UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

EMANUEL GOMES LOURENÇO

O GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE AUXÍLIO NO ENSINO DE LOGARITMO

MOSSORÓ/RN
2013

EMANUEL GOMES LOURENÇO

O GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE AUXÍLIO NO ENSINO DE LOGARITMO.

Dissertação apresentada a Universidade Federal Rural do Semiárido – UFERSA, campus Mossoró para obtenção do título de Mestre em matemática.

Orientador: Prof. Dr. Odacir Almeida Neves

Co-orientadora: Profª. Ms. Angélica de Freitas Alves.

Este trabalho contou com o apoio financeiro da CAPES

Ficha catalográfica preparada pelo setor de classificação e catalogação da Biblioteca "Orlando Teixeira" da UFERSA

L886g Lourenço, Emanuel Gomes.

O GeoGebra como ferramentas de auxílio no ensino de logaritmo . / Emanuel Gomes Lourenço. -- Mossoró, RN, 2013.

58f.: il.

Dissertação (Mestrado em Matemática Profissional em Rede Nacional) – Área de concentração: Matemática) – Universidade Federal Rural do Semi-Árido. Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação.

Orientador: Prof°. Dr. Sc. Odacir Almeida Neves

1.Funções Logarítmicas. 2.Ensino. 3.GeoGebra. 4.TICs. I.Título.

CDD: 512.922

Bibliotecária: Marilene Santos de Araújo
CRB-5/1033

EMANUEL GOMES LOURENÇO

O GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE AUXÍLIO NO ENSINO DE LOGARITMOS.

Dissertação apresentada a Universidade Federal Rural do Semiárido – UFERSA, campus Mossoró para obtenção do título de Mestre em matemática.

APROVADO EM : 15 de Abril de 2013

BANCA EXAMINADORA

Profº. Dr. ODACIR ALMEIDA NEVES – UFERSA
Presidente

Profª. MSc. ANGÉLICA DE FREITAS ALVES – IFRN
Primeiro Membro

Profº. Dr. ANTONIO RONALDO GOMES GARCIA – UFERSA
Segundo Membro

Josildo José Barbosa da Silva

Profº. Dr. JOSILDO JOSÉ BARBOSA DA SILVA – UERN
Terceiro Membro

MOSSORÓ/RN, 15 de Abril de 2013.

Dedico este trabalho a duas mulheres da minha vida, que me fazem perceber que existe um Deus que cuida de mim, dois anjos que me compreendem e me fazem feliz: Minha mãe, Maria de Fatima Gomes de Lima e minha esposa, Rosana Azevedo de Souza Gomes.

AGRADECIMENTOS

À Deus, que tem me mostrado o caminho a seguir e me dado forças pra continuar;

Ao Professor Dr. Antônio Ronaldo Gomes Garcia pela sua indescritível dedicação a esse programa como coordenador, professor, orientador e amigo de nossa turma;

Ao Professor Dr. Odacir Almeida Neves pelo contínuo apoio durante o curso com sua serenidade incomparável;

À minha co-orientadora, Professora Ms. Angélica F. Alves pela extrema dedicação e disponibilidade em me auxiliar nesse trabalho;

Ao Professor, e agora colega, Antonio Roberto da Silva, por estar sempre disponível a compartilhar sua extensa experiência comigo;

Ao amigo Frank Victor Amorim pela constante disponibilidade em me ajudar com sua experiência em Geometria Dinâmica;

Aos amigos de mestrado, de viagem e da vida, que fizeram os quilômetros de estrada que enfrentamos menos monótonos, Felipe Neri de Oliveira Arrais, Jessé Carvalho e Kleber Araújo dos Santos;

A todos os colegas do PROFMAT UFERSA 2011, com os quais dividi alegrias, tristezas e horas de estudo que nos levaram até aqui;

Aos colegas do PROFMAT de outros polos que, que indiretamente me ajudaram na escalada até aqui, em especial aqueles que formaram o grupo de estudos de Natal, Thiago, Aldrin, Luciano, Jorge, Sandro, Leonardo e Carlos Eduardo;

À UFERSA, pelo apoio estrutural e dedicação, de todos que a fazem, em nos apoiar em nossa jornada.

À CAPES, pelo apoio financeiro disponibilizado, que contribuiu na aquisição de materiais didáticos, como livros.

A toda a minha família que sempre me apoiou em minha jornada acadêmica;

A todos os que fazem o IFRN, em especial a todos que contribuem ou contribuíram em meu trabalho nesta minha segunda casa, Cláudio, Kelvin, Flávio, Nina, Arnóbio, Tania, Albérico, Elthon, Quaranta, Renier, Wanderlan, meu alunos e tantos outros que não pude citar aqui;

Por fim, a todos aqueles que passaram pela minha vida e contribuíram positivamente.

RESUMO

O presente estudo tem como objetivo propor uma metodologia de ensino para a aprendizagem Matemática de logaritmos, utilizando como auxilio o *software* GeoGebra. Para tanto desenvolve atividades que contemplam logaritmos, aborda as novas tecnologias em suas funcionalidades e utilização em sala de aula e apresenta o *software* de matemática dinâmica visando melhorar a aprendizagem dos discentes. Como procedimentos metodológicos, a pesquisa estrutura em duas partes, em que a primeira desenvolve conteúdos teórico-bibliográficos e a segunda desenvolve uma sequencia didática de cinco atividades de logaritmos. Considerando que tanto o ensino quanto o estudo das funções logarítmicas tiveram pouca inovação ao longo dos séculos e que a sociedade está cada vez mais informatizada, neste trabalho foram produzidas atividades, que podem se encaixar perfeitamente no planejamento de aulas do professor, voltadas ao uso das TICs (Tecnologia da Informação e Comunicação), mais especificamente ao uso do *software* de matemática dinâmica (DMS) GeoGebra. Essas atividades buscam, em geral, a descoberta, através da manipulação, de conceitos matemáticos importantes na teoria dos logaritmos. Sendo assim, como resultados, a proposta mostra-se relevante para a melhoria da aprendizagem Matemática, em que os conteúdos de logaritmos podem ser mais bem compreendidos com o auxílio do GeoGebra, com possibilidades de promover motivações e entusiasmo dos alunos com a disciplina, conteúdos e forma de ensino. As considerações finais refletem sobre a importância de futuras abordagens e abertura para novos olhares, que possam contribuir para inovar a prática pedagógica e favorecer o ensino-aprendizagem de Matemática.

Palavras – chave: Funções Logarítmicas, Ensino, GeoGebra, TICs

ABSTRACT

This study aims to propose a methodology of teaching to learning math logarithms, using as an aid software GeoGebra. For that develops activities that include logarithms, discusses new technologies in their functionality and use in the classroom and presents the dynamic mathematics software to improve the learning of students. Methodological procedures, the research is divided into two parts, where the first develops theoretical and bibliographic content and the second develops a didactic sequence of five activities of logarithms. Whereas both teaching the study of logarithmic functions had little innovation over the centuries and that society is increasingly computerized, this study produced activities that can fit perfectly in planning lessons teacher, geared to the use of ICT (Information and Communication Technology), more specifically to the use of dynamic mathematics software (DMS) GeoGebra. These activities seeking, in general, the discovery by manipulation of mathematical concepts important in the theory of logarithms. Thus, as a result, the proposal appears to be relevant to the improvement of learning mathematics, in which the contents of logarithms can be better understood with the help of GeoGebra, with opportunities to promote motivation and enthusiasm of students with discipline, content and form of teaching. The final considerations reflect on the importance of future approaches and openness to new perspectives, which can contribute to innovate the teaching practice and promote the teaching and learning of mathematics.

Keywords: Logarithmic Functions, Education, GeoGebra, TICs.

LISTA DE SIGLAS

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

DMS – *Dynamic Mathematics Software* (*Software* Dinâmico de Matemática)

GNU – *General Public License* (Licença Pública Geral)

TICs – Tecnologias de Informação e Comunicação

PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais

PCN+ – Parâmetros Curriculares Nacionais (versão complementar)

WWW – *World Wide Web*

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Um dos objetivos citados, quando da criação do mestrado profissional em matemática em rede nacional (PROFMAT), fundamentou-se na busca de melhoria do ensino dessa disciplina. Tal necessidade se reflete na grande dificuldade apresentada pelos alunos na aprendizagem dos conteúdos de matemática, que é verificada constantemente no dia a dia pelas práticas docentes.

A Matemática traz em seu histórico concepções de complexidade, vista em sala de aula como uma disciplina de difícil aprendizagem, contudo o professor, pode em sua prática buscar melhores formas de ensino, que contribuam para facilitar a aquisição de conhecimentos dos alunos.

Segundo Souza (2010), além da própria natureza dos conceitos matemáticos, a maneira de ensina também se constitui como parte da dificuldade de aprender matemática. É a abordagem pedagógica utilizada pelo professor que pode realmente ser significativa, para que se entendam as deficiências e os êxitos no processo de ensino-aprendizagem de matemática.

Neste contexto, é que o estudo levanta o seguinte problema: que proposta metodológica através das TICs pode ser desenvolvida para dinamizar conteúdos de logaritmos e promover com motivação a aprendizagem dos alunos do 1º ano do ensino médio?

Com vista a responder a questão, o trabalho em seu objetivo, propõe uma metodologia de ensino para a aprendizagem Matemática de logaritmos, utilizando como auxilio o *software* GeoGebra. Para tanto desenvolve atividades que contemplam logaritmos, aborda as novas tecnologias em suas funcionalidades e utilização em sala de aula e apresenta o *software* de matemática dinâmica visando melhorar a aprendizagem dos discentes.

A motivação para o estudo deu-se a partir das experiências do pesquisador vivenciadas em sala de aula, com conteúdos aplicados no 1º ano do ensino médio, percebidos como um dos períodos mais difíceis de aprendizagem matemática.

As dificuldades se caracterizam desde a interpretação de gráficos, com deficiências de percepção de crescimento e decrescimento tanto por meio da análise do gráfico quanto por meio da análise da lei da função. As dificuldades realmente são sentidas por parte dos alunos, ao desenvolver problemas que recorram as propriedades dos logaritmos, tais como o logaritmo do produto e do quociente.

É importante aqui citar a necessidade de um bom entendimento desse conteúdo por parte dos alunos, pois, apesar da mudança de aplicabilidade notada no breve histórico dos logaritmos, a sua importância apenas muda de auxiliar em cálculos aritméticos para ferramenta essencial em diversas ciências nas quais os fenômenos variam proporcionalmente a quantidade existente, como, por exemplo, na matemática financeira e no PH das substâncias químicas.

Outro fator motivador para a escolha citada acima foi a percepção de escassas produções, quando da procura de alternativas metodológicas que apoiassem e facilitasse a prática docente de ensino de logaritmo.

Na tentativa de se alinhar as propostas dos PCNs (2000), que propõe ao professor buscar inovar em suas aulas, com abordagens que procurem aproximar os conhecimentos escolarizados com o cotidiano do aluno, se buscou uma abordagem que envolvesse o uso das novas tecnologias da informação e comunicação (TICs) no ensino de matemática, elegendo um *software* de matemática dinâmica (DMS), GeoGebra, que é um programa de código aberto (GNU- *General Public License*) como recurso auxiliador no ensino de logaritmos.

Nesse sentido, pensando na grande quantidade de professores que tem mais de uma jornada de trabalho e, com isso, pouco tempo para se capacitar. A proposta ora desenvolvida visa auxiliar a prática de ensino, não substituindo a formalização dos conceitos, mas contribuindo com aulas inovadoras e dinâmicas com objetivos claros e precisos, através do suporte do *software* GeoGebra

Como procedimentos metodológicos, a pesquisa estrutura-se em duas partes, em que a primeira desenvolve conteúdos teórico-bibliográficos e a segunda desenvolve uma sequencia didática de cinco atividades de logaritmos.

As teorias contemplaram literaturas cientificas, substanciadas em livros, artigos e revistas que tratam o tema com profundidade.

Para o desenvolvimento das cinco atividades propostas, o pesquisador utilizou conhecimentos matemáticos e tecnológicos próprios e investigou as TICs para eleger o *software* GeoGebra.

A sistematização do trabalho foi desenvolvida com base em quatro capítulos, em que o primeiro capítulo se substancia na historicidade dos logaritmos, o segundo capítulo aborda os TICs no ensino de matemática, enfatizando o ensino médio, o terceiro sinaliza sobre a potencialidades do *software* GeoGebra em sua interação com o usuário sem a necessidade de conhecimentos de linguagem de programação.

No capítulo 3 é apresentado, além do *layout* do GeoGebra, o desenvolvimento de uma atividade de familiarização com o programa para que o leitor se sinta mais a vontade quando se deparar com as atividades aqui propostas.

No capítulo 4 é apresentado a proposta didática de quatro atividades para o ensino de logaritmos usando o GeoGebra. As atividades propostas têm finalidades de aplicação em sala de, tanto para fundamentar conceitos já ensinados como para incentivar a dedução dos mesmos pelos alunos e a posterior formalização.

Essas atividades em suas variações apresentam a condição de existência dos logaritmos, o crescimento e decrescimento da função, a ideia de infinito, as propriedades dos logaritmos do produto e do quociente e a mudança de base.

Para finalizar a pesquisa, mas não a abordagem, as considerações finais refletem sobre os objetivos propostos, as limitações da pesquisa e as perspectivas de aplicações.

1 SOBRE OS LOGARITIMOS: DA INVENÇÃO A CONTEMPORANEIDADE

Com objetivo de dar maior ênfase ao estudo dos logaritmos veremos um breve histórico do desenvolvimento dos mesmos e suas aplicações, objetivando sua importância no desenvolvimento da humanidade. Importância essa ressaltada por Eves (2004, p.341) quando diz:

> Muitos dos campos nos quais os cálculos numéricos são importantes, como a astronomia, a navegação, o comércio, a engenharia e a guerra fizeram com que as demandas para esse cálculos se tornassem mais rápidos e precisos crescessem sempre e continuamente. Quatro notáveis invenções vieram atender sucessivamente essas demandas crescentes: a notação indo-arábica, as frações decimais, os logaritmos e os modernos computadores.

Observe-se aqui que os logaritmos são colocados ao lado dos computadores em sua relevância histórica. Vamos agora tentar entender o porquê desse comparativo.

1.1 BREVE HISTÓRICO

Quando do surgimento dos logaritmos no final do século XVI e início do século XVII a humanidade passava por um período de grandes mudanças. As grandes navegações europeias estavam no auge e, com elas, o estudo da astronomia, necessária na localização dos navios e que usava como recurso cálculos trigonométricos.

Essas viagens orientadas por corpos celestes exigiam constantemente cálculos numéricos precisos ora para valores muito pequenos (arcos) ora para valores muito grandes (distâncias), o que na época era difícil devido a falta de recursos como calculadoras e computadores.

A fim de facilitar esses cálculos alguns métodos foram desenvolvidos como a prostaférese (do grego *prosthaphaeresis* que significa adição e subtração) que consistia basicamente em usar fórmulas trigonométricas que transformam produto em soma e subtração. Tais fórmulas são hoje conhecidas como fórmulas de Werner

(Johannes Werner – matemático alemão que primeiro usou com esse propósito). Essas fórmulas são:

$$2sen\ A\ cos\ B = sen\ (A+B) + sen\ (A-B)$$
$$2sen\ A\ sen\ B = cos\ (A-B) - cos\ (A+B)$$
$$2\cos A\ sen\ B = sen\ (A+B) - sen\ (A-B)$$
$$2\cos A \cos B = \cos\ (A+B) + \cos\ (A-B)$$

Com um pouco de manipulação, as fórmulas de Werner poderiam também ser usadas para operações de divisão. No entanto a sua principal utilização era na transformação de multiplicações em adições e subtrações.

Procurando desenvolver métodos que resolvessem problemas de divisão, potenciação e até radiciação dois matemáticos desenvolveram independentemente, e quase que simultaneamente, as ideias dos logaritmos, o suíço Joost Bürgui e o escocês John Napier, sendo, segundo Boyer (1974) é creditado a Napier a invenção dos mesmos devido a sua publicação do livro *Mirifi Logarithmorum Canonis Descriptio* ter sido a primeira a tratar do assunto.

Napier se baseou no fato de que se pode associar termos de uma progressão geométrica a termos de uma progressão aritmética. Conforme verifica-se no exemplo abaixo:

PA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
PG	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049	177147

Imagine que se queira multiplicar $6561x27$, bastava observar que:

$6561x27 = 3^8.3^3 = 3^{11} = 177147$

Assim, observa-se que multiplicar dois números na tabela acima poderia ser feito apenas observando a posição dos mesmos 6561 (8° posição), 27 (3° posição) e o resultado seria dado pelo número ocupado pela soma das respectivas posições, o que se baseava na propriedade do produto de potências.

Observe que para fazer uma divisão, bastava seguir o processo de forma parecida, apenas subtraindo os expoentes.

Obviamente que esse método exigia que o usuário do mesmo tivesse posse de uma tabela com os respectivos valores das potências requeridas e a escolha de uma tabela de potências de base 3, por exemplo, não era interessante devido a rapidez com que essa potência cresce. A fim de facilitar o uso dessas tabelas Napier observou que deveria manter os termos da progressão geométrica os mais próximos possíveis, para usar interpolação para preencher as lacunas entre os termos na correspondência.

Pensando também na necessidade dos astrônomos, que manipulavam com frequência valores de senos e cossenos, que variam entre 0 e 1, ele propôs um número bem próximo de 1 para servir de base da potência nessa tabela, a saber $1 - \frac{1}{10^7}$ = 0,9999999. Napier usou ainda a multiplicação por 10^7 em cada potência para evitar decimais, escrevendo então:

$$N = 10^7(1 - \frac{1}{10^7})^L$$

onde L é o logaritmo do número N.

Observe que Napier não desenvolveu o conceito de base de um sistema de logaritmos. Ele apenas fixa uma base com a qual trabalhar.

Partindo dessas ideias, Napier escreve uma tábua de logaritmos com os valores das primeiras potências, desse número e outras tábuas com centenas de logaritmos, tendo levado 20 anos para terminá-las com precisão.

Deve-se a Napier também a utilização do termo logaritmo que é uma combinação de duas palavras do latim (*logos e arithmós*) que pode ser traduzida para número de razão.

Apesar desse texto ser um breve histórico, não podemos deixar de registrar a contribuição do matemático Henry Briggs, professor de Oxford que, após tomar conhecimento do trabalho de Napier, visitou-o e, a partir desse encontro, propôs os logaritmos de base 10 (após os dois concordarem que as tabuas seriam mais úteis se fossem escritas com uma base conveniente a tornar o logaritmo de 1 igual a 0 e o logaritmo de 10 igual a 1). O que se justifica pelo fato de nosso sistema de numeração ser decimal.

Conforme Eves (2004, p.346):

> Briggs devotou todas as suas energias à construção de uma tábua com base na nova ideia; e em 1624 publicou *Arithmetica logarithmica,* que continha uma tábua de logaritmos comuns, com 14 casas decimais, dos números de 1 a 20000 e 90000 a 100000.

A partir dessas publicações, os logaritmos ocuparam lugar de destaque na vida de matemáticos, físicos, astrônomos, engenheiros e de todos os estudantes das universidades que tivessem contanto com disciplinas de cálculo, por meio das tábuas de logaritmos e das réguas de cálculo.

Esse lugar de destaque em cálculos numéricos pelos logaritmos só viria a ser perdido com o advento das calculadoras e computadores que executam os mesmos com extrema rapidez. Apesar disso, os logaritmos não perdem sua importância, pelo fato de não serem mais essenciais ferramentas de cálculo, ela só é migrada para a solução de problemas que envolvem grandezas que variam proporcionalmente a quantidade existente. Conforme veremos no tópico a seguir.

1.2. O LOGARITMO NA CONTEMPORANEIDADE.

Os logaritmos hoje continuam a ser relevantes no ensino de Matemática devido a grande quantidade de fenômenos naturais que podem ser descritos por eles. Hoje, eles não são exclusividade da Matemática, são extremamente necessários, nas áreas de Física, Química e, até mesmo, na Biologia.

Em Matemática, sua grande relevância se mostra em descrever fenômenos financeiros, como os que envolvem os juros compostos.

Em Física, eles vão desde medir a quantidade de energia liberada por um terremoto, por meio da escala Richter, até a magnitude e a quantidade de energia liberara pelo mesmo.

Em Química, eles estão intrinsecamente ligados ao grau de acidez e basicidade das substâncias, por meio da medida do Ph (potencial hidrogeniônico) das mesmas.

De modo geral, eles estão presentes em fenômenos que envolvem variações não lineares, que crescem ou decrescem relativamente devagar.

Em face ao exposto aqui, o ensino desse conteúdo deve ser alvo constante dos professores, na busca de ensinar aos seus alunos a compreenderem não só suas aplicabilidades iniciais (que ficaram ultrapassadas com as calculadoras) como também a gama de fenômenos que estão em volta que podem ser modelados por eles, o que os torna essenciais ainda hoje.

2 AS TECNOLOGIAS DE INFORMAÇAO E COMUNICAÇÃO (TICs) NO PROCESSO EDUCACIONAL MATEMÁTICO

Reconhecidamente, as novas tecnologias fazem parte do cenário contemporâneo, se constituindo em inovação e modernidade, sendo uma realidade que se presencia em todos os âmbitos da sociedade.

No contexto educacional, a tecnologia aparece como um poderoso recurso no processo de ensino-aprendizagem, não somente com conhecimentos sobre seu manuseio, mas essencialmente com compreensão e crítica sobre seu funcionamento e condições de contribuição da prática pedagógica.

Especificamente no ensino da Matemática, visto seu caráter de tradicionalidade e complexidade, é importante inferir a existência de diversos conhecimentos matemáticos incorporados aos objetos e processos tecnológicos, o que configura a tecnologia como um mecanismo facilitador na aquisição da aprendizagem de Matemática.

No que concerne às Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs), estas dispõem de diferentes possibilidades para que professores possam dinamizar os conteúdos matemáticos e os alunos ganhem em motivação, participação e efetividade nas atividades.

As TICs oportunizam facilidades na aquisição do conhecimento, com a tecnologia sendo utilizada a favor do ensino em seus diferentes âmbitos de disciplinas, com uma ênfase substancial no ensino de Matemática que, por ser racional e exata, aparece para os alunos como complexa e de difícil assimilação.

Com crença nesse discurso, o capítulo ora desenvolvido se sustenta em problematizar e discutir as TICs no ensino de Matemática, buscando situá-las em importância para o ensino de matemática no ensino médio.

Propõe, principalmente, uma análise crítico-reflexiva sobre o papel do professor e o uso da tecnologia na disciplina de Matemática, com entendimento sobre as limitações e possibilidades que tais tecnologias podem promover.

2.1. AS TICS E SUA IMPORTÂNCIA NA MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

A Matemática é uma ciência que desempenha um papel crucial na formação intelectual do indivíduo, com possibilidade de compreensão das situações da realidade e da sociedade em que está inserida.

A Matemática ensinada nas escolas visa o desenvolvimento de habilidades e técnicas do pensamento ou raciocínio lógico-dedutivo, em que a própria origem da Matemática significa a técnica de entender ou compreender. Ao buscar solucionar problemas não se volta para uma busca particular ou específica, mas para a ação de facilitar o conhecimento das habilidades básicas e dos conceitos fundamentais, proporcionando uma relação entre ambos com vistas a resolver uma diversidade de problemas (SOUZA, 2010).

Temos então que insistentemente nos voltar para as TICs e sua importância no ensino escolarizado, quando se verifica que as tecnologias propiciam mudanças inovadoras na forma de ensinar e aprender.

Em relação ao ensino de Matemática, a crença é de que essas inovações se substanciam em caminhos que cada vez mais mostram que a tecnologia a serviço da Matemática modificou visões sobre a disciplina e também em sua abordagem em sala de aula.

Não se pode esquecer que ainda perdura a concepção de ensino matemático mecanicista e fechado em si mesmo. Segundo Souza (2010), o ensino da Matemática nas escolas se desenvolve pautado na aplicação de técnicas tradicionais, conteúdos organizados que produzem aprendizagens isoladas, situações didáticas padronizadas e em teorias que antecedem a prática e que produzem um ensino de transmissão.

Calil (2011) também pondera que ainda não é possível enxergar o uso da tecnologia como recurso pedagógico no ensino básico de Matemática, mesmo quando os alunos em seus conhecimentos tecnológicos sociais, consideram importante o uso da informática na sala de aula.

Se a prática pedagógica não atende plenamente aos novos contextos tecnológicos dispostos para o ensino de Matemática, o mesmo não se pode dizer das diretrizes traçadas para a disciplina, determinadas pela Lei 9.394/96 e renovadas pelos PCNs de 1996 e 2000 onde propõem (ou reforçam) o uso da tecnologia no ensino e na aprendizagem escolar quando afirmam que a escola deve possibilitar aos alunos integrarem-se ao mundo contemporâneo por meio da busca pela aquisição de uma cultura ampla que possibilite aprendizagem prática e crítica, sendo relevante tratar temas de domínio da experiência prática dos alunos.

Neste contexto, a Matemática aparece com uma importância singular, pois no ensino médio os instrumentos matemáticos são de grande importância para as atividades da vida real, pois permitem relacionar e interpretar fenômenos e informações através de competências e habilidades em geometria, álgebra, dados estatísticos, probabilísticos e gráficos (BRASIL, 2000).

Sendo assim, envolver as TICs na sala de aula de Matemática é buscar aproximar a realidade do aluno moderno ao conteúdo matemático, se tornando essencial que isso aconteça. E, para isso, a docência matemática deve passar por uma reflexão.

A aprendizagem escolar qualificada, em uma sociedade que respira tecnologia, exige do professor uma busca de meios que possam contribuir para a aquisição de conhecimentos e motivação para aprender por parte dos alunos, e essa procura não termina nos recursos tecnológicos, ao contrário, pode começar por eles.

No ambiente educacional, o professor tem seu repertório de saberes, métodos e didáticas de ensino, mas em se tratando de TICs, o conhecimento sobre tecnologia e suas dimensões é vital, pois as situações são sempre novas e requerem maneiras diferentes de abordagem. No processo de ensino, certamente dificuldades e limitações se instalam para o professor.

As dificuldades se postam na falta de capacitação e conhecimento tecnológico do professor, que, diante da demanda contemporânea, demora para incorporar os avanços tecnológicos no contexto de ensino, e na insegurança do uso da tecnologia em sala de aula, quando o professor se depara com alunos com conhecimentos prévios sobre a informática e em muitas situações, dominando completamente a tecnologia.

Para Petenuzzo (2008), muitos professores têm receio e resistência de utilizar a tecnologia por desconhecerem seus recursos e se sentirem ameaçados. Houve período em que muitos afirmavam que o computador iria substituir o professor por ele não estar preparado para utilizá-lo.

Sobre isso, Calil (2011) sinaliza que o uso da tecnologia no ensino de Matemática é relevante porque promove um novo olhar sobre a matemática tradicional, quando problemas antigos podem viabilizar novos questionamentos e novas ideias, opiniões e reflexões.

Contudo, Calil (2011) pondera que a inserção das TICs na formação docente ainda é tímida, e no Brasil, principalmente, há uma grande carência de teorias sobre os sistemas de ensino-aprendizagem em ambientes virtuais. Em específico na formação em Matemática, muitos professores desconhecem as TICs e suas inúmeras possibilidades de aprendizagem matemática. O autor ainda fundamenta que o preparo docente pressupõe a promoção de condição para que o professor possa adquirir conhecimento da tecnologia em seu uso na prática pedagógica.

Frota e Borges (2009, p. 15) também frisam a dificuldade do professor aprender sobre o uso da tecnologia quando a colocam como uma queixa real e procedente caracterizada pela separação entra a formação inicial dos professores e as exigências da prática docente. O Autor defende que o problema não reside em não se ensinar as novas tecnologias, mas em aprender e ensinar matemática com essas novas tecnologias.

Como verifica-se, a necessidade da docência é de prática tecnológica que considere e incorpore a matemática, com conhecimentos tecnológicos que perpasse a disciplina. Sendo assim, para o ensino de Matemática, as TICs propõem transformações no fazer e nas formas de fazer e o professor é o cerne dessa mudança.

O professor de Matemática, provido de conhecimentos tecnológicos pode certamente contribuir para valorizar, legitimar e tornar mais fácil a compreensão do alunado para com os preceitos da disciplina.

3 O *SOFTWARE* GEOGEBRA

A tecnologia tem disponibilizado no mercado uma diversidade de produtos com fins educacionais, cabendo às instituições escolares e corpo docente buscarem utilizar essas ferramentas em beneficio da melhoria educacional.

Na área de Matemática o universo de possibilidades que a tecnologia propõe parece ser ainda maior, pela ciência, no espaço da sala de aula ser percebida como complexa e difícil de aprender.

Neste sentido, o capítulo objetiva explicitar o *software* GeoGebra, em suas condições de desenvolvimento no espaço escolar, mostrando sobre sua funcionalidade, configurações e facilidades de aplicação no campo educacional.

Busca levar aos professores saberes importantes de manuseio, para que a partir dos conhecimentos adquiridos possam proporcionar interação e aprendizagem Matemática aos alunos no espaço da sala de aula.

Em sua finalidade, o GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica que combina geometria, álgebra, cálculo, tabelas, gráficos e estatísticas em um único sistema, desenvolvido para aprender e ensinar matemática nas escolas. Pela sua funcionalidade tem recebidos vários prêmios na Europa e Estados Unidos (HOHENWARTER; HOHENWARTER, 2009).

Ele também se destaca por ter uma interface amigável (interface que faz com que o usuário se sinta bem ao mexer com o sistema e o sistema transmita a ele uma sensação de que é fácil de ser operado), os gráficos, álgebras e tabelas estão interconectados e possuem características dinâmicas e está disponível em português e outras cinquenta línguas.

Outro fato de extrema relevância é que esse *software* pode ser usado em diferentes sistemas operacionais como *Windows*, *Linux* e *Mac Os*. Como não há uma determinação de uso de sistema operacional pelas escolas brasileiras o GeoGebra se mostra vantajoso por ser executável em todos os sistemas.

Sendo assim, esse *software* se encaixa bem em atividades didáticas interativas por se tornar um agente (junto com o professor) da construção do saber, sendo ideal para um bom aprendizado, conforme podemos perceber abaixo.

Cabe aqui esclarecer que a escolha desse *software*, em detrimento de outros que já existem com finalidades parecidas, se deve pela familiarização e identificação do pesquisador com o *software* durante a disciplina de recursos computacionais ministrada no programa PROFMAT. Compreendemos que o GeoGebra tem completude em relação a outros *softwares,* como máxima, *winplot* e *tabulae*, por combinar geometria e álgebra em uma mesma interface, o que não ocorre com esses outros *softwares,* que não se alinham as potencialidades e as configurações do GeoGebra.

3.1 CONHECENDO O GEOGEBRA

Para uma melhor compreensão do *software* GeoGebra, é oportuno descrever suas funções e formas de inserção, para que a partir dessas assimilações básicas, os professores possam se familiarizarem com a ferramenta.

A interface do GeoGebra se divide basicamente em duas partes de visualização: a janela algébrica e a janela gráfica, podendo ser inserida uma terceira parte, a planilha, em que o usuário tem que ativar a visualização da planilha clicando em exibir, na barra de menus, e em seguida em planilha.

A janela algébrica permite visualizar dados algébricos de entrada, por meio de equações e coordenadas de pontos e a janela gráfica possibilita a entrada de figuras de pontos e gráficos de funções. Essa interface apresenta ainda barras funcionais conhecidas como barra de ferramentas e barra de menus conforme podemos ver na figura abaixo.

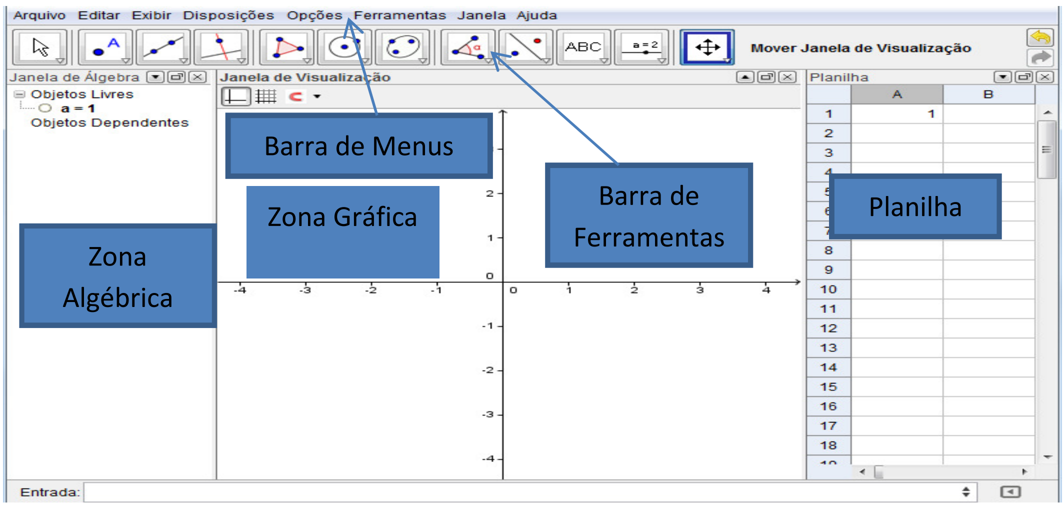


Figura 1.Tela inicial do GeoGebra.
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

É interessante observar que alguns comandos que se digitam no campo de entrada ocorrem de forma diferente de como se costuma escrever. Por exemplo, o circunflexo é usado para representar potências, o asterisco para representar multiplicações e o *sqrt* para representar raízes quadradas.

Em uma breve apresentação do funcionamento do, é relevante mostrar sua interligação entre a janela algébrica e a janela gráfica.

Utilizando novamente a tela inicial do *software* observa-se a partir do exemplo prático logo disposto abaixo, que qualquer sentença matemática válida inserida neste aplicativo sempre apresentará valores visíveis nestas duas janelas.

No campo de entrada digitamos uma expressão que represente uma função, por exemplo, f(x) = x^2 (o circunflexo é o símbolo usado no *software* para representar potências, assim como o asterisco representa a operação de multiplicação). Desta maneira, a janela do *software* a ser visualizada deverá apresentar a seguinte forma:

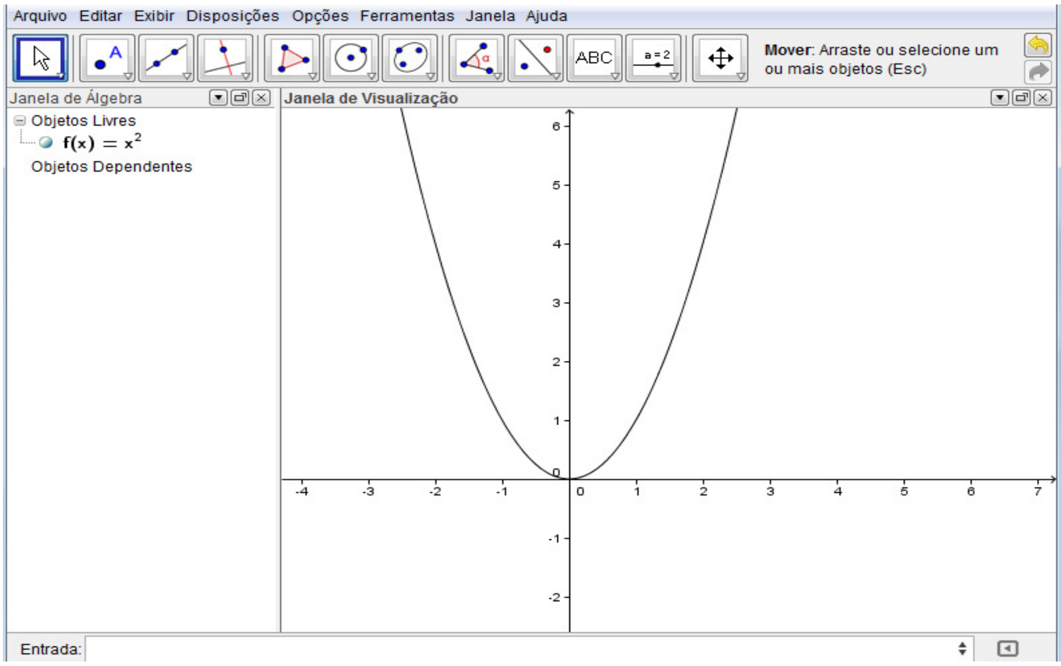


Figura 2. Exemplo prático utilizando o *software* GeoGebra
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

Observa-se a figura acima que na janela algébrica pode-se visualizar a função x^2 e na janela gráfica aparece o gráfico da mesma.

Ainda utilizando a sentença matemática do exemplo anterior, ao digitar no campo de entrada, a expressão A= (2,f(2)), aparecerá na janela algébrica o ponto A=(2,4) (4 é imagem de 2 pela função) e na janela gráfica aparecerá o ponto A sobre o gráfico, conforme pode-se perceber na figura que segue:

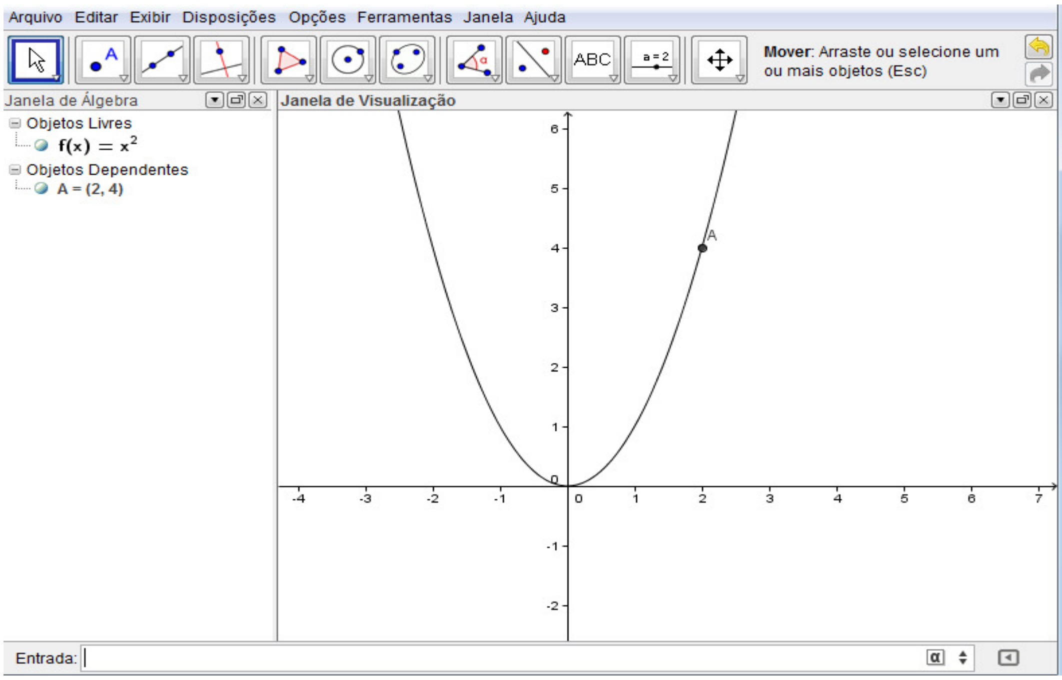


Figura 3. Exemplo prático no *software* utilizando mais valores (continuação).
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

Experimente clicar sobre o ícone mover na barra de  ferramentas, e, em seguida, clique sobre o ponto A na janela gráfica e o arraste. Percebe-se a interligação entre a janela gráfica e a algébrica, pois, à medida que se desloca o ponto, os valores correspondentes na janela algébrica mudam.

Contudo, apesar das ótimas oportunidades que o GeoGebra apresenta é imprescindível lembrar que ele apresenta limitações.

Conforme Amorin (2011, p. 55), ao analisar o *software* é possível perceber que faltam elementos de precisão mais completos, que permitam a visualização de pontos de valores não inteiros, o que prejudica a realização de determinadas atividades.

Um exemplo esclarecedor dessa limitação ocorre na visualização da plotagem de funções descontínuas, como a função $f(x) = \frac{|x|}{x}$, em que o *software* constrói o que parece apenas retas paralelas para o eixo x (y=1 e y=-1), para x > 0 e x < 0, respectivamente, não fazendo a distinção visual com intervalos abertos do ponto onde a função não tem imagem (x=0).

O autor pondera inda que nessas condições o que é plotado só pode ser entendido como função se houver visualização da variação de x com o seletor, pois a plotagem gráfica leva a perceber que no ponto x = 0, a função apresenta duas imagens (y=±1), o que descaracteriza a plotagem de uma função.

Podemos perceber essa limitação na figura abaixo:

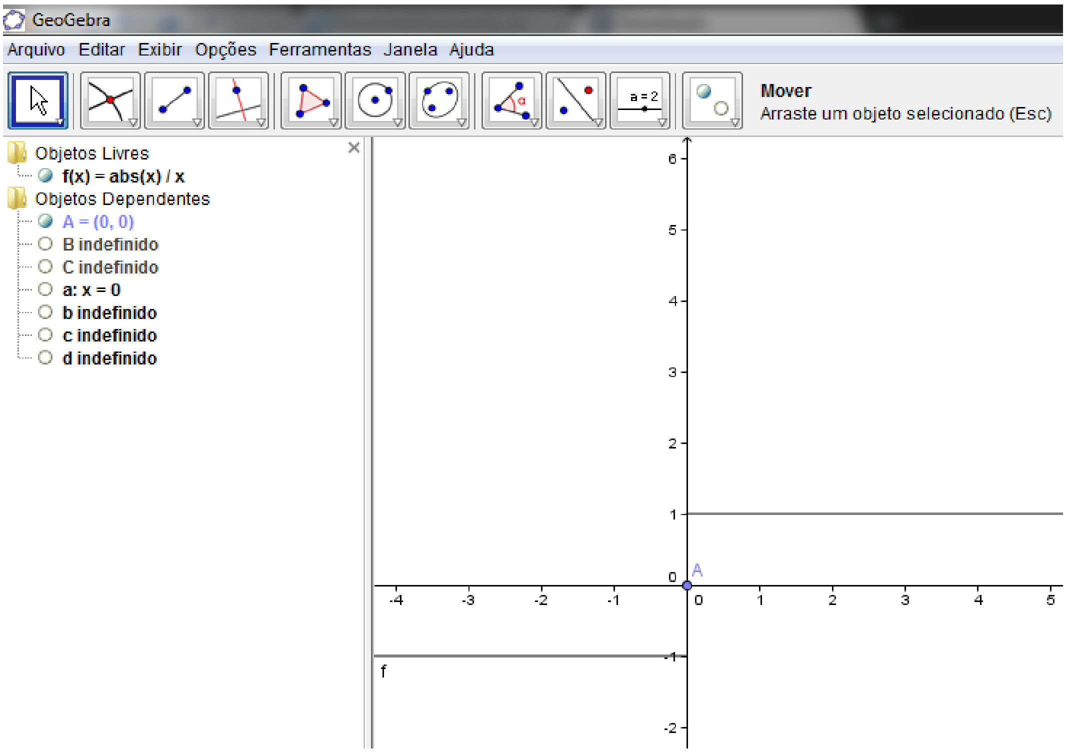


Figura 4. Demonstração das limitações do *software.*
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

Com esse tópico buscou-se apresentar um pouco das funcionalidades do GeoGebra e suas limitações com o objetivo de dar uma familiarização inicial com o *software*, buscando assim um entendimento simples do seu manuseio.

Essa abordagem inicial do *software* permite uma primeira impressão sobre seu contexto, simbologias que são utilizadas, formulação de gráficos e janelas que podem ser visualizadas.

Ademais, esses primeiros contatos possibilitam, não somente compreender as potencialidades e como se navega no ambiente da GeoGebra, mas promove também esclarecimentos sobre as limitações e falhas no ambiente do *software*.

3.2 GEOGEBRA, INTERAÇÃO E APRENDIZAGEM

A intenção de utilizar o *software* GeoGebra é de proporcionar aos professores uma efetiva e prática inserção da tecnologia no ensino-aprendizagem de matemática, através de uma ferramenta que promova dinamismo, interação e aquisição de conhecimentos matemáticos com e pelos alunos.

Em tempos de inovações tecnológicas, acredita-se que buscar movimentar o ambiente da sala de aula, com propostas pedagógicas motivadores, que gerem entusiasmo nos alunos, pode favorecer o professor em seus processos de ensino e promover uma maior qualidade na aprendizagem dos alunos.

Segundo Calil (20ll), o uso da tecnologia no ensino de matemática é relevante porque promove um novo olhar sobre a matemática em sua tradicionalidade, quando problemas antigos podem viabilizar novos questionamentos e novas ideias, opiniões e reflexões.

A proposta do GeoGebra mostra-se pertinente, por permitir uma maior interação do educando com a tecnologia, com possibilidades de descobertas matemáticas pela manipulação, experimentação e evidenciação dos dados que vão aparecendo através do *software*, promovendo construção de saberes matemáticos através de reflexões e discussões sobre conteúdos de geometria, álgebra, cálculos, dentre outros.

Neste sentido, segundo Gil-Pérez (1996), concepções claras do construtivismo se concebem com processos de construção de conhecimentos. Esses processos são evidenciados através das atividades propostas com o GeoGebra, que permite problematização, argumentação e raciocínio dos alunos sobre o tema.

Segundo Dale (1969 *apud* LONG; ERHMANN, 2005), em seu livro *Audiovisual Methods in Teaching*, a aprendizagem acontece de diferentes modos e, em cada um deles, a retenção dos conhecimentos adquiridos também é diferente. O autor estrutura em um “cone de experiência”, um ordenamento dos diferentes modos de aprendizagem, sendo o topo os de pior retenção e a base os de maior retenção.

Fez-se uma tradução/interpretação pessoal do cone para o português que pode ser visualizado na figura abaixo.

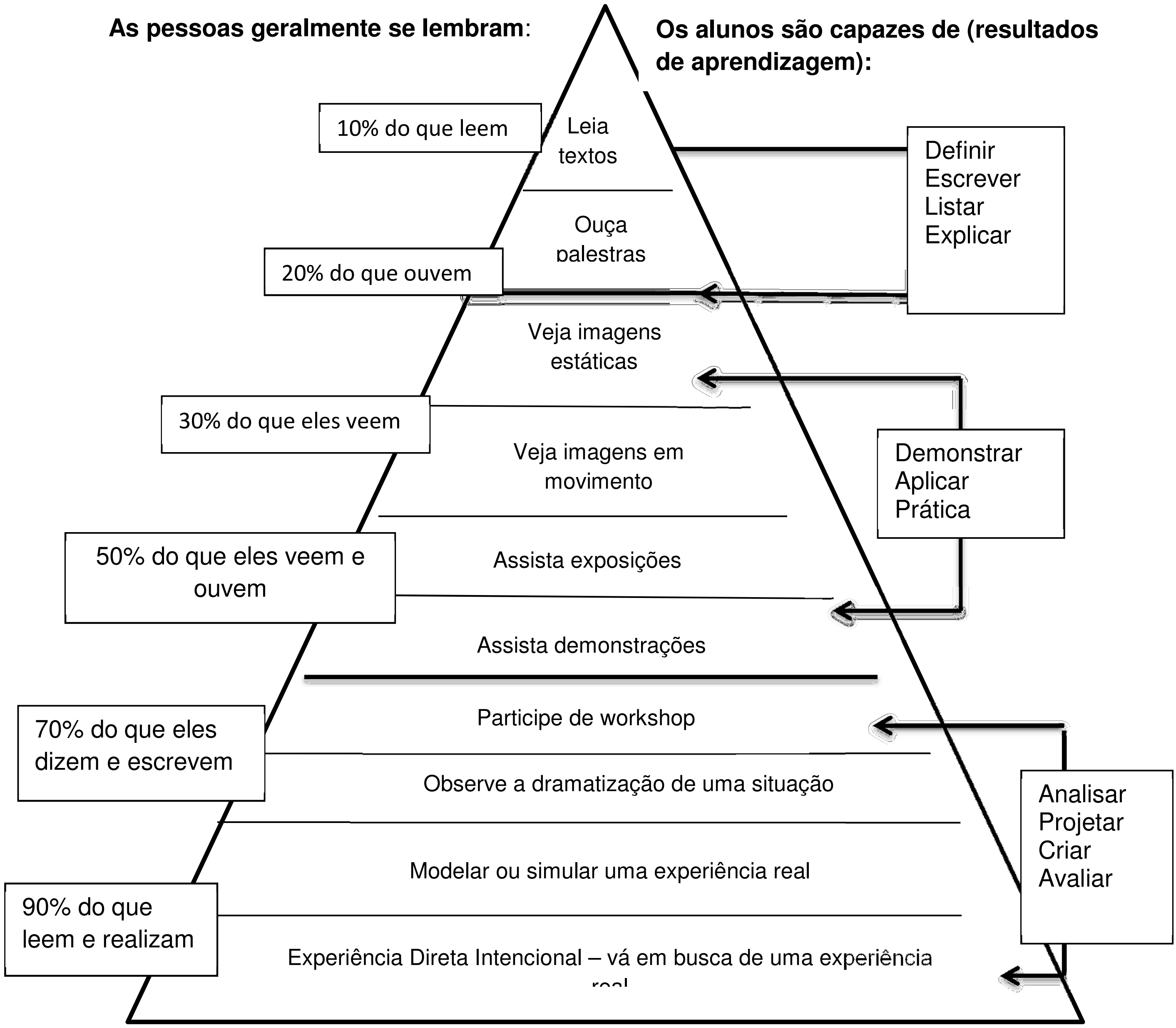


Figura 5. Cone de experiência de Edgar Dale
Fonte: Dale (1969 *apud* LONG; ERHMANN, 2005) - Adaptado pelo pesquisador.

Conforme percebe-se uma aula baseada apenas no quadro e giz tem um aproveitamento de aprendizagem de 50% (seria similar a assistir exposições, no meio do cone), enquanto que atividades pautadas nas experiências têm 90% de retenção de conteúdos (similar a uma experiência direta intencional), ou seja, atividades em que o aluno efetivamente participa são mais propensas a serem lembradas pelos educandos.

Neste contexto, as atividades propostas no capítulo seguinte são similares a uma experiência direta intencional, pois o GeoGebra tem uma interface que permite a experimentação, e posterior dedução, através da manipulação dos dados tanto na parte algébrica quanto na parte gráfica.

Essa liberdade de manipulação é que permite ao aluno, a partir da orientação de um professor, perceber os conceitos matemáticos envolvidos em suas experiências.

4 DESENVOLVIMENTO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE LOGARITMOS USANDO O GEOGEBRA.

Este capítulo tratará exclusivamente acerca das atividades a serem desenvolvidas e posteriormente analisadas, de modo que sua aplicabilidade sirva como fundamento para futuras pesquisas, sempre buscando correlacionar aspectos positivos do *software* em questão com a área didática.

As atividades são desenvolvidas em número de quatro, que contemplam as diversas possibilidades dispostas pelo *software* GeoGebra.

A primeira atividade propõe trabalhar com a imagem de elementos do domínio de uma função, para que os alunos possam conhecer a inserção das funções matemáticas no *software.*

A segunda atividade busca desenvolver nos alunos habilidades para interpretarem gráficos no aplicativo, com foco nas funções logarítmicas.

A terceira atividade fundamenta-se em propiciar conhecimentos aos alunos sobre as propriedades dos logaritmos através da utilização do *software*, enfatizando as propriedades do logaritmo do produto e do logaritmo do quociente.

A quarta e última atividade se dispõe em apresentar exemplos de cologaritmo, mostrando a mudança de base para que os alunos desenvolvam melhor o raciocínio e tenham motivação para as descobertas.

Todas as atividades pontuadas objetivam familiarização e conhecimentos com o *software* GeoGebra para melhor aquisição de saberes matemáticos.

No tocante ao público alvo, todas as atividades aqui propostas têm como protagonistas alunos do 1° ano do ensino médio, onde comumente se ensina esse conteúdo, contudo seu uso pode ser facultado para outras séries, conforme métodos e critérios do professor que for desenvolvê-las.

Com vistas ao bom desenvolvimento, estas atividades exigem como pré-requisito que os alunos tenham uma boa fundamentação em funções exponenciais, mais especificamente em potenciação e radiciação, além de uma introdução conceitual de logaritmos.

É importante observar que atividades tentam fundamentar esses conceitos apresentados e esclarecer dúvidas que frequentemente se apresentam. Além de um conhecimento prévio das funcionalidades do *Software* GeoGebra, nesse trabalho é desenvolvido uma atividade para a familiarização dos discentes com o referido programa.

Para a implementação do exercício o professor necessitará de uma sala com computadores em número igual ou superior a metade do número de alunos da sala, visto que a proposta contempla atividades que requerem formação de duplas. Essa parceria visa incentivar a discussão entre os colegas, das possíveis deduções por eles feitas, e um projetor multimídia para o possível esclarecimento das ferramentas do programa que possam não ter sido associadas, além da instalação do GeoGebra na versão 4.2 ou superior disponível em http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/download.

O leitor observará que se comenta minunciosamente o que está sendo proposto neste trabalho com o intuito de facilitar o entendimento daqueles que não tem experiência com o *software* e de facilitar o trabalho dos que desejarem utilizar tais atividades. Dessa forma, foram acrescentados roteiros das atividades prontas (EM ANEXO), para serem entregues aos alunos em uma aula.

4.1 A ATIVIDADE INICIAL

A atividade inicial (Atividade 01) tem como objetivo maior tornar compreensível e acessível, à primeira vista, o formato e as principais funcionalidades do *software* GeoGebra. A versão aqui apresentada na realidade constitui-se como sendo uma adaptação de Amorin (2011), uma vez que este pesquisador, em seu trabalho sobre ensino de cálculo com o *software* GeoGebra, propôs uma atividade que envolvia a imagem de elementos do domínio de uma função, que se aplica bem a atividade aqui proposta.

Pormenorizando tais objetivos, tem-se a busca pela familiarização por parte dos alunos, om a interface do *software*, com vistas a repassar conhecimentos acerca da inserção de funções matemáticas no GeoGebra, bem como instruir o aluno sobre procedimentos para determinar imagens de valores do domínio no *software* em questão.

4.1.1. Construção da atividade 01

Após os alunos iniciarem o programa GeoGebra em seus respectivos computadores solicita-se a estes que insiram na caixa de entrada de comandos 

, a função f(x) = x^2 - 3*x – 5, e, em seguida teclar *enter*.

Neste momento, é importante fazê-los observar o que aconteceu na tela do GeoGebra (aproveita-se para comentar sobre a zona gráfica e a zona algébrica e para mostrar que o circunflexo tem como significado representativo a potenciação e o asterisco a multiplicação). Esta operação poderá ser visualizada na figura abaixo:

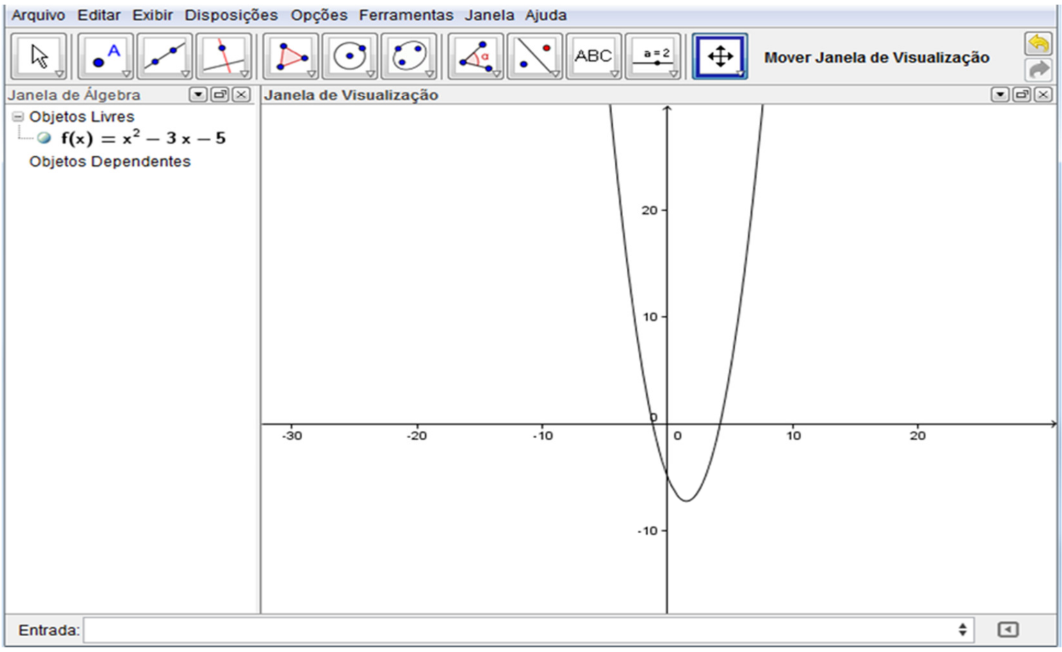
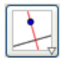


Figura 6. Visualização da função quadrática inserida.
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

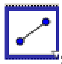
Em seguida, será solicitado aos alunos que cliquem sobre a barra de ferramentas, na opção  (2ª janela), escolhendo posteriormente, a “opção novo” ponto e clicar sobre o eixo x. Percebe-se que esse ponto é dependente do eixo x e não pode sair dele, pode apenas ser movimentado sobre ele. A esse ponto será atribuído o símbolo A (esse ponto também aparecerá na zona algébrica com suas coordenadas).

Na barra de ferramentas, selecionar a opção reta perpendicular  (4ª janela), e, por conseguinte, clicar no ponto A e no eixo x (aparecerá uma reta perpendicular ao eixo x interceptando o ponto A).

Na segunda janela da barra de ferramentas, selecionar a opção interseção entre dois objetos , depois selecionar o traçado gráfico e a reta perpendicular, obteremos, assim, o ponto B.

Na opção reta perpendicular (4ª janela) selecione o ponto B e o eixo y. Com a ferramenta “intersecção entre dois objetos” (2ª janela) selecionar duas linhas, o eixo y e a última reta perpendicular encontrando assim o ponto C (que pertence ao eixo y);

Na zona gráfica, clicar com o botão direito do mouse sobre as retas perpendiculares, em seguida clicar em “exibir objeto” fazendo com que as mesmas deixem de ser exibidas.

Na terceira janela, selecione a opção , trata-se da ferramenta “segmento definido por dois pontos”, em seguida, selecionar o ponto A e o ponto B. (Pode-se observar que será criado um segmento de reta do ponto A ao ponto B). Ver figura que segue.

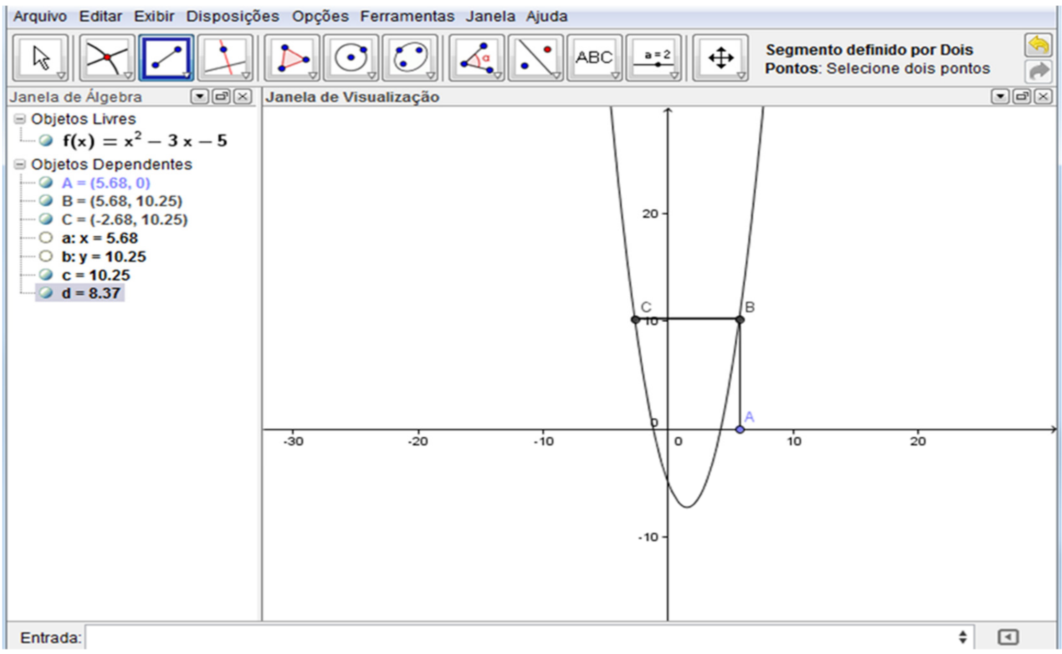
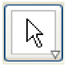


Figura 7. Visualização parcial da atividade 01
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

Será pedido agora ao aluno que faça um segmento do ponto B ao ponto C, utilizando o mesmo procedimento do item anterior.

Com o botão direito do mouse, clicar sobre o segmento AB, selecionando a opção “propriedades”. Na janela que aparecerá escolhe-se o opção “estilo”. Esse estilo é o do segmento selecionado, opta-se pela opção “tracejado”, fazendo o mesmo para o segmento de B até C.

Em seguida, será pedido ao aluno que escolha a opção mover (1ª janela), primeira opção da barra de ferramentas , fazendo com que este possa mover o ponto A. Observe que o ponto B mostra a coordenada x de A e a coordenada y de C, conforme figura logo abaixo:

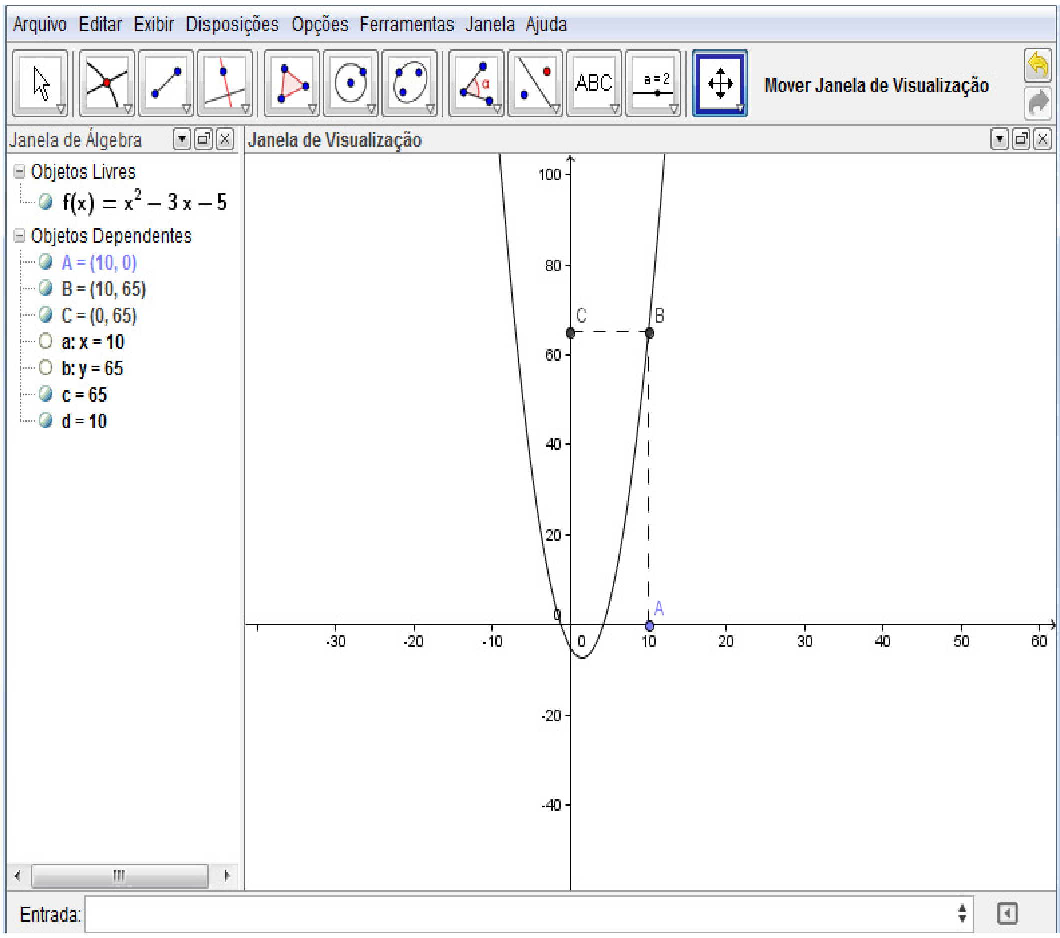


Figura8. Resultado da atividade 01.
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

Por fim, será indagado aos alunos o que eles podem observar no ponto B ao mover o ponto A.

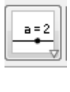
Aqui se espera que os alunos observem que o ponto B mostra a abscissa de A e a ordenada de C, ou seja, a imagem de valores do domínio.

4.2. SEGUNDA ATIVIDADE

Após um prévio conhecimento básico do aluno com o *software* GeoGebra a atividade que se segue (Atividade 02) possui como objetivo principal, desenvolver no aluno habilidades na interpretação de gráficos no aplicativo, mais especificamente nas funções logarítmicas.

Somado ao propósito essencial citado está à questão da ampliação de familiaridade com o aplicativo, da capacidade que o aluno poderá ter em observar as condições de existência dos logaritmos através da visualização no plano gráfico, desenvolver o raciocínio matemático, estimular sua curiosidade, identificar de maneira mais fácil, o crescimento e o decrescimento das funções logarítmicas, como poderá também expandir a ideia de infinito e de assíntotas verticais.

4.2.1. Construção da atividade 02

Com o programa GeoGebra já aberto solicita-se aos alunos que acessem o controle deslizante  na décima primeira janela da barra de ferramentas. Em seguida, clica-se no lado direito da zona gráfica. A janela que aparecerá será a seguinte:

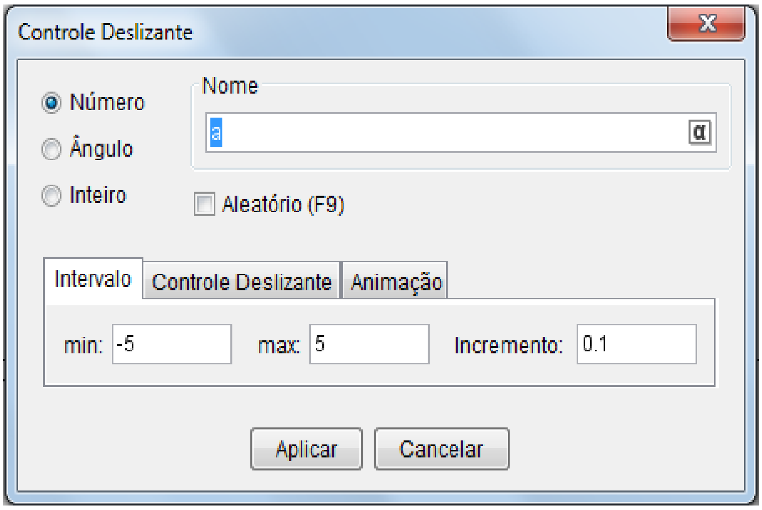


Figura 9. Janela de controle deslizante do GeoGebra.
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

Nessa janela, pode-se escolher o incremento do controle deslizante (é ele quem dirá a precisão da variação do deslizante) e o intervalo do mesmo. Sugere-se o padrão que já aparece, ou seja, intervalo de -5 a 5 e incremento de 0.1.

Clicando em aplicar aparecerá um segmento com a letra ***a***, que poderá ser deslizada variando seu valor, conforme figura que segue:

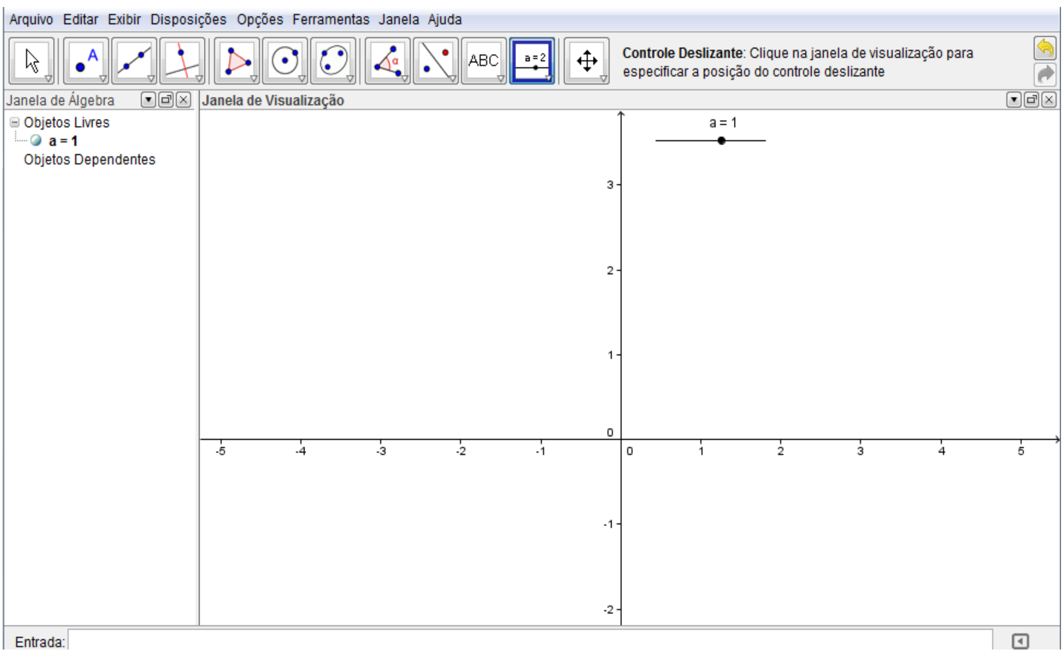


Figura 10. Controle deslizante na tela do GeoGebra.
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

Neste instante o aluno será instruído a inserir na entrada de comandos a seguinte função f(x) = log (a,x), teclando *enter* em seguida.

O GeoGebra identificará tal função como sendo logaritmo de x na base a, como mostra a figura abaixo:

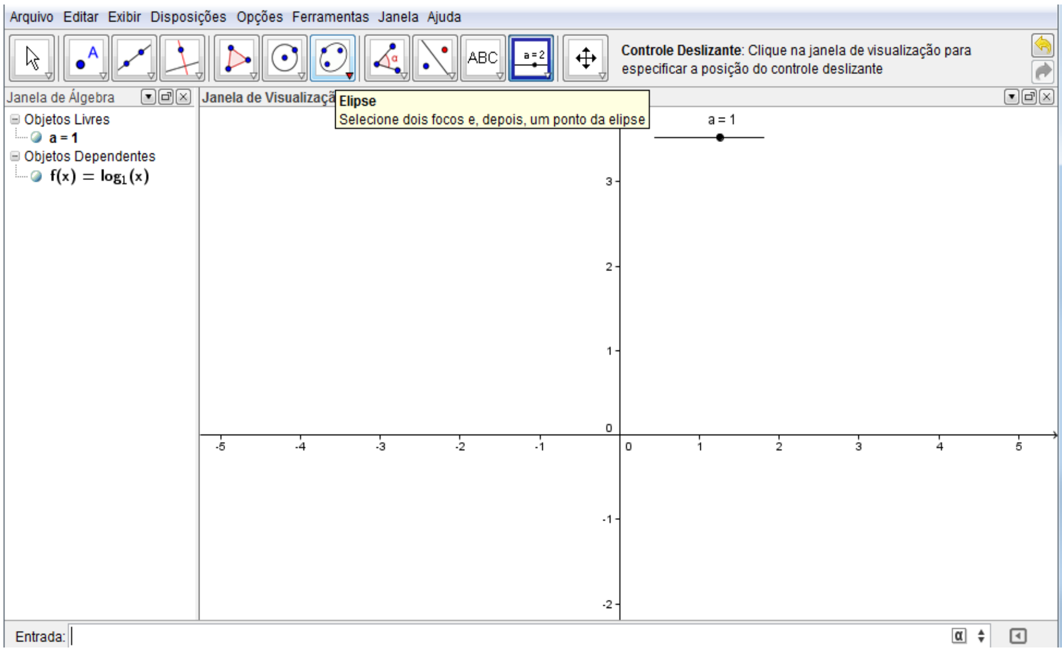


Figura 11. Tela do *software* após a inserção da função.
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

O professor deverá perguntar aos alunos o que apareceu na zona gráfica de suas telas, bem como na zona algébrica, se a partir do que foi feito seu aluno poderá fazer alguma dedução.

Aqui espera-se que os alunos percebam, na zona algébrica, o logaritmo de x na base 1 (o deslizante inicia com 1) e que nada aparece na zona gráfica, deduzindo que log(1,x) não existe conforme podemos ver na figura acima.

Em seguida, será requisitado que eles movimentem o controle deslizante para a > 1, para 0 < a < 1 e para a < 0, e então perguntar "o que acontece na zona gráfica?".

Neste momento, a intenção é que eles identifiquem que o crescimento e o decrescimento da função estão ligados ao valor da base, ou seja, quando a > 1 (figura 12) a função é crescente e, quando 0 < a < 1(figura 13) a função é decrescente e que a função também não existe para a < 0 (figura 14).

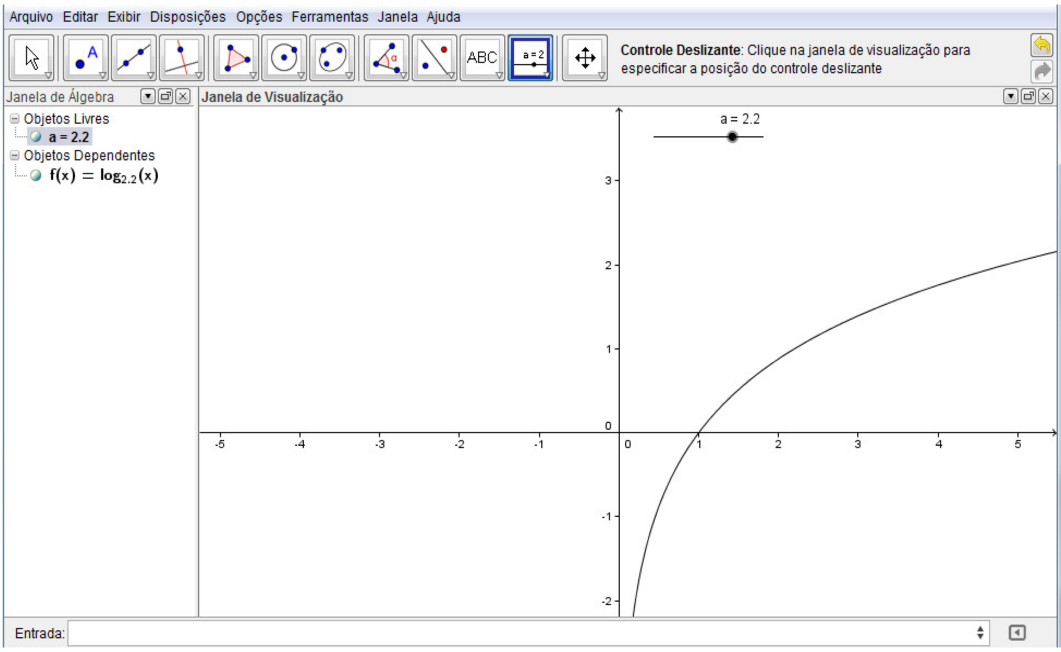


Figura 12. Intervalo onde a função torna-se crescente.
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

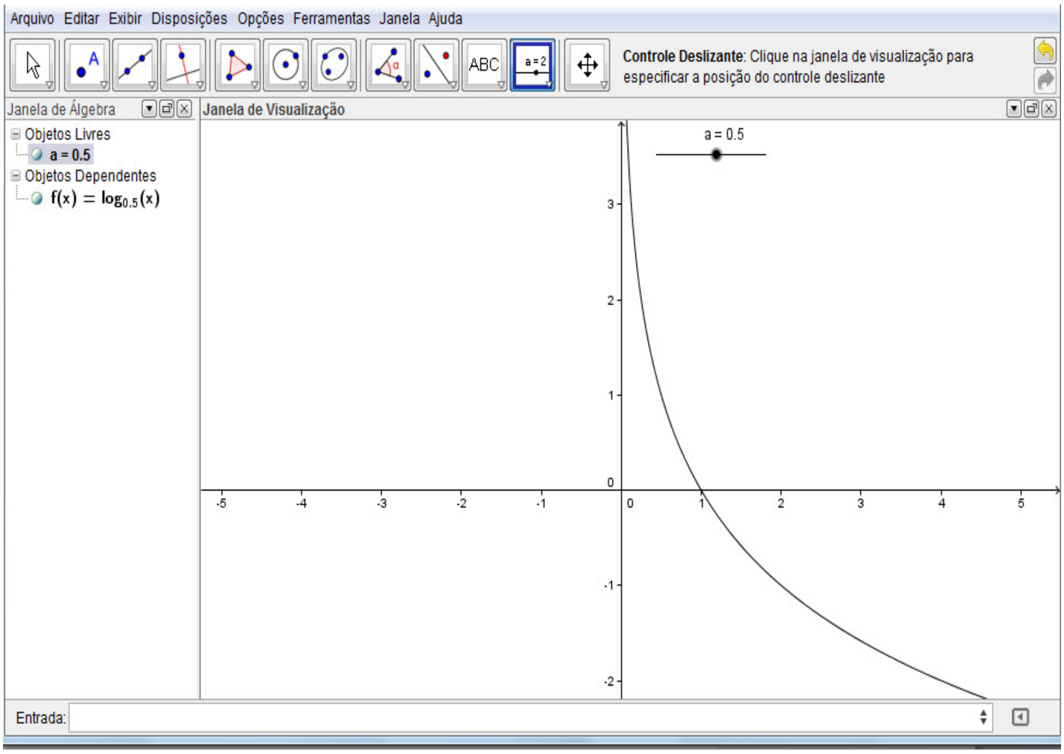


Figura 13. Intervalo onde a função torna-se decrescente.
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

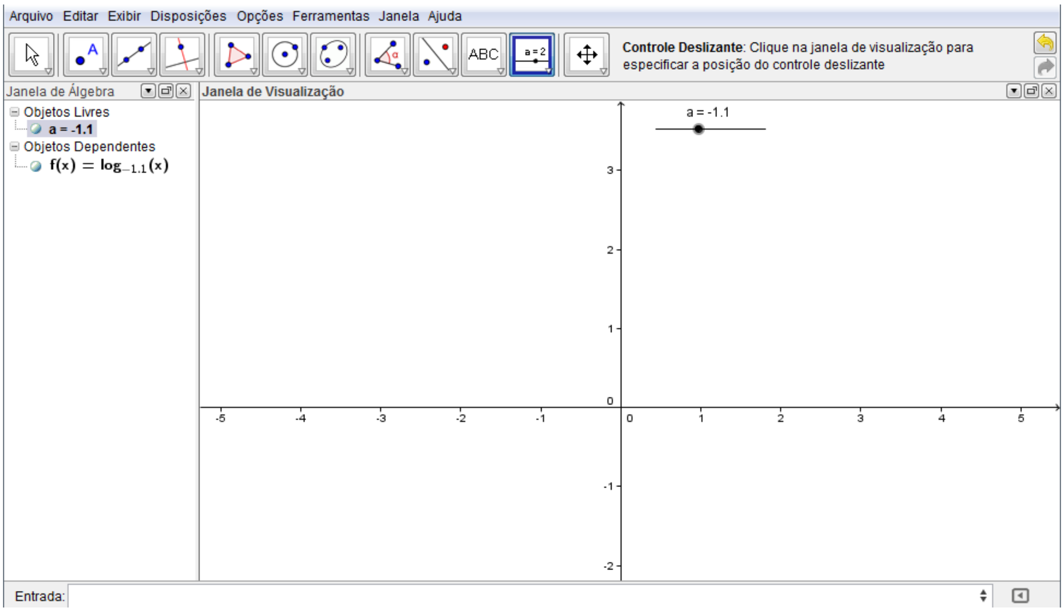


Figura 14. Intervalo na qual a função torna-se inexistente.
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

Dando continuidade a atividade, o professor pedirá que os alunos coloquem o deslizante em um ponto em que a função exista e digitem na entrada de comandos a expressão ***B=(0, f(0))***, o que se observa?

As observações possíveis são de que na zona gráfica nada mudou e que na zona algébrica apareceu a expressão ***B indefinido***, com a dedução de que logaritmo de 0 não existe (figura 15) .

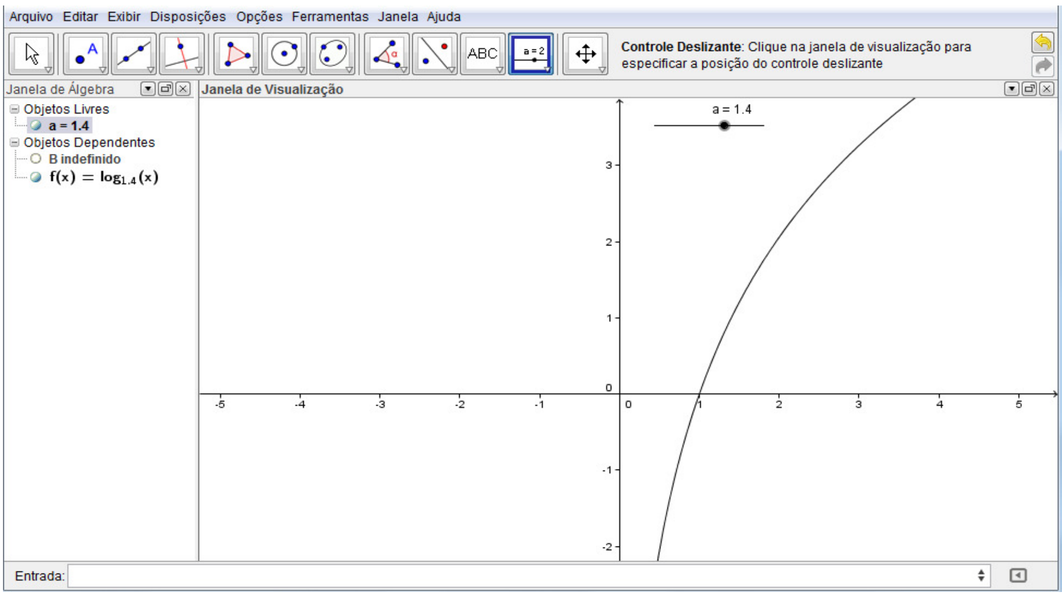


Figura 15. Tela do GeoGebra para a possível imagem de x = 0.
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

Perguntar ainda, o que eles percebem que ocorre com o gráfico da função quando x se aproxima de zero?

Possivelmente, duas respostas serão dadas: para alguns a função cresce indefinidamente quase tocando o eixo y e, para outros a função decresce indefinidamente, também quase tocando o eixo y (aqui se pode retomar a ideia de crescimento e decrescimento para discutir essa diferença).

Finalizando, o professor pode, a seu critério, introduzir a ideia de infinito e de assíntotas, já que a função cresce/decresce indefinidamente quando x se aproxima de zero, dependendo do valor que a estiver assumindo, conforme visto ao longo desta atividade.

4.2.2. A matemática na atividade.

Nessa atividade utiliza-se a condição de existência dos logaritmos, a saber:

Função logarítmica é toda função f: $IR^*_+ \rightarrow IR$ tal que $f(x) = \log_a x$, em que a é um número real, positivo e diferente de 1.

Trabalha-se também o crescimento e o decrescimento da função logarítmica que está ligado ao valor de sua base conforme define Paiva (2009).

A função logarítmica $f(x) = \log_a x$ é crescente e todo seu domínio, se e somente se, a>1.

A função logarítmica $f(x) = \log_a x$ é decrescente em todo seu domínio se, e somente se, 0< a < 1.

4.3. TERCEIRA ATIVIDADE

Esta atividade (Atividade 03) traz como objetivo precípuo evidenciar ao aluno algumas das principais propriedades dos logaritmos utilizando o *software* GeoGebra, tais como a propriedade do logaritmo do produto e logaritmo do quociente.

4.3.1. Construção da atividade 03

Com o *software* pronto para ser utilizado os alunos deverão inicialmente digitar na entrada de comando a seguinte expressão: f(x)= log(10,x)

Aparecerá o gráfico da função logarítmica na base 10 (figura 16), sendo esta uma ótima oportunidade para comentar que nos logaritmos decimais a base pode ser omitida (vale ressaltar que essa é uma sugestão, não sendo obrigatório trabalhar com a base 10 nessa atividade).

Uma possível dúvida que possa surgir é: “Se a base do logaritmo decimal pode ser omitida porque não escrever apenas f(x) = log x na entrada de comandos?”. Esse fato pode ser explicado pelo GeoGebra ser de origem estrangeira e a cultura em outros países é de omitir a base quando o logaritmo é natural, diferentemente da nossa.

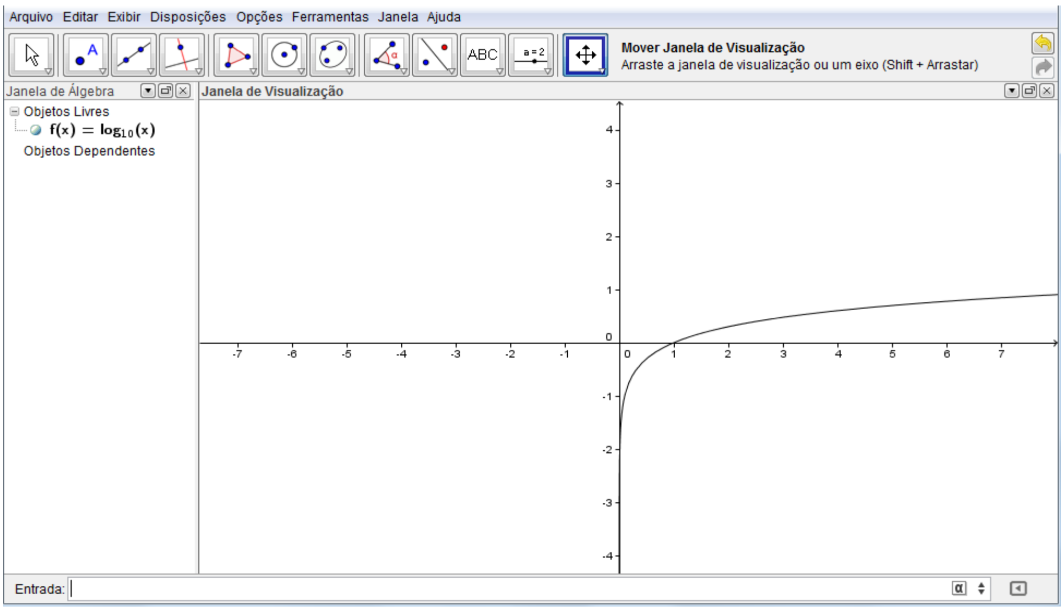


Figura 16. Gráfico da função f(x) = $\log_{10} x$
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

Em seguida, solicita-se na atividade que se digite, também na entrada de comando, A=(2,f(2)), B=(5,f(5)) e C=(10,f(10)). Aparecerão, respectivamente, as imagens da função para x=2, x=5 e x=10 (figura 17). Em vista disto pergunta-se se conseguem perceber alguma relação entre eles.

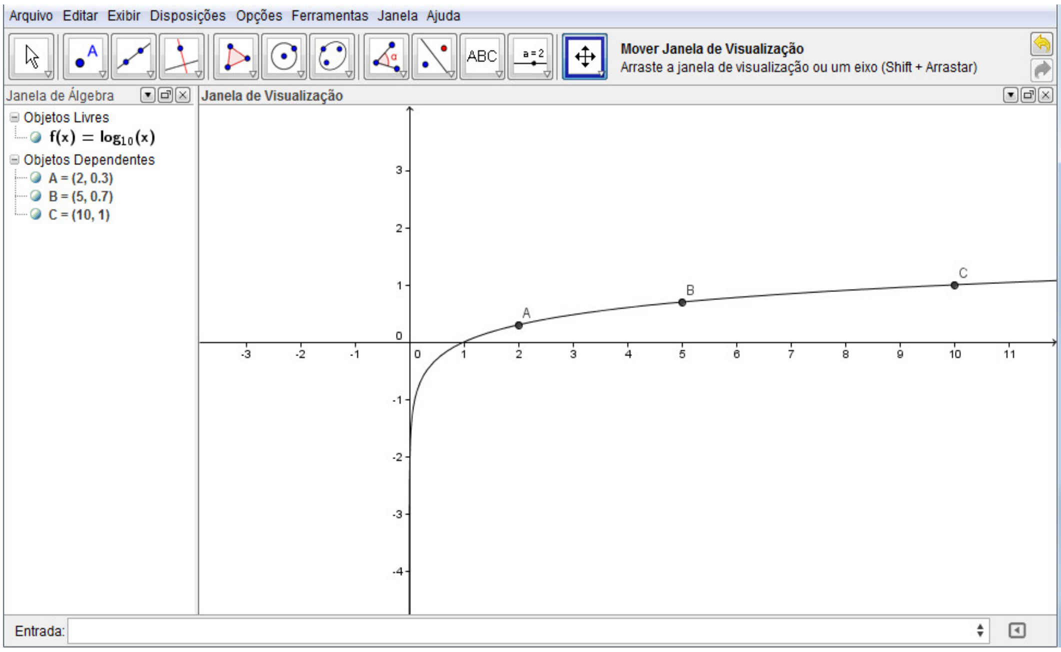


Figura 17. Tela na qual evidencia-se o logaritmo do produto.
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

Da mesma forma, sugere-se fazer a mesma coisa para outros valores, por exemplo, C=(10,f(10)) (já calculado), D=(100,f(100)) e E=(1000,f(1000)). O exercício terá como resultado a tela apresentada abaixo:

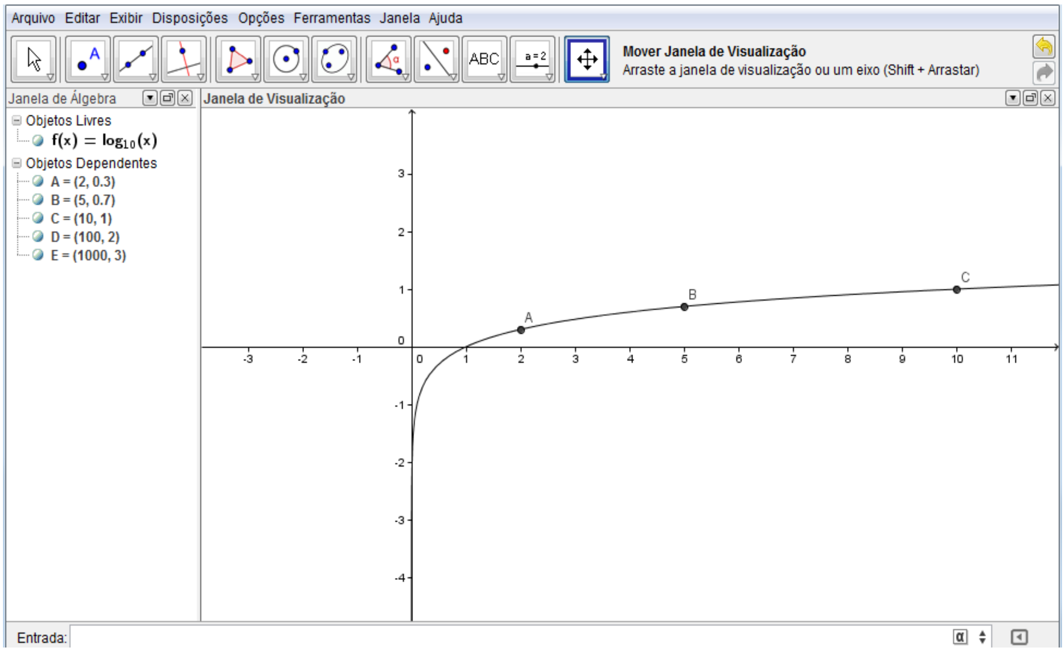


Figura 18. Tela com mais uma evidência do logaritmo do produto.
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

Após essas experimentações acredita-se que os alunos perceberão que os valores em x foram multiplicados e os valores em y foram adicionados. Aqui o professor pode fundamentar, por meio da demonstração, que log (a.b)= log a + log b.

Será solicitado agora que os alunos desmarquem os pontos de A a E e digitem os pontos F=(20,(f(20)), G=(2,f(2)) e H=(10,f(10)). Assim como no caso anterior aparecerão as imagens da função para x=20, x=2 e x=10 (figura 19). Pergunta-se o que eles conseguem deduzir.

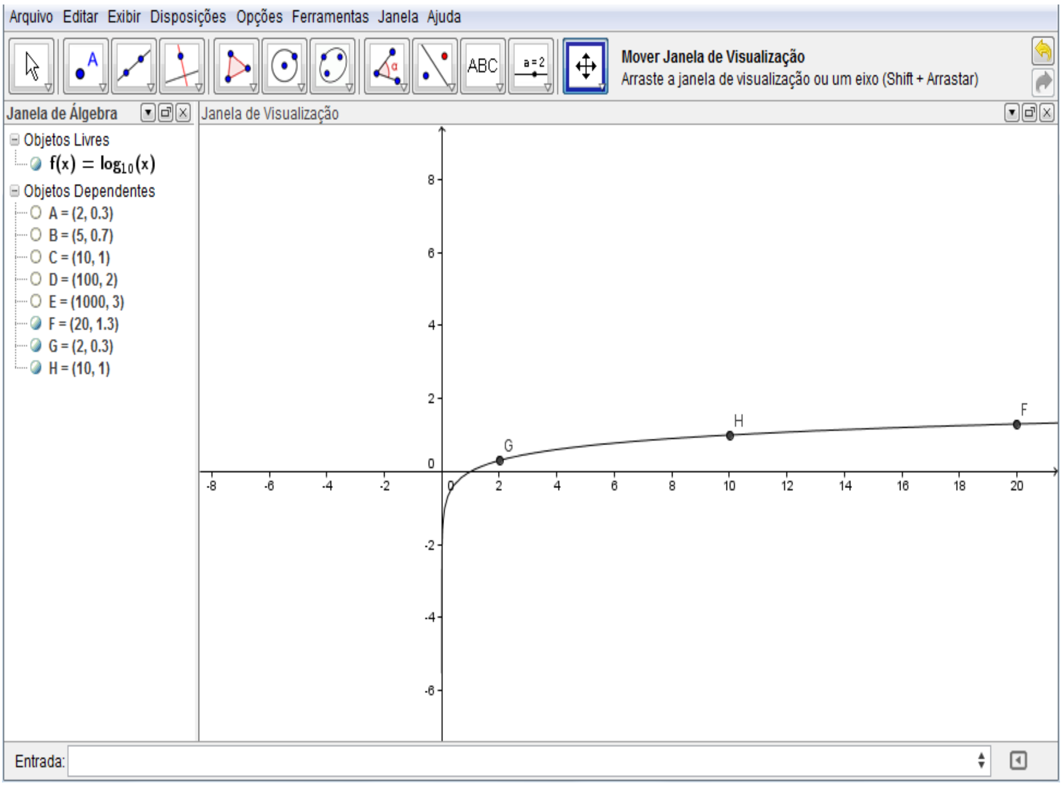


Figura 19. Tela que representa o logaritmo do quociente.
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

O professor poderá experimentar mais uma combinação de pontos, por exemplo: I=(10,f(10)), J=(2,f(2)) e K=(5,f(5)) (figura 20).

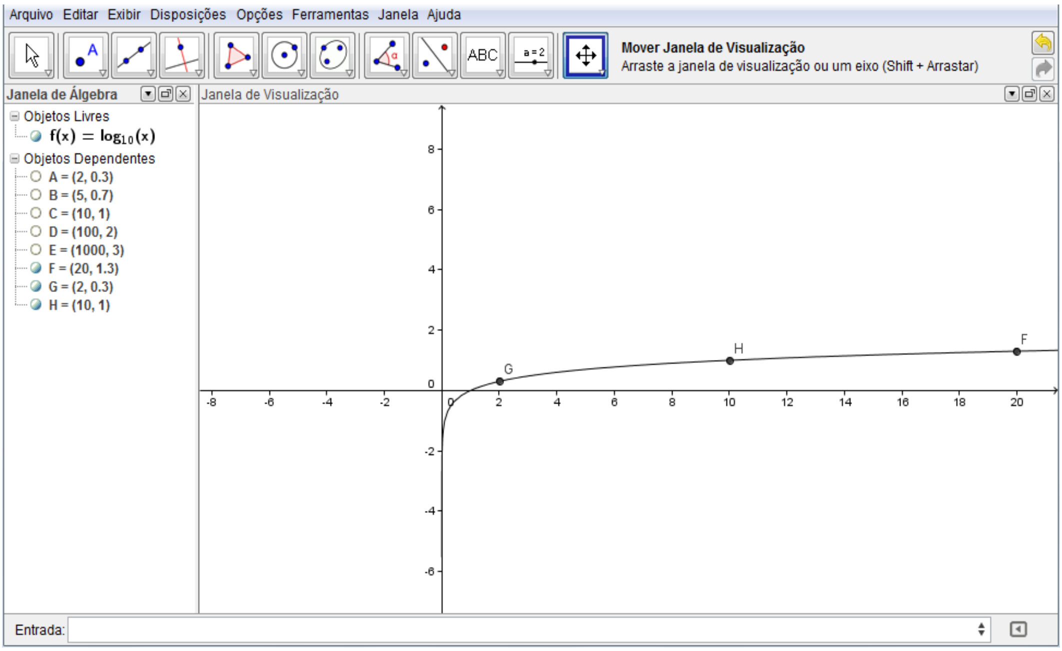


Figura 20. Tela com mais uma evidência do logaritmo do quociente.
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

É provável que eles já deduzam, até pela experiência com o logaritmo do produto, que o logaritmo do quociente é a subtração dos logaritmos. Aqui o professor fica livre para demonstrar algebricamente essas propriedades.

4.3.2. Conteúdo matemático trabalhado na atividade.

De forma a complementar o presente trabalho, discorre-se neste tópico sobre toda a base matemática que fundamenta os assuntos abordados na terceira atividade.

Desde a primeira atividade até a terceira atividade buscou-se desenvolver as ideias do logaritmo do produto e cujas demonstrações podem ser apresentadas em seguida (é ideal que sejam para que se possa manter um bom formalismo do conteúdo matemático). As demonstrações seguem abaixo.

Logaritmo do produto:

$$\boxed{\log_c a.b = \log_c a + \log_c b}$$

Seja $\log_c a = x, então\ c^x = a$

Seja $\log_c b = y, então\ c^y = b$

Assim, $a.b = c^x.c^y \rightarrow a.b = c^{x+y}, então\ \log_c a.b = x + y,\ daí$

$\log_c a.b = \log_c a + \log_c b$

Logaritmo do quociente:

$$\boxed{\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b}$$

Seja $\log_c a = x, então\ c^x = a$

Seja $\log_c b = y, então\ c^y = b$

Assim, $\frac{a}{b} = \frac{c^x}{c^y} \rightarrow \frac{a}{b} = c^{x-y},\ então\ \log_c \frac{a}{b} = x - y, daí \log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$

4.4. QUARTA ATIVIDADE

A última atividade (Atividade 04) é norteada pelos seguintes objetivos: evidenciar através de exemplos propostos o cologaritmo, evidenciar a mudança de base, estimular a curiosidade do aluno, bem como desenvolver seu raciocínio matemático e proporcionar maior familiarização com o GeoGebra.

4.4.1. Construção da atividade 04

Por último vamos introduzir dois conceitos estudados nos logaritmos usando apenas a janela algébrica do GeoGebra, O cologaritmo e a mudança de base.

Inicialmente será pedido aos alunos que abram uma nova janela (se essa atividade ocorrer no mesmo dia da anterior) ou abram o *software* GeoGebra.

Em seguida, peça que eles digitem na entrada de comandos log (2, 10) e anotem em seus cadernos o que está sendo digitado e observem o que aconteceu e, em seguida, digitem log(2,1/10). O GeoGebra apresentará em sua tela os valores dos logaritmos solicitados em sua janela algébrica, conforme pode-se verificar na figura abaixo. Pergunta-se o que eles observam.

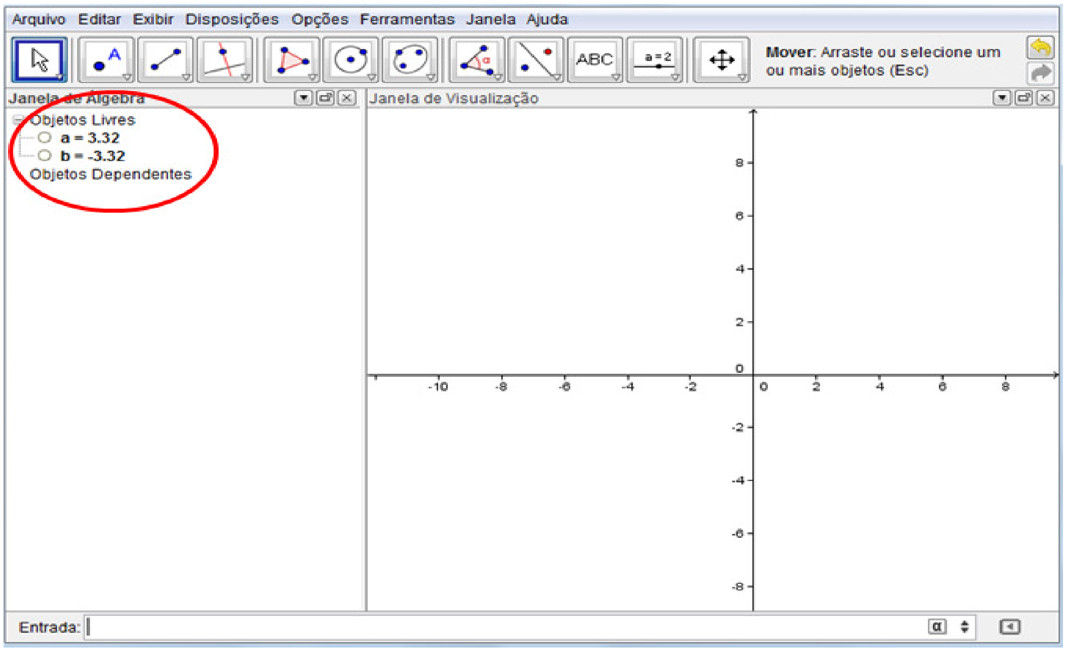


Figura 21. Visualização dos valores digitados.
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

Espera-se que nesse momento eles consigam perceber que log(2, 10) e log(2, 1/10) tem apenas sinal contrário, porém, mesmo valor absoluto.

Para instigar ainda mais suas deduções fez-se outra situação parecida. Como exemplo, digitar e anotar em seus cadernos log(5, 25) e log (5, 1/25). O *Software* mostrará os valores 2 e -2 respectivamente, também dois valores que se diferenciam apenas pelo sinal.

O professor deverá perguntar por que isso acontece. Espera-se que o aluno deduza que $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$. Com essa dedução o professor poderá introduzir a ideia dos cologarítmos e sua relação com os logaritmos, a saber; $co\log_a b = -\log_a b$·, ou melhor, $co\log_a b = \log_a \frac{1}{b}$.

Por ultimo, em uma nova janela, peça que os alunos digitem na zona algébrica e anotem em seus cadernos os seguintes comandos: log(10,5)/log(10,20) e log(20,5).

Solicite que verifiquem o que acontece na zona algébrica. Em seguida peça que eles digitem log(5,a)/log(20,a) (figura 22).

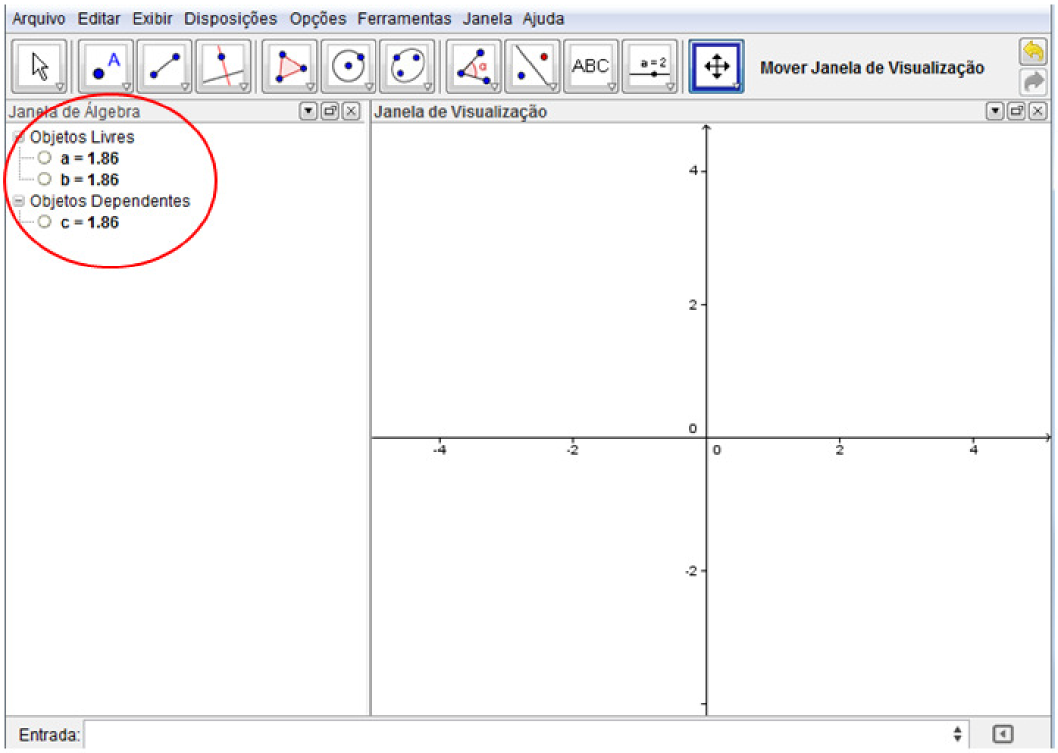


Figura 22. Visualização numérica da mudança de base.
Fonte: *Software* GeoGebra (Adaptado pelo pesquisador)

Essa segunda inserção é interessante para mostrar que a mudança acontece independente da base em que se esteja (observando apenas a condição de existência dos logaritmos). O professor pode agora ampliar a ideia aqui adquirida pelos alunos demonstrando a mudança.

4.4.2. A matemática na atividade

Nessa atividade desenvolve-se ideias do cologaritmo e da mudança de base, cujas definições e propriedades são mostradas em seguida.

Cologaritmo:

$$\boxed{\operatorname{co}\log_a b = \log_a \frac{1}{b} = \log_a b^{-1} = -\log_a b}$$

Define-se cologaritmo de um número b (b ∈ ℝ e b >0), numa base a (a ∈ ℝ e a >0) ao oposto do logaritmo de b na base a.

Assim,

Mudança de base:

$$\boxed{\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}}$$

Seja $\log_c a = x \rightarrow c^x = a$

Seja $\log_c b = y \rightarrow c^y = b$

Seja $\log_b a = z \rightarrow b^z = a$

Assim, $b^z = a = c^x \rightarrow b^z = c^x, como\ b = c^y\ vem,$

$$(c^y)^z = c^x \rightarrow c^{z.y} = c^x \rightarrow x = z.y \rightarrow z = \frac{x}{y}\ , portanto\ \log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após a pesquisa desenvolvida é possível tecer considerações relevantes sobre os objetivos propostos, resultados alcançados, limitações identificadas e perspectivas de aplicações.

Em seus objetivos, a pesquisa propôs uma metodologia de ensino para a aprendizagem Matemática de logaritmos no 1º ano do ensino médio, utilizando como auxilio o *software* GeoGebra, desenvolvida através de atividades que visam dinamizar os conteúdos e melhorar a aprendizagem dos alunos.

A partir de quatro atividades desenvolvidas, constata-se que os conteúdos logarítmicos se apresentaram de maneira dinâmica, em que os recursos tecnológicos, dispostos no *software G*eoGebra possibilita facilidades de manuseio e promove uma melhor compreensão dos conteúdos.

O *software* GeoGebra tem diferentes funcionalidades, mas dispõe para os aprendentes uma linguagem simples, mas que por possuir recursos tecnológicos os alunos se identificam melhor e se desprendem a aprender com maior esforço.

As atividades apresentadas tiveram procedimentos de iniciação e familiarização com as telas, abertura do *software*, explicação da simbologia, primeiros passos e primeiras visualizações, para posteriormente ser efetivamente trabalhados os conteúdos de logaritmos.

Esses processos iniciais certamente facilitarão a aprendizagem, pois dão a dimensão do uso da tecnologia e prepara o aluno para desenvolver ações no espaço do GeoGebtra.

As atividades desenvolvidas além de permitirem oos alunos navegarem pelo sistema e transitar pela tecnologia educativa, possibilita a partir das inserções de formulas, construção de gráficos e movimentações no aplicativo, percepções substanciais sobre o conteúdo, além de estimular a curiosidade, pois possibilidades de questionamentos, idéias e opiniões vão surgindo, o que leva os alunos a buscarem respostas para suas indagações.

Pode-se então inferir que atividades propostas de logaritmos com o auxilio do *software* GeoGebra, demonstram condições de uma aprendizagem matemática significativa, com capacidade de oferecer maior dinamismo nas aulas.

É oportuno colocar também as facilidades de manuseio do aplicativo, que oferece condições de docentes e alunos trabalharem com o *software*, pois é autoexplicativo e sem muitas complicações de navegação.

Sendo assim, nas atividades aqui propostas, buscou-se, de maneira geral, introduzir ferramentas que permitissem aos alunos experimentações e deduções dos assuntos a serem estudados, isso fica perceptível quando se propõe, de forma recorrente, que o professor peça aos seus alunos, durante a realização das atividades, que discorram sobre o que percebem em cada um das inserções que eles realizam.

É natural se esperar que o professor atue como mediador daquilo que os alunos produzem como deduções de suas experimentações, sendo essa mediação uma das principais motivações deste texto, pois levam o aluno a desenvolver seu raciocínio e sua confiança em relação àquilo que ele observa e conclui como verdade.

Como limitações da pesquisa, um fator impeditivo de realização das atividades se posta na precariedade ainda presente em boa parte das escolas no que se refere à informatização, não somente no que tange aos recursos matérias, mas também em relação aos recursos humanos, como a falta de profissionais que administrem e organizem os laboratórios de informática, pois a não instalação de *software*s e programas para o ensino de matemática dificulta o trabalho do docente.

Apesar do não desenvolvimento das atividades, a proposta é realizável pelo que indicam estudos de outros autores, como Amorin (2011) que, em seu trabalho sobre o uso do GeoGebra no ensino de cálculo, conclui que o fato de os alunos não terem experiência no uso de *Software*s de Geometria dinâmica (ou matemática dinâmica) não constituiu em empecilho para o bom andamento das atividades.

Por considerar que a proposta metodológica ainda não foi desenvolvida em sala de aula, a pesquisa possibilita outros estudos sobre as efetivas aplicações das atividades, que podem contribuir para elucidar objetivos esperados e alcançados, além de observações e percepções de outros objetivos que podem ser atingidos e que não foram contemplados aqui.

Como verifica-se, a perspectiva da pesquisa é de que efetivamente possa promover aplicações das atividades propostas em salas de aulas, de preferência com turmas de 1º ano do ensino médio. Contudo pode também, com adaptações, serem trabalhadas em outros níveis de ensino.

Assim, a proposta da pesquisa mostra-se relevante para a melhoria da aprendizagem Matemática, em que os conteúdos de logaritmos podem ser mais bem compreendidos com o auxílio do GeoGebra, com possibilidades de promover motivações e entusiasmo dos alunos com a disciplina, conteúdos e forma de ensino

Ademais, o trabalho se dispõe para futuras abordagens e abertura para novos olhares, que possam contribuir para inovar a prática pedagógica e favorecer o ensino-aprendizagem de Matemática.

REFERÊNCIAS

AMORIM, Frank Victor. **Experiência de atividades para o cálculo diferencial e integral com o *software* GeoGebra**. 2011. 186 f. Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011.

BOYER, Carl B. **História da Matemática** São Paulo: Editora Edgard Blucher, 1974.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio. B**ases Legais, 2000. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf Acesso em 10 de janeiro de 2013.

CALIL, Alessandro Marques. **Caracterização da utilização das TICs pelos professores de matemática e diretrizes para ampliação do uso**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, 2011. 117.p.Disponível em: http://www.ufjf.br/mestradoedumat/files/2011/11/Disserta%C3%A7%C3%A3o_ALESSANDRO_MARQUES_CALIL.pdf. Acesso em 23 de janeiro de 2013.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. São Paulo: Editora Unicamp, 2004.

FROTA, Maria Clara Rezende; BORGES, Oto. **Perfis de entendimento sobre o uso de tecnologias na educação matemática**. n.19. CNPq, 2009. Disponível em: http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_27/perfis.pdf. Acesso em 23 de janeiro de 2013.

HOHENWARTER, Markus; HOHENWARTER Judith. **Ajuda GeoGebra.** Manual Oficial. 2009. Disponível em: http://www.geogebra.org/help/docupt_PT.pdf. Acesso em 19 abr. 2013.

LONG, Phillip D; EHRMANN, Stephen. O ambiente de ensino do futuro "rompendo as amarras". ***EDUCAUSE Review.*** vol. 40, no. 4, 2005.

PETENUZZO, Rosângela. **As tecnologias da informação e comunicação na educação: limites e possibilidades**. Dissertação de mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2008, 67 p.

SOUZA, Mônica Fernandes de. **O uso das TIC no processo de ensino e aprendizagem da Matemática: das práticas às concepções docentes**. Presidente Prudente: [s.n], 2010.166p.Disponível em: http://www4.fct.unesp.br/pos/educacao/teses/2010/monica_fernandes_souza.pdf. Acesso em 18 de fevereiro de 2013.

APÊNDICE

APÊNDICE A

Atividade 01

Objetivos:

- Familiarização com o *software* GeoGebra
- nserir Funções no Geogebra
- Determinar a imagem de valores do domínio

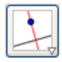
Descrição da atividade:

- Inserir na caixa de entrada de comandos 

a função f(x) = x^2 - 3*x - 5 e em seguida teclar *enter*.

- Clicar sobre a barra de ferramentas, na opção 

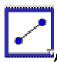
(2ª janela), escolher a opção novo ponto e clicar sobre o eixo x.

- Na barra de ferramentas, selecionar a opção reta perpendicular  (4ª janela), em seguida, clicar no ponto A e no eixo x.

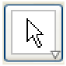
- Na segunda janela da barra de ferramentas selecionar a opção interseção de dois objetos , selecionar o traçado gráfico e a reta perpendicular, será obtido, assim, o ponto B.

- Com a ferramenta ponto de intersecção (2ª janela) selecionar interseção entre duas linhas, o eixo y e a última reta perpendicular encontrando assim o ponto C (que pertence ao eixo y).

- Na zona gráfica, clicar com o botão direito do mouse sobre as retas perpendiculares, fazendo com que as mesmas deixem de ser exibidas.

- Na terceira janela, selecionar a opção , "segmento definido por dois pontos", em seguida, selecionar o ponto A e o ponto B. (verá que será criado um segmento de reta do ponto A ao ponto B), fazer o mesmo para os pontos B e C.

- Com o botão direito do mouse, clicar em cima do segmento AB, selecionar a opção propriedades, aparecerá uma janela, escolher a opção "estilo". Esse estilo é o do segmento selecionado, escolher a opção "tracejado", fazer o mesmo para o segmento de B até C.

- Em seguida escolher a opção “mover” (1ª janela), primeira opção da barra de ferramentas  e mover o ponto A.

Testando os conhecimentos:

- Após inserir a função o que aconteceu em sua tela?

____

____

- O que você observa no ponto B ao mover o ponto A?

____

____

- Determine a imagem da função, usando a figura construída, para x igual a 0, 10 e 20.

____

____

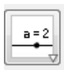
APÊNDICE B

Atividade 02

Objetivos

- Familiarização com o GeoGebra.
- Ler e interpretar informações gráficas.
- Observar as condições de existência dos logaritmos através da visualização no plano.
- Identificar o crescimento e o decrescimento das funções logarítmicas.

Descrição da atividade:

- Acessar o controle deslizante 

na décima primeira janela da barra de ferramentas.

- Clicar no lado direito da zona gráfica.

- Na caixa exibida, atribuir o valor de **a** variando de -5 (min) a 5 (max). Em seguida, clicar em “aplicar”.

- Inserir na entrada de comandos a seguinte função f(x) = log(a,x) e teclar *enter*.

- Movimentar o controle deslizante para a> 1, para 0<a<1 e para a<0.

- Digitar na entrada de comandos a expressão B=(0, f(0)).

Testando os conhecimentos:

- O que apareceu na zona gráfica de suas telas quando inseriram a função f(x) = log(a,x) ? E na zona algébrica?

- O que acontece na zona gráfica quando a>1? E quando 0 < a <1? E para a < 0?

- O que se observa quando digitamos na entrada de comandos a expressão B=(0, f(0)?

APÊNDICE C

Atividade 03
Objetivos • Familiarização com o GeoGebra • Evidenciar, através de exemplos propostos, a propriedade do logaritmo do produto. • Evidenciar a propriedade do logaritmo do quociente.
Descrição da atividade: - Digitar na entrada de comando a expressão f(x)= log(10,x) e teclar *enter*. - Inserir, também na entrada de comando, os pontos A=(2,f(2)), B=(5,f(5)) e C=(10,f(10)). - Inserir os pontos C=(10,f(10)) (já calculado), D=(100,f(100)), e E=(1000,f(1000)). - Desmarcar os pontos de A a E (clicando com o botão esquerdo do mouse sobre os mesmos) e digitar os pontos F=(20,(f(20)), G=(2,f(2)) e H=(10,f(10)). - Inserir os pontos I=(10,f(10)), J=(2,f(2)) e K=(5,f(5)). - Por ultimo digitar log(5,a)/log(20,a).
Testando os conhecimentos: - Você consegue estabelecer alguma relação entre os pontos A,B e C? E entre os pontos C, D e E? ____ ____ - Você consegue estabelecer alguma relação entre os pontos F, G e H? E entre os ponto I, J e K? ____ ____

APÊNDICE D

Atividade 04
Objetivos • Familiarização com o GeoGebra • Evidenciar, através de exemplos propostos, o cologaritmo. • Evidenciar a mudança de base. • Desenvolver o raciocínio matemático. • Estimular a curiosidade.
Descrição da atividade: - digitar na entrada de comandos log (2,10) e anotem em seus cadernos o que está sendo digitado e observem o que aconteceu. - digitar log(2,1/10) e observem novamente o que aconteceu na tela do *software*. - Agora inserir na entrada de comandos e anotem em seus cadernos log(5, 25) e log (5, 1/25). - Digitar na zona algébrica e anotar os resultados e os seguintes comandos: log(5,10)/log(20,10) e log(5,20). - Por último digitar log(5,a)/log(20,a).
Testando os conhecimentos: - Após as inserções de log(2,10) e log(2, 1/10) o que você percebeu? ____ ____ - O que você consegue deduzir após a inserção de log(5,25) e log(5, 1/25)? Você consegue definir alguma fórmula ou relação entre logaritmos desse tipo? ____ ____ - Qual a relação entre log(5,10)/log(20,10) e log(5,20)? E entre log(5,a)/log(20,a) e log(5,20)? ____