



**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
CAMPUS DE SINOP
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL - PROFMAT**



DIOGO ALBINO DE QUEIROZ

***FINANCIAL TOOL: UMA FERRAMENTA WEB PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA FINANCEIRA***

**SINOP
2018**

DIOGO ALBINO DE QUEIROZ

***FINANCIAL TOOL: UMA FERRAMENTA WEB PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA FINANCEIRA***

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, do departamento de Matemática da Universidade Estadual do Mato Grosso – UNEMAT, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Prof. Dr. Giovane Maia do Vale
Orientador

Prof. Me. João Gabriel Ribeiro
Coorientador

**SINOP
2018**

Walter Clayton de Oliveira CRB 1/2049

Q3f QUEIROZ, Diogo Albino de.
Financial Tool: Uma Ferramenta Web para o Ensino de Matemática Financeira / Diogo Albino de Queiroz - Sinop, 2018. 138 f.; 30 cm.(ilustrações) Il. color. (sim)

Trabalho de Conclusão de Curso
(Dissertação/Mestrado) - Curso de Pós-graduação Stricto Sensu (Mestrado Profissional) Profmat, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Câmpus de Sinop, Universidade do Estado de Mato Grosso, 2018.

Orientador: Dr. Giovane Maia do Vale

Coorientador: Me. João Gabriel Ribeiro

1. Educação Financeira. 2. Matemática Financeira. 3. Investimentos. 4. Rendimento de Aplicações. 5. Ferramenta Web. I. Diogo Albino de Queiroz. II. Financial Tool: Uma Ferramenta Web para o Ensino de Matemática Financeira: .

CDU 51-7:336

DIOGO ALBINO DE QUEIROZ

FINANCIAL TOOL: UMA FERRAMENTA WEB PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA FINANCEIRA.

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT no *Campus* Universitário de Sinop, para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Giovane Maia do Vale

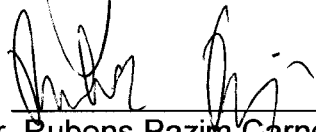
Co-orientador: Prof. Me. **João Gabriel Ribeiro**

Aprovado em: 20/03/2018

BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. Giovane Maia do Vale - UNEMAT



Prof. Dr. Rubens Pazim Carnevarollo Júnior – UFMT/Sinop



Prof. Dr. Rogério dos Reis Gonçalves - UNEMAT

SINOP – MARÇO - 2018

Ao meu Amor, Eveline Queiroz,

À minha querida esposa, por ter me proporcionado a maior benção, nossa filha, por toda a paciência, dedicação, carinho, amor, amizade e companheirismo em todos os momentos que estamos juntos, dando-me apoio, força e coragem para sempre seguir em frente.

À minha filha, Júlia Isquierdo de Queiroz,

Uma benção em nossas vidas, uma benção de Deus que chegou no decorrer do mestrado para nos iluminar e nos dar mais força ainda para enfrentar os desafios.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus por esta oportunidade, por esta caminhada tão abençoada e por sempre estar ao meu lado dando força e mostrando o melhor caminho. Pela minha saúde, pela minha esposa e filha especiais que Ele colocou na minha vida.

À minha família que sempre me apoiou, me incentivou e me ajudou em tudo o que fosse necessário. Em especial aos meus pais, Dalva e Adalberto, e irmãos, Diego, Adalberto Júnior e Jacy Neto, por sempre estarem ao meu lado.

Aos professores da UNEMAT que com muita paciência e comprometimento nos capacitaram para alcançarmos este momento tão especial. Em especial aos meus orientadores, Dr. Giovane Maia do Vale e Me. João Gabriel Ribeiro, por terem aceitado me orientar e pela paciência e pelos conhecimentos compartilhados durante a construção desta dissertação.

Aos meus amigos e companheiros de mestrado que contribuíram para que o período do mestrado fosse mais leve, apesar das dificuldades e dos desafios enfrentados. Sempre estavam ali à disposição para ajudar, motivar e apoiar. Em especial ao Thiago Mantovani e Pedro Anacleto pela paciência e amizade em todos os momentos.

Aos meus amigos Bruno Santos e Dieyson Roos por sempre estarem ao meu lado, me incentivando e apoiando durante todo o período do mestrado.

Aos meus amigos da UFMT por me apoiarem. Em especial aos meus amigos do STI que me apoiaram e incentivaram durante esta jornada.

À turma do vôlei que contribuiu para os períodos de descontração e prática esportiva. Em especial ao Adriano, Renan, Thiago, Bruno e Dieyson por sempre estarem presentes, todos os finais de semana, proporcionando muita diversão e alegria em todos os momentos.

Enfim, agradeço a todos que em especial contribuíram de forma direta ou indireta para que este sonho pudesse ser realizado e concretizado. MUITO OBRIGADO!

RESUMO

Ao se pesquisar na literatura pertinente e em páginas de *Internet*, verificou-se que havia uma certa vacuidade de materiais voltados aos Ensinos Fundamental e Médio, que versassem sobre Matemática Comercial e Financeira. E mais, materiais que discorressem didaticamente sobre as aplicações financeiras eram ainda mais raros. Assim, o objetivo do trabalho aqui apresentado foi discutir o aspecto prático do ensino de Matemática Financeira para a formação dos alunos do Ensino Médio, a fim de incentivá-los a pensar em seu futuro financeiro. É óbvio que, o material aqui gerado não é de uso restrito dos alunos/professores do Ensino Médio, podendo e devendo ser utilizado por qualquer interessado pelo tema. Assim, para que as nuances relativas às aplicações financeiras fossem entendidas, *a priori*, foram abordados os conceitos de juros simples, juros compostos, juros reais (ganho real), inflação e imposto de renda sobre investimento. As principais formas de investimento que os cidadãos têm acesso foram conceituadas e discutidas visando a criação de senso crítico e, conseqüentemente, de discernimento na escolha do tipo mais coerente de aplicação. Nestes termos, a fim de facilitar a abstração dos conceitos apresentados e materializar sua dinâmica, foi construída uma ferramenta *Web* que permite ao usuário simular os ganhos que terá com um determinado investimento. O usuário terá então acesso aos resultados das simulações expressos de forma numérica e gráfica. A ferramenta *Web*, denominada *Financial Tool*, abarca simuladores para os investimentos que constam neste trabalho, os quais são: Caderneta de Poupança, Certificado de Depósito Bancário (CDB), Fundos DI, Fundos de Renda Fixa e Fundo de Ações. Nos simuladores é possível alterar os aportes, mensal ou do início da aplicação, além das taxas de administração, juros e inflação, com o intuito de gerar cenários financeiros inteligíveis e significativos para o usuário. Para a sua construção foram utilizados recursos computacionais como, o GeoGebra, para a construção dos simuladores de cada aplicação, e as linguagens *Web HTML* e *CSS*, para a construção da página do *Financial Tool*. Assim, a ferramenta *Web*, além de poder ser utilizada localmente, pode também ser utilizada de forma *online*. A partir da página do aplicativo podem ainda ser baixadas: planilhas de cálculo, que materializam as mesmas aplicações previstas nos simuladores, e o arquivo digital desta dissertação. Tais planilhas, além de auxiliarem os interessados pelas aplicações financeiras, se prestaram à validação dos resultados dos simuladores construídos. Por sua vez, os códigos *HTML* também foram validados por meio de um validador disponibilizado *online* pela W3C (*World Wide Web Consortium*). Considerando o aspecto tutorial/didático deste trabalho, por fim são apresentadas atividades relativas a cada tipo de aplicação, apoiadas pelo *Financial Tool*. Por meio do material bibliográfico aqui expresso e do *Financial Tool*, espera-se que os alunos do Ensino Médio e demais interessados alcancem a compreensão sobre a Matemática Financeira e, particularmente, sobre as aplicações financeiras. Espera-se ainda que, o uso destes recursos possa estimular os estudantes/usuários a pouparem, a fim de que possam conquistar sua independência financeira, ou ainda, que consigam, através de disciplina e planejamento, alcançarem os seus objetivos de vida.

Palavras-chave: Educação Financeira; Matemática Financeira; Investimentos; Rendimento de Aplicações; Ferramenta *Web*.

ABSTRACT

When researching in relevant literature and in Internet pages, it was verified there was a certain emptiness of materials aimed at Elementary and Middle School, which dealt about Commercial and Financial Mathematics. In addition to this, informative materials about financial investments were even rarer. Thus, work objective was to discuss teaching practical aspect of Financial Mathematics in the training of secondary school students in order to encourage them to think about their financial future. Of course, generated material is not restricted to high school students/teachers, and it's may and should be used by anyone interested in the subject. Thus, in order to nuances related to financial investments to be understood, a priori, concepts of simple interest, compound interest, real interest (real gain), inflation, and investment income tax were approached. Main investment forms citizens have access was conceptualized and discussed in order to create a critical sense and, consequently, a discernment about choosing most coherent application type. So, in order to facilitate abstraction of presented concepts and to materialize their dynamics, a Web tool was constructed allowing user to simulate gains will have with a certain investment. User will then have access to results of simulations expressed in numerical and graphical form. The Web Tool, called Financial Tool, includes investment simulators related to that contained in this work, which are: Savings Account, Bank Deposit Certificate (CDB), DI Funds, Fixed Income Funds and Stock Fund. In simulators, it's possible to change contributions, monthly or initial, in addition to administration, interest and inflation rates, in order to generate intelligible and significant financial scenarios for user. For its construction were used computational resources such as GeoGebra, for simulator construction of each application, and HTML and CSS languages, for construction of the Financial Tool page. Thus, Web tool, besides being able to be used locally, can also be used online. From application page can still be downloaded: spreadsheets, which materialize the same applications provided in simulators, and dissertation digital file. These spreadsheets, in addition to assisting interested in financial investments, provided validation of results from built simulators. In turn, HTML codes were also validated by means of a validator available online by W3C (World Wide Web Consortium). Considering tutorial/didactic aspect of this work, finally are presented activities related to each application type, supported by the Financial Tool. Through bibliographical material and Financial Tool, it's expected High School students, and other interested people will reach an understanding about Financial Mathematics and, particularly, about financial applications. It is also hoped, use of these resources may stimulate students/users to save, so that they can achieve financial independence, or that they can achieve their life goals through discipline and planning.

Keywords: Financial Education; Financial Mathematics; Investments; Application Yield; Web Tool.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Exemplo de documento HTML.	40
Figura 2: Página Web gerada.....	41
Figura 3: Relação da página Web gerada com as marcações definidas no documento HTML.	42
Figura 4: Página Web: Resultado da Estilização via CSS.....	45
Figura 5: Validador de documentos Web.....	46
Figura 6: Validação realizada dos arquivos HTML do Financial Tool.....	46
Figura 7: Ilustração da Interface Gráfica do Simulador de Caderneta de Poupança: Características.....	51
Figura 8: Ilustração da Interface Gráfica do Simulador de Fundos DI: Características.....	56
Figura 9: Ilustração da Interface Gráfica do Simulador de CDB: Características.	58
Figura 10: Recurso “Compartilhar”: interface do GeoGebra.	59
Figura 11: Página de login do site do GeoGebra.....	60
Figura 12: Extrair link no site do GeoGebra para incorporar arquivo em páginas Web.	61
Figura 13: Extrair link no site do GeoGebra para incorporar arquivo em páginas Web.	62
Figura 14: Exemplo de simulador construído na planilha eletrônica.	63
Figura 15: Página Inicial da aplicação Financial Tool.	67
Figura 16: Página “Simuladores” da aplicação Financial Tool.....	68
Figura 17: Página de Informações da aplicação Financial Tool.....	68
Figura 18: Interface do Simulador: Definição de Caderneta de Poupança.	69
Figura 19: Simulador da Caderneta de Poupança.	70
Figura 20: Simulador da Caderneta de Poupança (dados das taxas com período anual).	71
Figura 21: Simulador da Caderneta de Poupança: Atividade 1.....	76
Figura 22: Simulador da Caderneta de Poupança: Atividade 2.....	77
Figura 23: Simulador da Caderneta de Poupança: Atividade 3.....	79
Figura 24: Simulador da Caderneta de Poupança: Atividade 4.....	80
Figura 25: Interface do Simulador: Definição de CDB.....	82
Figura 26: Simulador do CDB.	83
Figura 27: Simulador do CDB (dados das taxas com período anual).	84
Figura 28: Simulador de CDB: Atividade 1.	90
Figura 29: Simulador de CDB: Atividade 2.	92
Figura 30: Simulador de CDB: Atividade 3.	93

Figura 31: Simulador de CDB: Atividade 4.	94
Figura 32: Interface do Simulador: Definição de Fundos DI.	96
Figura 33: Simulador de Fundos DI.	97
Figura 34: Simulador de Fundos DI (dados das taxas com período anual).	98
Figura 35: Simulador de Fundos DI: Atividade 1.	105
Figura 36: Simulador de Fundos DI: Atividade 2.	106
Figura 37: Simulador de Fundos DI: Atividade 3.	107
Figura 38: Simulador de Fundos DI: Atividade 4.	109
Figura 39: Interface do Simulador: Definição de Fundos de Renda Fixa.	112
Figura 40: Simulador de Fundos de Renda Fixa (dados das taxas com período anual).	113
Figura 41: Interface do Simulador: Definição de Fundos de Ações.	114
Figura 42: Simulador de Fundos de Ações.	115
Figura 43: Simulador de Fundos de Ações (dados das taxas com período anual).	116
Figura 44: Simulador de Fundos de Ações: Atividade 1.	123
Figura 45: Simulador de Fundos de Ações: Atividade 2.	124
Figura 46: Simulador de Fundos de Ações: Atividade 3.	126
Figura 47: Simulador de Fundos de Ações: Atividade 4.	127
Figura 48: Simulador de Investimentos em Caderneta de Poupança.	134
Figura 49: Simulador de Investimentos em CDB.	135
Figura 50: Simulador de Investimentos em Fundos DI.	136
Figura 51: Simulador de Investimentos em Fundos de Renda Fixa.	137
Figura 52: Simulador de Investimentos em Fundos de Ações.	138

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Trecho de código retirado do exemplo expresso na Figura 1.	43
Quadro 2: Código CSS que define a classe “estilo”.	44
Quadro 3: Folha de estilo definida internamente à tag p.	44
Quadro 4: Exemplo de chamada de folha de estilo CSS a partir de código HTML.	44
Quadro 5: Arquivo “folha_de_estilo.css”.	45

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Exemplo de aplicação sob regime de juros simples.	24
Tabela 2: Exemplo de aplicação sob regime de juros compostos.....	25
Tabela 3: Valor do IOF regressivo.	32

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	15
1.1 Considerações Iniciais.....	15
1.2 Trabalhos Relacionados.....	18
1.3 Objetivos.....	19
1.3.1 Objetivo Geral.....	19
1.3.2 Objetivos Específicos.....	20
1.4 Estrutura do Trabalho.....	20
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	22
2.1 Matemática Financeira.....	22
2.1.1 Juros.....	22
2.1.2 Juros Simples.....	23
2.1.3 Juros Compostos.....	24
2.2 Tipos de Investimentos.....	26
2.2.1 Caderneta de poupança.....	27
2.2.2 Certificado de Depósito Bancário (CDB).....	28
2.2.3 Fundos DI.....	29
2.2.4 Fundos de Renda Fixa.....	29
2.2.5 Fundo de Ações.....	30
2.3 Impostos e Taxas sobre Investimentos.....	31
2.3.1 Impostos sobre Investimentos.....	31
2.3.2 Taxas sobre Investimentos.....	33
2.3.2.1 Taxa de Administração.....	33
2.3.2.2 Taxa de Performance.....	34
2.3.2.4 Taxa de Ingresso ou Saída.....	34
2.3.2.5 Impacto das Taxas na Rentabilidade.....	34
2.4 Rendimentos dos Investimentos.....	35
2.4.1 Taxa nominal e taxa real.....	35
2.5 Ciência da Computação: Tópicos.....	37
2.5.1 Sistemas de Informação.....	37
2.5.2 Ferramental <i>Web</i>	39
2.5.2.1 <i>HTML</i>	39
2.5.2.2 <i>CSS (Cascading Style Sheets)</i>	42

2.5.2.3 Validador <i>Web</i>	45
2.5.3 GeoGebra.....	46
3 METODOLOGIA.....	48
3.1 Pesquisa Bibliográfica	48
3.2 Criação de Simulador para <i>Internet: Financial Tool</i>	48
3.2.1 GeoGebra: A Construção das Simulações das Aplicações Financeiras.....	50
3.2.1.1 Fundos DI e Fundos de Renda Fixa.....	55
3.2.1.2 Fundos de Ações.....	57
3.2.1.3 CDB.....	57
3.2.2 Programação de Páginas <i>Web</i>	59
3.3 Validação dos Códigos do <i>Financial Tool</i> : Aspectos Matemáticos e Computacionais	62
4 RESULTADOS E ANÁLISE.....	65
4.1 Visão Geral do Simulador.....	66
4.2 Simulador da Caderneta de Poupança	69
4.2.1 Simulador da Caderneta de Poupança – Atividade 1	75
4.2.2 Simulador da Caderneta de Poupança – Atividade 2	77
4.2.3 Simulador da Caderneta de Poupança – Atividade 3	78
4.2.4 Simulador da Caderneta de Poupança – Atividade 4	79
4.3 Simulador do CDB (Certificado de Depósito Bancário).....	82
4.3.1 Simulador do CDB – Atividade 1.....	89
4.3.2 Simulador do CDB – Atividade 2.....	91
4.3.3 Simulador do CDB – Atividade 3.....	92
4.3.4 Simulador do CDB – Atividade 4.....	94
4.4 Simulador de Fundos DI.....	96
4.4.1 Simulador de Fundos DI – Atividade 1	104
4.4.2 Simulador de Fundos DI – Atividade 2	106
4.4.3 Simulador de Fundos DI – Atividade 3	107
4.4.4 Simulador de Fundos DI – Atividade 4.....	108
4.5 Simulador de Fundos de Renda Fixa	111
4.6 Simulador de Fundos de Ações	113
4.6.1 Simulador de Fundos de Ações – Atividade 1.....	122
4.6.2 Simulador de Fundos de Ações – Atividade 2.....	124
4.6.3 Simulador de Fundos de Ações – Atividade 3.....	125
4.6.4 Simulador de Fundos de Ações – Atividade 4.....	127

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	129
5.1 Conclusões.....	129
5.2 Recomendação.....	130
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	131
APÊNDICE A – Planilhas Eletrônicas Relativas aos Simuladores do <i>Financial Tool</i>	133

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Iniciais

Analisando os conteúdos programáticos dos Ensinos Fundamental e Médio, verificou-se que a Educação Financeira é pouco focada e estimulada nas escolas, e que os livros didáticos praticamente não abordam este assunto. Assim, supõe-se que tais fatos tornem pouco provável a difusão deste tema entre os jovens. E mais, da situação social, financeira e política do Brasil, depreende-se que seja cada vez mais importante que a população dependa cada vez menos do Estado e tenha condições próprias para a sua subsistência, seja no período produtivo da vida, seja na aposentadoria.

Oliveira (2014) demonstrou, por meio da análise de alguns livros didáticos indicados pelo PNELM (Programa Nacional do Livro Didático no Ensino Médio) de 2012, que os exercícios propostos nos livros não abordavam situações que estimulassem os alunos a escolherem entre modalidades diferentes de investimentos. Assim, tais exercícios não incluíam, por exemplo, simulações de situações reais cotidianas que poderiam materializar conceitos e fornecerem uma visão mais realista sobre estes. Deste fato, pode-se depreender a relevância deste trabalho, uma vez que professores interessados poderão utilizar esta dissertação como referencial teórico nas suas atividades didático-pedagógicas executadas no Ensino Médio.

Cabe expressar que, o objetivo final deste trabalho é de cunho prático e consistiu em estimular os estudantes a pensarem na sua vida financeira, apesar de, em muitos casos, não estarem ainda inseridos no mercado de trabalho. Este talvez seja o momento mais oportuno para isso, visto que os alunos ainda estão em formação e podem, desde cedo, criar a cultura da gestão financeira de suas vidas.

É noticiado que, por falta de conhecimento, as pessoas acabam escolhendo a poupança como forma de investimento, uma vez que esta aplicação é a mais acessível e divulgada. Porém, a rentabilidade desta aplicação normalmente é menor que a de outras igualmente conservadoras. Logo, é importante mostrar para o jovem quais as aplicações disponíveis no mercado financeiro, de modo que ele possa avaliar qual é a mais aderente a sua necessidade. Entende-se que pessoas capacitadas consigam distinguir e escolher de forma mais eficiente os seus investimentos. Daí a necessidade de se ensinar o jovem.

Quando os estudantes se deparam com o tema “independência financeira”, em muitos casos, a primeira reação é questionar como isso é possível visto que eles possuem baixa renda ou nem possuem remuneração. De acordo com Cerbasi (2003), muitas pessoas não conseguem

acumular riquezas por desprezarem os pequenos valores, por não se esforçarem por uma boa negociação, por não terem percepção financeira e/ou por não saberem “onde querem chegar na vida”. Assim, acredita-se que alguns ingredientes, tais como, tempo, juros compostos, decisões inteligentes e dinheiro, são fundamentais para que as pessoas tenham uma perspectiva mais concreta de uma vida financeira tranquila.

De acordo com Halfeld (2008, p. 101):

Pequenas quantias poupadas na juventude transformam-se facilmente em centenas de milhares de reais ao fim de 30 anos. Você deve colocar a mágica dos juros compostos trabalhando a seu favor o quanto antes.

A fórmula para acumular riqueza, definida por Cerbasi (2003), inclui gastar menos do que se ganha, investir bem a diferença e, na sequência, reinvestir os ganhos financeiros para obter ganhos compostos até atingir um volume financeiro que crie a renda anual que se deseja na vida.

Poupar é necessário, mas é preciso saber investir. Ressalta-se que é importante sempre buscar taxas de retorno, levando em conta os riscos assumidos. Assim, com um incremento de somente 1% em sua taxa de retorno anual, a rentabilidade de uma aplicação será bem maior após 30 anos (HALFELD, 2008).

Nestes termos, um dos focos deste trabalho foi mostrar, por meio de simulações, que se as pessoas guardarem um pouco do dinheiro que ganham mensalmente, após um determinado período, terão acumulado valores expressivos para a sua realidade. O importante é escolher corretamente cada investimento e ter uma meta clara a ser alcançada.

Do acima exposto, depreende-se que nunca se deve deixar o dinheiro “parado”, pois, dado que este é um país no qual a inflação não é nula, se o dinheiro não gerar rendimentos ao longo do tempo, quando ele for utilizado no futuro, o seu poder de compra terá sido reduzido. Desta forma, se estabelece uma máxima: “sempre deixe o dinheiro aplicado para que o seu poder de compra não seja alterado negativamente (CERBASI, 2014)”. De acordo com Gonçalves *et al.* (2010), inflação é um aumento geral dos preços, que pode ser contínuo ao longo do tempo ou ocorrer somente por determinados períodos, e faz com que o nível geral de preços se altere para um patamar superior.

Assim, verifica-se que a inflação causa uma depreciação no poder de compra do dinheiro e, conseqüentemente, ela deve ser considerada no âmbito das aplicações financeiras. Por exemplo, em se tratando de investimento, pode-se observar que se o rendimento de uma dada aplicação foi de 5% e a inflação no mesmo período foi de 4%, o rendimento real foi, de fato, de

0,96%. Ou seja, o poder de compra cresceu apenas 0,96%¹ em relação à data de início da aplicação. Por outro lado, se o rendimento da aplicação foi de 5% e a inflação no mesmo período de 8%, isso significa que o poder de compra do dinheiro foi reduzido em 2,78%².

Nestes termos, como fundamentação teórica foram abordados temas e conceitos relacionados direta ou indiretamente à Matemática Financeira, tais como, capital, montante, taxas de juros, juros simples e juros compostos. Estes conteúdos foram utilizados como subsídio para que o aluno, ao acessar este material, pudesse entender, analisar e comparar os investimentos que foram abordados neste trabalho.

Conforme o descrito por Mendonça *et al.* (2010), a Matemática Financeira preocupa-se, principalmente, com o valor do dinheiro no tempo, sendo seu objetivo analisar operações de entrada e saída que envolvam fenômenos financeiros ocorridos em diferentes momentos. Assim, com seu estudo entende-se que os estudantes passem a ter discernimento para avaliar, por exemplo, quando de fato o rendimento real de um investimento ocorreu.

Para tanto, nos tópicos do presente trabalho foram abordados alguns dos principais tipos de investimentos, incluindo sua definição, regras de imposto e a explicação sobre as taxas que normalmente são cobradas. Foi detalhada a ferramenta *Web (Financial Tool)* que abrange alguns tipos de investimentos e que permite efetuar simulações de aplicações de acordo com algumas variáveis pré-definidas, tais como, inflação, taxa de administração, juros e aportes mensais.

Por fim, foram apresentadas as conclusões que se pôde depreender da pesquisa e da experimentação realizada. O trabalho reforçou a importância da Matemática e da Educação Financeira para a vida dos estudantes. E mais, julgou-se que, com o uso da ferramenta desenvolvida, as aulas poderão ser mais dinâmicas e os próprios alunos, de forma numérica e gráfica, poderão analisar os impactos na rentabilidade dos investimentos, a partir da alteração de variáveis associadas às simulações. Assim, acredita-se que os professores poderão utilizar a ferramenta em sala de aula com o objetivo de materializar conceitos e facilitar a absorção do conteúdo por parte dos estudantes.

¹ Pode ser interpretado de forma errônea que o poder aquisitivo aumentou em 1%.

² Pode ser interpretado de forma errônea que o poder aquisitivo reduziu em 3%.

1.2 Trabalhos Relacionados

Quando se efetua uma busca por trabalhos científicos (artigos, dissertações, teses, etc.) sobre o tema abordado nesta dissertação, encontram-se trabalhos que versam sobre os conceitos e a importância da Matemática Financeira, como também, sobre a precariedade com que este assunto é abordado durante os Ensinos Fundamental e Médio. Os trabalhos reforçam a necessidade de aprofundamento no tema e a relevância deste assunto na vida das pessoas. Muitas vezes se destaca a relevância do tema através de exemplos hipotéticos baseados em situações cotidianas como, por exemplo, o fato de se pegar um empréstimo, a realização de um financiamento de um carro em uma instituição financeira, a escolha entre se comprar um bem à vista ou a prazo, a decisão consciente sobre o melhor investimento para se aplicar uma quantia, dentre outros.

Vieira Júnior (2017) apresentou algumas conexões entre a Matemática e a Educação Previdenciária, com o intuito de propiciar aos alunos do Ensino Médio o contato com mais uma aplicação da Matemática na vida cotidiana. O autor lhes apresenta um tema de grande relevância social, apesar dos alunos, nesta fase do ensino, ainda estarem amadurecendo e se apropriando de conhecimentos para entender um tema de tal complexidade. O autor utilizou a ferramenta GeoGebra para realizar os cálculos relativos à acumulação de capital e ao usufruto da renda. O uso do *software* possibilitou o acompanhamento das simulações de forma gráfica. A abordagem permitiu introduzir o tema aos alunos do Ensino Médio de uma forma simples, não necessitando que os alunos tivessem conhecimentos avançados sobre todos os cálculos.

Martins (2016) discutiu a importância da Matemática Financeira com foco na Educação Financeira. Tal abordagem era voltada aos alunos do Ensino Médio. Em sua dissertação foram explorados os conceitos de Matemática Comercial, juros simples e compostos, além dos conceitos de algumas formas de investimentos, tais como, caderneta de poupança e CDB (Certificado de Depósito Bancário). Foi discutida a importância de se introduzir, aos alunos do Ensino Médio, os conceitos de limites e derivadas, como um facilitador de cálculos financeiros relativos às aplicações. Uma das atividades propostas foi a utilização do método de aproximação linear de Newton-Raphson para o cálculo de juros compostos, relativos a uma aplicação financeira.

Em seu trabalho, Teixeira (2015) teve como objetivo ajudar as pessoas a compreenderem a Matemática Financeira através de atividades e problemas. Assim, além da exposição dos conceitos relacionados ao tema, ele demonstrou que a Matemática não é abstrata ao ponto de não poder ser aplicada. Ou seja, ela pode sim ser aplicada e estar ao alcance de

todos. No trabalho, foram contemplados alguns conceitos e aplicações, tais como, capitalização simples e composta, equivalência de capitais a juros compostos e taxas de juros nominal, proporcional e efetiva. Teixeira (2015) utilizou exemplos de situações cotidianas para a melhor visualização e absorção dos conhecimentos por parte do leitor. No trabalho constam ainda as séries periódicas uniformes e sistemas de amortização expressas através de conceitos, fórmulas, demonstrações e exemplos do dia a dia. Além disso, através do método de aproximação de Newton, foi discutida uma forma de calcular a equivalência de taxas de juros.

Amorim (2014) teve como objetivo avaliar se os alunos concluintes do Ensino Médio, com base nos conhecimentos relativos à Matemática Financeira adquiridos durante o período de formação, tinham as habilidades necessárias para tomar decisões adequadas e conscientes frente às oportunidades de concessão de crédito, proporcionadas pelas instituições financeiras, ou na organização de suas próprias contas. Através de questionários aplicados aos professores, constatou-se que, apesar do tema ser abordado durante o Ensino Fundamental e Ensino Médio, os conteúdos lecionados foram considerados insatisfatórios pela maioria dos entrevistados. Os alunos também foram avaliados através de questionários e atividades. Assim, foi possível verificar algumas dificuldades na resolução de alguns problemas por parte deles. Como conclusão, verificou-se a necessidade de priorização do ensino de Matemática Financeira, a fim de evitar a construção de uma sociedade preocupada mais com o valor módico das parcelas decorrentes de uma compra ou empréstimo, do que com os juros efetivos que estão lhes sendo cobrados.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Elaboração de material didático-pedagógico que pode ser utilizado por professores do Ensino Médio, quando da ocorrência de aulas que abordem o tema “Educação Financeira”. O referido material contemplou conteúdos de Matemática Financeira e aplicações financeiras, as quais foram materializadas por meio de um simulador *Web*, construído com o auxílio do *software* livre GeoGebra.

1.3.2 Objetivos Específicos

A fim de se atingir o objetivo geral estabelecido, os seguintes objetivos específicos foram estabelecidos:

- Estudar a teoria Matemática relacionada aos investimentos financeiros;
- Pesquisar os principais investimentos disponíveis no mercado e entender a sua dinâmica;
- Conceituar as formas de investimentos mais acessíveis a um adolescente como, fundos de renda fixa, poupança e CDB (Certificado de Depósito Bancário);
- Conceituar as principais variáveis que estão relacionadas direta e/ou indiretamente às aplicações, tais como, inflação, juros simples, composto e real, taxas de administração, taxa de performance, imposto de renda sobre investimentos, IOF (imposto sobre operações financeiras) e “come-cotas” (tributação);
- Conceituar sistemas de informação, além dos *softwares* e as linguagens de programação que foram utilizadas para a construção da ferramenta *Web*;
- Criar uma ferramenta *Web* que permita ao aluno, de forma numérica e gráfica, alterar os parâmetros dos investimentos dinamicamente e acompanhar o impacto destas alterações nas simulações geradas para os investimentos.

1.4 Estrutura do Trabalho

Este trabalho foi estruturado em 5 capítulos. Como pôde se observar, o Capítulo 1 foi dedicado à introdução do trabalho, a qual foi destinada à contextualização do leitor acerca do cunho da pesquisa. Para tanto, além da explanação inicial, buscou-se mostrar semelhanças e contraposições da pesquisa aqui relatada com trabalhos relacionados ao tema. Por fim, tentou-se familiarizar o leitor acerca dos principais objetivos norteadores do trabalho realizado.

No Capítulo 2 são apresentados os fundamentos teóricos mínimos necessários à compreensão da metodologia elaborada e executada. Neste capítulo são abordadas as definições de Matemática Financeira, juros, juros simples e compostos. Também são apresentadas as definições dos tipos de investimentos contemplados na dissertação, incluindo os riscos, vantagens e desvantagens de cada tipo de aplicação. Por fim são descritos os impostos e as taxas que incidem sobre os investimentos e se explanou sobre as ferramentas que serviram de apoio à construção da ferramenta *Web*, denominada *Financial Tool*.

O Capítulo 3 destina-se à apresentação da metodologia elaborada e utilizada para alcançar os objetivos propostos para este trabalho. Assim, discorre-se sobre os passos para a fundamentação e desenvolvimento do simulador financeiro.

O Capítulo 4 contém a análise dos resultados gerados. Neste capítulo é apresentada a ferramenta *Financial Tool* e todas as aplicações que podem ser simuladas por ela. Ou seja, se mostra como alunos, professores e interessados podem simular em tempo real as aplicações de acordo com o tipo de investimento escolhido. Também foram apresentadas e discutidas algumas atividades, visando a materialização dos conceitos e a fomentação da análise dos resultados obtidos.

O Capítulo 5, por fim, contém as considerações finais depreendidas da realização do trabalho aqui exposto, bem como, as principais recomendações.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Os conteúdos apresentados neste capítulo são o resultado de pesquisas bibliográficas em livros, artigos, dissertações, teses e *sites* de instituições bancárias. Na Seção 2.1 estão presentes os principais conceitos associados à Matemática Financeira e que estão diretamente relacionados com as aplicações a serem apresentadas e detalhadas neste capítulo. Os principais tipos de investimento disponíveis atualmente no mercado financeiro são apresentados na Seção 2.2. Na Seção 2.3 estão listados e detalhados os impostos e as taxas que são aplicados aos tipos de investimentos focados neste trabalho. A rentabilidade dos investimentos, incluindo a diferença entre as taxas nominal e real, é detalhada na Seção 2.4. Na Seção 2.5 são apresentadas as ferramentas computacionais utilizadas na construção do *Financial Tool*, simulador *Web* proposto.

2.1 Matemática Financeira

Neste tópico foram detalhados alguns conceitos básicos associados à Matemática Financeira com o intuito de fornecer ao leitor o embasamento teórico necessário para o entendimento da ferramenta *Web* que foi desenvolvida.

2.1.1 Juros

Conforme o descrito por Mendonça *et al.* (2010), a Matemática Financeira destina-se, principalmente, ao estudo do valor do dinheiro no tempo, sendo seu objetivo fornecer ferramentas Matemáticas de análise para as operações de entrada e saída de caráter financeiro ocorridas em diferentes momentos.

Receber uma quantia hoje ou no futuro não é a mesma coisa. Caso seja possível escolher em receber um valor hoje e o mesmo valor daqui a um mês, na mesma unidade monetária, é preferível que se escolha receber o valor hoje, pois, considerando uma inflação positiva, o dinheiro não terá perdido o seu poder de compra.

Assim, postergar a entrada de caixa (recebimento) por um período requer um sacrifício e este deve ser pago mediante uma recompensa que denominamos de juros (ASSAF NETO, 2016). Assim, juro é a recompensa que o investidor recebe por aplicar o seu dinheiro em uma instituição financeira por um determinado período. Esta recompensa é indexada pela chamada taxa de juro, que é o coeficiente que determina o valor do juro. Ou seja, por exemplo, se após

um ano o investidor resgatou R\$1.100,00 a partir de uma aplicação inicial de R\$1.000,00, pode-se dizer que os juros foram de R\$100,00 o que representa uma taxa de juros de 10% ao ano.

De acordo com Assaf Neto (2016, p. 1), as taxas de juros devem ser eficientes de maneira a remunerar:

- a) O risco envolvido na operação (empréstimo ou aplicação), representado genericamente pela incerteza com relação ao futuro;
- b) A perda do poder de compra do capital motivada pela inflação. A inflação é um fenômeno que corrói o capital, determinando um volume cada vez menor de compra com o mesmo montante;
- c) O capital emprestado/aplicado. Os juros devem gerar um lucro (ou ganho) ao proprietário do capital como forma de compensar a sua privação por determinado período de tempo. Este ganho é estabelecido basicamente em função das diversas outras oportunidades de investimentos e definido por custo de oportunidade.

Nestes termos, depreende-se que a finalidade dos juros vá mais além do que a simples remuneração pelo empréstimo do capital.

2.1.2 Juros Simples

De acordo com Assaf Neto (2016), os juros simples têm pouca aplicação prática nas operações financeiras, pois raramente é visto algum investimento que possua um regime de capitalização linear. O uso de juros simples se restringe basicamente às aplicações de curto prazo. O valor dos juros simples é calculado a partir da seguinte fórmula:

$$J = C \times i \times n \quad (1)$$

Onde:

- J = valor dos juros;
- C = capital, também pode ser chamado de Valor Presente (VP);
- i = taxa de juros;
- n = prazo (unidades de tempo ou número de períodos).

Nas fórmulas de juros de simples, tanto o prazo da aplicação, representado por n , quanto a taxa de juros, representada por i , devem ser expressos na mesma unidade de tempo. Esta regra é válida para todas as fórmulas de Matemática Financeira discutidas neste trabalho. Caso a taxa de juros e prazo de aplicação sejam relativas à unidades distintas de tempo, deve-se convertê-

los para a mesma unidade (ASSAF NETO, 2016).

No caso dos juros simples, estes são sempre calculados sobre o montante inicial. Por exemplo, se uma aplicação de R\$1.000,00 for realizada a uma taxa de juros de 10% ao mês, após 3 meses o valor a ser resgatado será de R\$1.300,00. Desta forma, pode-se expressar o valor do capital como sendo:

$$C_n = C(1 + i \times n) \quad (2)$$

Onde:

- C_n é o valor do capital após n períodos. Este valor também pode também ser chamado de Valor Futuro (VF) ou Montante (M);
- i = taxa de juros;
- n = prazo (unidades de tempo ou número de períodos).

Tabela 1: Exemplo de aplicação sob regime de juros simples.

Período	Saldo no início de cada período (R\$)	Juros apurados para cada período (R\$)	Saldo acumulado ao final de cada período (R\$)
Fim do 1º período	R\$ 1.000,00	R\$ 100,00	R\$ 1.100,00
Fim do 2º período	R\$ 1.100,00	R\$ 100,00	R\$ 1.200,00
Fim do 3º período	R\$ 1.200,00	R\$ 100,00	R\$ 1.300,00
Fim do 4º período	R\$ 1.300,00	R\$ 100,00	R\$ 1.400,00
Fim do 5º período	R\$ 1.400,00	R\$ 100,00	R\$ 1.500,00
Fim do 6º período	R\$ 1.500,00	R\$ 100,00	R\$ 1.600,00

Fonte: Adaptado de Assaf Neto (2016).

A Tabela 1 sumariza um exemplo de aplicação sob regime de juros simples. Neste exemplo, um valor presente de R\$1.000,00 é aplicado a uma taxa de juros $i = 10\%$ por 6 períodos de tempo. Percebe-se, com base nos valores que constam na terceira coluna (Juros apurados para cada período) que o valor dos juros é constante. Assim, o saldo acumulado ao final de cada período (4ª coluna) cresce linearmente, mediante o acréscimo de R\$100,00 a cada período. Cabe ressaltar que, conforme o citado anteriormente, este valor (R\$100,00) decorre da aplicação da taxa de juros ($i = 10\%$) sobre o valor presente (R\$1.000,00).

2.1.3 Juros Compostos

No regime de juros compostos se considera que, inicialmente, os juros referentes ao primeiro período sejam incorporados ao capital, perfazendo o montante (capital + juros) do

período. Este montante, após um novo período, renderá juros novamente. Tais juros, por sua vez, serão incorporados novamente ao montante, formando um novo montante e assim por diante (ASSAF NETO, 2016).

Segue abaixo um exemplo de como ocorre a capitalização no regime de juros compostos (Tabela 2). Para o exemplo abaixo foi considerado um investimento por 6 períodos com um aporte inicial (Capital) de R\$1.000,00 a uma taxa de juros de 10% ao período.

Tabela 2: Exemplo de aplicação sob regime de juros compostos.

Período	Saldo no início de cada período (R\$)	Juros apurados para cada período (R\$)	Saldo acumulado ao final de cada período (R\$)
Fim do 1º período	R\$ 1.000,00	R\$ 100,00	R\$ 1.100,00
Fim do 2º período	R\$ 1.100,00	R\$ 110,00	R\$ 1.210,00
Fim do 3º período	R\$ 1.210,00	R\$ 121,00	R\$ 1.331,00
Fim do 4º período	R\$ 1.331,00	R\$ 133,10	R\$ 1.464,10
Fim do 5º período	R\$ 1.464,10	R\$ 146,41	R\$ 1.610,51
Fim do 6º período	R\$ 1.610,51	R\$ 161,05	R\$ 1.771,56

Fonte: Adaptado de Assaf Neto (2016).

Como pode-se observar na Tabela 2, os juros (3ª coluna da tabela) a cada período são incorporados ao montante (2ª coluna da tabela), assim os juros do período seguinte são calculados sobre o valor do montante atualizado (montante do período anterior mais os juros do período anterior). A fórmula do juro composto pode ser definida da seguinte forma:

$$C_n = C(1 + i)^n \quad (3)$$

Onde:

- C_n = é o capital acumulado após n períodos. C_n também chamado de Valor Futuro (VF);
- C = capital, que também pode ser chamado de Valor Presente (VP);
- i = taxa de juros;
- n = prazo (unidades de tempo ou número de períodos).

De acordo com Morgado e Carvalho (2015), o único problema da Matemática Financeira é deslocar quantias no tempo. O exemplo abaixo, extraído de Morgado e Carvalho (2016), pode ser considerado um resumo dos problemas de Matemática Financeira.

Exemplo: Pedro tomou um empréstimo de 300 reais, a juros de 15% ao mês, sob o regime de juros compostos. Dois meses após, Pedro pagou 150 reais e, um mês após esse pagamento,

Pedro liquidou seu débito. Qual o valor desse último pagamento?

Solução:

O primeiro passo é destacar as informações do exemplo. O empréstimo foi realizado em uma data inicial, denotada de data 0 (zero), no valor de R\$300,00. Após 2 meses, denotado de momento 2, foi realizado o pagamento de R\$150,00 e após 1 mês, denotado de momento 3, foi realizado o pagamento do valor restante, denotado por P .

Para calcular o valor de P é necessário trazer todos os valores desembolsados para um momento único, por conveniência, os valores serão transportados para a data 0 (zero), que é a data na qual foi efetivado o empréstimo. Assim, obtém a seguinte equação.

$$300 = \frac{150}{(1 + 0,15)^2} + \frac{P}{(1 + 0,15)^3}$$

Obtendo-se como resultado, $P = 283,76$. Desta forma, o último pagamento foi no valor de R\$283,76.

Deste exemplo depreende-se que, se for necessário transportar uma quantia “ n ” períodos de tempo para o futuro, então deve-se multiplicar tal quantia por $(1 + i)^n$, conforme o que preconiza a equação (3) (juros compostos). De forma análoga e considerando o exemplo acima, se for necessário transportar uma quantia para o passado “ n ” períodos de tempo, deve-se dividir tal quantia por $(1 + i)^n$. Assim, fica estabelecida uma ferramenta capaz de transportar valores monetários dados em épocas distintas para uma mesma época, a fim de que estes possam ser considerados conjuntamente.

2.2 Tipos de Investimentos

Nesta seção são apresentados os conceitos/definições dos tipos de investimentos que fazem parte do escopo da pesquisa, considerando também os seus riscos, as vantagens e desvantagens. Os tipos de investimentos considerados são:

- Caderneta de poupança;
- Certificado de depósito bancário;
- Fundo DI;
- Fundo de renda fixa;
- Fundo de ações.

Cabe esclarecer que, não foram considerados na pesquisa os fundos de curto prazo, fundos derivativos, fundos cambiais, fundos balanceados ou multimercados, investimentos em imóveis, fundos imobiliários e previdência privada, uma vez que:

- Os fundos de curto prazo e fundos balanceados ou multimercados possuem similaridades com os fundos contemplados neste trabalho quanto à tributação, taxas e aportes. Assim se espera que com a seleção realizada o investidor já tenha informações suficientes para avaliar estes tipos de investimentos, não sendo necessária a abordagem;
- Fundos cambiais e investimentos em imóveis, exigem uma experiência prévia do investidor, assim é importante que se adquira uma maturidade neste processo antes de realizar aplicações nestes tipos de investimentos;
- A aplicação em previdência privada possui particularidades que divergem da prática adotada pelos fundos em geral, o que exige um conteúdo a parte sobre este tema. Logo se propôs a não a contemplar nesta dissertação.

Nas próximas subseções serão detalhados os investimentos abordados na pesquisa.

2.2.1 Caderneta de poupança

- **Definição:** A caderneta de poupança é o investimento mais simples e popular. Até 4 de maio de 2012, os depósitos realizados nesta aplicação tinham como remuneração a Taxa Referencial (TR) mais 6% ao ano. Para os depósitos realizados após esta data, a remuneração passou a ser a Taxa Referencial (TR) mais 6% ao ano, quando a taxa SELIC, que é fixada a cada 45 dias pelo Comitê de Política Monetária (Copom) do Banco Central (BC), for maior ou igual a 8,5% ao ano. Caso contrário, o rendimento da poupança será de 70% da taxa SELIC mais a variação da TR.
- **Riscos:** O investimento é considerado como de baixo risco, apesar das pessoas acreditarem que não existem riscos. Se o banco no qual a aplicação for realizada quebrar, existe um fundo denominado Fundo Garantidor de Crédito (FGC³) que serve como uma espécie de seguro. Tal fundo garante ao investidor prejudicado a devolução de até 250

³ O FGC (Fundo Garantidor de Créditos) é uma entidade privada, sem fins lucrativos, que garante créditos de instituições financeiras até o limite de R\$ 250 mil de acordo com sua regulamentação. O limite é válido por CPF e/ou CNPJ, por instituição financeira ou conglomerado. Desde o dia 21 de dezembro de 2017, o FGC estabeleceu o teto de R\$ 1 milhão, a cada período de 4 anos, para garantias pagas para cada CPF ou CNPJ. Informações extraídas do site: < <https://www.fgc.org.br/>>.

mil reais o que pode não ser suficiente se a perda superar este valor.

- **Vantagens:** De acordo com Cerbasi (2003), a poupança é o único investimento popular sobre o qual não incide imposto de renda, a taxa é idêntica em todos os bancos e possui risco baixo.
- **Desvantagens:** O investimento oferece baixa rentabilidade e geralmente perde em ganho para a maioria dos investimentos de baixo risco do mercado (CERBASI, 2003). A rentabilidade da poupança é mensal, ou seja, se o investidor resgatar o dinheiro após 2 meses e 15 dias de aplicação, o rendimento será referente a apenas 2 meses.

2.2.2 Certificado de Depósito Bancário (CDB)

- **Definição:** O CDB é um título que os bancos emitem com o objetivo de captar dinheiro para financiar suas atividades de crédito. Neste caso, pode ser considerado como se o investidor estivesse realizando um empréstimo para o banco em troca de uma rentabilidade diária. O tipo de CDB mais comum é o pós-fixado. Neste caso a rentabilidade é definida como um percentual do CDI (Certificado de Depósito Interbancário), que, normalmente, é muito próximo a taxa SELIC ou pode ser indexada a outro indicador como, por exemplo, o IPCA. Os bancos de menor credibilidade ou tamanho tendem a oferecer as melhores taxas (CERBASI, 2003). No caso do CDB prefixado a taxa é definida no momento da contratação, não ocorrendo oscilação.
- **Riscos:** O CDB possui risco similar aos riscos da poupança. Caso a instituição escolhida para se aplicar o dinheiro seja de pequeno porte ou de baixa estabilidade e segurança, aconselha-se que o valor a ser investido não ultrapasse o limite garantido pelo FGC.
- **Vantagens:** Sobre o CDB não há a incidência de taxa de administração e “come-cotas”⁴, como acontece com os fundos DI e de Renda Fixa. Quanto ao investimento, aconselha-se escolher as instituições que ofereçam percentual de rentabilidade próximo ou superior a 100% do CDI.
- **Desvantagens:** No CDB o investidor terá de pagar IOF (Imposto sobre Operações Financeiras) para aplicações com período inferior a 30 dias. Neste tipo de investimento o imposto de renda é um tributo obrigatório, sendo que a alíquota varia de acordo com o prazo da aplicação.

⁴ O “come-cotas” é uma antecipação do imposto de renda, ao invés do ganho do investidor ser tributado somente no momento do resgate, a tributação é cobrada em forma de cotas a cada seis meses, ocorrendo sempre no último dia útil de maio e novembro.

2.2.3 Fundos DI

- **Definição:** Fundos DI são fundos de renda fixa cuja política de investimento garante que ao menos 95% do seu patrimônio líquido esteja investido em ativos que acompanham, direta ou indiretamente, a variação do CDI (CDI⁵ - Certificado de Depósito Interbancário) ou da taxa SELIC. No mínimo 80% de seu patrimônio líquido representados, isolada ou cumulativamente, devem ser aplicados em títulos públicos federais e ativos financeiros de renda fixa considerados de baixo risco de crédito pelo gestor (FORTUNA, 2005).
- **Riscos:** Os fundos DI são um investimento de baixo risco, permitem o resgate a qualquer momento e possuem rentabilidade diária. O maior risco neste caso é a falência da instituição que administra o fundo. Neste caso, outra instituição assume o fundo. Não é garantido pelo FGC. Por ser um fundo pós-fixado, quando os juros estão em alta, os rendimentos tendem a subir, caso contrário, a rentabilidade tende a cair.
- **Vantagens:** Os fundos DI constituem uma forma da aplicação que acompanha a taxa de juros do mercado, garantido oscilação similar.
- **Desvantagens:** Este tipo de investimento possui altas taxas de administração para quem possui pouco dinheiro investido, o que impacta diretamente na rentabilidade. Os fundos possuem incidência de imposto de renda e “come-cotas”.

2.2.4 Fundos de Renda Fixa

- **Definição:** Os fundos de renda fixa devem possuir, no mínimo, 80% da carteira em ativos relacionados diretamente, ou sintetizados via derivativos, a ativos de renda fixa. Os principais fatores de risco são a variação⁶ da taxa de juros e/ou índice de preços⁶. Dependendo da composição da carteira do fundo, este deve incluir tal característica em seu nome, o que implica em um regime diferenciado de tributação. Por exemplo, fundos de renda fixa que possuem exclusivamente títulos públicos federais ou privados pré-

⁵ A taxa média diária do CDI é calculada com base nas operações de emissão de certificados de um dia e é sempre muito próxima da taxa de juro básica da economia, a SELIC. Por ser muito importante no mercado interbancário, o CDI acaba servindo de referência para outras taxas praticadas pelos bancos e também é utilizada como referencial (*benchmark*) para a rentabilidade das aplicações financeiras, principalmente de renda fixa. (BORGES, ULLER, 2017)

⁶ De acordo com a Instrução CVM nº 555, de 17 de dezembro de 2014.

fixados ou indexados à taxa SELIC ou a outra taxa de juros, ou títulos indexados ao índice de preços, com prazo máximo de 375 dias, e prazo médio da carteira do fundo inferior a 60 dias deve incluir em seu nome o sufixo “Curto Prazo”. O fundo que tenha 80%, no mínimo, de seu patrimônio líquido representado por títulos representativos da dívida externa de responsabilidade da União deve incluir em sua denominação o sufixo “Dívida Externa”^{7,8}.

- **Riscos:** São investimentos de baixo risco, permitem resgates a qualquer momento e possuem rentabilidade diária. Não são garantidos pelo FGC. O maior risco está relacionado a uma possível quebra da instituição que administra o fundo e a uma má administração, resultando em rentabilidades abaixo do que potencialmente pode oferecer (CERBASI, 2003).
- **Vantagens:** Este investimento permite ao investidor ter acesso a títulos e a papéis seguros os quais uma pessoa física com recursos limitados não teria.
- **Desvantagens:** Os fundos administrados por grandes bancos, “aqueles cuja a maioria das pessoas possuem conta corrente”, normalmente cobram taxas de administrativa muito altas o que diminui substancialmente os ganhos do investidor. O ideal é que a taxa de administração do fundo seja de no máximo 1% ao ano. Os fundos possuem incidência de imposto de renda e “come-cotas”.

2.2.5 Fundo de Ações

- **Definição:** Os fundos de ações devem possuir, no mínimo, 67% da carteira em ações admitidas à negociação no mercado à vista de bolsa de valores ou entidade do mercado de balcão organizado (FORTUNA, 2005). Estes fundos normalmente utilizam como *benchmark* um índice de desempenho de mercado, tais como, Ibovespa⁹, ISE¹⁰ (Índice de Sustentabilidade Empresarial) e o IBRX 100¹¹. O imposto de renda cobrado é de 15% sobre o rendimento (CERBASI, 2003).

⁷ De acordo com a Instrução CVM nº 555, de 17 de dezembro de 2014.

⁸ Fundos de renda fixa de curto prazo e dívida externa possuem uma tributação diferente, de acordo com a legislação vigente. Aplicações de até 180 dias, são tributadas em 22,5% sobre os rendimentos e aplicações de 181 a 360 dias, são tributadas em 20%.

⁹ Objetivo é ser o indicador do desempenho médio das cotações dos ativos de maior negociabilidade e representatividade do mercado de ações brasileiro.

¹⁰ Composto por empresas que, além de possuírem uma liquidez mínima, possuem um alinhamento estratégico com a sustentabilidade.

¹¹ Indicador do desempenho médio das cotações dos 100 ativos de maior negociabilidade e representatividade do mercado de ações brasileiro.

- **Risco:** O risco deste investimento é alto, pois o valor das ações está sujeito às especulações dos investidores e às incertezas de mercado. Especulações políticas, econômicas e legislativas, dentre outras, podem impactar direta ou indiretamente sobre os preços das ações, tanto de forma positiva, quando de modo negativo. Os fundos de ações não são garantidos pelo FGC.
- **Vantagens:** Este tipo de investimento é a forma mais simples do investidor pessoa física negociar ações, exigindo mais um conhecimento básico de “como o mercado se comporta”, do que o conhecimento das empresas que compõe os fundos.
- **Desvantagens:** As desvantagens estão associadas às taxas de administração elevadas, ao fato da aplicação ser de alto risco, à grande exposição/vulnerabilidade a riscos econômicos e políticos e à alta volatilidade nas cotações, o que exige experiência, mais cautela e conhecimento por parte dos investidores.

2.3 Impostos e Taxas sobre Investimentos

Nesta seção estão definidos e detalhados os impostos e as taxas que são aplicados aos tipos de investimentos apresentados na seção anterior. Assim, o objetivo desta seção é abordar os elementos que causam decréscimo aos ganhos decorrentes dos investimentos.

2.3.1 Impostos sobre Investimentos

Entende-se por imposto à quantia em dinheiro que pessoas físicas e jurídicas pagam ao Estado Brasileiro, aos estados da federação e aos municípios, com o objetivo de custear parte das despesas de administração, investimentos do governo em obras de infraestrutura (estradas, portos, aeroportos, etc.) e serviços essenciais à população, tais como: saúde, segurança e educação. Nestes termos, cabe informar que, quase todos os investimentos acabam por ser tributados, isto é, pagam impostos relativos aos rendimentos obtidos.

A caderneta de poupança não possui tributação de impostos. Por outro lado, sobre os rendimentos relacionados às aplicações em CDB, fundos de ações, fundos de renda fixa e fundos DI, podem incidir os impostos descritos abaixo:

- **IOF (Imposto sobre Operações Financeiras):** A Receita Federal criou uma tabela para a cobrança do IOF (Tabela 3), cujas taxas incidem sobre os rendimentos brutos obtidos pela aplicação até o 29º dia de aplicação. Se o montante for resgatado após

este período, a alíquota de IOF será 0 (zero). Entre os investimentos abordados na dissertação, há incidência do IOF, nas aplicações em CDB, fundos de renda fixa e fundos DI.

Tabela 3: Valor do IOF regressivo.

Prazo (dias corridos)	% do IOF sobre o rendimento	Prazo (dias corridos)	% do IOF sobre o rendimento	Prazo (dias corridos)	% do IOF sobre o rendimento
1	96	11	63	21	30
2	93	12	60	22	26
3	90	13	56	23	23
4	86	14	53	24	20
5	83	15	50	25	16
6	80	16	46	26	13
7	76	17	43	27	10
8	73	18	40	28	6
9	70	19	36	29	3
10	66	20	33	30	0

Fonte: Receita Federal do Brasil.

- **Come-cotas:** Esta forma de tributação é uma antecipação do imposto de renda. Isto é, ao invés do ganho do investidor ser tributado somente no momento do resgate, a tributação é cobrada em forma de cotas a cada seis meses, ocorrendo sempre no último dia útil de maio e novembro. O percentual cobrado corresponde à menor alíquota de imposto de renda incidente em cada tipo de fundo, ou seja, a cobrança semestral é de 15% sobre a rentabilidade, nos investimentos abordados neste trabalho. No momento do resgate, caso a alíquota do Imposto de Renda devido pelo investidor seja maior que a alíquota descontada pelo “come-cotas”, a diferença é descontada sobre o valor a ser resgatado. Entre os investimentos abordados na dissertação, há a incidência do come-cotas, nas aplicações em fundos de renda fixa e fundos DI.
- **IR (Imposto de Renda):** Semestralmente a cobrança do IR é antecipada através do come-cotas, quando aplicável. Porém, no resgate, será aplicada a alíquota complementar de acordo com o prazo de permanência na aplicação. Dentre os investimentos abordados na dissertação, somente a poupança não possui tributação de imposto de renda. Com exceção do fundo de ações, tal tributação ocorre de acordo com os prazos e taxas especificadas abaixo:

- Até 180 dias: Alíquota de 22,5%, ou seja, se a aplicação for resgatada até o prazo de 180 dias, o rendimento será tributado em 22,5% ou em 7,5%, caso os rendimentos já tenham sido tributados pelo mecanismo do come-cotas.
- De 181 a 360 dias: Alíquota de 20%, ou seja, se a aplicação for resgatada no período de 181 a 360 dias, o rendimento será tributado em 20% ou em 5%, caso os rendimentos já tenham sido tributados pelo mecanismo do come-cotas.
- De 361 a 720 dias: 17,5%, ou seja, se a aplicação for resgatada no período de 361 a 720 dias, o rendimento será tributado em 17,5% ou em 2,5%, caso os rendimentos já tenham sido tributados pelo mecanismo do come-cotas.
- Acima de 720 dias: Alíquota de 15%, ou seja, se a aplicação for resgatada após o período de 720 dias, o rendimento será tributado em 15% ou em 0% (não será tributada) caso os rendimentos já tenham sido tributados pelo mecanismo do come-cotas.

Os fundos de ações não possuem IOF e “come-cotas”. A taxa do imposto de renda é de 15% sobre o rendimento independente do tempo da aplicação.

2.3.2 Taxas sobre Investimentos

As aplicações estão sujeitas a algumas taxas que impactam diretamente sobre a sua rentabilidade. Assim, é de suma importância que o investidor tenha conhecimento sobre as taxas que podem incidir nos investimentos, tais como, taxa de administração, de performance e de ingresso ou saída, uma vez que estas poderão impactar os seus ganhos. Portanto, o objetivo deste tópico é explicar cada uma destas taxas e como elas impactam na rentabilidade dos investimentos.

2.3.2.1 Taxa de Administração

A taxa de administração consiste das remunerações devidas pelo fundo de investimento à administradora e a cada um dos prestadores de serviços contratados pelo fundo. Por exemplo, se houver consultoria de investimento, tesouraria e controladoria, as taxas servirão para remunerar estes serviços.

2.3.2.2 Taxa de Performance

A taxa de performance é um percentual cobrado do investidor sobre o ganho do fundo, quando este superar um determinado índice, como por exemplo, o do CDI. Esta taxa é normalmente encontrada em fundos que buscam superar o índice de referência a que estes estão vinculados. Por exemplo, se o fundo DI teve uma rentabilidade de 105% do CDI¹², o investidor pagará uma taxa adicional sobre 5% (diferença percentual entre o fundo DI e o CDI).

2.3.2.4 Taxa de Ingresso ou Saída

As taxas de ingresso ou saída referem-se às taxas que são cobradas no momento da aquisição ou resgate das cotas dos fundos de investimentos, respectivamente. Por exemplo, no fundo Itaú Evolução DI é cobrada a taxa de saída sobre o valor resgatado, conforme o prazo de permanência dos recursos no fundo. Assim, se o tempo de aplicação for¹³:

- De 1 a 60 dias, a taxa será de 0%;
- De 61 a 360 dias, a taxa será de 1%;
- De 361 a 720 dias, a taxa será de 0,5%;
- Acima de 721, a taxa será de 0%.

2.3.2.5 Impacto das Taxas na Rentabilidade

Além do imposto de renda e do IOF, as taxas podem impactar na rentabilidade de uma aplicação em fundo de investimento. Os bancos, ao divulgarem a rentabilidade acumulada do fundo, descontam previamente a taxa de administração. A taxa de administração é cobrada sobre o capital total investido, inclusive sobre os rendimentos obtidos.

A taxa de administração divulgada pelas instituições é expressa em percentual anual. Porém, na prática, este valor é proporcional ao tempo de aplicação e é computado diariamente. Ou seja, no final do 1º mês de aplicação, o investidor terá pago 1/12 da taxa anual de administração.

A taxa de performance somente é cobrada se a rentabilidade do fundo superar um determinado parâmetro que é combinado sempre no momento da aquisição de cotas do fundo.

¹² Na rentabilidade de 105% do CDI já está considerando que foram descontadas todas as despesas do fundo, inclusive a taxa de administração.

¹³ Informação consultada no site do banco Itaú em 28/11/2017.

É importante o investidor sempre questionar, no momento da contratação, quais são as taxas cobradas naquele fundo.

As taxas de ingresso e saída são cobradas no momento do aporte ou resgate no fundo de investimento. A taxa de ingresso é mais rara e, normalmente, é utilizada em planos de previdência privada, sendo denominada, neste caso, de taxa de carregamento. Por outro, a taxa de saída geralmente é um artifício utilizado pelo banco para que o investidor somente resgate o dinheiro aplicado após um período mínimo, por exemplo, dois anos. Caso o resgate seja efetuado antes, é cobrada uma taxa do investidor sobre o montante a ser resgatado.

2.4 Rendimentos dos Investimentos

A rentabilidade do investimento é um assunto importante a ser compreendido pelo investidor, visto que, apesar da aplicação ter uma rentabilidade positiva, isso nem sempre significará que houve um aumento do poder de compra. Isso sempre dependerá da taxa de inflação no período.

Para exemplificar, considere uma aplicação que, em 2 meses, teve uma rentabilidade de 10%. O investidor, em um primeiro momento, pode acreditar que o seu poder aquisitivo aumentou em 10% no período, mas isso seria correto somente se não houvesse inflação no período (HAZZAN; POMPEO, 2007). Assim, pode-se verificar que existem dois aspectos relacionados aos investimentos: um diz respeito ao retorno do investimento e outro se refere aos decréscimos advindos da inflação.

Tais aspectos conduzem às definições de taxa nominal e taxa real, que serão apresentadas na próxima subseção.

2.4.1 Taxa nominal e taxa real

A taxa nominal¹⁴ adotada no mercado financeiro considera a rentabilidade do investimento em determinado período, não discriminando a taxa real e a inflação neste período. Por outro lado, o objetivo da taxa real é expurgar a inflação da taxa nominal para verificar se houve aumento real do poder de compra do investidor num dado período (ASSAF NETO, 2016).

Para exemplificar, considere um capital de R\$1.000,00 que permaneceu aplicado em um

¹⁴ Também denominada de taxa de juros neste trabalho.

determinado fundo por exatamente três meses. Ao resgatar o montante, o investidor obteve a quantia de R\$1.200,00. Em um primeiro momento, pode-se acreditar que houve um ganho real, ou seja, o poder de compra do capital foi aumentado em 20%, pois houve um aparente ganho financeiro de 20%.

Porém, ao se considerar a inflação do período, verificou-se que houve uma inflação com taxa de 10%. Assim, para adquirir um produto que custava R\$1.000,00 no momento da aplicação, na data do resgate da aplicação, o investidor irá gastar R\$1.100,00.

Desta forma, o poder aquisitivo do investidor no momento do resgate teve um aumento de 9,09% $\left(\frac{100}{1100} * 100\right)$. Logo, R\$100,00 representa a diferença entre o valor inicial acrescido do rendimento do fundo (R\$1.200,00) e do valor inicial corrigido pela taxa de inflação do período (R\$1.100,00).

Neste exemplo hipotético apresentado, tem-se que a taxa nominal foi de 20% $\left(\left(\frac{1200}{1000}\right) - 1\right) * 100$, a inflação do período foi de 10% $\left(\left(\frac{1100}{1000}\right) - 1\right) * 100$ e a taxa real foi de 9,09% $\left(\left(\frac{1200-1000}{1100}\right) * 100\right)$ ou $\left(\left(\frac{1200}{1100}\right) - 1\right) * 100$. Assim, pode-se observar neste exemplo que a rentabilidade obtida pelo investimento, denominada de taxa nominal, foi superior à taxa de inflação do mesmo período, obtendo-se, desta forma, uma taxa real positiva.

Por outro lado, também é possível obter uma taxa real negativa em uma aplicação. Para isso, a rentabilidade da aplicação deve ser inferior à taxa de inflação do período. Para exemplificar, considere o valor de R\$1.000,00 que permaneceu aplicado durante exatamente dois meses e teve um rendimento de 10%, ou seja, no momento do resgate obteve-se R\$1.100,00. No mesmo período ocorreu uma inflação com taxa de 20%. Isto é, para comprar um produto que custava R\$1.000,00 no momento em que foi realizada a aplicação, agora se gasta R\$1.200,00, no momento do resgate. Desta forma a taxa real obtida foi de -8,33% $\left(\left(\frac{1100-1200}{1200}\right) * 100\right)$ ou $\left(\left(\frac{1100}{1200}\right) - 1\right) * 100$.

Neste segundo exemplo, pode-se observar que a rentabilidade obtida pelo investimento, denominada de taxa nominal, foi inferior à taxa de inflação do mesmo período.

De uma maneira geral, a taxa real pode-se ser calculada da seguinte forma (ASSAF NETO, 2016):

$$Taxa\ real\ (r) = \frac{1 + taxa\ nominal\ (i)}{1 + taxa\ de\ inflação\ (I)} - 1 \quad (4)$$

Substituindo os valores referentes ao primeiro exemplo descrito acima, tem-se:

$$r = \frac{1 + 0,20}{1 + 0,10} - 1 = \frac{1,20}{1,10} - 1 \cong 0,0909 = 9,09\%$$

Em relação ao segundo exemplo, tem-se:

$$r = \frac{1 + 0,10}{1 + 0,20} - 1 = \frac{1,10}{1,20} - 1 \cong -0,0833 = -8,33\%$$

2.5 Ciência da Computação: Tópicos

Nesta seção são apresentados os principais tópicos relacionados à Ciência da Computação e que permeiam o trabalho aqui apresentado. A apresentação de tais conteúdos visa fornecer ao leitor uma ideia da dimensão do produto gerado e a gama de conhecimentos necessários para isso. Assim, na Subseção 2.5.1 se discorre sobre o conceito de Sistemas de Informação, uma vez que, a ferramenta construída encontra-se neste âmbito. Na Subseção 2.5.2 são listadas e descritas as linguagens *HTML* e *CSS* que dão suporte à construção da ferramenta *Web* proposta, denominada *Financial Tool*, e o validador, que verifica se as recomendações estipuladas pelo W3C¹⁵ estão sendo respeitadas. Por fim, na Subseção 2.5.3 é definido o *software* GeoGebra que foi a base para o desenvolvimento dos simuladores.

2.5.1 Sistemas de Informação

Pode ser chamado de Sistemas de Informação (SI) todo sistema que manipula e/ou processa dados com o objetivo de gerar informação, usando ou não recursos de tecnologia e computadores (O'BRIEN e MARAKAS, 2013).

Os SI tornaram-se parte essencial das atividades empresariais, tais como, administração de recursos humanos, administração de contabilidade, gestão de contratos, compras e administração financeira de empresas. Com o uso dos SI as empresas conseguem alavancar os seus negócios e atingir um público maior. Assim, Sistemas e Tecnologias da Informação são

¹⁵ O Consórcio *World Wide Web* (W3C) é uma comunidade internacional que desenvolve padrões com o objetivo de garantir o crescimento da *Web*. Missão do W3C: conduzir a *Web* ao seu potencial máximo. Extraído de <http://www.w3c.br/Home/WebHome>

essenciais para quaisquer empresas no momento da concepção do seu negócio (O'BRIEN e MARAKAS, 2013).

As tecnologias de informação, incluindo as soluções com base na *Internet*, são vitais para que as empresas alcancem maior produtividade, aprimorem o controle sobre os processos e a qualidade dos produtos, e garantam um melhor gerenciamento da sua força de trabalho e de fornecedores.

Embora o senso comum diga que os SI atuais estejam relacionados a computadores, a população em geral tem os utilizados desde antes da disseminação do uso dos computadores (O'BRIEN e MARAKAS, 2013). Seguem alguns exemplos de atividades e operações de SI que eram realizadas, sem a necessidade de um computador:

- Registro contábil das operações de uma empresa: as empresas registravam as suas contabilidades em livros contábeis de forma manual para manter o controle e a rastreabilidade da informação;
- Livro fiscal da empresa: as informações fiscais eram registradas pelas empresas em livros fiscais de forma manual para atendimento ao fisco e às legislações vigentes na época;
- Controle de frequência e notas dos alunos: estes controles eram realizados em cadernos ou blocos de anotações específicos;
- Controle dos gastos mensais de uma família: eram controlados através de registros em cadernos ou blocos de anotações. Atualmente estes controles podem ser realizados através de *notebooks*, *tablets*, *smartphones*, dentre outros dispositivos.
- Controle do gasto de combustível: era realizado através de anotações manuais em planilhas e hoje é possível efetuar o controle de forma automatizada através das faturas de cartão de crédito ou do extrato bancário, por exemplo.
- Caderno com as anotações das aulas que darão subsídio para o estudo: os cadernos eram e são uma fonte valiosa de dados e informações, sendo imprescindíveis para que os alunos relembrem e estudem os conteúdos que foram ministrados durante as aulas. Assim, os cadernos objetivam/auxiliam o aprimoramento do conhecimento dos alunos, de modo que estes possam realizar com sucesso as avaliações às quais são submetidos.

Enfim, os SI podem ser definidos de forma geral como qualquer solução que utilize ou não a tecnologia da informação e que possuam como base a geração de informações para as

peças. Formalmente, O'Brien e Marakas (2013, p. 2) definem que SI “pode ser qualquer combinação organizada de pessoas, *hardware*, *software*, redes de comunicação, recursos de dados, políticas e procedimentos que armazenam, restauram, transformam e disseminam informações em uma organização”.

Quando os SI não utilizam a Tecnologia da Informação na sua concepção, entende-se que este SI não é um *software* e que não utiliza recursos de *hardware*, redes e nenhuma tecnologia baseada na *Internet*.

2.5.2 Ferramental *Web*

O objetivo deste tópico é descrever as ferramentas utilizadas para a construção do *Financial Tool*, simulador *Web* desenvolvido na pesquisa relatada nesta dissertação. As principais ferramentas utilizadas foram:

- Linguagem de marcação de texto *HTML*;
- Linguagem *CSS* (*Cascading Style Sheets*);
- Validador *Web*.

2.5.2.1 *HTML*

O *HTML* (*HyperText Markup Language*) é uma linguagem de marcação padrão para criação de páginas *HTML* e se presta à descrição da estrutura da página *Web* através de marcações. A navegação nas páginas *Web* é viabilizada através do uso do hipertexto (BERTAGNOLLI e MILETTO, 2014).

De acordo com Bertagnolli e Miletto (2014, p. 62):

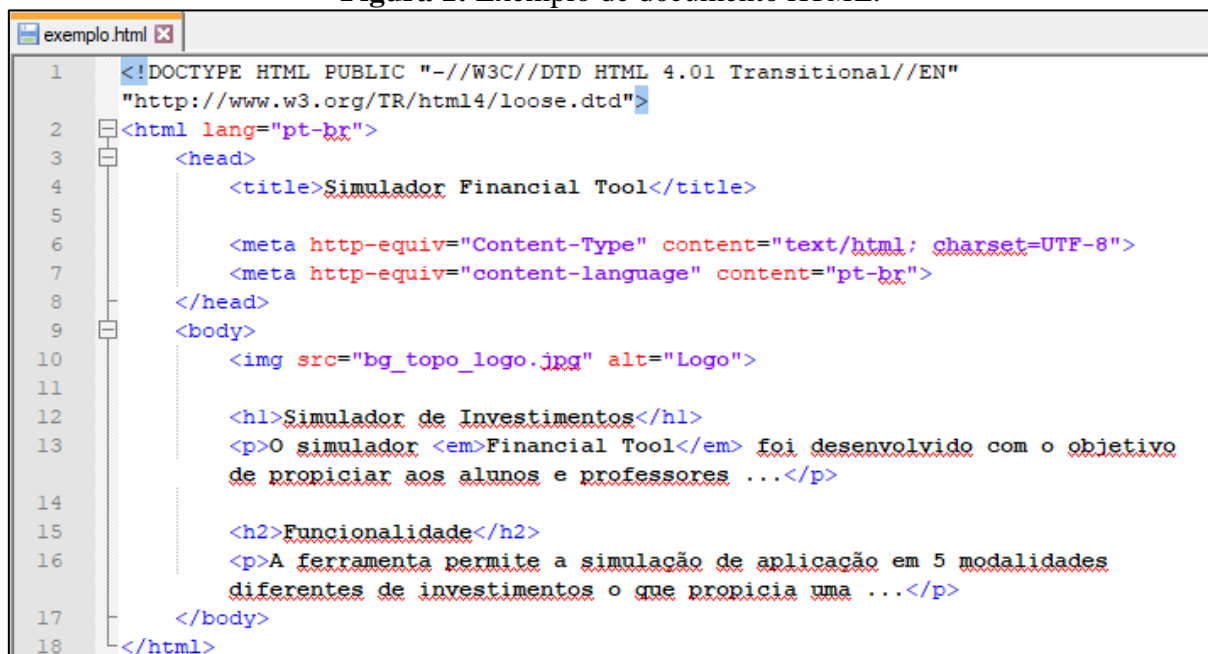
O hipertexto é um arquivo no formato de texto composto basicamente por títulos, textos, parágrafos, imagens, tabelas e *links*. Os *links* aparecem destacados de forma sublinhada e, quando acionados, levam às outras seções de uma mesma página.

A estrutura interna básica de um arquivo *HTML* é composta pelo *DOCTYPE* e pelos elementos *html*, *head* e *body*. O objetivo do *DOCTYPE* é indicar ao navegador qual a versão do *HTML* utilizada e qual documento foi tomado como base para a estruturação dos elementos, atributos e regras de sintaxe. Na construção do simulador *Financial Tool* foi utilizado o

*HTML4.01*¹⁶ *Transitional*. De acordo com Silva (2008), o tipo *Transitional* é utilizado nos documentos que podem conter qualquer elemento ou atributo que foram declarados em desuso pelo W3C¹⁷, mas não podem conter aqueles destinados à marcação de frames¹⁸.

Na Figura 1, pode-se visualizar um exemplo de documento *HTML* gerado com os elementos básicos, que são apresentados após o DOCTYPE.

Figura 1: Exemplo de documento *HTML*.



```

1 <!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01 Transitional//EN"
  "http://www.w3.org/TR/html4/loose.dtd">
2 <html lang="pt-br">
3   <head>
4     <title>Simulador Financeiro Tool</title>
5
6     <meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=UTF-8">
7     <meta http-equiv="content-language" content="pt-br">
8   </head>
9   <body>
10    
11
12    <h1>Simulador de Investimentos</h1>
13    <p>O simulador <em>Financeiro Tool</em> foi desenvolvido com o objetivo
14    de propiciar aos alunos e professores ...</p>
15
16    <h2>Funcionalidade</h2>
17    <p>A ferramenta permite a simulação de aplicação em 5 modalidades
18    diferentes de investimentos o que propicia uma ...</p>
  </body>
</html>

```

Fonte: o autor.

Na sequência, após o DOCTYPE, é necessária a inclusão dos elementos básicos citados, os quais são: o *html*, o *head* e o *body* (ver porção superior da Figura 1). O elemento *html*, também chamado de raiz do documento, precisa ter a sua *tag* de abertura `<html>` declarada imediatamente após o DOCTYPE. A *tag* de fechamento `</html>` deve vir ao final do documento, conforme pode ser observado na última linha do código ilustrado na Figura 1. Internas ao elemento *html*, encontram-se as seções *head* e *body*.

A seção *head* contém informações adicionais sobre o documento, como o seu título (elemento *title*), o conjunto de caracteres utilizados e a linguagem usada no documento. Estas

¹⁶ Em julho de 1997 foi lançada a versão *HTML4* e, em dezembro de 1999, a W3C publicou as recomendações para o *HTML4.01*. Em outubro de 2014 foi oficializada as recomendações para o *HTML5*.

¹⁷ O Consórcio *World Wide Web* (W3C) é uma comunidade internacional que desenvolve padrões com o objetivo de garantir o crescimento da *Web*. Missão do W3C: conduzir a *Web* ao seu potencial máximo. Extraído de <http://www.w3c.br/Home/WebHome>

¹⁸ Frames são quadros ou retângulos que são definidos de forma independente na tela de apresentação da página *Web*. Esta prática está sendo abortada por ocasionar barreiras à acessibilidade, impactando um dos fundamentos dos Padrões *Web* (SILVA, 2008).

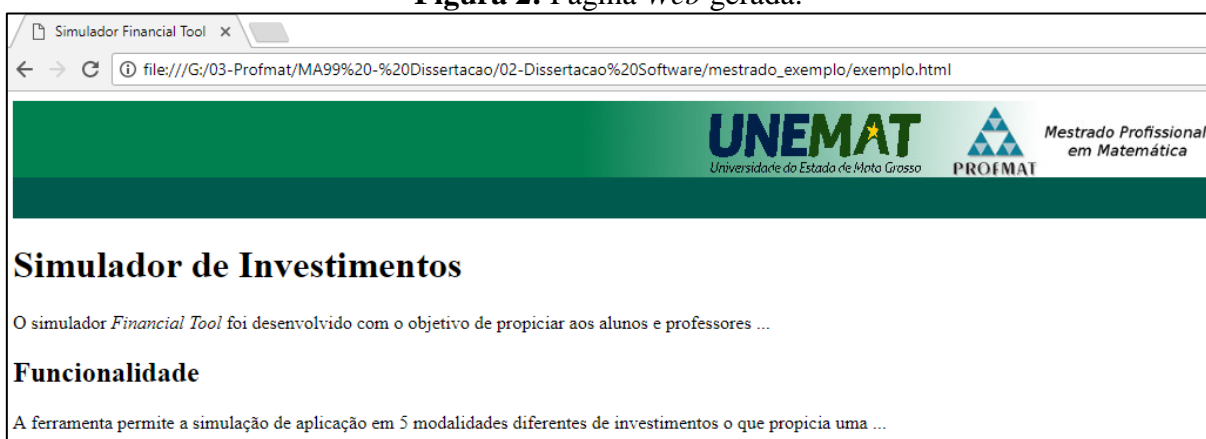
informações são definidas por meio dos elementos *meta* (ver linhas 6 e 7 do código ilustrado na Figura 1), também chamados de *metatags* (SILVA, 2008). A *tag* <meta> possui a particularidade de ter somente *tag* de abertura, não necessitado ser finalizada/encerrada.

A seção *body* contém os elementos designados à marcação dos conteúdos que serão interpretados e visualizados no navegador. Assim, tudo que o usuário visualiza durante a navegação pelas páginas *Web* está contido entre as *tags* de abertura <body> e de fechamento </body>. No exemplo visualizado na Figura 1, na porção interna ao elemento *body*, tem-se:

- Na linha 10, o elemento *img*, utilizado para incluir uma imagem no documento;
- Nas linhas 12 e 15, os elementos *h1* e *h2*, utilizados para definir título e subtítulo, respectivamente;
- Nas linhas 13 e 16, os elementos *p*, utilizados para definir parágrafo e, internos a estes parágrafos, os elementos utilizados para se dar ênfase no texto (SILVA, 2008).

Na Figura 2, pode-se visualizar como ficou a página *Web* gerada a partir do documento *HTML* exemplificado na Figura 1.

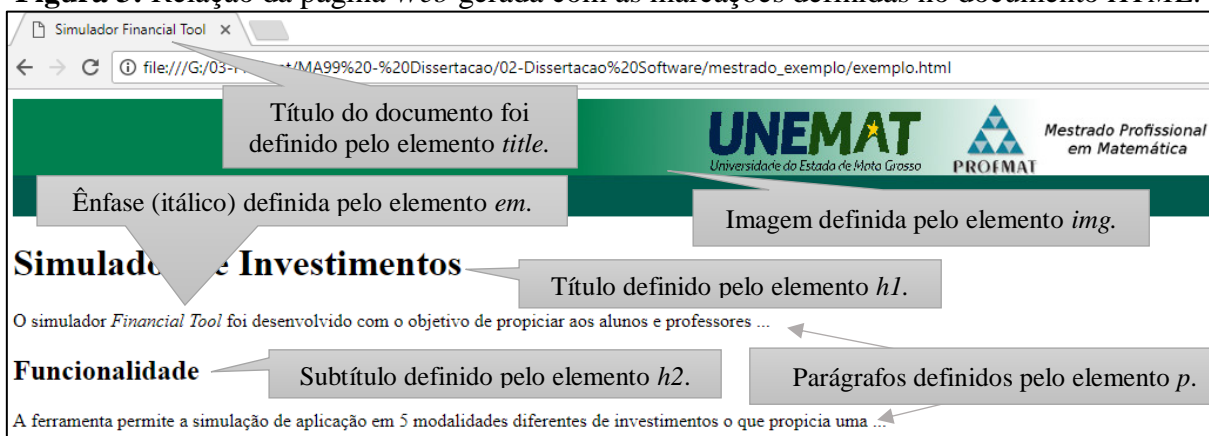
Figura 2: Página *Web* gerada.



Fonte: o autor.

Para auxiliar na compreensão do exposto até o momento, apresenta-se, na Figura 3, a página *Web* gerada a partir do código fornecido na Figura 1 com a identificação das marcações definidas no referido documento *HTML*.

Figura 3: Relação da página *Web* gerada com as marcações definidas no documento *HTML*.



Fonte: o autor.

Cabe informar que, a W3C, em outubro de 2014¹⁹, divulgou oficialmente o *HTML5* como a versão padrão *HTML* recomendada para implementação de páginas *Web*. Nesta nova versão, algumas características foram introduzidas para auxiliar os desenvolvedores de aplicações *Web*. Assim, novos elementos como, *header*, *section*, *footer*, *video*, *nav*, *aside* e *article*, foram introduzidos à linguagem. Tais alterações se basearam em pesquisa sobre as práticas de autoria prevalentes e uma atenção especial foi dada à definição de critérios de conformidade, em um esforço para melhorar a interoperabilidade²⁰.

Os novos elementos permitiram uma melhor reestruturação do documento *HTML*, deixando mais explícitas algumas informações. A partir do *HTML5* é possível utilizar, por exemplo, *tags* específicas para definir o cabeçalho de uma página (*tag header*), para definir o rodapé (*tag footer*), para definir conteúdos secundários (*tag aside*), para definir os links de navegação (*tag nav*) e para a inclusão de vídeo nas páginas *Web* (*tag video*). É importante ressaltar que, alguns navegadores antigos não reconhecem os novos elementos incorporados ao *HTML5*²¹. (FREEMAN; ROBSON, 2015)

2.5.2.2 CSS (*Cascading Style Sheets*)

A linguagem CSS (*Cascading Style Sheets* ou, em português, folhas de estilo em cascata) é utilizada para adicionar estilos a um documento *HTML*. Por meio desta linguagem pode-se definir como alguns elementos serão visualizados nas páginas *Web*, tais como, fonte,

¹⁹ Divulgado no site <https://www.w3.org/TR/2014/REC-html5-20141028/>

²⁰ Texto extraído do documento oficial sobre a recomendação do *HTML5* realizado pelo W3C em outubro de 2014. Divulgado no site <https://www.w3.org/TR/2014/REC-html5-20141028/>

²¹ No site <https://caniuse.com/#search=new%20elements> indicado por Freeman e Robson (2015) é possível checar atualizações sobre o suporte de navegadores quanto aos elementos do *HTML5*.

bordas, cores e elementos textuais (BERTAGNOLLI e MILETTO, 2014).

Antes de o CSS ser utilizado para a formatação de páginas *Web*, era necessário utilizar *tags html* específicas para este fim. Tal atividade era trabalhosa e pouco prática, pois quando alguma característica de aparência precisava ser alterada, o desenvolvedor tinha que efetuar os ajustes necessários página por página, pois não era possível simplesmente definir um novo estilo, de modo que este fosse aplicado a todas as páginas. Ou seja, a alteração de uma dada característica tinha caráter local e individual, não sendo assumida globalmente, de modo que todas as páginas partilhassem de tal alteração.

De acordo com Silva (2008):

A construção de *sites* em conformidade com os Padrões *Web* implica necessariamente em usar marcação *HTML* de modo exclusivo para estruturar as páginas. Utilizar elementos e atributos de apresentação misturados à marcação é uma prática inaceitável.

Assim, com o uso das folhas de estilo em cascata, a linguagem *HTML* passou a ser utilizada apenas para marcar os elementos de acordo com o tipo de conteúdo a ser mostrado e o CSS utilizado na estilização da página, permitindo o uso da criatividade do programador na disposição/customização dos elementos nas páginas *Web* de acordo com seu desejo.

Para auxiliar na abstração dos conceitos relacionados ao CCS, a seguir é dado um exemplo de estilização feita de duas formas distintas: 1) A primeira é feita por meio de intervenções diretas nas marcações *HTML*, sem o uso do CSS; e 2) A segunda é feita utilizando as folhas de estilo (CSS). Os dois parágrafos abaixo foram extraídos do exemplo presente na Figura 1 e, apesar de diferentes formas de estilização, devem possuir a mesma formatação: tamanho 4, fonte “Arial, Helvetica, sans-serif” e cor azul.

Quadro 1: Trecho de código retirado do exemplo expresso na Figura 1.

```
<p> <font size = "4" face = "Arial, Helvetica, sans-serif" color = "blue">O simulador <em>Financial Tool</em> foi desenvolvido com o objetivo de propiciar aos alunos e professores ...</font></p>

<p class = "estilo">A ferramenta permite a simulação de aplicação em 5 modalidades diferentes de investimentos o que propicia uma ...</p>
```

Fonte: o autor.

No primeiro parágrafo foi utilizado o elemento em desuso *font* e seus atributos: *size*, *face* e *color*. No segundo parágrafo foi definida a classe “estilo” que foi utilizada como um identificador para a vinculação com a folha de estilo. Segue abaixo o código CSS definido para a classe “estilo”.

Quadro 2: Código CSS que define a classe “estilo”.

```

<head>
...
<style type = "text/css">
    p.estilo {
        font-size: large;
        font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
        color: blue;
    }
</style>
</head>

```

Fonte: o autor.

Cabe especificar que, o nome da classe (“estilo”) poderia ser outro qualquer. Independentemente do nome escolhido para a classe, o importante é que seja definido um identificador para que se possa vincular as regras de estilo ao texto marcado.

Observe que a folha de estilo deve ser definida na seção *head* do código *HTML*, ou ser descrita dentro da *tag p*, como pode-se observar no quadro abaixo:

Quadro 3: Folha de estilo definida internamente à *tag p*.

```

<p style= "font-size: large; font-family: Arial, Helvetica, sans-serif; color: blue;">A ferramenta permite a
simulação de aplicação em 5 modalidades diferentes de investimentos o que propicia uma ...</p>

```

Fonte: o autor.

A vantagem de se definir a folha de estilo no início do documento é que ao se abrir o arquivo do código *HTML*, já é possível ver quais foram as regras de estilização definidas e, a quais *tags* e identificadores estas regras se referem (SILVA, 2008).

O CSS também pode ser definido em um arquivo próprio (distinto do código *HTML*). Neste caso é necessário informar, dentro da seção *head*, no código *HTML*, a localização do arquivo que contém o código CSS, conforme pode-se observar no Quadro 4. O arquivo “folha_de_estilo.css” que contém as regras de estilização CSS pode ser visualizado no Quadro 5.

Quadro 4: Exemplo de chamada de folha de estilo CSS a partir de código *HTML*.

```

<head>
...
<link type="text/css" href="css/folha_de_estilo.css" media="screen" rel="stylesheet">
</head>

```

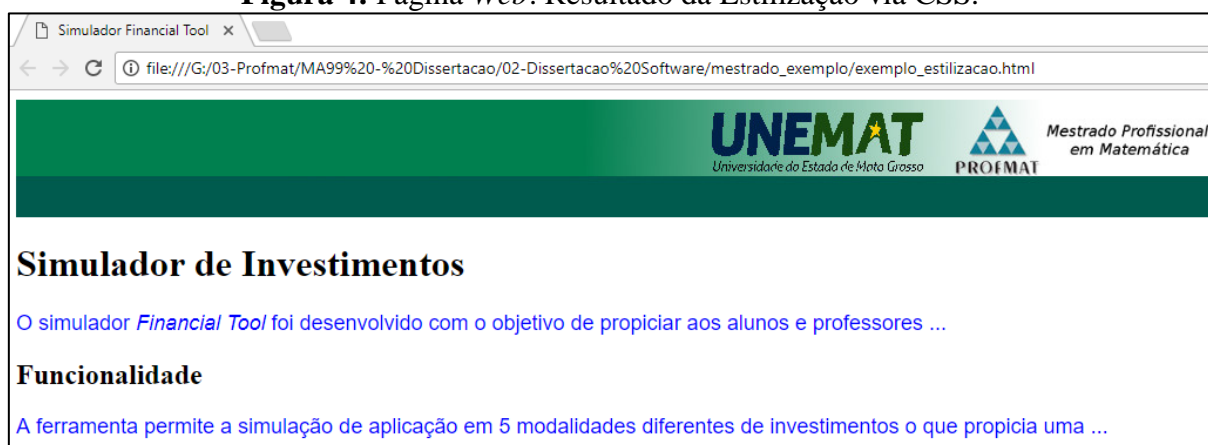
Fonte: o autor.

Quadro 5: Arquivo “folha de estilo.css”.

```
p.estilo {
    font-size: large;
    font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
    color: blue;
}
```

Fonte: o autor.

A vantagem de se gerar um arquivo CSS em separado é que a folha de estilo pode ser utilizada ao mesmo tempo por vários documentos *HTML*, o que permite o reuso de código. O resultado da estilização pode-se ser visualizado na Figura 4.

Figura 4: Página *Web*: Resultado da Estilização via CSS.**Fonte:** o autor.

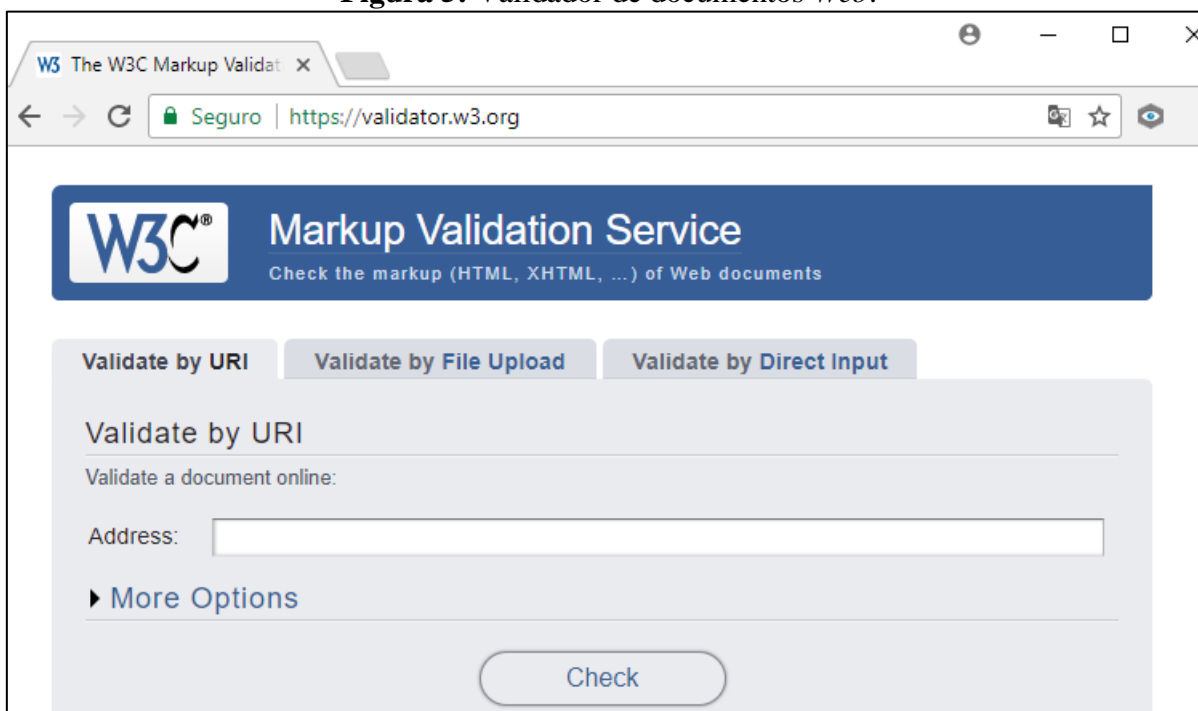
2.5.2.3 Validador *Web*

O W3C disponibiliza um validador *Web* que permite checar se os documentos *HTML* criados estão seguindo corretamente as recomendações estipuladas para a *Web*. O validador é uma ferramenta disponibilizada *online* e que pode efetuar a validação do documento *HTML* de três formas distintas, as quais são:

- Pode-se fornecer o endereço *Web*, relativo ao documento, ao validador;
- Pode-se efetuar o *upload* do arquivo *HTML* para o validador; ou
- Pode-se inserir diretamente o código do arquivo *HTML* na *worksheet* do validador.

As possibilidades descritas acima são ilustradas na Figura 5 (ver abas).

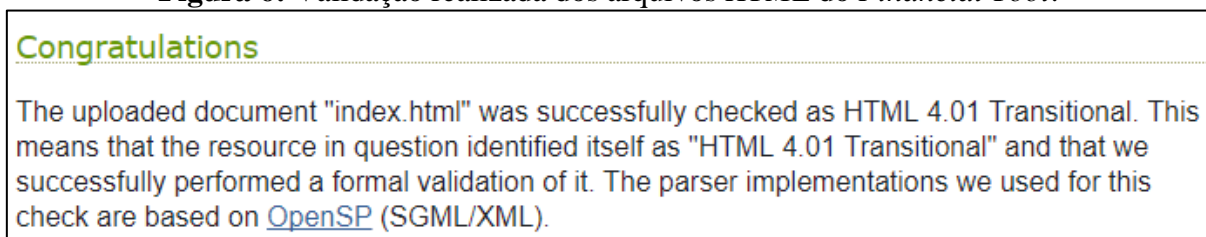
Figura 5: Validador de documentos *Web*.



Fonte: <https://validator.w3.org/>

A fim de se exemplificar o resultado de uma validação, utilizou-se o próprio arquivo *HTML* gerado no decorrer da pesquisa aqui relatada. Tal validação se deu por meio de *upload* de todos os arquivos do *Financial Tool*. Após o *upload* dos arquivos, o validador emitiu a mensagem mostrada na Figura 6, confirmando que o documento segue corretamente as regras definidas para o *HTML4.01*:

Figura 6: Validação realizada dos arquivos *HTML* do *Financial Tool*.



Fonte: <https://validator.w3.org/>

2.5.3 GeoGebra

O *software* GeoGebra foi criado por Markus Hohenwarter em 2001/2002 como parte da sua tese de mestrado em Educação Matemática e Ciência da Computação pela Universidade de Salzburg na Áustria. Markus prosseguiu o desenvolvimento como parte do seu projeto de

doutorado em Educação Matemática. Durante este período, o GeoGebra ganhou vários prêmios internacionais, dentre eles, prêmio de *software* educacional Europeu e Alemão, e foi traduzido por instrutores e professores matemáticos para mais de 25 línguas (HOHENWARTER; PREINER, 2007).

A ferramenta GeoGebra é um *software* livre²² e dinâmico de cunho matemático, passível de ser utilizado em todos os níveis de ensino. O programa reúne conceitos relativos à Geometria, Álgebra, Cálculo, Estatística e recursos gráficos em um único pacote. De acordo com o Manual do GeoGebra (2017), “as construções no GeoGebra consistem de objetos matemáticos de vários tipos que podem ser criados por meio de ferramentas ou comandos”.

O GeoGebra possui uma interface amigável, de fácil utilização, e ferramentas de apoio para criação de materiais didáticos como, por exemplo, páginas *Web* interativas. Tais características ampliam as possibilidades de compartilhamento das informações geradas, permitindo que várias pessoas acessem os arquivos desenvolvidos a partir de diversos locais.

Um dos objetivos básicos do GeoGebra é prover a conexão entre as visões gráficas e algébricas. Quando um objeto é atualizado graficamente na janela de Visualização, automaticamente ocorre a atualização na janela de Álgebra, mantendo-se assim a possibilidade de os usuários visualizarem simultaneamente os impactos decorrentes das alterações em ambas as visões (HOHENWARTER; PREINER, 2007).

O GeoGebra permite que sejam criados controles deslizantes, que permitem a variação de valor de um parâmetro por meio de animação gráfica, ou campos para inserção de valores, nos quais os usuários podem definir o valor de cada variável definida para um problema/construção. No caso dos controles deslizantes, as informações relativas ao problema/construção são atualizadas de forma automática à medida que o usuário movimenta a chave do controle deslizante. Assim, por exemplo, se o coeficiente angular “a” de uma reta for definido sob a forma de controle deslizante, ao se movimentar a chave do controle, o parâmetro “a” terá o seu valor alterado e, graficamente, poder-se-á ver a curva alterando sua angulação em relação ao eixo das abscissas. Dessa forma, o programa permite que simulações sejam realizadas, considerando a variação de parâmetros e inserção direta de valores.

Enfim, o GeoGebra é uma ferramenta bastante propícia para ser utilizada no ensino da Matemática. Por meio dele é possível construir aplicações que podem ser utilizadas localmente, pelo uso direto do *software*, ou disponibilizadas *online*, por meio de compartilhamento na *Web*.

²² GeoGebra é um *software* de código aberto disponível gratuitamente para uso não comercial. Licença pode ser encontrada no *site* <https://www.geogebra.org/license>

3 METODOLOGIA

Para a construção desta dissertação foi definida a metodologia que contemplou os seguintes passos: pesquisa bibliográfica, desenvolvimento do simulador para utilização através da *Internet*, denominado *Financial Tool*, e validação dos resultados. Nas seções seguintes estão detalhados os passos abrangidos pela metodologia.

3.1 Pesquisa Bibliográfica

Inicialmente, foi realizada uma pesquisa bibliográfica em dissertações, teses, artigos científicos e livros com o intuito de coletar informações acerca dos tópicos abordados no trabalho. Mais especificamente, tal pesquisa destinou-se à busca de conceitos relacionados à Matemática Financeira e à definição/conceituação das formas de investimentos e suas características. Para a coleta de informações sobre os principais fundos comercializados foram utilizados ainda os *sites* dos cinco principais bancos brasileiros.

De acordo com informações advindas do Banco Central²³, divulgadas em junho de 2017, têm-se que os cinco maiores bancos no Brasil nas categorias “Banco Comercial”, “Banco Múltiplo com Carteira Comercial” ou “Caixas Econômicas” são: Banco do Brasil, Banco Itaú, Caixa Econômica Federal, Banco Bradesco e Banco Santander. Ao se buscar informações junto a estas instituições, houve a intenção de obter o conhecimento sobre o que de mais frequentemente era praticado por elas, no tocante aos investimentos e suas regras.

Por fim, objetivando a materialização dos conhecimentos expressos acima por meio da implementação de um *software*, efetuou-se também o levantamento de informações sobre os recursos computacionais necessários à geração do programa proposto.

3.2 Criação de Simulador para *Internet: Financial Tool*

Após o levantamento dos conteúdos necessários à execução da parte prática da pesquisa, deu-se início à construção da ferramenta *Web*, denominada *Financial Tool*, capaz de mostrar dinamicamente, de forma numérica e gráfica, o comportamento de cada investimento focado anteriormente neste trabalho. O *Financial Tool* é então uma ferramenta de cálculo e simulação

²³ Informações extraídas do site <https://www3.bcb.gov.br/ifdata/> utilizando como filtro: data-base: junho de 2017, tipo de instituição: conglomerados financeiros e instituições independentes, relatório: resumo.

com potencialidades gráficas que pode ser utilizada via *Internet* ou ser baixada para uso local. Para que as simulações ocorram, o usuário pode alterar valores relacionados com as variáveis relativas à aplicação escolhida e efetuar simulações baseadas nestes valores.

Para que o *Financial Tool* fosse construído, algumas ferramentas tecnológicas foram estudadas e posteriormente utilizadas para a sua implementação. Abaixo estão brevemente descritas as ferramentas que foram utilizadas para a criação do simulador *Web*:

- Linguagem de marcação de texto HTML: é uma linguagem de marcação padrão para criação de páginas *HTML* e permite que se descreva a estrutura da página *Web* através de marcações. Com esta ferramenta foram construídos os códigos das páginas *Web* que integram o simulador. Objetivando abranger um número maior de pessoas e garantir que a ferramenta funcione corretamente, optou-se pelo uso da versão *HTML4.01*.
- Linguagem CSS (*Cascading Style Sheets*): destinada a adicionar estilos em um documento *HTML*, por meio desta linguagem pôde-se descrever como os elementos do simulador, tais como, fonte, resolução da página *Web* e espaçamento *HTML*, seriam visualizados na tela. Na construção do *Financial Tool* as regras de estilização foram criadas em um arquivo separado, uma vez que as regras foram utilizadas por todos os arquivos *HTML* gerados.
- GeoGebra: este *software* dinâmico de Matemática foi utilizado para a construção das simulações individuais de cada aplicação abarcada pelo *Financial Tool*. O programa, que reúne conteúdos de Geometria, Álgebra, Cálculo, Gráficos e Estatística em um único pacote, foi escolhido devido ao seu potencial de integração entre elementos gráficos e algébricos.

Cabe esclarecer que, os elementos gráficos e matemáticos foram desenvolvidos no GeoGebra para posteriormente serem carregados nas páginas *Web*, as quais foram desenvolvidas utilizando-se as linguagens *HTML* e *CSS*.

As aplicações construídas no GeoGebra e incorporadas ao *Financial Tool* foram elaboradas de modo que os usuários pudessem definir os valores dos aportes inicial e mensal, as taxas de juros (expectativa da rentabilidade) e a inflação mensal prevista, além do período de permanência no fundo.

O *software Financial Tool* contempla simulações para os seguintes tipos de investimentos:

- Caderneta de poupança;
- Certificado de depósito bancário (CDB);
- Fundo DI (Depósitos Interfinanceiros ou Depósitos Interbancários);
- Fundo de renda fixa;
- Fundo de ações.

É importante ressaltar que, todos os *softwares* utilizados na implementação são gratuitos. E mais, o simulador *Web* desenvolvido pode ser entendido como um Sistema de Informação que utiliza a Tecnologia da Informação em sua concepção, visto que este consiste de um *software* disponibilizado via *Internet*.

As próximas subseções destinam-se ao detalhamento da construção do *Financial Tool*, com foco nas ferramentas computacionais descritas anteriormente e nos conteúdos de Matemática Financeira estudados.

3.2.1 GeoGebra: A Construção das Simulações das Aplicações Financeiras

Para a construção do *Financial Tool* foi necessária, *a priori*, uma ferramenta computacional que gerasse simuladores passíveis de terem os valores de suas variáveis de entrada alterados e que mostrassem com agilidade, de forma numérica e gráfica, os resultados das simulações dos investimentos. Além disso, a ferramenta deveria permitir que o simulador gerado pudesse ser incorporado a uma página *Web*, possibilitando desta forma o acesso *online*, com o objetivo de ser acessível a um maior número de usuários.

Nestes termos, diante destas injunções, optou-se pelo uso do *software* GeoGebra. Ou seja, ele foi escolhido para a construção do simulador devido ao seu dinamismo, flexibilidade e por atender aos requisitos impostos pelo projeto do simulador.

Um dos principais recursos considerados na escolha do GeoGebra foi o controle deslizante. Através da utilização de controles deslizantes, o usuário define os valores das variáveis de entrada e, na sequência, a ferramenta simula os investimentos no período de acumulação informado.

A fim de tornar a construção dos simuladores das aplicações financeiras mais palpável, apresenta-se, sem perda de generalidade, a construção do simulador para a “Caderneta de Poupança”. Cabe especificar que, a semelhança na construção dos simuladores dos investimentos é bastante grande. Assim, com a apresentação apenas do simulador para a

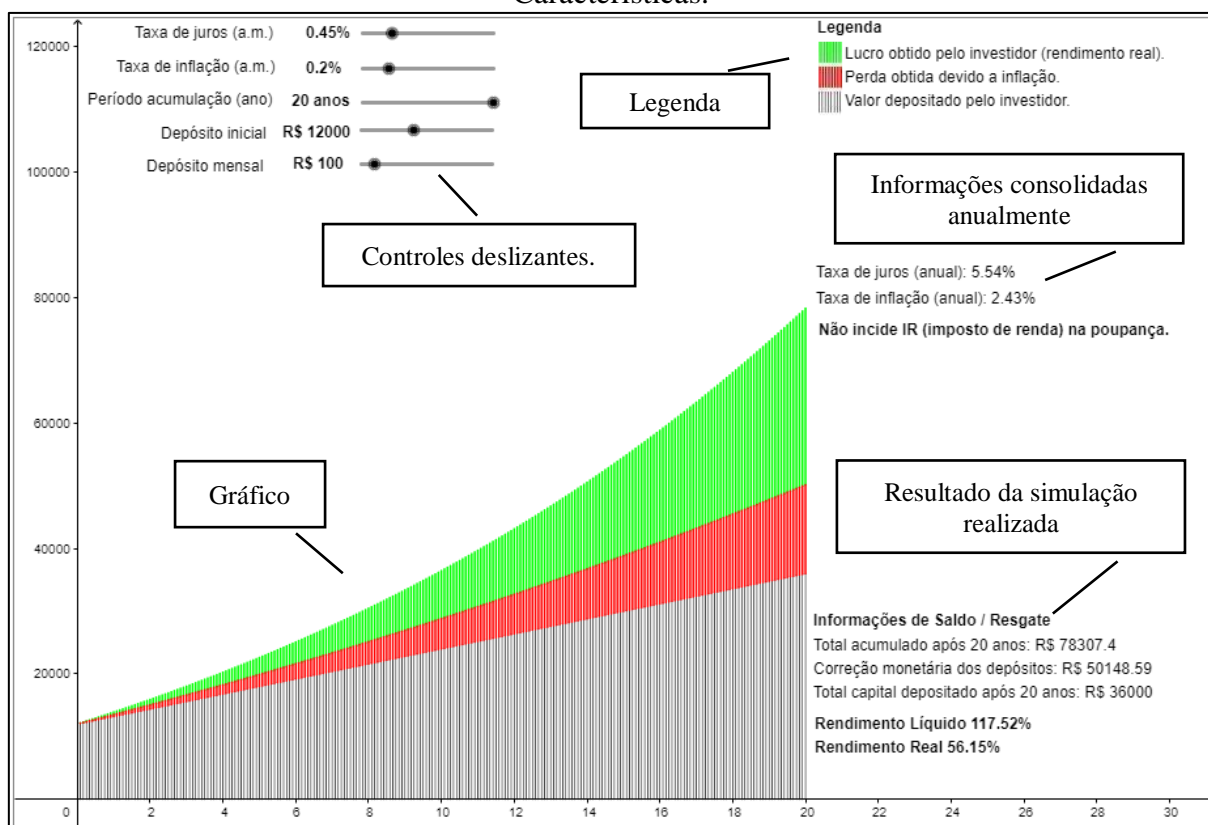
Caderneta de Popança, se evita a redundância e a monotonia no documento. No entanto, para a elucidação completa das construções efetuadas, ao final desta subseção, são apresentados os elementos que, quando acrescentados ao simulador da Caderneta de Poupança, dão origem aos demais simuladores.

Na construção dos simuladores, os controles deslizantes foram utilizados para que o usuário pudesse fazer a configuração das aplicações. Por meio deles, os seguintes valores podem ser ajustados:

- **Taxas de juros:** pode-se escolher algum valor entre 0% e 2% ao mês;
- **Taxa de inflação:** pode ser tomado um valor que varia de 0% a 1% ao mês;
- **Período de acumulação:** pode ser tomado um valor no intervalo de 0 a 20 anos;
- **Depósito inicial:** pode ser um valor monetário fixo entre R\$0,00 e R\$30.000,00; e
- **Valor do depósito mensal:** pode ser tomado como um valor constante entre R\$0,00 e R\$1.000,00.

A Figura 7 ilustra a interface gráfica do simulador da Caderneta de Poupança. Na referida figura, pode-se verificar, na porção superior esquerda, os controles deslizantes detalhados acima.

Figura 7: Ilustração da Interface Gráfica do Simulador de Caderneta de Poupança: Características.



Fonte: o autor.

Ainda na Figura 7, pode-se observar, na porção direita da interface gráfica, a legenda, as informações consolidadas anualmente e o resultado da simulação realizada. Para se criar a legenda e os demais dizeres da interface, foi utilizado o objeto “texto”, disponibilizado pelo programa. Para a criação da escala de cores presente na legenda, houve a inserção de uma imagem de quadriculas com as cores que compõe o gráfico (porção inferior esquerda da Figura 7).

Os valores das taxas anuais consolidadas que aparecem na tela (porção central, à direita da interface), foram calculadas com o auxílio de variáveis criadas para este fim específico. A taxa de juro e a taxa de inflação, todas anuais, são determinadas, respectivamente, da seguinte forma:

$$TaxaJuros_{anual} = ((1 + TaxaJuros_{mensal})^{12} - 1) * 100 \quad (5)$$

$$TaxaInflação_{anual} = ((1 + TaxaInflação_{mensal})^{12} - 1) * 100 \quad (6)$$

Através do gráfico pode-se visualizar o total do capital depositado pelo investidor, destacado na cor preta, o rendimento real, destacado na cor verde, e o impacto da inflação no rendimento bruto, destacado na cor vermelha. Caso não houvesse inflação no período, toda parte que está em vermelho, também estaria verde, ou seja, o lucro do investidor seria maior.

Para a geração dos gráficos foram utilizados os comandos lista de iteração, sequência, segmento e elemento. Estes comandos possibilitaram o cálculo dos valores e a criação dos segmentos que representam os acúmulos mensais (gráfico). Segue abaixo a definição e a descrição de uso de cada um dos comandos:

- Lista de iteração: ao todo foram criadas 3 listas de iteração. A primeira lista representou o acúmulo mensal do capital depositado. Por sua vez, a segunda lista exprimiu o acúmulo mensal do capital depositado, considerando a correção monetária do saldo do mês anterior. Ou seja, no cálculo dos valores desta lista, mensalmente o saldo do mês anterior foi corrigido de acordo com a taxa de inflação prevista e, na sequência, foi adicionado o depósito do mês vigente, se informado via simulador. Desta forma, esta lista apresenta o valor mínimo que o investidor deverá ter acumulado ao resgatar a aplicação, para manter, pelo menos, o mesmo poder de compra. Por fim, a terceira lista representou o rendimento mensal da aplicação, sem considerar a inflação. Isto é, a lista armazenou o total acumulado mensalmente, considerando a aplicação da taxa de juros informada. A descrição do comando é a

seguinte:

- *ListaDeIteração*(*<expressão>*, *<nome da variável>*, *<valor de início>*, *<número de iterações>*): este comando retorna uma lista de tamanho $n+1$ (n = número de iterações), cujos elementos são calculados por meio da expressão, a cada iteração. O primeiro elemento da lista é o valor de início definido inicialmente como parâmetro do comando. Assim, a cada iteração, a variável (segundo parâmetro do comando) assume o valor do elemento mais recente calculado da lista. Deve existir pelo menos um valor inicial²⁴.

- Exemplo: A lista *ListaDeIteração*($m + pgto, m, \{vp\}, am$) tem o seu parâmetro m atualizado à medida que as iterações ocorrem, estabelecendo uma recorrência. Assim: $m_0 = vp$, $m_1 = m_0 + pgto$, $m_2 = m_1 + pgto$, $m_3 = m_2 + pgto$ e assim por diante, até $m_{240} = m_{239} + pgto$. Neste exemplo, a variável m é a soma de todos os depósitos efetuados até um dado mês, a variável vp representa o valor inicial (depósito inicial), $pgto$ é o valor mensal depositado e am é o período de acumulação, neste caso, 240 meses (20 anos). Esta lista representa o valor acumulado depositado pelo investidor.
- Abaixo estão definidas as demais listas de iteração geradas na construção do simulador. A primeira representa o valor acumulado depositado pelo investidor, considerando a correção monetária pela inflação e , e a segunda, o valor acumulado com o rendimento bruto. A variável i é a taxa de juros mensal e a variável *inflacao* é a taxa de inflação. Assim as listas ficam:

$$ListaDeIteracao(m * (1 + inflacao) + pgto, m, \{vp\}, am)$$

$$ListaDeIteração(m * (1 + i) + pgto, m, \{vp\}, am)$$

- *Sequência*(*<expressão>*, *<variável>*, *<valor inicial>*, *<valor final>*): este comando gera uma lista de objetos como, por exemplo, uma lista composta por números sequenciais. Para tanto, o comando utiliza uma expressão, para a geração dos elementos da sequência, e uma variável que funciona como um contador. A expressão fornecida está em função da variável contador. A variável, por sua vez, assumirá um valor inicial, fornecido no comando (valor inicial), e será incrementada

²⁴ Definição extraída e traduzida do site https://wiki.geogebra.org/en/IterationList_Command

até que atinja o valor final. Assim, considerando cada valor que a variável contador assume, surge um dos elementos da sequência, calculado via expressão. Quando não é definido o valor de incremento para a variável contador, este, por padrão, é definido como 1²⁵.

- Exemplo: *Sequência*($k + 1, k, 1, 5$) cria a lista {2, 3, 4, 5, 6}.
- *Segmento*(<ponto>, <ponto>): este comando de caráter geométrico, cria um segmento entre dois pontos²⁶.
 - Exemplo: *Segmento*((1, 1), (2, 2)) cria um segmento que liga os pontos (1, 1) e (2, 2).
- *Elemento*(<lista>, <posição do elemento>): este comando retorna o elemento da lista (lista) de acordo com o parâmetro “posição do elemento” informado. Ou seja, o comando busca e retorna um elemento de uma lista que estiver na posição “posição do elemento”.
 - Exemplo: no exemplo que consta na descrição do elemento “sequência”, foi criada a lista {2, 3, 4, 5, 6}, por meio de *Sequência*($k + 1, k, 1, 5$). Para selecionar o segundo elemento desta lista, o comando fica *Elemento*(*Sequência*($k + 1, k, 1, 5$), 2). Para não se repetir o comando *Sequência*(...) dentro do comando *Elemento*(...), deve-se atribuir um nome, expresso por uma variável, à lista gerada. Assim, pode-se utilizar esta variável como parâmetro dentro do comando *Elemento*(...).

Para gerar os segmentos verticais que constituem e são visualizados no gráfico, utilizou-se os seguintes comandos:

$$\textit{Sequência} \left(\textit{Segmento} \left(\left(\frac{k}{12}, \textit{Elemento}(\textit{lista1}, k + 1) \right), \left(\frac{k}{12}, 0 \right) \right), k, 1, am \right)$$

$$\textit{Sequência} \left(\textit{Segmento} \left(\left(\frac{k}{12}, \textit{Elemento}(\textit{lista2}, k + 1) \right), \left(\frac{k}{12}, \textit{Elemento}(\textit{lista1}, k + 1) \right) \right), k, 1, am \right)$$

$$\textit{Sequência} \left(\textit{Segmento} \left(\left(\frac{k}{12}, \textit{Elemento}(\textit{lista3}, k + 1) \right), \left(\frac{k}{12}, \textit{Elemento}(\textit{lista2}, k + 1) \right) \right), k, 1, am \right)$$

²⁵ Definição extraída e traduzida do site https://wiki.geogebra.org/en/Sequence_Command

²⁶ Definição extraída e traduzida do site https://wiki.geogebra.org/en/Segment_Command

Onde:

- *lista1*: representa o valor acumulado depositado pelo investidor $ListaDeIteração(m + pgto, m, \{vp\}, am)$;
- *lista2*: representa o valor acumulado depositado, considerando a correção monetária do saldo do mês anterior, acrescido do depósito do mês atual (se houver) $ListaDeIteração(m * (1 + inflacao) + pgto, m, \{vp\}, am)$; e
- *lista3*: representa o valor acumulado com o rendimento bruto $ListaDeIteracao(m * (1 + i) + pgto, m, \{vp\}, am)$.

Para se obter o valor do total do capital depositado, o valor total da correção monetária dos depósitos e o valor do total acumulado após o período de acumulação, toma-se, respectivamente, o último elemento das listas 1, 2 e 3.

A construção dos demais simuladores foi realizada tendo por base o descrito para o simulador de Caderneta de Poupança, respeitando as particularidades de cada um dos investimentos. Dessa forma, nas próximas subseções são apresentadas breves explicações sobre as alterações e/ou inclusões realizadas para a geração dos demais simuladores, tendo por base o simulador da Caderneta de Poupança. Nestes termos, a nomenclatura utilizada será aquela citada até o momento.

3.2.1.1 Fundos DI e Fundos de Renda Fixa

Na construção dos simuladores para os Fundos DI e Fundos de Renda Fixa foram acrescentados a taxa de administração anual e o percentual de imposto de renda. Os valores destes itens podem ser definidos pelo usuário no momento da simulação e impactam diretamente sobre a rentabilidade do investimento.

Com a inclusão da taxa de administração, a lista 3, análoga àquela apresentada na descrição do simulador para a Caderneta de Poupança, passou a ter a seguinte formulação:

- *lista3*: representa o valor acumulado com o rendimento bruto. Matematicamente tem-se:

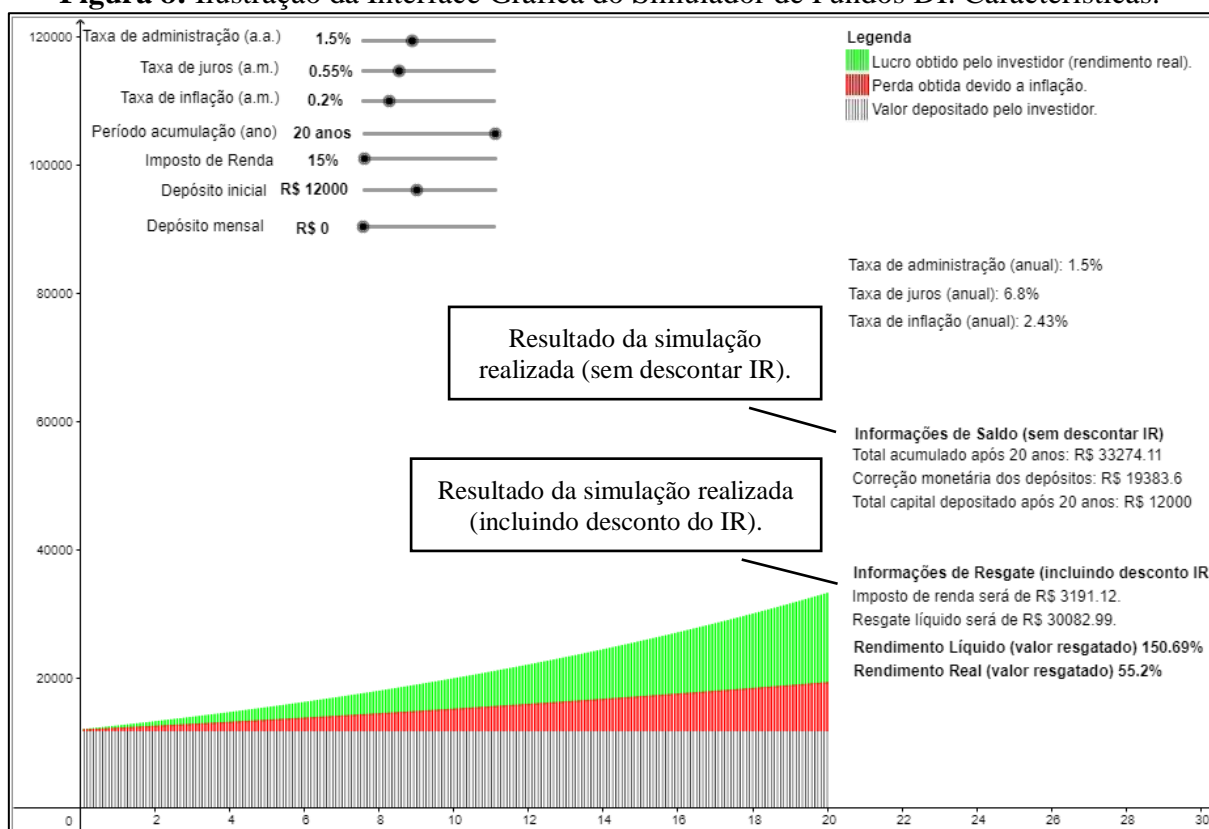
$$ListaDeIteracao\left(m * \left(1 + i - \left(1 + TaxaAdmin_{anual}\right)^{\frac{1}{12}} - 1\right)\right) + pgto, m, \{vp\}, am$$

Como pode-se observar, a taxa de administração impacta diretamente na rentabilidade

do investimento e como ela é informada como um percentual anual, houve a necessidade de convertê-la para um percentual mensal.

Com a inclusão do percentual do imposto de renda no simulador, foi necessário alterar o conteúdo a ser visualizado como resultado da simulação realizada. Na Figura 8 pode-se observar tais alterações à direita da imagem que ilustra a interface do simulador de Fundos DI. Nas interfaces gráficas destes simuladores (Fundos DI e Fundos de Renda Fixa) é possível visualizar os resultados com ou sem o desconto do imposto de renda.

Figura 8: Ilustração da Interface Gráfica do Simulador de Fundos DI: Características.



Fonte: o autor.

Para se obter o valor do total do capital depositado, o valor total da correção monetária dos depósitos e o valor do total acumulado após o período de acumulação, sem o desconto do imposto de renda, toma-se, respectivamente, o último elemento das listas 1, 2 e 3. Por outro lado, para se obter os valores apresentados nos campos que constam em “incluindo o desconto do IR”, considera-se o seguinte:

- Valor do imposto de renda: para a obtenção deste valor, aplica-se o percentual do imposto de renda sobre o lucro bruto obtido. Especifica-se que, o lucro bruto é a diferença entre o valor total acumulado e o valor total do capital depositado;

- Resgate líquido: este valor é a diferença entre o valor do total acumulado e o valor do imposto de renda;
- Rendimento líquido: este percentual é obtido através da divisão do valor do resgate líquido pelo valor total do capital depositado;
- Rendimento real: este percentual é obtido através da divisão do valor do resgate líquido pelo valor total da correção monetária dos depósitos. Se o percentual for positivo, representa o aumento do poder de compra do investidor, caso contrário, se for negativo, representa a perda do poder de compra.

3.2.1.2 Fundos de Ações

O simulador dos Fundos de Ações possui basicamente as mesmas particularidades que os simuladores dos Fundos DI e Fundos de Renda Fixa, com exceção da alíquota de imposto de renda, que é fixa em 15%. Desta forma, o usuário não tem a possibilidade de escolher outro percentual.

3.2.1.3 CDB

Considerando os dados configuráveis no simulador de Caderneta de Poupança, no CDB foi excluída a taxa de juros e foram acrescentados o percentual de imposto de renda, a taxa do CDI e o percentual do CDI, por se considerar neste trabalho o CDB pós-fixado²⁷. Estes dados podem ser definidos pelo usuário no momento da simulação e impactam diretamente na rentabilidade do investimento.

Com a exclusão da taxa de juros, e a inclusão da taxa do CDI e percentual do CDI, tem-se impacto direto no cálculo da lista 3, conforme pode-se observar abaixo:

- *lista3*: representa o valor acumulado com o rendimento bruto. Matematicamente tem-se:

$$ListaDeIteracao \left(m * (1 + PercentualCDI * TaxaCDI)^{\frac{1}{12}} + pgto, m, \{vp\}, am \right)$$

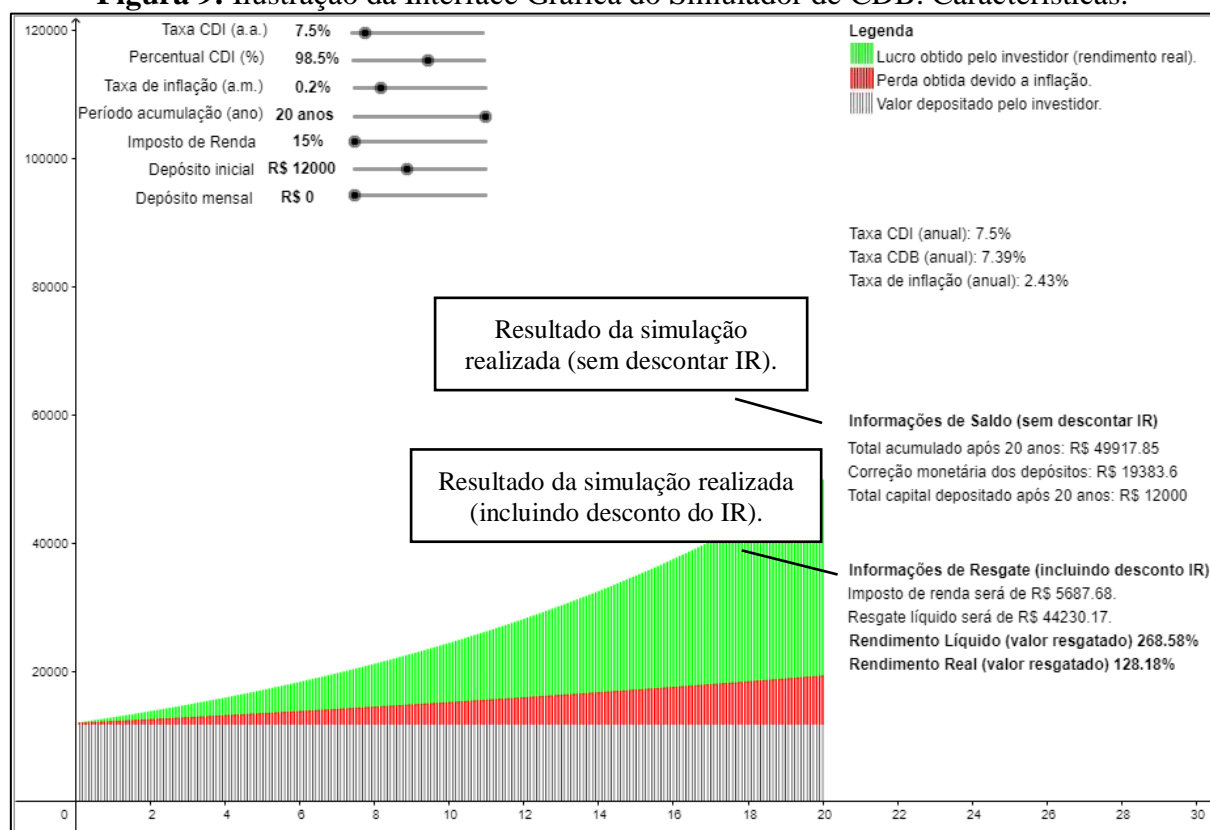
Como pode-se observar na Figura 9, a taxa do CDI é informada como percentual anual. Assim, houve a necessidade de convertê-la para um percentual mensal.

Com a inclusão do percentual do imposto de renda, foi necessário alterar o conteúdo a

²⁷ Modalidade de CDB mais comum encontrada nos principais bancos brasileiros.

ser visualizado como resultado da simulação realizada. Na Figura 9 pode-se observar tais alterações à direita da imagem que ilustra a interface do simulador de CDB. Em destaque, na referida imagem, é possível visualizar os resultados com ou sem o desconto do imposto de renda.

Figura 9: Ilustração da Interface Gráfica do Simulador de CDB: Características.



Fonte: o autor.

Para se obter o valor do total do capital depositado, o valor total da correção monetária dos depósitos e o valor do total acumulado após o período de acumulação, sem o desconto do imposto de renda, toma-se, respectivamente, o último elemento das listas 1, 2 e 3. Por outro lado, para se obter os valores apresentados nos campos que constam em “incluindo o desconto do IR”, considera-se o seguinte:

- Valor do imposto de renda: para a obtenção deste valor se aplica o percentual do imposto de renda sobre o lucro bruto obtido. Cabe lembrar que, o lucro bruto é a diferença entre o valor total acumulado e o valor total do capital depositado;
- Resgate líquido: este valor é a diferença entre o valor do total acumulado e o valor do imposto de renda;
- Rendimento líquido: este percentual é obtido através da divisão do valor do resgate

líquido pelo valor total do capital depositado;

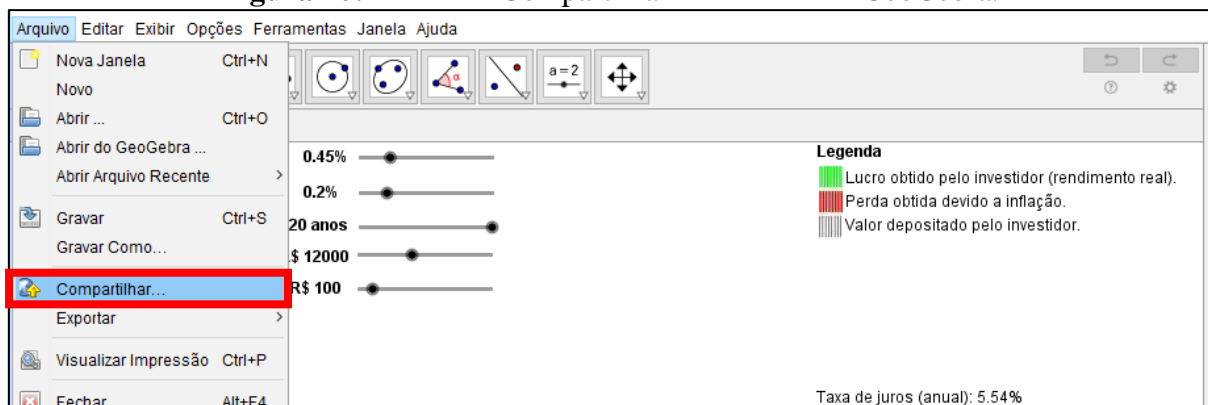
- **Rendimento real:** este percentual é obtido através da divisão do valor do resgate líquido pelo valor total da correção monetária dos depósitos. Se o percentual for positivo, representa o aumento do poder de compra do investidor, caso contrário, se for negativo, representa a perda do poder de compra.

3.2.2 Programação de Páginas *Web*

Os elementos gráficos e matemáticos do simulador *Web Financial Tool* foram desenvolvidos no GeoGebra. Posteriormente estes elementos foram carregados nas páginas *Web*, as quais foram desenvolvidas utilizando-se as linguagens *HTML* e *CSS*.

Para incorporar cada simulador gerado no GeoGebra à página do *Financial Tool*, foi necessário carregá-los/subi-los para o repositório de aplicações da página do GeoGebra na *Web*. Tal ação pôde ser feita diretamente por meio do recurso “Compartilhar”, que está disponível na interface gráfica do GeoGebra, conforme o ilustrado na Figura 10:

Figura 10: Recurso “Compartilhar”: interface do GeoGebra.



Fonte: o autor.

Assim, após clicar em Arquivo => Compartilhar, abre-se automaticamente o navegador de Internet e a página do *site* do GeoGebra é carregada. Na referida página são solicitadas as informações referentes ao *login* e a senha de usuário da página, que dão acesso ao *site* do GeoGebra para que o arquivo seja carregado/subido. Caso o usuário não esteja cadastrado na página, pode-se efetuar tal cadastro acessando o *link* “Criar uma conta”, que se encontra nesta mesma página. A referida página de *login* é ilustrada na Figura 11:

Figura 11: Página de *login* do site do GeoGebra.

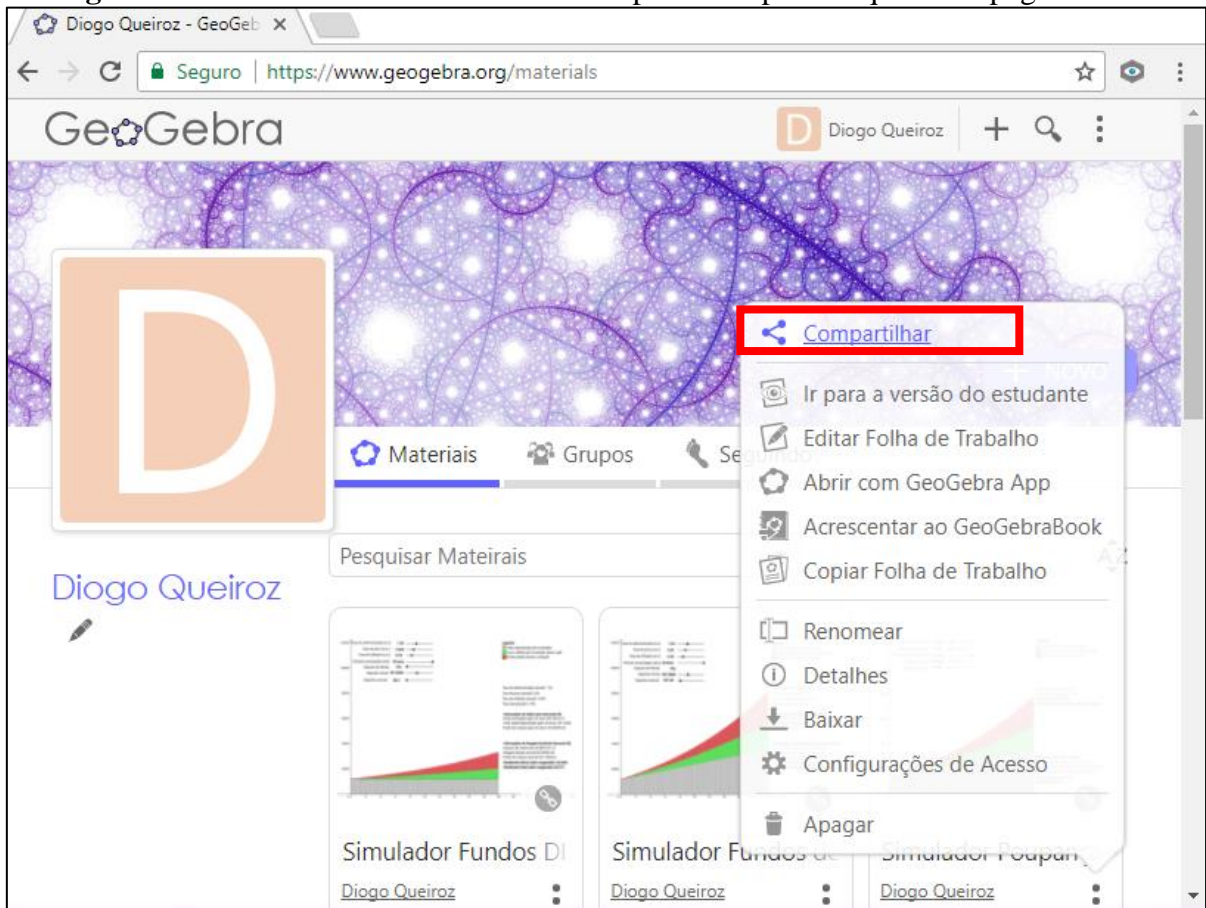


Fonte: o autor.

Após se efetuar o *login* na página, pôde-se definir o título para o arquivo a ser carregado/subido, redimensioná-lo e incluir algumas informações adicionais como, por exemplo, um texto explicativo. Na sequência foi solicitada a gravação do arquivo e, feito isso, tudo estava pronto para uso por meio de página *Web*. Ou seja, os simuladores estavam armazenados no repositório e poderiam ser baixados ou utilizados via *Web*.

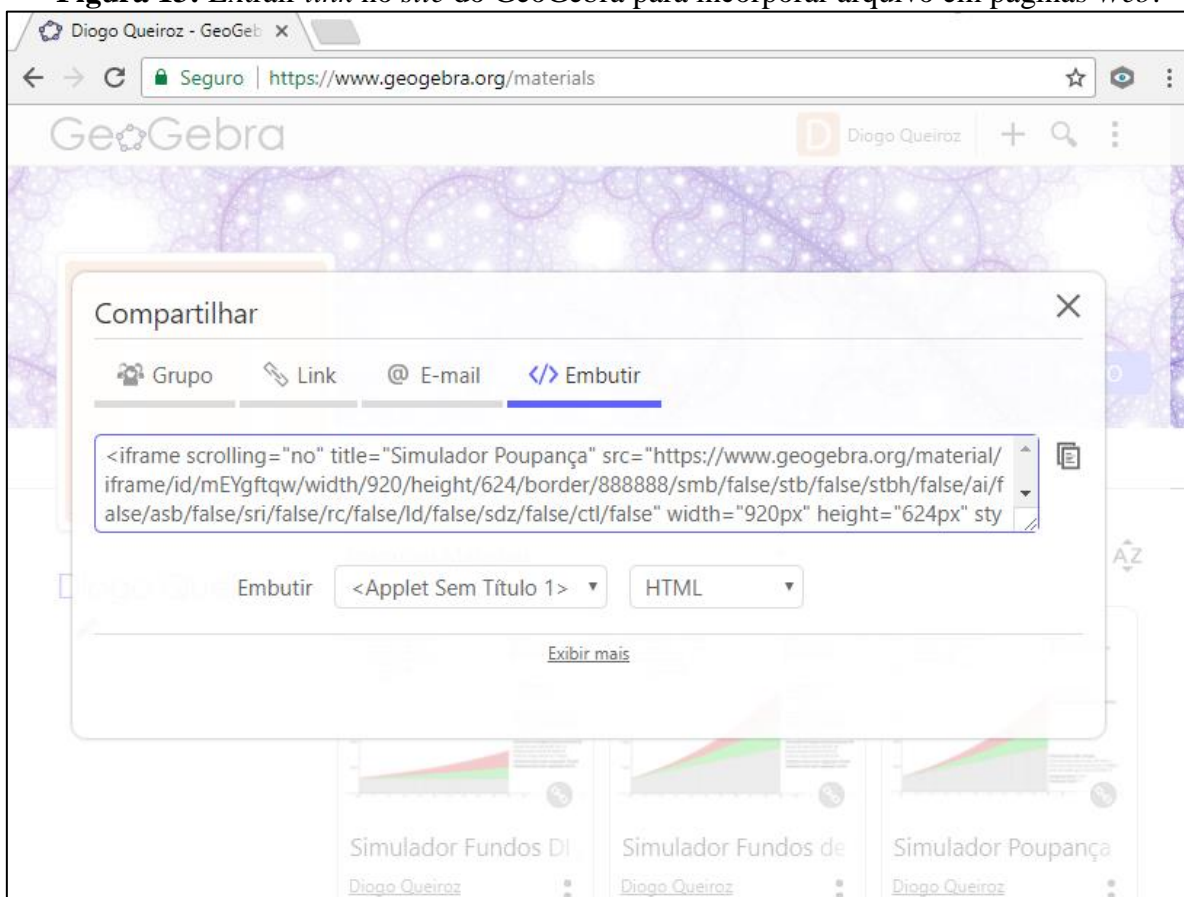
Para incorporar o arquivo à página *Web* do *Financial Tool*, foi necessário extrair o link gerado automaticamente pelo *site* do GeoGebra e incluí-lo no código fonte do simulador financeiro. Para acessar o *link* dos arquivos dos simuladores das aplicações basta, estando na referida página do Geogebra, clicar em “Compartilhar” e, na sequência, em “Embutir”. A Figura 12 ilustra a página do Geogebra e, em destaque (retângulo de bordas vermelhas) encontra-se o *link* “Compartilhar”. Já, na Figura 13, está ilustrada a página que se abre após o acionamento do *link* “Compartilhar” e se tem o comando “Embutir”, grifado em azul na porção superior central da ilustração.

Figura 12: Extrair *link* no site do GeoGebra para incorporar arquivo em páginas *Web*.



Fonte: o autor.

Figura 13: Extrair *link* no site do GeoGebra para incorporar arquivo em páginas *Web*.



Fonte: o autor.

3.3 Validação dos Códigos do *Financial Tool*: Aspectos Matemáticos e Computacionais

Para garantir que as informações geradas pelo *Financial Tool* estivessem corretas, foram elaboradas planilhas eletrônicas (Apêndice A), com funcionalidades idênticas às aquelas implementadas nos simuladores, e que serviram como base para homologar/validar por comparação todo o desenvolvimento matemático dos simuladores. As planilhas construídas permitem então que as simulações dos investimentos sejam realizadas nos mesmos moldes dos simuladores construídos no GeoGebra.

Na Figura 14, pode-se verificar um exemplo de uma simulação, relativa à Caderneta de Poupança, realizada na planilha. No topo da planilha, área destacada de azul, é possível visualizar as informações consolidadas em períodos de 20, 10 e 5 anos, separado por total de capital depositado, correção monetária dos depósitos e total acumulado.

Figura 14: Exemplo de simulador construído na planilha eletrônica.

SIMULADOR DE INVESTIMENTOS EM CADERNETA DE POUPANÇA												
Informações Consolidadas				20 anos	10 anos	5 anos						
Total capital depositado				R\$ 36.000,00	R\$ 24.000,00	R\$ 18.000,00						
Correção Monetária dos Depósitos				R\$ 50.148,59	R\$ 28.798,56	R\$ 19.896,43						
Total acumulado				R\$ 78.307,40	R\$ 36.432,25	R\$ 22.580,53						
							20 anos	10 anos	5 anos			
							Rendimento Líquido	117,52%	51,80%	25,45%		
							Rendimento Real	56,15%	26,51%	13,49%		
Depósito Inicial	Taxa de Juros (a.m.)	Taxa de Inflação (a.m.)	Depósito Mensal	NÃO possui IR e nem taxa de administração.				Taxa Juros (a.a)	Taxa Inflação (a.a)			
R\$ 12.000,00	0,45%	0,20%	R\$ 100,00					5,54%	2,43%			
Mês	Total Depositado	Correção Monetária dos Depósitos	Total Acumulado									
0	R\$ 12.000,00	R\$ 12.000,00	R\$ 12.000,00									
1	R\$ 12.100,00	R\$ 12.124,00	R\$ 12.154,00									
2	R\$ 12.200,00	R\$ 12.248,25	R\$ 12.308,69									
3	R\$ 12.300,00	R\$ 12.372,74	R\$ 12.464,08									
4	R\$ 12.400,00	R\$ 12.497,49	R\$ 12.620,17									
5	R\$ 12.500,00	R\$ 12.622,48	R\$ 12.776,96									
6	R\$ 12.600,00	R\$ 12.747,73	R\$ 12.934,46									
7	R\$ 12.700,00	R\$ 12.873,23	R\$ 13.092,66									
8	R\$ 12.800,00	R\$ 12.998,97	R\$ 13.251,58									
9	R\$ 12.900,00	R\$ 13.124,97	R\$ 13.411,21									
10	R\$ 13.000,00	R\$ 13.251,22	R\$ 13.571,56									
11	R\$ 13.100,00	R\$ 13.377,72	R\$ 13.732,63									
12	R\$ 13.200,00	R\$ 13.504,48	R\$ 13.894,43									
Cálculo Total Depositado												
$Saldo = Saldo_{anterior} + Depósito_{mensal}$												
Cálculo Correção Monetária dos Depósitos												
$Saldo = Saldo_{anterior} * (1 + Taxa_{inflação_{mensal}}) + Depósito_{mensal}$												
Cálculo Total Acumulado												
$Saldo = Saldo_{anterior} * (1 + Taxa_{juros_{mensal}}) + Depósito_{mensal}$												

Fonte: o autor.

Na planilha também é possível definir/quantificar as variáveis consideradas na simulação, verificar os valores calculados mês a mês para os próximos 20 anos e ainda, no lado direito da planilha, têm-se as fórmulas utilizadas na realização dos cálculos. As taxas de juros e de inflação devem ser informadas em percentual mensal.

Durante a construção do *Financial Tool*, as planilhas serviram basicamente para homologar/validar o desenvolvimento dos simuladores construídos no GeoGebra. Tal validação se deu por meio de experimentação exaustiva de ambos os recursos computacionais (planilhas eletrônicas e *Financial Tool*). Assim, utilizando-se diversos valores de entradas para todos os simuladores construídos, pôde-se verificar, por comparação, a acurácia dos resultados e, conseqüentemente, a correção das implementações. Nestes termos, garantiu-se a qualidade da informação gerada por ambos os sistemas. E mais, além de se prestar à validação do *Financial Tool*, as planilhas consistem também de mais uma ferramenta de ensino-aprendizagem para os interessados e, por esta razão, também são disponibilizadas para *download* na página do simulador *Web*.

Cabe esclarecer que, para o completo funcionamento do *Financial Tool*, incluindo os simuladores GeoGebra, há a necessidade de se ter acesso à *Internet*. Porém, por vezes, dependendo das condições nas quais se encontra o interessado pelo produto gerado, tal acesso, ou não existe, ou é muito precário. Assim, as planilhas eletrônicas, baixadas da *Web* em momento propício, podem também ser utilizadas em substituição ao *Financial Tool*, quando não houver a disponibilidade operacional de *Internet*.

Uma vez que, a implementação matemática dos simuladores foi validada por meio da comparação de seus resultados com aqueles advindos das planilhas eletrônicas, buscou-se também a validação do código *Web* do *Financial Tool*. Para tanto, foi utilizado o validador

disponibilizado de forma *online* pela W3C, descrito na Subseção 2.5.2.3.

Assim, após a submissão e verificação *online* dos documentos *HTML* do *Financial Tool*, obteve-se a conclusão de que todos os arquivos submetidos foram aprovados. Isto significa que, os documentos *HTML* criados estão seguindo corretamente as recomendações estipuladas para a *Web*.

Diante das validações realizadas, pode-se afirmar que o *Financial Tool* atingiu a qualidade e a confiabilidade esperada para um *software* voltado à educação, ou a qualquer outra aplicação que se queira dar a ele.

4 RESULTADOS E ANÁLISE

Da pesquisa bibliográfica realizada, inferiu-se que há muitos materiais didáticos, voltados ao Ensino Médio, que versam sobre Matemática Financeira, fato este que corrobora com a temática adotada neste trabalho. No entanto, não foram encontrados livros que explicassem as diferenças entre os diversos tipos de investimentos financeiros e que fossem didaticamente acessíveis aos alunos do Ensino Médio, de modo a os estimularem à reflexão sobre tais investimentos e sobre as situações financeiras cotidianas reais. Tal conclusão é reforçada por Oliveira (2014) que, por meio da análise de alguns livros didáticos indicados pelo programa PNELM (Programa Nacional do Livro Didático no Ensino Médio) de 2012, chegou à mesma conclusão.

Assim, este trabalho teve como princípio desenvolver uma ferramenta computacional que permitisse aos alunos simularem situações reais de aplicações financeiras e que os estimulasse à reflexão sobre o planejamento financeiro pessoal de longo prazo. Assim, tem-se o simulador de investimentos financeiros implementado no âmbito desta pesquisa, sendo este o seu principal resultado.

De acordo com os experimentos realizados com o *software* gerado, observou-se que o simulador desenvolvido é eficaz em gerar resultados acurados e entende-se que ele possa propiciar aos alunos, de forma didática e prática, o entendimento sobre os conteúdos voltados à Matemática Financeira, principalmente no tocante à mecânica e funcionamento das aplicações/investimentos financeiros. Assim, por meio do *software*, o aluno poderá comparar diferentes formas de investimentos, fato este que poderá contribuir para uma discussão mais aprofundada sobre o tema no âmbito escolar.

A ferramenta computacional foi construída de modo que, quando utilizada no ambiente escolar, o professor possa capacitar os seus alunos e que estes venham a compreender as diferenças entre as formas de investimentos materializadas no *software*, além de serem capazes de entender as particularidades de cada um dos investimentos. Ou seja, no projeto e construção do *software* houve o intuito de propiciar a visualização prática do funcionamento dos investimentos financeiros, de modo a despertar no usuário a consciência de que investimentos regulares e de longo prazo podem ser uma boa forma de acumular riqueza, e que esta reserva monetária poderá ajudar-lhes a atingir objetivos pessoais e/ou profissionais.

Nestes termos, o simulador permite a realização de algumas projeções, tendo a flexibilidade de que sejam alteradas algumas variáveis a qualquer tempo, as quais são:

- **Taxa de administração:** informada em percentual anual;
- **Taxa de juros:** informada em percentual mensal;
- **Taxa de inflação:** informada em percentual mensal;
- **Período de acumulação:** informado em anos;
- **Imposto de renda:** informado em percentual que varia de 15% a 22,5%, conforme legislação em vigor;
- **Depósito inicial:** valor depositado no dia da contratação da aplicação;
- **Depósito mensal:** valor mensal depositado, a ser acrescido ao montante aplicado.

Nas próximas seções será dada uma visão geral do simulador construído e serão detalhadas as funcionalidades implementadas. Em adição a isso, serão fornecidos exemplos práticos, que podem também ser reproduzidos pelo professor durante as aulas ou por um usuário interessado no assunto. Logo, espera-se que o presente trabalho se constitua em um material completo para o professor que opte por utilizá-lo, uma vez que, houve a preocupação por se buscar a teoria voltada à Matemática Financeira, principalmente no tocante às aplicações financeiras, se materializou a referida teoria em um simulador e se apresenta, a seguir, exemplos numéricos de cunho didático.

4.1 Visão Geral do Simulador

O simulador, denominado *Financial Tool*, é uma aplicação *Web* e pode ser acessado através do *site* <http://sinop.unemat.br/projetos/financialtool>. Assim, na página inicial, denominada *Home* (Figura 15), são mostradas algumas informações, tais como, o resumo e o objetivo da dissertação, que motivou a construção da aplicação, além dos *links* relativos aos investimentos financeiros que foram contemplados na ferramenta. Ou seja, através da página principal é possível acessar os simuladores desenvolvidos para cada tipo de investimento contemplado no trabalho. Logo, ao acionar o *link* do investimento desejado, o *site* é redirecionado para o respectivo simulador, no qual o usuário poderá realizar a sua própria simulação, utilizando os parâmetros que desejar. Isso é possível, pois o sistema permite que sejam alteradas as variáveis, tais como: taxa de administração, taxa de juros, taxa de inflação, valor do depósito inicial, valor do depósito mensal, dentre outras.

Os simuladores, relativos a cada aplicação, também podem ser acessados através do *menu* “Simuladores” (ver Figura 15), localizado no topo da página inicial. Neste *menu* é

possível visualizar uma breve explicação de cada simulador e acessá-los. A Figura 16 ilustra o conteúdo da página relativa aos “Simuladores”.

Figura 15: Página Inicial da aplicação *Financial Tool*.

Simulador *Financial Tool*

UNEMAT Universidade do Estado de Mato Grosso

PROFMAT Mestrado Profissional em Matemática

HOME SIMULADORES INFORMAÇÕES

Seja Bem-vindo ao Simulador de Investimentos

Esta página foi desenvolvida como parte da dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, do departamento de Matemática da Universidade Estadual do Mato Grosso – UNEMAT, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Resumo

Ao se pesquisar na literatura pertinente e em páginas de Internet, verificou-se que havia uma certa vacuidade de materiais voltados aos Ensinos Fundamental e Médio, que versassem sobre Matemática Comercial e Financeira. E mais, materiais que discorressem didaticamente sobre as aplicações financeiras eram ainda mais raros. Assim, o objetivo do trabalho aqui apresentado foi discutir o aspecto prático do ensino de Matemática Financeira para a formação dos alunos do Ensino Médio, a fim de incentivá-los a pensar em seu futuro financeiro. É óbvio que, o material aqui gerado não é de uso restrito dos alunos/professores do Ensino Médio, podendo e devendo ser utilizado por qualquer interessado pelo tema. Assim, para que as nuances relativas às aplicações financeiras fossem entendidas, a priori, foram abordados os conceitos de juros simples, juros compostos, juros reais (ganho real), inflação e imposto de renda sobre investimento. As principais formas de investimento que os cidadãos têm acesso foram conceituadas e discutidas visando a criação de senso crítico e, conseqüentemente, de discernimento na escolha do tipo mais coerente de aplicação. Nestes termos, a fim de facilitar a abstração dos conceitos apresentados e materializar sua dinâmica, foi construída uma ferramenta Web que permite ao usuário simular os ganhos que terá com um determinado investimento. O usuário terá então acesso aos resultados das simulações expressos de forma numérica e gráfica. A ferramenta Web, denominada Financial Tool, abarca simuladores para os investimentos que constam neste trabalho, os quais são: Caderneta de Poupança, Certificado de Depósito Bancário (CDB), Fundos DI, Fundos de Renda Fixa e Fundo de Ações. Nos simuladores é possível alterar os aportes, mensal ou do início da aplicação, além das taxas de administração, juros e inflação, com o intuito de gerar cenários financeiros inteligíveis e significativos para o usuário. Para a sua construção foram utilizados recursos computacionais como, o GeoGebra, para a construção dos simuladores de cada aplicação, e as linguagens Web HTML e CSS, para a construção da página do Financial Tool. Assim, a ferramenta Web, além de poder ser utilizada localmente, pode também ser utilizada de forma online. A partir da página do aplicativo podem ainda ser baixadas: planilhas de cálculo, que materializam as mesmas aplicações previstas nos simuladores, e o arquivo digital desta dissertação. Tais planilhas, além de auxiliarem os interessados pelas aplicações financeiras, se prestaram à validação dos resultados dos simuladores construídos. Por sua vez, os códigos HTML também foram validados por meio de um validador disponibilizado online pela W3C (World Wide Web Consortium). Considerando o aspecto tutorial/didático deste trabalho, por fim são apresentadas atividades relativas a cada tipo de aplicação, apoiadas pelo Financial Tool. Por meio do material bibliográfico aqui expresso e do Financial Tool, espera-se que os alunos do Ensino Médio e demais interessados alcancem a compreensão sobre a Matemática Financeira e, particularmente, sobre as aplicações financeiras. Espera-se ainda que, o uso destes recursos possa estimular os estudantes/usuários a pouparem, a fim de que possam conquistar sua independência financeira, ou ainda, que consigam, através de disciplina e planejamento, alcançarem os seus objetivos de vida.

Objetivos

Elaboração de material didático-pedagógico que pode ser utilizado por professores do Ensino Médio, quando da ocorrência de aulas que abordem o tema "Educação Financeira". O referido material contemplou conteúdos de Matemática Financeira e aplicações financeiras, as quais foram materializadas por meio de um simulador Web, construído com o auxílio do software livre GeoGebra.

Investimentos Contemplados no Simulador

- [Caderneta de Poupança](#)
- [CDB \(Certificado de Depósito Bancário\)](#)
- [Fundos DI](#)
- [Fundos de Renda Fixa](#)
- [Fundos de Ações](#)

Copyright © 2018 - Simulador *Financial Tool*

Fonte: o autor.

Também através do menu presente no topo da página inicial (Figura 15), o usuário pode acessar a página de informações (Figura 17), a partir da qual é possível baixar os arquivos gerados no *software* GeoGebra (simuladores de cada aplicação) e que foram integrados à aplicação *Web Financial Tool*. A página de informações possui também *links* para *download* da dissertação completa e para se baixar as planilhas eletrônicas, que também permitem a realização de simulações similares àquelas do *Financial Tool* (ver Seção 3.3).

Figura 16: Página “Simuladores” da aplicação *Financial Tool*.

Simulador Caderneta de Poupança

A caderneta de poupança é o investimento mais simples e popular. Até 4 de maio de 2012, os depósitos realizados nesta aplicação tinham como remuneração a Taxa Referencial (TR) mais 6% ao ano. Para os depósitos realizados após esta data, a remuneração passou a ser a Taxa Referencial (TR) mais 6% ao ano, quando a taxa SELIC, que é fixada a cada 45 dias pelo Comitê de Política Monetária (Copom) do Banco Central (BC), for maior ou igual a 8,5% ao ano. Caso contrário, o rendimento da poupança será de 70% da taxa SELIC mais a variação da TR.

Simulador CDB (Certificado de Depósito Bancário)

O CDB é um título que os bancos emitem com o objetivo de captar dinheiro para financiar suas atividades de crédito. Neste caso, pode ser considerado como se o investidor estivesse realizando um empréstimo para o banco em troca de uma rentabilidade diária. O tipo de CDB mais comum é o pós-fixado. Neste caso a rentabilidade é definida como um percentual do CDI (Certificado de Depósito Interbancário), que, normalmente, é muito próximo a taxa SELIC ou pode ser indexada a outro indicador como, por exemplo, o IPCA. Os bancos de menor credibilidade ou tamanho tendem a oferecer as melhores taxas (CERBASI, 2003). No caso do CDB prefixado a taxa é definida no momento da contratação, não ocorrendo oscilação.

Simulador Fundos DI

Fundos DI são fundos de renda fixa cuja política de investimento garante que ao menos 95% do seu patrimônio líquido esteja investido em ativos que acompanham, direta ou indiretamente, a variação do CDI (CDI - Certificado de Depósito Interbancário) ou da taxa SELIC. No mínimo 80% de seu patrimônio líquido representados, isolada ou cumulativamente, devem ser aplicados em títulos públicos federais e ativos financeiros de renda fixa considerados de baixo risco de crédito pelo gestor (FORTUNA, 2005).

Simulador Fundos de Renda Fixa

Os fundos de renda fixa devem possuir, no mínimo, 80% da carteira em ativos relacionados diretamente, ou sintetizados via derivativos, a ativos de renda fixa. Os principais fatores de risco são a variação da taxa de juros e/ou índice de preços. Dependendo da composição da carteira do fundo, este deve incluir tal característica em seu nome, o que implica em um regime diferenciado de tributação. Por exemplo, fundos de renda fixa que possuem exclusivamente títulos públicos federais ou privados pré-fixados ou indexados à taxa SELIC ou a outra taxa de juros, ou títulos indexados ao índice de preços, com prazo máximo de 375 dias, e prazo médio da carteira do fundo inferior a 60 dias deve incluir em seu nome o sufixo "Curto Prazo". O fundo que tenha 80%, no mínimo, de seu patrimônio líquido representado por títulos representativos da dívida externa de responsabilidade da União deve incluir em sua denominação o sufixo "Dívida Externa".

Simulador Fundos de Ações

Os fundos de ações devem possuir, no mínimo, 67% da carteira em ações admitidas à negociação no mercado à vista de bolsa de valores ou entidade do mercado de balcão organizado (FORTUNA, 2005). Estes fundos normalmente utilizam como *benchmark* um índice de desempenho de mercado, tais como, Ibovespa, ISE (Índice de Sustentabilidade Empresarial) e o IBRX 100. O imposto de renda cobrado é de 15% sobre o rendimento (CERBASI, 2003).

Copyright © 2018 - Simulador *Financial Tool*

Fonte: o autor.

Figura 17: Página de Informações da aplicação *Financial Tool*.

Dissertação

Para acessar a dissertação, [clique aqui](#).

Arquivos GeoGebra

- ↓ Caderneta de Poupança
- ↓ CDB (Certificado de Depósito Bancário)
- ↓ Fundos DI
- ↓ Fundos de Renda Fixa
- ↓ Fundos de Ações

Planilha Eletrônica

Disponibilizamos também em Planilha Eletrônica as simulações que foram realizadas através do Software GeoGebra. Para acessar, [clique aqui](#).

Copyright © 2018 - Simulador *Financial Tool*

Fonte: o autor.

Com os recursos disponibilizados na página da aplicação *Web Financial Tool*, espera-se que os usuários (professores, alunos e demais interessados) tenham uma vasta gama de possibilidades de aprendizado sobre as aplicações financeiras disponíveis.

Nas próximas seções os simuladores desenvolvidos para cada aplicação são detalhados e exemplos/atividades são fornecidas.

4.2 Simulador da Caderneta de Poupança

No início da página do simulador estão presentes a definição de “Caderneta de Poupança” e as especificações sobre os riscos, vantagens e desvantagens deste tipo de investimento. A Figura 18 ilustra o início da referida página.

Figura 18: Interface do Simulador: Definição de Caderneta de Poupança.

The screenshot shows the interface of the 'Simulador Financial Tool'. At the top, there is a green header with the text 'Simulador Financial Tool' on the left, and logos for 'UNEMAT Universidade do Estado de Mato Grosso' and 'PROFMAT Mestrado Profissional em Matemática' on the right. Below the header is a navigation bar with three tabs: 'HOME', 'SIMULADORES', and 'INFORMAÇÕES'. The main content area is titled 'Caderneta de Poupança' and contains the following sections:

Definição
A caderneta de poupança é o investimento mais simples e popular. Até 4 de maio de 2012, os depósitos realizados nesta aplicação tinham como remuneração a Taxa Referencial (TR) mais 6% ao ano. Para os depósitos realizados após esta data, a remuneração passou a ser a Taxa Referencial (TR) mais 6% ao ano, quando a taxa SELIC, que é fixada a cada 45 dias pelo Comitê de Política Monetária (Copom) do Banco Central (BC), for maior ou igual a 8,5% ao ano. Caso contrário, o rendimento da poupança será de 70% da taxa SELIC mais a variação da TR.

Riscos
O investimento é considerado como de baixo risco, apesar das pessoas acreditarem que não existem riscos. Se o banco no qual a aplicação for realizada quebrar, existe um fundo denominado Fundo Garantidor de Crédito (FGC) que serve como uma espécie de seguro. Tal fundo garante ao investidor prejudicado a devolução de até 250 mil reais o que pode não ser suficiente se a perda superar este valor.

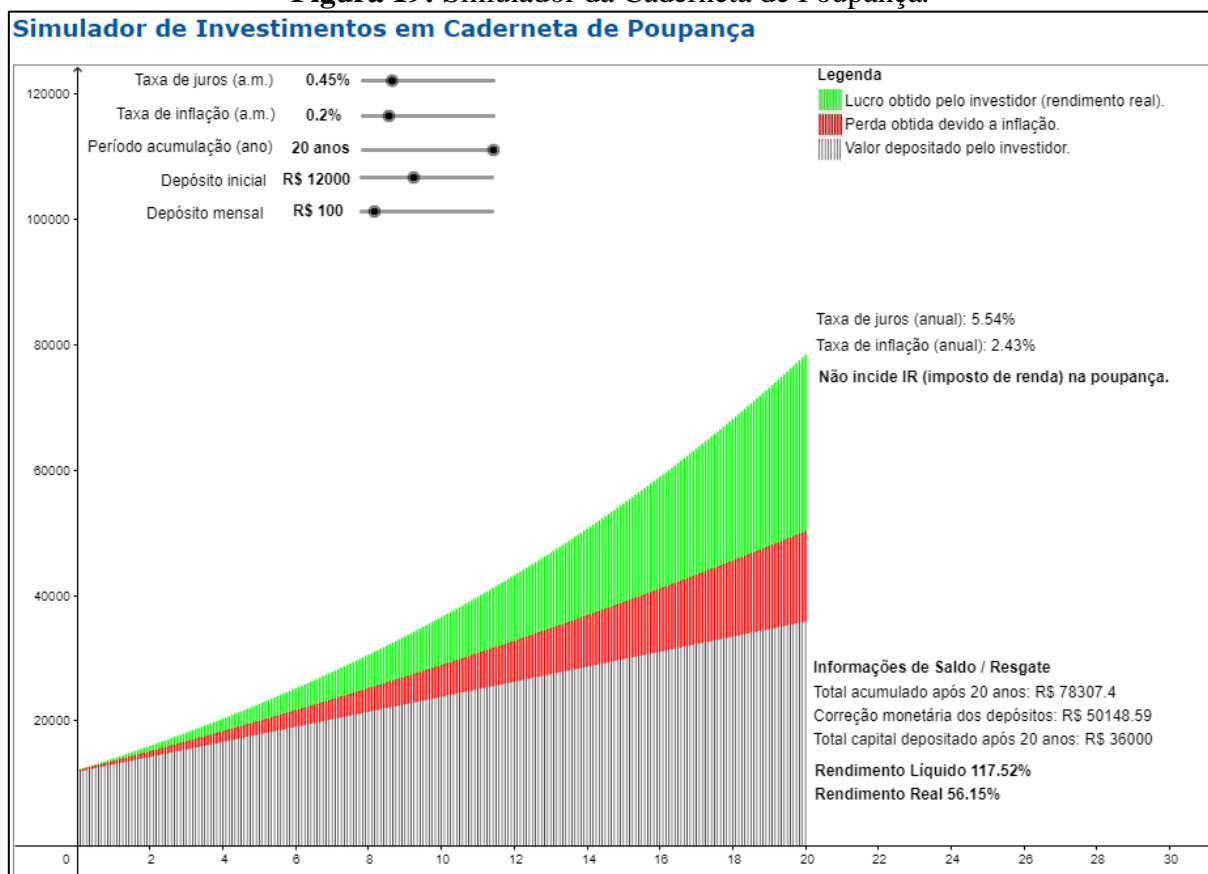
Vantagens
De acordo com Cerbasi (2003), a poupança é o único investimento popular sobre o qual não incide imposto de renda, a taxa é idêntica em todos os bancos e possui risco baixo.

Desvantagens
O investimento oferece baixa rentabilidade e geralmente perde em ganho para a maioria dos investimentos de baixo risco do mercado (CERBASI, 2003). A rentabilidade da poupança é mensal, ou seja, se o investidor resgatar o dinheiro após 2 meses e 15 dias de aplicação, o rendimento será referente a apenas 2 meses.

Fonte: o autor.

Na parte inferior da página (Figura 19) tem-se o simulador propriamente dito, que permite a realização de simulações de aplicação em poupança.

Figura 19: Simulador da Caderneta de Poupança.



Fonte: o autor.

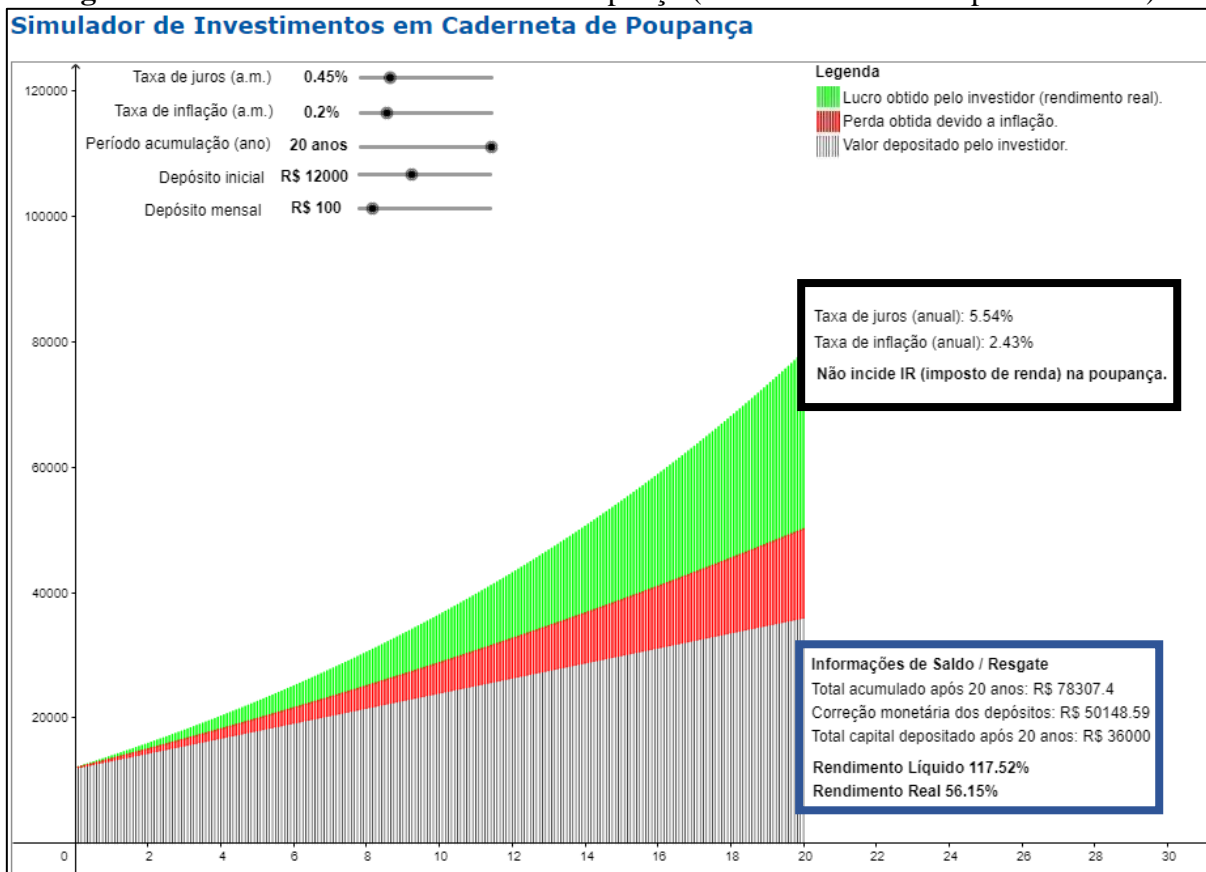
A interface mostrada na Figura 19 apresenta um exemplo de simulação na qual os parâmetros foram configurados da seguinte forma:

- **Taxa de juros (rendimento da poupança):** 0,45% ao mês;
- **Taxa de inflação:** 0,20% ao mês;
- **Período de acumulação:** 20 anos;
- **Valor do depósito inicial:** R\$12.000,00;
- **Valor do depósito mensal:** R\$100,00.

Cabe especificar que, todas as configurações foram feitas por meio de botões deslizantes, presentes no canto superior esquerdo do simulador (ver Figura 20), conforme o preconizado na metodologia.

Em complemento a isso, no lado direito do simulador, na área interna ao retângulo preto na Figura 20, é possível acompanhar o valor da taxa de juros e taxa de inflação, considerando o período anual. É importante lembrar que, a caderneta de poupança não possui taxa de administração e sobre ela não incide imposto de renda.

Figura 20: Simulador da Caderneta de Poupança (dados das taxas com período anual).



Fonte: o autor.

No canto superior direito da Figura 20 tem-se a legenda, na qual é possível verificar o significado das cores apresentadas no gráfico. Na legenda, a cor preta representa o valor acumulado, depositado pelo investidor ao longo dos anos, a cor verde representa o lucro real obtido pelo investidor durante o tempo que o dinheiro ficou aplicado e a cor vermelha representa a parte do rendimento que foi perdida devido a inflação do período.

Caso não houvesse inflação no período da aplicação, o rendimento real total seria composto pelos valores representados pelas cores verde e vermelha presentes no gráfico. Desta forma, pode-se inferir que o rendimento bruto do investidor é a parte destacada nas cores verde e vermelha, e devido a inflação, o rendimento real é menor que o rendimento bruto, sendo identificado pela cor verde.

Ainda na Figura 20, na área interna ao quadro de bordas azuis, destacam-se informações sobre as quais segue uma breve explicação:

- **Total acumulado após 20 anos (R\$78.307,40 na interface da Figura 20):** este valor consiste do somatório dos depósitos (inicial e mensais), acrescidos dos juros obtidos no

período, desconsiderando a inflação. Este é o valor que o usuário visualizará como saldo de sua conta de poupança. Neste exemplo foi considerado o período de 20 anos. No gráfico, tal valor está representado pela junção das cores preta, verde e vermelha.

O raciocínio para o cálculo deste valor foi o seguinte:

- Na data de contratação do investimento, o investidor realizou a aplicação de R\$12.000,00 (depósito inicial) e mensalmente, a partir do 1º mês, efetuou depósitos de R\$100,00 (depósito mensal). Segue a simulação dos primeiros 3 meses.
 - Mês 0 (data da contratação da aplicação): realização de depósito de R\$12.000,00.
 - Mês 1: o saldo existente na aplicação teve o rendimento de 0,45% (taxa de juros mensal) e foi realizado o depósito de R\$100,00 (depósito mensal), totalizando R\$12.154,00. Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaJuros}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}} \quad (7)$$

$$\text{Saldo} = 12000 * (1 + 0,45\%) + 100 = 12.154,00$$

- Mês 2: o saldo existente na aplicação teve o rendimento de 0,45% (taxa de juros mensal) e foi realizado o depósito de R\$100,00 (depósito mensal), totalizando R\$12.308,69²⁸. Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaJuros}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 12154 * (1 + 0,45\%) + 100 = 12.308,693 \cong 12.308,69$$

- Mês 3: o saldo existente na aplicação teve o rendimento de 0,45% (taxa de juros mensal) e foi realizado o depósito de R\$100,00 (depósito mensal), totalizando R\$12.464,08. Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaJuros}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 12.308,693 * (1 + 0,45\%) + 100 = 12.464,0821185 \cong 12.464,08$$

²⁸ Os valores do saldo são mostrados com 2 casas decimais para fim didático, mas durante o cálculo não existe esta restrição de casas decimais.

- Mês 240: após 20 anos, segue-se da mesma forma. Logo, o saldo existente na aplicação teve o rendimento de 0,45% (taxa de juros mensal) e foi realizado o depósito de R\$100,00 (depósito mensal), totalizando R\$78.307,40²⁹. Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaJuros}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 77.857,04716545 * (1 + 0,45\%) + 100 = 78.307,40387769 \cong 78.307,40$$

- **Total de capital depositado após 20 anos (R\$36.000,00 na interface da Figura 20):** este é o total de depósitos efetuados e corresponde ao depósito inicial (R\$12.000,00), acrescido dos depósitos mensais (R\$100,00), os quais o investidor aplicou durante o período de acumulação informado. Este total não possui qualquer tipo de atualização/correção monetária. No gráfico, a evolução temporal deste montante está identificada pela cor preta. O raciocínio para o cálculo deste valor foi o seguinte:

- Ao todo foram realizados 240 depósitos mensais no valor de R\$100,00, totalizando R\$24.000,00. Ao somar este valor ao depósito inicial de R\$12.000,00 tem-se um total de R\$36.000,00.

- **Correção monetária dos depósitos (R\$50.148,59 na interface da Figura 20):** representa o acúmulo mensal do capital depositado, considerando a correção monetária do saldo do mês anterior. Ou seja, mensalmente o saldo do mês anterior é corrigido de acordo com a taxa de inflação prevista e, na sequência, é adicionado o depósito do mês atual, se informado via simulador. Desta forma, esta informação demonstra o valor mínimo que o investidor deverá ter acumulado ao resgatar a aplicação, para manter pelo menos o mesmo poder de compra. No gráfico, a correção monetária dos depósitos está identificada pela junção das cores preta e vermelha.

O raciocínio para o cálculo deste valor foi o seguinte:

- Na data de contratação da aplicação, o investidor realizou o depósito de R\$12.000,00 (depósito inicial) e mensalmente a partir do 1º mês depositou R\$100,00 (depósito mensal). Segue a simulação dos primeiros 3 meses.

²⁹ Este raciocínio também é possível visualizar no *Financial Tool* no Simulador de Investimentos em Caderneta de Poupança através de simulações alterando o período de acumulação.

- Mês 0 (data da contratação da aplicação): foi realizado o depósito de R\$12.000,00.
- Mês 1: o saldo existente na aplicação é corrigido pela taxa de 0,20% (taxa inflação mensal) e foi realizado o depósito de R\$100,00 (depósito mensal), totalizando R\$12.124,00. Matematicamente tem-se:

$$\begin{aligned} \text{Saldo} &= \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaInflação}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}} & (8) \\ \text{Saldo} &= 12000 * (1 + 0,20\%) + 100 = 12.124,00 \end{aligned}$$

- Mês 2: o saldo existente na aplicação é corrigido em 0,20% (taxa inflação mensal) e foi realizado o depósito de R\$100,00 (depósito mensal), totalizando R\$12.248,25. Matematicamente tem-se:

$$\begin{aligned} \text{Saldo} &= \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaInflação}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}} \\ \text{Saldo} &= 12.124,00 * (1 + 0,20\%) + 100 = 12.248,248 \cong 12.248,25 \end{aligned}$$

- Mês 3: o saldo existente na aplicação é corrigido em 0,20% (taxa inflação mensal) e foi realizado o depósito de R\$100,00 (depósito mensal), totalizando R\$12.372,74. Matematicamente tem-se:

$$\begin{aligned} \text{Saldo} &= \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaInflação}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}} \\ \text{Saldo} &= 12.248,248 * (1 + 0,20\%) + 100 = 12.372,744496 \cong 12.372,74 \end{aligned}$$

- Mês 240: após 20 anos, segue-se da mesma forma. Logo, o saldo existente na aplicação é corrigido em 0,20% (taxa inflação mensal) e foi realizado o depósito de R\$100,00 (depósito mensal), totalizando R\$50.148,59³⁰. Matematicamente tem-se:

$$\begin{aligned} \text{Saldo} &= \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaInflação}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}} \\ \text{Saldo} &= 49.948,696708 * (1 + 0,20\%) + 100 = 50.148,594101 \cong 50.148,59 \end{aligned}$$

³⁰ Este raciocínio é possível também visualizar no *Financial Tool* no Simulador de Investimentos em Caderneta de Poupança através de simulações alterando o período de acumulação.

- **Rendimento líquido³¹ (117,52%)**: este é o percentual obtido da razão entre o total acumulado (R\$78.307,40) e o valor total depositado (R\$36.000,00), considerando o período de 20 anos. Matematicamente tem-se:

$$\text{RendimentoLíquido} = \frac{\text{TotalAcumuladoApós20Anos}}{\text{TotalCapitalDepositadoApós20Anos}} - 1 \quad (9)$$

$$\text{RendimentoLíquido} = \frac{78.307,40}{36.000,00} - 1 = 1,17520555 \cong 117,52\%$$

- **Rendimento real (56,15%)**: este percentual corresponde à evolução do poder de compra do investidor e é obtido da divisão entre os valores relativos ao total acumulado após o período de acumulação (R\$78.307,40) e a correção monetária dos depósitos durante este mesmo período (R\$50.148,59). Matematicamente tem-se:

$$\text{RendimentoReal} = \frac{\text{TotalAcumuladoApós20Anos}}{\text{CorreçãoMonetáriaDosDepósitos}} - 1 \quad (10)$$

$$\text{RendimentoReal} = \frac{78.307,40}{50.148,59} - 1 = 0,56150751 \cong 56,15\%$$

Para apoiar o entendimento das funcionalidades do simulador, foram desenvolvidas e são apresentadas a seguir quatro atividades que contemplam simulações de aplicações baseadas em configurações distintas. Além dos propósitos já citados, tais atividades visam a materialização dos conceitos e a fomentação da análise dos resultados obtidos.

4.2.1 Simulador da Caderneta de Poupança – Atividade 1

O investidor Silva deseja simular uma aplicação na poupança a fim de saber qual será o poder de compra do total investido após o período de acumulação da aplicação, o total acumulado e o total de capital depositado por ele, considerando as seguintes variáveis:

- **Taxa de juros**: 0,43% ao mês³², que totaliza 5,28% ao ano.
- **Taxa de inflação**: 0,20% ao mês, que totaliza 2,43% ao ano.

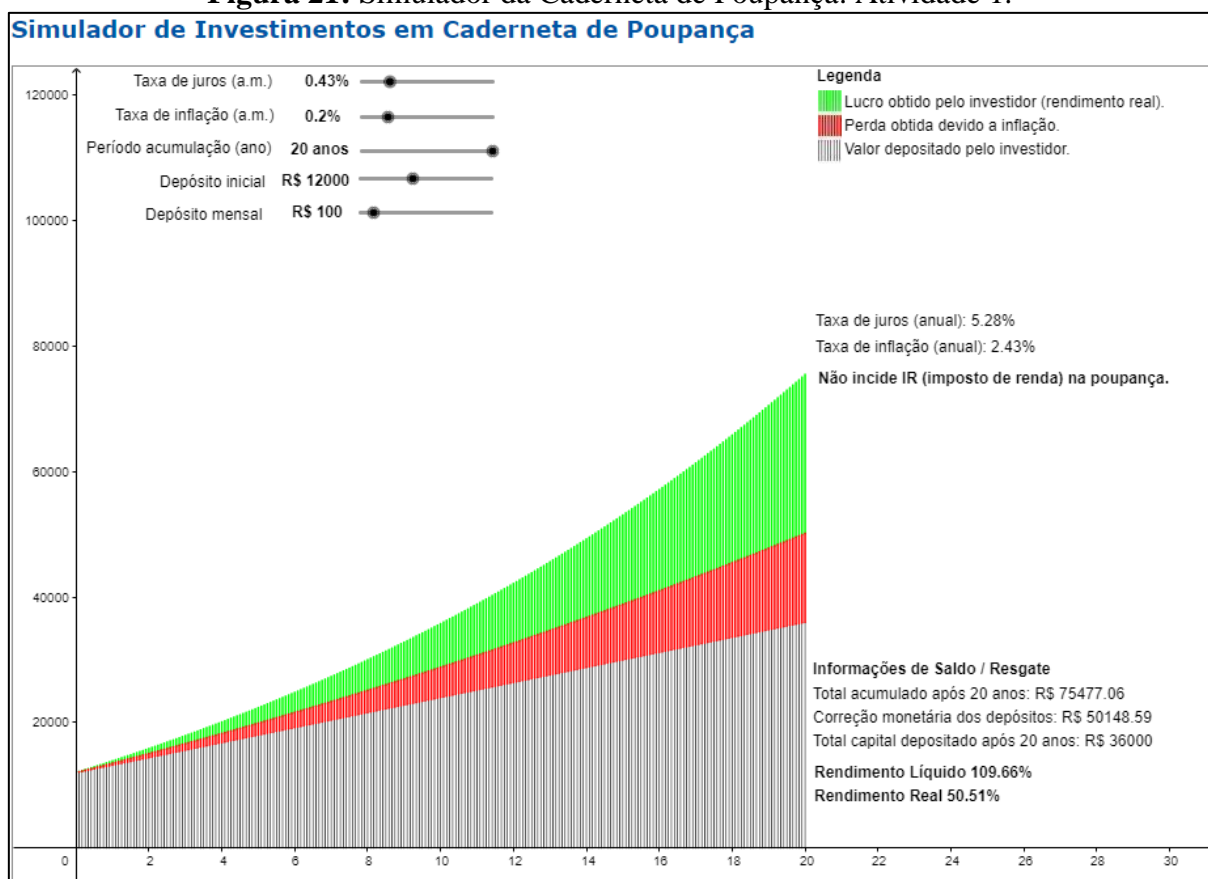
³¹ Rendimento líquido refere-se ao cálculo do rendimento já debitado os valores referentes aos impostos. No caso da poupança, por não ter imposto o rendimento líquido é equivalente ao rendimento bruto.

³² Utilizado na simulação a taxa referente ao período de novembro de 2017 (0,4275%), obtida no site do Banco Central: <http://www4.bcb.gov.br/pec/poupanca/poupanca.asp>. A taxa foi arredonda para 2 casas decimais.

- **Período de acumulação:** 20 anos, que é equivalente a 240 meses.
- **Depósito inicial:** R\$12.000,00.
- **Depósito mensal:** R\$100,00.
- **Taxa de Administração e Imposto de Renda (Tributação):** É importante ressaltar que, sobre as aplicações na Poupança não incidem imposto de renda (IR) e nem existe taxa de administração. Assim, estas são automaticamente desconsideradas no processamento.

Dado o volume de cálculos que o investidor Silva necessitaria realizar para obter as informações que deseja, torna-se viável e propício utilizar o simulador desenvolvido. Para tanto, é necessário apenas configurar o simulador de caderneta de poupança com os dados fornecidos por Silva (ver Figura 21).

Figura 21: Simulador da Caderneta de Poupança: Atividade 1.



Fonte: o autor.

Como é possível observar na simulação (Figura 21), o total acumulado por Silva após o período de 20 anos, considerando os depósitos efetuados e a remuneração obtida por juros, será de R\$75.477,06. Já o total de capital depositado será de R\$36.000,00. Percentualmente o simulador informa que, o rendimento líquido será de 109,66% e o rendimento real de 50,51%,

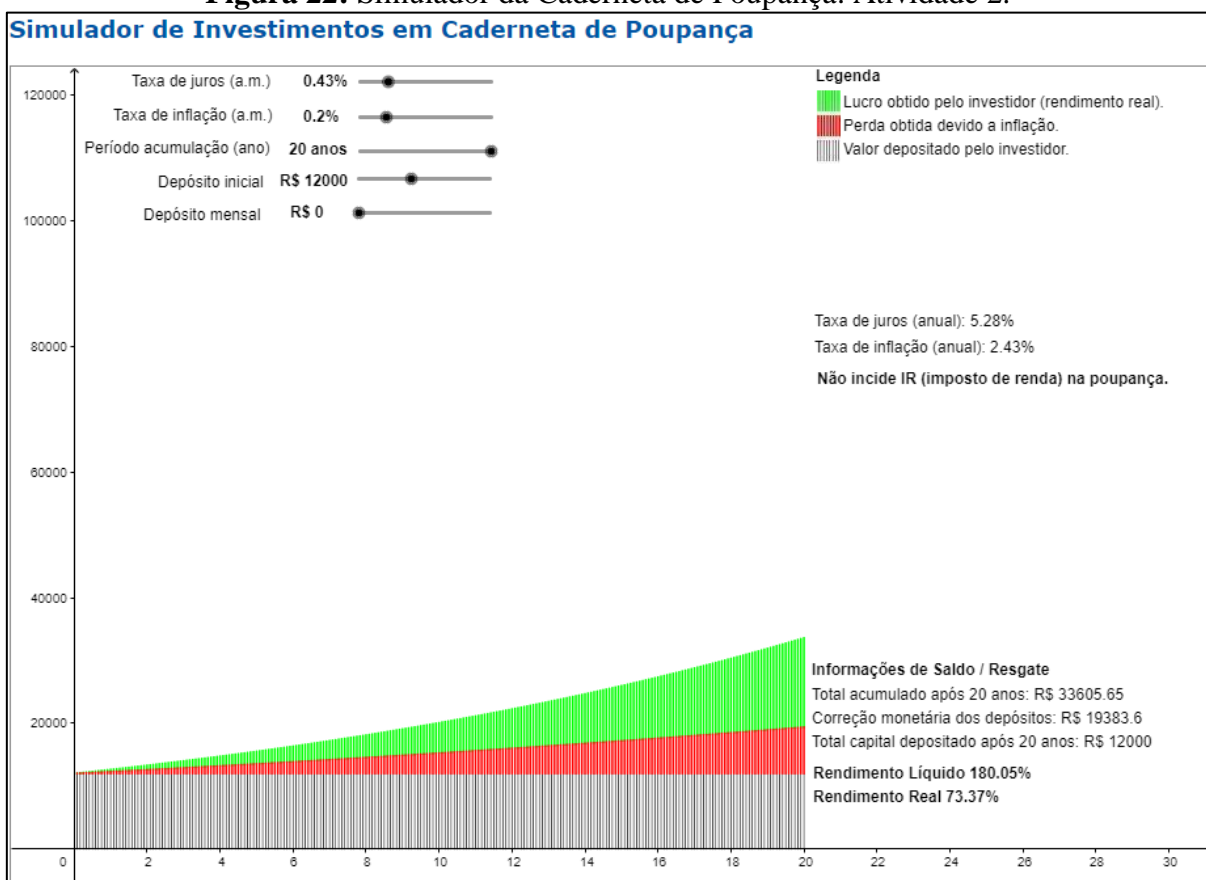
ou seja, haverá um aumento do poder de compra de 50,51% o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$25.328,47 (R\$75.477,06 – R\$50.148,59) em valores absolutos.

Assim, por meio de configurações simples, o investidor Silva, além de obter as informações que desejava, as conseguiu com um mínimo de esforço e com um nível de acurácia satisfatório.

4.2.2 Simulador da Caderneta de Poupança – Atividade 2

O investidor Silva desejou refazer a simulação expressa na Atividade 1, alterando somente o valor do depósito mensal (Figura 22). Com isso, ele desejava saber quais os impactos nos valores que seriam obtidos ao final da aplicação, considerando que não haverá valor mensal aplicado.

Figura 22: Simulador da Caderneta de Poupança: Atividade 2.



Fonte: o autor.

Como pode-se observar na interface do simulador, ilustrado na Figura 22, o total acumulado, após o período de 20 anos, será de R\$33.605,65. Já, o total de capital depositado será de R\$12.000,00, uma vez que apenas o depósito inicial foi considerado. Percentualmente, o rendimento líquido será de 180,05% e o rendimento real de 73,37% o que equivale a um

aumento real no poder de compra de R\$14.222,05 (R\$33.605,65 – R\$19.383,60) em valores absolutos.

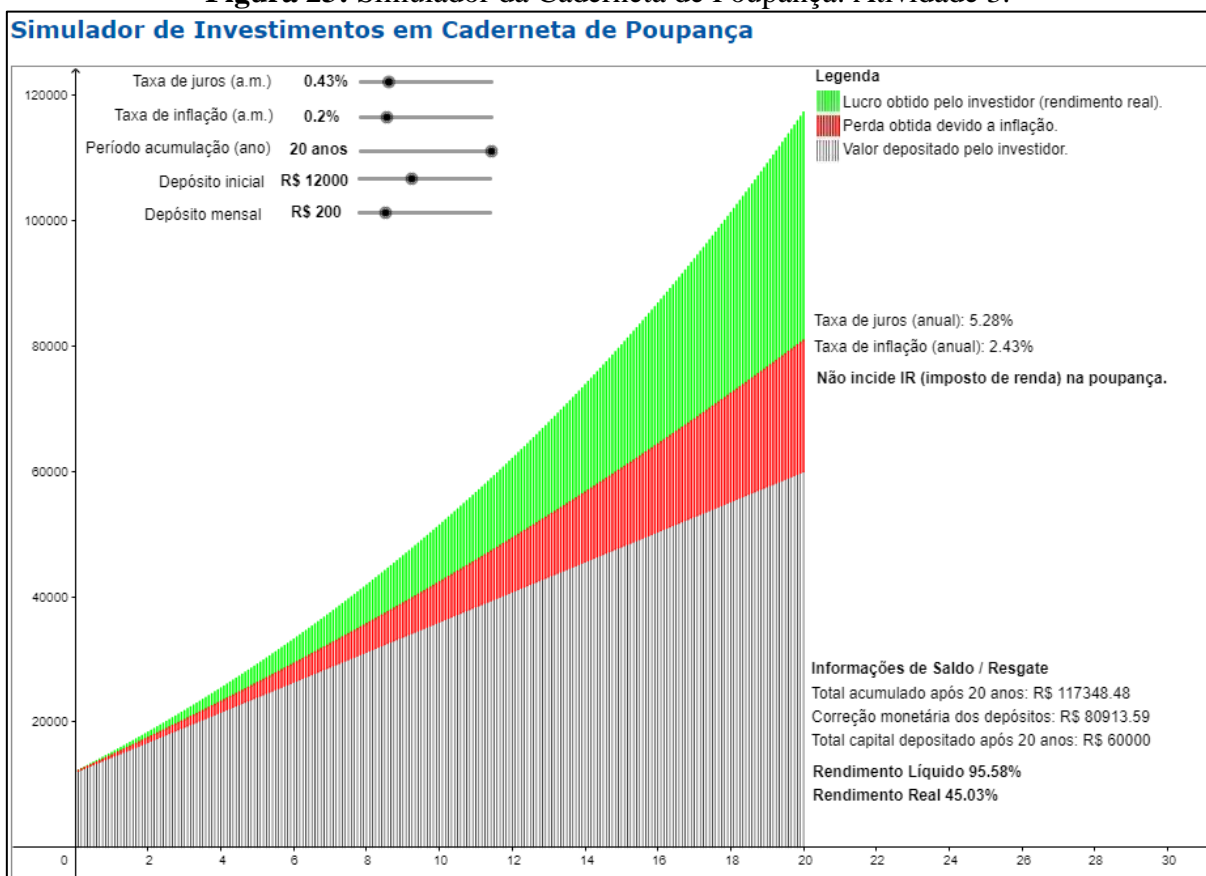
Como era de se esperar, a ausência de depósitos mensais conduziu o investidor Silva a uma realidade bastante diferente daquela verificada na Atividade 1, uma vez que, o valor acumulado, obtido nesta nova simulação, foi bastante inferior àquele verificado no primeiro caso. Porém, tal configuração isentou o investidor Silva de desembolsos mensais, relativos aos depósitos periódicos na aplicação.

Pode-se inferir uma regra a partir de ambas as simulações (Atividade 1 e Atividade 2): “Considerando que as leis e juros da Caderneta de Poupança são padronizados nacionalmente, então o valor acumulado será diretamente proporcional apenas aos depósitos efetuados”. Percebe-se que esta regra estabelece um ponto negativo para o investidor que, mesmo depositando quantias mais vultuosas, terá percentualmente o mesmo rendimento percentual do investidor mais modesto.

4.2.3 Simulador da Caderneta de Poupança – Atividade 3

O investidor Silva refez a simulação, alterando uma vez mais somente o valor do depósito mensal, a fim de verificar os impactos nos valores que serão obtidos ao final do período de acumulação. Silva agora considerou depósitos mensais de R\$200,00.

Figura 23: Simulador da Caderneta de Poupança: Atividade 3.



Fonte: o autor.

Como se pode observar na interface do simulador, apresentada na Figura 23, o total acumulado após o período de 20 anos, considerando depósitos mensais de R\$200,00, será de R\$117.348,48. Tem-se também que, o total de capital depositado será de R\$60.000,00. Decorre destes valores que, percentualmente, o rendimento líquido será de 95,58% e o rendimento real de 45,03% o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$36.434,89 (R\$117.348,48 – R\$80.913,59) em valores absolutos.

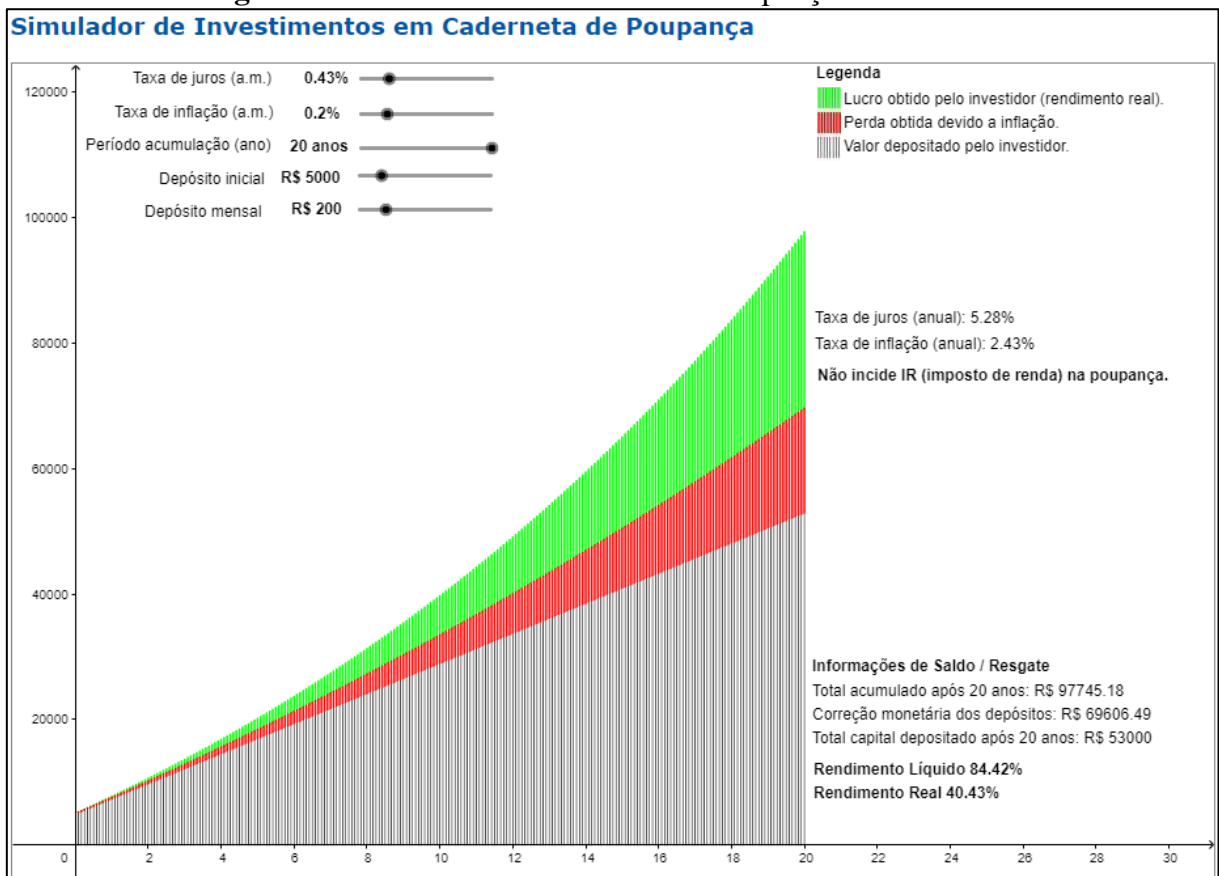
Uma vez mais, da análise dos resultados obtidos, percebe-se a proporcionalidade entre o total do valor depositado e o valor acumulado, considerando uma taxa de juros e de inflação constantes, além de um mesmo tempo de aplicação.

4.2.4 Simulador da Caderneta de Poupança – Atividade 4

O investidor Silva refez a simulação prevista na Atividade 3, alterando somente o valor do depósito inicial a menor. Assim, sua expectativa de ganho ficou mais fortemente associada ao somatório dos depósitos mensais efetuados ao longo do período de acumulação. Na nova

simulação, Silva considerou um depósito inicial de R\$5.000,00 e depósitos mensais de R\$200,00.

Figura 24: Simulador da Caderneta de Poupança: Atividade 4.



Fonte: o autor.

Pode-se observar nos resultados da simulação (ver Figura 24), que o total acumulado após o período de 20 anos, considerando um depósito inicial de R\$5.000,00, será R\$97.745,18. Em adição a isso, verifica-se que o total de capital depositado será de R\$53.000,00. Percentualmente, o rendimento líquido será de 84,42% e o rendimento real de 40,43% o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$28.138,69 (R\$97.745,18 – R\$69.606,49) em valores absolutos.

Mediante aos resultados gerados nas quatro Atividades, podem-se ser efetuadas as seguintes comparações, tomando os valores obtidos na Atividade 1 como sendo de referência:

➔ Atividade 1 X Atividade 2

Ao comparar as Atividades 1 e 2, têm-se que, na Atividade 1, o valor do depósito mensal foi de R\$100,00. Por outro lado, na Atividade 2 não houve depósito mensal. Na Atividade 1, o aumento do poder de compra em valores absolutos após 20 anos será de R\$25.328,47 e na

Atividade 2 será de R\$14.222,05, o que implica em uma redução de 43,85% em relação a Atividade 1.

➔ Atividade 1 X Atividade 3

Ao comparar as Atividades 1 e 3, têm-se que, na Atividade 1, o valor dos depósitos mensais foi de R\$100,00. Por outro lado, na Atividade 3 o valor dobrou, chegando a R\$200,00, o que representa um aumento de 100% no valor dos depósitos mensais em relação àquele da Atividade 1. Na Atividade 1, o aumento do poder de compra em valores absolutos após 20 anos será de R\$25.328,47 e na Atividade 3 será de R\$36.434,89, totalizando um aumento percentual de 43,85%, em relação à Atividade 1.

➔ Atividade 1 X Atividade 4

Ao comparar as Atividades 1 e 4, têm-se que, na Atividade 1, o depósito inicial proposto foi de R\$12.000,00 e o valor de depósito mensal foi estabelecido em R\$100,00. Por outro lado, na Atividade 4, o valor inicial foi alterado a menor para R\$5.000,00, o que estabeleceu uma redução de valor de 58,33% em relação àquele previsto na Atividade 1. Já o valor de depósito mensal, previsto na Atividade 4, foi de R\$200,00, fato que representou um aumento de 100% em relação ao valor fixado na Atividade 1. Assim, na Atividade 1, o aumento do poder de compra em valores absolutos, alcançado após 20 anos, será de R\$25.328,47 e na Atividade 4 será de R\$28.138,69, o que representa um aumento de 11,10% em relação ao obtido na Atividade 1.

Dos resultados sintetizados acima, depreende-se que, há a necessidade de se ter disciplina no momento do investimento e, sempre que possível, se planejar para realizar depósitos mensais, os mais volumosos quanto possível. Logo, ao se manter uma regularidade e disciplina, a longo prazo os valores acumulados serão significativamente maiores, o investidor irá gerar maior riqueza e, conseqüentemente, o poder de compra também será mais elevado.

Do exposto até o momento, verifica-se que, mediante o uso do simulador, algumas comparações que poderiam demorar algum tempo para ocorrerem, dada a grande quantidade de cálculos necessários para se chegar aos valores anteriormente apresentados, foram aqui facilmente efetuadas. E mais, acredita-se que a ferramenta, por seu *feedback*, possa auxiliar no aprendizado de Matemática Comercial e Financeira, além de propiciar as simulações/comparações apresentadas.

4.3 Simulador do CDB (Certificado de Depósito Bancário)

Na porção inicial da página do simulador de CDB, assim como no esquema apresentado para a Caderneta de Poupança, pode-se encontrar a definição de CDB e a especificação dos riscos, vantagens e desvantagens deste tipo de investimento. A Figura 25 mostra a porção inicial da página do simulador de aplicações em CDB.

Figura 25: Interface do Simulador: Definição de CDB.

Simulador Financial Tool UNEMAT Universidade do Estado de Mato Grosso PROFMAT Mestrado Profissional em Matemática

HOME SIMULADORES INFORMAÇÕES

CDB (Certificado de Depósito Bancário)

Definição

O CDB é um título que os bancos emitem com o objetivo de captar dinheiro para financiar suas atividades de crédito. Neste caso, pode ser considerado como se o investidor estivesse realizando um empréstimo para o banco em troca de uma rentabilidade diária. O tipo de CDB mais comum é o pós-fixado. Neste caso a rentabilidade é definida como um percentual do CDI (Certificado de Depósito Interbancário), que, normalmente, é muito próximo a taxa SELIC ou pode ser indexada a outro indicador como, por exemplo, o IPCA. Os bancos de menor credibilidade ou tamanho tendem a oferecer as melhores taxas (CERBASTI, 2003). No caso do CDB prefixado a taxa é definida no momento da contratação, não ocorrendo oscilação.

Riscos

O CDB possui risco similar aos riscos da poupança. Caso a instituição escolhida para se aplicar o dinheiro seja de pequeno porte ou de baixa estabilidade e segurança, aconselha-se que o valor a ser investido não ultrapasse o limite garantido pelo FGC.

Vantagens

Sobre o CDB não há a incidência de taxa de administração e "come-cotas", como acontece com os fundos DI e de Renda Fixa. Quanto ao investimento, aconselha-se escolher as instituições que ofereçam percentual de rentabilidade próximo ou superior a 100% do CDI.

Desvantagens

No CDB o investidor terá de pagar IOF (Imposto sobre Operações Financeiras) para aplicações com período inferior a 30 dias. Neste tipo de investimento o imposto de renda é um tributo obrigatório, sendo que a alíquota varia de acordo com o prazo da aplicação.

Fonte: o autor.

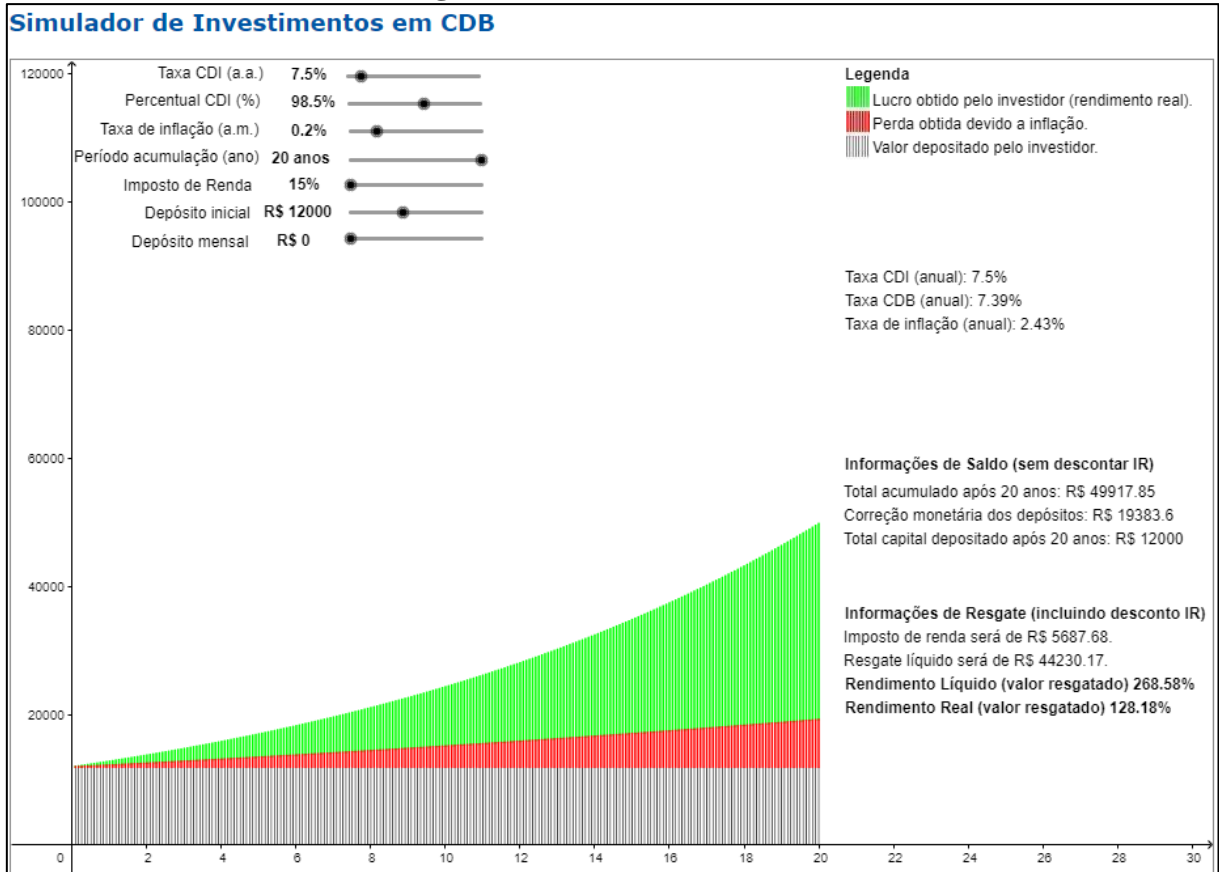
Na Figura 26 é mostrada a imagem do simulador de CDB, propriamente dito. Na dita figura, já se apresenta a configuração relativa a uma simulação particular, na qual se considerou:

- **Taxa do CDI:** 7,5% ao ano.
- **Percentual CDI:** o rendimento do CDB é expresso como um percentual sobre o rendimento do CDI (Certificado de Depósito Interbancário). Assim, no exemplo, o rendimento do CDB é de 98,5% do CDI³³.
- **Taxa de inflação:** 0,20% ao mês.
- **Período de acumulação:** 20 anos.
- **Depósito inicial:** R\$12.000,00.
- **Depósito mensal:** Como não é muito frequente se acrescentar valores ao CDB, este item, nesta simulação, é tido como nulo.

³³ No trabalho será simulado o CDB pós-fixado que é o mais comum encontrado no mercado financeiro.

- **Imposto de renda:** como a aplicação ficará um período maior de 2 anos, segundo a legislação vigente, o imposto de renda considerado será de 15%.

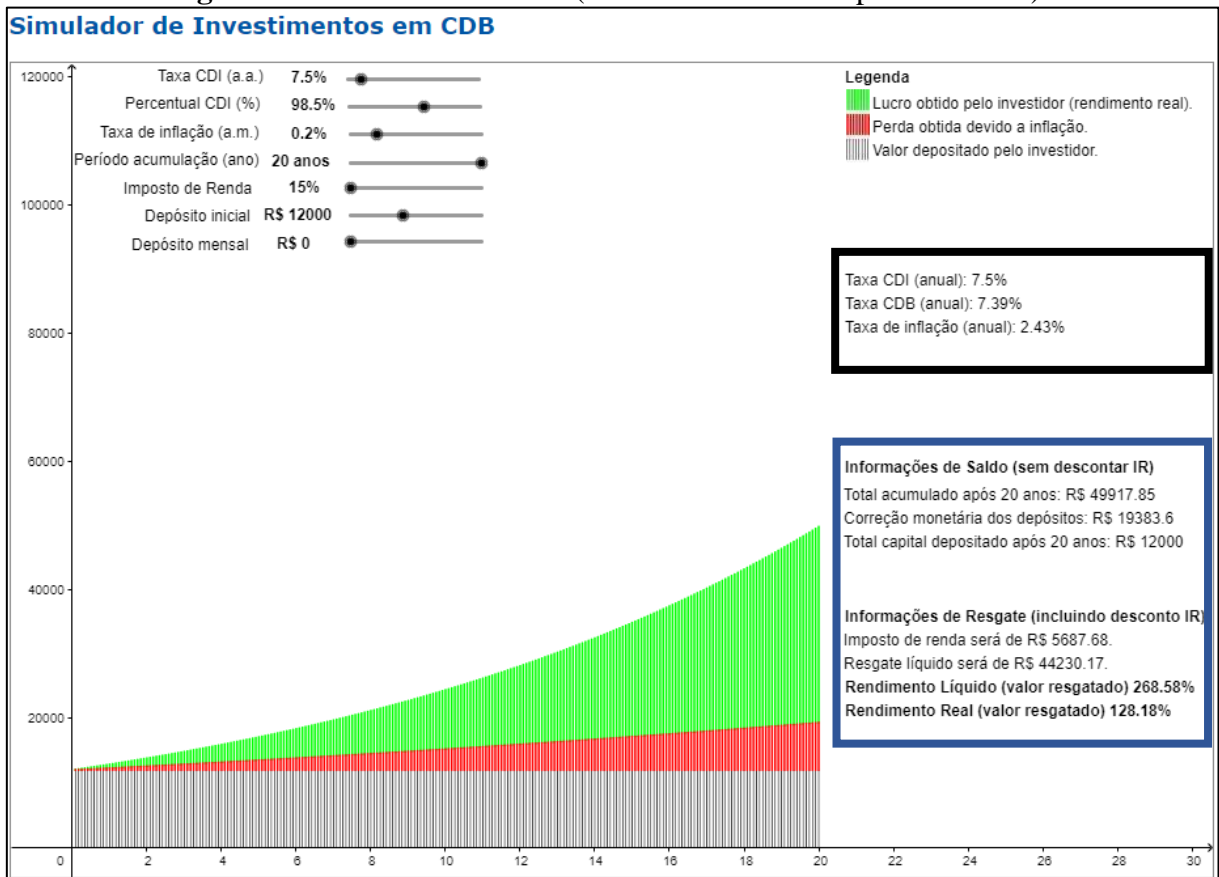
Figura 26: Simulador do CDB.



Fonte: o autor.

Na porção direita da interface do simulador, na área abarcada por um retângulo de bordas pretas (Figura 27), é possível acompanhar o valor da taxa anual de juros do CDI (7,5%), a taxa anual de juros do CDB (7,39%) e a taxa de inflação (2,43%), considerando o período anual. É importante ressaltar que, a aplicação em CDB não possui taxa de administração, mas diferentemente da poupança, sobre ela há a incidência de imposto de renda (IR).

Figura 27: Simulador do CDB (dados das taxas com período anual).



Fonte: o autor.

Na área interna ao retângulo de bordas azuis na Figura 27, encontram-se alguns valores, os quais são explicados logo abaixo:

- **Informações de saldo (sem descontar IR):** estas informações referem-se aos valores acumulados na aplicação incluindo os rendimentos, mas sem o cálculo da incidência do imposto de renda sobre tais valores.
 - **Total acumulado após 20 anos (R\$49.917,85 na interface da Figura 27):** este valor corresponde ao valor acumulado durante o período previsto na simulação (20 anos). É o resultado do somatório dos depósitos efetuados, acrescido dos respectivos juros. Antes de demonstrar o raciocínio deste cálculo, é importante explicar como se encontra a taxa de juros mensal do CDB. Observa-se que o rendimento anual do CDB é um percentual expresso sobre o CDI. Neste exemplo está se considerando uma taxa de CDI de 7,5% ao ano e o rendimento percentual do CDB ficou estabelecido em de 98,5% do CDI ao ano, ou seja, 7,3875% ao ano. Para calcular a taxa mensal do CDB, utiliza-se seguinte fórmula:

$$TaxaJuros_{mensal} = (1 + PercentualCDI * TaxaCDI)^{\frac{1}{12}} - 1 \quad (11)$$

$$TaxaJuros_{mensal} = (1 + 98,5\% * 7,5\%)^{\frac{1}{12}} - 1 = (1 + 0,985 * 0,075)^{\frac{1}{12}} - 1$$

$$TaxaJuros_{mensal} = 0,0059571404377346 \cong 0,595714\%$$

O raciocínio para o cálculo do valor total acumulado foi o seguinte:

- Na data de contratação da aplicação, o investidor realizou o depósito de R\$12.000,00 (depósito inicial). Segue a simulação dos primeiros 3 meses:
 - Mês 0 (data da contratação da aplicação): foi realizado o depósito de R\$12.000,00.
 - Mês 1: o saldo existente na aplicação teve o rendimento de aproximadamente 0,595714%³⁴ (taxa de juros mensal), totalizando R\$12.071,49. Como não houve depósito mensal, este será tomado como nulo na formulação que segue. Matematicamente tem-se:

$$Saldo = Saldo_{anterior} * (1 + TaxaJuros_{mensal}) + Depósito_{mensal} \quad (12)$$

$$Saldo = 12000 * (1 + 0,595714\%) + 0 = 12.071,48568 \cong 12.071,49$$

- Mês 2: o saldo existente na aplicação teve o rendimento de 0,595714% (taxa de juros mensal), totalizando R\$12.143,40. Matematicamente tem-se:

$$Saldo = Saldo_{anterior} * (1 + TaxaJuros_{mensal}) + Depósito_{mensal}$$

$$Saldo = 12.071,48568 * (1 + 0,595714\%) + 0 = 12.143,39721020 \cong 12.143,40$$

- Mês 3: o saldo existente na aplicação teve o rendimento de 0,595714% (taxa de juros mensal), totalizando R\$12.215,74. Matematicamente tem-se:

$$Saldo = Saldo_{anterior} * (1 + TaxaJuros_{mensal}) + Depósito_{mensal}$$

$$Saldo = 12.143,39721020 * (1 + 0,595714\%) + 0 = 12.215,73712746 \cong 12.215,74$$

³⁴ Para que fosse possível uma visão didática do cálculo do valor, está sendo utilizado a taxa de juros mensal do CDB com 6 casas decimais, o que pode gerar uma divergência nos valores calculados devido a aproximação realizada. No *Financial Tool* os cálculos não possuem esta restrição de casas decimais.

- Mês 240: após 20 anos, segue-se a mesma dinâmica. Logo, o saldo existente na aplicação teve o rendimento de 0,595714% (taxa de juros mensal), totalizando R\$49.917,85³⁵. Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaJuros}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 49.622,24506872 * (1 + 0,595714\%) + 0 = 49.917,85172971 \cong 49.917,85$$

- **Total capital depositado após 20 anos (R\$12.000,00 na interface da Figura 27):** este valor corresponde àquele que o investidor aplicou durante o período de acumulação informado. Neste caso, o exemplo considera apenas o valor de R\$12.000,00, aplicado inicialmente, pois não se supôs depósitos mensais.
- **Correção monetária dos depósitos (R\$19.383,60 na interface da Figura 27):** representa o acúmulo mensal do capital depositado, considerando a correção monetária do saldo do mês anterior. Ou seja, mensalmente o saldo do mês anterior é corrigido de acordo com a taxa de inflação prevista e, na sequência, é adicionado o depósito do mês atual, se informado via simulador. Desta forma, esta informação demonstra o valor mínimo que o investidor deverá ter acumulado ao resgatar a aplicação, para manter, pelo menos, o mesmo poder de compra. No gráfico, a correção monetária dos depósitos está identificada pela junção das cores preta e vermelha.

O raciocínio para o cálculo deste valor foi o seguinte:

- Na data de contratação da aplicação, o investidor realizou um depósito de R\$12.000,00 (depósito inicial) e mensalmente não houve depósitos. Segue a simulação dos primeiros 3 meses:
 - Mês 0 (data da contratação da aplicação): foi realizado o depósito de R\$12.000,00.
 - Mês 1: o saldo existente na aplicação é corrigido em 0,20% (taxa inflação mensal), totalizando R\$12.024,00. Matematicamente tem-se:

³⁵ Este raciocínio também é possível visualizar no *Financial Tool* no Simulador de Investimentos em CDB através de simulações alterando o período de acumulação.

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaInflação}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}} \quad (13)$$

$$\text{Saldo} = 12.000,00 * (1 + 0,20\%) + 0 = 12.024,00$$

- Mês 2: o saldo existente na aplicação é corrigido em 0,20% (taxa inflação mensal), totalizando R\$12.048,05. Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaInflação}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 12.024,00 * (1 + 0,20\%) + 0 = 12.048,048 \cong 12.048,05$$

- Mês 3: o saldo existente na aplicação é corrigido em 0,20% (taxa inflação mensal), totalizando R\$12.072,14. Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaInflação}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 12.048,048 * (1 + 0,20\%) + 0 = 12.072,144096 \cong 12.072,14$$

- Mês 240: após 20 anos, segue-se a mesma dinâmica. Logo, o saldo existente na aplicação é corrigido em 0,20% (taxa inflação mensal), totalizando R\$19.383,60³⁶. Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaInflação}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 19.344,90904030 * (1 + 0,20\%) + 0 = 19.383,598858 \cong 19.383,60$$

- **Informações de resgate (incluindo desconto IR):** estas são as informações mais relevantes para os investidores, visto que, os valores apresentados nestes campos serão aqueles que de fato serão embolsados por eles, quando do resgate da aplicação ao término do período. Nesta modalidade de aplicação há a incidência de imposto de renda. Assim, no momento do resgate, o lucro será menor devido ao abatimento do imposto. Quando considerado o IR, os valores apresentados são os seguintes:

³⁶ Este raciocínio também é possível visualizar no *Financial Tool* no Simulador de Investimentos em CDB através de simulações alterando o período de acumulação.

- **Imposto de renda (R\$5.687,68 na interface da Figura 27):** este campo apresenta o valor do imposto de renda calculado sobre o lucro da aplicação. O lucro obtido pela aplicação é a diferença entre o total acumulado e o total do capital depositado durante o período de aplicação. No exemplo, o período foi de 20 anos. Matematicamente tem-se:

$$\text{Lucro} = \text{TotalAcumuladoApós20Anos} - \text{TotalCapitalDepositadoApós20Anos} \quad (14)$$

$$\text{Lucro} = 49.917,85 - 12.000,00 = 37.917,85$$

A taxa do imposto de renda informada na Figura 27 foi de 15%. Logo, o IR a pagar é de R\$5.867,68, conforme cálculo abaixo:

$$\text{ImpostoDeRenda} = \text{Lucro} * \text{TaxaImpostoDeRenda} \quad (15)$$

$$\text{ImpostoDeRenda} = 37.917,85 * 15\% = 5.687,68$$

Assim, o lucro líquido obtido pelo investidor será o lucro total menos o valor do imposto de renda, que neste caso totaliza R\$32.230,17. O cálculo abaixo mostra como se chegou ao valor expresso:

$$\text{LucroLíquido} = \text{Lucro} - \text{ImpostoDeRenda} \quad (16)$$

$$\text{LucroLíquido} = 37.917,85 - 5.687,68 = 32.230,17$$

- **Resgate líquido (R\$44.230,17 na interface da Figura 27):** este valor refere-se ao total acumulado após 20 anos (depósitos acrescidos de juros) após a incidência do imposto de renda. Segue o cálculo realizado:

$$\text{ResgateLiquido} = \text{TotalAcumuladoApós20Anos} - \text{ImpostoDeRenda} \quad (17)$$

$$\text{ResgateLiquido} = 49.917,85 - 5.687,68 = 44.230,17$$

- **Rendimento líquido³⁷ (valor resgatado) (268,58%):** este percentual é calculado com base no valor líquido a ser resgatado pelo investidor (R\$44.230,17) após o

³⁷ Rendimento líquido refere-se ao cálculo do rendimento já debitado os valores referentes aos impostos.

período de aplicação (20 anos) dividido pelo valor total depositado durante este mesmo período (R\$12.000,00). Matematicamente tem-se:

$$\text{RendimentoLíquido} = \frac{\text{ResgateLíquido}}{\text{TotalCapitalDepositadoApós20Anos}} - 1 \quad (18)$$

$$\text{RendimentoLíquido} = \frac{44.230,17}{12.000,00} - 1 = 2,6858475 \cong 268,58\%$$

- **Rendimento real (valor resgatado) (128,18%):** este percentual corresponde à evolução do poder de compra do investidor. Ou seja, este percentual se refere à razão entre o valor líquido a ser resgatado pelo investidor após o período de acumulação (R\$44.230,17) e a correção monetária dos depósitos durante este mesmo período (R\$19.383,60). Matematicamente tem-se:

$$\text{RendimentoReal} = \frac{\text{ResgateLíquido}}{\text{CorreçãoMonetáriaDosDepósitos}} - 1 \quad (19)$$

$$\text{RendimentoReal} = \frac{44.230,17}{19.383,60} - 1 = 1,2818346437 \cong 128,18\%$$

Para apoiar o entendimento das funcionalidades do simulador, foram desenvolvidas quatro atividades que contemplam simulações de aplicações em CDB com diferentes configurações, a fim de que se possa analisar os resultados obtidos.

4.3.1 Simulador do CDB – Atividade 1

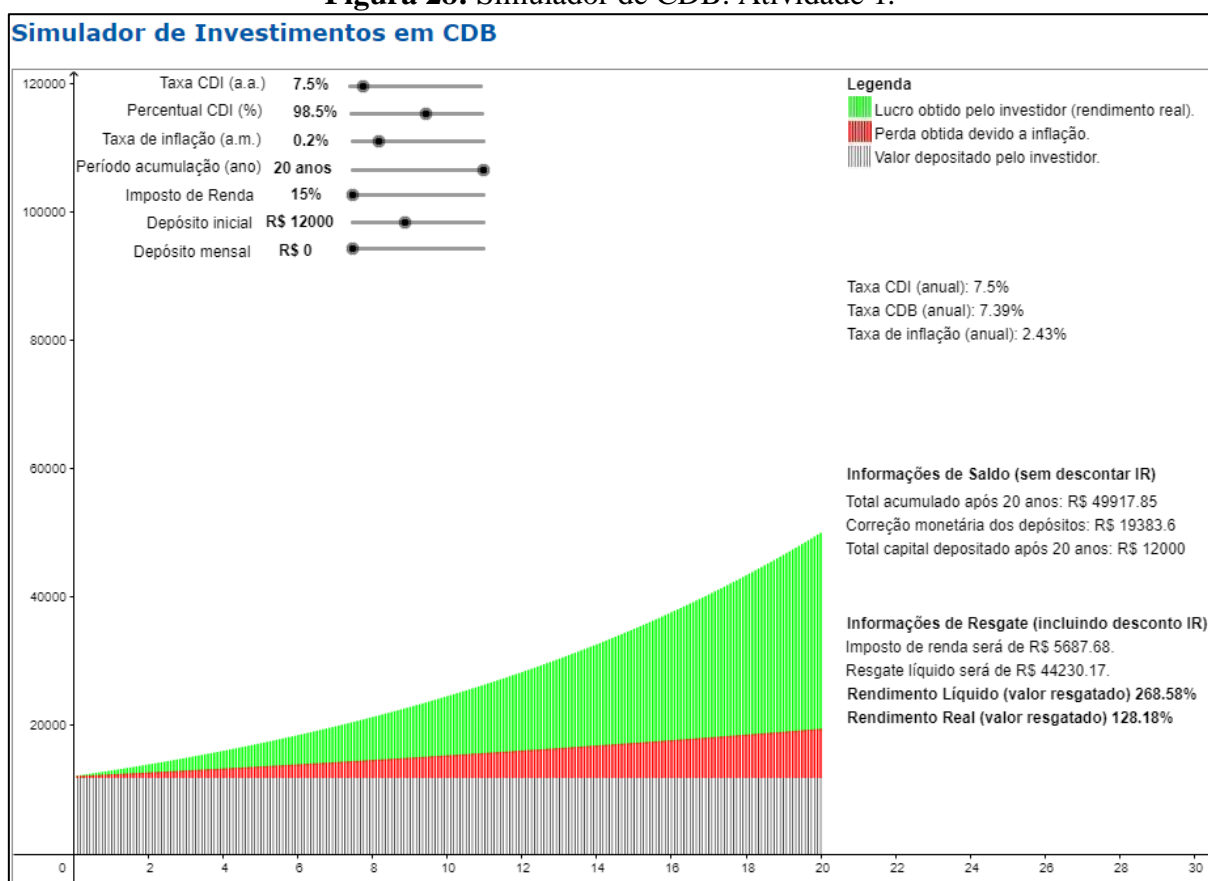
O investidor Silva deseja simular uma aplicação de CDB em um grande banco brasileiro, a fim de verificar o seu poder de compra, o total acumulado até o término da aplicação e o total de capital depositado, após um determinado período. Seguem as variáveis definidas pelo Sr. Silva:

- **Taxa CDI:** 7,50% ao ano.
- **Percentual do CDI:** Cabe lembrar que a taxa de rendimento do CDB é expressa como um percentual calculado sobre a taxa do CDI. Nesta simulação o percentual será de 98,50% sobre o CDI. Como a taxa de CDI considerada é de 7,5% ao ano, então a taxa de CDB será de 7,39% ao ano.
- **Taxa de inflação:** 0,20% ao mês, o que totaliza 2,43% ao ano.

- **Período de acumulação:** 20 anos, que é equivalente a 240 meses.
- **Depósito inicial:** R\$12.000,00.
- **Depósito mensal:** não há.
- **Imposto de renda:** como a aplicação ficará um período maior de 2 anos, segundo a legislação vigente, o imposto de renda considerado será de 15%.

Considerando o volume de cálculos que o investidor Silva necessitaria realizar para obter as informações que deseja, tem-se como apoio o simulador de aplicações em CDB, cuja interface é ilustrada na Figura 28. A ilustração da Figura 28 já se encontra com as configurações fornecidas por Silva. Cabe especificar que, as configurações foram ajustadas com o auxílio de botões deslizantes, presentes no canto superior esquerdo do simulador.

Figura 28: Simulador de CDB: Atividade 1.



Fonte: o autor.

Assim, na Figura 28, pode-se observar, nos campos referentes às “Informações de saldo (sem descontar IR)”, que o total acumulado (depósito inicial acrescido de juros) após o período de 20 anos será de R\$49.917,85 e o total de capital depositado será de R\$12.000,00.

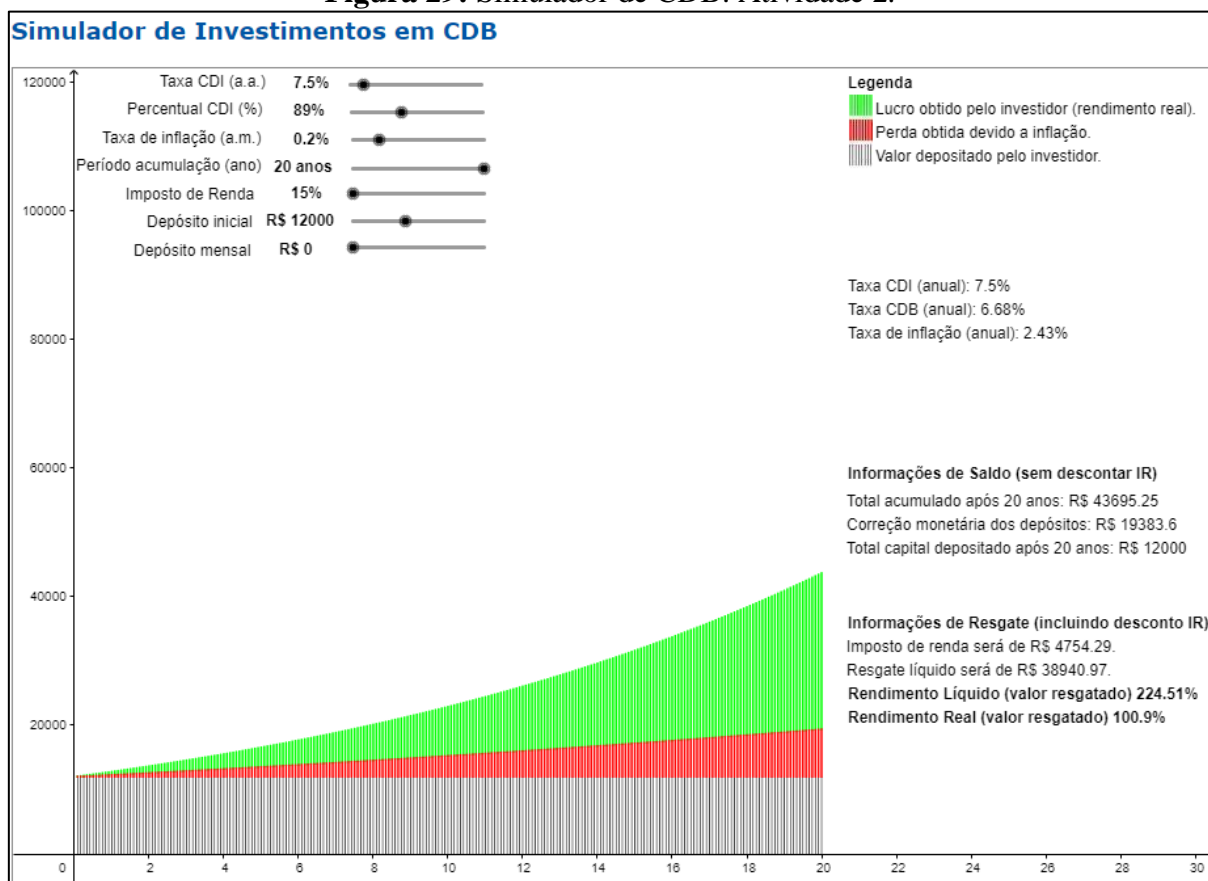
Na interface da Figura 28, ainda é possível verificar as informações relativas ao resgate, que incluem o desconto de IR. Assim, o imposto de renda será de R\$5.687,68 e o valor líquido de resgate será de R\$44.230,17. Com base nestes valores, especifica-se que, percentualmente, o rendimento líquido será de 268,58% e o rendimento real de 128,18%, ou seja, haverá um aumento do poder de compra de 128,18%, o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$24.846,57 ($R\$44.230,17 - R\$19.383,60$) em valores absolutos.

Diferentemente da Caderneta de Poupança, o CDB não possui taxa de juros padronizada. Cerbasi (2003) especifica que, os bancos de menor credibilidade ou tamanho tendem a oferecer as melhores taxas. Logo, cabe ao investidor procurar pela instituição financeira que lhe dê a melhor taxa de juros, considerando ainda a estabilidade/credibilidade de tal instituição.

4.3.2 Simulador do CDB – Atividade 2

O investidor Silva, ansioso por novas e mais satisfatórias informações, refez a simulação, alterando somente a rentabilidade do CDB, visto que, os bancos pesquisados por ele estão divulgando que garantem apenas um rendimento para o CDB de 89% do CDI. Assim, como pode ser visto na Figura 29, as configurações permaneceram as mesmas da Atividade 1, com exceção do item “Percentual CDI”, relativo ao segundo botão deslizante de cima para baixo, na imagem da Figura 29.

Figura 29: Simulador de CDB: Atividade 2.



Fonte: o autor.

Na interface apresentada na Figura 29, pode-se observar que nas “Informações de saldo (sem descontar IR)”, o total acumulado após o período de 20 anos será de R\$43.695,25 e o total de capital depositado será de R\$12.000,00.

Com base nos valores acima citados, chegou-se às “Informações de Resgate (incluindo desconto IR)” que especificam que o valor tributado (IR) será de R\$4.754,29 e o valor líquido de resgate será de R\$38.940,97. Percentualmente, especifica-se que o rendimento líquido será de 224,51% e o rendimento real de 100,90% o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$19.557,37 (R\$38.940,97 – R\$19.383,60) em valores absolutos.

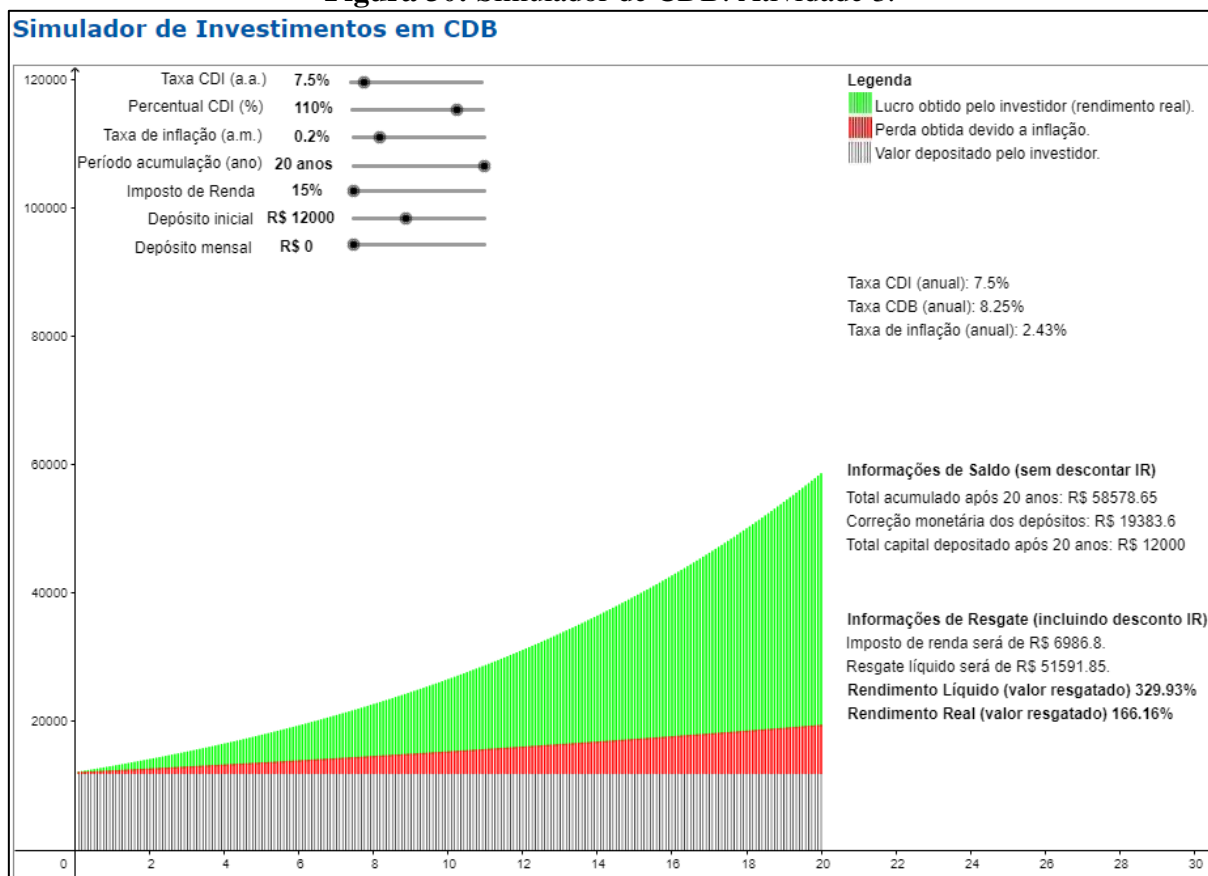
Cabe salientar que, para este tipo de aplicação, é fundamental que o investidor procure as melhores taxas de retorno, pois isso implicará em um aumento do ganho.

4.3.3 Simulador do CDB – Atividade 3

O investidor Silva, agora mais confiante, refez a simulação, alterando, novamente, somente a rentabilidade do CDB, visto que ele encontrou um banco de pequeno porte que,

necessitando atrair investidores, lhe garantiu um rendimento de 110% do CDI. A nova configuração está materializada na interface do simulador apresentada na Figura 30.

Figura 30: Simulador de CDB: Atividade 3.



Fonte: o autor.

Como é possível observar na simulação (Figura 30), no que se refere às “Informações de saldo (sem descontar IR)”, o total acumulado após o período de 20 anos será de R\$58.578,65 e o total de capital depositado será de R\$12.000,00.

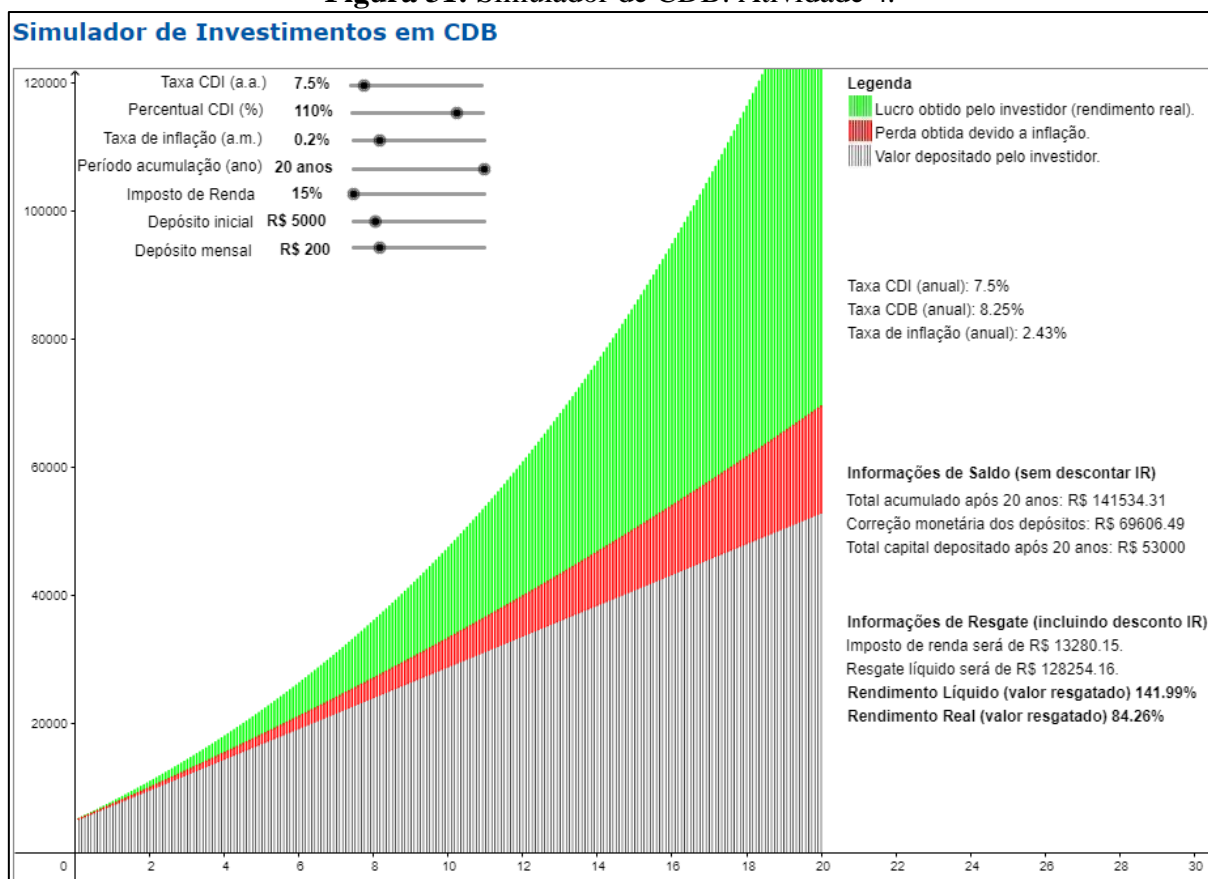
Na simulação, no que se refere às “Informações de Resgate (incluindo desconto IR)”, o imposto de renda será de R\$6.986,80 e o valor líquido de resgate será de R\$51.591,85. Dos valores monetários calculados, pode-se expressar que o percentual do rendimento líquido será de 329,93% e do rendimento real será de 166,16%, o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$32.208,25 (R\$51.591,85 – R\$19.383,60) em valores absolutos.

Exara-se que, a busca por melhores taxas de retorno é fundamental. Neste caso, a cautela recai sobre o cuidado que se deve ter ao se escolher a instituição financeira a ser contratada.

4.3.4 Simulador do CDB – Atividade 4

O investidor Silva, analisando as suas possibilidades financeiras, repetiu a simulação da Atividade 3, alterando o valor do depósito inicial para R\$5.000,00 e introduzindo um valor de depósito mensal de R\$200,00. Estas novas configurações são apresentadas na ilustração da Figura 31.

Figura 31: Simulador de CDB: Atividade 4.



Fonte: o autor.

Na ilustração acima (Figura 31), pode-se observar, no que se refere às “Informações de saldo (sem descontar IR)”, que o total acumulado após o período de 20 anos será de R\$141.534,31 e o total de capital depositado será de R\$53.000,00.

Como se pode observar na simulação ilustrada na Figura 31, no que se refere às “Informações de resgate (incluindo desconto IR)”, o imposto de renda será de R\$13.280,15 e o valor líquido de resgate será de R\$128.254,16. Assim, percentualmente, o rendimento líquido será de 141,99% e o rendimento real de 84,26%, o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$58.647,67 (R\$128.254,16 – R\$69.606,49) em valores absolutos.

Considerando os resultados obtidos com as simulações inerentes às Atividades propostas, apresenta-se a seguir algumas comparações, das quais infere-se conclusões relevantes.

➔ Atividade 1 X Atividade 2 X Atividade 3

Ao comparar os resultados obtidos, respectivamente, nas atividades 1, 2 e 3, pode-se notar a importância de se buscar melhores taxas de retorno. A taxa CDI considerada para cada aplicação sempre foi a mesma (7,5%), independente da instituição financeira. No entanto, houve uma alteração do percentual do CDB, que é expresso em função desta taxa de CDI. Logo, quanto maior o percentual sobre o CDI, mais elevado será o retorno, como demonstram as atividades. Ou seja, na Atividade 1, o percentual considerado sobre o CDI foi de 98,50% e o aumento do poder de compra do investidor em valores absolutos, após 20 anos, foi de R\$24.846,57. Porém, na Atividade 2, projetou-se um percentual de 89% sobre o CDI e, consequentemente, o aumento do poder de compra em valores absolutos baixou para R\$19.557,37. Na atividade 3, se supôs que o investidor tenha procurado uma instituição financeira mais modesta e que, por este motivo, lhe ofereceu um percentual de 110% sobre o CDI. Logo, o aumento do poder de compra em valores absolutos saltou para R\$32.208,25.

➔ Atividade 3 X Atividade 4

Ao se comparar as Atividades 3 e 4 verificam-se discrepâncias relevantes nas configurações. Na Atividade 3, o depósito inicial proposto foi de R\$12.000,00 e não houve depósito mensal. Por outro lado, na Atividade 4, o valor inicial foi de R\$5.000,00, o que estabelece uma redução de 58,33% em relação ao fixado na Atividade 3, e o valor mensal foi de R\$200,00. Na Atividade 3, o aumento do poder de compra em valores absolutos após 20 anos foi de R\$32.208,25 e na Atividade 4 foi de R\$58.647,67, chegando-se a um aumento de 82,09% em relação à Atividade 3. Assim, como o previsto para a Caderneta de Poupança, o acréscimo gerado por depósitos é igualmente relevante ao longo do tempo.

Da explanação, infere-se a importância de se ter disciplina no momento do investimento e, sempre que possível, se planejar para realizar depósitos mensais. Ao se manter uma regularidade e disciplina financeira ao longo do período da aplicação, verifica-se que os valores acumulados poderão ser significativamente maiores, o investidor poderá gerar maior riqueza e, consequentemente, o poder de compra também poderá ser mais elevado. Também é importante salientar, a importância de se buscar uma instituição financeira que forneça uma aplicação CDB que remunere o investidor com um percentual sobre o CDI mais vultuoso, pois isto influenciará diretamente a rentabilidade da aplicação.

4.4 Simulador de Fundos DI

Na porção inicial da página do simulador de Fundos DI, assim como no esquema apresentado para a Caderneta de Poupança, pode-se encontrar a definição de Fundos DI e a especificação dos riscos, vantagens e desvantagens deste tipo de investimento. A Figura 32 mostra a porção inicial da página que contém o simulador de aplicações em Fundos DI.

Figura 32: Interface do Simulador: Definição de Fundos DI.

Simulador Financial Tool

UNEMAT Universidade do Estado de Mato Grosso

PROFMAT Mestrado Profissional em Matemática

HOME SIMULADORES INFORMAÇÕES

Fundos DI

Definição

Fundos DI são fundos de renda fixa cuja política de investimento garante que ao menos 95% do seu patrimônio líquido esteja investido em ativos que acompanham, direta ou indiretamente, a variação do CDI (CDI - Certificado de Depósito Interbancário) ou da taxa SELIC. No mínimo 80% de seu patrimônio líquido representados, isolada ou cumulativamente, devem ser aplicados em títulos públicos federais e ativos financeiros de renda fixa considerados de baixo risco de crédito pelo gestor (FORTUNA, 2005).

Riscos

Os fundos DI são um investimento de baixo risco, permitem o resgate a qualquer momento e possuem rentabilidade diária. O maior risco neste caso é a falência da instituição que administra o fundo. Neste caso, outra instituição assume o fundo. Não é garantido pelo FGC. Por ser um fundo pós-fixado, quando os juros estão em alta, os rendimentos tendem a subir, caso contrário, a rentabilidade tende a cair.

Vantagens

Os fundos DI constituem uma forma da aplicação que acompanha a taxa de juros do mercado, garantido oscilação similar.

Desvantagens

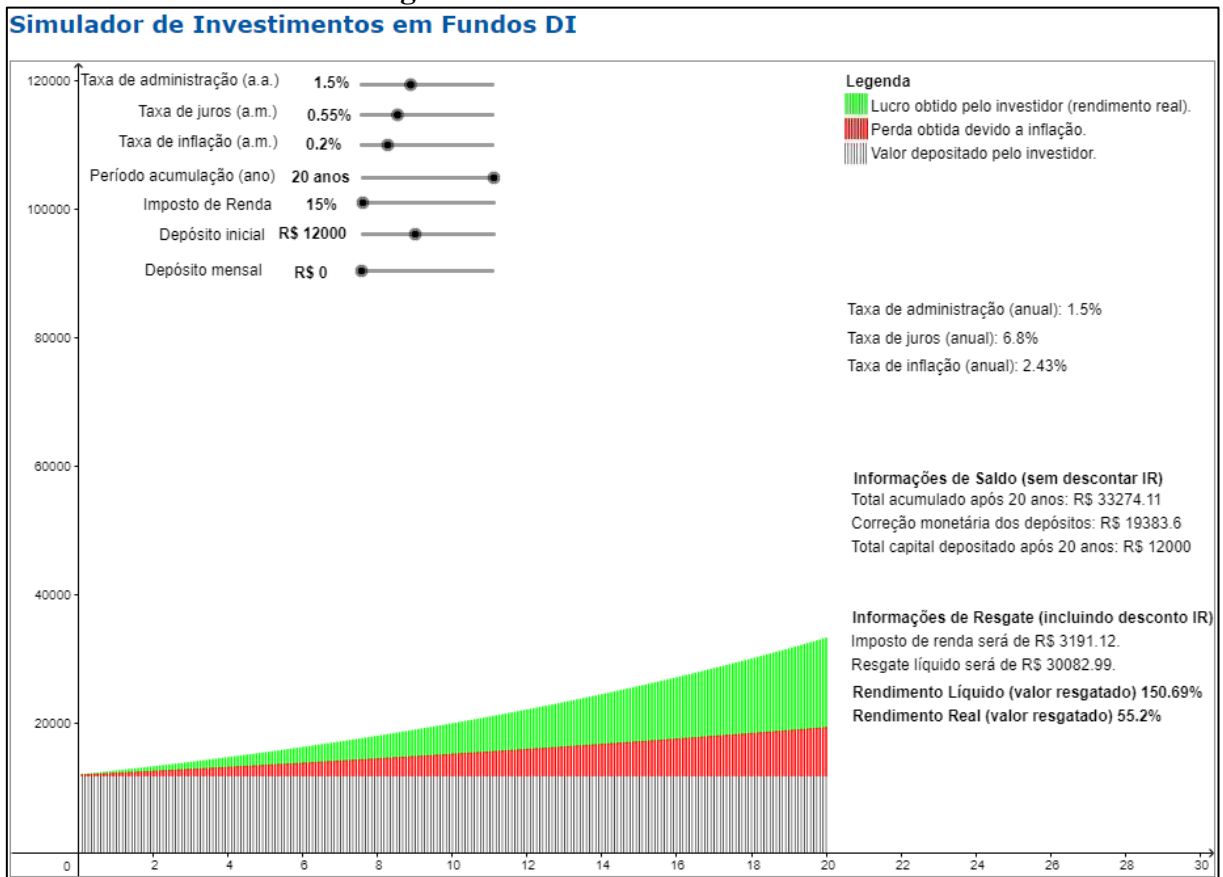
Este tipo de investimento possui altas taxas de administração para quem possui pouco dinheiro investido, o que impacta diretamente na rentabilidade. Os fundos possuem incidência de imposto de renda e "come-cotas".

Fonte: o autor.

Na Figura 33 é mostrada a imagem do simulador de Fundos DI. Na dita figura, já se apresenta a configuração relativa a uma simulação particular, na qual se considerou:

- **Taxa de administração:** 1,5% ao ano.
- **Taxa de juros:** 0,55% ao mês.
- **Taxa de inflação:** 0,20% ao mês.
- **Período de acumulação:** 20 anos.
- **Imposto de renda:** como a aplicação ficará um período maior de 2 anos, segundo a legislação vigente, o imposto de renda considerado foi de 15%.
- **Depósito inicial:** R\$12.000,00.
- **Depósito mensal:** R\$0,00.

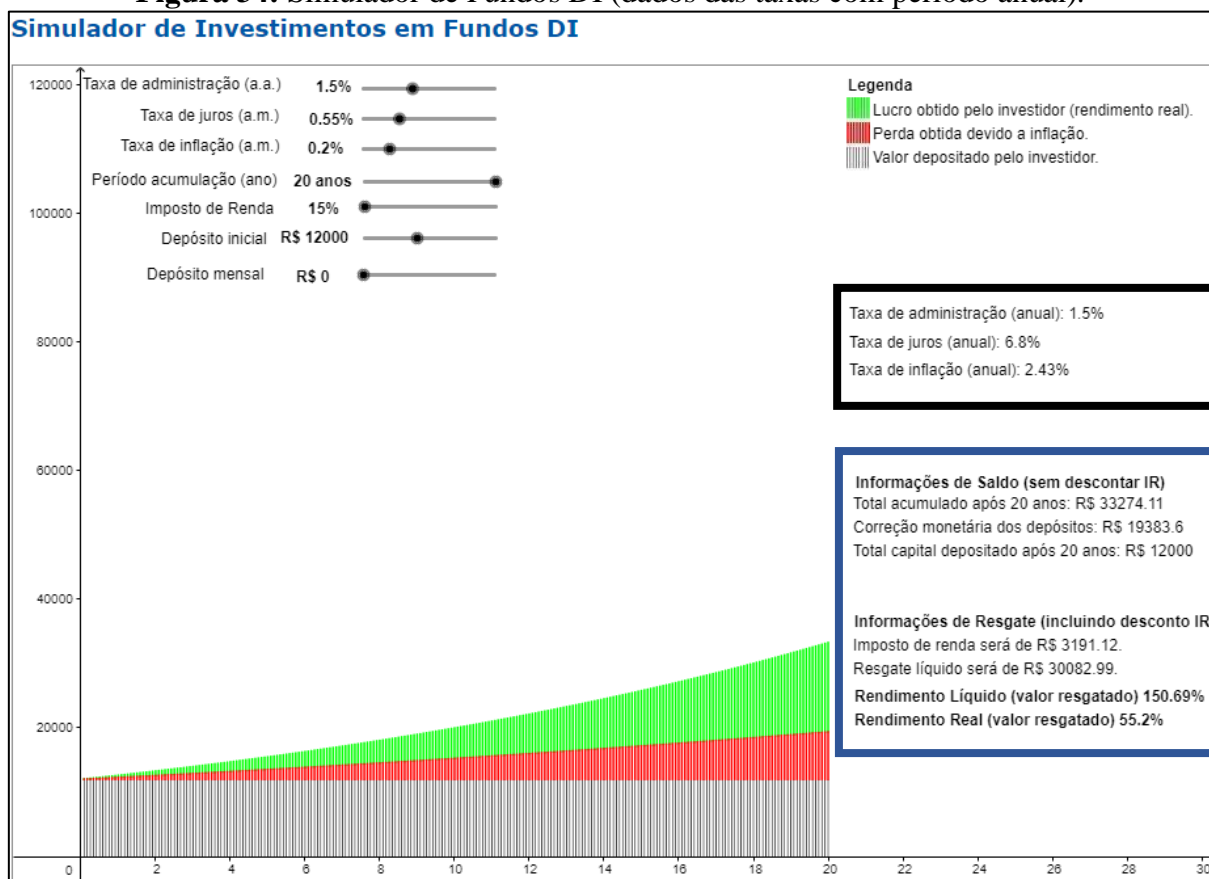
Figura 33: Simulador de Fundos DI.



Fonte: o autor.

Na porção direita da interface do simulador (Figura 34), na área abarcada por um retângulo de bordas pretas, é possível acompanhar o valor da taxa anual de administração (1,5%), a taxa anual de juros do Fundo DI (6,8%) e a taxa de inflação (2,43%), considerando o período anual. É importante ressaltar que, a aplicação em Fundos DI possui taxa de administração e existe sobre ela a incidência de imposto de renda (IR).

Figura 34: Simulador de Fundos DI (dados das taxas com período anual).



Fonte: o autor.

Na área interna ao retângulo de bordas azuis na Figura 34, encontram-se alguns valores, os quais são explicados logo abaixo:

- **Informações de saldo (sem descontar IR):** estas informações referem-se aos valores acumulados na aplicação incluindo os rendimentos, mas sem o cálculo da incidência do imposto de renda sobre tais valores.

- **Total acumulado após 20 anos (R\$33.274,11 na interface da Figura 34):** este valor corresponde ao valor acumulado durante o período previsto na simulação (20 anos). É o resultado do somatório dos depósitos efetuados, acrescido dos respectivos juros e subtraído o valor da taxa de administração.

Antes de detalhar os cálculos efetuados, é importante explicar como se determina a rentabilidade mensal dos Fundos DI. Observa-se inicialmente que, a taxa de administração é anual, mas a sua cobrança é mensal e deve ser subtraída da taxa de juros considerada³⁸, formando assim a rentabilidade mensal da aplicação. Como a

³⁸ As aplicações em fundos DI possuem rentabilidade diária, mas para fim didático foram considerados rendimentos mensais, uma vez que o texto aborda enfaticamente a abordagem de investimentos a longo prazo.

taxa de administração informada é anual, é necessário convertê-la em taxa mensal (equação (20)) e assim subtrai-la da taxa de juros mensal. Neste exemplo, está se considerando uma taxa de juros mensal de 0,55% e uma taxa de administração anual de 1,5%. Para o cálculo da taxa de rentabilidade mensal (equação (21)), são utilizadas as seguintes fórmulas:

$$TaxaAdmin_{mensal} = (1 + TaxaAdmin_{anual})^{\frac{1}{12}} - 1 \quad (20)$$

$$TaxaAdmin_{mensal} = (1 + 1,5\%)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,0012414877164493 \cong 0,12414877\%$$

$$Rentabilidade_{mensal} = TaxaJuros_{mensal} - TaxaAdmin_{mensal} \quad (21)$$

$$Rentabilidade_{mensal} = 0,55\% - 0,12414877\%$$

$$Rentabilidade_{mensal} = 0,0042585123 \cong 0,425851\%$$

O raciocínio para o cálculo do total acumulado foi o seguinte:

- Na data de contratação da aplicação, o investidor realizou o depósito de R\$12.000,00 (depósito inicial). Segue a simulação dos primeiros 3 meses.
 - Mês 0 (data da contratação da aplicação): foi realizado o depósito de R\$12.000,00.
 - Mês 1: o saldo existente na aplicação teve o rendimento de aproximadamente 0,425851%³⁹ (taxa de juros mensal menos taxa de administração mensal = rentabilidade mensal), totalizando R\$12.051,10. Como não houve depósito mensal, este valor será tomado nulo (R\$0,00). Matematicamente tem-se:

$$Saldo = Saldo_{anterior} * (1 + Rentabilidade_{mensal}) + Depósito_{mensal} \quad (22)$$

$$Saldo = 12000 * (1 + 0,425851\%) + 0 = 12.051,10212 \cong 12.051,10$$

- Mês 2: o saldo existente na aplicação teve o rendimento de 0,425851% (rentabilidade mensal), totalizando R\$12.102,42. Matematicamente tem-se:

³⁹ Para que fosse possível uma visão didática do cálculo do valor, está sendo utilizado a rentabilidade mensal do Fundo DI com 6 casas decimais, o que pode ocasionar uma divergência nos valores calculados devido a aproximação realizada. No *Financial Tool* os cálculos não possuem esta restrição de casas decimais.

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{Rentabilidade}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 12.051,10212 * (1 + 0,425851\%) + 0 = 12.102,42185889 \cong 12.102,42$$

- Mês 3: o saldo existente na aplicação teve o rendimento de 0,425851% (rentabilidade mensal), totalizando R\$12.153,96. Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{Rentabilidade}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 12.102,42185889 * (1 + 0,425851\%) + 0 = 12.153,96014340 \cong 12.153,96$$

- Mês 240: após 20 anos, segue-se a mesma dinâmica. Logo, o saldo existente na aplicação teve o rendimento de 0,425851% (rentabilidade mensal), totalizando R\$33.274,11⁴⁰. Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{Rentabilidade}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 33.133,01093762 * (1 + 0,425851\%) + 0 = 33.274,10819603 \cong 33.274,11$$

- **Total capital depositado após 20 anos (R\$12.000,00 na interface da Figura 34):** este valor corresponde àquele que o investidor aplicou durante o período de acumulação informado. Neste caso, o exemplo considera apenas o valor de R\$12.000,00, aplicado inicialmente, pois não se supôs depósitos mensais.
- **Correção monetária dos depósitos (R\$19.383,60 na interface da Figura 34):** representa o acúmulo mensal do capital depositado, considerando a correção monetária do saldo do mês anterior. Ou seja, mensalmente o saldo do mês anterior é corrigido de acordo com a taxa de inflação prevista e, na sequência, é adicionado o depósito do mês atual, se informado via simulador. Desta forma, esta informação demonstra o valor mínimo que o investidor deverá ter acumulado ao resgatar a aplicação, para manter, pelo menos, o mesmo poder de compra. No gráfico, a

⁴⁰ Este raciocínio também é possível visualizar no *Financial Tool* no Simulador de Investimentos em Fundos DI através de simulações alterando o período de acumulação.

correção monetária dos depósitos está identificada pela junção das cores preta e vermelha.

O raciocínio para o cálculo deste valor foi o seguinte:

- Na data de contratação da aplicação, o investidor realizou um depósito de R\$12.000,00 (depósito inicial) e mensalmente não houve depósitos. Segue a simulação dos primeiros 3 meses.
 - Mês 0 (data da contratação da aplicação): foi realizado o depósito de R\$12.000,00.
 - Mês 1: o saldo existente na aplicação é corrigido em 0,20% (taxa inflação mensal), totalizando R\$12.024,00. Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaInflação}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}} \quad (23)$$

$$\text{Saldo} = 12000 * (1 + 0,20\%) + 0 = 12.024,00$$

- Mês 2: o saldo existente na aplicação é corrigido em 0,20% (taxa inflação mensal), totalizando R\$12.048,05. Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaInflação}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 12.024,00 * (1 + 0,20\%) + 0 = 12.048,048 \cong 12.048,05$$

- Mês 3: o saldo existente na aplicação é corrigido em 0,20% (taxa inflação mensal), totalizando R\$12.072,14. Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaInflação}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 12.048,048 * (1 + 0,20\%) + 0 = 12.072,144096 \cong 12.072,14$$

- Mês 240: após 20 anos, segue a mesma dinâmica. Logo, o saldo existente na aplicação é corrigido em 0,20% (taxa inflação mensal), totalizando R\$19.383,60⁴¹. Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaInflação}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 19.344,90904030 * (1 + 0,20\%) + 0 = 19.383,59885838 \cong 19.383,60$$

- **Informações de resgate (incluindo desconto IR):** estas são as informações mais relevantes para os investidores, visto que, os valores apresentados nestes campos serão aqueles que de fato serão embolsados por eles, quando do resgate da aplicação ao término do período. Nesta modalidade de aplicação há a incidência de imposto de renda. Assim, no momento do resgate, o lucro será menor devido ao abatimento do imposto, conforme mostrado pelas equações (24), (25) e (26). Quando considerado o IR, os valores apresentados são os seguintes:

- **Imposto de renda (R\$3.191,12 na interface da Figura 34):** este é o valor do imposto de renda calculado sobre o lucro da aplicação. O lucro obtido pela aplicação é a diferença entre o total acumulado e o total do capital depositado durante o período de aplicação. No exemplo, o período foi de 20 anos. Matematicamente tem-se:

$$\text{Lucro} = \text{TotalAcumuladoApós20Anos} - \text{TotalCapitalDepositadoApós20Anos} \quad (24)$$

$$\text{Lucro} = 33.274,11 - 12.000,00 = 21.274,11$$

A taxa do imposto de renda informada na Figura 34 foi de 15%, logo o IR a pagar é de R\$3.191,12, conforme cálculo abaixo:

$$\text{ImpostoDeRenda} = \text{Lucro} * \text{TaxaImpostoDeRenda} \quad (25)$$

$$\text{ImpostoDeRenda} = 21.274,11 * 15\% = 3.191,12$$

Assim, o lucro líquido obtido pelo investidor será o lucro menos o valor do imposto de renda, totalizando R\$18.082,99, como pode-se observar no cálculo abaixo:

⁴¹ Este raciocínio também é possível visualizar no *Financial Tool* no Simulador de Investimentos em Fundos DI através de simulações alterando o período de acumulação.

$$\text{LucroLíquido} = \text{Lucro} - \text{ImpostoDeRenda} \quad (26)$$

$$\text{LucroLíquido} = 21.274,11 - 3.191,12 = 18.082,99$$

- **Resgate líquido (R\$30.082,99 na interface da Figura 34):** este valor refere-se ao total acumulado após 20 anos (depósitos acrescidos de juros) após a incidência do imposto de renda. Segue o cálculo realizado:

$$\text{ResgateLíquido} = \text{TotalAcumuladoApós20Anos} - \text{ImpostoDeRenda} \quad (27)$$

$$\text{ResgateLíquido} = 33.274,11 - 3.191,12 = 30.082,99$$

- **Rendimento líquido⁴² (valor resgatado) (150,69%):** este percentual é calculado com base no valor líquido a ser resgatado pelo investidor (R\$30.082,99) após o período de aplicação (20 anos) dividido pelo valor total depositado durante este mesmo período (R\$12.000,00). Matematicamente tem-se:

$$\text{RendimentoLíquido} = \frac{\text{ResgateLíquido}}{\text{TotalCapitalDepositadoApós20Anos}} - 1 \quad (28)$$

$$\text{RendimentoLíquido} = \frac{30.082,99}{12.000,00} - 1 = 1,50691583 \cong 150,69\%$$

- **Rendimento real (valor resgatado) (55,20%):** este percentual corresponde à evolução do poder de compra do investidor. Ou seja, este percentual é definido pela razão entre o valor líquido a ser resgatado pelo investidor após o período de acumulação (R\$30.082,99) e a correção monetária dos depósitos durante este mesmo período (R\$19.383,60). Matematicamente tem-se:

$$\text{RendimentoReal} = \frac{\text{ResgateLíquido}}{\text{CorreçãoMonetáriaDosDepósitos}} - 1 \quad (29)$$

$$\text{RendimentoReal} = \frac{30.082,99}{19.383,60} - 1 = 0,55198157 \cong 55,20\%$$

⁴² Rendimento líquido refere-se ao cálculo do rendimento já debitado os valores referentes aos impostos.

Para apoiar o entendimento das funcionalidades do simulador, foram desenvolvidas quatro atividades que contemplam simulações de aplicações em fundos DI com diferentes configurações, a fim de que se possa analisar os resultados obtidos e se compreenda as nuances da aplicação.

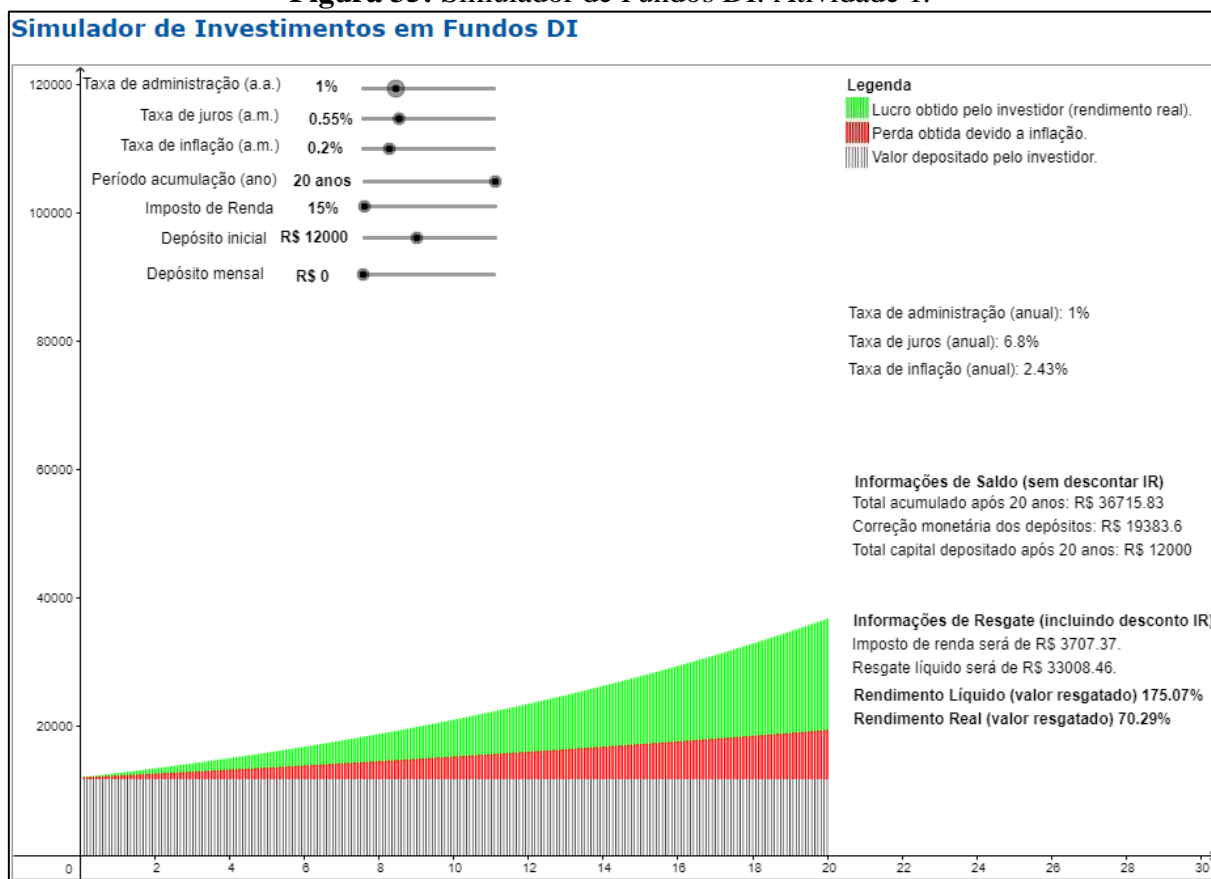
4.4.1 Simulador de Fundos DI – Atividade 1

O investidor Silva deseja simular uma aplicação de Fundos DI, a fim de verificar o seu poder de compra, o total acumulado até o término da aplicação e o total de capital depositado, após um determinado período. Seguem as variáveis definidas pelo Sr. Silva:

- **Taxa de administração:** 1,0% ao ano.
- **Taxa de juros:** 0,55% ao mês, o que totaliza 6,8% ao ano.
- **Taxa de inflação:** 0,20% ao mês, o que totaliza 2,43% ao ano.
- **Período de acumulação:** 20 anos, que é equivalente a 240 meses.
- **Depósito inicial:** R\$12.000,00.
- **Depósito mensal:** não há.
- **Imposto de renda:** como a aplicação ficará um período maior que 2 anos, segundo a legislação vigente, o imposto de renda considerado será de 15%.

Considerando o volume de cálculos que o investidor Silva necessitaria realizar para obter as informações que deseja, tem-se como apoio o simulador de aplicações em Fundos DI, cuja interface é ilustrada na Figura 35. A ilustração da Figura 35 já se encontra com as configurações fornecidas por Silva. Cabe especificar que, as configurações foram ajustadas com o auxílio de botões deslizantes, presentes no canto superior esquerdo do simulador.

Figura 35: Simulador de Fundos DI: Atividade 1.



Fonte: o autor.

Assim, na Figura 35, pode-se observar, nos campos referentes às “Informações de saldo (sem descontar IR)”, que o total acumulado (depósito inicial acrescido de juros e descontada a taxa de administração), após o período de 20 anos, será de R\$36.715,83 e o total de capital depositado será de R\$12.000,00.

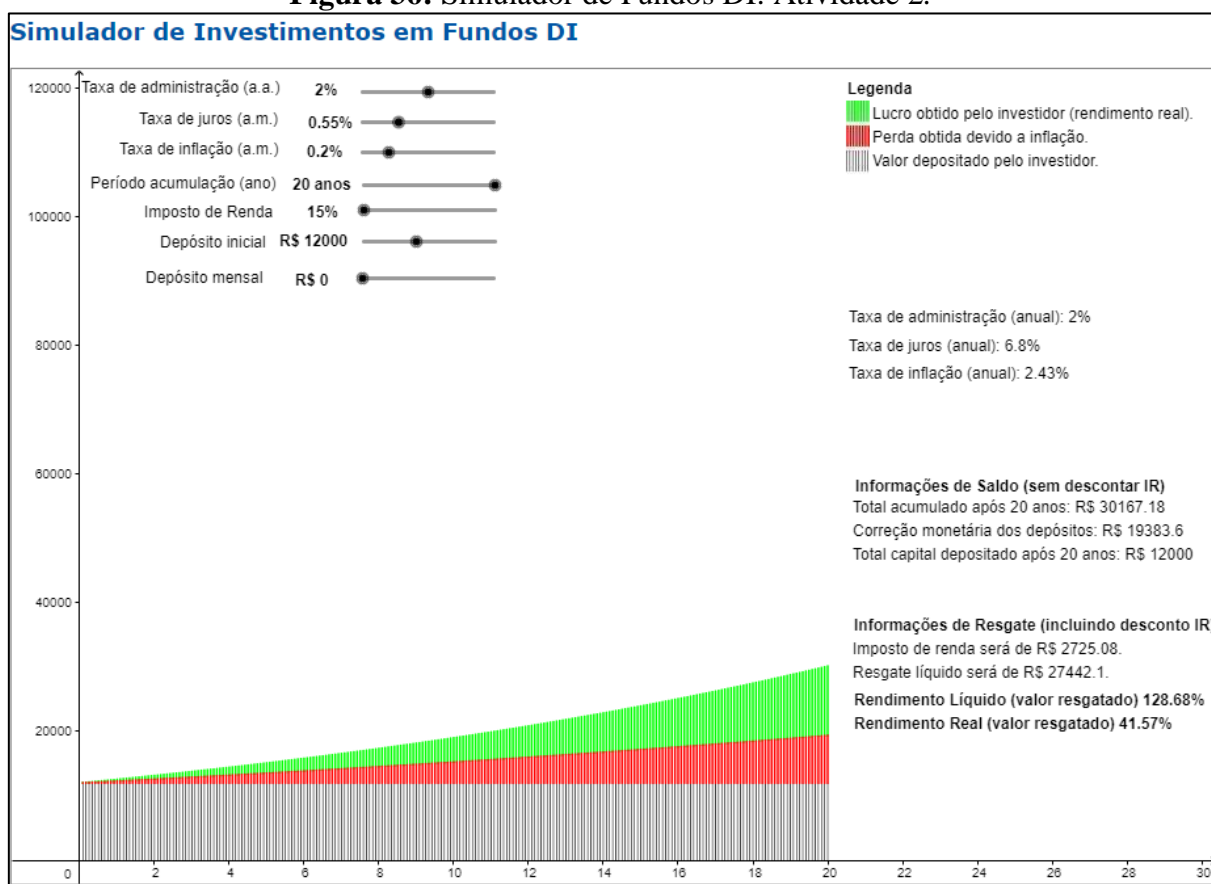
Na interface da Figura 35, ainda é possível verificar as informações relativas ao resgate, que incluem o desconto de IR. Assim, o imposto de renda será de R\$3.707,37 e o valor líquido de resgate será de R\$33.008,46. Com base nestes valores, especifica-se que, percentualmente, o rendimento líquido será de 175,07% e o rendimento real de 70,29%, ou seja, haverá um aumento do poder de compra de 70,29%, o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$13.624,86 (R\$33.008,46 – R\$19.383,60) em valores absolutos.

Especifica-se que, os fundos são geridos por profissionais especializados, denominados gestores, os quais são responsáveis por determinar a estratégia de aplicação dos fundos, respeitando o regulamento do fundo. Os fundos de investimento não possuem a garantia do FGC (Fundo Garantidor de Créditos). Assim, é importante procurar investir em fundos disponibilizados por instituições sólidas e/ou com boa reputação no mercado.

4.4.2 Simulador de Fundos DI – Atividade 2

O investidor Silva ao procurar outras opções de fundos, encontrou um bom fundo em uma grande instituição financeira, porém a taxa de administração era de 2% ao ano. Assim, Silva refez a simulação, alterando somente a taxa de administração para verificar os impactos desta nova taxa na rentabilidade ao longo prazo. Como pode ser visto na imagem da Figura 36, as configurações permaneceram as mesmas da Atividade 1, com exceção da taxa de administração, relativa ao terceiro botão deslizante de cima para baixo.

Figura 36: Simulador de Fundos DI: Atividade 2.



Fonte: o autor.

Na interface ilustrada na Figura 36, pode-se observar que nas “Informações de saldo (sem descontar IR)”, o total acumulado após o período de 20 anos será de R\$30.167,18 e o total de capital depositado será de R\$12.000,00.

Com base nos valores acima citados, chegou-se às “Informações de Resgate (incluindo desconto IR)” que especificam que o valor tributado (IR) será de R\$2.725,08 e o valor líquido

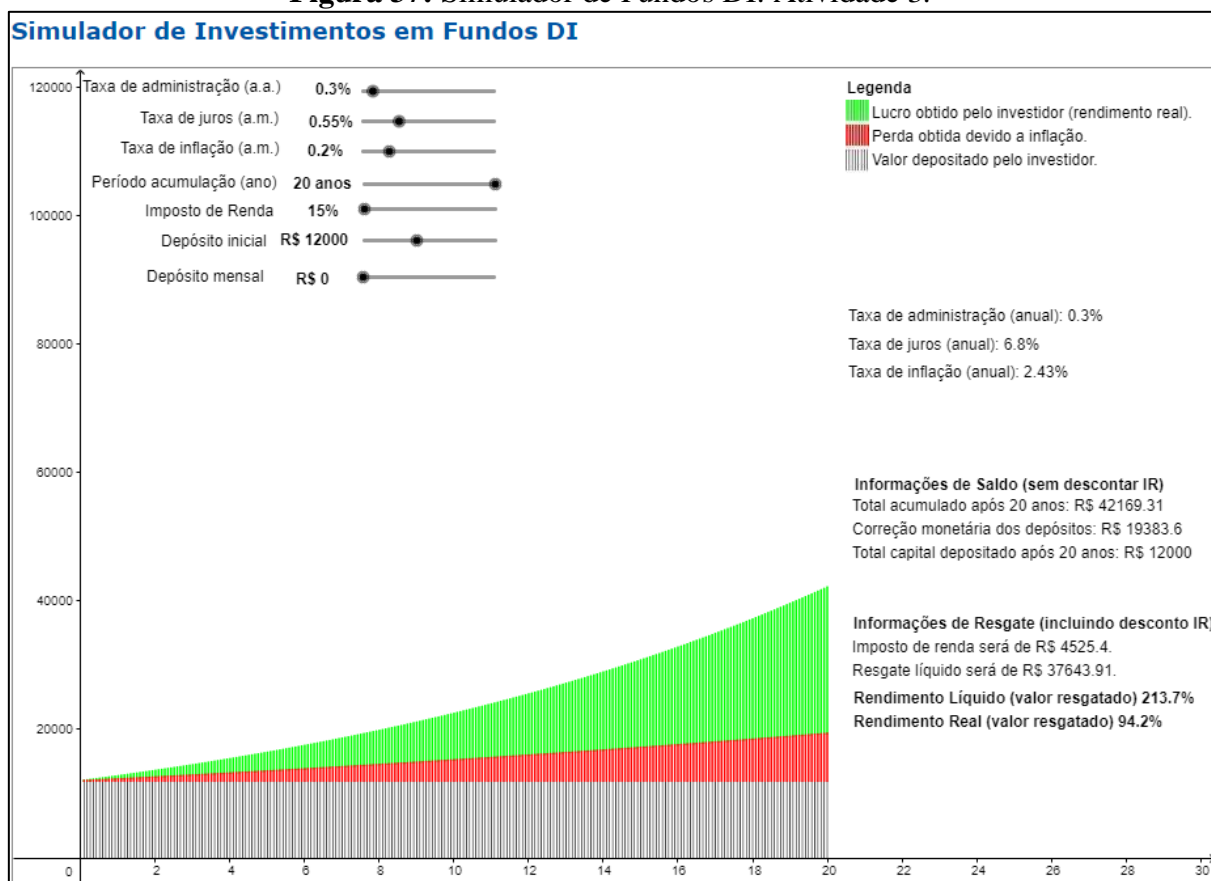
de resgate será de R\$27.442,10. Percentualmente, especifica-se que o rendimento líquido será de 128,68% e o rendimento real de 41,57%, o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$8.058,50 (R\$27.442,10 – R\$19.383,60) em valores absolutos.

Ao se comparar o poder de compra obtido na Atividade 2 com aquele obtido na Atividade 1, verifica-se um decréscimo de valor. Ou seja, por meio da comparação de valores, pôde-se verificar o impacto causado pela variação a maior da taxa de administração.

4.4.3 Simulador de Fundos DI – Atividade 3

Não satisfeito, o investidor Silva empreendeu uma nova simulação, considerando uma taxa de administração de 0,3% ao ano. A nova configuração está materializada na interface do simulador ilustrada na Figura 37.

Figura 37: Simulador de Fundos DI: Atividade 3.



Fonte: o autor.

Como se pode observar na simulação (Figura 37), no que se refere às “Informações de saldo (sem descontar IR)”, o total acumulado após o período de 20 anos será de R\$42.169,31 e o total de capital depositado será de R\$12.000,00.

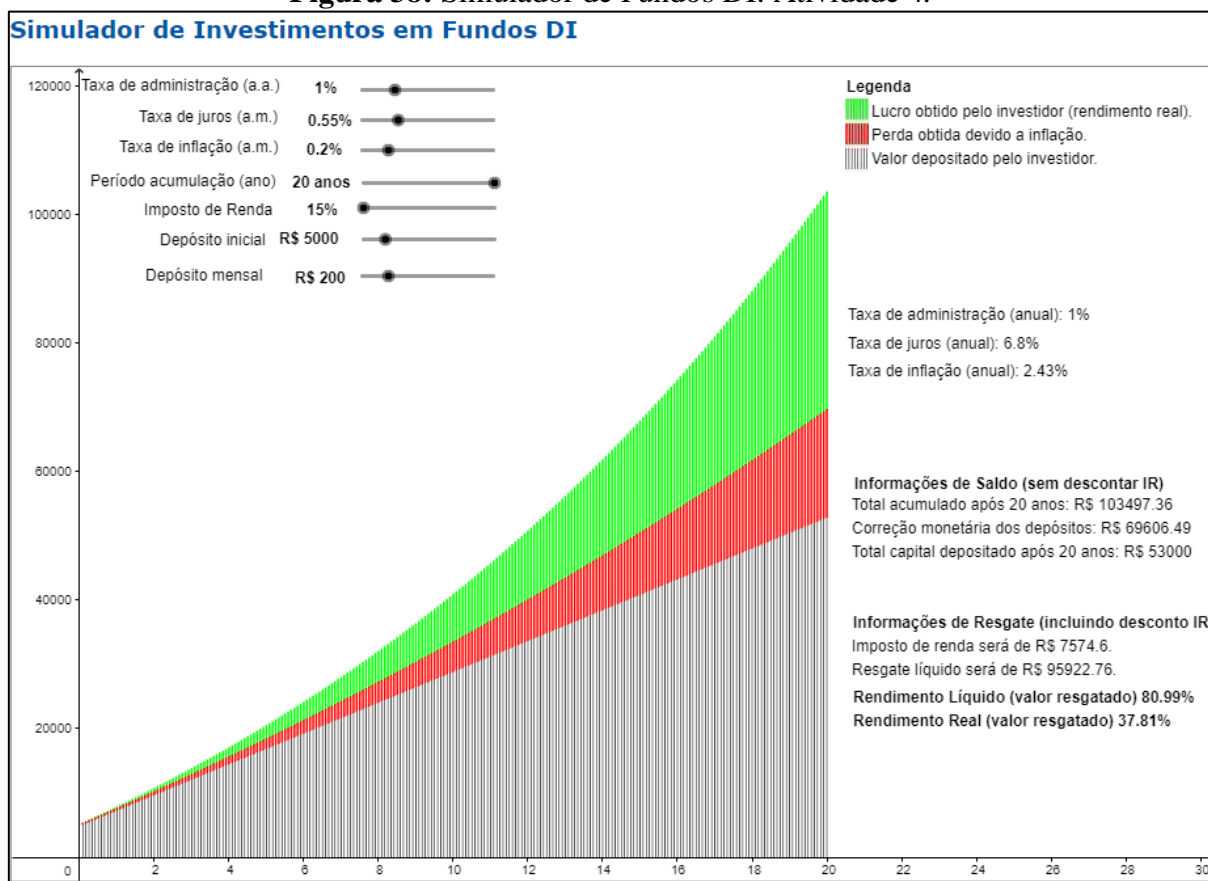
Da simulação, no que se refere às “Informações de Resgate (incluindo desconto IR)”, o imposto de renda será de R\$4.525,40 e o valor líquido de resgate será de R\$37.643,91. Dos valores monetários calculados, pode-se expressar que o percentual do rendimento líquido será de 213,70% e do rendimento real será de 94,20%, o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$18.260,31 (R\$37.643,91 – R\$19.383,60) em valores absolutos.

Quando se compara esta atividade com as anteriores, verifica-se, uma vez mais, o impacto da taxa de administração no poder de compra. Neste caso, a diferença do poder de compra foi a maior. Assim, se todos demais parâmetros permanecerem constantes, conclui-se que o valor do poder de compra é inversamente proporcional ao percentual da taxa de administração.

4.4.4 Simulador de Fundos DI – Atividade 4

O investidor Silva, analisando mais realisticamente as suas possibilidades financeiras, repetiu a simulação da Atividade 1, alterando o valor do depósito inicial para R\$5.000,00 e introduzindo um valor de depósito mensal de R\$200,00. Estas novas configurações são apresentadas na ilustração da Figura 38.

Figura 38: Simulador de Fundos DI: Atividade 4.



Fonte: o autor.

Na ilustração acima (Figura 38), pode-se observar, no que se refere às “Informações de saldo (sem descontar IR)”, que o total acumulado após o período de 20 anos será de R\$103.497,36 e o total de capital depositado será de R\$53.000,00.

Verifica-se na simulação (Figura 38), no que se refere às “Informações de resgate (incluindo desconto IR)”, que o imposto de renda será de R\$7.574,60 e o valor líquido de resgate será de R\$95.922,76. Assim, percentualmente, o rendimento líquido será de 80,99% e o rendimento real de 37,81%, o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$26.316,27 (R\$95.922,76 – R\$69.606,49) em valores absolutos.

Considerando os resultados obtidos com as simulações inerentes às Atividades propostas, apresenta-se a seguir algumas comparações, das quais infere-se conclusões relevantes.

➔ Atividade 1 X Atividade 2 X Atividade 3

Ao se comparar os resultados obtidos, respectivamente, nas atividades 1, 2 e 3, pode-se notar a importância de se buscar melhores taxas de administração. O objetivo destes fundos é acompanhar a tendência da taxa de juros de mercado, ou seja, do CDI (CDI - Certificado de

Depósito Interbancário). Os recursos são aplicados em títulos públicos federais e/ou ativos com baixo risco de crédito de mercado (CERBASI, 2003). Logo, as rentabilidades destes fundos são muito próximas e o diferencial de rentabilidade será, basicamente, a taxa de administração. É muito importante também, quando da realização do investimento, considerar estabilidade/confiabilidade da instituição financeira responsável pela gestão do fundo, uma vez que as aplicações neste tipo de investimento não são garantidas pelo FGC.

Nas Atividades 1, 2 e 3 foram considerados os mesmos parâmetros para a simulação, com exceção da taxa de administração. Na Atividade 1, a taxa de administração proposta foi de 1% e o aumento do poder de compra do investidor em valores absolutos, após 20 anos⁴³, foi de R\$13.624,86. Na Atividade 2 a taxa de administração considerada foi de 2%, logo o aumento do poder de compra do investidor em valores absolutos foi de R\$8.058,50. Por fim, na atividade 3 a taxa de administração proposta foi de 0,3% e o aumento do poder de compra em valores absolutos resultante foi de R\$18.260,31.

Desta forma, pôde-se observar que quanto menor a taxa de administração, maior será a rentabilidade do investimento, pois ela interfere diretamente no rendimento do fundo.

➔ Atividade 1 X Atividade 4

Ao se comparar as Atividades 1 e 4 verificam-se diferenças relevantes nas configurações. Na Atividade 1, o depósito inicial proposto foi de R\$12.000,00 e não houve depósito mensal. Por outro lado, na Atividade 4, o valor inicial foi de R\$5.000,00, o que estabelece uma redução de 58,33% em relação ao fixado na Atividade 1, e o valor mensal foi de R\$200,00. Na Atividade 1, o aumento do poder de compra em valores absolutos após 20 anos foi de R\$13.624,86 e na Atividade 4 foi de R\$26.316,27, chegando-se a um aumento de 93,15% em relação à Atividade 1. Assim, como o verificado para a Caderneta de Poupança e para aplicações em CDB, o acréscimo gerado por depósitos efetuados ao longo do período da aplicação é igualmente relevante ao longo do tempo.

Da explanação, mais uma vez, pode-se verificar a importância de se ter disciplina no momento do investimento e, sempre que possível, se planejar para realizar depósitos mensais. Ao se manter uma regularidade e disciplina financeira ao longo do período da aplicação, verifica-se que os valores acumulados poderão ser significativamente maiores, o investidor poderá gerar maior riqueza e, conseqüentemente, o poder de compra também poderá ser mais elevado. Também é importante reforçar, a importância de escolher fundos DI de instituições

⁴³ Considerando já com a incidência do imposto de renda.

financeiras sólidas, uma vez que este tipo de investimento não é garantido pelo FGC. Além disso, buscar taxas de administração mais módicas é altamente aconselhável.

4.5 Simulador de Fundos de Renda Fixa

O simulador de fundos de renda fixa é similar ao simulador de fundos DI, principalmente no tocante aos parâmetros utilizados para a simulação dos investimentos. A diferença entre estes fundos está na sua composição. Os fundos de renda fixa devem possuir, no mínimo, 80% da carteira em ativos relacionados diretamente, ou sintetizados via derivativos, ao fator de risco ativos de renda fixa. Por outro lado, os fundos DI possuem, na política de investimento, que ao menos 95% do seu patrimônio líquido esteja investido em ativos que acompanham, direta ou indiretamente, a variação do CDI (CDI⁴⁴ - Certificado de Depósito Interbancário) ou da taxa Selic.

Na Figura 39 pode-se visualizar a imagem que ilustra o início da página do simulador. Na referida ilustração, estão presentes a definição de “Fundos de Renda Fixa” e especificações sobre os riscos, vantagens e desvantagens deste tipo de investimento.

⁴⁴ A taxa média diária do CDI é calculada com base nas operações de emissão de certificados de um dia e é sempre muito próxima da taxa de juro básica da economia, a SELIC. Por ser muito importante no mercado interbancário, o CDI acaba servindo de referência para outras taxas praticadas pelos bancos e também é utilizada como referencial (*benchmark*) para a rentabilidade das aplicações financeiras, principalmente de renda fixa. (BORGES, ULLER, 2017)

Figura 39: Interface do Simulador: Definição de Fundos de Renda Fixa.

Simulador Financeira Tool UNEMAT Universidade do Estado de Mato Grosso PROFMAT Mestrado Profissional em Matemática

HOME SIMULADORES INFORMAÇÕES

Fundos de Renda Fixa

Definição

Os fundos de renda fixa devem possuir, no mínimo, 80% da carteira em ativos relacionados diretamente, ou sintetizados via derivativos, a ativos de renda fixa. Os principais fatores de risco são a variação da taxa de juros e/ou índice de preços. Dependendo da composição da carteira do fundo, este deve incluir tal característica em seu nome, o que implica em um regime diferenciado de tributação. Por exemplo, fundos de renda fixa que possuem exclusivamente títulos públicos federais ou privados pré-fixados ou indexados à taxa SELIC ou a outra taxa de juros, ou títulos indexados ao índice de preços, com prazo máximo de 375 dias, e prazo médio da carteira do fundo inferior a 60 dias deve incluir em seu nome o sufixo "Curto Prazo". O fundo que tenha 80%, no mínimo, de seu patrimônio líquido representado por títulos representativos da dívida externa de responsabilidade da União deve incluir em sua denominação o sufixo "Dívida Externa".

Riscos

São investimentos de baixo risco, permitem resgates a qualquer momento e possuem rentabilidade diária. Não são garantidos pelo FGC. O maior risco está relacionado a uma possível quebra da instituição que administra o fundo e a uma má administração, resultando em rentabilidades abaixo do que potencialmente pode oferecer (CERBASI, 2003).

Vantagens

Este investimento permite ao investidor ter acesso a títulos e a papéis seguros os quais uma pessoa física com recursos limitados não teria.

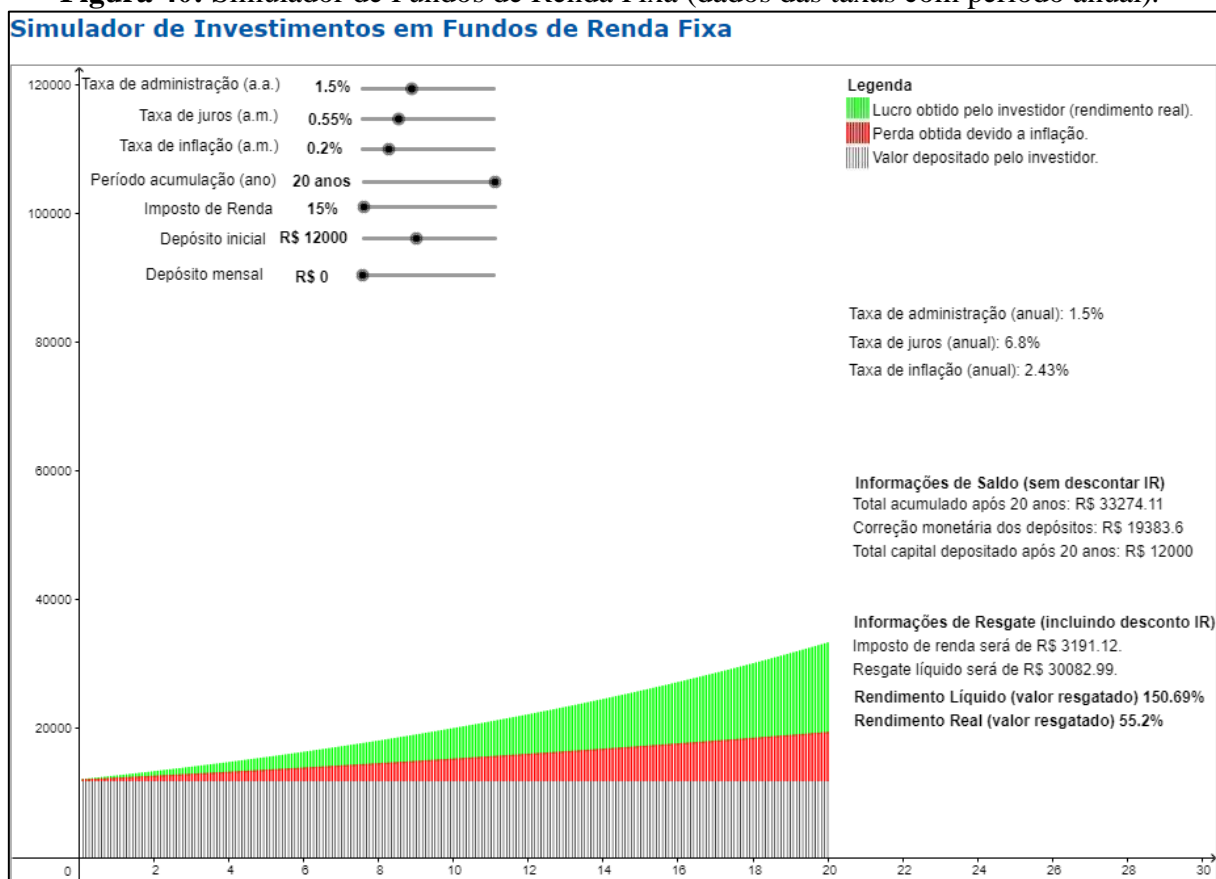
Desvantagens

Os fundos administrados por grandes bancos, "aqueles cuja a maioria das pessoas possuem conta corrente", normalmente cobram taxas de administrativa muito altas o que diminui substancialmente os ganhos do investidor. O ideal é que a taxa de administração do fundo seja de no máximo 1% ao ano. Os fundos possuem incidência de imposto de renda e "come-cotas".

Fonte: o autor.

Na sequência é apresentado o simulador que possui os mesmos parâmetros desenvolvidos para o Simulador de Fundos DI, como pode-se visualizar na Figura 40. Desta forma, optou-se por não detalhar e não incluir novas atividades propostas, uma vez que isso já foi realizado no Simulador de Fundos DI.

Figura 40: Simulador de Fundos de Renda Fixa (dados das taxas com período anual).



Fonte: o autor.

4.6 Simulador de Fundos de Ações

No início da página do simulador estão presentes a definição de “Fundos de Ações” e especificações sobre os riscos, vantagens e desvantagens deste tipo de investimento. A Figura 41 ilustra o início da referida página.

Figura 41: Interface do Simulador: Definição de Fundos de Ações.

Simulador *Financial Tool*

UNEMAT
Universidade do Estado de Mato Grosso

PROFMAT
Mestrado Profissional em Matemática

HOME SIMULADORES INFORMAÇÕES

Fundos de Ações

Definição

Os fundos de ações devem possuir, no mínimo, 67% da carteira em ações admitidas à negociação no mercado à vista de bolsa de valores ou entidade do mercado de balcão organizado (FORTUNA, 2005). Estes fundos normalmente utilizam como *benchmark* um índice de desempenho de mercado, tais como, Ibovespa, ISE (Índice de Sustentabilidade Empresarial) e o IBRX 100. O imposto de renda cobrado é de 15% sobre o rendimento (CERBASI, 2003).

Riscos

O risco deste investimento é alto, pois o valor das ações está sujeito às especulações dos investidores e às incertezas de mercado. Especulações políticas, econômicas e legislativas, dentre outras, podem impactar direta ou indiretamente sobre os preços das ações, tanto de forma positiva, quando de modo negativo. Os fundos de ações não são garantidos pelo FGC.

Vantagens

Este tipo de investimento é a forma mais simples do investidor pessoa física negociar ações, exigindo mais um conhecimento básico de "como o mercado se comporta", do que o conhecimento das empresas que compõe os fundos.

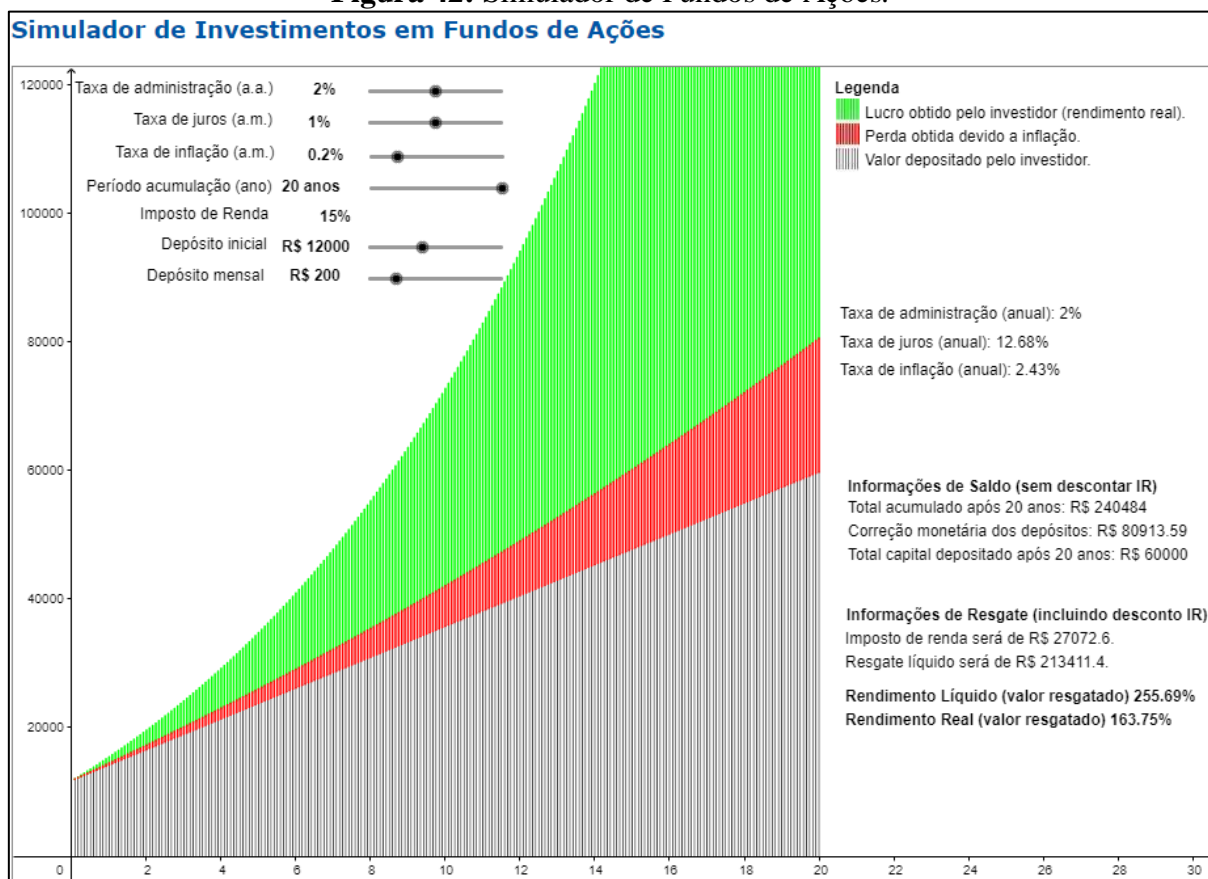
Desvantagens

As desvantagens estão associadas às taxas de administração elevadas, ao fato da aplicação ser de alto risco, à grande exposição/vulnerabilidade a riscos econômicos e políticos e à alta volatilidade nas cotações, o que exige experiência, mais cautela e conhecimento por parte dos investidores.

Fonte: o autor.

Na parte inferior da página *Web* (Figura 42) tem-se o simulador propriamente dito, que permite a realização de simulações de aplicação em fundos de ações.

Figura 42: Simulador de Fundos de Ações.



Fonte: o autor.

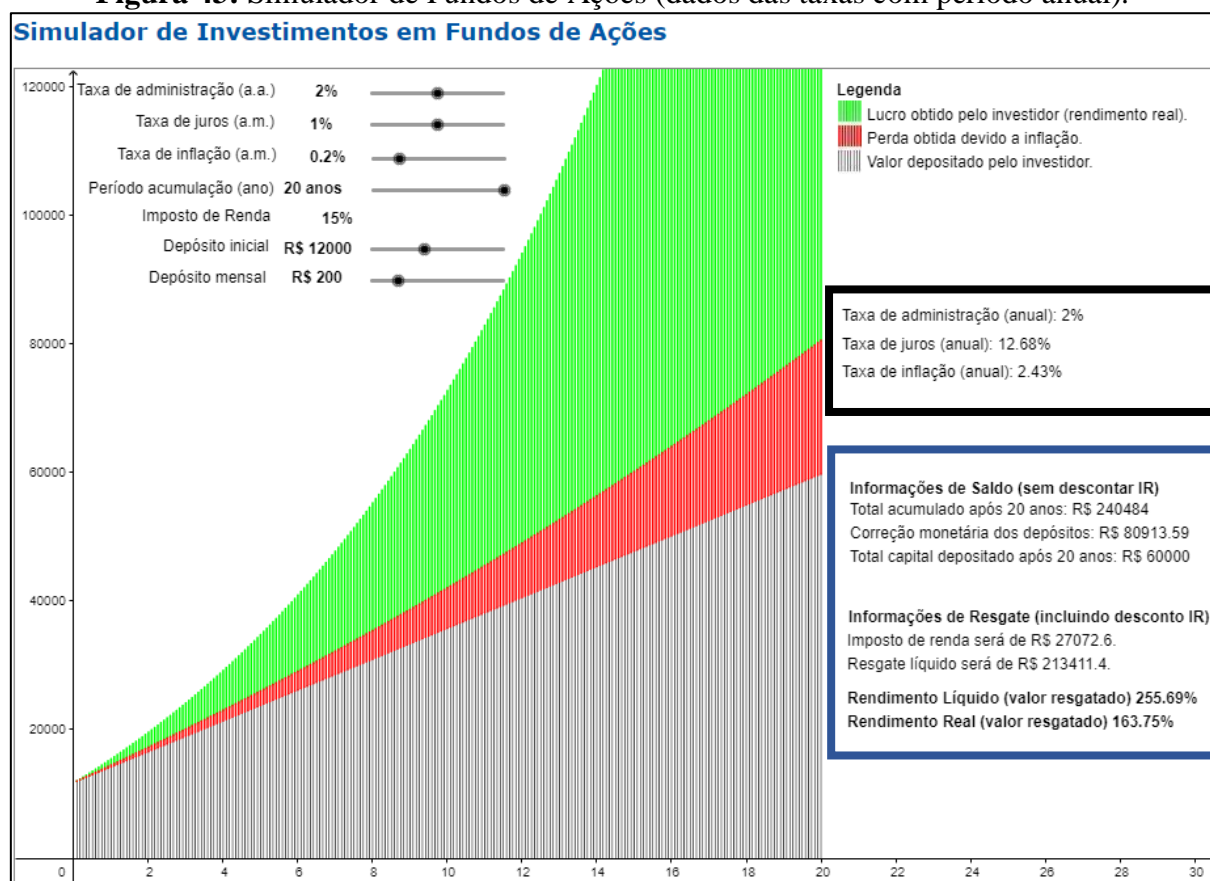
A interface ilustrada na Figura 42 apresenta um exemplo de simulação no qual os parâmetros foram configurados da seguinte forma:

- **Taxa de administração:** 2%⁴⁵ ao mês;
- **Taxa de juros:** 1% ao mês;
- **Taxa de inflação:** 0,20% ao mês;
- **Período de acumulação:** 20 anos;
- **Imposto de renda:** de acordo com a legislação vigente, a tributação do imposto de renda em fundos de ações é de 15%, independente o prazo de aplicação;
- **Valor do depósito inicial:** R\$12.000,00;
- **Valor do depósito mensal:** R\$200,00.

⁴⁵ Aplicações em ações envolvem riscos altos e são adequados para investidores não conservadores. As taxas de administração normalmente são mais elevadas, pois este tipo de aplicação exige um maior esforço por parte dos gestores na sua administração. Por outro lado, também são esperadas rentabilidades maiores, uma vez que os riscos são superiores às aplicações mais conservadoras, como poupança e CDB.

No canto superior direito da imagem apresentada na Figura 43 tem-se a legenda, onde é possível verificar o significado das cores apresentadas no gráfico. Na área destacada por um retângulo de bordas pretas (Figura 43), é possível visualizar o valor da taxa anual de administração (2%), a taxa anual de juros do Fundo de Ações (12,68%) e a taxa de inflação (2,43%), considerando o período anual. É importante ressaltar que, a aplicação em Fundos de Ações possui taxa de administração e o imposto de renda (IR), expresso por um percentual fixo de 15%, incide sobre o lucro obtido.

Figura 43: Simulador de Fundos de Ações (dados das taxas com período anual).



Fonte: o autor.

Na área interna ao retângulo de bordas azuis na Figura 43, encontram-se alguns valores, os quais são explicados logo abaixo⁴⁶:

- **Informações de saldo (sem descontar IR):** estas informações referem-se aos valores acumulados na aplicação incluindo os rendimentos da aplicação, mas sem desconto decorrente da incidência do imposto de renda sobre tais valores.

⁴⁶ Este simulador tem o funcionamento similar ao Simulador de Fundos DI, a diferença está no fato que a taxa de imposto de renda, independente o prazo de aplicação, será de 15% sobre o lucro obtido.

- **Total acumulado após 20 anos (R\$240.484,00 na interface da Figura 43):** este valor corresponde ao valor acumulado durante o período previsto na simulação (20 anos). É o resultado do somatório dos depósitos efetuados, acrescido dos respectivos juros e subtraído o valor da taxa de administração.

Antes de apresentar o cálculo para a obtenção deste valor, é importante explicar como se determina a rentabilidade mensal dos Fundos de Ações. Observa-se que a taxa de administração é anual, mas a sua cobrança é mensal e deve ser subtraída da taxa de juros considerada⁴⁷, dando origem assim à rentabilidade mensal. Como a taxa de administração informada é anual, foi necessário convertê-la em mensal e assim subtrai-la da taxa de juros mensal. Neste exemplo, está se considerando uma taxa de juros mensal de 1% e uma taxa de administração anual de 2%. Para calcular a taxa mensal, utiliza-se a seguinte fórmula:

$$TaxaAdmin_{mensal} = (1 + TaxaAdmin_{anual})^{\frac{1}{12}} - 1 \quad (30)$$

$$TaxaAdmin_{mensal} = (1 + 2\%)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,001651581301920174 \cong 0,16515813\%$$

$$Rentabilidade_{mensal} = TaxaJuros_{mensal} - TaxaAdmin_{mensal} \quad (31)$$

$$Rentabilidade_{mensal} = 1\% - 0,16515813\%$$

$$Rentabilidade_{mensal} = 0,0083484187 \cong 0,834842\%$$

O raciocínio para o cálculo do total acumulado é o seguinte:

- Na data de contratação da aplicação, o investidor realizou o depósito de R\$12.000,00 (depósito inicial). Segue a simulação dos primeiros 3 meses.
 - Mês 0 (data da contratação da aplicação): foi realizado um depósito de R\$12.000,00.
 - Mês 1: o saldo existente na aplicação teve o rendimento de aproximadamente 0,834842%⁴⁸ (taxa de juros mensal menos taxa de administração mensal = rentabilidade mensal) e foi realizado o

⁴⁷ As aplicações em fundos de ações possuem rentabilidade diária, mas para fim didático foram considerados rendimentos mensais, uma vez que o texto aborda enfaticamente a abordagem de investimentos a longo prazo.

⁴⁸ Para que fosse possível uma visão didática do cálculo do valor, está sendo utilizado a rentabilidade mensal do Fundo de Ações com 6 casas decimais, o que pode ocasionar uma divergência nos valores calculados devido a aproximação realizada. No *Financial Tool* os cálculos não possuem esta restrição de casas decimais.

depósito de R\$200,00 (depósito mensal), totalizando R\$12.300,18.

Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{Rentabilidade}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}} \quad (32)$$

$$\text{Saldo} = 12000 * (1 + 0,834842\%) + 200 = 12.300,18104 \cong 12.300,18$$

- Mês 2: o saldo existente na aplicação teve o rendimento de 0,834842% (rentabilidade mensal) e foi realizado o depósito de R\$200,00 (depósito mensal), totalizando R\$12.602,87.

Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{Rentabilidade}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 12.300,18104 * (1 + 0,834842\%) + 200 = 12.602,868117398 \cong 12.602,87$$

- Mês 3: o saldo existente na aplicação teve o rendimento de 0,834842% (rentabilidade mensal) e foi realizado o depósito de R\$200,00 (depósito mensal), totalizando R\$12.908,08.

Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{Rentabilidade}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 12.602,868117398 * (1 + 0,834842\%) + 200 = 12.908,0821536 \cong 12.908,08$$

- Mês 240: após 20 anos, segue-se a mesma dinâmica. Logo, o saldo existente na aplicação teve o rendimento de 0,834842% (rentabilidade mensal), totalizando R\$240.484,00⁴⁹.

Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{Rentabilidade}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 238.294,61774628 * (1 + 0,834842\%) + 200 = 240.484,00130 \cong 240.484,00$$

⁴⁹ Este raciocínio também é possível visualizar no *Financial Tool* no Simulador de Investimentos em Fundos de Ações através de simulações alterando o período de acumulação.

- **Total capital depositado após 20 anos (R\$60.000,00 na interface da Figura 43):** este é o total de depósitos efetuados e corresponde ao depósito inicial (R\$12.000,00), acrescido dos depósitos mensais (R\$200,00), os quais o investidor efetuou durante o período de acumulação informado. Este total não possui qualquer tipo de atualização/correção monetária. No gráfico, a evolução deste parâmetro está identificada pela cor preta.

O raciocínio para o cálculo deste valor foi o seguinte:

- Ao todo foram realizados 240 depósitos mensais no valor de R\$200,00 totalizando R\$48.000,00, que acrescidos do depósito inicial de R\$12.000,00, atingiram o valor de R\$60.000,00.

- **Correção monetária dos depósitos (R\$80.913,59 na interface da Figura 43):** representa o acúmulo mensal do capital depositado, considerando a correção monetária do saldo do mês anterior. Ou seja, mensalmente o saldo do mês anterior é corrigido de acordo com a taxa de inflação prevista e, na sequência, é adicionado o depósito do mês atual, se informado via simulador. Desta forma, esta informação demonstra o valor mínimo que o investidor deverá ter acumulado ao resgatar a aplicação, para manter, pelo menos, o mesmo poder de compra. No gráfico, a correção monetária dos depósitos está identificada pela junção das cores preta e vermelha.

O raciocínio para o cálculo deste valor foi o seguinte:

- Na data de contratação da aplicação, o investidor realizou um depósito de R\$12.000,00 (depósito inicial) e mensalmente foram efetuados depósitos mensais de R\$200,00. Segue a simulação dos primeiros 3 meses.
 - Mês 0 (data da contratação da aplicação): foi realizado o depósito de R\$12.000,00.
 - Mês 1: o saldo existente na aplicação é corrigido em 0,20% (taxa inflação mensal) e foi realizado o depósito de R\$200,00 (depósito mensal), totalizando R\$12.224,00. Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaInflação}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}} \quad (33)$$

$$\text{Saldo} = 12000 * (1 + 0,20\%) + 200 = 12.224,00$$

- Mês 2: o saldo existente na aplicação é corrigido em 0,20% (taxa inflação mensal) e foi realizado o depósito de R\$200,00 (depósito mensal), totalizando R\$12.448,45. Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaInflação}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 12.224,00 * (1 + 0,20\%) + 200 = 12.448,448 \cong 12.448,45$$

- Mês 3: o saldo existente na aplicação é corrigido em 0,20% (taxa inflação mensal) e foi realizado o depósito de R\$200,00 (depósito mensal), totalizando R\$12.673,34. Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaInflação}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 12.448,448 * (1 + 0,20\%) + 200 = 12.673,344896 \cong 12.673,34$$

- Mês 240: após 20 anos, segue-se a mesma dinâmica. Logo, o saldo existente na aplicação é corrigido em 0,20% (taxa inflação mensal), totalizando R\$80.913,59⁵⁰. Matematicamente tem-se:

$$\text{Saldo} = \text{Saldo}_{\text{anterior}} * (1 + \text{TaxaInflação}_{\text{mensal}}) + \text{Depósito}_{\text{mensal}}$$

$$\text{Saldo} = 80.552,48437615 * (1 + 0,20\%) + 200 = 80.913,58934490 \cong 80.913,59$$

- **Informações de resgate (incluindo desconto IR):** estas são as informações mais relevantes para os investidores, visto que, os valores apresentados nestes campos serão aqueles que de fato serão embolsados por eles, quando do resgate ao término do período. Nesta modalidade de aplicação há a incidência de imposto de renda. Assim, no momento do resgate, o lucro será menor devido ao abatimento do imposto, conforme mostrado nas equações (34), (35) e (36). Quando considerado o IR, os valores apresentados são os seguintes:
 - **Imposto de renda (R\$27.072,60 na interface da Figura 43):** este é o valor do imposto de renda calculado sobre o lucro da aplicação. O lucro obtido pela aplicação é a diferença entre o total acumulado e o total do capital depositado durante o

⁵⁰ Este raciocínio é possível também visualizar no *Financial Tool* no Simulador de Investimentos em Fundos de Ações através de simulações alterando o período de acumulação.

período de aplicação. No exemplo, o período foi de 20 anos. Matematicamente tem-se:

$$\text{Lucro} = \text{TotalAcumuladoApós20Anos} - \text{TotalCapitalDepositadoApós20Anos} \quad (34)$$

$$\text{Lucro} = 240.484,00 - 60.000,00 = 180.484,00$$

A taxa do imposto de renda informado na Figura 43 foi de 15%. Logo, o IR a pagar é de R\$27.072,60, conforme cálculo abaixo:

$$\text{ImpostoDeRenda} = \text{Lucro} * \text{TaxaImpostoDeRenda} \quad (35)$$

$$\text{ImpostoDeRenda} = 180.484,00 * 15\% = 27.072,60$$

Assim, o lucro líquido obtido pelo investidor será o lucro menos o valor do imposto de renda, totalizando R\$18.082,99, como pode-se observar no cálculo abaixo:

$$\text{LucroLíquido} = \text{Lucro} - \text{ImpostoDeRenda} \quad (36)$$

$$\text{LucroLíquido} = 180.484,00 - 27.072,60 = 153.411,40$$

- **Resgate líquido (R\$213.411,40 na interface da Figura 43):** este valor refere-se ao total acumulado após 20 anos (depósitos acrescidos de juros) após a incidência do imposto de renda. Segue o cálculo realizado:

$$\text{ResgateLiquido} = \text{TotalAcumuladoApós20Anos} - \text{ImpostoDeRenda} \quad (37)$$

$$\text{ResgateLiquido} = 240.484,00 - 27.072,60 = 213.411,40$$

- **Rendimento líquido⁵¹ (valor resgatado) (255,69%):** este percentual é calculado com base no valor líquido a ser resgatado pelo investidor (R\$213.411,40) após o período de aplicação (20 anos) dividido pelo valor total depositado durante este mesmo período (R\$60.000,00). Matematicamente tem-se:

$$\text{RendimentoLíquido} = \frac{\text{ResgateLiquido}}{\text{TotalCapitalDepositadoApós20Anos}} - 1 \quad (38)$$

⁵¹ Rendimento líquido refere-se ao cálculo do rendimento já debitado os valores referentes aos impostos.

$$\text{RendimentoLíquido} = \frac{213.411,40}{60.000,00} - 1 = 2,5568566667 \cong 255,69\%$$

- **Rendimento real (valor resgatado) (163,75%):** este percentual corresponde à evolução do poder de compra do investidor. Ou seja, ele é expresso como a razão entre o valor líquido a ser resgatado pelo investidor após o período de acumulação (R\$213.411,40) e a correção monetária dos depósitos durante este mesmo período (R\$80.913,59). Matematicamente tem-se:

$$\text{RendimentoReal} = \frac{\text{ResgateLíquido}}{\text{CorreçãoMonetáriaDosDepósitos}} - 1 \quad (39)$$

$$\text{RendimentoReal} = \frac{213.411,40}{80.913,59} - 1 = 1,63752232 \cong 163,75\%$$

Para apoiar o entendimento das funcionalidades do simulador, foram desenvolvidas quatro atividades que contemplam simulações de aplicações em Fundos de Ações com diferentes configurações, a fim de que se possa analisar os resultados obtidos. Tais atividades, além de ilustrarem a forma de uso do simulador, propiciam o entendimento das nuances das aplicações em Fundos de Ações.

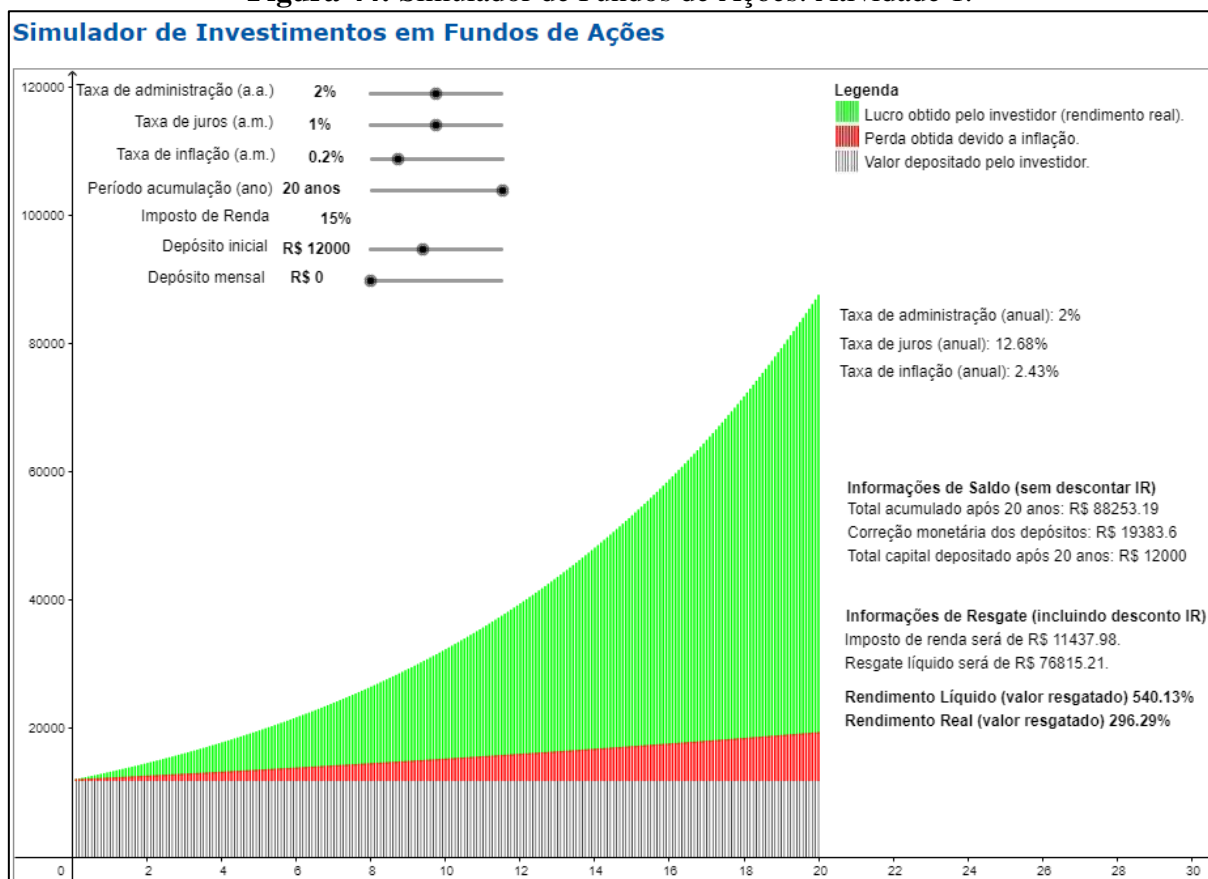
4.6.1 Simulador de Fundos de Ações – Atividade 1

O investidor Sr. Antônio deseja simular uma aplicação em fundos de ações a fim de saber qual será o poder de compra do total investido após o período de acumulação da aplicação, o total acumulado e o total de capital depositado por ele, considerando as seguintes variáveis:

- **Taxa de administração:** 2% ao ano.
- **Taxa de juros:** 1% ao mês, que totaliza 12,68% ao ano.
- **Taxa de inflação:** 0,20% ao mês, que totaliza 2,43% ao ano.
- **Período de acumulação:** 20 anos, que é equivalente a 240 meses.
- **Imposto de renda:** 15%.
- **Depósito inicial:** R\$12.000,00.
- **Depósito mensal:** R\$0,00.

Para realizar a simulação foi utilizado o simulador desenvolvido e presente no *Financial Tool*, o qual facilita sobremaneira a análise destas projeções. Na Figura 44 é possível visualizar a imagem do simulador com as configurações propostas por Antônio.

Figura 44: Simulador de Fundos de Ações: Atividade 1.



Fonte: o autor.

Como é possível observar na simulação ilustrada na Figura 44, nos campos referentes às “Informações de saldo (sem descontar IR)”, o total acumulado (depósito inicial acrescido de juros descontada a taxa de administração) após o período de 20 anos será de R\$88.253,19 e o total de capital depositado será de R\$12.000,00.

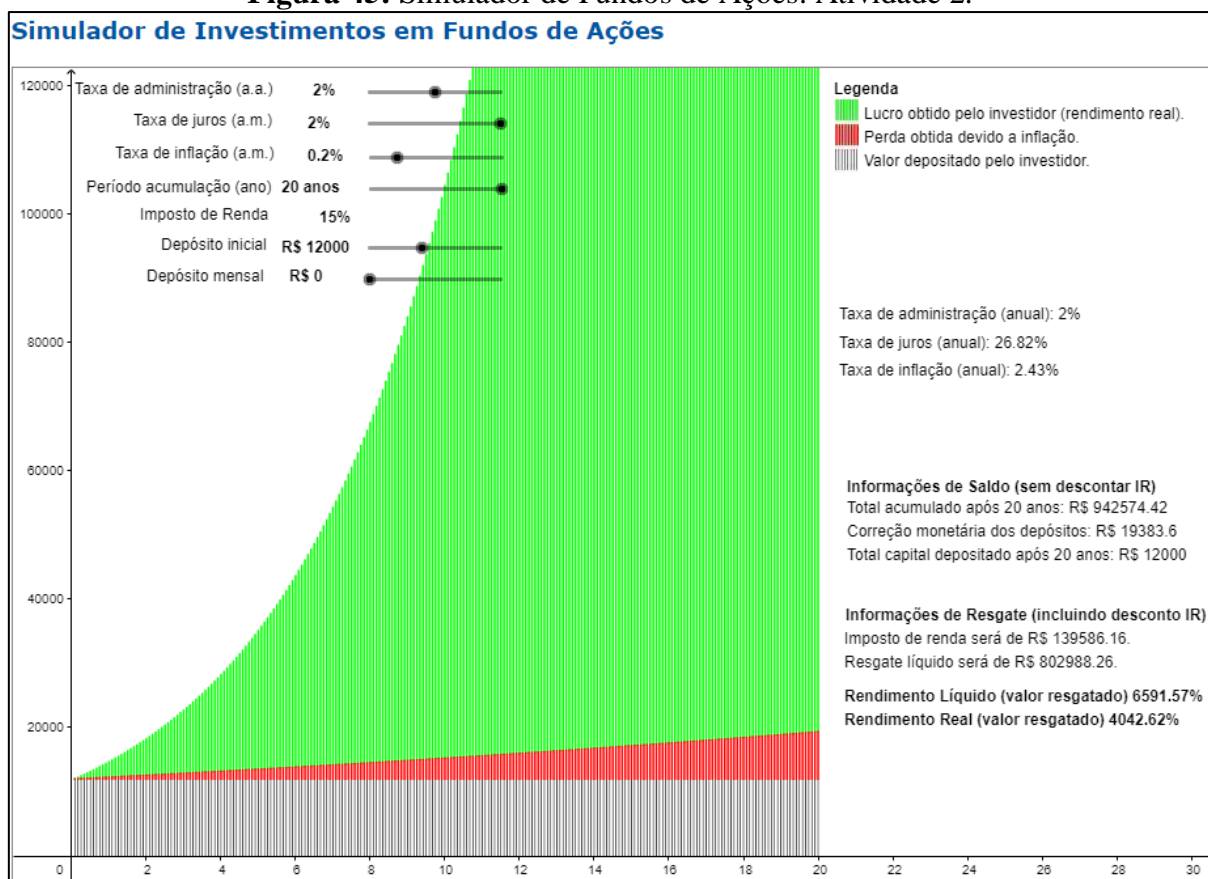
Na interface ilustrada na Figura 44, ainda é possível verificar as informações relativas ao resgate, que incluem o desconto de IR. Assim, o imposto de renda será de R\$11.437,98 e o valor líquido de resgate será de R\$76.815,21. Com base nestes valores, especifica-se que, percentualmente, o rendimento líquido será de 540,13% e o rendimento real de 296,29%, ou seja, haverá um aumento do poder de compra de 296,29%, o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$57.431,61 (R\$76.815,21 – R\$19.383,60) em valores absolutos.

Cabe ressaltar que, os fundos de ações em muito se assemelham aos Fundos DI e ao CDB. No entanto, a alta volatilidade da cotação das ações decorrentes das especulações dos investidores e das incertezas do mercado caracterizam esta aplicação como sendo de alto risco. Assim, mesmo que se tenha fixado a taxa de juros na simulação, esta pode ser indesejavelmente instável.

4.6.2 Simulador de Fundos de Ações – Atividade 2

O investidor Antônio desejou refazer a simulação expressa na Atividade 1, alterando a taxa de juros, agora projetada para 2% ao mês. Ele verificou que devido ao risco da aplicação, somente seria interessante o investimento, caso a rentabilidade fosse mais expressiva. Assim, o simulador foi ajustado com as novas informações (ver ilustração da Figura 45).

Figura 45: Simulador de Fundos de Ações: Atividade 2.



Fonte: o autor.

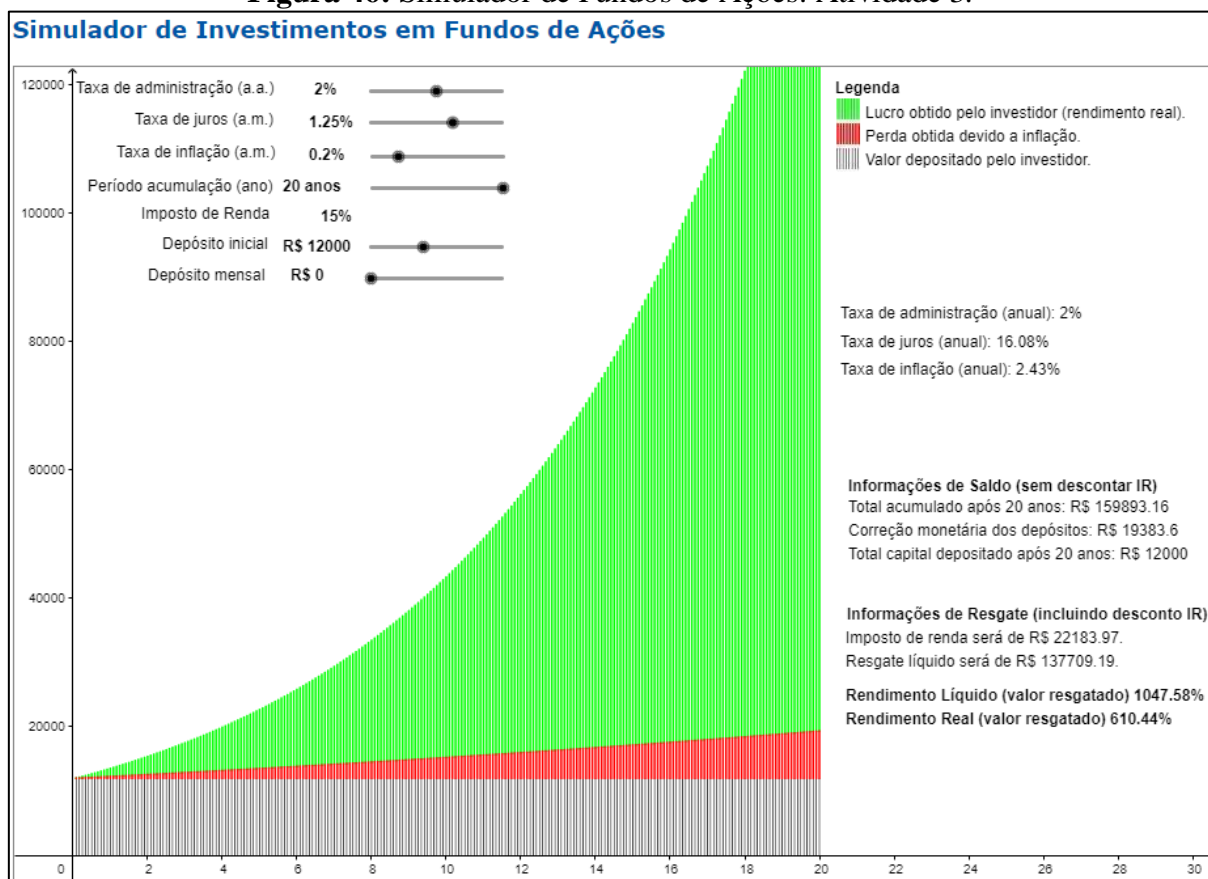
Na interface ilustrada na Figura 45, pode-se observar que nas “Informações de saldo (sem descontar IR)”, o total acumulado após o período de 20 anos será de R\$942.574,42 e o total de capital depositado será de R\$12.000,00.

Com base nos valores acima citados, chegou-se às “Informações de Resgate (incluindo desconto IR)” que especificam que o valor tributado (IR) será de R\$139.586,16 e o valor líquido de resgate será de R\$802.988,26. Percentualmente, especifica-se que o rendimento líquido será de 6591,57% e o rendimento real de 4042,62%, o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$783.604,66 (R\$802.988,26 – R\$19.383,60) em valores absolutos.

Como pôde-se perceber, somente o fato de aumentar de 1% para 2% a taxa de juros mensal, obteve-se rendimentos muito maiores. Mais uma vez, este fato indica a relevância de um planejamento a longo prazo e a escolha correta do tipo de investimento. Aplicações que tem perspectiva de ótimos resultados, normalmente possuem riscos bem elevados. Desta forma, se por um lado a rentabilidade da aplicação pode ser alta, satisfazendo a expectativa do investidor, por outro, a rentabilidade também pode ser negativa, reduzindo inclusive o capital aplicado.

4.6.3 Simulador de Fundos de Ações – Atividade 3

O investidor Antônio, após realizar novas pesquisas no mercado financeiro, refez a simulação, reduzindo o valor da taxa de juros para 1,25%, uma vez que, a partir de suas pesquisas, inferiu que a taxa de 2% seria muito alta. Assim, foi realizada a alteração no simulador, obtendo-se os resultados visualizados na Figura 46.

Figura 46: Simulador de Fundos de Ações: Atividade 3.

Fonte: o autor.

Na simulação ilustrada na Figura 46, pode-se observar que, nas “Informações de saldo (sem descontar IR)”, o total acumulado após o período de 20 anos será de R\$159.893,16 e o total de capital depositado será de R\$12.000,00.

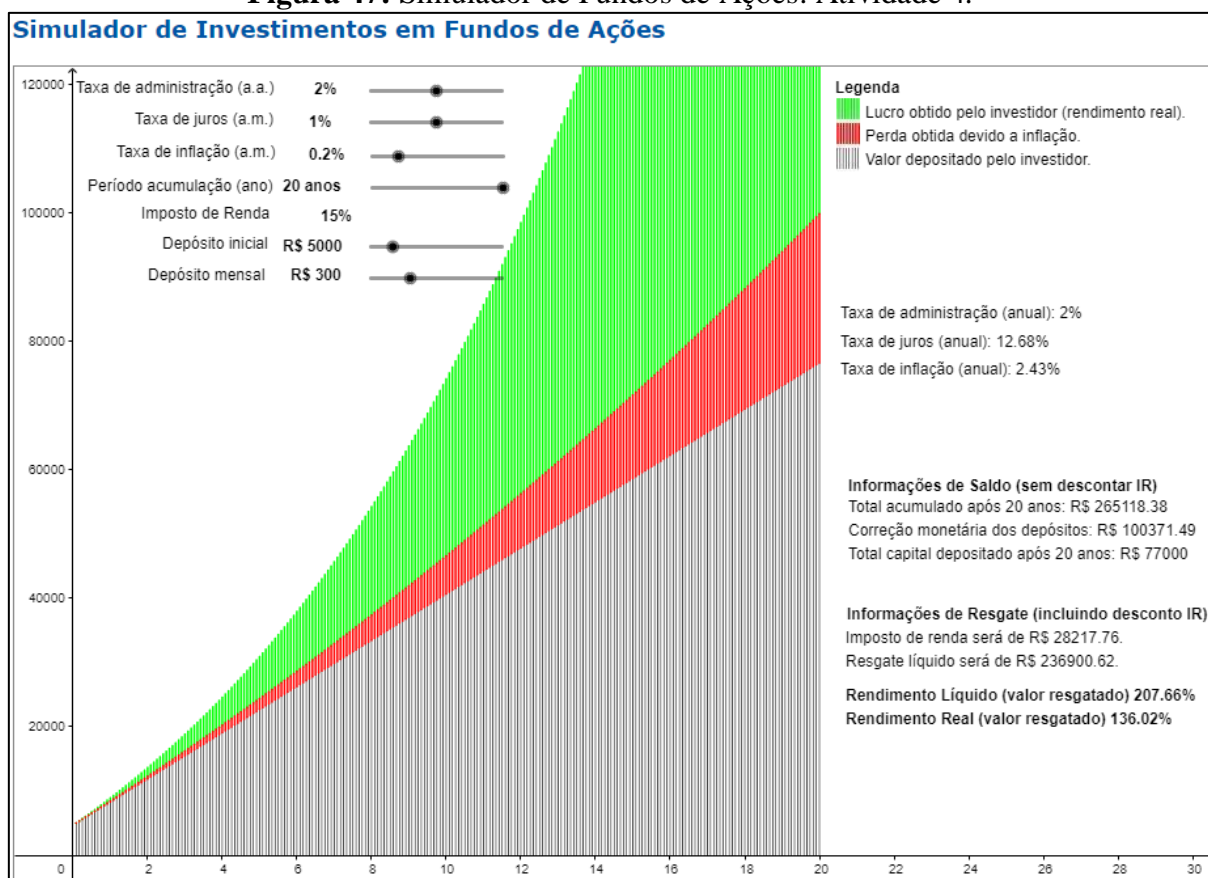
Com base nos valores acima citados, chegou-se às “Informações de Resgate (incluindo desconto IR)”, que especificam que o valor tributado (IR) será de R\$22.183,97 e o valor líquido de resgate será de R\$137.709,19. Percentualmente, especifica-se que o rendimento líquido será de 1047,58% e o rendimento real de 610,44%, o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$118.325,59 (R\$137.709,19 – R\$19.383,60) em valores absolutos.

Ao se comparar o poder de compra das Atividades 2 e 3, verifica-se uma grande discrepância, sendo que o poder de compra obtido na Atividade 3 é a menor. Assim, chama-se a atenção para o fato de que apenas uma redução de 0,75% na taxa de juros mensal, ao longo de 20 anos, causou um decréscimo considerável no poder de compra. Em contrapartida, depreende-se que, buscar taxas de retorno, mesmo que ligeiramente superiores, pode conduzir o investidor a lucros mais expressivos.

4.6.4 Simulador de Fundos de Ações – Atividade 4

Antônio, não satisfeito, efetuou mais uma alteração nos parâmetros considerados nas simulações. Agora, ele determinou que a taxa de juros fosse fixada em 1% ao mês, o depósito mensal fosse de R\$300,00 e o depósito inicial fosse de R\$5.000,00. Com base nestas informações, o simulador foi alterado, conforme pode-se observar na Figura 47.

Figura 47: Simulador de Fundos de Ações: Atividade 4.



Fonte: o autor.

Na simulação ilustrada na Figura 47, pode-se observar que, nas “Informações de saldo (sem descontar IR)”, o total acumulado após o período de 20 anos será de R\$265.118,38 e o total de capital depositado será de R\$77.000,00.

Com base nos valores acima citados, chegou-se às “Informações de Resgate (incluindo desconto IR)” que especificam que o valor tributado (IR) será de R\$28.217,76 e o valor líquido de resgate será de R\$236.900,62. Percentualmente, especifica-se que o rendimento líquido será de 207,66% e o rendimento real de 136,02%, o que equivale a um aumento real no poder de compra de R\$136.529,13 (R\$236.900,62 – R\$100.371,49) em valores absolutos.

Mediante aos resultados gerados nas quatro Atividades, podem-se ser efetuadas as seguintes comparações, tomando os valores obtidos na Atividade 1 como sendo de referência:

➔ Atividade 1 X Atividade 2 X Atividade 3

Ao se comparar as Atividades 1, 2 e 3, têm-se que nelas as taxas de juros foram 1%, 2% e 1,25% ao ano, respectivamente. Os demais parâmetros considerados foram idênticos. Ao se comparar o resultado das simulações das Atividades 1 e 2, observa-se que o aumento do poder de compra em valores absolutos da Atividade 2 (R\$783.604,66) foi 1264,41% maior que o da Atividade 1 (R\$57.431,61). Ao comparar as atividades 1 e 3, têm-se que o aumento do poder de compra em valores absolutos da Atividade 3 (R\$118.325,59) foi 106,03% superior que o da Atividade 1.

A partir destes fatos numéricos, pode-se verificar a importância de avaliar todos os parâmetros envolvidos ao escolher o investimento, principalmente, os que interferem diretamente no rendimento, como taxa de administração e taxa de juros.

➔ Atividade 1 X Atividade 4

Ao se comparar as Atividades 1 e 4, têm-se que, na Atividade 1, o depósito inicial proposto foi de R\$12.000,00 e não ocorreram depósitos mensais. Por outro lado, na Atividade 4, o valor inicial foi alterado para R\$5.000,00, o que estabeleceu uma redução de valor de 58,33% em relação àquele previsto na Atividade 1. Já, o valor mensal, previsto na Atividade 4, foi de R\$300,00. Assim, na Atividade 1, o aumento do poder de compra em valores absolutos, alcançado após 20 anos, foi de R\$57.431,61 e na Atividade 4 foi de R\$136.529,13, o que representa um aumento de 137,72% em relação ao obtido na Atividade 1.

Os resultados acima mais uma vez reforçam a importância de se efetuar depósitos mensais durante aplicações a longo prazo. O retorno será relativamente maior e o investidor gerará maior riqueza e, conseqüentemente, conseguirá atingir mais rapidamente os seus objetivos.

De acordo com Halfeld (2008), poupar é necessário, mas é preciso saber investir. Infere-se que é importante sempre buscar taxas de retorno, levando em conta os riscos assumidos. Como as aplicações em fundos de ações são de alto risco, o investidor sempre deverá buscar opções que tragam boas rentabilidades com risco menores. Ou seja, caso a expectativa de rentabilidade dos fundos de ações seja próxima a das aplicações que possuem baixo risco (poupança, fundos de renda fixa, CDB e fundos DI) é recomendável optar por estas últimas.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Nas seções seguintes são apresentadas as conclusões referentes ao trabalho executado e as recomendações de futuras pesquisas que podem ser realizadas a partir do estágio alcançado.

5.1 Conclusões

Com a finalização do trabalho de pesquisa, pôde-se concluir que a ferramenta desenvolvida, denominada *Financial Tool*, estabeleceu um grande diferencial em relação às demais ferramentas já existentes. Por suas características, supõe-se que ela estabelecerá, aos alunos, professores e interessados, uma forma bem simples e eficaz de se simular várias alternativas de investimentos. Tal afirmativa se justifica pela grande maleabilidade da ferramenta, que permite a determinação de valores das variáveis, conforme os usuários julgarem necessário. Aliada à possibilidade de determinação de parâmetros por parte dos usuários, tem-se a grande variedade de resultados externados pela ferramenta. Estes resultados, não somente contribuem para a compreensão da aplicação em si, como também, auxiliam o usuário na escolha da aplicação mais indicada, considerando as suas expectativas de retorno financeiro. Do exposto até o momento, entende-se que a ferramenta poderá estimular os alunos e interessados à pensarem em sua educação financeira e a se planejarem melhor para a conquista de objetivos ou, até mesmo, de sua independência financeira.

Durante esta dissertação foram discutidos principalmente os investimentos tidos pelo mercado como conservadores, com exceção dos fundos de ações, que são investimentos de alto risco. E mais, além da explanação sobre as definições e nuances das aplicações, buscou-se, ao longo do documento, mostrar empiricamente quais parâmetros influenciavam diretamente sobre o rendimento do investidor. Foi mostrado, por meio das atividades que, os principais parâmetros responsáveis pelo aumento do ganho são o grande volume de depósitos e a busca por melhores taxas de retorno. Em contrapartida, verificou-se que taxas de administração, prazos de investimento relativamente curtos, taxas de retorno irrisórias e impostos, podem reduzir sobremaneira o ganho do investidor.

Assim, infere-se que, por meio desta estratégia, se possa mostrar para os alunos e interessados que existem opções além da poupança e que, em muitos casos, essas opções possuem riscos similares ao da poupança, podendo gerar um ganho igual ou superior ao obtido por ela. Em adição a isso, em alguns casos, o risco pode ser minimizado por conta do FGC, que garante investimentos de até R\$250.000,00, em caso de falência da instituição financeira

contratada.

Por fim, entende-se que este trabalho poderá contribuir positivamente, tanto para com os professores que optarem pelo uso do *Financial Tool*, durante a abordagem do tema Matemática Financeira em suas aulas, quanto com a aprendizagem dos alunos e interessados, quando do estudo dos temas relacionados às finanças e às aplicações financeiras. De qualquer forma e independentemente de quem utilize a ferramenta computacional *Financial Tool*, espera-se que o usuário/estudante/professor entenda que, diante dos percalços da vida, em algum momento, “ou o indivíduo, ou o seu dinheiro, terão que trabalhar”.

5.2 Recomendação

Como principal recomendação para trabalhos futuros tem-se que: poder-se-ia criar simuladores para os tipos de investimentos que não foram contemplados neste trabalho. Como sugestão, poderiam ser abordados e implementados simuladores de investimentos em títulos públicos federais, através do Tesouro Direto, Letra de Crédito Imobiliário e Letra de Crédito do Agronegócio. Cabe salientar que, estes investimentos são tidos pelo mercado como conservadores e de baixo risco. Infelizmente, outra característica destes investimentos é que normalmente a população geralmente não tem conhecimento sobre eles.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática Financeira e suas Aplicações**. 12ed. São Paulo: Atlas, 2016. 287p.

AMORIM, Cristiano Marcell Isquierdo de. **Matemática Financeira – Abordagem voltada para a cidadania**. 53p. Dissertação (Mestrado em Matemática). Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2014.

BERTAGNOLLI, Silvia de Castro; MILETTO, Evandro Manara. **Desenvolvimento de Software II: Introdução ao Desenvolvimento Web com HTML, CSS, JavaScript e PHP**. Porto Alegre: Bookman, 2014. 266p.

BORGES, Diego Lazzari; ULLER, Leonardo Pires. **Você sabe o que é CDI? Entenda a relação dele com seus investimentos**. Disponível em: <<http://www.infomoney.com.br/onde-investir/renda-fixa/noticia/4244282/voce-sabe-que-cdi-entenda-relacao-dele-com-seus-investimentos>>. Acesso em: 23 jul. 2017.

CERBASI, Gustavo. **Dinheiro: os segredos de quem tem – como conquistar e manter sua independência financeira**. 13ed. São Paulo: Editora Gente, 2003. 161p.

CERBASI, Gustavo. **Casais inteligentes enriquecem juntos**. Rio de Janeiro: Sextante, 2014. 176p.

CVM (Comissão de Valores Mobiliários). **Instrução CVM nº 555, de 17 de dezembro de 2014**. Disponível em: <<http://www.cvm.gov.br/export/sites/cvm/legislacao/instrucoes/anexos/500/inst555.pdf>>. Acesso em 07 jan. 2018.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. 5ed. São Paulo: Ática, 2011.

FORTUNA, Eduardo. **Mercado Financeiro: produtos e serviços**. 16ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2005. 812p.

FREEMAN, Eric; ROBSON, Elisabeth. **Use a cabeça: HTML e CSS**. 2ed. Rio de Janeiro: Alta Books, 2015. 760p.

GONÇALVES, Antônio Carlos Pôrto; GONÇALVES, Robson Ribeiro; SANTACRUZ, Ruy; MATESCO, Virene Roxo. **Economia aplicada**. 9ed. Rio de Janeiro: FGV, 2010. 152p.

HALFELD, Mauro. **Investimentos: como administrar melhor seu dinheiro**. 3ed. São Paulo: Fundamento Educacional, 2008. 163p.

HAZZAN, Samuel; POMPEO, José Nicolau. **Matemática Financeira**. 6ed. São Paulo: Saraiva, 2007. 314p.

HOHENWARTER, Markus; PREINER, Judith. Dynamic Mathematics with GeoGebra. The **Journal of Online Mathematics and Its Applications**, v. 7, 2007. Article ID 1448. Acessado pelo site https://www.maa.org/external_archive/joma/Volume7/Hohenwarter/index.html

Manual GeoGebra. Disponível em: <<https://wiki.geogebra.org/pt/Manual>>. Acesso em: 23 jul. 2017.

MARTINS, Héwerton Alves. **Matemática Financeira com abordagem em educação financeira para o Ensino Médio**. 69p. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal de Roraima, Boa Vista, 2016.

MENDONÇA, Luís Geraldo; BOGGISS, George Joseph; GASPAR, Luiz Alfredo Rodrigues; HERINGER, Marcos Guilherme. **Matemática Financeira**. 10ed. Rio de Janeiro: FGV, 2010. 140p.

MORGADO, Augusto César; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto. **Matemática Discreta**. 2ed. Rio de Janeiro: SBM, 2015. 282p.

O'BRIEN, James; MARAKAS, George M. **Administração de Sistemas de Informação**. 15ed. Porto Alegre: AMGH, 2013. 590p.

OLIVEIRA, Aimoré Aragão de. **Matemática Financeira: Análise de Livros Didáticos**. 76p. Dissertação (Mestrado em Matemática). Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2014.

SILVA, Maurício Samy. **Criando sites com HTML: sites de alta qualidade com HTML e CSS**. 1ed. São Paulo: Novatec, 2008. 431p. (4. reimpressão 2014)

TEIXEIRA, Adriano Rodrigues. **Matemática Financeira: Conceitos e Aplicações**. 102p. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2015.

VIEIRA JÚNIOR, João Elias. **Matemática e Educação Previdenciária**. 113p. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2017.

APÊNDICE A – Planilhas Eletrônicas Relativas aos Simuladores do *Financial Tool*

Para garantir que as informações geradas pelo *Financial Tool* estivessem corretas, foram elaboradas planilhas eletrônicas, conforme o mencionado na Seção 3.3, com funcionalidades idênticas às implementadas nos simuladores, e que serviram como base para homologar/validar por comparação todo o desenvolvimento matemático do simulador.

Nas próximas páginas são apresentadas figuras que ilustram as planilhas relativas a cada um dos simuladores que constam no *Financial Tool*. É importante ressaltar que, nas planilhas é possível visualizar os resultados da evolução do dinheiro ao longo de até 240 meses (20 anos). Porém, para que fosse possível ajustá-las a uma única página, constam apenas, nas ilustrações que seguem, os resultados dos primeiros 18 meses. As planilhas completas podem ser baixadas no link do *Financial Tool*, no menu “Informações”.

Figura 48: Simulador de Investimentos em Caderneta de Poupança.

SIMULADOR DE INVESTIMENTOS EM CADERNETA DE POUPANÇA													
Informações Consolidadas				20 anos	10 anos	5 anos				20 anos	10 anos	5 anos	
Total capital depositado				R\$ 36.000,00	R\$ 24.000,00	R\$ 18.000,00	Rendimento Líquido			117,52%	51,80%	25,45%	
Correção Monetária dos Depósitos				R\$ 50.148,59	R\$ 28.798,56	R\$ 19.896,43	Rendimento Real			56,15%	26,51%	13,49%	
Total acumulado				R\$ 78.307,40	R\$ 36.432,25	R\$ 22.580,53							
Depósito Inicial	Taxa de Juros (a.m.)	Taxa de Inflação (a.m.)	Depósito Mensal	Não possui IR e nem taxa de administração.				Taxa Juros (a.a)	Taxa Inflação (a.a)				
R\$ 12.000,00	0,45%	0,20%	R\$ 100,00					5,54%	2,43%				
Mês	Total Depositado	Correção Monetária dos Depósitos	Total Acumulado										
0	R\$ 12.000,00	R\$ 12.000,00	R\$ 12.000,00										
1	R\$ 12.100,00	R\$ 12.124,00	R\$ 12.154,00										
2	R\$ 12.200,00	R\$ 12.248,25	R\$ 12.308,69										
3	R\$ 12.300,00	R\$ 12.372,74	R\$ 12.464,08										
4	R\$ 12.400,00	R\$ 12.497,49	R\$ 12.620,17										
5	R\$ 12.500,00	R\$ 12.622,48	R\$ 12.776,96										
6	R\$ 12.600,00	R\$ 12.747,73	R\$ 12.934,46										
7	R\$ 12.700,00	R\$ 12.873,23	R\$ 13.092,66										
8	R\$ 12.800,00	R\$ 12.998,97	R\$ 13.251,58										
9	R\$ 12.900,00	R\$ 13.124,97	R\$ 13.411,21										
10	R\$ 13.000,00	R\$ 13.251,22	R\$ 13.571,56										
11	R\$ 13.100,00	R\$ 13.377,72	R\$ 13.732,63										
12	R\$ 13.200,00	R\$ 13.504,48	R\$ 13.894,43										
13	R\$ 13.300,00	R\$ 13.631,49	R\$ 14.056,96										
14	R\$ 13.400,00	R\$ 13.758,75	R\$ 14.220,21										
15	R\$ 13.500,00	R\$ 13.886,27	R\$ 14.384,20										
16	R\$ 13.600,00	R\$ 14.014,04	R\$ 14.548,93										
17	R\$ 13.700,00	R\$ 14.142,07	R\$ 14.714,40										
18	R\$ 13.800,00	R\$ 14.270,35	R\$ 14.880,62										
				Cálculo Total Depositado									
				$Saldo = Saldo_{anterior} + Depósito_{mensal}$									
				Cálculo Correção Monetária dos Depósitos									
				$Saldo = Saldo_{anterior} * (1 + TaxaInflação_{mensal}) + Depósito_{mensal}$									
				Cálculo Total Acumulado									
				$Saldo = Saldo_{anterior} * (1 + TaxaJuros_{mensal}) + Depósito_{mensal}$									

Fonte: o autor.

Figura 49: Simulador de Investimentos em CDB.

SIMULADOR DE INVESTIMENTOS EM CDB										
Informações Consolidadas				20 anos	10 anos	5 anos				
Total capital depositado				R\$ 12.000,00	R\$ 12.000,00	R\$ 12.000,00	Imposto de Renda	R\$ 5.687,68	R\$ 1.871,22	R\$ 770,64
Correção Monetária dos Depósitos				R\$ 19.383,60	R\$ 15.251,33	R\$ 13.528,34	Resgate Líquido	R\$ 44.230,17	R\$ 22.603,55	R\$ 16.366,96
Total acumulado				R\$ 49.917,85	R\$ 24.474,77	R\$ 17.137,60	Rendimento Líquido	268,58%	88,36%	36,39%
							Rendimento Real	128,18%	48,21%	20,98%
Depósito Inicial	Taxa CDI (%) (a.a.)	Percentual CDI (%)	Taxa de Juros (a.m.)	Taxa de Inflação (a.m.)	Depósito Mensal	Imposto de Renda	Taxa Juros (a.a.)		Taxa Inflação (a.a.)	
R\$ 12.000,00	7,50%	98,50%	0,59571404%	0,20%	R\$ 0,00	15,00%	7,39%		2,43%	
Mês	Total Depositado	Correção Monetária dos Depósitos	Total Acumulado							
0	R\$ 12.000,00	R\$ 12.000,00	R\$ 12.000,00		Cálculo de Imposto de Renda					
1	R\$ 12.000,00	R\$ 12.024,00	R\$ 12.071,49		$Lucro = TotalAcumulado - TotalCapitalDepositado$					
2	R\$ 12.000,00	R\$ 12.048,05	R\$ 12.143,40		$ImpostoDeRenda = Lucro * TaxaImpostoDeRenda$					
3	R\$ 12.000,00	R\$ 12.072,14	R\$ 12.215,74		Cálculo Total Depositado					
4	R\$ 12.000,00	R\$ 12.096,29	R\$ 12.288,51		$Saldo = Saldo_{anterior} + Depósito_{mensal}$					
5	R\$ 12.000,00	R\$ 12.120,48	R\$ 12.361,71		Cálculo Correção Monetária dos Depósitos					
6	R\$ 12.000,00	R\$ 12.144,72	R\$ 12.435,35		$Saldo = Saldo_{anterior} * (1 + TaxaInflação_{mensal}) + Depósito_{mensal}$					
7	R\$ 12.000,00	R\$ 12.169,01	R\$ 12.509,43		Cálculo Total Acumulado					
8	R\$ 12.000,00	R\$ 12.193,35	R\$ 12.583,95		$TaxaJuros_{mensal} = (1 + PercentualCDI * TaxaCDI)^{\frac{1}{12}} - 1$					
9	R\$ 12.000,00	R\$ 12.217,74	R\$ 12.658,92		$Saldo = Saldo_{anterior} * (1 + TaxaJuros_{mensal}) + Depósito_{mensal}$					
10	R\$ 12.000,00	R\$ 12.242,17	R\$ 12.734,33							
11	R\$ 12.000,00	R\$ 12.266,66	R\$ 12.810,19							
12	R\$ 12.000,00	R\$ 12.291,19	R\$ 12.886,50							
13	R\$ 12.000,00	R\$ 12.315,77	R\$ 12.963,27							
14	R\$ 12.000,00	R\$ 12.340,40	R\$ 13.040,49							
15	R\$ 12.000,00	R\$ 12.365,08	R\$ 13.118,17							
16	R\$ 12.000,00	R\$ 12.389,81	R\$ 13.196,32							
17	R\$ 12.000,00	R\$ 12.414,59	R\$ 13.274,93							
18	R\$ 12.000,00	R\$ 12.439,42	R\$ 13.354,01							

Fonte: o autor.

Figura 50: Simulador de Investimentos em Fundos DI.

SIMULADOR DE INVESTIMENTOS EM FUNDOS DI												
Informações Consolidadas			20 anos	10 anos	5 anos				20 anos	10 anos	5 anos	
Total capital depositado	R\$ 12.000,00		R\$ 12.000,00	R\$ 12.000,00	R\$ 12.000,00				Imposto de Renda	R\$ 3.191,12	R\$ 1.197,33	R\$ 522,76
Correção Monetária dos Depósitos	R\$ 19.383,60		R\$ 15.251,33	R\$ 13.528,34				Resgate Líquido	R\$ 30.082,99	R\$ 18.784,89	R\$ 14.962,29	
Total acumulado	R\$ 33.274,11		R\$ 19.982,22	R\$ 15.485,05				Rendimento Líquido	150,69%	56,54%	24,69%	
									Rendimento Real	55,20%	23,17%	10,60%
Depósito Inicial	Taxa de Juros (a.m.)	Taxa de Inflação (a.m.)	Depósito Mensal	Taxa de Administração (a.a.)	Imposto de Renda				Taxa Juros (a.a.)	Taxa Inflação (a.a.)		
R\$ 12.000,00	0,55%	0,20%	R\$ 0,00	1,50%	15,00%				6,80%	2,43%		
Mês	Total Depositado	Correção Monetária dos Depósitos	Total Acumulado									
0	R\$ 12.000,00	R\$ 12.000,00	R\$ 12.000,00									
1	R\$ 12.000,00	R\$ 12.024,00	R\$ 12.051,10									
2	R\$ 12.000,00	R\$ 12.048,05	R\$ 12.102,42									
3	R\$ 12.000,00	R\$ 12.072,14	R\$ 12.153,96									
4	R\$ 12.000,00	R\$ 12.096,29	R\$ 12.205,72									
5	R\$ 12.000,00	R\$ 12.120,48	R\$ 12.257,70									
6	R\$ 12.000,00	R\$ 12.144,72	R\$ 12.309,90									
7	R\$ 12.000,00	R\$ 12.169,01	R\$ 12.362,32									
8	R\$ 12.000,00	R\$ 12.193,35	R\$ 12.414,96									
9	R\$ 12.000,00	R\$ 12.217,74	R\$ 12.467,83									
10	R\$ 12.000,00	R\$ 12.242,17	R\$ 12.520,93									
11	R\$ 12.000,00	R\$ 12.266,66	R\$ 12.574,25									
12	R\$ 12.000,00	R\$ 12.291,19	R\$ 12.627,79									
13	R\$ 12.000,00	R\$ 12.315,77	R\$ 12.681,57									
14	R\$ 12.000,00	R\$ 12.340,40	R\$ 12.735,57									
15	R\$ 12.000,00	R\$ 12.365,08	R\$ 12.789,81									
16	R\$ 12.000,00	R\$ 12.389,81	R\$ 12.844,27									
17	R\$ 12.000,00	R\$ 12.414,59	R\$ 12.898,97									
18	R\$ 12.000,00	R\$ 12.439,42	R\$ 12.953,90									
Cálculo de Imposto de Renda												
$Lucro = TotalAcumulado - TotalCapitalDepositado$												
$ImpostoDeRenda = Lucro * TaxaImpostoDeRenda$												
Cálculo Total Depositado												
$Saldo = Saldo_{anterior} + Depósito_{mensal}$												
Cálculo Correção Monetária dos Depósitos												
$Saldo = Saldo_{anterior} * (1 + TaxaInflação_{mensal}) + Depósito_{mensal}$												
Cálculo Total Acumulado												
$TaxaAdmin_{mensal} = (1 + TaxaAdmin_{anual})^{\frac{1}{12}} - 1$												
$Rentabilidade_{mensal} = TaxaJuros_{mensal} - TaxaAdmin_{mensal}$												
$Saldo = Saldo_{anterior} * (1 + Rentabilidade_{mensal}) + Depósito_{mensal}$												

Fonte: o autor.

Figura 51: Simulador de Investimentos em Fundos de Renda Fixa.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X									
2	SIMULADOR DE INVESTIMENTOS EM FUNDOS DE RENDA FIXA																																
4	Informações Consolidadas				20 anos				10 anos				5 anos					20 anos				10 anos				5 anos							
5	Total capital depositado				R\$ 12.000,00				R\$ 12.000,00				R\$ 12.000,00					Imposto de Renda				R\$ 3.191,12				R\$ 1.197,33				R\$ 522,76			
6	Correção Monetária dos Depósitos				R\$ 19.383,60				R\$ 15.251,33				R\$ 13.528,34					Resgate Líquido				R\$ 30.082,99				R\$ 18.784,89				R\$ 14.962,29			
7	Total acumulado				R\$ 33.274,11				R\$ 19.982,22				R\$ 15.485,05					Rendimento Líquido				150,69%				56,54%				24,69%			
8																		Rendimento Real				55,20%				23,17%				10,60%			
10	Depósito Inicial		Taxa de Juros (a.m.)		Taxa de Inflação (a.m.)		Depósito Mensal		Taxa de Administração (a.a.)		Imposto de Renda			Taxa Juros (a.a.)		Taxa Inflação (a.a.)																	
11	R\$ 12.000,00		0,55%		0,20%		R\$ 0,00		1,50%		15,00%			6,80%		2,43%																	
13																																	
14																																	
15																																	
16																																	
17																																	
18																																	
19																																	
20																																	
21																																	
22																																	
23																																	
24																																	
25																																	
26																																	
27																																	
28																																	
29																																	
30																																	
31																																	
32																																	

Fonte: o autor.

Figura 52: Simulador de Investimentos em Fundos de Ações.

SIMULADOR DE INVESTIMENTOS EM FUNDOS DE AÇÕES												
Informações Consolidadas			20 anos	10 anos	5 anos				20 anos	10 anos	5 anos	
Total capital depositado	R\$ 60.000,00		R\$ 60.000,00	R\$ 36.000,00	R\$ 24.000,00				Imposto de Renda	R\$ 27.072,60		
Correção Monetária dos Depósitos	R\$ 80.913,59		R\$ 80.913,59	R\$ 42.345,78	R\$ 26.264,51				Resgate Líquido	R\$ 213.411,40		
Total acumulado	R\$ 240.484,00		R\$ 240.484,00	R\$ 73.554,37	R\$ 35.256,26				Rendimento Líquido	255,69%		
									Rendimento Real	163,75%		
Depósito Inicial	Taxa de Juros (a.m.)	Taxa de Inflação (a.m.)	Depósito Mensal	Taxa de Administração (a.a.)	Imposto de Renda				Taxa Juros (a.a.)	Taxa Inflação (a.a.)		
R\$ 12.000,00	1,00%	0,20%	R\$ 200,00	2,00%	15,00%				12,68%	2,43%		
Mês	Total Depositado	Correção Monetária dos Depósitos	Total Acumulado									
0	R\$ 12.000,00	R\$ 12.000,00	R\$ 12.000,00									
1	R\$ 12.200,00	R\$ 12.224,00	R\$ 12.300,18									
2	R\$ 12.400,00	R\$ 12.448,45	R\$ 12.602,87									
3	R\$ 12.600,00	R\$ 12.673,34	R\$ 12.908,08									
4	R\$ 12.800,00	R\$ 12.898,69	R\$ 13.215,84									
5	R\$ 13.000,00	R\$ 13.124,49	R\$ 13.526,18									
6	R\$ 13.200,00	R\$ 13.350,74	R\$ 13.839,10									
7	R\$ 13.400,00	R\$ 13.577,44	R\$ 14.154,63									
8	R\$ 13.600,00	R\$ 13.804,59	R\$ 14.472,80									
9	R\$ 13.800,00	R\$ 14.032,20	R\$ 14.793,63									
10	R\$ 14.000,00	R\$ 14.260,27	R\$ 15.117,13									
11	R\$ 14.200,00	R\$ 14.488,79	R\$ 15.443,33									
12	R\$ 14.400,00	R\$ 14.717,77	R\$ 15.772,26									
13	R\$ 14.600,00	R\$ 14.947,20	R\$ 16.103,93									
14	R\$ 14.800,00	R\$ 15.177,10	R\$ 16.438,38									
15	R\$ 15.000,00	R\$ 15.407,45	R\$ 16.775,61									
16	R\$ 15.200,00	R\$ 15.638,27	R\$ 17.115,66									
17	R\$ 15.400,00	R\$ 15.869,54	R\$ 17.458,55									
18	R\$ 15.600,00	R\$ 16.101,28	R\$ 17.804,30									
Cálculo de Imposto de Renda												
$Lucro = TotalAcumulado - TotalCapitalDepositado$												
$ImpostoDeRenda = Lucro * TaxaImpostoDeRenda$												
Cálculo Total Depositado												
$Saldo = Saldo_{anterior} + Depósito_{mensal}$												
Cálculo Correção Monetária dos Depósitos												
$Saldo = Saldo_{anterior} * (1 + TaxaInflação_{mensal}) + Depósito_{mensal}$												
Cálculo Total Acumulado												
$TaxaAdmin_{mensal} = (1 + TaxaAdmin_{anual})^{\frac{1}{12}} - 1$												
$Rentabilidade_{mensal} = TaxaJuros_{mensal} - TaxaAdmin_{mensal}$												
$Saldo = Saldo_{anterior} * (1 + Rentabilidade_{mensal}) + Depósito_{mensal}$												

Fonte: o autor.