



**UNIVERSIDADE DO FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO**

**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE  
NACIONAL – PROFMAT**

**THIAGO LOPES NASCIMENTO SANTIAGO**

**O ENSINO DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS: um estudo  
utilizando a modelagem matemática**

Juazeiro-BA

2018

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE**  
**NACIONAL – PROFMAT**

**THIAGO LOPES NASCIMENTO SANTIAGO**

**O ENSINO DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS: um estudo**  
**utilizando a modelagem matemática**

Trabalho apresentado a Universidade Federal do Vale do São Francisco-UNIVASF, Campus Juazeiro, como requisito para a obtenção do título de Mestre em matemática.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Ramalho Silva

Juazeiro-BA

2018

S235e Santiago, Thiago Lopes Nascimento.  
O ensino dos sólidos geométricos: um estudo utilizando a modelagem matemática / Thiago Lopes Nascimento Santiago. – Juazeiro-BA, 2018.  
ix; 69f: il.;29 cm

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro-BA, 2018.

Orientador (a): Prof.(a) Dr. Alexandre Ramalho Silva.

1. Geometria. Título. II Silva, Alexandre Ramalho. III. Universidade Federal do Vale do São Francisco.

CDD 516

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de BibliotecaSIBI/UNIVASF  
Bibliotecário: Renato Marques Alves

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE  
NACIONAL - PROFMAT

FOLHA DE APROVAÇÃO

Thiago Lopes Nascimento Santiago

O ENSINO DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS: um estudo utilizando a  
modelagem matemática

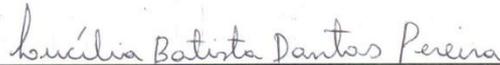
Dissertação apresentada como  
requisito parcial para obtenção do  
título de Mestre em Matemática,  
pela Universidade Federal do Vale  
do São Francisco.

Aprovada em: 28 de fevereiro de 2018.

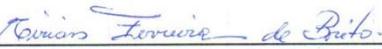
**Banca Examinadora**



Prof. Dr. Alexandre Ramalho Silva, PROFMAT/UNIVASF



Profa. Dra. Lucília Batista Dantas Pereira, UPE



Profa. Dra. Mirian Ferreira de Brito, UNEB

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente a Deus, por conceder que esse momento aconteça.

Aos meus familiares, especialmente a minha esposa Gabriela Gonçalves Santiago, que sempre me incentivou na busca pelo conhecimento.

Aos meus professores do Mestrado que através da sua doutrina conduziu-me até essa trajetória.

Ao professor Alexandre Ramalho Silva, pela orientação, e participação na construção do trabalho em pesquisa.

E a todos que contribuíram diretamente ou indiretamente com o trabalho realizado.

## RESUMO

Os 12 anos de experiência vivenciados como professor de matemática do Ensino médio permitiu detectar uma grande falta de motivação entre os discentes durante as aulas de geometria espacial. Essa percepção me motivou a busca por alternativas incluindo as maquetes e modelagem matemática. Assim, as aulas de matemática podem se tornar mais interessantes, o que favorece o processo ensino-aprendizagem. É importante discutir o ensino da geometria espacial de forma contextualizada, e nesse contexto podemos incluir construções de maquetes e modelagem matemática. Visando discutir e verificar a presença da geometria nas situações práticas do cotidiano do aluno, de modo que compreenda e deduza os conceitos geométricos, aplicada em uma turma do 2º ano do ensino médio de uma escola particular na cidade de Remanso-Ba uma sequência didática em que foi trabalhado o conteúdo de geometria espacial, baseando-se em modelagem matemática e usando como estratégia a construção das maquetes. A análise da sequência didática reportada nesse trabalho tem caráter qualitativo. Os dados coletados foram baseados em questionários preenchidos pelos estudantes e pela observação durante as atividades aplicadas. Como resultado, podemos afirmar que os estudantes tiveram uma compreensão satisfatória do conteúdo. Além disso, podemos afirmar que as atividades propostas mostraram aos estudantes a conexão entre os conteúdos de matemática e o cotidiano. Essa conexão torna o conteúdo interessante e significativo, favorecendo o processo ensino-aprendizagem.

Palavras-chave: Educação Matemática, Ensino da Geometria e Maquetes.

## **ABSTRACT**

The 12 years of experience lived as a high school mathematics teacher made it possible to detect a great lack of motivation among students during the space geometry classes. This perception motivated me to search for alternatives including mockups and mathematical modeling. Thus, mathematics classes can become more interesting, which favors the teaching-learning process. It is important to discuss the teaching of spatial geometry in a contextualized way, and in this context we can include model constructions and mathematical modeling. Aiming to discuss and verify the presence of geometry in the practical situations of the student's daily life, so as to understand and deduce the geometric concepts, applied in a class of the second year of high school of a private school in the city of Remanso-Ba a didactic sequence in which was worked on the content of spatial geometry, based on mathematical modeling and using as strategy the construction of models. The analysis of didactic sequence reported in this work is qualitative. The data collected were based on questionnaires completed by the students and observation during the activities applied. As a result, we can state that the students had a satisfactory understanding of the content. Moreover, we can affirm that the proposed activities showed the students the connection between the contents of mathematics and the daily life. This connection makes the content interesting and meaningful, favoring the teaching-learning process.

Key words: Mathematics Education, Teaching Geometry and Models.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Sólido Intuitivo.....	pag 18
Figura 1.1: Ilustração do Princípio de Cavalieri.....	pag 19
Figura 1.2. Volume do cilindro.....	pag 21
Figura 1.3. Pirâmide seccionada por um plano paralelo a sua base.....	pag 22
Figura 1.4 Volume de pirâmides de mesma altura e base.....	pag 23
Figura 1.5 Cone seccionado por um plano paralelo ao plano de sua base.....	pag 23
Figura 2- Dinâmica da Modelagem .....	pag 29
Figura 3: Sólidos de Platão. ....	pag 38
Figura 4:Maquete do Prisma.....	pag 40
Figura 5: Caixa d'água da escola.....	pag 41
Figura 6 Monumento da cidade.....	pag 39
Figura 7 Gráfico 1.....	pag 44
Figura 8: Atividade parte 1,2 e 3.....	pag 45
Figura 9: Maquete do cubo.....	pag 46
Figura 10: Paralelepípedo isopor.....	pag 46
Figura 11: Maquetes dos sólidos.....	pag 47
Figura 12: Gráfico 2.....	pag 49
Figura 13 : : Reaplicação da atividade.....	pag 50
Figura 14: Caixa d'água de Remanso Velho.....	pag 52
Figura 15: Piscina Clube Aquático.....	pag 53
Figura 16: Vídeo Tv Escola.....	pag 54
Figura 17: Praça Municipal de Remanso Novo.....	pag 56

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	10
<b>1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	14
1.1 IMPORTÂNCIAS DO ESTUDO DA GEOMETRIA .....	14
1.2 A visualização na Geometria Espacial .....	17
1.3 Conceitos intuitivos de volumes de um sólido.....	18
1.4 Áreas e volumes pelo princípio de Cavalieri .....	19
1.5 Volumes no ensino médio pelo princípio de Cavalieri.....	20
1.6 Volume de um prisma qualquer .....	20
1.7 Volumes de um cilindro.....	21
1.8 Volumes de uma pirâmide qualquer .....	22
1.9 Volume de um cone .....	23
<b>2. Modelagem matemática na Educação Matemática</b> .....	25
2.1 Sólidos geométricos.....	29
2.2 A evolução da Modelagem matemática .....	30
2.3 As fases da Modelagem matemática.....	33
<b>3 METODOLOGIA DA PESQUISA</b> .....	35
3.1 Abordagem Metodológica .....	35
3.2 Utilizando as maquetes como instrumento de transformação para o conhecimento sobre os sólidos geométricos .....	38
3.3 Esboços das maquetes.....	46
3.4 Culminâncias do projeto .....	49
<b>4. RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	54
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	60
<b>APÊNDICE</b> .....	63
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	66

## INTRODUÇÃO

O presente trabalho apresenta os resultados de uma sequência didática sobre geometria espacial aplicada em uma turma do 2º ano do ensino médio de uma escola particular em Remanso-Ba. Foi fundamentado em estudos sobre modelagem matemática no qual foram analisadas estratégias e alternativas para o ensino do conteúdo de geometria espacial. No momento atual da prática docente, as inúmeras dificuldades com o processo ensino-aprendizagem indicam a necessidade de mudanças para que o discente possa interagir com o meio em que vive, e dar um sentido qualitativo ao conhecimento construído, tornando-se assim, um cidadão participativo e crítico. Nessa busca é necessário empenho, criatividade e dinâmica para obter novas alternativas, e alcançar essas melhorias. Nesse sentido, é necessária uma mudança de paradigma, de forma que o professor torne-se um mediador dessa construção e não um mero transmissor de conhecimento.

Tendo em vista que atualmente os alunos estão cercados por uma diversidade de tecnologia que provem de uma vasta informação, cabe ao professor organizar essas informações e trazer ao seu favor esse mecanismo. Como afirma Nóvoa apud Machado Junior (2005, p. 11), “Nos dias de hoje, não basta ao professor abrir a porta, entrar na sala de aula e dar sua aula, ele tem que criar condições para que a educação possa acontecer”.

Para o estudo foi feita uma busca na História da Matemática para compreendermos o conceito e a importância da modelagem matemática, verificando que desde a sua utilização foram promissoras para uma melhor compreensão do objeto em estudo. Considerando esse caráter aplicado da matemática, em que a mesma é usada para resolver problemas de diversas áreas do conhecimento como ferramenta, é necessário desmistificar o ensino baseado na memorização e na repetição de exercícios, como ocorre em boa parte das escolas.

Então nessa proposta, é sugerido o uso da modelagem matemática no ensino de geometria espacial. Para tanto, foi feita uma oficina com os alunos

do 2º ano do Ensino Médio de uma Escola particular da cidade de Remanso-Ba com aproximadamente 400 alunos. A ideia desse tipo de abordagem é mostrar que a Matemática não é um saber pronto e acabado ou um conjunto de técnicas, e sim um conhecimento vivo, presente no seu dia a dia que está ali para atender suas necessidades numa linguagem simbólica e ao mesmo tempo concreta. Pois segundo os PCNs, “sendo a matemática uma forma especial de pensamentos e linguagem, a apropriação deste conhecimento pelo aluno se dá por um trabalho gradativo, interativo e reflexivo” (BRASIL, 1998, p. 107).

A partir dessas dificuldades em associar os sólidos geométricos a sua realidade, usamos a modelagem matemática como alternativa para subsidiar a construção do conhecimento, por parte do educando valorizando cada conceito absorvido por meio de uma prática que o leve a resgatar o interesse pela Matemática.

Assim, partimos de uma investigação sobre como a modelagem matemática pode auxiliar e contribuir na resolução de problemas, e conseqüentemente na construção do conhecimento por parte do aluno fazendo com que o mesmo perceba que está rodeado de formas geométricas. Segundo Bassanez(1994):

Modelagem matemática é um processo que consiste em traduzir uma situação ou tema do meio em que vivemos para uma linguagem matemática. Essa linguagem, que denominamos Modelo Matemático, pressupõe um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam o fenômeno em questão. (BASSANEZI, 1994, p.01).

Por meio desse pressuposto, a modelagem matemática é uma antiga ferramenta de ensino usada em várias situações no desenvolvimento do próprio conhecimento por meio de relações concretas que contribui para o conhecimento matemático, no qual essa problemática discutirá o desempenho dos alunos diante do trabalho desenvolvido com modelagem matemática. Busquei dinamizar e combinar os sólidos geométricos com a modelagem para que a imagem tridimensional não fique somente no papel, mais tenha um significado tanto para o professor como para o aluno, despertando assim a autonomia dos estudantes para registrar suas concepções.

Diante dessas informações destacamos o seguinte questionamento, que norteará o nosso trabalho.

**De que maneira a modelagem matemática favorece o desenvolvimento de habilidades e a compreensão dos conteúdos dos sólidos geométricos?**

Sabemos que as Diretrizes Curriculares propõe uma metodologia numa abordagem pedagógica, na qual a aprendizagem esta relacionada com a problematização com situações reais. Para conseguirmos uma compreensão sobre a utilização da modelagem teremos que usá-la como instrumento, ou seja, um currículo escolar que será trabalhado como uma atividade que será um suporte como um material didático.

Com isso verificamos e destacamos o nosso objetivo principal da pesquisa que é através da problematização os alunos utilizem essa metodologia para ter uma melhor compreensão sobre o objeto de estudo. A partir disso buscaremos alcançar alguns objetivos como:

- Discutir e verificar a presença da geometria nas situações reais, diferenciando as diversas habilidades no processo ensino-aprendizagem relacionadas à modelagem matemática;
- Analisar o processo ensino e aprendizagem e os recursos utilizados, e como esses contribuem para uma aprendizagem significativa.
- Apresentar uma proposta pedagógica, auxiliada pelos documentos oficiais, que norteiam o currículo da escola.

A análise foi baseada em uma oficina aplicada em uma Escola particular de Ensino Médio de Remanso-Ba, escola com aproximadamente 400 alunos distribuídos no turno matutino e vespertino. A turma na qual foi aplicada tem 25 alunos da 2ª série do Ensino Médio.

Nessa oficina foram utilizadas atividades diversificadas envolvendo a geometria plana e Espacial, culminando na construção das maquetes. Durante a aplicação da atividade os alunos tiveram aulas expositivas, relembrando conhecimentos construídos no ensino fundamental e complementando com os do ensino médio. Depois da revisão e da coleta de conhecimentos prévios, os

alunos responderam um questionário para nortear a pesquisa. Nas aulas seguintes aconteceu o contato com os instrumentos de construções das maquetes, os quais foram analisados tendo como base os pressupostos teóricos que fundamentam a pesquisa.

Logo o trabalho proposto, será apresentado da seguinte maneira: apresentamos a introdução com um breve histórico do enfoque da pesquisa e das experiências em modelagem.

O primeiro capítulo é composto pelo referencial teórico que será base para a análise dos dados levantados durante a aplicação da prática de pesquisa em sala de aula. Além disso, apresentaremos uma síntese de trabalhos realizados seguida de uma comparação de resultados obtidos frente a teoria considerada. No segundo capítulo, aborda-se a metodologia de pesquisa indicando quais caminhos traçados para a realização deste trabalho, assim como a apresentação e no terceiro capítulo a discussão dos resultados levantados durante a prática pedagógica.

Para finalizar, são apresentadas algumas considerações finais, que busca a comparação da questão norteadora, com os resultados obtidos e analisados na pesquisa.

## **1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Neste capítulo, apresentamos a fundamentação teórica que embasou o desenvolvimento da intervenção pedagógica, bem como a análise dos dados obtidos. Ao apresentarmos trabalhos e pesquisas realizados por pesquisadores e autores adeptos à modelagem matemática relatando, suas experiências com a aplicação e o desenvolvimento desta metodologia em ambientes de ensino, com o intuito de contribuir para possíveis análises e comparações a pesquisa realizada.

### **1.1 IMPORTÂNCIAS DO ESTUDO DA GEOMETRIA**

Vivemos num mundo rodeado de formas geométricas especialmente a espacial, seja na natureza ou dentro de casa. Ou seja, a geometria plana é uma ferramenta de embasamento para a geometria espacial, na qual o aluno necessita desses conhecimentos para moldar e ter visão de mundo dos objetos que o rodeiam.

Esse elo entre a teoria e a prática é fundamental para a aprendizagem, na qual irão conhecer vários elementos básicos que constituem a geometria. Batizada como a ciência do espaço essa ciência favorece noções básicas que lhe darão suporte para explorar cada vez mais as figuras tanto como geometricamente como algebricamente.

A geometria espacial é a área da matemática que estuda as figuras tridimensionais, onde tem porção finita e são limitados por superfície planas e curvas, além das áreas, volumes, propriedades e relações. A geometria em primeiro momento é apresentada ao aluno a partir da geometria plana, enfatizando na grande maioria a figuras planas, como quadrado, círculo e o triângulo dando menos ênfase à tridimensionalidade.

Historicamente a geometria é uma área da matemática que ficou na grande maioria das vezes como um segundo plano dentro das escolas especialmente nas públicas. De acordo com Lorenzato (1995) existem duas razões principais para isso: a priorização de explicar os conteúdos algébricos,

pois é são eles que preenchem a grande maioria dos livros didáticos e outro caso de maior ascensão era a bagagem que muitos professores não tinham na sua formação e com isso acarretando um déficit na qual em grande parte deixa o aluno seguir para a série seguinte sem completar a grade curricular da série estudada.

Já para Pavanello (1993), o abandono do ensino da geometria é causado devido ao contexto histórico-político, pois em 1971 foi promulgada a lei 5692/71 em que professor deixou de ter autonomia para elaborar o seu próprio roteiro de conteúdo, prejudicando não só os professores, mais em grande parte o alunado, devido a deixar sempre a geometria para ultima unidade, e não havendo tempo suficiente, não era trabalhada de forma adequada, ficando sempre para série seguinte essa lacuna.

Outro fator histórico é que a geometria não era trabalhada de forma interdisciplinar com outras matérias, nem com outros conteúdos correlacionados, de forma que a aula era monótona e muitas vezes deixava os alunos confusos, como afirma Almouloud (apud Machado, 2003, p.125).No ensino fundamental o conteúdo geométrico como é trabalhado com uma faixa etária pouco questionadora deixa de orientar um futuro pesquisador. É papel realizado pelo professor dinamizar o conteúdo se conectando com uma didática pedagógica que lhe influenciará e deixar de ser um aluno não participativo para transformá-lo num ser que apenas possua o conhecimento e sim que saiba aplica-lo no seu dia a dia.

Por isso essa pesquisa tem como proposta resgatar os alunos do ensino médio através de uma pesquisa de campo associadas à construção das maquetes que serão aplicadas numa serie do 2º ano do ensino médio de uma escola particular na cidade de Remanso-Ba, com o objetivo será que os participantes tornem pesquisadores e logo questionadores das formas geométricas estudadas, na qual poderão alcançar uma melhor visualização e representação das formas geométricas buscando uma correlação com o seu dia a dia fazendo com que os mesmos tenham uma melhor aplicabilidade.

Sabe-se que a Geometria, segundo Ferreira (1999, p.983)

é ciência que investiga as formas e as dimensões dos seres matemáticos” ou ainda “um ramo da matemática que estuda as formas, plana e espacial, com as suas propriedades, ou ainda, ramo da matemática que estuda a extensão e as propriedades das figuras (geometria Plana) e dos sólidos (geometria no espaço). Ferreira (1999, p.983).

Etimologicamente a palavra geometria (geo+metria) significa “medição da terra”. Ela faz parte da vida do ser humano desde a antiguidade, onde os egípcios deixaram magníficos documentos escritos, nos quais revelam os primeiros registros dos conhecimentos geométricos. Embora existam outras geometrias é a geometria Euclidiana que prevalece dentro dos estabelecimentos, pois “estuda as propriedades das figuras e dos corpos geométricos enquanto relações internas entre os seus elementos, sem levar em consideração o espaço” (NACARATO; PASSOS, 2003, p. 24).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNS) destacam a importância desse ramo da matemática que também serve de instrumento para outras áreas do conhecimento:

O aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. [...] O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1997, p. 39).

Por isso a partir das maquetes possibilitamos que o aluno explore, construa, explore, represente, discuta, investigue e perceba as inúmeras propriedades fundamentais para a construção do conhecimento matemático espacial, de toda essa combinação o aluno consiga habilidades para explorar toda a figura.

Segundo Fürkötter e Morelatti (2009, p. 29) apontam “é cada vez mais indispensável que as pessoas desenvolvam a capacidade de observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento de informação essencial no mundo moderno”.

## 1.2 A visualização na Geometria Espacial

A teoria e a prática junto com a visualização tornam se um princípio fundamental para a formação do conhecimento. De acordo com Gutierrez(1992 apud BECKER 2009, p.27)

Afirma que quando se trabalha Geometria Espacial, é fundamental que se tenha em mente a visualização. A capacidade de visualização é uma habilidade básica nesse campo de conhecimento. Uma pessoa que tem dificuldades em visualização terá problemas em entender contextos gráficos apresentados nos livros e apresentará dificuldades em expressar suas próprias ideias.

A partir desses argumentos vemos a necessidade de que o docente não fique preso ao livro, mas que também busque uma ligação entre seus arredores e a geometria espacial para dar embasamento e aplicar a teoria estudada em sala de aula em algo significativo. Dessa forma, percebemos que se o professor abdicar do uso da modelagem o processo ensino-aprendizagem será prejudicado. O modelo matemático proporciona o aluno um ambiente investigativo, na qual irá melhorar sua interpretação e compreensão dos conceitos.

Bassanezi (2006) chama atenção para três obstáculos que o mediador (professor) pode se deparar ao utilizar a modelagem matemática:

1. Obstáculos Instrucionais- Nos cursos que apresentam currículos que devem ser rigorosamente cumprido, é possível não conseguir cumprir, visto que a modelagem pode se desencadear lentamente.
2. Obstáculos aos estudantes- O uso da modelagem permite os alunos a saírem da zona de conforto, o que pode levar os mesmo a se tornarem apáticos nas aulas, se perdendo no processo educacional;
3. Obstáculos para os professores- Muitos professores se sentem despreparados ao lidar com esta metodologia, ou por falta de conhecimento da mesma ou por medo de se deparar com situações difíceis ao aplicar a matemática em áreas desconhecidas.

Logo, o docente precisa interagir a geometria com a sua experiência profissional para alcançar com êxito essa intervenção com o discente. Sobre isso Druck (2003) destaca que:

Os professores que estão sendo formados para ministrar matemática, e isto já ocorrem há mais de vinte anos, frequentam, em sua maioria, faculdades privadas onde são aprovados embora qualificados, não conseguem fazer seus trabalhos corretamente..., e por isto que o Provão e os concursos apresentam resultados baixos, mesmo sendo exigido matemática apenas de segundo grau e quase nada do terceiro.(DRUCK,2003,).

Há alguns fatores como tempo insuficiente e muitas atribuições dirigidas ao professor, que dificultam o planejamento minucioso para a construção de uma boa apresentação do conteúdo. Mas mesmo com tais dificuldades podemos reverter esse panorama buscando uma estratégia metodológica como a citada nesse estudo para tentar alcançar uma boa aplicação do conteúdo sobre geometria espacial através de maquetes, nas quais conseguiremos uma condição favorável para o processo ensino-aprendizagem fazendo com que o aluno desperte a curiosidade e o interesse pela construção do conhecimento matemático.

### 1.3 Conceitos intuitivos de volumes de um sólido

Um conceito intuitivo do que vem a ser volume de um sólido é a “quantidade de espaço” por ele ocupado, para encontrar este espaço devemos comparar o espaço ocupado pelo sólido com certa unidade, o resultado desta comparação será o número desejado, a saber, o volume do sólido, como mostra a figura 1 abaixo:

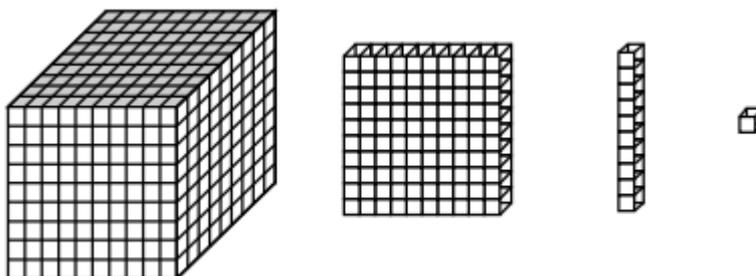


Figura 1: Sólido Intuitivo. Fonte: Material Dourado

Logo a ideia de calcular o volume seria pensar, quantos cubos unitários eu posso colocar dentro do sólido? Ou seja, a soma desses cubos, ou a fração dele seria o volume do sólido.

Logo a ideia sobre indivisível indica que é uma porção plana dada é uma corda dessa porção, sendo que essa infinidade de corda paralela que pode ser pensadas como segmentos é o composto de áreas que são volumes indivisíveis.

#### 1.4 Áreas e volumes pelo princípio de Cavalieri

O Princípio de Cavalieri é considerado pelos estudantes como axiomas de uma maneira intuitiva, sendo sintetizado em dois enunciados equivalentes para as regiões do plano e outra para a região do espaço, como segue:

Segundo Eves (2004), os princípios de Cavalieri são assim enunciados:

1. Se duas porções planas são tais que toda reta secante a elas e paralela a uma reta dada determina nas porções segmentos de reta cuja razão é constante, então a razão entre as áreas dessas porções é a mesma constante.
2. Se dois sólidos são tais que todo plano secante a eles e paralelo a um plano dado determina nos sólidos secções cuja razão é constante, então a razão entre os volumes desses sólidos é a mesma constante. (p. 426)

Observe a Figura 1. 1 :

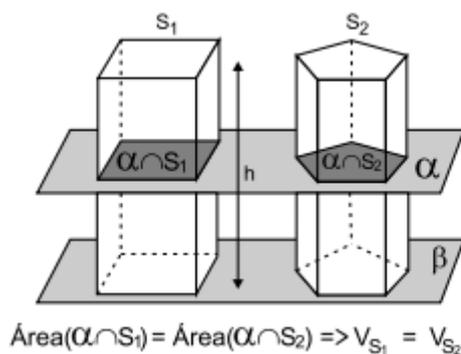


Figura 1.1: Ilustração do Princípio de Cavalieri Fonte: Coleção Profmat Geometria- SBM

De acordo com a Coleção Profmat Geometria- SBM, o Princípio de Cavalieri se considerar dois sólidos quaisquer que possuem a mesma altura e seccionarmos estes sólidos a uma mesma altura qualquer, se as secções possuírem sempre as mesmas áreas, concluímos que os volumes destes sólidos são iguais. Isso reduz o cálculo de volumes ao cálculo de áreas, para isso devemos comparar as áreas da secções obtidas nos sólidos paralelos ao plano das suas bases, sendo que esses sólidos deverão ter mesma altura e devem ser considerados sobre o mesmo plano.

### **1.5 Volumes no ensino médio pelo princípio de Cavalieri**

Com o desenvolvimento e a necessidade da humanidade, surgiram várias propostas de como calcular volumes de sólidos geométricos, dentre elas temos a apresentação clássica de Euclides, aperfeiçoadas por autores modernos como Legendre e Hadamard, utilização do Cálculo Infinitesimal e o Princípio de Cavalieri. Logo a utilizada na prática do ensino médio sob a forma de axioma é o princípio de Cavalieri que é intuitivamente aceitável e reduz os argumentos necessários para obtenção das fórmulas de volumes de alguns sólidos.

No formato de axiomas, a utilização desse princípio exige conhecimentos elementares da matemática, no qual os alunos através das montagens das maquetes adquirem competências no raciocínio espacial, no qual será aplicada no Cálculo Integral no cálculo de volumes.

.

### **1.6 Volume de um prisma qualquer**

Na Coleção Profmat Geometria- SBM para o cálculo do volume de um prisma qualquer se utiliza o Princípio de Cavalieri, seja  $R$  um prisma de altura  $h$  que possui um polígono cuja área é  $A_b$ . Considere que essa base esteja contida em um plano horizontal  $\alpha$ . Precisamos encontrar um sólido de um volume conhecido, tal que todo plano paralelo a  $\alpha$  determina no prisma e nesse sólido secções com áreas iguais. Podendo considerar bloco retangular de altura  $h$ , cuja base é um retângulo com área também igual a  $A_b$ .

Podemos então dizer que todo plano horizontal determinará nesses dois sólidos secções com áreas iguais, logo, pelo Princípio de Cavalieri afirmaremos que eles tem volumes iguais. Como o volume do bloco retangular é o produto das duas arestas, ou seja,  $V=a.b.c$ , e podemos dizer que para a situação descrita que  $A_b = a.b$ , e que  $h=c$ , então concluímos que:

$$V_{prisma} = A_b.h$$

### 1.7 Volumes de um cilindro

Outra aplicação do Princípio de Cavalieri que se encontra na Coleção Profmat Geometria- SBM é a dedução da fórmula do volume de um cilindro, na qual consideramos um cilindro reto cuja base está contida em um plano horizontal, sendo  $r$ , o raio dessa base, e  $h$ , a altura desse cilindro. Sabe-se que um cilindro toda seção paralela a sua base é congruente a ela. De maneira semelhante ao que foi desenvolvido anteriormente, no cálculo do volume do solido prima qualquer, utilizando para isso um bloco retangular ao lado do cilindro, sendo que esse bloco tenha a mesma altura que o cilindro e também as áreas das bases são iguais.

Veja a figura 1.2:

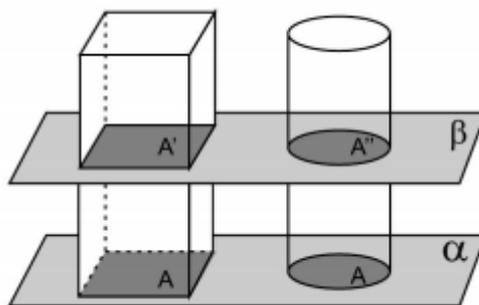


Figura 1.2. Volume do cilindro. Fonte: Coleção Profmat Geometria- SBM

Logo o volume de um cilindro circular é dado pelo produto da área da base pela altura do cilindro, ou seja:

$$V_{cilindro} = A_b.h$$

### 1.8 Volumes de uma pirâmide qualquer

Inicialmente, consideramos duas propriedades que valem para qualquer pirâmide, Seja  $VABCD$  uma pirâmide com vértice no ponto  $V$  e base quadrangular  $ABCD$ , consideremos  $h$ , a altura desse sólido e  $\alpha$  o plano que contém sua base. Ao seccionarmos essa pirâmide por um plano  $\beta$  paralelo a  $\alpha$  e que dista  $x$  do seu vértice, obtemos outra secção quadrangular  $EFGH$ .

Veja figura 1.3:

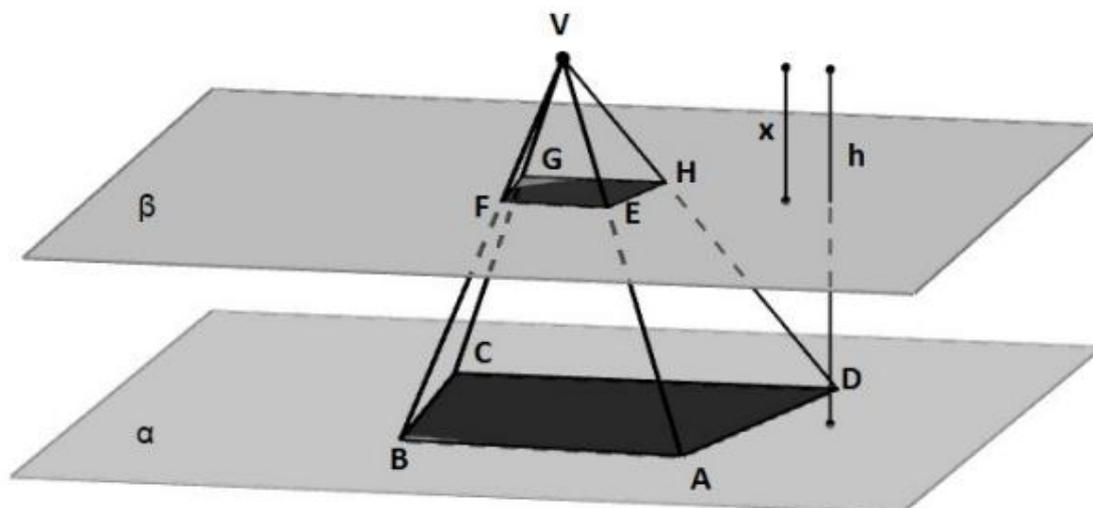


Figura 1.3. Pirâmide seccionada por um plano paralelo a sua base. Fonte: Coleção Profmat Geometria- SBM

Observe que obtemos a pirâmide  $VEFGH$ . Em relação à essa situação iremos destacar que os polígonos  $EFGH$  e  $ABCD$  são semelhantes e tem razão de semelhança igual a  $x/h$  e a razão entre as áreas dos polígonos  $EFGH$  e  $ABCD$  é igual ao quadrado dessa razão dessa semelhança:

$$\frac{A_{ABCD}}{A_{EFGH}} = \left(\frac{x}{h}\right)^2$$

Logo pelo princípio de Cavaliere, garante que duas pirâmides de mesma altura e que possuem bases com áreas iguais, tem o mesmo volume. Ver figura 1.4

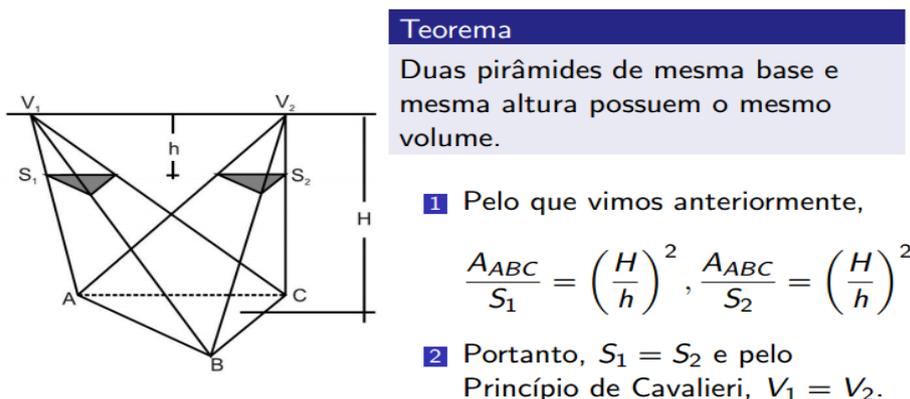


Figura 1.4 Volume de pirâmides de mesma altura e base. Fonte: Coleção Profmat Geometria- SBM

Logo o volume de uma pirâmide é igual a um terço do produto da área da base pela sua altura.

$$V_{pirâmide} = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

### 1.9 Volume de um cone

O cone é um caso particular de uma pirâmide, podemos dizer que a pirâmide é um tipo de cone que apresenta um polígono convexo como base. O cálculo do volume de um cone é similar ao que é feito nas pirâmides, como enunciaremos a seguir: um cone com raio de base igual a  $R$  e vértice  $V$ , possui altura  $H$ . Considere um plano paralelo à sua base e que dista  $h$  do vértice  $V$ . Esse plano determina no cone uma secção circular de raio  $r$ , tal que a razão entre a área dessa secção e a área da base do cone é igual ao quadrado da razão entre  $h$  e  $H$ . (Ver figura)

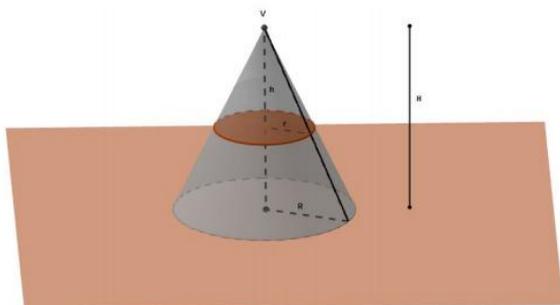


Figura 1.5 Cone seccionado por um plano paralelo ao plano de sua base.

Fonte: Coleção Profmat Geometria- SBM

Chamando de  $A_s$  a área de seção circular obtida pelo plano e  $A_b$  a área da base do cone e  $H$  a altura do cone e  $h$  altura da seção, podemos escrever:

$$\frac{A_s}{A_b} = \left(\frac{h}{H}\right)^2$$

Logo o volume do cone, assim como o da pirâmide, é igual a um terço do produto da área da base pela sua altura.

$$V_{cone} = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

## 2. Modelagem matemática na Educação Matemática

O papel da escola não é somente trabalhar a teoria mais também tornar o discente um questionador do que ele aprende na escola. Então, o propósito dessa intervenção é suprir as dificuldades em conceitos matemáticos de tal forma que aluno não só a tenha para fazer uma avaliação como também à identifique na sua realidade, pois o ensino da matemática tem um papel fundamental na contribuição da inserção do aluno no meio em que vive.

Como afirma Bassanezi (2010, p.17) “[...] é necessário buscar estratégias e alternativas de ensino e aprendizagem que facilitem sua compreensão e utilização”.

Na construção da educação matemática temos novas tendências que nos auxilia como instrumento de melhoria que desmistifica a abstração da matemática para o concreto fazendo com que os conceitos matemáticos aprendidos em anos anteriores se tornem mais clara e melhor assimilados, como observa Sadovsky (2007, p.8):

[...] a Matemática, não só no Brasil, é apresentada sem vínculos com os problemas que fazem sentido na vida das crianças e dos adolescentes. Os aspectos mais interessantes da disciplina, como resolver problemas, discutir ideias, checar informações e ser desafiado, são pouco explorados na escola. O ensino se resume a regras mecânicas que ninguém sabe, nem o professor, para que servem.

Nesse contexto, a modelagem matemática tem o papel de amenizar a falta de preparo e de sentido nas abordagens matemáticas inseridas para a realidade do aluno. A partir do uso da modelagem propor uma matemática mais real na qual irá colaborar com uma melhor interpretação de mundo fazendo com que alcance suas próprias conclusões, em outras palavras, o deixe capacitado para discutir situações problemas na comunidade na qual está inserida.

Biembengut e Hein (2000) consideram que a modelagem matemática surgiu a muito tempo, porque não era reconhecida com as concepções atuais. Desde os primórdios, a matemática é marcada pela busca pela descoberta e entendimento de tal objeto ou fenômeno. Assim, boa parte do conhecimento

matemático surgiu a partir da busca de resolução de problemas. Porém, infelizmente o ensino da matemática com o passar dos anos atravessou várias mudanças agravantes, como a não inserção da geometria relacionada a álgebra, e principalmente nos modelos didáticos devido ao grande avanço tecnológico, que por um lado facilitou a investigação, mas por outro deixou de ser vivido e presenciado de maneira concreta, deixando de lado a interação.

Por isso, a cada dia, a carreira docente do ensino da matemática precisa está reciclada para renovar e apresentar formas matemáticas que condizem com a realidade do mesmo fazendo com que torne o conhecimento atrativo que será essencial na formação do cidadão.

Logo, no contexto acima citado por Biembengut (2009) que a prática da modelagem matemática há algumas décadas foi reformulada e apontada com uma das razões pelas quais vem se destacando e conseguindo adeptos e defensores, promovendo e alcançando com mais interação o conhecimento, conseguindo um melhor entendimento por parte do aluno e priorizando o concreto em relação à abstração.

Por isso, a matemática torna-se um instrumento necessário para a formação do aluno, na qual ele consiga decifrar a linguagem matemática por trás das figuras associando com o seu entorno social como mostram Almeida e Dias (2004):

Não é mais suficiente o aluno aprender Matemática e saber utilizá-la para resolver problemas cotidianos. Além desses saberes, é necessário que o aluno seja capaz de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela Matemática Almeida e Dias (2004, p.6).

Nessa citação percebemos que não estão mais reconhecendo qual aplicação matemática pode ser inserido em um objeto de estudo, devido a má formação que grande parte dos alunos obtém durante sua passagem pelo ensino fundamental e médio afetando assim a mágica do saber matemática, pois o mesmo não sabe aplica-lo na sua realidade, desmotivando cada vez mais. Logo a modelagem interferiu no processo da utilização desse conhecimento adquirido em sala de aula deixando o aluno de ser passivo para ser mais ativo.

Para alguns autores, a etapa da criação de um modelo matemático é considerada essencial. Para Barbosa (2004), uma atividade de modelagem matemática consiste na escolha de um tema e na formulação de um problema. A busca pela solução do problema levou o aluno a levantar hipóteses, simplificar coletas de dados para a resolução matemática do mesmo. Logo o tema proposto se encontra presente em várias partes da escola, objetivando que o aluno perceba as formas geométricas que os acompanha desde a saída da sua casa até a escola.

Mesmo com o tema motivador, é preciso ter cuidado com alguns fatores. Segundo Bassanezi (2013), apesar de todos os argumentos favoráveis para a utilização da modelagem matemática, muitos colocam obstáculos, principalmente em cursos regulares. Alguns dos obstáculos apontados pelo autor são:

- O currículo deve ser cumprido integralmente. Como a modelagem matemática é um processo demorado, interfere no cumprimento do programa dos programas regulares;
- Alguns professores de matemática afirmam não ser de sua competência resolver problemas ou estabelecer conexões com outras áreas do conhecimento;
- O aluno está adaptado ao ensino tradicional. Uma metodologia diversificada poderia dificultar a sua aprendizagem;
- Na modelagem matemática, o aluno é responsável pelos resultados obtidos e pela dinâmica do processo. Assim, a aula poderia caminhar em um ritmo mais lento;
- A formação heterogênea de uma turma pode dificultar o desenvolvimento do processo de modelagem matemática;
- O tema escolhido pode ser motivador e interessante para alguns alunos e desmotivador e desinteressante para outros;

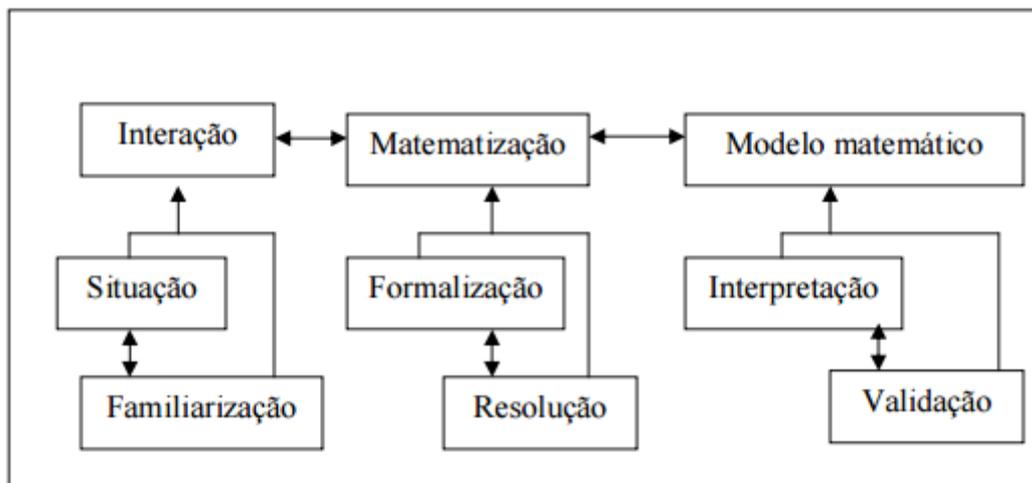
- Por falta de conhecimento da metodologia ou por medo de se encontrarem em situações embaraçosas, os professores não se sentem habilitados a desenvolver a modelagem matemática em suas turmas;

Mesmo com algumas dificuldades que é normal para todo início de projeto, como por exemplo, os conhecimentos não adquiridos ou não significativos para o aluno durante a sua trajetória escolar principalmente porque no currículo escolar na grande maioria das escolas possui livros com sequência didática que é trabalhada poucas vezes na abordagem da geometria espacial por professores que dão prevalência a assuntos a depender da série, dificuldade essa que acaba prejudicando o aluno por não ter conhecimento prévio.

Na aplicação de aulas com uso da modelagem será um processo que precisa de tempo, para que esse modelo contribua para a fixação do conteúdo trabalhado em sala de aula, pois o professor deve estar aberto à interdisciplinaridade procurando apoio de outros professores que colabore com a proposta e através dessa parceria superar as dificuldades que serão encontradas durante o processo.

Segundo Barbosa (1999), os professores até reconhecem obstáculos impostos para a implementação da modelagem matemática no processo ensino aprendizagem, embora reconheçam todas as vantagens para o ensino matemático, pois há uma interação entre a matemática e a realidade, na qual o pesquisador irá se familiarizar com o assunto e com o objeto de estudo fazendo com que o reconheça em qualquer situação problema.

Segundo Biembengut e Hein (2003) existem três etapas: interação, etapa na qual se reconhece a situação problema e se familiariza com o assunto a ser modelado; matematização, onde se formula o problema e o resolve em termos do modelo, modelo matemático, etapa final na qual se interpreta a solução e se valida o modelo.



**Figura 2: Dinâmica da Modelagem Matemática**  
 Fonte: Biembengut e Hein (2003, p. 15)

A modelagem permitiu muitos avanços científicos não só na matemática, como na biologia, astrofísica, química, engenharia, física entre outras.

## 2.1 Sólidos geométricos

Os sólidos geométricos são classificados em poliedros e corpos redondos. A palavra poliedro vem do grego, poly, que significa muitos ou vários e edro, que significa face, ou seja, muitas faces, sendo classificados em poliedros convexos e côncavos, tomando como ênfase nessa pesquisa os convexos. Os poliedros regulares são conhecidos como “sólidos platônicos” ou “corpos cósmicos” (cubo ou hexaedro, tetraedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro), sendo associado à Terra ao tetraedro, o fogo ao octaedro, o ar o icosaedro e ao dodecaedro o Universo.

Analisando alguns livros didáticos, observamos que:

Dante (2012, p.206) apresenta os poliedros da seguinte maneira:

Cada poliedro é formado pela reunião de um número finito de regiões poligonais planas chamadas faces e a região do espaço limitada por elas. Cada lado de uma dessas regiões poligonais é também lado de uma outra única região poligonal. A interseção de duas faces quaisquer ou é um lado comum, ou é um vértice, ou é vazia. Cada lado de uma região poligonal, comum a exatamente duas faces, é chamado aresta do poliedro. E cada vértice de uma face é um vértice do poliedro

Já lezzi et al. (2010, p. 206), em Matemática: ciências e aplicações, v.2, definem poliedros como “sólido geométricos cujas superfícies são formadas apenas por polígonos planos”.

Notemos que a definição das por lezzi et al.(2010) e Dante (2012) trata sólidos geométricos como algo maciço, não oco, limitado por polígonos planos e pertence ao poliedro.

Os gregos foram os povos que deram início a uma matemática fundamentada em argumentações convincentes e demonstrativos, se destacando entre eles Euclides, que em sua obra, Os Elementos de Euclides, expõe os conhecimentos matemáticos da época, incluindo o que se sabia sobre áreas e volumes. Em um dos seus 13 livros, Fundamentos de Matemática Elementar vol. 10, apresentam ideias sobre corpos redondos, afirma que os volumes de duas esferas estão entre si como os cubos dos seus diâmetros. E entende-se que para Euclides, o volume da esfera seria dado por  $V=c.R^3$ , onde  $c$  é uma constante e  $R$  é o raio da esfera, Arquimedes, primeiro matemático a efetuar o cálculo do volume da esfera em seu livro Superfície e volume do cilindro e da esfera, determinou que o valor dessa constante é  $\frac{4\pi}{3}$ .

## 2.2 A evolução da Modelagem matemática

Devido às várias modificações que o mundo passa o ensino também é afetado por mudanças, por isso o professor precisa está sempre atualizado para novos métodos que auxiliem na aprendizagem do aluno. Atualmente as informações chegam mais rápido devido ao uso da tecnologia, com isso o professor precisa organizar essas informações que são vivenciadas pelos jovens e organizá-las de acordo com o seu papel na sociedade vivenciada por ele no seu dia a dia.

Percebemos que por meio do uso das intervenções como utilizar material concreto, os alunos desenvolvem com mais naturalidade o gosto pela matemática não deixando de lado os conhecimentos prévios.

Então, no meio de várias outras tendências como a matemática crítica, historia da matemática e resolução de problemas que complementam o estudo

da matemática, acreditamos que a modelagem matemática possa auxiliar, e a construção de maquetes pode ajudar na tarefa de ampliar a visão de mundo do aluno.

Biembengut e Hein (2007) consideram que a metodologia relacionada à modelagem surgiu há muito tempo, porém não era reconhecida com as concepções atuais. Com as mudanças que vieram acontecendo no ensino da matemática o cidadão começou a ser mais curioso, e através das resoluções de problemas a humanidade passou a buscar soluções para situações do cotidiano.

Segundo os PCNS (BRASIL, 1997), os conceitos e resultados da matemática tem origem no mundo real e permitem aplicações em diversas situações práticas do cotidiano. Por isso, o contato com as maquetes que são representações concretas, permitirá o aluno fazer ligações entre o conhecimento matemático formal e o mundo real. Sabemos que encontramos muitos alunos que não têm afinidade com a matemática devido a grande abstração de assuntos que os professores apresentam, prejudicando assim o ensino aprendido e interferindo no crescimento intelectual do mesmo. A esse respeito Polya (1995) sugere que o professor, para o desenvolvimento do pensamento abstrato, faça seus alunos aprenderem a demonstrar, testando, provando, formulando e interpretando.

Isaac Newton considerado um dos precursores do uso da Modelagem aplicado nas diversas áreas da ciência, como aparece no seu livro Princípios Matemáticos da Filosofia natural um estudo pelo movimento dos planetas. Percebemos que o uso da modelagem matemática propicia uma maneira de traduzir e interpretar objetos de estudo em especial nosso objeto de estudo os sólidos geométricos, com o objetivo de analisar, entender a construção de suas fórmulas de áreas e volumes. Considerada por grandes matemáticos com Euclides e Arquimedes, a modelagem a bases de diversas áreas do conhecimento para desenvolver o raciocínio e a criatividade, conseguiu a partir dos anos 80 espaço através de investigações e pesquisas inseridas em várias áreas de conhecimento em especial no âmbito da matemática, enfatizada

durante as aulas propicia grande interação entre os alunos e o conhecimento do objeto em estudo, facilitando o estudo e criação de novas ideias.

Para Bassanezi (2010), no Brasil os primeiros trabalhos realizados utilizando como estratégia de ensino a modelagem matemática ocorreram na década de 80, precisamente na Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP – com um grupo de professores em Biomatemática, coordenados pelo Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi, envolvendo modelos e crescimento cancerígenos.

De acordo com Biembengut (2009), vários movimentos com Movimento da Matemática Moderna no Brasil, movimento de renovação curricular que influenciou na prática, fazendo que vários professores de Matemática no Brasil participem de Palestras e Congressos internacionais que tinham como ideia inicial a aplicação da modelagem em sala de aula facilitando o ensino da Matemática e motivando o aluno a pesquisar. Com isso podemos destacar alguns professores como Ubiratan D'Ambrosio, Rodney C. Bassanezi responsáveis pela iniciação do movimento pela modelagem. Atraindo vários adeptos que contribuíram para a demonstração dos modelos matemáticos que hoje são aplicados em sala de aula.

O uso de modelos propicia uma melhor comunicação para o preparo da ação, dentro da matemática, ele é utilizado como representação, explicação e compreensão do objeto em estudo.

Bassanezi(2010, p.30) afirma que “A modelagem poder ser o fator responsável pelos desenvolvimento de novas técnicas e teorias matemáticas quando os argumentos conhecidos não são suficientes para fornecer soluções nos modelos”. O mesmo destaca uma sequência de procedimentos que ilustram a fase cognitiva, que são: Experimentação, Abstração, Resolução, Validação e Modificação. Tais processos combinados edificam a Modelagem para obter êxito nas informações obtidas, um bom planejamento, uma avaliação, um detalhamento. Logo, em seguida estará sendo definida cada fase para o andamento da oficina.

### 2.3 As fases da Modelagem matemática

Na visão de Almeida, Silva e Vertuan (2013), uma atividade de modelagem matemática envolve fases relativas ao conjunto de procedimentos necessários para configuração, estruturação e resolução de uma situação problema. A primeira delas é a Experimentação, momento em que acontecerá o primeiro contato com o problema, e se tentará organizar as informações. Em seguida ocorre a Abstração que consiste em descrever a situação-problema, momento desafiante, no qual se propõe a criação de um modelo, elaborando-se uma conjectura do objeto em estudo. A terceira é a Resolução cujo objetivo é a matematização, associação das expressões, fórmulas e equações destinadas ao modelo criado. A quarta fase é a Validação, momento esse que será apresentado o modelo para ser aceito ou não, pois segundo Bassanezi (2014), um modelo deve prever, no mínimo, os fatos que o originaram. Na quinta fase, de Modificação são feitas alterações necessárias ao modelo, porque não existe nenhum modelo acabado, sempre está pronto para outras adaptações.

Segundo Gazeta (1989) usar a modelagem nas aulas traz inúmeros benefícios, como: motivação, facilidade de aprender, interatividade, além de favorecer o desenvolvimento cognitivo, estimular o caráter transformador e agregar fatores socioculturais. Por isso, o professor precisa conhecer bem seus alunos para que propicie um conhecimento em torno da realidade do aluno, tornando a aula um instrumento que agregará meios para a aprendizagem por meio da modelagem.

Entretanto, um ponto importante a ser destacado é que a modelagem não pode ser usada como uma receita pronta. Tem que ser feitas adaptações de acordo com as abordagens. É preciso ter certeza do entendimento como se propõe um modelo, ou seja, é preciso ter clareza para que não gere um trabalho desnecessário para o professor, prejudicando assim sua carga horária.

Segundo Imenes (1987), algumas vezes os professores não conseguem aplicar a modelagem, devido a alguns fatores que serão apresentados: o professor precisa aprender a se inteirar do processo de modelagem em sua

essência e utiliza-la como estratégia de ensino. E em segundo lugar, a modelagem pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse pelo conteúdo matemático que ainda desconhece, ao mesmo tempo aprende a arte de modelar.

Então, essa intervenção estará programada dentro do seu plano de aula para que outros motivos, além da falta de tempo, obstáculos na implantação da modelagem no ensino da matemática, pois o perfil desse professor precisa ser um pouco diferenciado, logo o mesmo tem que ser criativo, motivador e acima de tudo manter a postura de mediador para alcançar o processo da construção do saber, fazendo com que o seu aluno possa ter uma visão mais crítica da realidade.

### **3 METODOLOGIA DA PESQUISA**

Neste capítulo, abordaremos a metodologia usada na pesquisa, quais procedimentos e instrumentos utilizados para a investigação, além dos indicadores usados para avaliação e análise, observando a importância dos recursos visuais e estruturais para a dinamização do ensino da geometria espacial para auxiliá-los na resolução de problemas.

O propósito da utilização da modelagem matemática será uma estratégica de suporte para as aulas dinamizadas de Matemática com os alunos do 2º ano do Ensino Médio, cujo propósito é alcançar uma melhoria na qualidade do ensino da matemática durante o conteúdo de geometria espacial. Os alunos ao ingressarem na segunda série do ensino médio em grande parte estão focados em futuramente fazer provas que o avaliarão.

#### **3.1 Abordagem Metodológica**

É fato que vivemos cercados por forma que estão presentes em toda parte, e as mesmas não estão lá apenas para que possamos admirá-las, mais sim para a utilização de suprir em muitos casos problemas do cotidiano e as necessidades humanas.

A partir disso, a usamos abordagem qualitativa direcionada a criação de maquetes, modelando as figuras a partir da coleta de dados, feitas através das visitas a parte externa da escola e as visitas elaboradas na cidade, na qual participaram a turma de 20 alunos do 2º ano do ensino médio de uma escola particular localizada na cidade de Remanso-Ba.

Durante a elaboração a proposta inicial era para concluir a programação em 6 aulas, porém foram necessárias mais 4 aulas devido a divisão dos grupos por tipos de sólidos e durante a visita cada uma delas contemplava apenas uma de cada grupo.

Para Silva e Menezes (2001) a interpretação dos fenômenos e atribuição é básica no processo de pesquisa qualitativa. Ao contrário das pesquisas quantitativas, as qualitativas não são tão simples, são flexíveis, por isso não

admitem regras definidas, só são definidas no decorrer do processo da investigação.

Para encurtar a distâncias entre a teoria e prática, utilizamos a compreensão, investigação e descrição e interpretação das maquetes que foram construídas pelo pesquisador para facilitar o processo ensino-aprendizagem. Ainda segundo Yin (2005), a investigação é um método que abrange tudo desde o planejamento até, os registros desenvolvidos pelos alunos durante a prática pedagógica fundamentada.

Para organização dos dados usaremos como suporte os portfólios, que foram preparados pelos grupos de alunos, nos quais foram registradas todas as análises feitas desde a explicação até a construção dos sólidos e no final da proposta foi apresentado para os demais em sala de aula, na forma de seminário. Entre as aulas e a construção de que foram aplicados dois questionários, objetivando um comparativo antes do contato com a maquete e depois do contato, com o objetivo nortear as habilidades contempladas durante a intervenção pedagógica baseada na modelagem matemática.

O termo “portfólio” de italiano porafoglio que significa “recipiente onde se guarda folhas soltas” começou a ser empregado em artes plásticas, em que o artista fazia uma seleção de trabalhos que exprimiam sua produção (TORRES, 2008, p.551) . No ambiente educacional, a ideia permanece a mesma, sem a necessidade de guardar essas produções em uma pasta de papel-cartão.

De acordo com Ceia (1998) o portfólio “é um documento comprovativo do desenvolvimento curricular e pedagógico de um determinado curso desenhado e leccionado”. Vários países como Estados Unidos e Portugal usam o portfólio como procedimento de avaliação associando ao currículo e as práticas pedagógicas.

A aplicação dessa prática tem como encaminhamento a exposição das observações relatadas e não relatadas durante a culminância, na forma de seminário. Durante a apresentação do seminário, analisaram-se alguns fatores importantes como o comportamento em grupo dos alunos, postura, com foco

principal no conteúdo em si e nas suas aplicações no cotidiano tornando assim um trabalho satisfatório e organizado.

O tema abordado foi aplicado no fim do ano devido o calendário da escola seguir um calendário diferenciado, pois as férias dos discentes acontecem no meio do ano, por esse motivo a proposta deve ser inserida do planejamento de acordo com o calendário do estabelecimento, para no fim não ficar prejudicado tanto o currículo escolar quanto a proposta não ficar monótona.

Os trabalhos juntamente com a oficina foram programados através de análises e socialização dos sólidos geométricos com a montagem das maquetes, aplicando uma atividade na qual foi feito um comparativo entre antes da oficina e pós-oficina pra podermos perceber e nos orientar o quanto o aluno possui de conhecimento prévio e o quanto ele pode colocar em prática logo depois com a oficina em exercício.

Devido à escola estar passando por reformas, tivemos como suporte o documentário intitulado “Os Sólidos de Platão”, ver figura 3, com o intuito de que os mesmos percebessem que a escola está rodeada de figuras geométricas, possibilitando a atividade com modelagem matemática. Buscando incentivar o interesse na aprendizagem matemática, que nesse primeiro momento foi oportunizada a participação, questionamentos, investigação e argumentação sobre a diferença e a composição dos sólidos.

No primeiro encontro com os alunos foi trabalhado o filme “Os Sólidos de Platão” desenvolvido pela SEED, FNDE MEC em parceria com a TV Escola que se encontra no youtube, no qual é abordado as formas geométricas, contendo um pouco da história dos gregos como Pitágoras um dos que influenciaram a matemática e que no nosso cotidiano estamos cercado das formas geométricas, inclusive na natureza.

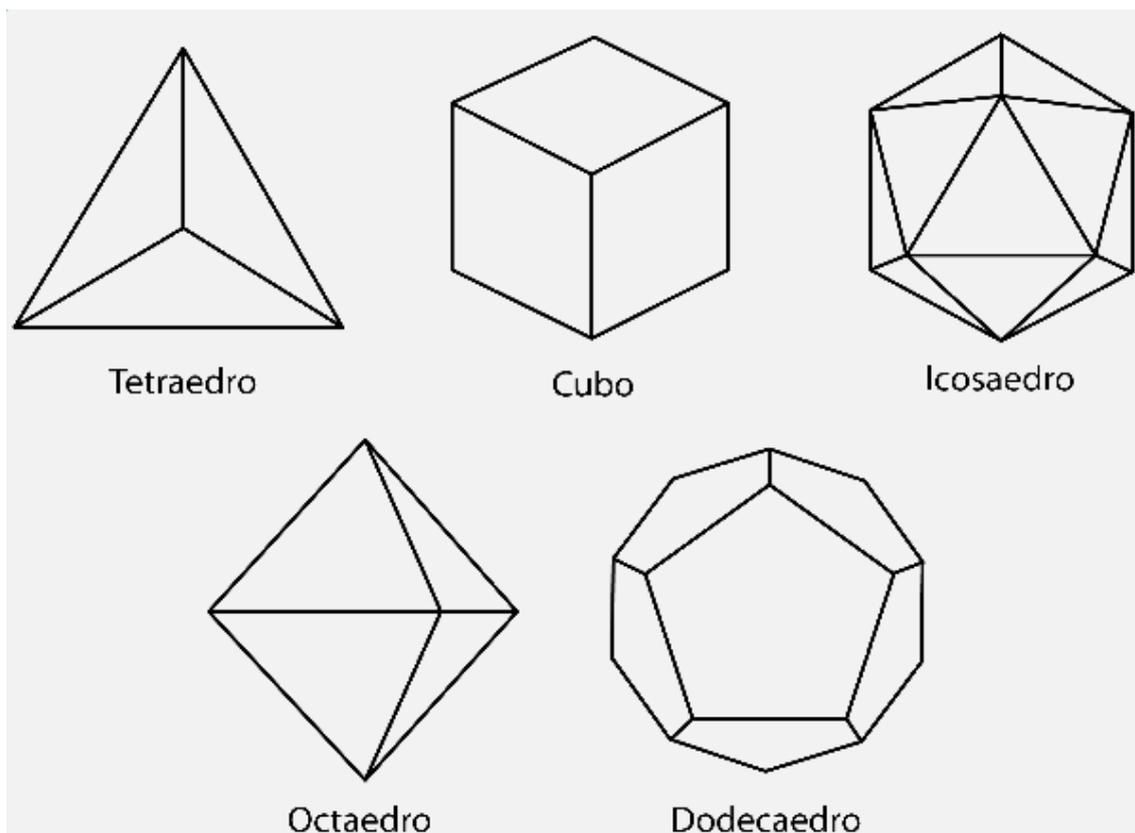


Figura 3: Sólidos de Platão. Fonte <https://www.estudopratico.com.br/poliedros-platao-euler-e-outros-poliedros/>

Nessa abordagem foram distribuídos 3 grupos, na qual 2 grupos ficaram com os poliedros: um com os prismas outro com as pirâmides, e o terceiro grupo ficou com os corpos redondos. Gatti (2005. P 08) afirma que “a utilização de um grupo focal, é um bom investimento de levantamento de dados para investigações”. Então, o caminho a ser seguido com a turma em questão é a divisão da mesma em grupos, de forma que cada um deles possa discutir e comentar sobre a sua construção o seu foco de pesquisa, onde a partir de cada um analisaremos o seu modelo matemático no decorrer da oficina.

### **3.2 Utilizando as maquetes como instrumento de transformação para o conhecimento sobre os sólidos geométricos**

A matemática é uma área que ocupa uma posição de destaque entre as disciplinas, sendo um dos grandes alicerces para a construção do conhecimento. É dotada de uma arquitetura que faz com que tanto o discente

quanto o docente perceba nas formas geométricas as enumeras habilidades para modelar e conseguir resolver situações problemas.

Percebemos que não só na matemática como em outras áreas a noção de modelo está sempre presente para demonstrar tal estudo. Por isso, a modelagem matemática não é uma ideia atual, ou seja, o próprio entendimento matemática precisa de caracteres que deem sentido ao conhecimento. Então através da modelagem que necessita de um modelo para que aumente as possibilidades do objeto ser estudado.

Porém, o valor do modelo não está restrito à sofisticação matemática. A modelagem matemática é, assim, uma arte ao formular, resolver e elaborar expressões que valham [...] também, como suporte para outras aplicações e teorias (BIEMBENGUT, 2000, p. 12-13).

O propósito da utilização das maquetes é que o processo ensino aprendizagem sempre estimule os alunos através da própria construção e do debate um conhecimento mais desafiador buscando estimular o conhecimento sobre o objeto de estudo.

A partir do objeto de estudo estruturado o objetivo do trabalho é que a partir da construção os alunos começam a identificarem que assuntos estão por trás da mesma e como pode-se associá-los ao nosso cotidiano.

A programação foi realizada entre 25 de setembro e 15 de novembro de 2017 em uma escola particular na cidade de Remanso-Ba sendo trabalhos com cada grupo 3 horas semanais onde foram estruturada em 4 fases que serão descritas das seguintes formas:

1ª fase: Reconhecendo uma figura tridimensional

Nesse primeiro momento foram feitas atividades para associar os elementos pertencentes ao nosso dia a dia através de uma dinâmica. Foi pedido que os alunos reconhecessem dentre os objetos apresentados na sala de aula quais poderiam ser classificados. Em seguida abriu-se um espaço de debates sobre o que cada grupo detalhou em seus portfólios ao analisarem

objetos que serão construídos a partir daqueles que surgirão na sala como referência.

Nessa proposta um dos intuitos foi verificar quais os elementos constituem os sólidos geométricos: vértices, faces e arestas. Fazendo com que antes da montagem os alunos observem bastante para que em seguida, o aluno verifique como será a figura planificada.

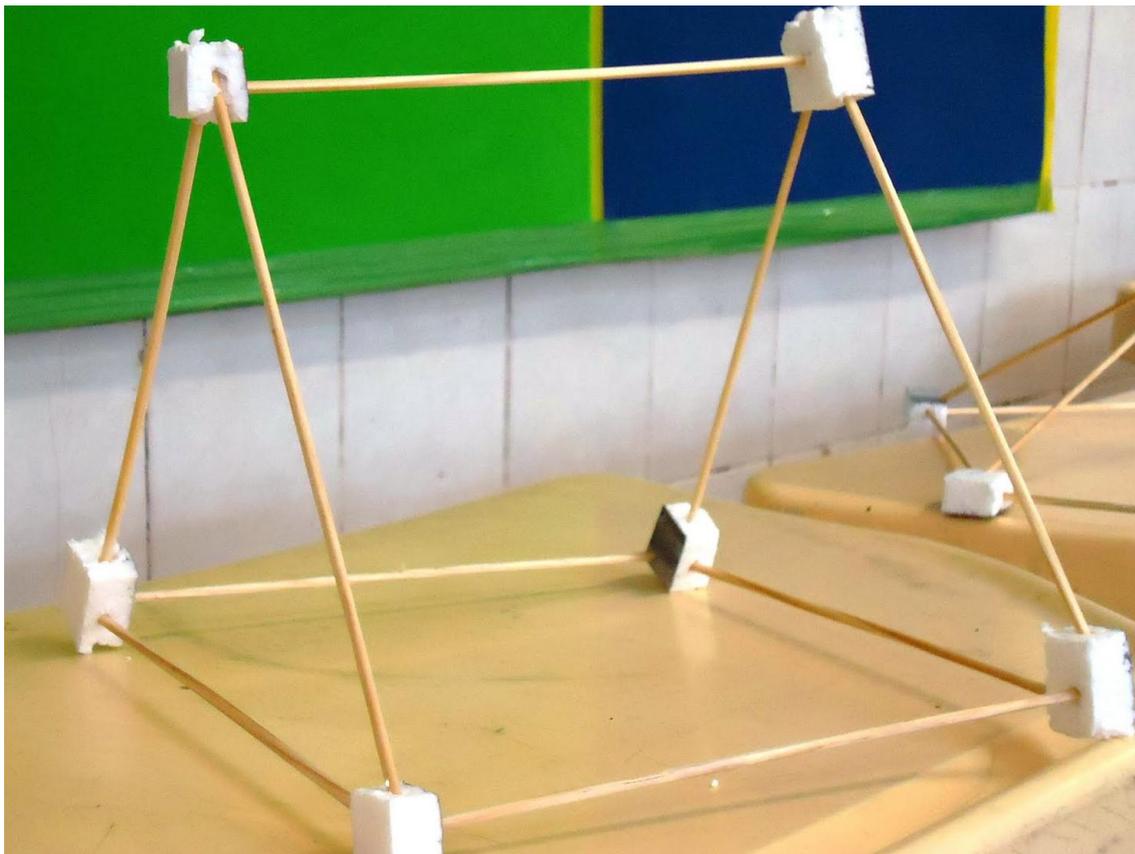


Figura 4: Maquete do Prisma. Fonte próprio autor

A oficina de montagem das maquetes tem como propósito analisar a importância da matemática no cotidiano das pessoas, desmitificando que a matemática é uma ciência para poucos. No segundo momento, analisamos quais elementos compõem essas figuras geométricas, aprofundando os conceitos básicos sobre espaço, forma e medidas voltadas para o ensino da geometria espacial.

2ª fase: Construção das maquetes

Nesse segundo momento, realizamos uma atividade com abordagens sobre geometria espaciais em especial sólidos geométricos onde estudou as diferenças entre os tipos de sólidos para que o mesmo possa aplicar as relações matemáticas propícias para a real compreensão das relações matemáticas que regem esses corpos. Com isso a construção feita por eles é de material concreto. Em seguida fizemos as mesmas aplicações em materiais na escola que tem os formatos dos sólidos abordados.

No início da primeira parte da oficina logo que apresentamos alguns exemplos do dia a dia os alunos terão que montar o seu próprio sólido de acordo com o seu respectivo tema relacionado para que o mesmo comece a perceber a presença no seu cotidiano, como mostra a figura 7, e o quanto tanto a presença de varias relações matemática dentre elas a relação de Euler e o Teorema de Pitágoras.



Figura 5: Caixa d'água da escola. Fonte: próprio autor.

O propósito dessas visitas às áreas internas e externas da escola é mostrar ao aluno e expressões matemáticas levarão a determinar a área e volume destas figuras onde ele comece a perceber que se começar a diminuir algumas dimensões o que irá acontecer com a área e volume desta figura, quais relações irão acontecer.

Sendo que é possível mostrar e associar diferentes subtemas ao trabalho se for feitos alguns cortes seja ele transversal.

Para a realização da atividade de construção das maquetes os alunos utilizaram materiais diversos como: isopor, palitos, régua e etc. Tais recursos que tornem o modelo apresentado o mais parecido possível. Sendo que cada grupo foi orientado para a sua construção, onde o professor terá que perceber as limitações dos alunos em relacionar as maquetes com alguns conteúdos matemáticos presentes nesse modelo.

Uma das metas foi perceber se o aluno investiga o modelo matemático e logo ver se as ideias se transformam em expressões matemáticas associando aos conhecimentos já adquiridos em sala de aula.

Outro ponto importante será o diálogo no grupo e a interação com os demais, ressaltando dessa maneira os elementos que constituem a abordagem da aprendizagem, pois além de ser um experimento o erro é de fundamental importância para analisar as concepções feitas pelos alunos e fazer com que eles a demonstrem de acordo com o enunciado do exercício proposto desde a construção do material.

Não podemos esquecer que como foi utilizado sistema de unidades de medidas de comprimento com a utilização da fita métrica, verificar se os grupos fizeram as medições corretamente para fazermos outra abordagem em relação à proporcionalidade e as questões de transformações das unidades de comprimento.

Depois de a construção ficar pronta, foi logo verificado se a proposta fez com que os alunos associassem a problemas do mundo real que muitas vezes não eram percebidos, desde problemas simples como a ideia de medir e transformar como problemas mais práticos como a ideia de áreas que está incorporada no nosso cotidiano.

### 3ª fase: Avaliação

Nessa última etapa do desenvolvimento ocorreu a avaliação do conhecimento prévio do aluno fazendo um comparativo entre a aplicação e a reaplicação no final da proposta. Foi aplicada uma atividade antes da oficina, em que todos os alunos resolveram baseando-se apenas nas explicações de sala de aula, ministrados em uma aula tradicional, e outra atividade depois da

oficina. O objetivo desse momento é perceber e avaliar o que de significativo ficou logo após a oficina.

Logo em seguida foi realizada uma análise das dificuldades sentidas pelo aluno antes e depois de concluído essa etapa, observou-se o despertar através desse recurso que nos possibilita dar um suporte e complementar a aprendizagem matemática.

Na quarta e última visita fomos ver uma peça que se encontra no centro da cidade, peça que foi trazida da Velha Remanso, e era utilizada nos barcos a vapor como mostra a figura 6:



Figura 6: Monumento da cidade. Fonte: próprio autor

A constituição desse monumento engloba figuras planas como o círculo que serão utilizadas como suporte para o cálculo de áreas e volumes dos sólidos geométricos.

A quarta aula foi explicativa, na qual a abordagem feita pelo professor revisou as áreas das figuras planas, para na próxima aula ser feita uma

atividade qualitativa, antes das construções das maquetes para fazer uma pré-avaliação dos conhecimentos adquiridos durante as etapas já elaboradas.

Segundo Ávila (2010) o ensino da matemática é justificado pela intensidade de diferentes processos de criatividade, permitindo o aluno o desenvolvimento e o exercício de suas faculdades intelectuais.

Na quinta aula aconteceu a aplicação da atividade, a meta nesse momento foi verificar qual o grau de conhecimentos ao associar o cotidiano aos sólidos geométricos através da modelagem, acontecendo a aplicação de um questionário é constituído de 4 perguntas( no anexo).

Onde 25 alunos responderam com o seguinte resultado:

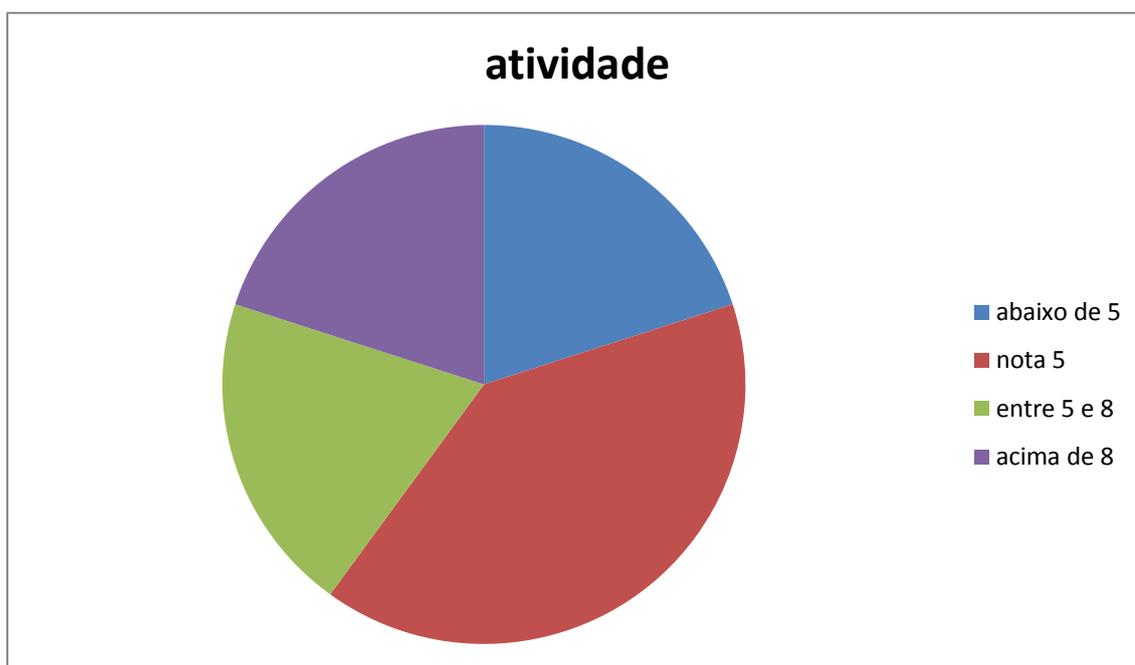


Figura 7: Gráfico 1. Fonte: próprio autor

ALUNO(A):	TRINCO (ARTIGO)	DISCIPLINA:	Matemática 7
ANO:	TURMA:	TURNO:	DATA:
COORDENAÇÃO:	AZEROS:	NOTA:	

1- Identifique através das fotos quais sólidos geométricos estão associados?

a-

Parâmide

b-)

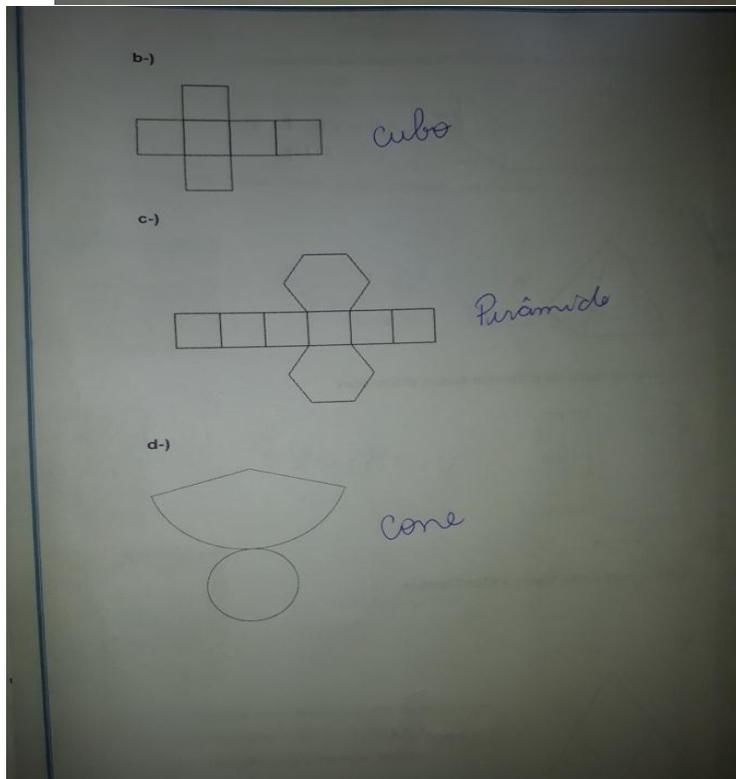
Parâmide

c-)

Paralelepípedos

2- Determine das figuras das fotos acima quantos são os vértices, faces e arestas das figuras?  $G=12, F=6, A=8$

3- Determine a área e volume das figuras abaixo:



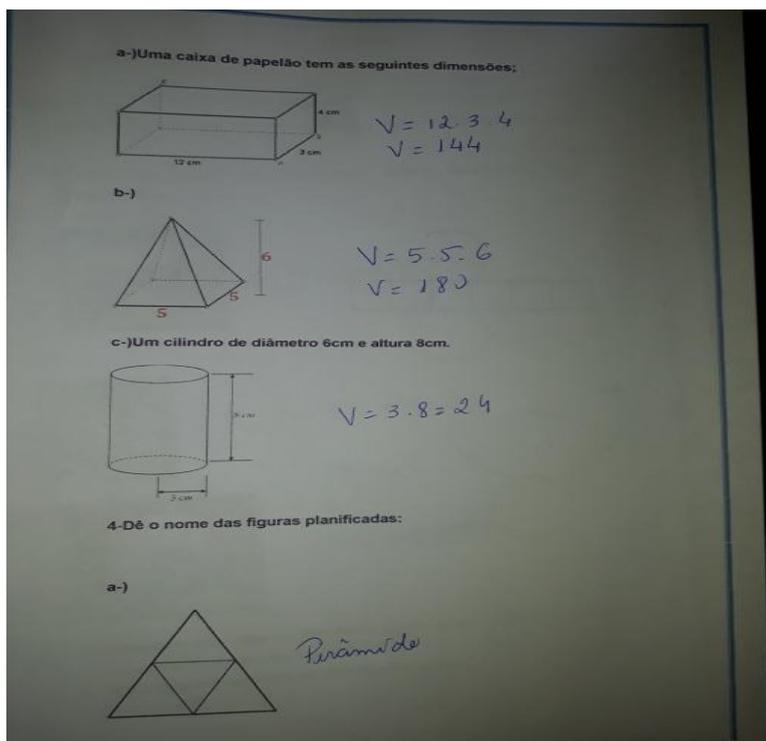


Figura 8: Atividade parte 1, 2 e 3. Fonte: Próprio autor

Nesta atividade foi explorado o reconhecimento das figuras geométricas no seu cotidiano, elementos dos sólidos onde abordou a relação de Euler, conhecimentos de áreas e volumes e planificações. Analisando o gráfico acima da figura 11 percebemos que 65% dos alunos ficaram abaixo da média que é seis na escola e que os outros 35% corresponderam as expectativas antes de chegar à culminância do projeto que será a construção das maquetes.

### 3.3 Esboços das maquetes

A sexta aula, o objetivo principal foi dar início à construção das maquetes fazendo uso dos materiais alternativos que cada grupo de trabalho providenciou transferindo as anotações feitas em seus portfólios. Nas figuras 9, 10 e 11 estão representados alguns dos trabalhos elaborados pelos alunos.

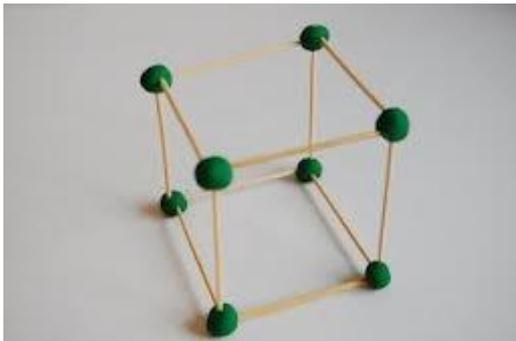


Figura 9: Maquete do cubo. Fonte: próprio autor



Figura 10: Paralelepípedo isopor. Fonte: próprio autor



Figura 11: Maquete dos sólidos. Fonte: próprio autor

Durante essa atividade, percebeu-se o envolvimento e cooperação de todos, não apenas na construção da sua maquete, mas o envolvimento com a construção de outros grupos. Então, com a cooperação de todos, os componentes de cada equipe estavam medindo e demarcando as medidas

usando a proporção de acordo com as figuras que foram abordadas durante a visita.

Como afirmam Biembengut e Hein (2007, p.59) “O trabalho artesanal tem um papel muito especial. É nesse clima descontraído que se pode avaliar a aprendizagem dos conceitos matemáticos”. Durante o processo de construção observava as habilidades que alguns tinham em construções quanto em representar a planta das maquetes, sendo que um desses alunos ficou responsável de dar suporte ao outros grupos com menos habilidades.

Na sétima aula foi o momento culminância de apresentação de cada objeto apresentando os seguintes objetivos;

- Classificar os sólidos geométricos em poliedros e corpos redondos;
- Enumerar a quantidade de elementos (vértices, faces e aresta) de cada figura;
- Identificar através das planificações dos sólidos;
- Determinar área e volumes dos sólidos;
- Verificar em qual deles são figuras planas em revolução;

E um aluno ficou curioso para saber quantos litros de água esse valor corresponderia. Para isso, recorreram ao conhecimento de conversão de unidades de medidas de volume, na qual conseguiram assimilar que  $1\text{m}^3$  equivale a 1000 litros de água. Fazendo a conversão  $2826\text{m}^3$  equivale a 2826000 litros de água. Associando a curiosidade do grupo, pela pesquisa verificaram que cada casa com 4 pessoas tinha um consumo médio de 3 a  $5\text{m}^3$ , em outras palavras com essa quantidade de água conseguiria abastecer em torno de 565 casas mês. Essa curiosidade foi estimulada devido a crise hídrica que a cidade vem passando, aperfeiçoando o trabalho, mobilizando assim a consciência da população. É possível salientar que “estimular a participação de todos os alunos é um meio de torná-los co-responsáveis pelo aprendizado” BIEMBENGUT E HEIN (2007, p.32).

No décimo encontro o grupo que foi selecionado com os prismas, além de demonstrar as várias relações que temos com a aplicação do teorema de Pitágoras com diagonal da face e diagonal do paralelepípedo, demonstrou que alguns cortes feitos nas maquetes que foram feitas de isopor, foi possível encontrar outros sólidos. Mas a euforia maior era em saber qual seria o volume da piscina do clube aquático pesquisado, e conseguiram descobrir que a expressão que leva ao volume da piscina que tem o formato de um paralelepípedo e esse ser um prisma resulta na mesma expressão do volume do cilindro comentado anteriormente ( $V = Ab.H$ ), onde  $Ab$  é a área da base e  $H$  é altura, mudando que a base do prisma pode ser outra figura geométrica, logo a do paralelepípedo é sempre um retângulo cuja área é definida pela expressão  $A = B.H$ , sendo  $B$  é comprimento e  $H$  a largura do retângulo.

Com a utilização da fita métrica conseguiram as medidas das 3 dimensões dos sólidos, dados pelas medidas comprimento 10 metros, largura 25m e altura 2 metros. Então, o volume encontrado foi  $V = 10.25.2 = 500m^3$  de água, ou seja, 500000 litros de água, sendo que durante a visita o responsável explicou que a troca de água só é feita de 3 em 3 meses, para não ter um custo elevado. De acordo com Bassanezi (2010) “a aprendizagem realizada por meio da modelagem facilita a combinação dos aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações”. Com isso os alunos podem criar novas alternativas e possibilidades para sua formação futura a partir da experiência vivida.

### **3.4 Culminâncias do projeto**

No décimo primeiro encontro foi reaplicado novamente a mesma atividade para verificar a mesma atividade depois de ter vivido a experiência de sair do abstrato e ir para o concreto a analisarmos se houve uma melhor compreensão dos assuntos abordados, e percebemos que houve uma mudança significativa como mostra o gráfico da Figura 12:

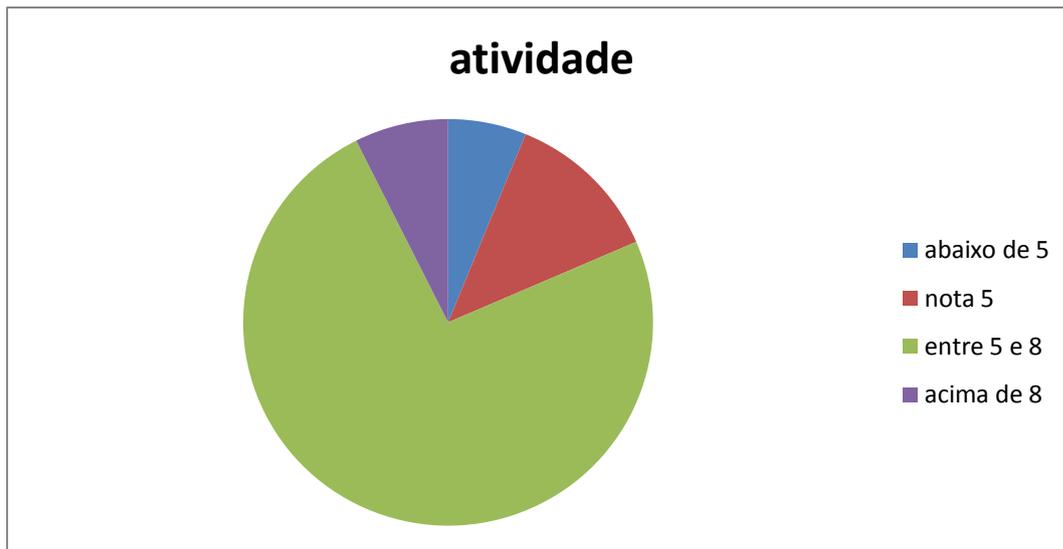


Figura 12: Gráfico 2. Fonte: próprio autor.

2º ANO  
TURMA  
TURNO  
DATA  
PROVA  
ACERTOS  
NOTA

1- Identifique através das fotos quais sólidos geométricos estão associados?

a-)



Parâmide e Paralelepípedo

b-)



Tronco de Parâmide

c-)



Paralelepípedo

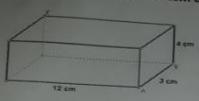
a-)

Parâmide  
V=5, F=5, A=8  
Paralelepípedo  
V=8, F=6, A=12

2- Determine das figuras das fotos acima quantos são os vértices, faces e arestas das figuras?

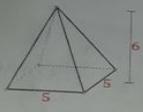
3- Determine a área e volume das figuras abaixo:

a-) Uma caixa de papelão tem as seguintes dimensões;



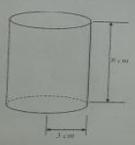
$V_{\text{prisma}} = A_b \cdot h$   
 $V_{\text{prisma}} = (3 \times 12) \cdot 4$   
 $V_{\text{prisma}} = 144 \text{ cm}^3$

b-)



$V_{\text{prisma}} = \frac{A_b \cdot h}{3}$   
 $V_{\text{prisma}} = \frac{(5 \cdot 5) \cdot 6}{3} = \frac{150}{3} = 50$

c-) Um cilindro de diâmetro 6cm e altura 8cm.



$V_{\text{cilindro}} = A_b \cdot h$   
 $V_{\text{cilindro}} = \pi \cdot 3^2 \cdot 8$   
 $V_{\text{cilindro}} = 72\pi \text{ cm}^3$

4-Dê o nome das figuras planificadas:

a-)



Parâmide de base triangular

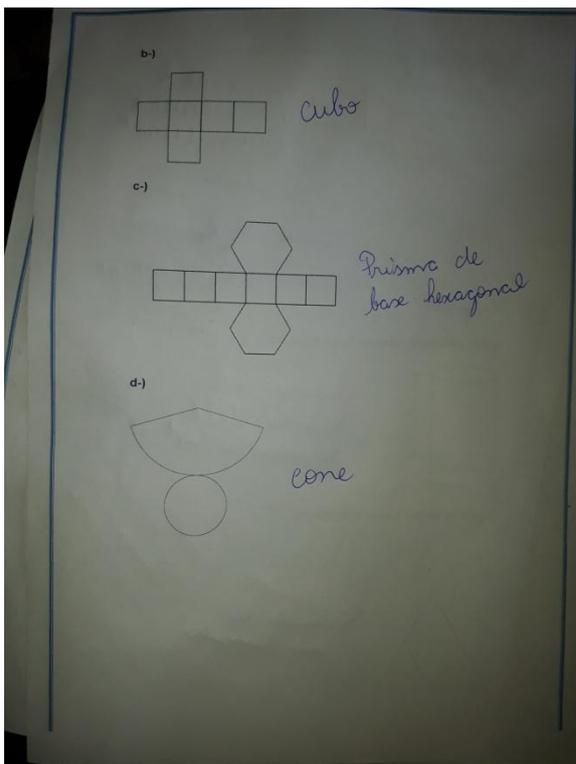


Figura13: Reaplicação da atividade. Fonte: próprio autor

Percebemos que depois da reaplicação com os 25 alunos após a construção das maquetes a resposta positiva foi de imediata, conseguindo uma mudança de 35% para 74%, dobrando a expectativa e diminuindo de 65% para 25% aqueles que não tinham compreendido o assunto abordado. Segundo Antunes (2001) o trabalho com diferentes habilidades significa integrar a ação escolar e o cotidiano dos alunos, buscando apresentar aos educandos que os questionamentos e as dúvidas são mais importantes que as respostas, possibilitando assim a construção da aprendizagem a partir do conhecimento e experiências que o aluno traz de sua vivência.

No decimo segundo e ultimo encontro, a culminância desencadeou em uma exposição das maquetes onde foram convidados os demais alunos para expor cada grupo no auditório, onde foi relatado o conhecimento adquirido e a vivência que eles compartilharam com os demais colegas e professores referente à participação no projeto de pesquisa.

Os critérios para a culminância foram considerados a apresentação oral, onde cada grupo detalhou de forma clara os aspectos positivos e negativos do desenvolvimento do mesmo. Biembengut e Hein (2007) afirma que o ideal é

promover uma exposição das maquetes a fim de mostrar o trabalho artesanal dos alunos, além de divulgar o modelo matemático.

No final dos seminários apresentado por cada grupo foi apresentado os resultados obtidos comparando os resultados antes e depois da conclusão do projeto, o questionário que se encontra no apêndice pag. 64, foi utilizado de caráter aberto para propiciar ao mesmo maior liberdade e satisfação dentro do tempo estipulado.

No término da apresentação obtivemos mais aspectos positivos que negativos, podendo destacar o interesse, a interdisciplinaridade, a integração das pessoas, a preocupação com o próximo, bem como o aprendizado para a vida e desenvolvimento do raciocínio. Na continuidade, apresentamos as Considerações Finais, as quais constituirão o ultimo capítulo desta pesquisa. Nele registraremos aspectos relevantes sobre a abordagem (prática e resultado) da aplicação da modelagem matemática com uma alternativa de ensino que possibilita a construção do conhecimento.

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Durante o segundo encontro foi solicitado aos grupos que explicassem sobre seu sólido geométrico na lousa utilizando slide solicitado na aula anterior. Ao término da apresentação de cada grupo, foi realizada uma explanação feita pelo professor resumindo e acrescentando detalhes sobre cada tipo de sólido foi feita a fim de concluir a formalização dos conceitos e propriedades. Durante a explanação os alunos associaram os modelos dos sólidos às formas encontradas na própria cidade como, por exemplo, a caixa d'água da velha Remanso que tem um formato cilindro, que devido a seca e diminuição do nível da barragem de Sobradinho-Ba, apareceu novamente por inteiro como mostra a figura 8.



Figura 14: Caixa d'água de Remanso Velho. Fonte: alunos da escola

No terceiro encontro foi agendada uma visita aos monumentos da cidade para que fossem relacionados com os sólidos geométricos. Nossa primeira parada foi na Velha Remanso, que foi inundada devido a construção da barragem de Sobradinho, onde fomos acompanhado pelo professor de história da própria instituição, para que além de estudarmos o objeto pudéssemos saber um pouco da sua história. Na cidade nova há uma caixa d'água igual a da cidade velha para o abastecimento de bairros mais afastados. Os alunos

mediram o diâmetro do cilindro e altura da caixa d'água com fitas métricas, visando comparar os valores obtidos aos dados históricos existentes no museu da Nova Remanso, e as informações foram bem precisas.

Outro ponto de visita foi no parque aquático da cidade, onde se encontra uma piscina no formato de um paralelepípedo, e outro grupo fez as medições de suas 3 dimensões, comparando com o projeto que existe na instituição, também foram precisas, como mostra a figura 9.



Figura 15: Piscina Clube Aquático. Fonte: próprio autor

Nesse momento, os alunos ficaram curiosos, pois todos gostariam de saber quantos litros d'água seriam necessários para encher a piscina. Em cada visita, as anotações eram feitas em seus respectivos portfólios, pois Soares (2010) destaca a importância de propor aos alunos atividades que promovam a aprendizagem de maneira prazerosa e diferenciada. A partir das visitas os grupos começaram a associar, a solicitação dos materiais com as visitas, e demonstrando animação e interesse para confecção das maquetes.

Os autores Sukow e Estephan (2009) afirmam que a modelagem matemática incentiva a participação ativa do aluno, contribuindo na construção do aprendizado e estimulando a criatividade.

Depois da apresentação do vídeo preparou se uma mesa redonda para a discussão do vídeo exposto e distribuindo os grupos com seus respectivos tema.

É possível relatar algumas falas dos alunos:

-Todos comentaram sobre como é um sólido por dentro, pois as abordagens feitas em anos anteriores sua abordagem explorava pelo exterior, e no filme foi explanado que outras figuras estão contidas dentro dessas formas geométricas e outras como e que é pode se transformar na outra. Como exemplifica as imagens da figura 7 retiradas do próprio vídeo.



Figura 16 video tv escola Fonte: vídeo da Tv Escola: <https://www.youtube.com/watch?v=oSEwrglbqnl>

Normalmente se observamos a parte exterior e o filme frisa os dois lados associando ao seu cotidiano, fazendo observações e relações no anotadas pelos alunos em seus portfólios, constadas pelos mesmos a importância da matemática especialmente na construção civil e os diferentes conceitos matemáticos aplicados nessa proposta, finalizando com a solicitação de material para os próximos encontros e um slide apresentando as características de cada sólido que ficou responsável por cada grupo.

Durante a aplicação, os alunos criaram o seu próprio modelo de portfólio, pois não existe modelo específico a serem seguidos, alguns grupos tiveram dificuldades por não estarem preparados para esse tipo de acompanhamento através das anotações.

Nesse processo de aprendizagem foi orientado aos alunos sobre formulação de objetivos e que não confundam com uma “coleção de trabalho”, mais uma compreensão reflexiva e clara das análises dos materiais, buscando que o aluno seja responsável pelo seu processo de aprendizagem.

As primeiras anotações aconteceram nas primeiras aulas, nas quais foram abordados os embasamentos teóricos sobre geometria espacial, como cada grupo foi direcionado para cada tipo de sólido, na proposta compreendia todos os tipos estudados, para que os alunos não pensassem que a abordagem maior seria apenas em cima de seu tema. Assim, foram informados sobre o critério para montagem de seus respectivos portfólios baseada nas análises feitas de cada grupo sobre as características de cada sólido.

A seguir, foi feito um debate sobre o acúmulo de anotações feitas no portfólio de cada grupo, analisando os pontos de vista anotada por cada equipe. A experiência do processo alguns grupos sentiram dificuldades ao expor seus pensamentos, porém no fim tiveram uma reflexão sobre suas dificuldades por não ter o hábito de trabalhar dessa maneira.

Foi muito satisfatório, pois constatamos que muitas descobertas sobre os sólidos foram sanadas, minimizando e aproximando o aluno do conhecimento, na qual possa conduzir tanto o professor quanto os alunos à reflexão do aprendizado através dessa experimentação. Pois o propósito é contribuir para atenuar essas lacunas da formação do aluno, identificando os problemas de aprendizagem não consumados nas séries anteriores, proporcionando uma prática de uma aprendizagem significativa.

Na terceira aula fomos ao centro da cidade visitar a praça, nesse encontro estava presente o arquiteto da obra juntamente com a planta do projeto elaborado. Nessa ocasião surgiram alguns questionamentos;

- 1- Quais os conhecimentos matemáticos são necessários para fazer algo sair do papel e virar um monumento?
- 2- Qual a contribuição das escalas?

3- Por qual motivo formas geométricas foram escolhidas para a cobertura da praça?

A partir das respostas obtidas, pôde-se constatar que a representação do desenho na construção em tamanho reduzido, o primeiro passo para moldar o que seria estudado, a partir das medidas reais que foram transformadas por meio de cálculos para reduzir essas medidas. Como mostra a figura 10.



Figura 17: Praça Municipal de Remanso Novo. Fonte: próprio autor

A partir das visitas, os alunos através da proporção analisaram qual seria a escala ideal para a construção das maquetes, sendo necessários os conhecimentos das transformações das unidades a fim de que a maquete fosse confeccionada em proporção a medida do real.

Antunes (2001) expressa, que o professor deve fazer da sala de aula um ambiente de estímulo, na qual o aluno seja provocado “aprender a aprender” e o professor possa reconhecer analisar e refletir sobre sua atuação como educador. Em outras palavras o professor tem em suas mãos o poder transformador de idealizar os seus conhecimentos em qualquer lugar não necessariamente apenas se submeter a ficar entre quatro paredes, ou seja, da lousa para o caderno.

A partir destas análises, observações e explicações feitas pelos alunos, ficou mais nítido o conceito de sólidos geométricos. A partir das montagens das maquetes os grupos conseguiram associar a outras formas que o rodeiam, entendendo, por exemplo, como descobrir a quantidade de sabão em pó contida em uma das suas caixas através do volume da construção do conhecimento dos paralelepípedos.

Então por meio dessa prática conseguimos uma melhor compreensão na resolução da atividade. Esse contato propiciou o reconhecimento sobre os prismas onde ficou entendido que eles possuem faces laterais retangulares, facilitando assim o cálculo de sua área total e seu volume.

Um dos participantes cujo pai um empresário é do ramo da construção de blocos, começou a analisar e verificar o quanto de volume de massa de cimento era utilizado na produção da construção de blocos, analisando assim o custo benefício da empresa.

Concordamos com Bassanezi (2010) ao manifestar que a modelagem é eficiente quando o professor estiver consciente de que está “trabalhando com aproximação da realidade” do aluno. Dessa maneira, essa proposta aproximou cada vez mais a matemática e obtendo resultados motivadores no seu aprendizado.

No nono encontro, o grupo responsável pelos corpos redondos ficou animado para descobrir qual seria o volume d'água armazenado na caixa d'água que a cidade possui, sendo que esse grupo foi, além disso, fez uma pesquisa no bairro, para descobrir qual seria o gasto médio de cada casa por litro d'água. Como o formato dela é de um cilindro, fizeram sua planificação e perceberam que precisava da área do círculo ( $A = \pi R^2$ ) e da altura do cilindro, pois o volume do prisma é caracterizado pela expressão ( $V = Ab.H$ ), sendo  $Ab$  é a área da base e  $H$  é altura do cilindro.

De acordo com as anotações feitas pelos alunos no portfólio, a caixa de abastecimento tem uma altura de 25 metros e um raio de curvatura de 6 metros. Assim, encontram um volume de  $V = 3,14.6^2.25 = 2826m^3$ .

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho relata o resultado de uma oficina desenvolvida numa Escola Particular de Ensino Médio em Remanso-Ba com uma turma de 2º ano do Ensino Médio, que envolveu o uso de modelagem matemática no ensino de geometria espacial. Esse tipo de abordagem motiva a busca de melhorias no processo de ensino e aprendizagem da matemática, uma vez que a modelagem matemática pode ser uma estratégia de ensino eficiente, que visa à construção do conhecimento.

Nesta proposta a abordagem baseia-se no ensino da geometria espacial focando as formas dos sólidos geométricos perpassando pela na construção de maquetes, trabalho este desenvolvido em busca de melhoria no cenário do ensino e da aprendizagem, desenvolvendo um plano de ensino cujo principal objetivo foi introduzir um novo olhar sobre a geometria.

A efetivação do projeto ocorreu mediante o somatório de várias etapas da proposta, com as aulas expositivas, apresentação visita a diversos pontos da cidade, etapas que foram seguidas e elaboradas do plano ação.

A busca pela modelagem é uma forma de unir a teoria e a prática, alcançando aulas que não sejam tradicionais e oportunizando aos alunos novas ferramentas que possam facilitar o processo ensino-aprendizagem, despertando para novos desafios e preservação dos recursos naturais de nosso planeta.

Algumas dificuldades foram encontradas pelo caminho, sendo uma delas o fator tempo. No entanto a grande maioria delas foi sanada, com uma melhor interação do grupo. As discussões permanentes proporcionaram novos caminhos para tentar diminuí-las durante o processo ensino-aprendizagem. Bassanezi(2010, p.37) considera que a modelagem matemática possibilita ao aluno entender melhor os argumentos matemáticos através de sua aplicação, contemplando a construção de uma aprendizagem significativa a fim de lembrar os conceitos.

Pode se relatar que as habilidades relevantes na pesquisa foram destacadas pelo envolvimento dos alunos com os materiais concretos, como medir, recortar, montar, colar, pintar, calcular e analisar qual seria a melhor forma de confeccionar suas maquetes, pois os mesmos estavam colocando em prática tudo que haviam aprendido durante o projeto.

Considera-se que a pesquisa pôde proporcionar experiências matemáticas significativas, úteis e estimulantes aos alunos, envolvendo a escolha de um tema, a investigação, a criação de hipótese e a construção das maquetes o que completa a aula para um bom raciocínio e desenvolvimento do conteúdo.

Constatamos que, como vivemos em um mundo globalizado, devemos estar abertos a novos desafios, principalmente aqueles que aproximem cada vez mais da realidade. Desta forma, a aplicação do projeto proporcionou trocas diárias de informações e a cada dificuldade apresentada, um novo momento de aprendizagem. São necessários que os alunos estejam motivados durante esses encontros para que haja uma boa integração, contemplando a construção de uma aprendizagem a fim de lembrar conceitos e soluções com mais facilidade, além de dar mais importância à disciplina de Matemática e seus conteúdos.

O uso de novos recursos é sempre desafiante. Logo de início os alunos ficavam apáticos, mais com uma nova dinâmica e fugindo do tradicionalismo, essas dificuldades puderam ser contornadas. As maquetes se mostraram uma ferramenta importante no desenvolvimento do processo. Durante a montagem foi perceptível à satisfação dos alunos, que de posse da forma concreta dos sólidos passaram a compreender os assuntos gerando momentos de realização pessoal, convictos do domínio daquela figura.

Certamente todo esse processo necessita de tempo para que a proposta comece a abrir os caminhos e exige comprometimento de todos os desenvolverem das ações apresentadas não comprometam a continuidade do projeto. Diante da complexidade em que consiste, devemos buscar novas alternativas de ensino, que possam ser inovadoras para se alcançar uma melhoria no processo ensino aprendizagem.

Logo, nas atividades desenvolvidas com modelagem em sala de aula é importante salientar que não se contextualiza a matemática, ou seja, a matemática já tem seu próprio contexto, pois quando se fala em contextualização aliada à ideia de modelagem, necessita-se cada vez mais de novos estudos para se contribuir com a investigação proposta. Buscando através de novas vertentes uma contribuição e compreensão do objeto de investigação através da interdisciplinaridade ou contextualização, deste modo haverá uma reflexão tanto por parte do professor quanto do aluno, contribuindo para que não somente na área de matemática tenha uma contribuição para o cenário educacional.

## APÊNDICE

1-) Identifique através das fotos quais sólidos geométricos estão associados?

a-



b-)

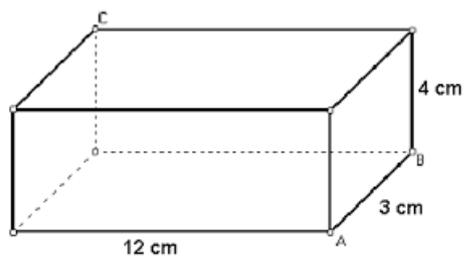


c-)

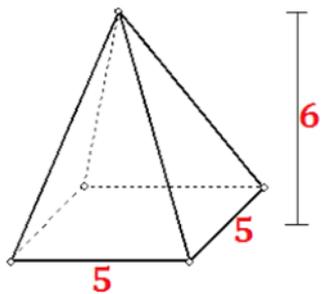
1- Determinem das figuras das fotos acima quantos são os vértices, faces e arestas das figuras?

2- Determine a área e volume das figuras abaixo:

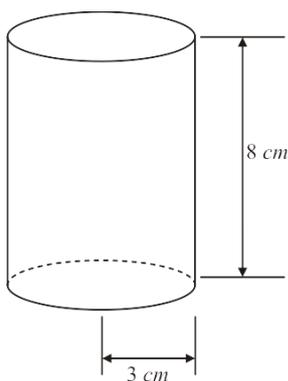
a-) Uma caixa de papelão tem as seguintes dimensões;



b-)

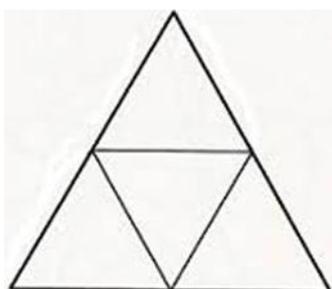


c-)Um cilindro de diâmetro 6cm e altura 8cm.

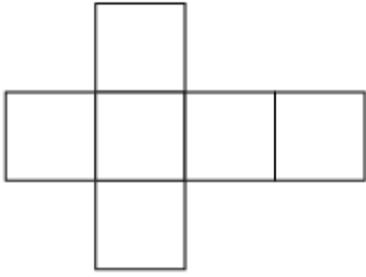


4-Dê o nome das figuras planificadas:

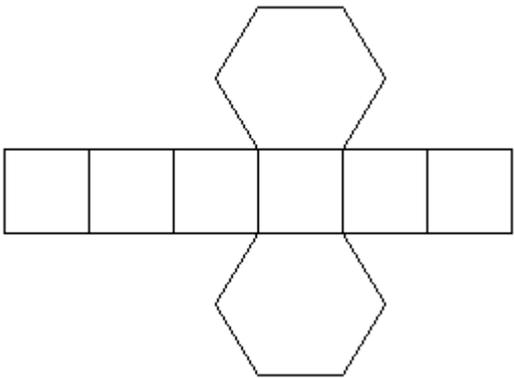
a-)



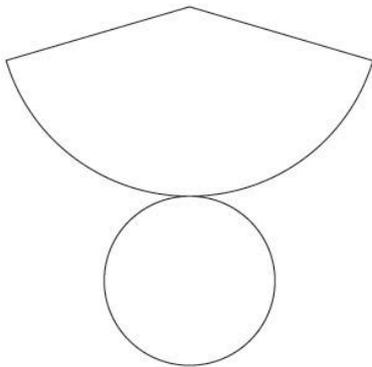
b-)



**c-)**



**d-)**



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; DIAS, Michele Regiane. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. *BOLEMA*, ano 12, nº 22, pp.19-36.2004.

ALMEIDA, Lourdes Werlede; SILVA, Karina Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. *Modelagem Matemática na Educação Básica*. 1. ed. 1ª reimpressão. São Paulo: Editora Contexto, 2013.

ANTUNES, Celso. *A avaliação da aprendizagem escolar: fascículo 11*. Petrópolis, RJ Vozes, 2001.

ÁVILA, Geraldo Severo de Souza. *Várias faces da matemática: tópicos para licenciatura e leitura geral*. 2.ed. São Paulo: Blucher, 2010.

Barbosa, Jonei Cerqueira. O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? *Zetetikê*, Campinas, nº 11, 1999. Disponível em <http://sites.uol.com.br/joneich>.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. *Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico*. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 2004, Caxambu.

BASSANEZI, R. C. *Modelagem como metodologia de ensino de matemática*. In: *Actas de la Séptima Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática*. Paris: UNESCO, 1994.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática*. Editora Contexto, São Paulo, 2010.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto, 2006.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2013.

BECKER, Marcelo. Uma alternativa para o ensino de Geometria: Visualização Geométrica e representações de sólidos no plano. 111 p. Dissertação. Porto Alegre, RS. 2009. Disponível em: . Acesso em 22.Jan.2014.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Modelagem Matemática no ensino. Blumenau: Ed. Contexto, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília. MEC/SEF, 1998.

CEIA, C. A construção do porta-fólio da prática pedagógica: um modelo dinâmico de supervisão e avaliação pedagógicas. 1998. Disponível em: . Acesso em: 20 out. 2006.

DANTE, L. R. Matemática: Contexto e Aplicações. São Paulo: Ática, v. 2, Ensino Médio, 2012.

DRUCK, Suely: Artigo: O drama do ensino da matemática. Universidade Federal Fluminense, do Rio de Janeiro. Folha de São Paulo, Edição Especial: 2003. <http://www1.folha.uol.com.br/folha/sinapse/ult1063u343.shtml> Acesso 08/7/2015

FERREIRA. Aurélio B. de H. Novo dicionário Aurélio da Língua Portuguesa. 2.ed. Curitiba: Nova Fronteira, 1999.

FÜRKOTTER, M.; MORELATTI, M. R. M. A Geometria da Tartaruga: uma introdução à Linguagem LOGO. In: SIMPÓSIO DE MATEMÁTICA, 4, 2009, Presidente Prudente, Anais... Presidente Prudente, 2009. p. 1-29.

GATTI, Bernardete Angelina. Grupo focal na pesquisa em Ciências sociais e humanas. Brasília: Líber Livro 2005.

GAZZETA, M. A Modelagem como Estratégia de Aprendizagem na Matemática em Cursos de Aperfeiçoamento de Professores. 1989. 150 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1989.

IMENES, Luiz Márcio. Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem matemática. São Paulo: FNBEC, 1987.

IEZZI, g, et al. Matemática: Ciências e aplicações. V.2. Ensino Médio. São

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? A educação matemática em revista. Geometria. Blumenau, número 04, p.03-13, 1995. Edição especial.

MACHADO JUNIOR, A. G. Modelagem matemática no ensino-aprendizagem: ação e resultados. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas – Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

NACARATO, A.M; PASSOS, C.L.B. A Geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EDUFSCar, 2003.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. Revista Zetetiké, Ano 1, número 1, CEMPEM/F.E. UNICAMP, 1993.

POLYA, George. Dez mandamentos para professores. <http://www.sbm.org.br/nova/web//up/editor/File/10%20Manda.pdf>-acesso em 10-10-2009

SADOVSKY, Patrícia. Falta fundamentação didática no ensino de matemática. Revista Novaescola, Editora Abril, São Paulo. Ed. Especial14. p.08-10. Jul.2007. Paulo. Editora Saraiva 2010.

SILVA, E. L. MENEZES, E. M. Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação. 3. ed. Florianópolis: Laboratório de Ensino a Distância da UFSC, 2001.

SUKOW, José Augusto.; ESTEPHAN, Violeta Maria. Relato de uma experiência: resolução de problemas e modelagem matemática no Ensino Médio. 2009. Disponível em

<http://www.diaadiaeducação.pr.gov/portals/pde/arquivos/16628.pdf?PHPSESSID=2010010708155290>.

YIN. R. K. Estudo de caso: planejamento e métodos. 3 ed. Porto Alegre: Bookman, 2005. <<http://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-sao-poliedros-platao.htm>>.

<https://www.youtube.com/watch?v=oSEwrglbqnl>

