

**UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E
MUCURI**

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Silvia Teixeira Coelho Menezes

Ensino e aprendizagem de função: desafios e perspectivas

Teófilo Otoni

2017

Silvia Teixeira Coelho Menezes

Ensino e aprendizagem de função: desafios e perspectivas

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, como requisito para obtenção do título de Mestre.

Orientador(a): Prof(a). Dr(a). Silvia Swain
Canoas

Teófilo Otoni

2017

Ficha Catalográfica
Preparada pelo Serviço de Biblioteca/UFVJM
Bibliotecário responsável: Gilson Rodrigues Horta – CRB6 nº 3104

M543e Menezes, Sílvia Teixeira Coelho.
2018 Ensino e aprendizagem de funções: desafios e perspectivas. / Sílvia
Teixeira Coelho Menezes. Teófilo Otoni, 2018.
125 f. ; il.

Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal dos
Vales do Jequitinhonha e Mucuri. Programa de Pós-Graduação em
Matemática, 2018.

Orientador: Prof^o. Dr^a. Sílvia Swain Canoas.

1. Função. 2. Proposta de Ensino. 3. Resolução de Problemas.
4. Gráfico. 5. Representação de uma função. I. Título.

CDD: 510

SILVIA TEIXEIRA COELHO MENEZES

Ensino/Aprendizagem de funções: Desafios e Perspectivas

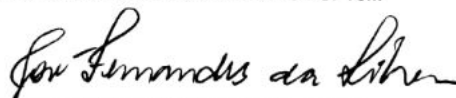
Dissertação apresentada ao
PROGRAMA DE MESTRADO
PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL - STRICTO
SENSU, nível de MESTRADO como
parte dos requisitos para obtenção do
título de MAGISTER SCIENTIAE EM
MATEMÁTICA

Orientador : Prof.ª Dr.ª Silvia Swain
Canôas

Data da aprovação : 06/10/2017



Prof.Dr. ALEXANDRE FAISSAL BRITO - UFVJM



Prof.Dr. JOSE FERNANDES SILVA - IFMG



Prof.ª Dr.ª SILVIA SWAIN CANÔAS - UFVJM

TEÓFILO OTONI

Dedico este trabalho aos meus alunos que são a fonte da minha motivação.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, que sempre esteve ao meu lado, me protegendo nas estradas, e acalmando meu coração em todos os momentos da minha vida.

Aos meus pais, Fátima e Delson, que não mediram esforços para estarem presentes durante minha caminhada, e a minha irmã, Mariana, sempre me incentivando a nunca desistir. Vocês são fundamentais para minha vida.

Aos meus amigos, os quais sempre me apoiaram e entenderam as minhas decisões. Obrigada por entenderem minha ausência em momentos de cansaço, e apesar disso nunca me abandonaram. Agradeço também pelas vezes que depositaram sua confiança em mim.

Aos professores do Colégio Vygotsky de Guanhães, que acompanharam minha luta e sempre estiveram dispostos a me ajudar, em especial a Tatiana e a Soraia que sempre ouviram meus desabafos e angústias. Sou grata à professora Mariza: sem você esta etapa não seria concluída. Agradeço também aos Diretores Heraldo, Natália e Betânia que sempre me apoiaram, e nunca se opuseram às particularidades necessárias para minha conquista.

Aos mestres de IFMG – São João Evangelista, Sandro, Silvino, José Fernandes: vocês são referência para minha vida. Agradeço em especial à professora Jossara Basílio, minha maior incentivadora, e que acolheu meu trabalho em sua turma com tanta presteza.

À minha Orientadora, Professora Silvia Canoas, que com maestria desempenhou importante papel no meu trabalho, me conduzindo e me mostrando novos caminhos a seguir.

A todos os professores do Mestrado, pelos ensinamentos e por me ajudarem a ampliar meus conhecimentos. Agradecimento especial à Professora Jaqueline Silva que me ajudou a não desistir, e à professora Deborah Faragó, apesar das dificuldades que tivemos, você e sua luta me ensinaram a ver sempre um lado bom além de pensar positivo.

Aos meus queridos colegas de mestrado, Adaias, Bruce, Lincoln, Lucas, Mário, Nicson, Paulo e Raphael: obrigada por todos os momentos de certezas e incertezas. Obrigada pelo cuidado e a preocupação que tiveram comigo durante estes anos de estudo.

E meu maior agradecimento à Mirian Serra e Kelly Prata: vocês duas tornaram essa caminhada muito mais leve. Obrigada pela acolhida, pelas risadas, pela amizade. Saber que vocês estariam me esperando em Teófilo Otoni me acalmou. Muito Obrigada.

No caráter, na conduta, no estilo, em todas
as coisas, a simplicidade é a suprema virtude.
Henry Wadsworth Longfellow

RESUMO

O presente trabalho compreendeu o contexto de estudantes do primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática do IFMG, e sua relação com o processo de ensino e aprendizagem do conceito de função. Mais especificamente, trabalhou-se com o conceito de função, para que o estudante fosse capaz de reconhecer quando uma relação entre grandezas se torna uma função; explorou o conceito de função nas suas ideias fundamentais em uma perspectiva diversificada; e, por fim, discutiu as principais representações que estão relacionadas ao conceito função.

O conceito de função tem sua importância no campo da Matemática e de outras ciências que dele se utilizam. O caminho percorrido apresenta o desenvolvimento do conceito de função ao longo da história, a abordagem que os Parâmetros Curriculares Nacional sugerem para o ensino deste conceito, o uso da metodologia de resolução de problemas para ensino de matemática, uma breve análise das disciplinas de Fundamentos da Matemática Elementar I e I do curso de Licenciatura em Matemática e um levantamento sobre as atuais pesquisas sobre o conceito de função.

Foi aplicada uma sequência de atividades para o estudante do Ensino Superior na expectativa de auxiliá-lo na compreensão do conceito de função.

Os resultados obtidos com a pesquisa trouxeram aos discentes:

- a) Reflexão sobre o conceito de função ao propor atividades em duplas e a discussão dos resultados pelos estudantes.
- b) A percepção de que um gráfico ou uma tabela podem representar uma função, mesmo que não seja possível perceber sua representação algébrica.
- c) Um trabalho com a mudança de representação de uma função.
- d) A identificação das grandezas que compõe a função para, a partir delas determinarem o domínio e o contradomínio de uma função.
- e) Construção de gráficos de funções a partir da análise das expressões algébricas.
- f) Elaboração do conceito de função.

Ressalta-se que a grande parte dos estudantes que participaram da pesquisa considerou que a mesma contribuiu para o avanço da percepção que tinham do conceito de função, além disso, consideraram que a metodologia adotada pode ser reproduzida por eles quando forem professores. Esse fato nos leva a considerar que a participação dos estudantes na pesquisa teve relevância na sua formação de futuro professor.

Palavra Chave: Função, Proposta de Ensino, Resolução de Problemas, Gráfico, Lei de Formação, Representação de uma função

ABSTRACT

The present work comprised the context of students of the first year of the Degree in Mathematics of the IFMG, and its relation with the process of teaching and learning the concept of function. More specifically, we worked with the concept of function so that the student would be able to recognize when a relation between magnitudes becomes a function; explored the concept of function in its fundamental ideas in a diversified perspective; and, finally, discussed the main representations that are related to the concept function.

The concept of function has its importance in the field of Mathematics and other sciences that are used. The path covered presents the development of the concept of function throughout history, the approach that the National Curricular Parameters suggest for the teaching of this concept, the use of the problem solving methodology for mathematics teaching, a brief analysis of the Fundamentals of Elementary Mathematics I and I subjects of the Mathematics Degree course, and a survey of current research on the concept of function.

A sequence of activities was applied to the student of Higher Education in the hope of assisting him in the understanding of the concept of function. The results obtained with the research brought to the students:

- a) Reflection on the concept of function when proposing activities in pairs and the discussion of the results by the students.
- b) The perception that a graph or a table can represent a function, even if it is not possible to perceive its algebraic representation.
- c) A job with changing the representation of a function.
- d) The identification of the quantities that compose the function to, from them determine the domain and the contradiction of a function.
- e) Graphing functions from the analysis of algebraic expressions.
- f) Elaboration of the function concept.

It is noteworthy that the majority of the students who participated in the study considered that it contributed to the improvement of their perception of the concept of function, in addition, they considered that the methodology adopted can be reproduced by them when they are teachers. This fact leads us to consider that the students' participation in the research had relevance in their future teacher education.

Keywords: Function, Teaching Proposal, Problem Solving, Graph, Training Law, Representation of a function.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

1	Tópicos de Funções do CBC para o 1º Ano	32
2	Resposta 1	51
3	Resultado da questão 1 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa I .	52
4	Resultado da questão 2 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa I .	52
5	Resposta dos alunos para a Questão 2 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa I	53
6	Resultado da questão 4 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa I .	55
7	Respostas para questão 5a) - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa I	55
8	Resposta para questão 5b) - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa I	56
9	Resultado da Questão 7 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa I .	57
10	Resposta para a Questão 9 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa I	58
11	Resultado da questão 1 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa IV	79
12	Resultado da questão 2 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa IV	80
13	Resultado da questão 3 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa IV	80
14	Resultado da questão 5 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa IV	81
15	Resultado da questão 7 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa IV	82
16	Resultado da questão 9 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa IV	83
17	Resultado do Questionário de Satisfação	84
18	Comparação dos resultados - Questão 1	86
19	Comparação dos resultados - Questão 2	86
20	Comparação dos resultados - Questão 3	87
21	Comparação dos resultados - Questão 4	88
22	Comparação dos resultados - Questão 5	88
23	Comparação dos resultados - Questão 6	89
24	Comparação dos resultados - Questão 7	90
25	Comparação dos resultados - Questão 8	91
26	Comparação dos resultados - Questão 9	91
27	Comparação dos resultados - Questão 10	92
28	Comparação dos resultados - Questão 11	92

LISTA DE TABELAS

1	Bibliografia Básica - Fundamentos da Matemática Elementar I	36
2	Bibliografia Complementar - Fundamentos da Matemática Elementar I	36
3	Bibliografia Básica - Fundamentos da Matemática Elementar II	37
4	Bibliografia Complementar - Fundamentos da Matemática Elementar II	38
5	Datas de cada Etapa da Pesquisa	42
6	Objetivos do Questionário de Identificação	43
7	Objetivos do Questionário Sobre o Conceito de Função da Etapa I	45
8	Objetivos da Sequência de Atividades	59
9	Objetivos do Segundo Questionário Sobre o Conceito de função	73
10	Objetivos do Segundo Questionário Sobre o Conceito de função	77

SUMÁRIO

Introdução	21
1 Capítulo I - Refletindo sobre Funções	25
1.1 A origem do conceito de funções	25
1.2 O Conceito de Função nos PCN	28
1.3 A resolução de Problemas como uma metodologia de ensino e aprendizagem	31
1.4 Função no Ensino Superior: A experiência da disciplina Funda- mentos da Matemática Elementar I e II do IFMG.....	34
1.5 Revisão de literatura sobre as funções	38
2 Capítulo II - A pesquisa	42
2.1 Etapa I	43
2.1.1 <i>O questionário de Identificação</i>	<i>43</i>
2.1.2 <i>O questionário sobre o conceito de Função da Etapa I</i>	<i>44</i>
2.1.3 <i>Procedimento da Etapa I.....</i>	<i>49</i>
2.2 Etapa II.....	50
2.2.1 <i>Resultados da análise das Questionários de Identificação</i>	<i>50</i>
2.2.2 <i>Resultado da análise dos Questionário sobre o Conceito de Fun- ção da Etapa I.....</i>	<i>51</i>
2.2.3 <i>A construção da Sequência de atividades.....</i>	<i>59</i>
2.3 Etapa III.....	67
2.3.1 <i>Primeiro Encontro</i>	<i>67</i>
2.3.2 <i>Segundo Encontro.....</i>	<i>69</i>
2.3.3 <i>Terceiro encontro</i>	<i>70</i>
2.4 Etapa IV.....	72
2.4.1 <i>O questionário sobre o conceito de função da etapa IV.....</i>	<i>72</i>
2.4.2 <i>O questionário de Satisfação.....</i>	<i>77</i>
2.4.3 <i>Procedimento</i>	<i>78</i>
3 Capítulo III - Os resultados	79
3.1 Os resultados obtidos com os Questionários Sobre o Conceito de função da etapa IV	79
3.2 As respostas para o Questionário de Satisfação.....	83
3.3 Os descaminhos da Pesquisa	84
3.4 Comparação dos Resultados	85

Considerações Finais	94
REFERÊNCIAS	98
APÊNDICE A – Questionário de Identificação	102
APÊNDICE B – Primeiro Questionário Sobre o Conceito de função....	103
APÊNDICE C – Sequência de Atividades.....	108
APÊNDICE D – Segundo Questionário Sobre o Conceito de Função....	119
APÊNDICE E – Questionário de Satisfação.....	124

Introdução

Funções pode ser considerado um tema muito presente na minha trajetória de vida, principalmente quando se pensa na experiência docente adquirida ao longo dos últimos oito anos com a Matemática.

Durante a graduação, tive a oportunidade de atuar como monitora da disciplina Funções Elementares I. Além disso, após formada, teve início o trabalho e profissão docente com turmas de Ensino Médio. A maior parte das turmas eram turmas do primeiro ano do Ensino Médio, série que de acordo com as propostas curriculares, é a etapa do Ensino Médio na qual os estudantes iniciam o estudo das funções elementares.

Ainda nesta época iniciei docência no Ensino Superior com a formação de professores de matemática. Isso ocorreu em duas instituições de ensino diferentes por um período de cinco anos.

No Ensino Superior, pude perceber que os estudantes chegavam na graduação com grande dificuldade em compreender e aplicar conceitos matemáticos fundamentais para o desenvolvimento da sua vida acadêmica. De fato, ao atuar como professora da disciplina de Fundamentos da Matemática I, no Instituto Federal de Minas Gerais (IFMG), *campus* São João Evangelista, pude verificar as dificuldades dos estudantes, especialmente sobre o conceito de função, pois a disciplina era voltada, entre outros temas, para o ensino das funções elementares.

Motivada pelos professores do IFMG, ingressei no Mestrado profissional em Matemática em Rede (PROFMAT) e durante o curso tivemos a disciplina MA11 – Números e Funções Reais, quando tive a oportunidade de observar como alguns professores lidam com o conteúdo de função. Durante o curso, por diversos momentos surgiram indagações sobre o perfil dos estudantes que ingressam no Ensino Superior, e a defasagem destes sobre o conteúdos considerados básicos.

Diante de tal realidade, nasce a motivação de pesquisar sobre a relação dos estudantes com o conteúdo de funções, especificamente sobre o conceito de função e as dificuldades que os estudantes encontram em lidar com esse conteúdo.

O estudo de funções é, sem dúvida, um dos mais importantes dentre os conteúdos matemáticos abordados no Ensino Médio. Sua relevância pode justificar-se pelo fato do conteúdo estabelecer relações com vários outros conceitos matemáticos, além de ser aplicado no estudo de fenômenos em diversas áreas do conhecimento.

As dificuldades que o estudante encontra na construção do conceito de função despertam o interesse em buscar novas metodologias de ensino que auxiliem a aprendizagem do conteúdo. Além disso, possam contribuir para que o estudante consiga aplicar o conhecimento na própria matemática e utilizá-lo em situações do cotidiano.

Para Souza (2014), o professor precisa alterar esse quadro da defasagem do conteúdo, modificando a sua proposta pedagógica, optando por práticas educativas que

coloquem o aluno como centro do processo educacional, buscando novas formas de desenvolver conceitos.

Considerando pesquisas como as de Caraça (1970), Magarinus (2013), Ponte (1990), Pietrocola (2002), Souza (2014), Amaral e Couy (2015), Junior (2007) observa-se a relação que os estudantes desenvolvem com o conteúdo de função, que acarreta grandes dificuldades na vida acadêmica destes.

Diante disso, surgem alguns questionamentos tais como: Quais as principais dúvidas que o estudante ingressante no ensino superior tem sobre o conceito de função? Como o estudante entende e relaciona problemas do cotidiano com as funções elementares? Quais funções elementares são importantes para um estudante que concluiu o Ensino Médio? Quais estratégias de ensino auxiliam o estudante na compreensão do conceito de função?

O presente trabalho procura compreender o contexto de estudantes do primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática do IFMG, e sua relação com o processo de ensino e aprendizagem do conceito de função. Mais especificamente, pretende-se trabalhar com o conceito de função, para que o estudante seja capaz de reconhecer quando uma relação entre grandezas se torna uma função; explorar o conceito de função nas suas ideias fundamentais em uma perspectiva diversificada; e, por fim, discutir as principais representações que estão relacionadas ao conceito função. Para isso, foi aplicada uma sequência de atividades para o estudante do Ensino Superior na expectativa de auxiliá-lo na compreensão do conceito de função.

Segundo Souza (2015), dentro do universo das funções, faz-se necessário dar destaque à construção do conceito de função. A forma como as funções são apresentadas nos livros didáticos não estimula o estudante a relacionar o conteúdo matemático abordado com fenômenos que acontecem no seu dia a dia.

Nesta direção, a seguinte questão de pesquisa surge como norteadora deste estudo: **Como os estudantes compreendem o conceito de função abordado no início do curso de Licenciatura em Matemática?**

Na tentativa de buscar responder a essa questão, o presente trabalho foi organizado em 4 capítulos, sendo eles: a presente Introdução; o capítulo I - Refletindo sobre o conceito de função; o capítulo II - A pesquisa; o capítulo III - Apresentação dos resultados; e, ainda, as considerações finais.

Na Introdução, procurou-se abordar as motivações e influências da experiência docente da pesquisadora com o conceito de função desde a Educação Básica até o ingresso como docente no Ensino Superior. Além disso, foram apresentados: os objetivos geral e específicos da pesquisa, e a questão que se propõe responder com este trabalho.

O Capítulo I, intitulado *Refletindo sobre funções*, foi concebido em quatro itens. No primeiro item, faz-se um breve relato sobre a origem do conceito de função e como o avanço da ciência influenciou no avanço da definição do conceito de função. No

segundo item do Capítulo I, foram apresentadas algumas considerações sobre o ensino do conceito de função no Parâmetro Curricular Nacional -PCN dos ensinos fundamental e médio. Nesse item, foi ressaltada a importância do conteúdo no contexto escolar e seu caráter instrumental na vida acadêmica dos estudantes do curso superior.

Ainda no primeiro capítulo, o terceiro item tem apresenta a resolução de problemas como uma metodologia de ensino para o conceito de função. O quarto item tem o intuito de relatar a experiência com o ensino de Funções no IFMG. Nesse tópico, além da experiência e as impressões da autora como professora da disciplina Fundamentos da Matemática I no IFMG *campus* São João Evangelista, consta a apresentação da ementa da disciplina que atualmente corresponde à disciplina de Fundamentos da Matemática I, no curso de Licenciatura em Matemática do IFMG.

Para finalizar o capítulo, apresenta-se o item quatro, Revisão de literatura sobre funções, onde é exposta uma visão geral sobre o que vem sendo pesquisado sobre o ensino de funções.

O Capítulo II, intitulado *A pesquisa*, traz uma visão detalhada da pesquisa. Nele está apresentado o caminho traçado para a pesquisa de campo e seus respectivos objetivos. Na tentativa de facilitar a leitura, a descrição da pesquisa foi dividida em três momentos.

No primeiro momento, está descrita a construção e a aplicação do questionário de identificação e o questionário sobre as concepções dos estudantes a respeito do conceito de funções. O segundo momento da pesquisa foi destinado à aplicação de uma Sequência de Atividades sobre o conceito de função na turma LM171 do curso de Licenciatura em Matemática.

E, por último, passa-se a descrição do terceiro momento, quando os estudantes se submeteram a dois novos questionários: um sobre o conceito de função e o outro questionário abordando a satisfação dos estudantes com a pesquisa.

No Capítulo III, intitulado *Apresentação dos resultados*, procurou-se comunicar aos leitores os resultados encontrados. Para finalizar este capítulo aprofundando na análise dos dados obtidos com a pesquisa.

Por fim, são apresentadas as referências bibliográficas que nortearam e subsidiaram as análises e considerações finais do trabalho, além dos apêndices pertinentes a pesquisa.

1 Capítulo I - Refletindo sobre Funções

1.1 A origem do conceito de funções

O conceito de função tem sua importância no campo da Matemática e de outras ciências como por exemplo a Física, que dele se utilizam. De fato, esse conceito encontra-se presente em vários ramos das ciências e tem sua origem em épocas muito anteriores. O surgimento como conceito claramente individualizado pode tornar-se objeto de estudo da Matemática, o que remonta ao final do Século XVII.

O avanço da Ciência, e a necessidade de conhecer e prever fenômenos naturais fez com que o conceito de função fosse definido. Ao analisar um fenômeno e constatar que o seu comportamento tinha relação com o comportamento de outros fenômenos, os cientistas da época começaram a busca por recursos que seriam capazes de descrever e fazer previsões futuras do fenômeno.

Segundo Caração (1970), a busca por compreender o mundo baseia-se em duas características fundamentais: a interdependência e a fluência. A primeira mostra que todos os fenômenos estão relacionados e, dessa forma, o comportamento de um fenômeno e os resultados obtidos a partir do estudo desse fenômeno estão relacionados a outro fenômeno e que um fenômeno sofre influência do outro. Já a fluência nos mostra que o mundo está em constante transformação e que todas as coisas mudam a todo momento, e essa alteração também influencia. No rol destas ideias,

A origem da noção de função confunde-se assim com os primórdios do Cálculo Infinitesimal. Ela surgia de forma um tanto quanto confusa nos “fluente” e “fluxões” de Newton (1642-1727). (PONTE, 1990, p.1)

A fluência e as constantes transformações sofridas em um fenômeno causadas pela própria fluência permitem analisar como poderia ser possível descrever o comportamento de um fenômeno considerando tantas relações e interferências. Para isso, surge a necessidade de analisar isoladamente cada um dos demais fenômenos que influenciam no comportamento do fenômeno estudado.

Para analisar e explicar um fenômeno isoladamente, é necessário identificar o motivo pelo qual este sofre variações e, através de repetições, verificar se os motivos encontrados que provocam a variação são verdadeiros. Com isso é possível prever um comportamento futuro tantas quantas forem as vezes necessárias. Ao identificar os fatores que influenciam um fenômeno isolado, fez-se necessária a criação de instrumentos capazes de representar as regularidades. Surgem então as leis que descrevem a correspondência entre dois conjuntos e mostram ainda a regularidade da evolução de um fenômeno.

De acordo com o fenômeno observado, haveria tipos de leis diferentes: leis qualitativas e leis quantitativas. O astrônomo alemão Johannes Kepler (1571-1630), con-

siderado um dos precursores da astronomia moderna, enunciou algumas leis. Dentre elas, a primeira lei de Kepler que diz “*cada planeta descreve em torno do Sol uma elipse, da qual o Sol ocupa um dos focos*”, esse enunciado é uma lei qualitativa. Já a segunda de Kepler que garante que “*O segmento que une o sol a um planeta descreve áreas iguais em intervalos de tempo iguais*” e a terceira Lei de Kepler afirma que “*os quadrados dos períodos orbitais dos planetas são proporcionais aos cubos dos semi-eixos maiores das órbitas*”, descreve de forma quantitativa um fenômeno.

Com o desenvolvimento dos estudos quantitativos das leis, que consistem em ferramentas matemáticas de correspondência entre dois conjuntos, era necessário encontrar uma forma de representar simbolicamente os valores dos conjuntos. Essa representação simbólica de cada conjunto introduziu o conceito de variável ao estudo das leis. Dessa forma, as leis quantitativas passaram a ter uma representação simbólica e, com o passar do tempo e os avanços nos estudos das variáveis, a relação de correspondência entre duas variáveis passa a ter uma representação por meio de expressões analíticas de tal forma que aparece uma variável dependendo da outra.

Em seu trabalho, Ponte (1990) sugere que Leibniz (1646-1716) foi o primeiro a usar o termo “função”, em 1673, para nomear a dependência de uma curva de quantidades geométricas.

A lei passava a ter uma representação analítica e, em 1716, Johann Bernoulli (1667-1748) publicou sua definição de função. Para Bernoulli, uma função de certa variável é uma quantidade que é composta de qualquer forma dessa variável e constantes.

A definição dada para uma função por Bernoulli foi alterada por Euler (1707-1783) em 1748, quando trocou a palavra quantidade por expressão analítica. Assim a definição de função que perdurou foi “Função de certa variável é uma expressão analítica que é composta de qualquer forma dessa variável e constantes”.

Para esses filósofos, uma função seria representada por uma única expressão analítica. Eles atribuíram o conceito de função como combinação de símbolos algébricos.

Segundo Botelho e Rezende (2007), somente no século XIX, o matemático Gustav Lejeune Dirichlet desassociou o conceito de função da representação analítica. A definição dada por Dirichlet considerou uma função como termos de correspondência arbitrária entre conjuntos. Desta forma, ele apresentou a seguinte definição:

“Suponhamos que a e b são dois valores dados e x é a quantidade variável que assume, gradualmente, todos os valores localizados entre a e b . Se para cada x corresponde um único y , de modo que, enquanto x percorre o intervalo de a até b , $y = f(x)$ varia gradualmente da mesma forma, então y é chamada função contínua de x para este intervalo. Além disso, não é absolutamente necessário que y dependa de x no intervalo inteiro de acordo com a mesma lei; sem dúvida, não é necessário pensar somente em relações que possam ser expressas através de operações matemáticas”. (BOTELHO; REZENDE, 2007, p.9)

A noção do conceito de função seria formalizada apenas no século XX com a evolução dos estudos da teoria dos conjuntos iniciada por Cantor (1845-1918). Nesse período, o conceito de função foi estendido de forma a contemplar toda e qualquer correspondência entre conjuntos, numéricos ou não. Assim, uma definição de função, que dá ênfase à teoria de conjuntos, é atribuída a Bourbaki. Segundo Botelho e Rezende (2007), a definição de função dada pelo grupo é a seguinte:

“Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma relação entre uma variável x de E , e uma variável y de F é dita uma relação funcional em y , ou relação funcional de E em F , se qualquer que seja $x \in E$, existe um e somente um elemento $y \in F$ que seja associado a x na relação considerada. Dá-se o nome de função à operação que desta forma associa a todos os elementos $x \in E$ o elemento $y \in F$ que se encontra ligado a x na relação dada; diz-se que y é o valor da função para o elemento x , e que a função está determinada pela relação funcional considerada. Duas relações funcionais equivalentes determinam a mesma função.” (BOTELHO; REZENDE, 2007, p.9)

Além disso, ainda nessa época, a definição de função passou a ser considerada como um subconjunto do produto cartesiano $A \times B$ com característica peculiar. Ou seja, uma função é um conjunto de pontos (x,y) do produto cartesiano $A \times B$, tal que x seja um elemento do conjunto A e tenha apenas um y pertencente a B relacionado a ele.

Segundo Caraça (1970), a definição dada por Bourbaki, em 1939, assume o seguinte aspecto, tempos depois:

“Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; diz-se que y é função de x e escreve $y=f(x)$ se entre as duas variáveis existe um correspondência unívoca no sentido $x \rightarrow y$. A x chama-se variável independente, a y variável dependente”. (CARAÇA, 1970, p.129)

Desde então, o conceito de função não sofre grandes alterações e a definição sugerida para função nos livros didáticos se assemelham às definições de meados do século XX.

Por exemplo, no livro Fundamentos da Matemática Elementar, Iezzi e Murakami (2004) definem função da seguinte maneira:

“Dados dois conjuntos A e B , não vazios, uma relação f de A em B recebe o nome de aplicação de A em B ou função definida de A com imagens em B se, e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que $(x,y) \in f$. f é aplicação de A em $B \iff \forall x \in A, \exists y \in B / (x,y) \in f$ ”. (IEZZI; MURAKAMI, 2004, p.74)

Luiz Roberto Dante aborda em seu livro Matemática – Contextos e aplicações, uma definição simplificada para o conceito de função. Para o autor “dados dois conjuntos

A e B , uma função de A em B é uma regra que indica como associar cada elementos $x \in A$ a um único elemento $y \in B$ ".(DANTE, 2000, p.36)

Elon Lages Lima (2014) apresenta, no livro Números e Funções Reais do curso PROFMAT, a seguinte definição para uma função:

"Dados dois conjuntos X, Y , uma função $f : X \rightarrow Y$ (lê-se "uma função de X em Y ") é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in X$ um elemento $y = f(x) \in Y$ (leia-se "y igual a f de x"). O conjunto X chama-se o domínio e Y é o contradomínio da função f . Para cada $x \in X$, o elemento $f(x) \in Y$ chama-se a imagem de x pela função f , ou o valor assumido pela função f no ponto $x \in X$. Escreve-se $x \rightarrow f(x)$ para indicar que f transforma (ou leva) x em $f(x)$ ". (LIMA, 2014, p.40)

O entendimento da origem do conceito de função pode auxiliar o professor numa melhor compreensão do conceito de função que atualmente é utilizado nas escolas.

A evolução do conceito de função ao longo da história mostra que uma definição de um conceito não é determinada apenas com base no dia a dia, e sim construída a partir de reflexões e contribuições de diversos ramos da ciência.

1.2 O Conceito de Função nos PCN

A Matemática na educação básica apresenta-se como uma ferramenta para compreender, manipular e interpretar o mundo. Os conteúdos programáticos propostos para essa área do conhecimento levam o estudante a compreender que o conteúdo abordado em sala de aula é resultado de reflexões e construções obtidas através da interação e análise dos seres humanos com os contextos natural, social e cultural.

De acordo com Gomes (2007), a visão da matemática como um conteúdo construído aos poucos contrapõe-se à realidade encontrada na maioria das salas de aula no Brasil onde se observa que os estudantes acreditam que a Matemática é um conjunto de regras imutáveis as quais devem ser decoradas e transmitidas pelo professor.

Para os PCN do Ensino Fundamental, o ensino da Matemática na educação básica tem objetivo formativo e instrumental. O caráter formativo estimula o estudante a criar soluções para situações-problema através da investigação do problema, construção de conjecturas e demonstrações. Essa característica ajuda o estudante a criar a capacidade de tomar decisão que vai muito além da sala de aula.

Já a característica instrumental da Matemática fornece ao estudante um conjunto de códigos e técnicas que poderão ser usados como ferramentas para muitas atividades do dia a dia de um ser humano.

Os PCNs é um material que foi elaborado a fim de servir como ponto de partida para o trabalho docente, norteando as atividades realizadas na sala de aula. Desse forma é importante analisar e compreender o material e sua abordagem para os conteúdos

matemáticos. Os parâmetros curriculares nacionais definem os currículos e conteúdos não podem ser trabalhados apenas como transmissão de conhecimentos, mas que as práticas docentes devem encaminhar os alunos rumo à aprendizagem.

Assim, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, uma das finalidades do ensino de Matemática é fazer com que o estudante seja capaz de:

(...) identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. (BRASIL, 1998, p.63)

Sobre a aprendizagem de Matemática, o PCN sugere está ligada à atribuição de significado ao conteúdo. Atribuir significado a um conceito é estar apto a criar relações entre o próprio conceito adquirido com outros conteúdos ou acontecimentos do dia a dia.

Dessa forma, a abordagem dos conteúdos matemáticos deveria instrumentalizar o estudante a possibilidade de dar sentido e atribuir conexões entre as áreas de conhecimento.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, o PCN sugere que o ensino da Matemática deve visar ao desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes.

Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções;
- traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras;
- utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico.

(BRASIL, 1998, p.64)

Segundo o PCN do Ensino Fundamental, o ensino de Álgebra nesta etapa proporciona ao estudante recurso para que ele consiga trabalhar com situações-problema e atribuir significado à linguagem e às ideias matemáticas.

O uso do conhecimento algébrico para solucionar problemas estimula o estudante a criar modelos e generalizar situações que envolvam uma relação entre grandezas. Dessa forma, o estudante desenvolve a noção de conceitos como de variáveis e de função.

Assim, no trabalho com a Álgebra é fundamental a compreensão de conceitos como o de variável e de função; a representação de fenômenos na forma algébrica e na forma gráfica; a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento da sintaxe. (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1998, p.84)

Neste ciclo, o PCN salienta a importância de relacionar atividades que possibilitem o estudante relacionar o conhecimento algébrico com outros eixos da Matemática como, por exemplo, generalizar fórmulas para o número de diagonais de um polígono.

Ao dar ênfase a essa relação, o PCN propõe que essas relações de dependência entre duas grandezas sejam estabelecidas por meio de uma expressão algébrica, e com isso os estudantes percebam a importância do conhecimento algébrico para analisar, interpretar e prever os resultados de uma situação dada. Nesta direção, o aluno poderá desenvolver essa noção ao analisar a natureza da interdependência de duas grandezas em situações-problema em que elas sejam diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não-proporcionais (função afim ou quadrática).

Nesse contexto, o PCN sugere que o conceito de função seja tratado no Ensino Fundamental com as equações e problemas que estabeleçam relação entre duas grandezas.

Ainda no Ensino Fundamental, o conceito de função é abordado de maneira algébrica e também através das representações gráficas. Notadamente, priorizando a formação do conceito de função.

Já o PCN para o Ensino Médio, ressalta ser importante que durante essa etapa o estudante entenda a matemática como um conjunto de normas e regras que permitem a comunicação de ideias bem como a interpretação de situações do cotidiano. É nesse ciclo que os estudantes constroem as ferramentas necessárias para que possam continuar a vida acadêmica.

Assim, a Matemática do Ensino Médio oferece ao estudante informação e instrumentos necessários para que ele continue aprendendo e aprimorando seus conhecimentos após a conclusão desse ciclo.

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais afirma que aprender Matemática não pode ser simplesmente decorar resultados; a aquisição do conhecimento matemático está ligada ao domínio de um saber fazer e pensar matemático.

Alguns conteúdos matemáticos desempenham grande importância histórica na evolução da ciência. O desenvolvimento do conceito de funções contribuiu para o avanço de diversas áreas do conhecimento, tais como a Física. Assim o conteúdo de funções destaca-se, pois facilita o estabelecimento de relações internas à própria matemática e para o estabelecimento de conexões para o estudo de outras ciências. Ou seja,

o estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (BRASIL, 2002, p.121)

O conceito de função fornece ao estudante ferramentas que auxiliam na descrição de fenômenos do cotidiano. De acordo com os PCN do Ensino Médio, o estudo das

funções é um dos conteúdos matemáticos que mais estabelece relações com outras áreas do conhecimento. Neste sentido,

cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o estudante adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas, buscando a solução de situações problemas de matemática e de outras áreas, adequando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo de interpretação e investigação em matemática. (BRASIL, 2002, p.257)

O tratamento dado ao conceito de função no Ensino Médio não pode ser enfatizado de maneira isolada, pois não favorece o caráter integrador que o conteúdo possui.

Outras propostas, tais como a proposta curricular do Governos do Estado de Minas Gerais, não abordam especificamente a importância do Conceito de Função. Segundo MINAS GERAIS (2005), as habilidades a serem desenvolvidas no Ensino Médio dizem respeito aos diferentes tipos de funções elementares, iniciando o estudo já abordando funções lineares, como é possível verificar nos tópicos do Currículo Básico Comum - CBC para o 1º ano do Ensino Médio, mostrado na Figura 1.

Os Conteúdos Básicos Comuns (CBC) constituem a proposta curricular do Estado de Minas Gerais (SEE-MG), que foi inserida nas escolas da rede pública mineira no Ensino Fundamental e Ensino Médio. A criação deste modelo de currículo escolar se baseia na importância da aquisição de níveis de conhecimentos e as habilidades uniformizadas em todo o estado como garantia de um mínimo de qualidade

De acordo com o PCN, a Matemática do Ensino Médio é uma ferramenta de continuidade da vida acadêmica de um estudante. Dessa forma, o conteúdo de função deve ser explorado com o intuito de proporcionar tais ferramentas para o estudante.

Diante disso, as dificuldades em lidar com o conceito de função aparecem como um obstáculo ao desenvolvimento dos estudantes ao ingressar em um curso superior. Um exemplo desse obstáculo é no curso de graduação em Matemática do IFMG - Instituto Federal de Minas Gerais *campus* São João Evangelista, quando no primeiro ano do curso os estudantes encontram matérias como Fundamentos da Matemática Elementar I e II, que têm, entre seus objetivos, o estudo das funções elementares.

1.3 A resolução de Problemas como uma metodologia de ensino e aprendizagem

Os Parâmetros Curriculares Nacionais apresentam a Resolução de Problemas como uma tendência de ensino e aprendizagem de Matemática. De acordo com PCN , o uso da resolução de problemas incentiva o estudante a aplicar seus conhecimentos matemáticos para resolverem problemas do seu cotidiano. Além disso, o documento sugere que esta tendência de ensino de matemática proporciona ao estudante do desenvolvimento de habilidades e atitudes que contribuem a elaboração de novos conceitos matemáticos.

Figura 1 – Tópicos de Funções do CBC para o 1º Ano

Eixo Temático II Tema 5: Funções
Funções Elementares e Modelagem

TÓPICOS	HABILIDADES
8. Função do primeiro grau	8.1. Identificar uma função linear a partir de sua representação algébrica ou gráfica. 8.2. Utilizar a função linear para representar relações entre grandezas diretamente proporcionais. 8.3. Reconhecer funções do primeiro grau como as que têm variação constante. 8.4. Identificar uma função do primeiro grau a partir de sua representação algébrica ou gráfica. 8.5. Representar graficamente funções do primeiro grau. 8.6. Reconhecer funções do primeiro grau crescentes ou decrescentes. 8.7. Identificar os intervalos em que uma função do primeiro grau é positiva ou negativa relacionando com a solução algébrica de uma inequação. 8.8. Identificar geometricamente uma semi-reta como uma representação gráfica de uma inequação do primeiro grau. 8.9. Reconhecer uma progressão aritmética como uma função do primeiro grau definida no conjunto dos números inteiros positivos. 8.10. Resolver problemas que envolvam inequações do primeiro grau.
9. Progressão aritmética	9.1. Reconhecer uma progressão aritmética em um conjunto de dados apresentados em uma tabela, seqüência numérica ou em situações-problema. 9.2. Identificar o termo geral de uma progressão aritmética.
10. Função do segundo grau	10.1. Identificar uma função do segundo grau a partir de sua representação algébrica ou gráfica. 10.2. Representar graficamente funções do segundo grau. 10.3. Identificar os intervalos em que uma função do segundo grau é positiva ou negativa. 10.4. Resolver situações-problema que envolvam as raízes de uma função do segundo grau. 10.5. Resolver problemas de máximos e mínimos que envolvam uma função do segundo grau.
11. Progressão Geométrica	11.1. Identificar o termo geral de uma progressão geométrica.
12. Função exponencial	12.1. Identificar exponencial crescente e exponencial decrescente. 12.2. Resolver problemas que envolvam uma função do tipo $y(x) = kax$. 12.3. Reconhecer uma progressão geométrica como uma função da forma $y(x) = kax$ definida no conjunto dos números inteiros positivos.

Fonte: (MINAS GERAIS, 2005, p.120)

Esta tendência, está focada no processo da resolução de um problema, e não na resposta do problema que obteremos.

A caracterização de Educação Matemática, em termos de Resolução de Problemas, reflete uma tendência de reação à caracterizações passadas como um conjunto de fatos, domínios de procedimentos algorítmicos ou um conhecimento a ser obtido por rotina ou por exercício mental. Hoje, a tendência é caracterizar esse trabalho considerando o estudante como participantes ativos, os problemas como instrumentos precisos e bem definidos e a atividades na resolução de problemas como uma coordenação complexa simultânea de vários níveis de atividades. (ONUCHAR; ALLEVATO, 2004, p.216)

Segundo Nascimento (2012) a resolução de problemas tem sido uma das linhas de investigação na didática da Matemática, e este fato se deve à importância que se dá a resolução de problemas no ensino e na aprendizagem das ciências e no fracasso observado nesta tarefa.

É importante ressaltar que a resolução de problemas não se trata de resolução de exercícios. Segundo Ferreira (2014), o exercício contribui apenas para treinar um habilidades em praticar determinados processo algorítmicos, e o problemas é contado com uma situação, onde não se sabe de antemão por qual meio se chega à solução, não existindo nenhum algoritmo que possa antecipadamente considerar como caminho.

De acordo com Dante (2000), ensinar via resolução de problemas significa considerar o problemas como um elemento disparador de um processo de construção do conhecimento matemática. O autor sugere ainda o utilização desta metodologia de ensino para o ensino de funções.

Segundo Sarmiento (2012), é importante que o professor tenha em mente que só há problema se o estudante perceber uma dificuldade ou um obstáculo na que pode ser superado.

Sendo assim o problema sugerido pelo professor deve fazer sentido para a vida do estudante, assim ele ela será motivado a tomar atitudes que o façam, analisar, questionar e solucionar seu problema.

Desta forma, para uso da resolução de problemas como estratégia de ensino é importante, segundo Nascimento (2012) destacarmos as seguintes etapas para o processo de construção do conhecimento:

- Compreensão do problema: é necessário que o estudante entenda o que se pede, para saber o que se pretende calcular ou determinar.
- Elaboração de um plano: após a compreensão do problema o estudante deve escolher estratégias variadas para a resolução do problema,
- Execução do Plano: se o plano de ação foi bem elaborado, é o momento em que o estudante deve colocá-lo em ação afim de resolver o problema. É neste momento

que o professor de acompanhar o estudante fazendo indagações que façam com que os reflita sobre suas estratégias e seja capaz de avaliá-las.

- Retrospecto ou Validação: depois de encontrar a solução, é hora de o estudantes verificar as proposições feitas e validar o processo que o levou a encontrar um resultado desejado.

É fundamental perceber que se primeira etapa da resolução de problemas não for atingida, as etapas subsequentes não terá objetivo. No entanto é papel do docente elaborar um problema que seja significativo para o discente, e o ainda o acompanhar durante o processo de aprendizagem, argumentando e auxiliando nos obstáculos encontrados.

Nesse sentido destacamos a importância da utilização da resolução de problemas em sala de aula para a construção ou reconstrução do conhecimento apresentado ao estudante.

1.4 Função no Ensino Superior: A experiência da disciplina Fundamentos da Matemática Elementar I e II do IFMG

A experiência em sala de aula no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto corrobora para a concordância com pesquisas que afirmam que os estudantes ao chegarem às universidades apresentam dificuldades em matérias como Cálculo e outras disciplinas que fazem parte do currículo dos cursos de Exatas.

Segundo Junior (2007), o conceito de função é a base que sustenta a matemática universitária, e desafia estudantes e educadores no contexto da educação matemática universitária.

No primeiro semestre do ano de 2014, tive a oportunidade de trabalhar no curso de Licenciatura em Matemática do IFMG campus São João Evangelista. Nesta ocasião, trabalhei com a disciplina de Fundamentos da Matemática I, na qual um dos conteúdos presentes na ementa eram Conjuntos e Funções Elementares.

Em uma experiência anterior com o ensino superior, já havia observado que grande parte dos estudantes chegavam à universidade com dificuldades consideráveis a respeito das funções elementares. A experiência com a disciplina no IFMG só reforçou o fato dos estudantes apresentarem dificuldades com o conteúdo.

Muitas das dificuldades apresentadas pelos estudantes estão relacionadas ao conceito de função, um conteúdo que é trabalhado no Ensino Médio e retomado no curso superior. Segundo Oliveira (1997), com relação às funções, os estudantes encontram dificuldades que vão desde o seu conceito, na representação gráfica, até a determinação do domínio e do conjunto imagem e na sua classificação.

A grade curricular do curso de Licenciatura em Matemática do IFMG sofreu algumas alterações desde 2014. Atualmente a disciplina de Fundamentos da Matemática

I foi substituída pela disciplina de Fundamentos da Matemática Elementar I.

No IFMG, os estudantes do primeiro período do Curso de Matemática, convidados a participar da pesquisa de campo, cursaram no primeiro semestre de 2017 a disciplina de Fundamentos da Matemática Elementar I que tem como objetivo formalizar com rigor os conceitos de conjuntos, relações e funções, bem como capacitar o estudantes a aplicar tais conceitos em situações cotidianas.

Os objetivos específicos da disciplina de Fundamentos da Matemática Elementar I são:

- Revisar os conceitos fundamentais da educação básica;
- Apresentar ao aluno os conceitos de conjuntos e suas operações;
- Demonstrar propriedades de conjuntos;
- Conceituar e construir os conjuntos numéricos;
- Trabalhar rigorosamente as propriedades de números reais, bem como desenvolver produtos notáveis e fatorar expressões algébricas;
- Trabalhar relação entre conjuntos e suas classificações, bem como suas propriedades cartesianas;
- Definir funções e suas classificações, bem como suas inversas;
- Apresentar as funções elementares, seus gráficos e suas propriedades;
- Usar, sempre que possível, softwares computacionais para ilustrar as propriedades gráficas das funções e aplicar, sempre que possível, os conceitos de conjuntos, relações e funções às situações-problema interdisciplinares.

Dessa forma, sabe-se que, ao longo do primeiro semestre de 2017, os estudantes do primeiro período do Curso de Matemática cumpriram a ementa ¹ da disciplina que abordava os seguintes temas:

- Conceitos Fundamentais
- Conjuntos e operações entre conjuntos;
- Conjuntos numéricos;
- Produtos notáveis e fatorações;

¹Buscando a melhoria do Curso de Licenciatura em Matemática do IFMG *campus* São João evangelista, a grade curricular está passando por modificação. Diante de tal situação a ementa disponível na página do *campus* da internet não está atualizada. A ementa descrita no presente trabalho foi gentilmente fornecida pela professora das disciplinas em questão.

- Relações;
- Funções e funções elementares (1º e 2º Graus, polinomial, modular, exponencial e logarítmica).

Na Tabela 1 está apresentada a bibliografia básica do Curso, e na Tabela 2 apresentamos a bibliografia complementar da disciplina, ambas as tabelas são referentes a bibliografia da disciplina de Fundamentos da Matemática Elementar I.

Tabela 1 – Bibliografia Básica - Fundamentos da Matemática Elementar I

Título	Autor
Matemática Temas e Metas, Vol. 2	MACHADO, A. S.
Teoria e problemas de Pré-Cálculo	SAFIER, F.
A Matemática do Ensino Médio Vol. 1 e 2.	LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C.; WAGNER, E. e MORGADO, A. C.

Tabela 2 – Bibliografia Complementar - Fundamentos da Matemática Elementar I

Título	Autor
Matemática: contexto e aplicações	DANTE, Luiz Roberto
Álgebra Moderna	DOMINGUES, H., H. e IEZZI, G.
Fundamentos de Matemática Elementar, Vol. 1	IEZZI, G. e MURAKAMI, C.
Cálculo A.	FLEMMING, D.M. e GONÇALVES, M.B
Cálculo. Vol. 1.	STEWART, James.

A disciplina de Fundamentos da Matemática Elementar I, no primeiro semestre de 2017, adotou o livro *Matemática: contexto e aplicações*, Dante (2000). Em 2014, foi adotado o livro *Fundamentos da Matemática Elementar, vol.1*, Iezzi e Murakami (2004). A escolha do livro adotado, normalmente, levam em consideração a quantidade de exemplares do livro disponível na biblioteca do *campus*.

Durante o período da pesquisa, os estudantes cursavam a disciplina de Fundamentos da Matemática Elementar II, cujo objetivo é capacitar o estudante a aplicar os conceitos de trigonometria, funções trigonométricas, números complexos e polinômios em sua prática docente. Além disso, a disciplina tem os seguintes objetivos específicos.

- Apresentar ao aluno as relações trigonométricas num triângulo retângulo;
- Demonstrar relações trigonométricas;
- Apresentar conversões de medidas de ângulos no ciclo trigonométrico;

- Definir e construir os gráficos das funções trigonométricas seno, cosseno, tangente, cotangente, secante e cossecante e suas inversas;
- Demonstrar e aplicar relações fundamentais, bem como arcos da soma, da subtração, arcos duplos, soma e subtração de arcos;
- Definir um número complexo, seu módulo, suas formas algébrica e trigonométrica;
- Demonstrar as propriedades operatórias do módulo de um número complexo;
- Demonstrar e aplicar relações de igualdade, soma, subtração, multiplicação e divisão, potenciação e radiciação de números complexos, bem como suas representações gráficas;
- Definir polinômios e função polinomial;
- Apresentar as propriedades operatórias de funções polinomiais como soma, subtração, multiplicação de divisão de polinômios;
- Definir raiz de um polinômio, raiz de multiplicidade, raiz racional e raiz complexa;
- Demonstrar e aplicar teoremas de equações polinomiais.

A ementa da disciplina Fundamentos da Matemática Elementar II contempla os seguintes conteúdos:

- Trigonometria no triângulo retângulo;
- Trigonometria no ciclo trigonométrico;
- Funções trigonométricas;
- Funções trigonométricas inversas;
- Números complexos;
- Funções e equações polinomiais.

Está apresentada na Tabela 3 a bibliografia básica do Curso, e na Tabela 4 apresenta-se a bibliografia complementar da disciplina. Ambas as tabelas são referentes à bibliografia da disciplina de Fundamentos da Matemática Elementar I.

Tabela 3 – Bibliografia Básica - Fundamentos da Matemática Elementar II

Título	Autor
--------	-------

Fundamentos de Matemática Elementar, Vol. 1, 2 e 3	IEZZI, G. E MURAKAMI, C.,
Matemática Temas e Metas, Vol. 2.	MACHADO, A. S.
A Matemática do Ensino Médio Vol. 1 e 2.	LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C.; WAGNER, E. e MORGADO, A. C.

Tabela 4 – Bibliografia Complementar - Fundamentos da Matemática Elementar II

Título	Autor
Matemática: contexto e aplicações	DANTE, Luiz Roberto
Álgebra Moderna.	DOMINGUES, H., H. e IEZZI, G.
Teoria e problemas de Pré-Cálculo	SAFIER, F.
Cálculo A	FLEMMING, D.M. e GONÇALVES, M.B

É importante ressaltar que a descrição de ementa das disciplinas apresentadas, é um descrição pormenorizada, afim de apenas apresentar os conteúdos abordadas pelas disciplinas.

Diante das ementas exposta para as duas disciplinas, é percebido que o conteúdo de função faz parte de primeiro ano acadêmico dos estudantes do IFMG. Dessa forma, é importante que o conceito de função tenha sido aprendido de forma significativa.

1.5 Revisão de literatura sobre as funções

Apesar do conteúdo de função ser de extrema relevância durante o Ensino Médio, pesquisas como a de Magarinus (2013) apontam que os estudantes estão concluindo essa etapa de ensino sem desenvolver a noção de variação e dependência. Tais noções são a base do conceito de função.

Sendo assim, essas pesquisas apontam ainda que os estudantes também não são capazes de perceber a importância deste conceito fora do âmbito matemático. Isto é, eles demonstram dificuldade em estabelecer conexão com outras áreas do conhecimento.

É necessário tentar compreender e identificar quais os motivos de tal resultado diante de um conceito de tamanha importância. Tal fato pode ser observado nos trabalhos de Pietrocola (2002) e Chaves e Carvalho (2004).

Segundo Pietrocola (2002), a linguagem matemática pode ser considerada como a grande responsável pelo fracasso escolar do conteúdo de função. O excesso de códigos e as dificuldades encontradas pelo estudante em traduzi-los de forma significativa são fatores agravantes desse processo de defasagem.

Ainda sobre o uso dos símbolos, Chaves e Carvalho (2004) apontam que a preocupação excessiva com apresentações formais é uma falha grave no ensino, pois não favorece o desenvolvimento das ideias centrais a respeito de um conteúdo.

No caso do conceito de função, acredita-se que a dificuldade apresentada pelo estudante em lidar com o conteúdo, está associada à compreensão da definição, à terminologia usada pelo conteúdo, ao uso excessivo da simbologia envolvente ao conceito de função, bem como a dificuldades de transitar entre as possíveis representações de uma função.

Pesquisas como a de Lima e Diniz (2013) e Lopes (2003) já indicavam que a representação de função, seja ela na forma gráfica ou algébrica, bem como as respectivas interpretações, além da transformação de representação em outra, evidenciam o desconhecimento do conceito de função por parte dos estudantes que saem do ensino básico e vão para o Ensino Superior.

A pesquisa de Lima (2008) destaca que as falhas na aprendizagem dos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática podem ser comprometedoras, não só para seu desenvolvimento pessoal acadêmico, mas também para a aprendizagem de seus futuros estudantes, que pode estar demonstrando uma reprodução da defasagem de um conteúdo.

Segundo Amaral e Couy (2015), o insucesso dos estudantes em lidar com os elementos que envolvem o conceito de função pode estar associado às formas de representação e como tais elementos são abordados nos livros didáticos ou no modo como são apresentados pelo professor.

De acordo com Silva (2015), a forma abstrata de apresentar os conceitos e as aplicações matemáticas foram utilizadas ao longo de vários anos, limitando-se a exercícios puramente manipulativos com foco na própria Matemática, o que contribui para a perpetuação desse pensamento, e o ensino de funções não fugiu à regra.

A ideia da transmissão do conhecimento coloca o estudante em um postura passiva diante da construção de um conceito novo. Logo,

nota-se pouco espaço para que os alunos discutam e observem todos os detalhes a respeito da identificação das ideias que compõem uma função (...) o que acontece normalmente é que as noções iniciais de função são dadas de maneira muito rápida com o objetivo de criar as condições mínimas para a introdução da notação algébrica. Desta forma, as funções são vistas como um assunto limitado em si mesmo e não como uma ferramenta que pode ser utilizada para a solução das mais diversas situações do cotidiano. (PRÓPERO, 2013, p.21)

Sobre a construção do conceito de função, pesquisas como a de Oliveira (1997) e Moreira (2002) afirmam que o conhecimento conceitual deve ser construído das situações-problema, isto é, devem ser estabelecidas referências que relacionem conceitos à situação e vice-versa. Um conceito não aparece isoladamente numa situação-problema, ele faz parte do processo de formação de conceito.

As dificuldades que o estudante encontra em construir o conceito de função, despertam o interesse em buscar novas metodologias de ensino que, auxiliem a aprendizagem desse conteúdo, e ainda estabeleçam uma relação entre os conteúdos estudados em sala de aula e situações do cotidiano.

No caso dos futuros professores de Matemática, é importante repensar na forma como eles se relacionam com determinado conceito, pois isso causará reflexos na sua prática de sala de aula e conseqüentemente na relação dos estudantes com o conteúdo. Dessa forma, é preciso pensar sobre a formação do professor de Matemática. Segundo Canoas (2015),

o processo educativo-formador do professor de Matemática deve estar voltado para os seguintes aspectos interligados: ser concebido no contexto da pedagogia do professor, levando em consideração o mundo (entendimento da relação entre o todo e as partes); ser articulado e voltar-se para a organização dos conhecimentos (interdisciplina-realidade); considerar o conhecimento e reconhecimento dos problemas do mundo (crítica/autocrítica); e, ainda, fazer parte da vida social e humana (é necessário a reforma do pensamento). (CANOAS, 2015, p.13)

Muito se discute sobre novas metodologias de ensino para que sejam trabalhadas as funções polinomiais, mas pouco se fala sobre a abordagem do conceito de função. Souza (2014) afirma que “o professor precisa alterar esse quadro, modificando a sua proposta pedagógica, optando por práticas educativas que coloquem os estudantes como centro do processo educacional, buscando novas formas de desenvolver conceitos”. As pesquisas sobre funções tais como: Mileno (2015), Soares (2012), Rodrigues (2013), Xavier (2016) defendem o uso de novas metodologias de ensino que abordem as funções elementares no Ensino Médio. Essas pesquisas sugerem que as funções elementares sejam tratadas através do uso de um recurso tecnológico, como o Maxima ou o Geogebra.

Pesquisas como as de Souza (2014), Mileno (2015) se identificam com este trabalho no que diz respeito à necessidade de se intensificarem mais estudos sobre o conceito de função, e que as dificuldades dos estudantes causam reflexos no curso superior. Sendo assim, elas sugerem, complementando essas ideias, o uso de metodologias diferenciadas para o ensino de função.

A pesquisa de Própero (2013) propõe uma sequência de atividades simples, com a construção de uma caixa para “transformar” a função. Em sua pesquisa, ele destaca a importância da relação de dependência entre os elementos para que sejam identificadas as funções.

Já a pesquisa de Junior (2007) destaca o importância da retomada do conceito de função no ensino superior, especialmente na graduação em Matemática, esses dois trabalhos dão ênfase ao desenvolvimento do conceito de função e usam ideias simples, associadas à criatividade do professor ao elaborar questões para serem utilizadas em sala de aula.

Desta forma, percebe-se a importância que deve ser dada ao conceito de função ao longo da trajetória escolar do estudante. Pesquisas apontaram a necessidade de buscar novas metodologias de ensino que permitam ao estudante construir ou reconstruir a ideia que os mesmos possuem deste conceito. Para isso dá-se destaque ao uso da metodologia de ensino por meio da resolução de problemas. metodologia esta que tem o foco da edificação do conhecimento no estudante.

Diante das reflexões apresentadas ao longo deste capítulo, foi elaborada a sequência de atividades apresentada e discutida no capítulo seguinte.

2 Capítulo II - A pesquisa

Este capítulo tem por finalidade descrever, detalhadamente, toda parte prática do estudo em questão, tanto sobre seu planejamento, quanto sua aplicação. Para tanto, a pesquisa se desenvolveu em quatro etapas que se completam: a etapa I, em que foram planejados e aplicados os questionários de reconhecimento do pensamento sobre função e identificação dos sujeitos; a etapa II, que levantou os resultados obtidos na etapa I; a etapa III, na qual foram trabalhadas atividades sobre funções aprofundando o conhecimento dos participantes com base no que foi identificado na etapa II; e, ainda, o momento IV, quando os sujeitos foram perguntados novamente sobre suas impressões sobre funções.

Os resultados obtidos na etapa II serviram de ponto de partida para o planejamento da sequência de atividades para a etapa III.

Na Etapa III, houve a aplicação da sequência de atividades em três encontros e, logo após o término desta etapa, os estudantes se submeteram à etapa IV, em que responderam um outro questionário sobre o conceito de função, juntamente a um questionário de satisfação.

A pesquisa foi realizada entre os dias 09 e 23 do mês de agosto do ano de 2017. Neste período, foram realizados quatro encontros. O primeiro encontro no dia 09 de agosto, quando foi desenvolvida a Etapa I da pesquisa. A Etapa II ocorreu do dia 10 ao dia 15 do mesmo mês. A etapa III foi desenvolvida em três encontros nos dias 16, 18 e 23 de agosto; no dia 23 foi desenvolvida a Etapa IV da pesquisa.

Na tabela 5, estão organizados os dias em que cada uma das etapas da pesquisa aconteceram, bem como o tempo de execução.

Tabela 5 – Datas de cada Etapa da Pesquisa

ETAPA	DATA	TEMPO
I	09/08/2017	50 minutos
II	10 à 15/08/2017	10 horas
II	16/08/2017	70 minutos
	18/08/2017	90 minutos
	23/08/2017	50 minutos
IV	23/08/2017	45 minutos

Participaram da pesquisa 28 estudantes da turma LM171 do Curso de Licenciatura em Matemática do IFMG *campus* São João Evangelista - MG.

2.1 Etapa I

Nesta etapa da pesquisa, buscou-se traçar um perfil dos estudantes entrevistados e levantar as principais dificuldades que eles encontram ao lidar com o conceito de função.

Foi proposto aos estudantes que respondessem a dois questionários, um de identificação e outro sobre o que eles compreendiam sobre o conceito de função. O material utilizado nesta etapa foram 28 questionários previamente impressos.

2.1.1 O questionário de Identificação

O questionário de identificação foi elaborado com 7 questões, que visavam traçar o perfil dos estudantes, participantes da pesquisa de campo. As questões feitas aos estudantes versaram sobre a identificação deles abordando aspectos gerais, tais como: faixa etária dos estudantes, há quanto tempo concluíram o Ensino Médio, de qual rede de ensino os estudantes são egressos, quais os recursos didáticos eram utilizados em sala de aula no Ensino Médio.

Por último, os estudantes foram perguntados sobre como percebiam a importância da Matemática para o seu dia a dia e qual a visão que eles têm sobre a importância do conceito de função.

Na Tabela 6, estão descritas as questões do questionário de identificação, bem como seus respectivos objetivos.

Tabela 6 – Objetivos do Questionário de Identificação

QUESTÃO	EXPECTATIVA COMO A RESPOSTA
Idade:	Identificar se a turma em questão era uma turma homogênea ou heterogênea no que diz respeito à faixa etária. Com essa resposta, orientaria a linguagem usada na construção da sequência de atividades
Ano de conclusão do ensino médio:	Perceber se dentre os entrevistados algum havia passado um período grande entre o Ensino Médio e a entrada no Curso Superior.

<p>Em qual tipo de escola cursou o Ensino Médio:</p> <p><input type="checkbox"/> da rede Municipal</p> <p><input type="checkbox"/> da rede Estadual</p> <p><input type="checkbox"/> em Instituto Federal</p> <p><input type="checkbox"/> da rede Particular</p>	<p>Identificar de qual o tipo de instituição escolar que os estudantes são egresso, com isso traçar o perfil da turma em relação ao tipo de educação que teve acesso no Ensino Médio</p>
<p>A escola que você estudava utilizava livro didático?</p> <p><input type="checkbox"/> Sim. Qual?</p> <p><input type="checkbox"/> Não</p>	<p>Analisar se as escolas de onde os estudantes vieram utilizavam o livro didático. Se fosse possível identificar o livro didático adotado pelas escolas seria possível identificar qual o tipo de abordagem do conceito de função os estudantes tiveram durante o último ciclo da educação básica</p>
<p>Quais recursos didáticos eram utilizados em sala de aula no Ensino Médio?</p> <p><input type="checkbox"/> computador</p> <p><input type="checkbox"/> livro didático</p> <p><input type="checkbox"/> aula expositiva</p> <p><input type="checkbox"/> atividades em grupo</p> <p><input type="checkbox"/> resolução de exercícios</p> <p><input type="checkbox"/> material concreto</p> <p><input type="checkbox"/> outros recursos. Qual?</p>	<p>Levantar quais os recursos eram utilizados pelos professores do Ensino Médio. Além disso, pode-se também identificar as proximidades dos estudantes às ferramentas tecnológicas utilizadas para o ensino, o que seria fundamental para a construção da sequência de atividades proposta no momento II.</p>
<p>A matemática é importante para o seu dia a dia? Comente sua resposta.</p>	<p>Avaliar qual a percepção do estudante sobre a matemática, e como ele a identifica no seu dia a dia.</p>
<p>Qual a importância do conceito de função? Comente sua resposta</p>	<p>Avaliar como os estudantes reconhecem o conceito de função</p>

2.1.2 O questionário sobre o conceito de Função da Etapa I

O questionário sobre o conceito de função desta etapa foi elaborado com 12 questões, que visavam analisar a concepção dos estudantes sobre o conceito de função.

O objetivo da aplicação desse questionário, foi o de conseguir identificar aspectos gerais da defasagem dos estudantes com relação ao conceito estudado. Dentre as abordagens deste questionário, estava a identificação dos elementos principais de uma função, domínio, contra-domínio e lei de associação. Além disso, verificar se os estudantes reconhecem as diferentes representações de uma função e as variáveis que compõem a função. Este questionário ainda auxiliou na identificação das dificuldades enfrentadas

pelos sujeitos ao trabalharem com o conceito de função.

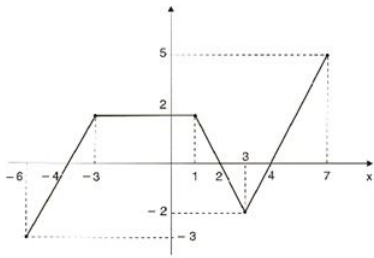
O questionário sobre o conceito de Função foi construído levando em consideração a experiência da pesquisadora em sala de aula no que diz respeito à abordagem do conceito de função. Na Tabela 7, são apresentados os objetivos de cada questão deste questionário.

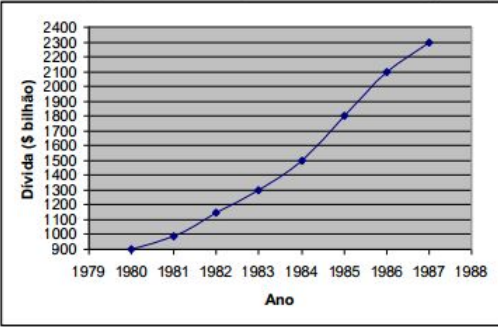
Tabela 7 – Objetivos do Questionário Sobre o Conceito de Função da Etapa I

	ENUNCIADO	EXPECTATIVA COMO A RESPOSTA
1	O que é função?	Avaliar se o estudante é capaz de descrever uma função e seus elementos. Essa questão dava oportunidade para o estudante descrever o que ele entendia por função.
2	Defina matematicamente função.	Saber se o estudante escreve a definição matemática de função. O estudante poderia descrever sua resposta usando a simbologia matemática ou até mesmo em palavras.
3	Escreva os seguintes conjuntos: O conjunto Domínio de uma função. O conjunto Contradomínio de uma função. O conjunto imagem de uma função.	Perceber se o estudante era capaz de definir cada um dos conjuntos que compõem a definição de uma função.
4	De qual (quais) maneira(s) você pode fazer a representação de uma função? () Representação Algébrica () Tabelas () Coordenadas Cartesianas () outras. Qual (is)?	Identificar quais os tipos de representação os estudantes reconhecem com representação para uma função.

5	<p>Identifique quais das tabelas abaixo representam ou não uma função de x para y.</p> <p>a)</p> <table border="1" data-bbox="319 392 430 660"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>16</td> </tr> </tbody> </table> <p><input type="checkbox"/> É uma função <input type="checkbox"/> Não uma função</p> <p>Por que você escolheu essa opção?</p> <p>b)</p> <table border="1" data-bbox="319 828 454 1097"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0,5</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td>-1,2</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td>-6</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>-3</td> </tr> </tbody> </table> <p><input type="checkbox"/> É uma função <input type="checkbox"/> Não uma função</p> <p>Por que você escolheu essa opção?</p> <p>c)</p> <table border="1" data-bbox="319 1276 438 1545"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>50</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>-9</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>30</td> </tr> </tbody> </table> <p><input type="checkbox"/> É uma função <input type="checkbox"/> Não uma função</p> <p>Por que você escolheu essa opção?</p>	x	y	0	0	1	1	2	4	3	9	4	16	x	y	0,5	-3	-1,2	-3	-6	-3	2	-3	9	-3	x	y	2	50	8	16	-9	20	2	25	7	30	<p>Analisar se o estudante era capaz de identificar uma função na sua representação por tabela .</p> <p>No item a) avaliar se os estudantes iriam considerar a correspondência unívoca apresentada pela tabela, ou se eles iriam considerar o fato de que era facilmente possível identificar uma expressão algébrica que a representasse.</p> <p>No item b) verificar o reconhecimento de uma função constante e no item c) identificar que um elemento do domínio estava representado duas vezes na tabela, e que em cada uma das vezes o elemento se relaciona com valores distintos.</p>
x	y																																					
0	0																																					
1	1																																					
2	4																																					
3	9																																					
4	16																																					
x	y																																					
0,5	-3																																					
-1,2	-3																																					
-6	-3																																					
2	-3																																					
9	-3																																					
x	y																																					
2	50																																					
8	16																																					
-9	20																																					
2	25																																					
7	30																																					

6	<p>Dadas as expressões algébricas abaixo, descreva as condições necessárias e suficientes para que elas representem uma função.</p> <p>a) $a = 3b - 4$</p> <p>b) $f = \begin{cases} u-500, & \text{se } u \leq 0, \\ u, & \text{se } u < 0. \end{cases}$</p> <p>c) $y = \pm\sqrt{x-5}$</p>	<p>Encontrar o “maior” subconjunto dos números reais, que pode ser estabelecido como domínio de uma função com lei de associação dada. Em cada um dos itens o entrevistado deveria perceber as peculiaridades de cada expressão que representa as funções. No item a) e b) espera-se que o estudante perceba que a variável b pode assumir qualquer valor real. Diferentemente do item a) e b) no item c) os estudantes deveriam identificar dois problemas. O primeiro problema que para x só poderia assumir valores maiores ou iguais a 5, e que para cada valor possível de x, y assumiria dois valores opostos. Assim, a expressão representação no item c) não poderia ser uma função.</p>
7	<p>Seja f uma relação de $A = \{-3, -2, 0, 1, 5\}$ em $B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 4\}$ definida por $f(x) = x - 1$. Marque com X a opção correta a respeito da relação f.</p> <p>() f não é uma função de A em B</p> <p>() A imagem de f é $\{-4, -3, -1, 0, 4\}$.</p> <p>() O contradomínio de f é $\{-3, -2, 0, 1, 5\}$.</p> <p>() O domínio de f é $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 4\}$.</p> <p>() A imagem de f é $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 4\}$.</p>	<p>Ser capaz de reconhecer o conjunto imagem da função dado seu domínio e seu contradomínio.</p>
8	<p>Seja f uma função definida por $f(x) = \frac{x+2}{x^2-3x+2}$, responda as seguintes questões:</p> <p>$f(3) =$</p> <p>$f(-4) =$</p> <p>$f(2) =$</p>	<p>Detectar que não seria possível calcular dois dos itens, com isso o objetivo é que o estudante identifique que estes elementos não podem fazer parte do domínio da função.</p>

9	<p>Considerando que o gráfico a seguir representa uma função, responda aos itens:</p>  <p>a) Qual a imagem da função? b) Qual o domínio da função?</p>	<p>Avaliar se os estudantes são capazes de identificar o domínio e imagem de uma função representada por um gráfico no plano cartesiano. Além disso, perceber como os estudantes identificam as variáveis contínuas.</p>																
10	<p>Para organizar os afazeres domésticos, uma dona de casa criou uma tabela em que estavam representados os dias da semana e as atividades que ela deveria desempenhar naquele dia.</p> <table border="1" data-bbox="327 936 678 1160"> <thead> <tr> <th>Dia da semana</th> <th>Atividades</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Segunda-feira</td> <td>Tirar o lixo de dentro de casa</td> </tr> <tr> <td>Terça-feira</td> <td>Lavar roupas</td> </tr> <tr> <td>Quarta-feira</td> <td>Limpar a geladeira</td> </tr> <tr> <td>Quinta-feira</td> <td>Tirar o lixo de dentro de casa</td> </tr> <tr> <td>Sexta-feira</td> <td>Passar roupas</td> </tr> <tr> <td>Sábado</td> <td>Ir ao supermercado</td> </tr> <tr> <td>Domingo</td> <td>-</td> </tr> </tbody> </table> <p>Considerando o conjunto formado pelos dias da semana, e o conjunto formado pelas ações associadas aos dias da semana, podemos afirmar que a situação dada representa uma função?</p> <p>() Sim () Não</p> <p>Justifique sua resposta:</p>	Dia da semana	Atividades	Segunda-feira	Tirar o lixo de dentro de casa	Terça-feira	Lavar roupas	Quarta-feira	Limpar a geladeira	Quinta-feira	Tirar o lixo de dentro de casa	Sexta-feira	Passar roupas	Sábado	Ir ao supermercado	Domingo	-	<p>Saber se o estudante era capaz de perceber a relação de dependência entre os conjuntos e se ele identificaria essa relação como sendo uma função ou não. Com esse tipo de questão estaremos analisando como os estudantes identificam os conjuntos e as relações entre eles quando estes não envolvem quantidade.</p>
Dia da semana	Atividades																	
Segunda-feira	Tirar o lixo de dentro de casa																	
Terça-feira	Lavar roupas																	
Quarta-feira	Limpar a geladeira																	
Quinta-feira	Tirar o lixo de dentro de casa																	
Sexta-feira	Passar roupas																	
Sábado	Ir ao supermercado																	
Domingo	-																	

11	<p>A dívida pública de um determinado país (em bilhões de dólares) para alguns anos encontra-se no gráfico abaixo:</p>  <p>A situação descrita no gráfico representa uma função? <input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não Justifique sua resposta: Quais as variáveis envolvidas na situação acima?</p>	<p>Trabalhar com uma situação de relação entre duas variáveis através de um gráfico. Além disso, era objetivo da questão analisar se os estudantes poderia identificar as variáveis envolvidas no problema.</p>
12	<p>Qual é, em sua opinião, a maior dificuldade com relação ao conceito de função?</p>	<p>Fazer o estudante expressar as dificuldades que encontrou para desenvolver o estudo sobre funções.</p>

2.1.3 Procedimento da Etapa I

Inicialmente a pesquisadora foi apresentada aos estudantes pela professora da disciplina Fundamentos Elementares de Matemática II. A professora junto à pesquisadora chamou a atenção dos estudantes para a relevância das pesquisas na área de educação e para a importância da participação dos estudantes nesse tipo de pesquisa.

Em seguida, a própria pesquisadora distribuiu os questionários de identificação entre os estudantes e orientou que estes questionários deveriam ser respondidos individualmente. A aplicação do questionário de identificação teve duração média de 20 minutos.

Logo após a aplicação do questionário de identificação, os estudantes foram submetidos ao questionário sobre o conceito de função.

Os questionários sobre o conceito de função foram entregues aos participantes e mais uma vez os estudantes foram informados que, assim como o questionário anterior, as respostas deveriam ser dadas individualmente.

Os estudantes também foram orientados a escrever NÃO SEI nas questões que não fossem capazes de responder. A aplicação do questionário sobre o conceito de função teve duração média de 50 minutos.

2.2 Etapa II

Esta etapa da pesquisa foi destinada à análise dos questionários aplicados na etapa anterior e construção da sequência de atividades aplicada na etapa III.

Os dados levantados nesta etapa serviram de subsídio para o planejamento e construção da sequência de atividades para a etapa III.

2.2.1 *Resultados da análise das Questionários de Identificação*

O questionário de identificação teve como objetivo traçar um perfil dos estudantes que participaram das atividades propostas. Sendo assim, passa-se a apresentação dos resultados obtidos.

A turma possui uma média de 23 anos de idade, a maior parte dos estudantes concluiu o Ensino Médio nos últimos cinco anos.

A totalidade da turma é oriunda de escolas públicas, sendo 17 estudantes egressos de escolas estaduais, dois estudantes de escolas municipais, e seis estudantes ex-estudantes do próprio Instituto Federal, local da pesquisa de campo.

Ao serem questionados sobre o uso do livro didático durante o Ensino Médio, 26 dos 28 estudantes informaram que a escola onde estudavam utilizaram livro didático em sala de aula. Porém poucos estudantes lembraram qual livro era adotado pela escola. Ainda sobre o livro didático 4 estudantes identificaram apenas os autores, sendo que os mencionados foram Dante e Iezzi.

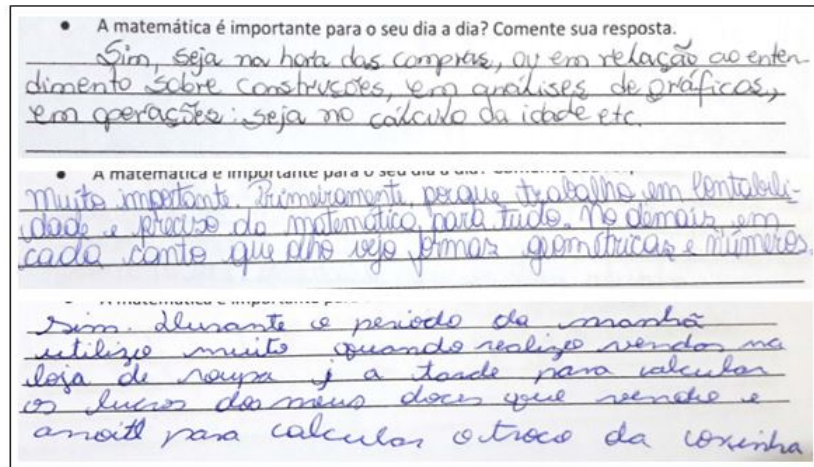
Dos estudantes entrevistados, 26 indicaram que as aulas de Matemática, enquanto estavam no Ensino Médio, eram baseadas no livro didático com atividades em grupos e resolução de exercícios.

Uma característica importante, que foi observada por cinco dos estudantes, indicou o pouco uso de computadores como recurso didático. Acredita-se que isso se deve ao fato de que na região de São João Evangelista as escolas não possuem laboratório de informática equipados e aptos para a utilização dos estudantes, e são poucas as escolas que oferecem computadores e datashow em sala de aula. É sabido que na região apenas o Instituto Federal oferece tal estrutura para professores e estudantes.

Ao serem questionados sobre a importância da matemática no seu dia-a-dia 20 entrevistados responderam que a Matemática é muito importante, e que está presente em várias atividades do cotidiano. Em algumas respostas, como nos exemplos da Figura 2, os estudantes listaram algumas atividades da sua rotina nas quais identificam o uso da matemática.

Ainda no primeiro questionário, os estudantes foram indagados sobre a importância do conceito de função, e o que chama a atenção é o fato de 11 dos 28 estudantes terem deixado a questão em branco ou responderem que não sabiam. Alguns estudantes

Figura 2 – Resposta 1



Fonte: Resposta obtida nas atividades

demonstraram estar constrangidos ao responderem as questões propostas que não sabiam. Tal fato pode estar relacionado ao receio de que a professora que ministrou a disciplina de Fundamentos Elementares da Matemática I tivesse acesso aos resultados dos questionários do momento I.

2.2.2 Resultado da análise dos Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa I

A seguir, cada questão do segundo questionário do Momento I será analisada separadamente.

Questão 1

Considerando corretas as respostas que estabeleciam uma relação unívoca entre dois conjuntos, as demais respostas foram consideradas erradas. O gráfico da Figura 3 mostra o desempenho dos estudantes na questão.

Dentre as respostas erradas, dois entrevistados disseram que função é um dos conteúdos mais importantes da Matemática, um estudante respondeu que uma função é $f(x) = ax + b$, dois estudantes disseram que é uma relação que ajuda a construir e entender gráficos. Para um dos estudantes, uma função é “uma espécie de equação”. Para nove entrevistados, função é uma relação entre dois conjuntos ou grandezas.

Além dessas respostas, um dos estudantes respondeu que “função pode ser entendida como uma máquina de transformar números, onde colocamos um número e, seguindo uma fórmula, o transformamos em outro”.

Figura 3 – Resultado da questão 1 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa I

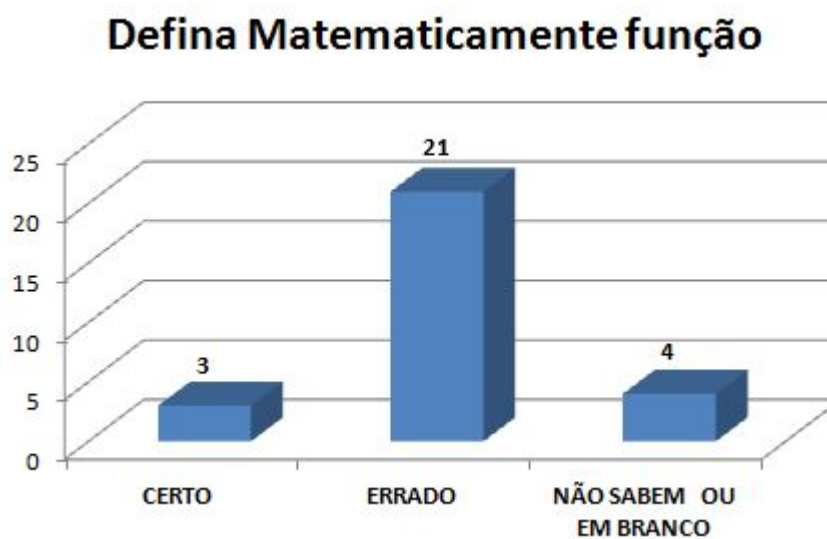


Fonte: Elaborado pela autora

Questão 2

Apenas três dos estudantes foram capazes de formalizar o conceito de função através da escrita, porém nenhum deles utilizou linguagem matemática para a definição elaborada. O resultados da questão estão apresentados na Figura 4.

Figura 4 – Resultado da questão 2 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa I

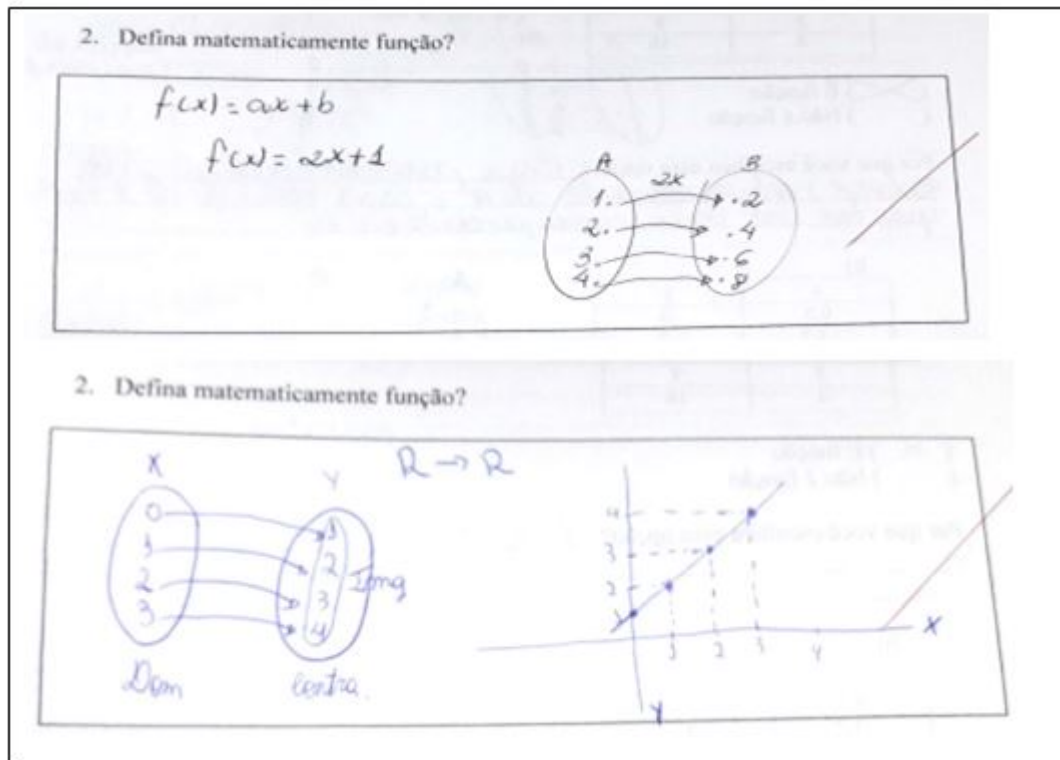


Fonte: Elaborado pela autora

Dentre as respostas consideradas erradas, os estudantes utilizaram representa-

ções de uma função para tentar responder a questão (Figura 5), algumas vezes algébricas, por diagrama ou até mesmo por gráficos no plano cartesiano.

Figura 5 – Resposta dos alunos para a Questão 2 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa I



Fonte: Resposta obtida nas atividades

As respostas obtidas nas questões 1 e 2 reafirmam a ideia de Oliveira (1997), que afirma as situações propostas em sala de aula não permitem aos estudantes formular o conceito de função. Eles estudam alguns exemplos particulares, como função afim, linear, que mascaram a generalidade do conceito. Ainda segundo Oliveira (1997), em geral, os estudantes confundem atributos do conceito como os exemplos de função; para eles, o domínio e o contradomínio se restringem a conjuntos numéricos

Questão 3

A terceira questão tinha como objetivo identificar cada um dos três conjuntos que fazem parte da definição de função, domínio, contradomínio e imagem.

Durante o momento que os estudantes responderam a essa questão, surgiram várias dúvidas quanto à interpretação da questão. Os estudantes foram orientados que deveriam responder a essa questão baseado no que haviam respondido na questão anterior.

Sobre o conjunto domínio, apareceram respostas como:

“é o conjunto do x ”, “é o conjunto de todo número do primeiro conjunto”

É importante ressaltar que, dos 14 estudantes que representaram por diagrama uma função na questão anterior, 12 souberam identificar o domínio da função apresentada.

Para identificar o conjunto contradomínio, os estudantes tiveram mais dificuldades, mas novamente os estudantes que fizeram a representação por diagramas na questão anterior se saíram bem.

Alguns estudantes identificaram o conjunto analisado como sendo “os possíveis valores que y pode assumir”, ou como “o segundo conjunto”, ou ainda como “os valores em que x pode se transformar”.

Os resultados apresentados sobre o conjunto Imagem são semelhantes aos resultados observados nos itens anteriores no que diz respeito aos estudantes que usaram a representação por diagrama.

Chama a atenção o fato de apenas um dos estudantes que fez a representação por diagrama ter confundido o que deveria ser o conjunto imagem com o conjunto contradomínio.

Observou-se novamente que 12 dos 14 estudantes que haviam feito uma representação por diagrama na questão 2 identificaram corretamente os conjuntos solicitados.

Para Chaves e Carvalho (2004), o conceito de função e as ideias de variável, domínio, imagem e contradomínio têm sido apontado por diversos pesquisadores como de difícil assimilação tanto para alunos de EM como para alunos universitários.

Questão 4

Nesta questão os estudantes poderiam optar por mais de uma resposta, diante disso obteve-se o seguinte resultado apresentado na Figura 6:

Cinco estudantes sugeriram outras opções de representação de função, sendo elas: gráficos, Geogebra, Winplot e diagramas.

Em um dos questionários, a pessoa escreveu que não sabia o que significava representação algébrica.

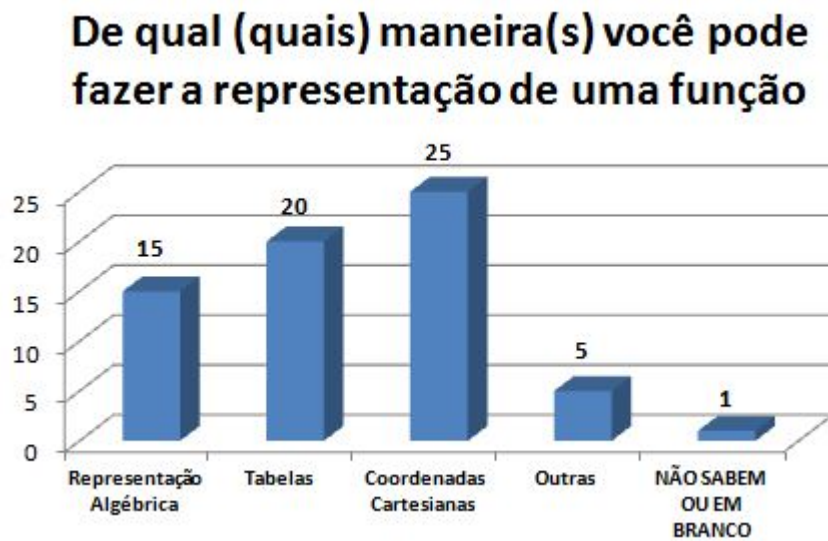
Dentre os 28 participantes, 6 optaram por 1 das representações sugeridas; 7 optaram por 2 das representações sugeridas; 12 optaram por 3 das representações sugeridas; e apenas 2 optaram pelas 3 representações sugeridas e ainda sugeriram outras representações.

Questão 5

O objetivo da questão 5 era observar se os estudantes eram capazes de identificar se uma tabela representa ou não uma função, justificando sua escolha.

Quatro estudantes não foram capazes de responder a essa questão, deixando a atividade em branco ou respondendo que não sabiam identificar. Dois estudantes acerta-

Figura 6 – Resultado da questão 4 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa I



Fonte: Elaborado pela autora

ram apenas 1 dos itens e três estudantes responderam corretamente as 3 alternativas. O restante dos estudantes acertou 2 das 3 letras do atividade proposta.

Figura 7 – Respostas para questão 5a) - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa I

5. Identifique quais das tabelas abaixo representam ou não uma função de x para y .

Obs.: Uma função: Não pode sobrar ninguém no domínio e cada elemento do domínio pode ter uma única imagem em B.

a)

x	y
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16

É função
 Não é função

Por que você escolheu essa opção? *Porque parte ser função não pode sobrar nenhum elemento em A e cada elemento de A tem que ter um único correspondente em B.*

É função
 Não é função

Por que você escolheu essa opção? *É uma função*
 $f(y) = x^2$

É função
 Não é função

Por que você escolheu essa opção? *Porque é uma função que pode ser representada na forma: $y = x$*

Fonte: Resposta obtida nas atividades

Analisando separadamente cada um dos itens da questão, é possível identificar que todos os estudantes que responderam ao questionário assinalaram corretamente que a opção a) representava uma função. Porém o que chama a atenção nesse item são as justificativas dadas, pois oito estudantes disseram que era uma função pelo fato de terem conseguido identificar uma expressão algébrica para a função.

Já o item b) dessa questão foi o item que apresentou maior número de erros: dezessete estudantes optaram pela alternativa que afirmava que a tabela não representa uma função. O fato chama a atenção, pois mostra que os estudantes associam o conceito de função à necessidade de variação, e poucos estudantes foram capazes de identificar que se tratava de uma função constante. Na Figura 8, tem-se um exemplo.

Figura 8 – Resposta para questão 5b) - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa I

b)

x	y
0,5	-3
-1,2	-3
-6	-3
2	-3
9	-3

() É função
 (X) Não é função
 Por que você escolheu essa opção? *Por que a "y" não tem uma variação "padrão"*

Fonte: Resposta obtida nas atividades

E mais uma vez o item c) mostrou que os estudantes associam função apenas a uma expressão algébrica, pois vários indicaram que ela não seria uma função, pois não conseguiram identificar uma lei de formação que associasse. Nessa questão, vinte estudantes disseram que a tabela não representa uma função, mas apenas três estudantes justificaram corretamente o motivo de não ser.

Ao responderem essa questão, parte dos entrevistados disseram que, para que uma tabela seja uma função, deve haver uma lei de formação explícita entre os elementos.

Segundo Chaves e Carvalho (2004), é natural que os alunos não possuam as noções de variável nem de dependência básicas para a construção do conceito de função, fazendo com que o estudante associe uma função a uma expressão algébrica

Questão 6

O objetivo dessa questão era que o estudante registrasse a definição de cada uma das funções, identificando o domínio e o contradomínio de cada uma das funções.

Dezessete estudantes deixaram em branco ou escreveram que não eram capazes de fazer a questão. Dos 11 que se dispuseram a tentar fazer, nove não obtiveram sucesso

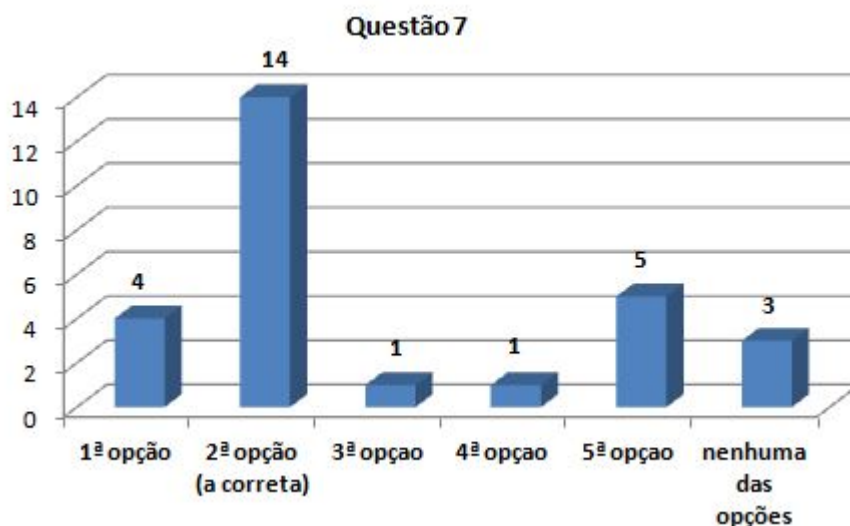
e 2 acertaram apenas a letra a).

Essa questão é uma questão que normalmente aparece nos livros didáticos pedindo apenas que o estudante determine o domínio da função. Optou-se por não colocar esse tipo de enunciado, por saber que uma função é definida por seu domínio e seu contradomínio, não é a expressão que representa a função que os define.

Questão 7

Com essa questão, esperava-se que o estudante identificasse o conjunto imagem de uma função utilizando a lei de formação. A Figura 9 apresenta o gráfico com os resultados desta questão.

Figura 9 – Resultado da Questão 7 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa I



Fonte: Elaborado pela autora

A primeira opção afirmava que a situação não representa uma função, a 2ª opção era a correta e mostrava a imagem da função definida no enunciado. A terceira opção mostrava o domínio com o contradomínio da função e a quarta opção mostrava o contradomínio como o domínio da função. A última alternativa sugere aos estudantes uma inversão do contradomínio com imagem.

Os resultados nos mostram que os estudantes tiveram facilidade em identificar o conjunto imagem na questão dada, pois 14 assinalaram a opção correta.

Questão 8

No enunciado dessa questão não está explícito o domínio da função. Esperava-se que os estudantes percebessem que nos itens b) e c) os valores atribuídos à variável independente não fazem parte do domínio. Porém apenas 6 estudantes perceberam isso

no item b) e somente 2, no item c).

Alguns estudantes calcularam e atribuíram valores para $f(-4)$ e $f(2)$.

Sete estudantes não souberam fazer a questão.

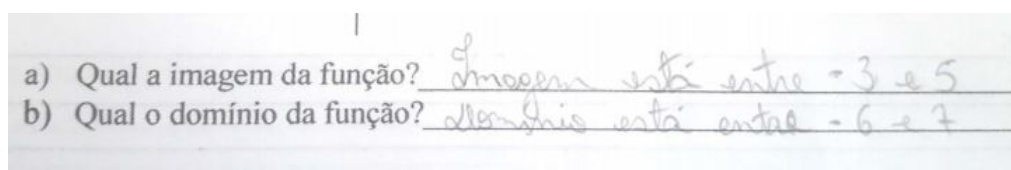
Questão 9

Com essa questão procurou-se observar como o estudante se relaciona com a função representada por meio de um gráfico no plano cartesiano. A partir da análise do gráfico, o estudante deveria destacar o domínio de uma função contínua.

Novamente alguns entrevistados deixaram a questão em branco ou responderam que não sabiam, totalizando 8 estudantes.

Apenas 4 estudantes foram capazes de identificar o domínio e a imagem corretamente. Uma resposta (Figura 10) destacou-se, pois o estudante não utilizou linguagem de conjunto, ele descreveu cada um dos conjuntos solicitados.

Figura 10 – Resposta para a Questão 9 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa I



Fonte: Resposta obtida nas atividades

Questão 10

Com a questão de número dez, buscou-se avaliar se os estudantes seriam capazes de reconhecer uma função em uma tabela que não utiliza valores numéricos.

Quatro questionários não foram respondidos. Em doze questionários, os estudantes disseram que a situação apresentada na tabela era uma função. A outra metade dos estudantes que responderam à questão assinalou que a tabela não representa uma função.

Dentre os doze estudantes que assinalaram que a tabela não representa uma função, três justificaram que o fato de uma mesma atividade ser executada em dois dias da semana faz com que a tabela não seja uma função

Questão 11

Novamente 2 estudantes deixaram em branco a questão.

Na questão 11, gostaríamos de analisar se o estudante era capaz de identificar uma função através de um gráfico, além de identificar as variáveis envolvidas na situação apresentada. A respeito do primeiro item da questão, quatro estudantes disseram que

a situação não representa uma função. Os outros vinte e dois estudantes acertaram ao assinalarem que o gráfico representa uma função, porém 10 não souberam justificar sua escolha, e cinco deram uma justificativa que não condiz com sua escolha.

No segundo item, sete estudantes disseram não saber identificar as variáveis. Dos demais entrevistados, 16 não apresentaram dificuldades com relação à identificação do ano e da dívida com variáveis da função representada no gráfico. Um estudante listou apenas os anos que apareceram no gráfico, outro estudante listou apenas os valores da dívida, e apenas 1 estudante errou a identificação.

Questão 12

Nesta questão, os estudantes tiveram a oportunidade de expressar suas opiniões sobre o motivo que eles consideram o maior problema na aprendizagem de função.

Sete estudantes não manifestaram resposta. E as outras respostas giraram em torno da dificuldade dos estudantes expressarem algebricamente uma função. Alguns estudantes ainda disseram que acabam decorando formas de resolver os exercícios, mas não compreendem o significado das funções.

2.2.3 A construção da Sequência de atividades

Após a análise das respostas obtidas no questionário de função, o segundo momento da pesquisa foi a construção e aplicação da sequência de atividades com o objetivo de contribuir para construir ou reconstruir o conceito de função para os participantes.

Neste sentido, a sequência foi planejada de forma que contemplasse as dificuldades apresentadas pelos alunos no questionário sobre função, buscando ampliar o conceito de função e a competência dos participantes com relação ao conteúdo.

A sequência de atividades foi elaborada com 15 atividades que abordaram o conceito de função e seus principais elementos (domínio, contradomínio e lei de associação), além de explorar as representações de uma função.

O objetivo da aplicação dessa sequência foi o de aprofundamento no conceito de função. Por isso, a sequência foi construída a partir dos dados obtidos na Etapa I.

Na Tabela 8 são abordados os objetivos de cada uma das atividades propostas.

Tabela 8 – Objetivos da Sequência de Atividades

	ENUNCIADO	EXPECTATIVA
--	-----------	-------------

1	<p>Observe as frases abaixo:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Atualmente, as mulheres ocupam grande parte do mercado de trabalho. As mulheres não vivem mais em função de seus maridos. • As pessoas buscam diariamente encontrar o caminho para a felicidade. Elas agem em função de seus objetivos. • A cobrança de impostos sobre um serviço deve estar em função da sua essencialidade, assim cada serviço terá uma taxa específica. <p>Discuta com seus colegas sobre o significado do termo em função nas frases acima. Escreva no quadro abaixo o significado que foi atribuído ao termo em função.</p>	<p>Discutir sobre o termo em função. Esperava-se que eles observassem a relação de dependência entre os sujeitos das frases, e assim construir a ideia de que uma função é uma relação de dependência.</p>
2	<p>Agora, cada aluno deve fazer o que se pede separadamente:</p> <p>Pense em um número. Em seguida multiplique por três e ao resultado subtraia 4 unidades.</p> <p>Registre o valor encontrado.</p> <p>Aluno 1:— Aluno 2:—</p> <p>Repita o processo novamente, cada aluno usando números diferentes.</p> <p>Aluno 1:— Aluno 2:—</p> <p>É provável que cada estudante tenha obtido um resultado diferente. Sendo assim o que foi determinante para cada resultado?</p>	<p>Levar o participante a refletir sobre os elementos que influenciam na resposta obtida por cada um. O objetivo da questão é que o estudante perceba que, para cada valor prévio escolhido o levaria a uma resposta diferente, ou seja, cada valor “pensado” pelo estudante estaria associado a uma resposta correspondente.</p>

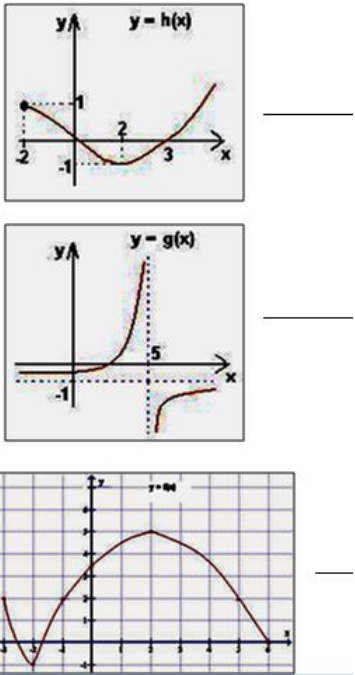
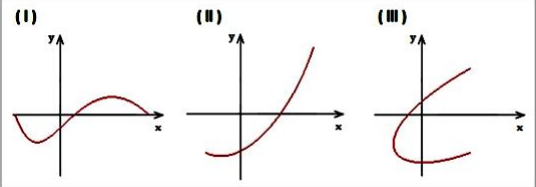
3	<p>O dono de um posto de gasolina, com o objetivo de aumentar as vendas, resolveu criar um sistema de fidelidade do cliente. A cada abastecimento o cliente ganharia cupons que mais tarde poderiam ser trocados por brindes no próprio posto. Os cupons eram distribuídos da seguinte maneira:</p> <p>Até 10 litros de combustível o cliente ganha 1 cupom. Acima de 10 até 20 litros de combustível o cliente ganha 2 cupons. Acima de 20 litros até 40 litros de combustível o cliente ganha 3 cupons. Acima de 40 litros de combustível o cliente ganha 4 cupons.</p> <p>Um cliente deste posto deseja adquirir um acessório para o seu carro com cupons adquiridos na promoção. Ele sabia que para conseguir o acessório desejado ele irá precisar, no mínimo, de 50 cupons.</p> <p>Analisando a situação acima o que é necessário ao cliente para que ele consiga o acessório?</p>	<p>Trabalhar com o estudante a identificação das variáveis envolvidas no problema, além de destacar a relação de dependência entre elas</p>
4	<p>Um grupo de estudantes de meteorologia pesquisou as variações de temperatura em certa cidade. Após longa coleta de dados, o grupo concluiu que a temperatura podia ser calculada por meio da fórmula matemática $T = -\frac{1}{6}t^2 + 4t + 10$, na qual T representa a temperatura, e t representa a hora do dia. É fato que a expressão algébrica encontrada pelos estudantes possui duas variáveis e descreve uma relação de dependência entre elas. Analisando o contexto da atividade e a expressão algébrica:</p> <p>a) Quais as variáveis podemos destacar? b) Qual a variável independente? c) Qual a variável dependente?</p>	<p>Identificar as variáveis do problema e definir qual delas dependia da outra. Com esse tipo de questão espera-se levar o estudante a pensar qual variável está em função da outra, estabelecendo novamente a ideia de dependência entre as duas grandezas.</p>

5	<p>Usando as variáveis destacadas em cada sentença, escreva uma expressão algébrica que as relacione.</p> <p>a) Escreva a área (S) de um quadrado em função do seu lado l metros.</p> <p>b) Escreva a área (A) de um quadrado em função do seu lado cuja medida é 5 unidades maior que o quadrado anterior.</p> <p>c) Rogério tinha 3 anos quando Juliana nasceu. Escreva a idade de Juliana (j) em função da idade de Rogério (r).</p> <p>d) O litro (l) de gasolina é comprado a R\$ 2,15. Escreva o preço (P) a pagar em função da quantidade de litros comprados.</p> <p>e) Um retângulo tem comprimento c, largura b e perímetro 20. Determine a fórmula que dá o valor de c em função de b.</p>	<p>Fortalecer a ideia de função como relação de dependência entre duas variáveis e desenvolver no aluno habilidades em transformar uma situação do cotidiano em uma fórmula/modelo. A abordagem desse tipo de questão na sequência de atividades foi necessário tendo visto que os estudantes associam uma função a uma expressão algébrica, dessa forma seria possível começar uma discussão sobre para quais valores de cada variável a expressão se tornaria uma função.</p>
---	---	---

6	<p>Um ônibus de 35 lugares transporta diariamente turistas para um passeio. Se todos os lugares estão ocupados, o preço de cada passagem é R\$ 6,00. Caso contrário, para cada lugar vago será acrescida a importância de R\$ 1,00 ao preço de cada passagem. Assim, o faturamento da empresa de ônibus, em cada viagem, pode ser representado por uma expressão algébrica. Sendo x o número de lugares vagos no ônibus, e f o faturamento da empresa por viagem.</p> <p>a) Qual a expressão algébrica representa o faturamento da empresa em uma viagem?</p> <p>b) Para que valores reais de x a expressão algébrica encontrada pode ser calculada?</p> <p>c) Considerando o contexto do problema, quais os valores podem ser atribuídos a variável x?</p> <p>d) Considerando a condição do item c), existem restrições para o valor da variável f?</p>	<p>Determinar o domínio das funções apresentada no problema. No item a) foi pedido que o estudante representasse por meio de uma expressão algébrica a função apresentada. O objetivo deste item é desenvolver estratégias para que o aluno construa um modelo para a função. No item b) o objetivo da questão é que o alunos percebam que uma expressão algébrica pode ser definida para qualquer valor numérico, diferentemente do item c) onde a expressão ao ser contextualizada passa a representar uma função, e dessa forma a variável independente não assume qualquer valor. É também objetivo desta atividade destacar que a variável do problema assume apenas valores discretos.</p>
---	---	--

7	<p>A tabela a seguir mostra a distância em km percorrido por um carro e o tempo em horas que ele gastou para percorrer tal distância.</p> <table border="1" data-bbox="320 389 715 613"> <thead> <tr> <th>Distância (km)</th> <th>Tempo (h)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>30</td> <td>0,5</td> </tr> <tr> <td>60</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>90</td> <td>1,5</td> </tr> <tr> <td>120</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> <p>Analisando a tabela responda o que se pede:</p> <p>a) É possível observar uma regularidade na tabela apresentada?</p> <p>b) Usando D para representar a distância e t para representar o tempo, qual a expressão matemática capaz de descrever a situação da tabela?</p> <p>c) Para que valores reais de t a expressão algébrica encontrada pode ser calculada?</p> <p>d) Considerando o contexto do problema, em que domínio faz sentido definir a função D ?</p>	Distância (km)	Tempo (h)	30	0,5	60	1	90	1,5	120	2	<p>Reforçar os objetivos da atividade seis. Porém diferentemente da questão anterior, a variável dependente é contínua.</p>
Distância (km)	Tempo (h)											
30	0,5											
60	1											
90	1,5											
120	2											
8	<p>Observe as funções seguintes:</p> <p>$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \parallel f(x) = x^2$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \parallel g(x) = x^2$</p> <p>As funções f e g representam a mesma função?</p>	<p>Fazer com que o estudante perceba que funções que são representadas pela mesma expressão podem ser funções distintas. Para que isso aconteça elas devem apresentar um de seus elementos da definição (domínio, contradomínio) diferentes uma da outra.</p>										
9	<p>Em cada item abaixo, defina pelo menos duas funções diferentes, na forma $y = f(x)$, cujas leis de formação sejam definidas pelas expressões algébricas dadas.</p> <p>a) $f(x) = \frac{5-x}{x^2-4}$</p> <p>b) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$</p>	<p>Conduzir o estudante por uma análise das operações envolvidas na expressão para que, em cada caso, sejam delimitadas as restrições do domínio. Em seguida, o participante deve expressar duas funções distintas alterando apenas os seu domínio e seu contradomínio.</p>										

10	Diante de tudo que falamos até agora, escreva usando linguagem matemática a definição de função.	Proporcionar aos estudantes transformar suas impressões sobre o conceito de função em uma representação simbólica, até que seja formalizada a definição $f : A \rightarrow B \iff \forall x \in A, \exists y \in B / (x, y) \in f$																		
11	Tendo o conhecimento de uma plano cartesiano, retorne na atividade 8 e construa o gráfico de cada uma da funções propostas na atividade. Qual diferença podemos observar no gráfico dessas funções?	Construção de gráficos a partir de uma lei de formação algébrica. Essa atividade tem também como objetivo provocar entre os estudantes a discussão a respeito do tipo de domínio de cada uma das funções, considerando que ambas possuem a mesma lei de formação.																		
12	<p>A tabela a seguir representa a quantidade de alunos que um professor de violão teve durante o ano de 2016.</p> <table border="1" data-bbox="320 1115 722 1514"> <thead> <tr> <th>Mês</th> <th>nº de alunos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>JANEIRO</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>MARÇO</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>ABRIL</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>JUNHO</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>JULHO</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>SETEMBRO</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>NOVEMBRO</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>DEZEMBRO</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> <p>Existe uma função representada na tabela. Defina qual é essa função. É possível representar graficamente essa tabela? Qual a melhor representação gráfica para a função acima? Esboce a representação gráfica da tabela dada.</p>	Mês	nº de alunos	JANEIRO	3	MARÇO	2	ABRIL	6	JUNHO	1	JULHO	3	SETEMBRO	2	NOVEMBRO	6	DEZEMBRO	2	Essa atividade foi elaborada para mostrar aos estudantes que um gráfico não precisa necessariamente ser uma curva no plano cartesiano para se tratar de uma função. Mais uma vez outro objetivo era fazer com que o participante transformasse a representação em tabela em um gráfico.
Mês	nº de alunos																			
JANEIRO	3																			
MARÇO	2																			
ABRIL	6																			
JUNHO	1																			
JULHO	3																			
SETEMBRO	2																			
NOVEMBRO	6																			
DEZEMBRO	2																			

13	<p>Em cada um dos itens abaixo analise a expressão algébrica dada e defina uma função $f:D\rightarrow\mathbb{R}$, com a lei de formação representada pela expressão. Construa o esboço do gráfico da função definida.</p> <p>a) $f(x) = x^3 + x^2$</p> <p>b) $f(x) = \frac{1}{x-2}$</p> <p>c) $f = \begin{cases} x^2 - 11x + 30 & \text{se } x > 5, \\ x-4 & , \text{ se } x < 0 \end{cases}$</p>	<p>Acredita-se que para construir esses gráficos os alunos recorram a construção de tabelas. Diante disso, o objetivo é mostrar que a escolha de valores aleatórios para a tabela pode não ajudar na construção dos gráficos, é importante analisar o tipo de expressão algébrica e o domínio de cada um deles.</p>
14	<p>Defina cada uma das funções representadas nos gráficos abaixo:</p> 	<p>Definir cada uma das funções, identificando o domínio e um contradomínio para cada uma das representações gráficas.</p>
15	<p>Na imagem abaixo temos a representação gráfica de três curvas.</p>  <p>a) Analisando as curvas dadas, qual(is) delas não pode(m) representar uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.</p> <p>b) Qual a condição de uma função que é contrariada pela(s) curva(s) escolhida(s)?</p>	<p>O objetivo da última questão era chamar a atenção dos estudantes para as curvas desenhadas no plano cartesiano. É comum aos estudantes chamar todas as construções no plano cartesiano de função. Nessa questão, é importante observar se a curva representa uma relação unívoca entre as coordenadas.</p>

As atividades de 1 a 5 levaram os participantes a refletir sobre o significado da

palavra função e sobre a ideia de variáveis em um contexto geral.

O objetivo das atividades de 6 até 10 foi a compreensão de que uma função é uma relação que associa elementos de dois conjuntos de forma unívoca e não simplesmente uma expressão algébrica, ressaltando que a ideia matemática de que uma função é composta por três elementos indispensáveis: domínio, contradomínio e lei de associação.

As últimas atividades conduzem o estudante a uma reflexão a respeito das representações de função: algébricas (fórmulas), numéricas (tabelas) e gráficas (gráficos).

2.3 Etapa III

A sequência de atividades foi desenvolvida em três encontros que aconteceram nos dias 16, 18 e 23 de agosto do ano de 2017. A seguir está descrito o procedimento e as observações feitas pela pesquisa durante a etapa.

2.3.1 *Primeiro Encontro*

No primeiro encontro, estavam presentes 24 estudantes. Eles foram apresentados aos objetivos da sequência de atividades que foi entregue a cada um para a aplicação da sequência de atividades. Os estudantes foram orientados a desenvolver as questões de 1 à 5 em duplas.

Durante todo o tempo, os alunos participaram das atividades e estiveram atentos às discussões. Neste encontro, os estudantes tiveram a oportunidade de discutir com os colegas sobre o significado da palavra função e sobre a noção de variáveis em um contexto geral.

Foram destinados aproximadamente trinta minutos para que eles pudessem discutir as questões. Nesse intervalo de tempo, os estudantes tiveram a oportunidade de discutir com os colegas sobre o significado da palavra função e sobre a noção de variáveis em um contexto geral.

Passados os trinta minutos, foi sugerida uma discussão em grupo com a finalidade de identificar respostas corretas e corrigir possíveis equívocos

Na primeira questão, que buscava atribuir significado ao termo em função de, de maneira geral, por toda a turma foi comum encontrar respostas que falavam de dependência. Esse tipo de resposta era esperado.

Para discutir o desenvolvimento da segunda questão, foram escolhidas de maneira aleatória duas duplas na sala para que refizessem a atividade em voz alta e apresentassem os resultados obtidos.

Vários alunos criaram uma representação algébrica utilizando x , y ou $f(x)$ para desenvolver a questão. Isso nos mostra o quanto é forte a associação do conceito de função à sua simbologia

Após o debate sobre as questões acima, os alunos entenderam que no caso apresentado, era possível obter infinitas respostas, e que para cada escolha que eles fizessem iriam encontrar um resultado diferente, ou seja, a resposta dependia da escolha feita inicialmente.

Na terceira questão, os estudantes identificaram as variáveis e a relação de dependência entre elas. Os estudantes identificaram que para conseguir o acessório desejado, o consumidor deveria comprar gasolina para ganhar cupons, e com os cupons seria possível adquirir o acessório. Surpreendentemente, alguns alunos indagaram que situação apresentada na atividade poderia representar uma função composta, já que o acessório estava em função do número de cupons e o número de cupons dependia da quantidade abastecida, assim poderiam dizer que existe uma função composta em que o acessório dependia da quantidade abastecida.

Diferentemente da questão anterior, nesta poucos estudantes se preocuparam com a representação algébrica. Um deles chegou a mencionar que a situação não poderia representar uma função pois não tinha uma lei de formação algébrica.

Ao serem questionados sobre a dificuldade de resolver a quarta questão, a turma inteira alegou que a questão não apresentava grau algum de dificuldades, porém ao comentar a resposta desejada, muitos alunos não concordaram. Isso fez com que a pesquisadora sugerisse mais dois exemplos de relação aos alunos para que eles pudessem identificar as variáveis dependentes e independentes.

Foi abordada uma situação de queda livre, considerando o tempo e a velocidade, e em seguida uma situação da compra de um produto por unidade. Diante dos exemplos propostos, os participantes foram orientados a sempre que tiverem esse tipo de dúvida, que criem indagações do tipo: O tempo depende da velocidade ou a velocidade depende do tempo? O valor pago pela compra depende da quantidade comprada ou a quantidade comprada depende do valor pago? Dessa forma, os próprios estudantes conduziram a correção da questão.

A questão cinco mostrou que os estudantes apresentam dificuldades em transitar entre a linguagem escrita e a linguagem algébrica. Muitos tiveram dificuldades no que diz respeito à representação da diferença, e a representação de uma potência.

Exemplo disso foi no item b) que pedia para que o estudante escrevesse a área (A) de um quadrado em função do seu lado cuja medida é 5 unidades maior que o quadrado de lado l . Apareceram respostas como:

$$A = l^2 + 5$$

$$A = l + 5^2$$

$$A = l^2 + 5^2$$

Também no item c) os estudantes mostram dificuldades para escrever a idade

de Juliana (j) em função da idade de Rogério (r), sabendo que Rogério tinha 3 anos quando Juliana nasceu. Muitos escreveram $j = r + 3$.

O primeiro encontro teve a duração de aproximadamente 70 minutos.

2.3.2 Segundo Encontro

O segundo encontro contou com a participação de apenas 12 estudantes e foi destinado ao desenvolvimento das atividades de 6 à 10. Nessas atividades foram abordadas as condições necessárias para que uma expressão algébrica represente uma função.

Diferentemente do primeiro encontro em que os estudantes fizeram as atividades e, em seguida, fizemos uma discussão, neste encontro e as atividades foram conduzidas pela pesquisadora e contaram com a participação ativa dos estudantes. Todas as questões foram desenvolvidas através de questionamentos que levaram à conclusão de cada atividade.

A sexta questão era composta por três itens. No item a) o estudante deveria criar uma expressão algébrica que representasse a situação exposta no problema. Diante das sugestões dos estudantes, foram elaborados alguns modelos até que a função desejada fosse apresentada. Os participantes concluíram que era necessário ter o número de participantes da viagem e o valor pago pela passagem.

Em seguida, calculamos a arrecadação da empresa para algumas quantidades de passageiros. Destacamos, nessa situação, que tanto o número de passageiros quanto o valor da passagem eram variáveis, e ambos dependiam do número de lugares vagos no ônibus x .

Dessa forma, os estudantes criam uma expressão para a quantidade de passagens vendidas, e outra para o valor da passagem. Com as duas expressões registradas, os alunos concluíram que o produto delas daria o valor da arrecadação em função do número de lugares vagos no ônibus, finalizando o item a).

No item b), os estudantes tiveram um pouco de dificuldade em entender o que estava sendo pedido pela questão. Para resolver a questão, os estudantes foram orientados a pensar quais valores eles poderiam atribuir à variável x , caso a expressão algébrica tivesse sido apresentada sem o contexto inicial, e que se f poderia ser sempre calculado para qualquer valores de x . Após a argumentação, os alunos disseram que x poderia assumir qualquer valor, e que para qualquer dado a x , encontramos um valor de f associado a ele. Assim os alunos definiram que x poderia ser qualquer valor real no item b).

Depois das orientações dadas no item b), rapidamente responderam o item c). Porém alguns estudantes disseram que a variável independente poderia assumir qualquer valor inteiro, mas bastou um dos participantes da atividade lembrar que os números inteiros podem ser negativos que os estudantes refizeram sua resposta. Mesmo assim, foi necessário lembrar da capacidade de lotação do ônibus para que eles expressassem

corretamente os possíveis valores para x , ou seja, x deveria ser um número natural menor ou igual a 35.

A questão sete foi feita sem nenhum problema. Destacaram que, diferentemente da questão seis, a variável independente não tinha necessidade de ser natural, pelo contrário, ela poderia assumir qualquer valor real positivo.

Ao se depararem com a oitava questão, os estudantes observaram que a diferença entre elas era o domínio. Foi ressaltado que uma mesma expressão algébrica pode representar funções diferentes, basta terem domínios diferentes. Apesar das observações feitas nessa questão, ao chegarem na atividade 9, os estudantes ficaram sem saber o que responder na questão.

Após alguma discussão os alunos foram capazes de definir as duas funções em cada uma das alternativas alterando apenas o domínio de cada uma delas.

Na última questão do encontro, o objetivo era conduzir os estudantes a definição matemática do conceito de função.

Os alunos retomaram as atividades anteriores, as anotações que tinham sido feitas e levantaram o que seria importante para definirmos uma função. Assim, eles perceberam que era necessário estabelecer uma relação de dependência entre conjuntos, e que essa relação teria um conjunto de elementos independentes, outro conjunto de elementos dependentes do primeiro conjunto. Caminhando nesse sentido, cada aluno registrou suas observações e, aos poucos, foram trocando os registros pelos símbolos matemáticos até chegarem a definição utilizando simbologia matemática.

No segundo momento, os participantes apresentaram maior dificuldade do que no primeiro encontro e teve duração de 90 minutos.

2.3.3 Terceiro encontro

Iniciamos o terceiro encontro fazendo um apanhado do que foi abordado no encontro anterior. Os primeiros 15 minutos do terceiro encontro foi uma retomada do segundo encontro. Ao final desse momento, foi observado que os estudantes que não haviam faltado ao encontro anterior se sentiram motivados ao perceberem que estavam acompanhando com facilidade o que estava sendo exposto.

Assim como no segundo encontro, as discussões sobre cada uma das atividades foram conduzidas pela pesquisadora. Para essa última sequência de atividades, foram estipulados de 5 a 10 minutos para que os estudantes desenvolvessem cada uma das questões e ao final de cada tempo foram feitas intervenções pela pesquisadora.

Na questão onze, os alunos transitaram sem dificuldades entre a representação algébrica, dada na questão oito, e a representação cartesiana. Porém, na questão doze os alunos tiveram dificuldades em construir um gráfico, pois tentaram usar o plano cartesiano. Como uma das variáveis não era numérica, a representação no plano cartesiano não seria ideal.

Ao pensarem na questão doze, alguns alunos destacaram que essa seria um tipo de função que não teria uma lei de formação algébrica.

A próxima questão foi a mais interessante de ver a reação dos alunos. Muitos estudantes ao identificarem os tipos de funções que estavam representadas algebricamente, imediatamente alegaram que não sabiam, ou não tinham ferramentas necessárias para construir esse tipo de função. Alguns ainda citam a necessidade de recursos computacionais para construírem o gráfico.

Como era esperado um colega sugeriu que criassem uma tabela. E esse foi o recurso usado para fazer o item a).

Criaram uma tabela atribuindo os valores $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ para x e calcularam os valores de $f(x)$ correspondentes. Quando foram representar no plano cartesiano, ficaram na dúvida de como seria o comportamento do gráfico para valores de x entre 0 e 1. Para resolver o problema, os próprios estudantes sugeriram acrescentar valores fracionários à tabela. Dessa forma, todos os alunos foram capazes de esboçar os gráficos.

Como a estratégia da tabela havia dado certo para o item a), todos os alunos recorreram a outra tabela para o item b). Neste item, os estudantes usaram os mesmos valores da tabela anterior, porém perceberam que a variável independente não poderia assumir o valor 2. Os alunos usaram valores 3 e 4 e rapidamente perceberam que o comportamento do gráfico mudou.

Juntamente à pesquisadora, foram analisados o comportamento de gráfico e o fato do 2 não fazer parte do domínio, e em seguida obtiveram o esboço do gráfico.

No item c), os estudantes usaram o conhecimento de função do 2º grau para construir o gráfico de uma parte da função, e fizeram a outra parte da função usando o conhecimento de função afim. Optaram por construir dois gráficos em dois planos cartesianos diferentes. Observaram que o gráfico desejado era formado com parte dos dois construídos anteriormente, e aí sim construíram a resposta.

Quando terminamos a questão, alguns alunos ainda desconfiavam dos resultados apresentados. Nesse momento, a pesquisadora aproveitou o fato da sala ser equipada com computadores e construí usando o Geogebra os gráficos para confirmação das respostas.

Foi discutido pelos participantes o uso de tabelas como ferramenta para a construção de gráficos, mas devemos ter atenção aos valores atribuídos à variável independente, pois, às vezes, a escolha de valores equivocados nos leva a uma interpretação errada do gráfico. Um exemplo disso é no item c) da atividade anterior, quando ao escolher apenas dois valores inteiros maiores que 5 para a variável x , alguns estudantes interpretaram equivocadamente que o gráfico da função era uma reta. O que sabemos que não é verdade, já que a função nesse intervalo é uma função do 2º grau.

Para responder a questão quatorze, os estudantes retomaram a questão 9. Após a análise da questão feita anteriormente, os estudantes perceberam que, para definir uma

função seria necessário definir domínio, contradomínio. Nessa questão, foi observado que parte dos estudantes definiram o conjunto contradomínio como sendo o conjunto imagem. Além disso, nota-se que os estudantes não tiveram dificuldades em expressar verbalmente o resultado, mas tiveram grande dificuldade em registrá-lo.

Na última atividade apresentada para os estudantes, eles deveriam identificar se uma curva construída no plano cartesiano representa ou não uma função. Nesse instante, a turma rapidamente deu a resposta. Alguns estudantes disseram que esse tipo de atividade já havia sido abordada diversas vezes em sala de aula.

2.4 Etapa IV

A quarta etapa da pesquisa foi a aplicação de novo questionário sobre o conceito de função com o objetivo de discutir e avaliar a forma como os estudantes passaram a se relacionar com o conceito após a sequência de atividades proposta.

Neste sentido, o questionário foi criado nos mesmos moldes do primeiro e aplicado a todos os participantes da pesquisa.

Ainda na quarta etapa, os estudantes que participaram da pesquisa foram submetidos a um questionário de satisfação, que tinha como objetivo dar voz ao estudante para que ele se manifestasse a respeito da proposta de ensino.

2.4.1 *O questionário sobre o conceito de função da etapa IV*

O questionário sobre o conceito de função da etapa IV foi elaborado com 11 questões, levando em conta o conceito de função abordado.

O objetivo da aplicação desse questionário, assim como o questionário sobre o conceito de função da etapa I, foi o de conseguir analisar como os estudantes identificam os elementos principais de uma função, domínio, contradomínio e lei de associação, bem como suas representações após a aplicação da sequência de atividades.

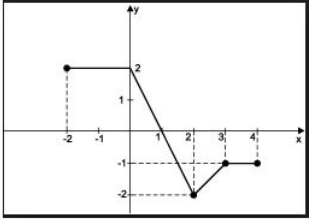
O questionário foi construído levando em consideração os pontos abordados no primeiro questionário sobre função. Dessa forma, o objetivo de todas as questões apresentadas no novo questionário são os mesmos apresentados no questionário anterior.

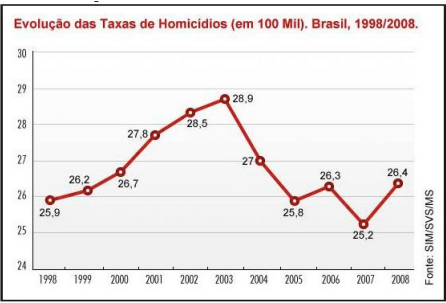
Na tabela 9, descreveremos novamente as questões ressaltando as pequenas alterações feitas.

Tabela 9 – Objetivos do Segundo Questionário Sobre o Conceito de função

	ENUNCIADO	EXPECTATIVA COMO RESPOSTA
1	O que é função?	O estudante era capaz de descrever uma função e seus elementos logo após a aplicação da sequência de atividade que discutiu o conceito.
2	Escreva usando linguagem matemática a definição de função.	Esperava-se que o estudante seja capaz de apresentar a definição matemática de função considerando que a construção dessa definição foi uma das atividades propostas na sequência. Foi necessária a alteração no enunciado desta questão, pois os estudantes tiveram dificuldades em compreender o que foi solicitado no primeiro questionário. O objetivo dessa questão era avaliar se o estudante era capaz de definir cada um dos conjuntos que compõem a definição de uma função.
3	Utilizando a resposta da questão 2, descreva qual é: O conjunto Domínio de uma função. O conjunto Contradomínio de uma função. O conjunto imagem de uma função.	Foi necessário alterar o enunciado desta questão, pois os estudantes tiveram dificuldades em compreender o que foi solicitado no primeiro questionário. O objetivo dessa questão era avaliar se o estudante era capaz de definir cada um dos conjuntos que compõem a definição de uma função.
4	De qual (quais) maneira(s) você pode fazer a representação de uma função?	Diferentemente do primeiro questionário, demos a oportunidade para o entrevistado escrever as representações ao invés de assinalá-las. Dessa forma, seria possível identificar quais os tipos de representação os estudantes reconhecem com representação para uma função.

5	<p>Identifique quais das tabelas abaixo representam ou não uma função de x para y.</p> <p>a)</p> <table border="1" data-bbox="319 392 438 660"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>-46</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>21</td> </tr> </tbody> </table> <p><input type="checkbox"/> É uma função <input type="checkbox"/> Não uma função. Por que você escolheu essa opção?</p> <p>b)</p> <table border="1" data-bbox="319 840 438 1108"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-3</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>-2</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> <p><input type="checkbox"/> É uma função. <input type="checkbox"/> Não uma função. Por que você escolheu essa opção? c)</p> <table border="1" data-bbox="319 1243 438 1512"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>-9</td> <td>-27</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>-6</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>-21</td> </tr> </tbody> </table> <p><input type="checkbox"/> É uma função. <input type="checkbox"/> Não uma função. Por que você escolheu essa opção?</p>	x	y	0	7	1	-46	2	8	3	4	4	21	x	y	-3	0	-2	0	-1	0	0	0	1	0	x	y	2	6	8	24	-9	-27	2	-6	7	-21	<p>Em todos os itens, os estudantes deveriam analisar uma tabela e responder se cada uma delas poderia ou não representar uma função</p> <p>No item a), foi proposta uma tabela que representa uma função, porém a tabela foi construída de maneira aleatória, pois verificou-se que no primeiro questionário muitos estudantes disseram que a situação representa uma função pelo fato de terem identificado a lei de formação da tabela. O objetivo deste item era avaliar se os estudantes iriam considerar a correspondência unívoca apresentada pela tabela. Devido ao número elevado de entrevistados que erraram essa questão no primeiro questionário, a questão foi mantida. Muitos estudantes consideraram que o fato da relação não apresentar variação é fator determinante para que a relação não represente uma função. O objetivo do item b) era o estudante reconhecer uma função constante. Mais uma vez no item c), objetivo era fazer o estudante identificar que um elemento do domínio estava representado duas vezes na tabela, e em cada uma das vezes o elemento tinha valores distintos correspondentes a ele, sendo assim o estudante deveria perceber que a tabela deste item não representaria uma função.</p>
x	y																																					
0	7																																					
1	-46																																					
2	8																																					
3	4																																					
4	21																																					
x	y																																					
-3	0																																					
-2	0																																					
-1	0																																					
0	0																																					
1	0																																					
x	y																																					
2	6																																					
8	24																																					
-9	-27																																					
2	-6																																					
7	-21																																					

6	<p>Dadas as expressões algébricas abaixo, descreva as condições necessárias e suficientes para que elas representem uma função.</p> <p>a) $y = x^3$</p> <p>b) $f = \begin{cases} u-5, & \text{se } 0 \leq u \leq 5, \\ u, & \text{se } -3u \leq 0 \end{cases}$</p> <p>c) $y = 7 \pm \sqrt{x}$</p>	<p>Diferentemente do item a) e b) no item c), os estudantes deveriam identificar dois problemas. O primeiro problema que para x só poderia assumir valores maiores ou iguais a 0, e que para cada valor possível de x, y assumiria dois valores opostos. Assim, a expressão representação no item c) não poderia ser uma função. Optou-se em novamente colocar o item c) com essa característica pois o situação foi abordada com os estudantes em sala.</p>
7	<p>Seja f uma relação de $A = \{-3, -2, 0, 1, 3\}$ em $B = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 4\}$ definida por $f(x) = x^2 - 5$. Marque com X a opção correta a respeito da relação f.</p> <p><input type="checkbox"/> f é uma função de B em A.</p> <p><input type="checkbox"/> A imagem de f é $\{-5, -4, -1, 4\}$.</p> <p><input type="checkbox"/> O contradomínio de f é $\{-3, -2, 0, 1, 3\}$.</p> <p><input type="checkbox"/> O domínio de f é $\{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 4\}$.</p>	<p>O formata da questão foi mantido, alterando apenas a lei de formação. Neste caso, o estudante deveria ser capaz de reconhecer o conjunto imagem da função dado seu domínio e seu contradomínio, a partir da lei de formação.</p>
8	<p>Seja f uma função definida por $f(x) = \frac{x+2}{x^2-3x+2}$, responda as seguintes questões:</p> <p>$f(0) =$</p> <p>$f(-4) =$</p> <p>$f(2) =$</p>	<p>Nesta questão o objetivo era novamente destacar que não seria possível calcular dois dos itens, com isso o objetivo é que o estudante identifique que estes elementos não podem fazer parte do domínio da função.</p>
9	<p>Considerando que o gráfico a seguir representa uma função, responda aos itens:</p>  <p>Qual a imagem da função? Qual o domínio da função?</p>	<p>O objetivo dessa questão é avaliar se os estudantes são capazes de identificar o domínio e imagem de uma função representada por um gráfico no plano cartesiano. Além disso, perceber se após aplicação das atividades os estudantes identificam as variáveis contínuas.</p>

10	<p>A tabela abaixo é o cronograma de atividades em uma academia durante a sexta-feira nos turnos da manhã e da tarde. A academia fica fechada para o almoço de 10 horas até as 14 horas.</p> <table border="1" data-bbox="325 477 767 663"> <thead> <tr> <th>Horário</th> <th>Atividade</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>06:00 às 07:00</td> <td>JUMP</td> </tr> <tr> <td>07:00 às 08:00</td> <td>CROSSFIT</td> </tr> <tr> <td>09:00 às 10:00</td> <td>ZUMBA (ADULTO)</td> </tr> <tr> <td>14:00 às 15:00</td> <td>ZUMBA (KIDS)</td> </tr> <tr> <td>15:00 às 16:00</td> <td>CAPOEIRA</td> </tr> <tr> <td>16:00 às 17:00</td> <td>JUMP</td> </tr> <tr> <td>17:00 às 18:00</td> <td>CROSSFIT</td> </tr> </tbody> </table> <p>Considerando o conjunto A, formado pelos horários de atividades, e o conjunto B, formado pelas atividades oferecidas pela academia na sexta-feira. Podemos afirmar que a situação dada representa uma função do conjunto A para o conjunto B?</p> <p>() Sim () Não</p> <p>Justifique sua resposta:</p>	Horário	Atividade	06:00 às 07:00	JUMP	07:00 às 08:00	CROSSFIT	09:00 às 10:00	ZUMBA (ADULTO)	14:00 às 15:00	ZUMBA (KIDS)	15:00 às 16:00	CAPOEIRA	16:00 às 17:00	JUMP	17:00 às 18:00	CROSSFIT	<p>Assim como na questão 10 do primeiro questionário, gostaríamos de saber se o estudante era capaz de perceber a relação de dependência entre os conjuntos representados em uma tabela e se ele identificaria essa relação como sendo uma função ou não.</p>
Horário	Atividade																	
06:00 às 07:00	JUMP																	
07:00 às 08:00	CROSSFIT																	
09:00 às 10:00	ZUMBA (ADULTO)																	
14:00 às 15:00	ZUMBA (KIDS)																	
15:00 às 16:00	CAPOEIRA																	
16:00 às 17:00	JUMP																	
17:00 às 18:00	CROSSFIT																	
11	<p>Observe o gráfico abaixo:</p>  <p>a) Qual a informação que o gráfico nos oferece?</p> <p>b) A situação descrita no gráfico representa uma função?</p> <p>() Sim () Não</p> <p>Justifique sua resposta:</p> <p>c) Quais as variáveis envolvidas na situação acima?</p>	<p>Trabalhar com uma situação de relação entre duas variáveis através de um gráfico. Além disso, era objetivo da questão analisar se os estudantes poderia identificar as variáveis envolvidas no problema.</p>																

2.4.2 O questionário de Satisfação

Este questionário foi aplicado com o intuito de analisar as impressões dos estudantes a respeito da pesquisa.

O questionário de satisfação foi construído com 5 questões que abordaram de maneira geral as impressões dos estudantes a respeito da pesquisa desenvolvida.

Em todas as questões, os entrevistados poderiam optar entre SIM ou NÃO e ainda comentar sua resposta.

Estão expostos na Tabela 10 os objetivos de cada uma das questões deste questionário.

Tabela 10 – Objetivos do Segundo Questionário Sobre o Conceito de função

	ENUNCIADO	EXPECTATIVA COM A RESPOSTA
1	A proposta apresentada para o ensino do conceito de função ajudou a esclarecer dúvidas sobre o conceito abordado? () Sim () Não Comente:	Na questão, o objetivo era o que o estudante pudesse avaliar toda a proposta da pesquisa e seus instrumentos.
2	Na sua opinião, a sequência de atividades apresentadas em sala contribuiu para a formalização da definição de uma função? () Sim () Não Comente:	A questão dois tem como objetivo fazer com que o aluno expresse sua impressão a respeito da sequência de atividades que foi desenvolvida durante a pesquisa
3	Na sua opinião, a sequência de atividades apresentadas em sala contribuiu para a identificação de uma função em diferentes tipos de representação? () Sim () Não Comente:	O objetivo da questão três era avaliar se para o estudante a proposta atingiu um de seus objetivos que era o de reforçar as diferentes representações de uma função
4	Você acredita que a forma como a proposta foi desenvolvida pode ser reproduzida por você quando for professor? () Sim () Não Comente:	A questão número quatro teve objetivo de verificar se os estudantes consideraram a proposta de ensino do conceito de função válida para ser aplicada em sala de aula.

5	<p>O fato da sequência didática não utilizar recursos computacionais atrapalhou a evolução das atividades?</p> <p>() Sim () Não</p> <p>Comente:</p>	<p>Essa pergunta é relevante no questionário de satisfação, porque atualmente a maioria dos trabalhos voltados para o ensino de função são baseados em recurso tecnológicos. E a proposta sugerida nesta pesquisa não utilizou recurso tecnológico. O objetivo da questão era verificar como os estudantes acolheram o fato das atividades não usarem recursos tecnológicos.</p>
---	---	--

2.4.3 Procedimento

Logo após os estudantes terminarem a sequência de atividades, foram entregues os questionários sobre o conceito de função. Os estudantes foram orientados que as respostas deveriam ser individuais e caso não soubessem responder as questões, eles deveriam escrever NÃO SEI.

Em seguida, foram entregues aos alunos os questionários de satisfação para que fossem respondidos.

A aplicação do questionário sobre o conceito de função teve duração média de 30 minutos. Os estudantes levaram em média 15 minutos para o preenchimento do questionário de Satisfação.

3 Capítulo III - Os resultados

Neste capítulo estão descritos os resultados obtidos na etapa IV da pesquisa, os descaminhos que foram enfrentados e uma discussão sobre os resultados apresentados.

3.1 Os resultados obtidos com os Questionários Sobre o Conceito de função da etapa IV

A seguir, cada questão do questionário sobre o conceito de Função da etapa IV será analisada separadamente.

Questão 1

Considerando corretas as respostas que estabeleciam uma relação unívoca entre dois conjuntos, obtivemos as respostas apresentadas no gráfico da Figura 11. As demais respostas foram consideradas erradas.

Figura 11 – Resultado da questão 1 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa IV



Fonte: Elaborado pela autora

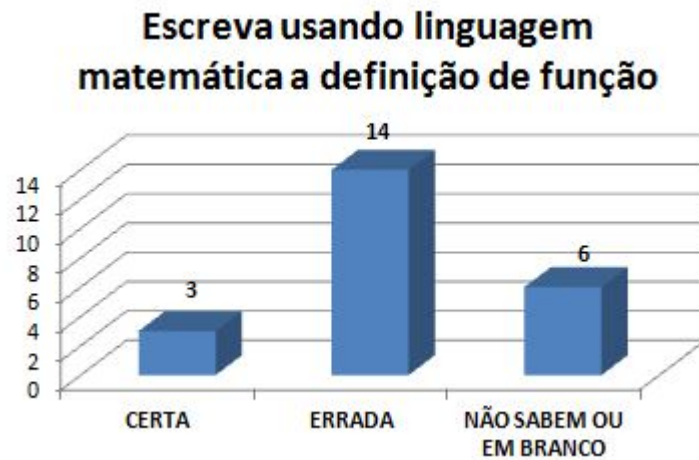
Questão 2

Apenas três dos estudantes foram capazes de formalizar o conceito de função através da escrita, usando a linguagem matemática para a definição elaborada. O rendimento dos participantes nesta questão está descrito no gráfico apresentado na Figura 12.

Dentre as respostas consideradas erradas, alguns estudantes acertaram a definição de função, porém não utilizaram linguagem matemática.

Ainda apareceram como resposta a representação por diagrama, ou exemplos de gráficos representados no plano cartesiano.

Figura 12 – Resultado da questão 2 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa IV

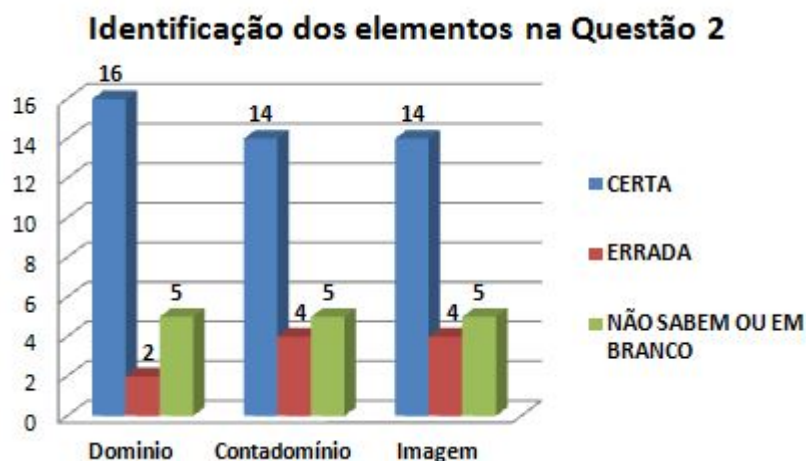


Fonte: Elaborado pela autora

Questão 3

A terceira questão tinha como objetivo identificar cada um dos três conjuntos que fazem parte da definição de função, domínio, contradomínio e imagem (Figura 13).

Figura 13 – Resultado da questão 3 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa IV



Fonte: Elaborado pela autora

Novamente, os praticamente que representaram uma função por diagrama na questão anterior, souberam identificar o domínio da função apresentada.

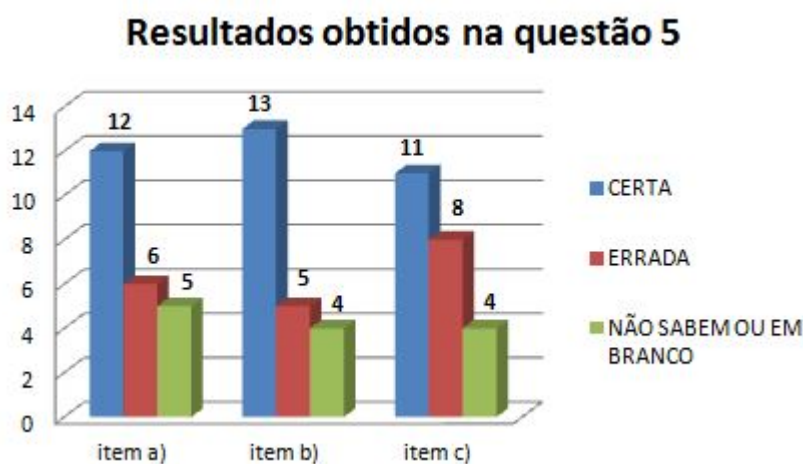
Questão 4

Na quarta questão os estudantes deveriam escrever os tipos de representação de uma função. Onze estudantes escreveram as três representações abordadas na sequência, quatro deles registraram duas das representações e 2 alegaram apenas uma representação. Cinco estudantes não responderam a esta questão.

Questão 5

O objetivo da questão 5 era observar se os estudantes eram capazes de identificar se uma tabela representa ou não uma função, justificando sua escolha. Os resultados estão apresentados na Figura 14

Figura 14 – Resultado da questão 5 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa IV



Fonte: Elaborado pela autora

Questão 6

O objetivo dessa questão era que o estudante registrasse a definição de cada uma das funções, identificando o domínio e o contradomínio de cada uma das funções.

Onze estudantes deixaram em branco ou escreveram que não eram capazes de fazer a questão. Dos 12 que fizeram a questão, 11 acertaram a letra a), 6 acertaram o item b) e novamente nenhum estudante percebeu que a expressão não poderia representar uma função.

Questão 7

Como essa questão, esperava-se que o estudante identificasse o conjunto imagem de uma função utilizando a lei de formação, a Figura 15 apresenta os resultados desta questão.

A primeira opção afirmava que a situação representa uma função de B em A, a 2ª opção era a correta e mostrava a imagem da função definida no enunciado. A terceira opção mostrava o domínio como o contradomínio da função e a quarta mostrava o contradomínio como o domínio da função.

Figura 15 – Resultado da questão 7 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa IV



Fonte: Elaborado pela autora

Novamente os alunos se saíram bem nessa questão, pois o número de estudantes que optaram pelo item correto foi superior aos demais itens. Além disso, os alunos já haviam nos mostrado rendimento semelhante no questionário anterior.

Questão 8

Oito estudantes não fizeram a questão.

Dos 15 alunos que fizeram a questão, 13 estudantes acertaram o item a). Sete dos quinze estudantes perceberam que nos itens b) o valor dado à variável x não pertencia ao domínio da questão e somente 3 perceberam este fato para o item c).

Questão 9

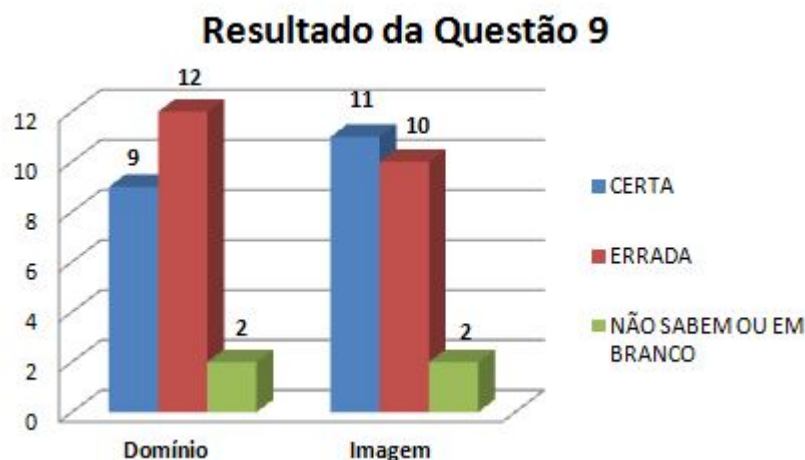
Nessa questão, o objetivo era observar a partir da análise do gráfico, se o estudante era capaz de destacar os conjuntos domínio e imagem de uma função contínua. A Figura 16 apresenta os resultados da questão.

Nesta questão, 7 dos estudantes identificaram, tanto no domínio quanto na imagem, apenas os valores que estavam em destaque nos eixos coordenados. Estes alunos desconsideraram o fato do gráfico apresentado ser um gráfico contínuo.

Questão 10

Três dos questionários não foram respondidos. Em 17 questionários, os estudantes disseram corretamente que a situação apresentada na tabela era uma função e nos outros 3 questionários os alunos disseram que a situação não representava uma função.

Figura 16 – Resultado da questão 9 - Questionário sobre o Conceito de Função da Etapa IV



Fonte: Elaborado pela autora

Questão 11

O objetivo da questão 11 era, além de analisar uma função através de um gráfico, observar se os estudantes identificam as variáveis envolvidas em uma situação.

A respeito do primeiro item da questão, 3 estudantes deixaram em branco; os outros vinte estudantes souberam identificar corretamente o assunto exposto pelo gráfico.

Quanto ao item b), 19 estudantes assinalaram a opção correta dizendo que o gráfico representa uma função e 4 deles deixaram o questionário em branco neste item.

No item c), 9 estudantes disseram não saber identificar as variáveis. Dos demais entrevistados, 13 não apresentaram dificuldades com relação à identificação do variáveis da função representada no gráfico. E apenas um estudante errou a identificação.

3.2 As respostas para o Questionário de Satisfação

Além do segundo questionário sobre o conceito de função, na etapa IV os estudantes também responderam ao questionário de satisfação.

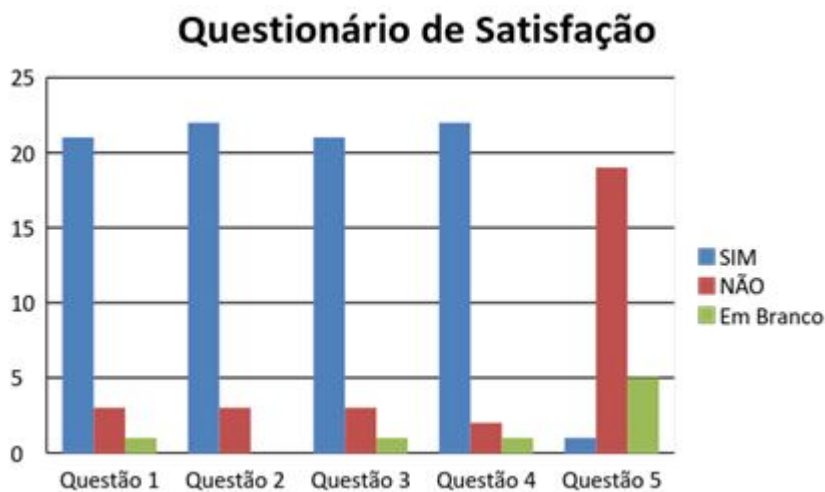
O objetivo deste questionário era analisar as impressões dos estudantes a respeito da pesquisa da qual participou.

Os resultados obtidos no questionário de satisfação estão apresentados no gráfico da Figura 17.

Na questão 1, os estudantes foram perguntados se a proposta apresentada para o ensino do conceito de função ajudou a esclarecer dúvidas sobre o conceito abordado, e 21 estudantes disseram que Sim.

Para a questão 2, Vinte e dois estudantes alegaram que na opinião deles, a seqüência de atividades apresentadas em sala contribuiu para a formalização da definição

Figura 17 – Resultado do Questionário de Satisfação



Fonte: Elaborado pela autora

de uma função.

Ao analisar a questão 3, vimos que 21 estudantes consideraram que a sequência de atividades apresentadas em sala contribuiu para a identificação de uma função em diferentes tipos de representação.

Dos 23 estudantes que responderam ao questionário, 22 acreditam que a forma como a sequência de atividades foi desenvolvida pode ser reproduzida por você quando forem professores.

E 19 entrevistados consideram que o fato da sequência didática não utilizar recursos computacionais não atrapalhou a evolução das atividades.

3.3 Os descaminhos da Pesquisa

Houve variação na quantidade de sujeitos participantes da pesquisa.

Na etapa I, direcionada a aplicação dos dois primeiros questionários, contamos com a participação de 28 estudantes.

A etapa III foi dividido em três encontros. O primeiro encontro, que estavam presentes 24 estudantes, aconteceu em uma quarta-feira logo após uma reunião dos estudantes com o coordenador do curso. Neste encontro foi desenvolvida a ideia de variáveis e dependência entre dois conjuntos.

O segundo encontro da etapa III aconteceu em uma sexta-feira e compareceram apenas 14 estudantes. Segundo informações obtidas com os próprios alunos, neste dia o ônibus de uma cidade vizinha, que leva estudantes até o IFMG, não fez a viagem.

Dessa forma, nem todos os estudantes participaram de todas as atividades propostas pela sequência de atividades.

O terceiro e último encontro aconteceu na quarta-feira seguinte, neste encontro estavam presentes 23 estudantes. Foram trabalhadas as representações de uma função.

Infelizmente, a ausência de alguns participantes ao longo da aplicação da sequência de atividades dificultou qualquer interpretação em torno do desempenho matemático dos participantes que participaram da pesquisa, influenciando a comparação dos resultados.

Sendo assim, optou-se por considerar as respostas de vinte e um sujeitos desprezando-se os questionário em branco. Desta forma, teríamos apenas 21 questionários para serem analisados.

Diante de tal situação, e com a finalidade de igualar o número de elementos de questionários da Etapa IV com os questionários da Etapa I, foi necessário descartar sete dos primeiros questionários.

Para este descarte, foi adotado o seguinte critério: foram descartados questionários em branco, ou que possuíam maior parte das questões em branco. Assim foi possível eliminar 1 questionário totalmente em branco, 4 questionários que tinham apenas 1 questão respondida, e 2 questionários que estavam com todas as respostas escritas NÃO SEI.

A partir desta ação e com um número comum de questionários, foi possível levantar os resultados novamente.

3.4 Comparação dos Resultados

Esta seção dedica-se a uma análise comparativa dos questionários sobre o conceito de função.

Para construção dos resultados foram comparados o número de acertos, erros e ainda a quantidade de questões em brancos. Além disso, também foram feitas análise sobre as respostas encontradas em cada questão.

A seguir, estão apresentadas as discussões dos resultados por questão.

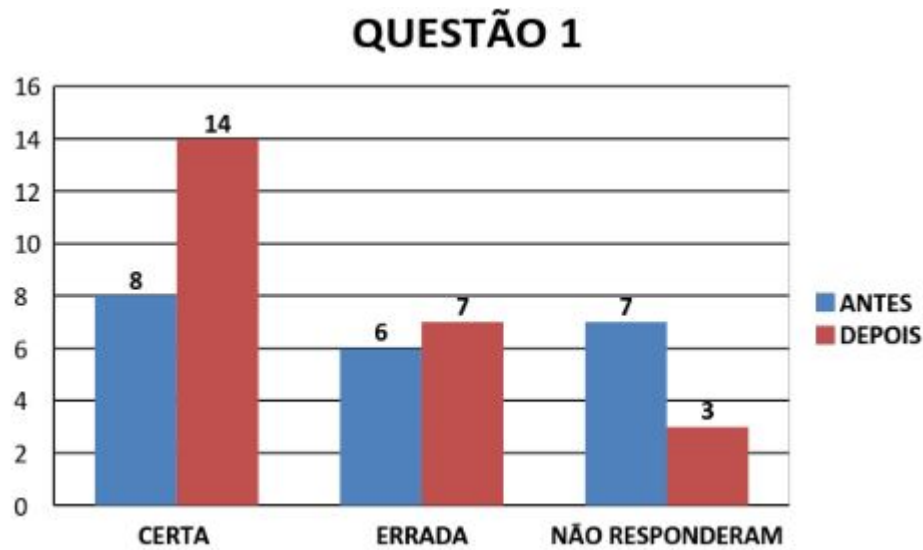
Questão 1 – Sobre função

Essa questão dava oportunidade para o aluno descrever o que ele entendia por função.

Pode-se observar na Figura 18 que houve um avanço no sentido do reconhecimento do que é uma função. Apesar do aumento do número de estudantes que erraram a questão, é importante ressaltar que mais alunos se propuseram a resolver a questão. Isso nos leva a supor que mais alunos se sentiram confiantes em tentar responder as questões sobre função.

Questão 2 – Sobre a definição de função

Figura 18 – Comparação dos resultados - Questão 1



Fonte: Elaborado pela autora

Nesta questão, os alunos deveriam apresentar a definição matemática do conceito de função.

Figura 19 – Comparação dos resultados - Questão 2



Fonte: Elaborado pela autora

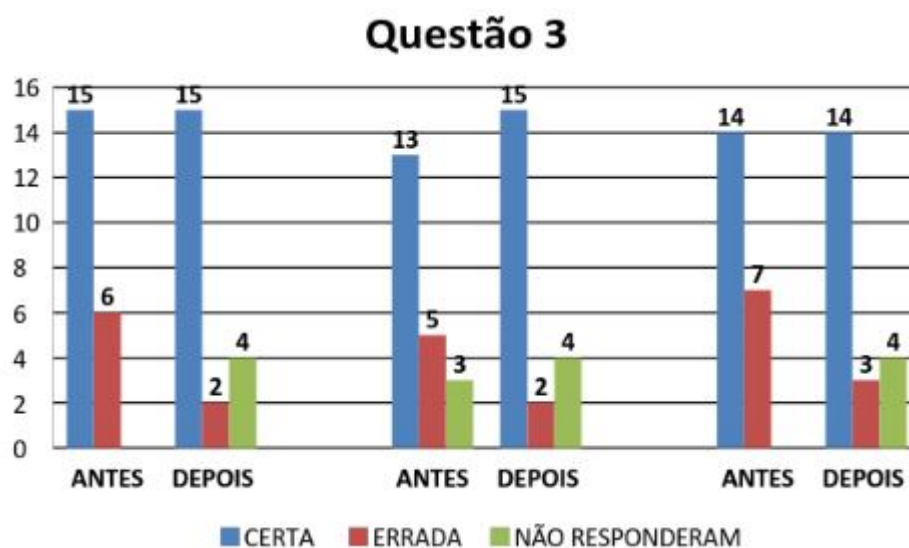
O resultado apresentado na Figura 19 evidencia um aumento no número de alunos que deixaram a questão em branco. Acredita-se que esse resultado se deu por causa da diferença do enunciado de um questionário para o outro. No primeiro questionário estava escrito “Defina Matematicamente função”, enquanto o segundo questionário constava “Escreva usando linguagem matemática a definição de função”. Dentre as quatorze

questões consideradas erradas do segundo questionário, foi possível perceber que seis estudantes escreveram corretamente a definição de função, porém não utilizaram linguagem matemática.

Ainda sobre os quatorze estudantes que erraram a questão, 10 alunos fizeram uma representação de uma função por diagrama para exemplificar suas respostas.

Questão 3 – Sobre domínio, contradomínio e imagem.

Figura 20 – Comparação dos resultados - Questão 3



Fonte: Elaborado pela autora

Os resultados obtidos na terceira questão, e expostos na Figura 20, não mostram avanço no desempenho dos estudantes. O que chama a atenção nessa questão é que, assim como no primeiro questionário, os alunos que representaram por diagrama uma função souberam identificar os conjuntos solicitados.

Questão 4 – Representações de uma função

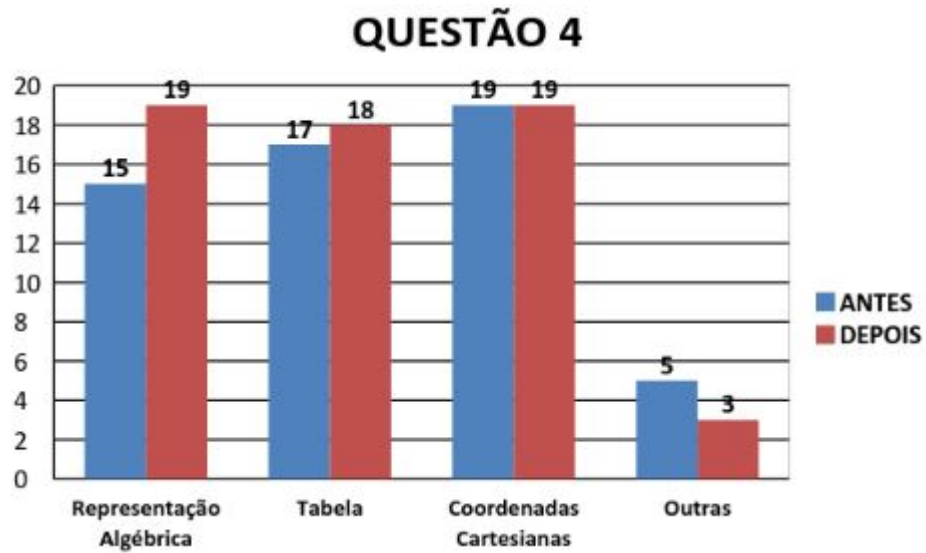
O resultado apresentado na Figura 21 nos mostrou que os alunos reconhecem as três representações de uma função.

No primeiro questionário, esta questão aparecia como uma questão de múltipla escolha e no segundo como uma questão aberta. Acredita-se que o fato das alunos citarem as representações mostra que elas realmente reconhecem as representações de uma função, pois elas não foram sugeridas como opção de escolha.

Questão 5 – Identificação de Função em tabelas

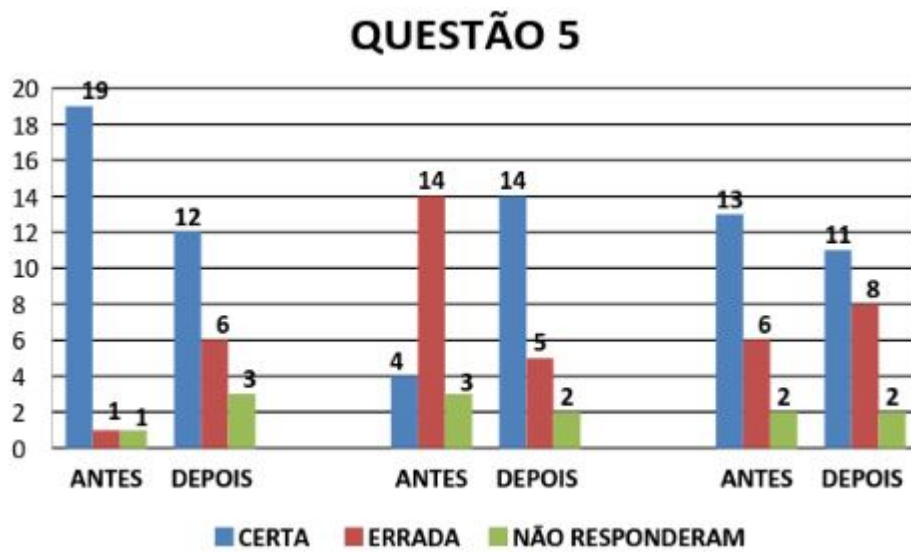
Analisando a Figura 22 em cada um dos itens da questão, é possível identificar alguns problemas.

Figura 21 – Comparação dos resultados - Questão 4



Fonte: Elaborado pela autora

Figura 22 – Comparação dos resultados - Questão 5



Fonte: Elaborado pela autora

No primeiro questionário, oito estudantes que assinalaram corretamente o item a) justificaram que a tabela representa uma função pois era possível identificar a lei de formação da função. Na construção do segundo questionário, foi colocada uma tabela que não existia uma lei de formação. Atribuo a esse fato o aumento dos estudantes que erraram este item.

No item b), houve uma melhora na relação que os estudantes têm com a função constante; anteriormente, os estudantes tiveram dificuldades em identificar a função constante na tabela.

Não tivemos avanços no item c), pelo contrário. Houve um retrocesso no resultado.

Questão 6 – Sobre a definição do domínio.

O resultado desta questão (Figura 23) se destaca pelo número elevado de participantes que a deixaram em branco nos dois questionários. Mas, mesmo assim, tivemos avanços.

Ao analisar o item c), foi verificado que os estudante observaram apenas as restrições do problema quanto à raiz quadrada, que nenhum estudante percebeu que a expressão não representava uma função.

Figura 23 – Comparação dos resultados - Questão 6



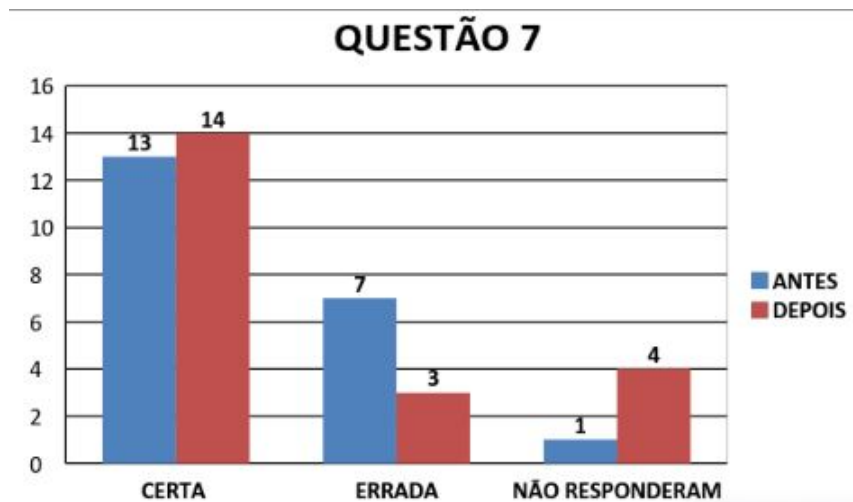
Fonte: Elaborado pela autora

Dos 10 estudantes que não perceberam que não se tratava de uma função, oito observaram corretamente que a expressão só teria solução para valores de x não negativos, fato este que não foi observado no primeiro questionário.

Questão 7 – Identificação do conjunto imagem a partir da lei de formação.

A Figura 24 mostra que em ambos os questionários os estudantes apresentaram um bom desempenho na questão. Mas, mesmo assim, houve pequeno avanço no resultado geral.

Figura 24 – Comparação dos resultados - Questão 7



Fonte: Elaborado pela autora

Esse tipo de questão é frequentemente encontrada nos livros didáticos e exige que o estudante "apenas" substitua o valor de x na lei de formação da função. Acredita-se que os estudantes já estão habituados a este tipo de questão.

Questão 8 – Identificar a imagem, se possível

Os resultados apresentados na Figura 25 mostram que houve um pequeno avanço com relação à observação dos elementos que não faziam parte do domínio da questão.

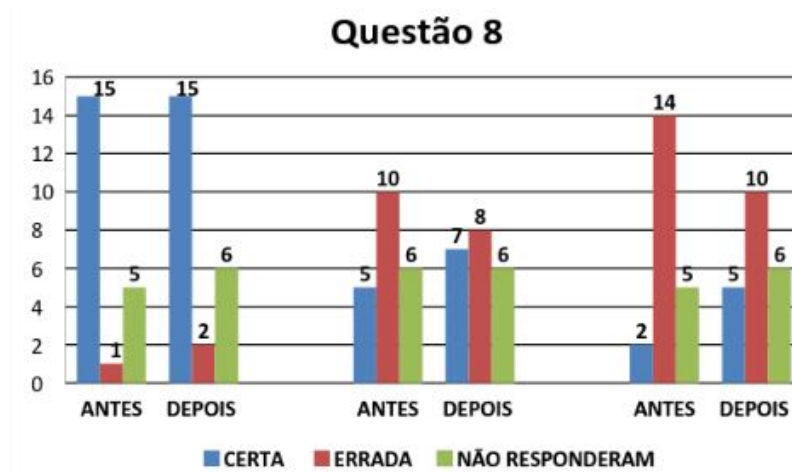
Questão 9 – Sobre identificar domínio e imagem em um gráfico

Na resolução da questão 9, foi possível observar avanço nos resultados, como pode ser visto na Figura 26. Porém, ao analisar as questões consideradas erradas, foi percebido que alguns alunos ainda representam os conjuntos considerando os valores presentes no plano cartesiano.

Questão 10 – Sobre identificar uma função em uma tabela com variáveis não numéricas

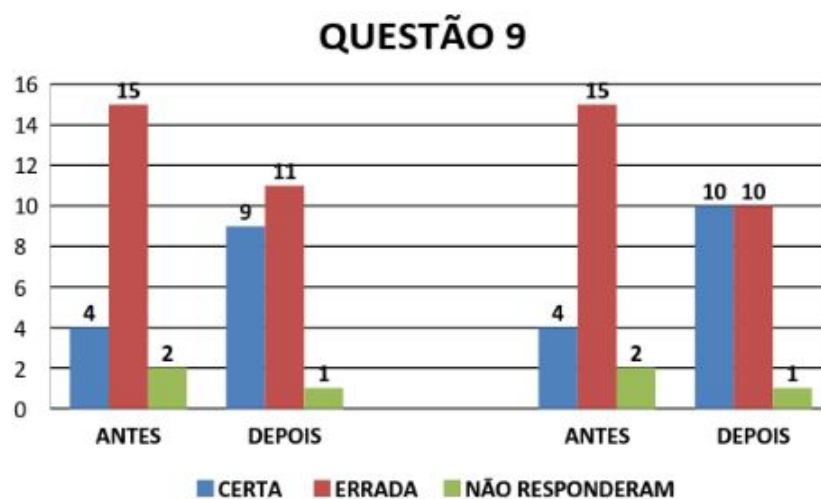
Nesta questão, destacamos na Figura 27 grande avanço no desempenho dos estudantes. Ao longo das atividades desenvolvidas em sala, foi enfatizado o fato de que o domínio e a imagem de uma função não necessitam ser numéricos, acredito que esse fato tenha contribuído para o resultado obtido.

Figura 25 – Comparação dos resultados - Questão 8



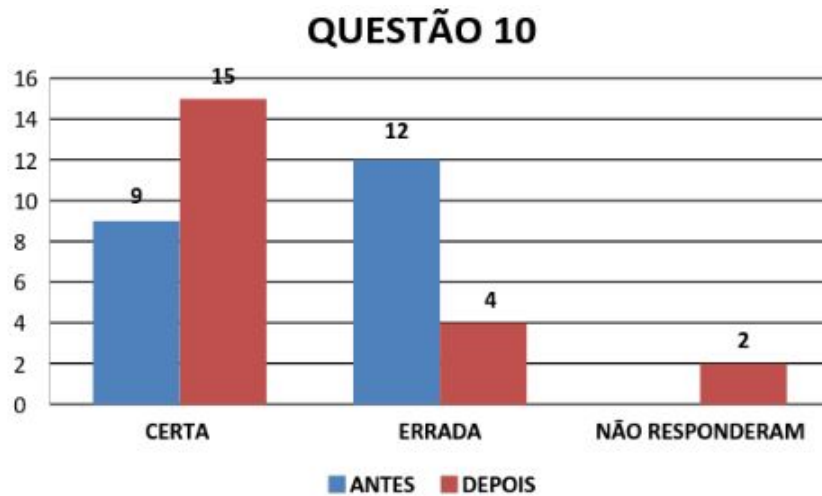
Fonte: Elaborado pela autora

Figura 26 – Comparação dos resultados - Questão 9



Fonte: Elaborado pela autora

Figura 27 – Comparação dos resultados - Questão 10

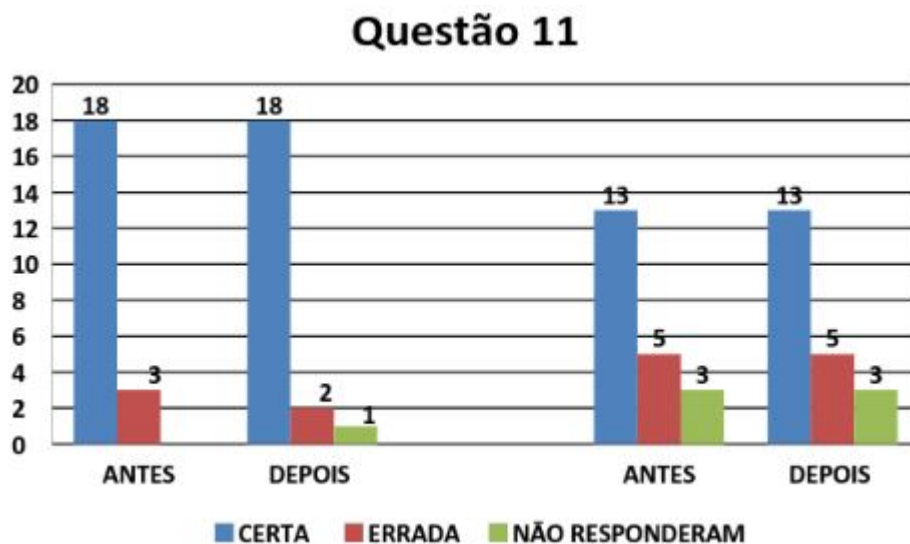


Fonte: Elaborado pela autora

Questão 11 – Sobre identificar uma função e as variáveis envolvidas

A décima primeira questão não apresentou alteração nos resultados apresentados, como mostra a Figura 28.

Figura 28 – Comparação dos resultados - Questão 11



Fonte: Elaborado pela autora

Ao fazer uma análise detalhada das justificativas do item a), percebeu-se que 12 dos alunos que optaram pela questão correta não justificaram corretamente a questão, enquanto no segundo questionário apenas 2 alunos não justificaram a questão. É importante ressaltar que em muitos questionários os estudantes se apoiaram na representação

por diagramas como auxílio para tomada de decisões.

No desenvolvimento da proposta com o ensino de Função, percebemos que ao trabalhar com este tipo de metodologia mostramos aos estudantes uma nova experiência na qual um conceito pode ser construído por meio de discussões e resolução de problemas.

Apesar do processo da construção do conceito de função, demandar um tempo maior quando utilizado este tipo de metodologia, a experiência proporcionada ao estudante pode ter uma relevância maior, uma vez que o mesmo deixa de ser mero expectador durante as aulas.

Considerações Finais

A presente pesquisa centrou atenção na busca da ampliação do Conceito de Função dos estudantes do segundo período do curso de Licenciatura em Matemática do IFMG campus São João Evangelista. Para isso, a pesquisa buscou responder a seguintes questões: Quais as principais dúvidas que o estudante ingressante no ensino superior tem sobre o conceito de função? Como o estudante entende e relaciona problemas do cotidiano com as funções elementares? Quais os conceitos de funções elementares são importantes para um estudante que concluiu o ensino médio? Quais estratégias de ensino auxiliam o estudante na compreensão do conceito de função?

Na tentativa de encontrar tais respostas, foi necessário conhecer o estudante e levantar suas principais dificuldades em lidar com o conceito de função utilizando o questionário de identificação e o questionário sobre o conceito de função na etapa I da pesquisa.

Através da análise dos resultados da Etapa I da Pesquisa, observou-se que os estudantes apresentam dificuldades em estabelecer relação com os conceitos de função abordados até o período que se encontram no curso de Matemática. Foi verificado que eles não conseguem descrever o que é uma função e geralmente confundem o conceito de função com os exemplos de função. Além disso, eles definem uma função como uma equação, apresentam dificuldades em identificar uma função cujo domínio e contradomínio não são conjuntos numéricos e ainda dessa análise percebeu-se que os estudantes consideram que o uma expressão algébrica ou um gráfico é suficiente para que tenhamos uma função definida. Observou-se ainda que os estudantes entendem que o conceito de função possui importância apenas para as disciplinas do Curso de Licenciatura em Matemática, ou seja, os estudantes não estabelecem relação do conteúdo com o seu cotidiano.

Com análise da primeira etapa em mãos, o objetivo era elaborar uma sequência de atividades que auxiliasse o estudantes a compreender o conceito de função. Além disso, a sequência de atividades visava trabalhar o conceito de função fazendo com que o estudante fosse capaz de reconhecer uma função como uma relação de dependência entre duas grandezas e ainda contribuísse para a identificação das principais representações de uma função. A sequência de atividades apresentada deveria fazer com que os estudantes avançassem suas concepções a respeito do conceito de função.

Os resultados do questionários sobre o conceito de função da Etapa IV, logo após a aplicação da sequência proposta, mostrou que muitos alunos compreenderam o que é uma função, mostrando assim uma evolução na compreensão do conceito. Os registros apresentados pelos participantes mostrou que além de compreenderem o que é uma função eles eram capazes de identificar os elementos (domínio, contradomínio e lei de formação) de uma função.

Os estudantes mostram que são capazes de perceber que algumas funções podem corresponder a situação do cotidiano bem como identificar as variáveis envolvidas na situação. Ainda foi enfatizado que podemos utilizar várias representações para uma função.

Quanto aos pontos positivos da pesquisa para os estudantes, pode-se destacar:

- A sequência promoveu reflexão sobre o conceito de função ao propor atividades em duplas e a discussão dos resultados pelos estudantes.
- Os estudantes puderam perceber que um gráfico ou uma tabela podem representar uma função, mesmo que não seja possível perceber sua representação algébrica.
- Durante o desenvolvimento da sequência os estudantes puderam trabalhar com a mudança de representação de uma função.
- Os estudantes perceberam a importância de identificar as grandezas que compõe o conceito de função para, a partir delas determinarem o domínio e o contradomínio de uma função.
- Os estudantes puderam construir gráficos de funções a partir da análise das expressões algébricas.
- A definição de função foi elaborada levando em consideração as observações dos participantes.

Embora os pontos positivos da pesquisa mostrem indícios da contribuição da sequência de atividades para a percepção dos estudantes sobre o conceito de função, é importante observar que alguns estudantes ainda encontraram dificuldades em identificar uma função cuja lei de formação não está explícita. Diante disso, acredita-se que ainda exista a necessidade de trabalhar alguns aspectos do conceito de função com maior ênfase.

De maneira geral, acredita-se que apesar dos descaminhos da pesquisa, o momento de desenvolvimento da sequência de atividades proporcionou aos estudantes discussões e reflexões importantes sobre o conceito de função. Acredita-se ainda que a sequência aplicada promoveu um ambiente favorável a melhoria da concepção dos estudantes a respeito do conceito de função.

É importante ressaltar que a maior parte dos estudantes considerou que a pesquisa contribuiu para o avanço da percepção que tinham do conceito de função, além disso, consideraram que a metodologia adotada pode ser reproduzida por eles quando forem professores. Esse fato nos leva a considerar que a participação dos estudantes na pesquisa teve relevância na sua formação de futuro professor.

Entende-se que é fundamental que seja desenvolvida a noção de função como uma relação de dependência, e por muitas vezes isso não acontece e acaba dificultando

o desempenho acadêmico de muitos estudantes durante o Curso Superior. Dessa forma, acredita-se que é de extrema importância o desenvolvimento de metodologias que coloquem o estudante como centro do processo de ensino e aprendizagem.

A construção de um conceito deve acontecer de maneira significativa, principalmente quando se trata de futuros professores de Matemática, pois a relação que o docente estabelece com o conteúdo é reproduzida em sala de aula, podendo assim contribuir, ou até mesmo prejudicar, a relação dos estudantes com a disciplina.

Atualmente as pesquisas em Educação Matemática indicam uma tendência à utilização de recursos tecnológicos para o ensino da matemática. Apesar dessa tendência, a sequência de atividades proposta para os estudantes, não abordou o uso de recursos tecnológicos, e isso foi considerado pelos participantes um ponto positivo da pesquisa. A construção de um conceito é de extrema importância para o desenvolvimento de um conteúdo, e deve ser feita de maneira significativa ao estudante.

Esta pesquisa não teve a intenção de esgotar os aspectos relativos a esse tema. Pelo contrário, a pesquisa tem a intenção de promover a reflexão sobre a necessidade de metodologias simples, capazes de contribuir para o desenvolvimento de um conceito de tamanha importância no ensino de matemática.

Dessa forma, acredita-se que novas pesquisas que utilizem ferramentas tecnológicas para o ensino de função, associada a metodologia de resolução de problemas que colocam o estudante como centro no processo de aprendizagem, podem contribuir para o avanço da percepção que os futuros professores de matemática tinham do conceito de função.

REFERÊNCIAS

- AMARAL, G. C. M. d.; COUY, L. Análise do livro didático de matemática do 1º ano do ensino médio quanto aos de representação semiótica a função quadrática. —, Teófilo Otoni, 2015.
- BOTELHO, L.; REZENDE, w. Um breve histórico do conceito de função. **Caderno da Licença**, Niteroi, v. 6, p. 63–76, 2007.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1998.
- BRASIL. **PCN+: ensino médio. Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002.
- CANOAS, S. S. Profissão docência do século xxi: o professor de matemática em pauta. **Educação Matemática: Diálogos Teóricos e Metodológicos**, Teófilo Otoni, p. 11–29, 2015.
- CARAÇA, B. d. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Lisboa, 1970.
- CHAVES, M. I. d. A.; CARVALHO, H. C. d. FormalizaÇÃo do conceito de funÇÃo no ensino mÉdio: uma seqÜÊncia de ensino-aprendizagem. In: **VII Encontro nacional de Educação Matemática**. Recife - UFP: [s.n.], 2004.
- DANTE, L. R. **Matemática - Contexto e Aplicações**. São Paulo: Ática, 2000.
- FERREIRA, R. A. **A educação Matemática e a p´rtica doscente: um estudo sobre as principais tendencias metodológicas**. Dissertação — Universidade Estadual da Paraíba, 2014.
- GOMES, M. L. M. Em favor de um diálogo entre a história da matemática e as práticas educativas em matemática. **IX ENEM - Encontro Nacional de Educação matemática**, Belo Horizonte, 2007.
- IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos da Matemática elementar: conjuntos, funções**. 8. ed. São Paulo: Atual, 2004. v. 1.
- JUNIOR, A. O. Primeiro ano num curso de matemática: a definição de função e a dualidade local/global em conceitos de cálculo. **Bolema**, Rio Claro (SP), n. 28, p. 39–67, ago 2007.
- LIMA, E. L. **Números e Funções reais**. 1. ed. [S.l.]: SBM - Coleção do PROFMAT, 2014.
- LIMA, F. d. M. P.; DINIZ, A. C. **Funções do 1º grau: Uma proposta didática**. Dissertação (MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT) — Universidade Federal de São João Del-Rei - UFSJ, 2013.

LIMA, L. d. **A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DO CONCEITO DE FUNÇÃO NA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA.** Dissertação (Curso de Mestrado Acadêmico em Educação) — Universidade Estadual do Ceará, 2008.

LOPES, W. S. **A IMPORTANCIA DE MULTIPLAS REPRESENTAÇÕES DO DESENVOLVIMENTO DO CONCEITO DE FUNÇÃO: UMA PROPOSTA DE ENSINO.** Dissertação (MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA) — Pontifícia Universidade Católica - PUC-SP, 2003.

MAGARINUS, R. **Uma Proposta para o ensino de funções através da utilização de objetos de Aprendizagem.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) — Universidade Federal de Santa Maria - Rio Grande do Sul, Centro de Ciências Naturais e Exatas, 2013.

MILENO, E. **GeoGebra e as funções elementares que são apresentadas no Ensino Médio.** Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)) — Univesidade Federal de Viçosa - UFV, 2015.

MINAS GERAIS, S. d. E. d. E. **Proposta Curricular - CBC Matemática Ensinos Fundamental e Médio.** Belo Horizonte: SEE/MG, 2005.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta Área. **Investigações em Ensino de Ciências - Instituto de Física, UFRGS,** Porto Alegre, v. 7, n. 1, p. 7–29, 2002.

NASCIMENTO, A. G. d. A. **A Resolução de Problemas no Ensino do conceito de Funções no 1^a ano do Ensino Médio.** Dissertação — Universidade Estadual da Paraíba, Departamento de Matemática, 2012.

OLIVEIRA, N. **Conceito de Função: Um abordagem do processo de ensino/aprendizagem.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) — PUC - SP, 1997.

ONUCHIH, L. d. I. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Novas reflexões sobre o ensino da Matemática atravez da Resolução de Problemas.** São Paulo: Cortez, 2004.

PIETROCOLA, M. A matemática como estruturante do conhecimento físico. **Caderno Catarinense do Ensino de Física,** Florianópolis, v. 19, n. 1, p. 89–109, ago 2002.

PONTE, J. P. d. O conceito de função no currículo de matemática. **Educação e Matemática,** Campinas, n. 15, p. 3–9, 1990.

PRÓPERO, M. d. B. R. **Uma Atividade Experimental para o Estudo de Funções no Ensino Fundamental.** Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)) — Universidade de São Carlos - Departamento de Matemática, 2013.

RODRIGUES, M. M. P. **Utilização do Software MAXIMA no Estudo de Funções Polinomiais do 1o Grau e 2o Grau.** Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)) — Universidade Federal de Goiás Instituto de Matemática e Estatística, 2013.

SARMENTO, I. L. **Uma reflexão didática-pedagógica sobre o impacto das tendências da educação matemática em sal de aula.** Dissertação — Universidade Estadual da Paraíba, Departamento de Matemática, 2012.

SILVA, B. R. D. G. e. **Uma Abordagem sobre o Conceito de Função no Ensino Médio.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) — UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE -UFCG, 2015.

SOARES, L. H. **Tecnologia computacional no ensino de matemática: o uso do Geogebra no estudo de funções.** Dissertação (1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra) — Instituto Federal da Paraíba, 2012.

SOUZA, J. I. G. d. **Utilização do software GeoGebra no ensino das funções trigonométricas.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) — Centro de Ciências- Universidade Federal do Ceará, 2014. Disponível em: <<http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/8953>>.

SOUZA, L. M. S. **Uma Proposta de Estudo de Funções Trigonométricas e Suas Inversas Através do Geogebra.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) — Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas -CETEC, Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, 2015.

XAVIER, J. F. **Análise da Função Quadrática, com ênfase em seus coeficientes, Via GEOGEBRA.** Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)) — Universidade Federal de Goiás, 2016.

APÊNDICE A – Questionário de Identificação



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação (PRPPG)

Rua do Cruzeiro, s/n - Jardim São Paulo - CEP 38600-000
Campus do Mucuri - Telêmaco Costa/MG





Questionário de Identificação

- Idade: _____
- Ano de conclusão do ensino médio: _____
- Em qual tipo de escola cursou o Ensino Médio:
 - () da rede Municipal
 - () da rede Estadual
 - () em Instituto Federal
 - () da rede Particular
- A escola que você estudava utiliza livro didático?
 - () Sim. Qual? _____
 - () Não
- Quais recursos didáticos eram utilizados em sala de aula no ensino médio?
 - () computador
 - () livro didático
 - () aula expositiva
 - () atividades em grupo
 - () resolução de exercícios
 - () material concreto
 - () outros recursos. Qual? _____
- A matemática é importante para o seu dia a dia? Comente sua resposta.

- Qual a importância do conceito de função? Comente sua resposta.

APÊNDICE B – Questionário Sobre o Conceito de Função da Etapa I

	<p>Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG) <small>Rua do Comércio, nº 01 - Jardim São Pedro - CEP 38630-000 Campus do Mucuri - Trilíngua Olinda/MS</small></p>	
---	--	---

Questionário do Conceito de Função:

1. O que é função?

2. Defina matematicamente função?

3. Escreva os seguintes conjuntos:

- O conjunto Domínio de uma função. _____.
- O conjunto Contradomínio de uma função. _____.
- O conjunto imagem de uma função. _____.

4. De qual (quais) maneira(s) você pode fazer a representação de uma função?

- () Representação Algébrica
- () Tabelas
- () Coordenadas Cartesianas
- () outras. Qual (is)? _____



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)

Rua do Comércio, nº 01 - Jardim São Pedro - CEP 38920-000
Campus do Mucuri - Telefone: 03593



PROFMAT

5. Identifique quais das tabelas abaixo representam ou não uma função de x para y .

a)

x	y
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16

- () É função
() Não é função

Por que você escolheu essa opção? _____

b)

x	y
0,5	-3
-1,2	-3
-6	-3
2	-3
9	-3

- () É função
() Não é função

Por que você escolheu essa opção? _____

c)

x	y
2	50
8	16
-9	20
2	25
7	30

- () É função
() Não é função

Por que você escolheu essa opção? _____



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)

Rua do Comércio, s/n - Jardim São Pedro - CEP 38600-000
Campus do Muriaé - Triângulo Mineiro



PROFMAT

6. Dadas as expressões algébricas abaixo, descreva as condições necessárias e suficientes para que elas representem uma função.

a) $a = 3b - 4$

Condição:

b) $f = \begin{cases} u - 500, & \text{se } u \geq 0 \\ u, & \text{se } u < 0 \end{cases}$

Condição:

c) $y = \pm\sqrt{x-5}$

Condição:

7. Seja f uma relação de $A = \{-3, -2, 0, 1, 5\}$ em $B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 4\}$ definida por $f(x) = x - 1$. Marque com X a opção correta a respeito da relação f .

- () f não é uma função de A em B
 () A imagem de f é $\{-4, -3, -1, 0, 4\}$.
 () O contradomínio de f é $\{-3, -2, 0, 1, 5\}$.
 () O domínio de f é $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 4\}$.
 () A imagem de f é $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 4\}$.

8. Seja f uma função definida por $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2-3x+2}$. responda as seguintes questões:

- a) $f(3) =$ _____
 b) $f(-4) =$ _____
 c) $f(2) =$ _____



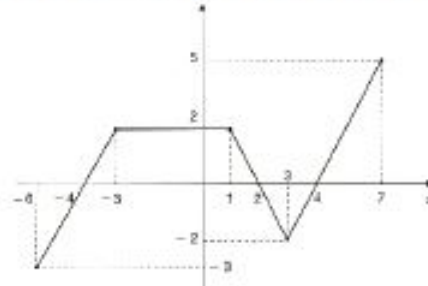
Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)

Rua do Cruzeiro, s/n - Jardim São Pedro - CEP 38620-000
Campus do Muriaé - Triângulo Mineiro



PROFMAT

9. Considerando que o gráfico a seguir representa uma função, responda aos itens:



- a) Qual a imagem da função? _____
b) Qual o domínio da função? _____

10. Para organizar os afazeres domésticos uma dona de casa criou uma tabela em que estavam representados os dias da semana e as atividades que ela deveria desempenhar naquele dia.

Dia da semana	Atividades
Segunda-feira	Tirar o lixo de dentro de casa
Terça-feira	Lavar roupas
Quarta-feira	Limpar a geladeira
Quinta-feira	Tirar o lixo de dentro de casa
Sexta-feira	Passar roupas
Sábado	Ir ao supermercado
Domingo	-

Considerando o conjunto formado pelos dias da semana, e o conjunto formado pelas ações associadas aos dias da semana.
Podemos afirmar que a situação dada representa uma função?

() Sim () Não

Justifique sua resposta:



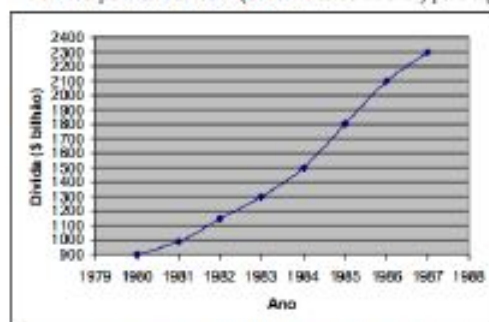
Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)

Rua do Comércio, nº 01 - Jardim São Pedro - CEP 38600-000
Campus do Muriae - Triângulo Mineiro



PROFMAT

11. A dívida pública de um determinado país (em bilhões de dólares) para alguns anos encontra-se no gráfico abaixo.



- A situação descrita no gráfico representa uma função?
() Sim () Não

Justifique sua resposta:

- Quais as variáveis envolvidas na situação acima.

12. Qual é, em sua opinião, a maior dificuldade com relação ao conceito de função?

APÊNDICE C – Sequência de Atividades



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pro-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)

Rua do Comércio, nº 01 - Jardim São Pedro - CEP 38620-001
Campus de Murici - Três Ilhas (MG)



Sequência didática – Construindo o conceito de função.

Nas primeiras atividades propostas trabalharemos a noção de função.

Atividade 1- Observe as frases abaixo:

- Atualmente, as mulheres ocupam grande parte do mercado de trabalho. As mulheres não vivem mais **em função** de seus maridos.
- As pessoas buscam diariamente encontrar o caminho para a felicidade. Elas agem **em função** de seus objetivos.
- A cobrança de impostos sobre um serviço deve estar **em função** da sua essencialidade, assim cada serviço terá uma taxa específica.

Discuta com seus colegas sobre o significado do termo **em função** nas frases acima. Escreva no quadro abaixo o significado que foi atribuído ao termo **em função**.

Atividade 2- Agora, cada aluno deve fazer o que se pede separadamente:

Pense em um número. Em seguida multiplique por três e ao resultado subtraia 4 unidades.

Registre o valor encontrado.

Aluno 1: _____ Aluno 2: _____

Repita o processo novamente, cada aluno usando números diferentes.

Aluno 1: _____ Aluno 2: _____



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pro-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)

Rua do Comércio, nº 01 - Jardim São Pedro - CEP 38600-000
Campus de Muriaé - Triângulo Mineiro



É provável que cada estudante tenha obtido um resultado diferente. Sendo assim, o que foi determinante para cada resultado?

Atividade 3 – O dono de um posto de gasolina, com o objetivo de aumentar as vendas, resolveu criar um sistema de fidelidade do cliente. A cada abastecimento o cliente ganharia cupons que mais tarde poderiam ser trocados por brindes no próprio posto. Os cupons eram distribuídos da seguinte maneira:

Até 10 litros de combustível o cliente ganha 1 cupom.

Acima de 10 até 20 litros de combustível o cliente ganha 2 cupons.

Acima de 20 litros até 40 litros de combustível o cliente ganha 3 cupons.

Acima de 40 litros de combustível o cliente ganha 4 cupons.

Um cliente deste posto deseja adquirir um acessório para o seu carro com cupons adquiridos na promoção. Ele sabia que para conseguir o acessório desejado ele irá precisar no mínimo 50 cupons.

Analisando a situação acima o que é necessário ao cliente para que ele consiga o acessório.



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pro-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)

Rua do Cruzeiro, nº 01 - Jardim São Paulo - CEP 38620-071
Campus de Minas - Três Cordeiros



Atividade 4- Um grupo de estudantes de meteorologia pesquisou as variações de temperatura em certa cidade. Após longa coleta de dados, o grupo concluiu que a temperatura podia ser calculada por meio da fórmula matemática $T = -\frac{1}{6}t^2 + 4t + 10$, na qual T representa a temperatura, e t representa a hora do dia.

É fato que a expressão algébrica encontrada pelos estudantes possui duas variáveis e descreve uma relação de dependência entre elas.

Analizando o contexto da atividade e a expressão algébrica:

a) Quais as variáveis podemos destacar?

b) Qual a variável independente?

c) Qual a variável dependente?

Atividade 5- Usando as variáveis destacadas em cada sentença, escreva uma expressão algébrica que as relacione.

a) Escreva a área (S) de um quadrado em função do seu lado l metros.

b) Escreva a área (A) de um quadrado em função do seu lado cuja medida é 5 unidades maior que o quadrado anterior.

c) Rogério tinha 3 anos quando Juliana nasceu. Escreva a idade de Juliana (j) em função da idade de Rogério (r).

d) O litro (l) de gasolina é comprado a R\$ 2,15. Escreva o preço (P) a pagar em função da quantidade de litros comprados.

e) Um retângulo tem comprimento c , largura b e perímetro 20. Determine a fórmula que dá o valor de c em função de b .



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)

Rua do Comércio, nº 51 - Jardim São Pedro - CEP 38630-071
Campus de Murici - Três Ilhas/UFVJM



As atividades anteriores nos levaram a pensar sobre o significado da palavra função e sobre a ideia de variáveis em um contexto geral. Vimos que podemos representar uma relação de dependência entre duas variáveis através de uma expressão algébrica.

Nas próximas atividades iremos discutir as condições necessárias para que uma expressão algébrica represente uma função.

Atividade 6 - Um ônibus de 35 lugares transporta diariamente turistas para um passeio. Se todos os lugares estão ocupados, o preço de cada passagem é R\$ 6,00. Caso contrário, para cada lugar vago será acrescida a importância de R\$ 1,00 ao preço de cada passagem. Assim, o faturamento da empresa de ônibus, em cada viagem, pode ser representado por uma expressão algébrica. Sendo x o número de lugares vagos no ônibus, e f o faturamento da empresa por viagem.

- a) Qual a expressão algébrica representa o faturamento da empresa em uma viagem?

- b) Para que valores reais de x a expressão algébrica encontrada pode ser calculada?

- c) Considerando o contexto do problema, quais os valores podem ser atribuídos a variável x ?

- d) Considerando a condição do item c), existem restrições para o valor da variável f ?



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pro-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)

Rua do Cruzeiro, nº 01 - Jardim São Pedro - CEP 38620-071
Campus de Murici - Três Ilhas (MG)



Atividade 7 - A tabela a seguir mostra a distância em km percorrido por um carro e o tempo em horas que ele gastou para percorrer tal distância.

Distância (km)	Tempo (h)
30	0,5
60	1
90	1,5
120	2

Analisando a tabela responda o que se pede:

- a) É possível observar uma regularidade na tabela apresentada? _____
- b) Usando D para representar a distância e t para representar o tempo, qual a expressão matemática capaz de descrever a situação da tabela?

- c) Para que valores reais de t a expressão algébrica encontrada pode ser calculada?

- d) Considerando o contexto do problema, em que domínio faz sentido definir a função D ?

Atividade 8 - Observe as funções seguintes:

$$f: N \rightarrow N \mid f(x) = x^2 \quad \text{e} \quad g: R \rightarrow R \mid g(x) = x^2$$

As funções f e g representam a mesma função?



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)

Rua do Comércio, nº 51 - Jardim São Pedro - CEP 38630-071
Campus de Murici - Três Ilhas (UFVJM)



Atividade 9- Em cada item abaixo, defina pelo menos duas funções diferentes, na forma $y = f(x)$, cujas leis de formação sejam definidas pelas expressões algébricas dadas.

a) $f(x) = \frac{5-x}{x^2-4}$

b) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$

As atividades até aqui nos levaram a compreender que uma função é uma relação que associa elementos de dois conjuntos de forma unívoca e não simplesmente uma expressão algébrica. Uma função pode nem mesmo ser definida por uma fórmula, ou seja, não é somente a fórmula que irá definir a função. Vimos também que a noção matemática de função é composta por três elementos indispensáveis: *domínio*, *contradomínio* e *lei de associação*. Assim, uma função não é apenas uma fórmula ou uma expressão algébrica! Uma expressão algébrica é apenas uma ferramenta simbólica para representarmos uma fórmula.

Sendo assim, segundo CARAÇA (1970) "sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; diz-se que y é função de x e escreve $y = f(x)$ se entre as duas variáveis existe um correspondência unívoca no sentido $x \rightarrow y$. A x chama-se variável independente, a y variável dependente".

Isso tudo nos leva a compreender que não devemos confundir função com expressão algébrica, e que nem toda relação de dependência entre duas variáveis é uma função.

Atividade 10 – Diante de tudo que falamos até agora, escreva usando linguagem matemática a definição de função.



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)

Rua do Comércio, nº 01 - Jardim São Paulo - CEP 38601-071
Campus de Minas - Três Ilhas (Ouro Preto)



As três principais formas de representação para funções usadas no Ensino Médio são: *algébricas (fórmulas)*, *numéricas (tabelas)* e *gráficas (gráficos)*. Mas o é sempre importante lembrar que: para cada uma dessas representações sejam uma função, deve existir uma relação unívoca entre dois conjuntos de forma que um dependa do outro.

Nas próximas atividades, proponho discutirmos sobre as representações de uma função.

Atividade 11- Tendo o conhecimento de uma plano cartesiano, retorne na **atividade 8** e construa o gráfico de cada uma da funções propostas na atividade.

<i>f</i>	<i>g</i>
----------	----------

Qual diferença podemos observar no gráfico dessas funções?



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pro-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)

Rua do Comércio, nº 11 - Jardim São Paulo - CEP 38620-071
Campus de Minas - Três Ilhas/UFVJM



Atividade 12- A tabela a seguir representa a quantidades de alunos que um professor de violão teve durante o ano de 2016.

Mês	Número de alunos
Janeiro	3
Março	2
Abril	6
Junho	1
Julho	3
Setembro	2
Novembro	6
Dezembro	2

Existe uma função representada na tabela. Defina qual é essa função.

É possível representar graficamente essa tabela? _____
Qual a melhor representação gráfica para a função acima? _____
Esboce a representação gráfica da tabela dada.



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pro-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)

Rua do Cruzeiro, s/n - Jardim São Pedro - CEP 38623-071
Campus de Mucuri - Três Ilhas



Atividade13- Em cada um dos itens abaixo analise a expressão algébrica dada e defina uma função $f: D \rightarrow R$, com a lei de formação representada pela expressão. Construa o esboço do gráfico da função definida.

a) $f(x) = x^3 - x^2$

b) $f(x) = \frac{1}{x-2}$

c) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 11x + 30, & \text{se } x > 5 \\ x - 4, & \text{se } x < 0 \end{cases}$



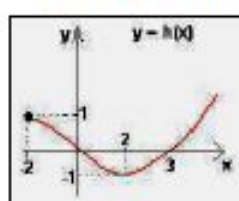
Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)

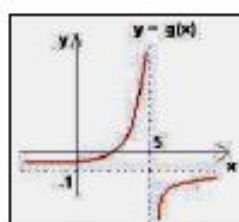
Rua do Comércio, nº 01 - Jardim São Pedro - CEP 38630-071
Campus de Minas - Três Cordeiros

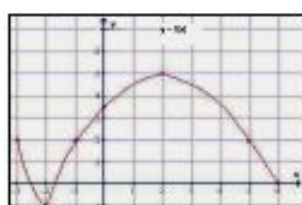


Um das possíveis ferramentas para a construção de gráficos é o uso de tabelas, mas devemos ter atenção aos valores atribuídos à variável independente pois as vezes a escolha de valores nos leva a uma interpretação errada do gráfico. Um exemplo disso é no item c) da atividade anterior. Caso você tenha escolhido os valores de 5 e 6 para x , você pode interpretar equivocadamente que a função é constante entre esses dois valores é constante, o que sabemos que não é verdade, já que a função nesse intervalo é uma função do 2º grau.

Atividade 14- Defina cada uma das funções representadas nos gráficos abaixo:







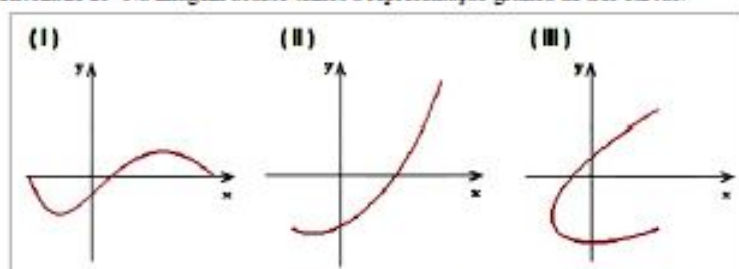


Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pro-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)

Rua do Comércio, nº 01 - Jardim São Pedro - CEP 38630-071
Campus de Minas - Três Lagoas/MG



Atividade 15- Na imagem abaixo temos a representação gráfica de três curvas.



- a) Analisando as curvas dadas, qual(is) delas não pode(m) representar uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. _____
- b) Qual a condição de uma função que é contrariada pela(s) curva(s) escolhida(s)?

Considerações Finais

A sequência didática proposta teve como objetivo trabalhar o ensino do conceito de funções.

É importante que tenha ficado claro que uma relação que representa uma função é composta por três elementos fundamentais: *domínio*, *contradomínio* e *lei de associação*. Uma função não é apenas uma fórmula ou uma expressão algébrica. Para que uma função esteja bem definida, é preciso que estes três elementos sejam dados.

Foi objetivo da sequência trabalhar com as três principais formas de representação para funções usadas no Ensino Médio que são: a representação *algébrica (fórmulas)*, a *representação numérica (tabelas)* e a *representação gráfica (gráficos)*.

Por fim, o objetivo principal da sequência é que o aluno seja capaz de compreender e formalizar o conceito de função.

APÊNDICE D – Segundo Questionário Sobre o Conceito de Função



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)
Rua do Comércio, nº 01 - Jardim São Paulo - CEP 38625-917
Campus do Mucuri - Trévia Oliveira

**Questionário do Conceito de Função:**

1. O que é função?

2. Escreva usando linguagem matemática a definição de função.

3. Utilizando a resposta da questão 2, descreva qual é:

- O conjunto Domínio de uma função. _____.
- O conjunto Contradomínio de uma função. _____.
- O conjunto Imagem de uma função. _____.

4. De qual (quais) maneira(s) você pode fazer a representação de uma função?



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)
Rua do Comércio, nº 01 - Jardim São Paulo - CEP 38625-117
Campus do Mucuri - Trébia Ozeiras



5. Identifique quais das tabelas abaixo representam ou não uma função de x para y .

a)

x	y
0	7
1	-46
2	8
3	4
4	-21

() É função

() Não é função

Por que você escolheu essa opção? _____

b)

x	y
-3	0
-2	0
-1	0
0	0
1	0

() É função

() Não é função

Por que você escolheu essa opção? _____

c)

x	y
2	6
8	24
-9	-27
2	-6
7	-21

() É função

() Não é função

Por que você escolheu essa opção? _____



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)
Rua do Cruzeiro, nº 01 - Jardim São Pedro - CEP 38853-073
Campus de Murici - Trébia (Ouro Preto)



6. Dadas as expressões algébricas abaixo, descreva as condições necessárias e suficientes para que elas representem uma função.

a) $y = x^2$

Condição:

b) $f = \begin{cases} u - 5, & \text{se } 0 < u < 5 \\ u, & \text{se } -3 < u < 0 \end{cases}$

Condição:

c) $y = 7 \pm \sqrt{x}$

Condição:

7. Seja f uma relação de $A = \{-3, -2, 0, 1, 3\}$ em $B = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 4\}$ definida por $f(x) = x^2 - 5$. Marque com X a opção correta a respeito da relação f .

- () f é uma função de B em A.
 () A imagem de f é $\{-5, -4, -1, 4\}$.
 () O contradomínio de f é $\{-3, -2, 0, 1, 3\}$.
 () O domínio de f é $\{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 4\}$.

8. Seja f uma função definida por $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2-3x+2}$, responda às seguintes questões:

- a) $f(0) =$ _____
 b) $f(-4) =$ _____
 c) $f(2) =$ _____

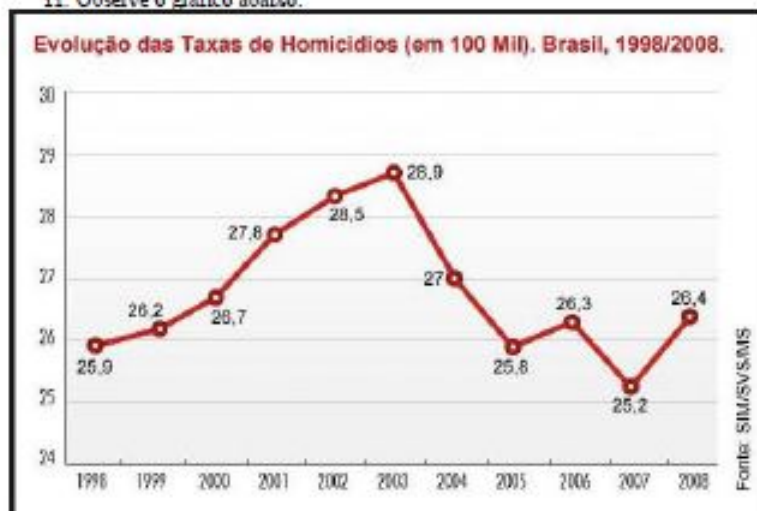


Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)

Rua do Comércio, nº 01 - Jardim São Paulo - CEP 38600-000
Campus do Mucuri - Trévis de Oliveira



11. Observe o gráfico abaixo:



- Qual a informação que o gráfico nos oferece?

- A situação descrita no gráfico representa uma função?
() Sim () Não

Justifique sua resposta:

- Quais as variáveis envolvidas na situação acima?

APÊNDICE E – Questionário de Satisfação



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)

Rua do Comércio, nº 01 - Jardim São Pedro - CEP 38620-070
Campus do Mucuri - Três Lagoas (MG)



Questionário de Satisfação

01 – A proposta apresentada para o ensino do conceito de função ajudou a esclarecer dúvidas sobre o conceito abordado?

() Sim

() Não

Comente:

02 – Na sua opinião, a sequência de atividades apresentadas em sala contribuiu para a formalização da definição de uma função?

() Sim

() Não

Comente:

03 – Na sua opinião, a sequência de atividades apresentadas em sala contribuiu para a identificação de uma função em diferentes tipos de representação?

() Sim

() Não

Comente:

04 – Você acredita que a forma como a proposta foi desenvolvida pode ser reproduzida por você quando for professor?

() Sim

() Não

Comente:



Universidade Federal dos Vales
do Jequitinhonha e Mucuri
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PRPPG)

Rua do Comércio, nº 11 - Jardim São Paulo - CEP 38923-171
Campus de Minas - Trêsilheiras/383



05- O fato da sequência didática não utilizar recursos computacionais atrapalhou a evolução das atividades?

() Sim

() Não
