UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI- UFSJ

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA – DEMAT

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT

LILIAN FLAVIANE DE DEUS

JOGOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE

SÃO JOÃO DEL REI - MG
2018

LILIAN FLAVIANE DE DEUS

JOGOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT da Universidade Federal de São João del-Rei, na área de concentração em Matemática, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Andréa Cristiane dos Santos Delfino

SÃO JOÃO DEL REI - MG
2018

Deus, Lilian Flaviane
Jogos no ensino de matemática: uma proposta para o ensino e aprendizagem de Probabilidade–63 páginas

Lilian Flaviane de Deus – 2018

Orientadora: Profa. Dra. Andréa Cristiane dos Santos Delfino

Dissertação de Mestrado Universidade Federal de São João Del Rei.
Departamento de Matemática e Estatística.
Mestrado Profissional em Matemática-PROFMAT, 2018

1. Ensino de Matemática **2**. Jogos. **3.** Probabilidade.

LILIAN FLAVIANE DE DEUS

JOGOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT da Universidade Federal de São João del-Rei, na área de concentração em Matemática, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em 02 de fevereiro 2018

Profa. Dra. Andréa Cristiane dos Santos Delfino	UFSJ
Profa. Dra. Andréia Malacarne	UFSJ
Prof. Dr. Davi Butturi-Gomes	UFSJ
Profa. Dra. Letícia Lima Rodrigues Milani	UNIFAL

Dra. Andréa Cristiane dos Santos Delfino

Orientadora

SÃO JOÃO DEL REI – MG

2018

Dedico este trabalho...

... aos meus pais, Lúcia e Maurício (in memoriam), por sempre me incentivarem e me proporcionarem a oportunidade de prosseguir nos meus estudos. Amo vocês.

... ao meu esposo Alessandro, pelo companheirismo, apoio, incentivo e amor em todos os momentos e ao meu filho Miguel.

AGRADECIMENTOS

Ao meu Pai (in memória) e minha Mãe, além da vida, vocês me ensinaram a ter coragem e responsabilidade. Meu agradecimento pelo amor, pelos longos meses de espera e por me darem a oportunidade de vencer esta etapa. Mãe você é muito especial, Te amo! Pai obrigada por tudo. Sei que você sempre torce e olha por mim de onde você está!

Especialmente ao meu marido, Alessandro, a pessoa com quem amo partilhar a vida e os meus sonhos. Obrigada por ser o grande incentivador em minha formação acadêmica. Obrigada, pelo carinho, amor, paciência e pela paz que sempre me transmite.

Aos meus irmãos Fábio e Karine e aos meus cunhados João Paulo e Camila, que me permitem afirmar que são meus grandes amigos.

À minha orientadora Andréa, pela confiança, paciência e por me compreender.

À Universidade Federal de São João Del Rei, especialmente ao Departamento de Matemática e Estatística, pela oportunidade de realizar este curso.

Aos professores do Programa de Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT da Universidade Federal de São João del-Rei, pela paciência, ensinamentos e dedicação.

Aos colegas da pós–graduação que dividiram comigo momentos de entusiasmos, angústias dúvidas e alegrias.

Aos colegas da Escola Estadual Firmino Costa e à Escola Cooperativa Gralha Azul, pela amizade e troca de experiências.

Em especial a Deus pela vida e por tudo o que eu consegui e todas as pessoas que estão presentes na minha vida.

Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção.

Paulo Freire

SUMÁRIO

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

RESUMO

Deus, Lilian Flaviane. **Jogos no ensino de Matemática: uma proposta para o ensino e aprendizagem de Probabilidade**. 2018. 63p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de São João Del Rei, São João Del Rei, MG.

O presente trabalho tem por objetivo investigar quais são as contribuições da inserção dos jogos pedagógicos no ambiente escolar e suas potencialidades didático-pedagógicas no processo de ensino e aprendizagem de Probabilidade. Para tanto, foram realizados estudos teóricos sobre o ensino de Probabilidade, destacando as causas das dificuldades apresentadas pelos alunos e a importância de aprender seus conceitos. Foi realizada também uma reflexão teórica sobre o jogo pedagógico no processo de ensino e aprendizagem de Matemática destacando qual é o papel do professor ao se propor atividades envolvendo tal recurso. Para a coleta de dados, foi elaborado, a partir de pesquisas, um jogo de tabuleiro para ser trabalhado junto a alunos de 8º ano do Ensino Fundamental, (em caráter introdutório dos conceitos) e 9º ano, (para aprofundamentos) de uma escola da rede privada de Lavras –MG. A coleta de dados se deu através de registros no diário de campo acerca dos questionamentos e afirmações feitas pelos alunos, observação das contribuições geradas pelo jogo proposto e das concepções construídas a partir das impressões obtidas durante o desenvolvimento da atividade. Além disso, ainda foram consideradas as fichas de resoluções dos aluno. Durante o desenvolvimento do jogo foi possível observar que houve envolvimento, questionamentos e compreensão dos conceitos que foram abordados. Nesse sentido, pode-se concluir que a inserção do jogo pedagógico na aula de Matemática trouxe benefícios para o aprendizado de Probabilidade tais como a construção dos conceitos de forma contextualizada, significativa, concreta, lúdica e prazerosa.

Palavras chave: Ensino de Matemática; Jogos; Probabilidade.

ABSTRACT

Deus, Lilian Flaviane. **Games In Mathematics Teaching: A Proposal For Teaching And Learning Probability**. 208. 63p. Dissertation (Professional Master's Degree in Mathematics) – Universidade Federal de São João del-Rei, São João del-Rei, Minas Gerais.

The work presented here aims at investigating which contributions the introduction of pedagogical games into the school environment are, as well as its didactic and pedagogical potentialities in the process of teaching and learning Probability. To do so, some theoretical studies on Probability were carried out, pointing out the causes of difficulties shown by students and the importance of learning its concepts. A theoretical reflection was also made upon the pedagogical game in the process of teaching and learning Mathematics, pointing out what the teacher's role is when proposing activities that involve such resource. For data collection, a board game was designed out of research to be used with middle school eighth grade (aiming at introducing concepts) and ninth grade students (for further studies) of a private school in the city of Lavras, Minas Gerais. Data collection was performed through records in the field journals about questions and statements made by students, observations of the contributions generated during the proposed game and the conceptions built out of the impressions that were obtained as the activity was in progress. Furthermore, students' solution sheets were also considered. During the process of the game, it was possible to observe that there was commitment, questioning and understanding of the concepts that were presented. In this regard, one can conclude that the introduction of the pedagogical game into the Mathematics class has brought benefits to the learning of Probability, such as the building of concepts in a contextualized, meaningful, concrete, playful and pleasant way.

Keywords: Games; Mathematics Teaching; Probability.

1 INTRODUÇÃO

A motivação para o desenvolvimento do presente trabalho está associado às experiências vividas por mim, enquanto professora de Matemática. Em tais vivências, pude constatar a dificuldade que os estudantes apresentam em compreender os conceitos fundamentais de Probabilidade, associar sua importância e aplicações em seu cotidiano. Outro motivo que estimulou o desejo de me aprofundar sobre o tema, foram os diálogos realizados com alguns professores da área de Matemática, que afirmavam ter dificuldade em ensinar os conceitos de Probabilidade, de modo a estimular a compreensão de forma contextualizada, significativa e prazerosa, instigando assim, a boa vontade e curiosidade concernente ao tema.

Sendo assim, fica nítido a necessidade do trabalho conjunto entre professores, afim de proporcionar discussões, estudos e reflexões sobre novas práticas pedagógicas. Portanto, para contribuir e estimular os professores de Matemática a inserirem tais práticas, foi destacado neste trabalho estudos sobre as potencialidades didático-pedagógico dos jogos pedagógicos nas aulas de Matemática.

Portanto, este trabalho se propõe a investigar, baseado em estudos de Grando (2000), Pereira (2013), Struminski (2016), Moura (2001), a inclusão dos jogos no ensino de Matemática e qual poderá ser papel do professor enquanto mediador desse processo.

Primeiramente foi realizado uma abordagem sobre a situação atual e a importância do ensino de Probabilidade, destacando as contribuições de se aprender Probabilidade para a vida do indivíduo. Na sequência foi apresentado os resultados dos estudos teóricos sobre as potencialidades didático-pedagógicas e benefícios da inserção dos jogos no ambiente escolar, sendo um dos objetivo deste trabalho, identificar estas contribuições para o processo de ensino e aprendizagem de Probabilidade.

De acordo com esses pressupostos tem-se como questão norteadora: Quais contribuições podem ser alcançadas com a inserção dos jogos no processo de ensino e aprendizagem de Probabilidade e como e por que o professor poderá trabalhar com jogos em suas práticas?

Para melhor aprofundamento desta pesquisa, foi elaborado, planejado e aplicado um jogo de tabuleiro, baseado em estudos de Silva (2013) e Correa (2016), os quais desenvolveram trabalhos que buscavam apresentar os benefícios que os jogos pedagógicos podem trazer para o ensino de Probabilidade e na perspectiva de Cedro e Moura (2004) sobre atividades orientadoras de ensino, que se “estruturam de modo a permitir que os sujeitos interajam mediados por um conteúdo, negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema” (CEDRO; MOURA, 2004, p.2).

Acredita-se que quando se trabalha com atividades orientadoras de ensino, a mesma poderá proporcionar a apropriação e a participação na produção do conhecimento do aluno, possibilitando assim, a formação de uma atitude mais crítica.

Espera-se que esta pesquisa possa trazer contribuições significativas para a formação inicial e/ou continuada do professor, podendo assim estimular a inserção dos jogos no ambiente escolar, pois infelizmente muitos professores ainda resistem à inovação e à inclusão de novas práticas em suas aulas. O que pode ser ocasionado pela ausência de estudos sobre as novas metodologias em sua formação inicial, gerando assim certa insegurança para inseri-las em suas aulas. Por isso, objetiva-se apresentar uma proposta de trabalho aos professores e futuros professores, de modo a estimulá-los a inserir novas metodologias em suas práticas, bem como proporcionar algum subsídio para que tais professores se sintam preparados para encarar este paradigma.

2 REFERÊNCIAL TEÓRICO

2.1 Ensino de Probabilidade

Os conceitos de Probabilidade têm grande importância em vários ramos da sociedade e do conhecimento como agronomia, biologia, direito, economia, engenharia, dentre outros. Por esse motivo, pretende-se discutir e propor neste texto uma forma para se ensinar os conceitos de Probabilidade no contexto da sala de aula, de forma significativa, participativa, concreta e contextualizada. Deste modo, se tem por objetivo realizar uma abordagem sobre o ensino de Probabilidade na educação básica e analisar sua contribuição para formação dos estudantes.

No contexto atual e tomando como base a minha experiência profissional, pude observar que a Probabilidade é um conteúdo em que os alunos demonstram ter bastante falta de interesse e dificuldade de compreensão. Acredito que isso seja resultado de diversos fatores, tais como a insegurança que alguns professores demonstram em trabalhar o conteúdo que muitas vezes é gerada pela falta de conhecimento dos conceitos, uma vez que o primeiro contato que o professor possui com a Probabilidade ocorre em seu curso de graduação e ele pode não estar preparado para lidar com conceitos e resultados aleatórios. Além disso, a pouca importância dada ao conteúdo nos livros didáticos e a mecanização dos conceitos que geralmente é feita dificulta que o ensino fuja da forma abstrata e descontextualizada. Neste sentido, compartilho da ideia de Nunes (2015, p. 14) de que

> A probabilidade não é unanimidade na preferência dos discentes do Ensino Médio no momento em que se deparam com esse assunto em sala de aula. Seja pela forma como o professor passa o conteúdo, seja pela maneira mecânica como os livros abordam o tema, a verdade é que a maioria dos alunos têm muito pouco interesse e extrema dificuldade em aprender probabilidade.

Este contexto passa a ser preocupante, pois “ao considerarmos o mundo em rápida mudança como o que estamos vivendo, é imprescindível o conhecimento da Probabilidade de ocorrência de acontecimentos para agilizarmos a tomada de decisão e fazermos previsões” (LOPES, 2008, p.60). Deste modo, aprender Probabilidade pode contribuir para que o aluno adquira um melhor entendimento perante questões do cotidiano.

O ensino de Probabilidade poderá possibilitar ao estudante “coletar, organizar, interpretar e comparar dados para obter e fundamentar conclusões, que é a grande base do desempenho de uma atitude científica” (LOPES, 2008, p.61). O autor afirma também que os conceitos são fundamentais “na educação para a cidadania, uma vez que possibilitam o desenvolvimento de uma análise crítica sob diferentes aspectos científicos, tecnológicos e/ou sociais" (LOPES, 2008, p.61).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997, p. 12) destacam que o objetivo de se ensinar Probabilidade é a de que

> O aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis).

Neste sentido, acredita-se ser importante o professor pensar em novas práticas nesse processo de ensino e aprendizagem de Probabilidade. Sendo assim, para que os conceitos de Probabilidade façam sentido para o aluno, é imprescindível que o professor tenha domínio do conteúdo e saiba transmitir o conhecimento de forma significativa, prazerosa e que estimule o senso crítico e a vontade de aprender do aluno. Quanto a isso Lopes (2008, p. 61) diz que,

> Para que o ensino da estatística e da probabilidade contribua para a efetivação desse fato, é importante que se possibilite aos alunos o confronto com problemas variados do mundo real e que tenham possibilidades de escolherem suas próprias estratégias para solucioná-los. Acreditamos ser necessário que nós, professores, os incentivemos a socializarem suas diferenciadas soluções, aprendendo a ouvir críticas, a valorizar seus próprios trabalhos e os dos outros.

Diante desses pressupostos, pode-se dizer que é necessário a produção de materiais pedagógicos para o apoio didático nas aulas. Assim, uma alternativa para se trabalhar os conceitos de Probabilidade em sala de forma mais significativa seria com o auxílio dos jogos pedagógicos. Por isso,

> Inserido neste contexto, e sob as novas perspectivas de pesquisas que discutem o jogo na Educação e, mais especificamente, na Educação Matemática, considera-se interessante e relevante uma pesquisa que tenha como objeto central de estudo o jogo no processo de formação de conceitos matemáticos, delimitado num ambiente de sala de aula. (GRANDO, 2000, p 18).

Nesse sentido, visando apresentar as potencialidades didático–pedagógicas dos jogos, será apresentado no próximo capítulo, um estudo teórico sobre os benefícios de se inserir os jogos pedagógicos nas práticas de ensino e qual o papel do professor neste processo. Será feita também uma breve descrição do jogo sendo definido como uma atividade orientadora de ensino dentro da perspectiva de resolução de problemas.

2.2 Utilização de jogos no ensino de Matemática

No contexto atual, há diversas pesquisas na área da Educação Matemática que têm apontado as possíveis contribuições geradas pela inserção de novas práticas pedagógicas, como os jogos no ensino de Matemática. Em consenso, Grando (2000, p. 18) afirma que

> Constata-se, na bibliografia especializada, uma certa ênfase nas pesquisas em Educação Matemática sobre a prática pedagógica e as relações que se estabelecem no âmbito da sala de aula. Discute-se a formação do professor, novas propostas pedagógicas e curriculares, materiais diferenciados que possam vir a auxiliar no processo ensino-aprendizagem, dificuldades de aprendizagem em Matemática, aspectos psicológicos, metodológicos, históricos e filosóficos do ensino da Matemática, dentre muitos outros.

Neste capítulo foi realizada uma revisão bibliográfica sobre a inclusão dos jogos em sala de aula, destacando algumas das muitas contribuições que tal recurso pode proporcionar no processo de ensino-aprendizagem de Matemática.

Diante de tantos atrativos e diversões fora da sala de aula, torna-se um grande desafio para o professor conseguir envolver e manter o interesse e concentração dos alunos em sala de aula. Nesse sentido, cabe ao professor buscar metodologias alternativas que incentivem e auxiliem o aprendizado. Deste modo,

> O grande desafio, para o professor é fazer a mediação entre os conteúdos a serem estudados, de modo que apresente aos alunos uma matemática compreensiva e prazerosa. A simples oralização dos conceitos matemáticos pode tornar a aprendizagem enfadonha, desinteressante e de difícil compreensão por parte dos estudantes, em especial no ensino básico" (PEREIRA, 2013, p. 9).

Pereira (2013, p. 4) afirma que a "pedagogia dos jogos vai nesse sentido, pois traz para o aluno a observação de uma Matemática prática e que pode ser vivenciada na sala de aula".

O jogo, quando aplicado de maneira correta, pode trazer inúmeros benefícios para o aluno como por exemplo,

> Desenvolve o respeito mútuo (modos de se relacionar entre os iguais) o saber compartilhar uma tarefa ou um desafio em um contexto de regras e objetivos, a reciprocidade, as estratégias para o enfrentamento das situações-problemas, os raciocínios. (MACEDO; PETTY; PASSOS, 2005, P. 10, apud PEREIRA, 2013, p. 4)

Quando se pensa na palavra jogo, vem na nossa mente palavras como, diversão, distração, competição entre outras coisas. Porém, quando se deseja trabalhar com jogos em sala é importante fazer com que os sujeitos envolvidos neste processo, alunos e professor, compreendam que mesmo gerando diversão e entretenimento o jogo deverá ser tratado como uma alternativa para beneficiar o ensino e aprendizagem de Matemática. A inserção do jogo no processo de ensino e aprendizagem é importante para que o professor possa propor formas de ensino diferenciada unindo o lúdico e o educativo.

Neste aspecto, “os jogos podem ser utilizados para introduzir conceitos ou aprofundar conteúdos já trabalhados e devem ser cuidadosamente escolhidos e preparados para que possam alcançar seus objetivos”. (STRUMINSKI, 2016, p.29). A autora ainda afirma que

> É necessário que o professor acompanhe a maneira de jogar dos alunos, fazendo intervenções sem perturbar a dinâmica do grupo, mas de modo a fazer questionamentos e direcionamentos a fim de orientá-los e auxiliá-los, tanto na construção de regras, quanto na obtenção de jogadas que superem possíveis dificuldades.

Acredita-se que a utilização desses recursos pode proporcionar uma maior interação entre a relação professor-aluno e aluno-aluno, troca de experiências, levantamento de hipóteses, questionamento, construção de estratégias e busca de formas distintas de resolução.

Deste modo, Struminski (2016, p.15) afirma que “o uso de jogos nas aulas permite ao aluno interagir com o objeto de conhecimento de maneira concreta e prazerosa, possibilitando a construção do conhecimento por meio de um processo contínuo e constante”.

Grando (2000, p. 17) reforça que ao se trabalhar com jogos “as crianças podem experimentar uma forma diferente de adquirir conhecimento através de uma atividade que seja interessante, desafiadora e prazerosa”.

Em consonância, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (2001), está destacado a importância que os jogos têm na construção da cultura e destaca que é responsabilidade do professor “analisar, avaliar a potencialidade educativa e o aspecto curricular que se deseja desenvolver na utilização dos jogo” (CAMPOS; NOVAES, 2010, p. 2).

Nesse sentido, a inserção de diferentes recursos em sala, como os jogos, pode ser um grande desafio para o professor pois, de acordo com Zulato (2002) em concordância com Borba e Penteado (2003), os professores podem se deparar com novas situações que não estão acostumados a enfrentar, podendo influenciar a busca de novas metodologias que possam contribuir para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem.

Deste modo, Borba e Penteado (2001) afirmam que quando o professor se disponibiliza a enfrentar tais situações, o professor tende a sair de uma “zona de conforto”, onde tudo é previsto e controlado, e passa a transitar em uma “zona de risco”, onde está propenso a se deparar com imprevisto e a encontrar possíveis dificuldades, sendo que muitas vezes poderá ter que realizar, analisar e refletir para poder resolvê-las. Assim, ao se inserir em uma zona de risco, o professor precisará fazer avaliações constantes das possíveis consequências de suas ações e dos resultados alcançados durante uma atividade.

Desta forma, o professor poderá assumir o papel de pesquisador, pois assim entende que se adotar tal papel, haverá a possibilidade de aprimorar e transformar sua prática, inserindo nela novas metodologias, podendo assim ter a oportunidade de contribuir para a melhoria da qualidade do ensino. Assim sendo, quando o professor consegue trabalhar em uma zona de risco, poderá mudar sua concepção frente ao ensino, aumentando a autoestima e ganhando mais confiança em utilizar os jogos em sua prática.

De acordo com Campos e Novaes (2010, p.7)

> Não é tarefa fácil, deixar o aluno “brincar/jogar”, falar, dispondo-se a ouvi-lo. Muitas vezes “desorganizam” nosso planejamento, ou por não indicar resposta para o problema ou por apontar um caminho para o qual não estávamos atentos ou preparados. De qualquer modo, não deve significar desestabilidade, mas um meio "diferente", porém fundamental, para a aprendizagem dos alunos.

Neste sentido, pode-se afirmar que o surgimento de propostas de ensino que busquem resgatar o ensino de Matemática nas escolas se inicia pela formação do professor. Assim ele poderá desempenhar um papel significativo, dentro de propostas de ensino auxiliadas pela introdução dos jogos, sendo o mediador da construção do conhecimento gerada pela interação aluno – jogo. Para tanto o professor precisa, acima de tudo, estar preparado para exercer dois papéis fundamentais: primeiro ter conhecimento das potencialidades do jogo que deseja trabalhar e dominar o conteúdo abordado no jogo e segundo estar disposto a utilizar diferentes recursos pedagógicos.

Os PCNs reforçam que

> O jogo oferece o estímulo e o ambiente propícios que favorecem o desenvolvimento espontâneo e criativo dos alunos e permite ao professor ampliar seu conhecimento de técnicas ativas de ensino, desenvolver capacidades pessoais e profissionais para estimular nos alunos a capacidade de comunicação e expressão, mostrando-lhes uma nova maneira, lúdica, prazerosa e participativa, de relacionar-se com o conteúdo escolar, levando a uma maior apropriação dos conhecimentos envolvidos. (BRASIL, 2008, p. 28).

Deste modo, é necessário que o professor tenha conhecimento de “como fazer”, e das possíveis dificuldades que poderão surgir. Portanto ao se trabalhar com jogos, é relevante que o professor proporcione uma interação entre os alunos e o jogo de modo a possibilitar a construção do conhecimento pelo aluno, preparando atividades adequadas a realidade do aluno e evitando que tais atividades sejam caracterizadas somente como lúdicas e de entretenimento, ou seja, sem ter um cunho pedagógico envolvido no contexto.

É preciso, deste modo, adequar os jogos aos conteúdo a serem abordados, sabendo como, por que e para quê utilizar, e principalmente com quem se está trabalhando. Portanto, ao elaborar, planejar e desenvolver uma atividade auxiliada pelos jogos é preciso levar em conta aspectos relevantes, como por exemplo, a intencionalidade e a diversidade de conhecimento dos alunos.

Acredita-se assim, que uma atividade orientadora de ensino pode ser uma alternativa relevante para contribuir com esse processo, pois poderá proporcionará ao aluno as bases necessárias para a construção de um conhecimento teórico reflexivo e estimular a capacidade de analisar e planejar. Neste sentido, cabe-nos explicitar o que se entende por atividades orientadoras de ensino apoiados nas ideias de Moura (2001);

> Chamamos de atividade orientadora de ensino aquela que se estrutura de modo a permitir que os sujeitos interajam, mediados por um conteúdo negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema. É atividade orientadora porque define os elementos essenciais da ação educativa e respeita a dinâmica das interações que nem sempre chegam a resultados esperados pelo professor. Este estabelece os objetivos, define as ações e elege os instrumentos auxiliares de ensino, porém não detém todo o processo justamente porque aceita que os sujeitos em interação partilhem significados que se modificam diante do objeto de conhecimento em discussão.

Neste contexto o papel do professor se transforma, pois de acordo com Cedro e Moura (2004, p. 115), este passa a estabelecer os objetivos, definir as ações e eleger os instrumentos necessários para o ensino, "porém não detém todo o processo justamente porque aceita que os sujeitos em interação partilhem significados que se modificam diante do objeto de conhecimento em discussão".

Com isso acredita-se que o desenvolvimento de atividades orientadoras de ensino propiciará ao aluno adquirir uma postura de autonomia na construção de seu conhecimento inserido em um ambiente exploratório-investigativo, o qual possibilita e instiga o aluno a buscar pela resolução de um determinado problema, ou seja, estimula o aluno a explorar, investigar e refletir sobre as possíveis resoluções encontradas, baseados em conceitos que já foram, ou que irão ser trabalhados.

Deste modo, atividade orientadora de ensino pode ser realizada na perspectiva da Resolução de Problemas, a qual pode ser concebida como uma metodologia para se ensinar Matemática, "coloca o foco dos estudantes sobre o dar sentido, possibilitando uma compreensão significativa de um determinado conceito/conteúdo, e não apenas como um simples processo de resolução" (NEPEM/UFLA, 2010, p.2). Neste contexto, o aluno é o principal protagonista, em que se torna um agente ativo na construção do conhecimento e o professor passa a ser um catalisador desse processo. Para Moura (1994, p. 21)

> O jogo será conteúdo assumido com a finalidade de desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas, possibilitando ao aluno a oportunidade de estabelecer planos de ação para atingir determinados objetivos, a executar jogadas segundo este plano e a avaliar a eficácia destas jogadas nos resultados. Desta maneira, o jogo aproxima-se da Matemática via desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas.

Onuchic e Allevato (2004), Ponte (2005) e Moura (2001), acreditam que um dos elementos fundamentais para se desenvolver atividades orientadoras de ensino na perspectiva de Resolução de Problemas seria um ambiente de aprendizagem definido por Cedro e Moura (2004, p.1) “como sendo o lugar da realização da aprendizagem dos sujeitos orientado pela ação intencional do outro”.

Nesse sentido, o professor poderá buscar um ambiente de aprendizagem que possibilite a reflexão e leve os alunos a agir, levando-os então a um aprendizado de dimensão crítica. Assim o aluno participa ativamente da construção do conhecimento, tendo a oportunidade de questionar e alterar algo que estava preestabelecido.

Assim, ao se introduzir os jogos nas práticas pedagógicas, o professor deve ter a ideia de que ele é uma peça fundamental nesse processo, sendo o mediador, estimulando, questionando, favorecendo situações problemas, com o intuito de despertar o interesse e a curiosidade do aluno. Portanto, o professor poderá fazer escolhas, mediando o aprendizado e verificando o recurso adequado para a realidade de seus alunos.

Em consonância, os PCN afirmam que

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p. 46)

Neste contexto, Petty (1995) citado por Grando (2000, p. 55) diz que:

> Jogar é uma das atividades em que a criança pode agir e produzir seus próprios conhecimentos. No entanto, nossa proposta não é substituir as atividades em sala de aula por situações de jogos. (...) a ideia será sempre considerá-los como outra possibilidade de exercitar ou estimular a construção de conceitos e noções também exigidos para a realização de tarefas escolares. (PETTY,1995, p.11)

Baseados nestes pressupostos e com o intuito de estimular a inserção e apresentar os benefícios que os jogos podem trazer para o processo de ensino e aprendizagem de Probabilidade e discutir como poderá ser desenvolvido tais atividades no ambiente de sala de aula, bem como reforçar os possíveis papeis que o professor e o aluno poderão assumir, foi apresentado uma proposta de um jogo de tabuleiro e os resultados obtidos ao se aplicar tal jogo em duas turmas dos anos finais (8º e 9º) do ensino fundamental. No entanto, antes da apresentação dos resultados, foi realizada uma revisão bibliográfica sobre os conceitos fundamentais de Probabilidade.

2.3 Conceitos fundamentais de Probabilidade

Pretende-se, neste capítulo, trazer de forma sucinta alguns conceitos fundamentais de Probabilidade. O conhecimento de tais conceitos é essencial para o desenvolvimento do jogo proposto e para melhor compreensão do presente texto.

2.3.1 Experimento aleatório

A palavra experimento é compreendida como o ato ou efeito de ensaiar, de experimentar; já a palavra aleatório é algo sujeito às incertezas do acaso. Sendo assim, de maneira simplista, a expressão "experimento aleatório" é o resultado imprevisível de uma experiência. Neste texto, se compreenderá "experimento aleatório" como aqueles "experimentos que repetidos sob as mesmas condições produzem resultados geralmente aleatórios" (MORGADO, 1999, p. 112).

Quando se analisa o lançamento de uma moeda pelo juiz em uma partida de futebol, não pode-se prever qual resultado será obtido, se sairá cara ou coroa. Assim, a experiência de lançar a moeda para o alto gerará um resultado imprevisível, o que nos permite classificar o experimento em aleatório.

São outros exemplos de experimentos aleatórios:

- O lançamento de um dado;
- A retirada de uma bola numerada em um bingo;
- Sorteio da loteria.

Morgado (1999) afirma que fenômenos aleatórios acontecem constantemente em nossa vida diária, pois são frequentes perguntas como: choverá amanhã? Qual será a temperatura máxima no próximo domingo? Qual será o número de ganhadores da Loteria Esportiva?". Assim, de acordo com o autor, a Probabilidade é a área da Matemática que desenvolve modelos destinados a estudar experimentos aleatórios.

2.3.2 Espaço Amostral

Ao se lançar um dado perfeito e honesto, os resultados possíveis são 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Pode-se dizer que esses números estão contidos no conjunto Ω, que é denominado de Espaço

Amostral. No caso do nosso exemplo $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Deste modo, o Espaço Amostral poderá ser definido como o conjunto de todos os possíveis resultado de um Experimento Aleatório. Alguns exemplos de Espaço Amostral estão destacados a seguir.

- No lançamento de duas moedas pode-se obter o seguinte conjunto de resultados: $\Omega = \{(k, k), (c, c), (c, k), (k, c)\}$. Denota-se coroa por k e cara por c.
- No sorteio de uma bola em uma urna com bolas numeradas de 1 à 10, tem-se o Espaço Amostra $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

2.3.3 Eventos de um experimento aleatório

O Espaço Amostral determina um conjunto que pode possuir diversos elementos. A partir de qualquer conjunto de elementos pode-se sortear subconjuntos, como por exemplo, sortear número pares em uma urna que há bolas numeradas de 1 à 10.

Ao subconjunto do Espaço Amostral de um experimento aleatório define-se Evento. Cada subconjunto unitário do Espaço Amostral é denominado de Evento Elementar. Geralmente, se denota os Eventos com uma letra maiúscula.

Exemplo 2.1 Ao se sortear um número em uma urna contendo os números naturais de 1 a 10, pode-se citar os eventos:

- O número sorteado ser par; $E = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
- O número sorteado ser primo; $E = \{2, 3,5, 7\}$
- O número sorteado ser primo e par; $E = \{2\}$
- O número sorteado ser maior que 6; $E = \{7, 8, 9, 10\}$

2.3.4 Evento simples, evento certo e evento impossível

Chama-se de Evento Simples ou Elementar todo subconjunto unitário do Espaço Amostral.

Define-se como Evento Certo, todo evento que coincidir com o Espaço Amostral, por exemplo lançar um dado honesto e obter um número natural menor que 7.

Um evento será classificado como impossível, se o subconjunto determinado pelo Evento for vazio, por exemplo, lançar dois dados honestos e obter uma soma maior que 12.

2.4 Probabilidade

Um Espaço Amostral equiprovável é aquele conjunto em que todos os eventos elementares tem as mesmas chances de ocorrer, ou seja, são todos igualmente prováveis. Assim, em um espaço equiprovável a Probabilidade de ocorrência de um determinando evento ocorrer ($P(E)$) será a razão entre o número de elementos do evento $\left(n(\mathrm{E})\right)$, que seria o número de casos favoráveis, sobre o número de elementos do Espaço Amostral $\left(n(\Omega)\right)$, número de casos possíveis. Morgado (1999) destaca que "a definição de Probabilidade como quociente do número de "casos favoráveis" sobre o número de "casos possíveis" foi a primeira definição formal de Probabilidade**".**

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} \qquad (1)$$

Exemplo 2.2 Suponha que um casal queira ter dois filhos. O primeiro poderá ser do sexo masculino (M) ou feminino (F). O segundo também poderá ser de um dos dois sexos. Como a chance de nascer um filho do sexo feminino é igual ao de nascer um filho do sexo masculino, independente do sexo dos filhos já existentes, qual seria a Probabilidade deste casal ter dois filhos do sexo masculino?

Para responder esta questão, deve-se primeiramente determinar o Espaço Amostral, destacando todas as possibilidades de sexo dos dois filhos, sendo $\Omega = \{(\mathrm{F},\mathrm{F}),(\mathrm{F},\mathrm{M}),(\mathrm{M},\mathrm{M}),(\mathrm{M},\mathrm{F})\}$ e o evento $E(M,M)$, que é a possibilidade de se ter dois filhos do sexo masculino.

Assim o número de elementos do Espaço Amostral $n(\Omega) = 4$ e o número de elementos do evento $n(\mathrm{E}) = 1.$ Portanto a Probabilidade de o evento E (ter dois filhos do sexo masculino) ocorrer será:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4}\ ou\ 25\%$$

Como consequência da definição em (1), destacam-se os axiomas de Kolmogorov e as seguntes propriedades:

Seja Ω um Espaço Amostral finito, não vazio, de um experimento aleatório:

AXIOMA 1: Se o evento é certo, então $P(\Omega) = 1$

AXIOMA 2: $0 \leq n(E) \leq n(\Omega) \Rightarrow \frac{0}{n(\Omega)} \leq \frac{n(E)}{n(\Omega)} \leq \frac{n(\Omega)}{n(\Omega)} \Rightarrow 0 \leq \ P(E) \leq 1$

P1: Se E é um evento impossível, então $P(E) = 0$

P2: A Probabilidade de um evento E não ocorrer$(\bar{E})$é dada por: $P(\bar{E}) = 1 - P(E)$.

P3: Denota-se por $\overline{E}$ o complementar do evento E em relação a Ω.

2.4.1 Probabilidade da intersecção de dois eventos

Considerando E_1 e E_2 dois eventos quaisquer de um mesmo Espaço Amostral, a Probabilidade da intersecção desses eventos é a Probabilidade de ocorrer ambos os eventos simultaneamente.

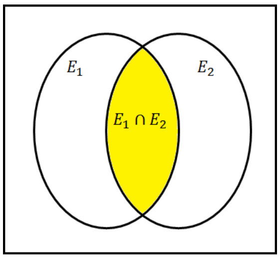


FIGURA 1 - Diagrama de Venn - Intersecção de dois eventos

Exemplo 2.3 Suponha que deseja-se realizar um sorteio entre 50 pessoas, cada qual tem uma ficha distinta numerada de 1 à 50. Qual seria a probabilidade de o número sorteado ser maior que 35 e múltiplo de 5?

Para responder a essa questão, primeiramente deve-se determinar o Espaço Amostral e os eventos envolvidos:

- $\Omega = \{1,2,3,4,5,6,\ldots,50\} \Rightarrow \ n(\Omega) = 50$
- $E_1 = \{36,37,38,39,40,\ldots,50\} \Rightarrow n(E_1) = 15$
- $E_2 = \{5,10,15,20,25,30,35,40,45,50\} \Rightarrow n(E_2) = 10$
- $E_1 \cap E_2 = \{40,45,50\} \Rightarrow n(E_1 \cap E_2) = 3$

Deste modo, a Probabilidade de E_1 e E_2 acontecerem simultaneamente será:

$$P(E_1 \cap E_2) = \frac{n(E_1 \cap E_2)}{n(\Omega)} = \frac{3}{50} = 6\%$$

2.4.2 Probabilidade da união de dois eventos

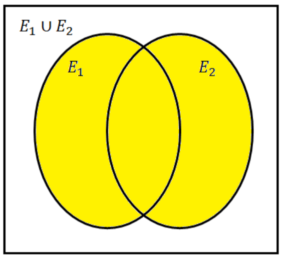


FIGURA 2 - Diagrama de Venn - União de dois eventos

Observe o seguinte exemplo:

Exemplo 2.4 Maria e José estão jogando um jogo de dados, no qual, consiste em somar pontos com o lançamento simultâneo de dois dados distinguíveis. Qual seria a Probabilidade de se obter uma soma ímpar ou múltipla de 3? A partir dos dados do problema, pode-se construir o Quadro 1:

QUADRO 1- Espaço Amostral do lançamento de dois dados

DADOS	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	$(1,1)$	$(1,2)$	$(1,3)$	$(1,4)$	$(1,5)$	$(1,6)$
2	$(2,1)$	$(2,2)$	$(2,3)$	$(2,4)$	$(2,5)$	$(2,6)$
3	$(3,1)$	$(3,2)$	$(3,3)$	$(3,4)$	$(3,5)$	$(3,6)$
4	$(4,1)$	$(4,2)$	$(4,3)$	$(4,4)$	$(4,5)$	$(4,6)$
5	$(5,1)$	$(5,2)$	$(5,3)$	$(5,4)$	$(5,5)$	$(5,6)$
6	$(6,1)$	$(6,2)$	$(6,3)$	$(6,4)$	$(6,5)$	$(6,6)$

No Quadro 1 estão contidos todos os possíveis resultados do lançamento de dois dados, constituindo-se assim, o Espaço Amostral do problema em questão. O evento, que representa uma soma ímpar ou múltipla de 3, é representado pelos pares pintados da cor amarelo. Pode-se constatar que o número de elementos do Espaço Amostral será igual a 36, pois utilizando o princípio multiplicativo, se tem 6 opções de números no primeiro dado e 6 no segundo dado. O eventos E_1 ={ser ímpar}, E_2 ={ser múltiplo de 3}, $E_1 \cap E_2$={ser ímpar e múltiplo de três} e $E_1 \cup E_2$ ={ser ímpar ou múltiplo de três} serão:

$$E_1 = \begin{Bmatrix} (1,2), & (1,4), & (1,6), & (2,1), & (2,3), & (2,5), \\ (3,2), & (3,4), & (3,6), & (4,1), & (4,3), & (4,5), \\ (5,2), & (5,4), & (5,6), & (6,1), & (6,3), & (6,5) \end{Bmatrix}$$

$$E_2 = \begin{Bmatrix} (1,2), & (1,5), & (2,1), & (2,4), & (3,3), & (3,6), \\ (4,2), & (4,5), & (5,1), & (5,4), & (6,3), & (6,6) \end{Bmatrix}$$

Logo,

$$E_1 \cap E_2 = \begin{Bmatrix} (1,2), & (2,1), & (3,6), \\ (4,5), & (5,4), & (6,3) \end{Bmatrix}$$

$$E_1 \cup E_2 = \begin{Bmatrix} (1,2), & (1,4), & (1,6), & (2,1), & (2,3), & (2,5), & (1,5), & (2,4), \\ (3,2), & (3,4), & (3,6), & (4,1), & (4,3), & (4,5), & (3,3), & (4,2), \\ (5,2), & (5,4), & (5,6), & (6,1), & (6,3), & (6,5), & (5,1), & (6,6) \end{Bmatrix}$$

A Probabilidade de se obter um número ímpar ou múltiplo de 3 será

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{n(E_1 \cup E_2)}{n(\Omega)} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3} \cong 67\%$$

Baseados na teoria dos conjunto obtém-se uma relação importante. Tem-se que,

$$n(E_1 \cup E_2) = n\,(E_1) + n(E_2) - n(E_1 \cap E_2).$$

Então, pela definição de Probabilidade tem-se

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{n(E_1 \cup E_2)}{n(\Omega)} = \frac{n\,(E_1) + n(E_2) - n(E_1 \cap E_2)}{n(\Omega)} \Longrightarrow$$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2). \qquad (2)$$

Utilizando esta relação na resolução do problema:

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) = \frac{18}{36} + \frac{12}{36} - \frac{6}{36} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}.$$

2.4.3 Eventos mutuamente exclusivos

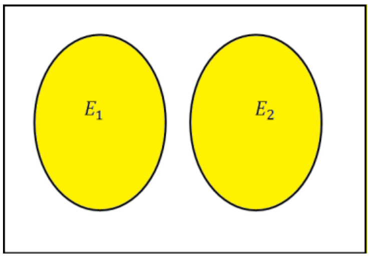


FIGURA 3 - Diagrama de Venn - Eventos mutualmente exclusivos

Dois eventos E_1 e E_2 são mutuamente exclusivos quando $n(E_1 \cap E_2) = 0$. Deste modo,

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) \quad (3)$$

Observe que no Exemplo 2.4, se for considerado dois eventos $E_1 = \{a\ soma\ ser\ um\ número\ par\}$ e $E_2 = \{a\ soma\ ser\ igual\ a\ nove\},$ tais eventos seriam mutualmente exclusivos pois nove não é par. Portanto,

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) = \frac{18}{36} + \frac{4}{36} = \frac{22}{36} = \frac{11}{18}$$

2.4.4 Probabilidade condicional

Exemplo 2.5 Considere novamente um jogo de lançamento de dois dados honestos, porém este jogo consiste em escolher um número de 1 à 6. Se ao lançar o dado o número escolhido aparecer em pelo menos um dos dados, o jogador que escolheu o número ganha. José e Joaquim resolveram jogar tal jogo, e Joaquim escolheu o número 4. Sabendo que Joaquim não obteve o número 4 no primeiro lançamento, qual é a Probabilidade de Joaquim ganhar?

Para resolver o problema deve-se analisar o Espaço Amostral, representado no Quadro 1. Assim, se obtém o evento $E_1 = \{$obter o número 4 em pelo menos um dos dados$\}$ e o evento $E_2 = \{$não obter o número 4 no primeiro dado$\}$.

$$E_1 = \begin{Bmatrix} (1,4), & (4,1), & (2,4), & (4,2), & (4,3), & (4,4) \\ (3,4), & (5,4), & (4,5), & (6,4), & (4,6) & \end{Bmatrix}$$

$$E_2 = \begin{Bmatrix} (1,2), & (1,3), & (1,4), & (1,5), & (1,4), & (2,1), & (2,2), & (2,3), & (2,4) & (2,5) \\ (2,6), & (3,1), & (3,2), & (3,3), & (3,4), & (3,5), & (3,6), & (5,1), & (5,2) & (5,3) \\ (5,4), & (5,5), & (5,6), & (6,1), & (6,2), & (6,3), & (6,4), & (6,5) & (6,6) & (1,1) \end{Bmatrix}$$

Sendo,

$$E_1 \cap E_2 = \{ (1,4)(2,4)(3,4)(5,4)(6,4)\}$$

Obtém -se,

$$P(E_1) = \frac{11}{36}, \quad P(E_2) = \frac{30}{36} \text{ e } P(E_1 \cap E_2) = \frac{5}{36}$$

Denota-se por $E_1|E_2$ a ocorrência do evento E_1, sendo que o evento E_2 já tenha ocorrido, e por $P(E_1|E_2)$ a Probabilidade de E_1ocorrer, sendo que o evento E_2 já tenha ocorrido.

Note que o evento E_2 modifica a condição e a Probabilidade do evento E_1, pois a partir da ocorrência de E_2, o Espaço Amostral do experimento aleatório passa a ser E_2 . Deste modo obtém-se a seguinte relação.

$$P(E_1|E_2) = \frac{n(E_1 \cap E_2)}{n(E_2)} = \frac{\frac{n(E_1 \cap E_2)}{n(\Omega)}}{\frac{n(E_2)}{n(\Omega)}} = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)} \qquad (4)$$

com P(E_2) > 0

Utilizando a relação para resolver o problema do Exemplo 2.5 tem-se:

$$P(E_1|E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)} = \frac{\frac{5}{36}}{\frac{30}{36}} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6} \cong 16{,}67\%$$

Portanto, a partir desses pressupostos, se denomina Probabilidade condicional de E_1 em relação a E_2, sendo E_1 e E_2 eventos não vazios de um Espaço Amostral Ω, e indica-se por $P(E_1|E_2)$, a Probabilidade de ocorrer o evento E_1, já tendo ocorrido E_2. Nessa situação, E_1 e E_2, são **eventos dependentes**, ou seja, a ocorrência de um depende da prévia ocorrência do outro. Logo para eventos dependentes tem-se que:

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1|E_2).P(E_2) \qquad (5)$$

A equação (5) expressa o teorema do produto.

2.4.5 Eventos independentes

Em situações em que os eventos E_1 e E_2 de um mesmo Espaço Amostral são independentes, ou seja a ocorrência de um deles não influencia na ocorrência do outro observa-se que:

$$P(E_1|E_2) = P(E_1) \text{ e } P(E_2|E_1) = P(E_2)$$

Deste modo,

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1).P(E_2) \qquad (6)$$

Para contatar a aplicabilidade da definição, observe o Exemplo 2.6.

Exemplo 2.6 Uma moeda honesta é lançada duas vezes. Qual será a Probabilidade de sair coroa nos dois lançamentos?

Representado coroa por c e cara por k, se obtém o seguinte Espaço Amostral:

$$\Omega = \{(k,k),(c,c),(c,k),(k,c)\} \Longrightarrow n(\Omega) = 4.$$

Dados os eventos, $E_1 = \{\text{sair coroa no primeiro lançamento}\}$ e $E_2 = \{\text{sair coroa no segundo lançamento}\}$, observa-se

$$E_1 = \{(k,k),(k,c)\} \Longrightarrow n(E_1) = 2 \Longrightarrow P(E_1) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$E_2 = \{(k,k),(c,k)\} \Longrightarrow n(E_2) = 2 \Longrightarrow P(E_2) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Portanto, como ambos os eventos são subconjunto de um mesmo Espaço Amostral, a ocorrência simultânea dos dois pode ser calculada da seguinte forma

$$P(E_1 \cap E_2) = \frac{n(E_1 \cap E_2)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4}$$

Utilizando a relação de eventos independentes obtém-se

$$P(E_1).P(E_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Sendo assim, pode-se verificar a igualdade da Equação (6). Logo os eventos E_1 e E_2 são independentes.

3 METODOLOGIA

3.1 Especificação da pesquisa

Como esta pesquisa foi realizada com o objetivo de identificar qual a contribuição dos jogos no ensino de Probabilidade e qual o papel do professor nesse processo, e baseados nos pressupostos apresentados, a pesquisa apresentada pode ser classificada como de caráter qualitativo, pois aborda

> (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, se vale de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configurados; (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos prévios, estáticos e generalistas (GARNICA, 2004, p. 86).

Neste capítulo foi descrito como foram realizados os procedimentos metodológicos utilizados no desenvolvimento da pesquisa, abrangendo o objetivo da pesquisa e a pergunta de investigação, a escolha dos sujeitos participantes, o contexto social, o cenário de investigação e os meios de coleta de dados.

Em síntese, Richit (2009, p. 70) enfatiza que a pesquisa qualitativa se estabelece em um processo em que "perguntas são formuladas e concepções e crenças são identificadas e é usado para identificar a extensão total das respostas ou opiniões acerca do problema colocado".

A pesquisa terá um caráter de pesquisa-ação que segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p.112) durante a pesquisa-ação,

> O pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo mas sobretudo para mudá-lo em direções que permitam a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes.

Dentro desta perspectiva, a pesquisadora se introduziu no ambiente a ser estudado de modo a contribuir para a construção do conhecimento, e possibilitar uma maior liberdade de ação dos alunos participantes.

Neste sentido, foi realizado um estudo de caso que "é recomendável para a construção de hipóteses, para confirmação ou reformulação do problema, quando se quer estudar algo singular, que tenha um valor em si mesmo" (FIRENTINI; LORENZATO, 2006, p.110).

3.2 O cenário de investigação

A escolha do cenário para investigação bem como o contexto social e os sujeitos envolvidos se deu pelos interesses e pelos objetivos do estudo, pois, de acordo com Richit (2005, p.75),

> ao contrário do que ocorre com as pesquisas tradicionais, a escolha do campo onde serão colhidos os dados, bem como dos participantes é proposital, isto é, o pesquisador os escolhe em função das questões de interesse do estudo e também das condições de acesso e permanência no campo e disponibilidade dos sujeitos.

Portanto, a determinação do cenário de investigação desta pesquisa levou em consideração os seguintes elementos: a facilidade de acesso ao cenário de coleta de dados, a disponibilidade da professora de Matemática responsável pelas turmas, por já ter lecionado nestas turmas e o interesse dos alunos em participar do estudo e em construir conhecimento.

A escolha da escola se deu também pela escola ter uma filosofia diferenciada das escolas tradicionais. Tem como concepções as ideias de Vigotsky, Emília Ferreiro, Ana Teberosky, Paulo Freire, Carl Rogers, Célestin Freinet e Rubem Alves que defendem que o indivíduo poderá construir o seu conhecimento através de suas relações pessoais, coletivas, na interação com a realidade concreta e com as pessoas com quem se relaciona. É uma escola da rede particular de Lavras – MG e que incentiva a inclusão de novas práticas de ensino e a autonomia do professor, fator este, que facilitou o acesso à escola e bom desenvolvimento da atividade.

3.3 Os caminhos percorridos

Para contribuir com o desenvolvimento da pesquisa, foi realizada uma pesquisa de campo que proporcionou a obtenção de uma das fontes principais de informações. A pesquisa de campo aqui citada proporcionou coletar informações relacionadas aos participantes e aos objetivos da investigação.

A coleta de dados foi realizada através de registros do diário de campo, no qual foram incluídos registro dos questionamentos e afirmações feitas pelos alunos durante as indagações, resoluções dos alunos, a observação das contribuições do jogo proposto para o processo de ensino e aprendizado e as concepções construídas a partir das impressões obtidas durante o desenvolvimento das atividades.

3.4 Os sujeitos da investigação

Os sujeitos da pesquisa foram duas turmas, uma do 8º e a outra do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular de Lavras – MG.

A opção por trabalhar com alunos do Ensino Fundamental foi em consequência do objetivo de compreender qual a contribuição dos jogos no ensino de Probabilidade e qual poderá ser o papel do professor enquanto mediador durante esse processo. Para isto, foi criado um jogo de tabuleiro (ANEXO 1), que aborda os conceitos fundamentais de Probabilidade.

Houve o contato direto com os alunos, o qual tem uma grande importância para o resultado da atividade, pois

> a proximidade física entre estes segmentos educacionais favorece a interação entre pesquisadora e pesquisados, facilita a troca de ideias entre ambos e aumenta o clima de confiança entre alunos e professores. Ainda, ajuda no processo de conhecer cada sujeito e compreender suas concepções, crenças e conjecturas sobre questões inerentes à pesquisa (RICHIT, 2005, p. 77).

Escolheu-se trabalhar com alunos do 8º e 9º ano do Ensino pelo fato das turmas apresentarem níveis de conhecimento distintos, ou seja, enquanto uma turma já conhecia os conceitos básicos de Probabilidade a outra nunca tinha estudado tais conceitos. Portanto, a intencionalidade da atividade foi diferenciada em ambas as turmas, pois na turma de 8º ano a intenção era introduzir e construir os conceitos fundamentais de Probabilidade, enquanto na do 9º ano a proposta era direcionada para explorar os conceitos já abordados em sala de aula.

A atividade foi realizada em três aulas de 50 minutos durante o horário da aula e com a presença da professora responsável, sendo que esta não interferiu no desenvolvimento da atividade.

As turmas da escola são bem pequenas. Em ambas as turmas havia somente 6 alunos, o que contribuiu para o desenvolvimento, análise e bons resultados da atividade.

Sabe-se que este contexto não representa a realidade do ensino básico no país, porém o número reduzido de alunos em sala contribui para um aprendizado de qualidade, pois o professor fica mais próximo do aluno, o que faz com que o professor possa avaliar melhor o seu aluno, o que contribui para a boa relação de aluno-professor e aluno–aluno.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Descrição da atividade

O jogo elaborado para a pesquisa tinha como objetivo trabalhar os conceitos básicos de Probabilidade através de um jogo de tabuleiro com perguntas e respostas. A partir desses pressupostos, o jogo, que teve duração de três aulas, foi dividido em três momentos. Em consonância com Santos e Grando (2011, p. 2)

> Optamos por um trabalho em sala de aula que considera a divisão do ambiente de aprendizagem em três fases: a fase do antes — introdução da tarefa; a fase do durante — realização da tarefa; e a fase do depois — socialização da tarefa, como sugerido por Van de Walle (2009).

O jogo era composto de 1 tabuleiro, 2 dados honestos de cores distintas, e uma ficha com questões para aprofundar, formalizar, discutir e avaliar os conceitos trabalhados (ANEXO 2), uma tabela para registrar os números obtidos no lançamento dos dados (ANEXO 3), 18 cartas contendo perguntas sobre Probabilidade (ANEXO 4).

Antes de iniciar o jogo, deverá ser solicitado que os alunos se dividam em duplas, sendo que os componentes da dupla poderão decidir quem será o par e quem será o ímpar. Para jogar, cada componente da dupla deverá lançar um dado. Sendo que, se a soma dos números obtidos no lançamento for par, o aluno terá o direito de responder uma pergunta contida em uma das 18 cartas pertencentes ao jogo. No entanto, o componente ímpar é quem deverá ler a pergunta, pois as cartas contém respostas. Se o aluno acertar, deverá avançar a quantidade de casas que está determinada nas cartas, caso contrário, deverá retornar a quantidade de casas, também contidas nas cartas. Isso vale também, quando a soma obtida for ímpar.

Será solicitado aos alunos que registrem os números e as somas obtidas nos dados em uma tabela, que foi disponibilizada.

Por fim os alunos deverão responder uma ficha com questões de Probabilidade, relacionadas ao jogo, afim de aprofundar os conceitos trabalhados e avaliar o seu aprendizado.

Depois de finalizado o jogo, deverá ser promovida uma discussão sobre os conceitos que foram trabalhados, com o intuito de formalizar os conceitos fundamentais de Probabilidade e analisar as respostas dadas pelos alunos nas fichas de questões. As respostas dos alunos serão analisadas com o propósito de identificar o nível de entendimento correspondente, e como o jogo contribuirá para o seu aprendizado. Para finalizar, foi proposto que os alunos fizessem uma auto avaliação do seu aprendizado.

Pelo fato da intencionalidade ao se propor o jogo ser diferente em ambas as turmas, será apresentado as descrições e análise do desenvolvimento da atividade proposta separadamente.

4.2 Análise dos resultados da turma do 8º ano

A turma já era conhecida, bem como suas características e seu nível de conhecimento sobre o assunto. O fato de ter lecionado na turma durante 3 anos consecutivos, beneficiou o contato com os alunos e proporcionou uma maior interação durante o desenvolvimento do jogo.

Como esta turma não tinha muito conhecimento dos conceitos de Probabilidade, optou-se primeiramente por realizar uma discussão sobre os conceitos fundamentais e levantar algumas hipóteses. Porém, quando foram questionados se sabiam o que significava a palavra Probabilidade, demonstraram ter conhecimento do significado. Disseram que já haviam escutado tal palavra em diversas ocasiões. Fato que comprova que a noção intuitiva dos conceitos de Probabilidade está inserida no dia a dia de nossos alunos. De acordo com Lopes (2008, p. 63),” no mundo atual, diariamente, cada indivíduo recebe grande quantidade de informações e, com frequência, utiliza técnicas estatísticas e probabilísticas para correlacionar dados e, a partir destes, tirar conclusões”.

Foram realizados alguns questionamentos aos alunos, como por exemplo:

- Ao se realizar um sorteio na sala para um passeio, quantas opções de nomes tem-se para sortear?
- Todos tem a mesma chance de ganhar o passeio?
- Qual a chance de se sortear um menino (a sala tem 2 meninos e 4 meninas)?

Sem saber como calcular uma aluna respondeu que seria “2 chances em 6 possibilidades”. A partir desta afirmação, foi questionado se os alunos sabiam como representar a resposta da aluna de um modo mais formal.

Neste momento, uma outra aluna disse que a resposta poderia ser representada em forma de porcentagem (os alunos tinham domínio no cálculo de porcentagem). A aluna ainda acrescentou que poderia utilizar regra de três, sendo 6 correspondente a 100% e 2 correspondente a porcentagem que se desejava encontrar. Foi solicitado então, que os alunos calculassem a porcentagem, chegando a aproximação de 33%.

Depois dos cálculos prontos, foi questionado se poderiam transformar a porcentagem encontrada em fração. Encontraram então o valor de $\frac{33}{100}$. A partir disso, foi proposto que dividissem o numerador pelo denominador e considerassem a dízima periódica 0,33333..., pois quando calcularam a porcentagem fizeram uma aproximação de 33%. Por fim, pediu-se para transformarem a dízima em fração. Simplificando, chegaram em $\frac{1}{3}$.

Por conseguinte, foi solicitado que relacionassem a fração obtida com os números utilizados para se obter a porcentagem. Depois de refletir, um aluno afirmou que 1 era metade do número de meninos e 3 metade dos alunos da sala. Assim, puderam chegar à conclusão que a fração $\frac{1}{3}$ era equivalente a fração $\frac{2}{6}$. Portanto, concluíram que para calcular uma probabilidade de um experimento aleatório deve-se, determinar a razão entre o número de elementos favoráveis e o número elementos possíveis.

Na sequência, foi apresentada a proposta do jogo, explicando como o jogo seria desenvolvido, bem como suas regras. Primeiramente foi solicitado que decidissem quem era o par e quem era o ímpar. A escolha de quem era o par e quem era o ímpar gerou um certo atrito, pois alguns alunos afirmaram que não era justo, porque quem escolhesse o par tinha mais chances de ganhar o jogo, afinal "a soma de dois pares ou dois ímpares resulta em par e somente a soma de ímpar com par resulta em ímpar" (fala de uma aluna). Pediu-se então para que os outros alunos pensassem na afirmação e dissessem se ela estava certa, e todos concordaram. No entanto, decidiu-se esperar o desenvolvimento do jogo para retornar a discussão.

Por fim, foram solicitados aos alunos que respondessem algumas questões sobre o desenvolvimento do jogo. Deste modo, as respostas dos alunos foram analisadas e assim mediou-se uma discussão.

O jogo envolveu bastante os alunos, pois participaram ativamente da aula, questionaram e tentaram responder os problemas contidos nas fichas, com agilidade e boa vontade. Assim, pôde-se constatar de acordo com Correa (2016, p. 27) que "durante a realização do jogo, o aluno passa a ser um elemento ativo do seu processo de aprendizagem, vivenciando a construção do seu saber e deixando de ser um ouvinte passivo".

Os alunos conseguiram trabalhar em pares sem atritos e obedeceram às regras do jogo. Postura esta, muito importante durante o seu desenvolvimento, pois "a regra do jogo regula as ações, o que pode ou não ser feito, com vistas a definir claramente os objetivos e dar condições iguais aos oponentes como ponto de partida. Assim, vence aquele que desenvolve melhores estratégias" (MACEDO; PETTY; PASSOS, 2005, p. 33, apud PEREIRA, 2013, p. 5).

As Figuras 1 e 2 representam momentos da aplicação da atividade, no 8º e 9º anos respectivamente. Nas Figuras é possível visualizar a imagem do tabuleiro utilizado no jogo.

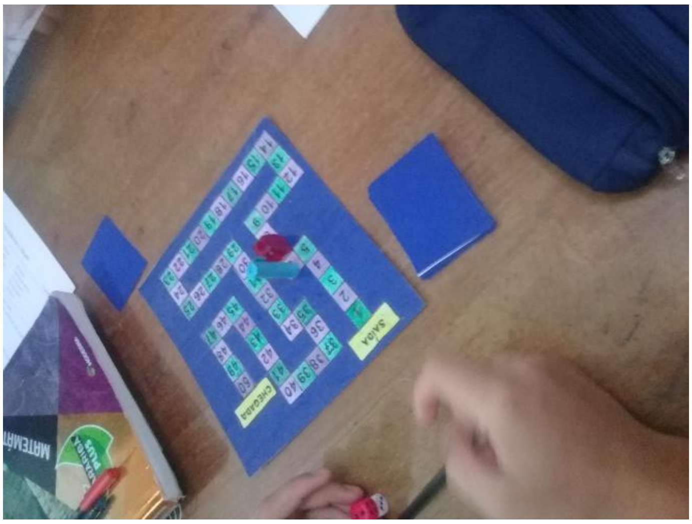


FIGURA 4 - Jogo de Probabilidade 8º ano

FIGURA 5 - Jogo de Probabilidade 9º ano

Como já mencionado, depois do jogo finalizado, foi proposto aos alunos que respondessem uma ficha, com questões relacinadas com a atividade proposta.

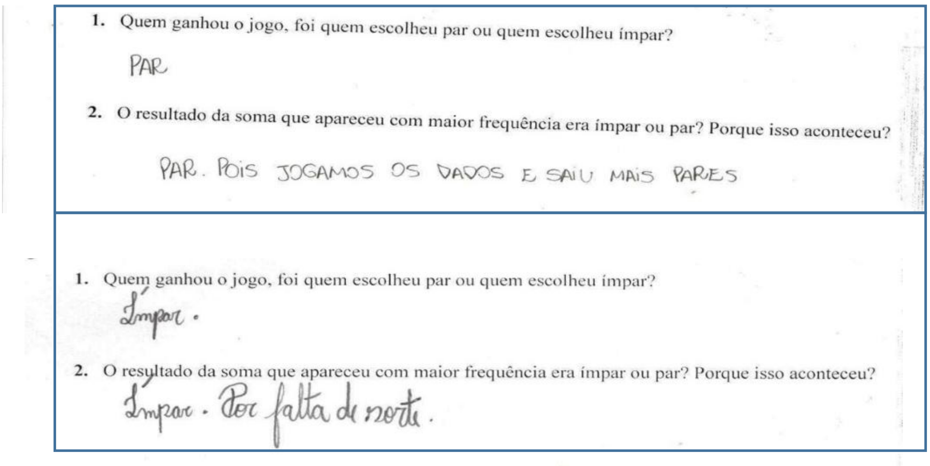
A seguir serão apresentadas as respostas dos alunos juntamente com os resultados das discussões e reflexões propostos para finalizar a atividade.

A primeira e a segunda questões foram as seguintes:

1. Quem ganhou o jogo? Quem escolheu par ou quem escolheu ímpar?

2. O resultado da soma que apareceu com maior frequência era ímpar ou par? Por que isso aconteceu?

Duas duplas responderam que quem ganhou o jogo foi quem escolheu ser ímpar, e que a soma que apareceu com maior frequência também foi ímpar, e uma dupla respondeu que o ganhador foi quem escolheu par e a soma que apareceu com maior frequência foi a par. Alguns alunos também responderam que o motivo de a soma que apareceu com maior frequência ser ímpar ou par seria por sorte. O que conclui-se que os alunos perceberam que um dos modos para se ganhar o jogo seria a sorte, juntamente com o saber resolver os problemas de Probabilidade propostos nas fichas. Na Figura 3 está destacadas imagens de algumas das respostas dos alunos;


1. Quem ganhou o jogo, foi quem escolheu par ou quem escolheu ímpar?
PAR
2. O resultado da soma que apareceu com maior frequência era ímpar ou par? Porque isso aconteceu?
PAR. POIS JOGAMOS OS DADOS E SAIU MAIS PARES

1. Quem ganhou o jogo, foi quem escolheu par ou quem escolheu ímpar?
Ímpar.
2. O resultado da soma que apareceu com maior frequência era ímpar ou par? Porque isso aconteceu?
Ímpar. Por falta de sorte.

FIGURA 6 - Algumas respostas das questões 1 e 2

A terceira questão era a seguinte:

3. Escreva todas as possíveis combinações dos números obtidos nos dois dados que podemos obter ao lançá-los. Construa uma tabela igual a utilizada para registrar os números obtidos durante o jogo.

Cada aluno escreveu os possíveis resultados de sua maneira. Não construíram igual a tabela utilizada para registrar os números obtidos durante o desenvolvimento do jogo. Quando se constatou isso, pôde-se concluir que a segunda parte da questão seria dispensável e a mesma só servia para padronizar as respostas. Objetivo este que não contribuiria para a construção de um pensamento mais crítico, autônomo com base na resolução de problemas.

Antes de responderem a questão foi questionado se eles tinham noção de quantas combinações existiam. Alguns disseram que eram 12. Pois calcularam o produto de 2 por 6. Acredita-se que pensaram que como haviam dois dados e cada um contém 6 números, então havia somente 12 opções. Neste momento foi perguntado se tinham certeza, e se a cor dos dados influenciaria. Depois de pensar, uma aluna respondeu que seria 36, pois cada número de um dado combinaria com cada número do outro, utilizando assim o princípio multiplicativo.

Nas Figuras de 4 a 9 estão destacadas as formas que cada aluno determinou as combinações possíveis ao se lançar os dois dados.

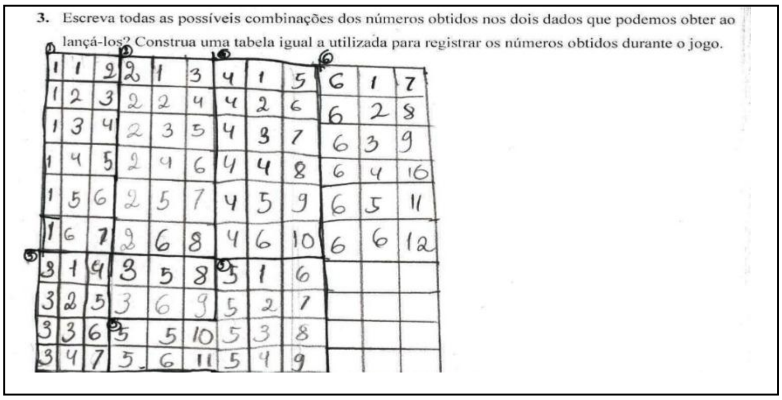


FIGURA 7 - Organização das possíveis combinações do resultado do lançamento de dois dados pelo aluno A do 8º ano.

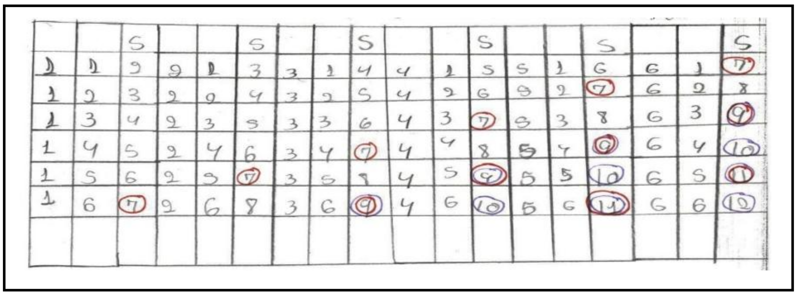


FIGURA 8 - Organização das possíveis combinações do resultado do lançamento de dois dados pelo aluno B do 8º ano.

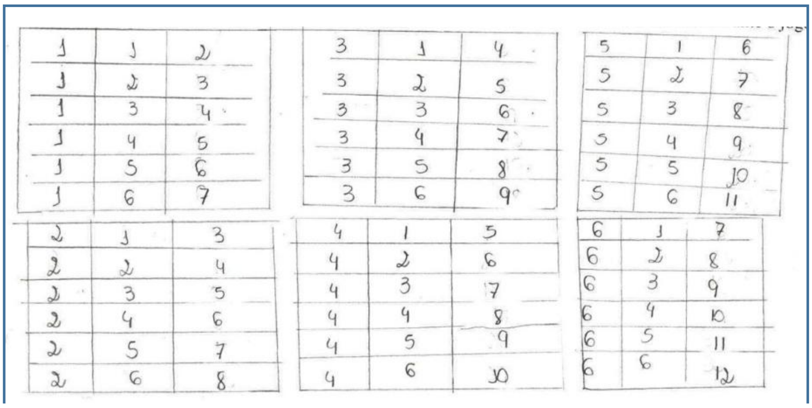


FIGURA 9 - Organização das possíveis combinações do resultado do lançamento de dois dados pelo aluno C do 8º ano.

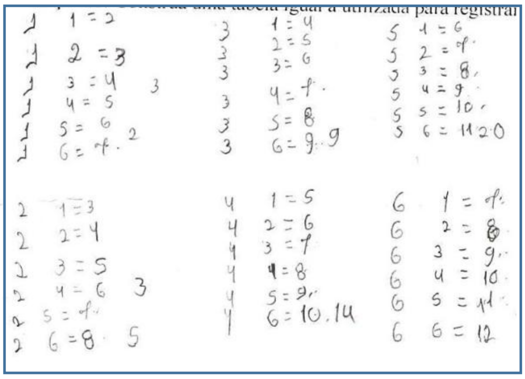


FIGURA 10-Organização das possíveis combinações do resultado do lançamento de dois dados pelo aluno D do 8º ano.

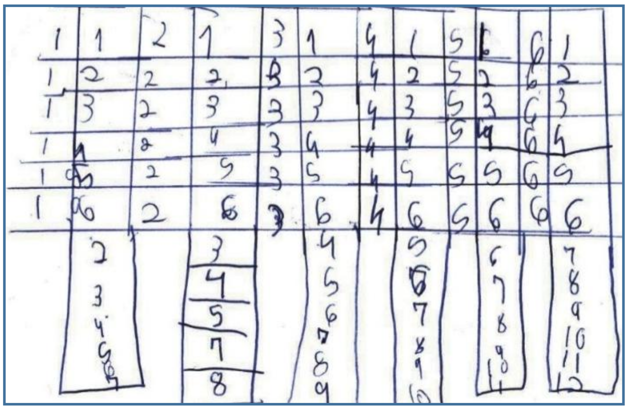


FIGURA 11 - Organização das possíveis combinações do resultado do lançamento de dois dados pelo aluno E do 8º ano.

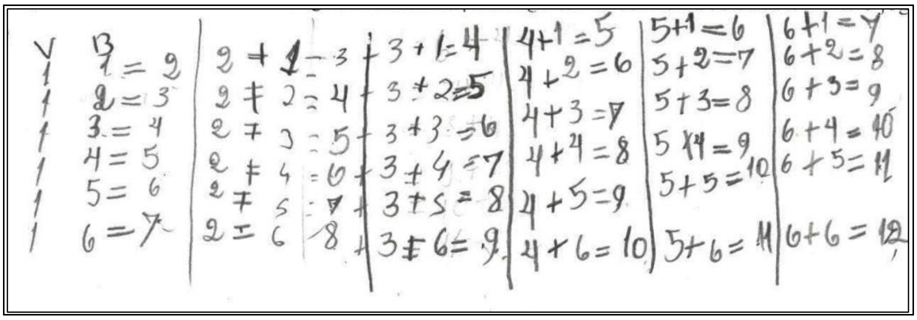


FIGURA 12- Organização das possíveis combinações do resultado do lançamento de dois dados pelo aluno F do 8º ano.

Durante as discussões sobre as respostas dadas pelos alunos nas questões de 1 à 3, pôde-se retomar a questão criada pelos alunos, na qual quem escolhesse par teria mais chances de ganhar. Foi relembrado que em duas duplas, o ganhador foi quem escolheu ímpar. Por isso, solicitou que observassem as combinações determinadas por eles e tentassem explicar porque as chances de a soma se par ou de ser ímpar são as mesmas.

Os alunos não conseguiram chegar a uma conclusão, então foi proposto que analisassem as colunas de suas construções. Uma aluna observou que quando se tinha soma de dois pares na coluna, não tinha a possibilidade de ter a soma de dois ímpares e vice versa. Concluiu-se então que na coluna sempre tinha três resultados de soma ímpar e três resultados de soma par. No entanto, foi construído o seguinte quadro na lousa, pois haviam alguns alunos que não compreenderam a afirmação da colega.

QUADRO 2 - Possíveis resultados de soma dos números obtidos ao se lançar dois dados distinguíveis e honestos

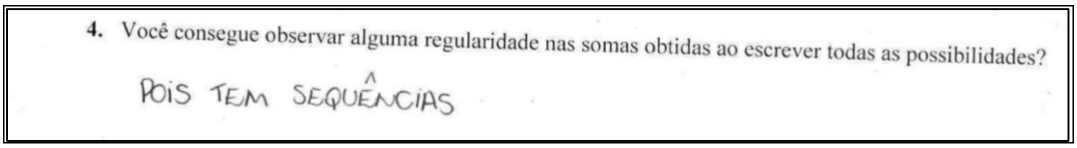
$1+1=2$ $1+2=3$ $1+3=4$ $1+4=5$ $1+5=6$ $1+6=7$	$2+1=3$ $2+2=4$ $2+3=5$ $2+4=6$ $2+5=7$ $2+6=8$	$3+1=4$ $3+2=5$ $3+3=6$ $3+4=7$ $3+5=8$ $3+6=9$	$4+1=5$ $4+2=6$ $4+3=7$ $4+4=8$ $4+5=9$ $4+6=10$	$5+1=6$ $5+2=7$ $5+3=8$ $5+4=9$ $5+5=10$ $5+6=11$	$6+1=7$ $6+2=8$ $6+3=9$ $6+4=10$ $6+5=11$ $6+6=12$

Assim, os alunos puderam concluir que a afirmação da colega era válida. Toda coluna tem sempre três somas ímpares e três somas pares, sendo três colunas contendo somas de dois pares, e as outras três colunas somas de dois ímpares.

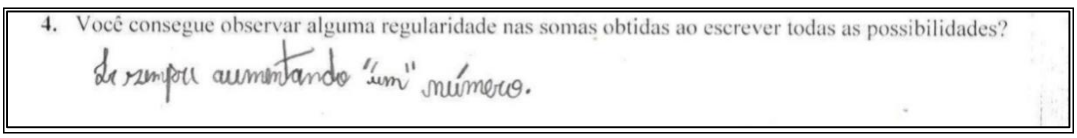
As questões 4 e 5 diziam o seguinte:

4. Você consegue observar alguma regularidade nas somas obtidas ao escrever todas as possibilidades?
5. Qual a probabilidade de quem escolheu par ganhar? E de quem escolheu ímpar? Quem terá mais chance de ganhar?

Somente três alunos conseguiram observar alguma regularidade. Conseguiram observar que em cada coluna o número que é resultado da soma da sequência sempre se inicia somado a um com relação a sequência anterior.


4. Você consegue observar alguma regularidade nas somas obtidas ao escrever todas as possibilidades?

POIS TEM SEQUÊNCIAS


4. Você consegue observar alguma regularidade nas somas obtidas ao escrever todas as possibilidades?

Se sempre aumentando "um" número.

FIGURA 13 - Resposta das questões 4

Durante as discussões, se propôs que observassem o quadro que foi construído (QUADRO 2) e determinassem mais alguma regularidade.

Deste modo, os alunos observaram que a sequência de somas das linhas e colunas correspondentes são iguais. Por exemplo a primeira linha e a primeira coluna tem a mesma sequência, assim com a segunda linha com a segunda coluna.

Uma aluna também observou que as linhas e colunas a partir da soma dos dois números iguais tem a mesma sequência de somas. A observação da aluna está representada no Quadro 3.

QUADRO 3 - Regularidade observada por uma aluna do 8º ano

$1+1=2$	$2+1=3$	$3+1=4$	$4+1=5$	$5+1=6$	$6+1=7$
$1+2=3$	$2+2=4$	$3+2=5$	$4+2=6$	$5+2=7$	$6+2=8$
$1+3=4$	$2+3=5$	$3+3=6$	$4+3=7$	$5+3=8$	$6+3=9$
$1+4=5$	$2+4=6$	$3+4=7$	$4+4=8$	$5+4=9$	$6+4=10$
$1+5=6$	$2+5=7$	$3+5=8$	$4+5=9$	$5+5=10$	$6+5=11$
$1+6=7$	$2+6=8$	$3+6=9$	$4+6=10$	$5+6=11$	$6+6=12$

Os alunos afirmaram que só foi possível observar tal regularidade a partir do QUADRO 2, construído na lousa.

Na quinta questão todos responderam que a chance de quem escolheu par e quem escolheu ímpar ganhar seria de 50%. A maioria representou as chances por porcentagem, e somente um aluno respondeu na forma de fração. Para responder esta questão os alunos contaram quantas somas pares e quantas somas impares apareceram. Pela capacidade intuitiva dos alunos responderam 50%, sem realizarem cálculos.

Quando os alunos responderam esta questão, ainda não tinha sido promovida a discussão sobre a questão levantada por eles de que o par teria mais chance de ganhar. Observou-se que nenhum dos alunos levantou esta hipótese na sua resposta. Somente contaram a quantidade de somas pares e de somas ímpares. Tal acontecimento demonstra a importância de o professor registrar e considerar todas as hipóteses levantadas pelos alunos, pois se não tivesse sido relembrado o questionamento dos alunos, os mesmos teriam aceitado que as chances são as mesmas, mas não teriam compreendido o porquê.

As questões 6 à 11, tiveram o objetivo de estimular os alunos a analisarem a tabela construída, aprofundar e exercitar os cálculos de Probabilidade.

6. Qual Probabilidade de se obter soma superior a 8?
7. Qual a Probabilidade da soma ser ímpar e maior que 5?
8. Qual é a chance de se obter uma soma ímpar e menor que 3?
9. Escreva a Probabilidade de a soma ser múltiplo de 5.
10. Qual é a Probabilidade de a soma ser um divisor de 12?
11. Se um dos números obtidos for 3, qual a Probabilidade de a soma com o outro número ser par?

Os alunos apresentaram dificuldades nas questões 8 e 11. Na questão 8, alguns alunos consideraram o número 1 como possível resultado de soma. Portanto, houve a necessidade de uma intervenção, sendo que para isto foi solicitado que consultassem os registros feitos por eles, Figuras 4 à 9, para se certificar da afirmação. Quando constataram que não existia a soma de um número ímpar menor que 3 viu-se a necessidade de explicar o que seria um evento impossível.

Já na questão 11, os alunos tiveram dificuldade de contar quantas eram as possibilidades de a soma ser par sendo que um dos números é 3. Foi solicitado que averiguassem a quantidade nas construções feitas por eles, Figuras 4 à 9. Ao observar a sua construção, um aluno disse que o outro número só tinha a possibilidade de ser ímpar. Então ele contou somente as possibilidades em que a soma é de um número ímpar com o número 3.

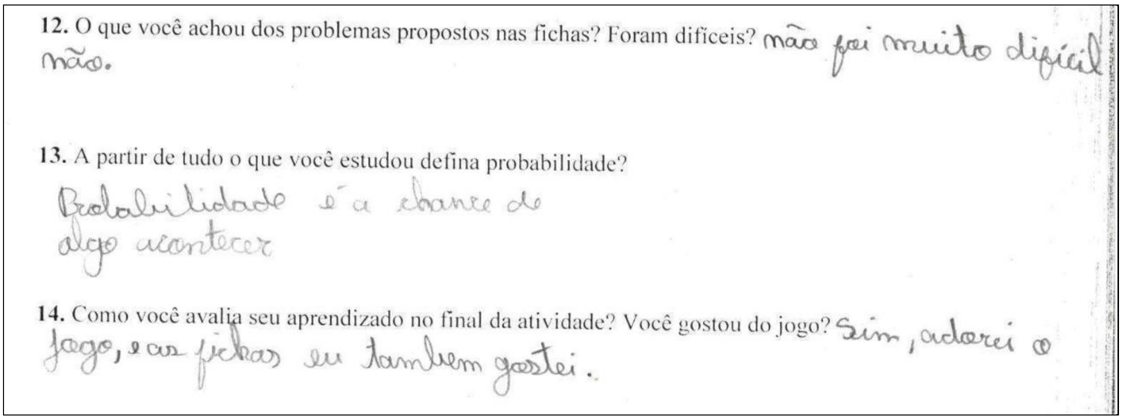
As três últimas questões tinham a intenção de proporcionar que os alunos realizassem uma auto avaliação do seu aprendizado. As questões foram as seguintes;

12. O que você achou dos problemas propostos nas cartas? Foram difíceis?
13. A partir de tudo o que você estudou defina Probabilidade?
14. Como você avalia seu aprendizado no final da atividade? Você gostou do jogo?

A maioria dos alunos responderam que os problemas foram fáceis e que não tiveram dificuldade de responder.

Todos definiram a Probabilidade como a chance de algo acontecer. A partir da definição apresentada foi conceituado juntamente com os alunos o que vem a ser evento e Espaço Amostral. Para isso, questionou os alunos se conheciam o significado da palavra evento. Uma aluna disse que um evento seria um acontecimento. Nesse sentido, foi perguntado se a palavra evento poderia ficar no lugar da palavra “algo”, que foi utilizada na definição de Probabilidade. Os alunos afirmaram que sim, então a professora solicitou que relessem a definição substituindo a expressão algo pela palavra evento. Deste modo, construíram a seguinte definição “Probabilidade é a chance de um evento acontecer”. Assim, definiu-se evento como o conjunto de casos favoráveis dentro de um conjunto de casos possíveis. O Espaço Amostral foi definido como o conjunto de todos os casos possíveis. Os alunos puderam concluir que o conjunto das 36 opções de soma, destacadas no Quadro 2 era o Espaço Ae um evento possível poderia ser "a soma dos números obtidos ser par".

Os alunos avaliaram bem o jogo e afirmaram que conseguiram aprender o que vem a ser Probabilidade e a realizar os cálculos.


12. O que você achou dos problemas propostos nas fichas? Foram difíceis? não foi muito dificil não.

13. A partir de tudo o que você estudou defina probabilidade?
Probabilidade é a chance de algo acontecer

14. Como você avalia seu aprendizado no final da atividade? Você gostou do jogo? Sim, adorei o jogo, e as fichas eu tambem gostei.

FIGURA 14- Resposta das perguntas 12, 13 e 14 dada por uma aluna do 8º ano

Para finalizar, foi destacado que na aula eles aprenderam somente os conceitos fundamentais da Probabilidade e que em séries posteriores, iriam estudar as conceitos de forma mais aprofundada.

4.3 Análise dos resultados da turma do 9º ano

A turma do 9º ano também era conhecida, pois lecionou-se na turma em todos os anos finais do ensino fundamental II. Portanto, pode-se afirmar que a maioria dos alunos apresenta um nível elevado de conhecimento dos conceitos matemáticos trabalhados no ensino fundamental. O senso crítico, e a capacidade de fazer conjecturas e relacionar os conceitos aprendidos com situações de dia-a-dia são características de grande parte dos alunos.

A turma é composta de 6 alunos, sendo uma aluna novata.

Como a turma já tinha conhecimento dos conceitos de Probabilidade, não foi necessário se aprofundar na explicação sobre o tema. No entanto, foi constatado a necessidade de realizar algumas indagações, afim de que os alunos relacionassem o conceito de Probabilidade com problemas do cotidiano. Os alunos relacionaram com diversas situações como:

- Na biologia (na turma tem um aluno em que o pai é Biólogo).
- Nos jogos da loteria.

- Na meteorologia (uma aluna disse que sempre escuta a palavra Probabilidade no jornal).
- Nas intenções de voto de uma campanha política.

O jogo proposto teve a mesma dinâmica da turma do 8º ano. Os alunos escolheram as duplas. Porém, no dia do jogo estava faltando um aluno, por isso, nesta turma o jogo foi desenvolvido por uma dupla e um trio. Mas, como os alunos deveriam jogar em dupla, pois teriam que decidir quem seria o par e quem seria o ímpar, uma dupla jogou contra um aluno. Os alunos se organizaram de modo que o aluno com mais facilidade jogaria contra os outros dois. Depois de decorrido uns 30 minutos de jogo, o aluno que estava faltado chegou. Como o jogo já estava em andamento tal aluno se juntou ao aluno que estava jogando sozinho.

A maioria dos alunos não tiveram dificuldade em responder as questões contidas nas fichas. Os alunos apresentaram as respostas da maioria das questões em forma de fração. Só responderam em porcentagem, quando o cálculo era fácil, como “qual a Probabilidade de sair coroa no lançamento de uma moeda”.

Nesta turma também ocorreu discussão quando foi solicitado que escolhessem quem iria ser o par e quem iria ser o ímpar, pelo mesmo motivo do 8º ano. Pois, afirmaram que quem escolhesse a soma par teria mais vantagem, pois a soma de dois pares e a soma de dois impares resulta em par e somente a soma de um par com um ímpar resultaria em ímpar. No entanto, preferiu-se deixar para discutir esta questão no final da atividade.

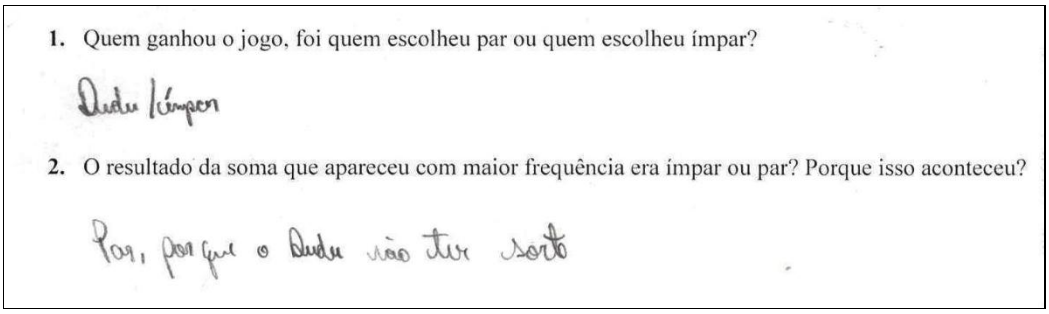
No final do jogo os alunos fizeram alguns questionamentos. Um que se destacou, foi a pergunta de um aluno sobre o porquê de quando se lança um dado os números que aparecem com maior frequência são os números 1, 2, 3 ou 4 e os números 5 e 6 demoram mais para aparecer. Ainda afirmou que com certeza a Probabilidade de sair o número 5 ou o 6 é menor do que a Probabilidade de sair os outros números contidos no dado. Então foi questionado se ele estava comparando a Probabilidade de se sair cada número separadamente ou estava dizendo que a Probabilidade de se sair um número menor que 5 é maior que a Probabilidade de se sair um número maior ou igual a 5. O aluno afirmou que era separadamente. Neste momento, uma aluna interviu e disse que ele está comparando quantidade de números diferentes, e que é evidente que a Probabilidade de sair números menores que cinco é maior do que se obter um número maior ou igual a cinco, pois na primeira se tem 4 opções possíveis para um total de 6 possibilidades, ou seja, $\frac{4}{6}$ e para números maiores ou iguais a cinco tem-se 2 opções possíveis para um total de 6 possibilidade, ou seja, $\frac{2}{6}$.

A partir desta questões viu-se a oportunidade para definir o que vem a ser experimento aleatório. Assim foi destacado que ao se lançar um dado honesto, os números tem a mesma chance de sair. Sendo assim o experimento será definido como aleatório. Os alunos destacaram outros exemplos de experimentos aleatórios, como o sorteio de um aluno da sala e o lançamento de uma moeda.

O segundo momento da atividade foi direcionado a resolução da fichas de questões. Os alunos responderam às perguntas com bastante agilidade e concentração. Interagiram entre si e realizaram questionamentos quando apresentaram alguma dúvida.

Ao analisar as duas primeiras questões pôde-se perceber que em uma das duplas, o ganhador foi o ímpar e a soma que mais saiu foi par. Durante a discussões foi questionado se sabiam o porquê de isso acontecer. O aluno disse que isto ocorreu porque perdedor errou muitas questões, e o ganhador acertou mais questões, mesmo a soma ímpar tendo aparecido menos vezes, ou seja, quem escolheu par, por ter errado mais, teve que retornar com mais frequência. Os alunos disseram que quem perdeu não teve sorte, porém, a falta de conhecimento dos conceitos também foi um dos motivos que fez com que o aluno par perdesse o jogo.

Observe a resposta dada por um dos aluno.


1. Quem ganhou o jogo, foi quem escolheu par ou quem escolheu ímpar?

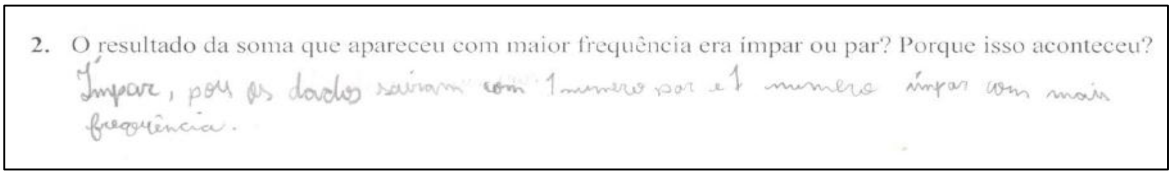
Dudu /ímpar

2. O resultado da soma que apareceu com maior frequência era ímpar ou par? Porque isso aconteceu?

Par, porque o Dudu não ter sorte

FIGURA 15 - Respostas dada nas questões 1 e 2 por dois alunos do 9º ano

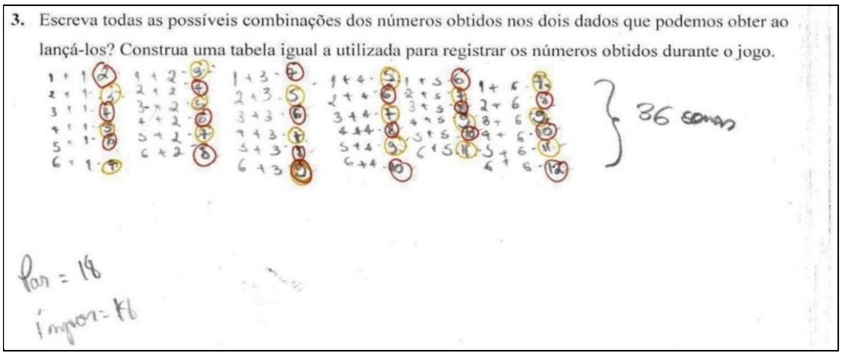
Na dupla em que o ganhador foi o ímpar e a soma que mais saiu foi o ímpar, um aluno da dupla justificou que o motivo do ganhador ser o ímpar foi porque ao lançar os dados saiu com maior frequência um par e um ímpar. Observe a resposta do aluno:


2. O resultado da soma que apareceu com maior frequência era ímpar ou par? Porque isso aconteceu?

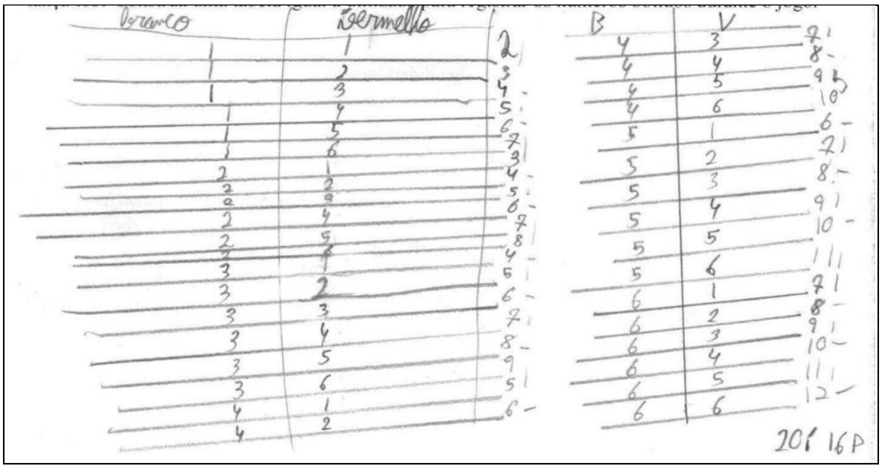
Ímpar, por os dados saíram com 1 numero par e 1 numero ímpar com mais frequência.

FIGURA 16 -Resposta da questão 2 dada por um aluno do 9º ano

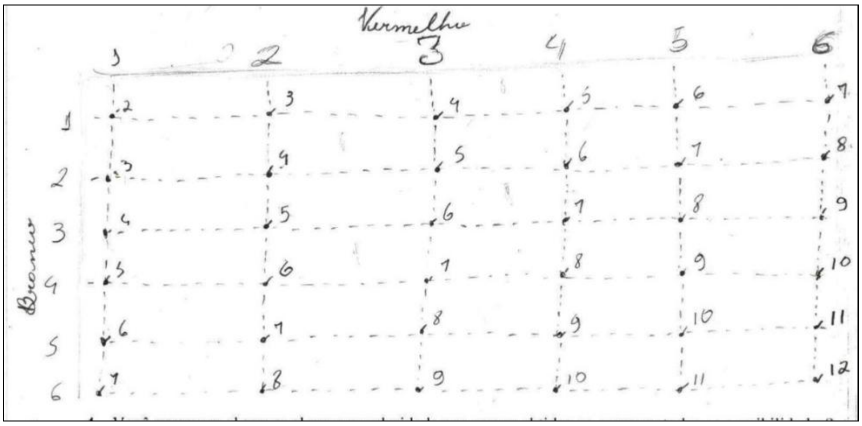
Na questão 3 os alunos determinaram todas as possibilidades. Ao serem questionados sobre quantas combinações seriam, alguns alunos responderam imediatamente que seria 36 possibilidades. Diferente da turma do 8º ano as construções nesta turma foram parecidas. Somente duas se diferenciaram das demais. Abaixo estão representados três construções.



(a)



(b)

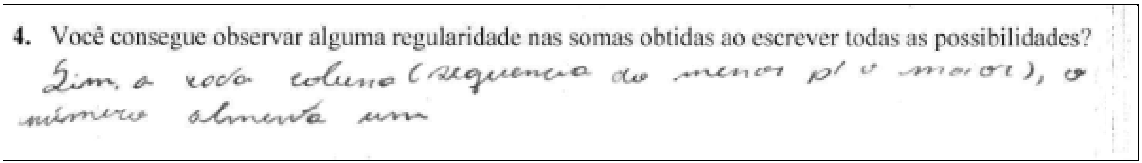


(c)

FIGURA 17 -Organização das possíveis combinações do resultado do lançamento de dois dados pelos alunos do 9º ano.

Na Figura 14 (a) observou-se que o aluno, determinou as 36 possibilidades de soma utilizando o mesmo raciocínio utilizado no Quadro 2. Já na Figura 14 (b) o aluno construiu de acordo com a tabela disponibilizada para registrar os números e as somas obtidas no lançamento do dado. Por meio da Figura 14 (c), verifica-se que o aluno apresentou uma resolução diferenciada, interessante e particular, pois o mesmo utilizou pares ordenados para determinar a quantidade de somas possíveis. O que destaca a capacidade do aluno de organizar dados e utilizar formas distintas de resolução.

Na questão 4 quase todos os alunos encontraram somente uma regularidade, a qual, foi que em cada coluna o número que é resultado da soma da sequência sempre se inicia somado a um com relação a sequência anterior.



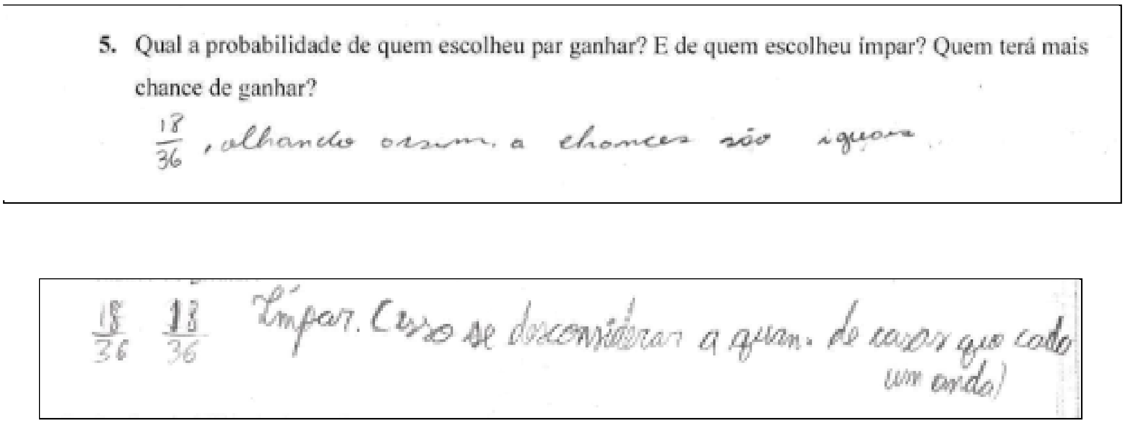
4. Você consegue observar alguma regularidade nas somas obtidas ao escrever todas as possibilidades?

Sim, a cada coluna (sequencia do menor p/ o maior), o número almenta um

FIGURA 18- Justificativa apresentada por um aluno do 9º ano

Foi também construído o Quadro 2 na lousa, e a partir dele os alunos não tiveram dificuldade para determinar as outras regularidades já apresentadas anteriormente.

Na questão número cinco os alunos responderam que a chance para cada um é de 50%, porém dois alunos apresentaram as seguintes respostas:



5. Qual a probabilidade de quem escolheu par ganhar? E de quem escolheu ímpar? Quem terá mais chance de ganhar?

$\frac{18}{36}$, olhando assim, a chances são iguais.

$\frac{18}{36}$ $\frac{18}{36}$ Impar. Caso se desconsiderar a quan. de casas que cada um anda)

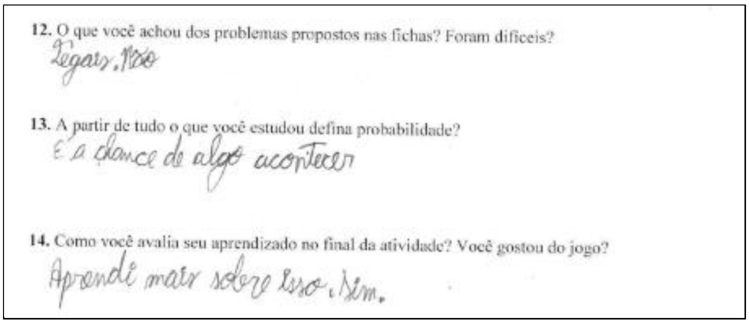
FIGURA 19 -Justificativa apresentada por um aluno do 9º ano

Portanto, pode-se constatar, baseados nas respostas apresentadas, que alguns alunos refletiram e constataram que, considerando somente as possibilidade de soma, as chances de se ganhar o jogo são realmente de 50%, porém tem que considerar a quantidade de casa que cada carta propõe andar, juntamente com a sorte ao lançar o dado e ter conhecimento dos conceitos fundamentais de Probabilidade.

Ao se retornar a questão levantada pelos alunos de que quem escolhesse o par teria mais chance de ganhar, foi questionado o porquê de todos responderem 50% de chances para cada, sendo que afirmaram que as chances não eram as mesmas. Os alunos observaram o Quadro (2) e constataram que nas colunas não se tinham soma de dois pares e dois ímpares simultaneamente. Ou seja, ou havia de dois pares ou de dois ímpares.

Todos os alunos responderam as questões de 6 à 11 corretamente. Não apresentaram nenhuma dificuldade. Nesta turma, os alunos responderam todas as questões em forma de fração e na maioria das vezes não as simplificaram.

Com relação as questões de 12, 13 e 14, os alunos registraram que gostaram da atividade e que não consideraram os problemas propostos difíceis. Definiram Probabilidade também como a chance de algo acontecer.


12. O que você achou dos problemas propostos nas fichas? Foram difíceis?
Legais, Não

13. A partir de tudo o que você estudou defina probabilidade?
É a chance de algo acontecer

14. Como você avalia seu aprendizado no final da atividade? Você gostou do jogo?
Aprende mais sobre isso. Sim.

FIGURA 20 - Respostas dada por um aluno do 9º ano, nas questões 12, 13 e 14.

Para finalizar foi definido o que vem a ser Espaço Amostral, evento e formalizado o cálculo da Probabilidade de ocorrência de um evento.

4.3 Análise dos resultados

Pode-se observar, baseados nos resultados obtidos na aplicação da atividade, que a inserção do jogos em sala de aula pode proporcionar aos alunos um aprendizado concreto e significativo de forma atrativa e prazerosa. Pois os alunos que participaram da pesquisa se envolveram com a atividade, disputaram, questionaram e interagiram entre si. Durante a resolução dos problemas contidos nas cartas, tentaram resolver utilizando rascunho e cálculos mentais. Não reclamaram em nenhum momento de ter que responder tais questões.

Portanto, pode-se constatar que para que as atividades desenvolvidas com auxílio dos jogos não sejam desenvolvidas como em aulas tradicionais, seria necessário instigar o aluno a participar ativamente do processo, ou seja, estimular a construção de uma postura investigativa e elaborar jogos que propicie a participação ativa do aluno neste processo.

Durante o processo de testar as conjecturas, a oportunidade de encontrar e corrigir o erro proporciona ao aluno aprender sobre um determinado conceito envolvido na solução do problema ou sobre estratégias de resolução do mesmo.

Constatou-se também que a habilidade de descrever, refletir e consolidar não ocorre somente ao se propor o jogo pedagógico em aula, pois para conseguir alcançar os objetivos propostos no trabalho foi necessário a elaboração de uma sequência de atividades que continha uma intencionalidade, e também a adoção de uma postura de mediadora do conhecimento, em que instigava os alunos a procurarem uma solução para o problema proposto questionando e instigando a busca pela validação de suas conjecturas.

Os questionamentos e as afirmações realizados pelos alunos durante a pesquisa caracterizam uma experimentação constante por parte deles, os quais levantaram conjecturas, argumentaram e provaram as propriedades trabalhadas. Assim quando se possibilita a manipulação concreta, os conceitos passam para do abstrato e atingem um conhecimento concreto e consequentemente conseguem compreender a natureza do conhecimento Matemático.

Deste modo, os resultados obtidos neste estudo de caso corroboram com as pesquisas já realizadas que é possível inserir os jogos como auxiliar no ensino de Probabilidade de modo a propiciar a construção do conhecimento de forma significativa. Pois dentro do contexto sobre o ensino atual de Probabilidade, observou-se à necessidade de uma busca incansável por novas metodologias, visando assim a melhoria do ensino e consequentemente da aprendizagem.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pôde-se concluir com este trabalho que, com o mundo em crescente desenvolvimento, é importante e relevante se ter conhecimento dos conceitos de Probabilidade, pois, os conceitos probabilísticos estão presente no nosso dia-a-dia.

No entanto, constatou-se que os alunos apresentam bastante dificuldade para compreender os conceitos de Probabilidade. Por este motivo, apresentou-se a relevância da inserção de novas metodologias no ensino de Probabilidade, dando destaque as potencialidades dos jogos como auxiliar nesse processo.

Destacou-se também a importância da elaboração de uma atividade orientadora de ensino, que aborde conteúdos de Matemática e que utilizem os jogos com auxiliar para proporcionar contribuições para processo de ensino e aprendizagem. Pois, essas atividades, além de auxiliarem na construção de conceitos específicos, podem contribuir para o ensino através de novas práticas.

Sendo assim, com os estudos teóricos bem como as pesquisas de campo desenvolvidas nos levaram a elaborar a seguinte questão norteadora: Quais contribuições podem ser alcançadas com a inserção dos jogos no processo de ensino e aprendizagem de Probabilidade e como e por que o professor poderá trabalhar com jogos em suas práticas?

São muitas as contribuições geradas pela inserção dos jogos no processo de ensino e aprendizagem de Probabilidade. Tais como, estimular o aluno a participar ativamente do processo de ensino e aprendizagem, contribuir para o trabalho em grupo, construção de estratégias e diversas formas de resolução de um determinado problema e realizar demonstração de conjecturas, levando assim o aluno a entender de um modo mais prático e sair do abstrato.

Os estudos realizados auxiliaram bastante na elaboração e planejamento da atividade aplicada, sendo que pode-se constatar que elaborar e desenvolver uma atividade de ensino que aborde um determinado conceito e que proporcione ao aluno desenvolver um papel ativo neste processo, ou seja, que o coloca em situações que o estimule a agir, formular e validar, não é uma tarefa fácil. Pois é necessário que o professor tenha domínio do que se deseja trabalhar e compreenda que o jogo por si só não garante resultados satisfatórios de aprendizagem. É necessário ter em mente que por trás de uma atividade auxiliada por jogos deverá se ter uma intencionalidade e saber como se desenvolve, porquê inserir e para quem é direcionado tal atividade.

Contudo a atividade auxiliada pelos jogos pôde proporcionar a construção de um aprendizado por parte dos alunos e consequentemente houve uma contribuição relevante para a constituição de concepções frente o processo de ensino e aprendizagem de Probabilidade auxiliada pelos jogos.

Assim, a partir das observações e impressões do comportamento dos alunos, dos questionamentos e afirmações que surgiram durante o desenvolvimento das atividades que abordavam os conceitos fundamentais de Probabilidade, constatou-se que alguns alunos que apresentavam alguma dificuldade em compreender tais conceitos por estar relacionadas com a falta de contextualização e ou metodologias adequadas, buscaram participar do processo e construir seu conhecimento de uma forma ativa.

Sendo assim, o trabalho contribuiu para se alcançar bons resultado, confirmando com a atividade proposta as contribuições destacadas nos estudos teóricos.

Por fim, espera-se que os resultados alcançados com esta pesquisa possam estimular, a inserção de novas metodologias no ensino, proporcionando assim uma nova visão sobre este contexto.

Acredita-se que é de suma importância que os professores e futuros professores procurem investir na formação continuada, para que estes estejam preparados para incluir novas metodologias em suas aulas, em especial os jogos pedagógicos, sabendo como encarar as dificuldades encontradas na zona de risco, de modo a propiciar a construção do conhecimento.

Em síntese pode-se concluir que é possível utilizar os jogos pedagógicos no contexto escolar e atuar nesta zona de risco, pois quando o professor compreende a importância de sua inclusão e investe na sua formação, para atualizar seus conhecimentos e se incluir neste novo contexto, sua prática poderá constituir um conhecimento mais significativo para o aluno.

Assim espera-se que as questões apontadas e discutidas neste trabalho, possam contribuir para a constituição de reflexões dos professores sobre suas práticas e que os mesmos possam entender a importância de se aprimorar e adequar as novas tendências de ensino como, por exemplo, os jogos como auxiliar no ensino e aprendizagem de Matemática.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORBA, M. de. C; PENTEADO, M. G. Informática e Educação Matemática. Belo Horizonte - MG: Autêntica, 2003.

BORBA, M. C; PENTEADO, M. G. Informática e Educação Matemática. – Coleção: Tendências em Educação Matemática – Belo Horizonte –MG. Autêntica, 2001.

BRASIL, Ministério da Educação e Cultura. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemáticas e suas Tecnologias, volume 2. Brasília: MEC/ESF, 2008. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 10 de Outubro 2017.

BRASIL, Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 10 outubro de 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília – DF: MEC, 1997.

CAMPOS, S. G. V. B; NOVAIS, E. S. Jogos e brincadeiras para ensinar e aprender probabilidade e estatística nas séries iniciais do ensino fundamental. In. Anais X Encontro Nacional de Educação Matemática – Educação Matemática, Cultura e Diversidade – Salvador, BA, 7 - 9 de Julho de 2010. 9 p.

CEDRO, W. L; MOURA, M. O. O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: o clube de Matemática. In. Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática. Universidade Federal de Pernambuco. Recife – PE. 15-18 de julho, 2004. 16 p

CORREA, V. B. Ensino – Aprendizagem de probabilidade no ensino médio: uma experiência usando jogos de loterias. 72 fls. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Maranhão, SÃO LUÍS – MA, 2016. Disponível em https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=92788. Acesso em 14 de agosto de 2017.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigação em Educação Matemática: percursos, teóricos e metodológicos – Campinas, SP: Autores Associados, (Coleção formação de professores). 240p. 2006.

GARNICA, A. V. M. História Oral e Educação Matemática. In BORBA, M. C. e ARAÚJO, J. L. Pesquisa qualitativa em Educação Matemática. 1. ed. Belo Horizonte - MG: Autêntica. Cap. 3. 78-98 pp. 2004.

Grando, R. C. O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula. 239 fls. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas – SP, 2000. Disponível em https://pedagogiaaopedaletra.com/wp-content/uploads/2012/10/O-CONHECIMENTO-MATEMATICO-E-O-USO-DE.pdf. Acesso em 20 de novembro de 2017.

LOPES, C. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. In Cad. Cedes Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008. Disponível em http://www.cedes.unicamp.br. Acesso em 14 de agosto de 2017.

MACEDO, L; PETTY, A. L. S; PASSOS, N. C. Os jogos e o lúdico na aprendizagem escolar. Porto Alegre: Artmed, 2005. 110 p. apud PEREIRA, J. E. Uma sequência didática utilizando jogos para introdução do conceito de probabilidade. 67 fls. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife – PE, 2013. Disponível em https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=46411. Acesso 14 de agosto de 2017.

MORGADO, A. C.; CARVALHO, J. B. P.; CARVALHO, P. C. P.; FERNANDEZ, P. Análise combinatória e probabilidade. 9 ed. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

MOURA, M. O. In: CASTRO, A. D; CARVALHO, A. M. P. de (org.) Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média. 1. ed. São Paulo: Editora Pioneira. Cap. 8, 143-162 pp. 2001

MOURA, M. O. O jogo e a construção do conhecimento matemático. São Paulo: FDE, 1994. (Série Ideias, 10). Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ ideias_10_p045-053_c.pdf. Acesso em: 11 de novembro 2017.

NEPEM – DEX/UFLA. Alguns modos de ver e conceber a Resolução de Problemas no ensino de Matemática. In. Anais do V Encontro Mineiro de Educação Matemática. Lavras – MG. Universidade Federal de Lavras, Lavras – MG, 2009. 10p.

NUNES, V. A. A utilização dos jogos lotéricos para o ensino de Probabilidade no Ensino Médio. 102 fls. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Seropédica – RJ, 2015. Disponível em https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=92858. Acesso em 14 de agosto de 2017.

ONUCHIC, L. R; ALLEVATO, N. S. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A.V; BORBA, M. C. Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo, SP: Editora Cortez, 2004.

PEREIRA, J. E. Uma sequência didática utilizando jogos para introdução do conceito de probabilidade. 67 fls. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife – PE, 2013. Disponível em https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=46411. Acesso 14 de agosto de 2017.

PETTY, A. L. S. Ensaio sobre o Valor Pedagógico dos Jogos de Regras: *uma perspectiva construtivista.* São Paulo, SP, 1995. 133p. Dissertação de Mestrado. Instituto de Psicologia, USP. Apud Grando, R. C. O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula. 239 fls. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas – SP, 2000. Disponível em https://pedagogiaaopedaletra.com/wp-content/uploads/2012/10/O-CONHECIMENTO-MATEMATICO-E-O-USO-DE.pdf. Acesso em 20 de novembro de 2017.

PONTE, J. P. da. Gestão Curricular em Matemática. In: O professor e o desenvolvimento curricular. Lisboa: APM, 11-34pp. 2005.

RICHIT, A. Projetos em Geometria Analítica usando software de Geometria Dinâmica: repensando a formação inicial docente em Matemática. 171 fls. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista - Instituto de Geociências e Ciências Exatas - Campus de Rio Claro. Rio Claro– SP. 2005

SANTOS, J. A. F. L; GRANDO, R. C. Movimento do pensamento probabilístico por alunos do 7º. ano do ensino fundamental. In. Anais X Encontro Nacional de Educação Matemática – Educação Matemática, Cultura e Diversidade – Salvador, BA, 7 - 9 de Julho de 2010. 11 p.

SILVA, F. M. N. da. Jogos no processo de ensino-aprendizagem em probabilidade. 71 fls. Dissertação (Mestrado) -Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2013. Disponível emhttps://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=29736. Acesso em 14 de agosto de 2017.

STRUMINSKI, L. A. de. F. Uso de jogos no ensino de matemática: uma proposta didática para o ensino de probabilidade. 100 fls. Dissertação (Mestrado) –Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2016 Disponível em https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=84507. Acesso dia 14 de agosto de 2017.

TORRES, T. H. S. Contribuição dos jogos na compreensão de conceitos matemáticos. 92 fls. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Brasília, Brasília, 2017. Disponível em https://sca.profmat sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=150270377. Acesso em 14 de agosto de 2017.

ZULATTO, R. B. A. Professores de Matemática que utilizam softwares de Geometria Dinâmica: suas características e perspectivas. 316 fls. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual Paulista - Instituto de Geociências e Ciências Exatas - Campus de Rio Claro. Rio Claro– SP, 2002.

ANEXO 1: Proposta de jogo para o ensino de Probabilidade utilizando dados

Público alvo: alunos do 8º e 9º ano do ensino fundamental.

Tempo de duração: 3 horas aula.

Conteúdo Trabalhado: Conceitos fundamentais de Probabilidade.

Material utilizado:

- 1 tabuleiro;
- 2 dados de cores distintas;
- 18cartascontendo perguntas sobre Probabilidade;
- Uma ficha para registrar os números e as somas obtidos no lançamento dos dados;
- Ficha com questões para formalizar, discutir e avaliar os conceitos trabalhados.

Objetivo: Construir a noção intuitiva do conceito de Probabilidade, com o intuito de contribuir para o processo de ensino e aprendizagem.

Desenvolvimento do Jogo:

A atividade será composta de três momentos, que serão descritos a seguir.

1º momento:

- Os alunos deverão jogar em duplas.
- Cada dupla receberá dois dados de cores distintas, um tabuleiro, 18 cartas com perguntas sobre Probabilidade, uma ficha para registrar os números obtidos ao lançarem o dado e duas fichas com questões para discussão e avaliação**.**
- Os componentes da dupla deverão decidir quem será o par e quem será o ímpar.
- Para iniciar o jogo, cada aluno da dupla lança um dado. Se a soma obtida for par, o aluno par deverá responder uma pergunta que estará contida nas cartas. O adversário que deverá ler a pergunta pra quem for responder, pois nas cartas estão contidos as respostas.
- Em cada carta consta a quantidade de casas que o aluno deverá avançar, em caso de acerto, ou retornar em caso de erro.
- Ganha o aluno que chegar no final primeiro.

- Os alunos deverão registrar todas os números obtidos no lançamento dos dados.
- A professora irá somente intermediar a atividade, realizando questionamentos e observado a postura e desenvolvimento dos alunos perante o desenvolvimento da atividade.

2º momento

- Os alunos deverão responder uma ficha com questões para formalizar, discutir e avaliar os conceitos trabalhados no jogo.

3º Momento

- Discussão e análise dos resultados obtidos

ANEXO 2: Ficha para reflexão e concretização do aprendizado do conceito de Probabilidade:

1. Quem ganhou o jogo, quem escolheu par ou quem escolheu ímpar?
2. O resultado da soma que apareceu com maior frequência era ímpar ou par? Porque isso aconteceu?
3. Escreva todas as possíveis combinações dos números obtidos nos dois dados que podemos obter ao lançá-los? Construa uma tabela igual a utilizada para registrar os números obtidos durante o jogo.
4. Você consegue observar alguma regularidade nas somas obtidas ao escrever todas as possibilidades?
5. Qual a Probabilidade de quem escolheu par ganhar? E de quem escolheu ímpar? Quem terá mais chance de ganhar?
6. Qual Probabilidade de se obter soma superior a 8?
7. Qual a Probabilidade da soma ser ímpar e maior que 5?
8. Qual é a chance de se obter uma soma ímpar e menor que 3?
9. Escreva a Probabilidade de a soma ser múltiplo de 5.
10. Qual é a Probabilidade de a soma ser um divisor de 12?
11. Se um dos números obtidos for 3, qual a Probabilidade de a soma com o outro número ser par?
12. O que você achou dos problemas propostos nas fichas? Foram difíceis?
13. A partir de tudo o que você estudou defina Probabilidade?
14. Como você avalia seu aprendizado no final da atividade? Você gostou do jogo?

ANEXO 3: Ficha para registro dos números obtidos no dado.

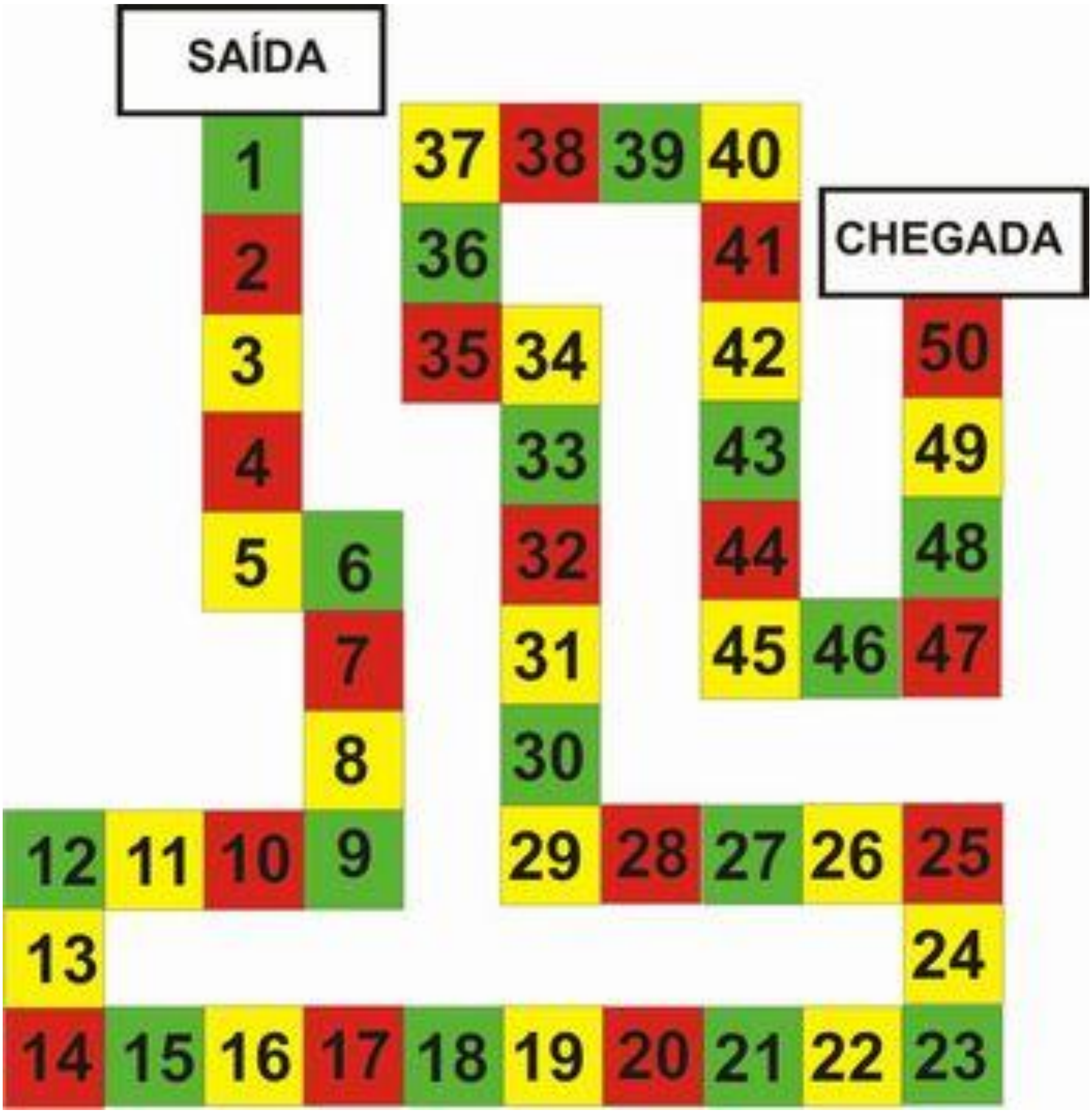
Dado Vermelho	**Dado Azul**	**Soma**

ANEXO 4

Ao se lançar um dado qual as chances de se obter um número par? Resp: 50% ou ½ Acerto: Avance 2 casas. Erro: Volte uma casas.	Ao se lançar um dado qual as chances de se obter um número ímpar? Resp: 50% ou ½ Acerto: Avance 4 casas. Erro: Volte duas casas.	Quando lanço um dado qual a probabilidade de se obter um número maior que 5 Resp: aprox. 16,6% ou 1/6 Acerto: Avance 3 casas. Erro: Volte 4casas.
Ao se lançar um dado qual as chances de se obter um número maior que 6? Resp: 0% Acerto: Avance 7 casas. Erro: Fique no mesmo lugar.	Em uma urna há três bolas brancas e cinco bolas pretas. Qual a probabilidade de se sortear uma bola branca? Resp: 37,5 % ou 3/8 Acerto: Avance 4 casas. Erro: Volte 2 casas.	Em uma urna há três bolas brancas e cinco bolas pretas. Qual a probabilidade de se sortear uma bola preta? Resp: 62,5 % ou 5/8 Acerto: Avance 3 casas. Erro: Fique no mesmo lugar.
Quais são os possíveis resultados que podemos obter ao se lançar uma moeda? Resp: cara ou coroa. Acerto: Avance 6 casas. Erro: Volte 1 casas.	Quais são os possíveis resultados que podemos obter ao se lançar uma dado? Resp: 1,2,3,4,5,6. Acerto: Avance 6 casas. Erro: Volte 1 casas.	Em uma sala de aula há 20 alunos. Sendo 13 meninas. Qual a probabilidade de se escolher um menino para ser representante de turma? Resp: 35% ou 7/20 Acerto: Avance 8 casas. Erro: Volte 3 casas.

Numa urna existem bolas numeradas de 1 a 17. Qualquer uma delas tem a mesma chance de ser retirada. Qual é a probabilidade de se retirar uma bola cujo número seja primo? Resp: aprox. 41,17 % ou 7/17 Acerto: Avance 7 casas. Erro: Volte 7 casas.	Numa urna existem bolas numeradas de 1 a 17. Qualquer uma delas tem a mesma chance de ser retirada. Qual é a probabilidade de se retirar uma bola cujo número seja múltiplo de 3? Resp: aprox. 29,41 % ou 5/17 Acerto: Avance 5 casas. Erro: Volte 3 casas	Numa urna existem bolas numeradas de 1 a 20. Qualquer uma delas tem a mesma chance de ser retirada. Qual é a probabilidade de se retirar uma bola cujo número seja divisor de 15? Resp: 20 % ou 4/20 Acerto: Avance 3 casas. Erro: Volte 1 casas
Diga se o evento é possívell, certo ou impossível. No lançamento de um dado sair um número entre 8 e 10 Resp: impossível Acerto: Avance 4 casas. Erro: Volte 1 casas.	Diga se o evento é possível, certo ou impossível. No lançamento de uma moeda sair cara. Resp: possível Acerto: Avance 6 casas. Erro: Volte 2 casas.	Diga se o evento é possível, certo ou impossível. Você jogar e ganhar na loteria Resp: possível Acerto: Avance 1 casas. Erro: Volte 3 casas.
Diga se o evento é possível, certo ou impossível. No lançamento de um dado sair sair um número de 1à 6. Resp: certo Acerto: Avance 6 casas. Erro: Volte 2 casas.	Em uma sala de aula há 35 alunos. Sendo 20 meninos. Qual a probabilidade de se escolher uma menina para ser representante de turma? Resp: prox 66,6% ou 2/3 Acerto: Avance 8 casas. Erro: Volte 3 casas.	Deseja-se escolher um aluno entre os seis alunos da sala para ser o monitor. Qual a probabilidade de se escolher um menino? Resp: aprox 66,6% ou 2/3 Acerto: Avance 9 casas. Erro: Volte 1 casas.

ANEXO 5



Tabuleiro 1 retirado de http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=50653