



Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Matemática
Mestrado Profissional em Matemática
em Rede Nacional PROFMAT



Raciocínio Lógico para Concursos †

por

Edson Luiz de Araújo

sob orientação do

Prof. Dr. Lenimar Nunes de Andrade

Dissertação apresentada ao Corpo Docente do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT-CCEN-UFPB, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Dezembro/2017
João Pessoa - PB

†O presente trabalho foi realizado com apoio da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior).

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

A663r Araújo, Edson Luiz de.
Raciocínio lógico para concursos / Edson Luiz de
Araújo. - João Pessoa, 2017.
108 f. : il.

Orientação: Lenimar Nunes de Andrade.
Dissertação (Mestrado) - UFPB/CCEN.

1. Matemática. 2. Raciocínio lógico - Concursos
públicos. 3. Teoria dos conjuntos. I. Andrade, Lenimar
Nunes de. II. Título.

UFPB/BC

Raciocínio Lógico para Concursos

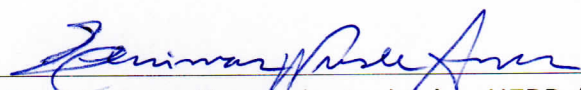
por

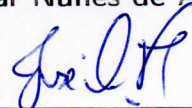
Edson Luiz de Araújo

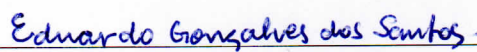
Dissertação apresentada ao Corpo Docente do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT CCEN-UEPB, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática Discreta.

Aprovada por:


Prof. Dr. Lenimar Nunes de Andrade - UFPB (Orientador)


Prof. Dr. José de Arimatéia Fernandes - UFCG


Prof. Dr. Eduardo Gonçalves dos Santos - UFPB

Dezembro/2017

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a Deus, que me permitiu mais esta conquista.

A minha esposa Célia pela paciência e força nos diversos momentos de ausência.

A meus pais, Josefa Paulo e José Ednildo, que sempre me apoiaram nas decisões e momentos mais difíceis deste percurso.

Ao meu irmão Vinícius pelo incentivo incondicional. A todos meus familiares e amigos que sempre me deram coragem durante a jornada.

A UFPB, que me recebeu com acolhimento.

A todos os professores desta instituição que contribuíram para a minha formação, em especial ao meu orientador Professor Dr. Lenimar Nunes de Andrade que, com sua sabedoria, me transmitiu toda tranquilidade e condições motivadoras para realização dessa tão difícil tarefa.

Aos meus colegas de turma, em especial ao amigo Ivelton Siqueira Lustosa pelo estímulo e compartilhamento de ideias.

E agradeço a todos que contribuíram direta ou indiretamente para realização deste trabalho.

Dedicatória

*A minha esposa, meus pais e irmão,
a todos os meus alunos e colegas de
profissão.*

Resumo

O raciocínio lógico tem uma participação cada vez maior em concursos públicos em todo território nacional. Isto acontece devido a importância destes conhecimentos na formação de pessoas que acompanham a evolução do chamado “mundo moderno” em que precisa-se de pessoas preparadas para resolver situações-problema com rapidez e eficiência, além de apresentar um perfil qualitativo em relação ao nível de QI (Quociente de Inteligência) das pessoas. Dessa forma, é importante responder a alguns questionamentos que norteiam os dias atuais em relação a este tema: O que é raciocínio lógico? Por que ele é cobrado em concursos públicos? Quais os principais conteúdos exigidos nestas provas? Como se preparar para os certames? Diante destes questionamentos, realizou-se uma pesquisa referente aos conteúdos mais abordados em concursos públicos, sob o enfoque do raciocínio lógico. Foram selecionadas questões de concursos públicos realizados no ano de 2016 nas diversas regiões do Brasil, questões clássicas de vestibulares e concursos das décadas de 60 e 70, além de questões de provas da OBMEP que contemplam conteúdos relacionados a este ramo da matemática. Os objetivos são os seguintes: disponibilizar um material que aborde os conteúdos mais exigidos em concursos nas áreas de Raciocínio Lógico através da exposição, resolução de exemplos e de questões de concursos para cargos diversos. Além de fundamentar a necessidade de ter aptidão em raciocínio lógico e auxiliar na preparação de candidatos a concursos públicos. A execução do projeto de pesquisa dar-se-á através da elaboração de um material de estudo referente aos conteúdos de raciocínio lógico e conjuntos, além da apresentação das soluções de questões diversas referentes a estes conteúdos que foram considerados os mais relevantes para a aprovação em certames que tem exigência de raciocínio lógico em seu programa. A partir da elaboração do material e resolução das questões, espera-se chamar a atenção para a importância destes conteúdos e ampliar a disponibilidade de materiais de estudo nesta importante área da matemática.

Palavra-chave: raciocínio lógico, concursos públicos, matemática.

Abstract

Logical reasoning has an increasing participation in public tenders throughout the national territory. This is due to the importance of this knowledge in the formation of people who follow the evolution of the so-called “modern world” in which people are prepared to solve problem situations quickly and efficiently, besides presenting a qualitative profile in relation to the level of IQ (Intelligence quotient) of people. In this way, it is important to answer some questions that guide the current day regarding this theme: What is logical reasoning? Why is it charged in open competitions? What are the main content required in these tests? How to prepare for the events? In the face of these questions, a research was carried out regarding the contents most approached in public tenders, under the approach of logical reasoning. Questions were selected from public tenders held in 2016 in the various regions of Brazil, entrance exams for universities and civil service of the 1960s and 1970s, as well as test from OBMEP (Brazilian Mathematical Olympiad of Public Schools) that include contents related to this branch of mathematics. The objectives are: to provide material that addresses the most demanded contents in the public tenders in the area of Logical Reasoning through the exhibition, resolution of examples and questions of civil service entrance examinations for various positions; in addition to substantiating the need to have aptitude in logical reasoning and assist in the preparation of competitors. The execution of the research project will be done through the elaboration of a study material regarding the contents of logical and joint reasoning, besides the presentation of the solutions of diverse questions referring to these contents that were considered the most relevant for the approval in events that have a logical reasoning requirement in its program. From the preparation of the material and resolution of the questions, it is hoped to draw attention to the importance of these contents and to increase the availability of study materials in this important zone of mathematics.

Keyword: logical reasoning, public examinations, math.

Sumário

Introdução	xiii
1 Raciocínio Lógico e Teoria dos Conjuntos	1
1.1 Fundamentos da Lógica	1
1.1.1 Proposição	1
1.1.2 Operadores lógicos	2
1.1.3 Tautologia, Contradição e Contingência	6
1.1.4 Recíprocas e Contrapositivas	8
1.1.5 Equivalência Lógica	8
1.1.6 Quantificadores	12
1.2 Noções de Teoria dos Conjuntos	13
1.2.1 Conceitos primitivos	13
1.2.2 Conjunto contido em outro conjunto	14
1.2.3 Conjuntos que possuem uma parte dos elementos em comum	15
1.2.4 Conjuntos que não possuem elementos em comum	15
1.2.5 Conjuntos finitos e infinitos	16
1.2.6 Conjunto das Partes	17
1.2.7 Operações entre conjuntos	18
2 Aplicações	23
2.1 Questões sobre Raciocínio Lógico	23
2.2 Questões sobre Conjuntos	32
2.3 Questões das Décadas de 60 e 70	36
2.4 Questões da OBMEP	42
3 Soluções	49
3.1 Questões sobre Raciocínio Lógico	49
3.2 Questões sobre Conjuntos	61
3.3 Questões das Décadas de 60 e 70	71
3.4 Questões da OBMEP	79
3.5 Considerações Finais	88

Apêndice	88
Referências	89

Lista de Figuras

1.1	Diagrama: meses do ano que possui 31 dias	14
1.2	B está contido em A	14
1.3	A e B possuem elementos em comum	15
1.4	A e B não possuem elementos em comum	15
1.5	Alternativas da questão proposta	16
1.6	Solução da questão proposta	16
1.7	Diagrama: Todo candidato ao concurso é estudioso	17
1.8	$A \cup B$	18
1.9	$A \cap B$	19
1.10	Diferença entre A e B	19
1.11	Complementar de A em relação a U	20
1.12	Diagrama para resolução do exemplo 2	21
2.1	Diagramas da questão 48	38
2.2	Diagramas da questão 50	39
2.3	Diagramas da questão 52	40
2.4	Peças a ser utilizadas	43
2.5	Quadriculado da questão 59	43
2.6	Cartões-resposta da questão 70	47
3.1	Árvore de flechas da questão 9	51
3.2	Diagrama para resolução questão 32	62
3.3	Diagrama para resolução questão 33	63
3.4	Diagrama para resolução questão 34	64
3.5	Diagrama para resolução questão 35	65
3.6	Diagrama para resolução questão 37	66
3.7	Diagrama para resolução questão 38	67
3.8	Diagrama para resolução questão 39	68
3.9	Diagrama para resolução questão 40	69
3.10	Diagrama para resolução questão 41	70
3.11	Diagrama para resolução questão 45	72
3.12	Diagrama para resolução questão 46	73

3.13	Diagramas para resolução da questão 48	74
3.14	Diagramas da questão 50	75
3.15	Diagramas da questão 52	76
3.16	Diagrama para resolução questão 55	78
3.17	Solução da questão 59	81
3.18	Solução da questão 68	86
3.19	Diagrama para resolução questão 69	87
3.20	Cartões-resposta da questão 70	87

Lista de Tabelas

1.1	Tabela-verdade: p “e” q	2
1.2	Tabela-verdade: p “ou” q	3
1.3	Tabela-verdade: p “ou exclusivo” q	3
1.4	Tabela-verdade: “Se p então q”	4
1.5	Tabela-verdade: p “se e somente se” q	4
1.6	Tabela-verdade: “negação”	5
1.7	Quadro-resumo dos conectivos	5
1.8	Tabela-verdade: solução do item “a”	5
1.9	Tabela-verdade: solução do item “b”	6
1.10	Tabela-verdade: solução do item “c”	7
1.11	Tabela-verdade: solução do item “d”	7
1.12	Tabela-verdade: solução do item “e”	8
1.13	Tabela-verdade: solução do item “1”	9
1.14	Tabela-verdade: solução do item “2b”	10
1.15	Tabela-verdade: solução do item “3a”	10
1.16	Tabela-verdade: solução do item “6a”	10
1.17	Tabela-verdade: solução do item “7a”	11
1.18	Tabela-verdade: solução do item “8a”	11
1.19	Tabela-verdade: solução do item “9a”	11
2.1	Tabela do problema 4	24
2.2	Tabela do problema 37	34
2.3	Tabela do problema 40	36
3.1	Tabela-solução da questão 63	83

Introdução

Tendo em vista a necessidade de inserção no mercado de trabalho e a busca incessante por estabilidade financeira, um caminho buscado por uma grande parte da população é a de submeter-se aos concursos públicos em diversas áreas de conhecimento.

No entanto, diante de todas as dificuldades enfrentadas por pessoas que tem como meta passar em concursos públicos, o raciocínio lógico tem se tornado um dos grandes percalços para a ascensão desses candidatos. Na tentativa de elucidar algumas questões importantes acerca deste importante ramo da matemática e disponibilizar um material de auxílio aos estudos, há algumas questões que precisam ser observadas e levadas em consideração como:

1. O que é raciocínio lógico?
2. Por que ele é cobrado em concursos públicos?
3. Como se preparar para os certames?
4. Quais os principais conteúdos que são cobrados nestas provas?

Segundo o Dicionário Aurélio:

Lógica significa 1. Coerência de raciocínio, de idéias. 2. Modo de raciocinar peculiar a alguém ou a um grupo. 3. Sequência coerente, regular e necessária de acontecimentos, de coisas. 4. Filos. A ciência dos princípios normativos e formais do raciocínio; *Raciocínio* significa 1. Encadeamento aparentemente lógico, de juízo ou pensamentos. 2. Capacidade de raciocinar; *Lógico* significa 1. Conforme a lógica. 2. Que raciocina com justeza, coerência. 3. Que resulta, natural ou inevitavelmente, de uma certa situação, de um dado, de um fato.

Então o *Raciocínio Lógico* pode ser definido como um processo que utiliza justeza, coerência para avaliar se uma sentença é verdadeira ou falsa. O raciocínio lógico pode ser dividido em raciocínio dedutivo, indutivo e abduutivo.

No raciocínio dedutivo, a partir das premissas o indivíduo deduz a conclusão, por exemplo:

Premissa 1: Quem estudar será aprovado.

Premissa 2: Eu estudarei.

Conclusão: Serei aprovado.

No raciocínio indutivo, muito utilizado em física e filologia, o indivíduo deduz conclusões generalizadas a partir de conclusões específicas, por exemplo: *“Todos os cisnes são brancos.”* Esta conclusão é intuitiva por nunca ter sido encontrado um cisne negro.

No raciocínio abdutivo (ou hipotético), semelhante ao raciocínio indutivo, o indivíduo chega a conclusões baseadas em probabilidades. Por exemplo:

Premissa 1: O pomar está cheio de maçãs.

Premissa 2: Eu tenho uma maçã em minha mão.

Conclusão: A maçã foi retirada do pomar.

Pode se observar que o raciocínio lógico pode ter um caráter formal ou informal, em que o primeiro se identifica com o raciocínio dedutivo e o segundo com o raciocínio indutivo e com o raciocínio abdutivo mencionados acima.

Diante do exposto, o raciocínio lógico pode apresentar peculiaridades e capacidades importantes de um indivíduo, características estas que são bastante exigidas pelo mercado de trabalho. O mesmo é bastante utilizado em testes de aptidão e/ou testes de QI como, por exemplo, a avaliações para obter a Carteira Nacional de Habilitação (CNH). Esses motivos são suficientes para que seja dada a devida atenção a este conteúdo, além de ser cobrado em diversos concursos, pois habilidades em raciocínio lógico auxiliam na compreensão, análise e resolução de problemas.

Como afirma Copi (1978, p. 19): *“O estudo da Lógica é o estudo dos métodos e princípios usados para distinguir o raciocínio correto do incorreto.”* Praticar exercícios é primordial para uma maior compreensão e ampliação dos conhecimentos nesta área, pois esta prática trás mais confiança e amplia o repertório à resolução de problemas. Desta maneira, *“o conhecimento evolui progressivamente, por meio de estruturas de raciocínio que substituem umas às outras, através de estágios”*, (PIAGET 1975, apud SCOLARI et al, 2007, p. 2) ou seja, experiência e prática são de fundamental importância na formação de um indivíduo apto à resolução de problemas.

Sendo assim, vale salientar alguns fatores que influenciam diretamente nas dificuldades apresentadas por aqueles que se dedicam à resolução de problemas de raciocínio lógico, dentre as quais se destacam a deficiência em ler e interpretar textos corretamente, dificuldades em escrever e em resolver problemas matemáticos. Quanto à primeira, Piazzi (2008 apud PAULA et al 2009, p. 5) destaca:

... quanto mais se lê, mais o cérebro cria habilidades para entender o código (mais vocabulário, mais interpretação, mais raciocínio . . . mais inteligência!), portanto, mais rapidez na leitura. E quanto mais rapidez, mais se consegue ler, e quanto mais se lê, mais rápido se fica. Uma bola de neve!

Primeiro, é preciso criar o hábito de ler para estimular a imaginação e formação de habilidades que auxiliam na resolução de problemas. A segunda dificuldade citada está diretamente ligada à primeira, tendo em vista que a habilidade de escrita está diretamente ligada à da leitura. A leitura amplia o vocabulário e faz com que a escrita torne-se de fácil compreensão. Argumentação e clareza são fundamentais na hora de escrever a solução de problemas lógicos. A terceira, por sua vez, perpassa por vários fatores que vão desde o desinteresse do aluno ao despreparo de professores.

Os estudantes apresentam, em sua maioria, grandes dificuldades com as disciplinas da área de ciências exatas, muito pela metodologia em que eles são submetidos ao longo da vida estudantil, como também pelas afinidades individuais de cada um em relação a área citada. Como afirma Nurrenberg et al (1997 apud FALKEMBACH, 2003 apud RAABE 2005, p. 2327):

Os professores normalmente não são preparados para ensinar os alunos a resolverem problemas, e como consequência estes não estão aptos para analisar enunciados, traçar conjecturas, identificar variáveis de entrada e saída e assim por diante.

Esses são fatores determinantes à compreensão, interpretação e solução de problemas que envolvem o raciocínio lógico. Sendo assim, os candidatos a vagas em concursos públicos devem suprir essas possíveis deficiências para um melhor desempenho durante a realização dos certames.

Diante disso, pode-se traçar algumas estratégias para minimizar essas dificuldades. O treinamento é fundamental e deve nortear-se pelas quatro fases da resolução de problemas propostas por Polya (2006, p. 3): “*compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano, retrospecto.*” que levam em consideração a necessidade de saber interpretar o problema claramente e a percepção do mesmo. É fundamental a observação do problema sob vários aspectos e, se necessário, subdividi-lo em etapas mais simples, ou seja, buscar estratégias diversas que atendam às condições explicitadas no problema e facilitem sua resolução. Executar

o plano traçado, fazendo sua minuciosa correção para não cair nos distratores do problema. E, por fim, é fundamental ter em mente estratégias utilizadas em situações anteriores que podem auxiliar na solução do mesmo.

Uma alternativa bastante atual, que tem alcançado bastante sucesso, em especial, quando se trata de treinamento em questões de raciocínio lógico é o uso de jogos. Aliados às novas tecnologias que estão arraigados na sociedade atual, pode-se obter resultados significativos no estudo de raciocínio lógico. Como afirma Tarouco (2004 apud DANTAS et al 2013, p. 355):

Os jogos podem ser ferramentas eficientes, pois eles divertem enquanto motivam, facilitam o aprendizado e aumentam a capacidade de retenção do que é ensinado, exercitando as funções mentais e intelectuais do jogador.

Com essa perspectiva, foi verificado, através desta pesquisa, que em concursos públicos realizados em diversas partes do Brasil no ano de 2016 em que constava raciocínio lógico em seu programa. Houve sempre uma mescla entre questões de lógica e também de matemática em nível básico e médio. Os conteúdos que se destacam nestes certames, dentre outros que aparecem em menor frequência, são:

- Problemas de raciocínio intuitivo espacial, numérico e verbal;
- Proposição e operadores lógicos;
- Lógica de argumentação;
- Implicação Lógica;
- Conjuntos;
- Equações de 1º e 2º graus;
- Regra de três;
- Razão;
- Proporção;
- Porcentagem;
- Juros Simples e Compostos;
- Progressões Aritméticas e Geométricas;
- Análise Combinatória;

-
- Probabilidade.

Posteriormente serão abordadas questões como exemplos desses conteúdos de certames realizados no ano de 2016 retirados do site: www.pciconcursos.com.br, algumas questões clássicas de vestibulares e concursos das décadas de 60 e 70 e questões que envolvem conhecimentos de Raciocínio Lógico e Teoria dos Conjuntos das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), com algumas sugestões e estratégias para resolução de questões.

Vale salientar que este trabalho se limita a apresentar sugestões para o estudo de Raciocínio Lógico e Conjuntos, tendo em vista que são os tópicos que mais são cobrados nos certames.

Motivação

Sempre que se conversa com estudantes que estão concluindo o ensino médio, são impostas a eles algumas escolhas a serem feitas que determinarão os rumos de suas vidas a partir daquele ponto: “Você pretende prestar vestibular para que área? Ou pretende prestar concurso?” Ambas as escolhas são de roteiro difícil, mas de caminhos que exigem bastante esforço, dedicação e entrega. Quem opta pela segunda opção sempre se queixa da dificuldade em se preparar para os certames, em especial nas áreas de Matemática e Raciocínio Lógico. Esses estudantes têm apresentado, em sua maioria, grande aversão a essas áreas de conhecimento, o que dificulta ainda mais a sua preparação.

Nota-se ainda com frequência, indivíduos que já terminaram o ensino médio, não obtiveram êxito nos vestibulares e precisam de uma solução rápida para resolver problemas financeiros de ordem particular ou familiar e optam por prestar concursos na intenção de conseguir a estabilidade financeira almejada. Também foi observado que, nos estudos realizados pelos mestrados do PROFMAT em todo território nacional, não há um trabalho voltado para tópicos exigidos em concursos públicos no que se refere a Raciocínio Lógico e Teoria dos Conjuntos.

Diante deste contexto, surgiu o interesse em produzir um material que pudesse servir de apoio a quem pretende ingressar em uma carreira que exige testes de raciocínio lógico em seus exames de aptidão. No entanto, é preciso conciliar este material com outras fontes de pesquisa para obtenção dos resultados esperados.

Objetivos

O objetivo geral do trabalho é disponibilizar um material que aborde os conteúdos mais exigidos em concursos nas áreas de Raciocínio Lógico e Teoria dos Conjuntos através da exposição, resolução de exemplos e questões de concursos para cargos diversos.

Os objetivos específicos são:

- ✓ Definir o raciocínio lógico;
- ✓ Fundamentar a necessidade de ter aptidão em raciocínio lógico;
- ✓ Auxiliar na preparação de candidatos a vagas em concursos públicos;
- ✓ Apresentar, resumidamente, os conteúdos mais exigidos em concursos de nível fundamental, médio e superior no que se refere ao raciocínio lógico e teoria dos conjuntos;
- ✓ Apresentar solução de questões de raciocínio lógico e conjuntos de diversos concursos realizados em todas as regiões do Brasil no ano de 2016, vestibulares e outras fontes;
- ✓ Apresentar solução de questões de raciocínio lógico e teoria dos conjuntos das provas da OBMEP;

Estrutura do trabalho

O trabalho é constituído pela seguinte estrutura:

A parte inicial intitulada como “*Introdução*”, apresenta uma visão geral do trabalho, a definição de Raciocínio Lógico, a importância de estudá-lo, as motivações e objetivos para realização do trabalho.

No primeiro capítulo, “*Raciocínio Lógico e Teoria dos Conjuntos*” há a fundamentação teórica dos conteúdos mais vistos em concursos relacionados a Raciocínio Lógico e Teoria dos Conjuntos, abordando definições, propriedades e resolução de exemplos.

O segundo capítulo, intitulado como “*Aplicações*” contém a apresentação de questões de concursos realizados nas diversas regiões do Brasil, no ano de 2016 pertencen-

tes ao banco de questões do site **PCI Concursos**, algumas questões de vestibulares e concursos das décadas de 60 e 70 e questões das OBMEP que contemplam estes conteúdos.

No terceiro capítulo, intitulado como “*Soluções*” estão as respectivas resoluções das questões propostas no capítulo anterior.

No final, encontram-se as “*Considerações finais*” e “*Referências Bibliográficas*” utilizadas na realização deste trabalho e demais informações importantes.

Capítulo 1

Raciocínio Lógico e Teoria dos Conjuntos

Nesta unidade serão abordadas as principais definições necessárias para a resolução de questões envolvendo conceitos de raciocínio lógico e teoria dos conjuntos aliadas a apresentação de exemplos diversos.

1.1 Fundamentos da Lógica

1.1.1 Proposição

Definição: Uma **proposição** ou **sentença** é uma oração declarativa que pode ser classificada em *verdadeira* ou *falsa*.

- Sendo uma oração, toda proposição tem sujeito e predicado.
- Toda proposição é declarativa; não pode ser interrogativa e nem exclamativa.
- Toda proposição é verdadeira ou falsa.
- Uma proposição não pode ser ao mesmo tempo verdadeira e falsa.

Exemplos que são proposições:

- Quarenta e sete é um número primo.
- Trinta e três é maior que quarenta. (Em símbolos: $33 > 40$)
- Eu sou estudante.

Exemplos que não são proposições:

- Quando será o certame? (Oração interrogativa)

- Uma vez dois, vezes três, vezes quatro, vezes cinco. Simbolicamente: $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$. (Falta o predicado)
- $5x + 8 = 3x - 7$. (Não pode ser classificada em verdadeira ou falsa, porque não se sabe o valor de x)

1.1.2 Operadores lógicos

A partir de agora serão usadas letras minúsculas para representar as proposições simples e serão construídas novas proposições *compostas* utilizando as proposições simples através do uso de conectivos através dos quais é possível ligar, negar e realizar implicações entre proposições.

Conectivo e (\wedge) - Conjunção

Uma proposição composta formada com o conectivo **e** (\wedge) recebe o nome de Conjunção e a mesma será verdadeira apenas se ambas as proposições p e q forem verdadeiras.

Exemplo:

p = João gosta de estudar.

q = Maria é concurseira.

$p \wedge q$ = João gosta de estudar **e** Maria é concurseira.

Pode-se resumir a situação acima na **tabela-verdade** abaixo:

Tabela 1.1: Tabela-verdade: p “e” q

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Conectivo ou (\vee) - Disjunção

Uma proposição composta formada com o conectivo **ou** (\vee) recebe o nome de Disjunção e a mesma será verdadeira quando qualquer uma das proposições p ou q forem verdadeiras.

Exemplo:

p = João gosta de estudar.

q = Maria é concurseira.

$p \vee q =$ João gosta de estudar **ou** Maria é concurseira.
 Pode-se resumir a situação acima na **tabela-verdade** abaixo:

Tabela 1.2: Tabela-verdade: p “ou” q

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Conectivo ou exclusivo ($\underline{\vee}$) - Disjunção exclusiva

Uma proposição composta formada com o conectivo **ou exclusivo** ($\underline{\vee}$) recebe o nome de Disjunção Exclusiva e a mesma será verdadeira quando as proposições p e q apresentarem valores lógicos contrários, ou seja, quando uma for verdadeira a outra será falsa e vice-versa.

Exemplo:

$p =$ Antônio estuda.

$q =$ Antônio será reprovado.

$p \underline{\vee} q =$ **Ou** Antônio estuda **ou** será reprovado.

Pode-se resumir a situação acima na **tabela-verdade** abaixo:

Tabela 1.3: Tabela-verdade: p “ou exclusivo” q

p	q	$p \underline{\vee} q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Esta estrutura apresenta duas **situações mutuamente excludentes**, de forma que apenas uma delas pode ser verdadeira e a outra necessariamente falsa.

Conectivo “Se... então” (\rightarrow) - Condicional

Uma proposição composta formada com o conectivo **Se... então** (\rightarrow) recebe o nome de Condicional e a mesma será falsa apenas quando o antecedente p for verdadeiro e o conseqüente q for falso.

Exemplo:

p = Nasci em João Pessoa.

q = Sou paraibano.

$p \rightarrow q$ = **Se** nasci em João Pessoa, **então** sou paraibano.

Pode-se resumir a situação acima na **tabela-verdade** abaixo:

Tabela 1.4: Tabela-verdade: “Se p então q ”

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Conectivo “Se e somente se” (\leftrightarrow) - Bicondicional

Uma proposição composta formada com o conectivo **Se e somente se** (\leftrightarrow) recebe o nome de Bicondicional e a mesma será verdadeira quando p e q forem simultaneamente verdadeiras ou falsas e será falsa quando ambas apresentarem valores contrários, ou seja, uma proposição simples verdadeira e a outra falsa.

Exemplo:

p = Quarenta e sete é maior que trinta e três.

q = Trinta e três é menor que quarenta e sete.

$p \leftrightarrow q$ = Quarenta e sete é maior que trinta e três **se e somente se** trinta e três for menor que quarenta e sete.

Pode-se resumir a situação acima na **tabela-verdade** abaixo:

Tabela 1.5: Tabela-verdade: p “se e somente se” q

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Operador não (\sim) - Negação

Uma proposição simples $\sim p$ tem valor lógico oposto ao de p , ou seja, quando p é falsa, $\sim p$ é verdadeira e vice-versa.

Exemplos:

p = Célia é professora.

$\sim p$ = Célia não é professora.

q = Vinícius é estudioso.

$\sim q$ = Vinícius não é estudioso.

Pode-se resumir a situação acima na **tabela-verdade** abaixo:

Tabela 1.6: Tabela-verdade: “negação”

p	$\sim p$
V	F
F	V

Observação: O conectivo NÃO também costuma ser denotado por “ \neg ”.

Para a resolução de várias questões de Lógica, devemos conhecer as tabelas-verdades dos conectivos, observe o quadro-resumo abaixo apresentando as condições em que o valor lógico é **verdadeiro** e em que é **falso** retirado do livro **Raciocínio Lógico Simplificado**.

Tabela 1.7: Quadro-resumo dos conectivos

ESTRUTURA LÓGICA	É VERDADE QUANDO	É FALSO QUANDO
$p \wedge q$	p e q são, ambos, verdade	um dos dois for falso, ou ambos
$p \vee q$	um dos dois for verdade, ou ambos	p e q , ambos, são falsos
$p \nabla q$	p e q tiverem valores lógicos diferentes	p e q tiverem valores lógicos iguais
$p \rightarrow q$	nos demais casos	p é verdade e q é falso
$p \leftrightarrow q$	p e q tiverem valores lógicos iguais	p e q tiverem valores lógicos diferentes

Exemplos:

Sendo p , q e r proposições, construir a tabela-verdade em cada caso:

a) $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

Solução:

Tabela 1.8: Tabela-verdade: solução do item “a”

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim p$	$q \wedge \sim p$	$(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$
V	V	F	F	F	F	F
V	F	V	V	F	F	V
F	V	F	F	V	V	V
F	F	V	F	V	F	F

b) $(p \wedge \sim q) \rightarrow (q \wedge \sim r)$

Solução:

Tabela 1.9: Tabela-verdade: solução do item “b”

p	q	r	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim r$	$q \vee \sim r$	$(p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee \sim r)$
V	V	V	F	F	F	V	V
V	V	F	F	F	V	V	V
V	F	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	F	F	F	V	V
F	V	F	F	F	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F	V
F	F	F	V	F	V	V	V

1.1.3 Tautologia, Contradição e Contingência

Vejam os mais alguns conceitos que sempre aparecem sendo cobrados em questões de raciocínio lógico.

Tautologia

Uma proposição composta formada por duas ou mais proposições simples mediante o emprego dos conectivos lógicos \wedge , \vee , \rightarrow , \sim e \leftrightarrow é uma *tautologia* (proposição logicamente verdadeira) quando for sempre VERDADEIRA, ou seja, a última coluna de sua tabela-verdade apresentar apenas o valor lógico **verdadeiro** (V).

Contradição

Uma proposição composta formada por duas ou mais proposições simples mediante o emprego dos conectivos lógicos \wedge , \vee , \rightarrow , \sim e \leftrightarrow é uma *contradição* (proposição logicamente falsa) quando for sempre FALSA, ou seja, a última coluna de sua tabela-verdade apresentar apenas o valor lógico **falso** (F).

Contingência

Uma proposição composta formada por duas ou mais proposições simples mediante o emprego dos conectivos lógicos \wedge , \vee , \rightarrow , \sim e \leftrightarrow é uma *contingência* quando se verifica que essa proposição não é uma **tautologia** e nem é uma **contradição**, ou

1.1. FUNDAMENTOS DA LÓGICA

seja, a última coluna de sua tabela-verdade apresenta valores lógicos **verdadeiros** (V) e **falsos** (F).

Exemplos:

c) $(p \rightarrow \sim q) \vee q$

d) $\sim p \leftrightarrow p \wedge (p \vee q)$

e) $(p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim p \vee q)$

Solução:

c) $(p \rightarrow \sim q) \vee q$

Tabela 1.10: Tabela-verdade: solução do item “c”

p	q	$\sim q$	$p \rightarrow \sim q$	$(p \rightarrow \sim q) \vee q$
V	V	F	F	V
V	F	V	V	V
F	V	F	V	V
F	F	V	V	V

Começamos verificando que a proposição composta da letra (c) é uma tautologia. De fato, como a proposição $(p \rightarrow \sim q) \vee q$ é sempre verdadeira, quaisquer que sejam os valores lógicos de p e q , ela é uma **tautologia**.

d) $\sim p \leftrightarrow p \wedge (p \vee q)$

Tabela 1.11: Tabela-verdade: solução do item “d”

p	q	$\sim p$	$p \vee q$	$p \wedge (p \vee q)$	$\sim p \leftrightarrow p \wedge (p \vee q)$
V	V	F	V	V	F
V	F	F	V	V	F
F	V	V	V	F	F
F	F	V	F	F	F

Como a proposição $\sim p \leftrightarrow p \wedge (p \vee q)$ é sempre falsa, quaisquer que sejam os valores lógicos de p e q , ela é uma **contradição**.

e) $(p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim p \vee q)$

Tabela 1.12: Tabela-verdade: solução do item “e”

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim p \vee q$	$(p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim p \vee q)$
V	V	F	F	F	V	V
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

Como a proposição dada assume valores lógicos (V) e (F), ela é uma **contingência**.

1.1.4 Recíprocas e Contrapositivas

DEFINIÇÃO: Considere as proposições p e q . Então:

- A *recíproca* do condicional $p \rightarrow q$ é o condicional $q \rightarrow p$.
- A *contrapositiva* do condicional $p \rightarrow q$ é o condicional $\sim q \rightarrow \sim p$.

Exemplo:

$p \rightarrow q$ = “Se a aula é de matemática, então os alunos não faltam.”

- A *recíproca*: “Se os alunos não faltam, então a aula é de matemática.”
- A *contrapositiva*: “Se os alunos faltam, então a aula não é de matemática.”

1.1.5 Equivalência Lógica

Definição: Diz-se que duas proposições são logicamente equivalentes se os resultados de suas tabelas-verdade são idênticos. A **equivalência lógica** entre duas proposições simples ou compostas p e q pode ser representada simbolicamente como: $\mathbf{p} \Leftrightarrow \mathbf{q}$. Uma implicação imediata da equivalência lógica é a permissão de que seja feita a substituição de uma proposição por qualquer outra que seja equivalente, modificando a maneira de dizê-la, mas mantendo o seu valor lógico.

Principais Equivalências Lógicas

1. Dupla negação:

a) $p \Leftrightarrow \sim \sim p$

2. Idempotência:

- a) $p \Leftrightarrow p \vee p$
- b) $p \Leftrightarrow p \wedge p$

3. Comutação:

- a) $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$
- b) $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$
- c) $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow q \leftrightarrow p$

4. Associação:

- a) $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$
- b) $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$

5. Distribuição:

- a) $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- b) $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

6. Regras de Morgan:

- a) $\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$
- b) $\sim (p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

7. Implicação Material:

- a) $p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$

8. Transposição:

- a) $p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$

9. Equivalência Material:

- a) $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
- b) $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

Demonstrações

- 1. a) $p \Leftrightarrow \sim \sim p$

Tabela 1.13: Tabela-verdade: solução do item “1”

p	$\sim p$	$\sim \sim p$
V	F	V
F	V	F

2. b) $p \Leftrightarrow p \wedge p$

Tabela 1.14: Tabela-verdade: solução do item “2b”

p	$p \wedge p$
V	V
F	F

3. a) $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

Tabela 1.15: Tabela-verdade: solução do item “3a”

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	F	F

6. a) $\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$

Tabela 1.16: Tabela-verdade: solução do item “6a”

p	q	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	V	F	F	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V
F	F	F	V	V	V	V

7. a) $p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$

Tabela 1.17: Tabela-verdade: solução do item “7a”

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$
V	V	V	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

8. a) $p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$

Tabela 1.18: Tabela-verdade: solução do item “8a”

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
V	V	V	F	F	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	F	V
F	F	V	V	V	V

9. a) $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

Tabela 1.19: Tabela-verdade: solução do item “9a”

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V

As demais demonstrações ficam como exercício para o leitor.

1.1.6 Quantificadores

No início deste capítulo foi definida uma proposição como uma oração declarativa que pode ser classificada em verdadeira ou falsa. Como também foram exemplificadas orações que não representam proposição. Estas orações podem ser transformadas em proposições de duas maneiras:

1. Atribuindo valores às variáveis;
2. Utilizando quantificadores.

Considere as proposições:

- a) Todo jovem é esperto.
- b) Algum aluno é desatento.
- c) Existe uma moça que é boa em matemática.
- d) Nenhum professor é malvado.

Declarações como: “todo”, “algum”, “existe”, “nenhum”, “pelo menos um” são chamadas **quantificadores**. Eles são símbolos utilizados para quantificar elementos em uma situação, são empregados no estudo Lógica Matemática e da Álgebra. Há dois tipos de quantificadores: **universal** e **existencial**. Vejamos:

Quantificador Universal

É representado pelo símbolo \forall que se lê: *para todo, para cada, qualquer que seja*.

Exemplo:

- Para todo candidato preparado há vagas.
- Para cada um resultado obtido, há comemoração.

Quantificador Existencial

É representado pelo símbolo \exists que se lê: *existe, existe pelo menos um, existe algum*.

Exemplo:

- Pelo menos um professor é rico.
- Existem pessoas que vão gabaritar a prova.

Negação de proposições Quantificadas

Faz-se a negação do quantificador universal \forall , substituindo o \forall (para todo) pelo \exists (existe um) e depois nega-se a sentença aberta. A negação do quantificador

existencial \exists (existe pelo menos um) se faz substituindo o \exists pelo \forall e depois nega-se a sentença aberta. Vejamos a negação das proposições acima:

- Para algum candidato preparado não há vagas.
- Não há comemoração em nenhum resultado obtido.
- Todo professor não é rico.
- Quaisquer que sejam as pessoas, elas não vão gabaritar a prova.

1.2 Noções de Teoria dos Conjuntos

Uma parte da matemática que sempre é exigida em concursos públicos, quando se trata de raciocínio lógico, é a **Teoria dos Conjuntos**. Para desenvolver este estudo, é importante recordar noções elementares que auxiliam na compreensão das questões que envolvem esta teoria, como também reforçar conceitos estudados anteriormente.

A utilização de símbolos matemáticos facilitam a compreensão e o estudo de temas mais teóricos. Os Diagramas de Venn desenvolvidos na teoria dos conjuntos, são usados para facilitar o estudo e a compreensão de questões que envolvem operações sobre quantidade de elementos em conjuntos finitos, como também, na validação de sentenças lógicas argumentativas.

1.2.1 Conceitos primitivos

Para simplificar a compreensão, está sendo adotado um ponto de vista ingênuo na Teoria dos Conjuntos.

Conjunto: É uma coleção ou classe de objetos (Associa-se a idéia de grupo).

Elementos: Objetos ou coisas que constituem o conjunto.

Exemplos:

- Seja P o conjunto dos números naturais primos menores que 20.
Elementos: { 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 }
- Seja A o conjunto dos algarismos do número 53.847.
Elementos: { 3, 4, 5, 7, 8 }

Pertinência: Associa-se ao conceito de pertencer, ou seja, relacionam-se elementos a conjuntos com a indicação que ele pertence ou não ao conjunto pelos símbolos: \in (pertence) ou \notin (não pertence).

Exemplos:

- $4 \notin P$

1.2. NOÇÕES DE TEORIA DOS CONJUNTOS

- $7 \in A$

Representação de conjuntos: Um conjunto pode ser representado de três formas:

- Graficamente, por meio de diagramas, quando ele é finito.



Figura 1.1: Diagrama: meses do ano que possui 31 dias

- Pela enumeração de seus elementos:
 $M = \{ \text{janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro, dezembro} \}$
- Por uma propriedade característica de seus elementos:
 $M = \{ m \in M \mid m \text{ é um mês do ano que possui 31 dias} \}$

Subconjunto: Diz-se que A é um subconjunto de B se todo elemento de A é também elemento de B.

Exemplos:

- Y é um subconjunto de Z é representado por $Y \subset Z$.
- Z é um subconjunto de W é representado por $Z \subset W$.

1.2.2 Conjunto contido em outro conjunto

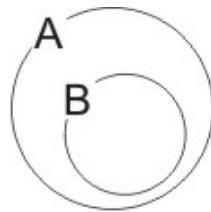


Figura 1.2: B está contido em A

O conjunto B está contido no conjunto A completamente. E não podemos dizer o mesmo da situação inversa: o conjunto A está contido no conjunto B.

Exemplos:

- O cigarro é uma droga, mas nem toda droga é cigarro.
- Todo concurso é difícil, mas nem tudo que é difícil é concurso.

1.2.3 Conjuntos que possuem uma parte dos elementos em comum

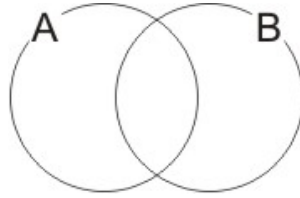


Figura 1.3: A e B possuem elementos em comum

Os conjuntos A e B possuem alguns e somente alguns elementos em comum, ou seja, algum ou alguns elementos de A são elementos de B e vice-versa.

Exemplos:

- No suco e no refrigerante tem água.
- Concursos e Vestibulares possuem fiscais. Existem outros elementos comuns ao suco e ao refrigerante como o açúcar. Como também, entre o concurso e o vestibular, como o tempo. Então, eles possuem alguns elementos em comum.

1.2.4 Conjuntos que não possuem elementos em comum

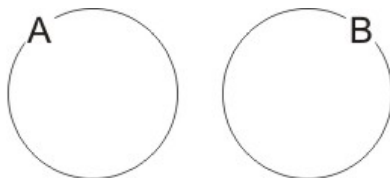


Figura 1.4: A e B não possuem elementos em comum

Os conjuntos A e B não possuem nenhum elemento em comum, ou seja, nenhum elemento de A é elemento de B e vice-versa.

Exemplos:

- Plásticos e alimentos não tem nada em comum.
- Qual diagrama melhor representa a relação entre os conjuntos: Fuscas (F), Carros (C) e Rios (R)?

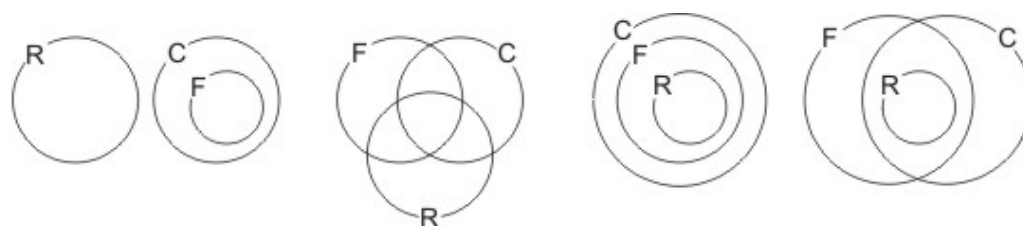


Figura 1.5: Alternativas da questão proposta

Como todo fusca é um carro e não existe nenhuma relação entre carros e rios, o diagrama que melhor representa a situação é o primeiro, pois o conjunto de fuscas está contido no conjunto dos carros.

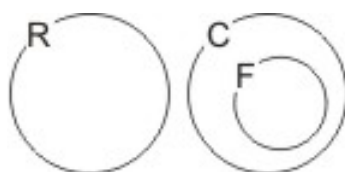


Figura 1.6: Solução da questão proposta

1.2.5 Conjuntos finitos e infinitos

Um conjunto pode ser caracterizado quanto ao número de elementos. Assim, se um conjunto não possui elementos, será chamado de **conjunto vazio**. Se possuir apenas um elemento, será chamado de **conjunto unitário**. Então, de acordo com a quantidade de elementos que o conjunto possui pode-se classificá-lo como **finito** ou **infinito**.

Exemplos:

- $A = \{ x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é um número negativo } \}$ representado por $A = \emptyset$.
- $B = \{ x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é um número primo par } \}$ representado por $B = \{ 2 \}$.
- $C = \{ x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é um número menor que } 10 \}$ representado por $C = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$.
- $X = \mathbb{N} = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots \}$ O conjunto dos números naturais.

1.2.6 Conjunto das Partes

O conjunto das partes de um conjunto A , simbolizado por $\wp(A)$, é o conjunto cujos elementos são todas as partes (subconjuntos) de A . Ou seja, se A é um conjunto finito com n elementos, o número de elementos de $\wp(A)$ é 2^n .

Exemplo:

Dado o conjunto $A = \{x, y, z\}$, vamos determinar o conjunto das partes de A .

Como A tem 3 elementos, $\wp(A)$ terá $2^3 = 8$ elementos.

Neste caso, $\wp(A) = \{ \emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}, \{x, y, z\} \}$, onde o símbolo \emptyset representa o conjunto vazio que é sempre subconjunto de qualquer conjunto.

A partir destas definições, tem-se que ao se afirmar por exemplo, que todo candidato ao concurso é estudioso, mas nem todo estudioso é candidato ao concurso, pode-se usar a seguinte representação com diagrama de Venn:

- $A =$ Conjunto das pessoas estudiosas;
- $B =$ Conjunto dos candidatos ao concurso.



Figura 1.7: Diagrama: Todo candidato ao concurso é estudioso

Com isso, mostra-se que o conjunto dos candidatos ao concurso está contido no conjunto das pessoas estudiosas e que o conjunto das pessoas estudiosas contém o conjunto dos candidatos ao concurso. Pode ser representados também como “ B está contido em A ” e que “ A contém B ”.

Em termos de lógica matemática, pode-se afirmar que: “Todo candidato ao concurso é estudioso” ou “No conjunto das pessoas estudiosas, existe o subconjunto dos candidatos ao concurso”.

Diante do exposto, existem três situações possíveis que relacionam dois tipos de conjuntos a serem analisadas:

- Um conjunto A contém o conjunto B ou o conjunto B está contido no conjunto A representado por $A \supset B$ ou $B \subset A$.

1.2. NOÇÕES DE TEORIA DOS CONJUNTOS

- Os conjuntos A e B possuem uma parte de seus elementos em comum representado por $A \cap B \neq \emptyset$.
- Os conjuntos A e B não possuem elementos em comum representado por $A \cap B = \emptyset$. Neste caso, dizemos que os conjuntos A e B são disjuntos.

Observações:

- Pode-se considerar os mesmos casos anteriores para o estudo de mais de dois conjuntos.
- Não serão estudadas as propriedades de inclusão e igualdade de conjuntos.

Dizemos que dois conjuntos A e B são iguais e denotamos por $A = B$, quando $A \subset B$ e $B \subset A$ simultaneamente. Por exemplo, $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é par}\}$ e $B = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$, temos $A = B = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$.

1.2.7 Operações entre conjuntos

Considerando os conjuntos A, B e o conjunto Universo U que contém A e B, tem-se a definição de cada operação entre conjuntos. Vale salientar que em caso de ter mais de dois conjuntos envolvidos nas operações o procedimento será análogo.

União

Chama-se união dos conjuntos A e B o conjunto formado pelo agrupamento dos elementos pertencentes a A ou a B. Simbolicamente: $A \cup B = \{x \in U \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$.

A representação gráfica da união entre dois conjuntos está representada na figura a seguir:

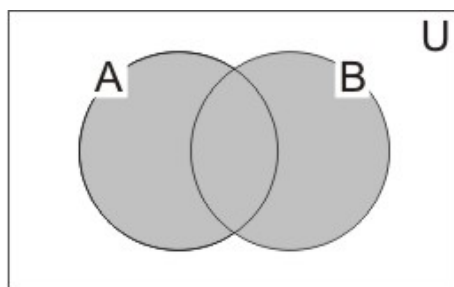


Figura 1.8: $A \cup B$

Intersecção

Chama-se intersecção dos conjuntos A e B o conjunto formado pelos elementos pertencentes a A e a B simultaneamente. Simbolicamente: $A \cap B = \{ x \in U \mid x \in A \text{ e } x \in B \}$.

A representação gráfica da intersecção entre dois conjuntos está representada na figura a seguir:

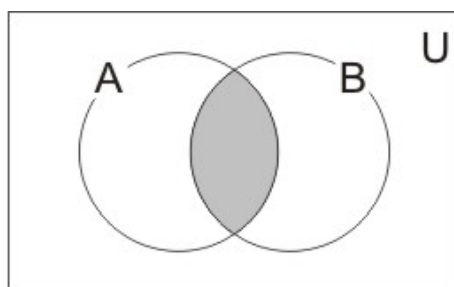


Figura 1.9: $A \cap B$

Diferença

Chama-se diferença dos conjuntos A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e não pertencem a B. Simbolicamente: $A - B = \{ x \in U \mid x \in A \text{ e } x \notin B \}$.

A representação gráfica da diferença entre os conjuntos A e B está representada na figura a seguir:

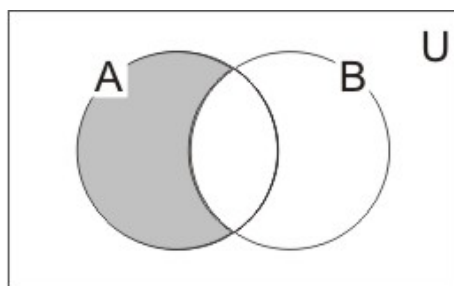


Figura 1.10: Diferença entre A e B

Complementar

Chama-se complementar dos conjuntos A em relação a U, o conjunto formado pelos elementos do conjunto universo U que não pertencem a A. Simbolicamente: \bar{A}

$$= \{ x \in U \mid x \notin A \}.$$

Observação: A operação de complemento só existe se o conjunto A for subconjunto de U, ou seja, $A \subset U$. Para facilitar a interpretação pode-se responder a pergunta: “O que falta em A para que ele fique igual a U?”

A representação gráfica do complementar do conjunto A em relação a U está representada na figura a seguir:

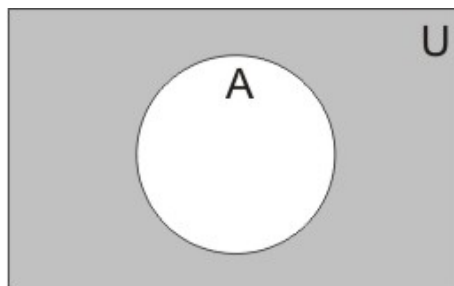


Figura 1.11: Complementar de A em relação a U

De um modo geral, se $A \subset B$, então definiremos o complementar de A em relação a B, pelo conjunto $C_B^A = B - A$.

Exemplos:

1. Dados os conjuntos $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$, $C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e $D = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, vamos determinar:

a) $A \cup B \cup C$

b) $A \cap B \cap C$

c) $A - D$

d) C_B^A

Solução:

Conforme as definições expostas acima, temos que as proposições compostas apresentam os respectivos conjunto-verdade:

a) $A \cup B \cup C = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

b) $A \cap B \cap C = \{2\}$

c) $A - D = \{-2\}$

d) $C_B^A = \{-4, -3\}$

2. Dos 36 alunos do 3º Ensino Médio de certa escola, sabe-se que 16 gostam de Teoria dos Conjuntos, 12 gostam de Raciocínio Lógico e 5 gostam de ambos. Quantos alunos dessa classe não gostam de nenhuma dessas áreas?

Solução:

A partir das informações expostas acima, temos que:

- 36 alunos compõem a turma;
- 16 gostam de Teoria dos Conjuntos;
- 12 gostam de Raciocínio Lógico;
- 5 gostam de Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.

Então, para esta solução, construímos o Diagrama de Venn dos conjuntos, mostrando as intersecções entre eles e acrescentando as quantidades informadas no enunciado e, em seguida, efetuamos as operações para obter a resposta. Definimos os conjuntos:

C = Conjunto dos alunos que gostam de Teoria dos conjuntos

L = Conjunto dos alunos que gostam de Raciocínio lógico.

U = Conjunto dos alunos do 3º ensino médio (conjunto universo).

O conjunto U está representado por um retângulo que contém os conjuntos C e L.

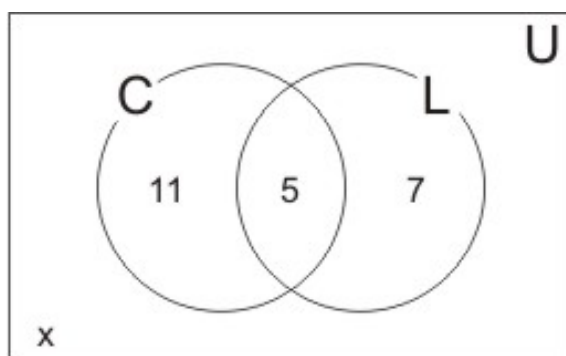


Figura 1.12: Diagrama para resolução do exemplo 2

Preenchendo a figura acima com os dados informados deduzimos que:

- O valor “ x ” é o que se quer descobrir;
- O número de alunos que gostam apenas de Teoria dos Conjuntos é igual a $16 - 5 = 11$;
- O número de alunos que gostam apenas de Raciocínio Lógico é igual a $12 - 5 = 7$;

Então resolvemos a equação: $11 + 7 + 5 + x = 36 \Rightarrow x = 13$.

1.2. NOÇÕES DE TEORIA DOS CONJUNTOS

Portanto, o número de alunos do 3º ensino médio que não gostam de Teoria dos Conjuntos nem Raciocínio lógico é 13.

Outros exemplos e aplicações em questões de concursos serão abordados no Capítulo 2.

Capítulo 2

Aplicações

Neste capítulo, serão apresentadas 70 questões de certames realizados em diversas cidades do Brasil no ano de 2016, algumas questões de vestibulares das décadas de 60 e 70, além de questões da OBMEP. Elas estão apresentadas em seções separadas das soluções para motivar a tentativa de resolução e posterior conferência dos resultados pelo leitor.

2.1 Questões sobre Raciocínio Lógico

Esta seção aborda tópicos relacionados a conhecimentos de **Raciocínio Lógico** com questões propostas em concursos públicos em diversas cidades do Brasil realizadas ao longo do ano de 2016. Vejamos:

1. (FUNRIO-Camara Municipal de Nova Iguaçu-RJ) Uma vaga de emprego está sendo oferecida para quem tem habilitação e não está cursando nível superior no turno da noite. Suzana foi tentar a referida vaga e não conseguiu. Podemos afirmar com absoluta certeza que Suzana:

- A) não tem habilitação e está cursando nível superior no turno da noite.
- B) tem habilitação e está cursando nível superior no turno da noite.
- C) não tem habilitação ou não está cursando nível superior no turno da noite.
- D) não tem habilitação ou está cursando nível superior no turno da noite.

2. (FUNRIO-Camara municipal de Nova Iguaçu-RJ) Considere esta afirmativa: “Se dirigir então não beba.”

Então, a alternativa que descreve uma afirmativa equivalente à lida é:

2.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

- A) Se não beber então não dirija.
- B) Se beber então não dirija.
- C) Se dirigir então beba.
- D) Se não beber então dirija.

3. (FAU-Prefeitura Municipal de Querência do Norte-CE) Analise as afirmações a seguir:

- I - Todo advogado usa terno.
- II - João é advogado.

Qual das conclusões abaixo pode ser feita a partir dessas afirmativas?

- A) Todo advogado se chama João.
- B) João não pode usar terno.
- C) Todos que se chamam João usam terno.
- D) João usa terno.
- E) Todo terno é usado por João.

4. (IDECAN-Pref. Municipal de Conquista-MG) Gabriel é dono de três lojas de móveis. No final do ano Gabriel pediu para que seus funcionários fizessem uma contagem do seu estoque nas três lojas. Os números foram:

Tabela 2.1: Tabela do problema 4

Loja A	6 guarda-roupas	2 sofás	3 mesas
Loja B	7 sofás	4 mesas	3 guarda-roupas
Loja C	3 mesas	3 sofás	2 guarda-roupas

Das afirmativas a seguir, todas são verdadeiras, EXCETO:

- A) A loja A possui mais guarda-roupas que as lojas B e C juntas.
- B) A loja que possui mais móveis é a que tem o menor número de sofás.
- C) A loja A possui 3 móveis a menos do que a loja que possui mais móveis.
- D) A loja que tem mais guarda-roupas tem o triplo da loja que tem menos.

5. (BIORIO-Pref. Municipal de Mangaratiba-RJ) Juliano é mais moço do que Adriano, que é mais velho do que Cassiano. Tertuliano é mais moço do que Marciano, que é mais velho do que Adriano. Dos cinco, o mais velho é:

- A) Adriano.
- B) Cassiano.
- C) Juliano.

2.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

- D) Marciano.
- E) Tertuliano.

6. (BIORIO-Pref. Municipal de Mangaratiba-RJ) “Se não é verdade que Luciana gosta de pastel ou de coxinha”, então com certeza Luciana:

- A) gosta de pastel mas não gosta de coxinha.
- B) gosta de coxinha mas não gosta de pastel.
- C) não gosta nem de pastel nem de coxinha.
- D) só gosta de um dos dois.
- E) pode gostar só de um dos dois.

7. (FCC-CREMESP-SP) Considere as afirmações:

- I. Se chove, então o nível do rio sobe.
- II. Se o nível do rio sobe, então não dá para pescar.
- III. Sempre que acontecem quatro dias seguidos de sol, no dia seguinte chove.
- IV. Hoje é o quarto dia seguido de sol.

A partir dessas afirmações, é correto concluir que amanhã:

- A) não choverá e mesmo assim o nível do rio subirá.
- B) não dará para pescar.
- C) não vai chover.
- D) vai chover e dará para pescar.
- E) mesmo chovendo, o nível do rio não subirá.

8. (FCC-CREMESP-SP) “Marcos gosta de comer arroz com feijão e Luiza gosta de comer macarrão.” A negação lógica dessa afirmação é:

- A) Marcos não gosta de comer arroz com feijão ou Luiza não gosta de comer macarrão.
- B) Marcos não gosta de comer arroz com feijão ou Luiza gosta de comer macarrão.
- C) Marcos gosta de comer arroz com feijão ou Luiza não gosta de comer macarrão.
- D) Marcos não gosta de comer macarrão e Luiza não gosta de comer arroz com feijão.
- E) Marcos não gosta de comer arroz com feijão e Luiza gosta de comer macarrão.

9. (FCC-CREMESP-SP) Carlos é meu filho. João é meu pai. Júlia é filha de Neuza. Laura é filha de Neuza. Carlos é marido de Laura. Luciana é filha de Carlos. A partir dessas relações, é correto concluir que:

2.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

- A) Neuza é mãe de Luciana.
- B) Júlia é minha neta e não tem filhos.
- C) Luciana é minha neta.
- D) Laura é neta de João.
- E) Carlos é cunhado de Júlia e filho de João.

10. (FCC-CREMESP-SP) Considere as afirmações:

- I. A maioria dos motoristas são habilitados.
 - II. Alguns bons motoristas não são habilitados.
- A partir dessas afirmações é correto concluir que:

- A) há motoristas não habilitados.
- B) metade dos motoristas são habilitados.
- C) todos os motoristas são habilitados.
- D) qualquer motorista não habilitado não é bom motorista.
- E) não há bom motorista habilitado.

11. (FUNRIO-IF Baiano-BA) Alberto, Bruno e Carlos são alunos dos cursos de Administração, Direito e Matemática, não necessariamente nessa ordem. Eles são alunos do 1º, 2º e 4º período, não necessariamente nessa ordem. No entanto, sabe-se que:

- I. O aluno do 1º período não é do curso de Administração.
- II. Alberto não é do curso de Matemática.
- III. O aluno de Direito está no 2º período.
- IV. Bruno está no 1º período.
- V. Carlos não é aluno de Direito.

Logo, conclui-se que:

- A) Alberto é aluno do 4º período de Administração.
- B) Alberto é aluno do 2º período de Direito.
- C) Bruno é aluno do 1º período de Direito.
- D) Carlos é aluno do 2º período de Matemática.
- E) Carlos é aluno do 4º período de Matemática.

12. (FUNRIO-IF Baiano-BA) Sabe-se que todo jogador de futebol é atleta; todo atleta é disciplinado; João é atleta e Antônio é disciplinado. Conclui-se, com certeza, que:

- A) João é jogador de futebol.
- B) Antônio é atleta.

2.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

C) Antônio é jogador de futebol.

D) João é disciplinado.

E) Algum jogador de futebol não é disciplinado.

13. (FUNRIO-IF Baiano-BA) A negação da proposição “João é arquiteto e Antônio é médico” é:

A) João não é arquiteto e Antônio é médico.

B) João é arquiteto e Antônio não é médico.

C) João não é arquiteto e Antônio não é médico.

D) João não é arquiteto ou Antônio não é médico.

E) João é arquiteto ou Antônio é médico.

14. (FUNRIO-IF Baiano-BA) Sou vegetariano ou sou careca. Sou magro ou estudo. Não estudo ou não sou vegetariano. Ora, não sou careca. Assim,

A) Sou magro e vegetariano.

B) Sou magro e estudo.

C) Não sou careca e não sou vegetariano.

D) Estudo e sou vegetariano.

E) Não sou vegetariano e não sou magro.

15. (UFAM-AM) Considere que a proposição P seja verdadeira (V), que a proposição Q seja falsa (F) e que a proposição R seja verdadeira (V). Assim, as proposições $(P \wedge Q)$, $(P \vee Q)$, $(P \vee Q \vee R)$, $(P \wedge Q \wedge R)$ e $(P \wedge R)$ são respectivamente:

A) FVVFF

B) FFVFF

C) VFVFF

D) FVVFF

E) VFFVV

16. (FCC-TRT-20ª Região) Considere que todo técnico sabe digitar. Alguns desses técnicos sabem atender ao público externo e outros desses técnicos não sabem atender ao público externo. A partir dessas afirmações é correto concluir que:

A) os técnicos que sabem atender ao público externo não sabem digitar.

B) os técnicos que não sabem atender ao público externo não sabem digitar.

C) qualquer pessoa que sabe digitar também sabe atender ao público externo.

D) os técnicos que não sabem atender ao público externo sabem digitar.

E) os técnicos que sabem digitar não atendem ao público externo.

2.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

16. (COPEVE-UFAL-AL) Dadas as proposições,

I. Se 870 é múltiplo de 4, então 169 é quadrado perfeito.

II. 870 é múltiplo de 4 e 169 é quadrado perfeito.

III. 870 é múltiplo de 4 ou 169 é quadrado perfeito.

IV. 870 é múltiplo de 4 se e somente se 169 é quadrado perfeito.

Verifica-se que, à luz da lógica proposicional, têm valores lógicos verdadeiros:

A) I e III, apenas.

B) I e IV, apenas.

C) II e III, apenas.

D) II e IV, apenas.

E) I, II, III e IV.

18. (COPEVE-UFAL-AL) Suponha que as proposições sejam verdadeiras.

p: Todo conselheiro do Conselho de Curadores faz parte da comunidade universitária (estudante, professor ou técnico administrativo) ou é indicado pelo Conselho Regional de Contabilidade.

q: Todos os conselheiros que não são indicados pelo Conselho Regional de Contabilidade e são contabilistas são favoráveis à aprovação das contas do Reitor.

r: O Contabilista Sérgio não recebeu nenhuma indicação do Conselho Regional de Contabilidade.

Dadas as afirmativas,

I. Se o Contabilista Sérgio é conselheiro do Conselho de Curadores, então ele é professor.

II. Se o Contabilista Sérgio é conselheiro do Conselho de Curadores, então ele não é técnico administrativo da universidade.

III. Se o Contabilista Sérgio é conselheiro do Conselho de Curadores, então ele votará favoravelmente à aprovação das contas do Reitor.

verifica-se que é(são) inferência(s) correta(s) a partir das proposições p, q e r:

A) I, apenas.

B) III, apenas.

C) I e II, apenas.

D) II e III, apenas.

E) I, II e III.

19. (FUNCAB-ANS) Um médico atende três pacientes. Um deles está com dengue,

2.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

outro com zika virus e o outro com febre chikungunya. O médico sabe que um deles se chama Bernardo, outro se chama Elton e o outro se chama Sílvio. Sabe, ainda, que cada um deles foi infectado pelo mosquito *Aedes aegypt*, em um estado diferente do Brasil: um deles no Rio de Janeiro, outro em São Paulo e o outro no Espírito Santo. Ao médico que queria identificar o nome e o estado onde cada um foi infectado, eles deram as seguintes informações:

O contaminado com a dengue: “não me infectei no estado de São Paulo, nem no Rio de Janeiro”.

O contaminado com a febre chikungunya: “meu nome não é Elton nem Sílvio.”

O contaminado com o zika virus: “nem eu nem o Elton fomos infectados no estado de São Paulo”.

O médico concluiu, corretamente, que o contaminado com a(o):

- A) dengue é o Sílvio e foi infectado no estado do Rio de Janeiro.
- B) febre chikungunya é o Bernardo e foi infectado no estado do Rio de Janeiro.
- C) dengue é o Elton e foi infectado no estado do Espírito Santo.
- D) zika virus é o Sílvio e foi infectado no estado de São Paulo.

20. (FUNCAB-ANS) A negação de afirmação condicional “Se o beneficiário estiver acima do peso, ele é sedentário” é:

- A) o beneficiário não está acima do peso e ele é sedentário.
- B) se o beneficiário não estiver acima do peso, ele é sedentário.
- C) o beneficiário não está acima do peso e ele não é sedentário.
- D) o beneficiário está acima do peso e ele não é sedentário.
- E) se o beneficiário estiver acima do peso, ele não é sedentário.

21. (FUNCAB-ANS) Se não faço exercícios físicos, faço dieta alimentar. Se estou saudável, faço exercícios físicos, não estou saudável. Se não estou saudável, não faço dieta alimentar, logo:

- A) não faço exercícios físicos, estou saudável e faço dieta alimentar.
- B) faço exercícios físicos, não estou saudável e não faço dieta alimentar.
- C) não faço exercícios físicos, estou saudável e não faço dieta alimentar.
- D) não faço exercícios físicos, não estou saudável e faço dieta alimentar.
- E) faço exercícios físicos, estou saudável e não faço dieta alimentar.

22. (IBFC-EBSERH) A negação da frase “Carlos foi à escola e foi bem na prova” de acordo com o raciocínio lógico proposicional é:

- A) Carlos não foi à escola e não foi bem na prova.

2.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

- B) Carlos não foi à escola e foi bem na prova.
- C) Carlos não foi à escola ou não foi bem na prova.
- D) Carlos foi à escola ou não foi bem na prova.
- E) Carlos foi à escola se, e somente se, foi bem na prova.

23. (IBFC-EBSERH) Dentre as alternativas, a única incorreta é:

- A) Se uma proposição composta tem valor lógico verdadeiro e outra proposição composta tem valor lógico falso, então a conjunção entre elas, nessa ordem, é falso.
- B) Se uma proposição composta tem valor lógico verdadeiro e outra proposição composta tem valor lógico falso, então a disjunção entre elas, nessa ordem, tem valor lógico verdadeiro.
- C) Se uma proposição composta tem valor lógico verdadeiro e outra proposição composta tem valor lógico falso, então o bicondicional entre elas, nessa ordem, tem valor lógico falso.
- D) Se uma proposição composta tem valor lógico verdadeiro e outra proposição composta tem valor lógico falso, então o condicional entre elas, nessa ordem, tem valor lógico verdadeiro.
- E) Se uma proposição composta tem valor lógico verdadeiro e outra proposição composta tem valor lógico verdadeiro, então a conjunção entre elas tem valor lógico verdadeiro.

24. (FUNCAB-ANS) De acordo com o raciocínio lógico-matemático, a negação da frase: “o obstetra evitou a realização da cesariana desnecessária e a gestante entrou em trabalho de parto” é apresentada corretamente na frase:

- A) o obstetra não evitou a realização da cesariana desnecessária ou a gestante não entrou em trabalho de parto.
- B) o obstetra não evitou a realização da cesariana desnecessária e a gestante não entrou em trabalho de parto.
- C) o obstetra não evitou a realização da cesariana desnecessária ou a gestante entrou em trabalho de parto.
- D) o obstetra evitou a realização da cesariana desnecessária ou a gestante entrou em trabalho de parto.
- E) o obstetra evitou a realização da cesariana desnecessária e a gestante entrou em trabalho de parto.

25. (FUNCAB-ANS) Ou Francimara viaja de avião, ou Antônio mora em Porto de Galinhas, ou Cintia mora em Salvador. Se Antônio mora em Porto de Galinhas, então Flávia viaja de ônibus. Se Flávia viaja de ônibus, então Cintia mora em Salvador. Ora Cintia não mora em Salvador, logo:

2.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

- A) Francimara viaja de avião e Antônio não mora em Porto de Galinhas.
- B) Francimara não viaja de avião e Flávia não viaja de ônibus.
- C) Antônio mora em Porto de Galinhas e Cintia não mora em Salvador.
- D) Antônio não mora em Porto de Galinhas e Flávia viaja de ônibus.
- E) Antônio mora em Porto de Galinhas ou Flávia viaja de ônibus.

26. (FUNCAB-ANS) Se Paulo não trabalha, ele telefona para Roberta, Se Paulo trabalha, ele envia um e-mail. Se Paulo não telefona para Roberta, ele não envia um e-mail. Se Paulo envia um e-mail, ele não telefona para Roberta. Segue-se, portanto que, Paulo:

- A) trabalha, telefona para Roberta, não envia um e-mail.
- B) trabalha, não telefona para Roberta, envia um e-mail.
- C) não trabalha, telefona para Roberta, não envia um e-mail.
- D) não trabalha, não telefona para Roberta, não envia um e-mail.
- E) não trabalha, não telefona para Roberta, envia um e-mail.

27. (ESAF-ANAC) Sabendo que os valores lógicos das proposições simples p e q são, respectivamente, a verdade e a falsidade, assinale o item que apresenta a proposição composta cujo valor lógico é a verdade.

- A) $\sim p \vee q \rightarrow q$
- B) $p \vee q \rightarrow q$
- C) $p \rightarrow q$
- D) $p \leftrightarrow q$
- E) $q \wedge (p \vee q)$

28. (ESAF-ANAC) A proposição “se o voo está atrasado, então o aeroporto está fechado para decolagens” é logicamente equivalente à proposição:

- A) o voo está atrasado e o aeroporto está fechado para decolagens.
- B) o voo não está atrasado e o aeroporto não está fechado para decolagens.
- C) o voo está atrasado, se e somente se, o aeroporto está fechado para decolagens.
- D) se o voo não está atrasado, então o aeroporto não está fechado para decolagens.
- E) o voo não está atrasado ou o aeroporto está fechado para decolagens.

29. (FCC-SEFAZ-MA) “Se a conexão com a internet cai, então não há possibilidade de comunicação.” Uma afirmação que corresponde à negação lógica da afirmação anterior é:

2.2. QUESTÕES SOBRE CONJUNTOS

- A) Se a conexão com a internet não cai, então há possibilidade de comunicação.
- B) Não há possibilidade de comunicação ou a conexão com a internet cai.
- C) A conexão da internet cai e há possibilidade de comunicação.
- D) Se há possibilidade de comunicação, então a conexão com a internet não cai.
- E) Ou a conexão com a internet cai, ou não há possibilidade de comunicação.

30. (FCC-SEFAZ-MA) Se Roberta for promovida, então Antônio não será demitido.

Se Cláudia se aposentar, então Douglas não perderá o seu posto.

Se Douglas não perder seu posto, então Antônio será demitido.

Sabe-se que Cláudia se aposentou.

A partir dessas informações é correto concluir que:

- A) Antônio não será demitido ou Roberta será promovida.
- B) Roberta não foi promovida ou Cláudia não se aposentou.
- C) Douglas perdeu seu posto e Antônio não será demitido.
- D) se Douglas não perder seu posto, então Cláudia não irá se aposentar.
- E) Roberta foi promovida e Douglas não perdeu seu posto.

31. (FUNCAB-Polícia Civil PARÁ-PA) Sabe-se que Juvenal estar de folga é condição necessária para Matheus trabalhar e condição suficiente para Danilo treinar com Carlos. Sabe-se, também, que Danilo treinar com carlos é condição necessária e suficiente para Leonardo treinar com Leandro. Assim, quando Leonardo não treina com Leandro:

- A) Juvenal não está de folga, e Matheus trabalha, e Danilo treina com Carlos.
- B) Juvenal está de folga, e Matheus não trabalha, e Danilo treina com Carlos.
- C) Juvenal está de folga, e Matheus trabalha, e Danilo não treina com Carlos.
- D) Juvenal não está de folga, e Matheus trabalha, e Danilo não treina com Carlos.
- E) Juvenal não está de folga, e Matheus não trabalha, e Danilo não treina com Carlos.

2.2 Questões sobre Conjuntos

Esta seção aborda tópicos relacionados a conhecimentos de **Teoria dos Conjuntos** com questões propostas em concursos públicos em diversas cidades do Brasil realizadas ao longo do ano de 2016. Vejamos:

32. (IBFC-EBSERH) Dos 40 alunos de uma sala de aula, sabe-se que 24 deles gostam de Matemática, 26 deles gostam de Português, 4 deles não gostam nem de

2.2. QUESTÕES SOBRE CONJUNTOS

Português nem de Matemática. Desse modo, o total de alunos que gostam das duas disciplinas é:

- A) 14
- B) 6
- C) 12
- D) 10
- E) 16

33. (FCC-CREMESP-SP) Em um grupo de 63 pessoas há enfermeiros empregados e enfermeiros formados. Ao todo são 46 enfermeiros formados e ao todo são 52 enfermeiros empregados. O número de enfermeiros formados que não estão empregados é:

- A) 15.
- B) 35.
- C) 6.
- D) 17.
- E) 11.

34. (FUNRIO-IFPA) Em um clube onde são praticadas diversas modalidades esportivas verifica-se que em um grupo de 100 crianças inscritas nas diversas modalidades esportivas, 60 praticam futsal e 35 praticam futsal e outros esportes. Com essas informações pode-se afirmar que nesse grupo o número de crianças que praticam outros esportes é igual a:

- A) 45
- B) 55
- C) 65
- D) 75
- E) 85

35. (IDECAN-UFPB) Em um bairro foi feito um estudo sobre os veículos que os moradores possuem. Constatou-se que:

- 162 moradores possuem carro;
- 188 moradores possuem moto;
- 65 moradores possuem carro e moto; e,
- 92 moradores não possuem veículo.

2.2. QUESTÕES SOBRE CONJUNTOS

Quantos moradores existem neste bairro?

- A) 350.
- B) 377.
- C) 442.
- D) 507.

36. (IESES-CRA-SC) Dados os conjuntos $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$ e $B = \{a, e, i\}$ assinale a alternativa INCORRETA:

- a) O conjunto vazio está contido no conjunto A.
- b) A união entre A e B é o próprio conjunto A.
- c) A intersecção entre A e B é o próprio conjunto B.
- d) O complementar de A em B é $\{b, c, d, f, g, h\}$.

37. (FUNCAB-ANS) Foram visitadas algumas residências de uma rua e em todas foram encontradas pelo menos um criadouro com larvas do mosquito *Aedes aegypti*. Os criadouros encontrados foram listados na tabela a seguir:

- P. pratinhos com água embaixo de vasos de planta.
- R. ralos entupidos com água acumulada.
- K. caixas de água destampadas.

Tabela 2.2: Tabela do problema 37

Criadouros	Número de criadouros
P	103
R	124
K	98
P e R	47
P e K	43
R e K	60
P, R e K	25

De acordo com a tabela, o número de residências visitadas foi:

- A) 200
- B) 150
- C) 325
- D) 500

2.2. QUESTÕES SOBRE CONJUNTOS

E) 455

38. (COPEVE-UFAL-AL) Um levantamento sobre a matrícula dos ingressos do curso de Doutorado em Física da Matéria Condensada no segundo semestre de 2016 constatou que não havia alunos matriculados nas disciplinas DF004 e DF005, 8 alunos estavam matriculados nas disciplinas DF001, DF002 e DF003, 13 alunos estavam matriculados nas disciplinas DF001 e DF002, 10 estavam matriculados em DF001 e DF003, 12 nas disciplinas DF002 e DF003 e não havia aluno matriculado em uma única disciplina. Se a oferta de disciplinas para os alunos estava restrita àquelas citadas no texto, quantos alunos estavam matriculados em apenas duas disciplinas?

- A) 8
- B) 11
- C) 19
- D) 35
- E) 43

39. (IDECAN-UFPB-PB) Uma empresa de cosméticos dividiu sua linha de perfumaria em três tipos de produtos: perfume, colônia e desodorante. Após a divisão percebeu-se que há 35 colônias, 22 desodorantes e 14 perfumes. Sabendo que há 60 produtos nessa área, um produto pode ser colônia e desodorante ao mesmo tempo e perfumes não podem ser colônias nem desodorantes. O número de produtos que são desodorantes e colônias são:

- A) 8.
- B) 11.
- C) 12.
- D) 14.

40. (FUNCAB-ANS) Em uma pesquisa, realizada com 174 pacientes contaminados com a febre chikungunya, foram observados pelo menos um dos sintomas a seguir:

- A. febre alta.
- B. dor de cabeça.
- C. manchas avermelhadas pelo corpo.

Depois de examinados, e identificados os sintomas de cada paciente, foi construída a seguinte tabela:

O número de pacientes que apresentam pelo menos dois desses sintomas é:

Tabela 2.3: Tabela do problema 40

Sintomas	Números de pacientes
A	84
B	92
C	108
A e B	38
A e C	46
B e C	58
A, B e C	X

- A) 32.
- B) 78.
- C) 90.
- D) 46.
- E) 57.

41. (FUNRIO-IF Baiano-BA) Uma pesquisa realizada com 100 pessoas com respeito a três programas de TV (X, Y e Z) revelou que: 50 pessoas gostam do programa X; 30 gostam do programa Y; 70 gostam do programa Z e 5 gostam dos três programas; 10 dos entrevistados não gostam de nenhum dos programas. Quantas pessoas gostam de, pelo menos, dois desses programas?

- A) 40.
- B) 45.
- C) 50.
- D) 55.
- E) 60.

2.3 Questões das Décadas de 60 e 70

Nesta seção apresentamos questões propostas em concursos públicos e vestibulares sobre **Raciocínio Lógico** e **Teoria dos Conjuntos** realizados nas décadas de 60 e 70 em diversas cidades do Brasil. Vejamos:

42. (FEI-66) Dadas as proposições:
(1) toda mulher é boa motorista

2.3. QUESTÕES DAS DÉCADAS DE 60 E 70

- (2) nenhum homem é bom motorista
- (3) todos os homens são maus motoristas
- (4) pelo menos um homem é mau motorista
- (5) todos os homens são bons motoristas

a negação de (5) é:

- A)(1)
- B)(2)
- C)(3)
- D)(4)
- E)nenhuma das anteriores.

43. (EPUSP-66) Depois de n dias de férias, um estudante observa que:

- (1) choveu 7 vezes, de manhã ou à tarde
- (2) quando chove de manhã não chove a tarde
- (3) houve 5 tardes sem chuva
- (4) houve 6 manhãs sem chuva

Então n é igual a:

- A)7
- B)9
- C)10
- D)11
- E)nenhuma das respostas anteriores.

44. (UFPB-67) Seja $A \triangle B$ a diferença simétrica dos conjuntos A e B , definida pela igualdade: $A \triangle B = (A - B) \cup (B - A)$.

Se $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{c, d, e, f, g\}$, então $A \triangle B$ é o conjunto:

- a){a, b, e, f, g}
- b){b, e, f}
- c) $A \cap B$
- d){a, b}
- e){a, b, f, g}

45. (FEI-67) Dadas as premissas: “Todos os corintianos são fanáticos” - “Existem fanáticos inteligentes”, pode-se tirar a conclusão seguinte:

- A) existem corintianos inteligentes
- B) todo corintiano é inteligente
- C) nenhum corintiano é inteligente

2.3. QUESTÕES DAS DÉCADAS DE 60 E 70

- D) todo inteligente é corintiano
- E) não se pode tirar conclusão.

46. (CESCEA-68) Foi realizada uma pesquisa numa indústria X tendo sido feitas a seu operários apenas duas perguntas. Dos operários, 92 responderam sim à primeira, 80 responderam sim à segunda, 35 responderam sim a ambas e 33 não responderam a perguntas feitas. Pode-se concluir então que o número de operários da indústria é:

- A) 170
- B) 172
- C) 205
- D) 174
- E) 240

47. (UFPB-70) Da afirmativa: “penso, logo existo” conclui-se que:

- a) pensar é uma condição suficiente de existência;
- b) só existe o que pensa;
- c) gato não existe;
- d) pensar é uma condição necessária de existência;
- e) um morto não existe porque não pensa.

48. (GV-70) A parte rachurada no gráfico, representa:

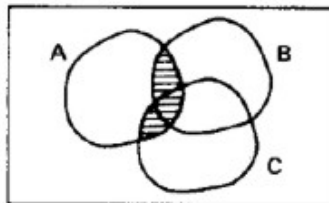


Figura 2.1: Diagramas da questão 48

- A) $A \cap (B \cup C)$
- B) $(A \cap B) \cup C$
- C) $(A \cup B) \cap C$
- D) $A \cup (B \cap C)$
- E) nenhuma das respostas anteriores.

2.3. QUESTÕES DAS DÉCADAS DE 60 E 70

49. (CESCEM-71) Indique a afirmação correta:

- A) uma condição necessária para que um número seja maior do que 2 é que ele seja positivo
- B) uma condição suficiente para que um número seja maior do que 2 é que ele seja positivo
- C) uma condição necessária e suficiente para que um número seja maior do que 2 é que ele seja positivo
- D) toda condição suficiente para que um número seja positivo é também suficiente para que ele seja maior do que 2
- E) nenhuma das afirmações anteriores é correta

50. (GV-72) Sejam A, B e C três conjuntos não vazios e consideremos os diagramas:

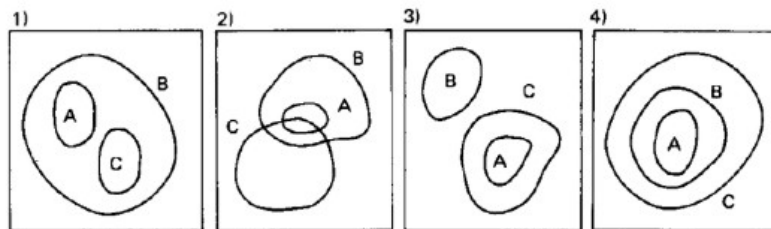


Figura 2.2: Diagramas da questão 50

e as denominações

- I) $A \subset B, C \not\subset B, A \cap C \neq \emptyset$
- II) $A \subset B, C \subset B, A \cap C = \emptyset$
- III) $A \subset (B \cap C), B \subset C, C \neq B, A \neq C$
- IV) $A \cap C = \emptyset, A \neq C, B \cap C = \emptyset$

então as associações corretas são:

- A) (1, IV), (2, III)
- B) (1, I), (4, III)
- C) (2, III), (3, IV)
- D) (4, III), (1, II)
- E) (3, IV), (1, I)

51. (MACK-73) Duas grandezas x e y são tais que: “se $x = 3$ então $y = 7$ ”. Pode-se concluir que:

- A) se $x \neq 3$ então $y \neq 7$

2.3. QUESTÕES DAS DÉCADAS DE 60 E 70

- B) se $x = 7$ então $x = 3$
 C) se $y \neq 7$ então $x \neq 3$
 D) se $x = 5$ então $y = 5$
 E) nenhuma das conclusões acima é válida.

52. (GV-75) Considere a parte hachurada nos diagramas, onde A e B são subconjuntos de S

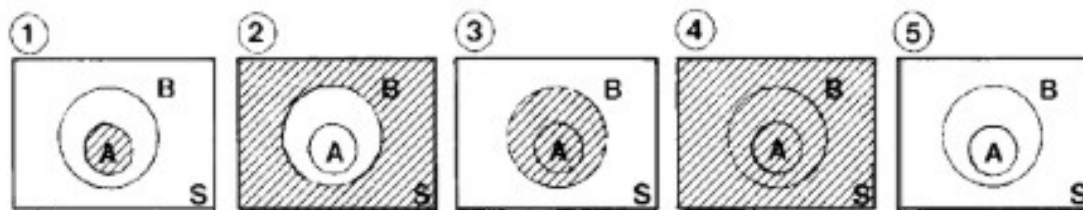


Figura 2.3: Diagramas da questão 52

Considere as denominações:

- a) $B - A$
 b) $\bar{A} \cup B$
 c) $A \cap \bar{B}$
 d) $A \cap B$
 e) \bar{B}

As associações corretas estão na alternativa:

- A) (1, d), (4, b), (5, e)
 B) (3, a), (2, e), (5, c)
 C) (3, a), (2, c), (5, d)
 D) (1, c), (4, b), (2, e)
 E) (3, d), (4, b), (2, a)

53. (UFPB-75) Se o conjunto R tem 32 elementos e o conjunto G tem 17, qual é o número de elementos que pertencem a R ou G, sabendo que os pertencentes a R e G são 8.

- a) 49 elementos
 b) 42 elementos
 c) 35 elementos
 d) 57 elementos
 e) 41 elementos

2.3. QUESTÕES DAS DÉCADAS DE 60 E 70

54. (GV-76) De todos os empreendedores de uma firma, 30% optaram por um plano de assistência médica. A firma tem a matriz na Capital e somente duas filiais, uma em Santos e outra em Campinas, 45% dos empregados trabalham na matriz e 20% dos empregados trabalham na filial de Santos. Sabendo-se que 20% dos empregados da Capital optaram pelo plano de assistência médica e que 35% dos empregados da filial de Santos o fizeram, qual a porcentagem dos empregados da filial de Campinas que optaram pelo plano?

- A) 47%
- B) 32%
- C) 38%
- D) 40%
- E) 29%

55. (CESGRANRIO-76) Em uma universidade são lidos dois jornais A e B; exatamente 80% dos alunos lêem o jornal A e 60% o jornal B. Sabendo-se que todo aluno é leitor de pelo menos um dos jornais, o percentual de alunos que lêem ambos é:

- A) 48%
- B) 140%
- C) 60%
- D) 80%
- E) 40%

56. (SANTA CASA-77) Dispõe-se de alguns livros de Física do autor A, outros do autor B e outros do autor C. Da mesma forma, temos alguns livros de Química do mesmo autor A, outros de B e outros de C. Todos os livros devem ser colocados em duas caixas com o seguinte critério: na primeira caixa, deve-se colocar todos os livros que satisfaçam a condição “se for do autor A, então não pode ser de Física”. Na segunda caixa, somente os livros que não satisfazem a essa proposição.

A primeira caixa deve conter exatamente:

- A) todos os livros de Química do autor A mais todos os livros de Física dos autores B e C
- B) todos os livros de Física ou de Química dos autores B e C mais todos os livros de Química do autor A
- C) todos os livros de Física dos autores B e C
- D) todos os livros de Física do autor A
- E) todos os livros de Química dos autores A, B e C

2.4 Questões da OBMEP

Nesta seção, apresentamos questões propostas nas Olimpíadas de Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) no período de 2005 a 2016, relativas aos conteúdos de **Raciocínio Lógico** e **Teoria dos Conjuntos**. Vejamos:

57. (OBMEP 2016-Nível 2) Em uma brincadeira, a mãe de João e Maria combinou que cada um deles daria uma única resposta correta a três perguntas que ela faria. Ela perguntou:

- Que dia da semana é hoje?
- Hoje é quinta, disse João.
- É sexta, respondeu Maria.

Depois perguntou:

- Que dia da semana será amanhã?
- Segunda, falou João.
- Amanhã será domingo, disse Maria.

Finalmente ela perguntou:

- Que dia da semana foi ontem?
- Terça, respondeu João.
- Quarta, disse Maria.

Em que dia da semana a brincadeira aconteceu?

- A) Segunda-feira
- B) Terça-feira
- C) Quarta-feira
- D) Quinta-feira
- E) Sexta-feira

58. (OBMEP 2005-Nível 3) Regina, Paulo e Iracema tentam adivinhar quantas bolas estão dentro de uma caixa fechada. Eles já sabem que este número é maior que 100 e menor que 140. Eles fazem as seguintes afirmações:

- Regina: Na caixa há mais de 100 bolas e menos de 120 bolas.

2.4. QUESTÕES DA OBMEP

- Paulo: Na caixa há mais de 105 bolas e menos de 130 bolas.
- Iracema: Na caixa há mais de 120 bolas e menos de 140 bolas.

Sabe-se que apenas uma dessas afirmações é correta.

Quantos são os possíveis valores para o número de bolas dentro da caixa?

- A) 1
- B) 5
- C) 11
- D) 13
- E) 16

59.

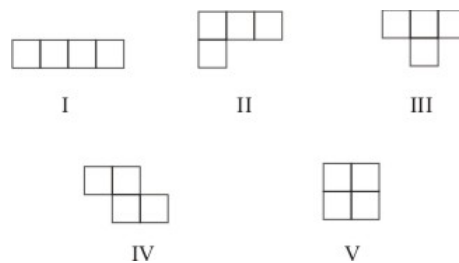


Figura 2.4: Peças a ser utilizadas

(OBMEP 2006-Nível 3) Paulo usou quatro peças diferentes dentre as cinco acima para montar a figura indicada. Em qual das peças está o quadradinho marcado com X?

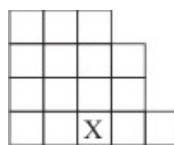


Figura 2.5: Quadriculado da questão 59

- (A) I
- (B) II
- (C) III
- (D) IV
- (E) V

2.4. QUESTÕES DA OBMEP

60. (OBMEP 2007-Nível 3) A mãe de César deu a ele as seguintes instruções para fazer um bolo:

- se colocar ovos, não coloque creme.
- se colocar leite, não coloque laranja.
- se não colocar creme, não coloque leite.

Seguindo essas instruções, César pode fazer um bolo com:

- A) ovos e leite, mas sem creme.
- B) creme, laranja e leite, mas sem ovos.
- C) ovos e creme, mas sem laranja.
- D) ovos e laranja, mas sem leite e sem creme.
- E) leite e laranja, mas sem creme.

61. (OBMEP 2008-Nível 3). Ari, Bruna e Carlos almoçam juntos todos os dias e cada um deles pede água ou suco.

- Se Ari pede a mesma bebida que Carlos, então Bruna pede água.
- Se Ari pede uma bebida diferente da de Bruna, então Carlos pede suco.
- Se Bruna pede uma bebida diferente da de Carlos, então Ari pede água.
- Apenas um deles sempre pede a mesma bebida.

Quem pede sempre a mesma bebida e que bebida é essa?

- A) Ari; água
- B) Bruna; água
- C) Carlos; suco
- D) Ari; suco
- E) Bruna; suco

62. (OBMEP 2009-Nível 3) Arnaldo, Beto, Celina e Dalila formam dois casais. Os quatro têm idades diferentes. Arnaldo é mais velho que Celina e mais novo que Dalila. O esposo de Celina é a pessoa mais velha. É correto afirmar que:

- A) Arnaldo é mais velho que Beto e sua esposa é Dalila.
- B) Arnaldo é mais velho que sua esposa Dalila.
- C) Celina é a mais nova de todos e seu marido é Beto.
- D) Dalila é mais velha que Celina e seu marido é Beto.

2.4. QUESTÕES DA OBMEP

E) Celina é mais velha que seu marido Arnaldo.

63. (OBMEP 2010-Nível 3) Adriano, Bruno, Carlos e Daniel participam de uma brincadeira na qual cada um é um tamanduá ou uma preguiça. Tamanduás sempre dizem a verdade e preguiças sempre mentem.

- Adriano diz: “Bruno é uma preguiça.”
- Bruno diz: “Carlos é um tamanduá.”
- Carlos diz: “Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais.”
- Daniel diz: “Adriano é uma preguiça.”

Quantos dos quatro amigos são tamanduás?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

64. (OBMEP 2011-Nível 3) Tia Geralda sabe que um de seus sobrinhos Ana, Bruno, Cecília, Daniela ou Eduardo comeu todos os biscoitos. Ela também sabe que o culpado sempre mente e que os inocentes sempre dizem a verdade.

- Bruno diz: “O culpado é Eduardo ou Daniela.”
- Eduardo diz: “O culpado é uma menina.”
- Por fim, Daniela diz: “Se Bruno é culpado então Cecília é inocente.”

Quem comeu os biscoitos?

- A) Ana
- B) Bruno
- C) Cecília
- D) Daniela
- E) Eduardo

65. (OBMEP 2012-Nível 3) Para a decoração da festa junina, Joana colocou em fila 25 bandeirinhas azuis, 14 brancas e 10 verdes, sem nunca deixar que duas bandeirinhas de mesma cor ficassem juntas. O que podemos concluir, com certeza, dessa informação?

2.4. QUESTÕES DA OBMEP

- A) Nas extremidades da fila aparecem uma bandeirinha azul e uma branca.
- B) Há cinco bandeirinhas consecutivas nas quais não aparece a cor verde.
- C) Há pelo menos uma bandeirinha branca ao lado de uma verde.
- D) Pelo menos quatro bandeirinhas azuis têm uma branca de cada lado.
- E) Não existe um grupo de três bandeirinhas consecutivas de cores todas diferentes.

66. (OBMEP 2013-Nível 3) Durante a aula, dois celulares tocaram ao mesmo tempo.

A professora logo perguntou aos alunos:

“De quem são os celulares que tocaram?”

Guto disse: “O meu não tocou”, Carlos disse: “O meu tocou” e Bernardo disse: “O de Guto não tocou”.

Sabe-se que um dos meninos disse a verdade e os outros dois mentiram. Qual das seguintes afirmativas é verdadeira?

- A) O celular de Carlos tocou e o de Guto não tocou.
- B) Bernardo mentiu.
- C) Os celulares de Guto e Carlos não tocaram.
- D) Carlos mentiu.
- E) Guto falou a verdade.

67. (OBMEP 2014-Nível 3) Cinco meninas não estão totalmente de acordo sobre a data da prova de Matemática.

- Andrea diz que será em agosto, dia 16, segunda-feira;
- Daniela diz que será em agosto, dia 16, terça-feira;
- Fernanda diz que será em setembro, dia 17, terça-feira;
- Patrícia diz que será em agosto, dia 17, segunda-feira;
- Tatiane diz que será em setembro, dia 17, segunda-feira.

Somente uma está certa, e as outras acertaram pelo menos uma das informações: o mês, o dia do mês ou o dia da semana. Quem está certa?

- A) Andrea
- B) Daniela
- C) Fernanda
- D) Patrícia
- E) Tatiane

2.4. QUESTÕES DA OBMEP

68. (OBMEP 2015-Nível 3) Daniel e mais quatro amigos, todos nascidos em estados diferentes, reuniram-se em torno de uma mesa redonda. O paranaense sentou-se tendo como vizinhos o goiano e o mineiro. Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano. O goiano sentou-se tendo como vizinhos Edson e Adão. Bruno sentou-se tendo como vizinhos o tocantinense e o mineiro. Quem é o mineiro?

- A) Adão
- B) Bruno
- C) Carlos
- D) Daniel
- E) Edson

69. (OBMEP 2016-Nível 3) No refeitório da escola de Quixajuba, na hora do almoço, 130 alunos comeram carne e 150 comeram macarrão, sendo que $\frac{1}{6}$ dos alunos comeram carne e também macarrão. Além disso, 70 alunos não comeram carne nem macarrão. Quantos alunos comeram carne mas não comeram macarrão?

- A) 80
- B) 90
- C) 100
- D) 120
- E) 130

70. (OBMEP 2016-Nível 3) A figura mostra os cartões com as respostas de Ana, Beatriz e Cecília para uma prova de múltipla escolha, com cinco questões e alternativas A, B, C, D e E. Ana acertou quatro questões, Beatriz acertou uma e Cecília acertou três. Qual foi a questão que Ana errou?

	1	2	3	4	5
Ana					
A →	●	●	○	○	○
B →	○	○	○	○	●
C →	○	○	○	○	○
D →	○	○	○	●	○
E →	○	○	●	○	○
Beatriz					
A →	●	○	○	●	○
B →	○	●	○	○	○
C →	○	○	●	○	○
D →	○	○	○	○	○
E →	○	○	○	○	●
Cecília					
A →	●	○	●	●	○
B →	○	●	○	○	●
C →	○	○	○	○	○
D →	○	○	○	○	○
E →	○	○	○	○	○

Figura 2.6: Cartões-resposta da questão 70

2.4. QUESTÕES DA OBMEP

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

Capítulo 3

Soluções

Nesse Capítulo serão apresentadas as resoluções das questões propostas no Capítulo anterior com as mesmas seções: **Questões sobre Raciocínio Lógico**, **Questões sobre Conjuntos**, **Questões Clássicas** e **Questões da OBMEP**.

3.1 Questões sobre Raciocínio Lógico

Veamos as soluções das questões propostas na seção 2.1 que abordam tópicos de **Raciocínio Lógico**.

1. Sabe-se que a negação de uma proposição composta $P \wedge Q$ é $\sim P \vee \sim Q$. Então, a vaga é para quem tem habilitação e não está cursando nível superior a noite. Sabendo que Suzana não conseguiu a vaga: *“ela não tem habilitação ou está cursando nível superior a noite”*.

Portanto, a escolha correta é a alternativa **D**.

2. Precisa-se identificar uma proposição equivalente a $P \rightarrow Q$, neste caso, *“Se dirigir então não beba”*, então a proposição equivalente é $\sim Q \rightarrow \sim P$. Ou seja, *“Se beber então não dirija”*.

Portanto, alternativa **B** é a correta.

3. Considerando os conjuntos $J = \text{João}$, $A = \text{Advogados}$ e $T = \text{Usam terno}$, diante das afirmações temos que:

$J \subset A$ e que $A \subset T$, então como João é advogado e todo advogado usa terno. *“João usa terno.”*

3.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

Portanto, alternativa **D** é a escolha correta.

4. Com as informações contidas na tabela, analisam-se as afirmações:

A) A loja A possui mais guarda-roupas que as lojas B e C juntas, pois, a loja A possui 6 guarda-roupas e as lojas B e C juntas possuem 5 guarda-roupas. Portanto a alternativa é verdadeira.

B) A loja que possui mais móveis é a que tem o menor número de sofás, pois, nota-se que a loja que possui mais móveis é a loja B com 14 unidades, no entanto a loja A é que possui a menor quantidade de sofás, 2 unidades. Portanto a alternativa é falsa.

C) A loja A possui 3 móveis a menos do que a loja que possui mais móveis, pois, a loja A possui 11 móveis enquanto que a loja B possui 14 móveis. Portanto a alternativa é verdadeira.

D) A loja que tem mais guarda-roupas tem o triplo da loja que tem menos, pois, a loja A possui 6 guarda-roupas enquanto que a loja C possui 2. Portanto a alternativa é verdadeira.

Portanto, a alternativa **B** é a correta.

5. Denotando cada um dos homens com a letra inicial de seus respectivos nomes, pode-se considerar:

J = Juliano

A = Adriano

M = Marciano

C = Cassiano

T = Tertuliano

Diante das afirmações do enunciado, observa-se que:

$J < A$, Juliano é mais novo que Adriano.

$A > C$, Adriano é mais velho que Cassiano.

Então: $A > J$ e $A > C$, ou seja, Adriano é mais velho que Juliano e Cassiano.

$T < M$, Tertuliano é mais novo que Marciano.

$M > A$, Marciano é mais velho que Adriano.

Então: $M > T$ e $M > A$, ou seja, Marciano é mais velho que Tertuliano e Adriano.

Como Marciano é mais velho que Adriano e Tertuliano e Adriano é mais velho que Juliano e Cassiano, então, Marciano é o mais velho entre os homens.

Portanto, a alternativa correta é a **D**.

6. É preciso obter a negação da proposição $\sim (P \vee Q) = \sim P \wedge \sim Q$. Então, com certeza, Luciana “*não gosta nem de pastel nem de coxinha*”.

3.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

Portanto, a alternativa **C** é a correta.

7. Analisando as afirmações, temos que:

Pelas afirmações III e IV sabe-se que amanhã chove. Então, se chove, consequentemente, acontece I e II.

Portanto, não dará para pescar. Alternativa **B**.

8. Precisa-se identificar a negação lógica da proposição: $P \wedge Q$, que tem negação $\sim P \vee \sim Q$. Portanto, “*Marcos não gosta de comer arroz com feijão ou Luiza gosta de comer macarrão.*”

Portanto, a alternativa **B** é a correta

9. Vamos representar as informações através de um diagrama de flechas, mostrado a seguir.

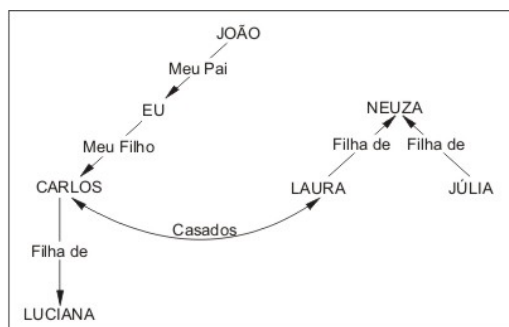


Figura 3.1: Árvore de flechas da questão 9

Então, de acordo com o diagrama temos:

- A) Neuza é mãe de Luciana é falsa, pois Luciana só pode ser neta de Laura.
- B) Júlia é minha neta e não tem filhos é falsa, pois Julia não tem grau de parentesco comigo.
- C) Luciana é minha neta é verdadeira, pois como carlos é meu filho e pai de Luciana, ela é minha neta.
- D) Laura é neta de João é falsa, pois Laura é casada com o neto de João e não neta dele.
- E) Carlos é cunhado de Júlia e filho de João é falsa, pois Carlos é cunhado de Júlia, mas não é filho de João e sim neto de João.

Portanto, Luciana é minha neta, e alternativa correta é a **C**.

10. Diante das afirmações, tem-se que:

3.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

- A) há motoristas não habilitados é verdadeira, pois se a maioria dos motoristas são habilitados, existem motoristas habilitados e não habilitados.
- B) metade dos motoristas são habilitados é falsa, pois não há indicação da quantidade de motoristas habilitados e não habilitados.
- C) todos os motoristas são habilitados é falsa, pois a maioria não indica que todos são, ou seja, existem motoristas não habilitados conforme a afirmação II.
- D) qualquer motorista não habilitado não é bom motorista é falsa, pois pela afirmação II existem bons motoristas não habilitados.
- E) não há bom motorista habilitado é falsa, pois alguns bons motoristas não são habilitados indica que existem bons motoristas habilitados.

Portanto, há motoristas não habilitados, e alternativa **A** é a escolha correta.

11. Analisando as afirmações e relacionando alunos, cursos e períodos, temos:

- Pelo item III que o aluno de Direito está no 2º período.
- Pelos itens III e I, temos que o aluno de Matemática está no 1º período. Consequentemente, o aluno de Direito obrigatoriamente está no 4º período.
- Pelo item IV associado ao que já foi relacionado, sabe-se que *Bruno é aluno de Matemática e está no 1º período.*
- Pelo item V associado a conclusão anterior, *Carlos é aluno de Administração e está no 4º período* e finalmente, *Alberto é aluno de Direito e está no 2º período.*

Portanto, Alberto é aluno do 2º período de Direito. Alternativa **B** está correta.

12. Sem perda de generalidade, pode-se considerar:

J = João

A = Antônio

G = Jogador de futebol

H = Atleta

D = Disciplinado

Diante das afirmações, observa-se que:

$G \subset H$

$H \subset D$

$J \subset H$

$A \subset D$

Conclui-se que:

- A) João é jogador de futebol é falsa, pois João ser atleta não garante que ele seja jogador de futebol.

3.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

- B) Antônio é atleta. É falsa, pois Antônio ser disciplinado não garante ser atleta.
C) Antônio é jogador de futebol é falsa, pois Antônio ser disciplinado não garante que ele seja jogador de futebol.
D) João é disciplinado é verdadeira, pois como João é atleta e todo atleta é disciplinado, então João é disciplinado.
E) Algum jogador de futebol não é disciplinado é falsa, pois como todo jogador de futebol é atleta e todo atleta é disciplinado, então não há jogador de futebol indisciplinado.

Portanto, João é disciplinado, e a alternativa **D** é a escolha correta

13. Tem-se uma proposição composta: $P \wedge Q$ que tem sua negação da forma $\sim (P \wedge Q) = \sim P \vee \sim Q$. Então “*João é arquiteto e Antônio é médico*” tem negação: “*João não é arquiteto ou Antônio não é médico.*”

14. Diante da afirmação de que “*Não sou careca*”, associamos as proposições compostas levando em consideração que este fato nos leva as implicações:

“*Não sou careca*” implica que “*Sou vegetariano.*”

“*Sou vegetariano*” implica “*que não estudo.*”

“*Não estudo*” implica que “*Sou magro.*”

Portanto, “*sou magro e vegetariano.*” E alternativa **A** está correta.

15. Sabendo que P (V), Q (F) e R (V) tem-se que analisar as afirmativas propostas, de acordo com suas tabelas-verdade, então:

$P \wedge Q$ (F)

$P \vee Q$ (V)

$P \vee Q \vee R$ (V)

$P \wedge Q \wedge R$ (F)

$P \wedge R$ (V)

A) FVVFF

B) FFVFF

C) VFVFF

D) FVVFF

E) VFFVV

Portanto, a alternativa correta é a **D**.

16. Sem perda de generalidade, pode-se considerar:

D = Digitadores.

3.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

T = Técnicos.

A = Técnicos atendem ao público.

N = Técnicos não atendem ao público.

Diante das afirmações, observa-se que:

$T \subset D$

$A \subset T$

$N \subset T$

Então $(A \wedge N) \subset T$

Conclui-se a partir das afirmativas que:

A) os técnicos que sabem atender ao público externo não sabem digitar é falsa, pois todo técnico sabe digitar.

B) os técnicos que não sabem atender ao público externo não sabem digitar é falsa, pelo mesmo justificativa do item anterior.

C) qualquer pessoa que sabe digitar também sabe atender ao público externo é falsa, pois existem técnicos que não atendem ao público mas sabem digitar.

D) os técnicos que não sabem atender ao público externo sabem digitar é verdadeira, pois todos os técnicos, que atendem e não atendem ao público sabem digitar.

E) os técnicos que sabem digitar não atendem ao público externo é falsa, pois todos os técnicos sabem digitar, tanto os que atendem, quanto os que não atendem ao público.

Portanto, a alternativa **D** está correta.

17. Considerando as afirmativas:

P: 870 é múltiplo de 4.

Q: 169 é quadrado perfeito.

Atribuindo os valores lógicos das afirmativas, tem-se que P (F) e Q (V), então pela tabela-verdade:

I. $P \rightarrow Q$ implica que $F \rightarrow V$ (V)

II. $P \wedge Q$ implica que $F \wedge V$ (F)

III. $P \vee Q$ implica que $F \vee V$ (V)

IV. $P \leftrightarrow Q$ implica que $F \leftrightarrow V$ (F)

Portanto, I e III são verdadeiras, e a alternativa correta é **A**.

18. Analisando as proposições p , q e r , as afirmativas abaixo tem valores lógicos dados por:

I. Se o Contabilista Sérgio é conselheiro do Conselho de Curadores, então ele é professor. Por p e r , Sérgio pode ser professor, técnico administrativo ou estudante. Portanto, esta alternativa é falsa.

II. Se o Contabilista Sérgio é conselheiro do Conselho de Curadores, então ele não é técnico administrativo da universidade. Por p e r , Sérgio pode ser técnico adminis-

3.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

trativo. Portanto, esta alternativa é falsa.

III. Se o Contabilista Sérgio é conselheiro do Conselho de Curadores, então ele votará favoravelmente à aprovação das contas do Reitor. Por q , Sérgio é a favor da aprovação das contas do reitor. Portanto, esta alternativa é verdadeira.

Assim, apenas a afirmativa III é verdadeira. E a alternativa a ser assinalada corretamente é a **B**.

19. Analisando as afirmações e relacionando doenças, pacientes e estados, temos:

- Pela I afirmativa, o paciente contaminado com dengue foi contaminado no Espírito Santo;
- Pela II afirmativa, o paciente contaminado com chikungunya chama-se Bernardo;
- Pela III afirmativa, o paciente contaminado com zika virus chama-se Silvio.

Conseqüentemente, por II e III, “o paciente com dengue chama-se Elton e contraiu no Espírito Santo, E ainda Silvio contraiu zika virus no Rio de Janeiro e Bernardo contraiu chikungunya em São Paulo.”

Portanto, quem contraiu dengue foi o Elton e infectado no estado do Espírito Santo, e a alternativa **C** é a correta.

20. É preciso obter a negação da proposição condicional $P \rightarrow Q$. Então, $\sim (P \rightarrow Q) \Rightarrow (P \wedge \sim Q)$. Então, “o beneficiário está acima do peso e ele não é sedentário.”

Portanto, a alternativa **D** está correta.

21. Pelas afirmativas, nota-se que:

- Não estou saudável!
- Não estou saudável, então não faço dieta!
- Como não faço dieta, então faço exercícios!

Então conclui-se que:

A) não faço exercícios físicos, estou saudável e faço dieta alimentar é uma afirmação falsa, pois não estou saudável.

B) faço exercícios físicos, não estou saudável e não faço dieta alimentar é uma afirmação verdadeira, pois está de acordo com as conclusões acima.

3.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

C) não faço exercícios físicos, estou saudável e não faço dieta alimentar é uma afirmação falsa, pois faço exercícios físicos e não estou saudável.

D) não faço exercícios físicos, não estou saudável e faço dieta alimentar é uma afirmação falsa, pois faço exercícios e não faço dieta.

E) faço exercícios físicos, estou saudável e não faço dieta alimentar é uma afirmação falsa, pois não estou saudável.

Portanto, a alternativa correta é a **B**.

22. É preciso obter a negação da proposição composta $(P \wedge Q) =$ “Carlos foi à escola e foi bem na prova.” Então:

P: Carlos foi à escola.

Q: Carlos foi bem na prova.

Sua negação $\sim (P \wedge Q) \Rightarrow (\sim P \vee \sim Q)$.

Portanto, “Carlos não foi à escola ou não foi bem na prova.” E a alternativa **C** é a escolha correta.

23. Como as proposições simples P e Q apresentam valores lógicos, respectivamente, verdadeiro e falso. Analisamos as proposições compostas formadas com P e Q uma a uma através de suas respectivas tabelas-verdade obtendo os seguintes valores lógicos:

A) Se uma proposição composta tem valor lógico verdadeiro e outra proposição composta tem valor lógico falso, então a conjunção entre elas, nessa ordem, é falso. Esta afirmativa é verdadeira, pois $(P (V) \wedge Q (F)) = F$

B) Se uma proposição composta tem valor lógico verdadeiro e outra proposição composta tem valor lógico falso, então a disjunção entre elas, nessa ordem, tem valor lógico verdadeiro. Esta afirmativa é verdadeira, pois $(P (V) \vee Q (F)) = V$

C) Se uma proposição composta tem valor lógico verdadeiro e outra proposição composta tem valor lógico falso, então o bicondicional entre elas, nessa ordem, tem valor lógico falso. Esta afirmativa é verdadeira, pois $(P (V) \leftrightarrow Q (F)) = F$

D) Se uma proposição composta tem valor lógico verdadeiro e outra proposição composta tem valor lógico falso, então o condicional entre elas, nessa ordem, tem valor lógico verdadeiro. Esta afirmativa é falsa, pois $(P (V) \rightarrow Q (F)) = F$

E) Se uma proposição composta tem valor lógico verdadeiro e outra proposição composta tem valor lógico verdadeiro, então a conjunção entre elas tem valor lógico verdadeiro. Esta afirmativa é verdadeira, pois $(P (V) \wedge Q (V)) = V$

Portanto, a escolha correta é a alternativa **D**.

24. É preciso obter a negação da proposição composta $(P \wedge Q) =$ “o obstetra evitou

3.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

a realização da cesariana desnecessária e a gestante entrou em trabalho de parto.”

Então:

P: O obstetra evitou a realização da cesariana desnecessária.

Q: A gestante entrou em trabalho de parto.

Sua negação $\sim (P \wedge Q) \Rightarrow (\sim P \vee \sim Q)$. Então, *“o obstetra não evitou a realização da cesariana desnecessária ou a gestante não entrou em trabalho de parto.”*

Portanto, a alternativa correta é **A**.

25. Nesta questão tem-se proposições com “ou exclusivo”. Pode-se definir cada proposição simples por uma única letra, então:

A = Francimara viaja de avião.

B = Antônio mora em Porto de Galinhas.

C = Cintia mora em Salvador.

D = Flávia viaja de ônibus.

Em seguida, traduzimos as premissas (P) do enunciado para a linguagem lógica da seguinte maneira:

P1: $A \vee B \vee C$

P2: $B \rightarrow D$

P3: $D \rightarrow C$

P4: $\sim C$

Considerando as premissas verdadeiras e considerando suas tabelas-verdade, inicia-se por P4. Vejamos: Como $\sim C$ é verdadeira, então C é falsa.

Substituindo C pelo seu valor lógico (F) falsa, temos:

P3: $D \rightarrow (F)$ só é verdadeira se D for falsa, conseqüentemente D é falsa.

Repetindo o processo, substituindo D por seu valor lógico (F) em P2, temos:

P2: $B \rightarrow (F)$ e B também é falsa, pelo mesmo motivo que P3.

Então para concluir, substitui B e C por seus respectivos valores lógicos em P1:

P1: $A \vee (F) \vee (F)$ que pelos valores lógicos de B e C, temos que A é verdadeira.

Substituindo os resultados obtidos acima temos:

A (V) = Francimara viaja de avião.

B (F) = Antônio não mora em Porto de Galinhas.

C (F) = Cintia não mora em Salvador.

D (F) = Flávia não viaja de ônibus.

Analisando as alternativas, as classificamos em:

A) Francimara viaja de avião e Antônio não mora em Porto de Galinhas. É verdadeira

B) Francimara não viaja de avião e Flávia não viaja de ônibus. É falsa

C) Antônio mora em Porto de Galinhas e Cintia não mora em Salvador. É falsa

D) Antônio não mora em Porto de Galinhas e Flávia viaja de ônibus. É falsa

3.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

E) Antônio mora em Porto de Galinhas ou Flávia viaja de ônibus. É falsa

Portanto, a escolha correta é **A**.

26. Podemos definir cada proposição simples por uma única letra, então:

A = Paulo trabalho.

B = Paulo telefona para Roberta.

C = Paulo envia um e-mail.

Em seguida, traduzimos as premissas (P) do enunciado para a linguagem lógica da seguinte maneira:

P1: $\sim A \rightarrow B$

P2: $A \rightarrow C$

P3: $\sim B \rightarrow \sim C$

P4: $C \rightarrow \sim B$

Considerando as premissas verdadeiras e considerando suas tabelas-verdade, inicia-se por P1 dado que todas são proposições da forma Se... então. Vejamos:

$\sim A \rightarrow B$ é verdadeira, pois $\sim A$ é verdadeira e B é verdadeira.

Substituindo $\sim B$ por seu valor lógico (F) falso em P4, temos:

P4: $C \rightarrow (F)$ só tem valor lógico verdadeiro quando C é falsa, então:

P2: $(F) \rightarrow (F)$ nesta situação a condicional tem valor lógico verdadeiro, pois o antecedente é falso.

Repetindo o processo, substituindo em P3, temos:

P3: $(F) \rightarrow (V)$ nesta situação a condicional também tem valor lógico verdadeiro como em P2.

Então para concluir, substituindo os resultados obtidos acima, temos que:

A (F) = Paulo não trabalho.

B (V) = Paulo telefona para Roberta.

C (F) = Paulo não envia um e-mail.

Ao analisar as alternativas, conclui-se que:

A) trabalha, telefona para Roberta, não envia um e-mail. É falsa

B) trabalha, não telefona para Roberta, envia um e-mail. É falsa

C) não trabalha, telefona para Roberta, não envia um e-mail. É verdadeira

D) não trabalha, não telefona para Roberta, não envia um e-mail. É falsa

E) não trabalha, não telefona para Roberta, envia um e-mail. É falsa

Portanto, a alternativa a ser assinalada é a **C**.

27. Sabendo que as proposições “p” é verdadeira (V) e “q” é falsa (F), analisamos suas respectivas tabelas-verdade e fazemos a substituição dos seus valores lógicos nas proposições compostas de cada alternativa e concluímos que:

3.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

A) $\sim p \vee q \rightarrow q$, substituindo temos que $(F) \vee (F) = (F)$ pois a disjunção é falsa quando ambas proposições simples apresentam valor lógico falso. Daí, $(F) \rightarrow (F)$ é verdadeira, pois na condicional em que o antecedente é falso, a proposição composta é verdadeira.

B) $p \vee q \rightarrow q$, substituindo por seus valores lógicos temos $(V) \vee (F) = (V)$, pois a disjunção é verdadeira quando qualquer das proposições simples é verdadeira. Daí, $(V) \rightarrow (F)$ é falsa, pois a condicional é falsa quando a antecedente é verdadeiro e o conseqüente da proposição composta é falso.

C) $p \rightarrow q$, substituindo temos que $(V) \rightarrow (F)$ é falso como citado na alternativa anterior.

D) $p \leftrightarrow q$, substituindo pelos respectivos valores lógicos temos que $(V) \leftrightarrow (F)$ é falsa, pois a bicondicional é falsa quando os valores lógicos das proposições simples são diferentes.

E) $q \wedge (p \vee q)$, substituindo temos que $(F) \wedge ((V) \vee (F)) = (F) \wedge (V)$ donde concluímos que esta alternativa também é falsa, pois a conjunção é falsa quando pelo menos uma das proposições simples é falsa.

Portanto, a alternativa **A** está correta.

28. Precisa-se identificar uma proposição equivalente a: “*Se o voo está atrasado, então o aeroporto está fechado para decolagens*” = $(P \rightarrow Q)$, que tem como equivalência $\sim Q \rightarrow \sim P$ ou $\sim P \vee Q$.

Portanto, “*o voo não está atrasado ou o aeroporto está fechado para decolagens.*” E está correta a alternativa **E**.

29. É preciso obter a negação da proposição composta $(P \rightarrow Q)$ = “*Se a conexão com a internet cai, então não há possibilidade de comunicação.*” Então:

P: A conexão com a internet cai.

Q: Não há possibilidade de comunicação.

Sua negação $\sim (P \rightarrow Q) \Rightarrow (P \vee \sim Q)$. Portanto, “*A conexão da internet cai e há possibilidade de comunicação.*” E alternativa **C** é a correta.

30. Podemos definir cada proposição simples por uma única letra, então:

A = Roberta foi promovida.

B = Antônio será demitido.

C = Cláudia se aposenta.

D = Douglas perderá o seu posto.

Em seguida, traduzimos as premissas (P) do enunciado para a linguagem lógica da seguinte maneira:

3.1. QUESTÕES SOBRE RACIOCÍNIO LÓGICO

P1: $A \rightarrow \sim B$

P2: $C \rightarrow \sim D$

P3: $\sim D \rightarrow B$

P4: C

Considerando as premissas verdadeiras e considerando suas tabelas-verdade, inicia-se por P4, sabendo que Cláudia se aposentou. Então:

C é verdadeira, substituindo C por seu valor lógico (V) de verdadeira em P2, temos: P2: $(V) \rightarrow \sim D$, é verdadeira, de acordo com sua tabela verdade, apenas no caso em que $\sim D$ é verdadeira.

Substituindo $\sim D$ por seu valor lógico (V) em P3, temos:

P3: $(V) \rightarrow B$, é verdadeira apenas se B é verdadeira, pelo mesmo motivo de P2.

Então conclui-se, substituindo $\sim B$ por seu valor lógico em P1:

P1: $A \rightarrow (F)$ tem valor lógico verdadeiro apenas quando A é falsa.

Então, com os resultados obtidos acima, temos:

A (F) = Roberta não foi promovida.

B (V) = Antônio será demitido.

C (V) = Cláudia se aposentou.

D (F) = Douglas não perderá o seu posto.

Analisando as alternativas, tem-se:

A) Antônio não será demitido ou Roberta será promovida. É falsa

B) Roberta não foi promovida ou Cláudia não se aposentou. É verdadeira

C) Douglas perdeu seu posto e Antônio não será demitido. É falsa

D) se Douglas não perder seu posto, então Cláudia não irá se aposentar. É falsa

E) Roberta foi promovida e Douglas não perdeu seu posto. É falsa

Portanto, a alternativa correta é a **B**.

31. Sem perda de generalidade, pode-se definir cada proposição simples por uma única letra, então:

A = Juvenal está de folga.

B = Matheus trabalha.

C = Danilo treina com Carlos.

D = Leonardo treina com Leandro.

Antes de montar o esquema de resolução, vale lembrar que em $P \rightarrow Q$:

- P é condição suficiente para Q.
- Q é condição necessária para P.

Em seguida, traduzimos as premissas (P) do enunciado para a linguagem lógica da seguinte maneira:

3.2. QUESTÕES SOBRE CONJUNTOS

P1: $B \rightarrow A$

P2: $A \rightarrow C$

P3: $C \leftrightarrow D$

P4: $\sim D$

Considerando as premissas verdadeiras e considerando suas tabelas-verdade, inicia-se por P4, como sabemos que Leonardo não treina com Leandro. Então, D é falsa. Substituindo D por seu valor lógico (F) de falsa em P3, temos:

P3: $C \leftrightarrow (F)$, que só é verdadeira se a bicondicional tiver os valores lógicos das proposições simples iguais, portanto C é falsa.

Substituindo C por (F) em P2, temos:

P2: $A \rightarrow (F)$, que tem valor lógico verdadeiro apenas se A é falsa.

Então para concluir, substitui A por seu valor lógico em P1:

P1: $B \rightarrow (F)$, implica que B é falsa, como em P2.

Substituindo os resultados obtidos acima:

A (F) = Juvenal não está de folga.

B (F) = Matheus não trabalha.

C (F) = Danilo não treina com Carlos.

D (F) = Leonardo não treina com Leandro.

Analisando as alternativas, tem-se:

A) Juvenal não está de folga, e Matheus trabalha, e Danilo treina com Carlos. É falsa

B) Juvenal está de folga, e Matheus não trabalha, e Danilo treina com Carlos. É falsa

C) Juvenal está de folga, e Matheus trabalha, e Danilo não treina com Carlos. É falsa

D) Juvenal não está de folga, e Matheus trabalha, e Danilo não treina com Carlos. É falsa

E) Juvenal não está de folga, e Matheus não trabalha, e Danilo não treina com Carlos. É verdadeira

Portanto, a alternativa **E** está correta.

3.2 Questões sobre Conjuntos

Vejamos as soluções das questões propostas na seção 2.2 que abordam **Teoria dos Conjuntos**.

3.2. QUESTÕES SOBRE CONJUNTOS

32. Temos os seguintes dados trazidos a partir do enunciado:

- 40 alunos compõem a sala de aula;
- 24 gostam de matemática;
- 26 gostam de português;
- 4 não gostam de português nem de matemática.

Então para esta solução, construímos o Diagrama de Venn dos conjuntos mostrando as intersecções entre eles e acrescentando as quantidades informadas no enunciado e em seguida efetuamos as operações para obter a resposta. Definimos os conjuntos:

M = Conjunto dos alunos que gostam de Matemática

P = Conjunto dos alunos que gostam de Português

U = Conjunto dos alunos da sala (conjunto universo)

O conjunto U está representado por um retângulo que contém os conjuntos M e P.

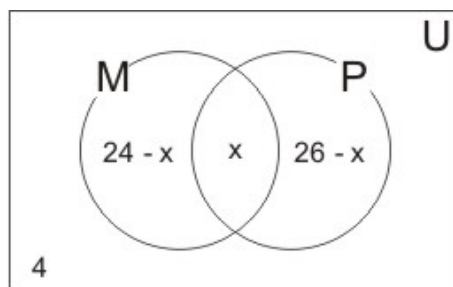


Figura 3.2: Diagrama para resolução questão 32

Preenchendo a figura acima com os dados informados, deduzimos que:

- O valor de “ x ” no diagrama é o que se quer descobrir;
- O número de alunos que gostam apenas de matemática é igual a $24 - x$;
- O número de alunos que gostam apenas de português é igual a $26 - x$;
- O número de alunos que não gostam de português nem de matemática é igual a 4 que se posiciona fora dos círculos;

Então resolvemos a equação: $24 - x + 26 - x + x + 4 = 40 \Rightarrow x = 14$

Portanto, o número de alunos da sala que gostam de matemática e de português é 14. Então a opção correta é alternativa **A**.

33. Temos os seguintes dados trazidos a partir do enunciado:

3.2. QUESTÕES SOBRE CONJUNTOS

- 63 pessoas são enfermeiros formados e empregados;
- 46 enfermeiros são formados;
- 52 enfermeiros são empregados;

Então para esta solução, construímos o Diagrama de Venn dos conjuntos mostrando as intersecções entre eles e acrescentando as quantidades informadas no enunciado e em seguida efetuamos as operações para obter a resposta. Definimos os conjuntos:

F = Conjunto dos Enfermeiros formados

E = Conjunto dos Enfermeiros empregados

U = Conjunto de todos os enfermeiros (conjunto universo).

O conjunto U está representado por um retângulo que contém os conjuntos F e E.

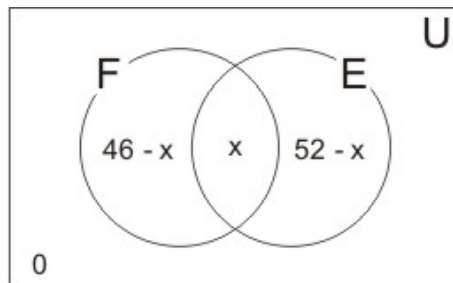


Figura 3.3: Diagrama para resolução questão 33

Preenchendo a figura acima com os dados informados deduzimos que:

- O valor de “ x ” no diagrama é o que se quer descobrir;
- O número de enfermeiros formados é igual a $46 - x$;
- O número de enfermeiros empregados é igual a $52 - x$;
- Não há neste grupo pessoas que não sejam enfermeiros;

Então resolvemos a equação: $46 - x + 52 - x + x + 0 = 63 \Rightarrow x = 35$.

No entanto, o que se quer saber é o número de enfermeiros formados que não estão empregados, então subtrai-se $46 - 35 = 11$.

Portanto, a escolha correta é alternativa **E**.

34. Temos os seguintes dados trazidos a partir do enunciado:

- 100 crianças estão inscritas nas diversas modalidades esportivas;

3.2. QUESTÕES SOBRE CONJUNTOS

- 60 praticam futsal;
- 35 praticam futsal e outros esportes;

Então, para esta solução, construímos o Diagrama de Venn dos conjuntos mostrando as intersecções entre eles e acrescentando as quantidades informadas no enunciado e em seguida efetuamos as operações para obter a resposta. Definimos os conjuntos:

F = Conjunto das crianças que praticam futsal

O = Conjunto das crianças que praticam outros esportes.

U = Conjunto das crianças que estão inscritas nas diversas modalidades esportivas (conjunto universo).

O conjunto U está representado por um retângulo que contém os conjuntos F e O.

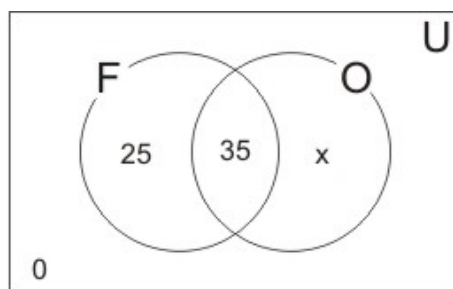


Figura 3.4: Diagrama para resolução questão 34

Preenchendo a figura acima com os dados informados deduzimos que:

- O valor “ x ” no diagrama é a informação a ser descoberta, ou seja, as crianças que praticam apenas outros esportes;
- O número de crianças que praticam futsal é igual a 60, distribuindo 25 que praticam apenas futsal e 35 que praticam futsal e outros esportes;

Então resolvemos a equação: $25 + 35 + x = 100 \Rightarrow x = 40$.

No entanto, o que se quer saber é o número de crianças que praticam outros esportes, então soma-se $40 + 35 = 75$.

Portanto, a alternativa **D** é a correta.

35. Temos os seguintes dados trazidos a partir do enunciado:

- 162 moradores possuem carro;
- 188 moradores possuem moto;
- 65 moradores possuem carro e moto; e,

3.2. QUESTÕES SOBRE CONJUNTOS

- 92 moradores não possuem veículo.

Então para esta solução, construímos o diagrama de venn dos conjuntos mostrando as intersecções entre eles e acrescentando as quantidades informadas no enunciado e em seguida efetuamos as operações para obter a resposta. Definimos os conjuntos:
C = Conjunto dos moradores que possuem carro
M = Conjunto dos moradores que possuem moto
U = Conjunto dos moradores que possuem carro, moto e não possuem nenhum nem outro (conjunto universo).

O conjunto U está representado por um retângulo que contém os conjuntos C e M.

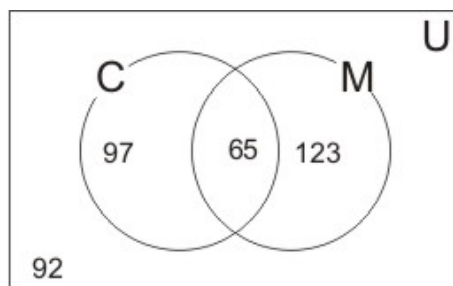


Figura 3.5: Diagrama para resolução questão 35

Preenchendo a figura acima com os dados informados deduzimos que:

- O valor “ x ” é a informação a ser descoberta, ou seja, a soma das pessoas que possuem carro, moto e não possuem nenhum nem outro;
- O número de pessoas que possuem carro é igual a 162, distribuindo 65 para os que possuem carro e moto e 97 para os que possuem apenas carro;
- O número de pessoas que possuem moto é igual a 188, distribuindo 65 para os que possuem carro e moto e 123 para os que possuem apenas moto;

Então resolvemos a equação: $x = 65 + 97 + 123 + 92 = 377 \Rightarrow x = 377$. Portanto, a escolha correta é alternativa **B**.

36. A partir dos conjuntos informados no enunciado do problema, podemos classificar as afirmativas:

- a) O conjunto vazio está contido no conjunto A. É verdadeira, pois o conjunto vazio é elemento de todo e qualquer conjunto.
- b) A união entre A e B é o próprio conjunto A. É verdadeira, pois B é subconjunto de A, ou seja, $B \subset A$.

3.2. QUESTÕES SOBRE CONJUNTOS

c) A intersecção entre A e B é o próprio conjunto B. É verdadeira, pois B é subconjunto de A, ou seja, $B \subset A$.

d) O complementar de A em B é $\{b, c, d, f, g, h\}$. É falsa, pois A não é subconjunto de B, ou seja, $A \not\subset B$.

Portanto, a escolha correta é alternativa **D**.

37. Esta questão também se resolve com a construção do Diagramas de Venn dos conjuntos mostrando as intersecções entre eles e acrescentando as quantidades informadas no enunciado e em seguida efetuamos as operações para obter a resposta.

Definimos os conjuntos:

P = Conjunto dos pratinhos com água embaixo de vasos de planta.

R = Conjunto dos ralos entupidos com água acumulada.

K = Conjunto das caixas de água destampadas.

Faremos o desenho dos três conjuntos e anotaremos os dados fornecidos na questão:

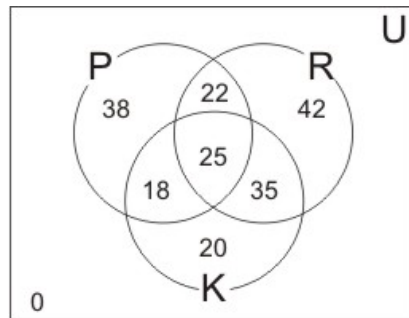


Figura 3.6: Diagrama para resolução questão 37

Conforme representado acima, preenchemos o diagrama com os dados fornecidos na questão e deduzimos que:

- O número total de residências visitadas é a soma dos diagramas, designamos por “ x ” este resultado;
- O número de residências visitadas em que havia ralos entupidos com água acumulada e caixas de água destampadas é igual a 60, dos quais 25 também tem pratinhos com água embaixo de vasos de planta. Daí, temos $60 - 25 = 35$ tem apenas ralos entupidos com água acumulada e caixas de água destampadas;
- O número de residências visitadas em que havia pratinhos com água embaixo de vasos de planta e caixas de água destampadas é igual a 43, dos quais 25 também tem ralos entupidos com água acumulada. Daí, temos $43 - 25 = 18$ tem apenas pratinhos com água embaixo de vasos de planta e caixas de água destampadas;

3.2. QUESTÕES SOBRE CONJUNTOS

- O número de residências visitadas em que havia pratinhos com água embaixo de vasos de planta e ralos entupidos com água acumulada é igual a 47, dos quais 25 também tem caixas de água destampadas. Daí, temos $47 - 25 = 22$ tem apenas pratinhos com água embaixo de vasos de planta e ralos entupidos com água acumulada;
- O número de residências visitadas em que havia caixas de água destampadas é igual a 98, fazendo a diferença com os valores elencados acima, temos $98 - (25 + 118 + 35) = 20$ tem apenas caixas de água destampadas;
- O número de residências visitadas em que havia ralos entupidos com água acumulada é igual a 124, fazendo a diferença com os valores elencados acima, temos $124 - (25 + 22 + 35) = 42$ tem apenas ralos entupidos com água acumulada;
- O número de residências visitadas em que havia pratinhos com água embaixo de vasos de planta é igual a 103, fazendo a diferença com os valores elencados acima, temos $103 - (25 + 18 + 22) = 38$ tem apenas pratinhos com água embaixo de vasos de planta;

A partir das observações acima e do diagrama, temos: $x = 38 + 22 + 42 + 25 + 18 + 35 + 20 \Rightarrow x = 200$. Portanto, a opção correta é a alternativa **A**.

38. Estabelecemos os conjuntos abaixo e resolvemos com a construção do Diagrama de Venn:

1 = Conjunto dos alunos matriculados na disciplina DF 001.

2 = Conjunto dos alunos matriculados na disciplina DF 002.

3 = Conjunto dos alunos matriculados na disciplina DF 003.

Faremos o desenho dos três conjuntos e anotaremos os dados fornecidos na questão:

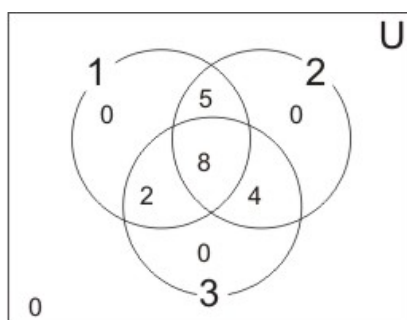


Figura 3.7: Diagrama para resolução questão 38

Conforme representado acima, preenchemos o diagrama com os dados fornecidos na questão e deduzimos que:

3.2. QUESTÕES SOBRE CONJUNTOS

- O número total de alunos matriculados em apenas duas disciplinas designamos por “ x ”;
- O número de alunos matriculados nas disciplinas DF001 e DF002 é igual a 13, dos quais 8 também estão matriculados em DF003. Daí, temos $13 - 8 = 5$ estão matriculados apenas em DF001 e DF002;
- O número de alunos matriculados nas disciplinas DF001 e DF003 é igual a 10, dos quais 8 também estão matriculados em DF002. Daí, temos $10 - 8 = 2$ estão matriculados apenas em DF001 e DF003;
- O número de alunos matriculados nas disciplinas DF002 e DF003 é igual a 12, dos quais 8 também estão matriculados em DF001. Daí, temos $12 - 8 = 4$ estão matriculados apenas em DF002 e DF003;
- O número de alunos matriculados em uma e somente uma disciplina é igual a 0;

A partir das observações acima e do diagrama, temos: $x = 5 + 2 + 4 \Rightarrow x = 11$.

Portanto, a escolha correta é a alternativa **B**.

39. Estabelecemos os conjuntos abaixo e resolvemos com a construção do Diagrama de Venn:

P = Conjunto dos Perfumes.

C = Conjunto das Colônias.

D = Conjunto dos Desodorantes.

Faremos o desenho dos três conjuntos e anotaremos os dados fornecidos na questão:

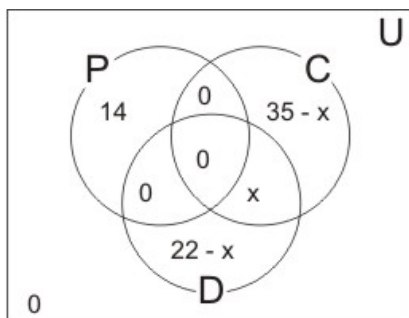


Figura 3.8: Diagrama para resolução questão 39

Conforme representado acima, preenchemos o diagrama com os dados fornecidos na questão e deduzimos que:

3.2. QUESTÕES SOBRE CONJUNTOS

- O número de colônias e desodorantes designamos por “ x ”;
- O número de perfumes, colônias e desodorantes totalizam 60, dos quais 14 perfumes, 35 colônias e 22 desodorantes ;
- Não há perfume e colônia ou perfume e desodorante ao mesmo tempo;
- O número de perfumes é igual a 14;
- O número de colônias é igual a $35 - x$;
- O número de desodorantes é igual a $22 - x$;
- O número de perfumes, colônias e desodorantes é igual a 0;

A partir das observações acima e do diagrama, temos: $60 = 14 + 22 - x + x + 35 - x + 0$
 $\Rightarrow x = 11$.

Portanto, a alternativa **B** é a correta.

40. Estabelecemos os conjuntos abaixo e resolvemos contruindo o Diagrama de Venn:

A = Conjunto das pessoas que apresentaram febre alta.

B = Conjunto das pessoas que apresentaram dor de cabeça.

C = Conjunto das pessoas que apresentaram manchas avermelhadas pelo corpo.

Faremos o desenho dos três conjuntos e anotaremos os dados fornecidos na questão:

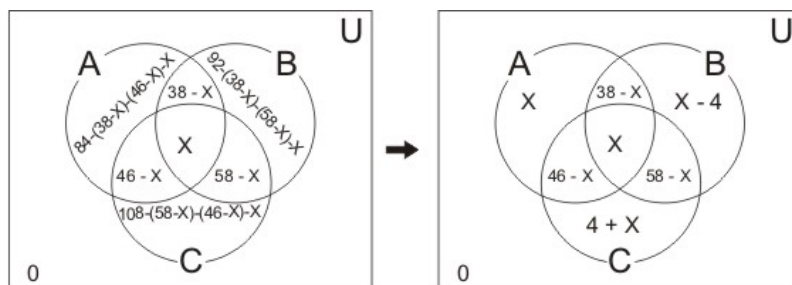


Figura 3.9: Diagrama para resolução questão 40

Conforme representado acima, preenchemos os diagramas com os dados fornecidos na questão e deduzimos que:

- “ x ” é o total de pessoas que apresentaram os três sintomas e é posicionado na intersecção dos diagramas;
- 58 pessoas apresentaram os sintomas B e C;

3.2. QUESTÕES SOBRE CONJUNTOS

- 46 pessoas apresentaram os sintomas A e C;
- 38 pessoas apresentaram os sintomas A e B;
- 108 pessoas apresentaram o sintoma C, fazendo a diferença com os valores elencados acima, temos $108 - [(58 - x) + (46 - x) + x] = 4 + x$ apresentaram apenas o sintoma C;
- 92 pessoas apresentaram o sintoma B, fazendo a diferença com os valores elencados acima, temos $92 - [(38 - x) + (58 - x) + x] = x - 4$ apresentaram apenas o sintoma B;
- 84 pessoas apresentaram o sintoma A, fazendo a diferença com os valores elencados acima, temos $84 - [(38 - x) + (46 - x) + x] = x$ apresentaram apenas o sintoma A;

A partir das observações acima e do diagrama, temos: $x + 4 + x - 4 + x + 38 - x + 46 - x + 58 - x + x = 174 \Rightarrow x + 142 = 174 \Rightarrow x = 32$.

No entanto, precisa-se descobrir o número de pacientes que apresentam pelo menos dois desses sintomas, então faz-se a diferença entre as 174 pessoas e todas que apresentaram apenas um dos sintomas ($A = 32$, $B = 28$ e $C = 36$).

Portanto, $174 - (32 + 28 + 36) = 78$, a alternativa **B** é a escolha correta.

41. Estabelecemos os conjuntos abaixo e resolvemos contruindo o Diagrama de Venn:

X = Conjunto das pessoas que gostam do Programa X.

Y = Conjunto das pessoas que gostam do Programa Y.

Z = Conjunto das pessoas que gostam do Programa Z.

Faremos o desenho dos três conjuntos e anotaremos os dados fornecidos na questão e preenchendo-o com os dados informados deduzimos que:

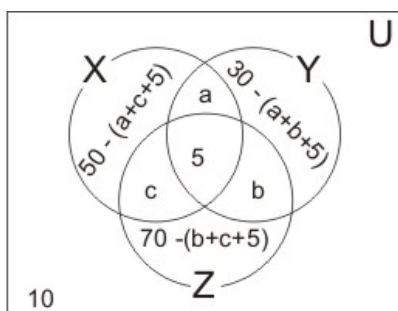


Figura 3.10: Diagrama para resolução questão 41

3.3. QUESTÕES DAS DÉCADAS DE 60 E 70

Conforme representado acima, preenchamos o diagrama com os dados fornecidos na questão e deduzimos que:

- O número de pessoas que gostam de pelo menos dois desses programas, designamos por “ $a + b + c$ ” e o número de pessoas que gostam dos programas X, Y e Z, respectivamente, designamos “a”, “b” e “c”;
- 5 pessoas gostam dos três programas;
- 10 pessoas não gostam de nenhum dos três programas;
- O número de pessoas que gostam do programa X é igual a $50 - (a + c + 5)$;
- O número de pessoas que gostam do programa Y é igual a $30 - (a + b + 5)$;
- O número de pessoas que gostam do programa Z é igual a $70 - (b + c + 5)$;

A partir das observações acima e do diagrama, temos: $45 - a - c + 25 - a - b + 65 - b - c + a + b + c + 10 + 5 = 100 \Rightarrow a + b + c = 50$. Como queremos a quantidade de pessoas que gostam de pelo menos dois desses programas, $a + b + c + 5 = 50 + 5 = 55$

Portanto, a escolha correta é a alternativa **D**.

3.3 Questões das Décadas de 60 e 70

Vejam as soluções das questões propostas na subseção 2.3 que contemplam questões de Vestibulares e Concursos Públicos das décadas de 60 e 70.

42. Sabe-se que a negação do quantificador universal \forall é obtida substituindo o \forall pelo quantificador existencial \exists . Então:
 $P =$ “*todos os homens são bons motoristas*” implica que $\sim P =$ “*pelo menos um homem é mau motorista.*”

Portanto, a alternativa correta é a **D**.

43. Pelas afirmações abaixo, é possível equacionar o problema:

- (1) choveu 7 vezes, de manhã ou à tarde
- (2) quando chove de manhã não chove à tarde
- (3) houve 5 tardes sem chuva
- (4) houve 6 manhãs sem chuva

Considerando $N =$ Total de dias. Observa-se:

3.3. QUESTÕES DAS DÉCADAS DE 60 E 70

- Choveu 7 vezes, não importa se pela manhã ou a tarde;
- Houve 6 manhãs e 5 tardes sem chuva.

Então:

- se houve 6 manhãs sem chuva, houve $(N - 6)$ manhãs de chuva.
- se houve 5 tardes sem chuva, houve $(N - 5)$ tardes de chuva.

Dessa forma: $(N - 6) + (N - 5) = 7 \Rightarrow 2N = 7 + 11 \Rightarrow N = 9$.

Solução alternativa:

Para calcular “n” dias devemos seguir os seguintes passos:

1. Um dia é composto por uma manhã e uma tarde.
2. Só pode chover em um desses dois horários ou fazer sol em quantos forem.

Sendo assim, soma-se os dados do problema:

$(\text{manhã sem chuva} + \text{tarde sem chuva} + \text{partes do dia com chuva}) / 2 = \text{número de dias}$.

Ou seja, $(6 + 5 + 7)/2 = 9$. Portanto, a opção correta é alternativa **B**.

44. Temos que $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{c, d, e, f, g\}$, então resolvemos as operações entre parênteses. Vejamos:

$$A - B = \{a, b\}$$

$$B - A = \{e, f, g\}$$

$\therefore A \triangle B = (A - B) \cup (B - A) = \{a, b, e, f, g\}$. Portanto, a alternativa correta é **A**.

45. Pode-se construir o Diagrama de Venn para representar as afirmações: Todos os corintianos são fanáticos e Existem fanáticos inteligentes. Então, considera-se:

F: Conjunto dos Corintianos Fanáticos

C: Conjunto dos Corintianos

I: Conjunto dos Inteligentes

Tem-se pela primeira afirmação que $C \subset F$ e pela segunda afirmação, tem-se que elementos de $F \subset I$ e elementos de $I \subset F$. Então está é uma possível representação:

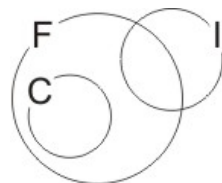


Figura 3.11: Diagrama para resolução questão 45

3.3. QUESTÕES DAS DÉCADAS DE 60 E 70

Assim, diante das afirmações, conclui-se:

A) existem corintianos inteligentes. É falsa, pois pode haver corintianos inteligentes ou não, como mostra a figura.

B) todo corintiano é inteligente. É falsa, pois pode ser até que não haja corintiano inteligente, então não há garantias de que todos o são.

C) nenhum corintiano é inteligente. É falsa, pois diante das afirmações pode haver corintianos inteligentes.

D) todo inteligente é corintiano. É falsa, pois como nem todos fanáticos são inteligentes, então não se pode garantir a afirmação acima.

E) não se pode tirar conclusão. É verdadeira, pela afirmações propostas no enunciado e devido as alternativas anteriores serem todas falsas.

Portanto, a alternativa **E** está correta.

46. Temos os seguintes dados trazidos a partir do enunciado:

- 92 operários responderam sim a primeira pergunta;
- 80 operários responderam sim a segunda pergunta;
- 35 operários responderam sim a ambas;
- 33 operários não responderam a perguntas feitas.

Então para esta solução, construímos o Diagrama de Venn dos conjuntos mostrando as intersecções entre eles e acrescentando as quantidades informadas no enunciado e em seguida efetuamos as operações para obter a resposta. Definimos os conjuntos:

A = Conjunto dos operários que responderam sim a primeira pergunta

B = Conjunto dos operários que responderam sim a segunda pergunta

U = Conjunto dos operários da indústria X (conjunto universo).

O conjunto U está representado por um retângulo que contém os conjuntos A e B.

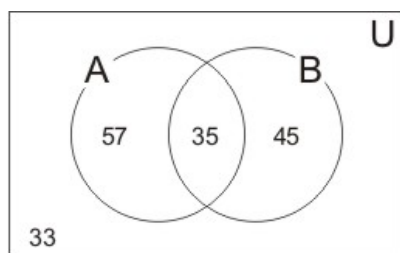


Figura 3.12: Diagrama para resolução questão 46

Preenchendo a figura acima com os dados informados deduzimos que:

3.3. QUESTÕES DAS DÉCADAS DE 60 E 70

- O valor “ x ” é a soma dos operários da indústria X que responderam sim a primeira, a segunda e a ambas perguntas e os que não responderam as perguntas, pois é a informação a ser descoberta;
- O número de operários que responderam sim a primeira pergunta é igual a 92, distribuídos 35 para os que responderam sim a ambas e 57 para os que responderam sim apenas a primeira;
- O número de operários que responderam sim a segunda pergunta é igual a 80, distribuídos 35 para os que responderam sim a ambas e 45 para os que responderam sim apenas a segunda;

Então resolvemos a equação: $x = 57 + 35 + 45 + 33 = 170 \Rightarrow x = 170$. Portanto, a opção correta é alternativa **A**.

47. Sabe-se que em $P \rightarrow Q$:

- P é condição suficiente para Q.
- Q é condição necessária para P.

Então, na afirmativa: penso, logo existo. Tem-se que: “*penso, então existo.*” Analisando as afirmativas, conclui-se que: a) pensar é uma condição suficiente de existência; É verdadeira, pois P é condição suficiente para Q.

b) só existe o que pensa; É falsa, pois pensar não é condição necessária para existir.

c) gato não existe; É falsa, pois gato existe.

d) pensar é uma condição necessária de existência; É falsa, pois existir é condição suficiente para pensar e não o contrário.

e) um morto não existe porque não pensa. É falsa, pois pensar não é condição necessária para existir.

Portanto, a alternativa **A** é a correta.

48. A seqüência de figuras abaixo representam a solução da questão:

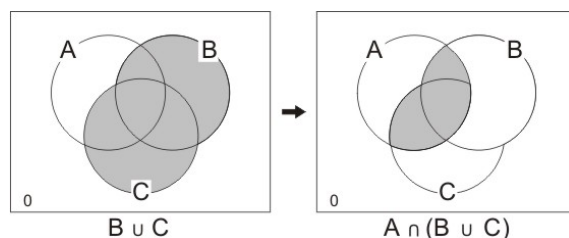


Figura 3.13: Diagramas para resolução da questão 48

3.3. QUESTÕES DAS DÉCADAS DE 60 E 70

Portanto, a alternativa correta é **A**.

49. Sabe-se que em $P \rightarrow Q$:

- P é condição suficiente para Q .
- Q é condição necessária para P .

Então:

- o número ser positivo é condição necessária para que seja maior que 2;
- o número ser maior que 2 é condição suficiente para que ele seja positivo.

Portanto, uma condição necessária para que um número seja maior do que 2 é que ele seja positivo, e alternativa **A** é a correta.

50. Analisando as figuras e as denominações caso a caso, conclui-se que:

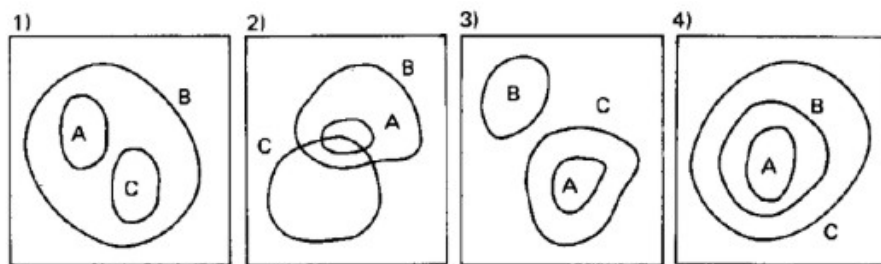


Figura 3.14: Diagramas da questão 50

- I) $A \subset B, C \not\subset B, A \cap C \neq \emptyset$
II) $A \subset B, C \subset B, A \cap C = \emptyset$
III) $A \subset (B \cap C), B \subset C, C \neq B, A \neq C$
IV) $A \cap C = \emptyset, A \neq C, B \cap C = \emptyset$

A resposta está na associação em que todas as denominações sejam verdadeiras, ou seja, verificamos o diagrama e uma a uma as operações entre os conjuntos de cada alternativa até encontrar aquela em que todas associações são verdadeiras. Para simplificar, utilizamos (V) para as associações verdadeiras e (F) para as associações falsa, vejamos:

A) (1, IV)

$A \cap C = \emptyset$ (V), $A \neq C$ (V), $B \cap C = \emptyset$ (F)

Como encontramos uma associação falsa, não há necessidade de analisar os demais casos.

3.3. QUESTÕES DAS DÉCADAS DE 60 E 70

B) (1, I)

$A \subset B$ (V), $C \not\subset B$ (F)

Então não há necessidade de analisar os demais casos.

C) (2, III)

$A \subset (B \cap C)$ (F)

Então não há necessidade de analisar os demais casos.

D) (4, III)

$A \subset (B \cap C)$ (V), $B \subset C$ (V), $C \neq B$ (V), $A \neq C$ (V)

(1, II)

$A \subset B$ (V), $C \subset B$ (V), $A \cap C = \emptyset$ (V)

E) (3, IV) $A \cap C = \emptyset$ (V), $A \neq C$ (V), $B \cap C = \emptyset$ (V)

(1, I)

$A \subset B$ (V), $C \not\subset B$ (F)

Então não há necessidade de analisar os demais casos.

Portanto, a opção correta é alternativa **D**.

51. Como já visto anteriormente, precisa-se identificar uma proposição equivalente a $P \rightarrow Q$, neste caso, se $x = 3$ então $y = 7$, então a proposição equivalente é $\sim Q \rightarrow \sim P$. Ou seja, se $y \neq 7$ então $x \neq 3$.

Portanto, alternativa **C** é a escolha correta.

52. Observando as figuras e as denominações abaixo, verifica-se uma a uma quais associações são verdadeiras.

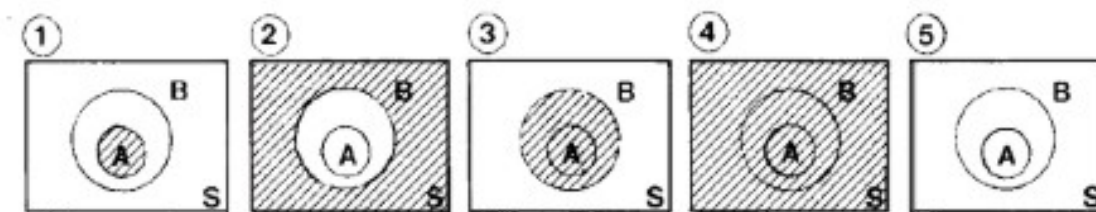


Figura 3.15: Diagramas da questão 52

Denominações:

a) $B - A$

b) $\bar{A} \cup B$

c) $A \cap \bar{B}$

d) $A \cap B$

e) \bar{B}

A alternativa em que as três associações forem verdadeiras é a alternativa correta.

3.3. QUESTÕES DAS DÉCADAS DE 60 E 70

Vejamos:

A) (1, d) (V), (4, b) (V), (5, e) é falsa, pois \bar{B} deveria apresentar o desenho do item 2, ou seja a associação seria (2, e).

B) (3, a) é falsa, pois deveria apresentar o desenho do item 3, ou seja a associação seria (3, b).

C) (3, a) (F) é falsa, idem alternativa anterior.

D) (1, c) (F) é falsa, pois deveria apresentar o desenho do item 5, ou seja a associação seria (5, c).

E) (3, d) (F) é falsa, pois deveria apresentar o desenho do item 1, ou seja a associação seria (1, d).

Nota-se que diante das figuras e denominações, a associação correta é:

(1, d), (2, e), (3, b), (5, c) e não há relação entre o *desenho 4* e qualquer das operações, como também, do *item a* com qualquer dos desenhos.

Portanto, **neste caso há um erro na elaboração da questão.**

53. Diante do exposto, Observa-se que:

- O número de elementos do conjunto R é igual a 32;
- O número de elementos do conjunto G é igual a 17;
- O número de elementos dos conjuntos R e G é igual a 8.

Então, temos que um elemento que pertence a R e G é igual a $R \cap G$, ou seja, pertence a intersecção dos conjuntos R e G. E um elemento que pertence a R ou G é igual $R \cup G$, ou seja pertence a união dos conjuntos R e G. Daí: $N(R \cup G) = N(R) + N(G) - N(R \cap G) = 32 + 17 - 8 = 41$.

Portanto, a opção correta é a alternativa **E**.

54. Esta questão será resolvida sem a apresentação de diagramas. Vejamos:

Sem perca de generalidade, consideremos que a firma tem 1000 funcionários distribuídos em uma matriz na capital, uma filial em Campinas e outra em Santos. De acordo com as informações apresentadas, sabe-se que:

- Matriz: 45% de 1000 = 450 funcionários;
- Santos: 20% de 1000 = 200 funcionários;

Consequentemente, os funcionários da filial de Campinas são 35% de 1000 = 350 funcionários.

Sabe-se ainda que 30% de todos os funcionários optaram pelo plano de assistência médica, então 30% de 1000 é igual a 300 funcionários, distribuídos:

3.3. QUESTÕES DAS DÉCADAS DE 60 E 70

- Capital: 20% dos funcionários optaram pelo plano de assistência médica, então 20% de 450 é igual a 90 funcionários;
- Santos: 35% dos funcionários optaram pelo plano de assistência médica, então 35% de 200 é igual a 70 funcionários;

Então, dos 300 funcionários que optaram pelo plano de assistência médica, 90 são da capital e 70 são de Santos, restando $300 - (90 + 70) = 140$ funcionários da filial de Campinas que optaram pelo plano.

Como queremos saber a porcentagem de empregados da filial de Campinas que optaram pelo plano, tem-se que:

$$\begin{array}{r} 350 \text{ ————— } 100\% \\ 140 \text{ ————— } x\% \end{array}$$

A regra de três acima fornece $350x = 14000$ o que implica $x = 40\%$. Portanto, a opção correta é alternativa **D**.

55. Temos os seguintes dados trazidos a partir do enunciado:

- 80% dos alunos lêem o jornal A;
- 60% dos alunos lêem o jornal B;
- Todos alunos lêem pelo menos um dos jornais;

Então para esta solução, construímos o Diagrama de Venn dos conjuntos mostrando as intersecções entre eles e acrescentando as quantidades informadas no enunciado e em seguida efetuamos as operações para obter a resposta. Definimos os conjuntos:

A = Conjunto dos Leitores do jornal A

B = Conjunto dos Leitores do jornal B

U = Conjunto de todos alunos (conjunto universo).

O conjunto U está representado por um retângulo que contém os conjuntos A e B.

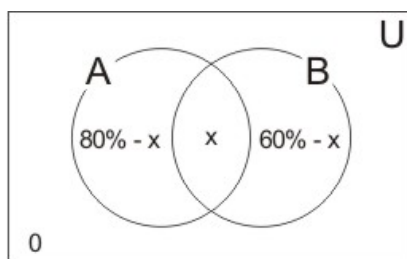


Figura 3.16: Diagrama para resolução questão 55

Preenchendo a figura acima com os dados informados deduzimos que:

3.4. QUESTÕES DA OBMEP

- O valor “ x ” é o que se quer descobrir;
- O número de leitores apenas do jornal A é igual a $80\% - x$;
- O número de leitores apenas do jornal B é igual a $60\% - x$;
- Não há alunos que não leiam pelo menos um dos jornais;

Então resolvemos a equação: $80\% - x + 60\% - x + x + 0 = 100\% \Rightarrow x = 40\%$.

Portanto, a alternativa **E** está correta.

56. Considerando a afirmação “*Se for do autor A, então não pode ser de Física*”, podemos considerar:

P: Livros do autor A

Q: Livros de Física

Atribuindo valores lógicos as afirmações, temos: $P \rightarrow \sim Q \iff Q \rightarrow \sim P$, ou seja: “*Se for de Física, então não pode ser do autor A.*”

Então, a única restrição é não levar os livros de Física do autor A.

Portanto, a primeira caixa deve conter: “*todos os livros de Física ou de Química dos autores B e C mais todos os livros de Química do autor A.*”

Então, alternativa **B** é a correta.

3.4 Questões da OBMEP

Vejam as soluções das questões propostas na seção 2.4 que contemplam questões das OBMEP a partir de 2005 até o ano de 2016.

57. Pelo anunciado, tem-se que apenas uma das três afirmações feitas por João e Maria é verdadeira, assim analisa-se cada uma delas:

João:

Hoje, quinta

Amanhã, segunda

Ontem, terça.

Maria:

Hoje, sexta

Amanhã, domingo

Ontem, quarta.

3.4. QUESTÕES DA OBMEP

Se hoje é quinta-feira for verdade, então amanhã não é segunda-feira e ontem não foi terça-feira. Uma afirmação verdadeira e duas falsas.

Para Maria, se hoje é quinta-feira, então não é sexta-feira, amanhã não é domingo, mas ontem foi quarta-feira. Uma afirmação verdadeira e duas falsas. Então, hoje é quinta-feira.

Vejamos o segundo caso:

Se hoje é sexta-feira for verdade, então: amanhã não é domingo e ontem não foi quarta-feira. Uma afirmação verdadeira e duas falsas.

No entanto, para João, se hoje é sexta-feira, então não é quinta-feira, amanhã não é segunda-feira, e ontem não foi terça-feira. Daí, as três afirmações são falsas.

Portanto, hoje é quinta-feira. E a alternativa **D** é a opção a ser assinalada.

58. Diante das afirmações e do fato de que apenas uma delas está correta tem-se que:

- Regina: Na caixa há mais de 100 bolas e menos de 120 bolas.
- Paulo: Na caixa há mais de 105 bolas e menos de 130 bolas.
- Iracema: Na caixa há mais de 120 bolas e menos de 140 bolas.

Então:

- Esse número pode ser 101, 102, 103, 104 e 105 pois assim, somente Regina diria a verdade;
- Não pode ser 106, 107, 108, ..., 119 porque assim Regina e Paulo diriam a verdade;
- Pode ser 120 porque assim somente Paulo diria a verdade;
- Não pode ser 121, 122, 123, ..., 129 porque Paulo e Iracema diriam a verdade;
- Pode ser 130, 131, 132, ..., 139 porque assim somente Iracema diria a verdade.

Diante disso, concluímos que os possíveis números de bolas que atendem ao enunciado são 101, 102, 103, 104, 105, 120, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139. Totalizando 16 possibilidades.

Portanto, a opção correta é alternativa **E**.

59. Por tentativas observa-se que a montagem da figura é feita com as de número I, II, IV e V. Então a solução está representada abaixo:

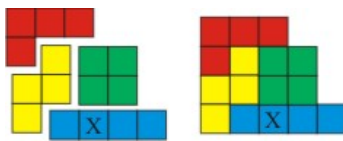


Figura 3.17: Solução da questão 59

Portanto, o “x” está na figura I, e alternativa **A** é a correta.

60. Nesta questão tem-se proposições com “condicional”. Pode-se definir cada proposição simples por uma única letra, então:

A = Coloca ovos.

B = Coloca creme.

C = Coloca leite.

D = Coloca laranja.

Em seguida, traduzimos as premissas (P) do enunciado para a linguagem lógica da seguinte maneira:

P1: $A \rightarrow \sim B$

P2: $C \rightarrow \sim D$

P3: $\sim B \rightarrow \sim C$

- se colocar ovos, não coloque creme.
- se colocar leite, não coloque laranja.
- se não colocar creme, não coloque leite.

Para facilitar a interpretação, observa-se nas afirmações as suas respectivas equivalências lógicas. Então, considerando as premissas verdadeiras e considerando suas tabelas-verdade, tem-se:

P1: $A \rightarrow \sim B$ é equivalente a $\sim A \vee \sim B$

P2: $C \rightarrow \sim D$ é equivalente a $\sim C \vee \sim D$

P3: $\sim B \rightarrow \sim C$ é equivalente a $C \rightarrow B$

Ou seja:

P1: Não coloca ovos ou não coloca creme.

P2: Não coloca leite ou não coloca laranja.

P3: Se colocar leite, então coloca creme.

Daí, analisando as afirmações obtém-se:

P1: Se colocar ovos, não coloca creme.

P3: Se não colocar leite, não coloca creme. Daí não coloca creme e não coloca leite.

3.4. QUESTÕES DA OBMEP

P2: Se não coloca leite, coloca laranja.

Portanto, César pode fazer o bolo com ovos e laranja, mas sem leite e sem creme. E a escolha correta é alternativa **D**.

61. Como tem-se que cada um dos três optam por água ou suco (2 opções), então há $2^3 = 8$ possibilidades. Daí pode-se construir a tabela:

Ari	Bruna	Carlos
Água	Água	Água
Água	Água	Suco
Água	Suco	Água
Água	Suco	Suco
Suco	Suco	Suco
Suco	Suco	Água
Suco	Água	Suco
Suco	Água	Água

A 3ª e a 5ª linha não são verdadeiras devido a primeira afirmação: “Se Ari pede a mesma bebida que Carlos, então Bruna pede água.”

A 8ª linha não é verdadeira devido a segunda afirmação: “Se Ari pede uma bebida diferente da de Bruna, então Carlos pede suco.”

A 6ª e a 7ª linha não são verdadeiras devido a terceira afirmação: “Se Bruna pede uma bebida diferente da de Carlos, então Ari pede água.”

Então restam as 1ª, 2ª e 4ª linhas, mas diante da quarta afirmação: “Apenas um deles sempre pede a mesma bebida.” Observa-se que Ari sempre escolhe Água.

Ari	Bruna	Carlos
Água	Água	Água
Água	Água	Suco
Água	Suco	Suco

Portanto, a alternativa correta é **A**.

62. Pode-se definir cada proposição simples por uma única letra, então:

A = Arnaldo

B = Beto

C = Celina

3.4. QUESTÕES DA OBMEP

D = Dalila

Utilizando os sinais de “maior que” e “menor que” para comparar as idades diante das afirmações tem-se que $A > C$ e $D > A$. Daí, $D > A > C$. Como o esposo de Celina é a pessoa mais velha e Arnaldo não é esta pessoa, Beto é casado com Celina e ele é o mais velho. Consequentemente, Arnaldo é casado com Dalila. Assim: $B > D > A > C$, ou seja, Beto é mais velho que Dalila, que é mais velha que Arnaldo que, finalmente, é mais velho que Celina

Portanto, “*Celina é a mais nova de todos e seu marido é Beto.*” A alternativa **C** é a opção correta.

63. Considerando a situação exposta no problema, pode-se construir a seguinte tabela:

Tabela 3.1: Tabela-solução da questão 63

Amigos	1ª Possibilidade	2ª Possibilidade
Adriano	Tamanduá	Preguiça
Bruno	Preguiça	Tamanduá
Carlos	Preguiça	Tamanduá
Daniel	Tamanduá	Tamanduá
Resultado	Falso	Verdadeiro

Observando a tabela, conclui-se que a 1ª possibilidade é Falsa, pois se Adriano fala a verdade, então Bruno mente e Carlos também mente. Como Carlos mente, então Daniel e Adriano são o mesmo animal, daí Daniel também é Tamanduá, mas sua afirmação em relação a Adriano é mentira, pois inicialmente Adriano é tamanduá. Portanto a 1ª coluna é falsa.

Para a 2ª coluna, temos que Adriano mente, então Bruno é tamanduá. Se Bruno é tamanduá, fala a verdade, daí Carlos também é tamanduá. Como Carlos fala a verdade, então realmente Daniel e Adriano são animais diferentes, ou seja, Daniel é preguiça e Adriano é tamanduá, o que se confirma com a afirmação de Daniel.

Assim, Adriano é Preguiça, Bruno é Tamanduá, Carlos é Tamanduá e Daniel é Tamanduá. Portanto há três tamanduás. E a alternativa **D** está correta.

64. Analisando as afirmações de cada um, inicialmente tem-se que como o culpado está mentindo, então deve ser um dos três sobrinhos que se manifestaram (Bruno, Eduardo ou Daniela). Então Daniela diz a verdade, pois em sua afirmação: “*Se Bruno é culpado então Cecília é inocente.*” Ora, como apenas um dos sobrinhos é

3.4. QUESTÕES DA OBMEP

culpado e os demais são inocentes, então se Bruno for culpado, obviamente Cecília será inocente. Se Bruno estiver mentindo em sua afirmação: “*O culpado é Eduardo ou Daniela.*” Então Eduardo também estará mentindo em sua afirmação: “*O culpado é uma menina.*” Pois nesta situação Bruno será o culpado e o culpado não seria uma menina.

Assim, Bruno não mentiu, Eduardo mentiu e é o culpado. Portanto, a opção correta é alternativa **E**.

65. Inicialmente observa-se que as bandeirinhas são distribuídas, assim:

- 25 azuis
- 14 brancas
- 10 verdes

Como a soma das bandeirinhas brancas e verdes é 24, então deve-se começar pela bandeirinha azul e em seguida colocar uma de outra cor, depois outra azul e uma de outra cor, terminando com uma bandeirinha azul. Vejamos um exemplo:

A B A V A B A V A B A V A B A V A B A V A B A V A B A V A B A V A B A V A B
A V A B A V A B A B A B A B A

Diante desta situação, analisa-se as alternativas e observa-se que:

- Alternativa A é falsa, pois, nas extremidades se tem bandeirinhas azuis e não uma azul e outra branca;
- Alternativa B é verdadeira, pois, como há quatro bandeirinhas brancas a mais que as verdes, em algum local da distribuição das bandeirinhas haverá a combinação: ABABA;
- Alternativa C é falsa, pois, as bandeirinhas de cores branca ou verde sempre estarão ladeadas por bandeirinhas azuis;
- Alternativa D é falsa, pois, diante do exemplo acima observa-se que só há garantia da distribuição de pelo menos três bandeirinhas azuis tendo uma branca de cada lado.
- Alternativa E é falsa, pois, sempre haverá uma bandeirinha azul entre as bandeirinhas brancas e verdes, impossibilitando as combinações: ABV, AVB, VBA, VAB, BAV ou BVA;

3.4. QUESTÕES DA OBMEP

Portanto, alternativa **B** é a correta.

66. Diante das afirmações dos meninos, temos:

Guto: “*O meu não tocou.*”

Carlos: “*O meu tocou.*”

Bernardo: “*O de Guto não tocou.*”

Então Se Guto falou a verdade, então Bernardo também falou a verdade. O que é falso pois apenas um dos meninos disse a verdade. Agora, se Carlos falou a verdade, então Guto e Bernardo mentiram.

Portanto, os celulares de Guto e Carlos tocaram e diante das alternativas, Bernardo mentiu. E a alternativa correta é **B**.

67. Dadas as condições de que todas as meninas acertaram pelo menos uma das informações (mês, data ou dia da semana), então basta analisar as afirmativas:

- Andrea diz que será em agosto, dia 16, segunda-feira;
- Daniela diz que será em agosto, dia 16, terça-feira;
- Fernanda diz que será em setembro, dia 17, terça-feira;
- Patrícia diz que será em agosto, dia 17, segunda-feira;
- Tatiane diz que será em setembro, dia 17, segunda-feira.

Verificando caso a caso:

- Se Andrea acertou: Fernanda errou as três informações. Daí a alternativa é falsa.
- Se Daniela acertou: Tatiane errou as três informações. Daí a alternativa é falsa.
- Se Fernanda acertou: Andréa errou as três informações. Daí a alternativa é falsa.
- Se Patrícia acertou: todas as outras meninas acertaram pelo menos uma das informações (mês, data ou dia da semana). Daí a alternativa é verdadeira.
- Se Tatiane acertou: Daniele errou as três informações. Finalmente, a alternativa também é falsa;

Portanto, alternativa **D** é a opção a ser assinalada.

68. Diante das afirmações, pode-se concluir que:

3.4. QUESTÕES DA OBMEP

1. O paranaense sentou-se tendo como vizinhos o goiano e o mineiro.
2. Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano.
3. O goiano sentou-se tendo como vizinhos Edson e Adão.
4. Bruno sentou-se tendo como vizinhos o tocantinense e o mineiro.

Construindo um círculo observando esses itens, tem-se que pelo item 1, dispõe-se o paranaense ladeado do goiano e do mineiro. Em seguida, pelo item 4 e pelo item 1, que o sergipano sentou-se ao lado do mineiro e do tocantinense. Então o círculo fica: Paranaense(P), Mineiro(M), Sergipano(S), Tocantinense(T) e Goiano(G).

Pelo item 4 também se percebe que Bruno é o sergipano. Pelos itens 2 e 3, Edson é o tocantinense e, conseqüentemente, Adão é o paranaense e Carlos é goiano. Então, chega-se ao seguinte diagrama:

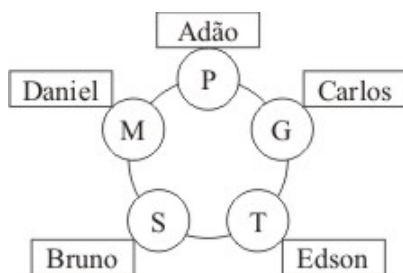


Figura 3.18: Solução da questão 68

Portanto Daniel é o mineiro, E alternativa **D** é a correta.

69. Temos os seguintes dados trazidos a partir do enunciado:

- 130 alunos comeram carne;
- 150 comeram macarrão;
- $\frac{1}{6}$ dos alunos comeram carne e macarrão;
- 70 alunos não comeram carne nem macarrão.

Então para esta solução, construímos o Diagrama de Venn dos conjuntos mostrando as intersecções entre eles e acrescentando as quantidades informadas no enunciado e em seguida efetuamos as operações para obter a resposta. Definimos os conjuntos:

C = Conjunto dos alunos que comem carne.

M = Conjunto dos alunos que comem macarrão.

U = Conjunto dos alunos que comem carne e macarrão e nenhum dos dois (conjunto universo).

O conjunto U está representado por um retângulo que contém os conjuntos C e M.

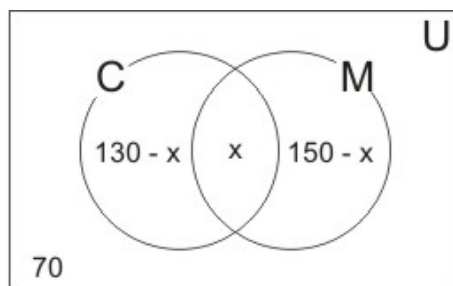


Figura 3.19: Diagrama para resolução questão 69

- O valor “x” é a informação que se quer descobrir;
- O número de alunos que comem apenas carne é igual a $130 - x$;
- O número de alunos que comem apenas macarrão é igual a $150 - x$;
- O número de alunos que não comem carne nem macarrão é igual a 70 que se posiciona fora dos círculos;

Então observamos que $x = \frac{1}{6}$ do total(T), daí resolvemos a equação: $130 - x + 150 - x + x + 70 = T$.

Como $X = \frac{1}{6}T$, substituindo, temos:

$$130 - \frac{1}{6}T + 150 - \frac{1}{6}T + \frac{1}{6}T + 70 = T \Rightarrow 350 - \frac{1}{6}T = T \Rightarrow 2100 - T = 6T \Rightarrow T = 300$$

Assim, $x = 50$. No entanto, o que se quer saber é o número de alunos que comeram apenas carne, então $130 - x = 80$. Portanto, alternativa **A** é a opção correta.

70. Analisando a figura abaixo, tem-se que:

Ana	1	2	3	4	5
A →	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B →	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
C →	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
D →	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
E →	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Beatriz	1	2	3	4	5
A →	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
B →	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C →	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D →	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
E →	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Cecília	1	2	3	4	5
A →	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
B →	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
C →	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D →	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
E →	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Figura 3.20: Cartões-resposta da questão 70

Se a primeira questão estivesse errada, então deveria haver outras três comuns entre Ana e Cecília, como não há, as três acertaram a 1ª questão. Como Beatriz errou as outras quatro (2ª, 3ª, 4ª e 5ª questões), então Cecília errou a 2ª e a 4ª questão. Consequentemente, acertou a 1ª, 3ª e 5ª questões.

Portanto, Ana errou a 3ª questão. E a escolha correta é alternativa **C**.

3.5 Considerações Finais

Considerando a abordagem realizada neste trabalho sobre a exploração de conteúdos de Raciocínio Lógico e Conjuntos em concursos públicos, especialmente, discutindo estratégias de resolução de questões, é pertinente dizer que este tema tem grande relevância nos dias atuais devido à busca incessante pela estabilidade de um cargo público, além da sua utilização em entrevistas de emprego, avaliações de capacidade cognitiva e outras situações.

No entanto, é importante destacar que esta pesquisa limitou-se a apresentar, resumidamente, tópicos de Raciocínio Lógico e Teoria dos Conjuntos, oferecendo embasamento suficiente para a revisão de conhecimentos na área, com enfoque maior na resolução de questões, pois esta prática ajuda a solidificar a aprendizagem.

Neste contexto, as questões propostas e resolvidas oferecem boas estratégias para resolução de questões com uma linguagem explicativa e ilustrativa em alguns casos. Vale salientar que todas as questões solucionadas, podem ser resolvidas de outras formas, até mais fáceis em alguns casos, mas estas refletem a visão do autor apoiada em sua experiência, e estratégias apresentadas por outros professores e autores de livros, artigos e periódicos consultados ao longo de seus estudos.

Porém o domínio destes conteúdos depende diretamente do interesse, foco e dedicação de quem pretende aprendê-los. É preciso se apropriar de livros, artigos e sites que apresentam estratégias diversificadas de aprendizagem, sem deixar de lado a importância de aulas presenciais com um professor bem preparado, pois, em matemática, quanto maior a prática de exercícios, melhor a velocidade e qualidade na resolução de questões, fatos que podem ser determinantes para se obter sucesso em concursos públicos.

Enfim, espera-se proporcionar uma leitura prazerosa, que auxilie na aprendizagem da resolução de questões, como também, do planejamento e preparação de estudantes para certames que exijam Raciocínio Lógico e Teoria dos Conjuntos em seus editais.

Referências Bibliográficas

- [1] Carvalho, Sérgio; Campos, Weber. **Raciocínio Lógico Simplificado**. vol. 1: questões comentadas e exercícios. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010. 20 p.
- [2] Copi, I. M. , Introdução à Lógica. 2ªed. São Paulo : Mestre Jou. 1978. 19 p.
- [3] Dantas, Vanessa... [et al.]. **Uma metodologia para estimular o raciocínio lógico baseada na reflexão crítica e no uso de jogos digitais**. Disponível em:<www.br-ie.org/pub/index.php/wcbie/article/view/2685> acesso em 15 de março de 2017.
- [4] Ferreira, Aurélio Buarque de Holanda. **Miniaurélio Século XXI Escolar: O minidicionário da língua portuguesa**. 4ª edição - Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2000. 431,578 p.
- [5] Iezzi, Gelson ... [et al.]. **Fundamentos da Matemática Elementar: conjuntos funções** vol. 1. 3ª edição. São Paulo: Atual, 1977. 269-274 p.
- [6] OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS. Disponível em <<http://www.obmep.org.br/>> Acesso em 20 de março de 2017.
- [7] Paula, Leda Queiroz ... [et al.]. **A Importância da Leitura e da Abstração do Problema no processo de formação do raciocínio lógico-abstrato em alunos de Computação**. Disponível em:<www.lbd.dcc.ufmg.br/colecoes/wei/2009/008.pdf> acesso em 15 de março de 2017.
- [8] PCI CONCURSOS: Banco de questões. Disponível em <<http://www.pciconcursos.com.br/>> Acesso em 12 de janeiro de 2017.
- [9] POLYA, George. **Arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006. 3 p.
- [10] Raabe, André Luiz Alice; Silva, Julia Marques Carvalho da. **Um Ambiente para Atendimento as Dificuldades de Aprendizagem de Algoritmos**.

Disponível em: <<http://www.lbd.dcc.ufmg.br/colecoes/wei/2005/003.pdf>> acesso em 15 de março de 2017.

- [11] Scolari, Angelica Taschetto; Cordenozzi, Andre Zanki. **O Desenvolvimento do Raciocínio Lógico através de Objetos de Aprendizagem**. Disponível em: <<http://www.cinted.ufrgs.br/ciclo10/artigos/4eGiliane.pdf>> acesso em 15 de março de 2017.