UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

GENILSON MORAES LIMA

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ETNOMATEMÁTICOS NO ENSINO DE GEOMETRIA EM COMUNIDADES QUILOMBOLAS

Belém - Pará
2018

GENILSON MORAES LIMA

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ETNOMATEMÁTICOS NO ENSINO DE GEOMETRIA EM COMUNIDADES QUILOMBOLAS

Dissertação de Mestrado, apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Federal do Pará como requisito básico para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes

Belém - Pará

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Lima, Genilson
Resolução de Problemas Etnomatemáticos no Ensino de Geometria em Comunidades Quilombolas / Genilson Lima. — 2018
118 f. : il. color

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) , Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal do Pará, Belém, 2018.
Orientação: Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes Fernandes

1. Resolução de Problemas. 2. Etnomatemática. 3. Geometria. 4. Comunidade quilombola. I. Fernandes, José Augusto Nunes Fernandes, orient. II. Título

---

CDD 510.7

GENILSON MORAES LIMA

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ETNOMATEMÁTICOS NO ENSINO DE GEOMETRIA EM COMUNIDADES QUILOMBOLAS

Dissertação de Mestrado, apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Federal do Pará como requisito básico para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes

Data da apresentação: 23/03 /2018
Resultado: Aprovado

Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes

Prof. Dr. Francisco Paulo Marques Lopes

Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma

Belém – Pará
2018

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha família, pelo apoio e compreensão.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela vida, pela saúde e por essa conquista.

Agradeço aos meus pais, Euzébio Baia Lima e Estela Moraes Lima, por todo o esforço que fizeram para que eu possa está hoje aqui.

Agradeço a minha esposa Kely dos Santos Lima e a meu filho Joelson Lima Lima, por todo o amor, carinho e compreensão.

Agradeço a Coordenação do Programa e a todos os professores que fizeram parte dessa trajetória.

Agradeço ao meu orientador Professor Doutor José Augusto Nunes Fernandes, por indicar os caminhos na elaboração dessa dissertação.

Agradeço a Universidade Federal do Pará e ao PROFMAT/IMPA, pela oportunidade.

Agradeço a todos os colegas de turma, por toda ajuda durante essa caminhada.

Enfim, agradeço a todos que contribuíram para esse momento.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta para o ensino de Geometria em escolas situadas em comunidades quilombolas no Município de Moju no Estado do Pará, onde o autor trabalha como professor de Matemática. A pesquisa aborda a história do povo negro no Pará, sua importância para a região, a demarcação de suas terras e as leis que tratam da educação quilombola. No que diz respeito ao ensino, apresenta o uso da Resolução de Problemas como ferramenta metodológica, enfatizando a aplicação do método proposto por George Polya, no auxílio para solucionar as situações problemas. Na elaboração dos problemas foi usada a conceituação da Etnomatemática criada por D'Ambrósio, incorporando a Etnogeometria conceituada por Rios, pois se verificou que a Etnomatemática tem como um dos objetivos, propor um ensino de Matemática levando em consideração o contexto onde se localiza a escola. Nesse sentido destaca-se uma Matemática praticada por moradores de comunidades quilombolas, principalmente, na medição de suas terras, no comércio, na demarcação de suas lavouras, na construção de suas casas e etc. e com isso utilizou-se tal conhecimento na estruturação dos problemas geométricos. Por fim, adaptaram-se algumas questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas ao cotidiano dos alunos de escolas intituladas quilombolas.

PALAVRAS-CHAVE: Resolução de Problemas. Etnomatemática. Geometria. Comunidade quilombola.

ABSTRACT

This work presents a proposal for the teaching of Geometry in schools located in quilombola communities in the Municipality of Moju in the State of Pará, where the author works as a Mathematics teacher. The research deals with the history of the black people in Pará, its importance for the region, the demarcation of its lands and the laws that deal with quilombola education. With regard to teaching, he presents the use of Problem Solving as a methodological tool, emphasizing the application of the method proposed by George Polya, in helping to solve the problem situations. In the elaboration of the problems was used the concept of Ethnomathematics created by D'Ambrósio, incorporating Ethnogeometria conceptualized by Rios, because it was verified that the Ethnomathematics has as one of the objectives, to propose a teaching of Mathematics taking into account the context where the school is located. In this sense, a mathematics is practiced by residents of quilombola communities, mainly in the measurement of their lands, in commerce, in the demarcation of their fields, in the construction of their houses, and so on. and with that was used such knowledge in the structuring of geometric problems. Finally some questions of the Brazilian Mathematical Olympiad of the Public Schools were adapted to the daily life of the students of schools called quilombolas.

Key Word: Problem Solving. Ethnomathematics. Geometry. Quilombola community.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS

ADCT	Ato das Disposições Constitucionais Transitórias
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CEDENPA	Centro de Estudos e Defesa dos Negros do Pará
CONAE	Conferência Nacional de Educação
COPIR	Coordenadoria de Educação para a Promoção da Igualdade Racial
DCNEEQ	Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Escolar Quilombola
FPEC	Fórum Paraense de Educação do Campo
INAF	Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional
ITERPA	Instituto de Terras do Pará
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação
NAEA	Núcleo de Altos Estudos da Amazônia
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PBQ	Programa Brasil Quilombola
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
SECAD	Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade
SEDUC	Secretaria de Estado da Educação do Pará
SEPPIR	Secretaria Especial de Políticas de Programas da Igualdade Racial
SI	Sistema Internacional de Unidades
TIC	Tecnologias de Informação e Comunicação

SUMÁRIO

1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Vivenciar os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática é desafiador e intrigante, pois exige do professor um planejamento adequado e instiga no aluno sua curiosidade, fazendo com que o mesmo busque ultrapassar seus limites.

Por meio de nossa experiência em sala de aula, verificamos que, em alguns casos, a Matemática não é uma disciplina apreciada por muitos alunos do Ensino Básico, que muitas vezes questionam o professor sobre a utilidade da mesma em seu dia a dia. Por isso, o professor deve procurar trabalhar com metodologias de ensino que proporcionem ao aluno fazer uma conectividade de conteúdos ministrados em sala de aula e a realidade que o cerca, pois é bem mais interessante para o mesmo estudar o que lhe pode ser útil na prática.

Tendo em vista essa problemática, buscam-se alternativas de minimizá-la, tal como utilizar a Resolução de Problemas, os Jogos, as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC's), a Modelagem Matemática, entre outras, como metodologias de ensino da Matemática, em razão de suas contribuições para a aprendizagem dessa ciência, como afirma Lupinacci (2004).

> O Ensino da Matemática através da resolução de problemas permite diversas abordagens dos assuntos em estudo, propiciando uma melhor compreensão dos mesmos. A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos. (LUPINACCI, 2004, p. 1)

No presente trabalho, usando concepções de alguns autores como George Polya (1995) e Ubiratan D'Ambrósio (1993), pretendemos elencar os benefícios proporcionados pela Resolução de Problemas como ferramenta metodológica, conjuntamente com os aspectos da Etnomatemática, no ensino de Geometria na Educação Básica, visto que este ramo da Matemática tem inúmeras aplicações no cotidiano das pessoas, tornando-se, dessa forma, seu ensino e aprendizagem de suma importância para professores e alunos.

Também nos propomos a elaborar uma cartilha com propostas de problemas de Geometria voltados para a realidade local, neste caso dando ênfase para o ensino da mesma em Comunidades Tradicionais (Quilombolas) do município de Moju-Pará, onde exercemos nossas atividades docentes, pois, por meio de nossa vivência em sala de aula, verificamos que os livros didáticos utilizados nas escolas dessas comunidades, não apresentam problemas relacionados ao contexto sócio, cultural e econômico vivenciados, ou seja, o mesmo é desprezado.

Para viabilizar nossa proposta, nos utilizaremos dos conceitos da Etnomatemática propostos por D'Ambrósio, visto que essa tendência da Educação Matemática tem por objetivo aproximar o ensino dessa ciência ao contexto social, cultural, econômico e político onde a escola está inserida.

Nesse contexto o professor tem papel fundamental, lhe possibilitando escolhas, por um lado podendo encarar o ensino da Matemática como um simples exercitar de fórmulas predefinidas e exercícios padronizados, não favorecendo o desenvolvimento social, cultural e intelectual do aluno, ou, de outro modo, optando em aproveitar a oportunidade para apresentar problemas desafiadores que despertem no aluno o prazer de pensar, descobrir e criar por si só, como afirma Polya (1995).

> Um professor de Matemática tem, assim, uma grande oportunidade. Se ele preenche o tempo que lhe é concedido a exercitar seus alunos em operações rotineiras, aniquila o interesse e tolhe o desenvolvimento intelectual dos estudantes, desperdiçando, dessa maneira, a sua oportunidade. Mas se ele desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com os conhecimentos destes, e auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá incutir-lhes o gosto pelo raciocínio independente a proporcionar-lhes certos meios para alcançar este objetivo. (POLYA, 1995, p. V)

Com base nos Documentos Oficiais (PCN's, 1997 e BNCC, 2017), professores que trabalham com Resolução de Problemas estão colaborando com seus alunos de modo a questionar a realidade, quando estes formulam problemas, ou tratam de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação no ambiente social.

Ao elaborarmos este trabalho propusemos elementos que buscaram viabilizar o ensino de Geometria em Comunidades Tradicionais (Quilombolas), de tal forma que se possa ter uma inter-relação entre a Matemática acadêmica e o ambiente sociocultural onde o aluno está inserido.

Após essas considerações iniciais descreveremos um pouco da história do negro no Estado do Pará e da educação quilombola de um modo geral.

2 OS POVOS TRADICIONAIS

Neste capítulo faremos uma abordagem histórica em relação à vida do povo negro no Estado do Pará, desde o Brasil Colônia até os dias atuais. Mostraremos o que afirmam as Constituições Federais e outras leis sobre o território e a educação dos Povos Quilombolas.

2.1 A chegada do povo negro no Pará

Os primeiros negros africanos chegaram à Região Amazônica, trazidos por intermédio de ingleses, no início do século XVII, que juntamente com franceses, holandeses e espanhóis, tentaram por diversas vezes e sem sucesso, apossar-se dessa região do norte do Brasil pouca explorada pelos colonizadores portugueses. Devido a essa ameaça os colonos portugueses se fizeram mais presentes nessa região, tendo como principais objetivos a defesa, ocupação e exploração desse território. Para essa ocupação, e também para a exploração econômica da região, a falta de mão de obra tornou-se uns dos principais problemas para alcançar tais objetivos. Com isso, em um primeiro momento, a solução encontrada foi a escravização dos indígenas que habitavam a região, porém essa prática era bastante questionada e combatida, principalmente por parte da Igreja Católica que condenava a escravidão de nativos.

> A utilização de índios como escravos, apesar de usual, enfrentava resistências. A Igreja Católica, por exemplo, condenava essa prática. Existia inclusive uma lei, datada de 1680, que proibia a escravização de índios nas terras da colônia. (CASTRO e MARIN, 2004, p. 2)

No entanto, os próprios chefes de província ignoravam essas proibições, o que gerou na época graves conflitos entre os colonos e as diversas missões religiosas atuantes na região, como aqueles ocorridos entre colonos e jesuítas nos anos de 1660 a 1661 em São Luís e em Belém. No intuito de contornar tais conflitos e garantir a mão de obra, a solução foi a adoção da escravidão de negros já existente em outras regiões do Brasil. Com a criação, na segunda metade do século XVIII, do Estado do Grão-Pará e Maranhão[1], vinculando a administração da região diretamente a Portugal, o fluxo de escravos negros trazidos para essa região

[1] Primeiro criou-se o Estado do Maranhão em 1621, que em 1654 foi denominado de Estado do Maranhão e Grão-Pará e que, posteriormente, em 1751 seria transforma do em Estado do Grão-Pará e Maranhão.

aumentou consideravelmente, ficando a cargo da então atuante Companhia Geral de Comércio do Grão-Pará e Maranhão a comercialização de escravos na região.

> A compra de escravos negros foi subsidiada pela Companhia Geral de Comércio do Grão-Pará e Maranhão em troca do monopólio do comércio na região amazônica. No período que vigorou de 1755 a 1778, a companhia trouxe à região mais de 25 mil escravos. Desse total, aproximadamente 15 mil se estabeleceram onde hoje é o Estado do Pará. (CASTRO e MARIN, 2004, p. 3)

Os escravos africanos serviram de mão de obra às atividades agrícolas em fazendas de cana-de-açúcar, de algodão, de cacau e de tabaco e no extrativismo das chamadas "drogas do sertão", além da utilização em trabalhos domésticos e em construções urbanas públicas e privadas da época. Mesmo estando sujeitos a uma série de limitações e de violências impostas pelos colonos portugueses, os escravos negros buscaram a construção de alguns espaços que lhes permitissem conquistar certos momentos de autonomia e de liberdade, exemplos disso foram as fugas, as rebeliões, e, principalmente, os quilombos que também eram chamados de mocambos[2]. Foi no decorrer dos séculos XVIII e XIX que se formou a maior parte dos quilombos no atual Estado do Pará, devido à decadência dos engenhos de cana-de-açúcar, fato que facilitou a fuga em massa de escravos. Além disso, outro fator importante que contribuiu para o surgimento dos quilombos foi a independência do Brasil em 1822, com a adesão do Pará em 15 de agosto de 1823, pois com isso, desencadearam algumas crises políticas e administrativas em Belém, capital da província na época, possibilitando a fuga de numerosos grupos de escravos que viviam na área urbana.

2.2 As comunidades quilombolas segundo a Constituição de 1988

A luta contra os preconceitos e a busca da afirmação da igualdade racial se fizeram presentes às constituições brasileiras. A Constituição Federal de 1934, que sucedeu um período autoritário sem bases constitucionais, foi a primeira de caráter social democrático da história do país, que, apesar de sua curta duração, influenciou diretamente as questões sociais e as constituições que vieram a ser promulgadas nas décadas seguintes, e tem até os dias atuais uma grande importância para estudos de direitos sociais no Brasil, como afirma Lopes (2017).

---

[2] Mocambo foi a denominação atribuída, em algumas regiões do Brasil Colônia, a locais onde negros refugiados se reunião para viverem com certa liberdade.

> É de se destacar que o inciso 1º afirmou a igualdade de todos perante a lei, determinando que não haveria distinções, entre outras, por motivo de raça. Era a primeira vez que uma constituição brasileira tocava no tema racial, que fora esquecido nas constituições anteriores e ainda afirmando a igualdade. (LOPES, 2017, p. 7)

No entanto, essa igualdade formal não conseguiu mudar o quadro de marginalização sofrida pelos negros, pois apesar da recorrência da questão nas demais constituições foi somente em 1988, com o estabelecimento da Constituição Federal, que a questão da igualdade racial se tornou objetivo fundamental da República Federativa do Brasil, a saber, o artigo 3º inciso IV: “promover o bem de todos, sem preconceitos de origens, raça, sexo, cor, idade e quaisquer formas de discriminação”. Com isso, o combate ao racismo ganha força integrando-se aos direitos fundamentais da sociedade, sendo considerado crime inafiançável e imprescritível, no artigo 5º inciso XLII da Constituição Federal de 1988.

Além disso, uma experiência de reconhecimento efetivo de direito se deu por meio do artigo 68 do Ato das Disposições Constitucionais Transitórias (ADCT), que possibilitou a transformação de posses de terras ocupadas por remanescentes de quilombos em propriedade definitiva, como destacam Marques e Malcher.

> A Constituição de 1988, no artigo 68 do Ato das Disposições Constitucionais Transitórias – ADCT – reconheceu aos remanescentes de quilombos um direito de fundamental importância: “Aos remanescentes das comunidades de quilombos que estejam ocupando suas terras, é reconhecida a propriedade definitiva, devendo o Estado emitir-lhes títulos respectivos”. (MARQUES E MALCHER, 2009, p. 29)

A inclusão, do direito à posse definitiva da terra aos remanescentes de quilombos, por intermédio do artigo 68 no ADCT foi fruto de muito esforço e luta da sociedade civil liderada pelo Movimento Negro, a quem é atribuído a autoria de tal proposta, e de uma ampla mobilização social que conseguiu pressionar e sensibilizar os deputados constituintes.

O reconhecimento e a legalidade do título de posse desses territórios são fatores fundamentais e indispensáveis para garantir a afirmação, os direitos, o respeito e a preservação à continuidade das tradições desse grupo social tão importante para formação, em todos os sentidos, de nosso país.

2.3 A demarcação dos territórios quilombolas no Pará

À primeira vista pode causar certa estranheza a existência de uma quantidade tão significativa de comunidades remanescente de quilombos no Estado do Pará, pois a ideia que é bastante difundida é de que na Amazônia a escravidão não teve a mesma proporção comparada a outras regiões do Brasil, isso nos remete a concluirmos que esse pensamento é equivocado, pois, embora o emprego da mão de obra negra na Amazônia não tenha alcançado as mesmas proporções que em outras regiões do país, no território do atual Estado do Pará, os escravos negros foram utilizados como mão de obra nas atividades agrícolas, extrativistas, nos trabalhos domésticos e nas construções urbanas.

Segundo dados do Instituto de Terras do Pará (ITERPA), há atualmente tituladas, no Estado, 131 comunidades quilombolas totalizando uma área de 593.611,2397 hectares o que faz do Pará o estado brasileiro que mais concedeu a titulação da posse de terras aos remanescente de quilombos e também o primeiro Estado da Federação a conceder a titulação da posse da terra a uma comunidade quilombola, como afirmam Castro e Marin (2004).

> Foi no Pará, no município de Oriximiná, que pela primeira vez uma comunidade quilombola recebeu o título coletivo de suas terras, no ano de 1995. E é nesse Estado que se concentra o maior número de terras quilombolas tituladas. (CASTRO e MARIN, 2004, p. 1)

Apesar de que o artigo 68 do ADCT reconhecer que aos remanescentes das comunidades de quilombos que estejam ocupando suas terras à posse definitiva, ficando a cargo dos estados o cumprimento da titulação, o Estado do Pará desde 1998 possui uma lei própria (**Lei nº. 6165**) que regulamenta o processo de titulação da terra para esses povos tradicionais. Essa lei garante o direito à auto identificação das comunidades sem a necessidade do laudo antropológico, fato que o governo federal só reconheceu em 2003.

Nesse cenário também se destacaram na luta pelo reconhecimento dos direitos territoriais às comunidades quilombolas, a nível regional, o Centro de Estudos e Defesas dos Negros no Pará (CEDENPA), o Núcleo de Altos Estudos da Amazônia (NAEA/UFPA), o Programa Raízes, o Instituto de Terras do Pará (ITERPA) e etc. Aqui destacaremos a atuação do ITERPA que em sua composição possui uma Coordenadoria de Projetos Especiais e uma Gerência de Comunidades de Quilombos que cuidam da política de apoio às comunidades quilombolas, tendo como principal objetivo a busca pelo reconhecimento dos direitos territoriais dessas comunidades.

2.4 Um panorama da educação quilombola

No âmbito nacional, a reforma educacional iniciada na década de 1990 no Brasil, que teve como ponto principal a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB, Lei 9.394 de 1996), que aborda questões direcionadas à cultura e à formação do povo brasileiro no ensino de história, possibilitando uma iniciativa importante à construção de uma política de educação para as relações étnico-raciais, mencionada pelo Artigo 26, inciso 4º da respectiva lei, a saber: “o ensino da História do Brasil deve levar em conta as contribuições das diferentes culturas e etnias para a formação do povo brasileiro, especialmente das matrizes indígena, africana e europeia” (Brasil, 1996).

Na década seguinte o governo brasileiro inseriu no debate político e em seus programas, discursões sobre a diversidade na educação. Com isso, as políticas relacionadas à diversidade ganharam força e espaço no cenário nacional o que potencializou a promulgação de importantes leis, dentre as quais, podemos citar a Lei Federal 10.639 de 2003, que se destacou pelo fato de tornar obrigatório o ensino da história e da cultura afro-brasileira e africana em todas as escolas de Educação Básica do país, como afirmam Carvalho, Oliveira e Maroun (2003).

> As políticas de diversidade conquistaram visibilidade dentro do espaço político-governamental e, com base nesses princípios, foram sancionadas algumas leis, dentre elas, destacamos a Lei Federal 10.639 de 2003, que torna obrigatório o ensino da história e da cultura afrobrasileira e africana em todas as escolas do país. (CARVALHO, OLIVEIRA e MAROUN, 2003, p. 2)

Nacionalmente também foram criadas duas secretarias com objetivo de formular e implementar políticas de ações direcionadas à população negra do Brasil, que contribuíram para a reflexão e discursões sobre uma educação escolar quilombola. A primeira foi a Secretaria Especial de Políticas de Promoção da Igualdade Racial (SEPPIR), instituída em março de 2003 que gerou e coordenou o Programa Brasil Quilombola (PBQ); a segunda foi a Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade (SECAD), criada em 2004 que, em sua composição, continha a Coordenação Geral de Diversidade e Inclusão Educacional e teve como objetivo principal implementar a Lei 10.639/03 que altera a, Lei nº 9394/96, para incluir no currículo oficial da Rede de Ensino a obrigatoriedade da temática “História e Cultura Afro-Brasileira”.

A partir de 2009 veio à tona no cenário nacional a necessidade de debates mais específicos acerca da educação diferenciada aos remanescentes de quilombos, estes debates favoreceram a inclusão da Educação Quilombola como modalidade de ensino da Educação Básica na Conferência Nacional de Educação (CONAE) em 2010 e por consequência sua inclusão nas Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica. Por meio da orientação de tais Diretrizes foram construídas e aprovadas no intervalo de 2010 a 2012, as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Escolar Quilombola (DCNEEQ), que destacamos;

> §1º A Educação Escolar Quilombola na Educação Básica:
>
> I- organiza precipuamente o ensino ministrado nas instituições educacionais fundamentando-se, informando-se e alimentando-se:
>
> a) da memória coletiva;
>
> b) das línguas reminiscentes;
>
> c) dos marcos civilizatórios;
>
> d) das práticas culturais;
>
> e) das tecnologias e formas de produção do trabalho;
>
> f) dos acervos e repertórios orais;
>
> g) dos festejos, usos, tradições e demais elementos que conformam o patrimônio cultural das comunidades quilombolas de todo país;
>
> h) da territorialidade.
>
> II-compreende a Educação Básica em suas etapas e modalidades, a saber: Educação Infantil, Ensino Fundamental, Ensino Médio, Educação do Campo, Educação Especial, Educação Profissional Técnica de Nível Médio, Educação de Jovens e Adultos, inclusive na Educação a Distância.
>
> III- destina-se ao atendimento das populações quilombolas rurais e urbanas em mais variadas formas de produção cultural, social, política e econômica;
>
> IV- deve ser ofertada por estabelecimentos de ensino localizados em comunidades reconhecidas pelos órgãos públicos responsáveis como quilombolas, rurais e urbanas, bem como por estabelecimentos de ensino próximos a essas comunidades e que recebem parte significativa dos estudantes oriundos dos territórios quilombolas;
>
> V- deve garantir aos estudantes o direito de se apropriar dos conhecimentos tradicionais e de suas formas de produção de modo a contribuir para o seu reconhecimento, valorização e continuidade;
>
> VI- deve ser implementada como política pública educacional e estabelecer interface com a política já existente para os povos do campo e indígenas, reconhecidos os seus pontos de intersecção política, histórica, social, educacional e econômica, sem perder a especificidade. (BRASIL, 2012, p. 3)

Estas iniciativas, junto a outras ações e programas, possibilitaram o crescimento do debate público e acadêmico acerca da Educação Básica em comunidades quilombolas. As políticas públicas; seus programas e ações aproximaram o Estado Brasileiro das comunidades quilombolas e ocupam um lugar fundamental e de destaque no processo de reconhecimento e inclusão desses povos tradicionais nos âmbitos sociais, econômicos, educacionais e culturais. No entanto, nem sempre, tais políticas e seus programas conseguem alcançar seus objetivos. Difícil mensurar exatamente o quanto foi investido, onde, como e que resultados foram alcançados por essas ações.

Já em um cenário regional, em 2002, ano anterior à criação da lei federal 10.639/03, foi criada dentro da Secretaria de Estado da Educação do Pará (SEDUC) a Seção Técnico-Pedagógica de Relações Raciais, que futuramente seria substituída, em 2005, pela Coordenadoria de Educação para a Promoção da Igualdade Racial (COPIR), que contribuíram para uma maior divulgação da temática sobre as relações étnico-raciais no âmbito educacional em diversos municípios do Estado do Pará, potencializando a criação de coordenações específicas nas secretarias municipais de educação.

A busca pelo reconhecimento e melhoria da educação no campo, da qual a educação quilombola faz parte, teve também um sentido de luta social que tem como um dos seus atores principais o Movimento Paraense de Educação do Campo que é composto por movimentos e organizações sociais e sindicais do campo, universidades e instituições da sociedade civil, que em 2004 decidiram pela criação do Fórum Paraense de Educação do Campo (FPEC) responsável pela mobilização e organização da construção de um projeto de desenvolvimento de cunho social e educacional do povo do campo, de acordo com Cruz e Hage (2015).

> Ele aglutina entidades da sociedade civil, movimentos sociais, instituições de ensino, pesquisa, órgãos governamentais de fomento ao desenvolvimento e da área educacional da sociedade paraense, que, compartilhando princípios, valores e concepções político-pedagógicas, buscam defender, implementar, apoiar e fortalecer políticas públicas, estratégias e experiências de educação do campo e desenvolvimento rural com qualidade sócio-ambiental para todos/as os/as cidadãos/ãs paraenses, sobretudo para as populações do campo, aqui entendidas como: agricultores/as familiares, indígenas, quilombolas, extrativistas, ribeirinhos e pescadores. (CRUZ e HAGE, 2015, p. 3)

A necessidade de discursão e atuação sobre a temática em todo o território paraense tem influenciado os participantes do FPEC a criar Fóruns Regionais com o objetivo de ampliar e interiorizar as ações do Movimento de Educação do Campo em todas as regiões do Estado do Pará, com o intuito de aproximar o processo de mobilização e organização do Fórum dos Povos do Campo.

A educação quilombola é uma realidade na Rede de Ensino do Brasil, e a Educação Matemática com suas tendências, pode contribuir para a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem do povo do campo. No próximo capítulo trataremos das contribuições que tanto a Resolução de Problemas quanto a Etnomatemática podem oferecer para alcançar esse objetivo.

3 ARGUMENTOS TEÓRICOS

Neste capítulo enfatizaremos as contribuições da Resolução de Problemas e da Etnomatemática para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, e para isso nos embasaremos em alguns autores com George Polya e Ubiratan D'Ambrósio.

3.1 Resolução de Problemas

Nesta seção trataremos da argumentação teórica sobre Resolução de Problemas, embasando-se em conceitos elaborados por estudiosos e documentos oficiais a respeito do tema, argumentaremos sobre o uso da mesma como metodologia, e explanaremos o método de resolver problemas proposto George Polya.

3.1.1 A Resolução de Problemas segundo alguns autores

Nos diversos contextos é notório o quanto a Matemática é importante e necessária para a existência e desenvolvimento da humanidade, e se torna ainda mais significativa quando a utilizamos em nossas atividades diárias com intuito de suprirmos nossas necessidades particulares e coletivas. No contexto escolar é importante, quiçá indispensável, que a Matemática seja vista e usada como uma ciência essencial e necessária para o desenvolvimento social do aluno.

Em particular no ensino e aprendizagem de Geometria é interessante que o professor use com seus alunos, recursos que os auxiliem na aprendizagem dos conteúdos, por meio da investigação, exploração e construção de métodos que lhes proporcionem certa satisfação.

Uma possibilidade para almejar alcançar tal objetivo é a utilização da Resolução de Problemas como metodologia de ensino e de aprendizagem nas aulas de Matemática, pois, segundo Lupinacci, "A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática" (LUPINACCI, 2004, p. 1). Nessa perspectiva os alunos têm a oportunidade de aprofundar seus conhecimentos matemáticos e, além disso, instigar sua autoconfiança, a partir do momento que se depara e resolve situações problemas desafiadoras.

Para Polya (1995) a Resolução de Problemas é uma habilitação prática como, por exemplo, o é a natação, pois ao tentarmos nadar observamos e imitamos o que os outros fazem com as mãos e os pés para manterem suas cabeças fora da água e, dessa forma, aprendemos a nadar por meio da prática dessa atividade. Nesse sentido adquirimos qualquer habilitação por meio da imitação e prática, ou seja, ao tentarmos resolver uma situação problema, temos que observar, e imitar, o que fazem outras pessoas quando resolvem seus problemas e com isso aprendemos a resolver os nossos.

Segundo Dante (1989) um dos principais objetivos da Resolução de Problemas é que quando usada como metodologia, faz com que o aluno consiga pensar produtivamente, por meio da resolução de situações problemas desafiadoras que os motivem e desafiem. Para o autor esta é uma das razões pela qual a Resolução de Problemas vem conseguindo espaço de grande reconhecimento em todo o mundo, por ser uma ferramenta metodológica fundamental da Matemática na Educação Básica.

Para Sousa (2015) a Resolução de Problemas é uma importante ferramenta metodológica para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, instigando no aluno a capacidade de desenvolver o pensamento matemático, não se restringindo a exercícios padronizados desinteressantes. Por ser considerada uma habilidade fundamental, os programas que realizam avaliações para medir o nível de conhecimento matemático da população, organizam seus testes contemplando a Resolução de Problemas como ponto chave de avaliação. Segundo a autora supracitada há pelo menos três programas que realizam avaliações, tendo como foco a Resolução de Problemas, a saber: o Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional (INAF), o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), que destacamos.

> O Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional-INAF, desenvolvido pelo Instituto Paulo Montenegro e pela Organização Não-Governamental Ação Educativa, oferece à sociedade brasileira informações atualizadas sobre as habilidades e as práticas de leitura e cálculo de jovens e adultos, através de um levantamento das habilidades matemáticas da população brasileira, tendo como foco a resolução de problemas matemáticos.
> O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica-SAEB é desenvolvido pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP, órgão do Ministério da Educação. A avaliação que este sistema vem aplicando desde 1990,

> através de testes e questionários, avalia os estudantes brasileiros da 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio.
> E o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes-PISA é um programa de avaliação comparada cuja principal finalidade é avaliar o desempenho de alunos de 15 anos de idade, produzindo indicadores sobre a efetividade dos sistemas educacionais em diferentes países. Este programa é desenvolvido e coordenado internacionalmente pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), sendo no Brasil coordenado pelo INEP. (SOUSA, 2015, p. 2)

De acordo com Alves (2015, p. 26 apud Onuchic e Allevato, 2004) “a Matemática tem se tornado ferramenta importante para o desenvolvimento da sociedade e as resoluções de problemas matemáticos veem tomando um lugar importante no currículo escolar”. Nesse contexto o autor citada anteriormente, mostra o grau de influência que a Resolução de Problemas tem no dia a dia das pessoas, e a importância de desenvolver nos alunos a capacidade de resolver situações problemas com objetivo de tornar o ensino da Matemática mais promissor.

Conforme Salin (2013) a Resolução de Problemas é uma metodologia de ensino e de aprendizagem pela qual o aluno tem a oportunidade de aplicar em novas situações, conhecimentos matemáticos adquiridos anteriormentes, com objetivo de resolver um novo problema. Dessa forma a autora supracitada, afirma que a Resolução de Problemas desenvolve no aluno a capacidade de criar e aplicar conhecimentos matemáticos, com o intuito de adquirir habilidade de elaborar um raciocínio lógico, para que o mesmo possa propor soluções aplicáveis em seu dia a dia.

Para Stanic e Kilpatrick (1989) a Resolução de Problemas pode ser definida a partir de três perspectivas: como **contexto**, como **instrumento** ou como **arte**. Na **primeira perspectiva** a Resolução de Problemas seria uma ferramenta para alcançar certos objetivos, ou seja, “meios para atingir fins”. Na **segunda**, os problemas são definidos como competências que fazem parte do currículo escolar e que, por isso, devem ser ensinados e, por fim, na **terceira**, requer que a Resolução de Problemas seja tratada como uma arte que os alunos devem aprender a apreciar e aplicar.

As três perspectivas estão centradas obviamente em situações, ou ambientes, de ensino e aprendizagem, em que os alunos estariam inseridos e estimulados a organizar determinados procedimentos, tendo em vista como a finalidade de obtenção de solução de uma determinada situação problema.

Dante (1989) afirma que:

> É preciso desenvolver no aluno a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia a dia, na escola ou fora dela. (DANTE, 1989, p. 11)

Nesse sentido a Resolução de Problemas, quando utilizada de maneira adequada, desenvolve no aluno a capacidade de criar um raciocínio lógico e, consequentemente, utilizar de forma inteligente e prática os recursos disponíveis com o intuito de propor soluções às questões, que sejam adequadas e aplicáveis à sociedade.

Com isso, a Resolução de Problemas é uma ferramenta fundamental para que o aluno alcance e desenvolva competências direcionadas ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática, e que possibilita ao mesmo ampliar sua capacidade de: criatividade, investigação, interpretação e indagação. Ressaltamos que, tais competências só poderão ser desenvolvidas quando o aluno é desafiado por meio de situações problemas que despertem seu interesse pelo estudo da Matemática.

3.1.2 A Resolução de Problemas nos documentos oficiais

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) a Resolução de Problemas é um processo de aprendizagem potencialmente rico para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático.

Segundo os PCNs a Resolução de Problemas é entendida como.

> [...] um caminho para o ensino de Matemática que vem sendo discutido ao longo dos últimos anos.
> A História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática. (BRASIL, 1997, p. 33)

Desta forma o uso de conhecimentos matemáticos por meio da Resolução de Problemas pode ser amplamente utilizado como método de ensino e aprendizagem, pois a partir de situações problemas planejadas adequadamente, o aluno torna-se capaz de ser instrumento gerador da sua própria aprendizagem tornando-se, dessa forma, independente, crítico e capacitado para construir sua própria estratégia com o objetivo de solucionar e aplicar o problema no cotidiano. Nesse contexto a utilização da Resolução de Problemas pode ser entendida como um ponto norteador do processo de ensino e de aprendizagem, pois quando o aluno resolve um problema, ele adquire a habilidade de elaborar estratégias que serão importantes para atingir os objetivos almejados no processo.

A Resolução de Problemas como eixo norteador do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, pode ser fundamentada nos seguintes princípios, conforme os PCNs:

> • o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
> • o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
> • aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática;
> • o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;
> • a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (BRASIL, 1997, p. 33)

Portanto, num contexto geral, se faz necessário desenvolver no aluno habilidades que possibilitem ao mesmo pôr à prova os resultados obtidos, testar seus efeitos e comparar diferentes estratégias, para obter a solução.

O fato de o aluno ser desafiado, e estimulado, a questionar a validade da sua própria resposta, a indagar sobre o problema, a transformar e aplicar certo problema em novos problemas aponta para uma concepção de ensino e de aprendizagem, não pela simples reprodução de conhecimentos, porém pelo caminho da ação pensada que constrói e aplica conhecimentos.

Por meio de estudos referentes as conceituações apontadas por alguns autores e pelos documentos oficiais a respeito da Resolução de Problemas matemáticos, elaboramos o quadro a seguir destacando tais conceitos.

Quadro 1: Conceituações da Resoluções de Problemas

AUTOR	ANO	CONCEITUAÇÕES
Dante	1989	Trata-se de um método que faz com que o aluno consiga pensar produtivamente. E por esta razão a Resolução de Problemas é considerada uma ferramenta fundamental da Matemática na educação básica.
Lupinacci	2004	A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática.
Onuchic e Allevato	2004	A Resolução de Problemas alcançou um lugar de destaque no currículo escolar devido sua importância em desenvolver no aluno a capacidade de resolver situações problemas, tornando desse modo o ensino de Matemática mais promissor.
PCNs	1997	É um caminho para o ensino de Matemática que vem sendo discutido ao longo dos últimos anos e que foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contexto.
Polya	1995	Trata-se de uma habilitação prática como, por exemplo, o é a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática.
Salin	2013	Resolução de Problemas é uma metodologia de ensino e aprendizagem pela qual o aluno terá a oportunidade de aplicar conhecimentos matemáticos já adquiridos em novas situações com o intuito de resolver um novo problema.
Sousa	2015	É uma importante ferramenta para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, instigando no aluno a capacidade de desenvolver o pensamento matemático, não se restringindo a meros exercícios.
Stanic e Kilpatrick	1989	A Resolução de Problemas pode ser definida por meio de três perspectivas: como contexto, como instrumento ou como uma arte.

Fonte: Elaborado pelo autor

O quadro 1 nos fornece conceituações bem sucintas sobre Resolução de Problemas, levando em consideração os documentos oficiais e alguns autores que estudaram sobre o tema. No presente trabalho utilizamos o conceito e o método, propostos por George Polya, pois notamos que a maioria dos autores que estudam este tema, constantemente o citam, portanto acreditamos que o ilustre autor é referência neste tema, sendo considerado por muitos o “Pai da Resolução de Problemas”.

3.1.3 Resolução de Problemas como metodologia

A humanidade, desde a antiguidade, se depara com situações problemas e busca maneiras de resolvê-las e, em se tratando de problemas matemáticos, os mesmos aparecem há mais de 3,5 milênios no Papiro de Rhind (BOYER, 1996).

No início do século XX, o ensino de Matemática baseava-se no método que primava pela repetição, em que a memorização era mais valorizada, ou seja, o professor explicava o conteúdo e o aluno reproduzia o que passivamente escutava. Nesse contexto o aluno era um sujeito passivo durante o processo de ensino e de aprendizagem. Porém, a partir da metade do século passado houve um crescente interesse de estudiosos, inclusive, muitos matemáticos, em introduzir a Resolução de Problemas no currículo escolar, por reconhecerem a importância da aprendizagem por meio da mesma, como forma de se contrapor ao que havia anteriormente.

Segundo Onuchic (1999), a Resolução de Problemas ganhou espaço no mundo inteiro a partir do final de 1970, vindo a se consolidar na década seguinte.

Neste mesmo período, nos Estados Unidos, foi elaborado pelo *National Council of Teachers of Mathematics*[3] (NCTM) o documento *An Agenda for Action*[4], com recomendações e diretrizes, destacando a uso da Resolução de Problemas, para o avanço da Matemática, conforme destacam Justulin e Sousa (2013).

> • o currículo, que se organizaria com base na resolução de problemas;
> • a expansão da linguagem matemática e processos, que não limitassem o potencial de aplicações matemáticas;
> • a sala de aula, ambiente onde a resolução de problemas pudesse prosperar;
> • os materiais curriculares, que deveriam ser adequados para se trabalhar a resolução de problemas em cada nível de escolaridade;
> • os programas de matemática dos anos 80, que deveriam envolver os estudantes, apresentando aplicações em todos os níveis;
> • a prioridade da pesquisa e investigações em Resolução de Problemas. (JUSTULIN e SOUSA, 2013, p. 4)

Ensinar Matemática por meio da Resolução de Problemas é uma tendência recente, comparada a outros métodos no campo da Educação Matemática (NUNES, 2010), onde o conteúdo a ser trabalhado é iniciado, com uma situação problema desafiadora, e as experiências vividas e os conhecimentos adquiridos anteriormente pelo aluno irão contribuir para a construção do novo conhecimento. Nesse sentido,

[3] Conselho Nacional de Professores de Matemática
[4] Agenda para Ação

ressaltamos que a Resolução de Problemas usada como ferramenta metodológica possibilita ao aluno desenvolver estratégias para explorar novos problemas e, além disso, faz com que o mesmo se torne criativo, crítico e independente.

Dante (1989) frisa que a utilização da Resolução de Problemas como ferramenta principal para alcançar os objetivos esperados nas aulas de Matemática, está atrelada à importância do professor desenvolver desde cedo essa prática, fazendo com que o aluno adquira uma familiaridade de como decorre o processo, tornando-se atento para com os mínimos detalhes com o intuito de criar suas próprias estratégias de resolução e aplicação do problema. Nesse contexto, os alunos participam diretamente da construção do seu conhecimento, os problemas são fundamentais não apenas para aprender o conteúdo matemático, mas, principalmente, para fazer a conexão com novos conceitos e novos conteúdos.

A Resolução de Problemas quando usada como metodologia de ensino e aprendizagem nos possibilita identificar como são aplicados os conceitos matemáticos, e também se traduz em uma forma dinâmica que proporciona o desenvolvimento do raciocínio do aluno, o motivando e desafiando a estudar Matemática. Por este motivo, tal método deve ser conhecido pelo professor com objetivo de usá-lo, porém o professor deve ter criatividade para estimular seus alunos a participarem ativamente do processo. Portanto, nessa visão um professor de Matemática que estimula seus alunos em sala de aula dando-lhes oportunidade de participar diretamente da construção dos seus conhecimentos, se torna uma peça chave no processo de ensino e aprendizagem, pois, desse modo, proporciona formas diferenciadas de construir conhecimentos, tornando seus alunos mais independentes, isso quer dizer que o professor passar a ser um mediador do conhecimento, tendo um papel de auxiliador e o aluno se sente mais importante no processo de aprendizagem.

3.1.4 Problema Matemático x Exercício Matemático

Segundo Dante (1989) um problema matemático é algo caracterizado como toda situação que necessita de uma descoberta de informações matemáticas relativamente novas para a pessoa que tenta resolvê-lo, explorá-lo e aplicá-lo. O importante é o fato de que o aluno tenha a possibilidade de construir estratégias e criar ideias, ou seja, pode até eventualmente ocorrer que o aluno conheça o objetivo pretendido, mas se ele ainda não tem os meios para atingi-lo, então estará enfrentando um problema matemático.

Por outro lado, conforme Dante (1989) um exercício matemático é uma atividade que segue um caminho previamente determinado, que se utiliza de uma habilidade meramente copiada, pois nesse caso o conhecimento já é conhecido pelo aluno, por exemplo, a aplicação de algum algoritmo conhecido ou o uso de uma fórmula preestabelecida, portanto o exercício matemático envolve mera aplicação enquanto o problema matemático necessariamente envolve desafio, raciocínio, invenção de estratégias e aplicações significativas.

Solucionar problemas representa para o aluno uma exigência cognitiva e motivacional extremamente maior do que a de resolver exercícios, pelo fato de que na maioria das vezes, os alunos, não habituados a resolver problemas, se mostram inicialmente retraídos e dessa maneira procuram transformá-los em exercícios rotineiros. Tendo em vista este pensamento, Polya (1995) afirma que.

> No ensino da Matemática, podem fazer-se necessários exercícios rotineiros, até mesmo muitos deles, mas deixar que os alunos nada mais façam é indesculpável. O ensino que se reduz ao desempenho mecânico de operações matemáticas rotineiras fica bem abaixo do nível do livro de cozinha, pois as receitas culinárias sempre deixam alguma coisa à imaginação e ao discernimento do cozinheiro, mas as receitas matemáticas não deixam nada disso a ninguém. (POLYA, 1995, p.124)

Nesse sentido, isso implica afirmar que os exercícios matemáticos nada mais são que situações que requerem do aluno somente um pouco de atenção e paciência para efetuar os cálculos necessários onde já se tem predefinido todo o caminho a ser percorrido, não necessitando de nenhuma estratégia ou ideia nova, pois o processo é meramente padronizado e mecânico, e em sua maior parte acabam sendo amplamente repetitivos.

É necessário fazermos claramente a distinção entre o que é um problema matemático e o que é um exercício matemático, como esclarece Dante (1989).

> *Exercício*, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas.
> *Problema* ou problema-processo é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução. A resolução de um problema-processo exige uma certa dose de iniciativa e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias. (DANTE, 1989, p. 43)

Nesse contexto, isso quer dizer que o exercício matemático possibilita ao aluno apenas a tarefa de praticar o que foi exposto pelo professor. No entanto, em sentido contrário um problema matemático é uma forma que necessita de descoberta de dados matemáticos e, principalmente, que motiva o aluno a pensar em uma estratégia de solução que não é tão óbvia, porém acessível e que no final proporciona ao mesmo uma satisfação em ter encontrado a solução.

Por fim, para consolidarmos a ideia da diferença entre problema e exercício matemático, elaboramos o quadro 2, com um exemplo significativo de problema matemático e exercício matemático.

Quadro 2: Diferença entre problema matemático e exercício matemático

Exercício Matemático	Problema Matemático
Resolver a equação do 2º grau $x^2 + 3x - 40 = 0$.	Os 40 alunos de uma classe sentam-se em n fileiras de carteiras, cada fileira com n+3 carteiras. Se não sobra carteira vazia, quantos alunos há em cada fileira?
A resolução de um exercício matemático pode não estimular a curiosidade do aluno, porém pode ser usado como atividade auxiliar.	O problema matemático estimula a curiosidade do aluno, fazendo com que ele se sinta desafiado a formular estratégias para solucionar o problema.
Os exercícios matemáticos, com exceção de alguns, apresentam apenas uma forma de resolução.	Os problemas matemáticos podem ser resolvidos de formas diferentes, pois cada aluno pode interpretar o problema de um modo, e isso não significa que a resolução esteja incorreta.
Os exercícios matemáticos, em sua maioria, não passam motivação para o aluno.	Os problemas matemáticos apresentam ao aluno uma motivação que os excita e desafia.

Fonte: Elaborado pelo autor

Assim, ao planejarmos nossas aulas de Matemática, devemos ter a sutileza de usarmos verdadeiros problemas que desafiarão o aluno de forma motivacional e que faça o mesmo pensar de modo produtivo e estrategicamente.

3.1.5 Como aplicar a Resolução de Problemas nas aulas de Matemática

Geralmente, ensinamos a resolver problemas matemáticos de um modo equivocado, usando um processo de exercícios repetitivos sobre o conteúdo que estamos trabalhando, com o intuito de fixá-lo, contribuindo dessa forma para um rendimento escolar baixo, desmotivando o aluno a estudar Matemática.

Durante o processo de ensino e aprendizagem os conceitos matemáticos devem ser trabalhados juntamente com a exploração do problema, ou seja, em situações em que o aluno busque desenvolver alguma estratégia de resolução. Com isso, ao iniciarmos a resolução de um problema é fundamental que comecemos pelo enunciado para que possamos ver o problema de forma geral, pois é essencial para o aluno entender a situação, entrar em conexão com o mesmo e compreender seu objetivo. Nessa primeira etapa é importante que fique bem claro o enunciado, que o aluno consiga interpretar os dados que o problema lhe fornece, o que ele pede e, principalmente, quais os caminhos que podem ser traçados para iniciar e concluir a resolução.

É fundamental que o professor busque fazer uma relação do problema que está sendo trabalhado com um anterior e, principalmente, mostrar sua ligação com o dia a dia fora da sala de aula, dando dessa maneira sentido e importância ao problema estudado. Sendo assim, é importante que o professor procure estimular e desenvolver no aluno a capacidade de percepção da utilidade de se resolver problemas.

Os benefícios de se trabalhar com a Resolução de Problemas em sala de aula são destacados pelos PCNs (1997), o aluno por meio do processo de resolução acumula conhecimentos, cria e desenvolve a capacidade de utilizar os dados que lhe são fornecidos, tanto dentro como fora do contexto escolar. Segunda Polya (1995, p. v), “O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta”. Nesse sentido o aluno tem a possibilidade de aumentar seu conhecimento matemático bem como concretizar sua autoconfiança.

Resolver um problema não é uma tarefa simples, pois segue uma série de procedimentos e sequências de operações com o objetivo de alcançar a solução desejada, isto é, a resposta não é obtida logo de imediato, porém pode ser estabelecida. De acordo com os PCNs (1997, p. 28) resolver um problema pressupõe que o aluno:

- elabore um ou vários procedimentos de resolução (como, por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses);

• compare seus resultados com os de outros alunos;

• valide seus procedimentos.

Na busca de resolvermos problemas, o objetivo não é apenas encontrar uma solução utilizando procedimentos adequados, ou muito menos compreender o que está sendo sugerido, mas também conseguir assimilar e dar uma resposta coerente que tenha sentido lógico. Dante (1989) sugere algumas maneiras de como o professor deve introduzir em sua aula de Matemática a Resolução de Problemas.

> Apresente um problema desafiador, real e interessante, e que não seja resolvido diretamente por um ou mais algoritmos. Dê um tempo razoável para que os alunos leiam e compreendam o problema. Facilite a discussão entre eles ou faça perguntas para esclarecer os dados e condições do problema e o que nele se pede. Procure certificar-se de que o problema está totalmente entendido por todos. Lembre-se de que uma das maiores dificuldades do aluno ao resolver um problema é ler e compreender o texto. (DANTE, 1989, p. 52)

É fundamental que o professor dê um tempo razoável para seus alunos trabalharem na solução do problema, pois a busca pela resolução não pode ser transformada em competição, o tempo gasto para pensar e trabalhar no problema é mais proveitoso do que o tempo sugado por instruções para resolvê-lo. Faz-se necessário que o professor crie entre os alunos um ambiente de busca, exploração e descoberta, certificando-se que mais importante que obter a resposta correta é pensar e trabalhar no problema o tempo que for necessário para encontrar a solução.

O professor ao ser indagado pelos alunos em relação ao problema, não deve dar respostas diretas, pois dessa maneira, o problema estará resolvido restando aos alunos a simples tarefa de executar os cálculos rápidos e automaticamente. Dante (1989, p. 53) lista algumas respostas que podem ser utilizadas pelo professor:

- Vamos pensar juntos;
- Pense um pouco mais;
- É realmente o que o problema está pedindo para fazer?
- Discuta isso um pouco com seu colega;
- Mostre ao seu colega o que você fez e peça para que ele também lhe conte como planeja resolver o problema.

Nesse sentido, tais respostas possibilitam aos alunos continuarem envolvidos com o problema, fazendo cada vez menos perguntas e tornando-se pouco a pouco mais independentes. Enquanto os alunos trabalham no problema, o professor deve percorrer a sala de aula com o intuito de ajudar, encorajando, descobrindo estratégias junto com o alunado, supondo pequenas dicas de como iniciar, deixando claro quais são os objetivos do problema e mostrando alguns dados, condições que podem ser usados no processo de resolução.

Segundo alguns autores como Dante (1989), Polya (1995), Onuchic e Allevato (2004), entre outros, há importantes benefícios na utilização de Resolução de Problemas nas aulas de Matemática, tais como:

- A Resolução de Problemas desenvolve no aluno habilidade de raciocínio lógico e lhe proporciona usar os dados disponíveis de maneira adequada;
- Resolução de Problemas estimula no aluno o sentido da importância e utilidade de se estudar Matemática, e por consequência, resolver problemas de certo modo dar sentido a Matemática;
- Solucionar problemas gera no aluno habilidades de explorador e criador de estratégias, sendo capaz de utilizar os procedimentos adquiridos em situações do seu dia a dia;
- Professores de Matemática que utilizam Resolução de Problemas como ferramenta didática, se tornam mais motivados e gratificados pelo êxito que seus alunos têm ao resolverem problemas e chegarem por conta própria à solução;
- Como consequência da aplicação, por meio da Resolução de Problemas, dos conceitos matemáticos ensinados pelo professor, os conteúdos tornam-se mais significativos para os alunos;
- Essa ferramenta metodológica possibilita uma interação positiva entre o professor e o aluno. Por meio da resolução de um problema desafiador os alunos se tornam mais encorajados e confiantes a questionar o professor e a se fazerem perguntas uns para outros em busca da solução.

Assim a Resolução de Problemas é considerada como uma metodologia de fundamental importância para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Porém é essencial que o professor, antes de tudo, planeje bem como ela será inserida e encaminhada nas aulas, e procure trabalhar com seus alunos não todo tipo de problemas, mas sim situações que eles possam colocar em prática tudo que aprenderam, para encontrar a solução do problema que até então não se sabe. Tais problemas devem ser adequados à necessidade do conteúdo e, principalmente, adequados à turma. Portanto, o ponto inicial do processo de ensino e de aprendizagem de Matemática não deve concentra-se somente nos conceitos, mas também na exploração de uma situação problema desafiadora.

Na próxima subseção destacaremos o processo de como resolver um problema, proposto por George Polya (1887-1985) que é considerado como uma das principais referências da Resolução de Problemas, em sua obra “A arte de resolver problemas”. Para Polya (1995), existem quatro fases principais de resolução, a saber: compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano e fazer o retrospecto ou verificação, as quais passaremos a detalhar.

3.1.6 Polya e as quatro fases da Resolução de Problemas

Polya (1995) ressalta que, para poder obter sucesso ao resolver problemas o aluno precisa seguir quatro fases primordiais que passaremos a detalhar e consequentemente notaremos porque essas etapas são de fundamental importância no processo de Resolução de Problemas. Não afirmaremos cegamente que se o aluno não seguir esses caminhos fielmente, ele não alcançará com êxito o objetivo esperado, no entanto se ele cumpre essas fases de resolução, o mesmo terá no horizonte uma ferramenta eficiente no momento da solução de problemas matemáticos, ou não.

A primeira fase da resolução de um problema é a **compreensão** do mesmo, pois é praticamente impossível de se resolver um problema onde não se compreendeu seu enunciado, esse fato se estende para qualquer campo de estudo. O aluno precisa compreender o problema, o que ele está pedindo ou do que se trata, pois caso contrário, certamente todas as outras etapas serão comprometidas. Essa primeira etapa está subdividida em dois estágios, como afirma Polya (1995, p. 4) “a Compreensão do Problema está subdividida em dois estágios: Familiarização e Aperfeiçoamento”.

A etapa seguinte é o **estabelecimento de um plano** que pode ser caracterizado quando sabemos em geral, quais as contas, os cálculos ou os desenhos que precisamos executar. O feito fundamental na resolução de um problema é a obtenção da ideia de um plano, que pode surgir repentinamente após tentativas frustradas ou gradualmente onde precisamos de algum tempo e disposição para um planejamento. Quando a ideia surge repentinamente, num lampejo, não há muito a se fazer, bastando apenas ter cuidado com distrações que podem surgir, porém se não tivermos esse lampejo de sorte temos que construir mecanismos, capazes de gerar ideias que irão facilitar no estabelecimento do plano. Segundo Polya (1995, p. 5) “A melhor coisa que pode um professor fazer por seu aluno é propiciar-lhe, discretamente, uma ideia luminosa”.

A terceira etapa é a **execução do plano**, pois quando compreendemos o problema e conseguimos estabelecer uma ideia de resolução, restará apenas colocar esse plano em ação, e, para isso, temos que ter paciência para executarmos o plano com sucesso. Nesta etapa o foco principal é a paciência e a concentração para que não reste nenhum ponto onde possa ocultar-se um erro. Conforme Polya (1995, p. 8) “Executar o plano é muito mais fácil; paciência é o de que mais se precisa”.

A última e quarta fase, e não menos importante, da resolução de um problema é o **retrospecto**, está etapa é essencial e instrutiva, pois consolida o conhecimento e aperfeiçoa a capacidade de resolver problemas. Nesta última etapa muitos alunos razoavelmente bons se perdem por considerarem que a solução encontrada é satisfatória para o problema, sendo assim, se o aluno tiver em mente que nenhum problema fica completamente esgotado, que sempre tem mais alguma coisa a ser feito, ele dificilmente cometerá erro na última etapa da resolução. Polya (1995, p. 10) afirma que “Com estudo e aprofundamento, podemos melhorar qualquer resolução e, seja como for, é sempre possível aperfeiçoar a nossa compreensão da resolução”.

A seguir pontuaremos de acordo Polya (1995) cada uma dessas etapas, que, de um modo geral, contribuirão para a resolução dos problemas de Geometria propostos neste trabalho.

- **Compreensão do Problema;**

É perda de tempo responder a uma pergunta que não tenha sido compreendida, por isso a compreensão do problema proposto é de fundamental importância. Este fato se estende para sala de aula onde cabe ao professor evitar que ele ocorra e para tal objetivo, tem que instigar nos seus alunos o interesse pela situação, pois os mesmos precisam compreender o problema e, consequentemente, desejarem resolvê-lo. Com isso, quando se propõe um problema, ele deve ser bem escolhido, nem muito fácil nem muito difícil, deve ser natural e interessante, pois o importante no problema é causar um ar de desafio para quem irá tentar solucioná-lo. Com esse propósito, ainda segundo Polya (1985), o professor pode fazer as seguintes indagações que ajudam na compreensão do problema:

- *Qual a incógnita?*

- *Quais são os dados?*

- *Qual é a condicionante?*

- *É possível satisfazer à condicionante?*

- *A condicionante é suficiente para determinar à incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória?*

- *Além disso, solicite que: trace uma figura -- Adote uma notação adequada -- Separe as diversas partes da condicionante -- É possível anotá-las?*

Essas indagações tornam a compreensão do problema mais fácil. Para maior entendimento vamos ilustrar alguns pontos que tratamos acima, com o seguinte problema, extraído do livro "A Arte de Resolver Problemas" de George Polya (1995): "*Calcular a diagonal*[5] *de um paralelepípedo retângulo do qual são conhecidos o comprimento, a largura e a altura*". (POLYA, 1995, p. 5)

Para discutir com proveito este problema, os alunos precisam conhecer o Teorema de Pitágoras e algumas das suas aplicações à Geometria Plana, porém lhes é suficiente um conhecimento sistemático superficial da Geometria Espacial. O professor pode contar com uma pequena familiaridade dos alunos com as relações espaciais.

Para tornar o problema mais interessante aos alunos o professor pode tomar como exemplo a sala de aula que tem formato de um paralelepípedo retangular cujas dimensões podem ser medidas, ou estimadas e, os alunos devem medir intuitivamente a diagonal da sala de aula, com a ajuda do professor, fornecendo a medida do comprimento, da largura e da altura da sala de aula.

---

[5]Diagonal é um segmento de reta que uni dois vértices que não são consecutivos, de um poliedro ou de um polígono.

O diálogo entre o professor e seus alunos pode começar da seguinte maneira segundo Polya (1995):

- *Qual é a incógnita?*

- O comprimento da diagonal de um paralelepípedo.

- *Quais são os dados?*

- O comprimento, a largura e a altura do paralelepípedo.

- *Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?*

- x.

- *Quais as letras que escolheria para o comprimento, a largura e a altura?*

- a, b e c.

- *Qual é a condicionante que relaciona a, b e c com x?*

- x é a diagonal do paralelepípedo no qual a, b e c são, respectivamente, o comprimento, a largura e a altura.

- Trata-se de um problema razoável? Ou seja, a condicionante é suficiente para determinar à incógnita?

- Sim, ele é razoável. Se conhecermos a, b e c, conheceremos o paralelepípedo. Se o paralelepípedo ficar determinado, a sua diagonal também ficará.

- **Estabelecimento de um plano**

Ao estabelecermos um plano significa que, pelo menos de um modo geral, compreendemos o problema, voltando a situação problema da diagonal do paralelepípedo, identificamos os dados, sabemos os cálculos e os desenhos que precisamos executar. Com isso, nos resta elaborar uma estratégia para podermos encontrar o valor desconhecido.

Como já foi dito anteriormente o estabelecimento de um plano, ou seja, a concepção da ideia do plano, pode se dar de modo gradativo ou aparecer repentinamente, num lampejo, como uma ideia brilhante, porém quando essa ideia brilhante não surge imediatamente temos que ter paciência e motivação para criar meios para obtê-la. Sabemos, naturalmente, que é muito difícil uma boa ideia surgir se pouco sabemos do assunto, e que é impossível tê-la se nada soubermos dele. Polya (1995) afirma que.

> As boas idéias são baseadas na experiência passada e em conhecimentos previamente adquiridos. Para uma boa idéia, não basta à simples recordação, mas não podemos ter nenhuma idéia boa sem relembrar alguns fatos pertinentes. (POLYA, 1995, p.6)

Nesse sentido precisamos encontrar uma conexão entre incógnita e os dados do problema, e se não pudermos encontrar essa conexão imediata, podemos considerar problemas auxiliares, ou seja, problemas anteriores que nos auxiliarão a chegarmos a um plano para resolução. Assim como na primeira etapa Polya (1995) elaborou alguns questionamentos que podem nos auxiliar nessa segunda etapa, que são:

- Já o viu antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente?

- Conhece um problema correlato? Conhece um problema que lhe poderia ser útil?

- Conhece a incógnita! E procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante.

- Eis um problema correlato e já antes resolvido? É possível utilizá-lo? É possível utilizar o seu resultado? É possível utilizar o método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização?

- É possível reformular o problema? É possível reformulá-lo ainda de outra maneira? Volte às definições.

- Se não puder resolver o problema proposto, procure antes resolver algum problema correlato.

- É possível imaginar um problema correlato mais acessível?

- Um problema mais genérico? Um problema mais especifico? Um problema análogo? É possível resolver uma parte do problema?

- Mantenha apenas uma parte da condicionante, deixe a outra de lado; até que ponto fica assim determinado à incógnita? Como pode ela variar?

- É possível obter dos dados alguma coisa de útil?

- É possível pensar em outros dados apropriados para determinar à incógnita?

- É possível variar a incógnita, ou os dados, ou todos eles, se necessário, de tal maneira que fiquem mais próximos entre si?

- Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante? Levou em conta todas as noções implicadas no problema?

Agora vamos utilizar estes questionamentos para dar prosseguimento ao problema da diagonal do paralelepípedo.

- *Então, qual é a incógnita*?

- A diagonal de um paralelepípedo.

- *Conhece algum problema que tenha a mesma incógnita?*

- Não. Ainda não resolvemos nenhum problema em que entrasse a diagonal de um paralelepípedo.

- *Repare, a diagonal é um segmento, um segmento de reta. Nunca resolveu um problema cuja incógnita fosse o comprimento de uma linha?*

- *Claro que já resolvemos desses problemas. Por exemplo, calcular um lado de um triângulo retângulo.*

Vamos destacar nesta parte do diálogo, o fato do aluno já ter tido contato com um problema semelhante ao que está sendo proposto. Daí, o professor perceberá que o aluno está indo no caminho correto da resolução quando o mesmo conseguir relacionar o triângulo retângulo com o paralelepípedo do problema, dando assim, continuidade as indagações.

- *Não gostaria de ter um triângulo na figura?*

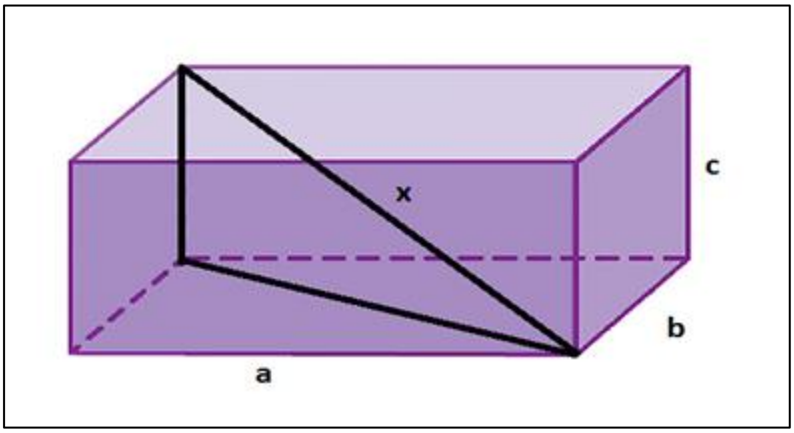
- Que tipo de triângulo gostaria de ter na figura?

- Não pode ainda calcular diagonal, mas já disse que é capaz de calcular o lado de triângulo. Então, o que fará agora?

- Poderia calcular a diagonal se ela fosse o lado de um triângulo?

- Acho que foi uma boa ideia traçar aquele triângulo. Agora tem um triângulo, mas a incógnita?

Figura 1: Paralelepípedo com representação de um triângulo retângulo.



Fonte: www.google.com.br/search?q=imagens+de+paralelepipedo+retangulo. *Acesso em 17 de janeiro de 2018.*

- A incógnita é a hipotenusa do triângulo. Podemos calculá-la pelo Teorema de Pitágoras.

- Sim, se forem conhecidos os dois catetos. Mas não são?

- Um cateto é dado, é c. O outro parece que não é difícil de achar. Sim, o outro cateto é a hipotenusa de um outro triângulo retângulo.

- Muito bem! Agora vejo que já tem um plano.

- **Execução do plano;**

Conceber um plano, a ideia da resolução não é fácil, porém executar o plano é muito mais fácil, pois paciência é o que de mais se precisa. Nessa etapa precisamos está atentos a cada passo da resolução. Segundo Polya (1995, p. XIII) "Ao executar o seu plano de resolução, *verifique cada passo*. É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?".

Retornando ao problema no ponto em que o deixamos, o professor percebeu que o aluno conseguiu ter a ideia de resolução, isto é, o aluno identificou o triângulo retângulo no qual a incógnita **x** é a hipotenusa e a altura dada **c** é um dos catetos, o outro cateto é a diagonal de uma face do paralelepípedo. O professor deve, possivelmente, insistir para que o aluno adote uma notação apropriada. O aluno pode escolher **y** para denotar o outro cateto, que é a diagonal da face cujos lados são **a** e **b**; assim conseguirá perceber com maior clareza a ideia da resolução, que consiste em inserir um problema auxiliar cuja incógnita será **y.** Por fim, calculando um triângulo após outro, ele poderá chegar à figura 1 e por consequência fará:

$$x^2 = y^2 + c^2 \qquad (1)$$

$$y^2 = a^2 + b^2 \qquad (2)$$

E daí, eliminando a incógnita auxiliar y,

$$x^2 = a^2 + b^2 + c^2 \quad (3)$$

$$x = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \quad (4)$$

Nos cálculos algébricos anteriores, sabemos que em (2), o quadrado da hipotenusa **y** é igual à soma dos quadrados dos catetos **a** e **b** (Teorema de Pitágoras), então podemos em (1) substituir $\mathbf{y^2}$ por $\mathbf{a^2 + b^2}$ resultando em (3) e por fim extraindo a raiz quadrada obtemos (4) que é expressão que nos fornece o valor da incógnita **x**, isto é, da diagonal da figura1.

O professor não terá motivo para interromper o aluno se este executar corretamente as operações, a não ser, possivelmente, para alertá-lo de que deverá verificar cada detalhe. Com isso, neste passo o professor irá ter certeza que seu aluno conseguiu atingir o objetivo da resolução, restando-lhe agora ficar atento na execução dos cálculos.

- **Retrospecto.**

A esta altura da resolução o aluno já terá passado por todas as etapas anteriores do processo. Ele escreveu a resolução verificando cada passo, e, por isso, tem bons motivos para crer que resolveu corretamente seu problema, mas é sempre possível haver algum erro, principalmente por distração, pois o aluno está convicto que fez tudo que deveria ser feito. No entanto poderá cometer erros, especialmente se o argumento for longo e trabalhoso, daí a importância da verificação. Segundo Polya (1995), nesta última etapa é importante que façamos as seguintes indagações:

- Examine a solução obtida.

- É possível verificar o resultado?

- É possível verificar o argumento?

- É possível chegar ao resultado por um caminho diferente?

- É possível perceber isto num relance?

- É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

Estas indagações produzem diversos efeitos positivos, pois por meio do retrospecto surge uma oportunidade natural de investigar a solução de um problema. Um bom aluno não poderá deixar de se impressionar pelo fato de que a resolução por ele feita passou por vários testes. O aluno ficará convicto de está correta a resolução, porque ele a planejou e executou cuidadosamente, e esse modo de proceder o auxiliará em situações futuras, inclusive de outras disciplina.

3.2 Etnomatemática

Nesta seção discutiremos os conceitos da Etnomatemática na opinião de alguns estudiosos, e destacaremos sua importância como tendência da Educação Matemática.

3.2.1 A Etnomatemática na visão de alguns autores

Ao iniciarmos uma discussão sobre Etnomatemática é importante tecer algumas considerações de natureza mais geral, que servirão para definir o contexto teórico de nossa abordagem, nossa visão em relação ao estudo da Matemática, à sua história e ao seu ensino, para tal, é importante reconhecer a Etnomatemática como um programa de pesquisa na área da Educação Matemática, que se propõe caminhar juntamente com a prática escolar.

A Educação Matemática no mundo, inclusive no Brasil, passou por vários períodos, que perpassaram, por novos métodos, novas propostas curriculares; e assim, relevantes discussões sobre seus objetivos fizeram da mesma uma área com importantes contribuições para o ensino da Matemática. Por isso, é necessário repensar o rumo da educação, almejando-se uma nova postura educacional, na busca de um ensino e de uma aprendizagem que substitua a forma tradicional já desgastada. Nesse sentido, buscamos uma educação que estimule e motive o desenvolvimento do cidadão, conduzindo-o a novas formas de relações interculturais pertencentes ao contexto social em que vive. Conforme D'Ambrósio (1993), a Matemática é, desde o século XX, uma disciplina muito valorizada nos sistemas educacionais, e tem sido a forma de pensamento mais estável da tradição mediterrânea que perdura até os dias atuais, como manifestação cultural que se impôs de forma inconteste, às demais.

Enquanto nenhuma religião, nenhuma língua, nenhuma culinária e nenhuma medicina, se universalizaram, a Matemática universalizou-se principalmente, pela sua forma de quantificar, de medir e de ordenar, mostrando, assim, o modo de pensamento do ser humano, sendo ele lógico, prático e racional, identificando sua própria espécie, capaz de pensar e criar conforme a necessidade do grupo social a que pertence. Com isso, a partir dessa universalização, começaram a surgir críticas sociais com relação à Educação Matemática no final do século passado, vindo à tona, assim, estudos importantes sobre o ensino de Matemática, dando origem a congressos, conferências e comissões internacionais, que trataram sobre o tema.

Dentre esses eventos, ganhou significativo destaque o 5º Congresso Internacional de Educação Matemática, que foi realizado em Adelaide, Austrália, em agosto de 1984, que mostrou uma tendência crescente sobre preocupações socioculturais nas discussões sobre Educação Matemática, segundo D'Ambrósio (1993).

> Questões sobre "Matemática e sociedade", "Matemática para todos" e mesmo a crescente ênfase na "História da matemática e de sua pedagogia", as discussões de metas da educação matemática subordinadas às metas gerais da educação e sobretudo o aparecimento da nova área, a etnomatemática, com forte presença de antropólogos e sociólogos, são evidências da mudança qualitativa que se nota nas tendências da educação matemática. (D'AMBRÓSIO, 1993, p. 12, grifos do autor)

Por meio de inúmeros debates e discussões nesses congressos, com a participação não somente de matemáticos, mas também de sociólogos e de antropólogos, surge à preocupação sobre uma Educação Matemática voltada para as relações socioculturais. Nesse cenário, Ubiratan D'Ambrósio, passou a ser considerado como o precursor da teorização da Etnomatemática.

Conforme D'Ambrósio (1993) a Etnomatemática pode ser entendida no campo etimológico da seguinte forma:

> [...] *etno* é hoje aceito como algo muito amplo, referente ao contexto cultural, e portanto inclui considerações como linguagem, jargão, códigos de comportamento, mitos e símbolos; *matema* é uma raiz difícil , que vai na direção de explicar, de conhecer, de entender; e *tica* vem sem dúvida de *techne*, que é a mesma raiz de arte ou técnica. Assim, poderíamos dizer que etnomatemática é a arte ou técnica de explicar, de conhecer, de entender nos diversos contextos culturais. (D'AMBRÓSIO, 1993, p. 5)

Para Ferreira e Imenes (1986, p. 4), "etnomatemática é matemática incorporada na cultura popular". Portanto, nesse sentindo, a Etnomatemática é a própria Matemática enraizada no contexto sociocultural de uma determinada população.

Segundo Borba (1988, p. 20), “a etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, como sociedades tribais, grupos de trabalho ou grupos de moradores”, e, sendo assim, a Etnomatemática é vista como um campo de conhecimento intimamente vinculado a um grupo social, e a seus interesses, estando dessa forma rigorosamente ligada a sua realidade, sendo expressa por meio de uma linguagem, geralmente diferenciada das usadas pela Matemática dita formal.

Para Gerdes (2012, p. 49 apud Huntig, 1985), “a etnomatemática é a matemática usada por um grupo cultural definido na solução de problemas e atividades do dia a dia”. Nesse sentido, a Etnomatemática é uma Matemática usada por certos grupos de indivíduos como uma ferramenta que os auxiliam em suas atividades diárias, na solução de situações corriqueiras do cotidiano.

D’Ambrósio (2017), usa a denominação “Programa Etnomatemática” no sentido de procurar entender o saber/fazer matemático ao longo da história da humanidade. O referido autor justifica o uso dessa denominação, ao fato de ter uma preocupação com as tentativas de se propor uma epistemologia, e, como tal uma explicação final da Etnomatemática. D’Ambrósio (2017) afirma que:

> Ao insistir na denominação Programa Etnomatemática, procuro evidenciar que não se trata de propor uma outra epistemologia, mas sim de entender a aventura da espécie humana na busca de conhecimento e na adoção de comportamentos. (D’AMBRÓSIO, 2017, p. 17)

Assim, a partir das conceituações citadas anteriormente, é possível esclarecermos que a Etnomatemática é um programa que tem por objetivo entender o saber/fazer matemático de grupos sociais distintos, dando importância à geração, à organização e à transmissão de conhecimentos, assim como a suas crenças, a seu próprio modo de matematizar e a seu modo de viver.

3.2.2 A Etnomatemática nos Documentos Oficiais

Conforme a BNCC (2017), a Matemática, por meio da combinação de suas diversas áreas, tais como: Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade, precisa garantir que os alunos relacionem conhecimentos empíricos adquiridos no mundo real a representações matemáticas como: tabelas, figuras e esquemas; e, assim, associem essas a uma atividade matemática, fazendo induções e conjecturas. Nesse sentindo, podemos alcançar tal objetivo por meio da Etnomatemática, pois, a mesma, como vimos anteriormente, pode ser uma ferramenta de ligação entre a sala de aula e o dia a dia do aluno.

Segundo os PCNs, dentre os trabalhos que ganharam expressão nas últimas décadas, destaca-se o Programa Etnomatemática, com suas propostas alternativas para o ensino de Matemática.

> Tal programa contrapõe-se às orientações que desconsideram qualquer relacionamento mais íntimo da Matemática com aspectos socioculturais e políticos — o que a mantém intocável por fatores outros a não ser sua própria dinâmica interna. (BRASIL, 1997, p. 21)

Neste sentido, as propostas da Etnomatemática para o ensino de Matemática pautam-se no ponto de partida que se inicia na realidade onde o aluno está inserido e chega à ação pedagógica de forma natural, mediante um enfoque cognitivo com extrema fundamentação cultural.

Por fim, usando as conceituações sobre Etnomatemática citadas anteriormente, elaboramos o quadro a seguir com o intuito de sintetizarmos tais conceitos.

Quadro 3: Conceitos sobre Etnomatemática

Autor	Ano	conceituação
Borba	1988	Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, como sociedades tribais, grupos de trabalho ou grupos de moradores.
Ubiratan D’Ambrósio	1993	Etnomatemática é a arte ou técnica de explicar, de conhecer, de entender nos diversos contextos culturais.
Ferreira	1986	Etnomatemática é matemática incorporada na cultura popular.
Huntig	1985	A Etnomatemática é a matemática usada por um grupo cultural definido na solução de problemas e atividades do dia a dia.
PCNs	1997	É um Programa de Pesquisa que se destaca por meio de suas propostas alternativas para a ação pedagógica.

Fonte: Elaborado pelo autor

Assim, levando em consideração os conceitos expostos no quadro 3, podemos utilizar a Etnomatemática para fazer a ligação entre os conteúdos matemáticos e o contexto sócio, cultural, econômico e politico vividos por alunos oriundos de comunidades quilombolas do Estado do Pará.

3.2.3 A Etnomatemática na dimensão educacional

A Etnomatemática é uma tendência da Educação Matemática que tem como objetivo maior, reconhecer, valorizar e utilizar a Matemática não acadêmica praticada por diferentes grupos culturais. Porém, a proposta da Etnomatemática não significa a rejeição da Matemática formal, pois querendo, ou não, conhecimentos matemáticos, como por exemplo, os que se apoiavam em Pitágoras e seus companheiros, foram essenciais para o desenvolvimento do mundo.

Atualmente, esses conhecimentos são usados na sociedade moderna, e fazem parte do nosso dia a dia e, que, por isso, não devem ser rejeitados, mas, precisam ser aprimorados de maneira que sejam incorporados aos mesmos, valores de humanidade, sintetizados numa ética de respeito, solidariedade e cooperação entre as pessoas. D’Ambrósio (2017) afirma que:

> A proposta pedagógica da etnomatemática é fazer da matemática algo vivo, lidando com situações reais no tempo [agora] e espaço [aqui]. E, através da crítica, questionar o aqui e agora. Ao fazer isso, mergulhamos nas raízes culturais e praticamos dinâmica cultural. (D’AMBRÓSIO, 2017, p. 46)

O fato de reconhecer e respeitar a Matemática não formal praticada por diferentes grupos culturais faz com que o ensino de Matemática, por meio da Etnomatemática aplicada em sala de aula, seja um ensino intercultural, sem preconceitos. Nesse sentido, D’Ambrósio (2017, p. 42) afirma que, “reconhecer e respeitar as raízes de um indivíduo não significa ignorar e rejeitar as raízes do outro, mas, num processo de síntese, reforçar suas próprias raízes”.

A Etnomatemática visa o raciocínio qualitativo, focaliza sempre numa questão maior, de natureza ambiental ou de produção, e raramente se apresenta desvinculada de outras manifestações culturais como, por exemplo, da arte e da religião.

A título de exemplos, podemos citar a utilização do cotidiano de fazer compras, para ensinar Matemática, que mostra práticas do cálculo aritmético, adquiridas fora do ambiente escolar, em uma verdadeira Etnomatemática da

Matemática Financeira, e casas construídas por “Pedreiros”, sem um Curso de Engenharia, que revela uma extraordinária Etnomatemática da Geometria. Dessa maneira, é de fundamental importância reconhecer o conhecimento do educando, construído dentro de seu contexto sócio, cultural e econômico, relacionando-o com os saberes matemáticos adquiridos em sala de aula. Monteiro e Junior (2001) afirmam que.

> [...] um processo educacional significativo inicia-se com a interação de escola e comunidade. É fundamental para os profissionais envolvidos na escola a disposição de conhecer e reconhecer os valores culturais da comunidade em que está inserida, assim como conhecer os problemas e as diferentes soluções encontradas pelo grupo. (MONTEIRO e JUNIOR, 2001, p. 55)

Nesse sentido, os professores precisam se adequar à cultura em que a escola está inserida, assim como a de seus alunos, pois, dessa forma, poderão usar os conhecimentos trazidos por eles para enriquecer suas aulas. Além disso, cada indivíduo é integrante de um grupo social que tem uma maneira diferente de viver, com seus costumes, crenças, isto é, cada grupo tem seus saberes matemáticos que devem ser levados em consideração na hora do ensino formal nas instituições.

Conforme os PCNs (1997, p. 25), “a pluralidade de etnias existentes no Brasil, que dá origem a diferentes modos de vida, valores, crenças e conhecimentos, apresenta-se para a educação matemática como um desafio interessante”. Assim, cabe ao professor e à escola valorizar o conhecimento trazido pelo educando, de forma que possam relacioná-lo com os saberes formais, conduzindo para uma aprendizagem satisfatória e com significados realmente práticos, pois o interessante é aplicar a Matemática voltada para o contexto vivido pelo aluno.

3.3 Geometria

Nesta seção faremos um breve relato da história da Geometria, abordaremos alguns conceitos de Geometria com o intuito de relembrarmos alguns axiomas, definições e proposições que serão pertinentes à pesquisa deste trabalho, e em seguida trataremos do ensino da Geometria na Educação Básica segundo os documentos oficiais.

3.3.1 Um breve relato sobre a história da Geometria

A Geometria vem sendo estudada desde os primórdios da humanidade por grandes pensadores como Aristóteles, Heródoto, Platão, Pitágoras entre outros. Mas não se pode precisar a partir de qual período foi criada, pois diversos pesquisadores possuem opiniões diferentes de como, quando e o lugar em que a mesma surgiu. Conforme Boyer (1996, p. 4), “os primórdios do assunto são mais antigos que a arte de escrever”.

Duas teorias que defendem a razão pela qual se iniciou o estudo da Geometria são as elaboradas por Heródoto (485 a.C. – 425 a.C.) e por Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.), e, em ambas, é defendido que a Geometria surgiu no Egito, mas de formas diferentes. Segundo Boyer (1996).

> Heródoto mantinha que a geometria se originava no Egito, pois acreditava que tinha surgido da necessidade prática de fazer novas medidas de terra após cada inundação anual do vale do rio. Aristóteles achava que a existência no Egito de uma classe sacerdotal com lazeres é que tinha conduzido ao estudo da geometria. (BOYER, 1996, p. 4)

Não podemos argumentar de forma contrária às teorias de Heródoto e de Aristóteles quanto aos motivos que levaram ao surgimento da Geometria, porém é possível perceber que ambos subestimaram a idade do assunto. De acordo com Boyer (1996), o homem neolítico pode não ter tido momentos de lazer e muito menos a necessidade de medir terras, mas seus desenhos e figuras nas paredes de cavernas sugerem uma preocupação com relações espaciais que apontam para a Geometria.

Dois dos principais documentos históricos comprovam os conhecimentos geométricos das antigas civilizações, são eles, os papiros de Moscou (1850 a. C.) e Rhind ou Ahmes (1650 a. C.). Estudos realizados nesses documentos constataram que os egípcios detinham vários conhecimentos em Geometria e, por exemplo, resolviam problemas relacionados ao cálculo de áreas.

De acordo com Eves (2004), vinte e seis dos 110 problemas dos papiros de Moscou e Rhind são de Geometria. Conforme Boyer (1996), o papiro de Ahmes contém problemas geométricos como, por exemplo, o problema 51 que mostra o cálculo da área de um triângulo isósceles por meio da multiplicação da metade da medida que hoje é chamada de base pela medida da altura; e o problema 52 que trata da área do trapézio isósceles de maneira semelhante.

Contudo, a Geometria vista como ciência teve início a partir dos trabalhos de Euclides de Alexandria, cuja principal obra foi “Os elementos”, composto por 13 livros ou capítulos, dos quais os seis primeiros são dedicados à Geometria elementar, do sétimo ao nono trata-se de teoria dos números, o décimo livro refere-se aos incomensuráveis e os três últimos são sobre Geometria no espaço. Segundo Boyer (1996, p. 69), “Da natureza de seu trabalho, pode-se presumir que tivesse estudado com discípulos de Platão, se não na própria academia”, o que faz muito sentido, pois Platão também se dedicou ao estudo da Geometria, e por meio de pesquisas constatou a necessidade de demonstrações mais rigorosas, que posteriormente serviram de base para Euclides.

Segundo Nascimento (2013), a partir de então, surge a Geometria Euclidiana com seus axiomas, teoremas e demonstrações; que também seria conhecida como Geometria Plana, que como o próprio nome já indica, teve Euclides como principal mentor.

Assim, podemos perceber que estudos em Geometria sempre estiveram relacionados à maneira que o homem olha o mundo, seja por necessidade ou mesmo por uma simples curiosidade. Com isso, podemos afirmar que um conhecimento em Geometria, desde uma simples medição até o uso de um teorema para solucionar um problema mais sofisticado, é indispensável à formação e ao desenvolvimento do ser humano.

3.3.2 O ensino de Geometria segundo os documentos oficiais

Segundo a BNCC (2017) o conhecimento matemático é fundamental para todos os estudantes da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade moderna, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais. Em relação à Geometria a BNCC diz que.

> A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. (BRASIL, 2017, p. 269)

Assim, nesse sentido a Geometria não pode ser tratada como uma mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas, ela deve ser usada para solucionar problemas do cotidiano, contribuindo, dessa forma, diretamente para a formação do cidadão para o convívio em sociedade.

Conforme os PCNs (1997) os conceitos geométricos constituem parte fundamental do currículo de Matemática na Educação Básica, pois, por meio deles, o educando desenvolve um pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Assim, a Geometria é um campo propício para se trabalhar com situações problemas voltadas para o dia a dia do aluno, de acordo com os PCNs.

> A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. (BRASIL, 1997, p. 39)

Além disso, se a Geometria for explorada a partir de objetos do mundo físico, de atividades práticas, pinturas, desenhos, construções e artesanato, ela permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Assim, o papel que a Matemática desempenha na formação básica do cidadão brasileiro é de suma importância, pois, falar em formação básica para a cidadania significa falar da inserção do aluno no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura, no âmbito da sociedade brasileira.

3.3.3 Fundamentação teórica básica de Geometria

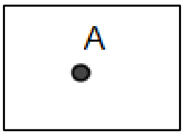
A Geometria Plana tem suas bases em três elementos primitivos, a saber: Ponto, Reta e Plano. A partir desses elementos podemos estabelecer definições para outros elementos geométricos, que abordaremos nesta seção.

Elementos Primitivos

Os elementos primitivos são aceitos sem definição e servem de base para a formulação de outros elementos mais elaborados.

Ponto: representado por letras maiúsculas do nosso alfabeto A, B, C, D, etc. É importante a ideia de que um ponto não possui dimensão, e que se pode ainda concebê-lo como ente formador dos demais entes geométricos.

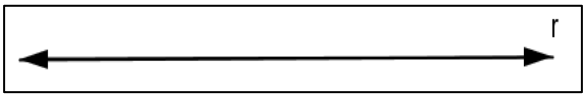
Figura 2: Representação de ponto



Fonte: Autor

Reta: representada por letras minúsculas do nosso alfabeto r, s, t, etc. Que pode ser imaginada como uma estrada sem curvas e ilimitada.

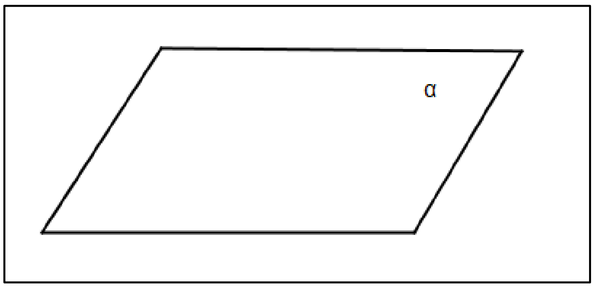
Figura 3: Representação de reta



Fonte: Autor

Plano: representado, em geral, por letras gregas minúsculas α, β, π, etc. Um plano, assim como uma reta, deve ser considerado ilimitado, mas a título de melhor visualizá-lo comumente apresentamos na forma da figura 4.

Figura 4: Representação de plano



Fonte: Autor

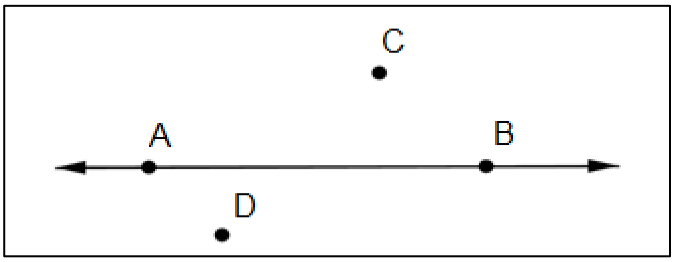
Na Geometria, além dos elementos primitivos mencionados anteriormente, temos também os axiomas[6], as proposições, as definições e etc.; que passaremos a descrever.

---

[6] Axioma é uma proposição admitida como verdade sem necessidade de demonstração, mas cujo caráter é aparente.

Axioma 1: Qualquer que seja a reta existem pontos que pertencem à reta e pontos que não pertencem à reta.

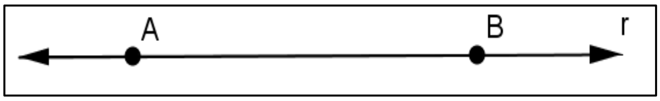
Figura 5: Existência de pontos na reta e fora dela



Fonte: Autor

Axioma 2: Dados dois pontos distintos existe uma única reta que contém estes pontos.

Figura 6: Unicidade de uma reta que passa por dois pontos

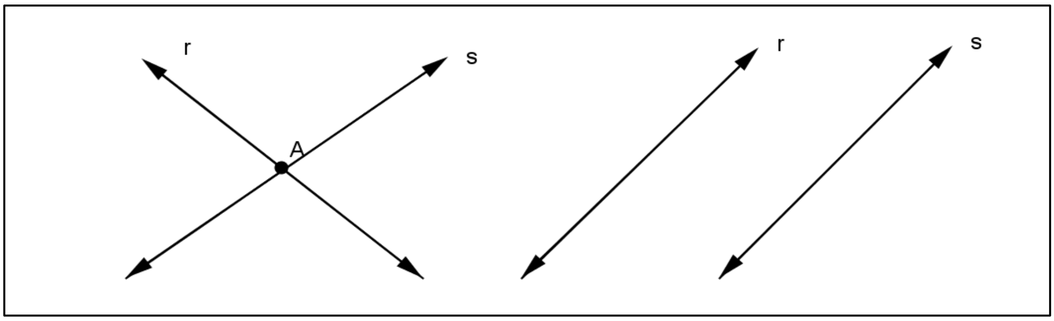


Fonte: Autor

Observação: Quando duas retas têm um ponto em comum diz-se que elas são concorrentes e se interceptam ou que elas se "cortam" naquele ponto.

Proposição 1: Duas retas distintas ou não se interceptam ou se interceptam em um único ponto.

Figura 7: Posição entre duas retas

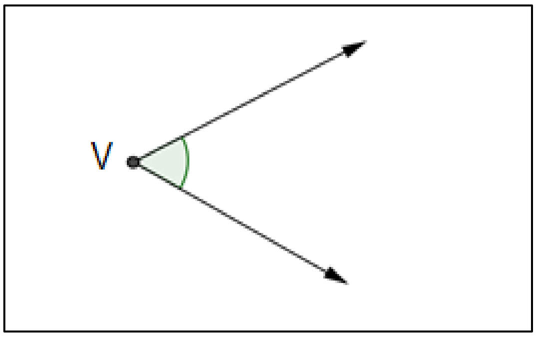


Fonte: Autor

Prova: Sejam r e s duas retas distintas. A interseção destas duas retas não pode conter dois ou mais pontos, pois caso contrário, pelo axioma 2, elas coincidiriam. Logo a interseção de r e s é vazia ou contém apenas um ponto.

Definição 1: Chamamos de *ângulo* à figura formada por duas semirretas com a mesma origem.

Figura 8: Ângulo

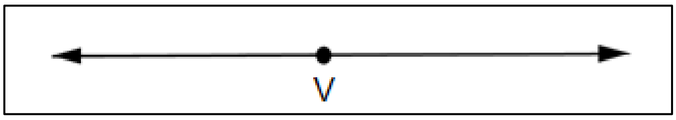


Fonte: Autor

Observação: As semirretas são chamadas de *lados* do ângulo e a origem comum, de *vértice* do ângulo.

Observação: Um ângulo formado por duas semirretas distintas de uma mesma reta é chamado de *ângulo raso*.

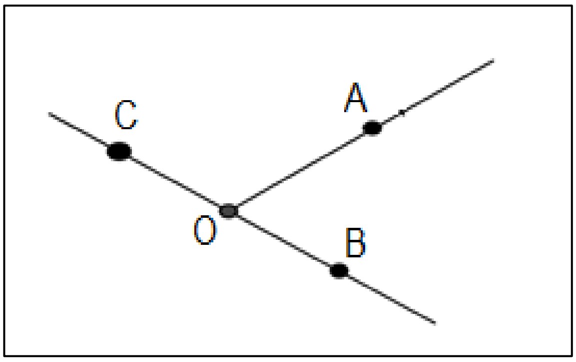
Figura 9: Ângulo raso



Fonte: Autor

Definição 2: Dois ângulos são ditos *suplementares* se a soma de suas medidas é 180º.

Figura 10: Ângulos suplementares



Fonte: Autor

Como o ângulo BÔC é raso, logo sua medida é 180º. Daí, sabendo que o ângulo AÔC é o suplemento do ângulo BÔA, e que AÔC + BÔA = BÔC = 180º. Portanto, a soma de dois ângulos suplementares é 180º.

Definição 3: Um ângulo cuja medida é 90º é chamado *ângulo reto*.

Observação: É claro que o suplemento de um ângulo reto é também um ângulo reto. Quando duas retas se interceptam, se um dos quatro ângulos formados por elas for reto, então todos os outros também o serão. Neste caso, diremos que as retas são *perpendiculares*.

Definição 4: Um ângulo que mede mais que 0º e menos que 90º é dito *ângulo agudo.*

Exemplos: 15º, 80º, 30º, 45º, 60º, etc.

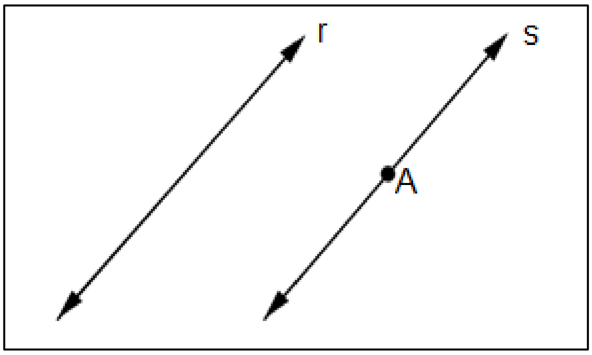
Observação: Os ângulos que medem 30º, 45º e 60º são chamados de *ângulos notáveis*, e estudantes e professores comumente lidam com eles por meio de esquadros.

Definição 5: Um ângulo que mede mais que 90º e menos que 180º é chamado de *ângulo obtuso*.

Exemplos: 100º, 130º, 179º, 91º, etc.

Axioma 3: Por um ponto A, fora de uma reta r, pode-se traçar uma única reta s paralela a r.

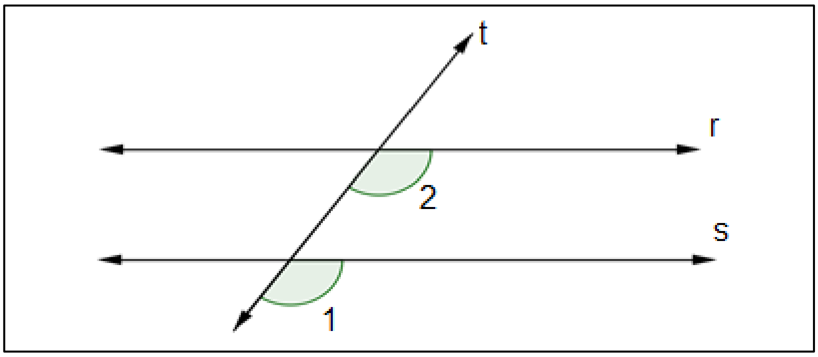
Figura 11: Unicidade da reta paralela



Fonte: Autor

Proposição 2: Sejam duas retas r e s como na figura 12. Se o ângulo 1 for congruente com o ângulo 2, então essas duas retas são paralelas.

Figura 12: Retas paralelas



Fonte: Autor

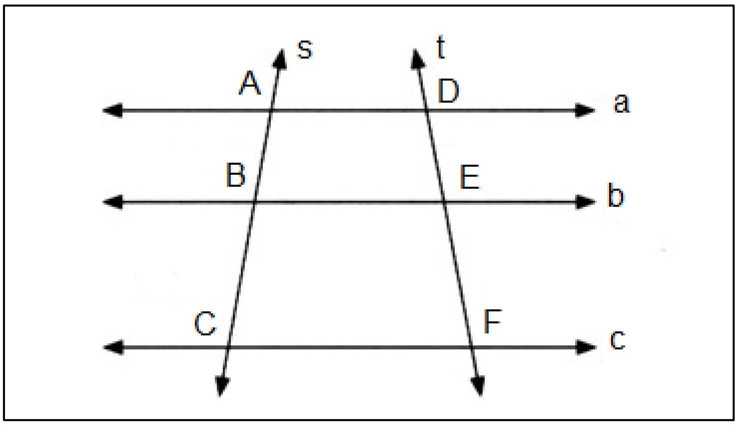
A demonstração da proposição 2 pode ser encontrada no livro Geometria Euclidiana Plana de João Lucas Marques Barbosa, cuja referência encontra-se no final deste trabalho.

Teorema de Tales

Tales de Mileto foi um filósofo, matemático, engenheiro, homem de negócios e astrônomo da Grécia antiga. Nasceu no ano 624 a.C. e faleceu aproximadamente em 558 a.C., Tales é apontado como um dos sete sábios da Grécia antiga (BOYER, 1996). O Teorema de Tales se faz importante nos estudos sobre semelhança de triângulos.

- Teorema de Tales: Um feixe de retas paralelas determina, em duas retas transversais quaisquer, segmentos proporcionais.

Figura 13: Feixe de paralelas sobre duas transversais



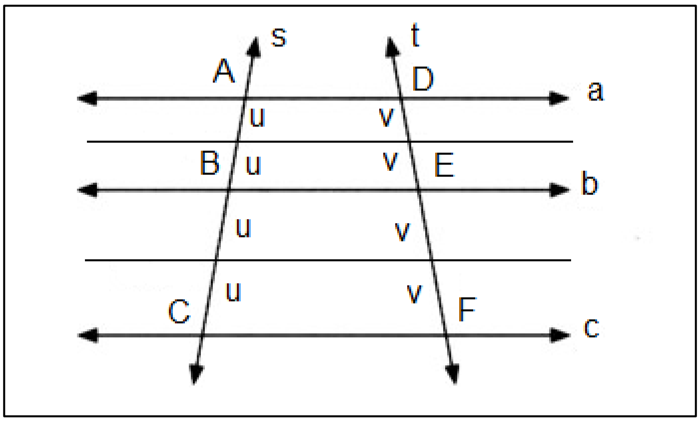
Fonte: Autor

Existem algumas formas de escrever a proporção estabelecida pelo Teorema de Tales, neste trabalho vamos considerar aquela que mais aparece nos livros didáticos do 9º ano do Ensino Fundamental, levando em consideração a figura 13.

Relação: $\frac{AB}{BC} = \frac{DF}{EF}$

Demonstração:

Figura 14: Segmentos proporcionais



Fonte: autor

Sejam os segmentos AB e BC comensuráveis. Escolhendo *u* como unidade de medida, temos.

AB = 2u e BC = 2u

Então: $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$ (1)

Pelos pontos de divisão dos segmentos AB e BC, traçamos retas paralelas às retas a, b e c do feixe como mostra a figura 14. Essas paralelas dividem os segmentos DE e EF em segmentos proporcionais. Adotando *v* como unidade de medida, temos.

DE = 2v e EF = 3v

Então: $\frac{DE}{EF} = \frac{2}{3}$ (2)

Comparando (1) e (2), temos:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

Semelhança de Triângulos

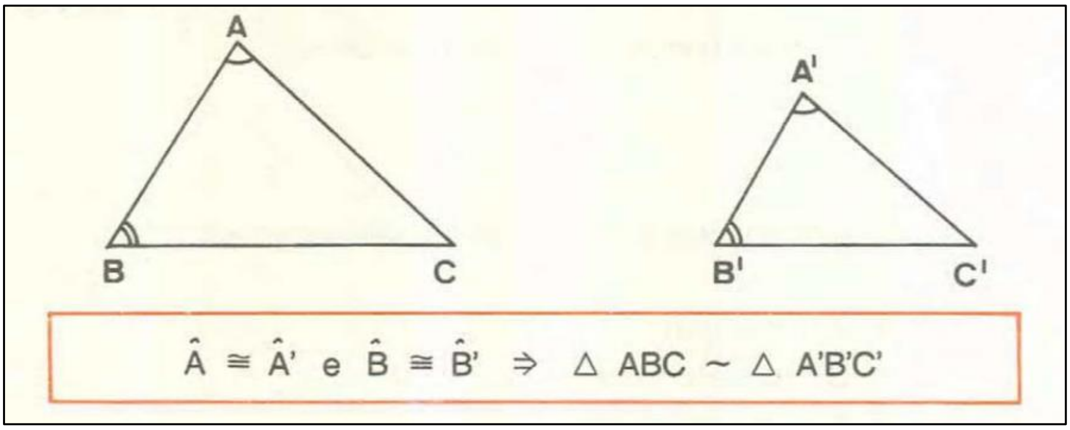
Para demonstrarmos as relações métricas no triângulo retângulo, precisamos da noção de semelhança de triângulos. A seguir, abordaremos alguns desses casos de semelhança com o intuito de usarmos mais adiante.

Observação: Não é necessário conhecer todas as condições de semelhança de triângulos para chegar à conclusão de que eles são semelhantes.

1º Caso: AA (ângulo - ângulo)

Dois triângulos são semelhantes se têm dois ângulos correspondentes congruentes.

Figura 15: Semelhança de triângulos caso 1



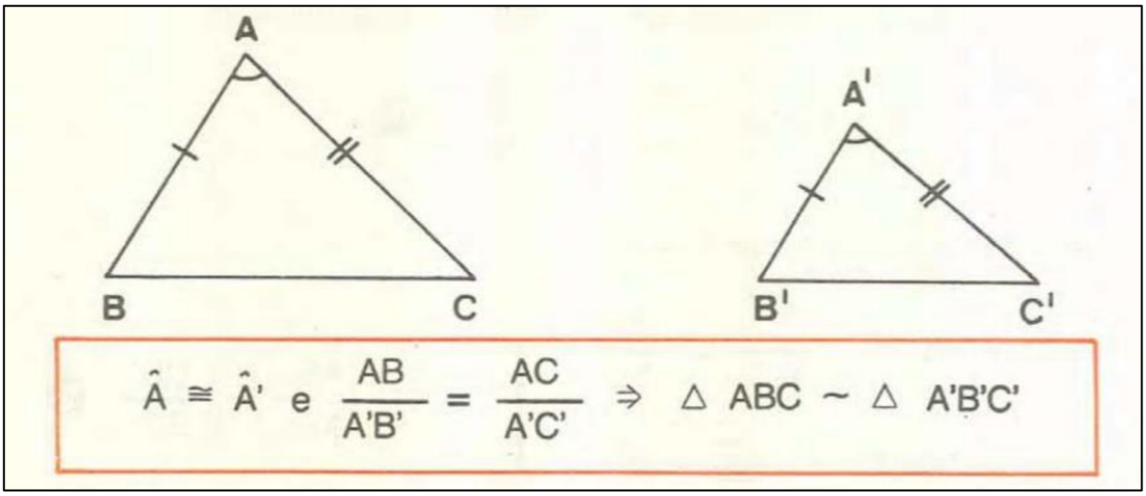
Fonte: Andrini (Praticando Matemática)

Logo os triângulos ABC e A'B'C' são semelhantes pelo caso AA.

2º Caso: LAL (lado - ângulo - lado)

Dois triângulos são semelhantes se têm dois lados correspondentes proporcionais e o ângulo compreendido entre eles congruente.

Figura 16: Semelhança de triângulos caso 2



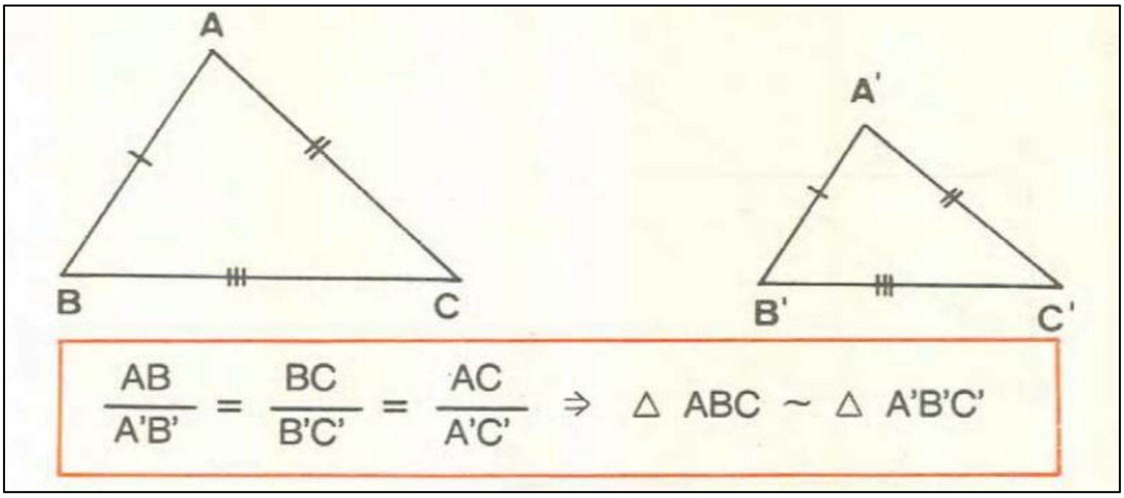
Fonte: Andrini (Praticando Matemática)

Logo os triângulos ABC e A'B'C' são semelhantes pelo caso LAL.

3º Caso: LLL (lado - lado - lado)

Dois triângulos são semelhantes se têm os lados correspondentes proporcionais.

Figura 17: Semelhança de triângulos caso 3



Fonte: Andrini (Praticando Matemática)

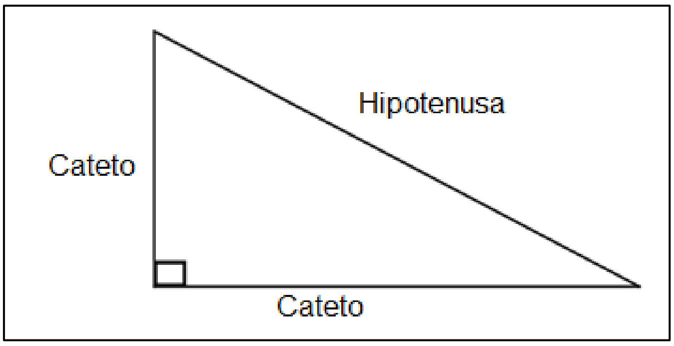
Logo os triângulos ABC e A’B’C’ são semelhantes pelo caso LLL.

Relações métricas no triângulo retângulo

As relações métricas são expressões que relacionam as medidas dos lados e de alguns outros segmentos (elementos) de um triângulo retângulo.

Definição 1: Um triângulo que tem um de seus ângulos medindo 90º é chamado de *triângulo retângulo*.

Figura 18: Triângulo retângulo



Fonte: Autor

Observação: - Os lados que formam o ângulo reto são chamados *catetos*.

- O lado oposto ao ângulo reto é chamado *hipotenusa*.

Para definirmos as relações métricas precisamos da semelhança de triângulos, e conhecer alguns elementos do triângulo retângulo, além dos citados acima, o que passaremos a abordar a seguir.

Definição 2: Tomando um triângulo retângulo ABC, onde Â é o ângulo reto, temos os seguintes elementos de acordo com a figura 15:

a → medida da hipotenusa BC

b → medida do cateto AC

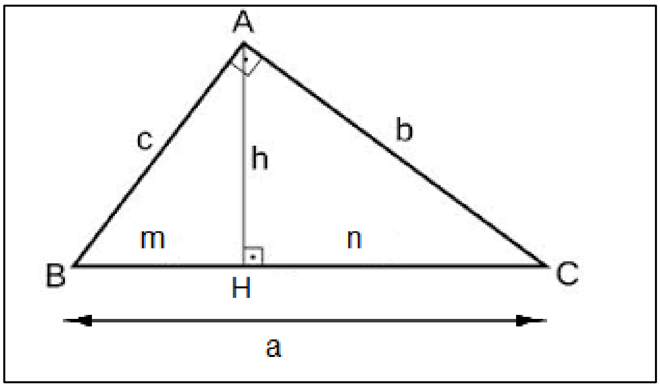
c → medida do cateto AB

h → medida da altura AH

m → medida da projeção do cateto c sobre a hipotenusa

n → medida da projeção do cateto b sobre a hipotenusa

Figura 19: Triângulo retângulo e seus elementos



Fonte: Autor

Daí, temos as seguintes relações:

1ª Relação: A medida de cada cateto é média geométrica entre as medidas da hipotenusa e da projeção deste cateto.

Sejam as semelhanças:

- Δ ABC ~ Δ HAB $\rightarrow \frac{a}{c} = \frac{c}{m} \rightarrow c^2 = a.m$

- Δ ABC ~ Δ HAC $\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{n} \rightarrow b^2 = a.n$

2ª Relação: A medida da altura à hipotenusa é a média geométrica entre as medidas das projeções dos catetos.

Sejam os triângulos:

Δ HAB ~ Δ HAC $\rightarrow \frac{h}{n} = \frac{m}{h} \rightarrow h^2 = m.n$

3ª Relação: O produto das medidas dos catetos é igual ao produto da medida da hipotenusa pela medida da altura relativa a essa hipotenusa.

Sejam os triângulos:

Δ ABC ~ Δ HAB $\longrightarrow \dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{h} \longrightarrow$ a.h = b.c

A relação a seguir é conhecida como Teorema de Pitágoras, que é uns dos teoremas mais importantes da Matemática e de fundamental importância para a humanidade. Pitágoras nasceu por volta de 572 a.C. na ilha egéia de Samos, foi fundador da famosa escola pitagórica (EVES, 2004).

Teorema de Pitágoras: O quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.

Pela figura 19 e da 1ª relação, temos:

$c^2 = a.m$

$b^2 = a.n \qquad +$

$c^2 + b^2 = a.m + a.n$ Somando membro a membro

$c^2 + b^2 = a.(m + n)$ Fatorando o lado direito da igualdade

$c^2 + b^2 = a.a$ Observemos pela figura 15 que n + m = a

$c^2 + b^2 = a^2$

Ou seja, $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$ Teorema de Pitágoras

Perímetros e áreas das principais figuras planas

As noções de perímetro e área de figuras planas são fundamentais para o aluno, pois são comumente abordadas em problemas de vestibulares, olimpíadas de matemática e concursos públicos. Além de estarem presentes em várias situações do nosso dia a dia.

Perímetro de um polígono

O perímetro de um polígono é comumente calculado por meio da soma das medidas dos seus lados.

Observação: O perímetro frequentemente é denotado por 2p.

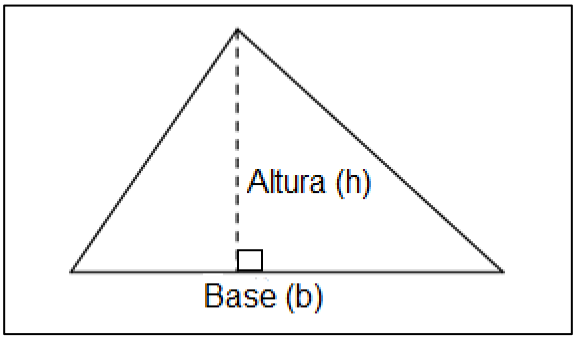
Área de um polígono

Observações:

- Superfície de um polígono é a reunião da sua linha poligonal com seu interior;
- Área de um polígono é a medida da superfície desse polígono;
- Adotaremos ***S*** para representar a área dos polígonos em cada caso.

1º Triângulo: Polígono formado por três lados e três ângulos, onde a soma das medidas desses ângulos é igual a 180º.

Figura 20: Triângulo



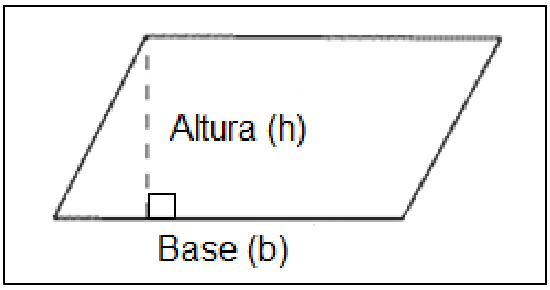
Fonte: Autor

A área do triângulo é a metade do produto entre sua base e sua altura.

Relação: $\boxed{\mathbf{S = \frac{b.h}{2}}}$

2º Paralelogramo: Polígono composto por quatro lados, onde lados paralelos têm medidas iguais.

Figura 21: Paralelogramo



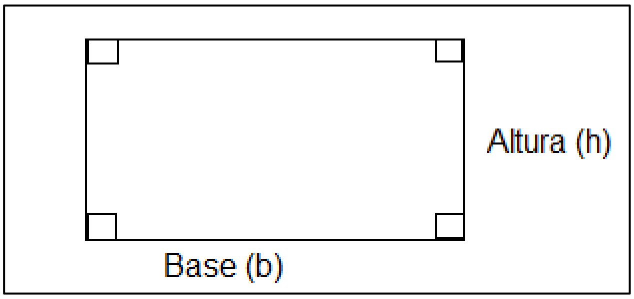
Fonte: Autor

A área do paralelogramo é calculada por meio do produto entre a medida de sua base e a medida de sua altura.

Relação: $\boxed{\mathbf{S = b.h}}$

3º Retângulo: Polígono composto por quatro lados, onde lados opostos têm mesma medida, e quatro ângulos retos.

Figura 22: Retângulo



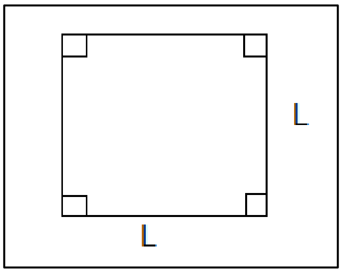
Fonte: Autor

A área do retângulo é calculada por meio do produto entre a medida de sua base e a medida de sua altura.

Relação: $\boxed{S = b.h}$

4º Quadrado: Polígono composto por quatro lados iguais e quatro ângulos retos.

Figura 23: Quadrado



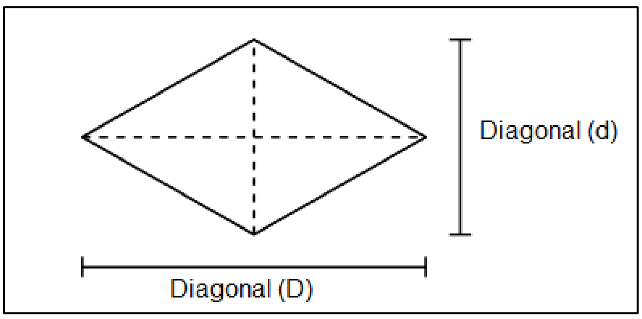
Fonte: Autor

A área do quadrado é calculada elevando-se a medida do seu lado ao expoente 2.

Relação: $\boxed{S = L^2}$

5º Losango: Quadrilátero composto por quatro lados iguais.

Figura 24: Losango



Fonte: Autor

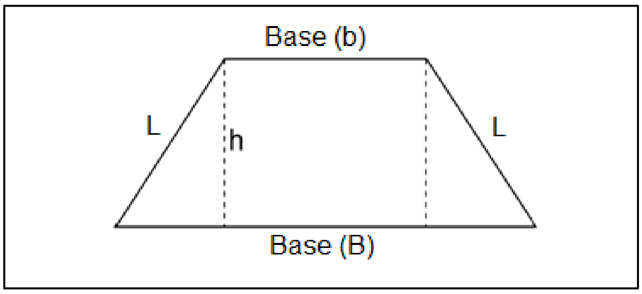
A área do losango é a metade do produto entre suas diagonais.

Relação: $\boxed{S = \dfrac{D.d}{2}}$

6º Trapézio: Quadrilátero que possui dois lados paralelos.

Observação: Devido o fato de o mesmo ser um quadrilátero, herda todas as características e propriedades fundamentais dos quadriláteros.

Figura 25: Trapézio



Fonte: Autor

A área do trapézio é a metade do produto entre sua altura e a soma de suas bases.

Relação: $\boxed{S = \dfrac{(B + b).h}{2}}$

Circunferência e Círculo

- *Circunferência*

Circunferência é um conjunto de pontos pertencentes ao plano, que dado um ponto fixo C chamado de centro da circunferência, possui a mesma distância até esse ponto C, essa distância é denominada de raio (r).

O perímetro da circunferência também denominado de comprimento é calculado por meio da relação **$2p = 2\pi r$**.

Observações:

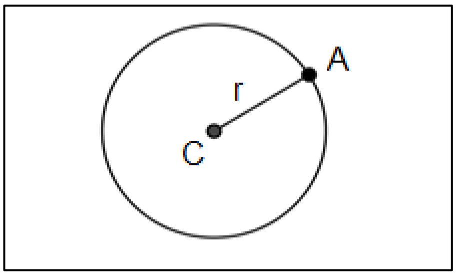
- O número π (Pi) é o quociente entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro, que adotaremos por conveniência igual a 3,14.

- Diâmetro é um segmento de reta que tem extremidades em dois pontos distintos pertencentes à circunferência, e que passa pelo centro da mesma. O diâmetro é igual ao dobro do raio da circunferência.

- Círculo

Círculo é o conjunto de pontos resultantes da união entre uma circunferência e seus pontos internos.

Figura 26: Círculo



Fonte: autor

A área do círculo é o produto entre π (Pi) e o raio r elevado ao quadrado.

Relação: $\boxed{\mathbf{S = \pi . r^2}}$

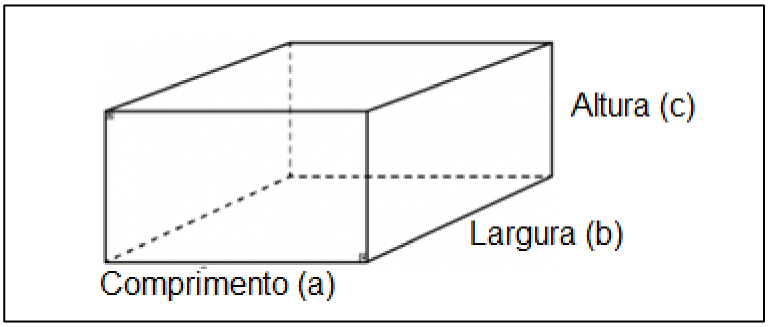
Volume de alguns sólidos geométricos

Observações:

- O volume de um sólido é quantidade de espaço por ele ocupado;
- Adotaremos ***V*** para representar o volume dos sólidos aqui abordados.

1º Paralelepípedo Retângulo: É um sólido geométrico limitado por seis faces retangulares. Seu volume fica perfeitamente determinado por três medidas: o seu comprimento **a**, a sua largura **b** e a sua altura **c**.

Figura 27: Paralelepípedo



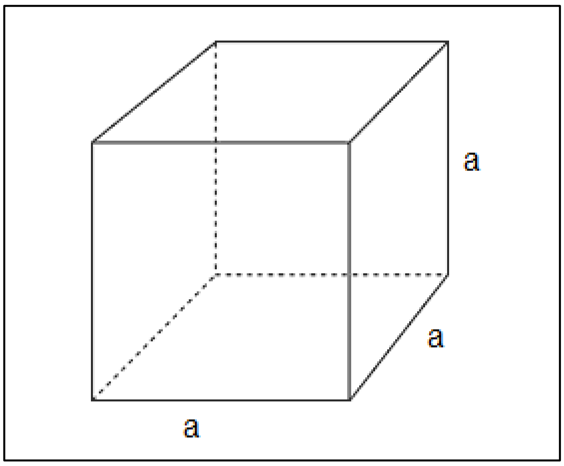
Fonte: Autor

O volume do paralelepípedo é obtido por meio do produto entre seu comprimento, largura e sua altura.

Relação: $\boxed{V = a.b.c}$

2º Cubo: É um paralelepípedo retângulo cujas seis faces são quadrados. Assim, suas 12 arestas ***a*** são congruentes entre si.

Figura 28: Cubo



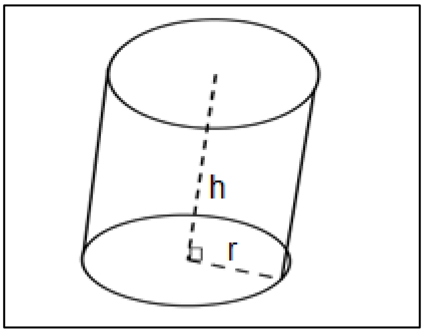
Fonte: Autor

O volume do cubo é obtido do mesmo modo que o de um paralelepípedo retângulo, porém como sua base é igual a sua largura e sua altura, temos que:

Relação: $\boxed{V = a.a.a = a^3}$

3º Cilindro: Sólido que apresenta duas superfícies de raios congruentes, que se situam em planos paralelos. Sua superfície é constituída de todos os segmentos congruentes que têm extremidades nas circunferências dos círculos e são paralelos à reta que contém os centros desses círculos.

Figura 29: Cilindro



Fonte: Autor

O volume de um cilindro é obtido por meio do produto entre a área de sua base e a sua altura.

Relação: $\boxed{\mathbf{V = \pi . r^2 . h}}$

A seguir, trataremos das unidades de medidas de comprimento, tanto àquelas que são usadas no ambiente urbano quanto àquelas usadas no meio rural, pois as mesmas são de fundamental importância no dia a dia das pessoas no auxílio das suas atividades educacionais, profissionais e domésticas.

3.3.4 Unidades de medida de comprimento

Na história da humanidade, existiram diversas unidades de medida de comprimento que variavam de acordo com a civilização e, geralmente, eram relacionadas com partes do corpo humano.

Segundo Bianchini (2006, p. 285), "O **cúbito** era uma unidade de medida de comprimento utilizado pelos egípcios há cerca de 4000 anos", que era correspondente à distância que vai do cotovelo de uma pessoa adulta até a ponta do seu dedo médio.

Em países como a Inglaterra e os Estados Unidos, usa-se a **jarda** como unidade de medida de comprimento. Nesse sentido, a jarda equivale aproximadamente 0,9144 metros. No Brasil, apesar de predominar a medição em metros, utiliza-se com bastante frequência a **polegada** que equivale a 2,54 centímetros.

Assim, com a existência de unidades de medida diferentes, variando de acordo com o país, ou, até mesmo regiões de um mesmo país, criou-se o Sistema Métrico Decimal que no início foi composto pelo metro, litro e o quilograma, com seus respectivos múltiplos e submúltiplos. Na segunda metade do século XX, o Sistema Métrico Decimal foi substituído pelo Sistema Internacional de Unidades (SI), esse novo sistema inclui mais unidades de medidas, como esboçaremos no quadro a seguir, destacando somente as unidades de medidas de comprimento e tomando como unidade fundamental o metro.

Quadro 4: Unidades de medidas de comprimento

Múltiplos			Unidade fundamental	Submúltiplos		
Quilômetro	Hectômetro	Decâmetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
km	Hm	dam	m	dm	cm	mm
1000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Fonte: Elaborado pelo autor

Observemos no quadro 4:

- Que cada unidade corresponde à decima parte da unidade imediatamente superior à esquerda.

Exemplo: 1 m = $\frac{1}{10}$ dam

- Que cada unidade corresponde a 10 vezes a unidade imediatamente inferior à direita.

Exemplo: 1 m = 10 dm

Tais unidades e suas transformações serão usadas, mais a frente, conjuntamente com as unidades de medidas agrárias na elaboração e solução de alguns problemas de Geometria, que serão voltados para o contexto sócio cultural de comunidades quilombolas.

3.3.5 Unidades de Medidas Agrárias

A história da Matemática, nos mostra que desde os primórdios da humanidade são calculadas medidas de comprimento e de área, e que para isso, foram utilizados diferentes processos assim como diferentes unidades. Por mais simples que possam parecer, procedimentos utilizados em medições eram suficientes para resolver situações práticas do dia a dia.

Em relação ao contexto rural brasileiro, são utilizadas pelo povo do campo, unidades de medidas diferentes das que são usadas no ambiente urbano, ou seja, as do Sistema Internacional (SI). Essas unidades são denominadas de **Medidas Agrárias**, que no Brasil variam de região para região, sempre com o mesmo objetivo de auxiliar o homem do campo nas suas atividades diárias.

Na presente pesquisa, focamos nossa atenção para as seguintes unidades de medidas agrárias: a Braça, o Alqueire, a Quadra, a Tarefa e o Hectare, pois notamos por meio de convivência no ambiente rural, que as mesmas são frequentemente usadas por moradores de comunidades quilombolas do Município de Moju no Estado do Pará. O quadro 5 apresenta como as medidas agrárias, citadas anteriormente, se relacionam entre si, e com as unidades do SI.

Quadro 5: Unidades de medidas agrárias na Região Norte

Designação	Braças	Metros	Quilômetros	Hectares
1 Alqueire	75 x 75	165 x 165	0,165 x 0,165	2,72
1 Tarefa	25 x 25	55 x 55	0,055 x 0,055	0,30
1 Quadra	100 x 100	220 x 220	0,220 x 0,220	4,84

Fonte: Serviço de Estatística da Produção. Ministério da Agricultura

Destacamos que além da Região Norte, temos registro de que essas designações têm outras medidas, em diferentes regiões do Brasil, existindo, por exemplo, o Alqueire Mineiro, o Alqueire Baiano e etc.

As relações entre as unidades de medidas mostradas pelo quadro 5, serão de fundamental importância para a elaboração e resolução dos problemas propostos neste trabalho. Além disso, disponibilizaremos nos anexos da pesquisa o quadro completo com todas as unidades de medidas agrárias usadas no Brasil.

4 A ETNOMATEMÁTICA E A GEOMETRIA PRATICADA PELOS POVOS QUILOMBOLAS

Neste capítulo abordaremos de forma sucinta a Etnogeometria em sua forma conceitual; e proporemos alguns problemas geométricos voltados para o contexto vivido em comunidades quilombolas e suas referidas soluções por meio da Resolução de Problemas.

4.1 Etnogeometria

Ao nos depararmos com o termo Etnogeometria, intuitivamente a definimos como um ramo da Etnomatemática, pois, logo fazemos uma associação com o fato de que a Geometria é um ramo da Matemática. Além do que, associamos Etnogeometria, unicamente, às práticas culturais, sociais, profissionais e políticas relacionadas à Geometria, porém segundo Rios (2002) a Etnogeometria vai além de tais práticas.

Rios (2002) define a Etnogeometria como o estudo e conhecimento da Geometria por meio do aspecto cultural dos povos, comparando suas identidades de antropologia cultural ou social, e as relações de civilização que os identificam.

A Etnogeometria estuda inúmeras áreas do conhecimento, inclusive alguns aspectos da Etnologia[7] e da Antropologia[8]. Segundo Menezes (2005).

> Campo de estudo de várias áreas do conhecimento, a Geometria é foco de atenção de designers, matemáticos, artistas plásticos, químicos, físicos. A Antropologia e a Etnologia também fazem parte desse grupo de interesse se observarmos sob o ponto de vista da Etnogeometria. (MENEZES, 2005, p. 2)

Para Rocha (2017) a Etnogeometria é parte integrante dos estudos da Etnomatemática proposta por Ubiratan D´Ambrósio, como o resultado de observação de artefatos ou práticas do dia a dia que envolvem raciocínio matemático em uma determinada comunidade ou em uma região específica, isto é, o estudo do relacionamento entre Matemática e o contexto sociocultural.

Existem várias culturas que adotam a Etnogeometria na arquitetura, na fabricação de artefatos, na confecção de tecidos e no geral em seus afazeres diários. Nesse sentindo podemos notar a presença da Etnogeometria em muitas

[7] Etnologia é a ciência social que estuda e compara os diversos povos e culturas do mundo antigo e moderno.
[8] Antropologia é a ciência que tem como objeto o estudo sobre o homem e a humanidade de maneira totalizante, isto é, abrangendo todas as suas dimensões.

práticas dos povos quilombolas como, por exemplo, no artesanato, na medição de suas terras, em suas lavouras e etc.; e que por isso a mesma incorporada pela Etnomatemática pode ser usada no auxílio do ensino de Geometria.

4.2 Situações problemas de geometria em comunidades quilombolas

Os problemas a seguir foram elaborados por meio da conceituação da Etnomatemática, levando em consideração o contexto sócio, cultural e econômico de comunidades quilombolas situadas no Município de Moju no Estado Pará, e foram resolvidos por meio do processo da Resolução de Problemas proposto por George Polya.

1ª Situação Problema

- De acordo com o texto a seguir, responda às quatro questões seguintes:

Seu Pedro, almejando fabricar uma certa quantidade de farinha de mandioca, mediu um local em forma de quadrilátero com 165 m de comprimento por 165 m de largura, onde fez uma roça[9] como mostra a figura abaixo:

Questão 1: Qual figura geométrica pode representar o local demarcado por seu Pedro?

Questão 2: Qual o perímetro, em braças, desse local (figura)?

[9] Roça é uma área de terra na zona rural onde se cultiva diversos produtos, e normalmente é unifamiliar.

Questão 3: Quantas tarefas tem esse local (figura)?

Questão 4: Quantos alqueires terá a roça de seu Pedro?

- Aplicando a metodologia da Resolução de Problemas como ferramenta para solucionar a situação problema:

Para resolver de forma satisfatória as questões relacionadas à primeira situação problema, os alunos precisam reconhecer figuras da Geometria Plana, ter uma noção do cálculo de área e do perímetro de tais figuras, e por fim, dominarem as conversões entre o Sistema Internacional de Medidas e o Sistema de Medidas Agrárias utilizado na Região Norte. Daí, para cada questão relacionada ao problema, podemos proceder da seguinte forma.

Questão 1:

- Qual é a incógnita?

R*= O tipo de figura geométrica que melhor representa a forma do terreno demarcado por seu Pedro.*

- Quais são os dados?

R*= Os valores das medidas dos lados do terreno.*

- Qual a relação entre os dados e a incógnita?

R*= A igualdade entre os valores dos lados indicam o tipo da figura geométrica.*

Conclusão: *O quadrado é a figura geométrica que melhor representa o local demarcado por seu Pedro.*

Questão 2:

- Qual é a incógnita?

R*= A medida do perímetro do terreno em braças.*

- Quais são os dados?

R*= As medidas dos lados do quadrado em metros.*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R*= x.*

- Qual a condicionante que relaciona os dados com a incógnita?

R*= x é o perímetro do quadrado que tem lado medindo 165 metros.*

- Trata-se de um problema razoável? Ou seja, a condicionante é suficiente para determinar a incógnita?

R*= Sim, ele é razoável. Pois se conhecermos o valor da medida de um lado do quadrado podemos obter a soma dos seus quatro lados, isto é, seu perímetro x.*

Conclusão: *x = 165+165+165+165 = 4 . 165 = 660 metros, e como na Região Norte uma braça equivale 2,20 metros, logo x = 660 m ÷ 2,2 braças = 300 braças.*

Questão 3:

- Qual é a incógnita?

R*= Quantidade de tarefas.*

- Quais são os dados?

R*= As medidas dos lados do quadrado que determinam sua área.*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R*= x.*

- Qual letra que escolheria para representar a área?

R*= S.*

- Qual é a condicionante que relaciona S com x?

R*= S é area em, metros quadrados, do plantio que determinará x.*

- A condicionante é suficiente para determinar a incógnita?

R*= Sim, pois podemos converter a área S que está em metros quadrados para quantidades de tarefas.*

Conclusão: *Como uma tarefa equivale a 3025* m^2 *e sabendo que S = 27225* m^2*, então x = 27225 ÷ 3025 = 9 tarefas.*

Questão 4:

- Qual é a incógnita?

R*= A quantidade de alqueires que terá a roça de mandioca.*

- Quais são os dados?

R*= As medidas dos lados do local (plantio) que determinam a área S, em metros quadrados.*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R*= (Pode ser qualquer letra)Tomemos Q.*

- Qual a condicionante que relaciona S com Q?

R*= S é a área, em metros quadrados, que será convertida para Alqueire.*

- A condicionante é suficiente para determinar a incógnita?

R*= Sim, pois se conhecemos* $S = 165 \times 165 = 27225\ m^2$*, então podemos transformar tal medida em alqueire por meio da relação entre os dois.*

Conclusão: *Se 1 alqueire na Região Norte equivale a 165 m x 165 m, então o plantio terá Q = 1 alqueire.*

2ª Situação Problema

- De acordo com as unidades de medidas do Sistema Internacional e as unidades de Medidas Agrárias. Faça o que se pede nas seis questões seguintes.

Questão 5: Um hectare possui quantos metros quadrados?

Questão 6: Um terreno com 2,72 hectares tem quantos metros quadrados?

(7) Um terreno que mede uma tarefa , quanto tem de área em metros quadrados?

Questão 8: Dois hectares possui quantos quilômetros quadrados?

Questão 9: Uma platação de açaí tem 75 braças x 75 braças o que é equivalente a 165 metros x 165 metros, isto é, 27225 metros quadrados. Quantos hectares tem essa plantação?

Questão 10: Se 1 braça é equivalente a 2,20 metros, então quantos centímetros temos nesta circunstância?

- Aplicando a metodologia da Resolução de Problemas como ferramenta para solucionar a situação problema:

Para resolver de forma satisfatória as seis questões acima, os alunos precisam reconhecer figuras da Geometria Plana, ter uma noção do cálculo de área de tais figuras, e por fim, dominarem as conversões entre o Sistema Internacional de Medidas e o Sistema de Medidas Agrárias utilizado na Região Norte. Daí, para cada questão, podemos proceder da seguinte forma.

- Questão 5:

- Qual é a incógnita?

R*= Mretos quadrados.*

- Quais são os dados?

R*= Um hectare.*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R*= M*

- Como encontraria o valor da incógnita?

R*= Usando a transformação que leva de hectare para metros quadrados.*

Conclusão: *Por conversão sabemos que 1 hectare equivale a 10000* m^2*. Portanto,* $M = 10000\ m^2$.

- Questão 6:

- Qual é a incógnita?

R*= A área do terreno em metros quadrados.*

- Quais são os dados?

R*= O terreno tem 2,72 hectares.*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R*= S*

- Como encontraria o valor da incógnita?

R*= Usando a transformação que leva de hectare para metros quadrados.*

Conclusão: *Como 1 hectare equivale a 10000 metros quadrados, temos que S = 2,72 x 10000 = 27200* m^2.

- Questão 7:

- Qual é a incógnita?

R= *A área do terreno em metros quadrados.*

- Quais são os dados?

R= *O terreno mede uma tarefa.*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R= *S*

- Como encontraria o valor da incógnita?

R= *Usando a transformação que leva de tarefa para metros quadrados.*

Conclusão: *Uma tarefa é igual a 55 m x 55 m, então temos que S = 55 x 55 = 3025* m^2.

- Questão 8:

- Qual é a incógnita?

R= *Quilômetros quadrados.*

- Quais são os dados?

R= *2 hectares.*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R= *K*

- Como encontraria o valor da incógnita?

R= *Usando a transformação que leva de hectare para quilômetros quadrados.*

Conclusão: *Como 1 hectare equivale a 0,01* km^2*, então K = 2 x 0,01 = 0,02* km^2.

- Questão 9:

- Qual é a incógnita?

R= *Quantos hectares tem a plantação.*

- Quais são os dados?

R= *27225 m^2*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R= *S*

- Qual a condicionante que relaciona 27225 m^2 com S?

R= *27225 m^2 é a área que será convertida para hectare.*

- A condicionante é suficiente para determinar a incógnita?

R= *Sim, pois sabemos que 1 hectare equivale a 10000 m^2.*

Conclusão: *Se 1 hectare equivale a 10000 m^2, então S = 27225 ÷ 10000 = 2,7225 hectares.*

- Questão 10:

- Qual é a incógnita?

R= *Quantos centímetros.*

- Quais são os dados?

R= *2,20 metros.*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R= *C*

- Como encontraria o valor da incógnita?

R= *Usando a transformação que leva de metros para centímetro.*

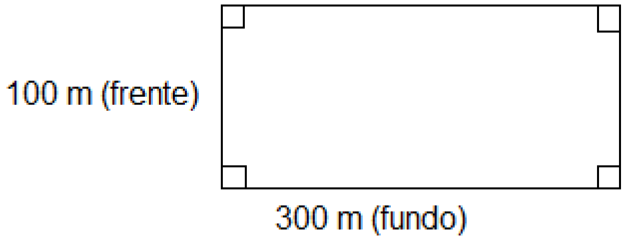
Conclusão: *Sabemos que 1 m equivale 100 cm, então C = 2,20 x 100 = 220 cm.*

3ª Situação Problema

- Com base no texto a seguir, resolva às quatro questões seguintes:

Dona Maria, percebendo a valorização do preço do açaí, está pretendo plantar alguns pés dessa palmeira em sua propriedade. Ela pediu ajuda a um amigo, que lhe deu a seguinte instrução para fazer o plantio: “ a senhora precisa plantar cada pé de açaí com uma distância de 2 m para os outros pés, em todas as direções, para assim obter uma melhor produção”.

Questão 11: A figura abaixo retrata o terreno de dona Maria. Qual figura geométrica pode representar o terreno?



Questão 12: Sabendo que o terreno de dona Maria tem as dimensões indicadas na questão anterior. Quantos metros quadrados ele tem?

Questão 13: Quantos hectares ele possui?

Questão 14: Sabendo que a área, que será ocupada pelo plantio de açaí equivale a 30% da área total do terreno. Quantos metros quadrados medirá esse plantio?

- *Aplicando a metodologia da Resolução de Problemas como ferramenta para solucionar a situação problema:*

Para resolver de forma satisfatória as seis questões acima, os alunos precisam reconhecer figuras da Geometria Plana, ter uma noção do cálculo de área de tais figuras, calcular com porcentagem, e por fim, dominarem as conversões entre o Sistema Internacional de medidas e o Sistema de Medidas Agrárias utilizado na Região Norte. Daí, para cada questão, podemos proceder da seguinte forma.

- Questão 11:

- Qual é a incógnita?

R*= Figura geométrica que melhor representa o terreno.*

- Quais são os dados?

R*= Um quadrilátero com quatro ângulos retos e lados opostos com mesma medida.*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R= *x*

- Como chegaria na resposta?

R*= Observando as características do quadrilátero.*

Conclusão: *Como a figura que representa o terreno é um quadrilátero que tem quatro ângulos retos, dois lados (opostos) medindo 100 m e os outros dois lados (opostos) medindo 300 m, então x = retângulo é a figura que melhor representa o terreno.*

- Questão 12:

- Qual é a incógnita?

R*= Área ocupada pelo terreno em metros quadrados.*

- Quais são os dados?

R*= As medidas dos lados do retângulo que representa o terreno.*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R*= S*

- Qual a condicionante que relaciona 100 m e 300 m com S?

R*= 100 m e 300 m são os valores que determinarão S.*

- A condicionante é suficiente para determinar a incógnita?

R*= Sim, pois sabemos que a área de um retângulo é obtida por meio do produto entre seu comprimento e sua largura.*

Conclusão: *Como o comprimento é 300 m e a largura é 100 m, então S = 100 x 300 = 30000* m^2.

- Questão 13:

- Qual é a incógnita?

R*= Área ocupada em hectare.*

- Quais são os dados?

R*= As medidas dos lados do retângulo que representa o terreno.*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R*= S*

- Qual a condicionante que relaciona 100 m e 300 m com S?

__R__= 100 m e 300 m são os valores que determinarão S.

- A condicionante é suficiente para determinar a incógnita?

__R__= Sim, pois sabemos que a área de um retângulo é obtida por meio do produto entre seu comprimento e sua largura.

Conclusão: *Como o comprimento é 300 m, a largura é 100 m e 1 hectare é igual a 10000 m^2, então S = (100 x 300) ÷ 10000 = 3 hectares.*

- Questão 14:

- Qual é a incógnita?

__R__= Área ocupada pelo plantio de açaí em metros quadrados.

- Quais são os dados?

__R__= A área total do terreno (30000 m^2) e a porcentagem (30%) que o plantio de açaí ocupa.

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

__R__= P

- Qual a condicionante que relaciona 30000 m^2 e 30% com P?

__R__= 30000 m^2 e 30% são os valores que determinarão.

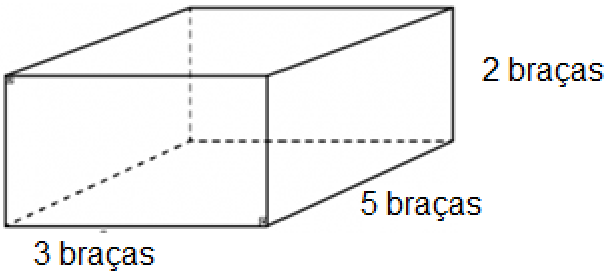
- A condicionante é suficiente para determinar a incógnita?

__R__= Sim, pois podemos calcular 30% de 30000 m^2.

Conclusão: *Como a área total do terreno é 30000 m^2, então P = 0,3 x 30000 = 9000 m^2.*

4ª Situação Problema

Seu Mauro, em sua propriedade, tem tanques para criação de peixes. Um desses tanques tem 5 braças de comprimento, 3 braças de largura e 2 braças de profundidade, como mostra a próxima figura, responda as cinco perguntas seguintes:



Questão 15: Qual figura geométrica pode representá o tanque de criação de peixes de seu Mauro?

Questão16: Qual o volume, em metros cúbicos, desse tanque?

Questão 17: Qual o volume, em litros, desse tanque?

Questão 18: Nesse tanque seu Mauro consegui criar até 200 peixes, porém ele quer aumentar a capacidade de produção em 60% e para isso precisará aumentar o comprimento em 2 braças e a largura em 1 braça. Qual o volume, em metros cúbicos, do tanque depois das modificações?

Questão 19: Até quantos peixes seu Mauro poderá criar no tanque depois das modificações?

- *Aplicando a metodologia da Resolução de Problemas como ferramenta para solucionar a situação problema:*

Para resolver de forma satisfatória as cinco questões acima, os alunos precisam reconhecer figuras da Geometria Plana e Espacial, ter uma noção do cálculo de área e volume de tais figuras, calcular com porcentagem, e por fim, dominarem as conversões entre o Sistema Internacional de medidas e o Sistema de Medidas Agrárias utilizado na Região Norte. Daí, para cada questão, podemos proceder da seguinte forma.

- Questão 15:

- Qual é a incógnita?

R*= Figura geométrica que melhor representa o tanque.*

- Quais são os dados?

R= *Prisma com seis faces retangulares.*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R= *x*

- Como chegaria na resposta?

R= *Observando as características do prisma.*

Conclusão: *Como o prisma é formado por seis faces retangulares, então x = paralelepípedo retangulo é a figura geométrica que melhor representa o tanque.*

- Questão 16:

- Qual é a incógnita?

R= *O volume do tanque em metros cúbico.*

- Quais são os dados?

R= *As medidas do comprimento, da largura e da altura.*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R= *V*

- Qual a condicionante que relaciona 5 braças de comprimento, 3 braças de largura e 2 braças de profundidade com V?

R= *5 braças, 3 braças e 2 braças são os valores que determinarão V.*

- A condicionante é suficiente para determinar a incógnita?

R= *Sim, pois sabemos que o volume do paralelepípedo é obtido fazendo o produto entre a medida do seu comprimento, da sua largura e da sua altura.*

Conclusão: *Como o paralelepípedo tem dimensões 5 braças, 3 braças e 2 braças, e além disso, sabemos que uma braça equivale 2,20 m, então* $V = (5 \times 2{,}2) \times (3 \times 2{,}2) \times (2 \times 2{,}2) = 319{,}44\ m^3$.

- Questão 17:

- Qual é a incógnita?

R= *O volume do tanque em litros.*

- Quais são os dados?

__R__= 319,44 m^3 é o volume do paralelepípedo que representa o tanque.

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

__R__= V

- Qual a condicionante que relaciona 319,44 m^3 com V?

__R__= 319,44 m^3 será usado para determinar V.

- A condicionante é suficiente para determinar a incógnita?

__R__= Sim, pois sabemos que 1 m^3 é equivalente a 1000 litros.

Conclusão: *Como o volume do paralelepípedo é de 319,44 m^3, então V = 319,44 x 1000 = 319440 litros.*

- Questão 18:

- Qual é a incógnita?

__R__= O volume do tanque em metros cúbico depois das modificações.

- Quais são os dados?

__R__= As medidas do comprimento, da largura (com as modificações) e da altura.

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

__R__= V

- Qual a condicionante que relaciona (5+2) braças de comprimento, (3+1) braças de largura e 2 braças de profundidade com V?

__R__= 7 braças, 4 braças e 2 braças são os valores que determinarão V.

- A condicionante é suficiente para determinar a incógnita?

__R__= Sim, pois sabemos que o volume do novo paralelepípedo é obtido fazendo o produto entre a medida do seu comprimento, da sua largura e da sua altura.

Conclusão: *Como o novo paralelepípedo tem dimensões 7 braças, 4 braças e 2 braças, e além disso, sabemos que uma braça equivale 2,20 m, então V = (7 x 2,2) x (4 x 2,2) x (2 x 2,2) = 596,28 m^3.*

- Questão 19:

- Qual é a incógnita?

R*= A produção de peixes no novo tanque.*

- Quais são os dados?

R*= 200 que é a quantidade de peixes criados no tanque antigo e 60% que é o aumento na produção no novo tanque.*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R*= P*

- Qual a condicionante que relaciona 200 e 60% com P?

R*= 200 e 60% são os valores que determinarão P.*

- A condicionante é suficiente para determinar a incógnita?

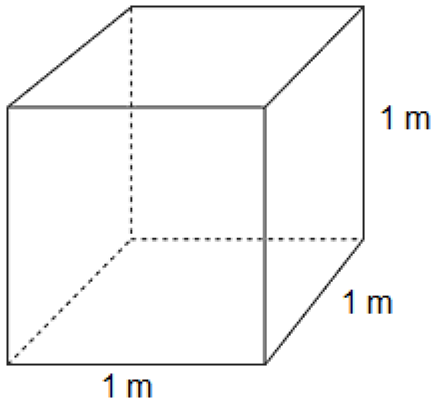
R*= Sim, pois podemos calcular 60% de 200 para obtermos o aumento na produção.*

Conclusão: *Como 200 é a quantidade de peixes criados antes das modifacações e 60% foi crescimento na produção depois das modificações, então P = 200 + (0,6 x 200) = 200 + 120 = 320 peixes.*

5ª Situação Problema

- De acordo com o texto a seguir, responda às quatro questões seguintes:

Certo projeto de assentamento está disponibilizando resevatórios para armazenar água aos moradores da Vila Jacundaí no Município de Moju, esses resevatórios têm a forma da figura abaixo:



Questão 20: Qual figura geométrica pode representar esses resevatórios?

Questão 21: Sabendo que cada resevatório tem 1 metro de comprimento, 1 metro de largura e 1 metro de altura. Qual o volume, em metros cúbicos, de cada resevatório?

Questão 22: João gasta 1000 litros de água por dia para irrigar seu plantio de batata doce, então de acordo com o volume calculado na questão anterior, um resevatório completamente cheio seria suficiente para irrigar o plantio de batata doce? Justifique.

Questão 23: Já seu Pedro usa o quádruplo do volume de água usado por João, para irrigar seu plantio de abacaxi por dia. Qual o volume, em decímetros cúbicos, usado por seu Pedro?

- *Aplicando a metodologia da Resolução de Problemas como ferramenta para solucionar a situação problema:*

Para resolver de forma satisfatória as quatro questões acima, os alunos precisam reconhecer figuras da Geometria Plana e Espacial, ter uma noção do cálculo de volume das figuras geométricas, e por fim, dominarem as conversões do Sistema Internacional de medidas. Daí, para cada questão, podemos proceder da seguinte forma.

- Questão 20:

- Qual é a incógnita?

R*= Figura geométrica que melhor representa os resevatórios.*

- Quais são os dados?

R*= Prisma com seis faces retangulares e congruentes.*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R*= x*

- Como chegaria na resposta?

R*= Observando as características do prisma.*

Conclusão: *Como o prisma é formado por seis faces retangulares e congruentes, então x = cubo é a figura geométrica que melhor representa o tanque.*

- Questão 21:

- Qual é a incógnita?

R*= O volume do reservatório em metros cúbicos.*

- Quais são os dados?

R*= A medida das arestas do cubo.*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R*= V*

- Qual a condicionante que relaciona as arestas do cubo com V?

R*= 1 m é a medida das arestas do cubo que determinarão V.*

- A condicionante é suficiente para determinar a incógnita?

R*= Sim, pois sabemos que o volume do cubo é obtido elevando-se a aresta a terceira potência.*

Conclusão: *Como o cubo tem arestas iguais a 1m, então* $V = 1^3 = 1\ m^3$.

- Questão 22:

- Qual é a incógnita?

R*= O volume de água do reservatório é suficiente para irrigar o plantio.*

- Quais são os dados?

R*=* $1\ m^3$ *de água.*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R*= X*

- Qual a condicionante que relaciona $1\ \mathrm{m}^3$ com X?

R*=* $1\ m^3$ *é o volume do reservatório que determinará X em litros.*

- A condicionante é suficiente para determinar a incógnita?

R*= Sim, pois podemos converter metros cúbicos e litros.*

Conclusão: *Como o reservatório tem* $1\ m^3$ *de volume e sabemos que* $1\ m^3$ *equivale a 1000 litros, então* $X = 1^3 \times 1000 = 1000$ *litros que é suficiente para irrigar o plantio.*

- Questão 23:

- Qual é a incógnita?

R*= Quantidade de água, em decímetros cúbicos, usada por seu Pedro.*

- Quais são os dados?

R*= O volume do reservatório e a quantidade que é 4 vezes maior.*

- Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

R*= V*

- Qual a condicionante que relaciona 1000 litros e 4 vezes com V?

R*= 1000 litros e 4 vezes são os valores que determinarão V em* dm^3.

- A condicionante é suficiente para determinar a incógnita?

R*= Sim, pois se multiplicarmos 1000 por 4 determinaremos V.*

Conclusão: *Como 1 litro equivale a 1* dm^3*, o volume do reservatório é de 1000 litros e seu Pedro usa 4 vezes esse volume, então* $V = 1000 \times 4 \times 1 = 4000\ dm^3$.

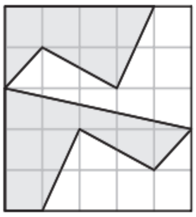
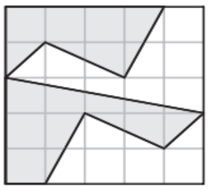
Os problemas propostos neste trabalho poderão servir de base para elaboração de outros futuramente, e que poderão ser estendidos para outros ramos da Matemática, com o objetivo de diversificar o ensino dos conteúdos matemáticos na Educação Básica. No apêndice do trabalho, deixaremos mais alguns problemas propostos, a serem solucionados por meio da Resolução de Problemas por interessados nesta temática.

4.3 OBMEP e o contexto sociocultural quilombola

Nesta seção propomos adaptações de algumas questões relacionadas às provas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), com o objetivo de mostrar que podemos trabalhar tais questões em nossas aulas de Matemática sem desprezar o contexto vivido pelo aluno do campo, e com isso, propiciar fundamentação para que o mesmo se familiarize com o tipo de questão proposta pela OBMEP, já que as escolas São Sebastião da Ribeira (Ribeira), Rildo Valadares (Jacundaí), São Bernadino (São Bernadino) e Conceição do Mirindeua (Conceição do Mirindeua), onde pretendemos implementar a proposta deste trabalho, são participantes de tal olimpíada. Além dessas escolas, nos anexos do trabalho está disponível uma listagem com todas as escolas quilombolas do Município de Moju, que também participam da OBMEP, razão pela qual utilizamos questões dessa competição.

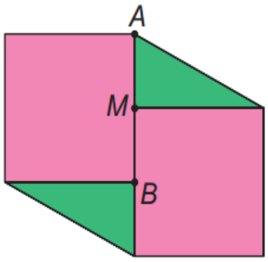
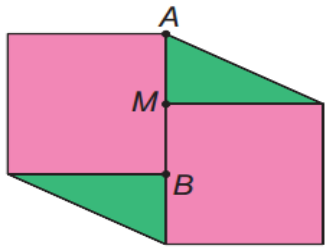
A seguir faremos um paralelo entre questões da OBMEP e a contextualização das mesmas, levando em consideração o contexto sociocultural das comunidades quilombolas referidas anteriormente.

1ª Situação

OBMEP – 2011 – Nível 1	Contextualização
11. Na figura, o lado de cada quadradinho mede 1 cm. Qual é a área da região cinza?  A) 10 cm^2 B) 12,5 cm^2 C) 14,5 cm^2 D) 16 cm^2 E) 18 cm^2	- A figura abaixo representa a propriedade de Marcos, nela cada quadrado que a compõe tem 100 m de lado. A área em cinza representa um plantio de açaí, quantos hectares tem esse plantio?  A) 10 hectares B) 12,5 hectares C) 10,5 hectares D) 12 hectares E) 11,5 hectares

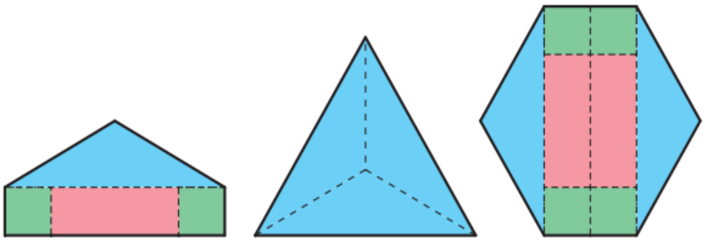
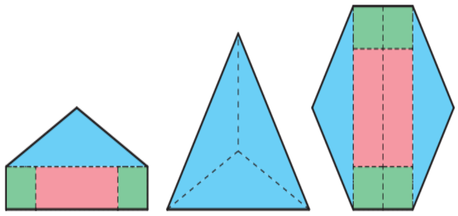
Na situação 1 foi adaptada tanto a figura que agora representa uma propriedade onde se tem um plantio de açaí, quanto a unidade de medida que passou para hectare que é frequentemente usado no meio rural.

2ª Situação

OBMEP – 2015 – Nível 2	Contextualização
7. A figura abaixo é formada por dois quadrados de lado 6 cm e dois triângulos. Se *M* é o ponto médio de *AB*, qual é a área total da figura?  A) 90 cm^2 B) 96 cm^2 C) 100 cm^2 D) 108 cm^2 E) 120 cm^2	- A figura abaixo retrata o terreno de dona Maria, onde o mesmo é composto por dois quadrados com lado medindo 100 braças e duas regiões triangulares em que é cultivado pés de abacaxi, sabendo que M e o ponto médio do segmento AB. Qual a área total, em m^2, destinada ao plantio de abacaxi?  A) 24200 m^2 B) 14200 m^2 C) 12100 m^2 D) 22100 m^2 E) 31200 m^2

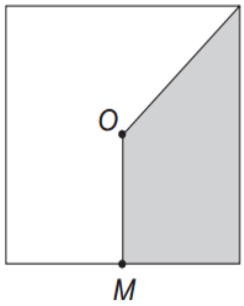
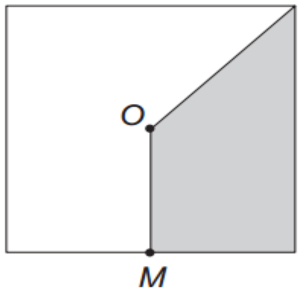
A situação 2 foi adaptada de forma que a figura represente um terreno, onde uma parte do mesmo é ocupada por um cultivo de abacaxi, e além disso usou-se a braça como unidade de medida de comprimento nas dimensõe do terreno, e por fim foi pedido a resposta em metros quadrados.

3ª Situação

OBMEP – 2015 – Nível 2	Contextualização
14. Com retângulos iguais, quadrados iguais e triângulos isósceles iguais, foram montadas três figuras.  Figura 1 Figura 2 Figura 3 O contorno da Figura 1 mede 200 cm e o da Figura 2 mede 234 cm. Quanto mede o contorno da Figura 3? A) 244 cm B) 300 cm C) 332 cm D) 334 cm E) 468 cm	- Os terrenos de Paulo, Pedro e João, respectivamente, figura 1, figura 2 e figura 3, foram montados com retângulos iguais, quadrados iguais e triângulos isósceles iguais como mostra o esquema abaixo.  Figura 1 Figura 2 Figura 3 Como o perímetro do terreno de Paulo mede 200 m e o do terreno de Pedro mede 234 m. Quanto mede o perímetro do terreno de João? A) 110,9 braças. B) 244 braças. C) 100 braças. D) 200 braças. E) 210,9 braças.

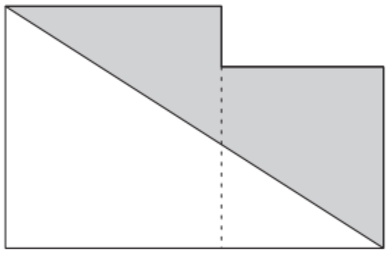
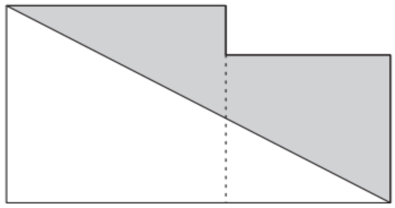
A situação 3 foi adaptada de maneira que as figuras 1, 2 e 3 representem, respectivamente, os terrenos de Paulo, Pedro e João, onde as medidas dos perímtros dos terrenos de Paulo e de Pedro são dadas em metros e se pede a medida do perímetro do terreno de João em braças.

4ª Situação

OBMEP – 2017 – Nível 1	Contextualização
7. A figura mostra um quadrado de centro *O* e área 20 cm^2. O ponto *M* é o ponto médio de um dos lados. Qual é a área da região sombreada? A) 6 cm^2 B) 6,5 cm^2 C) 7 cm^2 D) 7,5 cm^2 E) 8 cm^2  	- A figura representa uma propriedade que tem a forma de um quadrado de centro O e área igual a 9 hectares. O ponto M é ponto médio de um dos lados, a região sombreada representa uma lavoura de mandioca. Qual a área ocupada, em m^2, por essa lavoura?  A) 20000 m^2 B) 10000 m^2 C) 23750 m^2 D) 33750 m^2 E) 21570 m^2

A situação 4 foi adaptada de forma que a figura que é um quadrado, represente uma propriedade rural que tem 9 hectares de área, onde uma parte é usada na lavoura de madioca, pedindo-se para encontrar a área ocupada por essa lavoura em metros quadrados.

5ª Situação

OBMEP – 2014 – Nível 1	Contextualização
7. A figura é formada por dois quadrados, um de lado 8 cm e outro de lado 6 cm. Qual é a área da região cinza? A) 44 cm^2 B) 46 cm^2 C) 48 cm^2 D) 50 cm^2 E) 56 cm^2 	- João tem um terreno com 1,64 hectares, o mesmo é formado por dois quadrados, um com 1 hectare e o outro com 0,64 hectare. Ele usa uma parte de sua propriedade em uma lavoura de milho, que está representada em cinza na figura abaixo, qual a área, em m^2, ocupada por essa lavoura?  A) 7400 m^2 B) 6400 m^2 C) 5400 m^2 D) 9000 m^2 E) 8000 m^2

A situação 5 foi adaptada de modo que a figura que é composta por dois quadrados, represente o terreno de João, e que tem 1,64 hectares de área, onde uma parte é usada no cultivo de milho, pedindo-se para calcular a área destinada a esse plantio em metros quadrados.

6ª Situação

OBMEP – 2017 – Nível 3	Contextualização
14. Uma caixa contém 10 bolas verdes, 10 bolas amarelas, 10 bolas azuis e 10 bolas vermelhas. Joãozinho quer retirar uma certa quantidade de bolas dessa caixa, sem olhar, para ter a certeza de que, entre elas, haja um grupo de sete bolas com três cores diferentes, sendo três bolas de uma cor, duas bolas de uma segunda cor e duas bolas de uma terceira cor. Qual é o número mínimo de bolas que Joãozinho deve retirar da caixa? A) 11 B) 14 C) 21 D) 22 E) 23	- João tem um tanque de criação de peixes, nele há 10 tucunarés, 10 tambaquis, 10 tilápias e 10 acaras. Ele quer retirar uma certa quantia de peixes do tanque, sem olhar, para ter a certeza de que, entre os peixes retirados, haja três de uma espécie, dois de uma segunda espécie e dois de uma terceira espécie. Qual é o número mínimo de peixes que João deve retirar do tanque? A) 11 peixes B) 14 peixes C) 21 peixes D) 22 peixes E) 23 peixes

As contextualizações feitas nas questões anteriores podem ser estendidas para outras questões da OBMEP que estão relacionadas a outros ramos da Matemática, como foi feito na situação 6, com o objetivo de usarmos em nossas aulas de Matemática, propondo assim, questões interessantes e voltadas para o cotidiano do aluno.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho é fruto de observações e de nossa experiência como professor, que nos possibilitou fazermos reflexões sobre o ensino e aprendizagem da Geometria em escolas situadas em comunidades quilombolas no Município de Moju no Estado do Pará, onde exercemos nossas atividades docentes desde 2009. Nosso objetivo não é de formular uma proposta de ensino que substitua as já existentes, mas sim de contribuir de forma positiva por meio de atividades (situações problemas) que juntamente com os recursos disponíveis, venha colaborar para viabilizar o ensino e aprendizagem da Geometria, dentro de nossa realidade escolar.

Nossa pesquisa teve por objetivos, investigar as contribuições da Resolução de Problemas usada como ferramenta metodológica nas aulas de Matemática em escolas que atendem alunos oriundos de comunidades quilombolas, e o uso da conceituação da Etnomatemática criada por Ubiratan D'Ambrósio para a elaboração de problemas geométricos que levem em consideração o contexto sociocultural vivido por esses alunos. Pois, neste panorama notamos por meio de análise de dados disponibilizados pelo Instituto de Terras do Pará, que em nosso Estado há um número considerável de comunidades intituladas como remanescente de quilombos, sinalizando assim, para a existência de um número significativo de estudantes, que poderiam ter um ensino de Matemática voltado para suas realidades.

A princípio, os problemas propostos concentram situações de atividades práticas, tais como, a lavoura de diversos produtos, o comércio, a piscicultura, a medição de terras, a construção de casas e etc., com o intuito de aproximar ao máximo o ensino de Geometria ao cotidiano vivido pelo aluno. Em seguida adequamos ao contexto sociocultural em destaque, algumas questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas com o objetivo de enfatizarmos que podemos preparar o estudante do campo para tal olimpíada, mas sem desprezar sua realidade local.

Para solucionar os problemas adotamos o processo de Resolução de Problemas proposto por George Polya, pois verificamos que o referido pesquisador elaborou uma estrutura com quatro etapas para se resolver um problema de forma satisfatória, primando para compreensão, criação de uma estratégia, execução e verificação da solução. Nesse sentindo podemos verificar que há uma busca pela familiarização com problemas que de modo geral tenham alguma ligação em seus contextos, isto é, problemas correlatos que podem ser resolvidos comparando uns com os outros, aprimorando dessa forma a habilidade do aluno de resolver problemas.

Durante toda nossa docência, que ainda se faz inteiramente na zona rural, notamos que as pessoas que lá vivem utilizam uma Matemática extremamente útil em suas atividades, e, que em conversa com essas pessoas nos foi revelado que o conhecimento de tal Matemática não foi adquirido em escolas, mas sim passado de geração para geração de forma espontânea. Nesse sentido, nos desafiamos a trazer essa Matemática para enriquecer nossas aulas, e, para isso, por meio de pesquisas, nos deparamos com a Etnomatemática que tem como um de seus objetivos, aproximar o ensino de Matemática ao contexto sócio, cultural, político e econômico onde a escola está inserida.

A pesquisa estar longe de pronta e acabada, pois pretendemos expandir futuramente a proposta para outros ramos da Matemática, tendo como principal objetivo, mostrar que a Matemática não é algo abstrato e que a mesma pode, sem via dúvidas, contribuir para a inclusão da escola na sociedade e vice-versa. Além disso, esperamos estar colaborando para cada vez mais diversificar o ensino e a aprendizagem dessa ciência, e que o material produzido possa ser utilizado e que sirva de estimulo para professores de Matemática que trabalham em escolas localizadas em comunidades quilombolas.

REFERÊNCIAS

ALVES, Damião de Oliveira. **Resolução de Problemas como Recurso Didático no Ensino e na Aprendizagem da Álgebra**. Rio Grande do Norte: UFRN, 2015,

ANDRINI, Álvaro. **Praticando matemática**. São Paulo: Editora do Brasil, 1989.

ARAÚJO, Ana Itamara Paz. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. Rondônia: UNIR, 2010.

BARBOSA, João Lucas Marques. Geometria Euclidiana Plana: **Coleção do Professor de Matemática**. 4ª edição. Rio de Janeiro: SBM, 1999.

BIANCHINI, Edwaldo. Componente Curricular: **Matemática**. 6ª edição. São Paulo: Moderna, 2006.

BRASIL, **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL, Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF: Senado Federal: Centro Gráfico, 1988. 292 p.

BRASIL. Lei 9394/96. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília: MEC, 1996.

BRASIL, **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**. Rio de Janeiro: MEC/IMPA/SBM, 2011.

BRASIL, **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**. Rio de Janeiro: MEC/IMPA/SBM, 2014.

BRASIL, **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**. Rio de Janeiro: MEC/IMPA/SBM, 2015.

BRASIL, **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**. Rio de Janeiro: MEC/IMPA/SBM, 2017.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 142 p, 1997.

BRASIL. **Serviço de Estatística da Produção**. Brasília: Ministério da Agricultura, 1996.

BORBA, Marcelo. Etnomatemática: **O Homem também conhece o mundo de um ponto de vista Matemático**. Rio Claro: Bolema, 1988.

CARVALHO, Edileia; OLIVEIRA, Suely Noronha; MAROUN, Kalyla. Educação Escolar Quilombola: **Diálogos e Interfaces entre Experiências Locais e a Institucionalização de uma Nova Modalidade de Educação no Brasil**. Rio de Janeiro: PUC, 2014.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. **Resolução CNE/CEB nº 8/2012**, Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Escolar Quilombola. Brasília: CNE/CEB, 2012.

CASTRO, Edna Maria Ramos de; MARIN, Rosa Acevedo. No caminho de pedras de Abacatal: **Experiência social de grupos negros no Pará**. Belém: NAEA/UFPA, 2004.

CRUZ, Carlos Renilton; HAGE, Salomão Antônio. Mufarrej. Movimento de Educação do Campo na Amazônia Paraense: **Ações e Reflexões que Articulam Protagonismo, Precarização e Regulação**. Belém: UFPA, 2015.

D’AMBRÓSIO, Ubiratan. Etnomatemática: **Elo entre as tradições e a modernidade**. 5ª edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2017.

D’AMBRÓSIO, Ubiratan. Etnomatemática: **Arte ou técnica de explicar ou conhecer**. 5ª Edição. São Paulo: Ática, 1993.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática 1ª a 5ª séries**. 1ª Edição. São Paulo: Ática, 1989.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: UNICAMP, 2004.

FERREIRA, Eduardo Sebastiane; IMENES, Luiz Márcio. Etnomatemática: A matemática incorporada à cultura de um povo. **Revista de Ensino de Ciências**. São Paulo, 1986.

GERDES, Paulus. Etnomatemática – Cultura, Matemática, Educação: **Colectânea de Textos 1979-1991**. 2ª edição. Belo Horizonte, Boane, Moçambique: Instituto Superior de Tecnologias e Gestão (ISTEG), 2012.

IEZZI, Gelson. Matemática: **Ciência e Aplicações**. 2ª edição. São Paulo: Saraiva, 2005.

JUSTULIN, Andresa Maria; SOUSA, Daniela Diniz. A resolução de problemas e suas diversas abordagens em livros didáticos de matemática do 7º ano do ensino fundamental. **XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba, 2013.

LOPES, Ana Carolina Mattoso. **Os direitos sociais na Constituição de 1934 e o negro como destinatário da ordem social**. Rio de Janeiro: PUC, 2017.

LUPINACCI, Vera Lúcia Martins. Resolução de Problemas no Ensino de Matemática: **VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Recife: UFPE, 2004.

MARQUES, Jane Aparecida; MALCHER, Maria Ataide. Territórios Quilombolas: **Cadernos ITERPA**. Vol. 3. Belém: ITERPA, 2009.

MENEZES, Marizilda dos Santos. Etnogeometria: **A geometria Construída nos Panos Africanos**. UNESP, São Paulo, 2005.

MONTEIRO, Alexandrina; JUNIOR, Geraldo Pompeu. **A matemática e os temas transversais**. São Paulo: Moderna, 2001.

MUNIZ NETO, Antônio Caminha. Coleção PROFMAT: **Geometria**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

NASCIMENTO, Anna Karla Silva. Geometria Não-Euclidianas como anomalias: **Implicações para o ensino de geometria e medidas**. UFRN, Natal, 2013.

NUNES, Célia Barros. O processo ensino-aprendizagem-avaliação de geometria através da resolução de problemas: **perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática**. 430 p. Tese (Doutorado em educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro (SP), 2010.

OLIVEIRA, Marcelo Rufino. Elementos da matemática: **Geometria plana**. 2ª edição. Belém: Print Solution, 2016.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Orgs.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V.(Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

PARÁ. **Instituto de Terras do Pará.** Belém: ITERPA, 2017.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

RIOS, Oscar. Pacheco. **Etnogeometria**. Publicado em meio virtual no site: www.kanslis.lu.se/latinam/virtual/cono/oscar2.html. Acessado em 05/03/2018.

ROCHA, Silvana Brandão. **Conceitos do Desenho Geométrico como Cultura Vernacular**. UERJ, Rio de Janeiro, 2017.

SALIN, Eliana Bevilacqua. Geometria Espacial: **A aprendizagem através da construção de sólidos geométricos e da resolução de problemas**. Porto Alegre: UFRGS, 2013.

STANIC, Georg M. A.; KILPATRICK, Jeremy. (1989). *Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum*. En Silver, R. I. C. E. A. (Ed.). ***The Teaching and Assessment of Mathematical Problem Solving (pp. 1-22)***. VA: NCTM; Lawrence Erlbaum. Recuperado de http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/stanic-kilpatrick%2089.

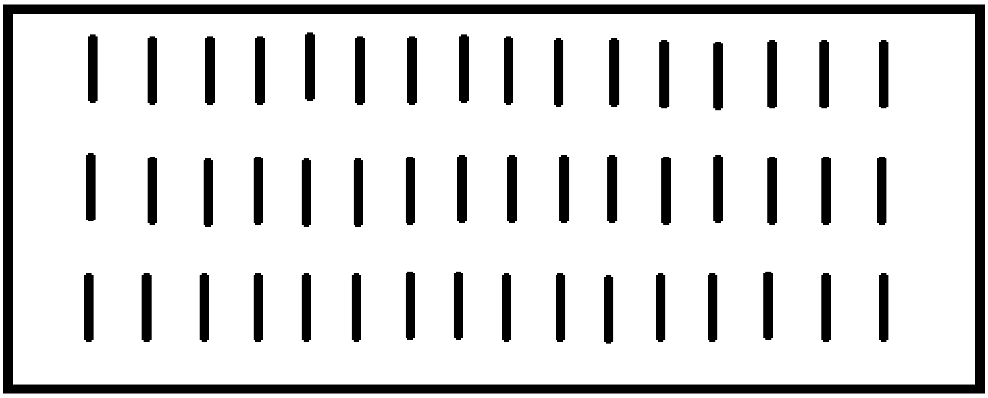
SOUSA, Ariana Bezerra. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática**. Brasília: Universidade Católica de Brasília, 2015.

APÊNDICE A: PROBLEMAS PROPOSTOS

6ª Situação Problema

- Considerando a situação abaixo, resolva às seis questões seguintes:

Sebastião, em sua propriedade, tem um plantio de pimenta do reino, que no início de sua implantação foi ilustrada no papel, como mostra a figura abaixo:



Fonte: Autor

Questão 24: Considerando apenas o comprimento de cada estaca (haste) de madeira, que são necessárias para sustentar as árvores de pimenta do reino, qual figura geométrica pode representar essas estacas?

Questão 25: As estacas são fincadas no solo na posição “em pé” (perpendicular), então quanto mede o ângulo formado por cada uma delas com o solo?
Observação: Considere o solo como um plano.

Questão 26: Se duas dessas estacas estão na posição perpendicular com o solo, então podemos afirmar que a distância que as separa em baixo (no solo) é a mesma que as separa em cima (em seus topos)? Justifique sua resposta.

Questão 27: Considerando a questão anterior, podemos afirmar que as duas estacas representam retas paralelas? Justifique sua resposta.
Observação: Considere que as estacas representem retas.

Questão 28: Durante uma ventania, uma das estacas tombou como mostra a figura abaixo:

Fonte: Autor

Agora, considerando essa circunstância e o sentido anti-horário, qual tipo de ângulo a estaca que tombou está formando com o solo?
Observação: Considere o solo como um plano.

Questão 29: Se cada estaca comprada por Sebastião custa R$ 5,50, então quanto ele gastará na compra de 300 estacas desse tipo?

7ª Situação Problema

Na comunidade quilombola São Bernadino no Município de Moju existem árvores de Castanha do Pará plantadas em filas, de modo que a distância entre seus troncos obedece à metragem rigorosa de 12 metros, isto é, 12 metros de um tronco para outro. Sabendo que os troncos dessas árvores são cilíndricos e formam ângulos de 90º com o solo, ou seja, são perpendiculares ao solo, responda às cinco questões seguintes:

Árvores de castanha do Pará

Fonte: *www.google.com.br/search?q=fotos+da+arvore+da+castanha+do+para*. *Acesso em 05 de março de 2018 às 15h50min horas.*

Questão 30: Qual figura geométrica pode representar o tronco de uma castanheira descrita na situação problema?

Questão 31: Paulo e Pedro são alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, Paulo lançou o seguinte desafio a Pedro: "Sabendo que a diferença entre as alturas de duas dessas castanheiras é de 9 metros, qual a distância, em braças, entre sues topos?". Ajude Pedro a resolver esse desafio.

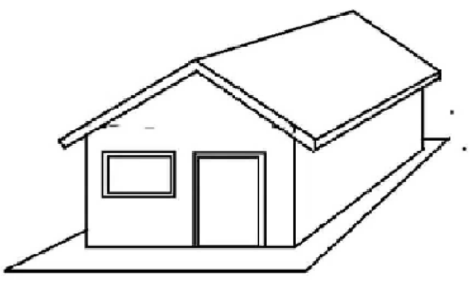
Questão 32: Se a distância entre os topos de duas dessas castanheiras é de aproximadamente 9,09 braças, qual a diferença, em metros, entre suas alturas?

Questão 33: Considerando que os troncos de três dessas castanheiras são paralelos entre si, e sabendo que a distância entre o topo da primeira e o topo da segunda é de 18 metros e que a distância em que a terceira foi plantada não obedeceu aos 12 metros estipulado no problema, isto é, foram acrescentados 2 metros, qual a distância, em braças, entre os topos da segunda e da terceira castanheira?

Questão 34: A castanheira é uma árvore imponente que tem tronco em forma de cilindro. Sabendo que uma das castanheiras citada acima tem 2 metros de diâmetro e um tronco medindo 25 metros de comprimento, quantos metros cúbicos tem essa castanheira?

8ª Situação Problema

Antônio mora na comunidade quilombola Conceição do Mirindeua no Município de Moju, e exerce a profissão de pedreiro, o mesmo foi contratado para construir uma casa na comunidade quilombola São Sebastião da Ribeira localizada no mesmo município. Para isso, Antônio fez o seguinte desenho:



Fonte: wcandoliver.blogspot.com. Acesso em 17 de dezembro de 2017 às 14 horas

Questão 35: Cite algumas figuras geométricas que aparecem no desenho de Antônio.

Questão 36: Sabendo que a casa terá 5 metros de largura e 10 metros de comprimento, qual a área, em metros quadrados, que a mesma ocupará do terreno?

Questão 37: Supondo que a parede lateral terá uma altura de 3 metros, qual a área, em metros quadrados, que parede terá?

Questão 38: Observando que a parede da frente da casa é formada por uma parte retangular e uma triangular, responda:

a) Considerando que a altura do triângulo é de 1,5 metros, qual a sua área, em metros quadrados?

b) Qual a área, em metros quadrados, da parte retangular, levando em consideração a largura de 5 metros e a altura de 3 metros e desconsiderando a janela e a porta?

c) Se a área ocupada pela janela e pela porta é de 3,5 metros quadrados, então qual a área real, em metros quadrados, ocupada pela parte retangular?

d) Qual a área total, em metros quadrados, da parede frontal da casa?
Observação: Desconsidere a janela e a porta.

Questão 39: Antônio cobrou R$ 10,00 por metro quadrado construindo, então quanto receberá pela construção das quatro paredes externas?
Observação: Desconsidere portas e janelas.

APÊNDICE B: FOTOS REALIDADE QUILOMBOLA

Plantio de mandioca com aproximadamente 2 meses

Fonte: Autor (Comuinidade Ribeira)

Plantio de mandioca onde se nota a forma de um quadrilátero

Fonte: Acervo do autor (Comunidade Jacundaí)

Plantação de milho as margens da Rodovia dos Quilombolas

Fonte: Acevo do autor

Comunidade Quilombola Ribeira no Município de Moju

Fonte: Acervo do autor

Alunos de 3ª e 4ª etapas da escola São Sebastião da Ribeira na fabricação de farinha

Fonte: Acervo do autor

Os artefatos destacados na figura anterior são uma *garera* assim chamada no linguajar quilombola (cocho) e um *forno* artesanal onde se prepara a farinha.

Mandioca que será usada na produção de farinha

Fonte: Acervo do autor

Farinha produzida de modo tradicional

Fonte: Acervo do autor

ANEXO A: TITULAÇÃO DE TERRITÓRIOS QUILOMBOLAS NO ESTADO DO PARÁ

TÍTULO DE DOMÍNIO COLETIVO NO ESTADO DO PARÁ								
TÍTULOS		**TERRAS QUILOMBOLAS**		**COMUNIDADES**		**ÁREA TITULADA (ha)**		**EXPEDIDOR**
QTD	**%**	**QTD**	**%**	**QTD**	**%**	**QTD**	**%**	
49	77,78%	51	78,46%	98	69,50%	253.838,8218	42,76%	ITERPA
11	17,46%	11	16,92%	11	7,80%	23.651,3723	3,98%	INCRA
2	3,17%	2	3,08%	26	18,44%	298.931,3517	50,36%	ITERPA/INCRA
1	1,59%	1	1,54%	6	4,26%	17.189,6939	2,90%	FCP
63	**100,00%**	**65**	**100,00%**	**141**	**100,00%**	**593.611,2397**	**100,00%**	
TÍTULO DE DOMÍNIO COLETIVO NO MUNICÍPIO DE MOJU								
TÍTULOS		**TERRAS QUILOMBOLAS**		**COMUNIDADES**		**ÁREA TITULADA (ha)**		**EXPEDIDOR**
QTD	**%**	**QTD**	**%**	**QTD**	**%**	**QTD**	**%**	
14	100,00%	14	100,00%	17	100,00%	22.280,7206	100,00%	ITERPA
0	0,00%	0	0,00%	0	0,00%	-	0,00%	INCRA
0	0,00%	0	0,00%	0	0,00%	-	0,00%	ITERPA/INCRA
0	0,00%	0	0,00%	0	0,00%	-	0,00%	FCP
14	**100,00%**	**14**	**100,00%**	**17**	**100,00%**	**22.280,7206**	**100,00%**	

Fonte: ITERPA

ANEXO B: TERRITÓRIOS QUILOMBOLAS NO ESTADO DO PARÁ

Nº	Terra quilombola	Comuniades	Famílias	Dimensão (ha)	Município	UF	Órgão Expedidor	Data da Titulação
1	2º Distrito de Porto Grande	Itabatinga, Porto Grande, Santo Antônio de Viseu, São Benedito de Viseu, Uxizal, Vizânia	400	17.220,3792	Mocajuba	Pará	Iterpa	2008
2	Abacatal - Aurá	Abacatal-Aurá	53	583,2838	Anandeua	Pará	Iterpa, Iterpa	2008, 1999
3	Água Fria	Água Fria	15	557,1355	Oriximiná	Pará	Incra	1996
4	Alto Trombetas	Abuí, Mãe Cue, Paraná do Abuí, Sagrado Coração, Santo Antônio de Abuizinho, Tapagem	155	79.095,5912	Oriximiná	Pará	Iterpa	2003
5	Bailique	Bailique Beira, Bailique Centro, Poção, São Bernado	112	7.297,6910	Oeiras do Pará/Baião	Pará	Iterpa	2002
6	Bela Aurora	Bela Aurora	32	2.410,2754	Cachoeira do Piriá	Pará	Incra	2004
7	Boa Vista	Boa Vista	112	1.125,0341	Oriximiná	Pará	Incra	1995
8	Bom Remédio	Bom Remédio	116	588,1670	Abaetetuba	Pará	Iterpa	2002
9	Cabeceiras	Apui, Castanhaduba, Cuecê, Matar, São José, Silêncio	445	17.189,6939	Óbidos	Pará	FCP	2000
10	Camiranga	Camiranga	39	320,6121	Cachoeira de Piriá	Pará	Iterpa	2002
11	Caranandu ba	Carananduba	33	644,5477	Acará	Pará	Iterpa	2006
12	Castanhalzinho	Comunidade Remanescent	62	291,0781	Garrafão do Norte	Pará	Iterpa	2015

		e de Quilombo Castanhalzinho						
13	Centro Ouro	Bom Jesus Centro Ouro, Nossa Senhora das Graças, São Bernadino	123	5.234,1409	Moju	Pará	Iterpa	2006
14	Cutuvelo	Comunidade Remanescente de Quilombo Cutuvelo	47	497,1703	Garrafão do Norte	Pará	Iterpa	2015
15	Erepecuru	Acapú, Araçá, Boa Vista do Cuminá, Espírito Santo, Jarauacá, Jauari, Pancada, Varre Vento	154	218.044,2477	Oriximiná	Pará	Iterpa, Incra	2000, 1998
16	Guajará Miri	Guajará Miri	70	1.024,1954	Acará	Pará	Iterpa	2002
17	Gurupá	Alto Ipixuna, Bacá do Ipixuna, Camutá do Ipixuna, Carrazedo, Flexinha, Gurupá-mirin, Jocojó	300	83,437,1287	Gurupá	Pará	Iterpa	2000
18	Igarapé Preto	Araquenbaua, Baixinha, Campelo, Carará, Costeiro, Cupu, França, Igarapé Preto, Igarapezinho, Pampelônia, Teófilo, Varzinha	701	17357,0206	Baião / Oieras do Pará / Mocajuba	Pará	Iterpa	2002
19	Ilhas de Abaetetuba	Acaraqui, Alto Itacuruça, Arapapu, Arapapuzinho,	701	9.076,1909	Abaetetuba	Pará	Iterpa	2002

		Baixo Itacuruça, Jenipaúba, Médio Itacuruça, Rio Tauaré-açu						
20	Ipanema, Campo Verde, Igarapé Dona e Santo Antonio-ARQUINEC	Campo Verde, Igarapé Dona, Ipanema, Santo Antônio II	180	5.981,3412	Concórdia do Pará	Pará	Incra	2010
21	Itaboca-Quatro Bocas e Cacoal	Itaboca-Quatro Bocas e Cacoal	84	446,6848	Inhangapi	Pará	Iterpa	2010
22	Ilha Itamoary	Itamoari	33	5.377,6028	Cachoeira de Piriá	Pará	Incra	1998
23	Ilha Grande do Cupijó	Comunidade Remanescente de Quilombo Ilha grande de Cupijó	25	1.922,6471	Cametá	Pará	Iterpa	2017
24	Itancoã Miri	Itancoã Miri	96	968,9932	Acará	Pará	Iterpa	2003
25	Jacarequara	Comunidade Remanescente de Quilombo Jacarequara	55	1.236,9910	Santa Luzia do Pará	Pará	Iterpa	2008
26	Jacunday	Jacunday	60	1.701,5887	Moju	Pará	Iterpa	2006
27	Jurussaca	Jurussaca	45	200,9875	Tracuateua	Pará	Iterpa	2002
28	Laranjituba /África	África, Laranjituba	48	1.226,2278	Moju	Pará	Iterpa, Iterpa	2008, 2001
29	Macapazinho	Macapazinho	33	68,7834	Santa Isabel do Pará	Pará	Iterpa	2008
30	Maria Ribeira	Maria Ribeira	32	2.031,8727	Gurupá	Pará	Iterpa	2000

31	Matias	Matias	45	1.424,6701	Cametá	Pará	Iterpa	2008
32	Menino Jesus	Menino Jesus	12	288,9449	São Miguel do Guamá	Pará	Iterpa	2008
33	Mocambo	Mocambo	102	652,1076	Ourém	Pará	Iterpa	2012
34	Moju-Miri	Moju-Miri	28	878,6388	Moju / Abaetetuba	Pará	Iterpa	2008
35	Muruteuazinho	Muruteuazinho	38	628,4249	Santa Luzia do Pará	Pará	Iterpa	2013
36	Nossa Senhora da Conceição	Nossa Senhora da Conceição	54	2.393,0559	Mujo	Pará	Iterpa	2005
37	Nossa Senhora do Livramento	Nossa Senhora do Livramento	53	128,9332	Igarapé Açu, Nova Timboteua	Pará	Iterpa	2010
38	Paca e Aningal	Aningal, Paca	22	1.284,2398	Viseu	Pará	Incra	2004
39	Pacoval	Pacoval	115	7.472,8790	Alenquer	Pará	Incra	1996
40	Porto Alegre	Porto Alegre	54	2.858,7114	Cametá	Pará	Iterpa	2007
41	Ramal do Piratuba	Ramal do Piratuba	176	959,8167	Abaetetuba	Pará	Iterpa	2010
42	Ribeira do Jambu-Açu	Ribeira do Jambu-Açu	62	1.303,5089	Moju	Pará	Iterpa	2008
43	Samaúma	Samaúma	12	213,0550	Abaetetuba	Pará	Iterpa	2008
44	Santa Fé / Santo Antônio	Santa Fé, Santo Antônio	28	830,8776	Baião	Pará	Iterpa	2002
45	Santa Luzia do Traquateu	Santa Luzia do Traquateua	32	342,3018	Moju	Pará	Iterpa	2009

	a							
46	Santa Maria do Mirindeua	Santa Maria do Mirindeua	85	1.763,0618	Moju	Pará	Iterpa	2003
47	Santa Maria do Traquateua	Santa Maria do Traquateua	27	833,38333	Moju	Pará	Iterpa	2005
48	Santa Quitéria e Itacoãozinho	Santa Quitéria / Itacoãozinho	67	646,5774	Acará	Pará	Iterpa	2010
49	Santa Rita de Barreira	Santa Rita de Barreira	35	371,3032	São Miguel do Guamá	Pará	Iterpa	2002
50	Santana do Baixo	Santana do Baixo	34	1.551,1216	Moju	Pará	Iterpa	2009
51	Santo Cristo	Santo Cristo do Ipitinga de Mirindeua	52	1.767,0434	Moju	Pará	Iterpa	2003
52	São José de Itacu	Itacu	80	1.636,6122	Baião / Mocajuba	Pará	Iterpa	2002
53	São Manoel	São Manoel	68	1.163,6383	Moju	Pará	Iterpa	2005
54	São Sebastião de Traquateua	São Sebastião de Traquateua	39	962,0094	Moju	Pará	Iterpa	2009
55	Sítio Bosque	Sítio Bosque	85	1.152,0000	Moju	Pará	Iterpa	2015
56	Tambaí-Açu	Tambaí-Açu	66	1.824,7852	Mocajuba	Pará	Iterpa	2009
57	Terra Liberdade	Bonfim,Frade, Itabatinga, Itapocu, Mola, Taxizal, Tomázia	189	11.953,4934	Cametá	Pará	Iterpa	2013
58	Tipitinga	Tipitinga	27	633,4357	Santa Luzia do Pará	Pará	Iterpa	2008

59	Trombetas	Aracuan de Baixo, Aracuan de Cima, Aracuan do Meio, Bacabal, Jarauacá, Serrinha, Terra Preta II	138	80.887,0940	Oriximiná	Pará	Incra, Iterpa	1997, 1997
			6.050	593.611,2397				

Fonte: ITERPA

ANEXO C: ESCOLAS QUILOMBOLAS

Nº	Escolas Quilombolas Municipais	
01	Abel Figueiredo	Moju/Pará
02	Baixo Caeté	
03	Bento Lima	
04	Bom Futuro	
05	Bom Prazer	
06	Bosque	
07	C.F.R.- Padre Sergio Tonetto	
08	Conceição do Mirindeua	
09	Entre Amigos Unidos	
10	Marinaldo Ferreira	
11	NSª das SRª das Graças	
12	Príncipe da Paz	
13	Rildo Valadares	
14	Santo Cristo	
15	São Bernadino	
16	São Manoel	
17	São Miguel	
18	São Sebastião da Ribeira	
19	São Sebastião Traquateua	
20	STA Luzia do Traquateua	
21	STA Maria do Traquateua	
22	Waldemar de Jesus	
23	C.F.R Hernani Franco	

Fonte: Secretaria de Educação do Município de Moju

ANEXO D: MEDIDAS AGRÁRIAS

	Designação	Braças	Metros	Hect	Estados
1	Alqueire	50 X 50	110 X 110	1,21	SP, MG
2	Alqueire	50 x 75	110 x 165	1,82	MG, MT
3	Alqueire	75 x 75	165 x 165	2,72	TODOS
4	Alqueire	75 x 80	165 x 175	2,90	MG
5	Alqueire	79 x 79	173,8 x 173,8	3,02	MG
6	Alqueire	80 X 80	176 X 176	3,19	ES, SP, MG
7	Alqueire	75 X 100	165 X 220	3,63	RJ, MG
8	Alqueire	100 x 150	220 x 330	7,26	MG
9	Alqueire	100 X 200	220 x 440	9,68	MG, MT
10	Alqueire	–	440 x 440	19,36	MG, BA, GO
11	Alqueire Paulista	50 x 100	110 x 220	2,42	MA, ES, RJ, SP, MG, PE, SC, RS, MT, GO e PB
12	Alqueire Mineiro	100x 100	220 x 220	4,84	AC, RN, BA, ES, RJ, SP, SC, RS, MT, GO, TO, MG
13	Braça Linear	200 X 200	2,20	–	TODOS
14	Braça Quadrada	–	2,20 X 2,20	0,000484	TODOS
15	Braça de Sesmaria	1 x 3.000	2,20 x 6.600	1,45	RS
16	Celamim	12,5 x 6,25	27,5 x 13,75	0,04	MT
17	Celamim	12,5 x 25	27,5 x 55	0,15	SP, PR, SC, RS, MG
18	Cento de Côvados	30 x 30	66 x 66	0,44	BA
19	Cem Passos	30 x 30	66 x 66	0,44	CE
20	Cinquenta	50 X 50	110 X 110	1,21	AM, PA, MA, PI, CE, RN, PB, PE, AL, SP, SC, RS
21	Conta	4 x 25	8,8 x 55	0,05	PE, AL, SE
22	Conta	10 x 12	22 x 26,4	0,06	PE
23	Conta	5 x 25	11 x 55	0,06	SE
24	Conta	12 x 12	26,4 x 26,4	0,07	PE, AL, SE

25	Conta	10 x 15	22 x 33	0,07	PE
26	Corda	10 x 10	22 x 22	0,05	BA
27	Corda	12 x 12	26,4 x 26,4	0,07	BA
28	Corda	15 x 15	33 x 33	0,11	BA
29	Data	–	20 x 20	0,04	GO, TO
30	Data	8 x 20	17,6 x 44	0,08	SP
31	Data	10 x 20	22 x 44	0,10	SP, PR, MG
32	Data	–	25 x 50	0,12	SP, PR
33	Data	–	44 x 44	0,19	GO, TO
34	Data de Sesmaria	3.000 x 9.000	6.600x19.800	1306 8,00	PI e TODOS até 1822
35	Data de Campo	1.500 x 375	3.300 x 825	272, 25	RS
36	Geira (Leira)	20 x 20	44 x 44	0,19	SP, SC
37	Légua Linear	–	6000	–	PA, MA, PI, BA
38	Légua Linear	3000	6000	–	RS, RJ, GO, TO
39	Légua Linear	2400	5280	–	CE, RN
40	Légua Linear	–	6000	–	TODOS
41	Légua Quadrada	–	6.000 x 6.000	3600 ,00	TODOS
42	Légua Quadrada	–	6.000 x 6.000	4356 ,00	PA, MA, PI, BA, RJ, RS, GO, TO
43	Quadra de Sesmaria	–	–	1089 ,00	MG
44	Linha	25 x 25	55 x 55	0,30	MA, PI, PE
45	Litro	–	–	0,05	SP
46	Litro	–	–	0,06	MG
47	Litro	5 x 25	11 x 55	0,06	SP, PR, SC, GO, MG
48	Litro	–	–	0,07	RJ
49	Litro	–	–	0,07	MG
50	Litro	–	–	0,07	MG
51	Litro	2,5 X 2,5	–	0,02	SP
52	Litro	10 x 10	22 x 22	0,05	–
53	Litro	4 x 25	8,8 x 55	0,05	SP, SC, PR, GO,

					TO, MG
54	Litro	–	–	0,06	SP, MG
55	Litro	5 x 25	11 x 55	–	SP, PR, SC, GO, TO
56	Litro	–	–	0,07	RJ, MG
57	Litro	–	–	0,12	MG, ES, RJ
58	Meia Cuia	10 x 10	22 x 22	0,05	–
59	Meia Data	10 x 10	22 x 22	0,05	SP
60	Meia Linha	12,5 x 25	27,5 x 55	0,15	MA
61	Meia Quarta	5 x 100	110 x 220	2,42	MA
62	Meia Quarta	25 x 25	55 x 55	0,30	SP, RS
63	Meia Quarta	30 x 12,5	110 x 27,5	0,35	SP, RS
64	Mil Réis	50 x 100	110 x 220	2,42	
65	Tarefa	–	4356	0,43	BA
66	Tarefa	–	3053	0,03	AL, SE
67	Tarefa	–	3630	0,36	CE
68	Tarefa	7 x 7	15,4 x 15,4	0,02	MG
69	Tarefa	8 x 8	17,6 x 17,6	0,03	MG
70	Tarefa	12 x 12	26,4 x 26,4	0,10	SP, MT, MG
71	Tarefa	12,5 x 12,5	27,5 x 27,5	0,08	SP, PR, MT, MG
72	Tarefa	14 x 14	30,8 x 30,8	0,09	MT, MG
73	Tarefa	15 x 15	33 x 33	0,11	SP, MT, MG
74	Tarefa	16 x 16	35,2 x 25,2	0,12	MT, MG
75	Tarefa	18 x 18	39,6 x 39,6	0,16	MG
76	Tarefa	20 x 20	44 x 44	0,19	MG
77	Tarefa	25 x 25	55 x 55	0,30	TODOS
78	Tarefa bahiana	30 x 30	66 x 66	0,44	PB, PE, BA, SP, GO, MG
79	Quadra	12 x 12	26,4 x 26,4	0,07	PE, SP, MG
80	Quadra	14 x 14	30,8 x 30,8	0,09	SP, MG
81	Quadra	60 x 60	132 x 132	1,74	AC, AM, PA, PI, CE, PE, AL, ES, RJ, SP, SC, RS, MT, MG

82	Quadra	100 x 100	220 x 220	4,84	AM, PA, PI, CE, PB, PE, AL, ES, MT, GO, MG
83	Quarta	50 x 25	110 x 55	0,61	SP, PR, SC, RS, MT, MG
84	Quarta	37,5 x 37,5	82,5 x 82,5	0,68	RJ, SP, RS, MG
85	Quarta	–	–	0,76	MG
86	Quarta	40 x 40	88 x 88	0,77	MG
87	Quarta	25 x 75	55 x 165	0,91	MG
88	Quarta	50 x 50	110 x 110	1,21	ES, RJ, RS, MT, GO, MG
89	Quarta	100 x 100	220 x 220	4,84	MG
90	Quarteirão	12,5 x 12,5	27,5 x 27,5	0,75 60	AC, PE, SE, MG
91	Vara linear	–	2,2	–	AC, AM, MA, CE, PB, PE, SE, BA, PR, GO, MG
92	Vara quadrada	–	2,20 x 2,20	0,00 0484	AC, AM, MA, CE, PB, PE, SE, BA, PR, GO, MG

Fontes:

– Serviço de Estatística da Produção, Ministério da Agricultura – setembro/1946 (Informação preparada em novembro de 1966 por Wincar Goes Teixeira, Eng. Agrº. Dos Serviços Gerais de Planejamento e Coordenação do INDA).

– Falcão, Ismael Marinho. Direito Agrário Brasileiro: doutrina, jurisprudência, legislação e prática.

– Agenda Operacional – EMATER MG 2004

Disponível em: http://forest-gis.com/2018/01/unidades-de-medidas-agrarias-e-tabela-de-conversao.html/. Acesso dia 09/03/2018