorrerá
 nos diversos ambientes educacionais. A presente autorização abrange os usos de tais direitos de personalidade
 em mídia impressa, eletrônica, digital; internet, redes sociais, sites de relacionamento; banco de dados multimídia,
 mídiатеca virtual e/ou para formação de acervo documental, sem qualquer ônus.


Por ser esta a expressão da minha vontade, declaro estar ciente e autorizar, gratuitamente, o(s) uso(s)
 acima descrito(s), pelo período de 10 (dez) anos a contar da data de assinatura do presente instrumento.

Bastos, 30 de Agosto de 2017.


 Assinatura do Responsável

Fonte: Elaborada pela Escola Estadual "Parque das Nações"

Figura 101: Imagem da autorização do respectivo Aluno

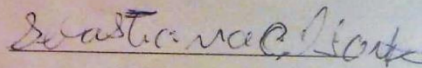

 SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
 DIRETORIA DE ENSINO REGIÃO DE TUPÁ
 ESCOLA ESTADUAL PARQUE DAS NAÇÕES
 Al. Yosakichi Yoshida, 170 - Pq. das Nações - Bastos-SP - CEP 17.690-000 - tel. (14) 3478-6794
 e-mail: e925007a@educacao.sp.gov.br

Autorização de Uso de Imagem, Depoimento, Voz, Nome, Textos e afins

Eu, Sebastiana P. Duarte, RG 16.438.382
 autorizo o uso de imagem, voz, nome por mim revelados do meu filho(a),
SANDRA VITORIA matriculado(a) no(a) 6^o ANO C
 ano/série em depoimentos(s) gravado(s) e/ou transmitido(s) ao vivo para compor obras diversas destinadas à
 divulgação de conteúdos de cunho educativo/informativo, veiculados no decorrer deste ano letivo que acorrerá
 nos diversos ambientes educacionais. A presente autorização abrange os usos de tais direitos de personalidade
 em mídia impressa, eletrônica, digital; internet, redes sociais, sites de relacionamento; banco de dados multimídia,
 mídiатеca virtual e/ou para formação de acervo documental, sem qualquer ônus.


Por ser esta a expressão da minha vontade, declaro estar ciente e autorizar, gratuitamente, o(s) uso(s)
 acima descrito(s), pelo período de 10 (dez) anos a contar da data de assinatura do presente instrumento.

Bastos, 30 de Agosto de 2017.


 Assinatura do Responsável

Fonte: Elaborada pela Escola Estadual "Parque das Nações"

Figura 102: Imagem da autorização do respectivo Aluno


 SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
 DIRETORIA DE ENSINO REGIÃO DE TUPÁ
 ESCOLA ESTADUAL PARQUE DAS NAÇÕES
 Al. Yosakichi Yoshida, 170 - Pq. das Nações - Bastos-SP - CEP 17.690-000 - tel. (14) 3478-6794
 e-mail: e925007a@educacao.sp.gov.br

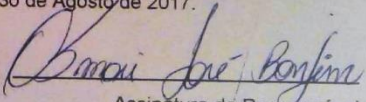
02448

Autorização de Uso de Imagem, Depoimento, Voz, Nome, Textos e afins

Eu, Carmaí Luc Bonfim, RG 42.017.388
 autorizo o uso de imagem, voz, nome por mim revelados do meu filho(a),
Luana da Silva Bonfim matriculado(a) no(a) 6º C
 ano/série em depoimentos(s) gravado(s) e/ou transmitido(s) ao vivo para compor obras diversas destinadas à
 divulgação de conteúdos de cunho educativo/informativo, veiculados no decorrer deste ano letivo que ocorrerá
 nos diversos ambientes educacionais. A presente autorização abrange os usos de tais direitos de personalidade
 em mídia impressa, eletrônica, digital; internet, redes sociais, sites de relacionamento; banco de dados multimídia,
 midiateca virtual e/ou para formação de acervo documental, sem qualquer ônus.


Por ser esta a expressão da minha vontade, declaro estar ciente e autorizar, gratuitamente, o(s) uso(s)
 acima descrito(s), pelo período de 10 (dez) anos a contar da data de assinatura do presente instrumento.

Bastos, 30 de Agosto de 2017.


 Assinatura do Responsável

Fonte: Elaborada pela Escola Estadual “Parque das Nações”

Figura 103: Imagem da autorização do respectivo Aluno


 SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
 DIRETORIA DE ENSINO REGIÃO DE TUPÁ
 ESCOLA ESTADUAL PARQUE DAS NAÇÕES
 Al. Yosakichi Yoshida, 170 - Pq. das Nações - Bastos-SP - CEP 17.690-000 - tel. (14) 3478-6794
 e-mail: e925007a@educacao.sp.gov.br

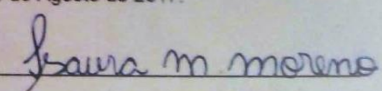
02459

Autorização de Uso de Imagem, Depoimento, Voz, Nome, Textos e afins

Eu, Isaura M. Moreno, RG 43.214.366-8
 autorizo o uso de imagem, voz, nome por mim revelados do meu filho(a),
Luís Gustavo Martins Moreno matriculado(a) no(a) 6º C
 ano/série em depoimentos(s) gravado(s) e/ou transmitido(s) ao vivo para compor obras diversas destinadas à
 divulgação de conteúdos de cunho educativo/informativo, veiculados no decorrer deste ano letivo que ocorrerá
 nos diversos ambientes educacionais. A presente autorização abrange os usos de tais direitos de personalidade
 em mídia impressa, eletrônica, digital; internet, redes sociais, sites de relacionamento; banco de dados multimídia,
 midiateca virtual e/ou para formação de acervo documental, sem qualquer ônus.

Por ser esta a expressão da minha vontade, declaro estar ciente e autorizar, gratuitamente, o(s) uso(s)
 acima descrito(s), pelo período de 10 (dez) anos a contar da data de assinatura do presente instrumento.

Bastos, 30 de Agosto de 2017.


 Assinatura do Responsável

Fonte: Elaborada pela Escola Estadual “Parque das Nações”

Figura 104: Imagem da autorização do respectivo Aluno

02 479

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
DIRETORIA DE ENSINO REGIÃO DE TUPÁ
ESCOLA ESTADUAL PARQUE DAS NAÇÕES
Al. Yosakichi Yoshida, 170 - Pq. das Nações - Bastos-SP - CEP 17.690-000 - tel. (14) 3478-6794
e-mail: e925907a@educacao.sp.gov.br

Autorização de Uso de Imagem, Depoimento, Voz, Nome, Textos e afins

Eu Batista Soares do Silveira RG 32.717.019.0
autorizo o uso de imagem, voz, nome por mim revelados do meu filho(a),
Moisés Louro do Silveira matriculado(a) no(a) 6^oC
ano/série em depoimentos(s) gravado(s) e/ou transmitido(s) ao vivo para compor obras diversas destinadas à
divulgação de conteúdos de cunho educativo/informativo, veiculados no decorrer deste ano letivo que ocorrerá
nos diversos ambientes educacionais. A presente autorização abrange os usos de tais direitos de personalidade
em mídia impressa, eletrônica, digital; internet, redes sociais, sites de relacionamento, banco de dados multimídia,
midiateca virtual e/ou para formação de acervo documental, sem qualquer ônus.

Por ser esta a expressão da minha vontade, declaro estar ciente e autorizar, gratuitamente, o(s) uso(s)
acima descrito(s), pelo período de 10 (dez) anos a contar da data de assinatura do presente instrumento.

Bastos, 30 de Agosto de 2017.

Batista Soares do Silveira
Assinatura do Responsável

Fonte: Elaborada pela Escola Estadual "Parque das Nações"

Figura 105: Imagem da autorização do respectivo Aluno

02 393

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
DIRETORIA DE ENSINO REGIÃO DE TUPÁ
ESCOLA ESTADUAL PARQUE DAS NAÇÕES
Al. Yosakichi Yoshida, 170 - Pq. das Nações - Bastos-SP - CEP 17.690-000 - tel. (14) 3478-6794
e-mail: e925907a@educacao.sp.gov.br

Autorização de Uso de Imagem, Depoimento, Voz, Nome, Textos e afins

Eu Roxaneia do Prado Loureiro RG 45439-522-X
autorizo o uso de imagem, voz, nome por mim revelados do meu filho(a),
marcelo do f. Loureiro matriculado(a) no(a) 6^oC
ano/série em depoimentos(s) gravado(s) e/ou transmitido(s) ao vivo para compor obras diversas destinadas à
divulgação de conteúdos de cunho educativo/informativo, veiculados no decorrer deste ano letivo que ocorrerá
nos diversos ambientes educacionais. A presente autorização abrange os usos de tais direitos de personalidade
em mídia impressa, eletrônica, digital; internet, redes sociais, sites de relacionamento, banco de dados multimídia,
midiateca virtual e/ou para formação de acervo documental, sem qualquer ônus.

Por ser esta a expressão da minha vontade, declaro estar ciente e autorizar, gratuitamente, o(s) uso(s)
acima descrito(s), pelo período de 10 (dez) anos a contar da data de assinatura do presente instrumento.


Bastos, 30 de Agosto de 2017.

Roxaneia do f. Loureiro
Assinatura do Responsável

Fonte: Elaborada pela Escola Estadual "Parque das Nações"

Figura 106: Imagem da autorização do respectivo Aluno

02 453

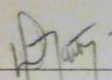

 SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
 DIRETORIA DE ENSINO REGIÃO DE TUPÃ
 ESCOLA ESTADUAL PARQUE DAS NAÇÕES
 Al. Yosakichi Yoshida, 170 - Pq. das Nações - Bastos-SP - CEP 17.690-000 - tel. (14) 3478-6794
 e-mail: e925007@educacao.sp.gov.br

Autorização de Uso de Imagem, Depoimento, Voz, Nome, Textos e afins

Eu, DANIEL MESSIAS DOS SANTOS, RG 20.092.717
 autorizo o uso de imagem, voz, nome por mim revelados do meu filho(a),
MARINA CRIVELINI DOS SANTOS, matriculado(a) no(a) 6º C
 ano/série em depoimentos(s) gravado(s) e/ou transmitido(s) ao vivo para compor obras diversas destinadas à
 divulgação de conteúdos de cunho educativo/informativo, veiculados no decorrer deste ano letivo que ocorrerá
 nos diversos ambientes educacionais. A presente autorização abrange os usos de tais direitos de personalidade
 em mídia impressa, eletrônica, digital; internet, redes sociais, sites de relacionamento; banco de dados multimídia,
 midiateca virtual e/ou para formação de acervo documental, sem qualquer ônus.

Por ser esta a expressão da minha vontade, declaro estar ciente e autorizar, gratuitamente, o(s) uso(s)
 acima descrito(s), pelo período de 10 (dez) anos a contar da data de assinatura do presente instrumento.


Bastos, 30 de Agosto de 2017.


 Assinatura do Responsável

Fonte: Elaborada pela Escola Estadual "Parque das Nações"

Figura 107: Imagem da autorização do respectivo Aluno

02 452



 SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
 DIRETORIA DE ENSINO REGIÃO DE TUPÃ
 ESCOLA ESTADUAL PARQUE DAS NAÇÕES
 Al. Yosakichi Yoshida, 170 - Pq. das Nações - Bastos-SP - CEP 17.690-000 - tel. (14) 3478-6794
 e-mail: e925007@educacao.sp.gov.br

Autorização de Uso de Imagem, Depoimento, Voz, Nome, Textos e afins

Eu, Jideneia Butezo de Oliveira, RG 21.140.598-8
 autorizo o uso de imagem, voz, nome por mim revelados do meu filho(a),
Clara Butezo de Oliveira, matriculado(a) no(a) 6º C
 ano/série em depoimentos(s) gravado(s) e/ou transmitido(s) ao vivo para compor obras diversas destinadas à
 divulgação de conteúdos de cunho educativo/informativo, veiculados no decorrer deste ano letivo que ocorrerá
 nos diversos ambientes educacionais. A presente autorização abrange os usos de tais direitos de personalidade
 em mídia impressa, eletrônica, digital; internet, redes sociais, sites de relacionamento; banco de dados multimídia,
 midiateca virtual e/ou para formação de acervo documental, sem qualquer ônus.

Por ser esta a expressão da minha vontade, declaro estar ciente e autorizar, gratuitamente, o(s) uso(s)
 acima descrito(s), pelo período de 10 (dez) anos a contar da data de assinatura do presente instrumento.

Bastos, 30 de Agosto de 2017.


 Assinatura do Responsável

Fonte: Elaborada pela Escola Estadual "Parque das Nações"

Figura 108: Imagem da autorização do respectivo Aluno

02/430

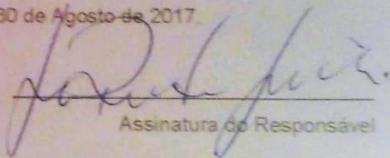
SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
DIRETORIA DE ENSINO REGIÃO DE TUPÁ
ESCOLA ESTADUAL PARQUE DAS NAÇÕES
Al. Yosakichi Yoshida, 170 - Pq. das Nações - Bastos-SP - CEP 17.690-000 - tel. (14) 3478-6794
e-mail: e925007@educacao.sp.gov.br

Autorização de Uso de Imagem, Depoimento, Voz, Nome, Textos e afins

Eu JOSE ROBERTO JOAVILLI, RG 21917504
autorizo o uso de imagem, voz, nome por mim revelados do meu filho(a),
Victoria Goues JOAVILLI matriculado(a) no(a) 6C
ano/série em depoimentos(s) gravado(s) e/ou transmitido(s) ao vivo para compor obras diversas destinadas à
divulgação de conteúdos de cunho educativo/informativo, veiculados no decorrer deste ano letivo que ocorrerá
nos diversos ambientes educacionais. A presente autorização abrange os usos de tais direitos de personalidade
em mídia impressa, eletrônica, digital, internet, redes sociais, sites de relacionamento, banco de dados multimídia,
midiateca virtual e/ou para formação de acervo documental, sem qualquer ônus.

Por ser esta a expressão da minha vontade, declaro estar ciente e autorizar, gratuitamente, o(s) uso(s)
acima descrito(s), pelo período de 10 (dez) anos a contar da data de assinatura do presente instrumento

Bastos, 30 de Agosto de 2017.


Assinatura do Responsável

Fonte: Elaborada pela Escola Estadual "Parque das Nações"