Instituto de Matemática e Estatística
Universidade Federal Fluminense

**Programa de Mestrado Profissional
em Matemática em Rede Nacional
Coordenação do PROFMAT**

GERUSA FORTES PEREIRA DÁVILA

POR QUE E COMO ENSINÁ-LO? MÚLTIPLOS ASPECTOS DO ALGORITMO DA DIVISÃO NO ENSINO BÁSICO

Orientador:

Humberto José Bortolossi

NITERÓI

ABRIL/2013

Gerusa Fortes Pereira Dávila

Por Que e Como Ensiná-lo? Múltiplos Aspectos do Algoritmo da Divisão no Ensino Básico

Niterói – RJ

Abril / 2013

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca de Pós-graduação em Matemática da UFF

D259 Dávila, Gerusa Fortes Pereira

Por Que e Como Ensiná-lo? Múltiplos Aspectos do Algoritmo da Divisão no Ensino Básico / Gerusa Fortes Pereira Dávila. – Niterói, RJ: [s.n.], 2013.

79 f.

Orientador: Humberto José Bortolossi

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT) – Universidade Federal Fluminense, 2013.

1. Algoritmo da divisão. 2. Ensino e aprendizagem em Matemática. 3. Formação de professores. I. Título.

CDD: 510.7

Gerusa Fortes Pereira Dávila

Por Que e Como Ensiná-lo? Múltiplos Aspectos do Algoritmo da Divisão no Ensino Básico

Dissertação apresentada à Coordenação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal Fluminense para a obtenção do título de Mestre em Matemática

Orientador:
Humberto José Bortolossi

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

Niterói – RJ

Abril / 2013

Dissertação de mestrado sob o título *"Por Que e Como Ensiná-lo? Múltiplos Aspectos do Algoritmo da Divisão no Ensino Básico"*, defendida por Gerusa Fortes Pereira Dávila e aprovada em 15 de abril de 2013, em Niterói, Rio de Janeiro, pela banca examinadora constituída pelos professores:

Humberto José Bortolossi
Doutor em Matemática pela PUC-Rio
Orientador

Bruno Alves Dassie
Doutor em Educação pela PUC-Rio

Gilda de La Rocque Palis
Doutora em Matemática pelo IMPA

Maria Izabel Tavares Camacho
Doutora em Matemática pelo IMPA

Wanderley Moura Rezende
Doutor em Educação pela USP

Ao meu marido e aos meus pais pelo amor e incentivo na realização deste trabalho.

Agradecimentos

Agradeço a Deus por guiar cada passo da minha vida e por me possibilitar mais uma vitória.

Agradeço ao meu amado marido Saul, que soube compreender meus momentos de ausência e foi meu maior incentivador nos momentos de desânimo. Seu companheirismo e amor foram fundamentais para a concretização desse sonho.

Agradeço aos meus pais, Lourenço e Dulce, pelo apoio, incentivo e carinho durante mais esta etapa. Vocês são o alicerce da minha vida.

Ao professor Humberto Bortolossi, agradeço pela forma responsável e competente com que orientou este trabalho, sendo um exemplo profissional para mim.

Agradeço a todos os professores do PROFMAT-UFF pela dedicação que nos foi dispensada durante o curso. De modo especial, à professora Miriam Abdón, agradeço pela dedicação e carinho a mim destinados no início do curso diante das dificuldades encontradas.

Aos colegas de turma, agradeço pela forma unida e nada competitiva em que levamos estes anos de convivência. De modo especial, às amigas Graziele, Priscila e Tacila, agradeço pela ajuda nos momentos de dificuldades e pelos momentos de descontração. Vocês serão sempre lembradas por mim.

Agradeço à bibliotecária Elenice do Colégio Municipal Noel de Carvalho por viabilizar o acesso aos livros didáticos analisados neste trabalho.

Por fim, agradeço à CAPES, à SBM, ao IMPA e à UFF por concretizarem o projeto do PROFMAT.

A valorização da Educação Matemática enriquece quando passamos a interpretá-la mais em termos do que existe em estado de latência do que das hipotéticas soluções propostas pela adoção de um modelo ou de uma sequência linear de ações. (Luiz Carlos Pais)

Resumo

É consenso que, entre os algoritmos das quatro operações básicas apresentadas nas séries iniciais do Ensino Fundamental, o algoritmo da divisão é o que gera maiores dificuldades. Por que isto acontece? Por que e como ensiná-lo? Para tentar responder a estas perguntas, neste trabalho investigamos alguns dos múltiplos aspectos que permeiam o complexo processo de ensino/aprendizagem do algoritmo da divisão nas séries iniciais do Ensino Básico, em especial, no 4º e no 5º ano. Mais precisamente, (1) fazemos uma síntese sobre as várias orientações previstas pelo Ministério da Educação sobre ensino da divisão de números naturais; (2) avaliamos como alguns livros de Matemática aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático 2013 abordam os procedimentos do algoritmo da divisão; (3) analisamos a questão de como o professor polivalente é preparado para ensinar o assunto; (4) investigamos a percepção da importância, ou não, do ensino do algoritmo usual da divisão através da categorização das respostas dadas por profissionais da educação a um questionário e (5) apresentamos quatro formas diferenciadas e pouco conhecidas no Brasil de se realizar a operação de dividir. Concluímos nosso trabalho com algumas considerações finais sobre o tema.

Palavras-chave: algoritmo da divisão; ensino e aprendizagem de Matemática; formação de professores; livro didático.

Abstract

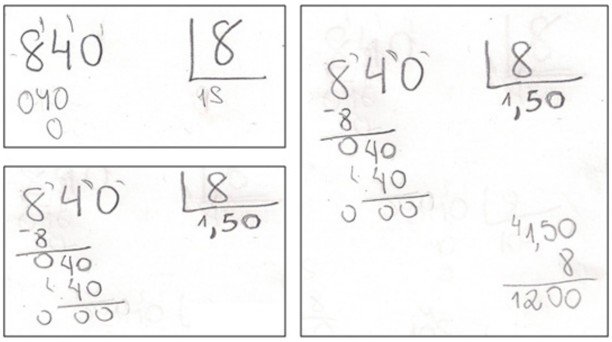
It is a consensus that, among the algorithms for the four basic operations presented in the early grades of Elementary School, the long division algorithm is that which usually brings more difficulties. Why does this happen? Why and how should it be taught? In order to answer these questions, this work intends to investigate some of the multiple aspects that permeate the complex process of teaching/learning the long division algorithm in the first grades of Elementary School, especially the K-4 and K-5 grades. To be more precise, we present: (1) an overview of the various guidelines provided by the Brazilian Ministry of Education on teaching division of natural numbers; (2) an evaluation of how some Mathematics textbooks approved by the Brazilian Ministry of Education in 2013 address the procedures of the long division algorithm; (3) an analysis of how pedagogy students are being prepared to teach the subject; (4) an investigation on the perception of the importance, or not, on the teaching of the long division algorithm through the categorization of answers given by professionals of Education to a questionnaire and (5) four different and unknown ways, in Brazil, to perform the long division operation. We conclude our work with some final considerations about this theme.

Keywords: long division algorithm; teaching and learning of Mathematics; teacher development; textbook.

Sumário

Apresentação

O presente trabalho tem como tema o algoritmo da divisão de números naturais. Este tema surgiu da nossa constatação de que muitos alunos chegam nas séries finais do Ensino Fundamental sem dominar um método de resolução para a operação de dividir. Como proposta inicial para o trabalho, surgiu a ideia de identificar, através de uma atividade com os alunos, as possíveis causas que os levam ao erro durante a realização da divisão de dois números naturais. Para isto, foi feito um experimento com três alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. Cada um desses alunos foi conduzido para uma sala e lhe foi dado uma folha com a conta $840 \div 8$. A tarefa do aluno era executar a operação e, a cada passo, explicar o que estava sendo feito. Neste momento, fazíamos a gravação do áudio para posterior análise. A seguir temos a imagem das três contas resolvidas pelos alunos.



Dos três alunos, apenas um resolveu corretamente a divisão, mas isso após a terceira tentativa. Os próprios alunos constatavam seu erro, pois todos fizeram a prova real por iniciativa própria. No entanto, mesmo após a prova real, dois alunos não conseguiram identificar o erro de sua conta.

Analisando o material, vimos que seria muito difícil identificar as causas que levam um aluno ao erro durante a operação de dividir, uma vez que não temos acesso ao seu histórico escolar, não sabemos como o conceito de divisão foi trabalhado anteriormente, a forma de como o algoritmo lhe foi apresentado, os recursos disponibilizados pelo professor, dentre outros fatores. Assim, diante deste contexto, achamos que seria melhor tentar identificar os diversos aspectos que permeiam o ensino/aprendizagem do algoritmo da divisão nas séries iniciais do Ensino Básico, em especial, no 4º e no 5º ano.

O primeiro capítulo deste trabalho é uma síntese sobre as orientações dadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais e as Matrizes de Referência de Matemática da Prova Brasil e SAEB ao ensino da divisão de números naturais.

No segundo capítulo são avaliadas 8 coleções de Matemática aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático 2013, num total de 16 livros de 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. Nossa análise se concentrou em três fatores: (1) a forma como os livros abordam os procedimentos do algoritmo da divisão, (2) a relação que eles estabelecem entre este e o sistema de numeração decimal e (3) as contextualizações apresentadas.

O terceiro capítulo aborda a questão da formação do professor polivalente. São tratados aspectos da Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional de modo a proporcionar um breve entendimento legal sobre a formação do pedagogo. Em seguida, é feita a análise das grades curriculares e ementas de alguns cursos de Pedagogia do Estado do Rio de Janeiro, tomando-se como base o estudo de doutorado desenvolvido por Edda Curi em 2004.

No capítulo quatro foi feita a categorização das respostas dadas a um questionário cujo objetivo era investigar como as pessoas percebiam a importância, ou não, do ensino do algoritmo usual da divisão nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Em cada categoria, algumas respostas são apresentadas para que o leitor possa entender os argumentos utilizados.

O quinto capítulo apresenta quatro algoritmos para a divisão de números naturais: o algoritmo egípcio, o método das costuras, o método italiano e o método do galeão. O objetivo é proporcionar ao leitor formas diferenciadas e pouco conhecidas no Brasil de se realizar a operação de dividir.

Na conclusão, o trabalho é finalizado com algumas observações e ponderações relevantes ao tema, assim como propostas para estudos futuros.

Neste sentido, esperamos que os dados e reflexões levantadas neste estudo sejam úteis aos professores que irão trabalhar com o algoritmo da divisão em suas aulas, como também para os profissionais da área de formação de professores.

1 *O Algoritmo da Divisão nos PCNs e na Prova Brasil*

1.1 O trabalho com o cálculo segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais

Para os Parâmetros Curriculares Nacionais[1] – PCNs (Brasil, 1997), a seleção e a organização de conteúdos devem atender a essencialidade que os mesmos desempenham nas funções básicas do cidadão. Deste modo, ainda nos anos iniciais, os conteúdos específicos de Matemática são divididos em quatro blocos: *Números e Operações*; *Espaço e Forma*; *Grandezas e Medidas*; *Tratamento da Informação*. Como o foco deste trabalho é o algoritmo da divisão, concentraremos nossa análise no bloco *Números e Operações*.

Segundo as orientações do PCNs, no Primeiro Ciclo o aluno deve se deparar com situações-problema envolvendo as quatro operações, priorizando-se situações que envolvam adição e subtração e ampliando-se o seu conceito de número. No final deste ciclo os cálculos de multiplicação e divisão devem ser feitos por meio de estratégias pessoais, uma vez que os significados destas operações não estão ainda consolidados.

Já no Segundo Ciclo os significados trabalhados no ciclo anterior são consolidados e novas situações são propostas com o objetivo de ampliar o conceito de cada operação. Os recursos de cálculo também são ampliados e os alunos devem ser capazes de resolver operações com números naturais, por meio de estratégias pessoais e do uso de técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos (BRASIL, 1997, p. 59).

> *Uma boa habilidade em cálculo depende de consistentes pontos de apoio, em que se destacam o domínio da contagem e das combinações aritméticas, co-*

[1]Criado em 1997 pelo Governo Federal, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs – constituem um referencial para a Educação Básica em todo o País. Com o objetivo de orientar o planejamento escolar, sua proposta não é a criação de um modelo curricular homogêneo e impositivo, mas sim a busca de referenciais nos quais o sistema educacional brasileiro possa se organizar. Os PCNs estruturam o Ensino Fundamental em ciclos de dois anos. Assim, o primeiro ciclo do Ensino Fundamental refere-se às antigas 1ª e 2ª séries, hoje 2º e 3º ano; o segundo ciclo refere-se às 3ª e 4ª séries, hoje 4º e 5º anos, ciclo no qual se dará o enfoque principal deste trabalho.

> *nhecidas por denominações diversas como tabuadas, listas de fatos fundamentais, leis, repertório básico, etc. Evidentemente, a aprendizagem de um repertório básico de cálculos não se dá pela simples memorização de fatos de uma dada operação, mas sim pela realização de um trabalho que envolve a construção, a organização e, como consequência, a memorização compreensiva desses fatos.*
>
> (BRASIL, 1997, p. 74)

Com relação à divisão, busca-se compreender suas relações com a multiplicação, estimulando a exploração de estratégias semelhantes usadas no cálculo dessa operação. Também é importante que o aluno observe a validade de "simplificar" os termos de uma divisão para obter um quociente e a não validade de propriedades presentes na multiplicação, como a comutatividade e associatividade (BRASIL, 1997, p. 75).

O trabalho com o cálculo nos dois primeiros ciclos tem como objetivo principal fazer com que os alunos construam e selecionem procedimentos adequados à situação-problema apresentada, aos números e às operações nela envolvidos. Além disso, a importância do estudo do cálculo nas séries iniciais está fortemente ligado a formação do ser humano.

> *A importância do estudo do cálculo, em suas diferentes modalidades desde as séries iniciais, justifica-se pelo fato de que é uma atividade básica na formação do indivíduo, visto que:*
>
> - *possibilita o exercício de capacidades mentais como memória, dedução, análise, síntese, analogia e generalização;*
> - *permite a descoberta de princípios matemáticos como a equivalência, a decomposição, a igualdade e a desigualdade;*
> - *propicia o desenvolvimento de conceitos e habilidades fundamentais para aprofundar os conhecimentos matemáticos;*
> - *favorece o desenvolvimento da criatividade, da capacidade para tomar decisões e de atitudes de segurança para resolver problemas numéricos cotidianos.*
>
> (BRASIL, 1997, p. 77)

Seguindo as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais, deve-se buscar a ampliação dos diferentes procedimentos e tipos de cálculos ao longo dos ciclos iniciais, isto é, deve-se explorar o cálculo mental, escrito, aproximado e exato.

> *Os diferentes procedimentos e tipos de cálculo relacionam-se e complementam-se. O cálculo escrito, para ser compreendido, apoia-se no cálculo mental e nas estimativas e aproximações. Por sua vez, as estratégias de cálculo mental, pela sua própria natureza, são limitadas. É bastante difícil, principalmente tratando-se de cálculos envolvendo números com vários dígitos, armazenar na memória uma grande quantidade de resultados. Assim, a necessidade de registro de resultados parciais acaba originando procedimentos de cálculo escrito.*

> *Assim, é recomendável que a organização do estudo do cálculo privilegie um trabalho que explore concomitantemente procedimentos de cálculo mental e cálculo escrito, exato e aproximado, de tal forma que o aluno possa perceber gradativamente as relações existentes entre eles e com isso aperfeiçoar seus procedimentos pessoais, para torná-los cada vez mais práticos, aproximando-os aos das técnicas usuais.*
>
> (BRASIL, 1997, p. 75)

Segundo os PCNs, o cálculo mental é entendido como o processo de efetuar uma operação sem fazer o registro desta e sem recorrer a instrumentos. Neste caso, o aluno busca uma estratégia pessoal para efetuar uma operação que, ao longo do tempo, facilita a compreensão das regras do cálculo escrito.

O cálculo aproximado torna-se importante em situações em que a resposta não precisa ser exata. O cálculo por estimativas apoia-se em aspectos conceituais referentes aos números e às operações (ordem de grandeza, valor posicional, proporcionalidade e equivalência), em procedimentos (como decompor, substituir, arredondar, compensar) e na aplicação de estratégias de cálculo mental (BRASIL, 1997, p. 77).

Ao resolver um problema, costume-se registrar os procedimentos do cálculo mental que foi utilizado. Segundo os PCNs (BRASIL, 1997, p. 78), a análise desses registros evidencia, muitas vezes, o domínio de conhecimentos matemáticos que são a base para o cálculo escrito e particularmente para a compreensão das técnicas de cálculo ensinadas na escola.

> *Assim como outros procedimentos de cálculo, as técnicas operatórias usualmente ensinadas na escola também se apoiam nas regras do sistema de numeração decimal e na existência de propriedades e regularidades presentes nas operações. Porém, muitos dos erros cometidos pelos alunos são provenientes da não-disponibilidade desses conhecimentos ou do não-reconhecimento de sua presença no cálculo. Isso acontece, provavelmente, porque não se exploram os registros pessoais dos alunos, que são formas intermediárias para se chegar ao registro das técnicas usuais.*
>
> (BRASIL, 1997, p. 78)

Vale ressaltar também que os PCNs incentivam o uso das calculadoras em situações nas quais a criança é colocada diante de um desafio e estimulada a explicitar seus procedimentos de resolução. Além disso, recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem desde que estejam integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão.

1.2 O trabalho com o cálculo segundo o SAEB e a Prova Brasil

O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB)[2] foi criado em 1990 pelo governo federal, com o objetivo de se conhecer, em profundidade, o sistema educacional em escala nacional. O SAEB é realizado a cada dois anos e avalia uma amostra representativa dos alunos regularmente matriculados nos 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio de escolas públicas e privadas de áreas urbanas ou rurais.

Em 2005, paralelamente ao SAEB, criou-se a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar, conhecida como Prova Brasil, que permitia a avaliação da Educação Básica num caráter mais universal, divulgando os resultados por municípios e por escolas. A Prova Brasil é realizada a cada dois anos, sendo aplicada somente a estudantes do 5º e 9º ano de escolas da rede pública de ensino com mais de 20 estudantes matriculados por série alvo da avaliação. Os resultados da Prova Brasil compõem um indicador de qualidade da educação denominado Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB).

A partir de 2007 os dois processos – SAEB e Prova Brasil – passaram a ser aplicados conjuntamente avaliando as habilidades em Língua Portuguesa e Matemática. As Matrizes de Referência do SAEB e da Prova Brasil contemplam as habilidades consideradas essenciais em cada etapa do Ensino Básico avaliadas. Elas têm como referência os Parâmetros Curriculares Nacionais e foram construídas a partir de uma consulta nacional aos currículos propostos pelas Secretarias Estaduais de Educação e por algumas redes municipais. Estas matrizes são a referência para a elaboração de cada item, ou seja, cada questão que compõe a prova.

As Matrizes de Referência de Matemática não trazem sugestões de como se trabalhar em sala de aula, como também não abordam habilidades e competências que não podem ser medidas por meio de uma prova escrita.

> *A matriz de referência que norteia os testes de Matemática do SAEB e da Prova Brasil está estruturada sobre o foco Resolução de Problemas. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado, quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução.*
>
> (BRASIL, 2008, p. 106)

As matrizes de Matemática estão estruturadas por anos e séries avaliadas. Para cada um deles são definidos os descritores que indicam uma determinada habilidade que deve ter sido desenvolvida nessa fase de ensino. Esses descritores são agrupados por temas que relacionam

[2] <http://provabrasil.inep.gov.br/downloads>.

um conjunto de objetivos educacionais. São quatro os temas: *Espaço e Forma*; *Grandezas e Medidas*; *Números e Operações/Álgebra e Funções*; *Tratamento da Informação*.

Como o presente estudo tem como foco o algoritmo da divisão, concentraremos nossa análise no tema Números e Operações. A Figura 1.1 apresenta os descritores relacionados a este tema para o 5º ano do Ensino Fundamental.

Tema III. Números e Operações/Álgebra e Funções

Descritores	4ª/5º EF
Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional	D13
Identificar a localização de números naturais na reta numérica	D14
Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens	D15
Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial	D16
Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais	D17
Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais	D18
Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa)	D19
Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, idéia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória	D20
Identificar diferentes representações de um mesmo número racional	D21
Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica	D22
Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro	D23
Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.	D24
Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal, envolvendo diferentes significados de adição ou subtração	D25
Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%)	D26

Tabela 1.1: Descritores da Prova Brasil (BRASIL, 2008, p. 108).

Com o intuito de focar ainda mais no algoritmo da divisão, analisaremos os Descritores 18 e 20.

O Descritor 18 – Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais – refere-se à realização dos mais diferentes tipos de cálculos envolvendo estas operações, isto é, multiplicar ou dividir números de quatro ou mais algarismos com números de um, dois ou três algarismos, com a presença de zeros, em cada ordem separadamente (BRASIL, 2008, p. 136).

O Descritor 20 – Resolver problemas com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação e divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória – avalia as habilidades que se referem à resolução, pelo aluno, de problemas que envolvam operações de multiplicação e divisão (BRASIL, 2008, p. 139).

Ambos os descritores trabalham com habilidades que são avaliadas por meio de situações-problema contextualizadas. Em nenhum momento as Matrizes de Referência de Matemática para a Prova Brasil e o SAEB orientam para o ensino de um algoritmo específico para a divisão ou qualquer outra operação matemática. Estas matrizes trabalham com habilidades e competências, ficando a cargo de cada secretaria estadual e municipal a elaboração do seu currículo, tendo como norteador os Parâmetros Curriculares Nacionais.

2 O Algoritmo da Divisão e Os Livros Didáticos

2.1 O Guia do Livro Didático

Criado pelo Governo Federal, o Programa Nacional do Livro Didático – PNLD – objetiva auxiliar o trabalho pedagógico dos professores através da distribuição de coleções de livros didáticos aos alunos da Educação Básica da rede pública. O Ministério da Educação – MEC – avalia diversas obras e publica o Guia do Livro Didático, documento que contém as resenhas de coleções consideradas aprovadas. Este guia é encaminhado às escolas e estas decidem qual obra melhor se adapta ao seu projeto político pedagógico. Esta obra é utilizada pela escola por três anos e após este período a instituição faz uma nova escolha.

Segundo as orientações dos PCNs, os livros didáticos devem abordar os conteúdos matemáticos[1] referentes aos quatro blocos: *Números e Operações*; *Espaço e Forma*; *Grandezas e Medidas*; *Tratamento da Informação*. Para cada bloco, competências devem ser desenvolvidas. Como o presente estudo tem por objeto de análise o algoritmo da divisão, as competências relacionadas ao bloco Números e Operações são mencionadas abaixo.

> *As atividades matemáticas no mundo atual requerem, desde os níveis mais básicos aos mais complexos, a capacidade de contar coleções, comparar e quantificar grandezas e realizar codificações. Ainda nesse campo, convém lembrar a necessidade de se compreender os vários significados e propriedades das operações fundamentais e de se ter o domínio dos algoritmos convencionais. As relações entre as propriedades das operações e o nosso sistema de numeração decimal, assim como as relações entre diferentes operações, devem ser exploradas. É preciso também criar oportunidades para os alunos desenvolverem, com alguma autonomia, diferentes estratégias de cálculo, que lhes possibilitem, inclusive, chegar aos algoritmos convencionais compreendendo sua estruturação. Saber utilizar o cálculo mental, as estimativas em contagens, em medições e em cálculos, e conseguir valer-se da calculadora são outras capacidades indispensáveis. Essas competências podem ser asso-*

[1] No Guia do Livro Didático a expressão conteúdo matemático é adotada como o significado de conceitos, relações entre conceitos, procedimentos e algoritmos matemáticos.

> *ciadas à aritmética e à sua articulação com outros campos da matemática escolar.*
>
> (BRASIL, 2012, p. 13)

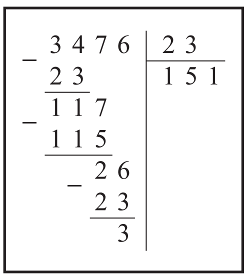
Nota-se que no Guia do Livro Didático aparece uma orientação de esfera nacional apontando para a necessidade do ensino dos algoritmos convencionais desde que estes tenham significado para o aluno. Neste sentido, as operações matemáticas fundamentais e seus algoritmos devem se relacionar ao sistema de numeração decimal, dando sentido a ambos. Seguindo esta abordagem, será realiza no presente estudo a análise de algumas obras aprovadas pelo PNLD 2013 no que se refere ao ensino do algoritmo da divisão. Nossa análise se concentrou em três fatores: (1) a forma como os livros abordam os procedimentos do algoritmo da divisão, (2) a relação que eles estabelecem entre este e o sistema de numeração decimal e (3) as contextualizações apresentadas.

O PNLD 2013 aprovou vinte e uma coleções de Matemática do segundo ciclo da educação básica, ou seja, são quarenta e dois livros de 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. Neste estudo, analisaremos oito coleções que foram selecionadas aleatoriamente, totalizando dezesseis livros. São elas:

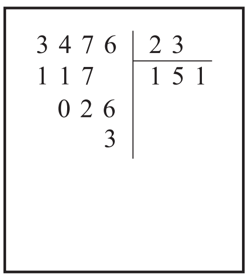
– *Projeto Ápis: Matemática*. Autor: Luis Roberto Dante. Editora: Ática.
– *Asas para Voar*. Autor: Walter Spinelli. Editora: Ática.
– *Fazer, Compreender e Criar em Matemática*. Autora: Aida Ferreira Munhoz. Editora: IBEP.
– *Hoje é Dia de Matemática*. Autora: Carla Cristina Tosatto. Editora: Positivo.
– *Projeto Pitanguá*. Organizadora: Juliane Matsubara Barroso. Editora: Moderna.
– *Novo Bem-Me-Quer*. Autora: Ana Lúcia Bordeaux et al. Editora: Editora do Brasil.
– *A Aventura do Saber*. Autora: Márcia Marinho Aidar. Editora: Leya
– *Projeto Buriti*. Organizadora: Mara Regina Garcia Gay. Editora: Moderna.

Cada obra será avaliada individualmente. Entendemos por *algoritmo usual da divisão*, também denominado *método euclidiano* ou *algoritmo convencional*, o procedimento ensinado nas séries iniciais para calcular o quociente e o resto da divisão inteira de dois números, sintetizado nas imagens abaixo.

Processo longo



Processo curto



O *método das divisões por estimativas*, também chamado de *algoritmo americano* ou *método das subtrações sucessivas* está caracterizado na imagem abaixo.

```
 _ 7 9 8 | 6
   6 0 0 |-------
   -----   1 0 0
 _ 1 9 8 +   2 0
   1 2 0 |   1 0
   -----       3
 _   7 8 -------
     6 0   1 3 3
   -----
 _   1 8
     1 8
   -----
       0
```

2.2 Análise dos livros didáticos

2.2.1 Projeto Ápis: Matemática de Luiz Roberto Dante

QUARTO ANO:

No capítulo intitulado “Divisão com números naturais” são trabalhadas as ideias associadas à divisão, o cálculo mental, arredondamento, resultado aproximado, algoritmo por estimativas, algoritmo usual e a associação da multiplicação como sua operação inversa. A divisão por estimativas é utilizada como meio para auxiliar o entendimento da ideia de medida, traduzida pela pergunta “quantos cabem” (Guia do Professor, p. 82). Nas páginas seguintes apresenta-se o algoritmo usual. No primeiro exemplo, o autor cita que este método já foi trabalhado no 3º ano. Mesmo assim, é feita uma explicação detalhada dos passos envolvidos na divisão, sua nomenclatura e a prova real (conforme Figura 2.1).

Percebe-se que a ideia de transformar 1 centena em 10 dezenas é justificada pelo fato de 1 centena, ao ser dividida por 5, não fornecer centenas como resultado. Esta ideia exige que o aluno domine as classes e ordens[2] do sistema de numeração decimal e saiba fazer as passagens entre elas, no caso, 1 centena = 10 dezenas = 100 unidades. O mesmo ocorre ao se subtrair 12 dezenas por 10 dezenas e ter como resto 2 dezenas = 20 unidades. Logo, ao se unir 20 unidades a 5 unidades têm-se 25 unidades. Como estas passagens já foram trabalhadas no Capítulo 1 “Sistema de Numeração” desta mesma obra, este conteúdo não é retomado. O autor segue a explicação para as divisões não exatas[3], sempre com a preocupação em mostrar as passagens das classes e das ordens (conforme Figura 2.2).

[2]O sistema de numeração decimal é um sistema de posição, ou seja, o valor de um algarismo depende da ordem que ele ocupa. Num número, os algarismos agrupam-se em classes e cada classe tem três ordens: unidades, dezenas e centenas. Já as classes são infinitas, sendo elas a classe das unidades, milhar, milhões, bilhões, etc.

[3]Entende-se por divisão exata aquela cujo resto é igual e zero e divisão não exata aquela cujo resto é diferente de zero.

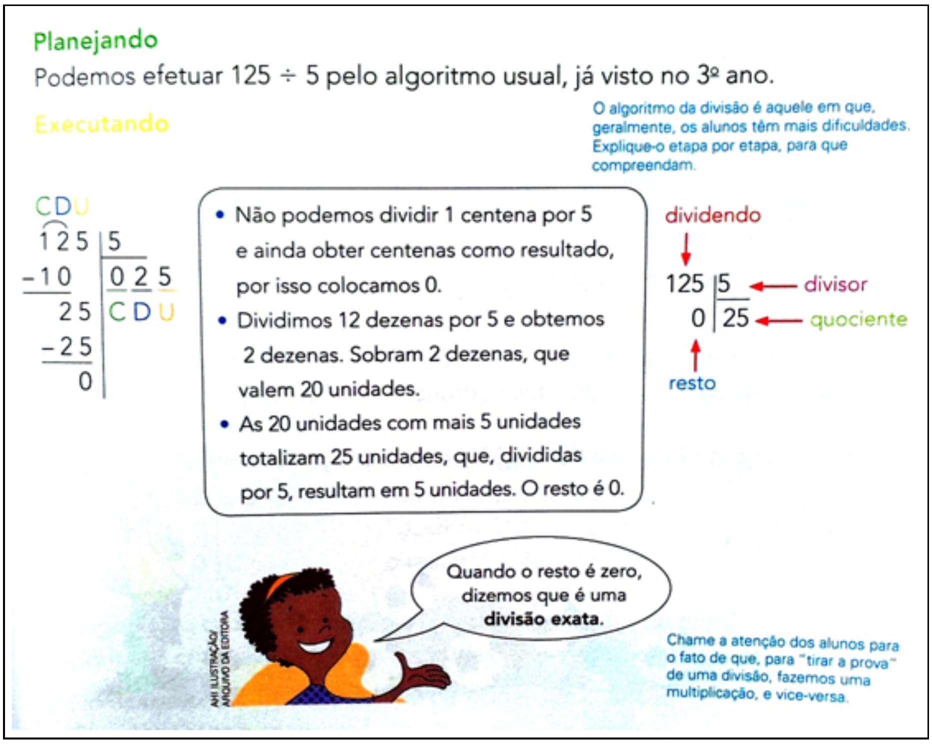


Figura 2.1: (DANTE, 4º ano, 2011, p. 183).

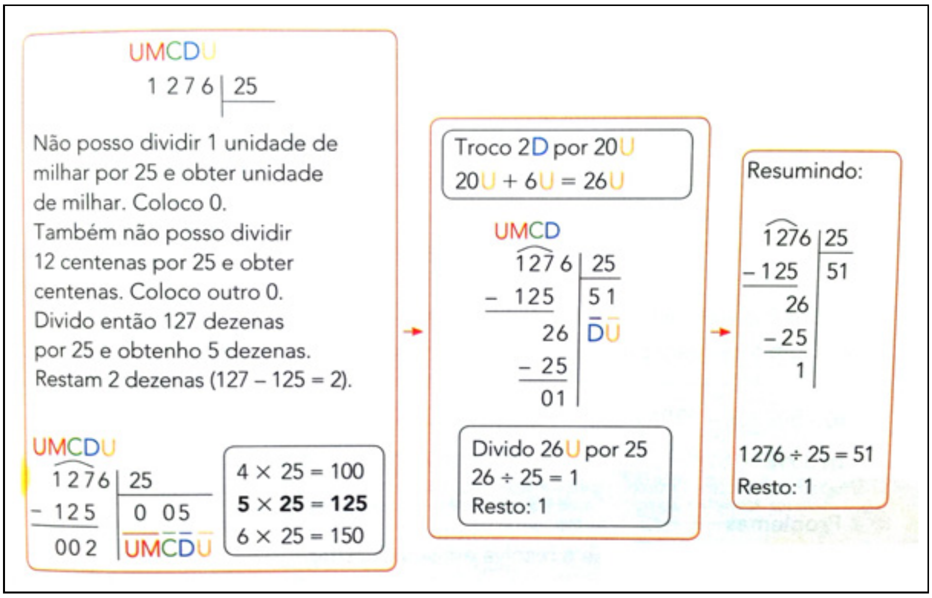


Figura 2.2: (DANTE, 4º ano, 2011, p. 203).

O livro apresenta um exemplo com zero entre os algarismos do quociente, porém sem nenhuma ressalva para este fato. Caberia aqui uma observação no momento da divisão de uma dezena por 4 e a ida do zero no quociente. Contas deste tipo são as que os alunos comumente erram (conforme Figura 2.3).

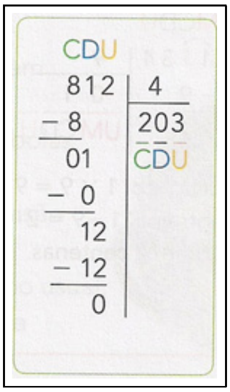


Figura 2.3: (DANTE, 4º ano, 2011, p. 199).

Com relação à problemática do zero entre os algarismos do quociente, é apresentada uma atividade com três operações resolvidas, onde o autor propõe uma análise e discussão dos resultados entre os alunos, sem fazer nenhuma observação (conforme Figura 2.4).

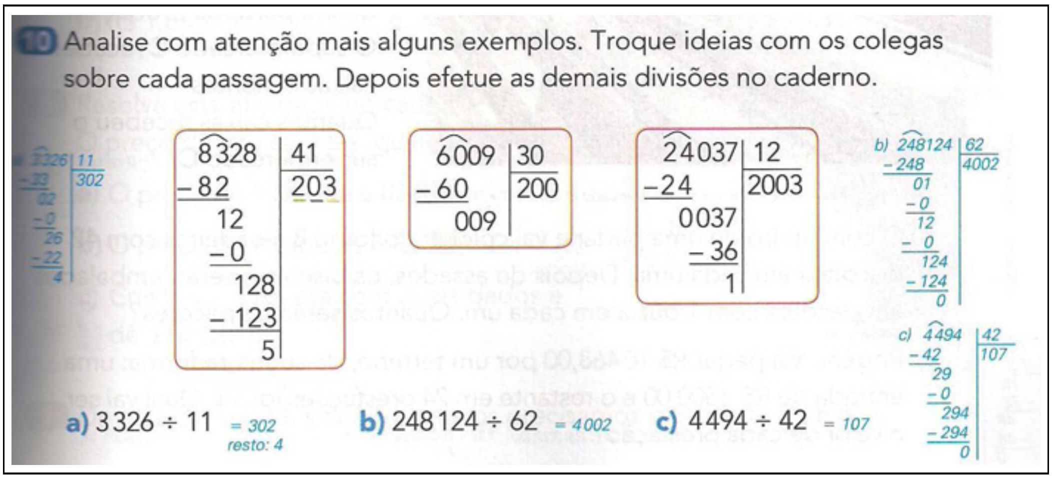


Figura 2.4: (DANTE, 4º ano, 2011, p. 203).

A obra apresenta um número satisfatório de exemplos resolvidos, com explicação detalhada da passagem entre as classes e as ordens do sistema de numeração decimal. Estes exemplos favorecem o entendimento do leitor com relação às etapas da divisão, embora exijam do mesmo domínio nestas passagens, já que o conteúdo não é retomado. Tal domínio permite que o leitor entenda a necessidade do zero aparecer entre os algarismos do quociente, no entanto poderia ter sido dada maior ênfase a esta problemática. O livro oferece um grande número de exercícios, seja em situações-problema, arme e efetue, completar o algoritmo nas partes que foram omitidas, enfim, atividades diversificadas na qual o aluno pode exercitar não só o algoritmo como também a noção do que é dividir. As Figuras 2.5 e 2.6 apresentam alguns exemplos de atividades propostas. Note que há na atividade da Figura 2.5 uma integração entre a operação e o tratamento da informação.

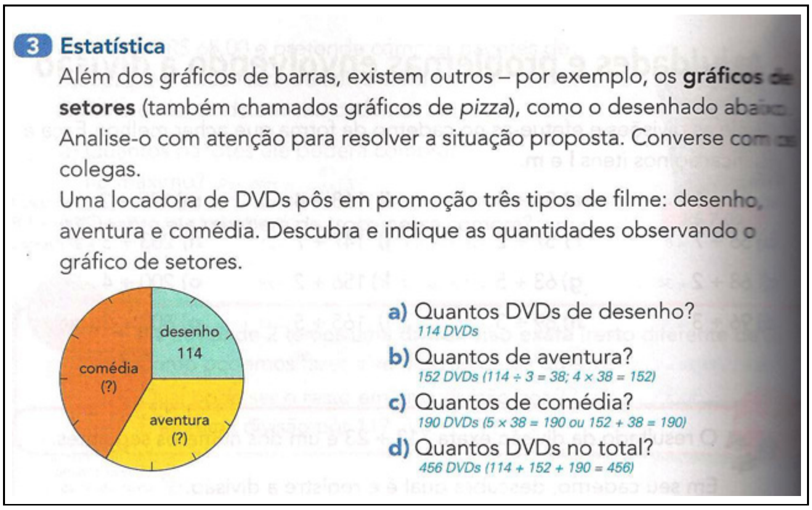


Figura 2.5: (DANTE, 4º ano, 2011, p. 188).

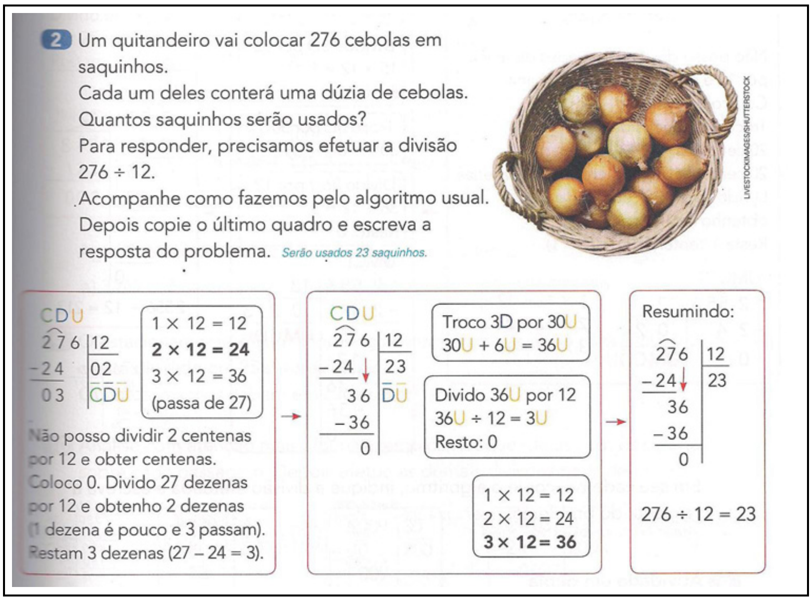


Figura 2.6: (DANTE, 4º ano, 2011, p. 201).

Segundo orientações do manual do professor, página 82, alguns alunos devem ir à lousa explicar aos colegas como entenderam o que é explicado nesse exercício. O professor é orientado a dedicar um tempo maior as atividades deste tipo, até que os alunos realmente entendam o algoritmo.

QUINTO ANO:

O livro do 5º ano faz uma retomada do método das estimativas e do algoritmo usual da divisão, mantendo-se a preocupação nas passagens de ordens e classes, incluindo divisores com dois ou mais algarismos. Nesta obra não é feita a diferenciação do que usualmente denominamos processo longo e processo curto do algoritmo. O que aparece é o que o autor chama de algoritmo simplificado, no qual retira certas observações da armação da conta, mas não se trata do processo curto (conforme Figura 2.7).

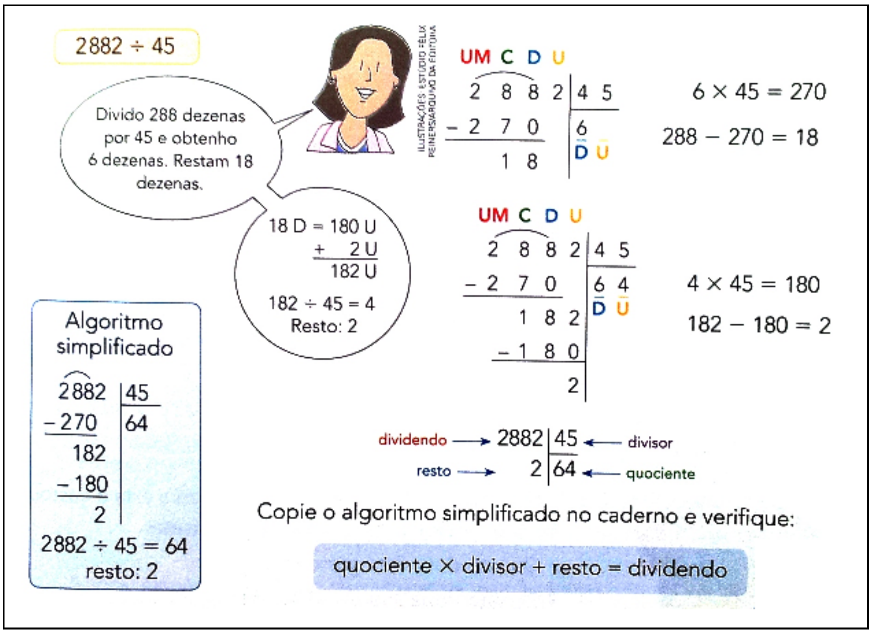


Figura 2.7: (DANTE, 5º ano, 2011, p. 97).

O autor também retoma a explicação da divisão e multiplicação como operações inversas, trabalha com resultados aproximados para divisões e insere o conceito de divisor de um número natural. Conforme o exposto no Guia do Livro Didático, os exercícios seguem a mesma proposta dos livros do 4º ano.

2.2.2 Asas para Voar de Maria Helena Souza e Walter Spinelli

QUARTO ANO:

O livro é composto por 16 capítulos. O Capítulo 13 aborda a divisão dos números naturais, introduzindo-o com a ideia de separar em grupos iguais e quantos cabem. O método usual é explicado passo a passo no que se refere às transformações de ordens e existe um exemplo no qual o zero faz parte dos algarismos do divisor. No entanto, há apenas dois exemplos resolvidos deste algoritmo (confome Figura 2.8).

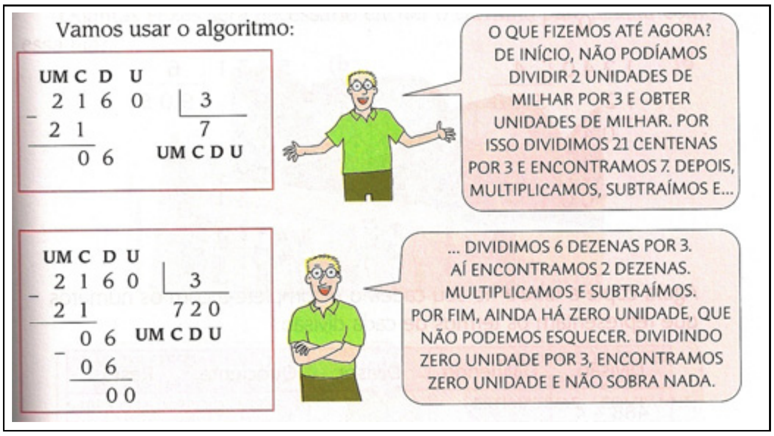


Figura 2.8: (SOUZA & SPINELLI, 4º ano, 2008, p. 187).

O livro também aborda o método da divisão por estimativas para introduzir contas com dois algarismos no divisor (conforme Figura 2.9).

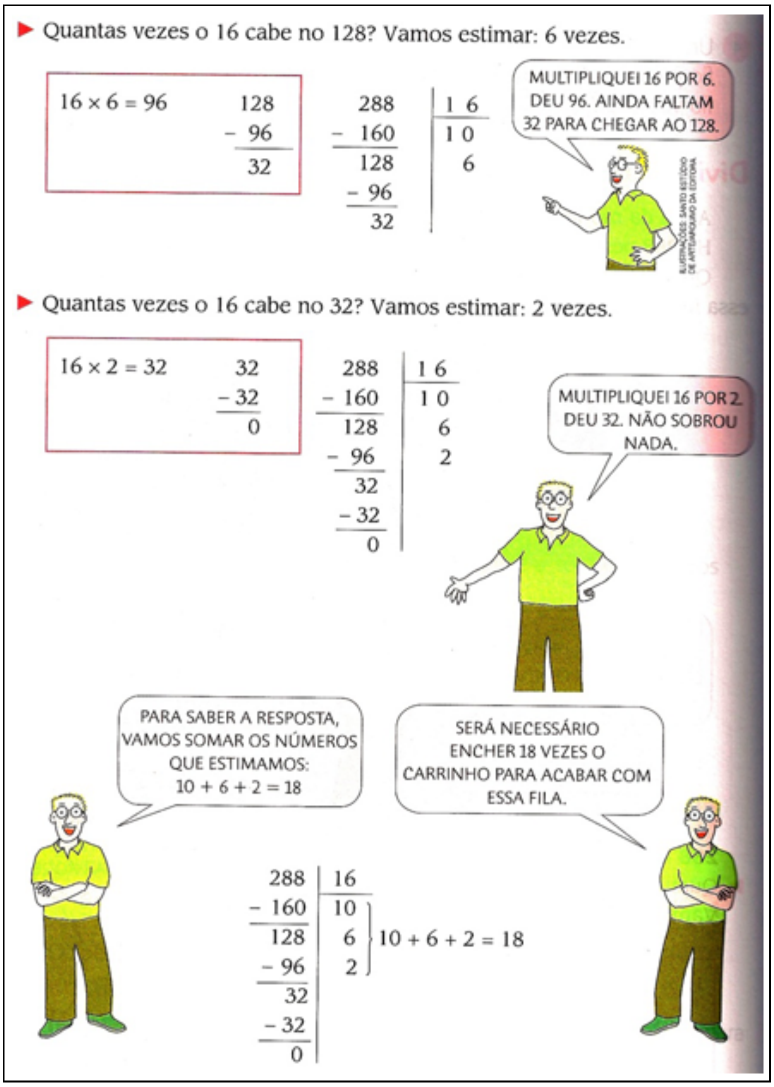


Figura 2.9: (SOUZA & SPINELLI, 4º ano, 2008, p. 190).

A obra traz exemplos de divisões não exatas e exatas. Como a maioria dos exemplos parte de uma situação-problema, o fato da divisão não ser exata é analisado. Segundo o Guia do Livro Didático, página 167, a interação entre os alunos é bastante incentivada em atividades em dupla e em grupos, o que, além de favorecer o bom relacionamento social, conduz à discussão de conceitos, estratégias e procedimentos. Na atividade descrita na Figura 2.10, os alunos são levados a análise da situação-problema utilizando-se do algoritmo que achar mais apropriado para a resolução da questão.

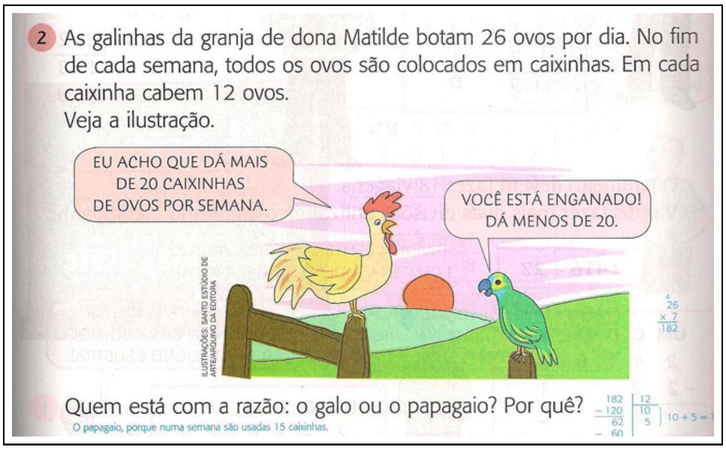


Figura 2.10: (SOUZA & SPINELLI, 4º ano, 2008, p. 191).

QUINTO ANO:

Nesta obra há uma breve retomada do algoritmo usual da divisão, sendo o autor mais breve em sua explicação. O capítulo também aborda média aritmética simples e divisões cujo divisor tem mais de dois algarismos. Os exercícios propostos em sua maioria partem de uma situação-problema, mas há exercícios do tipo arme e efetue. Não há menção ao método curto do algoritmo da divisão. No exercício descrito na Figura 2.11 é explorada a relação entre multiplicação e divisão.

Figura 2.11: (SOUZA & SPINELLI, 5º ano, 2008, p. 039).

Na Figura 2.12 temos um exercício em que o conceito de média aritmética é trabalhado.

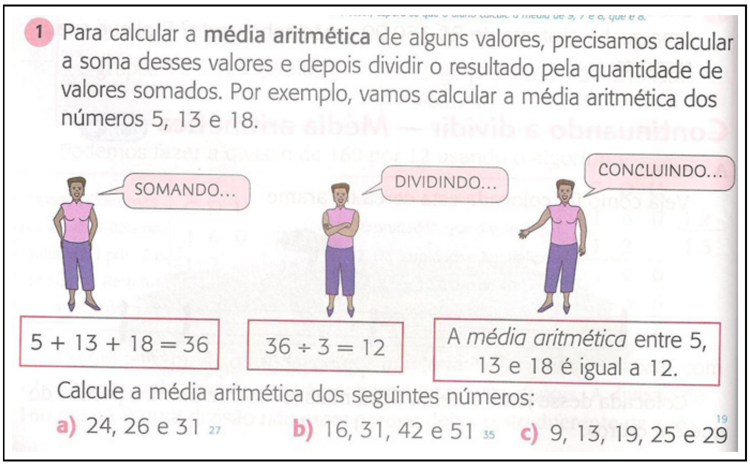


Figura 2.12: (SOUZA & SPINELLI, 5º ano, 2008, p. 040).

2.2.3 Fazer, Compreender e Criar em Matemática de Aida Munhoz et al

QUARTO ANO:

Na página 45 do Capítulo 3 os alunos têm contato com a divisão por estimativas, com as subtrações sucessivas de parcelas. No Capítulo 11, o algoritmo usual é apresentado primeiramente através do uso do material dourado. Através das imagens apresentadas, o leitor consegue visualizar a passagem de ordens e compreender o algoritmo. Primeiro parte-se de um esquema de desenhos para posterior registro do algoritmo. São trabalhadas as divisões exatas e não exatas. A situação descrita na Figura 2.13 propunha dividir 372 reais em 3 parcelas iguais.

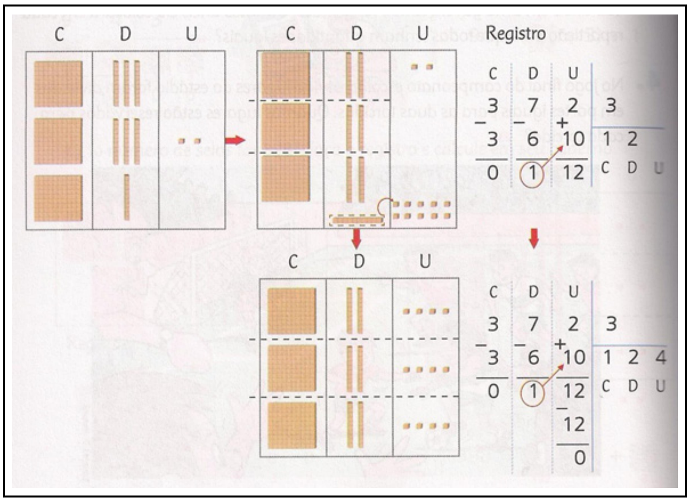


Figura 2.13: (MUNHOZ ET AL, 4º ano, 2008, p. 124).

No exemplo exposto na Figura 2.14, trabalha-se a ideia do zero no meio do quociente, cuja explicação é dada também através dos desenhos, mas não há texto destacando este fato.

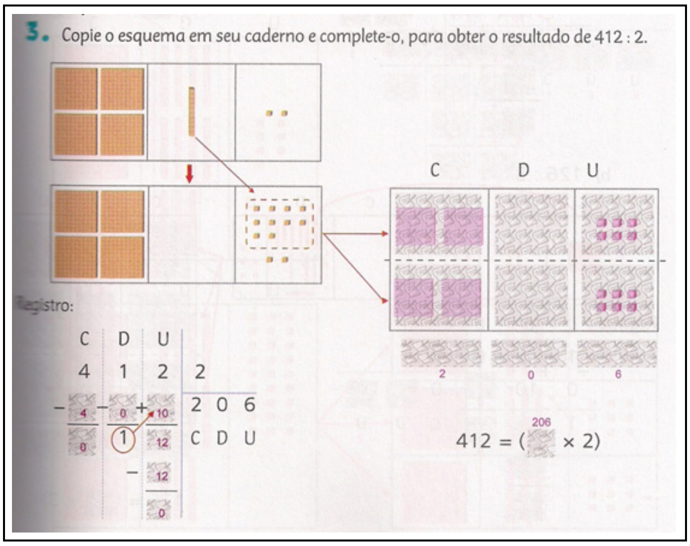


Figura 2.14: (MUNHOZ ET AL, 4º ano, 2008, p. 125).

A didática adotada pela obra exige que o professor saiba trabalhar com o material dourado para que possa explicar as imagens apresentadas no livro. O aluno que já teve contato com material dourado conseguirá entender melhor a explicação do algoritmo. Já um aluno que nunca manuseou este material poderá ficar mais dependente da explicação do professor. Após trabalhar alguns exemplos utilizando o material dourado, o livro traz dois exemplos de como sintetizar o algoritmo (conforme Figura 2.15).

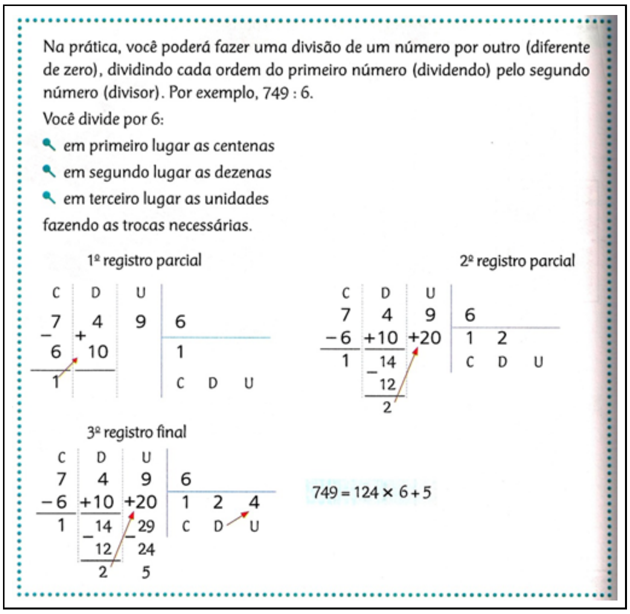


Figura 2.15: (MUNHOZ ET AL, 4º ano, 2008, p. 128).

Os exemplos apresentados partem de uma situação-problema, por exemplo, pagar 396 reais em três parcelas iguais. O mesmo ocorre com a maioria dos exercícios propostos, embora haja exercícios de arme e efetue. Muitas das atividades sugeridas possuem ilustrações de material dourado, auxiliando no desenvolvimento do algoritmo da divisão, sendo esta exata ou não. Há atividades para completar partes do algoritmo que foram ocultadas. Não há destaque para contas em que o zero aparece entre os algarismos do quociente. Na atividade descrita na Figura 2.16 tem-se um exemplo em que o resultado da divisão não pode ser diretamente usado como resposta, pois o resto da divisão deve ser considerado no contexto.

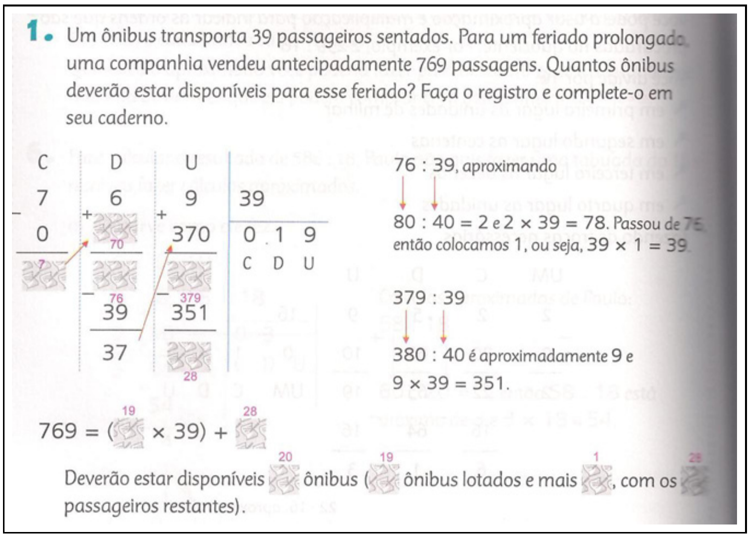


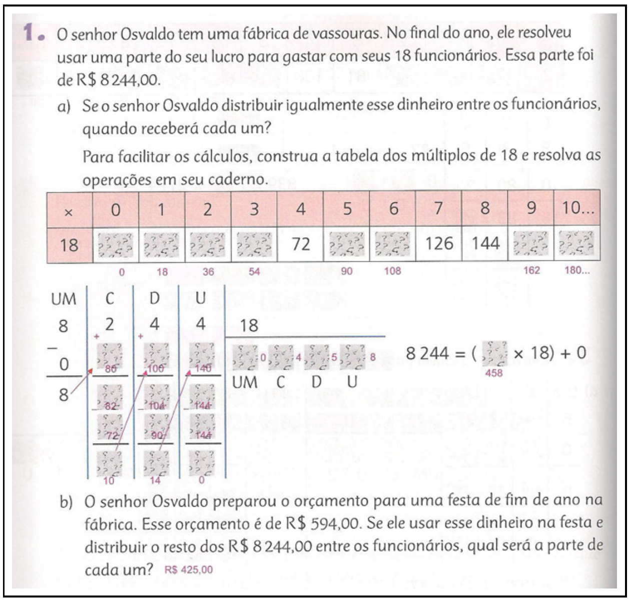
Figura 2.16: (MUNHOZ ET AL, 4º ano, 2008, p. 134).

Segundo o Manual do Professor, página 43, discussões de problemas como esse são muito importantes, pois proporcionam ao aluno uma oportunidade para fazer uma análise da adequação do resultado encontrado em relação à questão proposta.

QUINTO ANO:

No Capítulo 7, a divisão é retomada a partir do processo usual, partindo-se direto para os exercícios que, em sua maioria, envolvem situações-problema. Nota-se que os exercícios já trabalham com números maiores e o uso da tabuada, construída pelo aluno, é estimulado (conforme Figura 2.17).

Embora as ilustrações de material dourado não estejam mais presentes na obra, no guia do professor, sugere-se que esta retomada do algoritmo seja feita com a manipulação de material concreto de forma que se propicie os agrupamentos e a troca de base 10. Não se fala em método curto da divisão. A obra poderia conter um número maior de atividades propostas.



1. O senhor Osvaldo tem uma fábrica de vassouras. No final do ano, ele resolveu usar uma parte do seu lucro para gastar com seus 18 funcionários. Essa parte foi de R$ 8 244,00.

a) Se o senhor Osvaldo distribuir igualmente esse dinheiro entre os funcionários, quando receberá cada um?

Para facilitar os cálculos, construa a tabela dos múltiplos de 18 e resolva as operações em seu caderno.

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10...
18	0	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180...

8 244 = (458 × 18) + 0

b) O senhor Osvaldo preparou o orçamento para uma festa de fim de ano na fábrica. Esse orçamento é de R$ 594,00. Se ele usar esse dinheiro na festa e distribuir o resto dos R$ 8 244,00 entre os funcionários, qual será a parte de cada um? R$ 425,00

Figura 2.17: (MUNHOZ ET AL, 5º ano, 2008, p. 62).

2.2.4 Hoje é Dia de Matemática de Tosatto et al

QUARTO ANO:

O Capítulo 3 da Unidade 5 trabalha com multiplicação e divisão. Para a divisão, a orientação principal do livro é o uso do método das estimativas ou de um quadro de tabuada.

Há apenas dois exemplos, no final da unidade, em que o algoritmo usual é trabalhado, fazendo-se uso do material dourado (conforme Figuras 2.18 e 2.19).

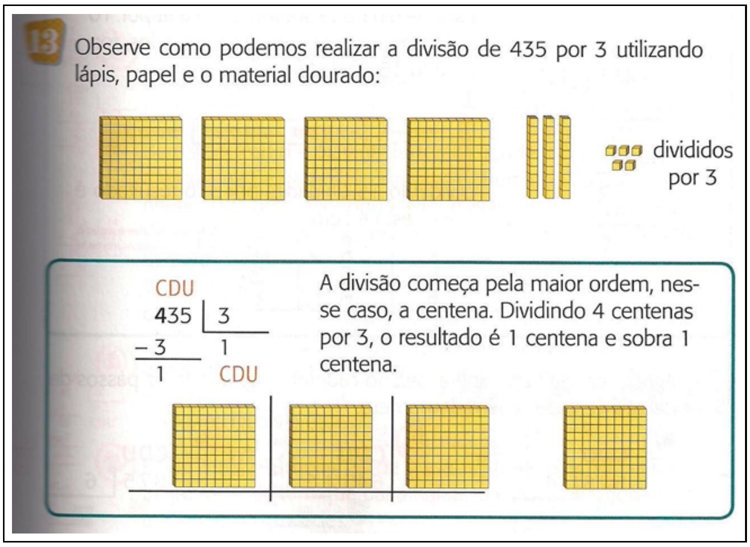


Figura 2.18: (TOSATTO ET AL, 4º ano, 2011, p. 153).

O último Capítulo da Unidade 8 é destinado à divisão dos números naturais, sem ne-

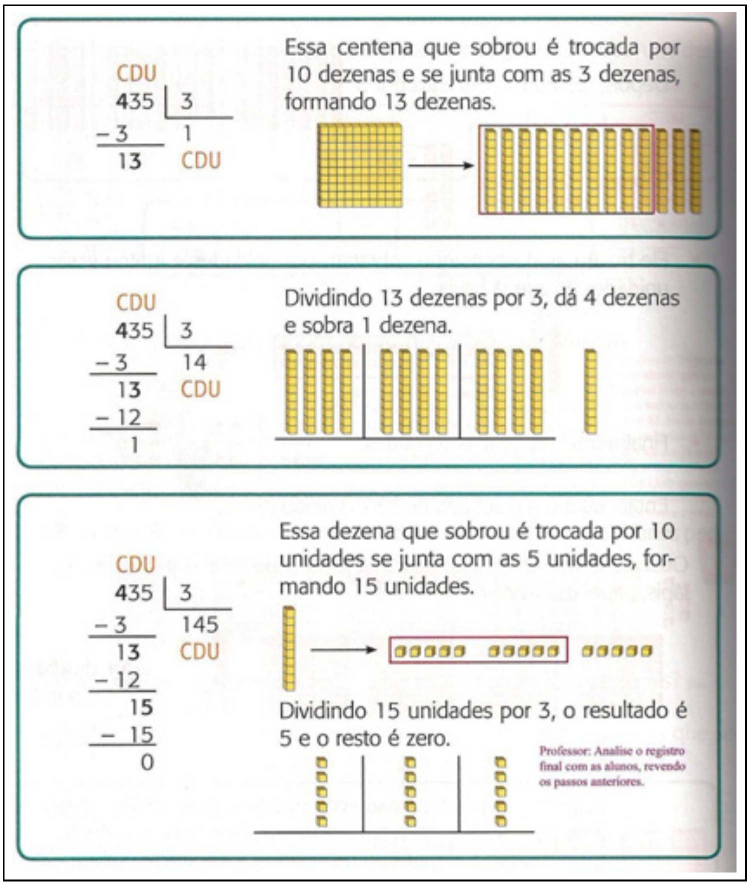


Figura 2.19: (TOSATTO ET AL, 4º ano, 2011, p. 154).

nhuma apresentação formal do algoritmo usual da divisão. Na Figura 2.20 temos o exemplo de apresentação da unidade, cuja situação-problema é a divisão de 108 selos em 9 páginas. Tal problema é resolvido através da decomposição do número, divisão por estimativas e divisão através de multiplicações, porém estes métodos são poucos explorados através dos exemplos e não é trabalhada a ideia de transformação de classes.

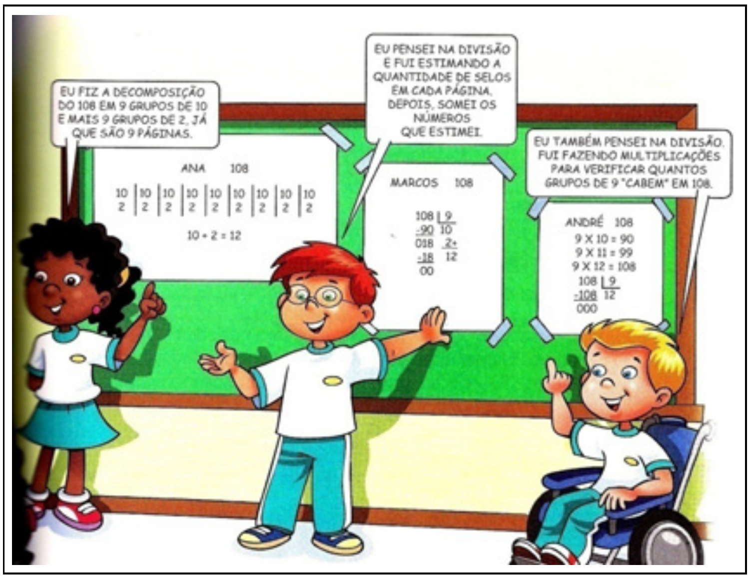
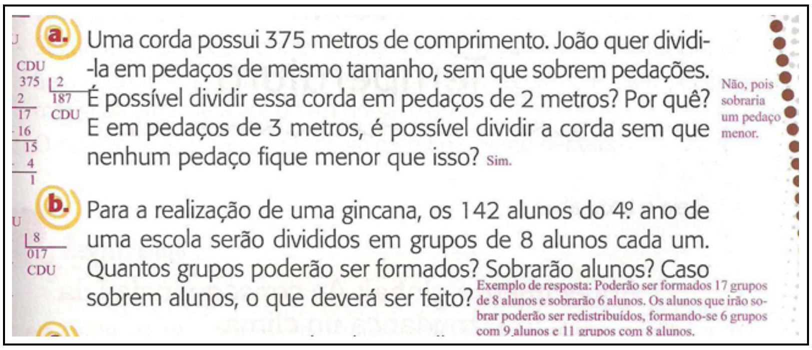


Figura 2.20: (TOSATTO ET AL, 4º ano, 2011, p. 275).

A obra apresenta um bom número de exercícios que envolvem situações-problema e, também, do tipo arme e efetue. Nos exercícios apresentados na Figura 2.21, a ideia da divisão não exata é trabalhada de modo que o aluno compreenda o significado que o resto tem na resolução do problema. Não há nenhuma ressalva para contas em que o zero aparece entre os algarismos do quociente.



a. Uma corda possui 375 metros de comprimento. João quer dividi-la em pedaços de mesmo tamanho, sem que sobrem pedações. É possível dividir essa corda em pedaços de 2 metros? Por quê? E em pedaços de 3 metros, é possível dividir a corda sem que nenhum pedaço fique menor que isso? Sim.

Não, pois sobraria um pedaço menor.

b. Para a realização de uma gincana, os 142 alunos do 4º ano de uma escola serão divididos em grupos de 8 alunos cada um. Quantos grupos poderão ser formados? Sobrarão alunos? Caso sobrem alunos, o que deverá ser feito?

Exemplo de resposta: Poderão ser formados 17 grupos de 8 alunos e sobrarão 6 alunos. Os alunos que irão sobrar poderão ser redistribuídos, formando-se 6 grupos com 9 alunos e 11 grupos com 8 alunos.

Figura 2.21: (TOSATTO ET AL, 4º ano, 2011, p. 155).

QUINTO ANO:

Nesta obra, o foco é a divisão por estimativas e divisão através de multiplicação (conforme Figura 2.22).

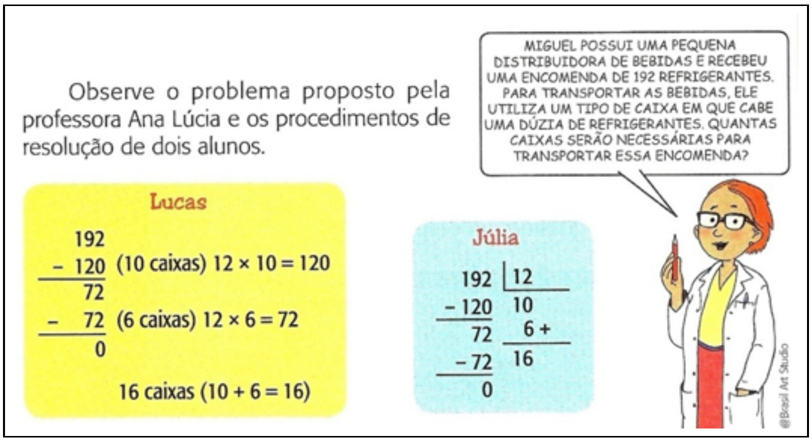


Figura 2.22: (TOSATTO ET AL, 5º ano, 2011, p. 54).

O algoritmo usual da divisão não é apresentado. Há um bom número de exercícios do tipo problemas que trabalham com divisões exatas e não exatas. Na Figura 2.23 temos uma atividade em que o aluno é levado à análise de uma situação-problema onde a divisão é resolvida através de multiplicações.

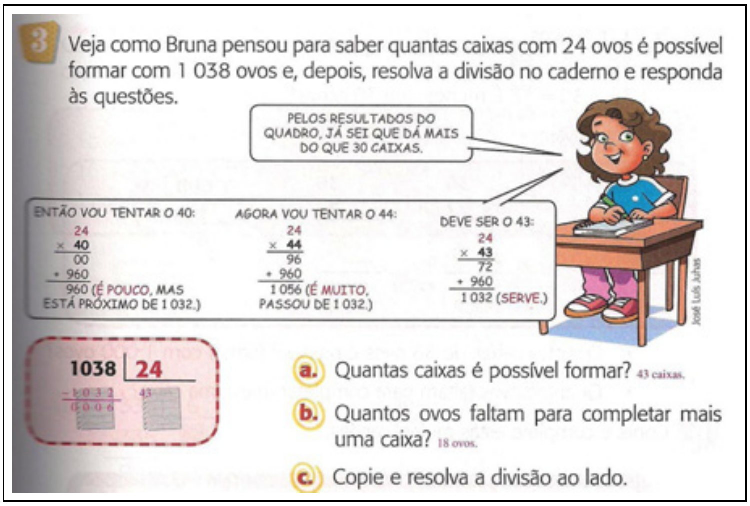


Figura 2.23: (TOSATTO ET AL, 5º ano, 2011, p. 153).

A ideia da multiplicação e divisão como operações inversas é explorada em vários momentos (conforme Figura 2.24).

De modo geral, são poucos os exemplos resolvidos, o que não torna o livro uma boa fonte de consulta no caso de dúvidas. Além disso, os exemplos não possuem muito texto que os expliquem.

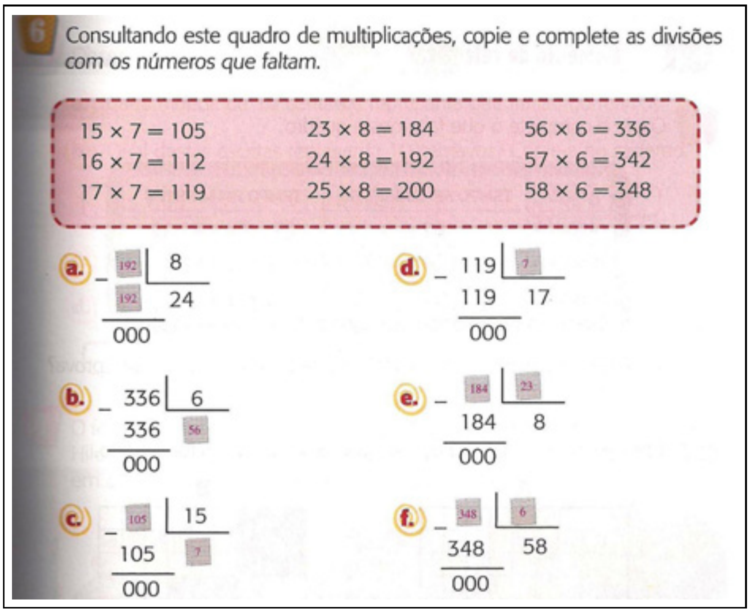


Figura 2.24: (TOSATTO ET AL, 5º ano, 2011, p. 155).

2.2.5 Projeto Pitanguá de Juliane Matsubara Barroso

QUARTO ANO:

O livro introduz a divisão com a ideia de repartir ou distribuir em partes iguais e a ideia de quantas vezes cabe. A obra propõe atividades para o exercício do cálculo mental e relaciona a divisão como o inverso da multiplicação. Antes de trabalhar com o algoritmo da divisão, o livro já faz a distinção entre divisões exatas e não exatas. Na página 157 é abordado, através de problemas, o método da divisão por estimativa, chamando-o de *algoritmo do quociente por partes*. Já na página 159, o algoritmo usual é exposto com a preocupação nas passagens de ordens (conforme Figura 2.25).

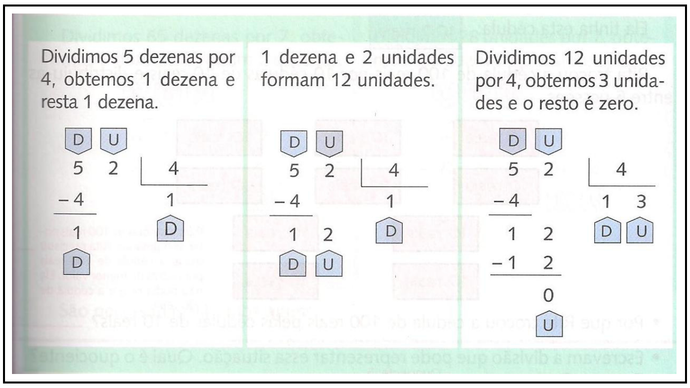
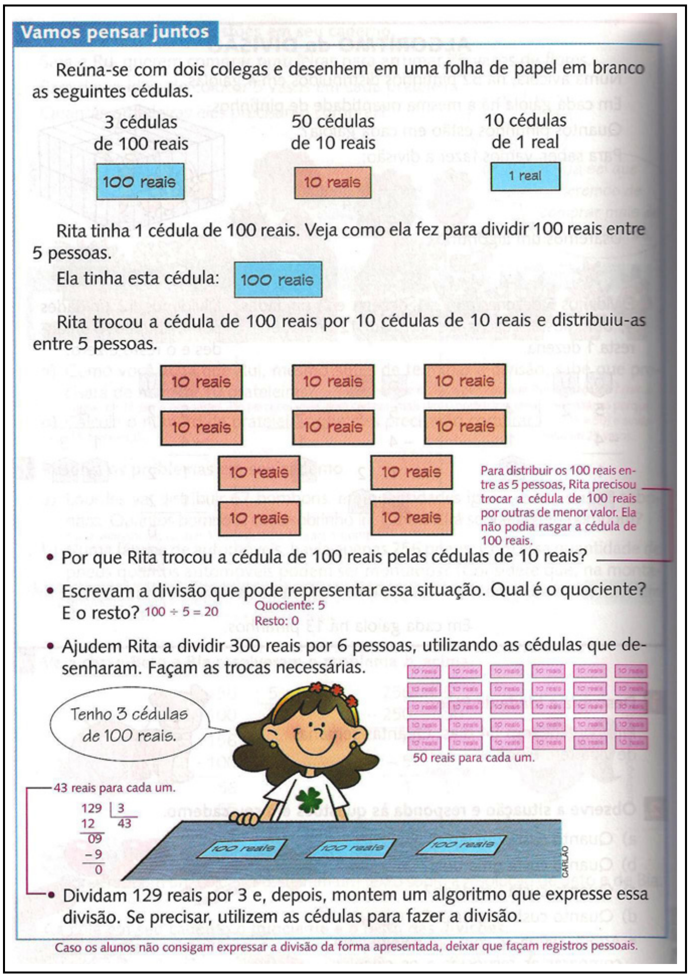


Figura 2.25: (BARROSO, 4º ano, 2008, p. 159).

No entanto, há somente dois exemplos resolvidos do algoritmo usual e com apenas um algarismo no divisor. Não se explora a questão do zero entre os algarismos do quociente.

Há uma boa quantidade de exercícios propostos, em sua maioria problemas. A atividade apresentada na Figura 2.26 se apoia nas trocas de cédulas para esclarecer os agrupamentos feitos no algoritmo usual.


Vamos pensar juntos

Reúna-se com dois colegas e desenhem em uma folha de papel em branco as seguintes cédulas.

3 cédulas de 100 reais — 50 cédulas de 10 reais — 10 cédulas de 1 real

Rita tinha 1 cédula de 100 reais. Veja como ela fez para dividir 100 reais entre 5 pessoas.

Ela tinha esta cédula:

Rita trocou a cédula de 100 reais por 10 cédulas de 10 reais e distribuiu-as entre 5 pessoas.

Para distribuir os 100 reais entre as 5 pessoas, Rita precisou trocar a cédula de 100 reais por outras de menor valor. Ela não podia rasgar a cédula de 100 reais.

- Por que Rita trocou a cédula de 100 reais pelas cédulas de 10 reais?
- Escrevam a divisão que pode representar essa situação. Qual é o quociente? E o resto? 100 ÷ 5 = 20 Quociente: 5 Resto: 0
- Ajudem Rita a dividir 300 reais por 6 pessoas, utilizando as cédulas que desenharam. Façam as trocas necessárias.

50 reais para cada um.

43 reais para cada um.

- Dividam 129 reais por 3 e, depois, montem um algoritmo que expresse essa divisão. Se precisar, utilizem as cédulas para fazer a divisão.

Caso os alunos não consigam expressar a divisão da forma apresentada, deixar que façam registros pessoais.

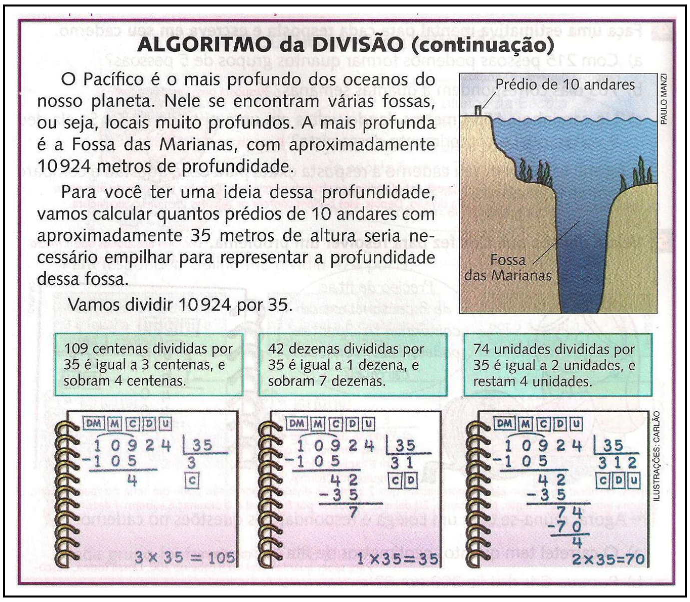
Figura 2.26: (BARROSO, 4º ano, 2008, p. 160).

Segundo o Guia do Livro Didático, um ponto positivo na coleção é a presença de um número expressivo de atividades a serem realizadas em duplas, em grupos ou de forma coletiva. Nelas, além disso, incentivam-se os alunos a verbalizar e a registrar seus procedimentos de resolução.

QUINTO ANO:

Nesta obra a divisão é trabalhada pelo método das estimativas e o algoritmo usual, este último já com o divisor composto por dois algarismos, conforme observado na Figura 2.27.

Dois exercícios abordam a problemática do zero entre os algarismos do quociente (conforme Figura 2.28).



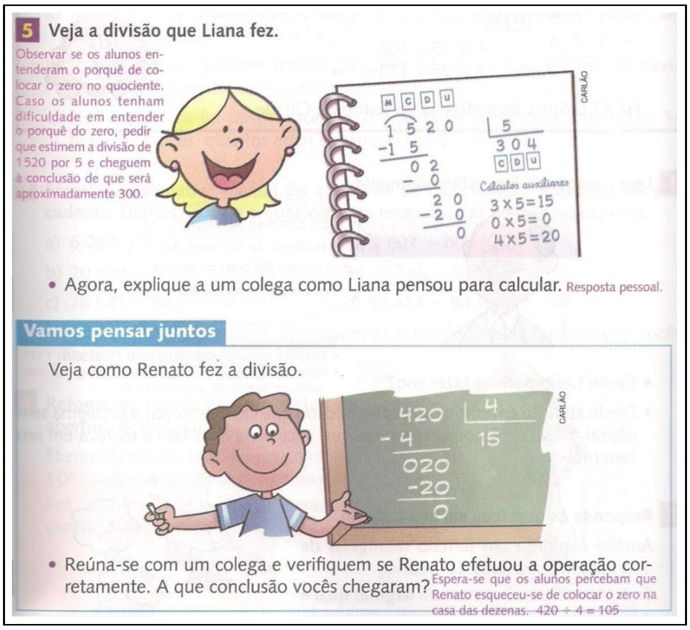
ALGORITMO da DIVISÃO (continuação)

O Pacífico é o mais profundo dos oceanos do nosso planeta. Nele se encontram várias fossas, ou seja, locais muito profundos. A mais profunda é a Fossa das Marianas, com aproximadamente 10 924 metros de profundidade.

Para você ter uma ideia dessa profundidade, vamos calcular quantos prédios de 10 andares com aproximadamente 35 metros de altura seria necessário empilhar para representar a profundidade dessa fossa.

Vamos dividir 10 924 por 35.

Figura 2.27: (BARROSO, 5º ano, 2008, p. 60).



5 Veja a divisão que Liana fez.

Observar se os alunos entenderam o porquê de colocar o zero no quociente. Caso os alunos tenham dificuldade em entender o porquê do zero, pedir que estimem a divisão de 1520 por 5 e cheguem à conclusão de que será aproximadamente 300.

- Agora, explique a um colega como Liana pensou para calcular. Resposta pessoal.

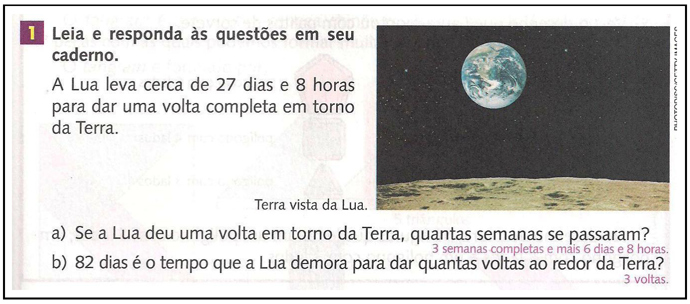
Vamos pensar juntos

Veja como Renato fez a divisão.

- Reúna-se com um colega e verifiquem se Renato efetuou a operação corretamente. A que conclusão vocês chegaram? Espera-se que os alunos percebam que Renato esqueceu-se de colocar o zero na casa das dezenas. 420 ÷ 4 = 105

Figura 2.28: (BARROSO, 5º ano, 2008, p. 61).

Nota-se que a ideia dos exercícios é levar o aluno a identificar o sentido do zero no quociente, isso através do cálculo já realizado e da discussão com outros alunos. Embora não tenha muitos exemplos, a obra apresenta uma boa quantidade de exercícios com situações-problema. A resolução do problema indicado na Figura 2.29 exige do aluno, além do domínio da divisão, saber transformar dias em horas. Atividades desse tipo, que estão presentes na obra, permitem promover uma conexão da matemática escolar com diferentes áreas do conhecimento.


1 **Leia e responda às questões em seu caderno.**

A Lua leva cerca de 27 dias e 8 horas para dar uma volta completa em torno da Terra.

Terra vista da Lua.

a) Se a Lua deu uma volta em torno da Terra, quantas semanas se passaram?
3 semanas completas e mais 6 dias e 8 horas.

b) 82 dias é o tempo que a Lua demora para dar quantas voltas ao redor da Terra?
3 voltas.

Figura 2.29: (BARROSO, 5º ano, 2008, p. 63).

2.2.6 Novo Bem-Me-Quer de Bordeaux et al

QUARTO ANO:

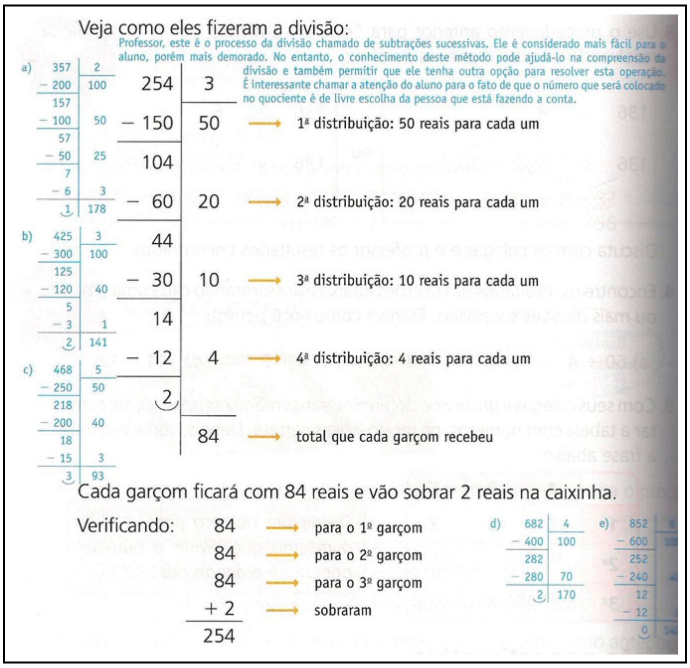
A obra apresenta a nomenclatura apropriada à divisão e trabalha com divisões exatas e não exatas. A ideia de divisores de um número é abordada, assim como divisões por aproximação. O livro introduz o método da divisão por estimativas, através de um problema no qual três garçons devem dividir 254 reais igualmente entre eles. Nota-se a preocupação da obra em orientar o professor para o ensino do que chama de método das subtrações sucessivas (conforme Figura 2.30).

O algoritmo usual é apresentado primeiramente com o divisor composto por um algarismo e, depois, com dois algarismos. Na Figura 2.31 temos um exemplo do zero aparecendo entre os algarismos do quociente e a explicação para tal fato.

A explicação que a obra faz a este método é muito esclarecedora, apresentando vários exemplos resolvidos, sempre com a preocupação de mostrar a passagem das classes e ordens.

Após a abordagem do algoritmo, a prova real é trabalhada. A forma como o algoritmo é exposto passo a passo torna a obra uma boa fonte de consulta para alunos e professores devido à didática adotada. Com relação aos exercícios, são poucas as questões que envolvam uma situação-problema, priorizando-se atividades do tipo arme e efetue (conforme Figura 2.32).

QUINTO ANO:


Veja como eles fizeram a divisão:

Professor, este é o processo da divisão chamado de subtrações sucessivas. Ele é considerado mais fácil para o aluno, porém mais demorado. No entanto, o conhecimento deste método pode ajudá-lo na compreensão da divisão e também permitir que ele tenha outra opção para resolver esta operação. É interessante chamar a atenção do aluno para o fato de que o número que será colocado no quociente é de livre escolha da pessoa que está fazendo a conta.

254	3		
− 150	50	⟶	1ª distribuição: 50 reais para cada um
104			
− 60	20	⟶	2ª distribuição: 20 reais para cada um
44			
− 30	10	⟶	3ª distribuição: 10 reais para cada um
14			
− 12	4	⟶	4ª distribuição: 4 reais para cada um
2			
	84	⟶	total que cada garçom recebeu

Cada garçom ficará com 84 reais e vão sobrar 2 reais na caixinha.

Verificando:	84	⟶	para o 1º garçom
	84	⟶	para o 2º garçom
	84	⟶	para o 3º garçom
	+ 2	⟶	sobraram
	254		

Figura 2.30: (BORDEAUX, 4º ano, 2011, p. 156).

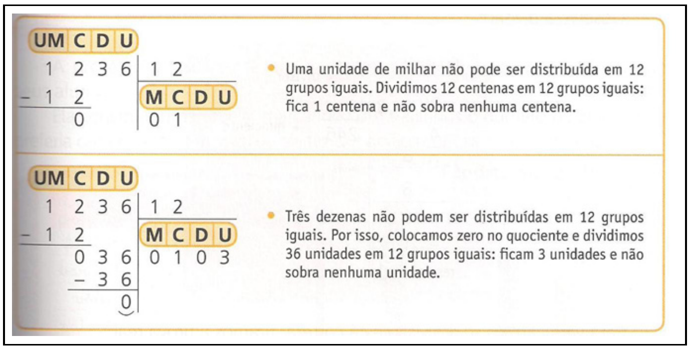
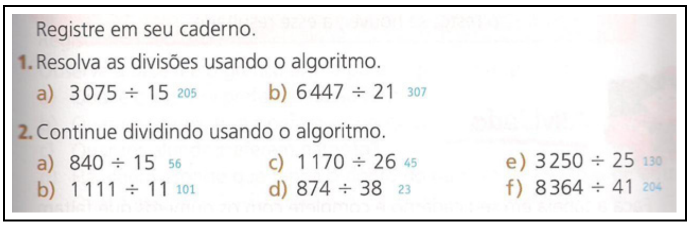


Figura 2.31: (BORDEAUX, 4º ano, 2011, p. 163).


Registre em seu caderno.

1. Resolva as divisões usando o algoritmo.

a) 3075 ÷ 15 205 b) 6447 ÷ 21 307

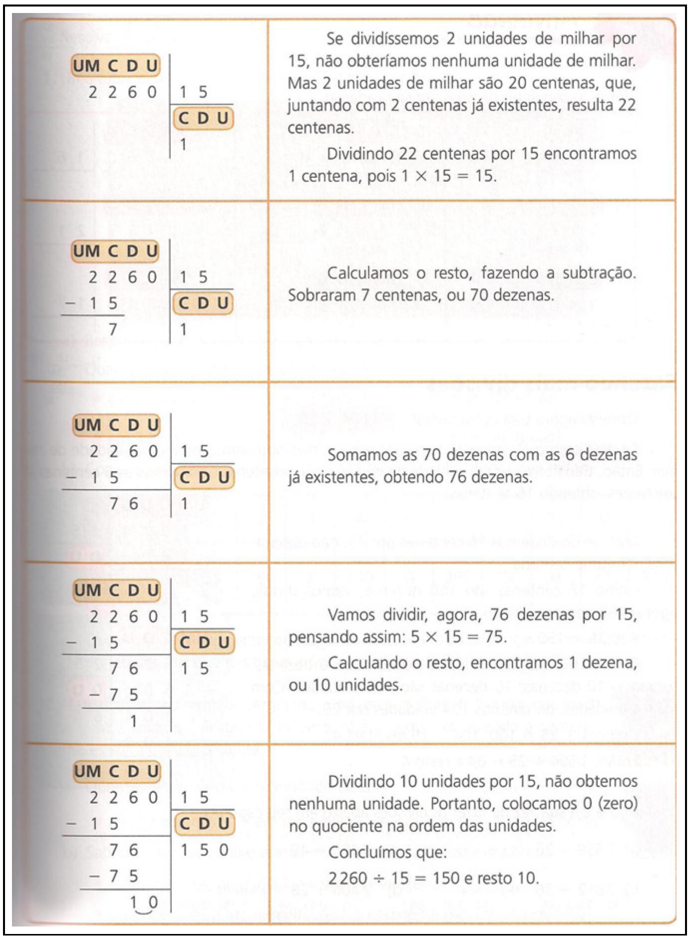
2. Continue dividindo usando o algoritmo.

a) 840 ÷ 15 56 c) 1170 ÷ 26 45 e) 3250 ÷ 25 130

b) 1111 ÷ 11 101 d) 874 ÷ 38 23 f) 8364 ÷ 41 204

Figura 2.32: (BORDEAUX, 4º ano, 2011, p. 163).

Aqui a divisão é retomada como revisão, aumentando-se o grau de dificuldade do algoritmo usual, pois se utilizam números maiores. A forma de expor o algoritmo segue a mesma apresentação feita no livro do 4º ano, ou seja, com explicação detalhada das transformações de classes e ordens e com um número significativo de exemplos resolvidos (conforme Figura 2.33).



Se dividíssemos 2 unidades de milhar por 15, não obteríamos nenhuma unidade de milhar. Mas 2 unidades de milhar são 20 centenas, que, juntando com 2 centenas já existentes, resulta 22 centenas.

Dividindo 22 centenas por 15 encontramos 1 centena, pois 1 × 15 = 15.

Calculamos o resto, fazendo a subtração. Sobraram 7 centenas, ou 70 dezenas.

Somamos as 70 dezenas com as 6 dezenas já existentes, obtendo 76 dezenas.

Vamos dividir, agora, 76 dezenas por 15, pensando assim: 5 × 15 = 75.

Calculando o resto, encontramos 1 dezena, ou 10 unidades.

Dividindo 10 unidades por 15, não obtemos nenhuma unidade. Portanto, colocamos 0 (zero) no quociente na ordem das unidades.

Concluímos que:

2260 ÷ 15 = 150 e resto 10.

Figura 2.33: (BORDEAUX, 5º ano, 2011, p. 87).

Já neste volume, a quantidade de atividades que envolvam uma situação-problema, como o da Figura 2.34, é maior do que no livro do 4º ano. Para resolver tal atividade, o aluno deve trabalhar com as operações de multiplicação e divisão. Exercícios deste tipo exigem que o aluno entenda a ideia associada a cada uma destas operações.

2.2.7 A Aventura do Saber de Aidar

QUARTO ANO:

Este livro, assim como o do 5º ano, possui uma abordagem diferente das demais obras analisadas neste trabalho. Segundo o Guia do Livro Didático, os conteúdos são apresentados de maneira informal em listas de atividades e retomados, várias vezes, nos dois livros. A divisão

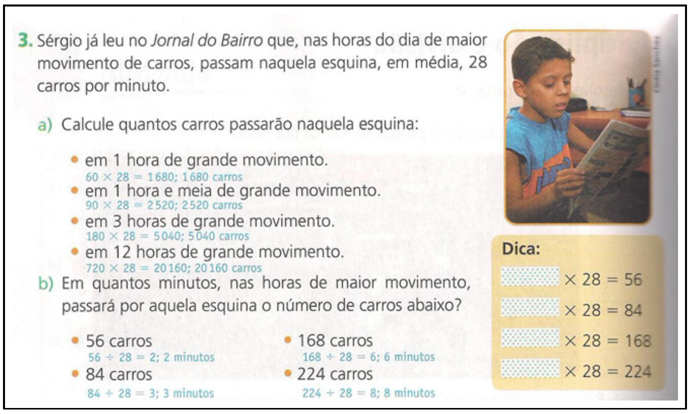


Figura 2.34: (BORDEAUX, 5º ano, 2011, p. 90).

é introduzida com a ideia de distribuir em partes iguais e a ideia de medir, ou seja, determinar quantas vezes uma medida cabe em outra. Após apresenta-se a multiplicação e divisão como operações inversas. Para realizar a divisão, primeiramente sugere-se que esta seja efetuada fazendo-se uso da tabuada. São apresentadas as divisões exatas e não exatas e trabalhadas várias situações-problema onde o resultado da conta deve ser analisado. Na atividade proposta na Figura 2.35, os alunos devem chegar à resposta do problema analisando a exposição feita no enunciado. Nesta etapa, o algoritmo ainda não foi apresentado ao aluno.

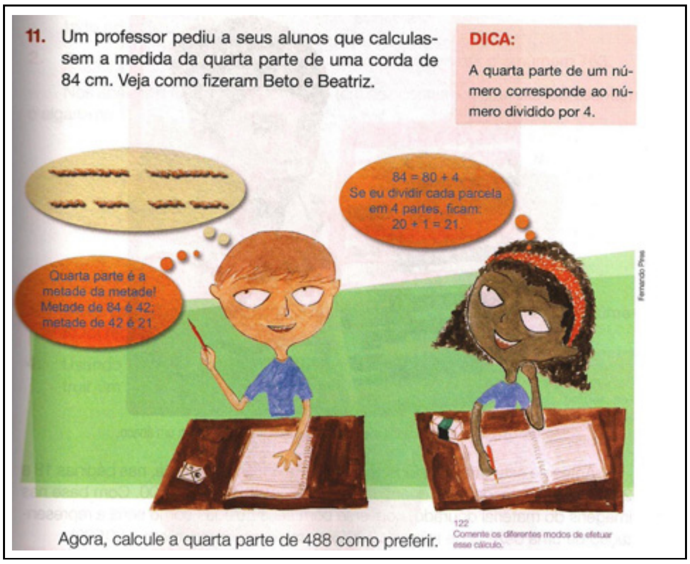


Figura 2.35: (AIDAR, 4º ano, 2011, p. 65).

Antes da apresentação do algoritmo, várias atividades incentivam o uso da calculadora e outras indagam sobre a necessidade do uso da mesma (conforme Figura 2.36).

O algoritmo usual da divisão é abordado em um item relacionado à fração. Ele é exposto em um único exemplo no qual se observa a preocupação com as passagens de ordens (con-

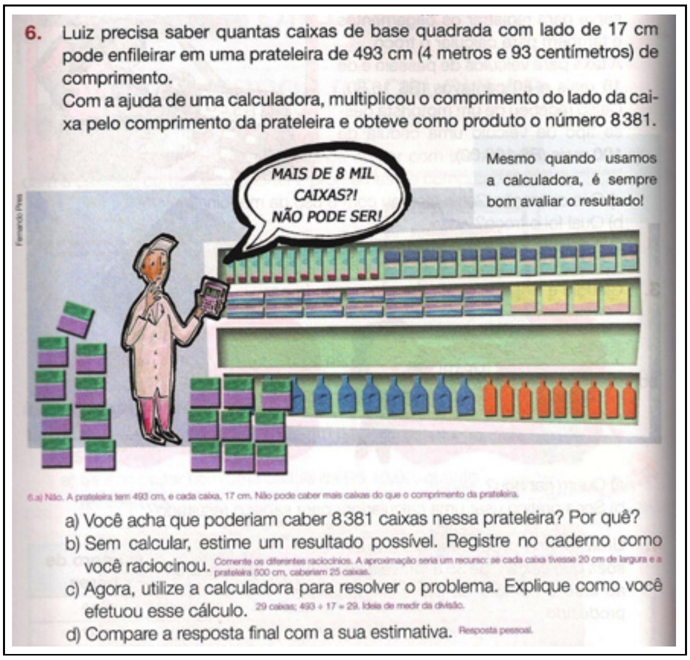


Figura 2.36: (AIDAR, 4º ano, 2011, p. 64).

forme Figura 2.37). A explicação é bem clara, mas são poucas as atividades nas quais o aluno possa exercitá-lo.

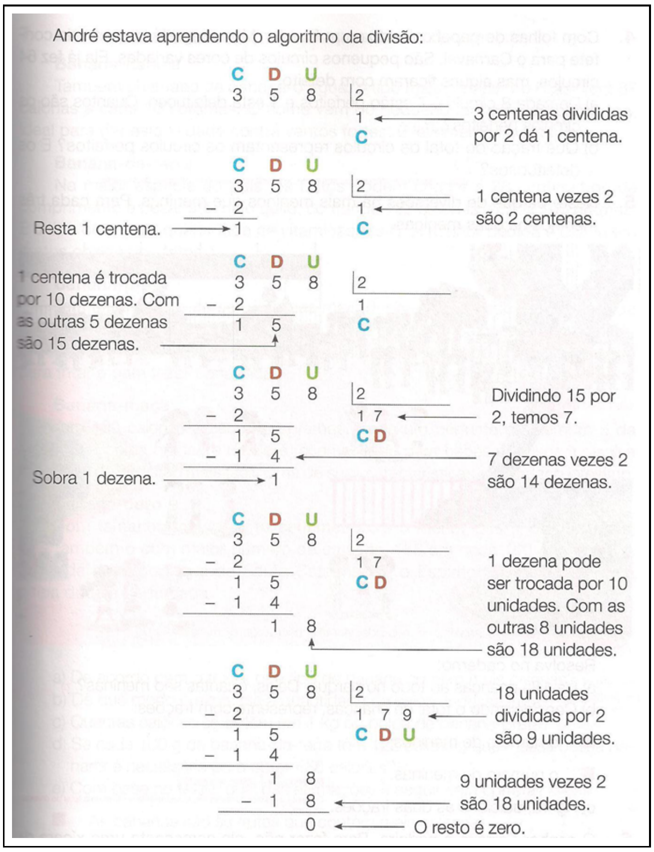


Figura 2.37: (AIDAR, 4º ano, 2011, p. 207).

O método da divisão por estimativas é omitido e a prova real não é abordada na obra.

QUINTO ANO:

O livro retoma o algoritmo usual da divisão como método para encontrar os divisores de um número. Também é apresentado o algoritmo na sua forma simplificada, comumente chamado de processo curto (conforme Figura 2.38).

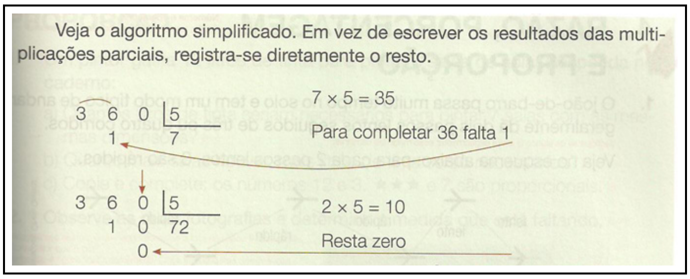
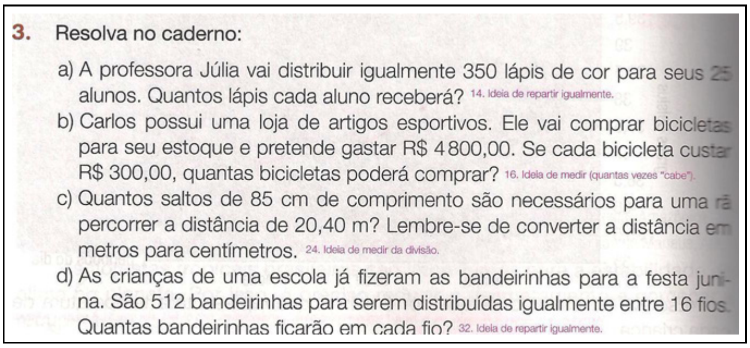


Figura 2.38: (AIDAR, 5º ano, 2011, p. 207).

Nesta obra os divisores já possuem dois algarismos e a nomenclatura é exposta, embora sejam poucos os exemplos resolvidos. Há uma boa quantidade de atividades em que o aluno pode exercitar a ideia da divisão e o algoritmo (conforme Figura 2.39).



3. Resolva no caderno:

a) A professora Júlia vai distribuir igualmente 350 lápis de cor para seus 25 alunos. Quantos lápis cada aluno receberá? 14. Ideia de repartir igualmente.

b) Carlos possui uma loja de artigos esportivos. Ele vai comprar bicicletas para seu estoque e pretende gastar R$ 4800,00. Se cada bicicleta custar R$ 300,00, quantas bicicletas poderá comprar? 16. Ideia de medir (quantas vezes "cabe").

c) Quantos saltos de 85 cm de comprimento são necessários para uma rã percorrer a distância de 20,40 m? Lembre-se de converter a distância em metros para centímetros. 24. Ideia de medir da divisão.

d) As crianças de uma escola já fizeram as bandeirinhas para a festa junina. São 512 bandeirinhas para serem distribuídas igualmente entre 16 fios. Quantas bandeirinhas ficarão em cada fio? 32. Ideia de repartir igualmente.

Figura 2.39: (AIDAR, 5º ano, 2011, p. 214).

Nota-se que as questões são, em sua grande maioria, situações-problema, na qual o aluno deve, em determinados momentos, analisar o resto da conta e dar sentido ao mesmo.

2.2.8 Projeto Buriti de Gay

QUARTO ANO:

Os tópicos desenvolvidos na obra favorecem a compreensão da relação entre divisão e multiplicação, explorando situações que envolvam cálculo mental e divisões exatas e não exatas. O método da divisão por estimativas é apresentado (conforme Figura 2.40).

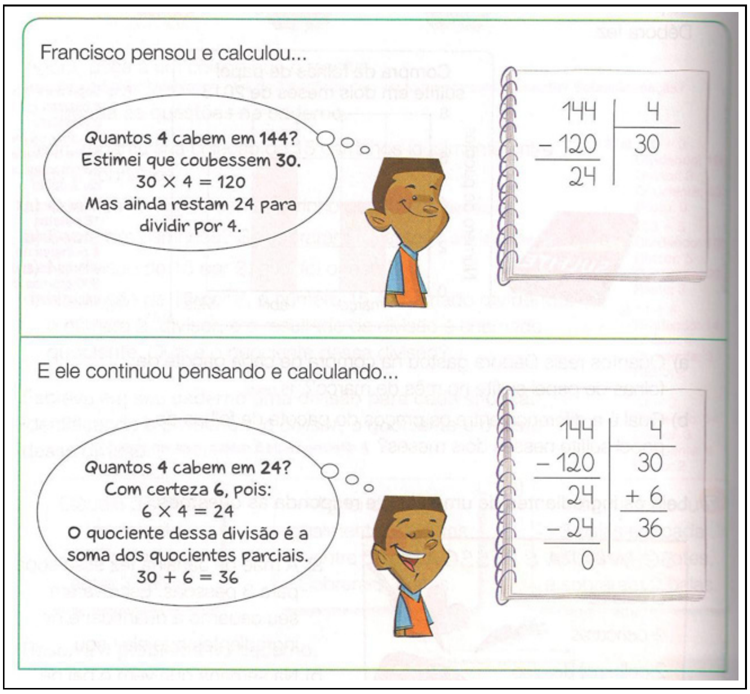


Figura 2.40: (GAY, 4º ano, 2011, p. 136).

O livro traz um método que não foi explorado em nenhuma outra obra, o método de divisão por ordens (conforme Figura 2.41). Segundo o manual do professor, página 105, a divisão por ordens consiste na decomposição do dividendo nas ordens das centenas, dezenas e unidades. Após esta decomposição, a divisão é realizada individualmente para cada ordem.

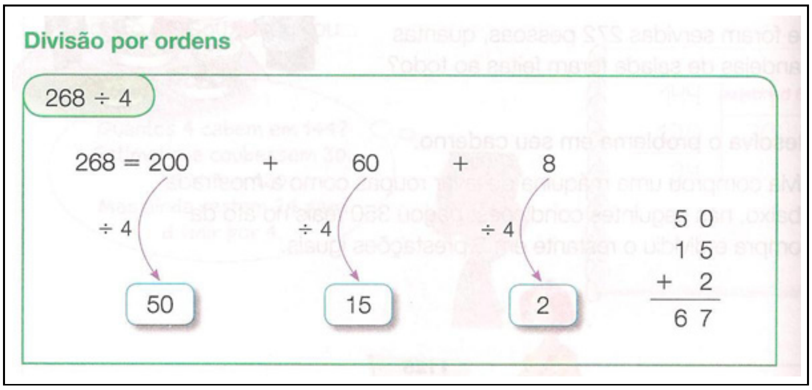


Figura 2.41: (GAY, 4º ano, 2011, p. 138).

Após a apresentação do método são apresentados alguns exercícios para aplicação do mesmo. Na atividade da Figura 2.42, o aluno deve explicar ao colega como os cálculos foram realizados.

A assimilação do processo da divisão por ordens contribui para o aprimoramento da compreensão do sistema de numeração decimal e é uma preparação para o entendimento do algoritmo usual da divisão. Na sequência da obra, o algoritmo usual da divisão é trabalhado com

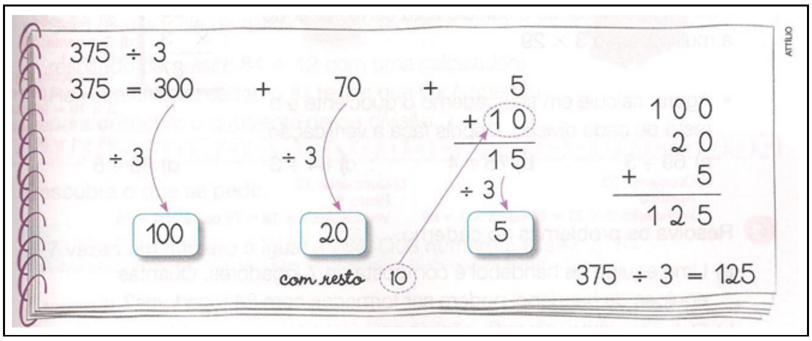


Figura 2.42: (GAY, 4º ano, 2011, p. 139).

a preocupação de lhe atribuir significado por meio dos conhecimentos sobre o funcionamento do sistema de numeração decimal, ou seja, ressaltando a passagem das ordens (conforme Figura 2.43).

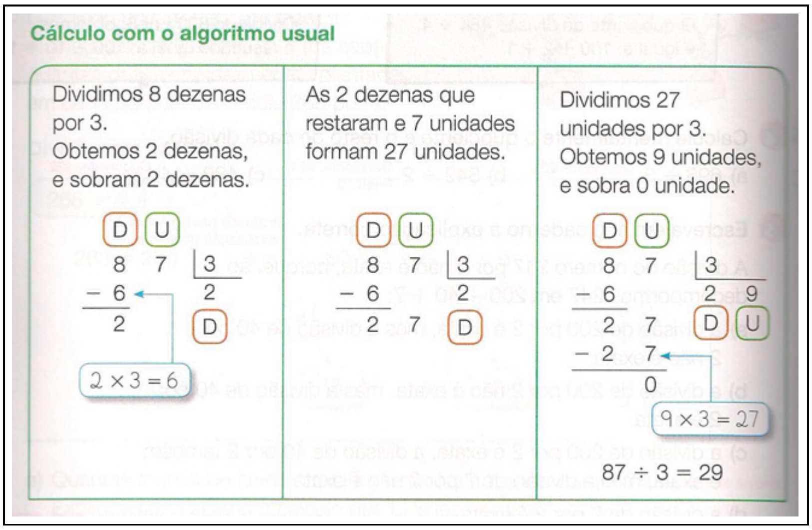


Figura 2.43: (GAY, 4º ano, 2011, p. 140).

O número de exercícios propostos e a forma diversificada como estes aparecem favorecem o entendimento do conceito de divisão e a prática dos algoritmos expostos. Na Figura 2.44 temos uma questão onde é trabalhada a problemática do zero entre os algarismos do quociente.

Atividades que envolvam multiplicações e divisões em um único problema também são comuns (conforme Figura 2.45).

QUINTO ANO:

Além de retomar a noção de divisão exata e não exata e a relação destas com a multiplicação, o livro aprofunda o algoritmo usual colocando números de dois algarismos no divisor (conforme Figura 2.46).

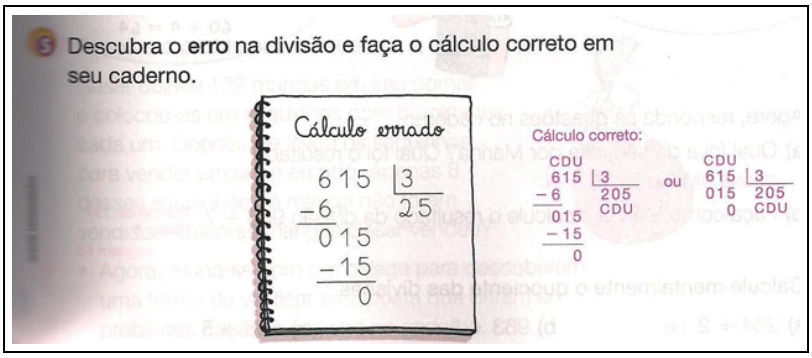


Figura 2.44: (GAY, 4º ano, 2011, p. 143).

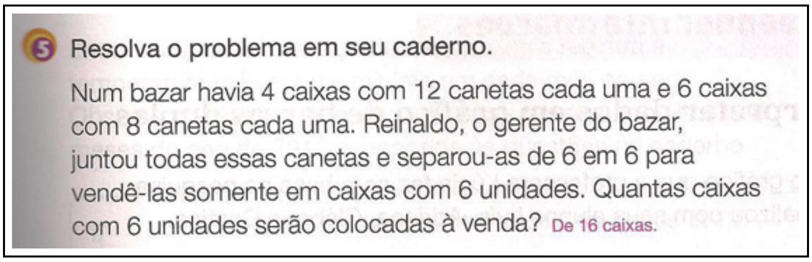
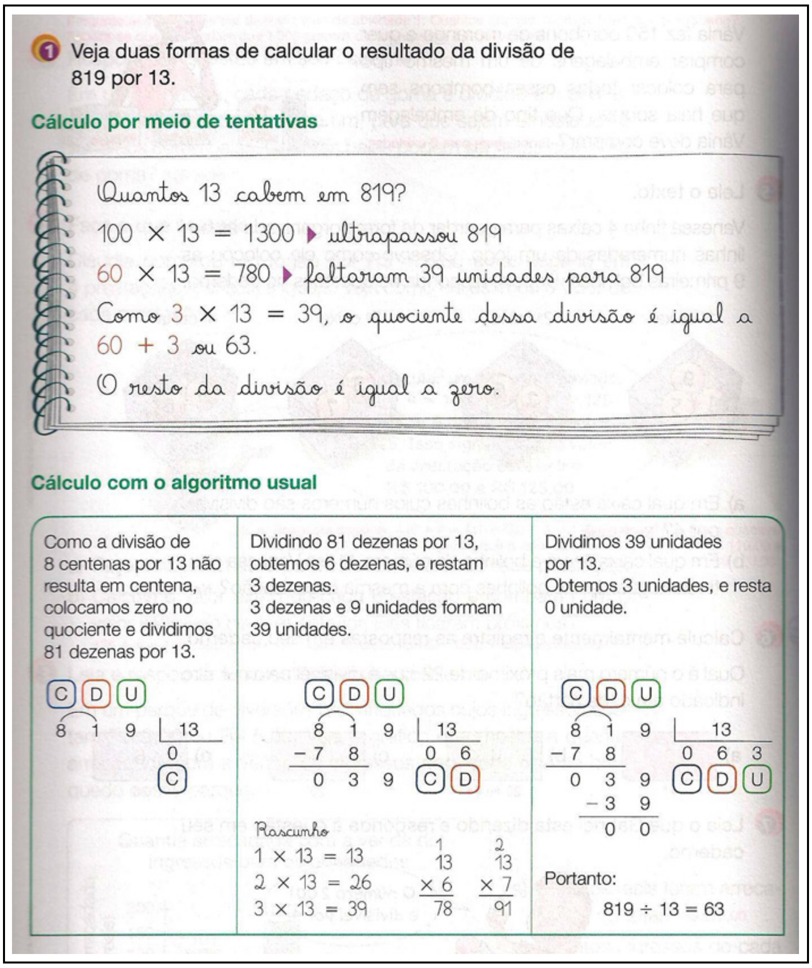


Figura 2.45: (GAY, 4º ano, 2011, p. 145).

A explicação do livro é bem clara no que se refere às transformações entre as ordens. Nas atividades propostas, os alunos podem rever a ideias associadas à divisão por meio da interpretação de situações-problema e colocar em prática os procedimentos de cálculo. Na atividade da Figura 2.47, espera-se que o aluno observe que o fato de só serem trabalhadas cédula garante que a divisão por 4 deve ser exata. Do contrário, ou seja, se moedas pudessem ser utilizadas, todas as repostas estariam corretas.

2.3 Comentários

De modo geral, as coleções analisadas apresentaram de forma satisfatória os conteúdos referentes a divisão dos números naturais e seus algoritmos. Sete, das oito coleções estudadas, apresentaram dois algoritmos para a divisão: o método das estimativas e o algoritmo usual. Apresentar mais de um método é importante, pois permite que professor e aluno tenham autonomia na escolha de estratégias de cálculos. Também houve a preocupação em, apresentado o algoritmo usual, destacar as transformações entre ordens e classes. Estes cuidados por parte dos autores facilitam o processo algoritmo, uma vez que se faz a relação entre este e o sistema de numeração decimal. Os livros também foram, em sua maioria, eficazes na apresentação de atividades diversificadas, apresentadas através de situações-problema ou cálculos diretos.



1 Veja duas formas de calcular o resultado da divisão de 819 por 13.

Cálculo por meio de tentativas

Quantos 13 cabem em 819?

$100 \times 13 = 1300$ ▸ ultrapassou 819

$60 \times 13 = 780$ ▸ faltaram 39 unidades para 819

Como $3 \times 13 = 39$, o quociente dessa divisão é igual a $60 + 3$ ou 63.

O resto da divisão é igual a zero.

Cálculo com o algoritmo usual

Como a divisão de 8 centenas por 13 não resulta em centena, colocamos zero no quociente e dividimos 81 dezenas por 13.	Dividindo 81 dezenas por 13, obtemos 6 dezenas, e restam 3 dezenas. 3 dezenas e 9 unidades formam 39 unidades.	Dividimos 39 unidades por 13. Obtemos 3 unidades, e resta 0 unidade.

Rascunho

$1 \times 13 = 13$

$2 \times 13 = 26$

$3 \times 13 = 39$

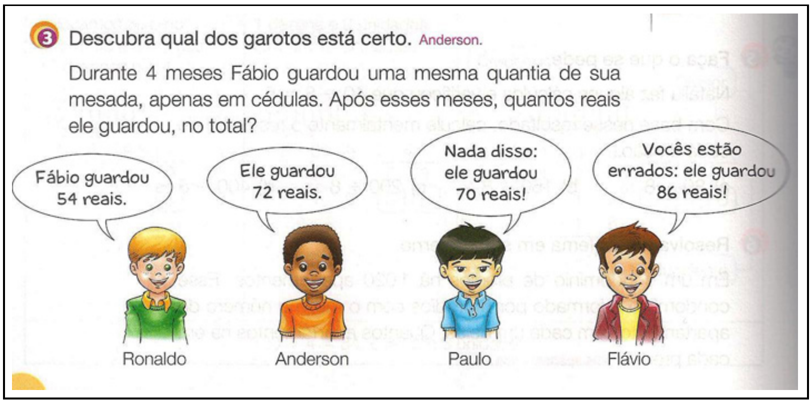
$13 \times 6 = 78$

$13 \times 7 = 91$

Portanto:

$819 \div 13 = 63$

Figura 2.46: (GAY, 5º ano, 2011, p. 100).



3 Descubra qual dos garotos está certo. Anderson.

Durante 4 meses Fábio guardou uma mesma quantia de sua mesada, apenas em cédulas. Após esses meses, quantos reais ele guardou, no total?

Figura 2.47: (GAY, 5º ano, 2011, p. 96).

É importante observar que ao se falar da divisão e multiplicação como operações inversas, como muitos autores fazem, isto só tem sentido quando, na divisão, o dividendo é múltiplo do divisor. De fato, a divisão com quociente e resto não é uma operação binária como a soma e a multiplicação de números naturais (ou a divisão de números reais). Por este motivo, como nos alerta Wu (2011), o símbolo $a \div b$ só faz sentido se a for um múltiplo de b e, sendo assim, escrever algo como

$$1276 \div 25 = 51$$

Resto: 1

(conforme Figura 2.2) não está correto (veja também as Figuras 2.4, 2.7 e 2.34). Se a divisão de 1276 por 25 tem quociente 51 e resto 1, a forma correta de se expressar este fato através de uma equação é assim:

$$1276 = 51 \times 25 + 1$$

(como faz, por exemplo, Munhoz (2008) na Figura 2.16).

3 Análise Curricular dos Cursos de Pedagogia

3.1 Aspectos legais do curso de Pedagogia

A Lei de Diretrizes e Bases (Lei 9394/96) – LDB – é a lei orgânica e geral da educação brasileira. No que tange a formação de docentes, a lei estabelece que:

> *A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena, em universidades e institutos superiores de educação, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nas quatro primeiras séries do Ensino Fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade Normal.*
>
> (LDB, artigo 62, título VI)

Assim, a LDB estipula a exigência de nível superior para os professores da educação básica, mas permite a formação em nível médio para aqueles que atuam na educação infantil e séries iniciais do Ensino Fundamental.

Em 2006, o Conselho Nacional de Educação aprovou a Resolução nº 1, de 15/5/2006, que institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Graduação em Pedagogia.

> *Art. 4º O curso de Licenciatura em Pedagogia destina-se à formação de professores para exercer funções de magistério na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nos cursos de Ensino Médio, na modalidade Normal, de Educação Profissional na área de serviços e apoio escolar e em outras áreas nas quais sejam previstos conhecimentos pedagógicos.*
>
> (BRASIL, MEC/CNE, 2006)

Deste modo, ao curso de Pedagogia é atribuída à função de formar professores para a educação infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental. Além disso, também lhe é atribuída a formação em gestão educacional, conforme visto no parágrafo único do mesmo artigo.

> *Parágrafo único. As atividades docentes também compreendem participação na organização e gestão de sistemas e instituições de ensino, englobando:*

– *planejamento, execução, coordenação, acompanhamento e avaliação de tarefas próprias do setor da Educação;*
– *planejamento, execução, coordenação, acompanhamento e avaliação de projetos e experiências educativas não-escolares;*
– *produção e difusão do conhecimento científico-tecnológico do campo educacional, em contextos escolares e não-escolares.*

(BRASIL, MEC/CNE, 2006)

Dentre as aptidões relacionadas ao egresso do curso de Pedagogia destaca-se, no Artigo 5, a capacidade de ensinar Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História, Geografia, Artes e Educação Física. Este ensino deve ser realizado de forma interdisciplinar e adequada às diferentes fases do desenvolvimento humano, utilizando-se, o professor, de instrumentos próprios para construção de conhecimentos pedagógicos e científicos (BRASIL, MEC/CNE, 2006). Neste sentido, temos a formação do que chamaremos de professores polivalentes[1].

A Resolução impõe ao curso de Licenciatura em Pedagogia uma carga horária mínima de 3.200 horas de efetivo trabalho acadêmico. No entanto, diante da quantidade excessiva de atribuições, cabe a indagação sobre a qualidade da formação do pedagogo. Com esta carga horária é possível formar uma profissional apto a exercer tantas funções? Este profissional tem, em sua graduação, contato com os conteúdos que irá lecionar? Estes conteúdos têm significado para o futuro docente? Ele desenvolve a didática apropriada a cada faixa etária para o trabalho de determinados conteúdos com seus alunos?

Com o propósito de sinalizar aspectos importantes que possivelmente respondam a algumas dessas perguntas, em especial com relação à formação matemática dos professores polivalentes, o trabalho realizado por Curi será uma das bases referenciais desse estudo.

3.2 Alguns estudos sobre a formação matemática de professores dos anos iniciais

A formação matemática do professor generalista vem sendo objeto de estudos no Brasil. Dentre estes estudos, destaca-se o trabalho desenvolvido pela Fundação Carlos Chagas (apud Curi, 2004, p. 35), em 2001. A pesquisa envolveu 11.826 alunos das 4ª séries e 208 professores das turmas dos alunos avaliados. Alunos e professores responderam a questões que analisavam o seu conhecimento matemático através de situações-problema que envolviam a multiplicação,

[1] Segundo Curi (2004) esta é denominação dada aos professores que lecionam nas séries iniciais do Ensino Fundamental. A indicação CFE22/73, proposta pelo Conselheiro Valnir Chagas, definia o professor das séries iniciais com uma figura polivalente, ou seja, que podia transitar facilmente em todas as séries iniciais do ensino de primeiro grau.

divisão, leitura e interpretação de gráficos, contagem das faces de um hexaedro regular, números racionais e noções de área e perímetro. Os professores ainda responderam questões sobre o ensino da Matemática e currículo da disciplina.

Os resultados mostraram que a questão que envolvia a divisão foi a que teve a menor taxa de acerto, apenas 28%, seguida da questão que envolvia o cálculo da área de uma praça quadrada, com 38% de acerto. Tal fato mostra a necessidade de se repensar a questão do ensino da divisão. O professor deve ter o domínio do conteúdo a ser ensinado, saber fazer articulações deste com outros assuntos. Porém, a pesquisa mostrou que boa parte dos professores não conseguiu nomear a maioria dos conteúdos matemáticos presentes nas questões, além do desconhecimento das orientações sobre conteúdos e metodologias presentes em documentos curriculares.

Em sua tese de doutorado, Curi (2004) investiga os conhecimentos para ensinar Matemática que devem ser constituídos pelos professores generalistas, os quais ela chama de professores polivalentes, bem como as crenças e atitudes que interferem na constituição desses saberes. Como uma das metodologias adotada em seu trabalho, a autora analisa as grades curriculares e ementas de disciplinas da área de Matemática de 36 cursos de Pedagogia do Brasil. A coleta do material se deu pela *Internet*, através dos *sites* das instituições de ensino. Seu objetivo foi buscar elementos que permitissem refletir sobre o conhecimento para ensinar Matemática desenvolvido durante a formação dos professores polivalentes.

Sua análise se baseia principalmente nos estudos desenvolvidos por Shulman, que identifica três vertentes no conhecimento do professor: o conhecimento do conteúdo da disciplina, o conhecimento didático do conteúdo da disciplina e o conhecimento do currículo. Sintetizando as ideias de Shulman, Curi diz que o conhecimento do conteúdo da disciplina é a quantidade e organização do conhecimento *per se* na mente do professor. Já o conhecimento do currículo engloba a compreensão do programa, envolvendo o conhecimento de materiais que o professor disponibiliza para ensinar sua disciplina, a capacidade de fazer articulações quer horizontal, quer vertical do conteúdo a ser ensinado. O conhecimento denominado de pedagógico-didático ou didático do conteúdo é uma combinação entre o conhecimento da disciplina e o conhecimento do "modo de ensinar" e de tornar a disciplina compreensível para o aluno.

Nesta linha, a autora passa a analisar os conhecimentos propostos nas disciplinas de Matemática (conhecimentos do conteúdo disciplinar), os conhecimentos propostos na disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática (conhecimentos didático-pedagógicos dos conteúdos matemáticos) e os conhecimentos curriculares veiculados em programas e livros didáticos adquiridos nos cursos de Pedagogia. Vale colocar a ressalva da autora de que currículo prescrito não necessariamente é o currículo praticado.

Curi encontra quatro disciplinas comuns da área de Matemática nos cursos de Pedagogia: Metodologia do Ensino de Matemática, Conteúdos e Metodologia do Ensino de Matemática, Estatística aplicada à Educação e Matemática Básica. Os cursos apresentavam uma ou duas dessas disciplinas. No caso de duas, uma das disciplinas era referente à metodologia do ensino de Matemática.

> *A disciplina que aparece com mais frequência nas grades curriculares dos cursos analisados é Metodologia de Ensino de Matemática, presente em cerca de 66% do total. Se considerarmos que outros 25% dos cursos têm na grade curricular a disciplina Conteúdos e Metodologia de Ensino de Matemática é possível afirmar que cerca de 90% dos cursos de Pedagogia demonstram ter preocupação com a Metodologia do Ensino de Matemática. No entanto, consideramos a carga horária dos cursos destinados à Metodologia de Matemática bastante reduzida, encontramos uma variação de 36 a 72 horas de curso, cerca de menos de 4% da carga horária total do curso de 2200 horas*[2]. (CURI, 2004, p. 70)

A autora segue seu estudo fazendo observações específicas de cada uma das disciplinas identificadas.

Na disciplina Metodologia do Ensino de Matemática, notou-se que seus temas são gerais como, por exemplo: "Estudo de Métodos de Ensino e Aprendizagem para a construção de Conhecimentos Matemáticos", "Conteúdos, Métodos, Planejamento e Avaliação". Outros lembram tópicos apresentados pelos PCNs, como, por exemplo, "O papel da Matemática no currículo", ou "A Matemática e a construção da cidadania". Também não foi encontrada uma alusão explícita a análise dos PCNs na disciplina.

Com relação às estratégias de ensino mais usuais, encontram-se aulas expositivas, aulas em grupos de leitura, aulas de discussão de leituras e seminários. Os recursos utilizados nas aulas que aparecem com maior frequência são: quadro de giz, lista de exercícios, materiais didáticos, jogos, material dourado, etc.

No estudo é destacado o fato de não se encontrar indicações sobre o trabalho com resolução de problemas, nem com a historicidade de um conteúdo matemático nas ementas dos cursos pesquisados.

Na disciplina Conteúdos e Metodologia do Ensino de Matemática, o tema mais frequente das ementas são a construção do número e as quatro operações com números naturais. A disciplina Estatística aplicada à Educação aparece como obrigatória em 50% dos cursos analisados, no entanto, não há indicações de como essa disciplina é desenvolvida durante os cursos e nem

[2] O trabalho foi realizado em 2004, antes da aprovação a Resolução nº 1, de 15/5/2006 que impõe ao curso de Licenciatura em Pedagogia uma carga horária mínima de 3.200 horas de efetivo trabalho acadêmico.

como é aplicada à Educação.

Fazendo parte de grades curriculares de cursos que apresentaram a disciplina Metodologia do Ensino de Matemática, a disciplina de Matemática Básica aparece em um número pequeno de instituições, às vezes como obrigatória, outras vezes como optativa. Com relação aos temas abordados, os mesmo indicam ter um caráter de revisão, sem a conotação de estudar os conteúdos sob a perspectiva do ensino. Foi observado a não referência a conteúdos de Geometria, Medidas e Tratamento da Informação nesta disciplina.

Quanto à bibliografia de cada disciplina, notou-se que a maior parte envolvia jogos e brincadeiras, tais como 'A Matemática através de jogos e brincadeiras', 'Jogando e construindo a Matemática', 'Jogos matemáticos'. Foram poucas indicações de livros escritos por educadores matemáticos e destinados à formação matemática de futuros professores.

A formação do profissional que leciona nos cursos de Pedagogia também foi objeto de análise.

> *Nossa pesquisa revelou que, praticamente, não existem educadores matemáticos trabalhando nos cursos da área de Matemática dos cursos de Pedagogia, nem de professores com algum tipo de formação em Matemática, mesmo nos cursos que têm em sua grade curricular a disciplina de Estatística.*
> (CURI, 2004)

Concluindo sua análise, a autora observa que a disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática tinha a predominância de temas de caráter mais geral do ensino de Matemática em detrimento de discussões metodológicas sobre temas matemáticos previstos para serem desenvolvidos nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

3.3 Alguns considerações sobre a formação matemática atual dos professores dos anos iniciais

Para o presente trabalho, foi realizada uma análise das ementas das disciplinas direcionadas ao ensino da Matemática nos cursos de Pedagogia, assim como seus objetivos, programas e bibliografias de referência. Contudo, tal estudo se restringiu aos cursos de Pedagogia do Estado do Rio de Janeiro, dedicando-se atenção especial à abordagem dada ao ensino dos algoritmos e, em particular, ao algoritmo da divisão. A busca do material a ser analisado se deu pela *Internet* ou através do contato por *e-mail* com algumas instituições.

A opção pela análise dos cursos de Pedagogia deve-se pela quantidade de cursos presentes no Brasil, comparado aos cursos de Normal Superior[3]. Dados do MEC mostram que na região Sudeste são 90 instituições credenciadas que oferecem curso Normal Superior e 621 oferecem o curso de Pedagogia. No estado do Rio de Janeiro são 16 as instituições que oferecem curso Normal Superior e 81 oferecem o curso de Pedagogia (Fonte: <http://emec.mec.gov.br>).

Ao todo foram analisadas as ementas de 10 cursos de Pedagogia, sendo 6 instituições privadas e 4 públicas. Todas as ementas foram reformuladas a partir da Resolução nº 1 do CNE de maio/2006. Assim como Curi, o objetivo deste estudo foi buscar elementos que permitissem refletir sobre o conhecimento para ensinar Matemática desenvolvido durante a formação dos professores polivalentes, de modo especial no que se refere ao ensino de algoritmos e, em particular, ao do algoritmo da divisão.

Aqui foram analisadas as disciplinas obrigatórias relacionadas apenas ao ensino/aprendizagem de conteúdos matemáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Neste sentido, não fará parte da análise as disciplinas de Estatística ou Estatística aplicada a Educação, pois entendemos que as mesmas visam proporcionar ao aluno da Pedagogia conhecimentos básicos para que métodos e técnicas estatísticas sejam usados como instrumentos auxiliares na pesquisa científica ou no cotidiano educacional. Vale ressaltar que esta disciplina aparece em 5 das 10 grades curriculares analisadas.

Com relação às disciplinas relacionadas apenas ao ensino/aprendizagem de conteúdos matemáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, quatro instituições oferecem apenas uma disciplina com este propósito, cinco instituições oferecem duas disciplinas e uma instituição oferece três disciplinas. No tocante a carga horária, há cursos que atendem a exigência mínima da Resolução nº 1 do CNE de maio/2006, ou seja, 3.200 horas destinadas à formação e outros cursos apresentam uma carga horária maior. De modo geral, as disciplinas destinadas ao ensino/aprendizagem de conteúdos matemáticos representam, em média, aproximadamente 2,7% da carga horária total da formação do futuro pedagogo.

Pode-se afirmar que todas as disciplinas têm a preocupação com a metodologia do ensino da Matemática, ora como tema central, ora como tópico dentro da ementa. Diferente do que foi observado no trabalho de Curi, há várias indicações sobre o trabalho com resolução de problemas e bibliografias específicas relacionadas ao tema. Outro ponto que surge é a historicidade matemática, suas concepções e a evolução no ensino. A História da Matemática aparece em algumas ementas como tema para a sala de aula e também está presente nas bibliografias sugeridas. Isto mostra que as disciplinas estão tentando se alinhar com as propostas dos PCNs.

---

[3]O curso Normal Superior forma professores para atuar na educação infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental. Hoje a maioria das instituições de Ensino Superior opta por oferecer o curso de Pedagogia, visto que a formação deste é mais abrangente.

Embora boa parte das disciplinas faça referência em suas ementas aos Parâmetros Curriculares Nacionais, o documento está presente na bibliografia de apenas quatro disciplinas.

As ementas, em sua maioria, apresentam temas gerais, como por exemplo: 'Resolução de problemas e a construção de conceitos matemáticos', 'Abordagens metodológicas adequadas à construção do conhecimento matemático dentro do cotidiano da sala de aula', 'A matemática na educação infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental', 'A ludicidade nas aulas de Matemática', 'O Saber Matemático – contextualizando a utilização dos conceitos matemáticos'. Isto torna as ementas obscuras, sem o entendimento de seus verdadeiros objetivos.

Apenas três disciplinas se propõem a analisar os livros didáticos. Algumas disciplinas propõem a confecção de materiais didáticos e a discussão de materiais já existentes atrelando os mesmos ao processo de ensino/aprendizagem.

No estudo foi constatado que não há disciplinas com a conotação específica de estudar os conteúdos matemáticos. Através da observação das ementas, cogita-se que a retomada de alguns conteúdos matemáticos se dê de forma paralela a apresentação de uma didática que favoreça o ensino dos mesmos. De modo geral, foram poucos os conteúdos matemáticos trabalhados, destacando-se o campo dos 'Números e Operações'. Há algumas referências do bloco 'Espaço e Forma', uma referência ao bloco 'Grandezas e Medidas' e não há referência aos blocos de conteúdos 'Tratamento da Informação'.

Neste sentido, com relação às bibliografias adotadas, nota-se a preferência por obras destinadas a didática e metodologia do ensino da Matemática e não a aprendizagem de conteúdos matemáticos. Conforme Curi já havia observado, foram poucas indicações de livros escritos por educadores matemáticos e destinados à formação matemática de futuros professores. Há muitas obras relacionadas ao aspecto cognitivo da aprendizagem, com enfoque mais psicológico, em especial adotando um referencial piagetiano.

Os temas matemáticos mais frequentes nas ementas são: os números naturais e as quatro operações, presente em cinco ementas; frações, presente em quatro ementas; sistema de numeração decimal, presente em três ementas. As bibliografias indicam duas obras relacionadas ao ensino das quatro operações com números naturais, sendo elas 'Conteúdo e Metodologia da Matemática: números e operações' de Marília Centurión e 'Materiais didáticos para as quatro operações' de Virgínia Cardoso.

Embora não esteja explícito nas ementas e bibliografias que o algoritmo da divisão seja foco de estudo, acredita-se que isso ocorra ao menos nas cinco disciplinas que citaram o conteúdo das quatro operações no seu programa. Uma disciplina faz a associação das quatro operações com o material dourado, o que é positivo pois, conforme já apresentamos neste trabalho, alguns livros abordam o algoritmo da divisão fazendo uso deste material. No entanto, o programa não faz alusão ao tipo de algoritmo da divisão que irá abordar. As demais disciplinas não deixam clara a forma de abordagem dada aos algoritmos.

Assim, diante das análises das ementas atuais e fazendo-se um comparativo com o trabalho realizado por Curi, nota-se uma sutil evolução nestes nove anos que separam os dois estudos. Percebe-se que os PCNs estão mais presentes nas ementas, não pelo fato de serem mencionados em algumas bibliografias, mas por perceber sua influência em propostas como o direcionamento do ensino na questão da resolução de problemas e no enfoque histórico da Matemática. Teoricamente parece haver uma maior preocupação em dar significado a conteúdos matemáticos associando-os a materiais concretos e questões do cotidiano.

No entanto, há muito mais aspectos semelhantes nos dois estudos. A carga horária disponibilizada é muito pequena. Os conteúdos matemáticos abordados foram poucos, não havendo referência a vários temas importantes. As ementas não são objetivas, não explicitam a forma como vão trabalhar estes conteúdos. As disciplinas continuam tendo, segundo a fala de Curi, um caráter mais geral do ensino da Matemática em detrimento de discussões metodológicas sobre temas matemáticos previstos para serem desenvolvidos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A abordagem dos conteúdos matemáticos continua falha, pois não há nas grades um espaço destinado à construção de conhecimentos matemáticos por parte dos professores.

Assim, acredita-se que haja lacunas na formação profissional do pedagogo no que se refere à capacitação para o ensino da Matemática. De modo geral, não há índicios de que esta formação contemple a discussão significativa de conteúdos básicos a serem ensinados nas séries iniciais. A preocupação maior é com a metodologia e não com o conceito a ser estudado. Um professor que não tenha passado por um processo de formação que lhe garanta o domínio do conteúdo a ser ensinado, não desenvolve segurança para ensinar os conteúdos. Torna-se um profissional limitado, refém de técnicas sem sentido e de livros aos quais não consegue elaborar uma análise crítica. Finalizamos este capítulo com as palavras da educadora Guiomar Namo de Mello: “Ninguém ensina o que não aprendeu”[4].

No Anexo A disponibilizamos ementas de algumas disciplinas matemáticas dos cursos de Pedagogia da Fundação Técnino-Educacional Souza Marques, da Universidade Severino Sobra e da Universidade Federal Fluminense.

[4]Em entrevista para a Revista Nova Escola: <http://revistaescola.abril.com.br/politicas-publicas/planejamento-e-financiamento/escola-boa-aquela-todos-aprendem-426035.shtml>.

4 *Por Que é Importante Ensinar O Algoritmo da Divisão?*

4.1 O contexto da pesquisa

Este capítulo se destina a análise das respostas dadas a um questionário disponibilizado pelo Google Formulários cujo objetivo era investigar como as pessoas (alunos e professores de formações diversas) percebiam a importância, ou não, do ensino do algoritmo usual da divisão nas séries iniciais do Ensino Fundamental. O conteúdo do questionário é apresentado na Figura 4.1.

A solicitação de resposta ao questionário foi lançada na lista eletrônica da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM-L), na lista eletrônica de Professores de Matemática (PROFMAT) gerenciada pelo professor Léo Akio Yokoyama, em comunidades formadas no Orkut por grupos de alunos de graduação de Matemática da UERJ, UFRJ, UNIRIO e Estácio de Sá e através de *e–mails* pessoais de matemáticos e educadores.

Antes de iniciar esta análise e explicitar a metodologia adotada, vale fazer um breve histórico dos contextos que motivaram a criação do questionário. Como uma das propostas iniciais de nosso trabalho, tinha-se a intenção de aplicar um questionário estruturado a docentes que lecionam as disciplinas destinadas à formação matemática nos cursos de Pedagogia. O objetivo era ter uma visão geral da disciplina, sua carga horária, os tópicos trabalhados, as dificuldades dos alunos e, de modo especial, se o algoritmo da divisão era trabalho e como isso se dava. Fizemos o contato com a coordenação de alguns cursos por telefone e *e–mails*. Alguns questionários foram enviados a *e–mails* das coordenações para serem repassados aos professores responsáveis e outros foram enviados aos próprios professores. Também foi pedido que, se possível, fosse enviada a ementa das disciplinas destinadas à formação matemática. No entanto, apenas duas faculdades deram retorno ao *e–mails* enviando as ementas dos cursos, mas não as respostas aos questionários. Diante da dificuldade encontrada, achou-se conveniente mudar o foco de pesquisa.

Questionário

Prezado(a) colega, este questionário faz parte de um estudo de mestrado. Obrigado pela sua colaboração! Quando nos referimos ao Algoritmo da Divisão, entendemos o método ensinado nas séries iniciais para calcular o quociente e o resto da divisão inteira de dois números naturais:

$$
\begin{array}{rcccc|l}
- & 3 & 4 & 7 & 6 & 2\,3 \\ \cline{6-6}
 & 2 & 3 & & & 1\,5\,1 \\ \cline{2-3}
- & 1 & 1 & 7 & & \\
 & 1 & 1 & 5 & & \\ \cline{2-4}
 & & - & 2 & 6 & \\
 & & & 2 & 3 & \\ \cline{4-5}
 & & & & 3 &
\end{array}
$$

Na sua opinião, por que é importante ensinar o algoritmo da divisão na séries iniciais do Ensino Fundamental? Por favor, sinta-se livre para indicar a importância (ou não) do ponto de vista matemático, pedagógico, psicológico, social, etc.

Caso deseje, por favor, registre aqui o seu nome e o nome da sua instituição!

Caso deseje, por favor, registre aqui a sua formação acadêmica!

Figura 4.1: Questionário sobre a importância de se ensinar o algoritmo da divisão.

Numa segunda tentativa de coletar dados para a pesquisa, foi elaborado um questionário para os alunos dos cursos de Pedagogia que já haviam cursado a(s) disciplina(s) destinada(s) a sua formação matemática e também para pedagogos formados. O objetivo do questionário era ter a visão dos pedagogos e estudantes sobre sua formação acadêmica em Matemática e, em particular, do algoritmo da divisão. O questionário também tinha por finalidade coletar informações sobre o ensino do algoritmo por parte dos participantes, uma vez que muitos já deveriam ter lecionado o assunto. Acreditava-se que deste modo seria possível obter mais material para análise. Os questionários foram disponibilizados pela *Internet* através de *e–mails* pessoais e pelo Facebook. Também houve o contato direto com professores de duas escolas que se propuseram a responder. Mais uma vez houve grande dificuldade nessa coleta de informações. Pela *Internet* teve-se o retorno de apenas seis questionários. Um número pequeno diante das listas de *e–mails* e páginas de Facebook acessadas. Nas escolas procuradas foram poucos os professores que responderam às perguntas: apenas cinco. Até mesmo no momento da abordagem, alguns profissionais já se recusaram a responder. Neste momento também foi constatado que a maior parte dos profissionais que hoje atuam no primeiro segmento do Ensino Fundamental nestas escolas é constituída por professores que possuem apenas o curso Normal, de nível Médio.

Por fim, diante da dificuldade em obter dados, decidimos mudar o público-alvo (para profissionais interessados em Matemática que atuam em diversos níveis de ensino e alunos de licenciaturas) e o foco da pesquisa (saber a opinião dos diversos profissionais de ensino sobre o porquê de se ensinar o algoritmo da divisão).

4.2 Resultados

Ao todo foram obtidas 87 respostas para o questionário da Figura 4.1. Abaixo se encontra a tabulação da maior formação acadêmica dos participantes da pesquisa.

Formação	**Quantidade**
Ensino Médio completo	3
Graduando	8
Graduado	17
Especialista	13
Mestre ou mestrando	20
Doutor ou doutorando	16
Pós-doutorado	2
Não respondeu	8

Também foi possível identificar a principal área de formação da maioria dos participantes. São 62 matemáticos, 4 físicos, 3 pedagogos, 2 químicos, 2 engenheiros e 1 licenciado em ciências, o que nos faz afirmar que mais de 80% dos participantes são da área de exatas.

A partir das respostas obtidas, foi feita uma primeira leitura com o objetivo de identificar aspectos comuns às falas. Após esta primeira análise do material, estes aspectos puderam ser sintetizados, surgindo assim, categorias. Foi realizada uma segunda leitura das respostas de modo que cada fala pudesse ser ajustada a uma categoria. Os dados coletados foram organizados em seis categorias. Para exemplificar cada categoria, serão apresentados trechos de algumas falas selecionadas.

1ª categoria: O ensino da divisão deve privilegiar a construção de significados para a mesma. Posteriormente, o algoritmo deve ser apresentado como forma de facilitar a trabalho de cálculo.

Nesta categoria inclui-se 19 questionários, cerca de 21,8% das respostas.

2: *É importante ensinar o algoritmo para familiarizar o aluno com um esquema rígido de raciocínio. Contudo, essa introdução deve ocorrer DEPOIS que o aluno já entende o funcionamento da divisão como processo. Deve se ensinar O QUE fazer, para depois ensinar COMO fazer.*

14: (...) *É importante haver uma discussão sobre os significados da divisão nas diversas situações do dia-a-dia. Como dividir cinco balões de ar para três pessoas??? Qual o significado da divisão neste exemplo??? Se eu dividir 3 por 0,6 o resultado será 5. Ora, porque o resultado da divisão foi maior que o quociente e divisor?? Esse seria um questionamento do aluno e a possível dúvida que o leve ao erro. Isso ocorre porque ele tem a ideia de que se "divisão é repartir em partes iguais então o resultado DEVE ser sempre menor do que o valor que estou dividindo". Será que isso não ocorre porque hoje é dada mais importância para os algoritmos do que para o entendimento do processo?* (...)

17: *Seria importante ensinar o algoritmo da divisão para alunos que tenham entendido o que é uma divisão. Quando a criança não sabe a que ideias a divisão está associada ela, no máximo, decora passos para se chegar a um resultado (e muitos até chegam ao resultado esperado).* (...)

34: (...) *Compreender uma operação matemática não se resume em saber fazer o algoritmo e sim saber usá-la em uma situação cotidiana. A ideia não é excluir definitivamente o algoritmo e sim apresentá-lo de maneira significativa. Quando trabalhamos divisão com crianças devemos introduzir o conceito de repartir igualmente (de maneira justa) e não re-*

partir aleatoriamente. É preciso, também, trabalhar com situações cotidianas, situações que a criança pode se deparar em algum momento de sua vida. A partir de então, as crianças passam a construir seu próprio algoritmo e só depois devemos lhe apresentar o algoritmo padrão.

35: (...) *Do ponto de vista matemático, considerando que os conceitos de 'repartir em quantidades iguais' e 'distribuir igualmente' antecedem o ensino do algoritmo da divisão, de forma a garantir que o aluno não apenas memorize os passos do algoritmo, mas entenda o significado de dividir, acredito que a importância de se ensinar o algoritmo da divisão estaria apenas na organização e sistematização dos cálculos.*

68: (...) *Matematicamente, o algoritmo deve ser apresentado a criança quando ela já tem conservação de quantidade, de área, comprimento e volume, e deve a ela ser apresentado, bem antes disso, várias possibilidades de divisões, considerando sempre um todo discreto ou contínuo, lembrando que a divisão exata, é um caso particular, e que o resto na divisão deve ser sempre tomado como fator fundamental dentro da divisão, pois determinará a resolução do problema, da conta ou não. Após o professor perceber que a criança tem condições de estabelecer essas relações, ele então junto com ela formaliza o algoritmo* (...)

2ª categoria: O ensino do algoritmo usual da divisão é justificável por facilitar o entendimento de conceitos matemáticos futuros.

Nesta categoria inclui-se 12 questionários, cerca de 13,8% das respostas.

9: *Acredito que dominar o algoritmo da divisão já nas séries iniciais, favorece o aprendizado dos conteúdos no Ensino Fundamental II já que nesse momento trabalhamos com técnicas de resoluções onde o resto e/ou o quociente são caminhos que devem ser trilhados mas não são o alvo principal de alguns exercícios e situações problemas.*

16: *Sim, a partir da quarta série, mais como está acima. Pelo chamado método longo, pois no futuro fica mais claro para o aluno a divisão de Polinômios.*

24: *Do ponto de vista matemática é necessário o seu ensino pois é condição necessária para o desenvolvimento de outros conceitos.*

43: (...) *Prepara o terreno para a compreensão de algoritmos mais complexos no futuro. No Ensino Médio, já se pode explorar a analogia entre o algoritmo da divisão de inteiros e o algoritmo da divisão de polinômios. No Ensino Superior, aqueles que farão Matemática perceberão que na verdade esses dois algoritmos são casos particulares de um só que se define mais abstratamente.*

59: *O algoritmo de divisão, além de ser um primeiro contato com a aritmética, tem grande importância por suas futuras generalizações a anéis de polinômios, especialmente o algoritmo de Buchberger, que permite a simplificação de sistemas de polinômios a várias variáveis (base de Groebner). Enfim, é um passo necessário para o que é mais importante* (...)

3ª categoria: Não concorda com o ensino do algoritmo nas séries inicias, mas apoia o ensino em etapas futuras.

Nesta categoria inclui-se 2 questionários, cerca de 2,3% das respostas.

18: (...) *Acho, no entanto, que a criança deve saber, a partir de algum momento de sua escolarização (provavelmente ao longo do segundo segmento do Ensino Fundamental, ou seja, a partir do sexto ano), que é possível descobrir quantas vezes 23 cabe em 3479 sem ser contanto nos dedos 23+23+23+23...(até chegar a 151 vezes.)* (...)

38: *Acho que o algoritmo da divisão deveria ser ensinando a partir do 6º ano do Ensino Fundamental. Neste período o aluno já possui maior maturidade matemática para entender o que representa o algoritmo e não apenas reproduzi-lo como em uma "receita de bolo". Acho que ensinar o algoritmo da divisão é importante pois o aluno além de adquirir a habilidade de resolver determinados problemas sem o uso de uma calculadora estimula a sua capacidade de raciocínio lógico a medida que ele não faça o algoritmo mecanicamente.*

4ª categoria: É contrário ao ensino do algoritmo em qualquer etapa.

Apenas duas resposta se encontra dentro desta categoria, o que representa cerca de 2,3% do total.

76: *Não é importante. Ao contrário, é prejudicial. Os seres humanos desenvolvem estratégias próprias para fazer cálculos, e essas estratégias não coincidem com os algoritmos formais ensinados nas escolas. Esses algoritmos são construções matemáticas e que não apresentam sentido para os alunos (nem para os professores). A consequência nefasta do ensino dos algoritmos é que o aluno se sente obrigado (questão de contrato didático) a utilizá-los quando está resolvendo problemas. Como a maioria de nossos alunos esquece rapidamente as "regras" (e as dezenas de exceções) desses algoritmos, ele deixa de acertar o problema (e o diagnóstico que fazemos é que eles não compreendem o enunciado, o que é absolutamente falso).*

82: *Creio que o modo como o algoritmo é ensinado é incorreto. E, devo me atrever a afirmar, que o algoritmo é de certa forma, não importante. O raciocínio matemático rigoroso não se dá através de algoritmos, mas sim de pensamento lógico – o que são coisas quase que completamente opostas.* (...)

5ª categoria: Acha mais importante o ensino do método das subtrações sucessivas ou método das divisões por estimativas.

Nesta categoria inclui-se 2 questionários, cerca de 2,3% das respostas.

11: (...) *No caso divisão acho que a ideia das subtrações sucessivas seja a que prevalece sobre os demais significados que podem ser atribuídos a divisão.* (...)

32: *Indispensável ensinar UM algoritmo da divisão nas séries iniciais que permita aos alunos relacionar claramente a ideia de dividir com o procedimento que executam de modo a vincular a ideia de dividir com as subtrações sucessivas a partir da quantidade como um todo, sem usar a decomposição nas ordens do SND. Desejável que após lidar com esses outros modos de fazer divisões o aluno no final dos anos iniciais se aproprie do Algoritmo da Divisão aqui apresentado pois, embora não possibilite relacionar facilmente a ideia com o procedimento, tem vantagem sobre os outros por ser mais econômico em termos de tempo e de registro.*

6ª categoria: Acha importante.

Nesta categoria inclui-se 50 questionários, cerca de 57,5% das respostas.

As respostas apresentadas neste grupo consideram importante o ensino do algoritmo da divisão nas séries inicias do Ensino Fundamental, porém, não apresentaram um aspecto específico que justificasse a criação de uma nova categoria. No entanto, surgem em certas falas alguns pontos que merecem destaque, favorecendo a criação de subcategorias.

6.1: O ensino do algoritmo divisão favorece a organização do pensamento matemático.

20: (...) *O algoritmo de divisão exige uma estruturação. Aprender o algoritmo da divisão exige que se cumpra as etapas de um processo bem definido, onde cada etapa tem sua justificativa,* (...)

21: (...) *acredito que não basta só saber a matemática, mas tem que ser organizado no seu desenvolvimento. No meu entendimento o aluno organizado na Matemática, ele aplicará essa organização nas outras matérias.*

29: (...) *Há alunos que usam estratégias diferenciadas para otimizar os cálculos e deixar de ensinar especificamente esse algoritmo causa um déficit nas estruturas mentais do raciocínio algébrico do aluno.*

6.2: O ensino do algoritmo da divisão possibilita a não dependência das calculadoras.

7: (...) *Além do fato de que, apesar de ser pro ao uso da calculadora, o aluno não pode ser escravo dela.* (...)

23: *Para não ficarmos reféns das máquinas. Afinal, não é sempre que temos uma em mãos.*

50: *Penso que ainda há um número enorme de concursos que não admitem uso de calculadoras nas provas. Se o candidato não tiver o conhecimento do algoritmo como poderá calcular divisões como a que você apresenta acima?* (...)

6.3: O ensino do algoritmo da divisão possibilita um maior entendimento do sistema de numeração decimal.

27: *Dá-lhe também alguma prática sobre o sistema posicional de numeração (posição dos milhares, centenas, dezenas, unidades, décimos, centésimos, etc.)* (...)

58: *É importante para a criança compreender um pouco mais de nosso sistema de numeração decimal, identificando as propriedades operatórias existentes no processo e entender o processo como parte de um todo.* (...)

87: (...) *Desde o início da escolarização devem ser apresentados aos estudantes formas que os levem a compreender o que é a divisão, juntamente com o sistema de numeração decimal. O algoritmo acima é um importante aliado nessa tarefa pois proporciona um trabalho com ambos.*

A título de ilustração, outras respostas interessantes que se encontram nesta categoria serão apresentadas.

54: *A compreensão do algoritmo da divisão pode trazer alguns benefícios práticos e conceituais para o aluno, tais como: agilidade nas contas de multiplicação, soma e subtração, além da compreensão exata do significado de "dividir uma quantidade para um certo número de coisas ou pessoas". Esta compreensão auxilia a interpretação de questões contextualizadas.* (...)

56: *Listarei em tópicos o que destaco de importante:*

– *Primeiro e mais básico, para aprender a dividir sem aplicações com historinhas.*
– *Ampliar o conceito da divisão.*
– *Reforçar a tabuada (muitos têm dificuldade na divisão porque não sabem tabuada).*
– *Aplicar multiplicação a subtração.*
– *Entender operações inversas.*
– *Facilitar o trabalho dos professores e o aprendizado dos alunos a partir do 6º ano (muitas vezes, é preciso parar o conteúdo da série pra ensinar a dividir).*
– *Aumenta a auto-estima do aluno (ele se sente sabendo mais).*
– *Amadurecer o aluno com outra visão sobre um mesmo assunto.*

73: *Penso que se ensinamos corretamente não só o algoritmo da divisão mas o algoritmo de todas as operações, não teríamos tantos estudantes com dificuldades. Meus alunos, mesmo os de segundo grau, tem muita dificuldade em divisão, não entendem, (tive uma turma de quarto ano de formação docente, e quando lhes perguntei como ensinariam o algoritmo da divisão, não souberam responder) e isto é muito triste, porque para eles isto não seria relevante. Por isso penso que há uma série de fatores, inclusive o despreparo dos professores que estão ministrando aulas nas séries iniciais.*

Diante das respostas obtidas, percebe-se que a grande maioria dos participantes considera importante o ensino do algoritmo usual da divisão nas séries inicias. Por diversas razões apresentadas, este algoritmo ainda é considerado o principal método para a resolução de contas de dividir. Esta constatação cria um novo questionamento: será que é do conhecimento de boa parte dos participantes a existência de outros métodos para realizar a operação de dividir? Algumas falas se referem ao método das divisões por estimativas o qual, conforme visto no capítulo da análise do livro didático (Capítulo 2), é um método apresentado na maioria das obras analisadas. Porém, existem outros algoritmos de divisão pouco trabalhados nas escolas brasileiras.

4.3 Opiniões da academia: Kamii, Lerner, Sadovsky, Carraher e Wu

Apresentaremos nesta seção um breve posicionamento de alguns acadêmicos a respeito do ensino, ou não, dos algoritmos tradicionais para as quatro operações nas séries inicias do Ensino Fundamental.

Em seus estudos, Constance Kamii assinala as dificuldades que as crianças apresentam ao realizar os algoritmos convencionais devido a não compreensão do valor posicional. Com isso, a autora afirma que o ensino do algoritmo não é apenas inadequado, mas também prejudicial.

> *. . . o ensino dos algoritmos nas primeiras séries do primeiro grau é prejudicial pelos motivos que apresentamos a seguir: 1) Os algoritmos forçam o aluno a desistir de seu raciocínio numérico; 2) Eles 'desensinam' o valor posicional e obstruem o desenvolvimento do senso numérico; 3) Tornam a criança dependente do arranjo espacial dos dígitos (ou de lápis e papel) e de outras pessoas.*
>
> (KAMII, 1995, p. 283, apud SOUZA, 2004)

Neste sentido, a autora sugere a exclusão do ensino dos algoritmos convencionais nas séries iniciais.

Lerner & Sadovsky, ao observarem que a apropriação das regras do sistema de numeração decimal por parte das crianças ainda é problemática, propõe o uso de algoritmos alternativos. Estes são procedimentos escritos criados pelas próprias crianças ao tentarem resolver as operações. A proposta dos autores, porém, é mais ampla:

> *Resolver situações-problema diversificadas, elaborar estratégias e compará-las com as dos outros, construir formas de representação e discuti-las com os demais, confrontar interpretações acerca da notação convencional, antecipar e julgar resultados, refletir a respeito das propriedades das operações, formular enunciados... Isto é o que propomos.*
>
> (LERNER & SADOVSKY, 1997, apud SOUZA, 2004)

Na obra *Na Vida Dez na Escola Zero*, Carraher, Carraher & Schliemmann (1988, apud SOUZA, 2004) mostram que as crianças que trabalham são capazes de resolver contas através do cálculo mental nas situações em que vivem como trabalhadoras. No entanto, nas tarefas escolares, estas crianças encontram dificuldades em empregar o algoritmo tradicional para resolveram as mesmas operações. Carraher (1992, apud SOUZA, 2004) entende que a escola deve incentivar a compreensão das operações e o cálculo mental, antes de propor a resolução de contas com lápis e papel.

Segundo Souza (2004), a diferença principal destas duas propostas apresentadas e a de Kamii é que estas últimas não propõem a exclusão do ensino dos algoritmos nas séries iniciais:

> *No entanto, isso não significa que se deve deixar de lado a representação convencional. Isto seria um absurdo, já que o que esperamos é que as crianças se aproximem da forma que atualmente é aceita como válida. Porém, uma coisa é incluir a representação convencional como objeto de confrontação e discussão, e outra é impô-la como a única possível.*
>
> (LERNER DE ZUNINO, 1995, apud SOUZA, 2004)

Wu (2011) apresenta as seguintes justificativas para o ensino dos algoritmos na escola: (1) os algoritmos permitem realizar as operações aritméticas para quaisquer números naturais, (2) mesmo com uma calculadora, é preciso ter o entendimento matemático para fazer o uso correto deste instrumento e saber identificar quando ocorreu algum erro de entrada de dados e (3) a compreensão do funcionamento destes algoritmos favorece o aprendizado futuro de frações, números decimais e álgebra.

5 Algoritmos da Divisão

Neste capítulo serão apresentados, através de exemplos, quatro algoritmos que calculam o quociente e o resto da divisão de dois números naturais: o algoritmo egípcio, o método das costuras, o método italiano e o método do galeão. O objetivo é apresentar ao leitor outras formas menos conhecidas de se efetuar uma divisão. Não faremos uma explicação do algoritmo usual e do método das estimativas, visto que estes já são apresentados nos livros didáticos brasileiros.

5.1 O algoritmo egípcio

Vamos mostrar como o algoritmo egípcio funciona apresentado os passos para o cálculo de $1327 \div 13$.

Construa uma tabela em que o divisor 13 fique na primeira linha e o algarismo 1 ao seu lado, na outra coluna. A cada linha abaixo, duplique os resultados da linha acima até o momento em que o valor que se encontra na coluna do divisor 13 ultrapasse o dividendo 1327.

13	1	
26	2	
52	4	
104	8	
208	16	$\rightarrow$ significa que $16 \times 13 = 208$
416	32	
832	64	
1664	128	

A seguir, em outra tabela, realize em uma coluna as somas dos valores encontrados na coluna do divisor 13 até encontrar o resultado mais próximo do dividendo 1327. Ao mesmo tempo, na outra coluna, a cada parcela somada, registre a quantidade de vezes que esta parcela representa do divisor. Por exemplo: ao se registrar a parcela 208, na coluna ao lado colocá-se 16, porque 208 é 16×13.

		832	64	
		416	32	
soma parcial:	416 + 832 ←	1248	96	→ quociente parcial: 64 + 32
		52	04	
soma parcial:	52 + 416 + 832 ←	1300	100	→ quociente parcial: 64 + 32 + 04
		26	02	
soma parcial:	26 + 52 + 416 + 832 ←	1326	102	→ quociente parcial: 64 + 32 + 04 + 02
		Resto 1		

Observe que, com este algoritmo, não é necessário fazer as transformações de ordens do sistema de numeração decimal, além de não se trabalhar com subtrações. As multiplicações são simples, pois só se multiplica por 2.

5.2 Divisões pelo método das costuras

Vamos mostrar como a divisão pelo método das costuras funciona apresentado os passos para o cálculo de $1327 \div 13$. Primeiro é necessário a construção de uma tabela com os múltiplos de 13. Este passo é desnecessário caso se tenha o domínio da tabuada.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
13	26	39	52	65	78	91	104	197	130

Escreve-se o dividendo e o divisor.

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 3 & 2 & 7 & \div & 13 \end{array}$$

Inicia-se a divisão respondendo a pergunta: imediatamente abaixo de 1, qual é o múltiplo de 13? Resposta: 0. Subtraia $1-0$ e o resto 1 é transferido como dezena do 3.

$$\begin{array}{cccccc} 1 & {}^{1}3 & 2 & 7 & \div & 13 \\ 0 & & & & & \end{array}$$

Agora responda: imediatamente abaixo de 13, qual é o múltiplo de 13? Resposta: o próprio 13 é múltiplo de 13. Subtraia $13-13$ e o resto 0 transfira-o como dezena do 2.

$$\begin{array}{cccccc} 1 & {}^{1}3 & {}^{0}2 & 7 & \div & 13 \\ 0 & 13 & & & & \end{array}$$

Agora responda: imediatamente abaixo de 02, qual é o múltiplo de 13? Resposta: 0. Subtraia 02 – 00 e o resto 2 transfira como dezena do 7.

$$\begin{array}{cccccc} 1 & {}^{1}3 & {}^{0}2 & {}^{2}7 & \div & 13 \\ 0 & 13 & 0 & & & \end{array}$$

Agora responda: imediatamente abaixo de 27, qual é o múltiplo de 13? Resposta: 26. Subtraia 27 – 26 e o resto 1, conserve.

$$\begin{array}{cccccc} 1 & {}^{1}3 & {}^{0}2 & {}^{2}7 & \div & 13 \\ 0 & 13 & 0 & 26 & & 1 \end{array}$$

Agora pegue cada número da segunda linha, exceto o resto 1, e divida por 13.

$$\begin{array}{cccccc} 1 & {}^{1}3 & {}^{0}2 & {}^{2}7 & \div & 13 \\ \cancel{0} & \cancel{13} & \cancel{00} & \cancel{26} & & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & & \end{array}$$

Desta maneira, $1327 \div 13$ tem quociente 102 e resto 1.

A desvantagem deste método se dá quando o divisor é um número grande, o que tornará a construção da tabuada um processo trabalhoso e demorado para muitos alunos dos anos iniciais.

5.3 O método italiano da divisão

Esta é a denominação utilizada por Camizão (2010) ao método apresentado nesta seção. Segundo o autor, o método deveria ser chamado de anglo-saxão, pois é o principal algoritmo apresentado nas escolas do Reino Unido, País de Gales, Irlanda do Norte, Irlanda do Sul e Estados Unidos. No entanto, Camizão deu preferência por manter a denominação dada por alguns historiadores da Matemática que preferem chamar o algoritmo de método italiano, devido a sua origem. Em seu estudo Kilmey (1999) e outros mostram que este método também é utilizado em escolas do Japão.

Vamos apresentar os passos do algoritmo realizando a operação $1327 \div 13$. Colocamos o divisor a esquerda do dividendo, separados por um símbolo que representa a divisão.

$$1\ 3\,\overline{)\quad 1\ 3\ 2\ 7\ }$$

Começamos a divisão da esquerda pra direita. Tenta-se dividir 1 unidade de milhar por 13 unidades. Como não é possível obter unidades de milhar como resposta, coloca-se um zero sobre o algarismo 1.

$$
\begin{array}{rl}
 & 0 \\
13\,\big) & \overline{1\;3\;2\;7}
\end{array}
$$

A 1 unidade de milhar vira 10 centenas que se unem às 3 centenas já existentes. Temos 13 centenas para dividir por 13 unidades. Obtemos 1 centena e não há resto.

$$
\begin{array}{rl}
 & 0\;1 \\
13\,\big) & \overline{1\;3\;2\;7} \\
 & \underline{-1\;3} \\
 & 0\;0
\end{array}
$$

Agora descemos as 2 dezenas do divisor e dividimos por 13 unidades. Como não é possível obter dezenas como respostas, coloca-se 0 sobre o algarismo 2 do divisor.

$$
\begin{array}{rl}
 & 0\;1\;0 \\
13\,\big) & \overline{1\;3\;2\;7} \\
 & \underline{-1\;3} \\
 & 0\;0\;2
\end{array}
$$

As 2 dezenas se transformam em 20 unidades e se unem as 7 unidades do dividendo. Tem-se 27 unidades para dividir por 13, o que dá 2 unidades e sobra 1 unidade.

$$
\begin{array}{rl}
 & 0\;1\;0\;2 \\
13\,\big) & \overline{1\;3\;2\;7} \\
 & \underline{-1\;3} \\
 & 0\;0\;2\;7 \\
 & \quad\;\underline{-2\;6} \\
 & \qquad\;\;0\;1
\end{array}
$$

Desta maneira, $1327 \div 13$ tem quociente 102 e resto 1.

Percebe-se que este método é similar ao algoritmo usual da divisão, comum nas escolas brasileiras. Ambos exigem uma boa noção do sistema de numeração decimal, diferenciando-se na forma de apresentar o algoritmo. Pelo fato deste método ter o quociente sobre o dividendo, a percepção da ordem do algarismo que está sendo considerada em cada etapa é mais clara. Este fato pode facilitar o entendimento de quocientes que possuem zero entre seus algarismos.

5.4 O método do galeão

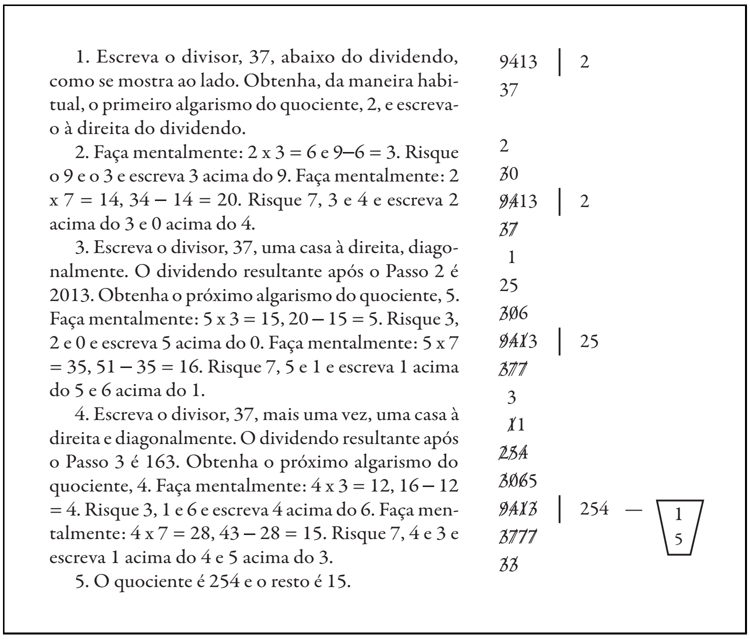
Segundo Boyer (1996, apud CAMIZÃO, 2010), o método do galeão (nome dado por sua semelhança a uma antiga embarcação de guerra) é de origem hindu e foi usado na Índia desde o século XII e depois na Arábia. Nos séculos quatorze e quinze foi utilizado na Itália, espalhando-se por toda Europa.

Um exemplo do método do galeão pode ser encontrado no manuscrito do século XVI *Opus Arithmetica D. Honorati veneti monachj coenobij S. Lauretij* (Figura 5.1). Segundo Swetz & Katz (2013), "Honorato foi um monge veneziano e o manuscrito foi escrito na segunda metade do século XVI. O manuscrito foi copiado por um aluno, provavelmente também um monge, que também fez as ilustrações. Seu cálculo 'explode' na linha do horizonte de Veneza. Um observador ergue suas mãos em espanto com o resultado. O cálculo divide 965347653446 por 6543218 e obtém como resposta 147534".

Figura 5.1: Uma ilustração do método do galeão em um documento do século XVI.

No exemplo, o dividendo 965347653446 aparece no meio, porque as subtrações são executadas cancelando-se os dígitos e colocando as diferenças acima em vez de abaixo dos minuendos. Em sua obra, Eves (2002) faz a explicação detalhada do método (Figura 5.2).

Para maiores informações a respeito do método do galeão, sugerimos a leitura do trabalho de Neves (2008).



1. Escreva o divisor, 37, abaixo do dividendo, como se mostra ao lado. Obtenha, da maneira habitual, o primeiro algarismo do quociente, 2, e escreva-o à direita do dividendo.

2. Faça mentalmente: 2 x 3 = 6 e 9–6 = 3. Risque o 9 e o 3 e escreva 3 acima do 9. Faça mentalmente: 2 x 7 = 14, 34 – 14 = 20. Risque 7, 3 e 4 e escreva 2 acima do 3 e 0 acima do 4.

3. Escreva o divisor, 37, uma casa à direita, diagonalmente. O dividendo resultante após o Passo 2 é 2013. Obtenha o próximo algarismo do quociente, 5. Faça mentalmente: 5 x 3 = 15, 20 – 15 = 5. Risque 3, 2 e 0 e escreva 5 acima do 0. Faça mentalmente: 5 x 7 = 35, 51 – 35 = 16. Risque 7, 5 e 1 e escreva 1 acima do 5 e 6 acima do 1.

4. Escreva o divisor, 37, mais uma vez, uma casa à direita e diagonalmente. O dividendo resultante após o Passo 3 é 163. Obtenha o próximo algarismo do quociente, 4. Faça mentalmente: 4 x 3 = 12, 16 – 12 = 4. Risque 3, 1 e 6 e escreva 4 acima do 6. Faça mentalmente: 4 x 7 = 28, 43 – 28 = 15. Risque 7, 4 e 3 e escreva 1 acima do 4 e 5 acima do 3.

5. O quociente é 254 e o resto é 15.

Figura 5.2: Descrição do método do galeão dada por (EVES, 2002, p. 324).

6 Considerações Finais

Documentos oficiais do Governo, como os PCNs e as Matrizes Curriculares do SAEB e da Prova Brasil, recomendam que ensinar um algoritmo ao aluno é muito mais do que memorizar passos, mas sim dar sentido a cada etapa da operação, apoiando-se nas regras do sistema de numeração decimal. A abordagem principal é que o aluno possa desenvolver, por meio de situações-problema, diferentes procedimentos para o cálculo, explorando-se o cálculo mental, escrito, aproximado e exato. Em nenhum momento estes textos indicam qual algoritmo específico deve ser usado para calcular divisões. Ainda segundo estes documentos, espera-se que, ao final do 5º ano do Ensino Fundamental, o aluno já seja capaz de dividir números com quatro ou mais algarismos por números de um, dois ou três algarismos, com a presença de zeros, em cada ordem separadamente.

A apresentação de algoritmos específicos para cada operação ficou sob a responsabilidade dos livros didáticos. Conforme vimos no Capítulo 2, os livros expõem, em sua maioria, o método denominado de usual e o método das estimativas para a divisão de números naturais. A presença de dois algoritmos nas obras permite uma maior autonomia nas estratégias de cálculos de alunos e professores.

No Capítulo 3, a análise das ementas de 10 cursos de Pedagogia parece confirmar o fato de que a formação matemática do professor polivalente não é suficiente para que estes lecionem com domínio o conteúdo que estão ensinando. Faltam aos cursos de Pedagogia disciplinas voltadas para o ensino de conteúdos matemáticos, de modo que os professores tenham o saber pedagógico de conteúdo necessário para promover uma aprendizagem significativa para si e para seus alunos. Este é um aspecto importante a ser considerado, pois constatamos que os livros abordam de forma positiva os algoritmos da divisão, no entanto muitos alunos chegam ao final do Ensino Fundamental sem dominá-lo. Isto nos leva a crer que este tema não é abordado de forma satisfatória na formação acadêmica do professor, fazendo-nos suspeitar que muitos profissionais não entendem o algoritmo.

Na análise dos questionários, vimos que quase todos os participantes consideram importante o ensino do algoritmo da divisão, por argumentos diversos. Alguns apontam que este irá favorecer até mesmos o estudo de conteúdos matemáticos futuros. Vimos também respostas que apontam para a atenção que deve ser dada não apenas ao algoritmo, mas ao entendimento do conceito de divisão. Vale ressaltar que estas respostas traduzem a concepção de profissionais, que em sua maioria, tem formação na área de exatas, em especial, em Matemática.

O nosso estudo também mostrou que há outros algoritmos para a divisão de números naturais, além daqueles são apresentados nos livros didáticos brasileiros. A ideia inicial para o Capítulo 5 era fazer um levantamento de como o algoritmo da divisão é apresentado em outros países, como Finlândia, Japão, Estados Unidos e Reino Unido. Nesta etapa, foi constatado que o algoritmo ensinado nas escolas japonesas é o mesmo das escolas americanas, no entanto, o Japão tem um destaque maior nas avaliações internacionais em Matemática do que os Estados Unidos. Este fato parece sugerir que não é o algoritmo em si que leva ao sucesso a aprendizagem, mas há diversos fatores associados a isso. Em seu texto, Kimley, Zusho & Arbor (1999) sugerem que essas diferenças internacionais podem ser atribuídas a diferenças na qualidade da instrução matemática. O autor mostra que o papel do professor japonês é de facilitador da discussão. Os alunos são incentivados a fazer comentários nas aulas e até mesmo a avaliar outros colegas. Com relação à formação acadêmica, professores do Ensino Fundamental são obrigados a cursar, no mínimo, duas disciplinas de aritmética. Nas escolas, os professores trabalham em conjunto para aumentar os seus conhecimentos matemáticos e desenvolver os melhores métodos de ensinar um assunto.

Apesar de nosso trabalho, de longe, não ter esgotado o complexo cenário que compõe o ensino e a aprendizagem do algoritmo da divisão, nos arriscamos a dar algumas respostas a pergunta “Por que e como ensiná-lo?”. Primeiramente, nos colocamos favoráveis ao ensino do algoritmo usual da divisão no 4º e 5º ano do Ensino Fundamental porque achamos importante que as crianças tenham a formalização do algoritmo através de um conjunto de técnicas capazes de resolver qualquer operação de dividir, seja no campo do conjunto dos números naturais e, posteriormente, no campo dos racionais. No entanto temos a certeza de que o algoritmo usual da divisão ganha sentido quando a criança internalizou as regras do sistema de numeração decimal, principalmente no que se refere ao valor posicional de um algarismo. Com isso, cremos que qualquer trabalho com algoritmos, não apenas o da divisão, deva ser antecedido de um detalhado e exaustivo trabalho escolar sobre as propriedades do sistema de numeração decimal. Além disso, é importante que os alunos criem primeiro a ideia do que é dividir, através de situações concretas vividas na própria sala de aula, onde é preciso dividir em parte iguais, trabalhando-se a questão do resto. Neste momento, técnicas alternativas de divisão devem ser estimuladas pelo professor, que deve incentivar os alunos a criarem estratégias de resolução de problemas, individualmente ou em grupo, sem o uso de um algoritmo formal. Somos favoráveis também que o ensino do método das estimativas anteceda o do algoritmo usual pois, ao ser trabalhada a ideia do ‘quanto cabe’, o aluno desenvolve a noção do todo e de suas partes. Este método também não exige um domínio tão preciso das regras do sistema de numeração decimal. Não achamos que crianças da faixa etária do 4º e 5º anos ainda não tenham maturidade cognitiva para entender o algoritmo usual. Ao contrário, acreditamos que, se os aspectos mencionados anteriormente forem bem trabalhados, o algoritmo usual será a finalização de todo um processo de ensino/aprendizagem sobre divisão com números naturais. No final do processo, o aluno irá dispor de um algoritmo objetivo e muito bem estruturado do qual ela poderá fazer uso caso deseje, por que neste momento ela já dispõe de outros mecanismos para solucionar uma operação de dividir.

Como sugestão para trabalhos futuros, com relação à metodologia a ser usada no ensino do algoritmo da divisão, propomos um levantamento de materiais já existentes precedidos do relato de professores que fizeram seu uso, bem como a possibilidade de criação de novos materiais (concretos e digitais). Também sugerimos um levantamento de como o algoritmo da divisão é apresentado em outros países, preferencialmente naqueles países que tem um bom rendimento matemático nas avaliações internacionais, a fim de contrapor aspectos presentes no cotidiano da sala de aula desses países com a realidade brasileira.

Aos professores leitores desta pesquisa fica o legado pela busca do aprimoramento profissional, permitindo a construção de significados a cada conteúdo a ser ensinado. Esperamos que os vários aspectos do algoritmo da divisão abordados neste trabalho promovam uma reflexão aos professores que vão ensinar este assunto, permitindo que estes possam aperfeiçoar sua prática pedagógica.

ANEXO A – Algumas Ementas de Disciplinas Matemáticas dos Cursos de Pedagogia

FUNDAÇÃO TÉCNICO-EDUCACIONAL SOUZA MARQUES
FACULDADES SOUZA MARQUES
FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS SOUZA MARQUES
COORDENAÇÃO ACADÊMICA

FUNDAMENTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS DA MATEMÁTICA
EMENTA: Análise reflexiva das etapas de construção das noções matemáticas pela criança, e do desenvolvimento do pensamento lógico-matemático. O papel da matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Resolução de situações–problema utilizando conceitos e procedimentos matemáticos contextualizados. Orientações didáticas dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino da Matemática.
BIBLIOGRAFIA BÁSICA: KAMMI, Constance. **A criança e o número.** Tradução de Regina A. de Assis. 36. ed. Campinas: Papirus, 2008. MIGUEL, Antonio. et al. **História da matemática em atividades didáticas**. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009. **MENDES, Iran Abreu.** Matemática e investigação em sala de aula – tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.**
BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR: BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/SEF. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília: MEC, 1998. MENEGHETTI, Renata Cristina Geromel. **Educação matemática: vivências refletidas**. São Paulo: Centauro, 2006. CONTADOR, Paulo Roberto Martins. **A Matemática na arte e na vida**. São Paulo: Livraria da Física, 2008. PITOMBEIRA, João Bosco. **Três excursões pela história da matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2008.

Universidade Severino Sombra

Fundamentos Teóricos e Metodologia Matemática I – 60 horas
Ementa:
Análise acadêmica da prática de ensino de matemática na educação infantil e nos anos iniciais (1º e 2º ano) do Ensino Fundamental. Reflexões gerais sobre teorias e práticas na aprendizagem da matemática.

Objetivos:
- Refletir a respeito da importância e finalidade do ensino da Matemática na Educação Infantil e nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental.
- Abordar os diferentes conteúdos em Matemática a partir dos elementos desencadeadores do processo de ensino-aprendizagem: situações problema em contextos sócios culturais.

Programa:
UNIDADE I
1.1 O papel da Matemática nas séries Iniciais do Ensino Fundamental (teoria, prática e atividades)
1.2 Modelagem Matemática nas séries iniciais
1.3 O Uso do Tangram nas séries iniciais (explorando figuras Geométricas planas)
1.4 Fundamentos e Metodologia de Matemática para as séries iniciais

UNIDADE II
2.1 Literatura e Matemática na Educação Infantil
2.2 Crianças e números – Senso numérico
2.3 Desenvolvimento cognitivo.
2.4 O conceito de Letramento Matemático: práticas escolares
2.5 O Uso do Ábaco - Soma e Subtração
2.6 Campo aditivo e multiplicativo
2.7 O cálculo mental
2.8 As quatro operações com o Material Dourado

UNIDADE III
3.1 O Uso do Poliminó em sala de aula.
3.2 Estratégias para ensino de Matemática
3.3 Trabalhando Área e Perímetro: o uso do Geoplano para o ensino de Geometria
3.4 O pensamento lógico-matemático na resolução de problemas.
3.5 Conteúdo, métodos, planejamento e avaliação em Matemática

Obs: Os conteúdos ministrados nesta disciplina serão apresentados juntamente com discussão sobre sua metodologia de ensino.

Estratégias:
Atividades práticas e teóricas envolvendo conteúdos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.
Debates e discussões sobre os textos, utilizando a visão de profissionais de educação.
Garantir o nivelamento dos conteúdos apresentados, contextualizando os mesmos através da comparação do dia-a-dia do educando.
Uso de materiais concretos de manipulação. Textos envolvendo temas da Educação Matemática. Filmes, reportagens, documentários, etc.

Avaliação:
Duas provas marcadas pela instituição. Seminários. Trabalho enfocando o conteúdo estabelecido pelo professor.

Bibliografia Básica:
D'AMBROSIO, U. **Educação matemática**: da teoria a prática. 8. ed. São Paulo: Papirus, 2001.
GIMENES, J. & PENTEADO, M. G. GIMENES, J. & PENTEADO, M. G. **Aprender matemática em grupo de estudos:** uma experiência com professoras de séries iniciais. Campinas: Zetetiké, v.16, n.29, p. 73-117, jan./jun., 2008.
GUELLI, O. **Contando a história da Matemática**. 8. ed., 8. impr. São Paulo: Ática, 2007.

Bibliografia Complementar:
ANTUNES, C. **Novas maneiras de ensinar, novas formas de aprender**. Porto Alegre: Artemed, 2002.
BICUDO, M. A. V. & BORBA, M. de C. (Org) **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. 2ª ed, São Paulo: Cortez, 2005.
CARVALHO, D. L. **Metodologia do ensino da Matemática**. 2ª ed. São Paulo: Cortez, 2001.
DUHALDE, M. E. & CUBERES, M. T. G. **Encontros iniciais com a matemática**: contribuições à educação infantil. Porto Alegre: Artmed, 1998
ROSA NETO, E. **Didática da Matemática**. 11. ed. São Paulo: Ática, 2006.
TAVARES, C. S. **Contando a história da contagem.** Revista do Professor de Matemática, São Paulo: n. 57, p.33-40, mai. 2005.

PROGRAD
Pró-Reitoria de Graduação

Relatório de Disciplinas - UFF

STI
SUPERINTENDÊNCIA DE TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO

Grau: Graduação

Disciplina de DEPARTAMENTO DE SOCIEDADE, EDUCAÇÃO E CONHECIMENTO

Código: SSE00264

Nome: MATEMÁTICA: CONTEÚDO E MÉTODO I

Status: Ativa

Característica: Comum

Carga horária total: 60

Total de créditos: 0

C.H.Teórica: 60 C.H.Prática: 0 C.H.Estágio: 0

Conteúdo de estudos: -

Ementa:

ESTUDO DAS CONCEPÇÕES E TENDÊNCIAS NO CAMPO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. ANÁLISE HISTÓRICA, SOCIOCULTURAL E PSICOLÓGICA DO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA. ABORDAGEM DIDÁTICA DOS CONTEÚDOS DO ENSINO DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO INFANTIL AO ENSINO FUNDAMENTAL. REPRESENTAÇÕES SOCIAIS DA MATEMÁTICA E SUAS RELAÇÕES COM O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM.

Referências Bibliográficas

AIDAR, M. *A Aventura do Saber: Matemática*. Quarto e quinto anos. Primeira edição. Editora Leya, São Paulo, 2011.

BARROSO, J. M. (Org.). *Projeto Pitanguá: Matemática*. Quarto e quinto anos. Segunda Edição. Editora Moderna, São Paulo, 2008.

BORDEAUX, A. et. al. *Novo Bem-Me-Quer*. Quarto e quinto anos. Segunda edição. Editora do Brasil, São Paulo, 2011.

BRASIL. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação: Lei nº 9.394/96 de 24 de dezembro de 1996*. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm>. Acesso em: 15 de dezembro de 2012.

BRASIL. MEC. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Secretaria de Educação Fundamental, Ministério da Educação, Brasília, 1997.

BRASIL. MEC. *PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: Ensino Fundamental: Matrizes de Referência, Tópicos e Descritores*. Inep, Secretaria de Educação Básica, Ministério da Educação, Brasília, 2008.

BRASIL. MEC. *Guia de Livros Didáticos: PNLD 2013: Matemática*. Secretaria de Educação Básica, Ministério da Educação, Brasília, 2012.

BRASIL. MEC. *Resolução CNE/CP 1/2006. Diário Oficial da União, Brasília, 16 de maio de 2006, Seção 1, p. 11*. Conselho Nacional de Educação, Ministério da Educação, Brasília, 2006.

CAMIZÃO, E. G. *Educação Comparada e Antropologia: "Educational Borrowing" em Escolas Internacionais no Brasil*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

CARRAHER, T. N. (Org.) *Aprender Pensando*. Editora Vozes, 1992.

CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. *Na Vida Dez, na Escola Zero*. Editora Cortez, São Paulo, 1988.

CURI, E. *Formação de Professores Polivalentes: Uma Análise dos Conhecimentos para Ensinar Matemática e das Crenças e Atitudes que Interferem na Constituição desses Conhecimentos*. Tese de Doutorado em Educação Matemática. PUC/SP. São Paulo, 2004.

DANTE, L. R. *Projeto Ápis: Matemática*. Editora Ática, São Paulo, 2011.

EVES, H. *Introdução À História da Matemática*. Editora da UNICAMP, Campinas, 2002.

GAY, M. (Org.). *Projeto Buriti: Matemática*. Quarto e quinto anos. Segunda Edição. Editora Moderna. São Paulo, 2011.

KAMII, C. *Desvendando A Aritmética – Implicações da Teoria de Piaget*. Editora Papirus, Campinas, 1995.

KILMEY, C. J.; ZUSHO, A.; ARBOR, A. *From Formal Standards to Everyday Practice of Mathematics Learning: Illustrations from the TIMSS Case Study Project in Japan*. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, v. 31, n. 6, p. 175-190, 1999.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. *O Sistema de Numeração: Um Problema Didático*. Em: PARRA et al. *Didática da matemática: Reflexões Psicopedagógicas*. Editora Artes Médicas, Porto Alegre, 1997.

LERNER DE ZUNINO, D. *A Matemática na Escola: Aqui e Agora*. Editora Artes Médicas, Porto Alegre, 1995.

MUNHOZ, A. F. *Fazer, Compreender e Criar em Matemática*. Quarto e quinto anos. Terceira edição. Editora IBEP, São Paulo, 2008.

NEVES, R. *A divisão e Os Números Racionais: Uma Pesquisa de Intervenção Psicopedagógica sobre O Desenvolvimento de Competências Conceituais de Alunos e Professores*. Tese de doutorado, Instituto de Psicologia, Universidade de Brasília, 2008.

SOUZA, E. S. *A Prática Social do Cálculo Escrito na Formação de Professores: A História como Possibilidade de Pensar Questões do Presente*. Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 2004.

SPINELLI, W. *Asas para Voar: Matemática*. Quarto e quinto anos. Editora Ática, São Paulo, 2008.

SWETZ, F. J.; KATZ, V. J. *Opus Arithmetica of Honoratus*. Mathematical Treasures, Mathematical Association of America, 2013. Disponível em: <http://mathdl.maa.org/mathDL/46/?pa=content&sa=viewDocument&nodeId=2591&bodyId=3506>. Acesso em: 12 de fevereiro de 2013.

TOSATTO, C. *Hoje é Dia de Matemática*. Quarto e quinto anos. Segunda edição. Editora Positivo, Curitiba, 2011.

WU, H.-H. *Understanding Numbers in Elementary School Mathematics*. American Mathematical Society, 2011.