

DEPARTAMENTO DE  
**MATEMÁTICA**  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO



PROFMAT

MESTRADO PROFISSIONAL  
EM MATEMÁTICA EM  
REDE NACIONAL

Danielle Angélica da Luz e Silva

# **O Ensino Híbrido como Metodologia do Ensino na Matemática - Geometria Espacial - Pirâmides Regulares**

Ouro Preto - MG, Brasil

Fevereiro 2018

Danielle Angélica da Luz e Silva

# **O Ensino Híbrido como Metodologia do Ensino na Matemática - Geometria Espacial - Pirâmides Regulares**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal Ouro Preto, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre.

Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)

Instituto de Ciências Exatas e Biológicas (ICEB)

Departamento de Matemática (DEMAT)

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)

Orientador: Prof. Dr. Thiago F. Santos

Coorientador: Prof. Dr. Sebastião M. Xavier

Ouro Preto - MG, Brasil

Fevereiro 2018

S381e Silva, Danielle Angélica da Luz e.  
O ensino híbrido como metodologia do ensino na matemática-geometria espacial-pirâmides regulares [manuscrito] / Danielle Angélica da Luz e Silva. - 2018.  
53f.:

Orientador: Prof. Dr. Thiago Fontes Santos.  
Coorientador: Prof. Dr. Sebastião Martins Xavier.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Departamento de Matemática. Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional.  
Área de Concentração: Matemática com oferta nacional.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Geometria espacial. I. Santos, Thiago Fontes . II. Xavier, Sebastião Martins. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU: 51:37



UFOP  
Universidade Federal  
de Ouro Preto



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
Universidade Federal de Ouro Preto  
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas (ICEB)  
Departamento de Matemática - PROFMAT



## O Ensino Híbrido como Metodologia do Ensino na Matemática - Geometria Espacial - Pirâmides Regulares

*Autor(a): Danielle Angélica da Luz e Silva*

Dissertação defendida e aprovada, em **20 de Fevereiro de 2018**, pela banca examinadora constituída pelos professores:

**Thiago Fontes Santos - Orientador**  
Universidade Federal de Ouro Preto

**Sebastião Martins Xavier Coorientador**  
Universidade Federal de Ouro Preto

**Gilberto Duarte Cuzzuol**  
Universidade Federal de Itajubá

**Wenderson Marques Ferreira**  
Universidade Federal de Ouro Preto

Dedico este trabalho a Deus, Senhor dos meus passos, a Nossa Senhora, minha protetora, Nhá Chica, minha intercessora, aos tesouros da minha vida, Mamãe, Papai e meu querido irmão Marco Antônio, meu porto seguro, pessoas essenciais em minha vida, que se esforçam diariamente por fazer os meus dias mais felizes e que me ensinaram o verdadeiro sentido da vida e do amor, a minha família, a minha dinda Tia Dudu, a quem tanto amo, uma brava e encantadora guerreira, a doce e sorridente Maria Angélica minha afilhada, para quem me esforço em ser um bom exemplo e a todos que torceram por mim.

---

# Agradecimentos

Dizem que quanto mais nos aproximamos da ciência, mais distantes ficamos de Deus. No meu caso, foi diferente. Quanto mais me aproximei da ciência, mais necessitei segurar na mão de Deus! E ao longo desses quase três anos, senti constantemente a sua presença. Obrigada Meu Senhor e meu Deus por TUDO, exatamente TUDO!

Ao Senhor Bom Jesus de Matozinhos que tantas vezes estive diante dos seus pés e fui plenamente confortada, a minha Mãezinha do céu Nossa Senhora Aparecida, minha incansável protetora e a Nhá Chica exemplo de seguidora de Deus, que tantas vezes intercedeu por mim, a minha eterna gratidão!

A Mamãe, Papai e Marco Antônio (Totonho), meus amores, se hoje estou completando essa tarefa é porque estive sobre os seus ombros, ombros de gigantes. Sou muito feliz em tê-los em minha vida. Tudo o que sou, tem parte de vocês. Amá-los é tão fácil! Aprendi com vocês a ser verdadeira, forte, corajosa, fervorosa, a vencer os meus medos, a lutar pelos meus sonhos, a acreditar e a amar! Obrigada por cada oração, cada incentivo, cada amparo, cada gesto de amor, por lutarem junto comigo e por me amarem incondicionalmente.

A toda a minha família, meu porto seguro, minha referência, o apoio de vocês foi essencial, sou grata pela compreensão mediante tantas ausências, pela torcida, pelas orações e cuidados, vocês foram essenciais nessa trajetória.

Aos meus companheiros de trajetória, colegas do PROFMAT, tenho consciência que percorrer um caminho sozinho é possível, mas se o fazemos bem acompanhados, ele se torna mais leve e feliz. O meu agradecimento a todos os meus colegas do PROFMAT, meus companheiros, em especial, aos Lindinhos, Lívia, Fabian, Mari e Dane, só nós sabemos o que vivemos juntos, momentos tristes, mas também momentos de muita alegria, jamais apagarei da memória o riso solto da Lívia, os salvamentos do Fabian, a sensatez da Mari e a irmandade da Dane. Vocês são

mágicos! Márcio, que por tantas vezes partilhou o seu conhecimento comigo sempre de forma tão gentil e simples. Renato, cuja genialidade nunca o tornou inacessível. Muito Obrigada!

A todos os professores do PROFMAT, pelo profissionalismo, empenho, generosidade e carinho em partilhar muito mais que apenas Matemática, ao meu orientador Thiago por toda a incansável dedicação e por me fazer enxergar além em vários momentos do curso e ao meu coorientador Sebastião por todas as contribuições para conclusão desse trabalho. Ao Gilberto por estar sempre pronto a ajudar e por fazer isso com muita competência. Vocês foram um raio de sol em um dia chuvoso!

Aos meus alunos, do 2º Ano da Meninada Alternativa, Ana Carolina, Arthur, Bianca, Carlos, Djéssica, Francinny, Gabriel, Gabriela, Isabella, Italo, Lucas, Luiza, Marcela, Maria Clara, Maria Eduarda, Ramon, Sarah e Bruno. Obrigada pelo Sim de vocês em participarem desse trabalho. Foi tudo muito especial!

A Escola Municipal Dona Carmem Barroso, ao Colégio Municipal Professor Eurico Viana e a Escola Meninada Alternativa, extensivo a todos os colegas que torceram por mim, gratidão por toda a compreensão, auxílio e incentivo.

A todos os meus amigos que não desistiram de mim e que demonstraram sua amizade nas horas que mais precisei, obrigada por todo esse carinho!

Realizar um sonho não é fácil, mas quando acreditamos e contamos com a generosidade das mãos estendidas ao longo do caminho, ele se realiza.

Muito obrigada a todo o bem que recebi!

# Resumo

Esse trabalho trata do Ensino Híbrido, uma metodologia de ensino que comunga o ensino tradicional à tecnologia digital diversificada em vários modelos. Como área de estudo, escolhemos a Geometria Espacial, especificamente Pirâmides regulares. Incluímos um Breve Histórico do Ensino da Matemática no Brasil entre os séculos XIX e XXI de modo a situar em qual contexto o mesmo se encontra. Apresentaremos um relato de experiência da aplicação do Ensino Híbrido – Modelo Rotacional em uma turma do Ensino Médio.

**Palavras-chave:** Ensino Híbrido - Matemática - Geometria Espacial



---

# Abstract

This study describes the Hybrid Teaching, a teaching methodology that integrates traditional teaching to diversified digital technology in various models. As a study area, we chose Space Geometry, specifically regular Pyramids. We have included a brief History of Teaching Mathematics in Brazil between the nineteenth and twenty-first centuries in order to locate in what context the same is found. We will present an experience report on the application of Hybrid Teaching - Rotational Model in a high school class.

**Keywords:** Hybrid Teaching - Mathematics - Spatial Geometry

---

# Sumário

<b>Resumo</b> . . . . .	<b>7</b>
<b>Introdução</b> . . . . .	<b>10</b>
<b>1 Um Breve Histórico do Ensino da Matemática no Brasil entre os Séculos XIX e XXI</b> . . . . .	<b>12</b>
<b>2 Ensino Híbrido</b> . . . . .	<b>23</b>
<b>3 Relato de Experiência</b> . . . . .	<b>29</b>
<b>4 Conclusão</b> . . . . .	<b>46</b>
<b>A Atividade Planejada de Geometria</b> . . . . .	<b>48</b>
<b>Apêndice</b> . . . . .	<b>48</b>
<b>Referências</b> . . . . .	<b>52</b>
<b>Referências Bibliográficas</b> . . . . .	<b>52</b>

---

# Introdução

O Ensino da Matemática no Brasil e no mundo sempre esteve envolto em muita discussão. Questiona-se o que ensinar, como ensinar, quando ensinar e para quem ensinar. Tais questionamentos ultrapassam os séculos, algo bem próprio de uma ciência que está em constante movimento, assim como a sociedade na qual estamos inseridos. Durante esse tempo, muitas foram as influências no processo de ensino e de aprendizagem dessa ciência. Percebemos que o mundo contemporâneo está mais exigente devido aos anseios de uma sociedade extremamente tecnológica. E em relação ao Ensino da Matemática isso não é diferente. Nessa dissertação, temos como objetivo apresentar uma metodologia de Ensino a fim de corresponder às atuais necessidades do Ensino de Matemática: O Ensino Híbrido. Tal metodologia comunga o ensino tradicional à tecnologia digital, diversificada em vários modelos, e tem como alguns dos seus pilares a personalização, a individualização e a diferenciação. Como área de estudo, escolhemos a Geometria Espacial, especificamente Pirâmides regulares. Não é nosso objetivo aqui um estudo de fórmulas e demonstrações, mas, um estudo da Geometria Espacial, baseado no conhecimento que os alunos já possuem de Geometria Plana. Tal forma de trabalho está baseada nas práticas cotidianas em sala de aula, onde o número excessivo de fórmulas aplicadas à geometria favorece um distanciamento entre a matemática e seu real significado para o estudante. Queremos que ele entenda geometria e não decore geometria. Apresentamos, no primeiro capítulo, um Breve Histórico do Ensino da Matemática no Brasil, entre os séculos XIX e XXI. Optamos por fazer um posicionamento histórico situando o Ensino da Matemática que vai desde a influência do positivismo de Comte no Brasil, passando pelas Reformas Francisco Campos e Capanema, o Movimento Internacional de Modernização do Ensino da Matemática e o auge e declínio do Movimento da Matemática Moderna destacando, o grupo Bourbaki até a nossa atual realidade. No capítulo dois, apresentamos o Ensino Híbrido, que é uma nova nomenclatura usada para combinar antigas tecnologias a novas tecnologias digitais. Temos como um dos seus objetivos

---

estabelecer uma prática pedagógica nova que proporcione uma aprendizagem significativa por meio das tecnologias digitais. Tal ensino apresenta-se organizado em modelos, que trabalham formas de condução das aulas. Os mais usados são a Rotação por estações, o Laboratório rotacional, Sala de aula invertida e Rotação Individual. No Capítulo três, trazemos o relato de experiência da aplicação de uma atividade realizada com os alunos do 2º Ano do Ensino Médio da Escola Meninada Alternativa, localizada na cidade de Matozinhos – MG, onde usamos como Metodologia de ensino o Ensino Híbrido – Rotação por estações. Não é intenção desse trabalho estabelecer um duelo entre tradicionais e novas metodologias de ensino, mas sim oferecer aos alunos a oportunidade de participarem da construção do seu próprio conhecimento, promovendo autonomia individual e a interação entre seus pares, respeitando o seu ritmo de aprendizagem. Apresentamos o resultado dessa pesquisa, analisando os resultados procedentes da aplicação do Ensino Híbrido - Modelo de Rotação por estações, indicando-o como uma das possibilidades de metodologias de ensino que favorecem o sucesso no processo de ensino e aprendizagem dos nossos alunos.

---

# Um Breve Histórico do Ensino da Matemática no Brasil entre os Séculos XIX e XXI

A Educação no Brasil vem passando por muitas modificações próprias de uma sociedade em constante desenvolvimento, movida por anseios que vão de encontro às necessidades do seu tempo, principalmente no que diz respeito às relações sociais, às novas tecnologias e ao mundo do trabalho, no qual o sujeito em toda a sua complexidade está inserido. Tais transformações envolvem as práticas pedagógicas, os processos de aprendizagem, os contextos sociais, os sistemas de ensino, as formações profissionais e as disciplinas escolares, moldando o universo da educação. E nesta composição acentuamos o Ensino da Matemática.

No fim do século XIX e início do século XX, o sistema de ensino no Brasil foi influenciado pelo pensamento positivista idealizado por August Comte, francês, filósofo que iniciou sua carreira ensinando matemática e que considerava tal ciência como ponto de partida para a educação científica. Segundo [4],

*O positivismo somente aceita como realidade fatos que possam ser observados, transformados em leis que forneçam o conhecimento objetivo dos dados e que permitam a previsão de novos fatos, criando a dimensão da neutralidade da ciência: O sábio investiga desinteressado das consequências práticas, tendo como propósito somente exprimir a realidade.[...]. O positivismo constitui-se através da racionalidade técnica. A ciência fornece o modelo do conhecimento da realidade que podemos alcançar e o progresso dos conhecimentos leva à evolução social. Esta ideologia é uma resposta às consequências da emergência do sistema capitalista e contrapõe-se*

*ao liberalismo, paradigma dominante na época.[...]. Assim, a Matemática seria o ponto de partida da educação científica, pois os conhecimentos matemáticos permitem traduzir o universo por meio da formulação de leis e, desse modo, alcançar a previsão racional das necessidades humanas e criar a continuidade histórica e o equilíbrio social presentes no lema político de “ordem e progresso” de Comte. Com tais características, o positivismo francês começa a exercer sua influência no Brasil.*

As ideias de Comte sobre o ensino da matemática difundiram-se pelo mundo, inclusive no Brasil, por meio de Benjamim Constant<sup>1</sup> um adepto do positivismo. A nova Escola Militar foi uma das mais influenciadas por essa corrente. [6] ( p.52) afirmou que

*a influência pessoal de Benjamim Constant (1836-1891) fez com que as ideias de Comte fossem adotadas como base de todo o ensino matemático no Brasil e que todo este prestígio é a prova mais decisiva de que o progresso realizado pela matemática no século XIX ainda não havia penetrado suficientemente no Brasil.*

Paralelamente a este processo outro movimento ganhou força junto a estudiosos matemáticos, tendo seu início no fim do século XIX até a segunda década do século XX, ficando conhecido como movimento internacional de modernização no ensino da matemática. De acordo com [15] (p.1),

*o ensino de matemática passou por várias reformulações ao longo do século XX, tanto no Brasil quanto em muitos outros países. Isso pode ser exemplificado por dois casos que, não por acaso, tiveram origem lá fora e depois repercutiram aqui no Brasil. O primeiro diz respeito ao movimento internacional de modernização do ensino de matemática iniciado em fins do século XIX e que se estendeu até as duas primeiras décadas do século XX. O segundo movimento de reformulação ocorreu a partir da segunda metade do século XX e foi denominado de Movimento da Matemática Moderna. Tanto um quanto o outro tiveram ampla repercussão nas propostas oficiais de ensino de matemática aqui no Brasil.*

Esse primeiro movimento ganhou força no Brasil, após o IV Congresso Internacional de Matemática, realizado em Roma, no ano de 1908, tendo o seu auge datado no fim da década de 20 e início da década de 30 do século XX. Neste Congresso instituiu-se a criação de uma Comissão Internacional de Ensino da Matemática tendo como presidente Felix Klein<sup>2</sup>, matemático alemão,

<sup>1</sup> Segundo Lemos, oficial do exército brasileiro, professor de matemática em diversas escolas civis e militares, divulgador da filosofia positivista, organizador do movimento militar que depôs a Monarquia.

<sup>2</sup> Autor do livro “Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior” cuja primeira edição foi lançada em 1908.

que dentre vários trabalhos importantes, dedicou-se também a pesquisar a evolução do Ensino da Matemática em diversos países do mundo. Segundo [17],

*Felix Klein constata uma ruptura entre a matemática escolar, aquela ensinada na escola básica, e a matemática acadêmica universitária. Klein identifica essa ruptura como uma dupla descontinuidade na formação inicial do professor de Matemática: por um lado, entre a matemática estudada no curso universitário e aquela anteriormente aprendida como aluno no ensino básico; e, por outro, entre a matemática do curso universitário e aquela a ser posteriormente ensinada na escola básica. Sobre o saber de conteúdo necessário para o ensino, Klein entende que o professor deve não somente ter conhecimento específico sobre os conceitos e as teorias que ensina, mas também saber relacioná-los e articulá-los, compreender sua natureza científica e sua evolução histórica, de forma a desenvolver uma visão ampla o suficiente para situá-los no panorama da Matemática como ciência.*

Essas ideias associam a visão globalizada da Matemática clássica, com a sua natureza enquanto disciplina e o processo de aprendizagem da matemática, eram um tanto provocadoras, e chegou aos sistemas de ensino no Brasil, a partir de Euclides Roxo<sup>3</sup>. De acordo com [15] (p.1),

*foi no fim da década de 20 e início da década de 30, que as ideias de Félix Klein começaram a penetrar nos sistemas de ensino, tendo à frente o professor Euclides Roxo, catedrático da cadeira de matemática do Colégio Pedro II no Rio de Janeiro. Inicialmente implantadas no Colégio Pedro II no ano de 1928, essas propostas de reformulação foram estendidas a todo o sistema educacional brasileiro por meio da Reforma Francisco Campos de 1931.*

Com essa iniciativa, marca-se, assim, o início do declínio do positivismo no ensino brasileiro. Foram várias as reformulações propostas a partir do IV Congresso Internacional de Matemática e adotadas pela Reforma Francisco Campos, gerando uma reestruturação do currículo de matemática no Brasil. Outras ações foram a criação do Conselho Nacional de Educação, a organização do ensino secundário e comercial e a unificação das várias matemáticas em uma única disciplina, dentre outras. De acordo com [15](p.1-2),

<sup>3</sup> Educador brasileiro, importante nas reformas Campos e Capanema devido principalmente a sua posição política, segundo Pitombeira[5]

*dentre as várias propostas de reformulação destacamos duas. A primeira foi à unificação em uma única disciplina denominada de Matemática das várias matemáticas que até então eram ensinadas separadamente de acordo com a série escolar (Aritmética, Álgebra, Geometria, Trigonometria), o que alterou a estrutura curricular do ensino de matemática nas escolas. A segunda foi à ênfase na valorização da intuição e da experimentação como ponto de partida para o ensino de matemática na sala de aula, o que alterou a metodologia de ensino da matemática.*

Como salienta [10]( p.5),

*Até o final da década de 50, o ensino de Matemática no Brasil, salvo raras exceções, caracterizava-se pela ênfase às ideias e formas da Matemática Clássica, sobretudo ao modelo euclidiano e à concepção platônica de Matemática. O modelo euclidiano caracterizava-se pela sistematização lógica do conhecimento matemático a partir de elementos primitivos (definições, axiomas, postulados). Essa sistematização é expressa através de teoremas e corolários que são deduzidos dos elementos primitivos. A concepção platônica de Matemática, por sua vez, caracteriza-se por uma visão estática, a-histórica e dogmática das ideias matemáticas, como se essas existissem independentemente dos homens.*

No entanto, é importante ressaltar que este movimento, apesar de não ter conseguido modificar a prática de muitos docentes, proporcionou um espaço de diálogo matemático, importante para muitas outras gerações. A partir da década de 30 do século XX a matemática começou a ser abordada de forma mais pragmática, principalmente com a introdução do conceito de resolução de problemas, que passou a estar presente em alguns manuais didáticos. Essa constatação está de acordo com o que afirmou [10] (p.8) que,

*as fórmulas, os conceitos, as regras aparecem sem justificativas ou sem maiores esclarecimentos, nestes manuais. Segundo essa visão pragmática, o importante não era a formação de uma disciplina mental, mas sim a instrumentalização técnica do indivíduo para a resolução de problemas.*

Por volta do ano de 1934, surgia oficialmente na França, um grupo de matemáticos que se encontravam insatisfeitos com o ensino de matemática nas universidades francesas, cujas ideias iriam fomentar o Movimento que mais tarde foi denominado Movimento da Matemática Moderna, adotando o pseudônimo Nicolas Bourbaki, ou simplesmente Bourbaki. Um dos objetivos iniciais deste grupo foi, segundo [16]( p.33),



*o de redigir um novo tratado moderno de análise num período inferior a um ano, porém, para o grupo, tamanha era a urgência de reestruturação do ensino da matemática, que ampliaram os seus objetivos e passaram a organizar o ensino da matemática em três pontos capitais: unidade, estrutura matemática e método axiomático, bem como seus encaminhamentos e desenvolvimentos posteriores.*

Neste grupo não havia uma hierarquia definida, todos tinham direito a igual participação, possuíam uma identidade secreta, por isso o uso de um pseudônimo. Mantinham o espírito jovem do grupo, que não tinha a ver com a idade, mas sim com as ideias. Acreditava-se que o ensino da matemática dispensava o caráter excessivo das demonstrações. O estudo era ordenado e o nível de complexidade dava-se em ordem crescente. Segundo [16] (p.39), o grupo Bourbaki realiza três seminários anuais para se situar e tomar decisões, geralmente em lugares agradáveis durante uma semana e possuem duas imagens: uma pública, onde se apresentam sérios e áridos e outra privada onde prevalece o amor e a amizade. Devido a suas ideias inovadoras, o grupo recebeu a admiração de muitos e a dura crítica de outros. As ideias dos Bourbakis alastravam-se no decorrer dos anos e constituíram o Movimento da Matemática Moderna que segundo [12] (p.4), “buscavam aproximar a Matemática ensinada na escola básica com a Matemática produzida pelos pesquisadores da área”. Ainda, segundo o mesmo autor, “como consequência, as propostas defendidas pelo Movimento, enfatizam as estruturas algébricas, a teoria dos conjuntos, a topologia, as transformações geométricas entre outras” (2006, p.4). Enquanto isso, no Brasil, surgiu uma reforma que veio a ser conhecida por Reforma Capanema. Segundo [14] (p. 372),

*essa reforma, de 1942, foi marcada pela articulação junto aos ideários nacionalistas de Getúlio Vargas e seu projeto político ideológico, implantado sob a ditadura conhecida como “Estado Novo”. De todas as áreas do plano educacional, a educação secundária seria aquela em que o ministério Capanema deixaria sua marca mais profunda e duradoura. Segundo os autores de **Tempos de Capanema**, o sistema educacional proposto pelo ministro correspondia à divisão econômico-social do trabalho. Assim, a educação deveria servir ao desenvolvimento de habilidades e mentalidades de acordo com os diversos papéis atribuídos às diversas classes ou categorias sociais. Teríamos a educação superior; a educação secundária, a educação primária, a educação profissional e a educação feminina; uma educação destinada à elite da elite, outra educação para a elite urbana, outra para os jovens que comporiam o grande “exército de trabalhadores necessários à utilização da riqueza potencial da nação” e outra ainda para as mulheres. A educação deveria estar, antes de tudo, a serviço da nação, “realidade moral, política e econômica” a ser constituída.*

Comentando a referida reforma, [15]( p.2) destacou que “um aspecto que talvez seja a pedra angular dessa reforma é [foi] a inclusão do ensino profissionalizante-industrial (também comercial e agrícola) na estrutura do sistema educacional brasileiro”. Tal inclusão, era vista como necessária, já que o Brasil preparava-se para tornar-se um país industrializado e precisava de mão de obra especializada para atender a demanda tecnológica. Neste sentido, a educação (mais especificamente a matemática) assumiu um caráter utilitário, esperando-se que desenvolvessem nos estudantes competências necessárias para atender aos anseios da sociedade, em ritmo tecnológico e industrial. Sendo assim, o ensino profissionalizante-industrial é identificado como sendo voltado à formação de trabalhadores de baixa qualificação cuja aprendizagem requeria apenas o aprender a fazer em detrimento do aprender a pensar. Assim, para [15](p.2) “a partir dessa reforma o ensino profissionalizante começou a ter alguma equivalência como ensino secundário, sendo a equivalência inteiramente concluída com a LDB/61”. A Reforma Capanema defendia a ideia de um ensino escolar mais científico que atenderia as necessidades de uma sociedade prestes a ser industrializada e retrocedia o programa de Matemática, em curso até então. Tal Reforma, mesmo contando com a participação de Euclides Roxo na comissão da elaboração do programa do ensino secundário, após sua divisão em dois ciclos, se apresentou como uma reação à Reforma Campos.

*O programa de Euclides Roxo recebeu severas críticas, como por exemplo, de ser antipedagógica, tanto de progressistas como de conservadores, estes últimos, a favor da Matemática Tradicional. Na década de 40 com a Reforma Capanema, que se apresentou como uma reação à Reforma Campos, o programa de Matemática tem um recuo à Matemática defendida por alguns professores, como por exemplo, o Pe Almeida Lisboa. Essa reforma orientou o ensino de Matemática até 1961. Euclides Roxo, porém, conseguiu manter as orientações metodológicas para os programas do curso ginásial ([3]).*

Somente na década de 60, no século XX, chega ao Brasil o Movimento da Matemática Moderna, já implantado em outros países. Foi amplamente divulgado e, ao contrário das Reformas Campos e Capanema, não foi imposto. Trouxe várias ideias novas como o estudo de conjuntos; conceitos de grupo, anel e corpo; espaços vetoriais; matrizes; álgebra de Boole; noções de cálculo diferencial e integral e estatística. E encontrou um cenário no qual o ensino da Matemática Tradicional era duramente criticado.

*O ensino tradicional recebia muitas críticas e a matemática tinha como objetivo o adestramento dos alunos por meio de regras, fórmulas e cálculos sem aplicações. Além disso, o currículo apresentava a aritmética, a álgebra, a geometria e a trigonometria como ramos estanques e isolados da matemática, com o estudo de um iniciado após o estudo completo do outro. Os defensores da Matemática Moderna enfatizavam que não se tratava de ignorar ou descartar a matemática tradicionalmente ensinada, mas sim, fazer com que a “matemática nova” continuasse “a antiga” e a tornasse “mais manuseável, fornecendo-lhe instrumentos novos” e conferindo “unidade a uma ciência que se dispersava” (Revuz, s./d., p. 59, 76). O objetivo era pôr “em dia” o ensino tradicional das escolas, e acrescentar aos programas certos temas da denominada Matemática Moderna, como o estudo de conjuntos; conceitos de grupo, anel e corpo; espaços vetoriais; matrizes; álgebra de Boole; noções de cálculo diferencial e integral e estatística. ([19], (P.12)).*

Muitas foram as discussões em torno desse Movimento. Talvez pelo fato de o mesmo ter chegado em um momento no qual a presença de problemas no mundo educacional fosse significativa. No decorrer dos anos durante sua implementação, verificou-se que aquilo que era proposto também era inacessível para professores e alunos em sua grande maioria já que a formação dos professores não era apropriada para o que se pretendia e o excesso de teoria distanciava os alunos de uma aprendizagem prática. Para [19],

*ao aproximar a Matemática Escolar da Matemática Pura, centrando o ensino nas estruturas e usando a linguagem dos conjuntos como elemento de unificação, a reforma deixou de considerar que aquilo que se propunha estava fora do alcance dos alunos e dos professores. Estes, obrigados a ensinar uma matemática por cujos métodos não foram preparados, ministravam um ensino deficiente e só agravaram os problemas. O ensino passou a ter preocupações excessivas com abstrações internas à própria matemática, mais voltadas à teoria do que à prática. A linguagem dos conjuntos foi ensinada com tal ênfase que a aprendizagem de símbolos e de grande quantidade de terminologia comprometia o ensino do cálculo, da geometria e das medidas.*

A Álgebra Linear assumiu o lugar da Geometria com a promessa de conseguir substituí-la plenamente, algo que não ocorreu. Tal equívoco comprometeu o futuro de muitas gerações, como um efeito dominó. Se um professor tem sua formação deficitária, isso acarretará déficit também na formação dos seus alunos. Em 1973, segundo [12], o Professor Elon Lages de Lima (IMPA) afirmou: “o uso da Teoria dos Conjuntos levou a uma conjuntivite e está sendo prejudicial pelo exagero desligamento da realidade e por ser excessivamente moderno”. Não podemos

deixar de mencionar o importante papel exercido por Osvaldo Sangiorge na implementação da Matemática Moderna no Brasil, Professor de matemática de sucesso, importantíssimo no cenário nacional, autor de diversos livros didáticos, empreendedor, sempre esteve atento às necessidades de desenvolvimento matemático do seu povo e às ideias novas surgidas no mundo. Para isso não mediu esforços em repensar o Ensino da Matemática se tornando assim referência no assunto. Foi criticado mas, como todo bom profissional, reconheceu os erros cometidos. Assim, como destaca [12],

**1975 - O próprio Sangiorgi reconheceu os erros que foram cometidos num artigo do jornal O Estado de São Paulo.**

Nesse mesmo artigo, Sangiorgi apontou quais foram os principais efeitos da Matemática Moderna no ensino:

1. Abandono paulatino do salutar hábito de calcular (não sabendo mais tabuada em plena 5º e 6º séries!) porque as operações sobre conjuntos (principalmente com os vazios!) prevalecem acima de tudo; acrescenta-se ainda o exclusivo e prematuro uso das maquininhas de calcular, que se tornaram populares do mesmo modo que brinquedos eletrônicos.
2. Deixa-se ensinar frações ordinárias e sistema métrico decimal – de grande importância para toda a vida – para se aprender, na maioria das vezes incorretamente, a teoria dos conjuntos, que é extremamente abstrata para a idade que se encontra o aluno.
3. Não se sabe mais calcular áreas de figuras geométricas planas muito menos dos corpos sólidos que nos cercam, em troca da exibição de rico vocabulário de efeito exterior, como por exemplo “transformações geométricas”.
4. Não se resolvem mais problemas elementares – da vida cotidiana – por causa da invasão de novos símbolos e de abstrações completamente fora da realidade, como: “O conjunto das partes de um conjunto vazio é um conjunto vazio?”, proposto em livro de 5º série. ([19],( p. 116)).

O movimento da Matemática Moderna despertava dualidade de opiniões como toda nova ideia, mas no campo positivo, algo foi de extrema relevância: a mobilização dos professores a repensarem o ensino da Matemática. De acordo com [19],

*De maneira geral, podemos considerar a existência de dois tipos de opinião, com relação ao Movimento da Matemática Moderna. O primeiro diz respeito à adoção da Matemática Moderna nas escolas brasileiras, ou seja, de que forma ela foi ensinada, os livros didáticos produzidos na época, se o ensino melhorou ou não etc. Quanto a este ponto é fácil chegar a um consenso. A implantação da Matemática Moderna como parte do currículo escolar não se mostrou eficaz no combate aos problemas que o ensino já apresentava. Sua adoção foi feita sem o planejamento necessário e sem a devida preparação dos professores. Dessa forma, as opiniões gerais tendem a considerar que o Movimento fracassou, pois não atingiu as metas a que se propôs, ou seja, a de unificar o ensino da matemática, democratizar o ensino e torná-lo mais acessível. O segundo tipo de opinião é em relação ao Movimento em si, isto é, em relação à articulação e à organização dos professores em prol das reformas. A esse respeito, a maioria das opiniões levam a uma análise mais positiva, considerando a Matemática Moderna como um marco para o início de uma nova fase do ensino de matemática no Brasil.*

*Se a Matemática Moderna não produziu os resultados pretendidos, o movimento serviu para desmistificar muito do que se fazia no ensino da Matemática e mudar - sem dúvida para melhor - o estilo das aulas e das provas e para introduzir muitas coisas novas, sobretudo a linguagem moderna de conjuntos. Claro que houve exageros e incompetência, como em todas as inovações. Mas o salto foi altamente positivo. Isso se passou, com essas mesmas características em todo o mundo. [...]. [8],(p. 57-59)*

O Movimento da Matemática Moderna no Brasil vai se esgotando no fim da década de 70, no século XX. No decorrer dos anos 1980 e 1990, a crise no ensino da matemática permanecia. Tal fator demandava um crescente número de estudos sobre ele. Tornava-se cada vez mais urgente a necessidade de respostas que indicassem os motivos reais do fracasso escolar. Segundo [11],

*O Ensino da Matemática no Brasil tem sido alvo de vários estudos, com inúmeros fatores sendo associados ao fracasso da sua aprendizagem. Nem todos aparecem em cada um dos estudos adiante referidos, mas sua análise indica que se articulam como partes de um mesmo quadro, cujo ponto inicial se localiza na concepção da matemática prevalecente. Essa concepção se desdobra numa prática de ensino presente desde as séries iniciais até o 3º grau e se reitera nos cursos de formação de professores e alimentando o status quo do processo ensino/aprendizagem.*

*A concepção de Matemática veiculada e trabalhada em sala de aula é a de um conhecimento pronto e formalizado: de verdades imutáveis, como se fosse um saber neutro desde sempre existente, e não uma produção cultural [...]. No binômio ensino/aprendizagem, a metodologia centraliza-se na figura do professor e, sendo a meta a “aquisição” do produto final formal, e sendo o professor o detentor do conhecimento e compete-lhe fazer chegar esse saber aos alunos pela transmissão de informações. [...] Sob o âmbito do aluno, a aprendizagem demanda essencialmente memorização, cabendo-lhe o papel passivo de ouvinte, de espectador de demonstrações, que deve empenhar-se em praticar e reproduzir soluções, em dar respostas rápidas e sem erro. Nesse modelo metodológico, soluções mecanizadas e memorização de técnicas operacionais, fórmulas e teoremas resumem, em última análise, os reais objetivos do ensino.*

No século XXI, a impressão que se tem é a de que houve um agravamento da situação do Ensino de Matemática no Brasil. Em 2003, foi publicado um artigo cuja autora era Suely Druck, Presidente da Sociedade Brasileira de Matemática à época, com o título “A Crise do Ensino da Matemática no Brasil”. Tal artigo deixa clara a preocupação da SBM em elaborar um diagnóstico e propor soluções. Também apresenta várias atividades que foram desenvolvidas para atingir tal objetivo. E [9] afirma que,

*a questão a ser enfrentada é a baixíssima qualidade do ensino básico, principalmente nas escolas públicas, onde estuda a maioria dos brasileiros. Claro que uma situação desse porte não nasce de repente, é construída ao longo de décadas de ensino deficiente, quadro que tristemente se agrava a cada geração. A progressiva decadência da qualidade do ensino da Matemática atinge hoje a própria Licenciatura em Matemática, completando assim um círculo vicioso. Dados objetivos evidenciam o problema: no Provão, a Matemática tem sido a última colocada, em todos os anos entre as áreas avaliadas. As médias (sobre DEZ) dos licenciados na parte discursiva do Provão foram 0,43 (1998), 0,94 (1999), 0,65 (2000) e 1,12 (2001). Como a maior parte dessa prova consta de tópicos do ensino médio, conclui-se que a maioria dos professores de Matemática vem sendo formada sem conhecer o conteúdo do que deve lecionar.*

Druck tinha razão no que diz respeito ao agravamento da situação a cada geração. Treze anos depois, o então Diretor do Impa Marcelo Viana diz à Folha de São Paulo (28/01/2016), “o Ensino de Matemática no Brasil é catastrófico”. Tal afirmação precede anos importantes para a matemática no Brasil, 2017 e 2018, que compõem o Biênio da Matemática no Brasil, com acontecimentos importantes como a Olimpíada Internacional de Matemática em 2017 e o

Congresso Internacional de Matemática em 2018. Em sua entrevista, Viana, deixa claro questões relevantes,

*tem gente que diz que a matemática no Brasil é um paradoxo, porque ao mesmo tempo temos um Medalha Fields [maior láurea científica do país, concedida a Artur Ávila, pesquisador do IMPA] e um dos piores desempenhos na educação básica. O paradoxo tem explicações. Começa com o fato de que a matemática é uma desconhecida, uma incompreendida na nossa sociedade. A meta de quem organiza o congresso é mudar isso. Começa nas famílias. O que a criança tem de contato com os pais é pouco. Ai vai para a escola com carência de instalações físicas, de recursos, de tempo, de formação dos professores. Nossa experiência diz que todas as crianças pequenas gostam de matemática. São os professores que se encarregam de acabar com isso. Nós queremos ajudar nesse quadro catastrófico, mas não podemos resolver todos os problemas do país. Podemos atuar no nível de disseminação de conhecimento, de consciência de que a matemática é importante, útil e necessária. [...] Nós temos um problema de relações públicas na matemática: o que a gente faz não se vê. [...] nem todo mundo concorda, mas já disse que na matemática não vale a pena ficar reinventando a roda, porque todos nós sabemos o que é importante aprender. [...] Sou matemático profissional, mas não quero mais matemáticos profissionais. Quero formação nos níveis de que o país precisa.*

E perceptível a clareza que a SBM e o IMPA possuem da real situação da Matemática em nosso país, assim como o reconhecimento da importância que o professor de matemática tem no papel de garantir a qualidade do ensino de sua disciplina no ensino básico. O PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) que tem como um dos seus objetivos previsto em seu regimento “proporcionar formação matemática aprofundada e relevante ao exercício da docência na Educação Básica, visando dar ao egresso a qualificação certificada para o exercício da profissão de professor de Matemática” é uma das ações para garantir o sucesso dessa tarefa. Ainda segundo Marcelo Viana, “a dimensão do problema é enorme, mas o IMPA tem a ambição de atuar, não só para descobrir talentos, para mudar o pensamento em relação à matemática”.

Em pleno século XXI, percebemos que o Ideal de melhorar o Ensino de Matemática no Brasil permanece mobilizado. Entendemos que os Movimentos que relatamos nesse breve histórico também tinham essa intenção e hoje, refletindo sobre as experiências já vivenciadas adquirimos um olhar amadurecido. Acreditamos que outros movimentos surgirão com a finalidade de garantir que os conhecimentos matemáticos alcancem os estudantes dos nosso país. Nesse trabalho apresentaremos um novo movimento: O Ensino Híbrido.

---

## Ensino Híbrido

O Ensino Híbrido é uma nova nomenclatura usada para combinar antigas tecnologias a novas tecnologias digitais. Um de seus objetivos é estabelecer uma prática pedagógica nova, que proporcione uma aprendizagem significativa por meio das tecnologias digitais. Reportando para a realidade das salas de aulas, seria como combinar o Ensino Tradicional, que é o que vem se sustentando ao longo dos tempos, às novas tecnologias digitais. Nessa metodologia, acredita-se que todos podem aprender e ensinar e que esse processo de ensino - aprendizagem ocorre em espaços e tempos diferenciados. Para [2],

*Híbrido significa misturado, mesclado, blended. A educação sempre foi misturada, híbrida, sempre combinou vários espaços, tempos, atividades, metodologias, públicos. Agora esse processo, com a mobilidade e a conectividade, é muito mais perceptível, amplo e profundo: trata-se de um ecossistema mais aberto e criativo. O ensino também é híbrido, porque não se reduz ao que planejamos institucionalmente, intencionalmente. Aprendemos através de processos organizados, junto com processos abertos, informais. Aprendemos quando estamos com um professor e aprendemos sozinhos, com colegas, com desconhecidos. Aprendemos intencionalmente e aprendemos espontaneamente. Falar em educação híbrida significa partir do pressuposto de que não há uma única forma de aprender e, por consequência, não há uma única forma de ensinar. Existem diferentes maneiras de aprender e ensinar.*

Apesar de a Nomenclatura Ensino Híbrido ser bem jovem, seu conceito já existe há algum tempo. “Blended”, como é chamada nos EUA, está presente desde meados da década de 90. Segundo [13], “Nos EUA os estudos remontam à metade da década de 1990 e, grupos de estudo organizados, financiados por universidades e fundações, começaram a estruturar projetos sérios, acadêmicos, com base científica, por volta de 2002-2003”. Através da parceria



entre Clayton Christensen Instituto<sup>1</sup>, o Instituto Península<sup>2</sup> e a Fundação Lemann<sup>3</sup> desenvolveram um processo pioneiro realizado no grupo de Experimentações em Ensino Híbrido, inspirado no livro *Blended – Usando a Inovação Disruptiva para aprimorar a Educação* de autoria Clayton M. Christensen<sup>4</sup>, Michael B. Horn<sup>5</sup> e Heather Staker<sup>6</sup> tornando o nome Ensino Híbrido mais popular. No Brasil, conforme afirma [18], o Ensino Híbrido chega através de um de seus fundadores, Michael B. Horn, em Abril de 2014. A Teoria dos Híbridos estão em sua origem e segundo Christensen, um híbrido é uma combinação da nova tecnologia disruptiva com a antiga tecnologia, e representa uma inovação sustentada em relação à tecnologia anterior. Ao longo de várias leituras, percebemos não ser objetivo do Ensino Híbrido substituir o papel do professor e os métodos tradicionais de ensino, mas, mesclá-los às novas tecnologias, “não é necessário abandonar o que se conhece até o momento para promover a inserção de novas tecnologias em sala de aula regular, aproveitando o melhor de dois mundo” ([2]), inovando. No que diz respeito à sua organização, o Ensino Híbrido está organizado em modelos, que trabalham formas de condução das aulas, Christensen os divide em quatro categorias: Modelo Flex, Modelo A La Carte, Modelo Virtual Enriquecido e o Modelo de Rotação, no qual estão incluídos, o Modelo de Rotação por Estações, adotado por nós nesse trabalho, o Modelo de Laboratório Rotacional, o Modelo de Sala de Aula Invertida e o Modelo de Rotação Individual. A mais usada é a categoria Modelo de Rotação. Tais modelos trazem inseridos em si as tecnologias digitais. Tais tecnologias são vistas por essa metodologia de ensino como essenciais no processo de personalização do ensino, que nada mais é que oferecer aos alunos formas de aprender individualizadas, respeitando o seu tempo, o que contraria o hábito comum que é todos os alunos aprendendo do mesmo jeito e ao mesmo tempo.

<sup>1</sup> Grupo de pesquisa sem fins lucrativos, não partidário, dedicado a melhorar o mundo através da inovação disruptiva. Fundado nas teorias do professor Clayton Christesen de Havard.

<sup>2</sup> Criado em 2010 com o objetivo de canalizar em uma única frente o investimento social dos membros da família Abílio Diniz nas áreas de educação e esporte

<sup>3</sup> Organização sem fins lucrativos, criada em 2002 pelo empresário Jorge Paulo Lemann, e propõe contribuir para melhorar a qualidade do aprendizado dos alunos brasileiros atuando em quatro áreas complementares: inovação, gestão, políticas educacionais e talentos.

<sup>4</sup> Professor de Administração de Empresas da Universidade de Harvard, considerado um dos melhores especialistas mundiais em inovação e crescimento. Suas idéias têm sido amplamente utilizadas em indústrias e organizações em todo o mundo, detém cinco doutorados honorários e uma cátedra de honra presidida na Universidade Tsinghua, em Taiwan.

<sup>5</sup> Co-fundador do Clayton Christensen Institute for Disruptive Innovation. Especialista em inovação disruptiva, aprendizagem on-line, aprendizado combinado, aprendizagem baseada em competências e como transformar o sistema educacional em um sistema centrado no aluno. Licenciado em história pela Universidade de Yale e um MBA da Harvard Business School.

<sup>6</sup> Pesquisadora adjunta do Instituto Christensen e presidente da Ready to Blend. Co-autora de *Blended: Usando Inovação Perturbadora para Melhorar Escolas* (San Francisco: Wiley, 2015) e co-fundadora da Brain Chase Productions, que produz desafios de aprendizado online disfarçados de caça ao tesouro em todo o mundo para alunos da 1º a 8º séries

Sobre os modelos mais utilizados, temos, segundo [1]:

1. **Rotação por estações:** os estudantes são organizados em grupos, e cada um desses grupos realiza uma tarefa de acordo com os objetivos do professor para a aula. Um dos grupos estará envolvido com propostas online que, de certa forma, independem do acompanhamento direto do professor. É importante notar a valorização de momentos em que os alunos possam trabalhar colaborativamente e momentos em que trabalhem individualmente. Após determinado tempo, previamente combinado com os estudantes, eles trocam de grupo, e esse revezamento continua até que todos tenham passado por todos os grupos. As atividades planejadas não seguem uma ordem de realização, sendo de certo modo independentes, embora funcionem de maneira integrada para que, ao final da aula, todos tenham tido a oportunidade de ter acesso aos mesmos conteúdos.
2. **Laboratório rotacional:** os estudantes usam o espaço da sala de aula e o laboratório de informática ou outro espaço com tablets ou computadores, pois o trabalho acontecerá de forma online. Assim, os alunos que forem direcionados ao laboratório trabalharão nos computadores individualmente, de maneira autônoma, para cumprir os objetivos fixados pelo professor que estará, com outra parte da turma, realizando sua aula da maneira que considerar mais adequada. A proposta é semelhante ao modelo de rotação por estações, em que os alunos fazem essa rotação em sala de aula; porém, no laboratório rotacional, eles devem dirigir-se aos laboratórios, onde trabalharão individualmente nos computadores, sendo acompanhados por um professor tutor. Esse modelo é sugerido para potencializar o uso dos computadores em escolas que contam com laboratórios de informática.
3. **Sala de aula invertida:** a teoria é estudada em casa, no formato on-line, por meio de leituras e vídeos, enquanto o espaço da sala de aula é utilizado para discussões, resolução de atividades, entre outras propostas. No entanto, podemos considerar algumas maneiras de aprimorar esse modelo, envolvendo a descoberta, a experimentação, como proposta inicial para os estudantes, ou seja, oferecer possibilidades de interação com o fenômeno antes do estudo da teoria. Diversos estudos têm demonstrado que os estudantes constroem sua visão sobre o mundo ativando conhecimentos prévios e integrando as novas informações com as estruturas cognitivas já existentes para que possam, então, pensar criticamente sobre os conteúdos ensinados. Essas pesquisas também indicam que os alunos desenvolvem habilidades de pensamento crítico e têm uma melhor compreensão conceitual sobre uma ideia quando exploram um domínio primeiro e, a partir disso, têm contato com uma forma clássica de instrução, como uma palestra, um vídeo ou a leitura de um texto.

4. **Rotação individual:** cada aluno tem uma lista das propostas que deve completar durante uma aula. Aspectos como avaliar para personalizar devem estar muito presentes nessa proposta, visto que a elaboração de um plano de rotação individual só faz sentido se tiver como foco o caminho a ser percorrido pelo estudante de acordo com suas dificuldades ou facilidades, identificadas em alguma avaliação inicial ou prévia. A diferença desse modelo para outros modelos de rotação é que os estudantes não rotacionam, necessariamente, por todas as modalidades ou estações propostas. Sua agenda diária é individual, customizada conforme as suas necessidades. Em algumas situações, o tempo de rotação é livre, variando de acordo com as necessidades dos estudantes. Em outras situações, pode não ocorrer rotação e, ainda, pode ser necessária a determinação de um tempo para o uso dos computadores disponíveis. O modo de condução dependerá das características do aluno e das opções feitas pelo professor para encaminhar a atividade.

Segundo [7], em relação às inovações,

*Há dois tipos básicos de inovação - sustentada e disruptiva - que seguem diferentes trajetórias e levam a diferentes resultados. Inovações sustentadas ajudam organizações líderes ou inovadoras a criarem melhores produtos ou serviços que frequentemente podem ser vendidos com maiores lucros a seus melhores clientes. Elas servem aos consumidores existentes de acordo com a definição original de desempenho - ou seja, de acordo com o modo como o mercado historicamente definiu o que é bom. Um engano comum a respeito da teoria da inovação disruptiva é o de que são boas, enquanto as inovações sustentadas são ruins. Isto é falso. As inovações sustentadas são vitais para um setor saudável e robusto, na medida em que as organizações se esforçam para fazer melhores produtos e oferecer melhores serviços para seus melhores clientes. As inovações disruptivas, por sua vez, não procuram trazer produtos melhores para clientes existentes em mercados estabelecidos. Em vez disso, elas oferecem uma nova definição do que é bom - assumindo normalmente a forma de produtos mais simples, mais convenientes e mais baratos que atraem clientes novos ou menos exigentes. Com o tempo, elas se aperfeiçoam o suficiente para que possam atender às necessidades de clientes mais exigentes, transformando um setor.*

No que diz respeito ao ensino, o Ensino Híbrido, para [7], pode ser visto como uma inovação sustentada e também como uma inovação disruptiva,

*Em muitas escolas, o ensino híbrido está emergindo como uma inovação sustentada em relação à sala de aula tradicional. Esta forma híbrida é uma tentativa de oferecer “o melhor de dois mundos” - isto é, as vantagens da educação online combinadas com todos os benefícios da sala de aula tradicional. Por outro lado, outros modelos de ensino híbrido parecem ser disruptivos em relação às salas de aula tradicionais. Eles não incluem a sala de aula tradicional em sua forma plena; eles frequentemente têm seu início entre não-consumidores; eles oferecem benefícios de acordo com uma nova definição do que é bom; e eles tendem a ser mais difíceis para adotar e operar. Nos termos da recém-criada nomenclatura do ensino híbrido, os modelos de Rotação por Estações, Laboratório Rotacional e Sala de Aula Invertida seguem o modelo de inovações híbridas sustentadas. Eles incorporam as principais características tanto da sala de aula tradicional quanto do ensino online. Os modelos Flex, A La Carte Virtual Enriquecido e de Rotação Individual, por outro lado, estão se desenvolvendo de modo mais disruptivo em relação ao sistema tradicional.*

Acreditamos que o eixo central desse tipo de ensino seja o modelo online, o que de certa forma atrai o interesse de muitas empresas. Tal interesse desperta o questionamento de muitos educadores pois é o setor privado o principal investidor em plataformas adaptativas, que são uma ferramenta do ensino. Tais plataformas muitas vezes são vistas como a solução de todos os problemas envolvendo o ensino, e até mesmo como algo que possa substituir o papel do professor em sala de aula e por isso sofrem várias críticas. Em entrevista a Revista Educação (04/11/2015), o professor Paulo Blikstein, da escola de educação da Universidade Stanford, na Califórnia, e diretor do Stanford Lemann Center, diz:

*Há cem anos tentamos substituir o professor por tecnologia, e nunca deu certo. É como querer substituir o médico na sala de cirurgia, não faz sentido. É o jeito errado de pensar tecnologia educacional. O que faz sentido é dar ferramentas tecnológicas para o professor melhorar o que ele faz na sala de aula, assim como um médico usa tecnologia para melhorar o diagnóstico e o tratamento. Mas o professor precisa ser extremamente bem treinado no uso dessas tecnologias. Gastamos dinheiro demais nos equipamentos e pouco na formação. Para cada R\$ 1 gasto em equipamento, precisamos de R\$ 9 em formação. Com a formação adequada, as novas tecnologias podem ser extremamente poderosas na sala de aula, não como forma de substituir o professor, mas para potencializar a sua ação, por exemplo, com tecnologias “marker”, laboratórios de ciências computadorizados, robótica, softwares de simulação, ferramentas de pesquisa on-line e de mapeamento de informação etc. As plataformas adaptativas podem ser uma ferramenta a mais, mas estão longe de ser uma revolução ou um milagre como se anuncia.*

Para muitos, as plataformas adaptativas não estão de acordo com o que seria o Ensino Híbrido. Mas como toda inovação, chega com seus períodos de conhecimento, entendimento, adaptação e evolução. Acreditamos que as plataformas adaptativas seguem o curso normal. O que é inevitável em meio às necessidades de atender à demanda de uma sociedade tão diversa e em constante desenvolvimento, é discutir novas práticas e metodologias de ensino, mesmo diante da polêmica frente ao novo, o que é comum. Pertencemos a um tempo em que torna-se essencial pensar no aluno como centro do processo de ensino que ele tenha autonomia sobre o seu processo de aprendizagem. Estamos falando de um processo que não se extingue ao findar do ensino médio, mas que se estende por toda sua vida, inclusive na sua passagem pelo ensino superior. E como diz BACICH, “é preciso inovar, motivar, encantar e inspirar, não cabe mais ensinar a todos os alunos como se fosse um só, para essa mudança é preciso buscar práticas de diferenciação pedagógica”. No que diz respeito a implantação do Ensino Híbrido nas escolas brasileiras, ainda não é algo efetivo. Há registros de várias experiências sendo realizadas em salas de aulas em todo país, como as que compõem o livro *Ensino Híbrido-Personalização e Tecnologia da —Educação*<sup>7</sup>. Esse livro é um conjunto de reflexões e experiências realizadas por professores que participaram do grupo de experimentos em Ensino Híbrido. Em se tratando especificamente do Ensino Híbrido no Ensino da Matemática, as experiências estão sendo realizadas paulatinamente. O fato de ser uma inovação pode ser uma justificativa para tal e assimilá-la demanda um certo tempo. Vários setores da sociedade como o comércio, as empresas, o sistema bancário passaram por inovações semelhantes ao que propõe o Ensino Híbrido, o usuário desse serviço passou a exercê-lo com autonomia, um dos poucos, se não o único serviço que ainda não passou por essas inovações, é a educação, afirma VALENTE<sup>8</sup>. Os desafios são significativos no que diz respeito a melhorar a qualidade do ensino. Estar atento aos anseios de uma sociedade é essencial para garantir essa qualificação e o Ensino Híbrido é uma possibilidade que deve ser refletida e experimentada em nossas práticas educacionais.

---

<sup>7</sup> [2]

<sup>8</sup> José Amaro Valente Professor Titular do Departamento de Multimeios, Mídia e Comunicação do Instituto de Artes da Unicamp.

---

## Relato de Experiência

A pesquisa foi realizada com os alunos do 2º ano do Ensino Médio da Escola Meninada Alternativa, uma instituição particular, atualmente com 427 alunos, localizada na cidade de Matozinhos - MG, mantida pela COPROMA (Cooperativa de Trabalho de Professores de Matozinhos e Cidades Adjacentes). A turma, da qual sou professora de Geometria, possui 18 alunos, e como forte característica a diversidade entre seus pares. É extremamente politizada e aberta ao novo. Quando convidados a participarem desse experimento, atenderam prontamente, algo que, vindo deles já era de se esperar. A maioria desses estudantes já está nessa escola há anos, alguns desde o ensino infantil, o que os deixa bastante confortáveis. O objetivo desse experimento foi introduzir o conteúdo de Geometria Espacial - Pirâmides Regulares, usando o Ensino Híbrido como Metodologia de Ensino. É importante salientar que esse trabalho não tem a menor intenção de estabelecer um duelo entre metodologias tradicionais de ensino e novas metodologias, mas sim, oferecer aos alunos a oportunidade de participarem da construção do seu próprio conhecimento, promovendo autonomia individual e a interação entre eles. Em minha prática docente, não diferente da maioria dos meus colegas, em que os alunos são expectadores do que eu os apresento e das informações que eu transmito, tenho percebido, de forma crescente, que nem sempre consigo garantir a aprendizagem dos meus alunos de forma plena. Na minha concepção, isso ocorre devido à diversidade dos mesmos, das experiências vividas por cada um e de seus interesses, o que implica também em uma variedade de formas de aprender. No Ensino Híbrido o professor deixa de ser o centro do processo de ensino aprendizagem, tornando-se um mediador, acessível ao estudante. Adotamos aqui o Ensino Híbrido e o Modelo Rotacional especificamente o Modelo de Rotação por Estações. O Experimento foi dividido em quatro estações, denominadas por mim como: Estação Pitágoras, Estação Tales de Mileto, Estação Euclides e Estação Arquimedes. Os alunos se dividiram em quatro grupos: 3 grupos de 4 alunos e um grupo de 5 alunos, infelizmente um aluno não pode participar. A atividade foi programada

para ser realizada em quatro horários com duração de 50 minutos cada. Na 1ª Estação os alunos receberam um texto informativo que destacava as pirâmides do Museu do Louvre- Paris / França, um desafio que era construir uma cópia da pirâmide de entrada do Museu do Louvre que, de forma fictícia, ficaria em um pátio da escola onde estariam expostos vários trabalhos de geometria. Para isso seria necessário calcular a quantidade de material gasto para cobrir toda a base e as paredes internas da pirâmide. Também foi solicitado, como parte da atividade calcular o seu volume. Nessa estação, os alunos deveriam refletir sobre o texto, analisar as informações recebidas, planejar o que seria necessário para executar a tarefa, registrar os conhecimentos produzidos (algo que também se repetiria nas outras estações) e responder ao seguinte questionamento: “Alguém desse grupo, possui conhecimentos matemáticos para executar essa tarefa?” 100% deles disseram que não e que para alcançar o desafio proposto precisavam pesquisar o assunto. A 2ª Estação, Tales de Mileto, era o espaço preparado para que os alunos iniciassem sua pesquisa. Nesse espaço, assim como em todos os outros, poderiam usar celulares, tablets, notebooks, livros didáticos, fontes de pesquisa variadas, porém, confiáveis e tudo o que fosse essencial para adquirirem os conhecimentos necessários ao alcance do objetivo. Acreditamos que, em uma atividade como essa, seja importante desenvolver nos alunos a responsabilidade com o que estão pesquisando, garantir um ambiente de aprendizagem adequado com disciplina e organização. Os grupos também foram orientados a registrar, enquanto pesquisavam, as informações que julgassem importantes.

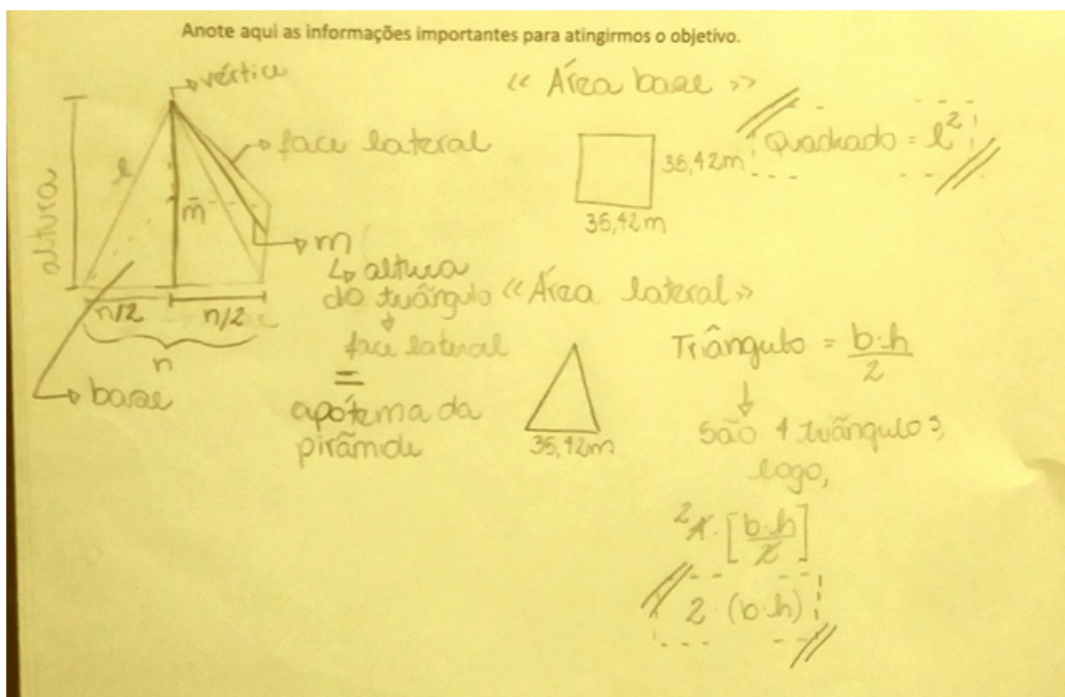


Figura 1: Anotações do Grupo 1.

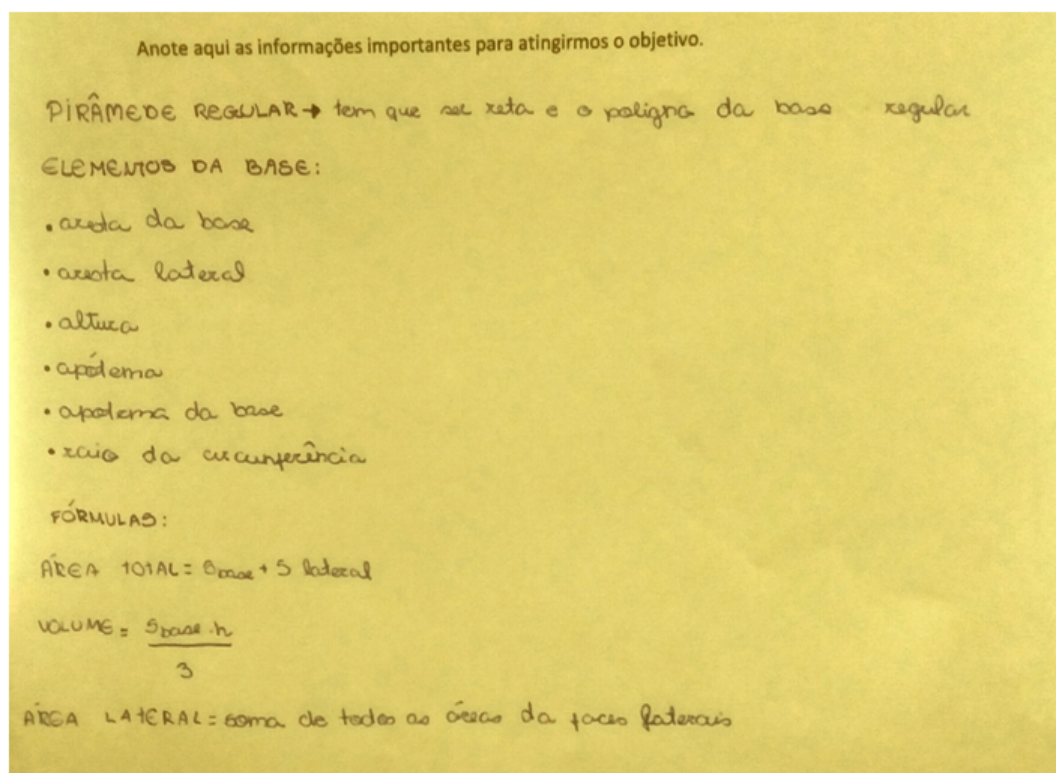


Figura 2: Anotações do Grupo 3.

Na Figura 1 estão os registros do Grupo 1. É interessante perceber que os alunos optaram em entender como seria uma pirâmide regular de base quadrada, apontaram os elementos da pirâmide, analisaram a sua face lateral conjecturando com o cálculo da área lateral e definiram a forma que resolveriam o cálculo da área total da pirâmide.

O Grupo 3 optou em conhecer os elementos da pirâmide e conseguiu nortear o caminho que iriam seguir. O Grupo 2 e o Grupo 4 seguiram a mesma linha de raciocínio. Foi interessante perceber que relacionaram satisfatoriamente a geometria plana com a geometria espacial, quando criaram suas fórmulas para concluir a tarefa. Nesse ponto, percebemos a capacidade de generalização. Entenderam que para calcularem a área lateral, a área total e o volume da pirâmide usariam a geometria plana tão conhecida por eles.

Observei que um dos grupos optou por usar o livro didático adotado pela escola como fonte de pesquisa. No decorrer do tempo, abandonaram o livro e começaram a pesquisar na internet. Perguntei o motivo e eles disseram que o texto do livro estava muito complexo. Entendo que os livros didáticos raramente são feitos para os alunos autônomos em seu processo de aprendizagem. Com uma linguagem bem distante do nosso aluno, ele torna-se um instrumento para o professor, que tornará essa linguagem mais simples ao apresentar o conteúdo ao seu aluno,



reafirmando assim o papel do professor como transmissor de conhecimento.



Figura 3: Alunos pesquisando no livro didático.



Figura 4: O mesmo grupo de alunos pesquisando na internet.

A Estação Tales de Mileto foi um espaço importante na produção de conhecimento dos alunos. Os diálogos e as trocas de conhecimento foram significativos. Houve uma preocupação

com todos os elementos do grupo. Sabiam que precisavam caminhar juntos e caminharam. Em seus relatos mencionaram o quanto foram fundamentais os conhecimentos prévios que possuíam de Geometria Plana para conclusão dessa etapa.

A 3ª Estação, Euclides, foi preparada para que a teoria pudesse ser praticada. Os grupos de alunos receberam nesta estação cinco tarefas relacionadas ao desafio proposto na Estação Pitágoras. Não houve uma preocupação em introduzir essas tarefas de forma complexa. A intenção era permitir aos alunos exercerem o que aprenderam de forma mais simples possível, sem induzi-los ao erro, causado muitas vezes por uma interpretação falha. A expectativa é que não usassem um número de fórmulas excessivas que comumente encontramos nos livros didáticos, e sim, apenas o necessário.

A tarefa 1 restringia-se apenas a encontrar a área da base da pirâmide. Todos os alunos desenvolveram muito bem essa questão, alcançando a resposta esperada.

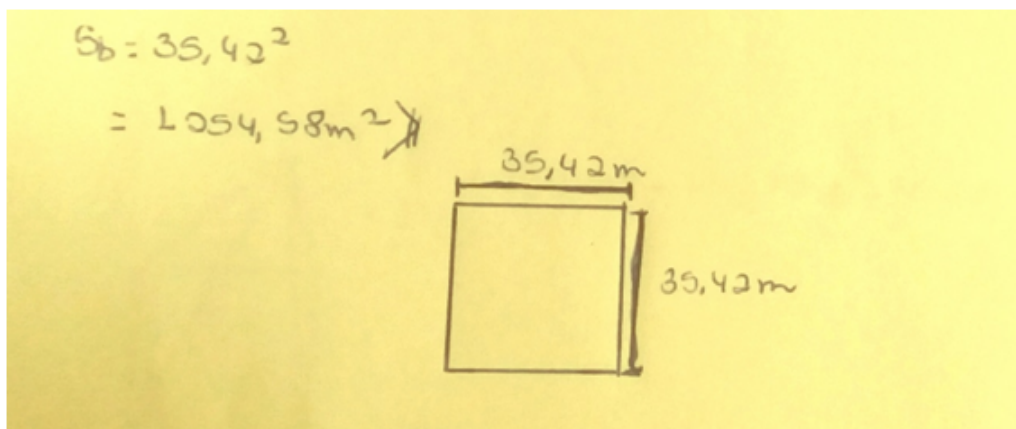


Figura 5: Resolução da primeira tarefa pelo Grupo 3.

Na Tarefa 2, a proposta era encontrar a área lateral dessa pirâmide e responder as perguntas: para essa tarefa você precisou de algum cálculo extra? Se sim, qual? Deixe-o registrado aqui. A expectativa era que os alunos mencionassem todos os cálculos que usaram para realizar a tarefa, principalmente para encontrar o apótema da pirâmide e que visualizassem as várias possibilidades para isso, como a utilização do Teorema de Pitágoras. Normalmente, como representado na Figura 6(a) e 6(b), os alunos identificam o triângulo EGF e EFB como retângulo em F, assim como na Figura 6(c) os triângulos EFA e EFB, e assim manipulam as informações e o cálculo do apótema ocorre, normalmente, usando o teorema de Pitágoras.

Nessa tarefa todos os alunos compreenderam o conceito de área lateral, que seria calcular a área de uma face e multiplicar pela quantidade de faces laterais, já que se trata de uma pirâmide regular, porém, apenas 50% tiveram êxito nos cálculos.

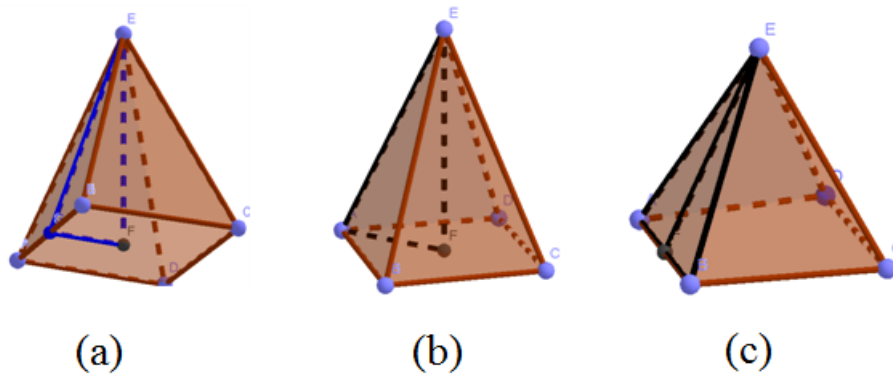


Figura 6: Tarefa 2.

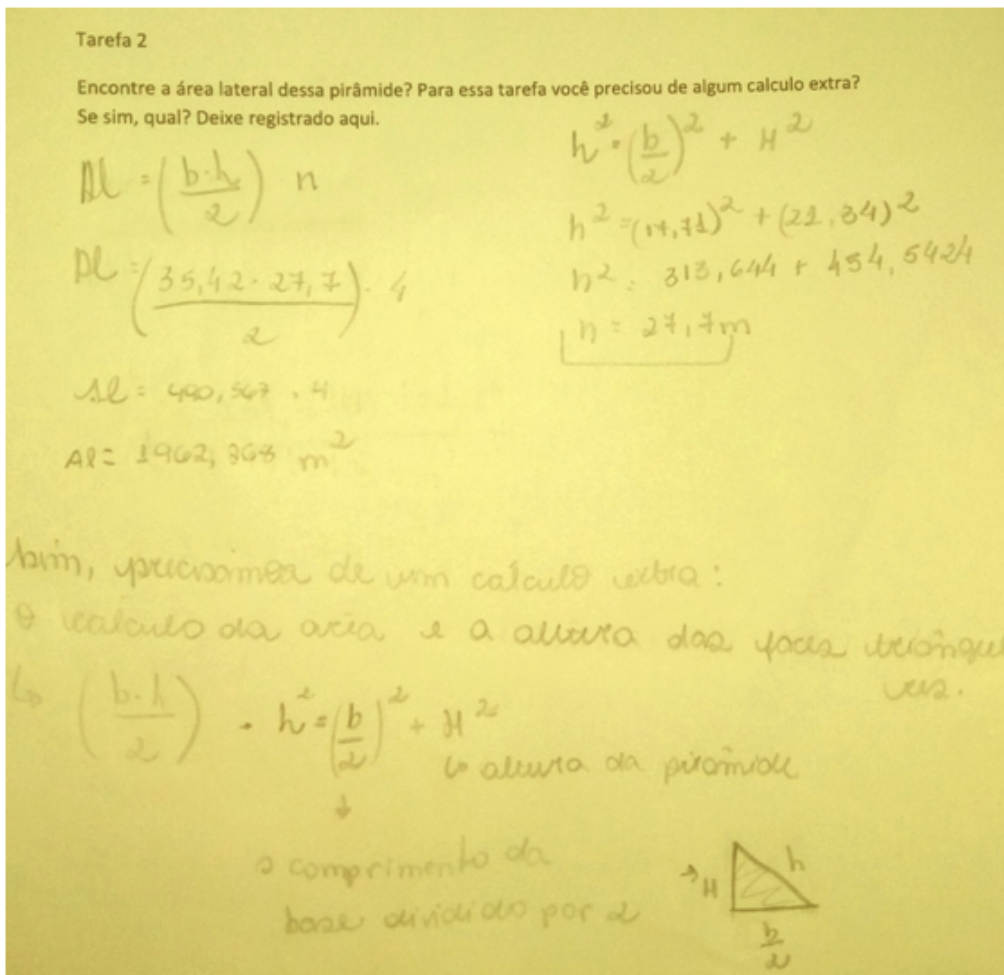


Figura 7: Registro dos alunos que assimilaram bem o conceito de área lateral.

Em suas resoluções, os alunos que assimilaram bem o conteúdo, perceberam a necessidade de calcular a altura das faces laterais para posteriormente, as áreas dessas faces. Apresentaram uma linha de raciocínio organizada e concluíram com êxito a tarefa.

Fazendo a intervenção junto aos grupos que apresentaram maior dificuldade, observei que estas giravam em torno do cálculo do apótema da pirâmide. Confundiram o apótema com a altura da pirâmide. A Figura 8 apresenta um desses cálculos.

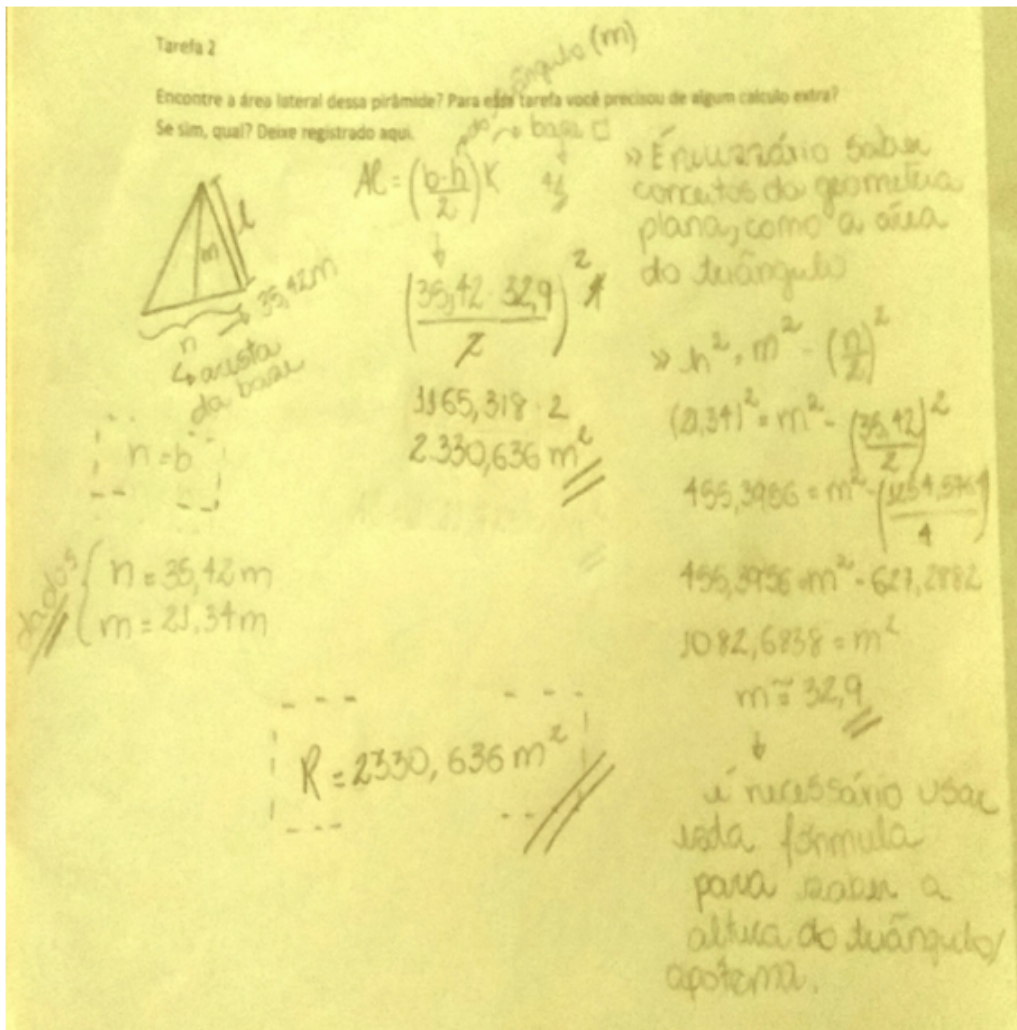


Figura 8: Cálculo da área lateral da pirâmide.

Esse tipo de equívoco é muito comum quando iniciamos os estudos de pirâmides. Acredito que um dos fatores que levam a isso esteja relacionado à dificuldade que os nossos alunos possuem em visualizar o sólido 3D representado normalmente em 2D nos livros didáticos ou no quadro da sala de aula. Os softwares dinâmicos que temos no mercado atualmente, seriam uma boa tentativa para minimizar esse problema. No caso dos alunos que apresentaram

dificuldade, percebi que não visualizaram os triângulos internos a uma pirâmide, em que poderiam usar como uma possibilidade o Teorema de Pitágoras para encontrar o apótema. Foi necessário intervir nesses grupos. O diálogo em torno dessas dúvidas fluiu de forma tranquila. A minha função era preparar o caminho para que o aluno construísse seus próprios conceitos de forma correta. Percebi a nítida importância do professor enquanto facilitador do processo e nesse papel há de se ter um cuidado especial para não fornecer aos alunos respostas prontas. Sabemos onde queremos que o aluno chegue. O Ensino Híbrido pode, por muitos, ser interpretado erroneamente, quando acredita-se que ele descarte o professor, ou melhor dizendo, trate-o como desnecessário no processo de ensino e aprendizagem do aluno. O que ocorre na verdade é uma mudança na forma de pensar de toda uma sociedade em relação ao papel do professor, e de certa forma, uma valorização desse profissional, ele assume um papel de mediador do processo, pois é necessário que esteja mais livre para conseguir atender aos anseios de todos os alunos da sua sala de aula. O professor deve ser acessível e, de fato, precisam estar lá no momento em que os alunos precisarem de seu auxílio.



Figura 9: Momento de intervenção com os alunos.

Na tarefa 3 (Figura 11) os alunos tinham como objetivo encontrar a área total dessa pirâmide. No nosso trabalho com Geometria Espacial em sala de aula, sempre incentivamos os



Figura 10: Momento de intervenção com os alunos.

alunos a olharem para um sólido, investigarem-no e evitem buscar respostas prontas. E nesse caso de áreas, a planificação do sólido é sempre uma boa escolha.

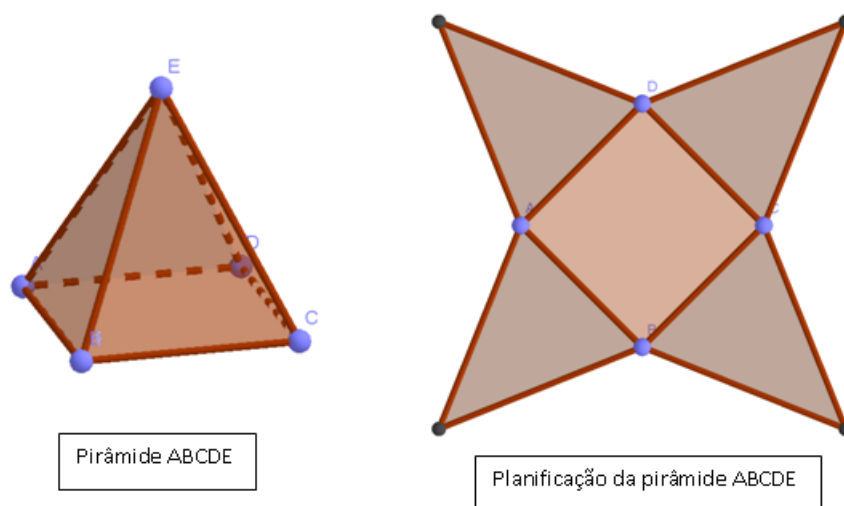


Figura 11: Tarefa 3.

Esperava-se então que seguissem esse princípio, conceituassem área total através da observação do sólido geométrico e que associassem a área da base à lateral. Analisando os registros da realização dessa tarefa, verifiquei que todos eles formaram o conceito esperado de área total. Na realização dos cálculos, 75% dos alunos concluíram corretamente a atividade, 25% apresentaram erros operacionais ligados ao cálculo da área lateral.

Tarefa 3  
Qual a área total dessa pirâmide?

$$A_T = A_b + A_l$$
$$A_T = 1.254,5764 + 1.962,268$$
$$A_T = 3.216,8444 \text{ m}^2$$

Figura 12: Atividade correta realizada pelo Grupo 2.

Tarefa 3  
Qual a área total dessa pirâmide?

$$A_T = A_b + A_l$$
$$= 1.254,5764 + 1.511,7256$$
$$A_T = 2.766,302 \text{ m}^2$$

Figura 13: Atividade incorreta

Na Figura 13, detectamos o equívoco. Retornando à Atividade 2, realizada por esse grupo, percebemos que os valores dados à área lateral não são compatíveis. Na Tarefa 4, o objetivo era calcular o volume da pirâmide. Os alunos em suas pesquisas encontraram fórmulas específicas, como fórmula para o volume de pirâmide de base triangular, fórmula para o volume de pirâmide de base quadrada, fórmula de pirâmide de base hexagonal, etc. Um dos alunos comentou: se houver infinito de bases diferentes, temos infinitas fórmulas? Nesse momento ele percebeu que precisaria construir um modelo generalizado para alcançar o objetivo. Talvez essa percepção esteja ligada a forma como trabalhamos o volume dos prismas com esses alunos, a ideia era relacionar a área da base com a altura. Ao encontrar uma série de fórmulas para o volume das pirâmides e conjecturando essas fórmulas ao que conheciam de geometria plana, perceberam facilmente, que, para encontrá-lo, bastava dividir o produto entre a área da base e a altura por três, ou seja, o volume da pirâmide poderia ser calculado fazendo um terço o volume do prisma de mesma base, pela altura. Porém o dividir por três foi motivo de muita dúvida e pesquisa. A questão para alguns grupos, era, o porquê dividir por três. Interessante que a maior parte das fontes de pesquisa utilizadas não trazia essa explicação.



Figura 14





Figura 15

As Figuras 14 e 15 registram o momento de pesquisa e intervenção com o Grupo 3 sobre o volume da pirâmide. Não era objetivo dessa intervenção, dar respostas prontas aos alunos, ou demonstrar a fórmula de volume desse sólido, mas sim, mediar o processo pela busca do conhecimento, estimulando-os a refletir junto aos seus pares sobre as informações encontradas em suas pesquisas, orientando-os quanto ao olhar crítico que deveriam ter em relação a tais informações e levando-os a consolidar o seu aprendizado. Durante o experimento, depois de certo tempo pesquisando e refletindo, a maior parte dos grupos consolidou o aprendizado. Nessa tarefa 100% dos alunos construíram corretamente o conceito de volume, 75% realizaram os cálculos corretamente, ao contrário dos 25% restantes. Nesse caso, o erro também foi operacional; em seus registros constava a relação de um terço do volume de um prisma, porém quando concluíram o volume da pirâmide, calcularam apenas a área do prisma. Tal erro não é incomum e, neste caso, ocorreu por displicência, como informado pelo grupo (Figura 16 e Figura 17).

A Tarefa 5 era bem simples. O objetivo era que os alunos relacionassem as tarefas anteriores ao problema proposto na Estação Pitágoras. Todos os grupos a concluíram como o esperado.

Na 4ª Estação, Arquimedes, os alunos deveriam responder a duas perguntas. A primeira: “É possível generalizar os cálculos que você realizou para a pirâmide de entrada do Museu do Louvre, para outras pirâmides de bases diferentes? Como?” E a segunda: “O que o grupo achou

Tarefa 4

Qual o volume dessa Pirâmide?

$$V = \frac{Ab \cdot h}{3}$$
$$= 1254,5764 \cdot 21,34$$
$$= 26,772,6604 \text{ m}^3$$

Figura 16: Tarefa incorreta.

Tarefa 4

Qual o volume dessa Pirâmide?

$$V = \frac{1}{3} \cdot Ab \cdot h$$
$$V = 1254,5764 \cdot \frac{1}{3} \cdot 21,34$$
$$V = 8924,22013 \text{ m}^3$$

Figura 17: Tarefa correta.

dessa experiência?” Em seguida deveriam gravar um vídeo envolvendo todos os participantes do seu grupo. O vídeo deve abordar os principais conceitos geométricos aprendidos e percepções da experiência. Em relação à primeira pergunta, o Grupo 1 respondeu: “Não é possível para área da base, pois, as bases possuem formatos diferentes”. Já o Grupo 2 disse: “Podemos generalizar alguns cálculos, como o volume, a área lateral e a área total, pois estes não dependem diretamente da forma da base; a área da base não é possível, pois varia muito”. Quando dizem a “forma da base” estão se referindo ao polígono da base da pirâmide. O Grupo 3 entendeu que, sendo as pirâmides regulares, os cálculos serão os mesmos, apenas a base que será diferente e o Grupo 4 afirma que só não é possível generalizar o cálculo da área da base e apresenta algumas generalizações que usaram:

Área da base depende do formato da base.

$$A_L = \frac{a_B \cdot h_f}{2} \cdot n_f$$

$$A_T = A_B + A_L$$

$$V = \frac{A_B \cdot H}{3}$$

Em que  $A_L$  = Área lateral;  $a_B$  = aresta da base;  $h_f$  = altura da face lateral;  $n_f$  = número de faces laterais;  $A_T$  = área total;  $A_B$  = área da base;  $H$  = altura da pirâmide;  $V$  = volume.

Na percepção dos quatro grupos está clara a importância de se conhecer bem o cálculo de áreas de figuras planas, principalmente as regulares e que não é necessário o uso excessivo de fórmulas já prontas. E apesar de apenas o Grupo 4 ter respondido a questão de forma mais completa, vimos em vários registros a utilização da mesma ideia pelos outros grupos.

A segunda pergunta tinha como objetivo saber qual a percepção dos alunos em relação a experiência. As respostas foram:

**Grupo 1:** “Esta experiência fez com que o estudo fosse menos cansativo, além de ter facilitado a nossa aprendizagem e de ter sido bem descontraído”.

**Grupo 2:** “Foi uma experiência inovadora e envolvente pois, enquanto estudantes, nos colocou como protagonistas do aprendizado e não o professor, nos incentivando a pensar e duvidar, instigando assim nosso próprio conhecimento”.

**Grupo 3:** A figura 18 apresenta o registro dos alunos do Grupo 3.

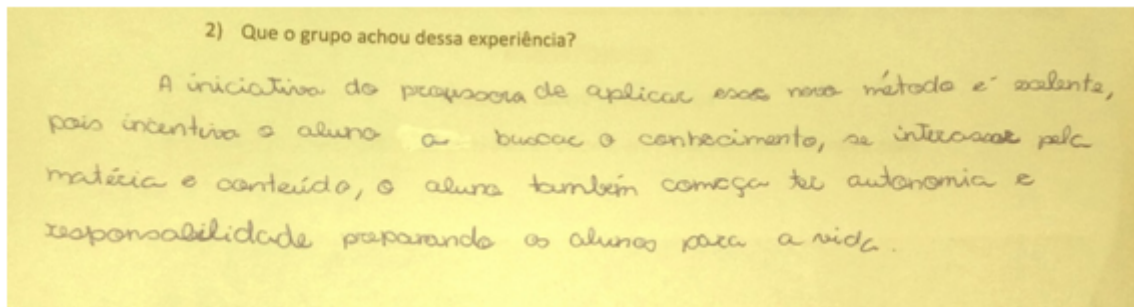


Figura 18: Foto tirada do registro dos alunos do Grupo 3.

**Grupo 4:** “Uma experiência que causou bons resultados e um aprendizado de todos”.

Ao analisar as respostas dos alunos, percebi certa satisfação por parte deles em participar dessa experiência e pela forma autônoma como aprenderam. Entenderam que a minha postura naquele momento não era a de transmissora de conhecimento, mas a de mediadora e facilitadora do processo. Durante a aplicação das atividades observamos o quanto estavam focados, mas também, o quanto interagiram entre seus pares. Para finalizar a 4ª Estação, os grupos de alunos gravaram os seus vídeos. No vídeo foram consolidadas as informações trabalhadas por eles em toda a atividade. Os vídeos foram socializados entre os grupos, cumprindo com o objetivo proposto para esse item.

Após a atividade, apliquei três questões, testes, para que os alunos fizessem individualmente. Eram questões simples, que visavam apenas verificar o nível de aprendizagem dos alunos. Não houve nenhuma revisão de conteúdo antes da aplicação.

Na primeira questão, esperava-se que os alunos identificassem os elementos da pirâmide, Aresta da base, Aresta lateral, Base, Face, Vértices, Altura, Apótema da base e Apótema da pirâmide. Houve 81% de acertos; 8,9% de erros e 10,1% de itens sem resposta.

Na questão 2, foi dada uma pirâmide regular de base quadrada, e pediu-se que calculassem seu volume e área total. Pelo que estudaram, para encontrar a área total necessitariam da área da base e da área lateral. Nessa questão 100% dos alunos acertaram a área da base, 72,2% acertaram a área lateral e a área total e 83,3% acertaram o volume. Observando as resoluções dos alunos detectei que os erros ocorridos foram oriundos do cálculo incorreto do apótema da pirâmide, e no caso do volume, a displicência em não dividir por três o produto entre a área da base e a altura da pirâmide.

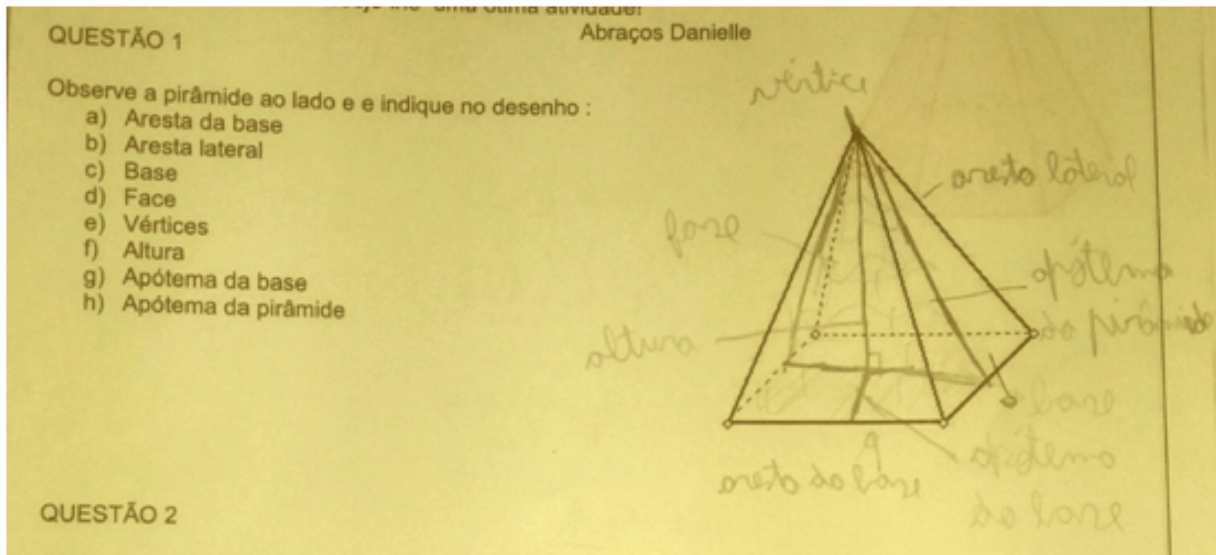


Figura 19: Questão 1 do Teste.

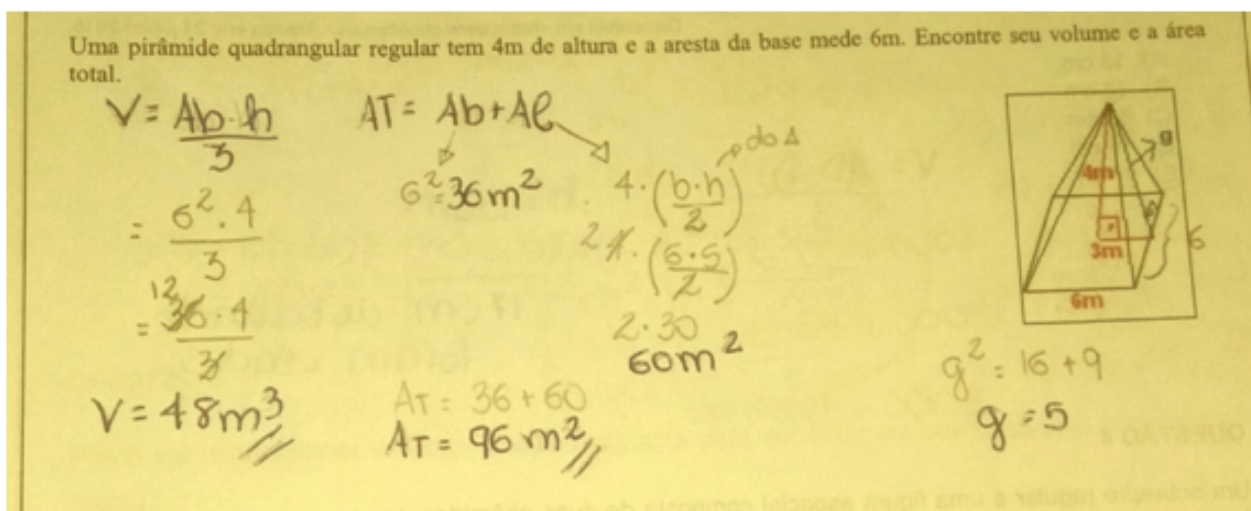


Figura 20: Questão 2 do Teste.

A questão 3 apresentou uma pirâmide regular de base hexagonal. O objetivo seria verificar se os alunos associariam as ideias já consolidadas na prática envolvendo a pirâmide regular de base quadrada a outros tipos de pirâmides regulares de bases diferenciadas. Um número significativo dos alunos acertaram essa questão na sua totalidade, cerca de 88%. Observei que usaram corretamente a geometria plana para encontrar a área da base, no cálculo do volume. Os poucos erros ocorridos foram relacionados a operações matemáticas, principalmente nas operações que envolviam números irracionais.

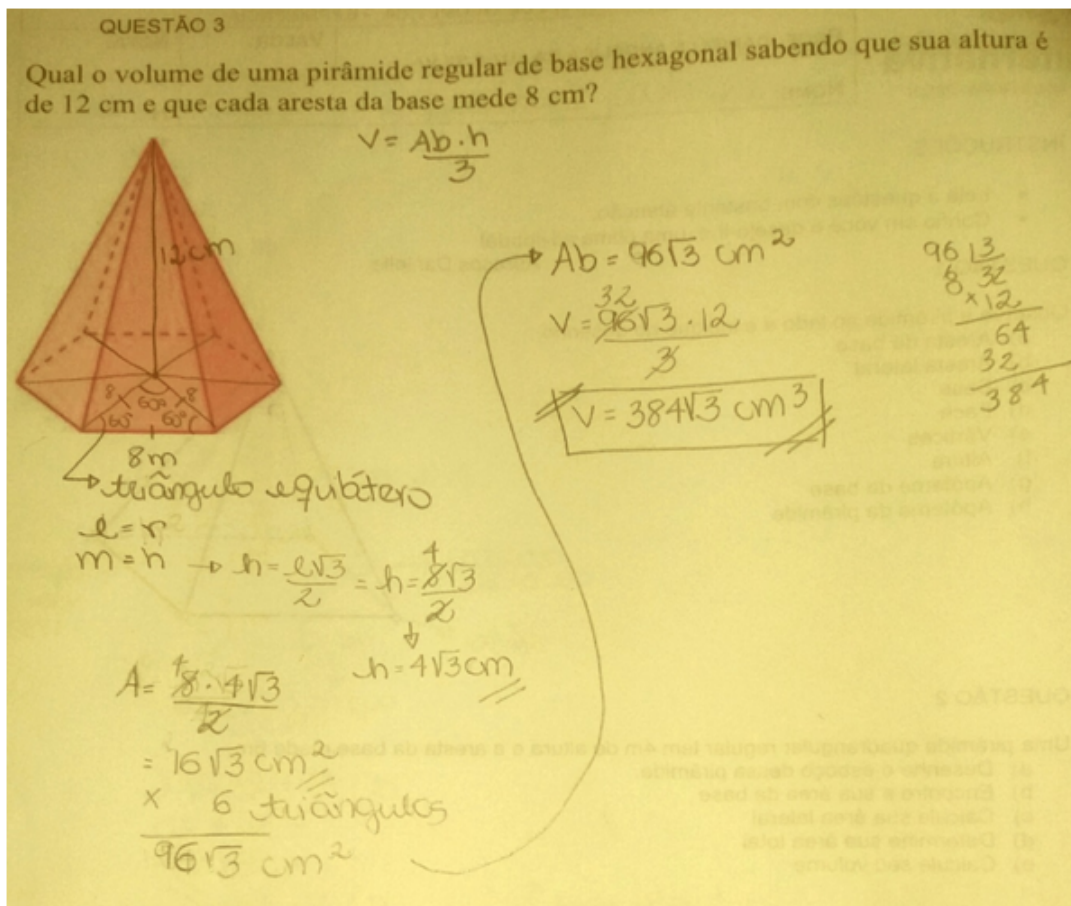


Figura 21: Questão 3 do Teste.

As questões teste aplicadas foram relevantes, pois tornaram possível verificar o nível de aprendizagem dos alunos após todas as etapas, além de avaliar a eficácia do método utilizado. Os estudantes apropriaram-se do conteúdo trabalhado de forma bem individual, configurando assim um ensino mais personalizado. Houve tempo para tratar todas as dúvidas surgidas, algo quase impossível no modelo atual das nossas salas de aula. Enquanto professora, percebi uma Matemática mais acessível para os alunos e o fato de os mesmos poderem interagir com outros espaços através das tecnologias digitais tornou essa prática próxima às suas realidades.

---

## Conclusão

Essa dissertação se propôs apresentar uma Metodologia nova no ensino da matemática, no caso específico da Geometria Espacial – Pirâmides Regulares, o Ensino Híbrido. Propusemos a trabalhar com uma turma de alunos do 2º ano do Ensino Médio do ensino privado. O modelo de condução de sala de aula escolhido foi o Rotacional por Estações. Elaboramos as atividades que seriam trabalhadas nas estações e houve a necessidade de estabelecer uma ordem de realizações das tarefas devido ao fato de que, alguns conceitos para serem consolidados dependeriam diretamente da existência de outros, criando assim certa dependência, algo comum e muitas vezes imprescindível no que diz respeito ao ensino da matemática. Tal fato contrariou em parte a teoria apresentada especificamente no modelo rotacional por estações, mas, não comprometeu o experimento. Percebemos durante todo o processo uma satisfação por parte dos alunos em serem responsáveis pelo seu próprio aprendizado. Interagiram entre si e em nenhum momento demonstraram insegurança por se tratar de um assunto que nunca haviam estudado. Transitaram com desenvoltura pelas estações e usaram recursos tecnológicos, ou seja, multimídias, como textos, imagens e gráficos dinâmicos. Como recurso pedagógico o celular foi o mais usado. Tal fato indica que o aparelho em sala de aula não é apenas um problema, mas pode ser uma ótima ferramenta educacional. Observamos que o ambiente de aprendizagem organizado e o fato do docente não estar no centro do processo de ensino e aprendizagem favorece a interação com os alunos. Após todas as etapas da execução da metodologia de ensino, aplicamos um teste simples para mensurarmos o nível de aprendizagem dos nossos alunos. Ao analisarmos suas respostas individuais, percebemos que haviam absorvido o conteúdo trabalhado e os poucos erros cometidos estavam relacionados a operações matemáticas. Com uma média de 84,9% de acertos nas questões propostas, concluímos ter sido eficaz a metodologia do Ensino Híbrido - Modelo Rotacional por Estações. Sabemos, no entanto, que este estudo não se esgota aqui. Existem outros modelos de condução de aulas no Ensino Híbrido que não foram estudados nesse trabalho,

---

assim como a aplicação dessa metodologia em outros ambientes educacionais e sistemas de ensino. Entendemos ser importante a continuidade dos estudos sobre o Ensino Híbrido e sua inserção na Educação de nosso país. Acreditamos que esse trabalho possa contribuir para a comunidade educacional à qual pertencemos, fomentando outras experiências em salas de aulas. Intencionalmente incluímos um breve histórico do Ensino da matemática no Brasil no século XIX e XXI para que futuros leitores saibam exatamente em qual cenário esse estudo foi desenvolvido. Concluímos que alcançamos os objetivos propostos inicialmente, principalmente no que tange à autonomia, ao favorecimento da aprendizagem e à interação entre alunos envolvidos.



---

## Atividade Planejada de Geometria

### A - Atividade Planejada de Geometria – Ensino Híbrido – Rotação por Estações

#### Geometria Espacial – Pirâmides Regulares

#### Estação Pitágoras

##### **Museu do Louvre – Paris/França**

O Museu do Louvre, instalado no Palácio do Louvre, em Paris, é um dos maiores e mais famosos museus do mundo.



Figura 22: Museu do Louvre, Paris.

Em 1981, ano em que François Mitterrand foi eleito presidente da República francesa, a renovação do Museu do Louvre e sua reorganização foram confiadas ao arquiteto Ieoh Ming Pei que, em 1983 foi designado, para o planejamento de uma nova grande entrada para receber o público crescente e a disposição do interior do museu. Essa reforma agregou ao Louvre cinco

pirâmides. A pirâmide que serve de entrada no pátio do Louvre retoma as proporções exatas da pirâmide de Quéops. A escolha desta figura não se deu sem pensar na importante coleção de antiguidades egípcias no museu, mas também no Obelisco da Praça da Concórdia, não distante dali, no prolongamento do jardim des Tuileries. Em sua base, a pirâmide mede 35,42 metros de largura, por 21,34 metros de altura. 95 toneladas de aço e 105 toneladas de alumínio suportam o conjunto. Três pirâmides pequenas acompanham a principal. Os seus lugares são estudados para criar poços de luz sobre os acessos às coleções do museu.

Por último, a pirâmide invertida é a que é visível no subsolo, quando se chega ao Louvre via Carrossel. É em sentido próprio uma pirâmide ao contrário e suspensa. As placas de vidro das pirâmides são constituídas de losangos e triângulos. Esta mistura permite a criação da forma triangular em proporções irregulares. Obteve-se um aspecto de joia lapidada.

### **TEMOS UM DESAFIO:**

Precisamos construir uma cópia da pirâmide de entrada do Museu do Louvre que ficará em um pátio onde estarão expostos vários trabalhos de geometria. Algumas informações merecem destaque:

*A pirâmide tem base quadrada de lado medindo 35,42m e altura medindo 21,34m.*

Precisaremos calcular quanto de material gastaremos para cobrir toda a base e as paredes internas da pirâmide. calcularemos também o volume que essa pirâmide pode receber, se resolvêssemos torná-la maciça. Pra isso precisamos traçar um planejamento e a primeira pergunta é:

Alguém desse grupo sabe fazer todos esses cálculos?

### Estação Tales de Mileto

Que tal começarmos a pesquisar o assunto? Anote aqui as informações importantes para atingirmos o objetivo.

### Estação Euclides

Tarefa 1. Encontre a área da base dessa pirâmide.

Tarefa 2. Encontre a área lateral dessa pirâmide. Para essa tarefa você precisou de algum calculo extra? Se sim, qual? Deixe registrado

Tarefa 3. Qual a área total dessa pirâmide?

Tarefa 4. Qual o volume dessa Pirâmide?

Tarefa 5. Qual a solução para o problema inicial?

### Estação Arquimedes

Agora, responda:

- 1) É possível generalizar os cálculos que você realizou para a área da base, área lateral, área total e volume pirâmide de entrada do Museu do Louvre, para outras pirâmides com bases diferentes da proposta na atividade? Como?
- 2) Que o grupo achou dessa experiência?
- 3) Grave um vídeo envolvendo todos os participantes do seu grupo com os principais conceitos geométricos aprendidos hoje. Envie-o para o grupo do whatsapp

## B - Atividade Planejada de Geometria Espacial - Ensino Híbrido - Rotação por Estações - Avaliação



TURMA: 2º ANO	ENSINO MÉDIO		
ATIVIDADE PLANEJADA DE GEOMETRIA ESPACIAL - ENSINO HÍBRIDO - ROTAÇÃO POR ESTAÇÕES - AVALIAÇÃO			
PROF.: DANIELLE ANGÉLICA DA LUZ E SILVA		VALOR: 0,0	NOTA: -----
NOME:			Nº:

#### INSTRUÇÕES:

- Leia as questões com bastante atenção.
- Confio em você e desejo-lhe uma ótima atividade!

Abraços Danielle

#### QUESTÃO 1

Observe a pirâmide ao lado e indique no desenho:

- a) Aresta da base
- b) Aresta lateral
- c) Base
- d) Face
- e) Vértices
- f) Altura
- g) Apótema da base
- h) Apótema da pirâmide

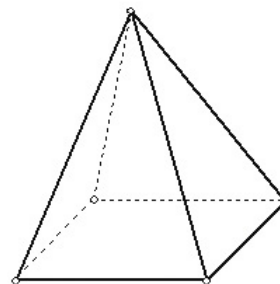


Figura 23: Questão 1.

QUESTÃO 2

Uma pirâmide quadrangular regular tem 4m de altura e a aresta da base mede 6m. Encontre seu volume e a área total.

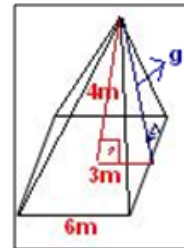


Figura 24: Questão 2.

QUESTÃO 3

Qual o volume de uma pirâmide regular de base hexagonal sabendo que sua altura é de 12 cm e que cada aresta da base mede 8 cm?

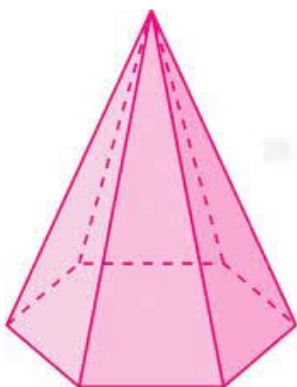


Figura 25: Questão 3.

---

## Referências

- [1] BACICH, L. , MORAN, J. *Aprender a ensinar com foco na educação híbrida*. Revista Pátio, nº25, Junho 2015, p. 45-47 [25](#)
- [2] BACICH, L., NETO, A. T., TREVISANI, F. M. *Ensino Híbrido: Personalização e Tecnologia da Educação*. Editora Penso, 2015. [23](#), [24](#), [28](#)
- [3] BERTI, N. M. *O ensino de Matemática no Brasil: Buscando uma Compreensão Histórica*. Ponta Grossa, [sn], UEPG, 2005. [17](#)
- [4] BROLEZZI, A. C., MOTTA, C.D. V. B. *Influência do Positivismo na História da Educação Matemática no Brasil*. In: 1º Seminário Paulista de História e Educação Matemática: possibilidades de diálogos, Universidade de São Paulo, 2005. [12](#)
- [5] CARVALHO, J. B. P., WERNECK, A. P. L, ENNE, D. S., COSTA M. B. e CRUZ, P. R. *Euclides Roxo e o Movimento e o movimento de reforma do ensino de Matemática na década de 30*. R. bras. Est. pedag., Brasília, v. 81, n. 199, p. 415-424, set./dez. 2000 [14](#)
- [6] CASTRO, F.M.O. *A Matemática no Brasil*. Campinas, SP. Editora da UNICAMP, 1999 - 2ª edição. [13](#)
- [7] CHRISTENSEN, C. M. , HORN, M. B., STAKER, H.. *Ensino Híbrido: Uma Inovação Disruptiva? Uma introdução à teoria dos Híbrido*. Editora Bookman, 2012. [26](#)
- [8] D'AMBROSIO, U. *Educação Matemática: da Teoria à prática*. SP: Papyrus Editora, 1996. 121p . [20](#)
- [9] DRUCK, S. *A crise no Ensino de Matemática no Brasil* Revista do Professor de Matemática, Vol. 52// Rio de Janeiro, 2003. [21](#)

- [10] FIORENTINI, D. *Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil*. Revista Zetetike Ano 3 nº 4/1995. 15
- [11] HOFF, M. S. *A Matemática na escola nos anos 80-90: Críticas e tendências renovadoras*. Cad. Pesq., São Paulo, n.98, p.72-84, Agosto - 1996 20
- [12] LEME DA SILVA, M. C. *Movimento da Matemática Moderna- Possíveis Leituras de uma Cronologia - Revista Diálogo Educacional*. vol. 6, núm. 18, maio-agosto, 2006, pp. 49-63. Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba, Brasil. 16, 18, 19
- [13] MACHADO, J. L. A. *Blended Learning: O Ensino Híbrido e sua mistura de saberes* Planeta Educação - 03/08/2015 23
- [14] MENEZES, E. T., SANTOS, T. H. Reforma Francisco Campos (verbete). *Dicionário Interativo da Educação Brasileira - Educa Brasil*. São Paulo: Midiamix Editora, 2002. 16
- [15] PINTO, A. H. *O ensino de matemática na educação profissionalizante-industrial na voz do jornal o etv: ecos da Reforma Capanema* 13, 14, 17
- [16] PIRES, R.D. C. *A presença de Nicolas Bourbaki na Universidade de São Paulo*. PUC-São Paulo , 2006. 15, 16
- [17] RANGEL, L., GIRALDO, V., MACULAN, N. *Matemática Elementar e Saber Pedagógico de Conteúdo – Estabelecendo Relações*. Professor de Matemática Online, 2319 - 023, 2014. 14
- [18] RODRIGUES, E. F., *Tecnologia, Inovação e Ensino de História: o Ensino Híbrido e suas Possibilidades*, Dissertação de Mestrado, UFF, 2017. 24
- [19] SOARES, F. D. S; DASSIE, B. A.; ROCHA, J. L. D. *Ensino da Matemática no Século XX : Da Reforma Francisco Campos a Matemática Moderna*. Horizontes, Bragança Paulista, v.22, n.1, p.7-15, Jan/Jun.2004 18, 19