

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL - PROFMAT

CAMILA COPPI CINTRA

**PROPOSTA PARA O ENSINO DE FRAÇÕES PARA O 7º ANO:
DO DIAGNÓSTICO A APRENDIZAGEM MEDIADA POR
MODELO DE BARRAS**

SÃO CARLOS
2017

CAMILA COPPI CINTRA

**PROPOSTA PARA O ENSINO DE FRAÇÕES PARA O 7º ANO:
DO DIAGNÓSTICO A APRENDIZAGEM MEDIADA POR
MODELO DE BARRAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre, sob orientação da Professora Doutora Yurico Yamamoto Baldin.

SÃO CARLOS

2017

Cintra, Camila Coppi

PROPOSTA PARA O ENSINO DE FRAÇÕES PARA O 7º ANO: DO
DIAGNÓSTICO A APRENDIZAGEM MEDIADA POR MODELO DE
BARRAS / Camila Coppi Cintra. -- 2017.

178 f. : 30 cm.

Dissertação (mestrado)-Universidade Federal de São Carlos, campus São
Carlos, São Carlos

Orientador: Yurico Yamamoto Baldin

Banca examinadora: Maria Elisa Esteves Lopes Galvão, Aparecida
Francisco da Silva

Bibliografia

1. Modelo de Barras. 2. Metodologia de Resolução de Problemas. 3.
Dificuldades na Aprendizagem de Frações. I. Orientador. II. Universidade
Federal de São Carlos. III. Título.

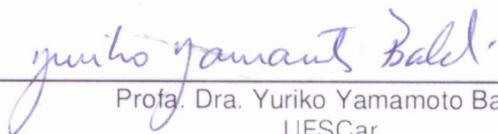
Ficha catalográfica elaborada pelo Programa de Geração Automática da Secretaria Geral de Informática (SIn).

DADOS FORNECIDOS PELO(A) AUTOR(A)



Folha de Aprovação

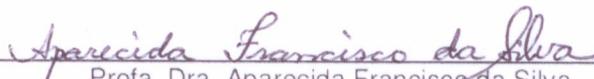
Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Camila Coppi Cintra, realizada em 18/12/2017:



Profa. Dra. Yuriko Yamamoto Baldin
UFSCar



Profa. Dra. Maria Elisa Esteves Lopes Galvão
UNIBAN



Profa. Dra. Aparecida Francisco da Silva
UNESP

RESUMO

Esta pesquisa visa apresentar e analisar as contribuições do Método do Modelo de Barras de Singapura para o ensino de frações com foco em resoluções de problemas, que foram aplicadas numa turma do sétimo ano de uma escola da rede pública do Estado de São Paulo. O que motivou o desenvolvimento deste trabalho foram os baixos índices de acerto apresentados no conteúdo de frações em avaliações unificadas do Estado de SP, bem como a importância desse tema para um eficaz processo de transição para a álgebra. O Modelo de Barras de Singapura foi adotado devido à possibilidade de proporcionar a visualização pictórica, favorecendo a passagem entre o concreto e o abstrato, sendo propício particularmente para trabalhar questões que abordam a relação parte-todo e a comparação. As atividades propostas foram baseadas nos Livros *“My Pals Are Here!”* de Singapura e abordam conceitos básicos de frações como identificação de numerador e denominador, obtenção de frações equivalentes e operações de adição e subtração de frações com mesmo denominador e denominadores distintos. Os resultados da sala de aula analisados neste trabalho têm a intenção de contribuir como material de apoio para os professores que enfrentam dificuldades de ensino semelhantes.

Palavras-chave: dificuldades na aprendizagem de frações, modelo de barras, metodologia de resolução de problemas.

ABSTRACT

This research aims to present and analyze the contributions of the Singapore's Mathematical Bars on the fraction teaching with a focus on problem-solving. This methodology was applied to a 7th-year middle school class in a public school of São Paulo State. The motivation for this study relies on the low rate of correctness observed in the São Paulo State's unified test regarding the fraction subject, as well as on the importance of this subject in an effective transition to algebra. The Singapore's Mathematical Bars methodology was adopted because it enables a pictorial visualization, building a bridge between concrete and abstract, being particularly suitable for approaching the part-whole relations and comparison matters. The proposed activities were based on the Singapore's book "My Pals Are Here!" and cover basic fraction concepts such as numerator and denominator, obtainment of equivalent fractions, and addition and subtraction fraction operators with both equal and distinct denominators. The analysis of the results obtained in the classroom is intended to serve as a complementary material for professors which face similar teaching problems.

Keywords: fraction learning difficulties, bar's model, problem-solving methodology.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - QUESTÃO 1 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	20
FIGURA 2 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 14 DA Q1 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA..	21
FIGURA 3 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 16 DA Q1 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA..	22
FIGURA 4 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DA Q1 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA..	22
FIGURA 5 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 12 DA Q1 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA..	23
FIGURA 6 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 21 DA Q1 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA..	24
FIGURA 7 - QUESTÃO 2 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	25
FIGURA 8 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DA Q2 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA..	27
FIGURA 9 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 8 DA Q2 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA....	27
FIGURA 10 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 12 DA Q2 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	28
FIGURA 11 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 21 DA Q2 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	29
FIGURA 12 - QUESTÃO 3 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	29
FIGURA 13- RESOLUÇÃO DO ALUNO 7 DA Q3 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA...31	
FIGURA 14 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DA Q3 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	31
FIGURA 15 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 16 DA Q3 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	32
FIGURA 16 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DA Q3 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	32
FIGURA 17 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 20 DA Q3 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	33
FIGURA 18 - QUESTÃO 4 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	33
FIGURA 19 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 14 DA Q4 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	35
FIGURA 20 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DA Q4 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	35
FIGURA 21 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 16 DA Q4 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	36
FIGURA 22 -QUESTÃO 5 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	37

FIGURA 23 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 16 DA Q5 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	38
FIGURA 24 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 12 DA Q5 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	38
FIGURA 25 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DA Q5 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	39
FIGURA 26 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DA Q5 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	40
FIGURA 27 - QUESTÃO 6 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	41
FIGURA 28 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DA Q6 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	42
FIGURA 29 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 12 DA Q6 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	43
FIGURA 30 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 17 DA Q6 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	44
FIGURA 31 - QUESTÃO 7 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	45
FIGURA 32 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 14 DA Q7 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	46
FIGURA 33 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 16 DA Q7 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	47
FIGURA 34 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 18 DA Q7 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	48
FIGURA 35 - QUESTÃO 8 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	48
FIGURA 36 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DA Q8 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	49
FIGURA 37 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 21 DA Q8 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	50
FIGURA 38 - QUESTÃO 9 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	50
FIGURA 39 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DA Q9 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	52
FIGURA 40 - QUESTÃO 10 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	52
FIGURA 41 - QUESTÃO ORIGINAL DA Q10 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	53

FIGURA 42 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 16 DA Q10 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	54
FIGURA 43 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DA Q10 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	54
FIGURA 44 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 13 DA Q10 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	55
FIGURA 45 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE – 4A.....	59
FIGURA 46 - EXERCÍCIO 1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 1.....	59
FIGURA 47 - ALUNA EXPONDO RESOLUÇÃO NA LOUSA.....	60
FIGURA 48 - ALUNOS EFETUANDO DIVISÃO DE FIGURAS EM PARTES IGUAIS...	61
FIGURA 49 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 1.	62
FIGURA 50 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE – 4A.....	63
FIGURA 51 - EXERCÍCIO 2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 1.....	64
FIGURA 52 - ALUNOS EXPONDO RESOLUÇÃO NA LOUSA.....	64
FIGURA 53 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 19 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 1.	65
FIGURA 54 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 23 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 1.	66
FIGURA 55 - ORGANIZAÇÃO DOS ALUNOS EM “U” NA SALA DE AULA.....	67
FIGURA 56 - EXERCÍCIO 3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 1.....	67
FIGURA 57 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE – 4A.....	68
FIGURA 58 - RESGATE DOS CONCEITOS DA AULA ANTERIOR FEITO NA LOUSA PELA PROFESSORA.....	68
FIGURA 59 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 19 DO EX.3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 1.	69
FIGURA 60 - RESOLUÇÃO DO EX. 3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 1 FEITA NA LOUSA PELA PROFESSORA.....	70
FIGURA 61 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 24 DO EX.3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 1.	70
FIGURA 62 - EXERCÍCIO 1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2.....	71
FIGURA 63 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 17 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2.	71
FIGURA 64 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2.	72
FIGURA 65 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES APÓS A CORREÇÃO.....	73
FIGURA 66 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 3B.....	74
FIGURA 67 - EXERCÍCIO 2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2.....	75
FIGURA 68 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 25 DO EX.2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2.	75
FIGURA 69 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 21 DO EX.2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2.	76

FIGURA 70 - RESOLUÇÃO DO EX. 2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2 FEITO NA LOUSA PELA PROFESSORA.....	77
FIGURA 71 - EXERCÍCIO 3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2.....	78
FIGURA 72 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 3B.....	78
FIGURA 73 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DO EX.3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2.....	79
FIGURA 74 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 12 DO EX.3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2.....	80
FIGURA 75 - RESOLUÇÃO DO EX. 3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2 FEITA NA LOUSA PELA PROFESSORA.....	81
FIGURA 76 - ORGANIZAÇÃO DOS ALUNOS NA AULA.....	82
FIGURA 77 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE – 4A.....	83
FIGURA 78 - EXERCÍCIO 1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3.....	83
FIGURA 79 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 16 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3.....	84
FIGURA 80 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 24 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3.....	85
FIGURA 81 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3.....	85
FIGURA 82 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE – 4A.....	86
FIGURA 83 - EXERCÍCIO 2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3.....	86
FIGURA 84 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 4 DO EX.2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3.....	87
FIGURA 85 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 12 DO EX.2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3.....	87
FIGURA 86 - ALUNA 12 FAZENDO A RESOLUÇÃO DO EX.2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3 NA LOUSA.....	88
FIGURA 87 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 21 DO EX.2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3.....	89
FIGURA 88 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DO EX.2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3.....	90
FIGURA 89 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE – 4A.....	93
FIGURA 90 - EXERCÍCIO 1A DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1.....	93
FIGURA 91 - EXERCÍCIO 1B DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1.....	94
FIGURA 92 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE – 4A.....	94
FIGURA 93 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 23 DO EX.1B DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1.....	95
FIGURA 94 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 23 DO EX.1C DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1.....	95
FIGURA 95 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 4 DO EX.1C DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1.....	96
FIGURA 96 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 3B.....	97
FIGURA 97 - EXERCÍCIO 2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1.....	98

FIGURA 98 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 3B.....	99
FIGURA 99 - EXERCÍCIO 3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1.....	99
FIGURA 100 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 26 DO EX.3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1.....	99
FIGURA 101 - MODELO DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 3B.....	100
FIGURA 102 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 3B.....	100
FIGURA 103 - EXERCÍCIO 4 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1.....	101
FIGURA 104 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 26 DO EX.4 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1.....	101
FIGURA 105 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 3B.....	102
FIGURA 106 - EXERCÍCIO 5 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1.....	102
FIGURA 107 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 4 DO EX.5 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1.....	102
FIGURA 108 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE – 4A.....	104
FIGURA 109 - EXERCÍCIO 1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2.....	104
FIGURA 110 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 27 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2.....	105
FIGURA 111 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 12 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2.....	105
FIGURA 112 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 17 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T3.....	105
FIGURA 113 - EXERCÍCIO 2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2.....	106
FIGURA 114 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 10 DO EX.2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2.....	107
FIGURA 115 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 3B.....	107
FIGURA 116 - EXERCÍCIO 3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2.....	108
FIGURA 117 - EXERCÍCIO 4 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2.....	108
FIGURA 118 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 12 DO EX.4 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2.....	109
FIGURA 119 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DO EX.4 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2.....	109
FIGURA 120 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 21 DO EX.3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T3.....	110

FIGURA 121 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 16 DO EX.3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T3.....	111
FIGURA 122 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE – 5A.....	111
FIGURA 123 - EXERCÍCIO 5 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2.....	112
FIGURA 124 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 10 DO EX.5 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2.....	112
FIGURA 125 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 9 DO EX.5 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2.....	113
FIGURA 126 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 14 DO EX.4 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T3.....	113
FIGURA 127 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 21 DO EX.4 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T3.....	114
FIGURA 128 - EXERCÍCIO 6 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2.....	114
FIGURA 129 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 9 DO EX.6 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2.....	115
FIGURA 130 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DO EX.6 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2.....	116
FIGURA 131 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 20 DO EX.5 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T3.....	116
FIGURA 132 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 17 DO EX.5 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T3.....	117
FIGURA 133 - EXERCÍCIO 2 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2.....	118
FIGURA 134 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 3 DO EX.2 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	119
FIGURA 135 - EXERCÍCIO 3 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	120
FIGURA 136 - EXERCÍCIO 3 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2.....	120
FIGURA 137 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 5 DO EX.3 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	121
FIGURA 138 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 8 DO EX.3 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2.....	122
FIGURA 139 - EXERCÍCIO 4 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2.....	122
FIGURA 140 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 4 DO EX.4 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	123
FIGURA 141 - EXERCÍCIO 5 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2.....	123

FIGURA 142 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 4 DO EX.5 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	124
FIGURA 143 - EXERCÍCIO 8 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	125
FIGURA 144 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 3 DO EX.8 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	126
FIGURA 145 - EXERCÍCIO 9 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	126
FIGURA 146 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 6 DO EX.9 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	127
FIGURA 147 - EXERCÍCIO 10 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	127
FIGURA 148 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 1 DO EX.10 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	128
FIGURA 149 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 9 DO EX.8 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	129
FIGURA 150 - EXERCÍCIO 1 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	130
FIGURA 151 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 4 DO EX.1 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	130
FIGURA 152 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DO EX.1 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2.....	131
FIGURA 153 - EXERCÍCIO 6 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2.....	131
FIGURA 154 - EXERCÍCIO 7 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2.....	132
FIGURA 155 - RESOLUÇÃO DO ALUNO2 DO EX.6 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	133
FIGURA 156 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 3 DO EX.7 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	134
FIGURA 157 - EXERCÍCIO 7 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	134
FIGURA 158 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 4 DO EX.12 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	135
FIGURA 159 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 6 DO EX.12 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	136
FIGURA 160 - EXERCÍCIO 9 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2.....	136
FIGURA 161 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 9 DO EX.9 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2.....	137
FIGURA 162 - EXERCÍCIO 11 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	138

FIGURA 163 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 6 DO EX.11 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	139
FIGURA 164 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 12 DO EX.10 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2.....	139
FIGURA 165 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 21 DO EX.1 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3.....	140
FIGURA 166 - EXERCÍCIO 11 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2.....	140
FIGURA 167 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DO EX.11 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2.....	141
FIGURA 168 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 21 DO EX.3 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3.....	142
FIGURA 169 - EXERCÍCIO 12 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2.....	142
FIGURA 170 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 27 DO EX.12 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2.....	143
FIGURA 171 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 18 DO EX.5 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3.....	144
FIGURA 172 - EXERCÍCIO 13 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2.....	144
FIGURA 173 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 9 DO EX.13 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2.....	145
FIGURA 174 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DO EX.4 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3.....	146
FIGURA 175 - EXERCÍCIO 2 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3.....	146
FIGURA 176 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DO EX.2 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3.....	147
FIGURA 177 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 18 DO EX.2 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3.....	148
FIGURA 178 - EXERCÍCIO 6 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3.....	148
FIGURA 179 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 16 DO EX.6 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3.....	149
FIGURA 180 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 25 DO EX.6 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3.....	150

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q1 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	20
TABELA 2 - JUSTIFICATIVAS DA Q1 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	21
TABELA 3 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q2 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	25
TABELA 4 - JUSTIFICATIVAS DA Q2 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	26
TABELA 5 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q3 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	30
TABELA 6 - JUSTIFICATIVAS DA Q3 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	30
TABELA 7 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q4 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	34
TABELA 8 - JUSTIFICATIVAS DA Q4 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	34
TABELA 9 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q5 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	37
TABELA 10 - JUSTIFICATIVAS DA Q5 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	38
TABELA 11 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q6 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	41
TABELA 12 - JUSTIFICATIVAS DA Q6 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	42
TABELA 13 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q7 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	45
TABELA 14 - JUSTIFICATIVAS DA Q7 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	46
TABELA 15 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q8 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	49
TABELA 16 - JUSTIFICATIVAS DA Q8 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	49
TABELA 17 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q9 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	51
TABELA 18 - JUSTIFICATIVAS DA Q9 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	51
TABELA 19 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q10 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	53
TABELA 20 - JUSTIFICATIVAS DA Q10 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	53
TABELA 21 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.2 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2.....	119

TABELA 22 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.3 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2.....	121
TABELA 23 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.4 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2.....	123
TABELA 24 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.5 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2.....	124
TABELA 25 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.8 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	125
TABELA 26 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.9 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	126
TABELA 27 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.10 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2.....	128
TABELA 28 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.1 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2.....	130
TABELA 29 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.6 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2.....	132
TABELA 30 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.7 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2.....	133
TABELA 31 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.12 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1.....	135
TABELA 32 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.9 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2.....	137
TABELA 33 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS NA AVALIAÇÃO FINAL DA Q11-T1, Q10-T2 E Q1-T3.....	138
TABELA 34 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS NA AVALIAÇÃO FINAL DA Q11-T2 E Q3-T3.....	141
TABELA 35 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS NA AVALIAÇÃO FINAL DA Q12-T2 E Q5-T3.....	143
TABELA 36 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS NA AVALIAÇÃO FINAL DA Q13-T2 E Q4-T3.....	144
TABELA 37 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX. 2 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3.....	147
TABELA 38 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX. 6 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3.....	149

TABELA 39 - COMPARAÇÃO ENTRE OS DESEMPENHOS NAS AVALIAÇÕES DIAGNÓSTICA E FINAL DE DOIS ALUNOS DA T1.....	150
TABELA 40 - COMPARAÇÃO ENTRE OS DESEMPENHOS NAS AVALIAÇÕES DIAGNÓSTICA E FINAL DE ALGUNS ALUNOS DA T3.....	152

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	17
2 CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA E DIAGNÓSTICO DA TURMA.....	19
2.1 CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA E DOS ALUNOS.....	19
2.2 AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	19
3 APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES.....	56
3.1 ATIVIDADES E METODOLOGIA UTILIZADAS.....	56
3.2 DESCRIÇÃO AULA 1.....	58
3.3 DESCRIÇÃO AULA 2.....	66
3.4 DESCRIÇÃO AULA 3.....	74
3.5 DESCRIÇÃO AULA 4.....	81
3.6 DESCRIÇÃO AULAS 5 E 6.....	90
3.7 DESCRIÇÃO AVALIAÇÃO FINAL.....	117
3.8 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA AVALIAÇÃO FINAL.....	150
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	153
REFERÊNCIAS.....	155
APÊNDICE A – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	156
APÊNDICE B – TABELA RESULTADOS AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	159
APÊNDICE C – FOLHA DE ATIVIDADES 1.....	161
APÊNDICE D – FOLHA DE ATIVIDADES 2.....	163
APÊNDICE E – FOLHA DE ATIVIDADES 3.....	165
APÊNDICE F – FOLHA DE ATIVIDADES 4 – TURMA 1.....	166
APÊNDICE G – FOLHA DE ATIVIDADES 4 – TURMA 2.....	169
APÊNDICE H – FOLHA DE ATIVIDADES 4 – TURMA 3.....	171
APÊNDICE I – AVALIAÇÃO FINAL – TURMA 1.....	173
APÊNDICE J – AVALIAÇÃO FINAL – TURMA 2.....	175
APÊNDICE K – AVALIAÇÃO FINAL – TURMA 3.....	177

1 INTRODUÇÃO

Atuando como professora de matemática no ensino básico da rede pública do Estado de São Paulo há cinco anos, deparei-me por diversos momentos com vários desafios de naturezas distintas. Entre eles, encontra-se o grande desinteresse por parte da maioria dos estudantes e, conseqüentemente, lacunas conceituais em matemática que vão se agravando conforme o avanço das séries escolares chegando a ponto de, muitas vezes, tal situação parecer irreversível ou extremamente desafiadora.

O conteúdo de frações, em especial, tem sido apontado como um dos mais problemáticos na aprendizagem da matemática, fato que pode ser atestado pelo baixo índice de acertos nesse tema em avaliações unificadas do rendimento do aluno, como o SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) e a AAP (Avaliação da Aprendizagem em Processo).

No Relatório Pedagógico do SARESP 2014, encontramos alguns resultados obtidos na aplicação dessa prova de acordo com cada série-ano. Nele podemos comparar, por exemplo, a Habilidade “Identificação da fração que representa a relação parte-todo” e constatarmos que as taxas de acertos em 2013 e 2014 no 5º EF foram de 71,7% e 71,9%, respectivamente. Já no 7º EF, essas taxas corresponderam a 48,9% e 49,9% nos mesmos anos. Ou seja, com uma diferença de apenas dois anos escolares, observamos um decréscimo substancial em uma habilidade básica do conteúdo de frações.

Nas AAP's é possível encontrar, em pelo menos uma das edições anuais de todas as séries do ciclo II do Ensino Fundamental, a cobrança de alguma habilidade relativa a frações. No caderno de matemática de recomendações pedagógicas do 1º semestre de 2015 do 6º EF vemos o seguinte comentário:

As frações são um dos temas centrais dentro do eixo número. A idéia de fração constitui uma das primeiras ampliações do campo numérico dos alunos, para além dos Naturais. Observa-se que essa transição entre os dois modos de representação numérica (inteira e fracionária) deve merecer atenção especial de todos. Sugere-se que o professor realize, sempre que necessário, um diagnóstico para avaliar o conhecimento do aluno sobre o tema. Retome com os alunos o significado dos termos “numerador” e “denominador”; a nomenclatura correta das frações (terços, décimos, avos, e outros); a representação da relação parte-todo de uma figura por meio de uma fração. (AAP, 2015, p. 23)

Constatamos a grande importância que este conteúdo tem no currículo de matemática do Estado de São Paulo e também sua grande defasagem de aprendizagem entre os alunos. Além disso, as defasagens não dirimidas do conteúdo de frações acarretarão dificuldades

relevantes no ensino e aprendizagem de álgebra, quando será necessário realizar generalizações das operações aritméticas.

Buscando diminuir tamanha defasagem e também propiciar uma base sólida para a aprendizagem futura de álgebra dos alunos, adotamos neste projeto o Modelo de Barras que compõe a metodologia do ensino de matemática em Singapura e proporciona a visualização pictórica na passagem entre o concreto e a abstração. Particularmente, o Modelo de Barras desenvolve o raciocínio sobre a relação Parte-Todo e Comparação e, por isso, julgamos adequado adotá-lo para trabalhar frações em nossas aulas.

Portanto, o desenvolvimento deste projeto tem como objetivo investigar a eficácia e as contribuições do Modelo de Barras no ensino da Matemática, especificamente no ensino de frações com foco em resoluções de problemas. Para isso, baseamo-nos em modelos e exercícios encontrados nos Livros *“My Pals Are Here!”* de Singapura para desenvolvermos uma sequência de folhas atividades que foram aplicadas em uma turma do sétimo ano de escola da rede pública do Estado de São Paulo.

Esta dissertação está estruturada da seguinte forma: no Capítulo 1 descrevemos as características da escola e da turma em que foram aplicadas as atividades, bem como a descrição e análise da avaliação diagnóstica feita. No Capítulo 2 descrevemos as aplicações de todas as folhas de atividades desenvolvidas por nós e fazemos breve análise. No Capítulo 3 apresentamos a avaliação final que foi aplicada à classe no final do período e uma discussão acerca dos resultados obtidos. O capítulo de Considerações Finais apresenta nossas reflexões acerca deste trabalho.

2 CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA E DIAGNÓSTICO DA TURMA

2.1 CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA E DOS ALUNOS

A Escola E. E. Prof. Arlindo Bittencourt localiza-se muito próxima à região central de São Carlos-SP, e recebe alunos do Ensino Fundamental II e Ensino Médio, cuja maioria de alunos provem de uma camada socioeconomicamente carente. Tal fator influencia de forma negativa no rendimento escolar desses alunos, visto que a maioria não tem estrutura familiar adequada que acompanhe e incentive os estudos, gerando certa displicência e até mesmo violência no ambiente escolar.

A turma em que as atividades foram desenvolvidas foi o 7º ano B. Trata-se de uma classe muito heterogênea, com alguns alunos muito motivados e com bom rendimento escolar, mas também com vários que apresentam uma defasagem muito grande não apenas em matemática, chegando a ter alunos ainda não letrados. Isso caracterizou-se como um desafio na aplicação das atividades, sendo necessário, em certo momento, fazer atividades diferenciadas para os grupos de alunos da sala. Além disso, há alguns alunos extremamente faltosos, gerando bastante dificuldade no acompanhamento e desenvolvimento das atividades propostas.

2.2 AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

A Avaliação Diagnóstica foi aplicada no dia 06/03/17 aos 22 alunos presentes. Foi composta por 10 questões de múltipla escolha, todas retiradas de edições anteriores de Avaliações do SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de SP) e das AAP's (Avaliação da Aprendizagem em Processo). Nesta, foi solicitado aos alunos que justificassem cada uma de suas respostas.

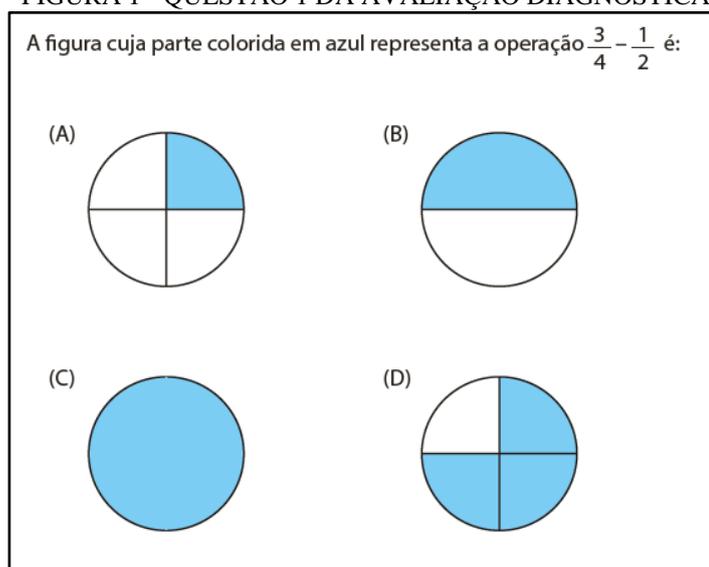
A Avaliação Diagnóstica aplicada encontra-se no Apêndice A e a sistematização dos resultados em tabela e gráficos no Apêndice B.

A inclusão do requerimento das justificativas das respostas dadas pelos alunos se deu com o propósito de colher dados que permitissem a análise das dificuldades encontradas pelos mesmos e fundamentassem a proposta da atividade prática do presente projeto utilizando a metodologia de modelo de barras.

A Questão 1 (Q1) foi retirada da AAP do 1º bimestre de 2016 (6º ano), que foi classificada como sendo de nível médio. Nela está proposta a operação de subtração de

frações com denominadores diferentes e o resultado apresentado ficou muito aquém do esperado, visto que, com o auxílio da visualização geométrica presente nas alternativas, não era necessário realizar a operação de subtração que utilize mínimo múltiplo comum dos denominadores para resolvê-la, apenas conhecimento conceitual de frações, justamente a competência desejada para avaliar o conhecimento sobre este tópico. Além disso, foi uma das questões que os alunos mais tiveram dificuldade em justificar.

FIGURA 1 - QUESTÃO 1 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA



FONTE: AAP DO 1º BIMESTRE DE 2016 (6º ANO).

TABELA 1 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q1 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Alternativas	Qtde
A	8
B	7
C	2
D	5
Branco	0

FONTE: A autora (2017).

TABELA 2 - JUSTIFICATIVAS DA Q1 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

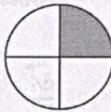
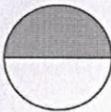
Justificativas	Qtde
Satisfatória	2
Insatisfatória	10
Não Apresentou	10

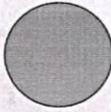
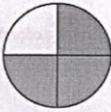
FONTE: A autora (2017).

Na imagem abaixo vemos que o aluno resolveu corretamente o exercício utilizando apenas a ferramenta pictórica:

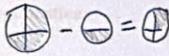
FIGURA 2 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 14 DA Q1 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 1:
A figura cuja parte colorida em azul representa a operação $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ é:

(A)  (B) 

(C)  (D) 

Justificativa:

 $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

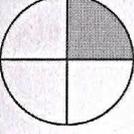
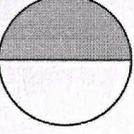


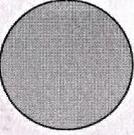
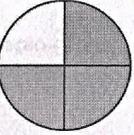
FONTE: A autora (2017).

No próximo exemplo vemos que o aluno expõe seu raciocínio fazendo uso da porcentagem. No entanto, não fica claro se ele chegou à resposta final através de cálculos aritméticos ou apenas com o recurso das imagens.

FIGURA 3 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 16 DA Q1 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 1:
A figura cuja parte colorida em azul representa a operação $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ é:

(A)  (B) 

(C)  (D) 

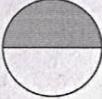
Justificativa:
vi que 100% dividido por quatro dá 25%.
sabendo disso retirei 50% = $\frac{1}{2}$ de 75% = $\frac{3}{4}$
e deu $\frac{1}{4}$ = 25% e a figura representa isso.

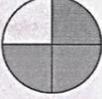
FONTE: A autora (2017).

Seguem abaixo algumas justificativas insatisfatórias apresentadas:

FIGURA 4 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DA Q1 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 1:
A figura cuja parte colorida em azul representa a operação $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ é:

(A)  (B) 

(C)  (D) 

Justificativa:
 $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$
eu cheguei a esse resultado porque
eu tirei $\frac{1}{2}$ do $\frac{3}{4}$ ai deu $\frac{2}{4}$ então
a resposta seria a B.

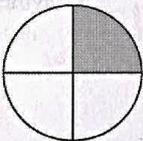
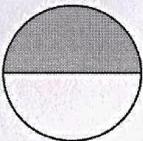
FONTE: A autora (2017).

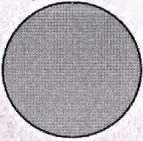
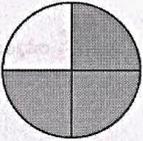
Aqui o aluno cometeu o erro comum de subtrair os dois numeradores e os dois denominadores. Além disso, para ser coerente com sua resposta, a mesma deveria ter assinalado a alternativa “C”. No entanto, o aluno marcou a alternativa “B” como resposta, ficando claro que ele também não sabia que $\frac{2}{2}$ representa 1 inteiro. Uma possibilidade de justificativa para ele ter assinalado tal alternativa é o fato de que é a única figura dividida em 2 partes. Outros alunos que apresentaram a mesma justificativa também assinalaram a mesma alternativa “B”. Esta abordagem indica evidências de que não há pensamento crítico dos alunos sobre os conceitos matemáticos.

Na imagem seguinte podemos ver uma justificativa em que o aluno subtraiu os numeradores dos respectivos denominadores em cada fração e ao final somou os dois resultados, obtendo o número 2 como resposta e assinalando a alternativa “B”.

FIGURA 5 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 12 DA Q1 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 1:
A figura cuja parte colorida em azul representa a operação $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ é:

(A)  (B) 

(C)  (D) 

Justificativa:

$$\begin{array}{r} 4 \quad 2 \quad 1 \\ -3 \quad -1 \quad +1 \\ \hline 1 \quad 1 \quad 2 \end{array}$$

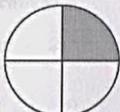
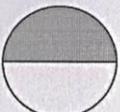
FONTE: A autora (2017).

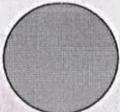
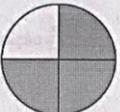
Uma resposta como acima mostra a importância de trabalhar a matemática por meio de conceitos bem definidos, pois a resposta indica um procedimento mecânico com dados numéricos, sem fundamentos, mostrando que o entendimento do aluno sobre a matemática é de efetuar cálculos aritméticos com números presentes no enunciado, de qualquer maneira.

Outra justificativa encontrada foi a seguinte:

FIGURA 6 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 21 DA Q1 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 1:
A figura cuja parte colorida em azul representa a operação $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ é:

(A)  (B) 

(C)  (D) 

Justificativa:
diagonal
 $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{5}{5}$ que equivale a 1 inteiro.
operação inversa

FONTE: A autora (2017).

Podemos ver que o aluno, justificando como “operação inversa”, somou os números das respectivas diagonais, resultando 1 inteiro e assinalando a alternativa “C”. Novamente, observamos uma atitude de proceder de forma mecânica, manipulando dados numéricos, e o conceito não faz parte do aprendizado. Isto motiva um trabalho de investigação e proposta de ensino da nossa parte como professora.

A Questão 2 (Q2) trabalha a passagem da linguagem materna para a linguagem numérica através da relação parte-todo, e também foi retirada da AAP do 1º bimestre de 2016 (6º ano), sendo classificada por esta como uma questão de nível fácil.

FIGURA 7 - QUESTÃO 2 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 2:
 A fração que representa 4 partes de um bolo que foi dividido em 5 partes é:

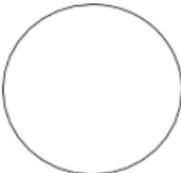
(A) $\frac{1}{5}$.

(B) $\frac{2}{5}$.

(C) $\frac{5}{4}$.

(D) $\frac{4}{5}$.

Represente as divisões do bolo na figura abaixo, pintando a fração pedida.



FONTE: AAP DO 1º BIMESTRE DE 2016 (6º ANO).

Na tabela abaixo vemos que foi uma das questões que teve maior número de acertos. Dentre as alternativas assinaladas incorretamente, 6 alunos escolheram a alternativa “C” levando a ponderar que, nesse caso, houve a inversão das definições de numerador e denominador. O restante (2 alunos) escolheu a alternativa “A”, que representa a parte que sobrou do bolo.

TABELA 3 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q2 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Alternativas	Qtde
A	2
B	0
C	6
D	14
Branco	0

FONTE: A autora (2017).

Com o intuito de observar se os alunos saberiam representar a divisão do círculo em partes iguais, bem como o numerador e o denominador de uma fração identificada como parte de um todo numa imagem, foi solicitado como justificativa que eles dividissem e pintassem a figura dada para representar o bolo.

Nessa questão, pudemos ver que apesar do grande número de acertos, apenas 4 alunos souberam fazer a representação corretamente. A maioria dos alunos dividiu o círculo incorretamente e não pintou nenhuma parte do mesmo. Em relação à divisão do bolo, a maioria dividiu em 5 partes, porém desiguais. Alguns dividiram em 4 partes ou até em 2. Outros pintaram a quantidade de partes solicitada (quatro), apesar da divisão desigual enquanto alguns pintaram 1 parte ou metade do círculo. Esta constatação constitui um diagnóstico de que, apesar de os alunos trazerem uma idéia de divisão de uma figura em partes para representar uma fração, o conceito matemático não está fixado, necessitando de uma retomada mais cuidadosa, com enfoque mais rigoroso nas aulas que devemos planejar e executar.

TABELA 4 - JUSTIFICATIVAS DA Q2 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Justificativas	Qtde
Satisfatória	4
Insatisfatória	17
Não Apresentou	1

FONTE: A autora (2017).

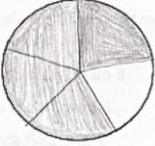
Seguem abaixo alguns exemplos das representações encontradas:

FIGURA 8 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DA Q2 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 2:
A fração que representa 4 partes de um bolo que foi dividido em 5 partes é:

(A) $\frac{1}{5}$.
(B) $\frac{2}{5}$.
(C) $\frac{5}{4}$.
() $\frac{4}{5}$.

Represente as divisões do bolo na figura abaixo, pintando a fração pedida:



FONTE: A autora (2017).

Na imagem acima vemos que o aluno sabe dividir corretamente um círculo em partes iguais e representar a relação parte-todo de uma fração.

FIGURA 9 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 8 DA Q2 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 2:
A fração que representa 4 partes de um bolo que foi dividido em 5 partes é:

(A) $\frac{1}{5}$.
(B) $\frac{2}{5}$.
(C) $\frac{5}{4}$.
() $\frac{4}{5}$.

Represente as divisões do bolo na figura abaixo, pintando a fração pedida:



FONTE: A autora (2017).

Acima constatamos que o aluno, apesar de acertar a alternativa do exercício, não sabe dividir o círculo em partes iguais. Porém, o aluno dividiu o círculo na quantidade de partes correta, o que evidencia que o mesmo sabe qual é o significado do denominador de uma fração em uma representação pictórica. Não há como saber se o aluno não pintou as partes

pedidas por não saber ou somente porque esqueceu (esta última possibilidade é possível, visto que ele acertou a resposta da questão e dividiu o círculo na quantidade correta de partes).

O aluno cuja resolução segue abaixo respondeu corretamente a questão, dividiu o círculo na quantidade correta de partes e pintou a quantidade pedida delas, mostrando que sabe atribuir os significados do numerador e do denominador na representação pictórica, porém não sabe fazer a divisão do círculo em partes iguais.

FIGURA 10 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 12 DA Q2 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 2:
A fração que representa 4 partes de um bolo que foi dividido em 5 partes é:

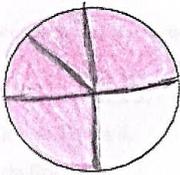
(A) $\frac{1}{5}$.

(B) $\frac{2}{5}$.

(C) $\frac{5}{4}$.

(D) $\frac{4}{5}$.

Represente as divisões do bolo na figura abaixo, pintando a fração pedida:



The figure shows a circle divided into five unequal parts by three lines: a vertical line, a horizontal line, and a diagonal line from the top-left to the bottom-right. The four parts on the left side of the circle are shaded pink, while the one part on the right side is white.

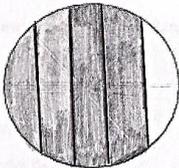
FONTE: A autora (2017).

FIGURA 11 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 21 DA Q2 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 2:
 A fração que representa 4 partes de um bolo que foi dividido em 5 partes é:

(A) $\frac{1}{5}$.
 (B) $\frac{2}{5}$.
 (C) $\frac{5}{4}$.
 (X) $\frac{4}{5}$.

Represente as divisões do bolo na figura abaixo, pintando a fração pedida:



FONTE: A autora (2017).

Na imagem acima vemos que o aluno compreende a relação parte-todo de uma fração, porém não sabe fazer a divisão correta de um círculo em partes iguais.

A Questão 3 (Q3) foi retirada do SARESP 2008 (5º ano) e aborda a habilidade 16 da matriz de referência do SARESP (Resolver problema envolvendo noções de porcentagem: 25%, 50%, 100%). Este exercício diferencia-se dos anteriores por envolver quantidades discretas, além, é claro, do significado de fração como porcentagem.

FIGURA 12 - QUESTÃO 3 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 3:
 No período da manhã da escola Aprendendo Sempre, estudam 400 alunos dos quais 25% são crianças com menos de 10 anos. O número de alunos desta escola com 10 ou mais anos de idade é

A) 250
 B) 300
 C) 325
 D) 375

Justificativa:

FONTE: Relatório Pedagógico SARESP 2008 (pag. 70).

Esta questão teve um número baixo de acertos (apenas 7), mas 6 dentre aqueles que acertaram apresentaram uma justificativa satisfatória.

TABELA 5 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q3 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Alternativas	Qtde
A	3
B	7
C	3
D	8
Branco	1

FONTE: A autora (2017).

TABELA 6 - JUSTIFICATIVAS DA Q3 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Justificativas	Qtde
Satisfatória	6
Insatisfatória	10
Não Apresentou	6

FONTE: A autora (2017).

Dentre alguns exemplos de respostas corretas, vemos que de alguma forma todos relacionaram 25% à quarta parte do total de alunos, denotando que as noções de porcentagem, 25% por exemplo, do currículo de ensino elementar de 1º ciclo estão presentes na memória, mas não as associa a outras estratégias de resolução, como por exemplo, operador multiplicativo ou regra de três, apesar dessas estratégias não serem objetivos primários dos primeiros anos do segundo ciclo do ensino fundamental. Isso não representa necessariamente um problema para resolver questões que envolvam a referida habilidade do SARESP, mas é sem dúvida um fator limitante para resolver problemas com valores diversificados de porcentagem, especialmente os não múltiplos de 10% e 5%.

FIGURA 13 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 7 DA Q3 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 3:

No período da manhã da escola Aprendendo Sempre, estudam 400 alunos dos quais 25% são crianças com menos de 10 anos. O número de alunos desta escola com 10 ou mais anos de idade é

A) 250
 B) 300
 C) 325
 D) 375

Justificativa:

Se 25% é 100 75% é 300
 $100 + 300 = 400$

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 14 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DA Q3 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 3:

No período da manhã da escola Aprendendo Sempre, estudam 400 alunos dos quais 25% são crianças com menos de 10 anos. O número de alunos desta escola com 10 ou mais anos de idade é

A) 250
 B) 300
 C) 325
 D) 375

Justificativa:

400 alunos
 25% - 10 anos

$$\begin{array}{r} 400 \\ \times 25\% \\ \hline 00 \\ 00 \\ 00 \\ \hline 100 \\ 100 \\ \hline 300 \end{array}$$

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 15 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 16 DA Q3 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 3:
 No período da manhã da escola Aprendendo Sempre, estudam 400 alunos dos quais 25% são crianças com menos de 10 anos. O número de alunos desta escola com 10 ou mais anos de idade é

A) 250
 B) 300
 C) 325
 D) 375

Justificativa:
 vi que 50% de 400 é 200 e que a metade de 50% é 25%
 sendo assim 25% de 400 é 100.
 E trezentos alunos tem 10 ou mais anos de idade.

FONTE: A autora (2017).

Dentre os alunos que erraram na escolha da alternativa, a maioria assinalou a alternativa “D”, chegando à este resultado através do cálculo: $400 - 25 = 375$, como evidenciam as imagens abaixo. Tal fato mostra que a maioria dos alunos desconhece o significado do símbolo “%” e, conseqüentemente, qualquer estratégia de resolução correta de exercícios que envolvam porcentagem. Isto evidencia também a postura anteriormente diagnosticada dos alunos efetuarem cálculos sem justificativas com quaisquer dados numéricos lidos no enunciado. Ou ainda, como no registro abaixo que corrobora esta análise.

FIGURA 16 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DA Q3 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 3:
 No período da manhã da escola Aprendendo Sempre, estudam 400 alunos dos quais 25% são crianças com menos de 10 anos. O número de alunos desta escola com 10 ou mais anos de idade é

A) 250
 B) 300
 C) 325
 D) 375

Justificativa:
 Eu peguei os 400 alunos e coloquei
 a “%” pra ficar igual o “25%” aí
 eu fiz a conta de menos

Handwritten calculation:

$$\begin{array}{r} 375\% \\ - 25\% \\ \hline 375\% \end{array}$$

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 17 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 20 DA Q3 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 3:
 No período da manhã da escola Aprendendo Sempre, estudam 400 alunos dos quais 25% são crianças com menos de 10 anos. O número de alunos desta escola com 10 ou mais anos de idade é

A) 250
 B) 300
 C) 325
 D) 375

Justificativa: Porque 400 em penss como 100% de em tirar o 25% que deu 375

$$\begin{array}{r} 400 \\ - 25 \\ \hline 375 \end{array}$$

FONTE: A autora (2017).

A Questão 4 (Q4) apresentou um grande número de acertos, sendo que metade destes conseguiu justificar suas respostas. Retirada do SARESP 2015 (5º ano), ela abordou a habilidade 06 da matriz de referência: Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados (parte/todo, quociente, razão).

FIGURA 18 - QUESTÃO 4 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 4:
 Ao ler um livro de 100 páginas, o estudante decidiu ler 20 páginas por dia. Essa quantidade é equivalente a ler, por dia:

(A) $\frac{1}{5}$ do livro.
 (B) $\frac{1}{4}$ do livro.
 (C) $\frac{1}{3}$ do livro.
 (D) $\frac{1}{2}$ do livro.

Justificativa:

FONTE: Relatório Pedagógico SARESP 2015 (pag. 111).

Foi uma questão com um número alto de acertos, mas sem muitas justificativas plausíveis.

TABELA 7 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q4 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Alternativas	Qtde
A	14
B	2
C	2
D	3
Branco	1

FONTE: A autora (2017).

TABELA 8 - JUSTIFICATIVAS DA Q4 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Justificativas	Qtde
Satisfatória	7
Insatisfatória	6
Não Apresentou	9

FONTE: A autora (2017).

Alguns exemplos de justificativas dadas pelos alunos que acertaram:

FIGURA 19 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 14 DA Q4 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 4:
Ao ler um livro de 100 páginas, o estudante decidiu ler 20 páginas por dia. Essa quantidade é equivalente a ler, por dia:

~~(A)~~ $\frac{1}{5}$ do livro.
(B) $\frac{1}{4}$ do livro.
(C) $\frac{1}{3}$ do livro.
(D) $\frac{1}{2}$ do livro.

Justificativa:

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 5 \\ \hline 100 \end{array}$$

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 20 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DA Q4 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 4:
Ao ler um livro de 100 páginas, o estudante decidiu ler 20 páginas por dia. Essa quantidade é equivalente a ler, por dia:

~~(A)~~ $\frac{1}{5}$ do livro. 20
 20
(B) $\frac{1}{4}$ do livro. 20
 20
(C) $\frac{1}{3}$ do livro. 20
 20
(D) $\frac{1}{2}$ do livro. 20
 100

Justificativa:
Eu fiz a conta $20+20...$ até dar 100 aí deu 5 vezes o 20 aí a resposta que corresponde ao meu resultado é $\frac{1}{5}$.

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 21 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 16 DA Q4 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 4:
 Ao ler um livro de 100 páginas, o estudante decidiu ler 20 páginas por dia. Essa quantidade é equivalente a ler, por dia:

(A) $\frac{1}{5}$ do livro.
 (B) $\frac{1}{4}$ do livro.
 (C) $\frac{1}{3}$ do livro.
 (D) $\frac{1}{2}$ do livro.

Justificativa:
 Dividindo 100 por 5 da 20 e seja $\frac{1}{5}$ e igual a $\frac{20}{100}$.

FONTE: A autora (2017).

Podemos observar que todos verificaram, de alguma forma, que 20 cabe 5 vezes dentro de 100 e associaram à fração $\frac{1}{5}$. O aluno 14 e o aluno 11 utilizaram, respectivamente, a multiplicação e a soma como estratégia de resolução, enquanto o aluno 16 utilizou a divisão. No entanto, este último foi o único que associou claramente seu pensamento à noção de razão, ou seja, embora os demais alunos tenham acertado a alternativa correta, as diferentes formas de resoluções apontam que eles não têm consolidado o conceito de fração como razão.

Em relação às respostas incorretas, estas ficaram divididas igualmente entre as demais alternativas e a maioria não apresentou justificativa ou nenhuma que evidencie algo possível de associar com a alternativa escolhida. Novamente consideramos este resultado como um desafio para nós na recuperação do conhecimento com significados para a aprendizagem dos alunos.

A Questão 5 (Q5), que buscou verificar a habilidade dos alunos em transformar uma fração em número misto, foi retirada da AAP do 1º bimestre de 2016 (6º ano).

FIGURA 22 - QUESTÃO 5 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 5:

O número misto que corresponde à fração $\frac{5}{2}$ será

(A) $2\frac{1}{2}$.

(B) $5\frac{1}{2}$.

(C) $2\frac{3}{2}$.

(D) $4\frac{3}{2}$.

Justificativa:

FONTE: AAP do 1º bimestre de 2016 (6º ano).

Foi a questão que apresentou pior desempenho entre os alunos: apenas 2 acertos e 1 justificativa correta.

TABELA 9 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q5 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Alternativas	Qtde
A	2
B	10
C	5
D	4
Branco	1

FONTE: A autora (2017).

TABELA 10 - JUSTIFICATIVAS DA Q5 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Justificativas	Qtde
Satisfatória	1
Insatisfatória	11
Não Apresentou	10

FONTE: A autora (2017).

Seguem exemplos de justificativas encontradas:

FIGURA 23 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 16 DA Q5 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 5:

O número misto que corresponde à fração $\frac{5}{2}$ será

(A) $2\frac{1}{2}$.

(B) $5\frac{1}{2}$.

(C) $2\frac{3}{2}$.

(D) $4\frac{3}{2}$.

Justificativa:

Porque que $\frac{4}{2}$ é igual a 2 ou seja
 $2\frac{1}{2}$ é igual $\frac{5}{2}$.

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 24 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 12 DA Q5 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 5:

O número misto que corresponde à fração $\frac{5}{2}$ será

(A) $2\frac{1}{2}$.

(B) $5\frac{1}{2}$.

(C) $2\frac{3}{2}$.

(D) $4\frac{3}{2}$.

Justificativa:

Porque $2 + 2 = 4 + 1 = 5$

FONTE: A autora (2017).

Acima temos as justificativas dos únicos dois alunos que acertaram a alternativa da questão. No entanto, apenas o aluno 16 mostra claramente compreender que 2 inteiros são equivalente à 4 metades e, portanto, somando mais uma metade temos 5 meios, enquanto o aluno 12 apenas somou os números presentes na alternativa.

FIGURA 25 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DA Q5 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 5:

O número misto que corresponde à fração $\frac{5}{2}$ será

(A) $2\frac{1}{2}$.

~~(B) $5\frac{1}{2}$.~~

(C) $2\frac{3}{2}$.

(D) $4\frac{3}{2}$.

Justificativa:

$5 \times \frac{1}{2} = 5$

FONTE: A autora (2017).

Aqui, como grande parte dos alunos, o aluno 16 optou pela alternativa “B” confundindo-se com a operação de multiplicação entre um número inteiro e uma fração.

Outros, como o aluno 11 abaixo, optaram pela alternativa “C”, justificando através da operação de soma do número inteiro e do numerador da fração.

FIGURA 26 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DA Q5 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 5:

O número misto que corresponde à fração $\frac{5}{2}$ será

(A) $2\frac{1}{2}$.

(B) $5\frac{1}{2}$.

(C) $2\frac{3}{2}$.

(D) $4\frac{3}{2}$.

Justificativa:
 Eu coloquei $2\frac{3}{2}$ porque de vez em quando o 2 e o 3 vai da 5 e vai sobrar o 2 em baixo e vai dar igual lá em cima $\frac{5}{2}$.

(B) terça parte d
 (C) metade da a
 (D) metade da a

Justificativa:
 metade
 porque
 pouco

FONTE: A autora (2017).

Isso mostra o quase total desconhecimento da classe em relação ao conceito de frações mistas e também sobre operações entre números inteiros e frações. Isso deriva do desconhecimento original do conceito de frações que implica na falha subsequente, evidenciando claramente as falhas na aprendizagem. O desafio que se põe aos professores justifica uma investigação desta natureza que fundamenta as propostas didáticas que podem ser trazidas para a sala de aula.

A Questão 6 (Q6) da avaliação diagnóstica consta na AAP do 2º bimestre de 2016 (6º ano) e aborda a fração como comparação e proporção, além da sua escrita. Portanto, para resolver essa questão, além do aluno conseguir comparar corretamente as imagens, era necessário que ele relacionasse sua resposta à escrita correta, ou seja, saber que a fração $\frac{1}{2}$ lê-se um meio ou metade. Já a fração $\frac{1}{3}$ lê-se um terço ou a terça parte e a fração $\frac{1}{4}$ lê-se um quarto ou a quarta parte.

FIGURA 27 - QUESTÃO 6 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 6:

Na ilustração a seguir, a altura da figura 5 corresponde à:

Fonte da figura: www.cangurudematematicabrasil.com.br (adaptada). Acesso em 18.04.2016.

(A) quarta parte da altura da figura 3.
 (B) terça parte da altura da figura 4.
 (C) metade da altura da figura 2.
 (D) metade da altura da figura 1.

Justificativa:

FONTE: AAP do 2º bimestre de 2016 (6º ano).

Com apenas 5 acertos e 2 justificativas corretas, foi uma das questões com menor desempenho do diagnóstico.

TABELA 11 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q6 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Alternativas	Qtde
A	3
B	5
C	5
D	9
Branco	0

FONTE: A autora (2017).

TABELA 12 - JUSTIFICATIVAS DA Q6 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Justificativas	Qtde
Satisfatória	2
Insatisfatória	10
Não Apresentou	10

FONTE: A autora (2017).

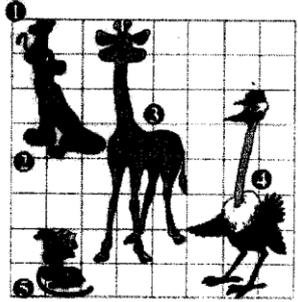
Esta questão evidencia outra falha no conhecimento dos alunos. Além de não demonstrar habilidade na interpretação de frações enquanto representações com números, os alunos não estão associando a matemática com situações da realidade em que as grandezas, como altura neste exercício, podem ser comparadas e expressas usando o conceito de frações. O abstrato da representação matemática de fração não corresponde a contextos do mundo real.

O aluno 15 resolveu corretamente a questão, demonstrando que compreende que 2 é a terça parte de 6:

FIGURA 28 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DA Q6 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 6:

Na ilustração a seguir, a altura da figura 5 corresponde à:



Fonte da figura: www.cangurudematematicabrasil.com.br (adaptada). Acesso em 18.04.2016.

(A) quarta parte da altura da figura 3.
 (B) terça parte da altura da figura 4.
 (C) metade da altura da figura 2.
 (D) metade da altura da figura 1.

Justificativa:
 figura 5 - altura 2 quadradinhos
 figura 4 - altura 6 quadradinhos

$$\frac{6}{2} = 3$$

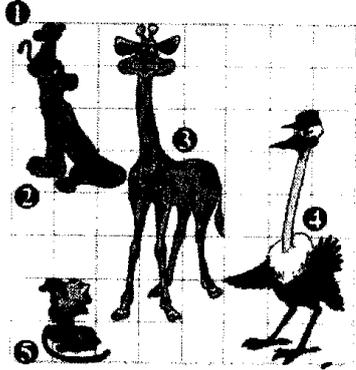
FONTE: A autora (2017).

Como no exemplo abaixo, muitos alunos constataram corretamente uma relação 2:1 entre as alturas das figuras 5 e 1, mas inverteram a correspondência ao assinalarem a alternativa “D” (relação 1:2 entre as alturas da figura 1 e 5), como fez o aluno 12 a seguir:

FIGURA 29 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 12 DA Q6 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 6:

Na ilustração a seguir, a altura da figura 5 corresponde à:



Fonte da figura: www.cangurudematematicabrasil.com.br (adaptada). Acesso em 18.04.2016.

(A) quarta parte da altura da figura 3.
 (B) terça parte da altura da figura 4.
 (C) metade da altura da figura 2.
 (D) metade da altura da figura 1.

Justificativa:
 Porque a figura 5 ocupa 2 quadradinhos e o 1
 ocupa 1

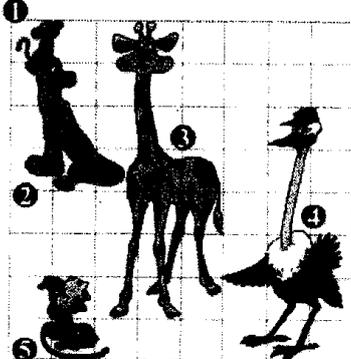
FONTE: A autora (2017).

Outros, como o aluno 17, escolheram a alternativa “D”, possivelmente somando a altura da figura 1 com a altura da figura 2 ao fazer a comparação com a figura 5:

FIGURA 30 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 17 DA Q6 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 6:

Na ilustração a seguir, a altura da figura 5 corresponde à:



Fonte da figura: www.cangurudematematicabrasil.com.br (adaptada). Acesso em 18.04.2016.

(A) quarta parte da altura da figura 3.
 (B) terça parte da altura da figura 4.
 (C) metade da altura da figura 2.
 (D) metade da altura da figura 1.

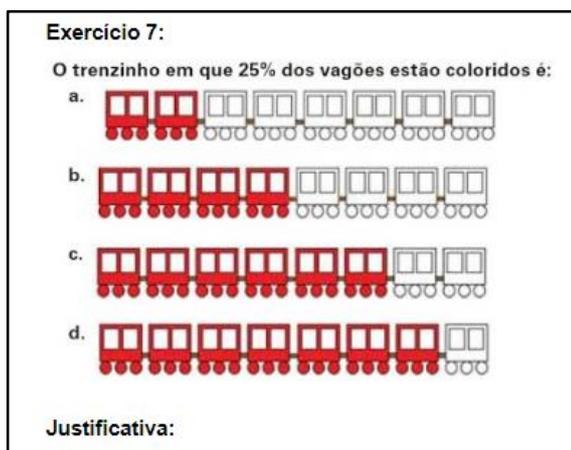
Justificativa:
 porque a figura 1 mede 4 quadradinhos e a figura 5 mede 2 quadradinhos, que é a metade de 4.

FONTE: A autora (2017).

Os dados acima evidenciam uma defasagem muito grande dos alunos em relação à comparação de grandezas, bem como proporção e compreensão de texto.

A Questão 7 (Q7) foi retirada do SARESP 2009 (5º ano) e trabalha a mesma habilidade da questão 3: resolver problema envolvendo noções de porcentagem: 25%, 50%, 100%.

FIGURA 31 - QUESTÃO 7 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA



FONTE: Relatório Pedagógico SARESP 2009 (pag. 103).

Porém, ao contrário da questão 3, esta apresentou um desempenho mais satisfatório dos alunos e quase todos que acertaram apresentaram alguma justificativa. Creio que a utilização do recurso pictórico presente como fator diferencial da questão 3 foi determinante para o melhor desempenho dos alunos aqui.

TABELA 13 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q7 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Alternativas	Qtde
A	12
B	2
C	1
D	6
Branco	1

FONTE: A autora (2017).

TABELA 14 - JUSTIFICATIVAS DA Q7 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Justificativas	Qtde
Satisfatória	9
Insatisfatória	5
Não Apresentou	8

FONTE: A autora (2017).

Seguem abaixo alguns exemplos apresentados como justificativa:

FIGURA 32 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 14 DA Q7 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 7:
O tremzinho em que 25% dos vagões estão coloridos é:



b. 

c. 

d. 

Justificativa:

$100\% = 8 \text{ vagões}$
 $50\% = 4 \text{ vagões}$
 $25\% = 2 \text{ vagões}$

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 33 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 16 DA Q7 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 7:

O tremzinho em que 25% dos vagões estão coloridos é:



b. 

c. 

d. 

Justificativa:
 dividi os vagões por quatro e deu dois que significa 25%.

FONTE: A autora (2017).

Pelos exemplos acima, constatamos que eles associaram de alguma forma 25% à $\frac{1}{4}$ do total. Novamente, vemos a ausência de estratégias diferenciadas de resolução, assim como na questão 3, o que nos leva a concluir a existência de uma limitação grande em relação à exercícios com porcentagem. Isso nos leva a refletir que o ensino de porcentagem em anos iniciais é demasiado limitado prejudicando a extensão desse conceito para a definição geral de porcentagem, em contextos mais concretos de anos do II ciclo do ensino fundamental.

Abaixo temos um exemplo de um aluno que errou a questão, mostrando desconhecer até mesmo o significado de porcentagens mais usuais:

FIGURA 34 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 18 DA Q7 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 7:

O tremzinho em que 25% dos vagões estão coloridos é:

a. 

b. 

c. 

d. 

Justificativa:

Porque 25% é metade e a unico figura que to mostrando metade é a (b).

FONTE: A autora (2017).

Com a Questão 8 (Q8) podemos verificar se os alunos conseguem identificar o número decimal correspondente a uma fração decimal dada (habilidade 07 da Matriz de Referência do SARESP).

FIGURA 35 - QUESTÃO 8 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 8:

Lucia, Dandara, Tabata e Danubia receberam, cada uma, um ticket numerado para concorrerem ao sorteio de um perfume:

			
Lúcia	Dandara	Tabata	Danúbia
1,2	1,02	1,20	1,002

O número premiado foi $\frac{102}{100}$

A menina ganhadora foi:

a. Lúcia.
b. Dandara.
c. Tabata.
d. Danúbia.

FONTE: Relatório Pedagógico SARESP 2009 (pag. 96).

Essa questão foi retirada do SARESP 2009 (5º ano) e nela foi classificada como nível fácil. De fato, foi a questão com maior número de acertos da avaliação diagnóstica (19 de um total de 22), porém com um número baixo de justificativas em relação ao total de acertos. Tal

fato mostra que ou os alunos aprenderam de forma mecânica a fórmula “andar casas com a vírgula” ou fizeram alguma relação intuitiva com as alternativas disponíveis.

TABELA 15 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q8 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Alternativas	Qtde
A	2
B	19
C	0
D	1
Branco	0

FONTE: A autora (2017).

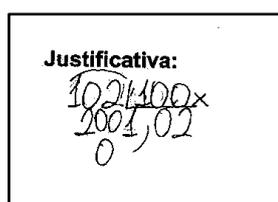
TABELA 16 - JUSTIFICATIVAS DA Q8 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Justificativas	Qtde
Satisfatória	5
Insatisfatória	9
Não Apresentou	8

FONTE: A autora (2017).

Os alunos que apresentaram alguma justificativa relacionaram corretamente o significado de fração como quociente. Vejamos abaixo algumas justificativas encontradas:

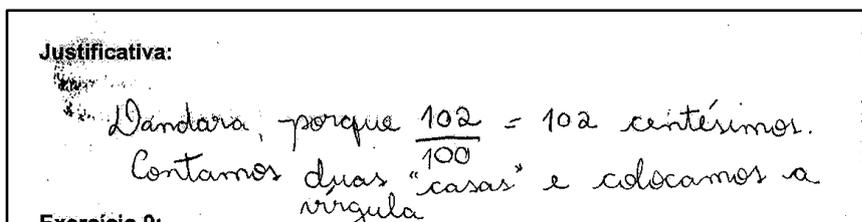
FIGURA 36 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DA Q8 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA



FONTE: A autora (2017).

O aluno 15 (acima) mostra que compreende que a fração pode ter o significado de quociente, como neste caso, enquanto o aluno 21 (abaixo) justifica pelo deslocamento da vírgula sem fazer a relação com a divisão entre o numerador e o denominador.

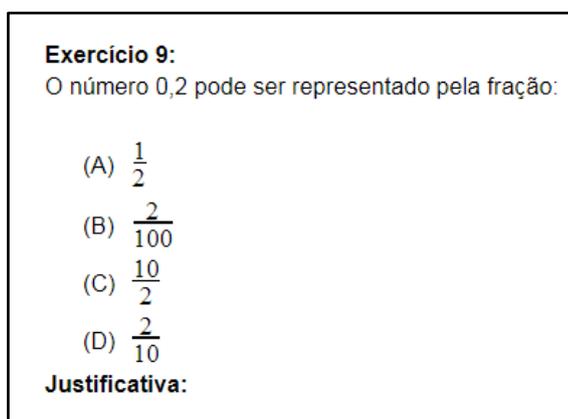
FIGURA 37 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 21 DA Q8 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA



FONTE: A autora (2017).

A Questão 9 (Q9) foi adaptada da AAP do 2º bimestre de 2016 (5º ano) e busca analisar a habilidade 13 da Matriz de Avaliação Processual: Relacionar representações fracionária e decimal de um mesmo número racional. O enunciado utilizado foi o mesmo, porém algumas alternativas foram alteradas.

FIGURA 38 - QUESTÃO 9 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA



FONTE: Relatório Pedagógico SARESP 2009 (pag. 102).

Diferentemente da questão anterior, poucos alunos acertaram essa questão e também poucos souberam justificar. Isso mostra que nem sempre os acertos de uma questão significam compreensão conceitual, pois os procedimentos mecânicos ocultam as falhas de aprendizagem.

TABELA 17 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q9 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Alternativas	Qtde
A	6
B	3
C	5
D	6
Branco	2

FONTE: A autora (2017).

TABELA 18 - JUSTIFICATIVAS DA Q9 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Justificativas	Qtde
Satisfatória	2
Insatisfatória	3
Não Apresentou	17

FONTE: A autora (2017).

Entre os que não acertaram, a maioria optou pelas alternativas “A” ou “C”, provavelmente relacionando a fração ao número 2 existente na representação decimal do número, no primeiro caso e invertendo tanto o numerador quanto o denominador no segundo caso. Além da não compreensão do quociente, não há identificação de 0,2 e $\frac{2}{10}$ na língua materna.

Aqueles que justificaram também relacionaram corretamente o significado de fração como quociente, como podemos observar abaixo:

FIGURA 39 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DA Q9 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 9:
O número 0,2 pode ser representado pela fração:

(A) $\frac{1}{2}$
(B) $\frac{2}{100}$
(C) $\frac{10}{2}$
 $\frac{2}{10}$

Justificativa:

$$\frac{20}{10} \times$$

$$0,2$$

FONTE: A autora (2017).

A décima e última questão foi adaptada de uma questão do SARESP 2011 (5º ano) e contempla a habilidade 12 da sua Matriz de Referência: Resolver problemas que envolvam a adição ou a subtração, em situações relacionadas aos seus diversos significados:

FIGURA 40 - QUESTÃO 10 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 10:
Os amigos Pedro, Renato e Roberto comemoraram a vitória do seu time em uma pizzaria. Eles dividiram uma pizza em 8 pedaços iguais. Pedro comeu 3 pedaços, Renato comeu 1 pedaço e Roberto comeu 2 pedaços dessa pizza. Qua fração da pizza sobrou?

(A) $\frac{6}{8}$ **Justificativa:**
(B) $\frac{8}{6}$
(C) $\frac{2}{8}$
(D) $\frac{4}{8}$

FONTE: Adaptado de Relatório Pedagógico SARESP 2011 (pag. 74).

Com o segundo maior número de acertos e maior quantidade de justificativas, vimos que os alunos não tiveram dificuldades em resolver a questão, embora tenhamos aumentado o nível de dificuldade da mesma ao retirarmos os denominadores presentes na questão original.

FIGURA 41 - QUESTÃO ORIGINAL DA Q10 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Os amigos Pedro, Renato e Roberto comemoraram a vitória do seu time em uma pizzaria. Eles dividiram uma pizza em 8 pedaços iguais. Pedro comeu $\frac{3}{8}$, Renato comeu $\frac{1}{8}$ e Roberto comeu $\frac{2}{8}$ dessa pizza.

Que fração da pizza eles comeram?

(A) $\frac{6}{8}$

(B) $\frac{4}{8}$

(C) $\frac{6}{14}$

(D) $\frac{6}{24}$

FONTE: Relatório Pedagógico SARESP 2011 (pag. 74).

TABELA 19 - DISTRIBUIÇÃO DE ALTERNATIVAS DA Q10 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Alternativas	Qtde
A	1
B	5
C	15
D	1
Branco	0

FONTE: A autora (2017).

TABELA 20 - JUSTIFICATIVAS DA Q10 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Justificativas	Qtde
Satisfatória	12
Insatisfatória	4
Não Apresentou	6

FONTE: A autora (2017).

A maioria dos alunos que erraram, optaram pela alternativa "B", provavelmente referindo-se à quantidade de pedaços comidos e, além disso, invertendo a posição do numerador e denominador. Nenhum aluno que errou apresentou alguma justificativa para ilustrarmos.

Quanto aos alunos que acertaram a questão, vários justificaram através de operações de adição e subtração e outros ilustraram pela divisão da pizza. Interessante notar que todos que optaram por justificar através do desenho dividindo a pizza fizeram de forma correta, ao contrário da segunda questão dessa mesma avaliação. Ou seja, dividir um círculo em quantidade par de partes não se caracterizou como dificuldade aos alunos, enquanto que dividir um círculo em número ímpar de partes sim.

FIGURA 42 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 16 DA Q10 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 10:
Os amigos Pedro, Renato e Roberto comemoraram a vitória do seu time em uma pizzaria. Eles dividiram uma pizza em 8 pedaços iguais. Pedro comeu 3 pedaços, Renato comeu 1 pedaço e Roberto comeu 2 pedaços dessa pizza. Qua fração da pizza sobrou?

(A) $\frac{6}{8}$
(B) $\frac{8}{6}$
~~(C) $\frac{2}{8}$~~
(D) $\frac{4}{8}$

Justificativa:
Eles comeram $\frac{6}{8}$ de $\frac{8}{8}$ retirando $\frac{6}{8}$ de $\frac{8}{8}$ sobrou $\frac{2}{8}$.

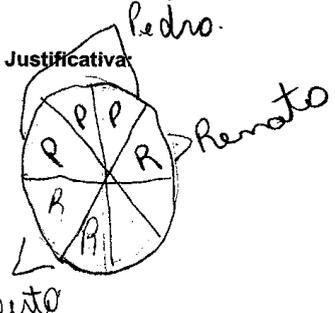
FONTE: A autora (2017).

FIGURA 43 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DA Q10 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 10:
Os amigos Pedro, Renato e Roberto comemoraram a vitória do seu time em uma pizzaria. Eles dividiram uma pizza em 8 pedaços iguais. Pedro comeu 3 pedaços, Renato comeu 1 pedaço e Roberto comeu 2 pedaços dessa pizza. Qua fração da pizza sobrou?

(A) $\frac{6}{8}$
(B) $\frac{8}{6}$
~~(C) $\frac{2}{8}$~~
(D) $\frac{4}{8}$

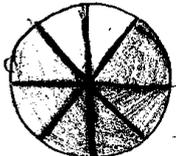
Justificativa:



FONTE: A autora (2017).

FIGURA 44 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 13 DA Q10 DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Exercício 10:
Os amigos Pedro, Renato e Roberto comemoraram a vitória do seu time em uma pizzaria. Eles dividiram uma pizza em 8 pedaços iguais. Pedro comeu 3 pedaços, Renato comeu 1 pedaço e Roberto comeu 2 pedaços dessa pizza. Qua fração da pizza sobrou?

(A) $\frac{6}{8}$ **Justificativa:** 

(B) $\frac{8}{6}$

(C) $\frac{2}{8}$

(D) $\frac{4}{8}$

FONTE: A autora (2017).

Observamos que a utilização do recurso pictórico auxiliou os alunos a resolverem e a justificarem suas respostas na questão 10.

Diante dos resultados obtidos na Avaliação Diagnóstica, constatamos que os alunos têm um déficit muito grande no que se refere a conceitos e procedimentos em relação ao conteúdo de Frações. Até conseguem resolver algumas questões, mas não conseguem justificar suas respostas, o que mostra uma aprendizagem muito superficial do conteúdo, apoiando-se muito nas análises das alternativas presentes em cada questão. Também apresentam dificuldades nos conceitos básicos, como a necessidade do “todo” considerado ser dividido em partes iguais e em realizar operações entre frações.

Dessa forma, constatamos a necessidade de propor atividades que propiciem o resgate e a aprendizagem significativa do conteúdo de frações, revisando o que foi visto nas séries anteriores e buscando avançar no nível de aprendizagem. Além disso, essas atividades precisam possibilitar que os alunos desenvolvam as habilidades de interpretação dos enunciados e a sistematização e transmissão adequadas de suas respostas.

Por isso, elaboramos as folhas de atividades descritas a seguir, baseadas em situações problemas e na metodologia do Modelo de Barras de Singapura.

3 APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

3.1 ATIVIDADES E METODOLOGIA UTILIZADAS

As atividades foram desenvolvidas em cinco aulas de 1h40 cada e foram baseadas nos livros *“My Pals Are Here!”*, volumes 3B, 4A e 5A, da coleção de livros didáticos da Singapura (Kheong at al, 2009) sendo que o enunciado de algumas questões foi reproduzido integralmente e de outras ligeiramente modificado (será evidenciado na exposição de cada exercício). As atividades que se referem a páginas desta coleção foram devidamente autorizadas pela Editora Marshall Cavendish. A escolha desta coleção se deve a um trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática da UFSCar, (Dotti, 2016), em que se evidenciou uma sequência didática apropriada para o ensino e aprendizagem do tópico de frações desde os anos iniciais do I ciclo do Ensino Fundamental, que fundamentaria a continuidade do estudo do conceito de frações no ano em que este projeto se destina.

Os conteúdos abordados foram: Fração de um Conjunto, Adição e Subtração de Frações e Frações Equivalentes. Inicialmente pretendia-se abordar também Multiplicação e Divisão de frações, mas devido à escassez de tempo para finalizar o projeto e à necessidade de incluir mais exercícios do que o previsto em relação aos conteúdos acima, não foi possível trabalhar estas últimas operações.

As folhas de atividades foram previamente preparadas, mas durante o percurso foram feitas adequações, como alterações, inclusões e exclusões de exercícios, de acordo com o rendimento dos alunos. Tudo isso será comentado na descrição das aplicações das atividades.

Além disso, diferentemente da metodologia utilizada nos Livros *“My Pals Are Here!”* em que são apresentados aos alunos esquemas e modelos de resolução para serem completados ou seguidos, optei inicialmente por não utilizá-los pelo motivo de que os alunos a que se destinam as atividades aqui desenvolvidas encontrarem-se em idade superior à dos participantes para os quais foram originalmente desenvolvidas. Não se pretende copiar ou trazer as atividades desenhadas para 5º ou 6º anos da coleção diretamente para nossa realidade. O que o projeto investiga é precisamente a transição das idéias que deveriam ter sido trabalhadas anteriormente para o currículo do 7º ano de forma a diminuir a defasagem diagnosticada com a análise relatada no capítulo anterior. Portanto, o foco foi utilizar a metodologia associada ao uso de barras fazendo as

adequações necessárias e não apenas aplicar os exercícios idênticos aos dos livros de referência. Por isso, inicialmente as folhas de atividades foram organizadas de tal forma que, após o enunciado de cada exercício, houvesse apenas um espaço em branco para o desenvolvimento da resolução. Na maioria dos casos, este espaço foi dividido em duas partes: uma para que o aluno pudesse tentar resolver sozinho a questão mobilizando seus conhecimentos anteriores ou adquiridos no decorrer das aulas, e outra parte onde pudesse ser copiada a resolução compartilhada por algum outro aluno ou pela professora, caso fosse necessário (ou seja, quando o aluno não conseguiu resolver de forma satisfatória na parte anterior ou o fez de forma diferente da pretendida, por exemplo, utilizando o modelo de barras que é a estratégia usada pela coleção em referência).

Em todas as aulas procurei ocupar a posição de professora mediadora, buscando que os alunos pudessem ser mais pró-ativos na construção dos seus conhecimentos.

De acordo com a constatação feita na avaliação diagnóstica e comentada ao final do capítulo anterior, os alunos apresentam falhas conceituais em conceitos primários de frações e também dificuldades em interpretar enunciados de problemas e apresentar adequadamente justificativas para suas respostas. Elaboramos uma sequência didática que visa sanar essas dificuldades, consolidando conceitos e operações básicas de frações.

Na Folha de Atividades 1 constam situações problema que abordam a relação parte-todo com quantidades discretas, para que os alunos possam, através da visualização pictórica com o modelo de barras, consolidar os conceitos de numerador e denominador, bem como as operações de adição e subtração de frações com mesmo denominador.

Na Folha de Atividades 2 damos continuidade com problemas que abordam adição e subtração de frações com mesmo denominador e avançamos conceitualmente trabalhando frações equivalentes, bem como adição e subtração entre frações com denominadores diferentes. Aqui, espera-se que o modelo de barras corrobore para que os alunos adquiram tais habilidades de forma não apenas operacional, mas atribuindo significado às mesmas.

A Folha de Atividades 3 visa fazer uma breve revisão dos conteúdos abordados na Folha de Atividades 1. Foi elaborada e inserida à sequência didática posteriormente.

A Folha de Atividades 4 é constituída de exercícios e problemas direcionados às defasagens específicas dos alunos, que foram agrupados em três turmas, de acordo com níveis de habilidades matemáticas verificadas. Com ela, objetivamos fazer um resgate dos conhecimentos

adquiridos nas aulas anteriores através de modelos de resolução por barras a serem seguidos para alguns ou consolidar o procedimento de modelagem por barras para outros por meio de situações problemas.

Por fim, na Avaliação Final que também foi elaborada de acordo com a divisão em turmas da Atividade 4, esperamos que os alunos sejam capazes de compreender e representar os dados dos problemas, utilizando ou não o modelo de barras e transmitir adequadamente suas respostas, de acordo com o nível em que se encontram.

3.2 DESCRIÇÃO AULA 1

A primeira aula aconteceu no dia 22/05/17 e estavam presentes 24 alunos.

Os alunos se organizaram em duplas, ficando livres para escolherem seus parceiros de acordo com suas próprias afinidades.

A Folha de Atividades da Aula 1 está no Apêndice C.

O exercício 1 foi baseado no exercício abaixo do Livro “*My Pals Are Here!*” - 4A, pag. 113:

FIGURA 45 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 4A

10 Sally had 18 stamps. She sold $\frac{1}{3}$ of them.
How many stamps had she left?

Method 1

$$\frac{1}{3} \times 18 = 1 \times 6 = 6$$

She sold 6 stamps.
 $18 - 6 = 12$
She had 12 stamps left.

Method 2

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

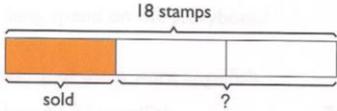
She had $\frac{2}{3}$ of her stamps left.
 $\frac{2}{3} \times 18 = 2 \times 6 = 12$
She had 12 stamps left.

Method 3

3 units = 18
1 unit = $18 \div 3 = 6$
She sold 6 stamps.

2 units = $6 \times 2 = 12$
Sally had 12 stamps left.

18 stamps



1 unit → the number of stamps Sally sold

2 units → the number of stamps Sally had left

113

FONTE: Livro My Pals Are Here - 4A, pag. 113.¹

FIGURA 46 - EXERCÍCIO 1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 1

Exercício 1: Sally tinha 18 selos. Ela vendeu $\frac{1}{3}$ deles. Quantos selos sobraram?

FONTE: Adaptado do Livro My Pals Are Here - 4A, pag. 113.

O enunciado utilizado foi idêntico, porém sem apresentar de antemão as formas de resolvê-lo. Esse exercício foi escolhido por ser conceitualmente simples, sendo assim julgado por nós interessante para introduzir o método de barras e resgatar conceitos iniciais sobre frações.

¹ © Marshall Cavendish Education. Adapted with permission.

Na folha de atividades, foi deixado apenas um espaço em branco após o enunciado, pois o exercício foi planejado para que os alunos pudessem ir construindo a resolução juntamente conosco.

Após a leitura do enunciado, perguntei aos alunos como poderiam resolver o problema proposto e pedi para uma aluna ir à lousa apresentar sua resolução:

FIGURA 47 - ALUNA EXPONDO RESOLUÇÃO NA LOUSA



FONTE: A autora (2017).

Pela imagem podemos ver que a aluna efetuou a divisão de 18 por 3, subtraindo o resultado do total para obter a quantidade de selos que sobraram, ou seja, apresentando apenas operações aritméticas sem qualquer justificativa para as mesmas. Nenhum aluno apresentou outra solução diferente dessa.

Visando introduzir o modelo de barras, perguntei aos alunos como poderíamos representar visualmente o total de selos e, diante do silêncio, fiz a sugestão de utilizarmos o retângulo. Desenhei um retângulo na lousa dividindo-o em 3 partes iguais, enfatizando aqui a necessidade da divisão em partes iguais no conceito de fração.

Nesse momento, exploramos junto aos alunos outras formas geométricas como o círculo e o triângulo e como poderíamos dividi-los em partes iguais, chamando alguns alunos à lousa para representá-los, conforme imagem abaixo:

FIGURA 48 - ALUNOS EFETUANDO DIVISÃO DE FIGURAS EM PARTES IGUAIS



FONTE: A autora (2017).

Quase nenhum aluno sabia dividir o círculo ou o triângulo em partes iguais, o que já era esperado pelo que foi observado na avaliação diagnóstica, sendo mostrado com a ajuda de outros alunos como se fazia isso. Foi deixado claro por mim aos alunos que estes poderiam utilizar a forma geométrica que preferissem, mas foi consenso entre todos que o retângulo proporciona maior facilidade para os objetivos desejados.

Voltando ao retângulo já desenhado, foi escrito em cada uma de suas três partes a quantidade discreta já conhecida pelos estudantes à que cada uma delas correspondia (seis) e também sua correspondência fracionária ($\frac{1}{3}$). Aqui, fiz o resgate dos conceitos de numerador e denominador, prosseguindo com a introdução das notações utilizadas pelo livro *“My Pals Are Here!”*, ou seja, evidenciando a que quantidade equivalem as 3 unidades do todo e, conseqüentemente, cada uma delas para então trabalhar diferentes métodos de obter o total das duas unidades, como proposto originalmente no livro, finalizando assim a resolução do exercício 1 desta aula.

Com as duas formas de resolução na lousa (a que foi feita inicialmente pela aluna e a segunda feita de acordo com o modelo de barras), todos os alunos disseram preferir a primeira, alegando que “dá menos trabalho” e “é mais fácil”. Dialoguei com eles no sentido de salientar a importância de justificar corretamente e de forma satisfatória suas resoluções, pois os mesmos não estão acostumados a fazê-lo e como o modelo de barras, além disso, pode auxiliar na

compreensão e resolução do problema. Porém, o objetivo não era convencê-los disso já no primeiro momento, mas que eles mesmos chegassem à essa conclusão com o decorrer das aulas.

Segue abaixo resolução copiada por aluna na folha de atividades:

FIGURA 49 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 1

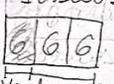
Exercício 1: Sally tinha 18 selos. Ela vendeu $\frac{1}{3}$ deles. Quantos selos sobraram?

1^o modo

$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 36} \\ \underline{06} \\ 12 \end{array}$$

2^o modo

18 selos



Vendeu $\frac{1}{3}$ ou

1 → numerador
3 → divisor
18 → denominador

3 unidades = 18
1 unidade = $\frac{18}{3} = 6$

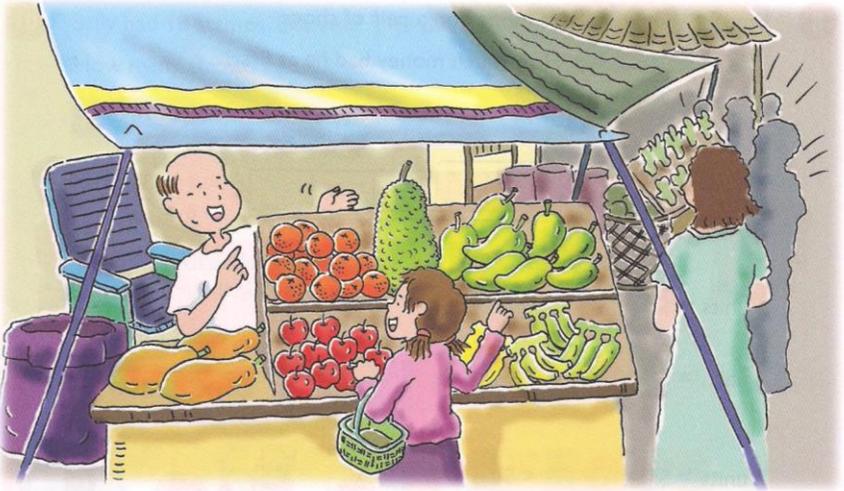
Sobraram = $\frac{2}{3} \times 18 = \frac{36}{3} = 12$
ou
 $2 \times 6 = 12$

R: Sobraram 12 selos.

FONTE: A autora (2017).

O Exercício 2 da Folha de Atividades 1 foi baseado no seguinte exercício do Livro “My Pals Are Here!” - 4A, pag 111:

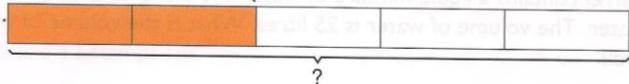
FIGURA 50 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 4A



7 Judy bought some fruits. $\frac{2}{5}$ of them were mangoes. She bought 12 mangoes.

How many fruits did Judy buy altogether?

12 mangoes



2 units = 12
1 unit = $12 \div 2$
= 6

5 units = 6×5
= 30

2 units → the number of mangoes bought

5 units → the number of fruits bought

Judy bought 30 fruits altogether.

111

FONTE: Livro My Pals Are Here - 4A, pag. 111.²

Abaixo, o enunciado do Exercício 2 da Folha de Atividades 1 onde pode ser visto que foi acrescido o item b:

² © Marshall Cavendish Education. Adapted with permission.

FIGURA 51 - EXERCÍCIO 2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 1

<p>Exercício 2: Aline comprou algumas frutas. $\frac{2}{5}$ delas eram mangas. Ela comprou 12 mangas.</p> <p>a) Quantas frutas Aline comprou ao todo?</p> <p>b) Quantas frutas eram de outro tipo? Que fração representa as frutas de outro tipo?</p>	
Sua resolução:	Resolução Compartilhada:

FONTE: Adaptado do Livro My Pals Are Here - 4A, pag. 111.

Este exercício aborda fração como parte-todo com quantidades discretas, sendo que agora o enunciado dá a quantidade referente à duas partes e o aluno precisa descobrir qual é o total, bem como encontrar a quantidade equivalente às três partes que faltam para completar o todo e sua fração correspondente abordando também, portanto, subtração de frações.

Após a leitura conjunta do enunciado, dessa vez foi dado um tempo para que os alunos pudessem tentar resolver sozinhos a questão e em seguida chamei dois alunos para irem à lousa mostrar para a classe a forma como resolveram.

FIGURA 52 - ALUNOS EXPONDO RESOLUÇÃO NA LOUSA



FONTE: A autora (2017).

Os alunos resolveram efetuando a divisão de 12 por 2, encontrando assim o valor referente à $\frac{1}{5}$ das frutas, para então, por meio da multiplicação, achar a quantidade total de frutas. No item “b”, efetuaram a subtração entre o total acima encontrado e a quantidade equivalente às duas partes, concluindo que este resultado refere-se à fração $\frac{3}{5}$ das frutas, sem justificar como chegaram à essa conclusão. Como ninguém sabia apresentar tal justificativa, intervi mostrando que uma forma de fazê-la seria utilizando o modelo de barras, complementando com a operação de subtração entre frações ($\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$). Abaixo vemos a resolução feita pelos alunos na lousa e copiada por outra aluna:

FIGURA 53 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 19 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 1

Sua resolução:

a) $12 \times \frac{5}{5} = 30$
 06 $\frac{6}{30}$
 R: Aline comprou 30 frutas

b) $30 - 12 = 18$
 $\frac{3}{5} = 18$
 R: 18 frutas eram de outro tipo. $\frac{3}{5} = 18$

FONTE: A autora (2017).

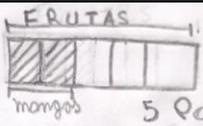
Vemos assim que os alunos não utilizaram o modelo de barras para resolver a questão, assim como nenhum outro aluno da sala.

Sempre dialogando com a turma, fiz na lousa a resolução da mesma questão pelo modelo de barras, como pode ser visto parcialmente abaixo pela cópia de uma aluna (embora esta tenha copiado na parte da folha destinada à resolução dela, o que não era o caso), porém nenhum aluno copiou a resolução exatamente igual a feita por mim na lousa.

FIGURA 54 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 23 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 1

Sua resolução:

$$\begin{array}{r} 12 \ 2x \\ 0 \ 6 \ 2x \\ \hline \end{array}$$



$6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30$

a-) Celine comprou 30² pontos
 $\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

b-) 18 pontos eram de outro tipo. A fração $\frac{3}{5}$ representa os pontos de outros tipos

FONTE: A autora (2017).

Novamente os alunos preferiram a primeira resolução, feita pelos alunos que foram à lousa. Ou seja, houve uma resistência grande entre os mesmos em mudar seus padrões de resolução. Além disso, observei que pouquíssimos alunos conseguiram resolver sozinhos o problema proposto. A maioria não sabia sequer por onde começar, nem mesmo extrair os dados do problema.

Além dessa resistência em aceitar uma nova metodologia por parte dos alunos que já conseguiam resolver a questão, também houve certa dificuldade quanto à participação de alguns alunos que costumam ficar apáticos durante as aulas e que, ao serem mais provocados a participarem nesta, sentiram-se um pouco incomodados e notadamente preguiçosos em ter que copiar as resoluções. No entanto, observei que a maioria dos alunos se empenhou em participar ativamente da aula, apesar das dificuldades em relação ao conteúdo.

No Apêndice C é possível ver que na Folha de Atividades 1 estava planejado mais um exercício para esta aula. No entanto, não foi possível executá-lo, pois o tempo não permitiu. Este exercício será trabalhado na próxima aula.

3.3 DESCRIÇÃO AULA 2

A segunda aula de aplicação das atividades foi realizada no dia 23/05/17 e nela estavam presentes 23 alunos.

De acordo com a constatação feita por mim na aula anterior, ou seja, de que os alunos apresentaram muitas dificuldades para resolver os problemas propostos e também a grande apatia por parte de alguns, dessa vez a sala foi organizada em formato de U, de forma que eu pudesse ter total visão dos alunos, bem como acessá-los facilmente, seja para ajudá-los ou visualizar o andamento das atividades. Dessa forma, também, todos os alunos se vêem e conseguem visualizar melhor a lousa e a professora.

FIGURA 55 - ORGANIZAÇÃO DOS ALUNOS EM “U” NA SALA DE AULA



FONTE: A autora (2017).

Iniciamos a aula com a resolução do Exercício 3 da Folha de Atividades 1, conforme Apêndice C e transcrito abaixo:

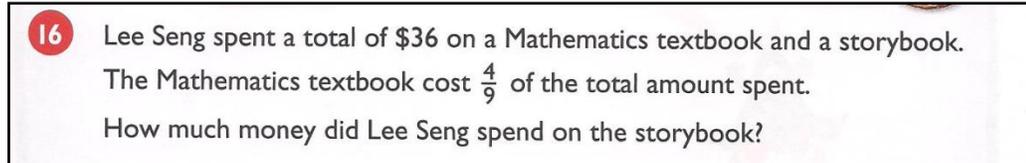
FIGURA 56 - EXERCÍCIO 3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 1

Exercício 3: Arthur gastou um total de R\$36,00 em um livro de matemática e um livro de contos. O livro de matemática custa $\frac{4}{5}$ do montante total gasto. Quanto dinheiro gastou Arthur no livro de contos? Que fração representa o dinheiro gasto no livro de contos?

FONTE: Adaptado do Livro My Pals Are Here - 4A, pag. 115.

A questão acima foi baseada no Exercício 16, pag. 115 do Livro “*My Pals Are Here!*”- 4A, porém com o acréscimo: “Que fração representa o dinheiro gasto no livro de contos?”.

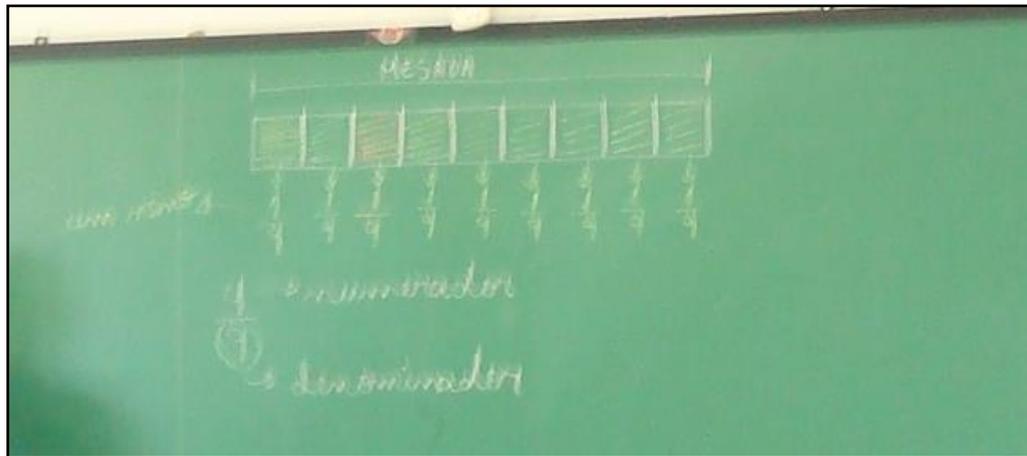
FIGURA 57 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 4A



FONTE: Livro My Pals Are Here - 4A, pag. 115.³

Após um aluno fazer a leitura da questão para a sala, resgatei junto aos alunos a metodologia de barras apresentada na aula anterior. Sempre dialogando com a classe, esperando que esta desse as indicações dos passos a seguir, desenhei na lousa um retângulo que foi dividido em nove partes iguais, o qual representava o total da mesada, ou seja, R\$36,00. Conforme eu indagava aos alunos, estes respondiam que cada uma das partes do retângulo representava $\frac{1}{9}$ e que cada uma delas correspondia à quantia de R\$4,00. Para chegar à esse valor, responderam que dividiram R\$36,00 por 9. Fiz também o resgate do conceito de numerador e denominador de uma fração, evidenciando-os na fração indicada na lousa, conforme imagem abaixo:

FIGURA 58 - RESGATE DOS CONCEITOS DA AULA ANTERIOR FEITO NA LOUSA PELA PROFESSORA



FONTE: A autora (2017).

Nesse momento, após o resgate inicial da aula anterior e interpretação do problema em conjunto com todos, foi dado um tempo para que todos pudessem tentar resolver a questão. Ao

³ © Marshall Cavendish Education. Adapted with permission.

observar o andamento da atividade, percebi que quase ninguém estava conseguindo resolvê-la e os poucos que a fizeram não utilizaram o método de barras, mesmo este estando explícito na lousa.

Segue abaixo a resolução feita por um aluno:

FIGURA 59 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 19 DO EX.3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 1

Exercício 3: Arthur gastou um total de R\$36,00 em um livro de matemática e um livro de contos. O livro de matemática custa $\frac{4}{9}$ do montante total gasto. Quanto dinheiro gastou Arthur no livro de contos? Que fração representa o dinheiro gasto no livro de contos?

Sua resolução:

$$\begin{array}{r} 36 \overline{) 9x} \\ \underline{0} \\ 4 \\ \underline{\times 4} \\ 16 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36 \\ - 16 \\ \hline 20 \end{array} \quad \frac{5}{9} = 20,00$$

R.: Arthur gastou R\$20,00 no livro de contos a fração que representa o gasto no livro de contos é $\frac{5}{9}$.

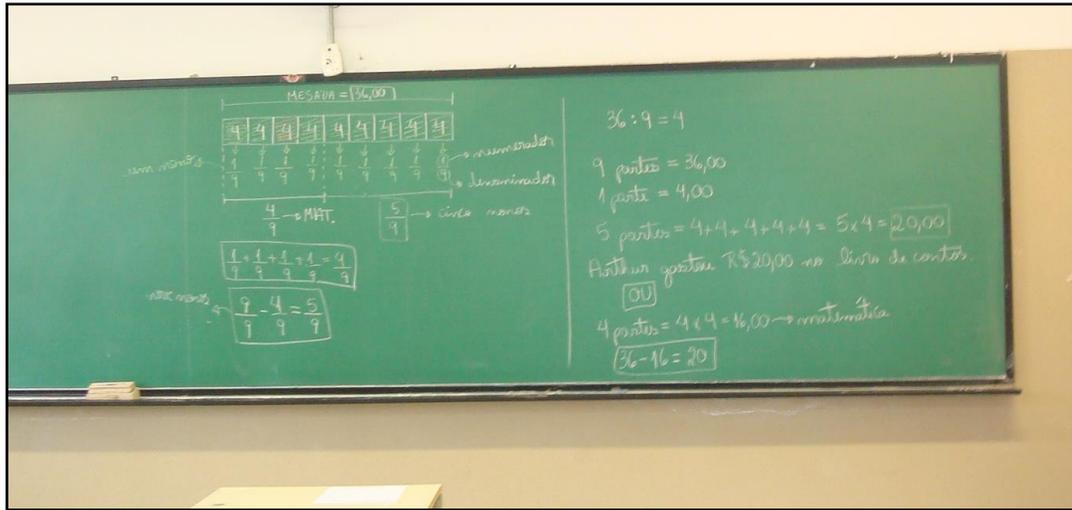
FONTE: A autora (2017).

Podemos observar que, apesar de obter o resultado correto, o aluno não justificou as passagens e as expôs de forma não organizada.

Dessa vez, achei melhor não chamar o aluno à lousa para mostrar sua resolução para que houvesse mais tempo de desenvolver o método de barras.

Assim, terminei a resolução da questão na lousa seguindo o mesmo esquema de resolução da aula anterior, dialogando com os estudantes e usando o modelo de barras para abordar o problema de forma integral, explorando ao máximo suas possibilidades e justificando cada etapa da resolução, conforme imagens abaixo:

FIGURA 60 - RESOLUÇÃO DO EX. 3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 1 FEITA NA LOUSA PELA PROFESSORA



FONTE: A autora (2017).

FIGURA 61 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 24 DO EX.3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 1

Exercício 3: Arthur gastou um total de R\$36,00 em um livro de matemática e um livro de contos.
 O livro de matemática custa $\frac{4}{9}$ do montante total gasto. Quanto dinheiro gastou Arthur no livro de contos?
 Que fração representa o dinheiro gasto no livro de contos?

Sua resolução:

MESADA

$\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$
 $\frac{9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$

$36 : 9 = 4$
 $9 \text{ partes} = 36,00$
 $1 \text{ parte} = 4,00$
 $5 \text{ partes} = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 5 \times 4 = 20,00$
 Arthur gastou R\$20,00 no livro de contos
 $4 \text{ partes} = 4 \times 4 = 16,00 \rightarrow \text{matemática}$

FONTE: A autora (2017).

Com essa questão foi possível abordar fração com o significado parte-todo com quantidades discretas, resgatar os conceitos de numerador e denominador, leitura e escrita de

frações, adição e subtração de frações com denominadores iguais e operações com números naturais, atribuindo uma quantidade monetária à cada fração do todo.

Apesar dos alunos ainda não terem conseguido colocar em prática sozinhos a metodologia sugerida, essa questão propiciou trabalhar de forma abrangente o conteúdo de frações, avançando um pouco mais na sistematização da resolução.

Dando continuidade à aula, a Folha de Atividades 1 foi recolhida por mim e distribuí à cada aluno a Folha de Atividades 2, que pode ser vista no Apêndice D.

O primeiro exercício da folha foi criado por mim e segue transcrito abaixo:

FIGURA 62 - EXERCÍCIO 1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2

Exercício 1: Paulo e Ana venderam brigadeiros na escola. Eles doaram $\frac{2}{10}$ do lucro das vendas para o grêmio da escola, doaram $\frac{4}{10}$ para a biblioteca da escola e o restante eles guardaram para a formatura.

- a) Que fração do lucro eles doaram?
b) Que fração do lucro eles guardaram para a formatura?

FONTE: A autora (2017).

Após a leitura coletiva do enunciado pelos alunos, foi dado um tempo para que estes tentassem resolvê-lo. Abaixo vê-se duas resoluções encontradas:

FIGURA 63 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 17 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2

Sua resolução:

$$\frac{4}{10} + \frac{2}{10} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{10}{10} - \frac{6}{10} = \frac{4}{10}$$

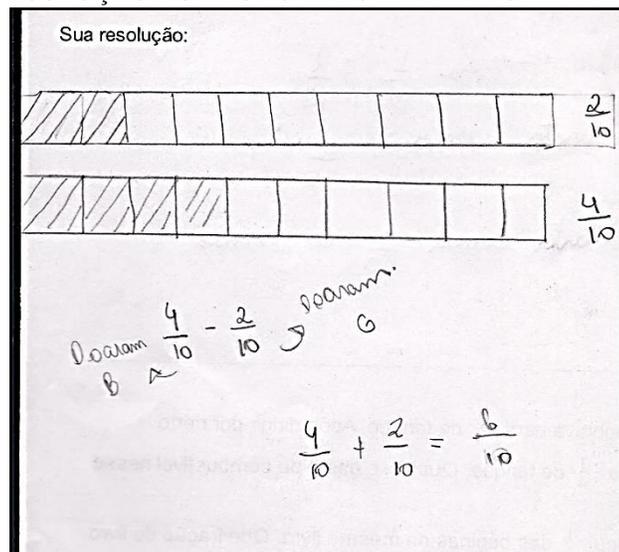
a) $\frac{6}{10}$.

b) $\frac{4}{10}$.

FONTE: A autora (2017).

Na imagem acima vemos que o aluno obteve o resultado correto dos itens da questão, demonstrando que sabe efetuar corretamente operações de soma e subtração de frações com denominadores iguais sem utilizar o método de barras. No entanto, não apresentou de forma satisfatória as justificativas para as operações realizadas, atendo-se à mera exposição dos cálculos.

FIGURA 64 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2

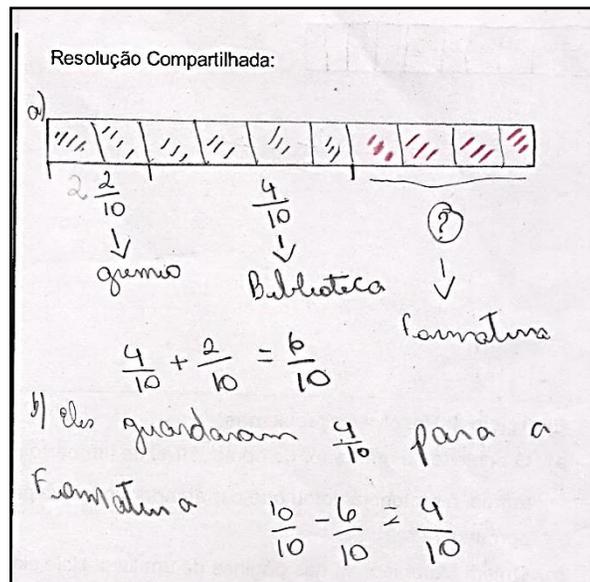


FONTE: A autora (2017).

Acima observamos a utilização do método de barras por um aluno para resolver a questão. Constatamos que ele utilizou duas figuras para representar as frações do lucro que foram doadas para o grêmio e para a biblioteca, o que não está incorreto, uma vez que é comum a necessidade de dispor desse recurso na introdução da metodologia aplicada, até que o aluno consiga fazer a representação através de apenas uma barra.

Solicitei à este aluno que fosse à lousa e apresentasse sua resolução à sala. Outro aluno presente sugeriu que as quantias fossem representadas numa mesma figura, dividindo-a em dez partes iguais. Assim, ilustramos também na lousa a resolução utilizando apenas uma barra ao invés de duas, conforme imagem abaixo:

FIGURA 65 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2 APÓS A CORREÇÃO



FONTE: A autora (2017).

Com essa questão foi possível efetuar operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais e, novamente, reforçar a importância de uma adequada representação dos dados da questão e sistematização da resposta.

Foi observada ainda uma grande resistência por parte dos alunos em entender a importância dos fatores acima mencionados, em parte por alguns deles considerarem este exercício facilmente resolvido como o fez o aluno 17, mas também pelo fato de que não estão acostumados a exercitarem a escrita das resoluções das questões matemáticas. Por isso, ainda foi necessário muito diálogo da minha parte para mostrar a importância dessa metodologia sem, no entanto, deixar de saber que estes poderiam ter maior compreensão desse fato com o decorrer das demais aulas e verificassem, por eles mesmos, sua própria evolução.

Não foi possível fazer os demais exercícios contidos nesta folha de atividades, que foi recolhida por mim ao final da aula para garantir que todos pudessem recebê-la novamente na próxima aula e dar continuidade à sua resolução.

3.4 Descrição Aula 3

A terceira aula ocorreu no dia 25/05/17 e estavam presentes 21 alunos. Nesta aula, foi dada continuidade à Folha de Atividades 2 presente no Apêndice D. Novamente a classe foi organizada em U, assim como em todas as aulas seguintes.

O primeiro exercício trabalhado foi retirado do Livro “*My Pals Are Here!*” - 3B, pag. 84, no qual é apresentado como um exemplo introdutório para adições de frações com denominadores diferentes.

FIGURA 66 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 3B

Let's Learn!

Adding Fractions

1 Lisa ate $\frac{1}{3}$ of a pizza.
Kaixing ate $\frac{1}{6}$ of the same pizza.
What fraction of the pizza did they eat altogether?

First, find an equivalent fraction of $\frac{1}{3}$ that has the same denominator as $\frac{1}{6}$.

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

$\times 2$

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{6}$

\rightarrow

$\frac{1}{6}$

$\frac{1}{6}$

Then add.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6}$$

$$= \frac{3}{6}$$

$$= \frac{1}{2}$$

They ate $\frac{1}{2}$ of the pizza altogether.

Always remember to write your answer in its simplest form.

To add fractions, first change them to fractions with the same denominator.

84

FONTE: Livro My Pals Are Here - 3B, pag. 84.⁴

Trata-se do Exercício 2 transcrito abaixo e no qual os nomes dos personagens foram modificados para melhor compreensão dos alunos:

FIGURA 67 - EXERCÍCIO 2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2

Exercício 2: Ana comeu $\frac{1}{3}$ de uma pizza. Paulo comeu $\frac{1}{6}$ da mesma pizza. Qual fração da pizza eles comeram juntos?

FONTE: Adaptado do Livro My Pals Are Here - 3B, pag. 84.

Após a leitura conjunta da questão por um aluno, questionei os alunos sobre qual a diferença desse exercício em relação aos anteriores. Alguns identificaram tratar-se de frações com denominadores diferentes. Sem mencionar a necessidade de encontrar um denominador comum para as frações ou apontar qualquer caminho para a resolução, pedi aos alunos que tentassem resolver a questão sozinhos no espaço da folha destinado "Sua Resolução". Percorrendo as carteiras dos alunos constatei que apenas um aluno resolveu o exercício sendo que, para tal, o aluno utilizou o método da decomposição simultânea em fatores primos, como vemos na imagem abaixo:

FIGURA 68 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 25 DO EX.2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2

Sua resolução:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$

$$\begin{array}{r} 3,6 \overline{) 2} \\ 3,3 \overline{) 3} \\ \underline{1} \quad \underline{6} \end{array}$$

FONTE: A autora (2017).

Abaixo, temos outra resolução em que o aluno somou os denominadores e até esboçou uma barra, mas não soube como utilizá-la para resolver a questão.

FIGURA 69 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 21 DO EX.2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2

Sua resolução:

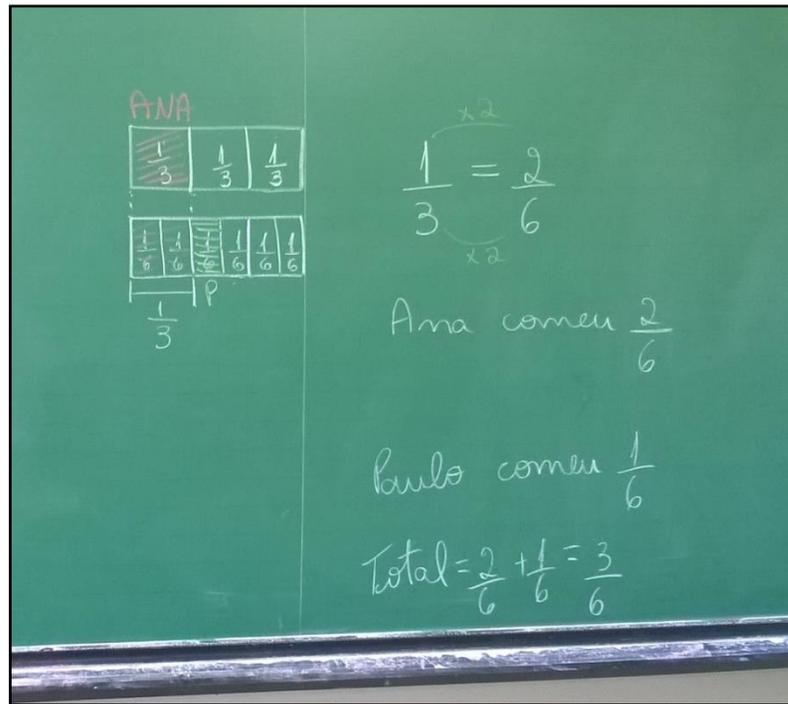
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{9}$$

R: $\frac{1}{9}$

FONTE: A autora (2017).

Passei então à discussão do problema com os alunos fazendo uso da representação pictórica pelo Modelo de Barras. Ao desenhar na lousa uma barra para representar a pizza, dividi ela em 3 partes iguais, pintando uma delas para representar a parte da pizza comida por Ana. Desenhei uma segunda barra de mesmo tamanho que a primeira, dividindo também em 3 partes iguais, localizando-a abaixo da anterior de modo que elas ficassem exatamente alinhadas, deixando claro aos alunos que tratava-se da mesma pizza e, perguntando aos alunos em quantas partes deveria dividir cada uma das 3 partes iniciais para que se tornassem 6 partes iguais, dividi cada uma delas ao meio. Aqui, considero importante ressaltar a necessidade de deixar claro aos alunos que, apesar de duas barras, trata-se da representação da mesma pizza e também que julguei pertinente fazer dessa forma para que os alunos pudessem visualizar melhor as divisões e as correspondências entre as partes. Na imagem abaixo vê-se a resolução feita por mim na lousa:

FIGURA 70 - RESOLUÇÃO DO EX. 2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2 FEITO NA LOUSA PELA PROFESSORA



FONTE: A autora (2017).

A utilização dessa metodologia permite que o aluno visualize imediatamente as correspondências entre as frações sendo, portanto, uma forma muito eficaz para abordar equivalência de frações.

Apenas após a abordagem por meio da representação pictórica com o modelo de barras é que discuti junto aos alunos a resolução através da utilização do fator de multiplicação (no caso, multiplicando por 2 para que pudéssemos obter o denominador 6). Dessa forma, o aluno formaliza aritmeticamente o que já compreendeu mentalmente através da visualização e percebeu que não precisa, necessariamente, seguir esse método aritmético amplamente ensinado nas escolas brasileiras e que pode ficar desprovido de sentido para ele.

Passando para a próxima questão, pedi para algum aluno ler para a classe o Exercício 3 da Folha de Atividades 2:

FIGURA 71 - EXERCÍCIO 3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2

Exercício 3: Leo comeu $\frac{1}{5}$ de uma torta. Marta comeu $\frac{6}{10}$ da mesma torta. Quem comeu mais?
Quanto a mais?

FONTE: Adaptado do Livro My Pals Are Here - 3B, pag. 87.

Essa questão foi baseada no exemplo introdutório para Subtração de Frações do Livro “My Pals Are Here!” - 3B, pag. 87.

FIGURA 72 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 3B

Let's Learn!

Subtracting Fractions

1 I ate $\frac{1}{2}$ of a pizza.

I ate $\frac{3}{8}$ of the same pizza.

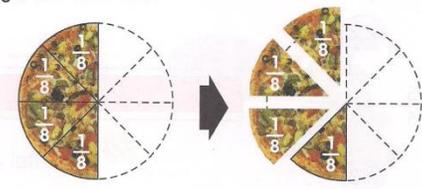


Leo

Mislia

Who ate more? How much more?

First, find an equivalent fraction of $\frac{1}{2}$ that has the same denominator as $\frac{3}{8}$.

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$$


Then subtract.

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8} - \frac{3}{8}$$

$$= \frac{1}{8}$$

Leo ate $\frac{1}{8}$ more of the pizza than Mislia.

To subtract fractions, first change them to fractions with the same denominator.

87

FONTE: Livro My Pals Are Here - 3B, pag. 87.⁵

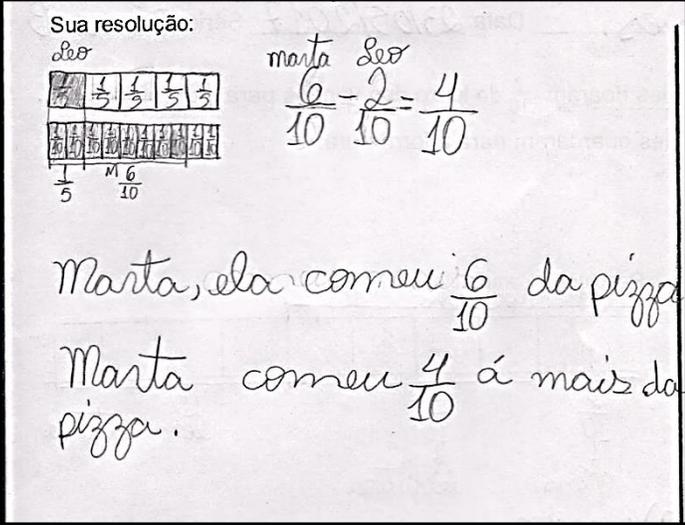
Dessa vez, vários alunos conseguiram resolver a questão sozinhos ou ao menos tentaram.

Abaixo segue a resolução de um aluno, na qual ele aplicou corretamente o modelo de barras para fazer a equivalência entre as frações e efetuar a subtração, expressando a resposta de forma completa:

FIGURA 73 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DO EX.3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2

Sua resolução:

leo



leo

Marta

$$\frac{6}{10} - \frac{2}{10} = \frac{4}{10}$$

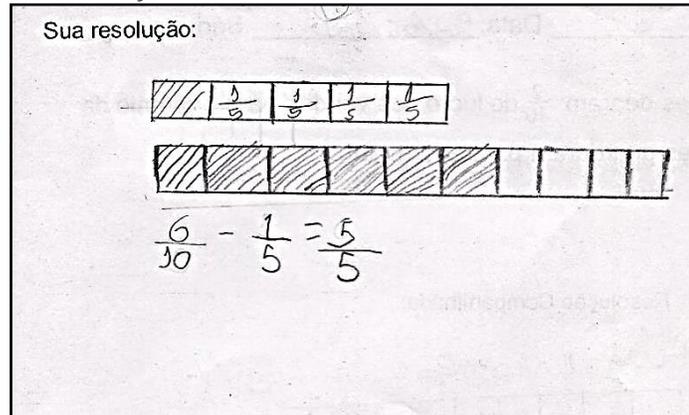
Marta, ela comeu $\frac{6}{10}$ da pizza.

Marta comeu $\frac{4}{10}$ a mais da pizza.

FONTE: A autora (2017).

Na imagem abaixo temos a resolução de outro aluno e podemos constatar que o mesmo ainda está cometendo alguns equívocos. Ao representar a torta através de duas barras de tamanhos diferentes o aluno não compreendeu que as duas representações tratam-se do mesmo objeto. Também não compreendeu a necessidade de fazer a equivalência entre as frações e também resolveu a operação de subtração entre elas apenas subtraindo os respectivos numeradores e denominadores. Aqui, se o aluno tivesse verificado sua resposta na representação feita por ele, teria observado que errou em alguma parte da resolução (no caso, tanto na representação, quanto na operação de subtração).

FIGURA 74 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DO EX.3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2

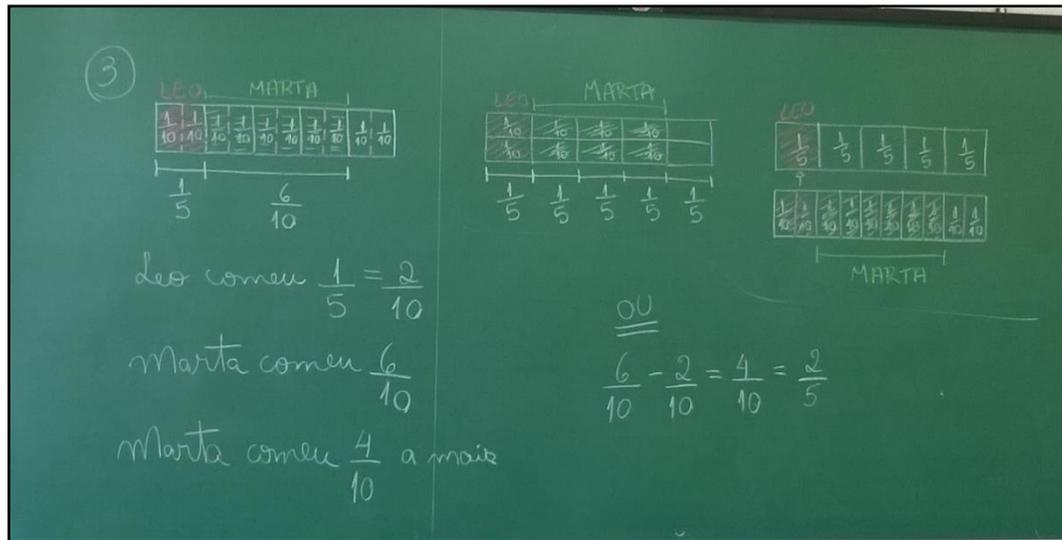


FONTE: A autora (2017).

Considero que nesta aula os alunos demonstraram maior disposição em tentar resolver os exercícios propostos.

Segue abaixo a resolução da questão feita por mim na lousa em discussão com os alunos. Inicialmente fiz a representação da torta utilizando apenas uma barra, primeiro dividindo-a em 5 partes iguais e em seguida dividindo cada uma delas ao meio, resultando assim em 10 partes iguais, denotando dentro e fora da imagem as correspondências de cada parte. As divisões foram feitas tanto na vertical como na horizontal, como sugerido pelos alunos. No entanto, a maioria deles ficou confusa com a representação apenas em uma barra. Portanto, fiz também por meio de duas barras, salientando que tratava-se do mesmo todo (torta) e que, portanto, deveriam ser do mesmo tamanho e as divisões deveriam ser proporcionais. Dessa forma, os alunos afirmaram compreender melhor a metodologia.

FIGURA 75 - RESOLUÇÃO DO EX. 3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 2 FEITA NA LOUSA PELA PROFESSORA



FONTE: A autora (2017).

Faço aqui uma autocrítica em relação à minha postura, pois julgo que deveria propiciar mais oportunidade aos alunos para expressarem suas resoluções e dúvidas, incentivando-os à irem à lousa. Acredito que isso se deu tanto pela necessidade de tempo e prática para me adaptar à essa descentralização da figura do professor, assumindo este um papel mais de mediador para a construção dos conhecimentos dos alunos, quanto pelo fato de estar adotando uma metodologia bem menos algorítmica do que estou acostumada cotidianamente em minha prática em sala de aula já que, com a metodologia aqui proposta, procura-se abordar o máximo de elementos possíveis em um único exercício, prezando assim mais pela qualidade do que pela quantidade.

3.5 DESCRIÇÃO AULA 4

A quarta aula ocorreu no dia 29/05/17 e nela estavam presentes 22 alunos.

FIGURA 76 - ORGANIZAÇÃO DOS ALUNOS NA AULA



FONTE: A autora (2017).

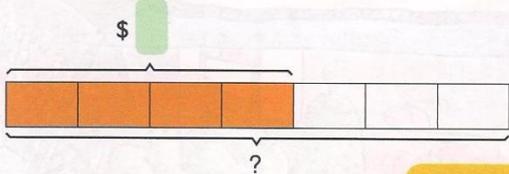
Nas aulas anteriores, percebeu-se o avanço de alguns alunos em relação ao entendimento tanto do conteúdo de frações, quanto da metodologia de resolução de problemas utilizada. No entanto, nota-se que ainda são poucos os que conseguem resolver os exercícios de forma autônoma. Ao mesmo tempo a maioria dos alunos, apesar de não atingirem este resultado, demonstraram começar a compreender os conceitos abordados, enquanto que alguns poucos ainda não progrediram. Dos 21 alunos que estavam presentes na aula passada, 10 deles ainda não conseguiram fazer ao menos a representação dos dados, utilizando modelo de barras ou não. Esses alunos estão entre aqueles que apresentam maior déficit de aprendizagem. Com base nessa situação, avaliamos que seria interessante retomar nesta aula os conteúdos trabalhados nas aulas anteriores para fixação dos mesmos.

A Folha de Atividades utilizada nesta aula pode ser vista no Apêndice E.

O Exercício 1 foi retirado do Livro *“My Pals Are Here!”* - 4A, pag. 112. Segue abaixo sua apresentação no livro e adiante sua transcrição na folha de atividades:

FIGURA 77 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 4A

8 Vincent spent $\frac{4}{7}$ of his money on a pair of shoes.
The shoes cost \$48. How much money had he at first?



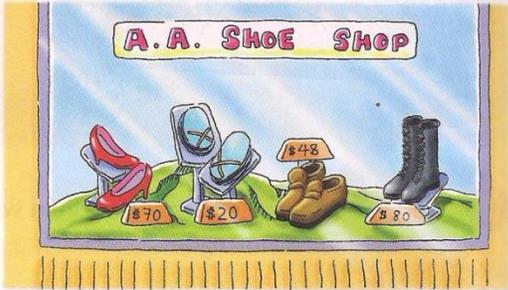
There are 7 equal parts altogether.
4 units = ?

4 units = \$

1 unit = \$ = \$

7 units = \$ = \$

He had \$ at first.



FONTE: Livro My Pals Are Here - 4A, pag.112.⁶

A seguir o enunciado deste problema, com nossa tradução:

FIGURA 78 - EXERCÍCIO 1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3

Exercício 1: Vicente gastou $\frac{4}{7}$ de seu dinheiro em um par de sapatos. Os sapatos custam R\$ 48,00. Quanto dinheiro tinha ele a princípio?

FONTE: Adaptado do Livro My Pals Are Here - 4A, pag. 112.

Este problema foi escolhido para revisar a utilização do modelo de barras para a aprendizagem do conceito de fração como parte-todo, com quantidades que podem não ser inteiras (no caso, monetária), em uma situação em que é necessário descobrir o valor equivalente ao todo, em vez de cálculo direto de parte-todo com o valor do “todo” conhecido.

Abaixo temos a resolução do aluno 16 que não utilizou o método de barras para resolver a questão e expôs mais claramente o seu raciocínio comparativamente às aulas anteriores e à avaliação diagnóstica, porém de forma ainda bastante algorítmica, focando na mera exposição

⁶ © Marshall Cavendish Education. Adapted with permission.

dos cálculos utilizados. Portanto, considero que houve um avanço em relação às resoluções anteriores apresentadas por esse mesmo aluno, mas ainda é necessário desenvolver a habilidade de justificar suas respostas. É possível observar que a estratégia adotada por ele foi de, após calcular o valor equivalente à cada parte, multiplicar este valor por três e somar o resultado à quantia equivalente às quatro partes fornecida inicialmente, justificando através da soma de frações que o resultado da adição dessas partes equivale ao todo (sete partes):

FIGURA 79 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 16 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3

Sua resolução:

$$\begin{array}{r} 4814 \\ 7 \overline{) 012} \end{array}$$

$$\frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 3 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 148 \\ + 36 \\ \hline 184 \end{array}$$

$$\frac{3}{7} + \frac{4}{7} = \frac{7}{7}$$

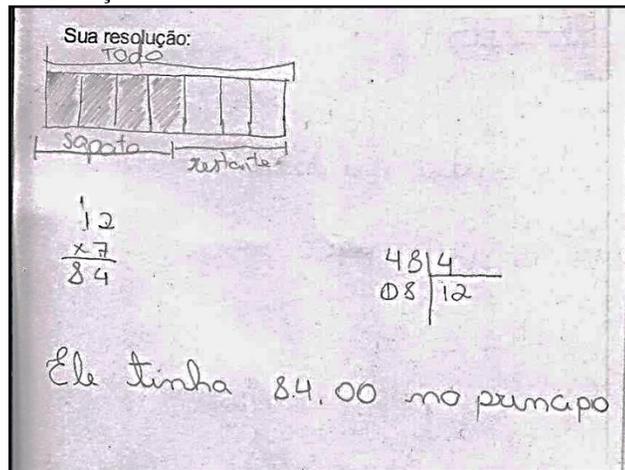
r: A princípio ele tinha 84 reais.

FONTE: A autora (2017).

Cabe observar que este aluno já mostrava conhecimento básico de frações do currículo do primeiro ciclo do Ensino Fundamental, desde a avaliação diagnóstica. A investigação deste trabalho engloba análise daqueles alunos que apresentavam desconhecimento do conceito e precisam alcançar neste ano de escolaridade. Neste sentido estratégias novas introduzidas no nosso trabalho mostram algum resultado, como segue.

Na imagem abaixo, vemos a resolução de um aluno que fez uso do modelo pictórico de barras para representar os dados do problema. Porém ele o faz de forma ainda inicial e incompleta, sem associar a resolução à representação pictórica. No entanto, o aluno utilizou menos operações para resolver a questão, não precisando utilizá-las para justificar seus cálculos, uma vez que o modelo pictórico cumpre esse papel:

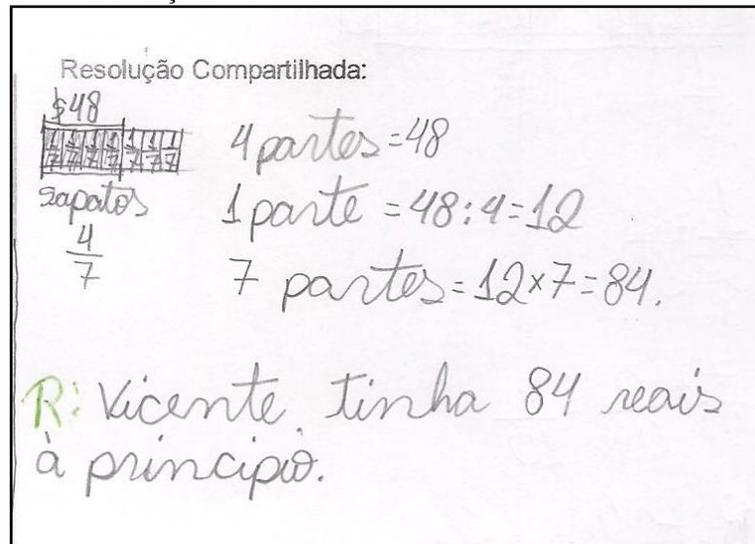
FIGURA 80 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 24 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3



FONTE: A autora (2017).

O aluno acima foi convidado então para ir à lousa ilustrar e explicar sua resolução para a classe, completando-a com o auxílio da professora, como na imagem abaixo, que ilustra a solução compartilhada com colega:

FIGURA 81 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3



FONTE: A autora (2017).

Outros alunos resolveram de forma semelhante à solução dos alunos acima descritos, e os demais alunos (12 dos 22 presentes) não souberam resolver.

Observando o andamento da atividade, constatou-se que tal fato se deve por ainda persistir muita dificuldade dos alunos em interpretar o enunciado, visto que a maioria não tentou

nenhum método por não compreender o problema, ou seja, a dificuldade não está em entender e aplicar o modelo de barras, mas deve-se a dificuldade anterior a metodologia de barras, e que foi percebida como déficits de aprendizagem de conhecimentos curriculares anteriores na avaliação diagnóstica.

O próximo exercício foi inspirado no problema do Livro “*My Pals Are Here!*” - 4A, pag. 112:

FIGURA 82 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 4A

9 A barrel contains a liquid mixture of water and oil. $\frac{2}{5}$ of the liquid mixture is water. The volume of water is 25 litres. What is the volume of oil in the barrel?

2 units = 25 litres

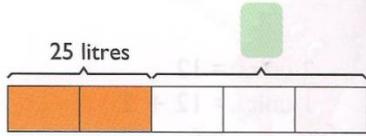
1 unit = $\frac{25}{2}$

3 units = $\frac{25}{2} \times 3$

=

= litres

The volume of oil in the barrel is litres.



112

FONTE: Livro My Pals Are Here - 4A, pag.112.⁷

No problema original acima, a resposta não é um número inteiro. Como a maior parte dos alunos da classe ainda apresenta muita dificuldade nas operações mais básicas, optou-se por alterar o enunciado da questão para o volume de água ser de 24 litros, como consta no enunciado da Folha de Atividades, transcrito abaixo:

FIGURA 83 - EXERCÍCIO 2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3

Exercício 2: Um barril contém uma mistura líquida de água e óleo. $\frac{2}{3}$ da mistura líquida é água. O volume de água é de 24 litros. Qual é o volume de óleo no barril?

FONTE: Adaptado do Livro My Pals Are Here - 4A, pag. 112.

⁷ © Marshall Cavendish Education. Adapted with permission.

Este exercício foi escolhido também para fixar o modelo de barras para estudar o conceito de fração como parte-todo, em situações de quantidade contínua (volume), como uma estratégia de aprendizagem do conceito de fração por meio do modelo visual, para apoiar principalmente a maioria dos alunos que ainda não dominam este tópico.

O número de alunos que conseguiu resolver a questão, utilizando ou não o modelo de barras, foi maior em relação às atividades anteriores. Dos 16 alunos que acertaram a resolução, 10 utilizaram o modelo de barras. Acreditamos que esse aumento se deve à retomada do conteúdo e do modelo de barras feito no início dessa aula. Destaco aqui as resoluções de alguns alunos que apresentaram progressos em relação às demais aulas e ao exercício anterior:

FIGURA 84 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 4 DO EX.2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3

Sua resolução:

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 242} \\ \underline{- 24} \\ 02 \\ \underline{- 02} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 3 \\ \hline 36 \end{array}$$

R: 6 volume do óleo de 36 Litros

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 85 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 12 DO EX.2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3

Sua resolução:

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 242} \\ \underline{- 24} \\ 02 \\ \underline{- 02} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 3 \\ \hline 36 \end{array}$$

R: O volume do óleo é de 36 litros

FONTE: A autora (2017).

Nas resoluções acima temos que, apesar de poderem melhorar, as alunas mostram que conseguem compreender os dados apresentados na questão, e efetuar as operações necessárias para chegar à resposta, utilizando o modelo de barras para ajudar a ilustrar o raciocínio utilizado. O aluno 12 evidenciou o valor fracionário e a medida equivalente à cada parte. Comparativamente ao exercício anterior, os dois alunos não haviam conseguido interpretar enunciados e nem resolver a questão. Portanto, a resolução desse exercício por ambos alunos representa um claro avanço dos mesmos em relação à proposta apresentada. Caso houvesse mais tempo, teria sido interessante propor em seguida o exercício com o enunciado original, ou seja, 25 litros, focalizando as respostas dadas em frações para, mais adiante, abordar sua representação decimal. No entanto, optamos por não fazê-lo, dado que muitos alunos ainda apresentavam muitas dificuldades primárias de caráter conceitual.

Buscando valorizar o progresso dos alunos, o aluno 12 foi convidado para explicar sua resolução na lousa:

FIGURA 86 - ALUNO 12 FAZENDO A RESOLUÇÃO DO EX.2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3 NA LOUSA



FONTE: A autora (2017).

Em seguida, apresentamos outros exemplos de resoluções feitas pelos alunos, em que o primeiro utilizou o modelo de barras e o segundo não.

FIGURA 87 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 21 DO EX.2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3

Sua resolução:

$\frac{2}{5}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{24}{5}$

$\frac{24}{5} = 24$, $\frac{3}{5}$ é igual 36

porque a metade de 24 é 12 e juntando os dois, resulta em 36.

R: O volume de óleo no barril é de 36 litros.

FONTE: A autora (2017).

O aluno 21 chegou a efetuar uma operação equivocada, dividindo 24 por 5, mas percebeu seu erro, inclusive circulando-o, e resolveu corretamente a questão. Enquanto os demais alunos calcularam o volume equivalente à uma parte e multiplicaram por três, ele utilizou uma estratégia diferenciada ao perceber que precisaria somar aos 24 litros o volume equivalente à uma parte, já que o volume de óleo corresponde à $\frac{3}{5}$ do total e a água equivale à $\frac{2}{5}$. Em relação ao erro inicialmente cometido por este aluno, o mesmo incorreu em erro análogo no exercício anterior ao associar o valor das partes com o todo. Por isso, a etapa da validação da resolução se configura como importante e fundamental para garantir a coerência da resposta, quando esta pode ser facilitada pela representação pelo modelo de barras, como utilizado pelo aluno em duas ocasiões.

O aluno 15 optou, por sua vez, pela estratégia de efetuar a diferença entre o volume total do barril e o volume de água para encontrar o volume equivalente à quantidade de óleo. Apesar dele resolver a questão sem utilizar o modelo de barras, vemos que ele evidencia seu raciocínio por meio das operações efetuadas, inclusive verificando ao final que a soma dos volumes de água e óleo resulta no volume total das cinco partes. Dessa forma, nota-se que o aluno melhorou bastante a forma como expõe os passos de sua resolução. No entanto, ainda se faz necessário que ele comunique por escrito a sequência de operações da sua estratégia para contemplar o quesito

de justificativa configurando-se, portanto, como um próximo passo a ser dominado pelo aluno. Além disso, vemos ainda o uso inadequado do sinal de igualdade ($\frac{3}{5} = 36$).

FIGURA 88 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DO EX.2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 3

Sua resolução:

$$\begin{array}{r} 240 \times 12 \\ 042 \times 5 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\frac{560}{36} \frac{2}{5} = \frac{53}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{5} = 36. \quad \begin{array}{r} 36 \\ +24 \\ \hline 60. \end{array}$$

R: O volume de óleo do barril é de 36 litros.

FONTE: A autora (2017).

Assim, apesar dos pontos acima evidenciados, notamos na resolução do aluno a aprendizagem significativa do conceito de fração dentro de um problema contextualizado, um dos objetivos a que nos propomos neste projeto.

3.6 DESCRIÇÃO AULAS 5 E 6

As aulas 5 e 6 foram realizadas nos dias 05 e 06/06/17 e estiveram presentes 27 alunos.

A revisão proposta nas Folhas de Atividades entregues pelos alunos na aula anterior permitiu verificar que a maior parte dos alunos apresentou um avanço significativo em relação ao uso do método de barras na resolução de problemas sobre frações, com compreensão dos conceitos iniciais do tópico de frações estudados. Tal constatação se deu pela observação de que vários alunos que antes não faziam uso do modelo de barras, passaram a utilizá-lo na resolução das questões apresentadas, bem como a estruturar melhor suas respostas, preocupando-se em expressar-se de forma mais completa o raciocínio utilizado.

No entanto, foi possível notar a existência de uma alta discrepância em relação aos conteúdos aprendidos entre os alunos.

Basicamente, é possível dividir os alunos em três grupos:

- a) Turma 1 (T1): alunos com grande defasagem de aprendizagem matemática, que desconhecem a realização das operações básicas, além de ainda não serem totalmente letrados. Totalizando 8 alunos nessa turma, a maioria deles demonstrou grande apatia e, alguns deles, muita indisciplina durante as aulas anteriores. Com o decorrer das aulas vários deles passaram a mostrar maior interesse pelas atividades propostas, mas a grande defasagem matemática foi um fator imperativo para que estes não conseguissem realizar todas as atividades. Mesmo com a dinâmica diferenciada adotada nas aulas (carteiras organizadas em U ou em grupos), os alunos tendem a formar grupos ou discutir possíveis dúvidas entre seus pares que estão num nível igual ou parecido de conhecimento. Além disso, não conseguimos amenizar o desnível por meio do acompanhamento das atividades, e da mesma forma esses alunos não conseguiram acompanhar adequadamente as aulas, mesmo com as exposições na lousa por outros alunos.
- b) Turma 2 (T2): alunos com nível de aprendizagem matemática um pouco abaixo do ideal para o sétimo ano, mas com mais facilidade para acompanhar as aulas. Estes alunos não sabem realizar de modo satisfatório todas as operações básicas de matemática, porém apresentam menos dificuldades que os alunos da T1. Sua maior dificuldade consiste em interpretar os problemas e saber mobilizar corretamente os conhecimentos adquiridos para sua resolução, em relação aos alunos da T3. Nove alunos fizeram parte dessa turma.
- c) Turma 3 (T3): alunos com nível satisfatório de conhecimentos matemáticos e maior facilidade na interpretação de problemas. Os 10 alunos integrantes dessa turma, apesar de não apresentarem dificuldades relevantes nas operações básicas de matemática, apresentavam muita dificuldade em relação à interpretação dos problemas propostos. Com o decorrer das aulas, os alunos apresentaram progressos quanto a esse ponto e apropriaram-se do modelo de barras nas resoluções dos exercícios. Quanto à apresentação de justificativa escrita de suas

resoluções, houve certo avanço, porém ainda tímido, necessitando, portanto, aprimorar este e os demais pontos mencionados.

Dessa forma, elaboramos três folhas de atividades diferenciadas, uma para cada turma, buscando adequar as habilidades para cada uma delas de acordo com o nível de desenvolvimento cognitivo atual dos alunos de cada turma.

Os alunos foram organizados em duplas ou trios de acordo com as divisões acima e folhas distribuída uma folha para cada aluno. Importante ressaltar que a maior parte dos alunos das 3 turmas estiveram presentes nos dois dias, mas não todos. Esta ausência de poucos justifica alguma discrepância entre os números dos alunos de cada turma com os números de atividades apresentadas e descritas nas duas aulas, 5 e 6.

No decorrer das aulas, percorremos cada grupo visando auxiliar em suas dúvidas. Para que os alunos tivessem maior autonomia em resolver as questões com menos dependência da nossa ajuda, as Folhas de Atividades das Turmas 1 e 2 apresentam alguns modelos e sugestões de esquemas de resoluções a serem seguidos pelos alunos. Todos eles foram baseados no conteúdo dos Livros “*My Pals Are Here!*”, volumes 3B, 4A e 5A. As descrições das atividades serão apresentadas separadas por Turmas:

TURMA 1:

A Folha de Atividades 4 da Turma 1 pode ser vista no Apêndice F. Inicialmente apresenta-se um exemplo do uso do modelo de barras no estudo de fração como parte-todo, trabalhando-se quantidades discretas. Seguem-se dois exercícios, o primeiro dos quais apresenta o modelo de barras como estratégia dentro dos esquemas de resolução em que os alunos precisam apenas completá-los, e o segundo exercício apresentando um enunciado para que os alunos completassem as lacunas do esquema de resolução.

O primeiro modelo apresentado, baseado no Livro “*My Pals Are Here!*” - 4A, pag. 106, foi o seguinte:

FIGURA 89 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 4A

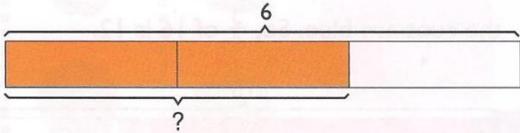
5  Carry out this activity.

Work in pairs. Draw models to find the value of the following:

Example

$\frac{2}{3}$ of 6

3 units = 6
 1 unit = $6 \div 3 = 2$
 2 units = $2 \times 2 = 4$
 So, $\frac{2}{3}$ of 6 is 4.



Here is a model to show $\frac{2}{3}$ of 6.



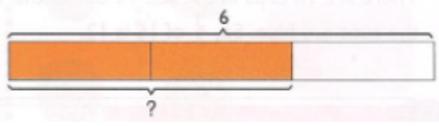
FONTE: Livro My Pals Are Here - 4A, pag.106.⁸

Sua transcrição na Folha de Atividades:

FIGURA 90 - EXERCÍCIO 1A DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1

Exercício 1: Use o modelo abaixo para encontrar os seguintes valores:

a) $\frac{2}{3}$ de 6



3 unidades = 6
 1 unidade = $6 : 3 = 2$
 2 unidades = $2 \times 2 = 4$
 Então, $\frac{2}{3}$ de 6 é 4.

Aqui está um modelo para encontrar $\frac{2}{3}$ de 6

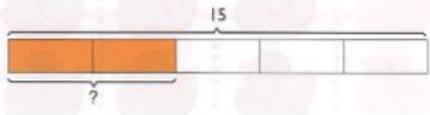
FONTE: Adaptado do Livro My Pals Are Here - 4A, pag. 106.

Em seguida, os alunos deveriam resolver o seguinte exercício:

⁸ © Marshall Cavendish Education. Adapted with permission.

FIGURA 91 - EXERCÍCIO 1B DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1

b) Encontre o valor de $\frac{2}{5}$ de 15.



Dividir 15 em 5 partes iguais.
As partes sombreadas = $\frac{2}{5}$ do conjunto.

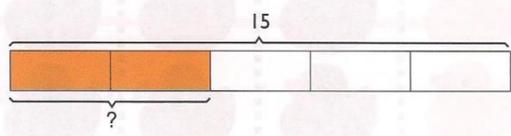
5 unidades = _____
1 unidade = _____
2 unidades = _____
Então, $\frac{2}{5}$ de 15 é _____

FONTE: Adaptado do Livro My Pals Are Here - 4A, pag. 106.

O enunciado também foi baseado no Livro “My Pals Are Here!” - 4A, pag. 106:

FIGURA 92 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 4A

4 Find the value of $\frac{2}{5}$ of 15.



5 units =

1 unit =

2 units =

So, $\frac{2}{5}$ of 15 is .

Divide 15 into 5 equal parts.
The shaded parts = $\frac{2}{5}$ of the set.



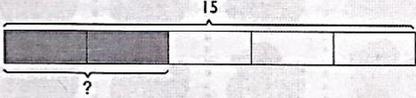
FONTE: Livro My Pals Are Here - 4A, pag.106.⁹

No exercício acima esperava-se que os alunos completassem com os valores pedidos, baseando-se no modelo apresentado no item “a”. No entanto, nenhum dos alunos resolveu de forma completamente correta. A maioria dos alunos da Turma 1 resolveu como na imagem abaixo, onde podemos ver que os itens 1 e 2 estão corretos, mas no item 3, ao calcularem o valor equivalente a duas unidades, copiaram o valor idêntico ao modelo do item “a”:

⁹ © Marshall Cavendish Education. Adapted with permission.

FIGURA 93 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 23 DO EX.1B DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1

b) Encontre o valor de $\frac{2}{5}$ de 15.



Dividir 15 em 5 partes iguais.
 As partes sombreadas = $\frac{2}{5}$
 do conjunto.

5 unidades = 15
 1 unidade = $15 : 5 = 3$
 2 unidades = $2 \times 3 = 6$
 Então, $\frac{2}{5}$ de 15 é 6

FONTE: A autora (2017).

Tal erro poderia ser evitado se os alunos em questão tivessem verificado que $5 \times 4 = 20$, ou seja, não totaliza 15. Vemos aqui que os alunos não conseguem fazer a devida correspondência entre o denominador da fração e a quantidade de partes em que foi dividido o todo, ou ainda, não adquiriram o hábito de validar a resposta obtida.

No próximo exercício esperava-se que os alunos fossem capazes de utilizar o modelo proposto acima, dessa vez eles mesmos construindo o modelo de barras e fazendo as correspondências entre o total e as partes.

Metade dos alunos da Turma 1 deixou esse exercício em branco. Os que o resolveram, apresentaram dois tipos de respostas, como vemos a seguir:

FIGURA 94 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 23 DO EX.1C DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1

c) Encontre o valor de $\frac{3}{4}$ de 24

5 unidades = $4 = 4$
 1 unidade = $24 : 4 = 6$
 2 unidades = $2 \times 2 = 4$

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 95 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 4 DO EX.1C DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1

c) Encontre o valor de $\frac{3}{4}$ de 24

$$4=24$$

$$1=24 \div 4=4$$

$$2=2 \times 2=4$$

FONTE: A autora (2017).

Os que resolveram como o aluno 23 restringiram-se ao total de partes apresentado no item “b”, fazendo apenas uma cópia do modelo anterior. Confundiram-se ao associar o denominador da fração com o valor total equivalente ao todo, identificaram e calcularam corretamente o valor correspondente à 1 unidade, mas repetiram o mesmo erro anterior em relação ao cálculo do total de partes pedida (três partes), fazendo apenas uma cópia do modelo apresentado no item “a”, assim como o aluno 4. No entanto, os alunos que responderam como este último identificaram corretamente o significado do denominador da fração, sendo a quantidade de partes em que foi dividido o todo, bem como seu valor correspondente. Além disso, conseguiram constatar que deveriam dividir 24 por 4 para obterem o valor equivalente à 1 unidade, porém erraram no cálculo.

As próximas atividades tratam de Frações Equivalentes.

Inicialmente, segue o modelo apresentado no Livro “*My Pals Are Here!*” - 3B, pag. 72:

FIGURA 96 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 3B

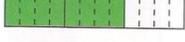
Let's Learn!

More Equivalent Fractions: Short Cut

1 $\frac{2}{3}$ 

$\frac{4}{6}$ 

$\frac{6}{9}$ 

$\frac{8}{12}$ 

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$

I have a short cut!
To find an equivalent fraction,
multiply the numerator and the
denominator by the same number.

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ (multiplied by 2)
 $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$ (multiplied by 3)

To get $\frac{8}{12}$, we **multiply**
the numerator and
denominator of $\frac{2}{3}$ by 4.

72

FONTE: Livro My Pals Are Here - 3B, pag.72.¹⁰

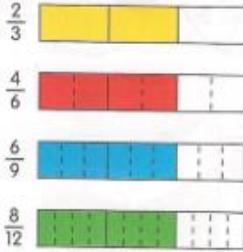
Em comparação ao modelo acima, foi adicionada uma questão para que os alunos pudessem expressar o que compreenderam por frações equivalentes, como é possível ver na transcrição abaixo, retirada da Folha de Atividades da aula:

¹⁰ © Marshall Cavendish Education. Adapted with permission.

FIGURA 97 - EXERCÍCIO 2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1

Frações Equivalentes

Veja algumas frações equivalentes a $\frac{2}{3}$:

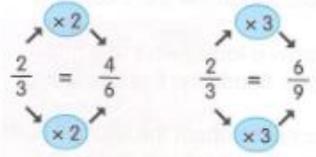


$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$

Exercício 2: Observando o desenho, escreva com suas palavras o que você entende por frações equivalentes:

Mais sobre Frações Equivalentes:

Para encontrar uma fração equivalente, você pode **multiplicar** o numerador e o denominador pelo mesmo número.



Para obter $\frac{8}{12}$, nós multiplicamos o numerador e o denominador de $\frac{2}{3}$ por ____.

FONTE: Adaptado do Livro My Pals Are Here - 3B, pag. 72.

Nenhum aluno da turma respondeu a primeira parte da questão. Na segunda parte, em que deveriam identificar o fator de multiplicação para obter a fração equivalente mencionada, encontramos várias respostas: 2, 3, $\frac{4}{4}$ e $\frac{4}{6}$, ou seja, nenhuma correta. Também houveram duas respostas em branco.

O próximo exercício foi retirado do Livro “My Pals Are Here!” - 3B, pag. 73:

FIGURA 98 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 3B

3 Complete the equivalent fractions of the following.

a $\frac{3}{4} = \frac{\quad}{8} = \frac{9}{\quad}$

b $\frac{2}{5} = \frac{4}{\quad} = \frac{\quad}{15}$

c $\frac{1}{3} = \frac{2}{\quad} = \frac{\quad}{9}$

FONTE: Livro My Pals Are Here - 3B, pag.73.¹¹

FIGURA 99 - EXERCÍCIO 3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1

Exercício 3: Complete as frações equivalentes a seguir:

a $\frac{3}{4} = \frac{\quad}{8} = \frac{9}{\quad}$

b $\frac{2}{5} = \frac{4}{\quad} = \frac{\quad}{15}$

c $\frac{1}{3} = \frac{2}{\quad} = \frac{\quad}{9}$

FONTE: Adaptado do Livro My Pals Are Here - 3B, pag. 73.

Metade dos alunos apresentaram resposta aleatórias, aparentemente chutadas. A outra metade respondeu corretamente a questão, com exceção apenas de uma parte do item “a”, como é mostrado abaixo:

FIGURA 100 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 26 DO EX.3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1

Exercício 3: Complete as frações equivalentes a seguir:

a $\frac{3}{4} = \frac{3}{8} = \frac{9}{12}$

b $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15}$

c $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$

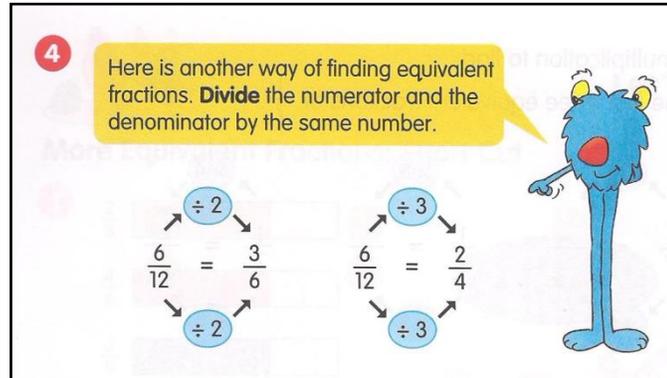
FONTE: A autora (2017).

¹¹ © Marshall Cavendish Education. Adapted with permission.

Dando continuidade às frações equivalentes, foi mostrado através de um exemplo que também é possível obtê-las por meio da divisão, seguido de um exercício.

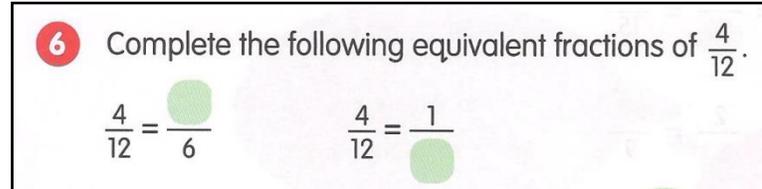
Tanto o modelo como o exercício foram retirados do Livro “*My Pals Are Here!*” - 3B, pag. 74:

FIGURA 101 - MODELO DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 3B



FONTE: Livro My Pals Are Here - 3B, pag.74.¹²

FIGURA 102 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 3B



FONTE: Livro My Pals Are Here - 3B, pag.74.¹³

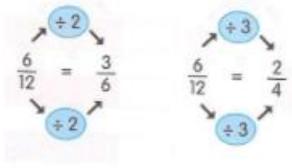
O modelo e os exercícios correspondentes na Folha de Atividades podem ser vistos abaixo:

¹² © Marshall Cavendish Education. Adapted with permission.

¹³ © Marshall Cavendish Education. Adapted with permission.

FIGURA 103 - EXERCÍCIO 4 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1

Aqui está uma outra maneira de encontrar frações equivalentes. Você pode **dividir** o numerador e o denominador pelo mesmo número.



Exercício 4: Complete as seguintes frações equivalentes a $\frac{4}{12}$:

$\frac{4}{12} = \frac{\quad}{6}$ $\frac{4}{12} = \frac{1}{\quad}$

FONTE: Adaptado do Livro My Pals Are Here - 3B, pag. 74.

Novamente, metade dos alunos apresentaram respostas aleatórias e a outra metade apresentou a mesma resposta, acertando apenas a primeira parte:

FIGURA 104 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 26 DO EX.4 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1

Exercício 4: Complete as seguintes frações equivalentes a $\frac{4}{12}$:

$\frac{4}{12} = \frac{8}{6}$ $\frac{4}{12} = \frac{1}{5}$

FONTE: A autora (2017).

O próximo e último exercício dessa turma foi retirado do Livro “*My Pals Are Here!*” - 3B, pag. 90:

FIGURA 105 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 3B

1 The diagram shows $\frac{3}{4}$ of a fraction strip shaded. How many of the shaded parts must be erased so that the remaining shaded parts is $\frac{3}{8}$ of the strip?



Try drawing the model in another way.



2 Gary, Hari and Xiuling shared a big mooncake.

FONTE: Livro My Pals Are Here - 3B, pag.74.¹⁴

O enunciado da Folha de Atividades é mostrado a seguir:

FIGURA 106 - EXERCÍCIO 5 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1

Exercício 5: O diagrama mostra $\frac{3}{4}$ de uma tira sombreada. Quantas das partes sombreadas devem ser apagadas para que fiquem sombreadas apenas $\frac{3}{8}$ da tira?



FONTE: Adaptado do Livro My Pals Are Here - 3B, pag. 71.

Neste exercício, 3 alunos conseguiram apresentar a resposta correta:

FIGURA 107 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 4 DO EX.5 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T1

Exercício 5: O diagrama mostra $\frac{3}{4}$ de uma tira sombreada. Quantas das partes sombreadas devem ser apagadas para que fiquem sombreadas apenas $\frac{3}{8}$ da tira?



Ele vai apagar $\frac{3}{8}$

FONTE: A autora (2017).

Apesar de fornecer a resposta correta, vemos que o aluno não descreve o raciocínio utilizado. No entanto, pelos traços feitos por ele na figura, é possível constatar que o mesmo fez uso do modelo para perceber que deveria dividir cada parte na metade e assim chegar à conclusão de que seriam necessários apagar 3 partes. Observamos, portanto, um prenúncio de sistematização considerado um avanço para este aluno da T1.

TURMAS 2 e 3:

As atividades das Turmas 2 e 3 serão descritas simultaneamente, pois com exceção de um exercício, os enunciados são os mesmos. O que as diferencia é o fato de que para a T2 foram apresentados alguns esquemas prontos do modelo de barras, ao passo que para a T3 foram dados apenas os enunciados das questões. Portanto, a fim de evitar repetições desnecessárias, nesta descrição serão copiados os enunciados da Folha de Atividades 4 da T2, ou seja, com os esquemas do modelo de barras, mas ressalto que na Folha de Atividades 4 da T3 não constam tais esquemas, apenas os enunciados idênticos. Os alunos dessas turmas também puderam sentar-se em duplas ou trios para fazer as atividades, visando mostrar a importância da colaboração entre eles e usando esse fator para que a resposta às suas dúvidas não ficasse apenas à cargo da professora, tendo assim todos a oportunidade de saná-las.

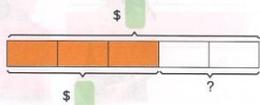
As Folhas de Atividades 4 das Turmas 2 e 3 podem ser vistas nos Apêndices G e H, respectivamente.

O exercício 1 foi baseado no seguinte exercício do Livro My Pals Are Here - 4A, pag. 114:

FIGURA 108 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 4A

11 Anuar had \$50. He used $\frac{3}{5}$ of it to buy an alarm clock. How much money had he left?

Method 1



5 units = \$

1 unit = \$

2 units = \$

He had \$ left.

Method 2

$\frac{3}{5}$ of \$50 = $\frac{3}{5} \times \$$

= $\times \$$

= \$

Anuar spent \$ on the alarm clock.

\$ - \$ = \$

He had \$ left.



Home Maths Highlight to your child that in "He used $\frac{3}{5}$ of it to buy an alarm clock", it refers to the amount of money Anuar had, i.e. \$50.

114

FONTE: Livro My Pals Are Here - 4A, pag.114.¹⁵

O enunciado na Folha de Atividades foi apresentado da seguinte maneira:

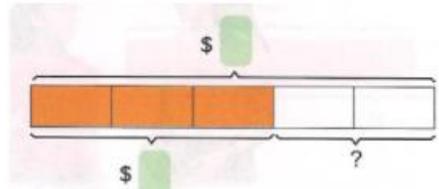
FIGURA 109 - EXERCÍCIO 1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2

Exercício 1: Gabriel tem R\$50,00. Ele usou $\frac{3}{5}$ para comprar um relógio. Quanto sobrou do dinheiro após a compra?

5 partes =

1 parte =

2 partes =

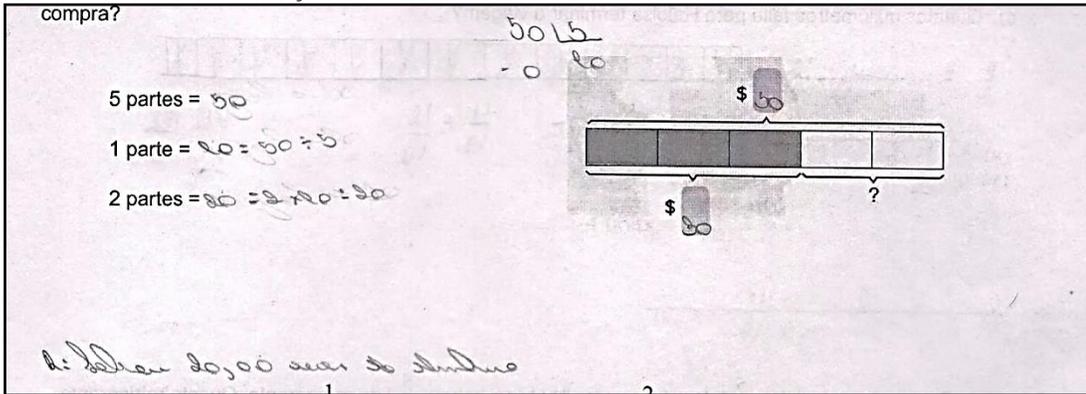


FONTE: Adaptado do Livro My Pals Are Here - 4A, pag. 114.

Seguem dois exemplos de resolução da Turma 2:

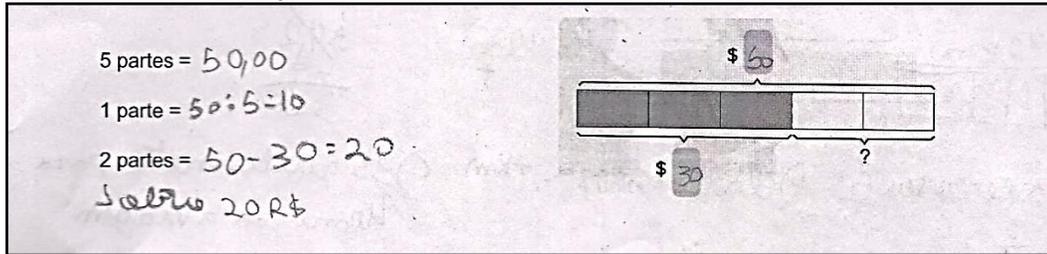
¹⁵ © Marshall Cavendish Education. Adapted with permission.

FIGURA 110 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 27 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2



FONTE: A autora (2017).

FIGURA 111 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 12 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2

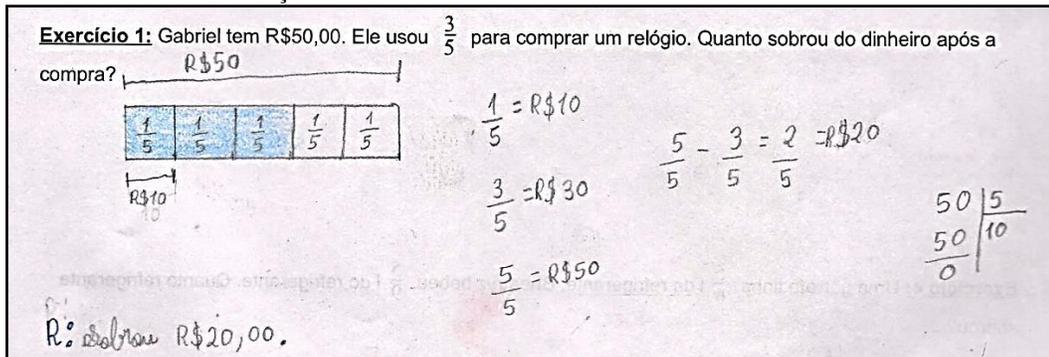


FONTE: A autora (2017).

Os alunos acima conseguiram identificar corretamente os valores correspondentes ao todo e às partes, sendo que a primeira utilizou a multiplicação para encontrar o valor das 2 partes faltantes e a segunda subtraiu do total o valor gasto no relógio.

Segue agora uma resolução da Turma 3:

FIGURA 112 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 17 DO EX.1 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T3



FONTE: A autora (2017).

Esse aluno utilizou o modelo de barras para resolver corretamente a questão, identificando o valor correspondente às partes e ao todo, mostrando que a parte sobra corresponde à diferença entre as frações equivalentes ao todo e à parte utilizada para comprar o relógio. Aqui, faltou apenas o aluno completar a resolução multiplicando a fração $\frac{2}{9}$ por R\$10,00 para obter o valor de R\$20,00.

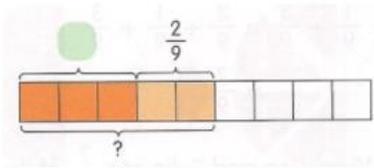
Todos os alunos das duas turmas acertaram esse exercício.

A segunda questão da T2 foi elaborada por mim e segue abaixo (a segunda questão da T3 é a terceira da T2 e assim consecutivamente, então será analisada juntamente com esta):

FIGURA 113 - EXERCÍCIO 2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2

Exercício 2: Manuela comeu $\frac{1}{3}$ de uma pizza. Raphael comeu $\frac{2}{9}$ da mesma pizza. Qual fração da pizza eles comeram no total?

$\frac{1}{3} = \frac{\quad}{9}$



$\frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{\quad}{9} + \frac{2}{9} =$

FONTE: A autora (2017).

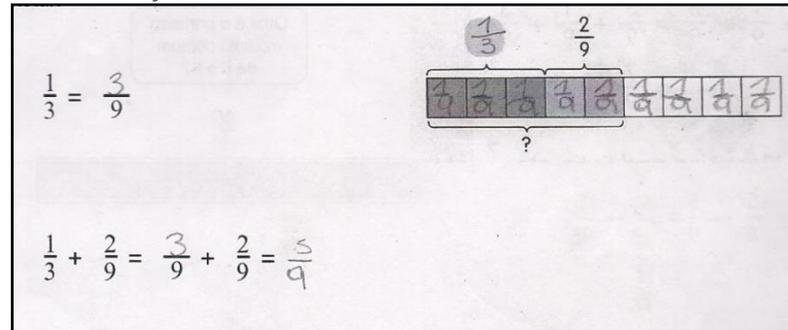
Esse exercício foi colocado para a T2 para que servisse de modelo para a próxima questão. Não foi colocado para a T3 pois avaliei que esta poderia precisar de mais tempo para fazer todas as atividades, já que nenhum esquema de apoio lhes foi oferecido e, portanto, optei por colocar uma questão a menos e escolhi retirar essa por julgar que as demais questões seriam mais interessantes para eles.

Os alunos tiveram certa dificuldade para entender o esquema do modelo de barras, onde eles deveriam compreender que a parte a ser preenchida correspondia a $\frac{1}{3}$, equivalendo à $\frac{3}{9}$. No entanto, após o auxílio da professora, todos os alunos acertaram a questão.

Segue abaixo a resolução feita pelo aluno 10. O aluno fez corretamente a equivalência entre as frações e a soma de pedida, após a passagem para um denominador em comum. Além do

que foi pedido, o aluno associou corretamente cada parte do modelo à fração correspondente, ou seja, $\frac{1}{9}$:

FIGURA 114 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 10 DO EX.2 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2



FONTE: A autora (2017).

Ressaltamos aqui que este aluno apresentava grande desinteresse pelas aulas iniciais e aos poucos foi tornando-se mais participativo. Trata-se de um aluno que com muita dificuldade em matemática e bastante indisciplinado.

O Exercício 3 da T2 (respectivamente Exercício 2 da Folha de Atividades da T3) foi adaptado do exercício 3 do Livro My Pals Are Here - 3B, pag 88.

FIGURA 115 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 3B

The figure shows a worksheet page with the following content:

- Problem 3:** Find the equivalent fraction. Complete the model. Then subtract the fractions.
- Equivalent Fraction:** $\frac{5}{6} = \frac{\quad}{\quad}$. To the right is a fraction bar model with 6 boxes, the first 5 of which are shaded orange. A bracket below the shaded boxes is labeled with a question mark.
- Visual Representation:** A vertical stack of 12 green circles. The top 5 circles are grouped together, and the next 7 circles are grouped together, representing $\frac{5}{6} - \frac{7}{12}$.
- Equation:** $\frac{5}{6} - \frac{7}{12} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad}$
- Answer Line:** $= \frac{\quad}{\quad}$
- Answer Line:** $= \frac{\quad}{\quad}$
- Page Number:** 88

FONTE: Livro My Pals Are Here - 3B, pag.88.¹⁶

Segue abaixo o enunciado da Folha de Atividades:

FIGURA 116 - EXERCÍCIO 3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2

Exercício 3: Uma garrafa continha $\frac{5}{6}$ da sua capacidade de leite. Natalia bebeu $\frac{7}{12}$ da quantidade de leite. Qual fração da garrafa sobrou com leite?

FONTE: Adaptado do Livro My Pals Are Here - 3B, pag. 88.

O objetivo era adaptar o modelo de barras fornecido pelo Livro, criando um enunciado adequado para sua utilização. No entanto, é possível observar que está errado afirmar que Natalia bebeu $\frac{7}{12}$ da quantidade de leite. Portanto, a análise desse exercício será desconsiderada nesta dissertação.

O exercício 4 da T2 (respectivamente exercício 3 da Folha de Atividades da T3) foi criado por mim e segue transcrito abaixo:

FIGURA 117 - EXERCÍCIO 4 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2

Exercício 4: Heloisa estava fazendo uma viagem de carro. O total do percurso era de 42 km. Na primeira hora ela percorreu $\frac{1}{2}$ do caminho e na segunda hora ela percorreu $\frac{2}{6}$ do caminho.

- Qual fração do percurso ela fez nessas duas horas?
- Quantos quilômetros ela percorreu?
- Quantos quilômetros falta para Heloisa terminar a viagem?

FONTE: A autora (2017).

Como é possível observar, neste exercício optei por também não apresentar um modelo de barras para a T2 com o objetivo de verificar se, após os exercícios anteriores, eles seriam capazes de construir seu próprio modelo.

Entre os alunos da T2, apenas 3 resolveram completamente a questão, sendo que o restante dos alunos resolveu de forma parcial. Dentre estes, a maioria construiu o modelo de barras com as respectivas equivalências entre as frações. No entanto, não responderam às questões ou responderam apenas o primeiro item.

Seguem abaixo dois exemplos de resoluções diferentes feitas pela Turma 2:

FIGURA 118 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 12 DO EX.4 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2

a) Qual fração do percurso ela fez nessas duas horas? $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

b) Quantos quilômetros ela percorreu? $42 \frac{5}{6}$

c) Quantos quilômetros falta para Heloisa terminar a viagem? $3 \frac{1}{2}$

42 km

a) Ela percorreu $\frac{5}{6}$

b) Ela percorreu 35 km

c) 7 quilômetros para terminar a viagem.

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 119 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DO EX.4 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2

Exercício 4: Heloisa estava fazendo uma viagem de carro. O total do percurso era de 42 km. Na primeira hora ela percorreu $\frac{1}{2}$ do caminho e na segunda hora ela percorreu $\frac{2}{6}$ do caminho.

a) Qual fração do percurso ela fez nessas duas horas? $\frac{10}{12}$

b) Quantos quilômetros ela percorreu? $19 \frac{1}{2}$ km

c) Quantos quilômetros falta para Heloisa terminar a viagem? $22 \frac{1}{2}$ km

42 km

a) $\frac{10}{12}$

b) 35 km

c) 7 km

FONTE: A autora (2017).

Na resolução feita pelo aluno 12, vemos que ele conseguiu utilizar o modelo de barras e identificar a fração correspondente à cada parte, bem como associar que o todo equivale aos 42 km (total do percurso), optando por deixar as frações com o denominador 6. Apesar de ter feito as operações corretamente para encontrar o valor numérico (distância) correspondente à cada parte do todo, a aluna confundiu-se ao responder os itens “b” e “c”, invertendo as respectivas respostas,

o que poderia ser evitado se a mesma tivesse verificado se suas respostas correspondiam às respectivas frações do percurso.

O aluno 11, optou por encontrar as equivalências entre as frações com denominador comum 12. Respondeu corretamente o item “a” e chegou a calcular a distância equivalente à cada doze avos do percurso, no entanto não respondeu os demais itens da questão. Vemos também que o aluno equivocou-se ao preencher a fração correspondente à cada parte do modelo de barras, colocando $\frac{2}{12}$ ao invés de $\frac{1}{12}$. Ele poderia ter percebido tal equívoco, caso tivesse constatado que, somando todas as partes, ela obteria o dobro de partes equivalente à 1 inteiro.

Entre os alunos da T3, seis alunos acertaram completamente a questão e os outros quatro alunos acertaram parcialmente, tendo feito o modelo de barras adequadamente, porém confundindo-se em alguma operação, como é o caso do aluno 21 que errou a operação de subtração ao calcular o item “c”, cuja resolução podemos ver abaixo:

FIGURA 120 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 21 DO EX.3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T3

Exercício 3: Heloisa estava fazendo uma viagem de carro. O total do percurso era de 42 km. Na primeira hora ela percorreu $\frac{1}{2}$ do caminho e na segunda hora ela percorreu $\frac{2}{6}$ do caminho.

a) Qual fração do percurso ela fez nessas duas horas? $\frac{5}{6}$
 b) Quantos quilômetros ela percorreu? 35 Km
 c) Quantos quilômetros falta para Heloisa terminar a viagem? 13 Km

de na 1ª hora ela percorreu $\frac{1}{2} = 21$ Km.
 na segunda hora, $\frac{2}{6} = 14$ Km

7 7 7 7 7 7
 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$
 2ª hora

$42 \overline{) 6 \times}$
 0 7

$\begin{array}{r} 42 \\ - 21 \\ \hline 21 \\ + 14 \\ \hline 35 \end{array}$

$\begin{array}{r} 42 \\ - 35 \\ \hline 13 \end{array}$

$\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$
 1ª hora 2ª hora

FONTE: A autora (2017).

Abaixo segue a resolução do aluno 16, onde o mesmo explorou de forma completa o modelo de barras, explicitando todas as operações realizadas para obter as respostas de cada ítem:

FIGURA 121 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 16 DO EX.3 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T3

Exercício 3: Heloisa estava fazendo uma viagem de carro. O total do percurso era de 42 km. Na primeira hora ela percorreu $\frac{1}{2}$ do caminho e na segunda hora ela percorreu $\frac{2}{6}$ do caminho.

a) Qual fração do percurso ela fez nessas duas horas?
 b) Quantos quilômetros ela percorreu?
 c) Quantos quilômetros falta para Heloisa terminar a viagem?

a) A fração correspondente do percurso que ela fez em duas horas é $\frac{5}{6}$
 b) Ela percorreu 35 km.
 c) Falta 7 km para ela terminar a viagem.

FONTE: A autora (2017).

O próximo exercício (quinto da Folha de Atividades da T2 e quarto da Folha de Atividades da T3) foi baseado no exercício 3 do Livro My Pals Are Here - 5A, pag 75, tendo sido acrescentado apenas um breve contexto utilizando os números propostos.

FIGURA 122 - ATIVIDADE DO LIVRO MY PALS ARE HERE - 5A

3 Find the difference between $\frac{5}{6}$ and $\frac{5}{9}$.

What is the first common multiple of 6 and 9?

$\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$ $\frac{5}{9} = \frac{10}{18}$

$\frac{5}{6} - \frac{5}{9} = \frac{15}{18} - \frac{10}{18} = \frac{5}{18}$

FONTE: Livro My Pals Are Here - 5A, pag.75.¹⁷

O enunciado da Folha de Atividades da Turma 2 ficou assim:

¹⁷ © Marshall Cavendish Education. Adapted with permission.

FIGURA 123 - EXERCÍCIO 5 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2

Exercício 5: Uma garrafa tinha $\frac{5}{6}$ l de refrigerante. Bheatriz bebeu $\frac{5}{9}$ l do refrigerante. Quanto refrigerante sobrou?

Qual é o primeiro múltiplo comum de 6 e 9?

The diagram shows a horizontal bar representing a bottle, divided into 18 equal segments. The first 15 segments are shaded orange, representing the amount of soda consumed. The remaining 3 segments are unshaded, representing the amount left. A question mark is placed below the unshaded segments.

FONTE: Adaptado do Livro My Pals Are Here - 5A, pag. 75.

Esta é uma questão bem parecida com a Questão 3 da T2 (respectivamente Questão 2 da T3), porém agora os denominadores não são múltiplos entre si.

Nenhum aluno da T2 acertou completamente a questão, porém 6 deles chegaram bem próximos. Todos eles encontraram as frações equivalentes, determinando o M.M.C., mas quatro alunos erraram o cálculo final (somaram as frações ao invés de subtraí-las) e os outros dois alunos acertaram toda a parte das operações, mas inverteram as respostas ao preencherem as lacunas das frações no modelo de barras, enquanto os primeiros quatro alunos acertaram essa parte. Seguem abaixo dois exemplos de resoluções encontradas como citadas acima:

FIGURA 124 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 10 DO EX.5 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2

Exercício 5: Uma garrafa tinha $\frac{5}{6}$ l de refrigerante. Bheatriz bebeu $\frac{5}{9}$ l do refrigerante. Quanto refrigerante sobrou?

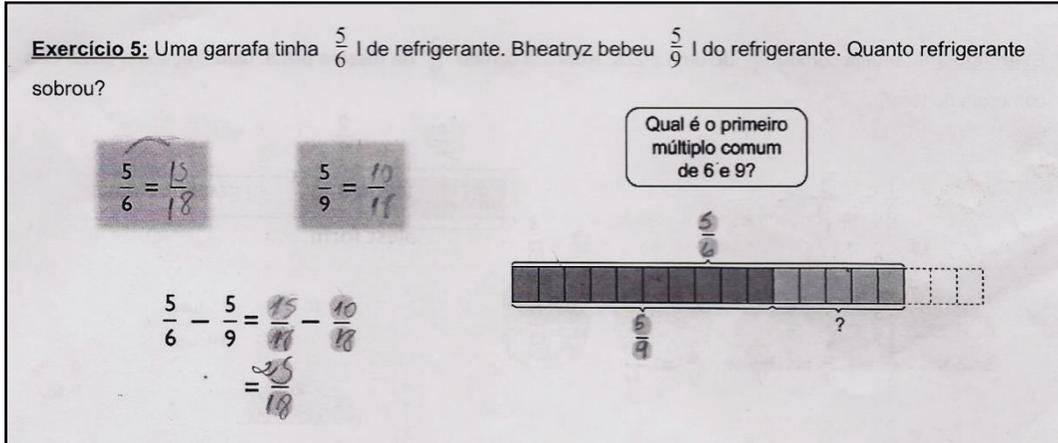
Qual é o primeiro múltiplo comum de 6 e 9?

The student's solution shows the following work:

- Equivalent fractions: $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$ and $\frac{5}{9} = \frac{10}{18}$.
- Subtraction: $\frac{5}{6} - \frac{5}{9} = \frac{15}{18} - \frac{10}{18} = \frac{5}{18}$.
- Handwritten calculations for the LCM: $6 \times 3 = 18$ and $9 \times 2 = 18$.
- A bar model with 18 segments, where the first 15 segments are shaded and the last 3 are unshaded, with a question mark below them.

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 125 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 9 DO EX.5 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2

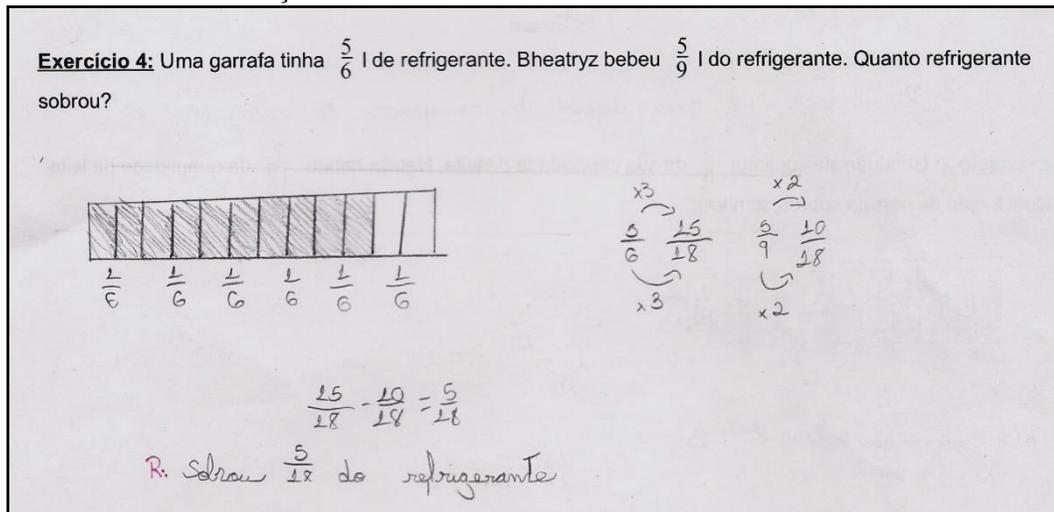


FONTE: A autora (2017).

Três alunos dessa turma não fizeram o exercício.

Na T3, apenas 1 aluno não resolveu a questão, enquanto 6 alunos efetuaram corretamente todas as operações, mas fizeram errado ou não fizeram o modelo de barras (vide aluno 14 a seguir) e 3 alunos fizeram tanto as operações quanto o modelo de barras corretamente (como o aluno 21 abaixo). Seguem abaixo exemplos dessas duas situações:

FIGURA 126 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 14 DO EX.4 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T3



FONTE: A autora (2017).

Os alunos que fizeram o modelo de barras como acima basearam-se no exercício parecido citado anteriormente, pois todos dividiram a barra em 12 partes, não percebendo que agora deveriam dividi-la em 18 partes.

FIGURA 127 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 21 DO EX.4 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T3

Exercício 4: Uma garrafa tinha $\frac{5}{6}$ l de refrigerante. Bheatriz bebeu $\frac{5}{9}$ l do refrigerante. Quanto refrigerante sobrou?

$\frac{5}{6} - \frac{5}{9} =$

$\frac{1}{9} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{9}$

$\frac{5}{18} - \frac{5}{18} = \frac{15}{18} - \frac{10}{18} = \frac{5}{18}$

$M(6) = 6, 12, 18, 24, 30 \dots$
 $M(9) = 9, 18, 27, 36 \dots$

$\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$ $\frac{5}{9} = \frac{10}{18}$

R: Sobrou $\frac{5}{18}$ de refrigerante.

FONTE: A autora (2017).

Na imagem acima vemos que o aluno 21 fez uma primeira tentativa equivocada de representar a situação pelo modelo de barras, porém logo abaixo apresentou o modelo correto, explicitando na parte de baixo da barra que $\frac{1}{6}$ equivale a 3 partes da barra e, com o tracejado, mostrou o equivalente a $\frac{5}{6}$. Já na parte de cima da barra evidenciou que duas partes equivalem a $\frac{1}{9}$ e com o tracejado mostrou a quantia referente a $\frac{5}{9}$. Ou seja, foi uma resolução completa, onde a aluna conseguiu explorar e evidenciar todos os dados no modelo de barras.

O sexto e último exercício da Folha de Atividades da T2 (respectivamente quinto da Folha de Atividades da T3) foi criado por mim e sua transcrição da folha de atividades segue abaixo:

FIGURA 128 - EXERCÍCIO 6 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2

Exercício 6: Felipe gastou $\frac{1}{4}$ do seu dinheiro no sábado e $\frac{2}{6}$ no domingo. Qual fração do dinheiro Felipe gastou nos dois dias?

FONTE: A autora (2017).

Novamente, buscando verificar se os alunos da T2 conseguiriam utilizar o modelo mostrado na questão anterior, também não foi oferecido para eles um modelo de apoio nessa questão. Neste exercício, os denominadores também não são múltiplos entre si, ou seja, trata-se de uma questão com um nível de dificuldade similar a anterior, porém agora os alunos deveriam somar as frações equivalentes obtidas.

Essa foi a questão com pior desempenho entre os alunos da Turma 2. Cinco alunos fizeram a questão em branco, 2 alunos fizeram todas as operações corretamente e outros 2 encontraram o denominador em comum, mas não fizeram a equivalência dos numeradores, errando, assim o resultado final. Nenhum aluno dessa turma conseguiu fazer corretamente o modelo de barras.

Abaixo temos um exemplo de um aluno que conseguiu encontrar os valores corretos, porém não utilizou de forma adequada o modelo de barras:

FIGURA 129 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 9 DO EX.6 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2

Exercício 6: Felipe gastou $\frac{1}{4}$ do seu dinheiro no sábado e $\frac{2}{6}$ no domingo. Qual fração do dinheiro Felipe gastou nos dois dias?

$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ $\frac{2}{6} = \frac{4}{12}$ $\frac{12}{3}$

$\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$

4, 8, 12, 16
 6, 12, 18, 24

A fração do dinheiro é $\frac{7}{12}$

$\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$

FONTE: A autora (2017).

Em seguida vemos a resolução de uma aluno que calculou corretamente o M.M.C. entre os denominadores, porém não fez a correspondência entre os numeradores das frações:

FIGURA 130 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DO EX.6 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T2

Exercício 6: Felipe gastou $\frac{1}{4}$ do seu dinheiro no sábado e $\frac{2}{6}$ no domingo. Qual fração o dinheiro Felipe gastou nos dois dias?

no sábado $\rightarrow \frac{1}{4} + \frac{2}{6} \leftarrow$ no domingo

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{6} = \frac{3}{12}$$

M(4) 4, 8, 12...
M(6) 6, 12...

R: a fração que ele gastou nos 2 dias foi $\frac{3}{12}$

FONTE: A autora (2017).

Já na T3, 7 alunos acertaram a questão (sendo que dois deles fizeram apenas as operações, sem utilizar o modelo de barras) e 3 alunos erraram total ou parcialmente a questão. Seguem abaixo dois exemplos:

FIGURA 131 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 20 DO EX.5 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T3

Exercício 5: Felipe gastou $\frac{1}{4}$ do seu dinheiro no sábado e $\frac{2}{6}$ no domingo. Qual fração o dinheiro Felipe gastou nos dois dias?

The student's solution includes two fraction models. The first model shows a bar divided into 12 equal parts, with 3 parts shaded to represent $\frac{3}{12}$. The second model shows a bar divided into 4 equal parts, with 1 part shaded to represent $\frac{1}{4}$. To the right of the models, there are calculations: $\frac{1}{4} \xrightarrow{\times 3} \frac{3}{12}$ and $\frac{2}{6} \xrightarrow{\times 2} \frac{4}{12}$. Below the models, the student has written: R: A fração do dinheiro que Felipe gastou é $\frac{3}{12}$.

FONTE: A autora (2017).

O aluno acima fez corretamente a equivalência entre as frações envolvidas, porém representou cada uma delas em um modelo de barras separado, sem transpor essa equivalência para ambos. Pela resposta apresentada, o aluno somou os dois numeradores iniciais,

provavelmente influenciado pela má representação pictórica, ou seja, somando as três partes representadas, mas manteve o denominador comum calculado.

Enquanto isso, a aluna cuja resolução vemos abaixo, conseguiu representar a situação apresentada no enunciado da questão utilizando o modelo de barras, explicitando a fração correspondente a cada uma das partes, inclusive quantas partes referem-se à cada uma das frações iniciais:

FIGURA 132 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 17 DO EX.5 DA FOLHA DE ATIVIDADES 4 DA T3

Exercício 5: Felipe gastou $\frac{1}{4}$ do seu dinheiro no sábado e $\frac{2}{6}$ no domingo. Qual fração o dinheiro Felipe gastou nos dois dias?

$\frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$

$m(4) = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28 \dots$

$m(6) = 6, 12, 18, 24 \dots$

$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$

$\frac{2}{6} = \frac{4}{12}$

R: $\frac{7}{12}$

FONTE: A autora (2017).

3.7 DESCRIÇÃO DA AVALIAÇÃO FINAL

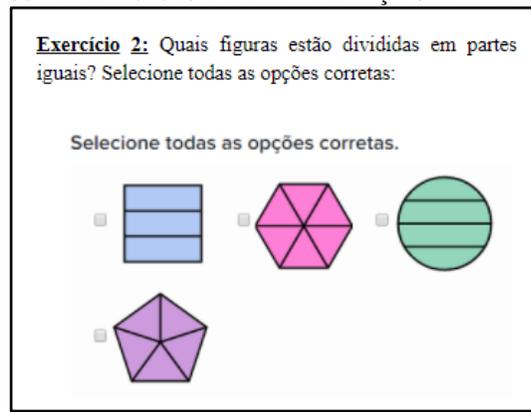
No dia 08/06/17 foi realizada uma Avaliação Final individual de cada aluno para verificar se houve avanços em relação à avaliação diagnóstica inicial, e quais avanços ocorreram após as aplicações das Folhas de Atividades com a Metodologia de Barras. Buscando adaptar as habilidades exigidas no nível de conhecimento de cada aluno, foram elaboradas 3 avaliações diferentes, seguindo os mesmos critérios adotados para a elaboração das Folhas de Atividades das Aulas 5 e 6.

As Avaliações completas aplicadas para as Turmas 1, 2 e 3 podem ser vistas nos Apêndices I, J e K, respectivamente. A avaliação da T1 foi composta por 12 questões (sendo 7 questões contextualizadas), a avaliação da T2 foi composta por 13 questões (sendo 4 delas contextualizadas) e a da T3 por 6 questões (todas contextualizadas).

Alguns exercícios são comuns às três turmas ou a duas delas. Sendo assim, a título de comparação, seus resultados serão apresentados conjuntamente. Além disso, as questões e seus respectivos resultados não serão apresentados na mesma sequência das avaliações, mas de acordo com seus respectivos objetivos e habilidades avaliadas, tendo sido agrupadas aqui segundo este critério.

Habilidade: Identificar divisão em partes iguais (de mesma área) em diferentes polígonos (Questão 2 para T1 e T2).

FIGURA 133 - EXERCÍCIO 2 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2



FONTE: Khan Academy. <<https://pt.khanacademy.org/>>

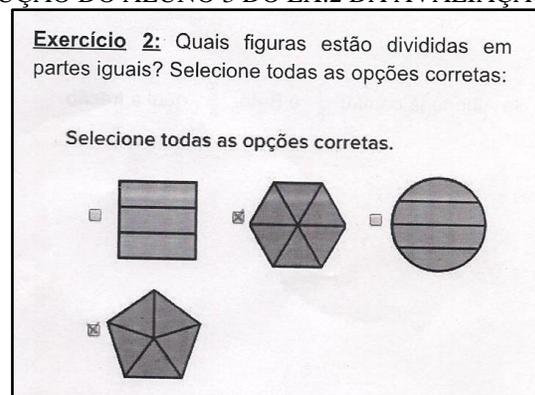
TABELA 21 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.2 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2

	T1	T2
Acertos	1	2
Parcialmente Correta	5	5
Erros	0	1
Branco	0	0
Total	6	8

FONTE: A autora (2017).

Abaixo, vemos uma resolução que foi considerada parcialmente correta, pois o aluno assinalou duas das opções corretas:

FIGURA 134 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 3 DO EX.2 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1



FONTE: A autora (2017).

De acordo com o resultado apresentado acima, inferimos que os alunos em geral conseguiram identificar de forma parcial as figuras que estão divididas em partes iguais, porém não prestaram a devida atenção ao enunciado da questão que pedia para assinalar todas as alternativas corretas, havendo três delas nessa condição. Dentre as alternativas corretas, a menos assinalada foi a primeira (quadrado dividido em 3 retângulos) e 3 alunos assinalaram a única alternativa errada (a do círculo). Essa constatação nos leva a concluir que houve um avanço parcial em relação a essa mesma habilidade verificada na Questão 2 da Avaliação Diagnóstica,

em especial quanto à divisão do círculo em partes iguais, bem como na introdução da primeira aula, conforme descrito anteriormente. Tal observação indica que, para os alunos que ainda erram neste aspecto fundamental da representação fracionária, uma recuperação do conceito será necessária.

Habilidade: Determinar a fração que representa a parte de um todo (Questão 3 para T1 e T2).

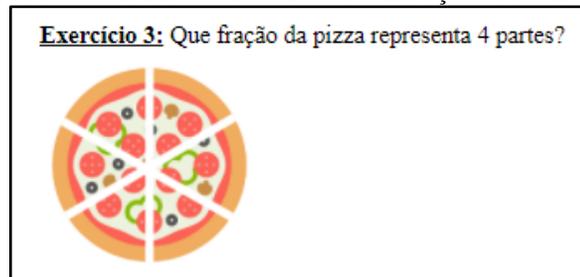
A diferença existente entre as duas turmas é a quantidade de partes do todo que se pede para representar na forma fracionária:

FIGURA 135 - EXERCÍCIO 3 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1



FONTE: Khan Academy. <<https://pt.khanacademy.org/>>

FIGURA 136 - EXERCÍCIO 3 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2



FONTE: Khan Academy. <<https://pt.khanacademy.org/>>

No quadro abaixo vemos que essa foi uma questão com poucos acertos:

TABELA 22 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.3 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2

	T1	T2
Acertos	1	3
Parcialmente Correta	0	0
Erros	4	3
Branco	1	2
Total	6	8

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 137 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 5 DO EX.3 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1



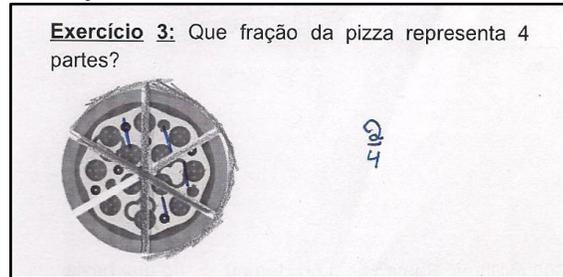
FONTE: A autora (2017).

Na imagem acima vemos que o aluno da T1 confundiu o valor do denominador, colocando o restante do todo ao invés da quantidade total de partes (é possível observar que o aluno fez a divisão de uma parte da pizza, o que nos leva a concluir que o mesmo colocou a quantidade de partes que sobrou no denominador). Este tipo de erro ocorre pela falha no entendimento da notação fracionária, e trabalhos como de Carrijo (2013) apontam a causa freqüente desse tipo de erro, ou seja, de que numa notação em que aparecem números, os alunos são levados a operarem com os mesmos, sem critério sobre os conceitos ou significados. No erro acima, a pizza está dividida em 6 partes iguais e uma parte foi destacada, logo $1 + 5 = 6$ partes. As partes numéricas 1 e 5 correspondem a partes da notação fracionária.

Um erro de mesma natureza cognitiva foi encontrado na T2. Vemos que o aluno trabalha com $4 + 2 = 6$, sendo 4 as partes tomadas e 2 as partes restantes, dentro de um todo dividido em 6 partes. A inversão entre os números que corresponderiam respectivamente ao numerador e

denominador indica que há incompreensão do aluno, não apenas do significado da notação fracionária como do conceito de fração imprópria. Na imagem abaixo vemos que o aluno colocou no denominador a quantidade que deveria ser o numerador (quatro) e, no numerador, a quantidade que sobrou do todo (dois):

FIGURA 138 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 8 DO EX.3 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2



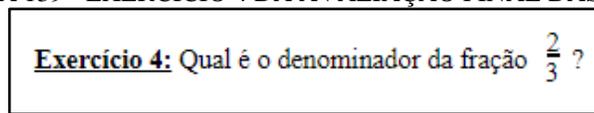
FONTE: A autora (2017).

Com esse tipo de erro, constatamos que os alunos dessas turmas ainda apresentam muita dificuldade em uma habilidade inicial para o conteúdo de frações, o que nos leva a concluir que ainda há lacunas conceituais importantes a serem sanadas junto à esses alunos e que tal habilidade não foi suficientemente adquirida com o trabalho nas aulas.

Uma reflexão leva à necessidade de talvez recorrer ao material concreto, como o Estojo de Frações, no início da revisão do tópico de frações para consolidar os significados do numerador e denominador na notação fracionária, junto com situações problema.

Habilidades: Identificar o numerador e o denominador da fração (Questões 4 e 5 para T1 e T2):

FIGURA 139 - EXERCÍCIO 4 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2



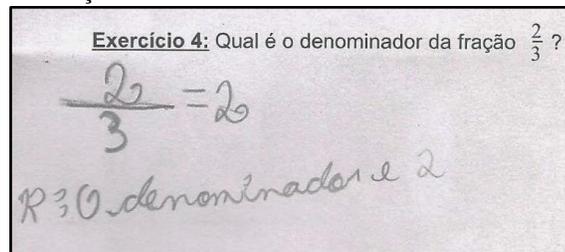
FONTE: A autora (2017).

TABELA 23 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.4 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2

	T1	T2
Acertos	1	5
Parcialmente Correta	0	0
Erros	5	3
Branco	0	0
Total	6	8

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 140 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 4 DO EX.4 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1

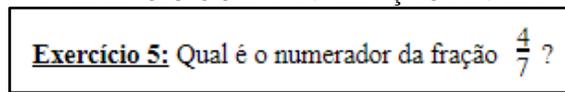


FONTE: A autora (2017).

Neste exercício, alguns alunos trocaram os números, invertendo os numeradores e os denominadores, mas houve algumas respostas aleatórias. Além disso, no exemplo acima há o uso indevido do sinal de igual. Fica evidente, portanto, que tais alunos não compreenderam o conceito e a representação de frações.

O mesmo ocorreu com o exercício 5 a seguir.

FIGURA 141 - EXERCÍCIO 5 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2



FONTE: A autora (2017).

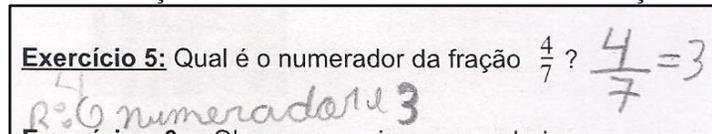
TABELA 24 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.5 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2

	T1	T2
Acertos	1	5
Parcialmente Correta	0	0
Erros	4	3
Branco	1	0
Total	6	8

FONTE: A autora (2017).

No exemplo abaixo, a aluna fez uma subtração entre o denominador e o numerador. Novamente vemos ocorrer o erro de mesma natureza cometido no exercício 3, de que os números que aparecem precisam ser de alguma forma operados:

FIGURA 142 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 4 DO EX.5 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1



FONTE: A autora (2017).

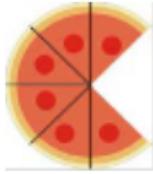
No entanto, é possível observar nos quadros acima referentes às questões 4 e 5 que os alunos da T2 tiveram um desempenho melhor nessas questões, e que os alunos da T1 ainda apresentam grande defasagem numa habilidade primária do conteúdo de frações. Portanto, tal habilidade precisa ser retomada com esses alunos em oportunidade futura utilizando, primeiramente, material concreto como estojo de frações e em seguida o modelo de barras como potencializador recurso didático para reforçar os conceitos.

Habilidade: Identificar a fração que representa a parte de um todo.

➤ Questão 8 Para T1:

FIGURA 143 - EXERCÍCIO 8 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1

Exercício 8: Rafael dividiu uma torta em oito pedaços iguais e comeu dois. Qual fração representa o pedaço que Rafael comeu?



(A) $\frac{6}{8}$ (B) $\frac{8}{6}$ (C) $\frac{2}{8}$ (D) $\frac{8}{2}$

FONTE: AAP 2016 (6º ANO).

TABELA 25 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.8 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1

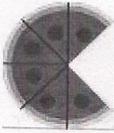
	T1
Acertos	3
Parcialmente Correta	0
Erros	3
Branco	0
Total	6

FONTE: A autora (2017).

Na questão 8, os alunos que erraram assinalaram a alternativa “a”, referente a parte que sobrou da pizza, ou seja, o contrário do que se pediu. Tal erro decorre da persistente dificuldade em interpretar com atenção o enunciado da questão. Observa-se que os alunos tendem a interpretar o que vêem e não o texto sobre a pergunta do problema.

FIGURA 144 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 3 DO EX.8 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1

Exercício 8: Rafael dividiu uma torta em oito pedaços iguais e comeu dois. Qual fração representa o pedaço que Rafael comeu?



(A) $\frac{6}{8}$ (B) $\frac{8}{6}$ (C) $\frac{2}{8}$ (D) $\frac{8}{2}$

FONTE: A autora (2017).

➤ Questão 9 para T1:

FIGURA 145 - EXERCÍCIO 9 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1

Exercício 9: Carla já usou um quarto dos selinhos de sua cartela de estrelas. A cartela de Carla é:

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

FONTE: Adaptado de Relatório Pedagógico SARESP 2011 (pag. 87).

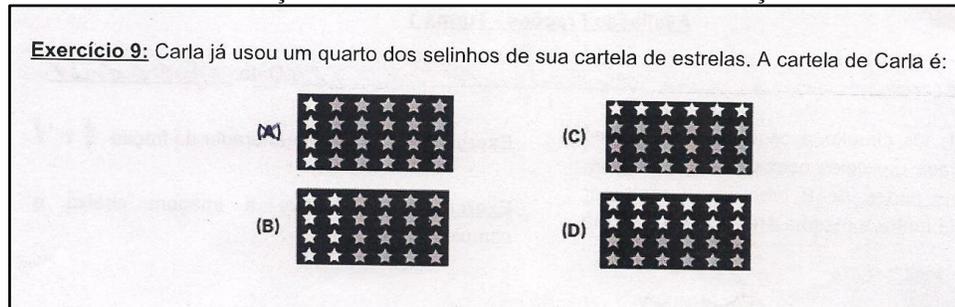
TABELA 26 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.9 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1

	T1
Acertos	2
Parcialmente Correta	0
Erros	4
Branco	0
Total	6

FONTE: A autora (2017).

Na questão 9, entre os alunos que erraram houve aqueles que assinalaram a alternativa “a”, onde se tinha uma cartela com 4 selos usados. Ou seja, os alunos dessa turma relacionaram equivocadamente o termo “um quarto” presente no enunciado com a quantidade de 4 selos usados na alternativa “a”, evidenciando que a maioria dos alunos dessa turma desconhecem o significado de um termo da fração em sua forma escrita.

FIGURA 146 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 6 DO EX.9 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1



FONTE: A autora (2017).

➤ Questão 10 para T1 e Questão 8 para T2:

FIGURA 147 - EXERCÍCIO 10 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1

Exercício 10: Paulo comeu 3 partes de uma barra de chocolate que foi dividida em 5 partes iguais. A fração que representa a parte da barra de chocolate que Paulo comeu é:

- (A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{5}$

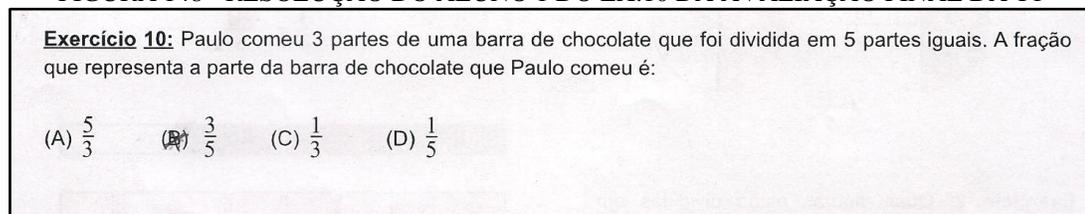
FONTE: A autora (2017).

TABELA 27 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.10 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2

	T1	T2
Acertos	6	6
Parcialmente Correta	0	0
Erros	0	2
Branco	0	0
Total	6	8

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 148 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 1 DO EX.10 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1



FONTE: A autora (2017).

Como podemos ver, todos os alunos da T1 acertaram a questão 10, enquanto nos exercícios 8 e 9 houve apenas três e dois acertos, respectivamente. Em nenhuma delas algum aluno apresentou uma justificativa para sua resposta. Acreditamos que, nesses casos, as imagens presentes nas questões 8 e 9 colaboraram para os equívocos dos alunos, já que a questão 10, que tratava exatamente da mesma habilidade, não continha nenhuma imagem e todos os alunos acertaram. Constatamos assim que as imagens presentes nos enunciados são um fator de grande influência para os alunos dessa turma pois, apesar de conseguirem identificar a fração de um todo, confundem-se ao tentarem associar os dados presentes nos enunciados e nas alternativas às imagens apresentadas. Ou seja, se o conceito não está bem consolidado, a imagem pode servir para confundir o aluno ao invés de ajudá-lo.

Na T2, 6 alunos acertaram a questão, também sem fazer referência a qualquer raciocínio utilizado. Os dois alunos que erraram, assinalaram as alternativas “a” (referente à fração $\frac{5}{3}$, ou seja, invertendo a posição dos números) e “d” (referente à fração $\frac{1}{5}$). Na imagem abaixo, vemos

que o aluno que assinalou a alternativa “d” até fez a representação pictórica do problema, porém de maneira incorreta, não verificou que, escolhendo tal opção, a soma das partes não equivaleria ao todo, ou seja, 5 partes. Na verdade, podemos inferir que o pensamento do aluno foi de considerar a parte comida por Paulo como uma parte só, juntando o que foi comido e, logo, constituindo um quinto:

FIGURA 149 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 9 DO EX.8 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1

Exercício 8: Paulo comeu 3 partes de uma barra de chocolate que foi dividida em 5 partes iguais. A fração que representa a parte da barra de chocolate que Paulo comeu é: -

(A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{1}{3}$ ~~(D)~~ $\frac{1}{5}$

Ele comeu $\frac{1}{5}$

Exercício 9: Encontre os valores de:

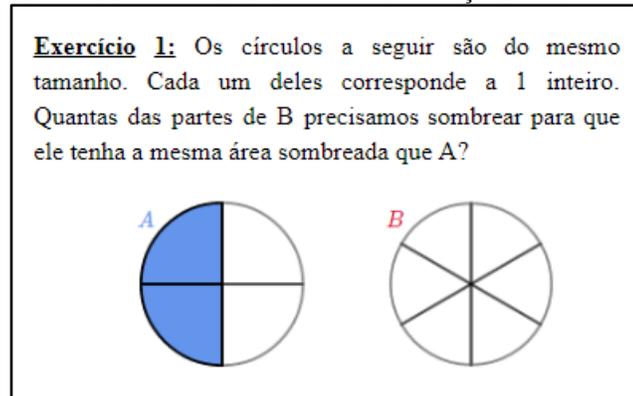
FONTE: A autora (2017).

A análise acima mostra que o aluno pode ter-se equivocado em considerar que, somando as partes que sobraram (duas) com a que foi comida (uma), resulta nas três partes que diz o problema, ou seja, o aluno confunde o significado de numerador e denominador de uma fração ao fazer a representação pictórica, mostrando que, se não dominar a representação correta em barras, esta estratégia também não serve de auxílio à resolução de um problema.

Habilidade: Reconhecer as frações equivalentes como frações que representam a mesma parte do inteiro utilizando a representação pictórica.

➤ Questão 1 para as T1 e T2:

FIGURA 150 - EXERCÍCIO 1 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1



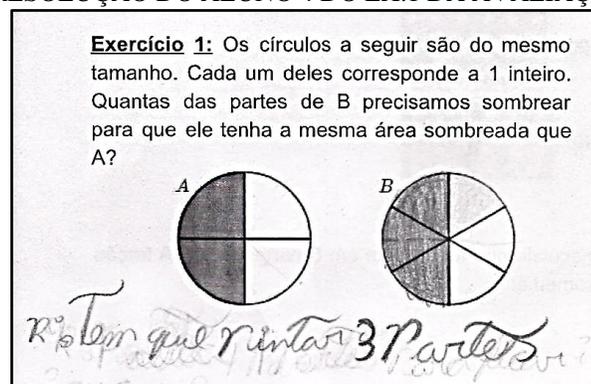
FONTE: Khan Academy. <<https://pt.khanacademy.org/>>

TABELA 28 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.1 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2

	T1	T2
Acertos	5	6
Parcialmente Correta	0	0
Erros	1	1
Branco	0	1
Total	6	8

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 151 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 4 DO EX.1 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1

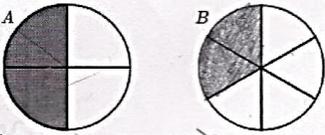


FONTE: A autora (2017).

O aluno 4 (acima) conseguiu identificar corretamente a quantidade de partes da Figura B que deveriam ser preenchidas para se obter a mesma área sombreada da Figura A, porém o aluno 11 (abaixo) preencheu, identicamente à Figura A, apenas duas partes de B, como também fez o único aluno da T1 que errou essa questão.

FIGURA 152 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DO EX.1 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2

Exercício 1: Os círculos a seguir são do mesmo tamanho. Cada um deles corresponde a 1 inteiro. Quantas das partes de B precisamos sombrear para que ele tenha a mesma área sombreada que A?



R: Precisa sombream 2 quadradinhos da B para que possa ficar igual a A.

Exercício 2: Quais figuras estão divididas em

FONTE: A autora (2017).

No quadro de resultados dessa questão vemos que a maioria dos alunos não tiveram dificuldade em resolver essa questão.

➤ Questões 6 e 7 para as T1 e T2:

FIGURA 153 - EXERCÍCIO 6 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2

Exercício 6: Observe a imagem abaixo e complete:

$$\frac{3}{4} = \frac{\quad}{8}$$



FONTE: Khan Academy. <<https://pt.khanacademy.org/>>

TABELA 29 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.6 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2

	T1	T2
Acertos	2	2
Parcialmente Correta	1	1
Erros	3	5
Branco	0	0
Total	6	8

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 154 - EXERCÍCIO 7 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2

Exercício 7: Observe a imagem abaixo e complete:

$$\frac{2}{6} = \frac{\quad}{3}$$

FONTE: Khan Academy. <<https://pt.khanacademy.org/>>

TABELA 30 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.7 DA AVALIAÇÃO FINAL DAS T1 E T2

	T1	T2
Acertos	3	4
Parcialmente Correta	2	1
Erros	1	3
Branco	0	0
Total	6	8

FONTE: A autora (2017).

Nos exercícios 6 e 7, além da equivalência pictórica, era necessário obter a fração equivalente à fração dada. Alguns alunos que erraram, chegaram a preencher corretamente as partes necessárias da figura, porém erraram ao denotarem as frações equivalentes.

FIGURA 155 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 2 DO EX.6 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1

Exercício 6: Observe a imagem abaixo e complete:

$$\frac{3}{4} = \frac{?}{8}$$

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 156 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 3 DO EX.7 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1

Exercício 7: Observe a imagem abaixo e complete:

$$\frac{2}{6} = \frac{6}{3}$$

FONTE: A autora (2017).

O fato de haver alunos que preencheram corretamente a quantidade de partes da figura na questão 1 e não o fizeram nas questões 6 e 7 pode ser devido ao fato dos enunciados dessas últimas não serem tão claros quanto a primeira em relação ao que se pede. Além disso, em relação aos acertos parciais, vemos que os alunos têm maior facilidade em associar a equivalência através das partes nas figuras do que na sua representação fracionária.

Habilidade: Realizar operações de adição e subtração de frações de mesmo denominador (Questão 12-T1):

FIGURA 157 - EXERCÍCIO 7 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1

Exercício 12: Encontre os valores de:

a) $\frac{5}{8} + \frac{2}{8} =$

b) $\frac{9}{12} - \frac{6}{12} =$

c) $\frac{3}{15} + \frac{2}{15} + \frac{7}{15} =$

d) $\frac{6}{11} + \frac{2}{11} - \frac{5}{11} =$

FONTE: A autora (2017).

TABELA 31 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.12 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1

	T1
Acertos	1
Parcialmente Correta	0
Erros	5
Branco	0
Total	6

FONTE: A autora (2017).

A questão 12 da Turma 1 trata de operações de adição e subtração entre frações com denominadores iguais. Somente 1 aluno acertou e os que erraram apresentaram respostas diversas, em sua maior parte aleatórias. Abaixo encontra-se a resolução do aluno 4 que resolveu corretamente todas as operações propostas e em seguida a resolução do aluno 6 que, nas alternativas “a” e “c” somou, além dos numeradores, também os denominadores, enquanto nas alternativas “b” e “d”, conservou corretamente os denominadores, porém errou as operações entre os numeradores.

FIGURA 158 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 4 DO EX.12 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1

Exercício 12: Encontre os valores de:

a) $\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{8}$

b) $\frac{9}{12} - \frac{6}{12} = \frac{3}{12}$

c) $\frac{3}{15} + \frac{2}{15} + \frac{7}{15} = \frac{12}{15}$

d) $\frac{6}{11} + \frac{2}{11} - \frac{5}{11} = \frac{3}{11}$

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 159 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 6 DO EX.12 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1

Exercício 12: Encontre os valores de:

a) $\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{16}$

b) $\frac{9}{12} - \frac{6}{12} = \frac{7}{12}$

c) $\frac{3}{15} + \frac{2}{15} + \frac{7}{15} = \frac{12}{45}$

d) $\frac{6}{11} + \frac{2}{11} - \frac{5}{11} = \frac{6}{11}$

FONTE: A autora (2017).

Na Turma 2 também houve uma questão envolvendo adição e subtração entre frações como exercícios de cálculo, ou seja, sem contexto de problemas, porém trabalhando frações tanto com denominadores iguais quanto com denominadores diferentes.

Habilidade: Realizar operações de adição e subtração de frações de mesmo denominador e denominadores diferentes (Questão 9 - T2):

FIGURA 160 - EXERCÍCIO 9 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2

Exercício 9: Encontre os valores de:

a) $\frac{3}{15} + \frac{2}{15} + \frac{7}{15} =$

b) $\frac{6}{11} + \frac{2}{11} - \frac{5}{11} =$

c) $\frac{1}{4} + \frac{2}{12} =$

d) $\frac{1}{2} - \frac{2}{7} =$

FONTE: A autora (2017).

TABELA 32 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX.9 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2

	T2
Acertos	0
Parcialmente Correta	8
Erros	0
Branco	0
Total	8

FONTE: A autora (2017).

Dos itens com denominadores iguais, metade dos alunos acertaram ambas as operações e a outra metade acertou de forma parcial. Já os itens com denominadores diferentes ninguém acertou. A maioria chegou a encontrar o denominador em comum, mas não soube efetuar as equivalências necessárias, como vemos na imagem abaixo:

FIGURA 161 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 9 DO EX.9 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2

Exercício 9: Encontre os valores de:

a) $\frac{3}{15} + \frac{2}{15} + \frac{7}{15} = \frac{12}{15}$

b) $\frac{6}{11} + \frac{2}{11} - \frac{5}{11} = \frac{2}{11} - \frac{5}{11} = \frac{3}{11}$

c) $\frac{1}{4} + \frac{2}{12} = \frac{3}{12}$

d) $\frac{1}{2} - \frac{2}{7} = \frac{1}{14}$

(M2) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14

(M7) 7, 14, 21, 28

FONTE: A autora (2017).

Habilidade: Realizar operações de adição e subtração de frações com mesmo denominador (Q11-T1, Q10-T2 e Q1-T3):

A questão 11 da Turma 1 trata de operações de adição e subtração entre frações com denominadores iguais de forma contextualizada e foi uma questão comum às 3 Turmas.

FIGURA 162 - EXERCÍCIO 11 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1

<p>Exercício 11: Alberto e Beto estão comendo uma pizza. Se Alberto já comeu $\frac{1}{8}$ e Beto, $\frac{3}{8}$, qual a fração que sobrou desta pizza?</p>
--

FONTE: A autora (2017).

TABELA 33 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS NA AVALIAÇÃO FINAL DA Q11-T1, Q10-T2 E Q1-T3

	T1	T2	T3
Acertos	0	4	7
Parcialmente Correta	0	1	2
Erros	3	3	0
Branco	3	0	0
Total	6	8	9

FONTE: A autora (2017).

Na T1 apenas 1 aluno tentou chegar à uma solução, porém incompleta, enquanto os demais alunos deixaram-na em branco. Abaixo é mostrado a resposta de um aluno que esboçou uma tentativa de resolução, porém colocou o sinal errado da operação (que deveria ser adição), apesar de somar corretamente as frações. Além disso, não terminou a resolução para encontrar a fração que sobrou da pizza.

FIGURA 163 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 6 DO EX.11 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T1

Exercício 11: Alberto e Beto estão comendo uma pizza. Se Alberto já comeu $\frac{1}{8}$ e Beto, $\frac{3}{8}$, qual a fração que sobrou desta pizza? $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$ eles comeram. do pizza.

FONTE: A autora (2017).

Na T2, 4 alunos acertaram essa questão. Na imagem abaixo vemos a resolução de um aluno que conseguiu fazer a representação pictórica da questão com o modelo de barras, utilizar a operação de adição entre frações e expressar seu raciocínio concluindo a questão corretamente, faltando apenas explicitar a operação de subtração:

FIGURA 164 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 12 DO EX.10 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2

Exercício 10: Alberto e Beto estão comendo uma pizza. Se Alberto já comeu $\frac{1}{8}$ e Beto, $\frac{3}{8}$, qual a fração que sobrou desta pizza?

ALBERTO BETO

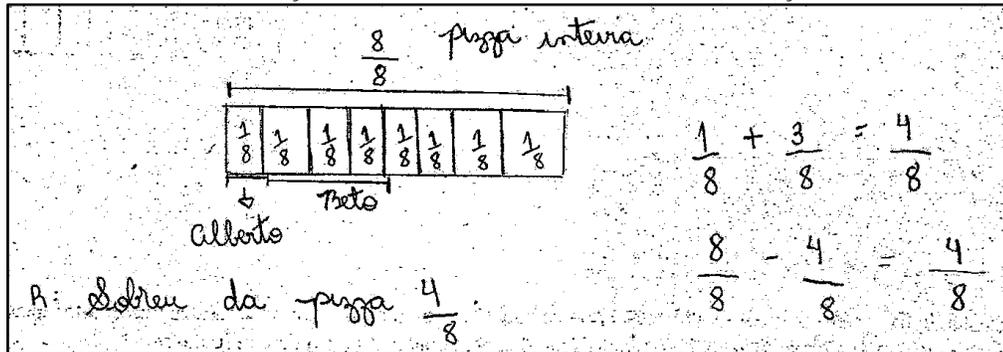
$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$

A fração é $\frac{4}{8}$ que sobrou
o total da pizza é 8 e ele comeram
4 pedacinhos no total e a fração é $\frac{4}{8}$

FONTE: A autora (2017).

Sete alunos da T3 acertaram a questão acima e dois o fizeram de forma parcial, sem justificar suas respostas, apesar de terem apresentado o resultado correto. No total 6 alunos dessa turma utilizaram o modelo de barras e 3 resolveram apenas por meio das operações entre frações.

FIGURA 165 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 21 DO EX.1 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3



FONTE: A autora (2017).

As 3 questões restantes da Turma 2 são contextualizadas e também são comuns à Turma 3. Portanto, seus resultados serão apresentados conjuntamente a seguir.

Habilidades:

-Compreender fração como fator multiplicativo;

-Subtração entre frações com denominadores iguais.

➤ Questão 11 para T2 e Questão 3 para T3:

FIGURA 166 - EXERCÍCIO 11 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2

Exercício 11: Alan já leu $\frac{3}{11}$ do segundo volume de Game of Thrones. Se essa obra tem 495 páginas, quantas páginas ainda faltam para Alan terminar o livro?

FONTE: A autora (2017).

TABELA 34 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS NA AVALIAÇÃO FINAL DA Q11-T2 E Q3-T3

	T2	T3
Acertos	3	7
Parcialmente Correta	0	2
Erros	4	0
Branco	1	0
Total	8	9

FONTE: A autora (2017).

Nessa questão os alunos precisavam identificar a fração restante do livro e seu equivalente em quantidade discreta.

Os três alunos da T2 que acertaram utilizaram o modelo de barras para resolver a questão, enquanto 4 alunos da T3 não utilizaram o modelo. Os alunos da T3 que acertaram a questão de forma parcial erraram nos cálculos das operações aritméticas, porém mostraram que compreenderam a questão, modelando adequadamente os dados com o método de barras.

Nas imagens abaixo é possível verificar que ambos alunos utilizaram o modelo de barras para resolver a questão, porém o aluno da T3 estruturou melhor sua resposta e encontrou a solução subtraindo a parte lida do total de páginas do livro, enquanto o aluno da T2 multiplicou a quantidade referente à cada parte pelo total de partes que faltava para terminar o livro.

FIGURA 167 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 11 DO EX.11 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2

Exercício 11: Alan já leu $\frac{3}{11}$ do segundo volume de Game of Thrones. Se essa obra tem 495 páginas, quantas páginas ainda faltam para Alan terminar o livro?

Handwritten solution showing a subtraction problem: $495 \frac{11}{11} - 44 \frac{45}{11} = 055 \frac{66}{11} - 55 \frac{66}{11} = 0$.

Handwritten solution showing a multiplication problem: $445 \times 8 = 360$.

Handwritten solution showing a bar model: A bar representing 495 pages is divided into 11 equal parts. The first 3 parts are shaded, representing the pages read. The remaining 8 parts are unshaded, representing the pages left to read. Below the bar, the fraction $\frac{3}{11}$ is written.

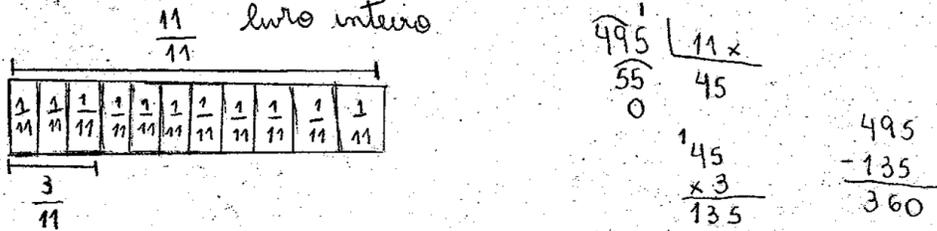
Handwritten answer: R: Falta ela ler 360 paginas

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 168 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 21 DO EX.3 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3

Exercício 3: Alan já leu $\frac{3}{11}$ do segundo volume de Game of Thrones. Se essa obra tem 495 páginas, quantas páginas ainda faltam para Alan terminar o livro?

$\frac{11}{11}$ livro inteiro



Alan
leu

Cada parte equivale a 45 páginas, ou seja, Alan já leu 135.

R: Ainda faltam 360 páginas para Alan terminar.

FONTE: A autora (2017).

Observamos aqui o poder pedagógico do modelo de barras que confere autonomia aos alunos para abordagens distintas na resolução de problemas.

➤ Questão 12 para T2 e Questão 5 para T3:

FIGURA 169 - EXERCÍCIO 12 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2

Exercício 12: Um eleitor que mora no interior percorreu 72 km para não deixar de votar. Os três quartos iniciais do percurso foram feitos de trem e o restante a pé. Quantos quilômetros ele percorreu de trem?

FONTE: A autora (2017).

TABELA 35 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS NA AVALIAÇÃO FINAL DA Q12-T2 E Q5-T3

	T2	T3
Acertos	1	5
Parcialmente Correta	0	3
Erros	5	1
Branco	2	0
Total	8	9

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 170 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 27 DO EX.12 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2

Exercício 12: Um eleitor que mora no interior percorreu 72 km para não deixar de votar. Os três quartos iniciais do percurso foram feitos de trem e o restante a pé. Quantos quilômetros ele percorreu de trem?

$$\begin{array}{r} 72 \text{ } 13 \\ \underline{76} \quad 24 \\ 12 \\ 0 \end{array}$$

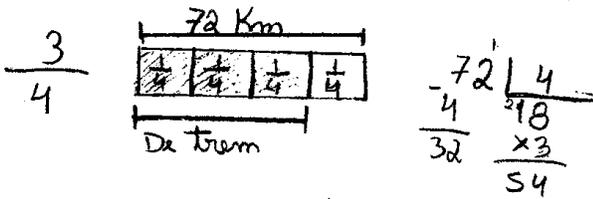
Ele percorreu 24 km de trem

FONTE: A autora (2017).

Na imagem acima vemos que o aluno equivocou-se ao dividir indevidamente a quantidade total da distância percorrida por 3, ao invés de dividir por 4, ou seja, trocou o total de partes do caminho com a quantidade de partes percorrida de trem, mesmo erro cometido pelo aluno da T3 que errou a questão. Outro erro encontrado foi o aluno informar quantos quilômetros foram percorridos à pé, ou seja, falta de atenção quanto ao enunciado. Entre os que acertaram de forma parcial, os mesmos demonstraram a compreensão do problema através da modelagem pelo modelo de barras ou exposição do raciocínio, porém erraram em cálculos numéricos. Abaixo, vemos que o aluno 18 identificou corretamente os dados da questão, explicitando-os no modelo de barras e efetuando as operações necessárias para encontrar o valor pedido.

FIGURA 171 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 18 DO EX.5 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3

Exercício 5: Um eleitor que mora no interior percorreu 72 km para não deixar de votar. Os três quartos iniciais do percurso foram feitos de trem e o restante a pé. Quantos quilômetros ele percorreu de trem?



Ele percorreu de trem 54 Km.

FONTE: A autora (2017).

Habilidade: Calcular frações equivalente e realizar operações de adição e subtração entre frações com denominadores diferentes (Q13-T2 e Q4-T3)

FIGURA 172 - EXERCÍCIO 13 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2

Exercício 13: Luísa tomou $\frac{1}{5}$ de um refrigerante de 1500 mililitros. Seu irmão, Luiz, tomou $\frac{2}{3}$ do que havia sobrado. Qual a quantidade de refrigerante que ainda resta na garrafa?

FONTE: A autora (2017).

TABELA 36 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS NA AVALIAÇÃO FINAL DA Q13-T2 E Q4-T3

	T2	T3
Acertos	0	1
Parcialmente Correta	0	4
Erros	7	4
Branco	1	0
Total	8	9

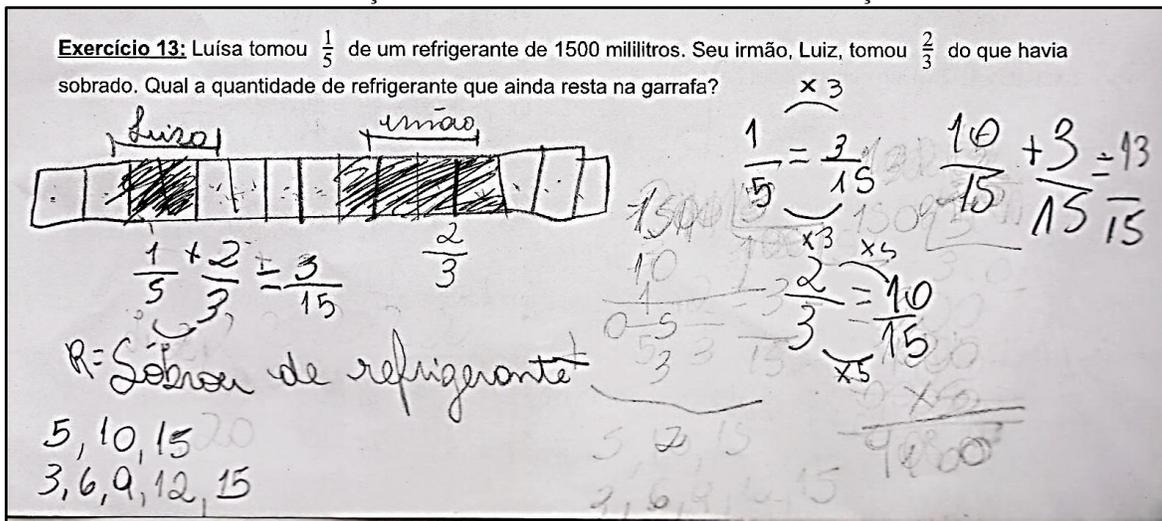
FONTE: A autora (2017).

A questão abordava frações com denominadores diferentes com quantidades contínuas. Apenas um aluno entre as duas turmas conseguiu resolver a questão, sendo a questão com pior desempenho das provas. A principal dificuldade encontrada foi interpretar corretamente o enunciado. Nas imagens abaixo vemos que tanto na T2 quanto na T3 os alunos que apresentaram alguma resolução encontraram as frações equivalentes no denominador comum quinze, porém não compreenderam que deveriam calcular a quantidade em mililitros referente aos dois terços que sobraram após Luísa beber um quinto. Deveriam, portanto, calcular dois terços das 12 partes restantes, ou seja, a quantidade de refrigerante referente a 8 partes para, assim, encontrar quanto sobrou na garrafa. Outra possibilidade seria calcular diretamente a quantidade referente a um terço das 12 partes que restaram após Luísa beber. Em todo caso, os alunos confundiram que, após Luísa beber um quinto da garrafa, o todo passa a ser os 1200 ml que restaram.

Em análise posterior à aplicação, concluímos que este exercício apresentava um nível elevado de dificuldade para os alunos, já que as idéias necessárias para sua resolução não foram discutidas antes em Folhas de Atividades.

Além de interpretar incorretamente a questão o aluno cuja resolução é mostrada abaixo preencheu de forma equivocada o modelo de barras e não completou seu raciocínio.

FIGURA 173 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 9 DO EX.13 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T2



FONTE: A autora (2017).

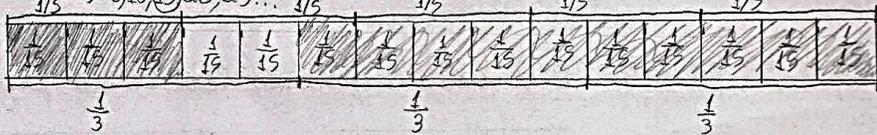
Abaixo, uma aluna da T3 que fez toda a resolução baseando-se no equívoco de calcular dois terços do total da garrafa, ao invés do que sobrou. Percebemos, portanto, que para resolver

essa questão, os alunos não precisavam encontrar as frações equivalentes, mas sim apenas calcular as quantidades equivalentes em mililitros que cada um consumiu.

FIGURA 174 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DO EX.4 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3

Exercício 4: Luísa tomou $\frac{1}{5}$ de um refrigerante de 1500 mililitros. Seu irmão, Luiz, tomou $\frac{2}{3}$ do que havia sobrado. Qual a quantidade de refrigerante que ainda resta na garrafa?

$M(3) = 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, \dots$
 $M(5) = 5, 10, 15, 20, 25, \dots$



$1500 \times \frac{2}{3}$

1500	1500	100
00	00	100
00	00	$\times 2$
00	00	200
0	0	

R: Resta na garrafa 200 mililitros de refrigerante.

FONTE: A autora (2017).

Por fim, restam ainda duas questões que constaram apenas na Avaliação Final da Turma 3

Habilidade: Compreender a relação parte-todo num problema contextualizado (Q2-T3)

FIGURA 175 - EXERCÍCIO 2 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3

Exercício 2: A rodovia que liga duas cidades, Campina da Lagoa e Juranda, está sendo reformada. Se $\frac{1}{3}$ já foi reformada e ainda faltam 20 km, qual o comprimento desta rodovia?

FONTE: A autora (2017).

TABELA 37 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX. 2 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3

	T3
Acertos	8
Parcialmente Correta	0
Erros	1
Branco	0
Total	9

FONTE: A autora (2017).

No exercício 2 da T3, os alunos deveriam encontrar a quantidade em quilômetros equivalente à cada um das partes, para então encontrar o comprimento total da rodovia, ou seja, o valor referente ao todo. Na primeira imagem abaixo é possível ver a resolução de um aluno que utilizou o modelo de barras e expôs seu raciocínio conforme os exemplos feitos anteriormente em sala de aula e, na imagem seguinte, vemos a resolução do aluno dessa turma que errou a questão, atribuindo de forma equivocada o valor dado à um terço do todo ao invés de dois terços.

FIGURA 176 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 15 DO EX.2 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3

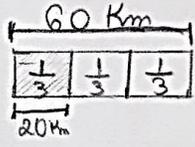
Exercício 2: A rodovia que liga duas cidades, Campina da Lagoa e Juranda, está sendo reformada. Se $\frac{1}{3}$ já foi reformada e ainda faltam 20 km, qual o comprimento desta rodovia?

R: O comprimento da rodovia é de 30 km.

FONTE: A autora (2017).

FIGURA 177 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 18 DO EX.2 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3

Exercício 2: A rodovia que liga duas cidades, Campina da Lagoa e Juranda, está sendo reformada. Se $\frac{1}{3}$ já foi reformada e ainda faltam 20 km, qual o comprimento desta rodovia?

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 3 \\ \hline 60 \end{array}$$


O comprimento desta rodovia é de 60 Km.

FONTE: A autora (2017).

O grande número de acertos mostra que os alunos não tiveram dificuldades em resolver essa questão.

Habilidade: (Q6-T3)

-Representar frações equivalentes;

-Adicionar e subtrair frações heterogêneas.

FIGURA 178 - EXERCÍCIO 6 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3

Exercício 6: Maurício fez um suco misto de laranja e acerola. Ele misturou metade de um copo de suco de acerola com $\frac{1}{3}$ do mesmo copo de suco de laranja. Calcule qual a fração que falta para ter o copo cheio.

FONTE: A autora (2017).

TABELA 38 - DISTRIBUIÇÃO DE ACERTOS DO EX. 6 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3

	T3
Acertos	7
Parcialmente Correta	1
Erros	1
Branco	0
Total	9

FONTE: A autora (2017).

Na sexta e última questão da T3 é apresentado um problema envolvendo frações com denominadores diferentes em que os alunos deveriam encontrar suas frações equivalentes no denominador em comum e, em seguida, calcular a fração do copo que ficou vazio.

A seguir vemos a resolução de um aluno que resolveu corretamente a questão sem utilizar o modelo de barras, explicitando todas as operações utilizadas pelo mesmo de forma organizada:

FIGURA 179 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 16 DO EX.6 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3

Exercício 6: Maurício fez um suco misto de laranja e acerola. Ele misturou metade de um copo de suco de acerola com $\frac{1}{3}$ do mesmo copo de suco de laranja. Calcule qual a fração que falta para ter o copo cheio.

$$\frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{6}$$

$$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

R: A fração correspondente ao que falta para ter o copo cheio é $\frac{1}{6}$.

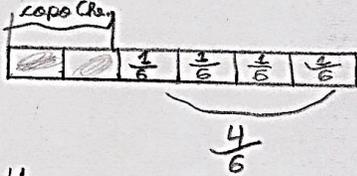
FONTE: A autora (2017).

Na imagem abaixo vemos que o aluno dessa turma que errou a questão encontrou o denominador em comum, porém não fez as equivalências corretas errando, assim, o resultado final:

FIGURA 180 - RESOLUÇÃO DO ALUNO 25 DO EX.6 DA AVALIAÇÃO FINAL DA T3

Exercício 6: Maurício fez um suco misto de laranja e acerola. Ele misturou metade de um copo de suco de acerola com $\frac{1}{3}$ do mesmo copo de suco de laranja. Calcule qual a fração que falta para ter o copo cheio.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6}$$

$$\begin{array}{r} 2,3 \\ 2,3 \\ 2,2 \\ \hline 6 \end{array}$$


R: Para ter o copo cheio falta $\frac{4}{6}$.

FONTE: A autora (2017).

3.8 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA AVALIAÇÃO FINAL

De acordo com os dados apresentados no capítulo anterior, vemos que ainda há déficits conceituais primários em relação ao conteúdo de frações a serem suprimidos, em especial entre os alunos da Turma 1, mas também entre os alunos da Turma 2.

No entanto, é possível constatar alguns avanços importantes.

Entre os alunos da Turma 1, destacamos em especial os desempenhos dos seguintes alunos:

TABELA 39 - COMPARAÇÃO ENTRE OS DESEMPENHOS NAS AVALIAÇÕES DIAGNÓSTICA E FINAL DE DOIS ALUNOS DA T1

Alunos T1	Desempenho Aval. Diag.	Questões Justificadas na Aval. Diag.	Desempenho Aval. Final
ALUNO 1	20%	0	60%
ALUNO 4	20%	0	50%

FONTE: A autora (2017).

O aluno 1 mencionado acima apresenta laudo de dislexia leve, o que torna seu desempenho final ainda mais significativo.

Vimos que entre a maior parte dos alunos da Turma 1, não foi possível avançar muito em relação ao conteúdo de frações, principalmente quanto ao uso da metodologia de barras. Isso se deve a vários fatores como, por exemplo, a grande defasagem desses alunos em relação às habilidades desejadas no sétimo ano escolar, sendo que alguns não possuem sequer as competências da leitura e escrita, tanto em português quanto em matemática. Acredito que, para tais alunos e também para alguns alunos da Turma 2 que apresentaram menor desempenho, a utilização de material concreto, como o estojo de frações utilizado na dissertação de Gois (2014), antes de modelo pictórico, facilitaria o processo de abstração necessária para utilização do modelo de barras como instrumento de representação do conceito de números. Porém, após descobrirmos esta alternativa didática, percebeu-se a necessidade de um período de tempo mais longo do que o utilizado neste projeto, para alcançar resultados mais sólidos junto a estes. No entanto, creio que o maior diferencial em relação a esses alunos foi conseguir uma maior participação destes nas aulas, com diminuição visível de apatia e aumento de interesse pelas atividades propostas.

Dos oito alunos que fizeram a avaliação final na T2, cinco tiveram desempenho igual ou superior a 50% da prova. Destes, destacamos em especial o desempenho de três alunos que apresentaram grande progresso, tanto no entendimento dos conceitos básicos de frações, quanto na capacidade de sistematizar os dados do problema e estruturar suas justificativas. O aluno 12, por exemplo, justificou apenas 1 questão dentre as 10 da Avaliação Diagnóstica, enquanto que na Avaliação Final foi a aluna que mais resolveu as questões contextualizadas (3 das 4) e as fez aplicando o modelo de barras. Os outros dois alunos acertaram duas das 4 questões contextualizadas. Os três alunos dessa turma que tiveram taxa de acerto menor do que 50% na Avaliação Final não realizaram a Avaliação Diagnóstica e, portanto, não é possível estabelecer uma comparação. Além disso, se tratam de alunos que foram bastante faltosos durante as aulas do projeto. Acreditamos que tais alunos poderiam ter-se saído melhor caso tivessem maior frequência nas aulas, mas também que seria interessante que eles trabalhassem com o material concreto do estojo de frações, assim como os alunos da Turma 1, para suprimir as dificuldades apresentadas.

Já os alunos da Turma 3 apresentaram uma grande evolução principalmente quanto à estruturação do raciocínio matemático utilizado na resolução das situações problemas. Vemos na tabela do Apêndice B que apenas dois alunos dessa turma justificaram de forma satisfatória mais da metade da avaliação diagnóstica, enquanto que na avaliação final todos acertaram mais de 50% da prova sendo que, para esta turma, a avaliação final foi composta apenas de questões abertas contextualizadas. Logo, isso implica que todos justificaram de forma satisfatória mais da metade das questões. Dos 9 alunos que fizeram a avaliação final da T3, três alunos utilizaram o modelo de barras para resolver todas as questões, três fizeram uso dele em 5 ou 4 problemas, dois utilizaram em apenas 2 exercícios e apenas um aluno resolveu todos os problemas sem utilizar o modelo de barras em nenhuma questão. Em termos de taxa de acerto, a utilização ou não do modelo de barras não apresentou grande influência nessa turma, comparando-os entre si na avaliação final. Todavia notamos que, principalmente entre os alunos com maior dificuldade, o uso das barras facilitou bastante o processo de estruturação e exposição das justificativas de suas respostas. Além disso, houve grande avanço de quase todos os alunos dessa turma em comparação ao desempenho constatado na avaliação diagnóstica. Temos abaixo:

TABELA 40 - COMPARAÇÃO ENTRE OS DESEMPENHOS NAS AVALIAÇÕES DIAGNÓSTICA E FINAL DE ALGUNS ALUNOS DA T3

Alunos T3	Desempenho Aval. Diag.	Questões Justificadas na Aval. Diag.	Desempenho Aval. Final
ALUNO 20	60%	5	100%
ALUNO 17	50%	4	67%
ALUNO 21	60%	5	75%
ALUNO 14	60%	3	75%

FONTE: A autora (2017).

Esses são apenas alguns dos resultados mais significativos, lembrando que não foi possível estabelecer uma comparação entre todos os alunos pois alguns não fizeram uma das duas avaliações (diagnóstica ou final).

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Propor-nos a realizar o presente trabalho foi algo motivador, uma vez ainda há poucas pesquisas no Brasil referentes ao Método Modelo de Barras de Singapura.

Pelos resultados descritos nos capítulos anteriores acreditamos que o método configura-se uma estratégia de ensino capaz de alcançar resultados significativos quanto à aprendizagem do conteúdo de frações. Salientamos que tal método não restringe-se apenas à esse conteúdo, podendo estender-se à demais tópicos do ensino de matemática, como é possível observar nos livros *“My Pals Are Here!”* de Singapura e na dissertação de Queiroz (2014), onde este faz uso do método para o ensino de Pré-Álgebra e Álgebra.

Destacamos a facilidade do uso do modelo em termos financeiros, uma vez que não se faz necessária a aquisição de nenhum material com custo significativo. No entanto, como já mencionado anteriormente, a experiência do material concreto como o estojo de frações antes da utilização do modelo de barras é importante nas séries iniciais ou ainda como recurso pedagógico para diminuir a defasagem de alguns alunos.

Constatamos que houve maior resistência ao uso do modelo de barras entre alunos que já dominam algum procedimento de resolução dos exercícios envolvendo frações sem que isso represente, em alguns casos, uma correta compreensão dos conceitos e caracterizando-se um mero procedimento mecânico. A introdução dessas representações nos anos iniciais de aprendizagem, pode favorecer a compreensão dos procedimentos e o desenvolvimento do raciocínio. No entanto, havendo alunos que não necessitam do modelo de barras para resolver problemas contextualizados que envolve o conceito e técnicas de frações, pode significar que estes alunos já estejam no caminho do pensamento algébrico, objetivo dos últimos anos do Ensino Fundamental. Porém, observamos que os alunos que utilizaram o modelo mostraram avanço na sua aprendizagem para alcançar tal objetivo e, logo, o modelo constitui uma estratégia de ensino válida para permitir o aproveitamento de maior número de alunos.

Visando aprimorar as próximas aplicações deste trabalho, avaliamos que o conteúdo de frações equivalentes foi trabalhado de forma muito rápida e que também foi rapidamente desvinculado das representações, o que pode ter sido causa das dificuldades relatadas nas aplicações das atividades que abordaram este tópico. Uma possível melhoria seria não tratar o procedimento de multiplicação do numerador e denominador desvinculado das representações.

Além disso, em relação às operações com frações com denominadores diferentes, pode-se usar uma barra para cada equivalência e uma especialmente para a operação, após a determinação das frações equivalentes com o mesmo denominador. Notamos que, ao utilizarmos apenas uma barra para representar todas as transformações, mais a operação proposta, foram muitas as dificuldades encontradas pela maioria dos participantes.

Em termos pessoais, considero que este trabalho propiciou grande crescimento profissional pois, ao experimentar uma nova metodologia de ensino onde o professor ocupa uma posição que favorece a iniciativa por parte dos alunos, seja através da simples mudança na disposição das carteiras, seja numa interação mais personalizada com alguns alunos, altera-se inevitavelmente a relação professor-aluno. Além disso, constatar o crescimento dos alunos, ainda que insuficientes para o total aproveitamento, é extremamente recompensador para qualquer educador.

Temos consciência de que este trabalho deve ser aprimorado e de que inúmeros são os desafios na educação pública brasileira a serem superados para que seja possível atingir adequadas condições de ensino e de aprendizagem. Esperamos que, a despeito de tais fatores, os educadores encontrem aqui algo que os ajude e os instigue a superarem esses desafios.

REFERÊNCIAS

BALDIN, Yuriko Y., (Departamento de Matemática, Universidade Federal de São Carlos). **Texto explicativo sobre a chamada Matemática da Singapura**, texto de apoio a PROFOBMEP, Comunicação Pessoal, 2014.

CARRIJO NETO, Luciano Alves. **A pesquisa de aula (lesson study) no aperfeiçoamento da aprendizagem em matemática no 6º ano segundo o currículo do estado de São Paulo**. 165 f. Dissertação (Mestrado) - PPGECE - Universidade Federal de São Carlos, 2013.

DOTTI, Tamara Garcia Pinheiro. **Um estudo do modelo de barras nos livros didáticos da matemática de Singapura: Fundamentação da álgebra no Ensino Fundamental I ciclo**. 88 f. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Federal de São Carlos, 2016.

GOIS, Renata Claudia. **O efeito do material concreto e do modelo de barras no processo de aprendizagem significativa do conteúdo curricular de frações pelos alunos de 7º ano do Ensino Fundamental**. 99 f. Dissertação (Mestrado) - PPGECE - Universidade Federal de São Carlos, 2014.

KHEONG, Fong Ho; SOON, Gan Kee; RAMAKRISHNAN, Chelvi (Org.). **My Pals are Here: Maths**. 2nd edition, Marshall Cavendish, 2009.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Relatório Pedagógico 2008 SARESP - Matemática**. Disponível em: <http://saesp.fde.sp.gov.br/2008/pdf/Relatorios/2_Saesp%202008%20-%20Relat%C3%B3rio%20Pedag%C3%B3gico_Matem%C3%A1tica.pdf>. Acesso em: 21 jan. 2017.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Relatório Pedagógico 2009 SARESP - Matemática**. Disponível em: <http://saesp.fde.sp.gov.br/2009/ArquivosPdf/Relatorios/2_Saesp%202009%20-%20Relat%C3%B3rio%20Pedag%C3%B3gico_Matem%C3%A1tica.pdf>. Acesso em: 21 jan. 2017.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Relatório Pedagógico 2011 SARESP - Matemática**. Disponível em: <http://saesp.fde.sp.gov.br/2011/pdf/relat%C3%B3rio_pedag%C3%B3gico_matem%C3%A1tica_2011.pdf>. Acesso em: 21 jan. 2017.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Relatório Pedagógico 2014 SARESP - Matemática**. Disponível em: <http://file.fde.sp.gov.br/saesp/saesp2014/Arquivos/RELATORIO_PEDAGOGICO_MATEMATICA.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2017.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Relatório Pedagógico 2015 SARESP - Matemática**. Disponível em: <http://file.fde.sp.gov.br/saesp/saesp2015/Arquivos/MT_2015_online.pdf>. Acesso em: 21 jan. 2017.

SITE. **Khan Academy**. Disponível em: . Acesso em: 25 jan. 2017.

APÊNDICE A – Avaliação Diagnóstica

Nome: _____

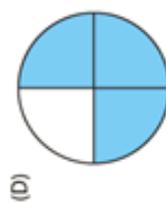
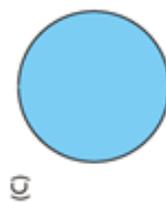
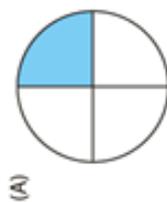
 Série: _____ Data: _____

Avaliação Diagnóstica 7º Ano - Frações

OBS.: JUSTIFIQUE TODAS AS SUAS RESPOSTAS

Exercício 1:

A figura cuja parte colorida em azul representa a operação $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ é:



FONTE: AAP DO 1º BIMESTRE DE 2016 (6º ANO).

Justificativa:

Exercício 2:

A fração que representa $\frac{4}{5}$ partes de um bolo que foi dividido em 5 partes é:

(A) $\frac{1}{5}$.

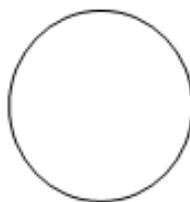
(B) $\frac{2}{5}$.

(C) $\frac{5}{4}$.

(D) $\frac{4}{5}$.

FONTE: AAP DO 1º BIMESTRE DE 2016 (6º ANO).

Represente as divisões do bolo na figura abaixo, pintando a fração pedida:



Exercício 3:

No período da manhã da escola Aprendendo Sempre, estudam 400 alunos dos quais 25% são crianças com menos de 10 anos. O número de alunos desta escola com 10 ou mais anos de idade é

A) 250

B) 300

C) 325

D) 375

FONTE: Relatório Pedagógico SARESP 2008 (pag. 70).

Justificativa:

APÊNDICE A – Avaliação Diagnóstica

Exercício 4:

Ao ler um livro de 100 páginas, o estudante decidiu ler 20 páginas por dia. Essa quantidade é equivalente a ler, por dia:

- (A) $\frac{1}{5}$ do livro.
 (B) $\frac{1}{4}$ do livro.
 (C) $\frac{1}{3}$ do livro.
 (D) $\frac{1}{2}$ do livro.

FONTE: Relatório Pedagógico SARESP 2015 (pag. 111).

Justificativa:

Exercício 5:

O número misto que corresponde à fração $\frac{5}{2}$ será

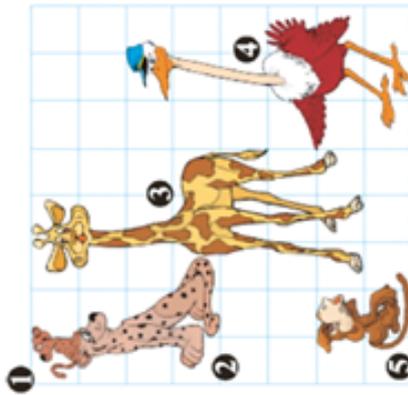
- (A) $2\frac{1}{2}$.
 (B) $5\frac{1}{2}$.
 (C) $2\frac{3}{2}$.
 (D) $4\frac{3}{2}$.

FONTE: AAP do 1º bimestre de 2016 (6º ano).

Justificativa:

Exercício 6:

Na ilustração a seguir, a altura da figura 5 corresponde à:



Fonte da figura: www.cangurudematematicabrasil.com.br (adaptada). Acesso em 18.04.2016.

- (A) quarta parte da altura da figura 3.
 (B) terça parte da altura da figura 4.
 (C) metade da altura da figura 2.
 (D) metade da altura da figura 1.

FONTE: AAP do 2º bimestre de 2016 (6º ano).

Justificativa:

APÊNDICE A – Avaliação Diagnóstica

Exercício 7:

O tremzinho em que 25% dos vagões estão coloridos é:

- a. 
- b. 
- c. 
- d. 

FONTE: Relatório Pedagógico SARESP 2009 (pag. 103).

Justificativa:

Justificativa:

Exercício 9:

O número 0,2 pode ser representado pela fração:

- (A) $\frac{1}{2}$
- (B) $\frac{2}{100}$
- (C) $\frac{10}{2}$
- (D) $\frac{2}{10}$

FONTE: Relatório Pedagógico SARESP 2009 (pag. 102).

Justificativa:

Exercício 8:

Lucia, Dandara, Tabata e Danúbia receberam, cada uma, um ticket numerado para concorrerem ao sorteio de um perfume:



O número premiado foi $\frac{102}{100}$

A menina ganhadora foi:

- a. Lúcia.
- b. Dandara.
- c. Tabata.
- d. Danúbia.

FONTE: Relatório Pedagógico SARESP 2009 (pag. 96).

Exercício 10:

Os amigos Pedro, Renato e Roberto comemoraram a vitória do seu time em uma pizzaria. Eles dividiram uma pizza em 8 pedaços iguais. Pedro comeu 3 pedaços, Renato comeu 1 pedaço e Roberto comeu 2 pedaços dessa pizza. Qual fração da pizza sobrou?

- (A) $\frac{6}{8}$
- (B) $\frac{8}{6}$
- (C) $\frac{2}{8}$
- (D) $\frac{4}{8}$

Justificativa:

FONTE: Adaptado de Relatório Pedagógico SARESP 2011 (pag. 74).

APÊNDICE B – Tabela de Resultados da Avaliação Diagnóstica

	Acertos	Justificadas	Nome/Questão	6	Justificativa	7	Justificativa	8	Justificativa	9	Justificativa	10	Justificativa
ALUNOS DA T1	2	0	Aluno 1	A	I	D	I	B	I	A	I	B	I
	3	0	Aluno 2	B	NA	D	NA	A	NA	A	NA	B	NA
	3	0	Aluno 3	A	NA	D	NA	D	I	B	NA	D	I
	2	0	Aluno 4	D	NA	C	NA	B	NA	A	NA	B	NA
	1	0	Aluno 5	D	NA	D	NA	B	NA	A	NA	B	NA
	4	0	Aluno 6	D	NA	D	I	B	I	C	NA	C	NA
ALUNOS DA T2	6	2	Aluno 7	D	I	A	I	B	NA	B	NA	C	S
	5	0	Aluno 8	C	NA	A	NA	B	NA	D	NA	A	NA
	5	2	Aluno 9	B	NA	A	NA	B	S	A	NA	C	S
	4	1	Aluno 10	C	I	A	S	B	I	C	NA	C	NA
	4	2	Aluno 11	C	I	BRANCO	NA	B	I	BRANCO	NA	C	S
	6	1	Aluno 12	D	I	D	I	B	I	D	NA	C	S
ALUNOS DA T3	3	1	Aluno 13	D	NA	A	S	B	NA	C	NA	B	I
	6	3	Aluno 14	D	I	A	S	B	I	BRANCO	NA	C	I
	9	8	Aluno 15	B	S	A	S	B	S	D	S	C	S
	9	9	Aluno 16	C	I	A	S	B	S	D	S	C	S
	5	4	Aluno 17	D	I	A	S	B	S	D	NA	C	S
	5	2	Aluno 18	C	NA	B	I	B	NA	D	D	C	S
	5	4	Aluno 19	A	I	A	S	B	I	A	NA	C	S
	6	5	Aluno 20	B	S	A	S	B	I	C	NA	C	S
	6	5	Aluno 21	D	I	A	S	B	S	B	I	C	S
	3	1	Aluno 22	B	NA	B	NA	A	NA	C	NA	C	S
		TOTAL	5	2	12	9	19	5	6	2	15	12	

APÊNDICE C - FOLHA DE ATIVIDADES 1

Nome: _____ Data: _____ Série: _____

Exercício 1: Sally tinha 18 selos. Ela vendeu $\frac{1}{3}$ deles. Quantos selos sobraram?

Exercício 2: Aline comprou algumas frutas. $\frac{2}{5}$ delas eram mangas. Ela comprou 12 mangas.

a) Quantas frutas Aline comprou ao todo?

b) Quantas frutas eram de outro tipo? Que fração representa as frutas de outro tipo?

Sua resolução:

Compartilhada:

Resolução

Exercício 3: Arthur gastou um total de R\$36,00 em um livro de matemática e um livro de contos. O livro de matemática custa $\frac{4}{9}$ do montante total gasto. Quanto dinheiro gastou Arthur no livro de contos? Que fração representa o dinheiro gasto no livro de contos?

Sua resolução:

Resolução Compartilhada:

APÊNDICE D - FOLHA DE ATIVIDADES 2

Nome: _____ Data: _____ Série: _____

Exercício 1: Paulo e Ana venderam brigadeiros na escola. Eles doaram $\frac{2}{10}$ do lucro das vendas para o grêmio da escola, doaram $\frac{4}{10}$ para a biblioteca da escola e o restante eles guardaram para a formatura.

a) Que fração do lucro eles doaram?

b) Que fração do lucro eles guardaram para a formatura?

Sua resolução:

Resolução Compartilhada:

Exercício 2: Ana comeu $\frac{1}{3}$ de uma pizza. Paulo comeu $\frac{1}{6}$ da mesma pizza. Qual fração da pizza eles comeram juntos?

Sua resolução:

Resolução Compartilhada:

Exercício 3: Leo comeu $\frac{1}{5}$ de uma torta. Marta comeu $\frac{6}{10}$ da mesma torta. Quem comeu mais? Quanto a mais?

Sua resolução:

Resolução Compartilhada:

APÊNDICE E - FOLHA DE ATIVIDADES 3

Nome: _____ Data: _____ Série: _____

Exercício 1: Vicente gastou $\frac{4}{7}$ de seu dinheiro em um par de sapatos. O par de sapatos custa R\$ 48,00. Quanto dinheiro ele tinha a princípio?

Sua resolução:

Resolução Compartilhada:

Exercício 2: Um barril contém uma mistura líquida de água e óleo. $\frac{2}{5}$ da mistura líquida é água. O volume de água é de 24 litros. Qual é o volume de óleo no barril?

Sua resolução:

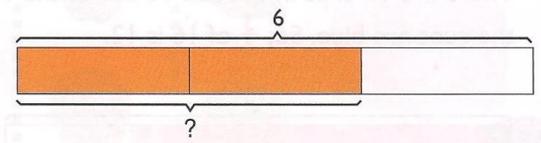
Resolução Compartilhada:

APÊNDICE F - FOLHA DE ATIVIDADES 4 - TURMA 1

Nome: _____ Data: _____ Série: _____

Exercício 1: Use o modelo abaixo para encontrar os seguintes valores:

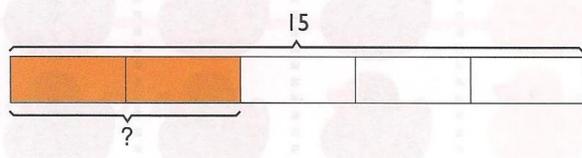
a) $\frac{2}{3}$ de 6



3 unidades = 6
 1 unidade = 6: 3 = 2
 2 unidades = 2 x 2 = 4
 Então, $\frac{2}{3}$ de 6 é 4.

Aqui está um modelo para encontrar $\frac{2}{3}$ de 6

b) Encontre o valor de $\frac{2}{5}$ de 15.



Dividir 15 em 5 partes iguais.
As partes sombreadas = $\frac{2}{5}$ do conjunto.

5 unidades =

1 unidade =

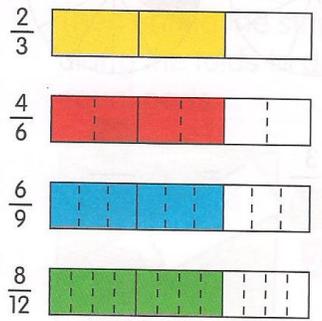
2 unidades =

Então, $\frac{2}{5}$ de 15 é _____

c) Encontre o valor de $\frac{3}{4}$ de 24

Frações Equivalentes

Veja algumas frações equivalentes a $\frac{2}{3}$:

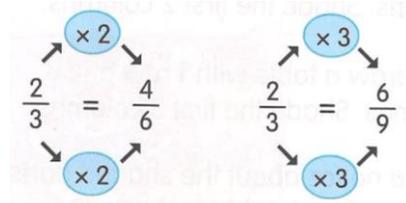


$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$$

Exercício 2: Observando o desenho, escreva com suas palavras o que você entende por frações equivalentes:

Mais sobre Frações Equivalentes:

Para encontrar uma fração equivalente, você pode **multiplicar** o numerador e o denominador pelo mesmo número.



Para obter $\frac{8}{12}$, nós multiplicamos o numerador e o denominador de $\frac{2}{3}$ por ____.

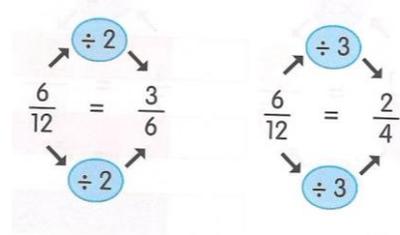
Exercício 3: Complete as frações equivalentes a seguir:

a $\frac{3}{4} = \frac{\text{●}}{8} = \frac{9}{\text{●}}$

b $\frac{2}{5} = \frac{4}{\text{●}} = \frac{\text{●}}{15}$

c $\frac{1}{3} = \frac{2}{\text{●}} = \frac{\text{●}}{9}$

Aqui está uma outra maneira de encontrar frações equivalentes. Você pode **dividir** o numerador e o denominador pelo mesmo número.



Exercício 4: Complete as seguintes frações equivalentes a $\frac{4}{12}$:

$$\frac{4}{12} = \frac{\text{●}}{6} \qquad \frac{4}{12} = \frac{1}{\text{●}}$$

Exercício 5: O diagrama mostra $\frac{3}{4}$ de uma tira sombreada. Quantas das partes sombreadas devem ser apagadas para que fiquem sombreadas apenas $\frac{3}{8}$ da tira?



APÊNDICE G - FOLHA DE ATIVIDADES 4 - TURMA 2

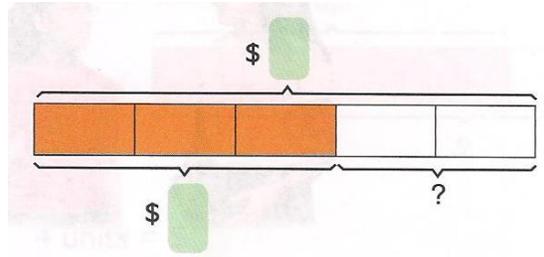
Nome: _____ Data: _____ Série: _____

Exercício 1: Gabriel tem R\$50,00. Ele usou $\frac{3}{5}$ para comprar um relógio. Quanto sobrou do dinheiro após a compra?

5 partes =

1 parte =

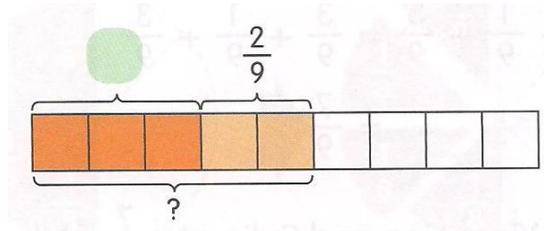
2 partes =



Exercício 2: Manuela comeu $\frac{1}{3}$ de uma pizza. Raphael comeu $\frac{2}{9}$ da mesma pizza. Qual fração da pizza eles comeram no total?

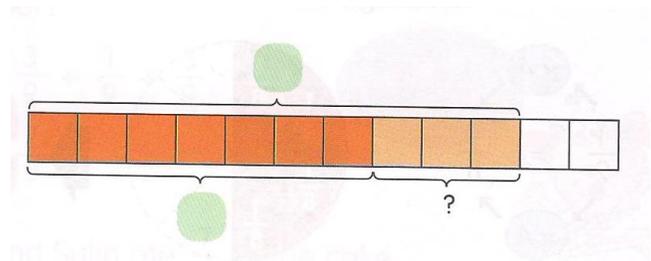
$$\frac{1}{3} = \frac{\quad}{9}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{\quad}{9} + \frac{2}{9} =$$



Exercício 3: Uma garrafa continha $\frac{5}{6}$ da sua capacidade de leite. Natalia bebeu $\frac{7}{12}$ da quantidade de leite. Qual fração da garrafa sobrou com leite?

ATENÇÃO: O enunciado deste exercício é equivocado para a imagem ao lado. Portanto, é necessário adequá-lo antes de aplicá-lo



Exercício 4: Heloisa estava fazendo uma viagem de carro. O total do percurso era de 42 km. Na primeira hora ela percorreu $\frac{1}{2}$ do caminho e na segunda hora ela percorreu $\frac{2}{6}$ do caminho.

- Qual fração do percurso ela fez nessas duas horas?
- Quantos quilômetros ela percorreu?
- Quantos quilômetros falta para Heloisa terminar a viagem?

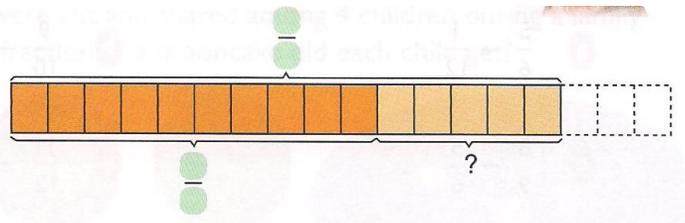
Exercício 5: Uma garrafa tinha $\frac{5}{6}$ l de refrigerante. Beatryz bebeu $\frac{5}{9}$ l do refrigerante. Quanto refrigerante sobrou?

$$\frac{5}{6} = \frac{\quad}{\quad}$$

Qual é o primeiro múltiplo comum de 6 e 9?

$$\frac{5}{6} - \frac{5}{9} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad}$$

$$= \frac{\quad}{\quad}$$



Exercício 6: Felipe gastou $\frac{1}{4}$ do seu dinheiro no sábado e $\frac{2}{6}$ no domingo. Qual fração do dinheiro Felipe gastou nos dois dias?

APÊNDICE H - FOLHA DE ATIVIDADES 4 - TURMA 3

Nome: _____ Data: _____ Série: _____

Exercício 1: Gabriel tem R\$50,00. Ele usou $\frac{3}{5}$ para comprar um relógio. Quanto sobrou do dinheiro após a compra?

Exercício 2: Uma garrafa continha $\frac{5}{6}$ da sua capacidade de leite. Natalia bebeu $\frac{7}{12}$ da quantidade de leite. Qual fração da garrafa sobrou com leite?

Exercício 3: Heloisa estava fazendo uma viagem de carro. O total do percurso era de 42 km. Na primeira hora ela percorreu $\frac{1}{2}$ do caminho e na segunda hora ela percorreu $\frac{2}{6}$ do caminho.

- Qual fração do percurso ela fez nessas duas horas?
- Quantos quilômetros ela percorreu?
- Quantos quilômetros falta para Heloisa terminar a viagem?

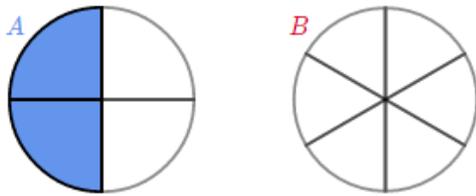
Exercício 4: Uma garrafa tinha $\frac{5}{6}$ l de refrigerante. Beatryz bebeu $\frac{5}{9}$ l do refrigerante. Quanto refrigerante sobrou?

Exercício 5: Felipe gastou $\frac{1}{4}$ do seu dinheiro no sábado e $\frac{2}{6}$ no domingo. Qual fração do dinheiro Felipe gastou nos dois dias?

APÊNDICE I - AVALIAÇÃO FRAÇÕES - TURMA 1

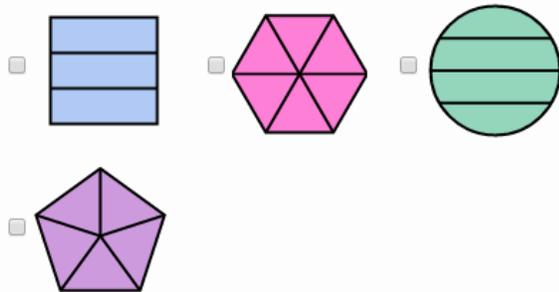
Nome: _____ Data: _____

Exercício 1: Os círculos a seguir são do mesmo tamanho. Cada um deles corresponde a 1 inteiro. Quantas das partes de B precisamos sombrear para que ele tenha a mesma área sombreada que A?



Exercício 2: Quais figuras estão divididas em partes iguais? Selecione todas as opções corretas:

Selecione todas as opções corretas.



Exercício 3: Que fração da pizza representa 1 parte?

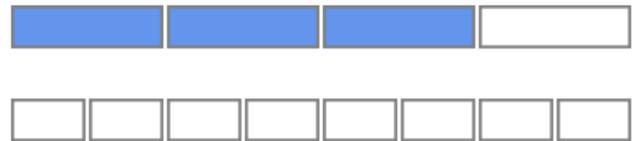


Exercício 4: Qual é o denominador da fração $\frac{2}{3}$?

Exercício 5: Qual é o numerador da fração $\frac{4}{7}$?

Exercício 6: Observe a imagem abaixo e complete:

$$\frac{3}{4} = \frac{\quad}{8}$$

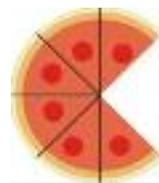


Exercício 7: Observe a imagem abaixo e complete:

$$\frac{2}{6} = \frac{\quad}{3}$$

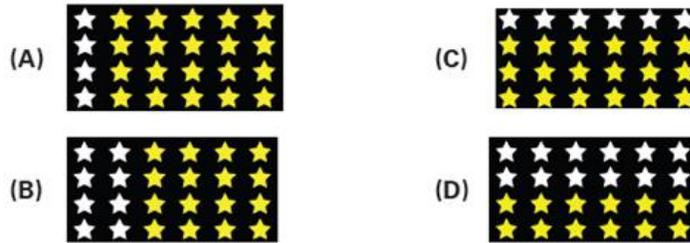


Exercício 8: Rafael dividiu uma torta em oito pedaços iguais e comeu dois. Qual fração representa o pedaço que Rafael comeu?



- (A) $\frac{6}{8}$ (B) $\frac{8}{6}$ (C) $\frac{2}{8}$ (D) $\frac{8}{2}$

Exercício 9: Carla já usou um quarto dos selinhos de sua cartela de estrelas. A cartela de Carla é:



FONTE: Adaptado de Relatório Pedagógico SARESP 2011 (pag. 87).

Exercício 10: Paulo comeu 3 partes de uma barra de chocolate que foi dividida em 5 partes iguais. A fração que representa a parte da barra de chocolate que Paulo comeu é:

(A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{5}$

Exercício 11: Alberto e Beto estão comendo uma pizza. Se Alberto já comeu $\frac{1}{8}$ e Beto, $\frac{3}{8}$, qual a fração que sobrou desta pizza?

Exercício 12: Encontre os valores de:

a) $\frac{5}{8} + \frac{2}{8} =$

b) $\frac{9}{12} - \frac{6}{12} =$

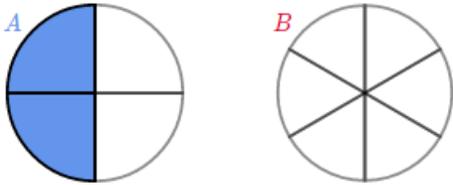
c) $\frac{3}{15} + \frac{2}{15} + \frac{7}{15} =$

d) $\frac{6}{11} + \frac{2}{11} - \frac{5}{11} =$

APÊNDICE J - AVALIAÇÃO FRAÇÕES - TURMA 2

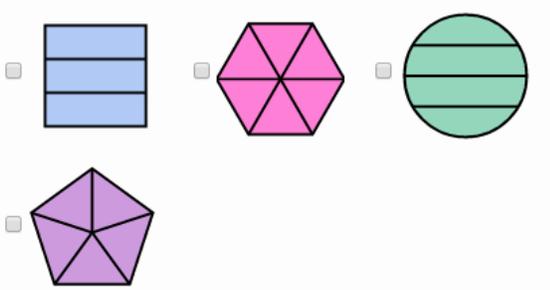
Nome: _____ Data: _____

Exercício 1: Os círculos a seguir são do mesmo tamanho. Cada um deles corresponde a 1 inteiro. Quantas das partes de B precisamos sombrear para que ele tenha a mesma área sombreada que A?



Exercício 2: Quais figuras estão divididas em partes iguais? Selecione todas as opções corretas:

Selecione todas as opções corretas.



Exercício 3: Que fração da pizza representa 4 partes?

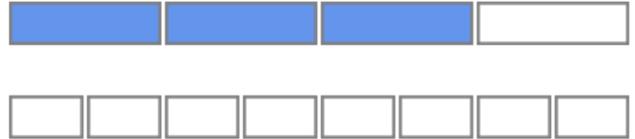


Exercício 4: Qual é o denominador da fração $\frac{2}{3}$?

Exercício 5: Qual é o numerador da fração $\frac{4}{7}$?

Exercício 6: Observe a imagem abaixo e complete:

$$\frac{3}{4} = \frac{\quad}{8}$$



Exercício 7: Observe a imagem abaixo e complete:

$$\frac{2}{6} = \frac{\quad}{3}$$



Exercício 8: Paulo comeu 3 partes de uma barra de chocolate que foi dividida em 5 partes iguais. A fração que representa a parte da barra de chocolate que Paulo comeu é:

- (A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{5}$

Exercício 9: Encontre os valores de:

a) $\frac{3}{15} + \frac{2}{15} + \frac{7}{15} =$

b) $\frac{6}{11} + \frac{2}{11} - \frac{5}{11} =$

c) $\frac{1}{4} + \frac{2}{12} =$

d) $\frac{1}{2} - \frac{2}{7} =$

Exercício 10: Alberto e Beto estão comendo uma pizza. Se Alberto já comeu $\frac{1}{8}$ e Beto, $\frac{3}{8}$, qual a fração que sobrou desta pizza?

Exercício 11: Alan já leu $\frac{3}{11}$ do segundo volume de Game of Thrones. Se essa obra tem 495 páginas, quantas páginas ainda faltam para Alan terminar o livro?

Exercício 12: Um eleitor que mora no interior percorreu 72 km para não deixar de votar. Os três quartos iniciais do percurso foram feitos de trem e o restante a pé. Quantos quilômetros ele percorreu de trem?

Exercício 13: Luísa tomou $\frac{1}{5}$ de um refrigerante de 1500 mililitros. Seu irmão, Luiz, tomou $\frac{2}{3}$ do que havia sobrado. Qual a quantidade de refrigerante que ainda resta na garrafa?

APÊNDICE K - AVALIAÇÃO FRAÇÕES - TURMA 3

Nome: _____ Data: _____

Exercício 1: Alberto e Beto estão comendo uma pizza. Se Alberto já comeu $\frac{1}{8}$ e Beto, $\frac{3}{8}$, qual a fração que sobrou desta pizza?

Exercício 2: A rodovia que liga duas cidades, Campina da Lagoa e Juranda, está sendo reformada. Se $\frac{1}{3}$ já foi reformada e ainda faltam 20 km, qual o comprimento desta rodovia?

Exercício 3: Alan já leu $\frac{3}{11}$ do segundo volume de Game of Thrones. Se essa obra tem 495 páginas, quantas páginas ainda faltam para Alan terminar o livro?

Exercício 4: Luísa tomou $\frac{1}{5}$ de um refrigerante de 1500 mililitros. Seu irmão, Luiz, tomou $\frac{2}{3}$ do que havia sobrado. Qual a quantidade de refrigerante que ainda resta na garrafa?

Exercício 5: Um eleitor que mora no interior percorreu 72 km para não deixar de votar. Os três quartos iniciais do percurso foram feitos de trem e o restante a pé. Quantos quilômetros ele percorreu de trem?

Exercício 6: Maurício fez um suco misto de laranja e acerola. Ele misturou metade de um copo de suco de acerola com $\frac{1}{3}$ do mesmo copo de suco de laranja. Calcule qual a fração que falta para ter o copo cheio.