

JULIANA DE OLIVEIRA CHAVES

GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO FUNDAMENTAL:  
UMA REFLEXÃO SOBRE AS PROPOSTAS METODOLÓGICAS

Dissertação apresentada à  
Universidade Federal de Viçosa,  
como parte das exigências do  
Programa de Pós-Graduação do  
Mestrado Profissional em  
Matemática em Rede Nacional,  
para obtenção do título de  
*Magister Scientiae*.

VIÇOSA  
MINAS GERAIS - BRASIL  
2013

JULIANA DE OLIVEIRA CHAVES

GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO FUNDAMENTAL:  
UMA REFLEXÃO SOBRE AS PROPOSTAS METODOLÓGICAS

Dissertação apresentada à  
Universidade Federal de Viçosa,  
como parte das exigências do  
Programa de Pós-Graduação do  
Mestrado Profissional em  
Matemática em Rede Nacional,  
para obtenção do título de  
*Magister Scientiae*.

APROVADA: 20 de fevereiro de 2013.

---

Raul Antonio Ferraz

---

Lana Mara Rodrigues dos Santos

---

Marinês Guerreiro  
(Orientadora)

*“Mestre não é quem sempre ensina,  
mas quem de repente aprende...”*

Guimarães Rosa

*Dedico este trabalho ao meu marido Philippi, grande incentivador, companheiro e amigo que sempre me fez acreditar na realização deste sonho e batalhou junto a mim para realizá-lo.*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me guiado durante este curso, sendo meu refúgio e fortaleza, e me dando coragem para finalizá-lo.

Aos meus pais, Ivanete e Renato, que desde o início me incentivaram e souberam entender minhas ausências.

Aos meus irmãos, Jacqueslayne e Renato, por me incentivarem e acreditarem em mim.

À professora Marinês, mais que uma orientadora, um exemplo de sabedoria e competência. Agradeço por ter acreditado em meu potencial me oferecendo sempre palavras de incentivo e muita dedicação. A você, por quem tenho muita estima e admiração, o meu sincero agradecimento.

A todos os colegas do mestrado, Alexandre, Antônio, Bruno, Fabrício, Jossara, Ju Elvira, Júnior, Keyla, Marcelo, Márcio, Mônica, Patrick, Vandrê, Vanessa e Vicente, pelo convívio, troca de experiências e amizades construídas.

Aos colegas e amigos da Escola Municipal Coronel João Domingos por acreditarem em mim e pelo grande incentivo durante este curso.

Aos companheiros de profissão que contribuíram para a pesquisa deste trabalho.

Aos professores pela paciência e pelos conhecimentos compartilhados durante todo o curso.

À Capes pelo apoio financeiro.

Enfim, a todos que acreditaram em mim e, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho, obrigada.

## SUMÁRIO

<b>RESUMO</b> .....	<b>vii</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>viii</b>
<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
<b>1 GEOMETRIA ESPACIAL E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA</b> .....	<b>5</b>
1.1 História da Matemática: valioso recurso didático .....	5
1.2 Um pouco de história: do Antigo Egito aos dias atuais .....	7
<b>2 GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO FUNDAMENTAL</b> .....	<b>19</b>
2.1 A Reforma do Ensino de Matemática .....	19
2.2 O Ensino de Geometria Espacial nos Anos Finais do Ensino Fundamental .....	21
2.3 Geometria e Interdisciplinaridade .....	26
<b>3 RECURSOS E PROPOSTAS METODOLÓGICAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO FUNDAMENTAL</b> .....	<b>29</b>
3.1 Materiais Concretos e Recursos Tecnológicos .....	29
3.2 Algumas Propostas Metodológicas.....	32
3.2.1 Confeção e Planificação de Sólidos Geométricos .....	32
3.2.2 Geoespaço.....	33
3.2.3 Material Dourado.....	35
3.2.4 Softwares .....	35
3.2.5 Atividades interativas .....	40
3.2.6 Livros didáticos.....	42
3.2.7 Resolução de problemas.....	44
3.3 Análise das Propostas Metodológicas.....	46
<b>4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA PESQUISA DE CAMPO</b> .....	<b>48</b>
4.1 Público alvo.....	48
4.2 Desenvolvimento da pesquisa.....	49

4.3 Descrição do Questionário e Análise das Respostas .....	49
4.4 Considerações Gerais e Análise Final .....	57
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>59</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>60</b>
<b>ANEXO A.....</b>	<b>63</b>
<b>ANEXO B.....</b>	<b>64</b>
<b>ANEXO C.....</b>	<b>66</b>
<b>ANEXO D.....</b>	<b>71</b>
<b>ANEXO E.....</b>	<b>74</b>

## RESUMO

CHAVES, Juliana de Oliveira, M. Sc., Universidade Federal de Viçosa, fevereiro de 2013. **Geometria Espacial no Ensino Fundamental: uma reflexão sobre as propostas metodológicas.** Orientadora: Marinês Guerreiro.

Esta dissertação tem o objetivo de fazer uma reflexão sobre o ensino de Geometria Espacial nos anos finais do Ensino Fundamental. Para isso, apresentamos algumas motivações históricas do desenvolvimento da Geometria e sugerimos o uso da História da Matemática como metodologia de ensino em sala de aula. Fazemos um breve relato sobre a Reforma do Ensino de Matemática, abordando sua influência no ensino da Geometria, e apresentamos o que as propostas curriculares vigentes sugerem em termos do ensino de Geometria Espacial neste nível de escolaridade. Trazemos outras propostas metodológicas para o ensino deste tema, como o uso de materiais concretos, recursos tecnológicos e a utilização de objetos espaciais na resolução de problemas. Relatamos também uma pesquisa feita com alguns professores para identificar quais as estratégias que eles têm usado para ensinar Geometria Espacial no Ensino Fundamental e quais as principais dificuldades encontradas por eles na aplicação das metodologias.

## ABSTRACT

CHAVES, Juliana de Oliveira, M. Sc., Universidade Federal de Viçosa, February 2013. **Space Geometry in Elementary Education: a reflection on methodological proposals**. Advisor: Marinês Guerreiro.

This dissertation aims to make a reflection on the teaching of Geometry Space in the final years of elementary school. For this, we present some historical motivations of the development of Geometry and suggest the use of History of Mathematics as a teaching methodology in the classroom. We make a brief report on the Reform of the Teaching of Mathematics, addressing his influence on the teaching of Geometry, and present the suggestions included in the current curriculum proposals in terms of the teaching of Geometry Space at this level of education. We approach other methodological proposals for the teaching of this subject, such as the use of concrete materials, technological resources and the use of tridimensional objects in problem solving. We also report a survey applied to some teachers in order to identify which strategies they have used to teach Space Geometry in Elementary Education and what are the main difficulties encountered by them in applying these methodologies.

## INTRODUÇÃO

A Geometria é uma área do conhecimento utilizada de forma prática desde o tempo dos antigos egípcios, principalmente para medir terrenos e realizar construções. Em particular, a Geometria Espacial é um tema da Matemática com muitas aplicações práticas. Apesar disto, os estudantes geralmente apresentam muita dificuldade para compreendê-la, partindo daí a necessidade de se trabalhar de forma criativa e prática incentivando o aprendizado sem, no entanto, abrir mão das conceituações inerentes ao assunto.

Desde o final dos anos 50 do século XX, houve vários movimentos de reforma no ensino da Matemática na tentativa de inovar o currículo e, desde então, o ensino de Geometria nunca mais foi contemplado de modo satisfatório. Como podemos ver em Nacarato e Passos (2003), Ávila (2010) e, particularmente, em Pavanello (1989), “a Geometria é praticamente excluída do currículo escolar ou passa a ser, em alguns casos restritos, desenvolvida de uma forma muito mais formal a partir da introdução da Matemática Moderna [...]”.

Em nossa prática docente, observamos que as dificuldades apresentadas pelos estudantes na resolução de problemas envolvendo Geometria Espacial se iniciam com as dificuldades de aprendizagem dos conceitos de Geometria Plana. Essas dificuldades parecem se intensificar quando se começa a trabalhar com objetos tridimensionais, a partir de representações do plano, especialmente em problemas clássicos que envolvam áreas, volumes, planificações e relações entre elementos (vértices, faces e arestas) dos sólidos estudados.

Nesta dissertação, procuramos identificar alguns dos principais fatores que dificultam o ensino dos temas de Geometria Espacial no Ensino Fundamental, particularmente nos anos finais (6º ao 9º ano), bem como

fazer uma reflexão a respeito de algumas propostas metodológicas existentes para o ensino desses temas neste nível de escolaridade. Voltamos nossa atenção principalmente para as atividades que podem ser desenvolvidas na tentativa de minimizar os problemas de aprendizagem da Geometria, procurando desenvolver no estudante uma melhor percepção espacial, de forma que ele possa resolver situações-problemas que envolvam tal assunto.

Durante o processo de pesquisa fizemos um apanhado histórico do desenvolvimento da Geometria dando ênfase a momentos históricos relacionados à Geometria Espacial. Apresentamos, neste trabalho, tópicos da História da Matemática que nos permitem usar as raízes deste conhecimento como motivação para o aprendizado, conforme sugerem D'Ambrósio (1999) e Silva (2008).

[...] As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber (D'AMBRÓSIO, 1999).

Na escola é frequente ouvir alunos questionarem a utilidade de estudar certos conteúdos. Acredita-se, porém, que a abordagem histórica pode levá-los à compreensão da necessidade e do surgimento de tais conteúdos (SILVA, 2008).

Analizamos diferentes propostas metodológicas existentes para o ensino de Geometria Espacial no Ensino Fundamental de forma a selecionar algumas delas para serem apresentadas nesta dissertação.

A necessidade de trabalhar com o auxílio de material concreto e o uso de tecnologias deve ser inserida desde os primeiros anos do Ensino Fundamental na formação dos estudantes, como afirmado por propostas curriculares e por autores como Moura (1991), Lorenzato (2006), Dante (2009) e Ponte, Brocardo e Oliveira (2006).

Vale a pena ressaltar que a Geometria deve também ser usada como alternativa pedagógica para a resolução e compreensão de determinados problemas algébricos, sendo capaz de transformar um estudo abstrato em

algo mais concreto, conforme indicações em Brasil (1998) e como veremos em alguns exemplos no decorrer deste trabalho.

A Geometria Espacial, na maioria das vezes, é trabalhada de forma muito superficial no Ensino Fundamental e é deixada para ser explorada apenas no Ensino Médio. Esta forma de trabalhar não favorece o amadurecimento gradual dos conceitos e a consequente consolidação do aprendizado. Por esta razão, percebemos a necessidade de explorá-la o quanto antes, conforme indicado inclusive nos Parâmetros Curriculares Nacionais<sup>1</sup> (PCN).

Para coletar informações sobre como a Geometria Espacial é ensinada nas turmas dos anos finais do Ensino Fundamental, fizemos visitas a algumas escolas da cidade de Raul Soares - MG e aplicamos um questionário aos professores deste nível de ensino na busca dessas informações. Além disso, na ocasião das visitas discutimos algumas das propostas metodológicas que serão relatadas no decorrer da dissertação.

A seguir descrevemos como essa dissertação está estruturada.

Considerando a importância e a riqueza de material didático presente na História da Matemática, optamos por apresentar, já no Capítulo 1, tópicos da História da Geometria que podem ser utilizados como recurso metodológico em sala de aula. Iniciamos o capítulo com algumas motivações para a inserção deste recurso em sala de aula e prosseguimos com um apanhado da História da Matemática envolvendo aspectos da origem da Geometria, enfatizando a Geometria Espacial.

No Capítulo 2, refletimos sobre as reformas do Ensino de Matemática que tiveram início ao final dos anos 50 e sua influência no ensino de Geometria. Investigamos ainda as propostas curriculares mais recentes, particularmente os Parâmetros Curriculares Nacionais, do Governo Federal e o Conteúdo Básico Comum (CBC) proposta do Governo do Estado de Minas Gerais. Fazemos também um apanhado do que tais propostas curriculares trazem a respeito dos temas de Geometria Espacial.

---

<sup>1</sup> Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), elaborados por equipes de especialistas ligadas ao Ministério da Educação (MEC), têm por objetivo estabelecer uma referência curricular e apoiar a revisão e a elaboração da proposta curricular dos Estados ou das escolas integrantes dos sistemas de ensino.

No terceiro capítulo falamos sobre a importância do uso de materiais concretos e recursos tecnológicos em sala de aula e apresentamos algumas propostas e recursos metodológicos para o Ensino de Geometria Espacial nas séries finais do Ensino Fundamental.

No quarto e último capítulo relatamos e analisamos a pesquisa de campo feita com alguns professores dos anos finais do Ensino Fundamental a respeito de como eles têm trabalhado os temas de Geometria Espacial neste nível de ensino.

# Capítulo 1

## GEOMETRIA ESPACIAL E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Neste capítulo trazemos algumas motivações para a inserção da História da Matemática como instrumento metodológico na sala de aula e apresentamos um pouco da História da Geometria desde os seus tempos mais remotos, bem como alguns fatos mais atuais.

### 1.1 História da Matemática: valioso recurso didático

A História da Matemática é um instrumento metodológico que pode e deve ser utilizado pelo professor de matemática em suas atividades didáticas, conforme é dito em D'Ambrósio (1999):

As práticas educativas se fundam na cultura, em estilos de aprendizagem e nas tradições e a história compreende o registro desses fundamentos. Portanto, é praticamente impossível discutir educação sem recorrer a esses registros e a interpretações dos mesmos. Isso é igualmente verdade ao se fazer o ensino das várias disciplinas. Em especial da Matemática, cujas raízes se confundem com a história da humanidade (D'AMBROSIO, 1999).

As propostas curriculares trazem alguns caminhos que podem nortear a prática do professor em sala de aula, dentre eles, citam a História da Matemática, que segundo os PCN pode “fornecer os contextos dos problemas, como também os instrumentos para a construção das estratégias de resolução”. Para Silva (2008),

ao abordar a História da Matemática em sala de aula, o professor deve revelar a Matemática como uma criação humana, levando os alunos a encará-la como fruto da necessidade do homem. Sendo assim, o conteúdo vinculado à História pode despertar interesse nos alunos (SILVA, 2008).

Os PCN (BRASIL, 1998) afirmam que conceitos matemáticos trabalhados com sua história são veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo e que a História da Matemática é um instrumento de resgate da própria identidade cultural. A História da Matemática pode contribuir com algumas respostas aos “porquês” dos estudantes, fazendo com que se sintam mais motivados, encontrando utilidade para o que estão aprendendo.

Ao verificar o alto nível de abstração matemática de algumas culturas antigas, o aluno poderá compreender que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas. Desse modo, será possível entender as razões que levam alguns povos a respeitar e conviver com práticas antigas de calcular, como o uso do ábaco, ao lado dos computadores de última geração (BRASIL, 1998).

Embora não haja um consenso sobre a melhor forma de utilizar a História da Matemática em sala de aula, sem dúvida ela é uma ótima ferramenta para o professor e pode contribuir na construção do conhecimento matemático. No entanto, de acordo com os PCN,

[...] essa abordagem não deve ser entendida simplesmente que o professor deva situar no tempo e no espaço cada item do programa de Matemática ou contar sempre em suas aulas trechos da História da Matemática, mas que a encare como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados (BRASIL, 1998).

Um bom recurso auxiliar para o uso da História da Matemática em sala de aula são vídeos disponibilizados gratuitamente, como, por exemplo, o documentário produzido pela BBC, intitulado “A História da Matemática”, que é apresentado pelo pesquisador e professor da Universidade de Oxford, Marcus du Sautoy. São quatro capítulos divididos em várias partes. Todos eles podem ser baixados no *YouTube*. A segunda parte do capítulo 1, por

exemplo, traz curiosidades que envolvem a Geometria Espacial e pode ser encontrada acessando o link <http://www.youtube.com/watch?v=rzGTttF--jQ>.

## 1.2 Um pouco de história: do Antigo Egito aos dias atuais

Depois de 3000 a.C. emergem comunidades agrícolas densamente povoadas ao longo do rio Nilo na África, dos rios Tigre e Eufrates no Oriente Médio e ao longo do rio Amarelo na China. Essas comunidades criaram culturas nas quais a ciência e a matemática começam a se desenvolver (EVES, 2011).

Os primórdios da Matemática, seja da Aritmética ou da Geometria são mais antigos que a escrita (BOYER, 1974). Acredita-se que as primeiras concepções humanas de número e forma datam de tempos tão remotos como os do começo da Idade da Pedra (STRUICK, 1989). Pinturas que datam de aproximadamente 14000 a.C. encontradas em cavernas como a de Altamira, na Espanha, e a de Lascaux, na França, representando animais, especialmente bisões presos em armadilhas ou feridos, nos mostram que o homem primitivo já usava conhecimentos geométricos.

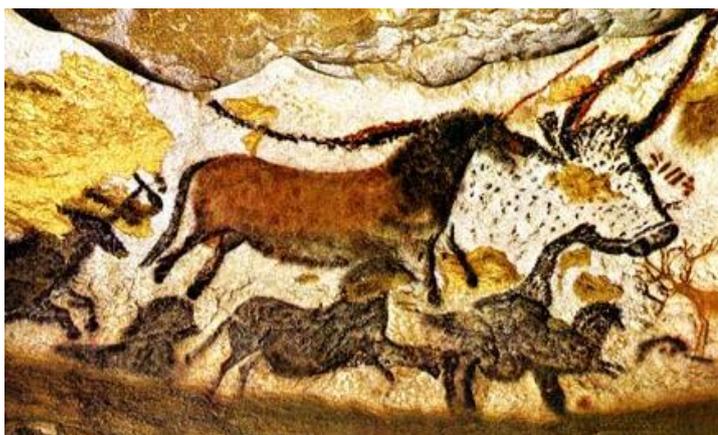


Figura 1 – Pinturas encontradas na caverna de Lascaux na França<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup> Fonte: <http://fmanha.com.br/blogs/imaginar/2010/10/15/arte-no-neolitico/>

Segundo Eves (2011),

a Geometria mais antiga se originou de simples observações provenientes da capacidade humana de reconhecer configurações físicas e comparar formas e tamanhos, e pode ser chamada de geometria subconsciente. Só depois veio a geometria científica ou experimental, característica de uma fase em que a inteligência humana tornara-se capaz de, a partir de um conjunto de relações geométricas concretas, extrair relações abstratas gerais que incluíam as anteriores como casos particulares (EVES, 2011).

Muitos historiadores, como Heródoto<sup>3</sup> e Aristóteles<sup>4</sup> não se arriscaram a estabelecer uma data precisa para o surgimento da Geometria antes da civilização egípcia. Para Heródoto, a Geometria surgiu às margens do rio Nilo:

Quando das inundações do Nilo, o rei Sésostris enviava pessoas para inspecionar o terreno e medir a diminuição dos mesmos para atribuir ao homem uma redução proporcional de impostos. Aí está, creio eu, a origem da geometria que migrou, mais tarde, para a Grécia (HERÓDOTO, Oeuvres Completes II, *apud* ROQUE 2012).

Para Aristóteles o estudo da Geometria surgiu no Egito, pois lá a casta dos sacerdotes se dedicava aos estudos geométricos (BOYER, 1974). Nas versões desses dois filósofos, percebemos origens distintas para o surgimento da geometria: um acreditava na necessidade prática e o outro nos lazares sacerdotais.

Segundo Dante (2009), é notável o conhecimento geométrico dos antigos egípcios, a começar pelas pirâmides construídas, verdadeiros monumentos de quatro faces triangulares e base quadrada que serviam de túmulos aos faraós. Entre as pirâmides construídas no antigo império egípcio podemos destacar três mais famosas: a de Miquerinos, a de Quéfren e a de Quéops, a maior delas, que ao ser terminada media 146,7 metros de altura e 230 metros na aresta da base.

---

<sup>3</sup> Também conhecido como o pai da história, Heródoto foi um grande historiador e geógrafo dos tempos antigos. Viveu entre 485 a.C e 425 a.C.

<sup>4</sup> Aristóteles (384 - 322 a.C.), grande filósofo grego, um dos fundadores da filosofia ocidental e aluno de Platão.



Figura 2 – As grandes pirâmides de Gizé, no Egito: Miquerinos, Quéfren e Quéops<sup>5</sup>

Duas preciosas fontes da matemática egípcia são o papiro Rhind, que data de aproximadamente 1650 a.C., e o papiro Moscou, datado de aproximadamente 1850 a.C., onde encontramos um texto matemático que contém 25 problemas. Estes documentos encontrados no Egito tratam, basicamente, de problemas de natureza prática, mas alguns teóricos acreditam que os manuscritos egípcios podem também ter sido usados para ensinar os fundamentos da Geometria da época a outras pessoas (EVES, 2011) e conforme descrito em Boyer (1974),

Muitos dos cálculos com 'aha'<sup>6</sup> no papiro Rhind são evidentemente exercícios para jovens estudantes. Embora uma grande parte deles seja de natureza prática, em algumas ocasiões o escriba pode ter tido em mente enigmas ou recreações matemáticas (BOYER, 1974).



Figura 3 - O papiro de Rhind revela figuras geométricas<sup>7</sup>

<sup>5</sup>Fonte:[http://2.bp.blogspot.com/\\_U36gkEHma7I/S9uXC\\_D9RI/AAAAAAAAAK4/nHtqLF7z2OU/s1600/pir%C3%A2mides+de+Giz%C3%A9.jpg](http://2.bp.blogspot.com/_U36gkEHma7I/S9uXC_D9RI/AAAAAAAAAK4/nHtqLF7z2OU/s1600/pir%C3%A2mides+de+Giz%C3%A9.jpg)

<sup>6</sup>aha - Termo provavelmente usado para designar um valor desconhecido.

<sup>7</sup>Fonte:[http://revistaescola.abril.com.br/matematica/fundamentos/geometria-origem-figurasgeometricas45\\_0656.shtml](http://revistaescola.abril.com.br/matematica/fundamentos/geometria-origem-figurasgeometricas45_0656.shtml)

Nos papiros encontrados, é possível verificar que os egípcios conseguiram notáveis realizações no que se refere ao cálculo de volumes, o que indica que já usavam noções de Geometria Espacial. Para muitos historiadores, o mais notável feito da geometria métrica egípcia é a regra correta para o cálculo do volume de um tronco de pirâmide de base quadrada, encontrada no papiro Moscou.

Apesar de tantas realizações notáveis no Egito, somente graças aos gregos é que a Geometria, especialmente a espacial, se libertou de sua ênfase à mensuração e de seus vínculos aritméticos.

Tales<sup>8</sup> de Mileto foi um dos primeiros matemáticos gregos e teria levado a Geometria do Egito para a Grécia no século V a.C.. A geometria egípcia baseava-se em experiências e regras o que na Grécia era inaceitável. Para os gregos era necessário provar resultados obtidos por meio do método dedutivo, da razão. Quando falamos do estudo da matemática na Grécia podemos destacar alguns filósofos e geômetras, como Euclides, Pitágoras, Platão e Arquimedes.

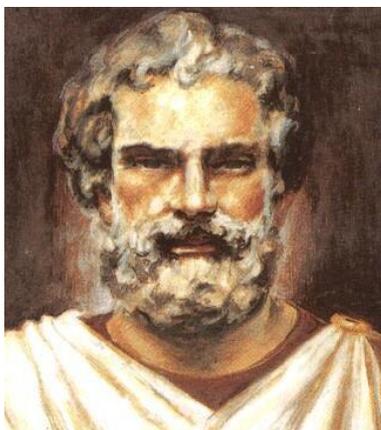


Figura 4 - Tales de Mileto<sup>9</sup>

Euclides<sup>10</sup>, fundador da famosa Escola de Matemática de Alexandria, em sua obra *Elementos*, sistematizou toda a matemática até então descoberta. Segundo Eves (2011),

---

<sup>8</sup> Supostamente um dos sete sábios da Antiga Grécia, Tales instituiu a Escola Jônica e estabeleceu sólidos conhecimentos sobre a verdade, a totalidade, a ética e a política, temas ainda atuais em nossos dias.

<sup>9</sup> Fonte: <http://projetophronesis.com/category/filosofia-antiga/pre-socraticos/tales-de-mileto/>

este trabalho notável (de Euclides) imediata e completamente superou todos os *Elementos* precedentes; de fato, nenhum vestígio restou de esforços anteriores. Tão logo o trabalho apareceu, ganhou o mais alto respeito e, dos sucessores de Euclides até os tempos modernos, a mera citação do número de um livro e o de uma proposição de sua obra-prima é suficiente para identificar um teorema ou construção particular. [...] o grande mérito do trabalho de Euclides reside na seleção feliz de proposições e no seu arranjo numa sequência lógica, presumivelmente a partir de umas poucas proposições iniciais (EVES, 2011).



Figura 5 - Euclides<sup>11</sup>



Figura 6 - Parte de uma página da primeira edição impressa dos Elementos de Euclides<sup>12</sup>

Nos três últimos livros dos Elementos, Euclides traz abordagens sobre a Geometria Espacial. Segundo Eves (2011) o Livro XII traz, por exemplo,

<sup>10</sup> Euclides (c. 330 a. C. - 260 a. C.) nasceu na Síria e estudou em Atenas. Foi um dos primeiros geômetras e é reconhecido como um dos matemáticos mais importantes da Grécia Clássica e de todos os tempos.

<sup>11</sup> Fonte: <http://www.mundodafilosofia.com.br/page18.html>

<sup>12</sup> Fonte: Eves, (2011).

definições de perpendicularidade de reta e plano, de dois planos e paralelismo de planos. O Livro XIII traz um tratamento rigoroso dos volumes de pirâmides, cones e esferas. O Livro XIII traz um início do tratamento dos poliedros regulares, os sólidos de Platão<sup>13</sup>, que são chamados assim, porém, três deles, o tetraedro, o cubo e o dodecaedro se devem aos pitagóricos, e o octaedro e o icosaedro se devem a Teeteto<sup>14</sup>. No entanto, segundo Pinto (2006), existe evidência de que os Povos Neolíticos que viveram na Escócia tenham esculpido alguns destes sólidos 1000 anos antes. Alguns destes modelos encontram-se no Museu Ashmolean em Oxford, no Reino Unido.



Figura 7 - Modelos Neolíticos dos Sólidos Platônicos<sup>15</sup>

Alguns filósofos e matemáticos gregos associavam o estudo da Geometria Espacial ao estudo da metafísica e da religião, devido as formas abstratas que os sólidos apresentam. Os sólidos de Platão são exemplos de formas que eram consideradas perfeitas por Platão pelo fato de serem esteticamente harmônicas. Platão, em um de seus diálogos, o *Timeu* (350 a. C.), descreveu a construção do universo a partir dos elementos terra, ar, fogo e água, correspondendo a cada um desses um poliedro regular, respectivamente, o hexaedro regular, o octaedro, o tetraedro e o icosaedro, elementos que juntos formam o Universo, por sua vez representado pelo dodecaedro (doze faces pentagonais), a figura mais próxima da esfera.

<sup>13</sup> Platão foi um dos principais filósofos gregos da Antiguidade. Ele nasceu em Atenas, por volta de 428/27 a. C. e viveu até 348/47 a. C..

<sup>14</sup> Teeteto (415-369 a. C.), a quem provavelmente deve-se grande parte do material do décimo e do décimo terceiro livros *Elementos*, de Euclides.

<sup>15</sup> Fonte: [http://www.math.ist.utl.pt/~ppinto/plato5\\_files/image001.gif](http://www.math.ist.utl.pt/~ppinto/plato5_files/image001.gif)



Figura 8 – Platão em detalhe do quadro 'A Escola de Atenas', pintado em 1509 pelo Renascentista Rafael Sanzio (1483-1520)<sup>16</sup>

Podemos encontrar vários exemplos de elementos na forma de sólidos platônicos em nosso meio como, por exemplo, a calcopirita<sup>17</sup>, a galena<sup>18</sup> e a magnetita<sup>19</sup>, que são formas cristalinas naturais no formato respectivamente de tetraedro, hexaedro e octaedro.



Figura 9 - Calcopirita<sup>20</sup>

É possível encontrar formas de poliedros também em “muitos vírus, como o vírus da herpes, que assumem uma simetria icosaédrica. As estruturas virais são constituídas de subunidades proteicas idênticas repetidas e o icosaedro é a forma mais simples de se montar tais subunidades. Um poliedro regular é usado porque ele pode ser construído a partir de uma única unidade proteica básica e replicado várias vezes. Com

<sup>16</sup> Fonte: [http://barcosflores.blogspot.com.br/2005\\_10\\_01\\_archive.html](http://barcosflores.blogspot.com.br/2005_10_01_archive.html)

<sup>17</sup> Calcopirita é o mineral de cobre mais frequente na natureza, e o principal minério desse metal.

<sup>18</sup> Galena é um mineral composto de sulfeto de chumbo, é o único minério de chumbo.

<sup>19</sup> A magnetita é um óxido de ferro cúbico, fortemente magnético, um dos três principais minérios de ferro.

<sup>20</sup> Fonte: <http://www.uff.br/cdme/platonicos/platonicos-html/figuras/tetraedro/tetrahed.jpg>

isto, economiza-se espaço no genoma viral” (<http://www.uff.br/cdme/platonicos/platonicos-html/icosaedro-br.html>).

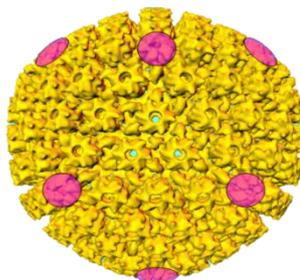


Figura 10 - Vírus da Herpes<sup>21</sup>

Arquimedes<sup>22</sup> foi um dos principais cientistas da antiguidade e também deu sua contribuição para a geometria. Dois dos trabalhos remanescentes de Arquimedes dizem respeito a Geometria Espacial: *Sobre a esfera e o cilindro*, que é constituído de dois livros e mostra, entre outras relações, que o volume da esfera é exatamente dois terços de um cilindro circular reto circunscrito a ela. Em *Sobre os cones e os esferoides* se encontra, por exemplo, o problema de seccionar uma esfera com um plano de maneira a obter dois segmentos esféricos cujos volumes estejam numa razão dada, problema este que nos leva a uma equação cúbica (EVES, 2011).



Figura 11 – Arquimedes<sup>23</sup>

---

<sup>21</sup> Fonte: <http://pathmicro.med.sc.edu/mhunt/herpes-capsid-56.gif>

<sup>22</sup> Arquimedes (287 a. C. – 212 a.C.) foi um matemático, físico, engenheiro, inventor, e astrônomo grego. Existem relatos de muitas histórias interessantes de Arquimedes, entre elas a história de como ele fez por justificar sua afirmação, “Dê-me uma alavanca que moverei a Terra”, conseguindo mover, apenas com a ajuda de um sistema de polias compostas, um navio pesadamente carregado.

<sup>23</sup> Fonte: Eves, (2011).

Arquimedes estudou também alguns sólidos que ficaram conhecidos como *Sólidos de Arquimedes*, que são poliedros convexos cujas faces são polígonos regulares de mais de um tipo. Todos os seus vértices são congruentes, isto é, existe o mesmo arranjo de polígonos em torno de cada vértice. Além disso, todo vértice pode ser transformado em outro vértice por uma simetria do poliedro. Dois mil anos depois, estes sólidos foram investigados por Kepler<sup>24</sup>, que demonstrou a existência de treze sólidos de Arquimedes. Novamente, durante alguns séculos a obra de Kepler sobre os poliedros foi esquecida.

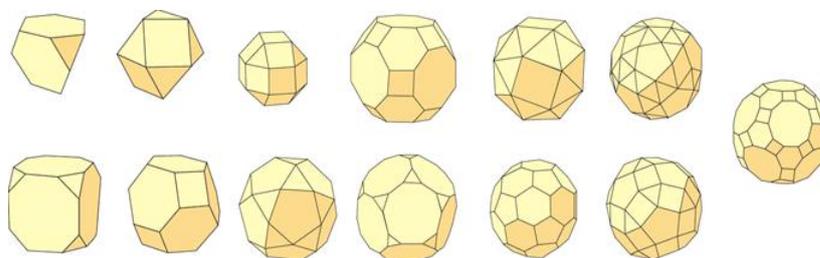


Figura 12 - Os treze sólidos de Arquimedes<sup>25</sup>

Uma curiosidade sobre o uso dos sólidos de Arquimedes é a confecção de bolas de futebol. Na Copa de 70, o mundo do futebol começou a utilizar uma bola inspirada no icosaedro truncado<sup>26</sup>, conhecido poliedro convexo estudado por Arquimedes. Desde então, a fabricação da bola tradicional de futebol é feita inflando-se um icosaedro truncado de faces flexíveis até se obter um sólido suavemente esférico (MELLO, 2010).

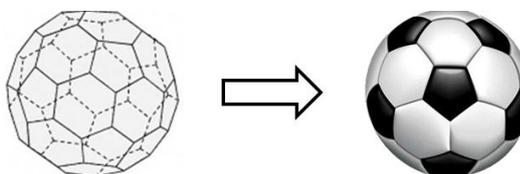


Figura 13 - Icosaedro truncado e a bola de futebol<sup>27</sup>

<sup>24</sup> Johannes Kepler (1571-1630) foi um astrônomo, matemático e astrólogo alemão e figura-chave da revolução científica do século XVII.

<sup>25</sup> Fonte: <http://dc381.4shared.com/doc/EQGcCnjt/preview.html>

<sup>26</sup> O Icosaedro truncado é um sólido de Arquimedes obtido seccionando-se os vértices do Icosaedro. O Icosaedro truncado tem 12 faces pentagonais regulares e 20 hexagonais regulares, 60 vértices e 90 arestas.

<sup>27</sup> Fonte: <http://4.bp.blogspot.com/kvWiX34sSZ0/TmgTs2lwEKI/AAAAAAAAAIU/cePGUUXzigo/s320/Bola-de-futebol.jpg>

Em 1985, três cientistas descobriram uma forma alotrópica do carbono, sendo a primeira molecular nomeada como buckminsterfulereno<sup>28</sup> ( $C_{60}$ ), com exatamente a mesma forma de uma bola de futebol. Cada molécula de  $C_{60}$  é um poliedro formado por faces pentagonais e hexagonais e 60 átomos de carbono dispostos nos vértices (FILHO, 1996).

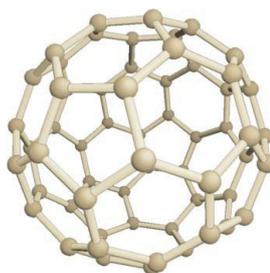


Figura 14 - Buckminsterfulereno ( $C_{60}$ )<sup>29</sup>

Kepler, no século XVI propôs um modelo cosmológico representado por poliedros, no qual se pode ver, de dentro para fora, um octaedro inscrito num icosaedro, inscrito num dodecaedro, inscrito num tetraedro, inscrito num hexaedro. Ele acreditava, assim como alguns de seus antecessores, que o universo era regido por uma geometria pura e que sobre o mundo físico havia uma forte influência das formas geométricas.



Figura 15 - Kepler<sup>30</sup>

<sup>28</sup> A estrutura foi batizada como 'buckminsterfulereno', em homenagem ao arquiteto estadunidense Richard Buckminster Fuller (1895-1983), renomado pelos seus trabalhos apresentando cúpulas geodésicas, formadas a partir de faces hexagonais, combinadas com pentágonos.

<sup>29</sup> Fonte: <http://qnesc.sbq.org.br/online/qnesc04/atual.pdf>

<sup>30</sup> Fonte: [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d4/Johannes\\_Kepler\\_1610.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d4/Johannes_Kepler_1610.jpg)

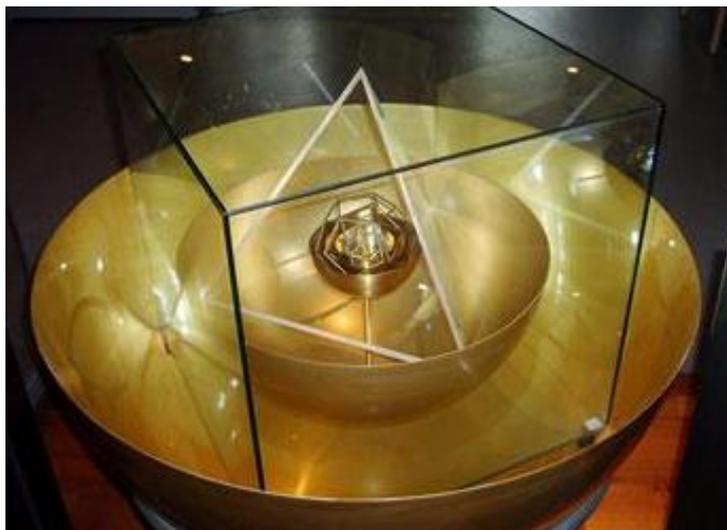


Figura 16 - Modelo concreto do sistema solar idealizado por Kepler<sup>31</sup>

No final do século XVIII, vem à cena Gaspar Monge<sup>32</sup>, que, segundo Kawano (2003), ainda adolescente foi incentivado a entrar na escola militar, onde desenvolveu uma técnica para representar manobras militares de forma que nada ficasse na mira do inimigo. Sua técnica impressionou tanto os militares que acabaram adotando seu método, considerado segredo absoluto durante anos. Eis que surge a Geometria Descritiva, que se baseia em representar objetos tridimensionais por meio de projeções sobre um plano bidimensional. Este sistema de representação é muito utilizado até os dias atuais, principalmente em projetos de Engenharia.



Figura 17 - Gaspar Monge<sup>33</sup>

<sup>31</sup> Fonte: <http://www.uff.br/cdme/platonicos/platonicos-html/solidos-platonicos-br.html>

<sup>32</sup> Gaspard Monge (1746-1818), matemático francês. Fez seus estudos básicos em escolas oratorianas, primeiro em Beaunne, sua cidade natal, depois em Lyon, onde, aos 16 anos de idade, tornou-se instrutor de física.

<sup>33</sup> Fonte: Eves (2011).

Na história da humanidade, a Matemática está presente em todas as civilizações e é frequente nas ações humanas. A História da Matemática nos permite compreender o desenvolvimento desta ciência ao longo dos tempos, bem como sua contribuição para o desenvolvimento das diferentes áreas do conhecimento. Além disso, nos mostra claramente que a Matemática é uma ciência em constante desenvolvimento. A boa utilização desse recurso didático-metodológico pelos professores em sala de aula certamente contribui para o interesse dos estudantes no aprendizado de muitos conceitos importantes historicamente e nos dias atuais.

## Capítulo 2

### GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO FUNDAMENTAL

Neste capítulo faremos um breve relato sobre as reformas no Ensino de Matemática e algumas propostas curriculares atualmente em vigor em nosso país, além de descrever o que estas propostas trazem em termos do ensino de Geometria Espacial, particularmente para o Ensino Fundamental. Ao final do capítulo fazemos uma breve discussão sobre o papel da Geometria na interdisciplinaridade.

#### 2.1 A Reforma do Ensino de Matemática

Em meados dos anos 50 começou a crescer um movimento de reforma no ensino da Matemática, que visava especialmente à reforma do currículo. Os promotores da reforma consideravam que a Matemática ensinada nas escolas deveria ser apresentada com ênfase nos axiomas, nos conceitos fundamentais e no rigor das demonstrações. Para eles isso possibilitaria também a integração das várias áreas da Matemática, que até então eram ensinadas de forma isolada umas das outras.

Segundo Ávila (2010), os reformistas do ensino não conseguiam achar um modo de apresentar os fatos geométricos segundo os critérios de rigor que eles desejavam de forma que fossem ao mesmo tempo didaticamente viáveis para o ensino nas escolas. Por causa disso, vários reformistas propuseram uma drástica redução no que se deveria ensinar de Geometria, alguns chegando a propor a abolição do ensino da Geometria.

Pavanello (1989) diz que, como os novos métodos de se abordar a Matemática ainda não eram dominados por grande parte dos professores, a Geometria passou a ter uma abordagem intuitiva, desenvolvida com enfoque prático e manipulativo, sem a menor preocupação com a construção de ideias e generalizações.

Em 1971, foi promulgada a LDB 5692/719<sup>34</sup>, que dava liberdade ao professor para montar o seu próprio programa de ensino. Desde então, segundo Nacarato e Passos (2003), os professores do Ensino Fundamental limitaram-se, de modo geral, a trabalhar somente a aritmética e as noções de conjunto, o que teve influência direta no processo de ensino e aprendizagem da Geometria, contribuindo significativamente para o seu declínio.

Resultado de tudo isso é que a Geometria passou a ser deixada para o final do ano letivo, não sendo ensinada de forma satisfatória, já que as tentativas de formalizar rigorosamente a Geometria acabavam sendo difíceis para os professores. Desde então, muitas reformas ocorreram e o ensino de Geometria nunca mais foi o mesmo. Para Ávila (2010),

Do pretense rigor que os reformistas de 50 anos atrás recomendavam, o que ainda resta hoje em vários livros é um excesso de linguagem e notação de conjuntos. Tivemos a oportunidade de examinar vários textos de uso corrente nas escolas e notamos que muitos deles chegam ao exagero de enunciar teorema após teorema sem ao menos mencionar que tais proposições precisam ser demonstradas! (ÁVILA, 2010).

É claro que não podemos dizer que antes tudo era melhor do que hoje, já que havia uma maior preocupação com teoremas e demonstrações, mas não havia uma preocupação com a didática nem procuravam direcionar o que estavam ensinando para o público alvo, os jovens. Hoje é possível encontrar bons livros para o ensino básico que trazem o rigor necessário nas demonstrações e também buscam formas de contextualizar o conteúdo na tentativa de chamar a atenção do estudante para o que está sendo ensinado.

---

<sup>34</sup> Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1º e 2º graus que passou a normatizar o ensino no Brasil.

Entre 1995 e 1998 foram planejados pela Secretaria de Educação Fundamental (SEF) e o MEC, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o ensino fundamental, com o objetivo de estabelecer uma referência curricular para os Estados ou as escolas integrantes dos sistemas de ensino e servir como orientações para os professores. Em 1997 foram lançados os primeiros PCN, direcionados para as séries iniciais do ensino fundamental, hoje, 1º ao 5º ano, e em 1998 foram lançados os PCN dos anos finais do ensino fundamental, hoje, 6º ao 9º ano, sendo um para cada conteúdo escolar.

Os PCN chegaram até os professores de todas as áreas para que eles pudessem repensar sua prática, podendo refletir sobre os objetivos do ensino fundamental, na busca de fomentar as transformações esperadas para o ensino brasileiro, tornando o professor diretamente responsável pela transformação em sala de aula.

Em consonância com os PCN, o estado de Minas Gerais lança o Conteúdo Básico Comum (CBC), com o objetivo de reorganizar o currículo dos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, que passou a ser implementado efetivamente em 2006. Na próxima seção falaremos um pouco sobre o que estas propostas trazem sobre o ensino de Geometria Espacial.

## **2.2 O Ensino de Geometria Espacial nos Anos Finais do Ensino Fundamental**

A Geometria está presente no nosso cotidiano, sendo uma das áreas mais concretas da Matemática. Podemos observar inúmeras formas geométricas a nossa volta, na natureza, em obras de arte, em construções e outros objetos. Além disso, a Geometria também contribui para que o estudante desenvolva o pensamento lógico, auxiliando na compreensão e representação do meio em que está inserido. Os PCN enfatizam a Geometria como necessária à formação básica do ser humano.

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 1998).

Particularmente com relação às noções de espaço, os PCN afirmam que

[...] é cada vez mais indispensável que as pessoas desenvolvam a capacidade de observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento de informação essencial no mundo moderno (BRASIL, 1998).

Pelo exposto podemos notar que a Geometria é necessária para o desenvolvimento da aprendizagem do estudante, o que a coloca como conteúdo de extrema importância na Educação Básica, contudo, o que se tem visto é que os professores ainda trabalham muito pouco este tema. A ausência do ensino da Geometria nas salas de aula vem sendo discutida há algum tempo por vários autores, como Pavanello (1989) e Lorenzato (1995):

Quanto ao ensino de geometria, o problema torna-se ainda mais grave: constata-se que ele vem gradualmente desaparecendo do currículo real das escolas. Será que este conhecimento não é necessário ao homem moderno? Terá a geometria perdido a sua importância do ponto de vista educacional? (PAVANELLO, 1989).

É interessante observar que distintas são as razões utilizadas pelos professores para justificar a ausência do estudo da Geometria nos diferentes graus: "porque não sei", "porque não dá tempo", "porque os alunos preferem trabalhar com números", "porque os problemas são de contas", etc. No entanto, nenhuma razão tenta colocar em dúvida os méritos próprios da Geometria. Talvez, o maior de todos eles seja o fato da Geometria exigir do aluno uma maneira específica de raciocinar; isso quer dizer que ser bom conhecedor de Aritmética ou de Álgebra não é suficiente para resolver problemas de Geometria (LORENZATO, 1995).

Com relação aos temas de Geometria Espacial, os PCN (BRASIL, 1998) enfatizam que o ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental deve visar ao desenvolvimento do pensamento geométrico e

da competência métrica, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações;
- interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano;
- ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais.
- obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas e para cálculo de volumes de sólidos geométricos (prismas retos e composições desses prismas).

Para atingir os objetivos do desenvolvimento geométrico e das competências métricas, os PCN apontam os conceitos e procedimentos para o ensino de temas de Geometria Espacial nos anos finais do Ensino Fundamental:

- Interpretação, a partir de situações-problema (leitura de plantas, croquis, mapas), da posição de pontos e de seus deslocamentos no plano, pelo estudo das representações em um sistema de coordenadas cartesianas;
- Distinção, em contextos variados, de figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando nomenclatura própria;
- Classificação de figuras tridimensionais e bidimensionais, segundo critérios diversos, como: corpos redondos e poliedros; poliedros regulares e não-regulares; prismas, pirâmides e outros poliedros;

círculos, polígonos e outras figuras; número de lados dos polígonos; eixos de simetria de um polígono; paralelismo de lados, medidas de ângulos e de lados;

- Identificação de diferentes planificações de alguns poliedros;
- Quantificação e estabelecimento de relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides, da relação desse número com o polígono da base e identificação de algumas propriedades, que caracterizam cada um desses sólidos, em função desses números;
- Secções de figuras tridimensionais por um plano e análise das figuras obtidas;
- Análise em poliedros da posição relativa de duas arestas (paralelas, perpendiculares, reversas) e de duas faces (paralelas, perpendiculares);
- Representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas;
- Cálculo da área da superfície total de alguns sólidos geométricos (prismas e cilindros);
- Cálculo do volume de alguns prismas retos e composições destes.

Ao lançar o CBC, o governo do estado de Minas Gerais tomou como base a filosofia contida nos PCN, direcionando a prática docente para o que os PCN trazem de mais importante e, além disso, lista os conteúdos que devem ser seguidos durante a vida escolar de forma organizada e prática.

Entretanto, o CBC traz alguns conteúdos como tópicos complementares não obrigatórios. Entre esses tópicos a Geometria Espacial é trazida de forma fragmentada, o que acaba afetando diretamente o ensino deste tema em sala de aula no Ensino Fundamental.

Os tópicos e habilidades relativos à Geometria Espacial no Ensino Fundamental contidos no CBC são listados na Tabela 1 a seguir.

<b>Tópicos</b>	<b>Habilidades</b>
Volume, capacidade e suas medidas (Tópico obrigatório)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fazer estimativas de volumes e capacidades;</li> <li>• Resolver problemas que envolvam cálculo de volume ou capacidade de blocos retangulares, expressos em unidade de medida de volume ou em unidades de medida de capacidade: litros ou mililitros.</li> </ul>
Áreas laterais e totais de figuras tridimensionais (Tópico complementar)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcular a área lateral ou total de figuras tridimensionais, bloco retangular, cilindro, pirâmide.</li> </ul>
Planificações de figuras tridimensionais (Tópico complementar)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer a planificação de figuras tridimensionais - cubo, bloco retangular, cilindro, cone e pirâmide;</li> <li>• Construir figuras tridimensionais a partir de planificações;</li> <li>• Calcular a área lateral ou total de uma figura tridimensional a partir de sua planificação.</li> </ul>

Tabela 1 - Tópicos e habilidades referentes à temas de Geometria Espacial contidos no CBC

A Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais na busca de mensurar as habilidades desenvolvidas pelos estudantes utiliza o Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública (SIMAVE). Entre as ações do SIMAVE, destaca-se o Programa de Avaliação da Rede Pública de Educação Básica (Proeb), que avalia o rendimento de todos os alunos que estejam cursando o 5º e 9º anos do ensino fundamental e o 3º ano do ensino médio.

Mesmo avaliando o conhecimento de Geometria Espacial a níveis elementares de formação e de habilidades, as provas do SIMAVE/Proeb têm mostrado baixíssimo desempenho dos estudantes em questões que envolvem este tema (VIANA, 2010).

A Matriz de Referência das avaliações realizadas pelo SIMAVE, disponível em MINAS GERAIS (2009), segundo o CAEd<sup>35</sup>, é construída a partir de estudos das propostas curriculares de ensino e contempla apenas aquelas habilidades consideradas fundamentais. Algumas habilidades de Geometria Espacial como vimos na Tabela 1 é trazida como tópico

<sup>35</sup> O Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação (CAEd), da Universidade Federal de Juiz de Fora, é uma instituição que operacionaliza (elabora e desenvolve) programas estaduais e municipais destinados a mensurar o rendimento de estudantes das escolas públicas, incluindo o Simave. Mais informações em <http://www.portalavaliacao.caedufff.net/>

complementar no CBC. Porém competências relativas à Geometria Espacial são cobradas na avaliação do SIMAVE/Proeb, como podemos ver a seguir na Tabela 2.

<b>Domínio</b>	<b>Competências</b>	<b>Descritores</b>
<b>Espaço e Forma</b>	Identificar figuras geométricas e suas propriedades.	D2 Identificar propriedades de figuras tridimensionais, relacionando-as com suas planificações.
<b>Grandezas e Medidas</b>	Medir grandezas.	D13 Utilizar noções de volume.

Tabela 2 - Domínios, competências e descritores relativos à Geometria Espacial - Proeb - 9º ano

Neste aspecto, percebemos que há uma certa contradição entre o que é proposto para o ensino e o que é avaliado. Se a Geometria é considerada de fundamental importância para o desenvolvimento de certas habilidades e competências, que inclusive são avaliadas formalmente, questionamos se deveria continuar como tópico complementar, não obrigatório.

## 2.3 Geometria e Interdisciplinaridade

A Matemática possui um forte caráter integrador e interdisciplinar: o conhecimento matemático não é propriedade privada dos matemáticos, ele tem evoluído também no contexto de outras ciências. Exemplos importantes desta interdisciplinaridade contribuições encontradas na Física, na Economia, na Biologia, Linguística e Engenharia. Isso significa que a maneira de pensar matematicamente deve ser aprendida não apenas por aqueles que irão dedicar-se à Matemática (MINAS GERAIS, 2006).

Particularmente, a Geometria tem um potencial interdisciplinar muito grande, pois é possível encontrar facilmente uma conexão entre a Geometria e outras áreas de ensino. Segundo os PCN,

[...] é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte,

pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1998).

O trabalho em conjunto com os professores de outras áreas é extremamente importante, e é possível, por exemplo, nas aulas de Artes, produzir materiais concretos que podem ser usados para facilitar a aprendizagem de conceitos dos temas de Geometria espacial, como a construção de sólidos geométricos. Além disso, outra possibilidade seria trabalhar elementos de desenho em perspectiva, possibilitando o estudante fazer a representação tridimensional de um objeto dando a ideia de profundidade, já fazendo a conexão também com o professor de História, falando sobre artistas do Renascimento que já usavam esta técnica.

Como já observado no capítulo anterior, o uso da História da Matemática é outro recurso que pode ser usado. Nesse caso, uma ótima oportunidade para também se fazer um trabalho com a ajuda do professor de História.

A origem essencialmente prática da geometria egípcia mostra-se nitidamente pela maneira com que os escribas, do médio império, propunham e resolviam os problemas. É interessante discutir com os alunos que essa forma, apesar de engenhosa e criativa, não facilitava em nada a transferência dos conhecimentos obtidos para novas situações. O estudo de alguns dos problemas resolvidos pelos egípcios poderá mostrar a importância da generalização das relações espaciais e suas representações para resolver situações mais diversificadas e complexas (BRASIL, 1998).

A integração com as aulas de Geografia também pode trazer ótimos resultados, pois podem ser trabalhadas noções de localização com o auxílio de mapas, como sugerido nos PCN.

A respeito do desenvolvimento das habilidades de percepção espacial, a leitura e a utilização efetiva de mapas e de plantas, nas situações cotidianas, são fonte de numerosas dificuldades para muitas pessoas (BRASIL, 1998).

É possível ainda em conexão com a Geografia, trabalhar com maquetes, permitindo ao estudante perceber os objetos em estudo de diferentes vistas. Sobre o uso de maquetes os PCN frisam que

as maquetes, por exemplo, têm por objetivo, de um lado, contribuir para melhorar as imagens visuais dos alunos e, de outro, favorecer a construção de diferentes vistas do objeto pelas mudanças de posição do observador, frequentemente indispensáveis na resolução de problemas que envolvem a localização e movimentação no espaço. Além disso, é uma atividade que leva o aluno a observar as relações entre tamanhos e aproximar-se da noção de proporcionalidade, o que permitirá, num momento posterior, a utilização das escalas na construção de maquetes (BRASIL, 1998).

Exemplificamos aqui a conexão da Geometria Espacial com algumas ciências e poderíamos ainda descrever outras áreas de interdisciplinaridade com a Geometria, dentre elas a Engenharia e Arquitetura, a Física, a Química e tantas outras. Consideramos que este assunto pode ser discutido com muito mais profundidade, no entanto, este não é o objetivo desta dissertação.

## Capítulo 3

### RECURSOS E PROPOSTAS METODOLÓGICAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO FUNDAMENTAL

Investigando os livros didáticos, periódicos de Ensino de Matemática e internet, encontramos sugestões metodológicas para o ensino de Geometria Espacial no Ensino Fundamental. Muitas propostas baseiam-se principalmente no uso de materiais concretos e de recursos computacionais. Neste capítulo apresentaremos alguns recursos e propostas encontrados, salientando em cada caso, quais habilidades que eles contemplam. No final do capítulo fazemos uma análise global das propostas.

#### 3.1 Materiais Concretos e Recursos Tecnológicos

O uso de materiais concretos em Geometria pode proporcionar ao estudante uma melhor compreensão dos objetos geométricos, contribuindo assim para o processo de ensino aprendizagem. Para Lorenzato (2006b), “palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticos ou em movimentos. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar”.

Segundo Moura (1991), os materiais manipuláveis surgem em sala de aula, muitas vezes, como um salva-vidas da aprendizagem. Nesse sentido, tais recursos não podem ser apenas uma tentativa de acerto, mas ações pensadas, planejadas e inseridas com seriedade e com intencionalidade.

Os materiais didáticos manipuláveis propiciam aos alunos interação e socialização na sala de aula, além de auxiliar na compreensão de entes geométricos possibilitando a efetiva assimilação do conteúdo.

[...] o material concreto tem fundamental importância, pois, a partir de sua utilização adequada, os alunos ampliam sua concepção sobre o que é, como é e para que aprender matemática, vencendo mitos e preconceitos negativos, favorecendo a aprendizagem pela formação de ideias e modelos (LORENZATO, 2006a).

A utilização de objetos presentes em nosso dia-a-dia ou mesmo de objetos que sejam usados apenas para representar uma ideia, por serem materiais integrantes do mundo concreto do estudante, são de grande ajuda na construção do conhecimento matemático.

A melhor maneira de aprender a visualizar o espaço tridimensional é construindo objetos que mostrem os conceitos espaciais. Construindo poliedros os alunos têm oportunidades de observar e usar muitas relações espaciais. Recursos visuais interessantes também estimulam o pensamento criativo (POHL, 1994, *apud* JUSTINO, 2011).

Em Geometria Espacial, o trabalho com materiais concretos é de fundamental importância para o estudante na passagem do concreto para o abstrato. De acordo com Dante (2009),

O trabalho com sólidos geométricos contribui para o aluno desenvolver o sentido de organização e orientação espacial, na medida em que ele observa os objetos de diferentes maneiras, de diferentes posições e os organiza de diferentes formas.

Segundo Costa e Lima (2010), a Matemática ainda é apresentada de forma muito abstrata em sala de aula, mesmo sendo tão presente em nosso cotidiano e acaba não motivando o estudante a explorar o que está sendo ensinado. Em Geometria, a construção do conhecimento matemático pode e deve ser feita utilizando-se de meios auxiliares como material didático manipulável, o que inclui o uso de *softwares* adequados (COSTA; LIMA, 2010).

O computador permite criar um novo tipo de objeto – os objetos concreto-abstratos. Concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados; abstratos por se tratarem de realizações feitas a partir de construções mentais (HEBENSTREINT, 1987, *apud* COSTA; LIMA, 2010).

Nas últimas décadas o impacto tecnológico tem provocado mudanças significativas na sociedade e os recursos tecnológicos estão cada vez mais presentes nas atividades do ser humano, tornando imprescindível a inserção de tecnologias como ferramentas de ensino.

As tecnologias, em suas diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas consequências no cotidiano das pessoas (BRASIL, 1998).

Os PCN enfatizam que os recursos computacionais podem ser usados nas aulas de Matemática com várias finalidades, dentre elas, como fonte de informação e como meio para desenvolver autonomia pelo uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções. Reafirmando o prescrito nos PCN, o CBC também sugere o uso de recursos computacionais como metodologia de ensino, permitindo que o aluno aja ativamente na consolidação da aprendizagem.

[...] as metodologias utilizadas devem priorizar um papel ativo do aluno, estimulando a leitura de textos matemáticos, os estudos dirigidos, o trabalho em grupo e os recursos didáticos de caráter lúdico como [...] recursos computacionais para uso em geometria dinâmica e experimentos de cálculo (MINAS GERAIS, 2006).

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2006),

esse suporte tecnológico permite o desenho, a manipulação e a construção de objetos geométricos, facilita a exploração de conjecturas e a investigação de relações que precedem o uso do raciocínio formal (BROCARDO; OLIVEIRA, 2006).

Diante dessa realidade, a inserção de novas tecnologias no cenário educacional se tem feito necessária. Neste novo cenário o professor deixa de ser apenas um transmissor de informações e assume a função de

mediador estimulando o estudante a explorar, analisar e interpretar criticamente o que está sendo ensinado.

## **3.2 Algumas Propostas Metodológicas**

Nesta seção descreveremos algumas propostas para o ensino de Geometria Espacial nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

### **3.2.1 Confecção e Planificação de Sólidos Geométricos**

A atividade de confeccionar sólidos geométricos é de extrema importância para a percepção espacial do estudante, pois permite a ele manipular o objeto e, quando recorta um desenho numa folha de papel e através de dobraduras e colagem monta um sólido geométrico, é possível que ele faça uma comparação com o bidimensional e o tridimensional. Da mesma forma é importante que seja permitido que o estudante também faça o caminho inverso, quando lhe é dado um objeto como, por exemplo, uma caixa que ele possa desmontar para verificar a sua planificação. É interessante também que os estudantes tentem a planificação de uma esfera para verificar sua impossibilidade.

A montagem de sólidos com o uso de canudos de refrigerante ou palitos também é uma atividade importante, pois além de possibilitar que o estudante monte estruturas e brinque com a Geometria Espacial, fica mais visível a percepção de vértices e arestas as quais na atividade com papel são menos notados. Em Kallef e Rei (1995) encontra-se um texto que pode nortear a prática docente na construção de sólidos com canudos.

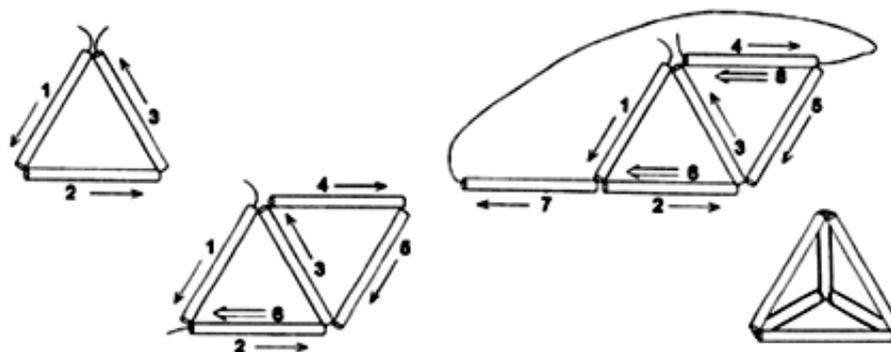


Figura 18 - Construção de um tetraedro regular com canudos e linha<sup>36</sup>

Com atividades deste tipo, o professor estimula o estudante a estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, adquirindo as habilidades e desenvolvendo as competências apontadas pelos PCN, conforme descritas na Seção 2.2, além de contemplar as habilidades citadas no CBC para o tópico Planificações de figuras tridimensionais.

Em atividades como estas os estudantes podem comparar a forma de alguns objetos já conhecidos no seu cotidiano com a forma dos sólidos geométricos, reconhecer que os sólidos são formados pela composição de figuras planas e exercitar a percepção espacial. A atividade de construção e manipulação dos objetos possibilita aos estudantes a exploração de uma nova dimensão e contribui na superação das dificuldades existentes na passagem da Geometria Plana para a Espacial.

### 3.2.2 Geoespaço

O Geoespaço é um material manipulativo composto por dois geoplanos, confeccionados em material perfurado, que dão uma ideia de planos com pontos fixos por quatro hastes paralelas, conforme a Figura 19. Como material de apoio, pode se usar elásticos ou lãs coloridas para representar o esqueleto<sup>37</sup> de um sólido geométrico. Com este modelo

<sup>36</sup> Fonte: Kallef e Rei (1995)

<sup>37</sup> Consideramos como 'esqueleto' o conjunto das arestas da figura representada.

espacial podem ser trabalhados os conceitos de arestas e outros elementos a escolha do professor, como diagonal e altura, por exemplo.

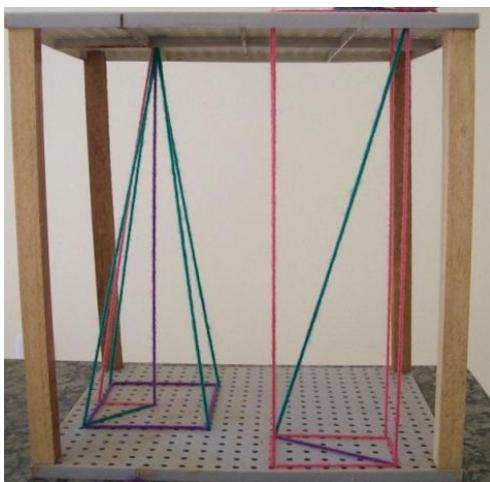


Figura 19 - Geoespaço construído com material de sucata

Nesta atividade o professor já pode levar os esqueletos montados, caso queira introduzir alguns conceitos, ou pedir para que os próprios estudantes construam um para exercitarem a percepção espacial e os conceitos de elementos geométricos já introduzidos.

O Geoespaço é uma ferramenta muito útil para trabalhar a percepção de elementos internos aos esqueletos das figuras tridimensionais como é o caso da diagonal de um paralelepípedo retângulo. Por exemplo, o professor pode utilizar esta ferramenta como apoio para a constatação da aplicação do Teorema de Pitágoras no cálculo do comprimento das diagonais e outros segmentos notáveis dos sólidos geométricos.

Com o auxílio do Geoespaço o professor pode promover atividades que contemplem os procedimentos indicados pelos PCN, levando o estudante a quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides, reconhecer a relação desse número com o polígono da base e fazer a análise da posição relativa de duas arestas e de duas faces além de desenvolver a habilidade citada no CBC de resolver problemas que envolvam o Teorema de Pitágoras.

### 3.2.3 Material Dourado

O material dourado é utilizado desde as séries iniciais para auxiliar o ensino e aprendizagem do sistema de numeração decimal posicional e dos algoritmos para efetuar operações fundamentais. No ensino de Geometria Espacial o material dourado pode contribuir muito para as noções de volume, onde o estudante pode tomar um cubinho como unidade e formar cubos maiores, possibilitando uma melhor percepção deste conceito que muitas vezes parece tão abstrato. Podem também ser trabalhados os conceitos de área lateral e total, seguindo o sugerido nos PCN e CBC, levando o estudante a obter e utilizar fórmulas para o cálculo de volume e área lateral ou total de prismas.



Figura 20 - Material dourado em madeira<sup>38</sup>

### 3.2.4 Softwares

Opções de *softwares* não faltam e a facilidade de aquisição desses *softwares* faz toda a diferença, pois é possível encontrar na internet alguns *softwares* para **download** gratuito. Citaremos alguns deles neste trabalho.

O *software Poly*<sup>39</sup> é um programa onde se pode explorar e construir poliedros. Ele permite a visualização de sólidos fechados sendo pouco a

<sup>38</sup> Fonte: [http://images01.olx.com.br/ui/18/46/60/1328381131\\_310884660\\_3-Material-Dourado-em-Madeira-611-pecas-Jogos-Brinquedos.jpg](http://images01.olx.com.br/ui/18/46/60/1328381131_310884660_3-Material-Dourado-em-Madeira-611-pecas-Jogos-Brinquedos.jpg)

<sup>39</sup> Programa desenvolvido pela Pedagoguery Software e traz versões em vários idiomas, porém, não em português.

pouco abertos até que sejam obtidas as suas planificações. O *software* permite a movimentação dos sólidos e de suas planificações permitindo que o estudante possa visualizar suas faces de diferentes posições. Além disso, consegue-se mudar a cor das faces.

Apesar de não oferecer muitos recursos para que o estudante formule hipóteses, o *Poly* é de grande auxílio na visualização de sólidos, desenvolvendo a habilidade sugerida pelo CBC de reconhecer a planificação de figuras tridimensionais. Permite como sugerido pelos PCN, que o estudante reconheça a figura representada por diferentes vistas.

*Download* gratuito deste *software* disponível em [http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/software/soft\\_geometria.php](http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/software/soft_geometria.php).

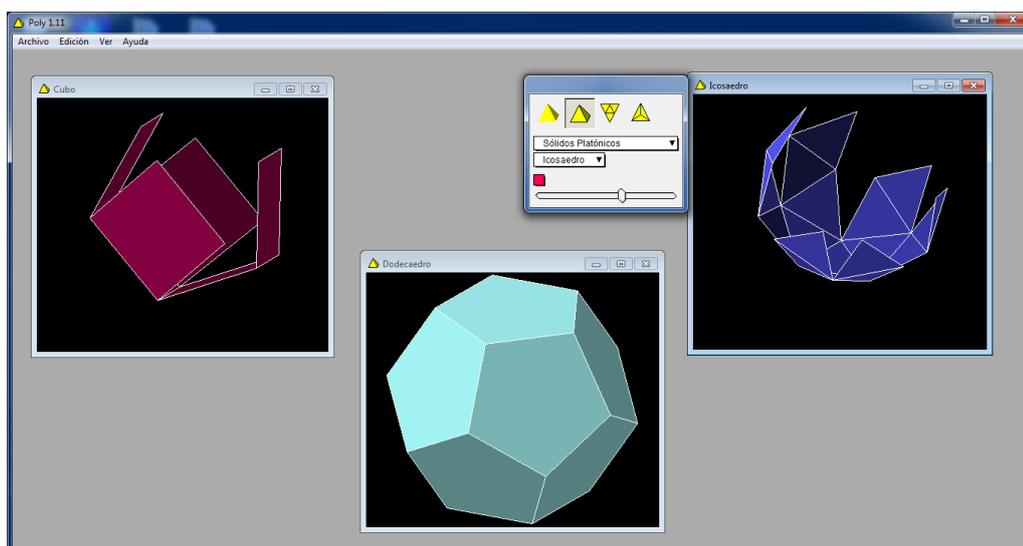


Figura 21 - Interface do *Poly*

O *Winggeom*<sup>40</sup>, é um *software* gratuito que permite ao usuário a construção de figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais. Uma de suas grandes vantagens é que ele ocupa apenas 144 KB de memória do disco rígido. Cada menu tem seu próprio arquivo de ajuda. O *download* gratuito do *Winggeom* pode ser feito em [http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/software/soft\\_geometria.php](http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/software/soft_geometria.php).

<sup>40</sup> O *Winggeom* foi desenvolvido por Richard Parris da Phillips Exeter Academy. É distribuído em 10 idiomas, incluindo o Português do Brasil, sendo que esta versão foi desenvolvida com o apoio de Franciele Cristine Mielke.

O *Winggeom* permite construções geométricas bem precisas que podem ser modificadas e animadas. Sua utilização é fácil e pode auxiliar na exploração de muitos conceitos de Geometria Espacial. Com este *software* o professor leva o estudante a reconhecer a figura representada por diferentes vistas, como sugerem os PCN, e podem ser trabalhadas habilidades contidas no CBC como a de reconhecer a planificação de figuras tridimensionais e construir figuras tridimensionais a partir de planificações.

Uma possibilidade interessante é utilizar o *Winggeom* juntamente com o *Poly*. Como o *Winggeom* permite ao estudante fazer construções de sólidos e planificações, o professor pode sugerir que o estudante observe o poliedro no *Poly* e o use como apoio para fazer suas próprias construções no *Winggeom*.

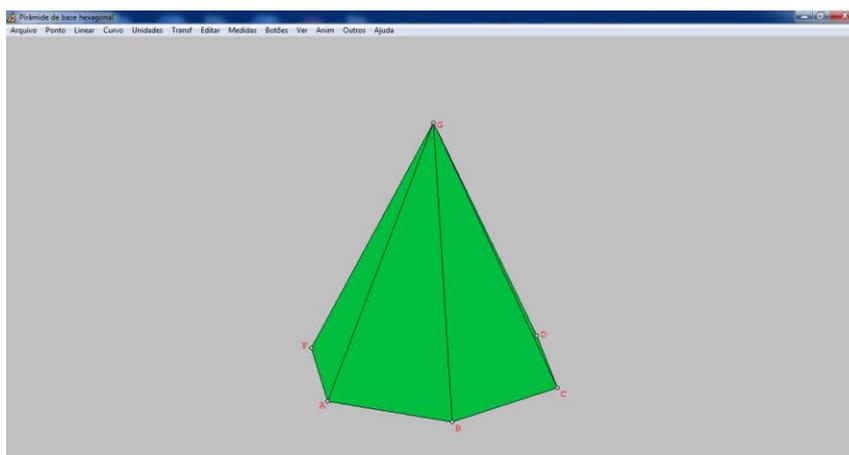


Figura 22 - Interface do *Winggeom*

Outro bom exemplo de software é o *SuperLogo*, que é um *software* gratuito originado do *Logo*<sup>41</sup> com finalidades educacionais. O *download* do *software* pode ser feito em <http://www.nied.unicamp.br/?q=comtent/download-super-logo-3>.

O *SuperLogo* tem como cursor gráfico uma tartaruga que pode ser movimentada usando comandos básicos e permite trabalhar a geometria de

<sup>41</sup> "A linguagem de programação LOGO foi desenvolvida em meados dos anos 60 no Instituto de Tecnologia de Massachusetts, nos EUA, por Seymour Papert e colaboradores, com o objetivo de utilizá-la para fins educacionais" (<https://sites.google.com/site/luanafuturapedagoga/atividade-com-uso-da-linguagem-logo>).

uma maneira divertida para o estudante de forma que ele aprenda conceitos e compreenda as formas geométricas construindo o seu objeto de estudo.

Segundo Motta (2009),

O *SuperLogo* desenvolve também habilidades intelectuais e corporais, ajudando no desenvolvimento da localização espacial e do raciocínio lógico. Isto é perceptível quando o aluno executa alguns comandos básicos. Ele tem que se imaginar na posição da tartaruga e, ao mesmo tempo, descobrir quais comandos deve executar (MOTTA, 2009).

No *SuperLogo* o professor leva o estudante a interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano bidimensional e fazer a representação de diferentes vistas de figuras tridimensionais, como sugerido pelos PCN. É possível também desenhar em três dimensões, bastando para isso usar o comando `logo3d`, o que fará com que ele entre para o modo 3d, possibilitando assim a construção de objetos tridimensionais. Além disso, é possível desenvolver as habilidades de reconhecer a planificação de figuras tridimensionais e resolver problemas que envolvam o cálculo de volume e área lateral ou total de figuras tridimensionais, de acordo com o CBC.

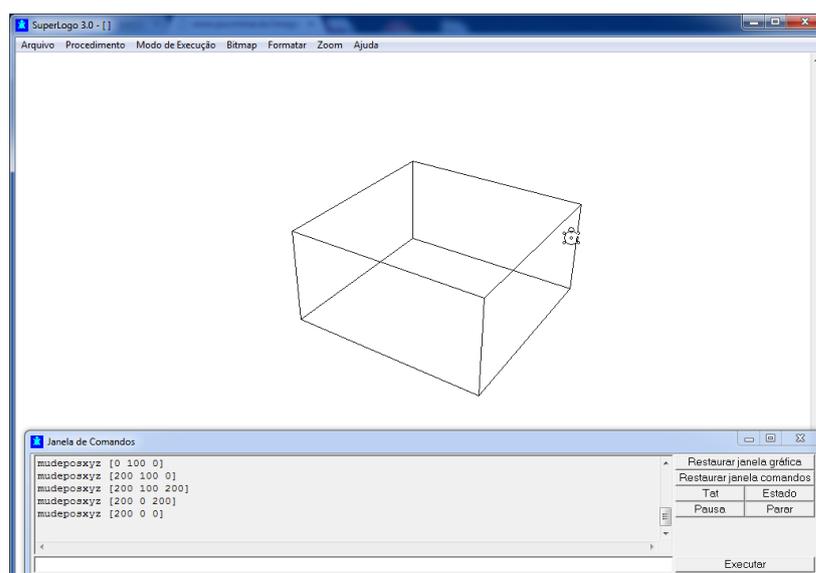


Figura 23 - Bloco retangular construído no *SuperLogo* no modo 3d

Os *softwares* anteriormente mencionados são desenvolvidos para utilização no sistema operacional *Windows*. Um exemplo de *software* multiplataforma interessante é o *GeoGebra*, que é um *software* gratuito, com versão para *Linux* e *Windows*, de fácil utilização. O *GeoGebra 5.0* é uma versão *Beta*, que permite a criação e manipulação interativa de objetos geométricos em 3D, como pontos, linhas, polígonos, esferas e poliedros, bem como função da forma  $f(x, y)$ . Os trabalhos no *GeoGebra* podem também ser incorporados em páginas *web* interativas. Esta e outras versões do *GeoGebra* podem ser baixadas em <http://www.geogebra.org>.

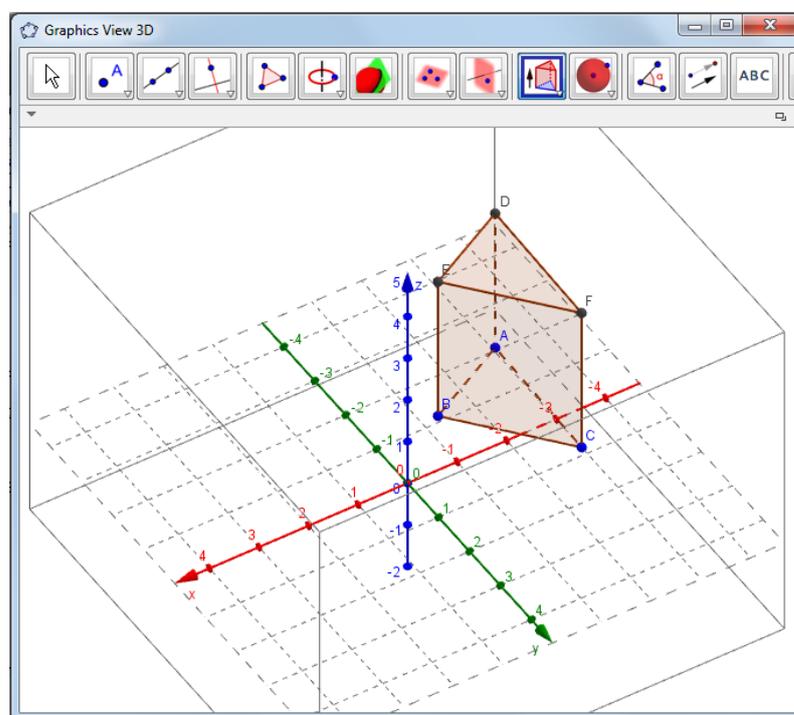


Figura 24 - Interface do *GeoGebra 5.0 3D*

Existem outros *softwares* muito bons que podem ser baixados na internet, alguns gratuitos e outros pagos. A maioria dos *softwares* pagos oferece uma versão de demonstração para que o usuário possa utilizar e conhecer as funções do *software*, como é o caso do *Cabri Géomètre 3d*. Este possibilita a construção, visualização e manipulação de todo o tipo de objeto tridimensional, como retas, planos, cones, esferas e poliedros, permitindo desde construções mais simples até mais complexas. Mais

informações sobre o *software* e *download* da versão demo para o uso pelo período de 31 dias estão em <http://www.cabri.com.br/cabri3d.php>.

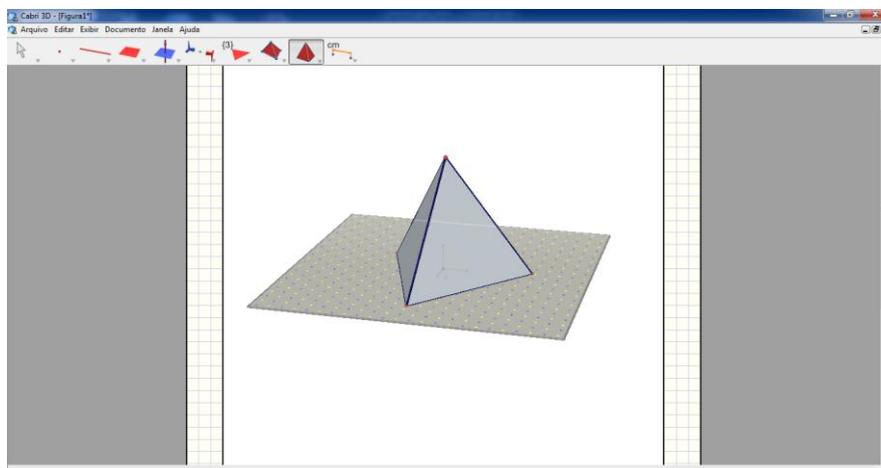


Figura 25 - Interface da versão demo do Cabri Géomètre 3d

### 3.2.5 Atividades interativas

É possível encontrar na internet atividades interativas que podem contribuir muito na aprendizagem de Geometria. Citaremos, como exemplo, dois sites que trazem atividades muito interessantes que podem ser utilizadas pelo professor em sala de aula.

A Universidade Federal Fluminense em seu site disponibiliza conteúdos digitais, atividades muito interessantes para o ensino e aprendizagem de Matemática e Estatística. Especialmente para o ensino de Geometria Espacial, o site disponibiliza a atividade “Os Sólidos Platônicos”, que é basicamente uma enciclopédia virtual sobre os sólidos platônicos trazendo conceitos, aspectos históricos e curiosidades sobre os mesmos além de modelos virtuais que podem ser manipulados. A atividade pode ser acessada *online* ou pode ser baixada para acesso *offline* no *link* <http://www.uff.br/cdme/>.

Com essa atividade é possível exercitar a visualização espacial, investigar propriedades dos sólidos e conhecer as manifestações dos sólidos na natureza, como sugerido pelos PCN e CBC.

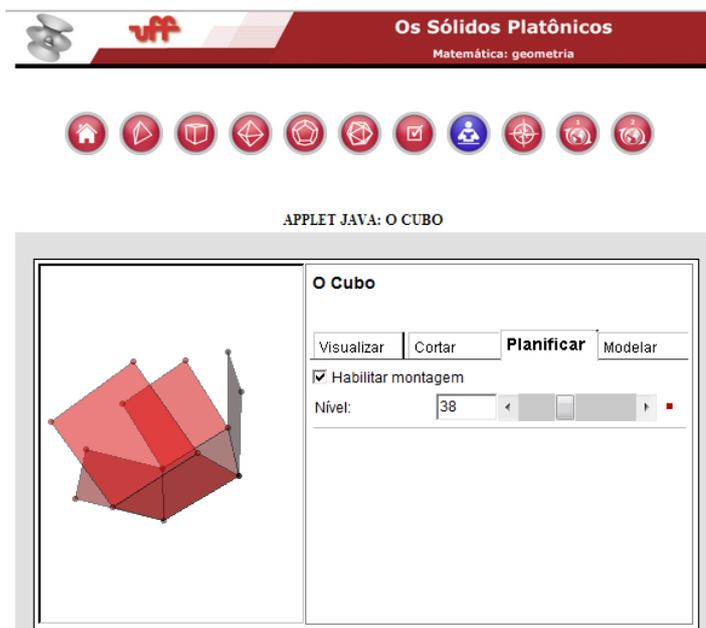


Figura 26 - Página da atividade Os Sólidos Platônicos<sup>42</sup>

Outro site com atividades interativas muito interessantes é o site da Rede Internacional Virtual de Educação (RIVED), que é um programa da Secretaria de Educação a Distância (SEED) que disponibiliza gratuitamente conteúdos pedagógicos digitais, que são atividades multimídia interativas na forma de animações e simulações. Os conteúdos do RIVED ficam armazenados num repositório e, quando acessados via mecanismo de busca, vêm acompanhados de um guia do professor com sugestões de uso.

Com o tema de nosso estudo podemos citar o módulo “Introdução a Geometria Espacial”, que traz atividades que fazem uma conexão com as formas geométricas e as construções arquitetônicas da cidade ao mesmo tempo que auxilia na formação de conceitos por meio da análise dos objetos. Em uma das atividades o estudante é levado a observar e analisar as semelhanças e diferenças das figuras separando-as por características comuns.

Com as atividades do módulo “Geometria Espacial” o professor usa procedimentos sugeridos pelos PCN quando leva o estudante a classificar figuras tridimensionais e bidimensionais segundo critérios diversos e contempla a habilidade citada no CBC de reconhecer a planificação de figuras tridimensionais, além de trabalhar competências como compreender

<sup>42</sup> Fonte: <http://www.uff.br/cdme/platonicos/platonicos-html/cubo-br.html>

as formas geométricas planas e espaciais como parte da cultura, sendo capaz de identificar sua presença nas construções arquitetônicas. Este módulo encontra-se disponível no link <http://rived.mec.gov.br/modulos/matematica/geometria/>.



Figura 27 - Atividade 1 do módulo Introdução a Geometria Espacial<sup>43</sup>

Apesar das atividades interativas aqui citadas serem sugeridas nos sites de origem para estudantes do Ensino Médio, as consideramos adequadas para a aplicação no Ensino Fundamental, cabendo ao professor, é claro, decidir até que ponto da atividade o estudante do Ensino Fundamental deve seguir já que uma parte das atividades realmente é mais voltada para o Ensino Médio.

### 3.2.6 Livros didáticos

Não poderíamos deixar de falar sobre o livro didático, que é a ferramenta mais próxima do professor. O exemplar do professor traz, além da parte destinada ao aluno, orientações para o trabalho em sala de aula, sugerindo metodologias e atividades auxiliares para a prática docente.

<sup>43</sup> Fonte: <http://rived.mec.gov.br/modulos/matematica/geometria/atividade1.htm>

Alguns livros didáticos trazem propostas de projetos, como é o caso do projeto “Investigando Embalagens”, apresentado em Castrucci e Júnior (2009). O projeto sugere primeiramente que os estudantes façam uma pesquisa sobre as embalagens que têm em casa, tragam algumas para a sala de aula e relatem alguns itens referentes a estas embalagens, como o formato, a praticidade para guardar e transportar, o tipo de material de que são feitas, a possibilidade de reciclagem, dentre outros.

Após uma reflexão crítica em sala de aula sobre as embalagens, os autores sugerem que o professor divida a turma em grupos e faça uma visita ao supermercado com o objetivo de que os estudantes observem e façam relatórios sobre algumas características das embalagens, da mesma forma que já haviam feito em casa. Após este momento, o professor é levado a discutir o resultado final da pesquisa de campo com os grupos em sala de aula.

Uma segunda etapa deste projeto é a construção de embalagens, neste caso, introduzida por um texto sobre os tipos de embalagens e suas funções. Os estudantes são levados a criar embalagens de diversas formas e de diferentes materiais, finalizando o projeto com uma exposição de todas as embalagens produzidas.



Figura 28 - Página introdutória do projeto ‘Embalagens’ (CASTRUCCI; JÚNIOR, 2009).

Uma atividade também muito interessante que pode ser acrescentada neste projeto com embalagens é trabalhar com o estudante criticamente a questão de mudança no formato das embalagens, como aconteceu com a caixa de sabão em pó, que deixou de ter um formato mais alto e estreito para um formato mais baixo e largo, onde é possível além de trabalhar o cálculo de volume e área, conversar com o estudante também a questão da economia de material, que incide diretamente no lucro da empresa. Um texto que pode dar um suporte ao professor no desenvolvimento desta atividade é encontrado em Baccharin e Santos (2006).

Com o estudo de embalagens, o professor contempla procedimentos diversos sugeridos pelos PCN e CBC, quando leva o estudante a estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, quando permite a distinção, em contextos variados, de figuras bidimensionais e tridimensionais, calcular a área lateral ou total de uma figura tridimensional a partir de sua planificação.

Outro tipo de atividade sugerida em vários livros didáticos é o uso de jogos. Um jogo interessante, o “Ludo das Formas Geométricas Espaciais” é sugerido em Pataro e Souza (2009). O jogo pode ser disputado por dois ou três participantes e com ele se pode trabalhar a nomenclatura e características de formas geométricas espaciais, a quantificação e estabelecimento de relações entre o número de vértices, faces e arestas das formas geométricas e a distinção de figuras tridimensionais e bidimensionais como sugerido nos PCN. Para a realização do jogo em sala de aula é disponibilizado um modelo de tabuleiro, peões e cubos para a reprodução. As regras do jogo e os modelos citados estão reproduzidos no Anexo A.

### **3.2.7 Resolução de problemas**

Outra proposta metodológica que gostaríamos de abordar é a utilização de objetos espaciais como auxiliares na resolução de problemas diversos. Como consta nos PCN, “o estudo da Geometria é um campo fértil

para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente” (BRASIL, 1998).

Alguns problemas de otimização, que normalmente só são trabalhados no Ensino Médio e Superior, podem ser modelados e equacionados já no Ensino Fundamental, uma vez que muitos desses problemas envolvem áreas de figuras planas, volumes de sólidos conhecidos e equações simples. Por experimentação, usando o método de “tentativa e erro”, os estudantes podem tentar encontrar a solução ótima para o problema. Um exemplo disto está no Anexo B, encontrado no link <http://www.uff.br/cdme/pct/pct-html/pct-01-br.html>.

Segundo Rech (2008), o trabalho com problemas de otimização pode contribuir significativamente para estimular o estudo dos conhecimentos de matemática. Este trabalho desenvolve uma postura mais crítica frente a problemas do cotidiano independentemente do ramo de atividade que venha seguir.

Conforme os PCN, a Geometria pode e deve ser usada para ajudar na compreensão de problemas algébricos, que normalmente são de difícil abstração para o estudante quando começa a estudar o campo da Álgebra no Ensino Fundamental. Particularmente com a Geometria Espacial, é possível fazer com que o estudante “materialize”, por exemplo, a questão dos produtos notáveis.

Quando é trabalhado o cubo da soma de dois termos e lhe é apresentada sua representação geométrica, o estudante passa a entender que geometricamente,  $(a + b)^3$  indica o volume de um cubo de arestas  $a + b$  e este cubo pode ser dividido em um cubinho de arestas  $a$  com volume  $a^3$ , três paralelepípedos de arestas  $a$ ,  $a$  e  $b$  cada um com volume  $a^2b$ , três paralelepípedos de arestas  $a$ ,  $b$  e  $b$  cada um com volume  $ab^2$  e um cubinho de arestas  $b$  com volume  $b^3$ . Assim, geometricamente ele percebe que  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ .

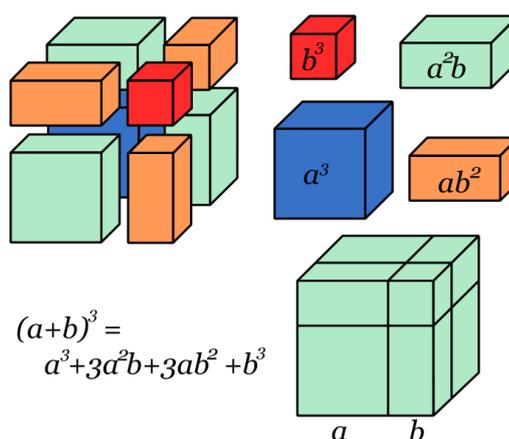


Figura 29 - Representação geométrica do cubo da soma de dois termos<sup>44</sup>

### 3.3 Análise das Propostas Metodológicas

A Geometria, por estar sempre inserida no nosso cotidiano, é um tema bastante concreto da Matemática, que por diversas vezes é tornado abstrato. Os conceitos geométricos são apresentados aos estudantes, muitas vezes, sem uma abordagem significativa. Isto pode inclusive prejudicar o desenvolvimento dos conceitos de espaço, tão necessários para a compreensão de outros conteúdos de matemática aplicáveis a diversas ciências. Tais conceitos podem, e devem, ser inseridos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental e trabalhados gradualmente ao longo da vida escolar.

Acreditamos que as diferentes propostas metodológicas citadas neste trabalho possibilitam um grande enriquecimento para a prática docente, facilitando o processo de ensino-aprendizagem de tópicos de Geometria.

Quando o estudante tem a possibilidade de testar diferentes caminhos e visualizar conceitos de diferentes pontos de vista, lhe é despertada a curiosidade para investigar e solucionar problemas. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2006),

a exploração de diferentes tipos de investigação geométrica pode também contribuir para concretizar a relação entre situações da

<sup>44</sup> Fonte: [http://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Binomio\\_al\\_cubo.svg](http://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Binomio_al_cubo.svg)

realidade e situações matemáticas, desenvolver capacidades, tais como a visualização espacial e o uso de diferentes formas de representação, evidenciar conexões matemáticas e ilustrar aspectos interessantes da história e da evolução da Matemática.

As metodologias aqui citadas, aliadas a um bom planejamento pedagógico, podem auxiliar no desenvolvimento do raciocínio e do pensamento crítico do estudante, fazendo com que ele construa relações entre os temas ensinados e suas aplicações e desenvolva sua capacidade de abstração sobre estes temas.

Existem outras propostas para o Ensino de Geometria Espacial no Ensino Fundamental que não foram mencionadas aqui. Uma sugestão é acessar o *Portal do Professor*, lançado em 2008 em parceria com o Ministério da Ciência e Tecnologia, que é um espaço público e pode ser acessado por todos os interessados. Muito rico em atividades e recursos que auxiliam em todas as áreas de ensino é uma ótima ferramenta, pois traz modelos de aulas já prontas, o que facilita muito a vida do professor, que pode adaptá-las de acordo com a realidade da sua escola. Particularmente, atividades e recursos sobre o tema Geometria Espacial podem ser encontrados acessando o link <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/buscaGeral.html?busca=geometria+espacial&x=22&y=7>.



Figura 30 - Página inicial do Portal do Professor

## Capítulo 4

### DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA PESQUISA DE CAMPO

Neste capítulo relatamos a pesquisa de campo realizada com alguns professores do Ensino Fundamental e discutiremos os resultados obtidos. Para a coleta de dados foi aplicado a estes professores um questionário com o objetivo de identificar as principais dificuldades do ensino dos temas de Geometria Espacial no Ensino Fundamental. Ao proceder a análise das respostas dos questionários, procuraremos discutir e responder as seguintes perguntas:

- Quais as dificuldades encontradas pelos professores no ensino de Geometria Espacial no Ensino Fundamental?
- Quais estratégias os professores tem usado no ensino deste tema?
- As propostas sugeridas nos livros adotados por cada escola pesquisada são satisfatórias?

#### 4.1 Público alvo

A pesquisa foi realizada com doze professores da área de Matemática que lecionam em turmas das séries finais do Ensino Fundamental. Os professores estão distribuídos em seis escolas da cidade de Raul Soares, localizada na Zona da Mata de Minas Gerais, sendo: uma escola particular, uma escola municipal e quatro escolas estaduais. Estas escolas tiveram a participação, respectivamente, de um, três, dois, três, dois e um professor.

## **4.2 Desenvolvimento da pesquisa**

As visitas às escolas foram devidamente agendadas, em algumas escolas com a pedagoga responsável, e aconteceram em horário após a reunião pedagógica semanal. Em outros casos, a reunião foi agendada com os próprios professores, que disponibilizaram horários vagos que tinham na escola.

Os trabalhos foram iniciados por uma explanação relativa ao tema deste estudo e os motivos que levaram a escolhê-lo e, logo após, os professores participantes responderam ao questionário. Em seguida discutimos brevemente o questionário e foram apresentadas a eles algumas propostas de ensino de Geometria Espacial. As propostas levadas aos professores incluem algumas das citadas neste trabalho na seção 3 e encontram-se no Anexo C.

## **4.3 Descrição do Questionário e Análise das Respostas**

O questionário aplicado (Anexo D) teve como objetivo conhecer ideias e opiniões dos professores a respeito das metodologias usadas e dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem dos temas de Geometria Espacial no Ensino Fundamental. O questionário é composto por um cabeçalho, cujo objetivo era identificar o perfil do professor participante, e mais dez questões que buscaram responder às indagações do item 4.

O cabeçalho do questionário pediu que o professor respondesse qual a sua formação acadêmica e o tempo de serviço na função. Dos doze professores entrevistados, apenas um ainda cursa a Licenciatura em Matemática (à distância), sendo os demais licenciados em cursos presenciais em Matemática. Com relação ao tempo de serviço na função, tivemos tempos que variaram de 2 a 31 anos.

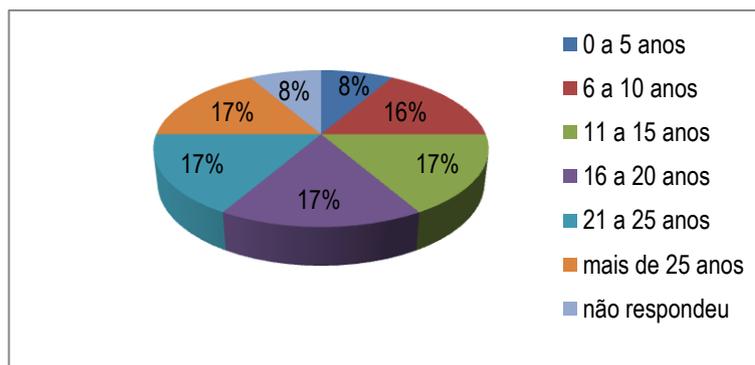


Figura 31 - Gráfico: Tempo de serviço na função

A partir de agora descreveremos as ideias centrais das perguntas do questionário, as respostas dadas pelos professores e procedemos a análise das mesmas.

As perguntas 1 e 2 buscavam identificar o conhecimento do professor sobre o desenvolvimento da Geometria ao longo da História e investigar o uso deste recurso didático em sala de aula, a influência sobre a aprendizagem dos estudantes e os resultados obtidos com o uso deste recurso.

Dentre os professores participantes, apenas quatro responderam que conhecem o desenvolvimento da Geometria ao longo da História e os demais afirmaram conhecer muito pouco ou quase nada.

Já com relação ao uso da História da Matemática como recurso didático em sala de aula, apenas quatro professores não usam este recurso em suas aulas e, dentre os demais, mesmo os que conhecem muito pouco do tema, tentam usar tal recurso; cinco professores responderam que usam pouco e três usam sempre que possível.

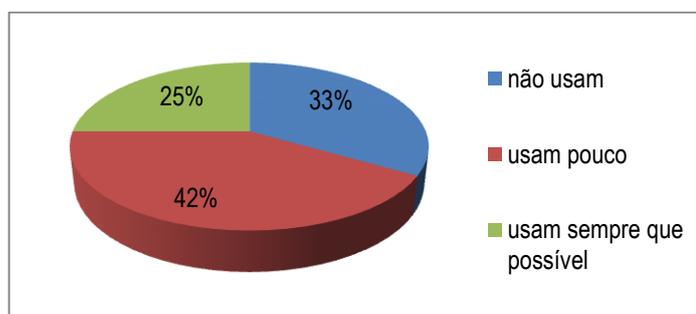


Figura 32 - Gráfico: Uso da História da Matemática em sala de aula

Em relação à influência deste recurso na aprendizagem dos estudantes, transcrevemos alguns trechos escritos pelos professores em suas respostas.

“Já observei que isso desperta o interesse dos estudantes.”

[Os alunos] “... ficam com a curiosidade mais aguçada trazendo resultados positivos, desenvolvendo o hábito de leitura.”

“Este recurso ajuda aos alunos a compreenderem melhor o conteúdo.”

“Os resultados não foram o esperado.”

“Alguns estudantes conhecendo a história se interessam mais pelo conteúdo, com isso os resultados são positivos.”

“A história possibilita ao aluno uma visão mais ampla sobre a Matemática, a integração com outras disciplinas. É uma outra forma de ver e entender a Matemática.”

Pode-se observar nesses trechos que a maioria dos professores, mesmo os que pouco utilizam este recurso, concordam sobre a influência positiva da História na aprendizagem dos estudantes, já que a mesma desperta maior interesse e pode ajudar a responder muitos “porquês” que muitas vezes ao não serem respondidos causam certa frustração ao ter que aprender algo apenas por aprender. Pudemos observar também que, dentre os professores que responderam a esta parte da pergunta, apenas um relatou não ter resultados positivos como esperado.

Nas questões 3 e 4, foi perguntado qual o livro didático adotado pela escola e sobre as propostas para o ensino de Geometria Espacial sugeridas neles. Os livros citados foram os seguintes:

- Apostila do Colégio Anglo, de Adair Mendes Nacarato, Cármen Lúcia Brancaglioni Passos e Fábio Orfali, da Editora Anglo (em uma escola);
- “Tudo é Matemática”, de Luiz Roberto Dante, da Editora Ática (em duas escolas);
- “Matemática e Realidade”, de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado, da Atual Editora (em duas escolas);
- “A Conquista da Matemática”, de José Ruy Giovanni Jr. e Benedicto Castrucci, da editora FTD (em uma escola).

Com relação às propostas para o ensino de Geometria Espacial sugeridas nos livros, apenas três professores declararam considerá-las satisfatórias e fizeram os seguintes comentários:

“A geometria sugerida é muito detalhada, dando bom suporte aos alunos.”

“As propostas são boas, entretanto o tempo não permite que sejam todas aplicadas.”

[São satisfatórias] “Para o nível e o tempo disponibilizado para a matéria.”

Os demais professores consideraram as propostas pouco ou não satisfatórias e que precisa complementação ao que o livro traz. A seguir, transcrevemos alguns trechos das respostas dadas pelos professores:

“São pouco satisfatórias. Poderia ser explorado mais amplamente mas não é. No material [apostila] a ênfase maior é para Geometria Plana.”

“As propostas são sugeridas de forma geral, padronizadas. Nem todos os alunos estão aptos a desenvolvê-las com proveito.”

“Para ser sincera pouco utilizo os projetos pedagógicos sugeridos pelo livro.”

“Na verdade o livro não trabalha com a proposta do CBC.”

Um breve relato sobre a Geometria Espacial presente nestes livros é feito no Anexo E.

A questão 5 trata da carga horária destinada ao tema Geometria Espacial. Três professores consideraram que existe espaço para o ensino deste tema no Ensino Fundamental, que a carga horária é suficiente e que cabe apenas ao professor dividir melhor as aulas disponibilizando o tempo necessário para este conteúdo. A seguir, alguns trechos interessantes das respostas:

“Uma vez que não precisa seguir o livro didático e sim o CBC, só depende do professor.”

“Basta o professor disponibilizar uma carga horária maior para geometria.”

Os outros nove professores consideram a carga horária insuficiente e, para a maioria deles, é dada muito mais importância às operações aritméticas e Álgebra, ficando a Geometria de lado. Por sua vez, a Geometria prioriza muito mais a Geometria Plana, sendo o tempo dedicado à Geometria Espacial insuficiente para o aprendizado. Segue alguns trechos das respostas dadas:

“O tempo é insuficiente, e um defeito que quase todo professor tem é dedicar mais tempo a Números e Operações e Álgebra.”

“Na escola em que leciono não tem uma carga horária destinada para a geometria. Tenho que dividir as aulas de matemática para conseguir mostrar um pouco do conteúdo para meus alunos.”

“Sempre se observa que o horário destinado ao estudo da geometria espacial é reduzido, sem condições de realizar um trabalho satisfatório.”

“Pela importância do conteúdo a carga horária é mínima para dedicação a este tema.”

“Não é suficiente, uma vez que é um conteúdo de peso para ser assimilado em tão pouco tempo.”

Na questão 6 voltamos a falar sobre o livro didático e o objetivo foi perceber qual a importância dada à Geometria na escolha do livro feita por cada escola. Nesta questão temos duas partes. Na primeira o professor deve dar uma nota de 0 a 10 para a relevância da Geometria na escolha de uma coleção. Tivemos uma nota 9, uma nota 8, quatro notas 6, três notas 5, duas notas 4 e um professor não respondeu, pois o material adotado em sua escola vem de empresa franquizada, já que se trata de escola particular. Assim, a média das notas ficou entre 5 e 6.

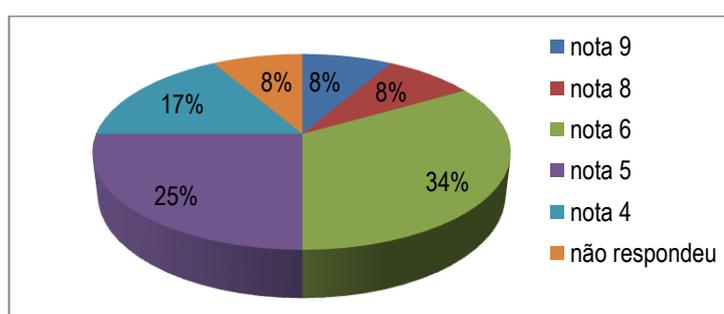


Figura 33 - Gráfico: Nota para a relevância dada à Geometria na escolha de uma coleção de livros didáticos

Na segunda parte desta questão foi pedido aos professores que numerassem de 1 a 5 cada tema de Matemática, entre Números e Operações, Geometria, Álgebra, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação de acordo com a importância dada a cada um, sendo 1 a numeração para o tema mais importante e 5 para o menos importante. Dois professores disseram não conseguir fazer essa correspondência, já que todos os temas têm a mesma importância, dando a mesma nota para todos eles; um professor colocou a Geometria em segundo lugar e todos os outros temas em primeiro; apenas um professor colocou a Geometria em primeiro lugar. A tabela a seguir dá uma visão da numeração feita pelos professores, que são identificados como P1, P2, P3 e assim por diante.

Temas	Notas											
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
<b>Números e Operações</b>	5	1	1	1	1	1	1	1	1	5	1	5
<b>Geometria</b>	1	1	5	5	4	5	5	5	5	4	1	5
<b>Álgebra</b>	2	1	2	2	2	3	1	2	2	4	1	5
<b>Grandezas e Medidas</b>	3	5	3	3	3	2	1	4	4	4	1	5
<b>Tratamento da Informação</b>	4	5	4	4	5	4	1	3	3	4	1	5

Tabela 3 - Notas dadas pelos entrevistados aos temas de Matemática

Nesta questão todos os professores relataram ter dificuldade em responder, pois consideram todos os temas de grande importância. Um dos professores ao responder esta questão, frisou isso, escrevendo a seguinte observação:

“Acho todos muito importantes. A numeração que fiz é uma ideia de cronologia, é lógico, podendo misturar esses conteúdos.”

Podemos verificar as notas dadas para a Geometria e as numerações feitas para a importância dos temas de Matemática, que a Geometria raramente é vista como o tema mais importante, deixada na maioria das vezes em último lugar.

A questão 7 tenta identificar se existem e, em caso positivo, quais são as maiores dificuldades encontradas pelo professor ao trabalhar temas de

Geometria Espacial de forma clara e objetiva, a fim de um bom resultado no desempenho do estudante. Três professores responderam não ter dificuldades para trabalhar este tema. Os demais professores relatam encontrar dificuldades que podem ser melhor percebidas em trechos de suas respostas:

“A dificuldade maior é conseguir voltar a atenção dos alunos para a matéria, e por ser um assunto um pouco mais complexo, não consigo trabalhar tanto, uma vez que a escola em que trabalho funciona com classes multisseriadas.”

“Tenho dificuldade, mas fiz um curso de origami que pode ser aplicado à geometria espacial.”

“Minha maior dificuldade é que fico muito presa ao livro didático, mais voltada para o teórico, dificuldade em trabalhar o concreto.”

“A geometria espacial é uma matéria muito abstrata, então existe a dificuldade na hora da explicação e existe a falta de tempo para trabalhar com material de apoio, como materiais concretos, que também não tem na minha escola.”

“Percebo que em relação à Geometria há uma tendência em priorizar o ensino da Geometria Plana no Ensino Fundamental.”

“Os alunos apresentam grandes dificuldades em interpretar problemas e transcrevê-los para a teoria.”

“Esta [A Geometria Espacial] é muito abstrata então tenho dificuldades na hora da explicação e também não trabalho com este conteúdo no 6º ano.”

Analisando as respostas dadas a esta questão podemos verificar que as dificuldades são enormes. Nota-se a necessidade de buscar em nossa volta modelos que possam ser trabalhados como exemplos para os estudantes, a necessidade real de trabalhar o concreto, que muitas vezes não é trabalhado.

Existem casos em que a dificuldade encontrada nas condições de trabalho oferecidas ao professor é muito grande, como é o caso do professor que trabalha com classes multisseriadas. No entanto, é bom perceber que mesmo encontrando dificuldades ainda vemos professores que buscam outras estratégias de ensino, como é o caso do professor que relatou ter feito um curso de origami e que poderia praticar o que aprendeu no ensino de Geometria Espacial.

A questão 8 busca saber sobre o conhecimento ou não dos professores com relação ao que os PCN e o CBC dizem em termos do ensino de Geometria. No geral os professores afirmaram conhecer esses documentos, porém não relataram quase nada sobre o assunto; a maioria, 7 professores, só responderam “sim”; um professor disse que o pouco que conhece foi quando as pedagogas da escola apresentaram quando os mesmos foram lançados; dois professores relataram ter conhecimento e que procuram se inteirar sempre mais destes instrumentos para melhor usá-los no dia a dia e outros dois professores comentaram algo que conheciam dessas orientações e transcrevemos seus relatos a seguir.

“Que estimula a capacidade de observação, criatividade, utiliza o raciocínio lógico dedutivo, permite calcular e fazer estimativas.”

“Ao analisar o CBC – Matemática percebe-se que a Geometria Plana é mais evidenciada pois apresenta alguns tópicos de Geometria Espacial apenas como complementares e não obrigatórios.”

Na questão 9, procuramos identificar que outras propostas além das apresentadas no livro didático o professor aplica em sala de aula para trabalhar assuntos de Geometria Espacial. Dos professores entrevistados, quatro não trabalham propostas além das trazidas no livro e justificam não ter tempo suficiente para isso, como podemos ver em alguns trechos das respostas:

“Não aplico outras propostas por falta de tempo em relação ao número de aulas distribuídas à geometria.”

“Não trabalho fora do livro.”

“Como já mencionei, nem as propostas apresentadas no livro são devidamente trabalhadas.”

Os outros oito professores disseram trabalhar com atividades fora do livro.

“Construção de sólidos geométricos, com canudinho e barbante, e com cartolina.”

“Trabalho com oficinas de materiais concretos.”

“Alguns jogos de computadores que falamos na sala e os alunos pesquisam na internet em casa ou nas aulas de informática da escola.”

“Através da planificação levo os alunos à demonstração das fórmulas e as aplicações do cotidiano, mas infelizmente faço esse trabalho apenas no ensino médio. Acho que ele poderia ser feito com muito mais aproveitamento no Ensino Fundamental.”

“Estudo de embalagens (projeto).”

A questão 10 é apenas um espaço onde o professor poderia acrescentar alguma informação que achasse relevante sobre o assunto. Nem todos responderam a esta questão, mas a seguir, transcrevemos alguns trechos dos professores que responderam.

“Quando o aluno tem a oportunidade de visualizar e manusear os objetos a consolidação da aprendizagem se torna mais efetiva do que só observando no livro didático.”

“Se for bem trabalhada a programação existente, a geometria ocupará o lugar que lhe cabe pela sua importância.”

“A percepção espacial deveria ser iniciada já nos primeiros anos do Ensino Fundamental, onde o professor através de atividades mais lúdicas apresentaria o conteúdo de forma bem contextualizada proporcionando aos alunos contato direto com objetos.”

#### **4.4 Considerações Gerais e Análise Final**

As respostas dos questionários e a troca de ideias com os professores durante as visitas feitas às escolas foram muito importantes para esta etapa do trabalho.

Dentre as dificuldades encontradas pelos professores entrevistados no ensino de Geometria Espacial no Ensino Fundamental, podemos citar o pouco tempo destinado ao ensino deste tema, a falta de material de apoio na escola, as propostas dos livros didáticos não serem satisfatórias e a dificuldade em explorar os conceitos da Geometria Espacial a partir de objetos do cotidiano. Percebemos também que o pouco conhecimento do

desenvolvimento da Geometria ao longo da História dificulta sua utilização em sala de aula.

Observamos que uma parte dos professores está desmotivada em tentar novas estratégias de ensino e muitos deles não conhecem ou não dominam a utilização das diferentes propostas metodológicas que lhes foram apresentadas.

Constatamos que o fato do livro didático não oferecer suporte para o trabalho da Geometria Espacial de um modo mais concreto é um dos fatores que leva alguns professores do Ensino Fundamental a não abordarem este tema. Porém, em alguns casos os professores relataram estar cientes de que existe a necessidade de trabalhar mais este tema e que só depende deles mesmos disponibilizarem um tempo maior para isto.

Durante a pesquisa observamos que a Geometria, no geral, é pouco ensinada pelos professores entrevistados e se restringe quase sempre à Geometria Plana. Na maioria das vezes, o professor não relaciona o bidimensional e o tridimensional, conforme sugerido pelos PCN:

o ensino de Matemática deve visar ao desenvolvimento do pensamento geométrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações (BRASIL, 1998).

Foi possível perceber também que os professores entrevistados conhecem muito pouco sobre as propostas curriculares que devem ser seguidas.

Destacamos que para o ensino de Geometria Espacial não há falta de material concreto a nossa volta, já que o mundo é tridimensional e, caso o professor queira preparar algum material para ser levado para a sala de aula, é possível fazer isto com material de baixíssimo custo, com material de sucata, ou até mesmo o que a própria escola tenha.

É necessário que muita coisa seja mudada para se obter um bom trabalho com os temas de Geometria Espacial. Os livros didáticos devem ser adaptados e os professores precisam aprofundar seus conhecimentos em relação a este tema para poder abordá-lo de forma satisfatória.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A importância da Geometria Espacial é indiscutível. A ausência de temas de Geometria Espacial no Ensino Fundamental pode prejudicar a formação de conceitos importantes relativos à percepção de objetos espaciais.

Acreditamos que a aprendizagem pode ser facilitada através de experiências, sendo necessário moldar os métodos utilizados em sala de aula de acordo com a realidade de cada escola para se conseguir uma aprendizagem significativa e, por isto, apresentamos nesta dissertação várias propostas metodológicas para o ensino de Geometria Espacial nos anos finais do Ensino Fundamental.

A pesquisa feita para a realização desta dissertação nos possibilitou aprender muito a respeito não só do tema em estudo, mas também do Ensino da Matemática em geral. Tenho a certeza de que este trabalho contribuiu significativamente para o meu crescimento pessoal e profissional ampliando meus horizontes para estudos na busca da melhoria do ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental.

Neste trabalho não esgotamos as possibilidades de pesquisa neste campo, muito pelo contrário. No entanto, esperamos ter fornecido elementos para investigações futuras a respeito do ensino de Geometria Espacial particularmente no Ensino Fundamental.

## REFERÊNCIAS

ÁVILA, Geraldo. *Reflexões sobre o Ensino de Geometria*. Revista do Professor de Matemática. SBM. n. 71, 2010.

BACCARIN, Sandra A. de Oliveira; SANTOS, Rogério César dos. *Embalagens*. Revista do Professor de Matemática. SBM. n. 60, 2006.

BOYER, Carl Benjamin. *História da Matemática*. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgar Blucher, Editora Da Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática*. Brasília, 1998.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Guia de livros didáticos PNLD 2011 - Matemática*. – Brasília, 2010.

CASTRUCCI, Benedicto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni. *A Conquista da Matemática*. Edição Renovada. São Paulo: FTD, 2009.

COSTA, Maria Aparecida; LIMA, Sônia Regina dos Reis. *Estudo de prismas: uma análise a partir do livro didático*. Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Alfenas. Alfenas, 2010.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática*. In: BICUDO, M. A. V. (org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

DANTE, Luiz Roberto. *Tudo é Matemática*. Vols. 1, 2, 3 e 4. 3ª ed. São Paulo: Ática, 2009.

EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. 5ª ed. – Campinas. SP: Editora da Unicamp, 2011.

FILHO, Romeu C. Rocha. *Os Fullerenos e sua Espantosa Geometria Molecular*. Química Nova na Escola, n. 4, 1996. Disponível em: <<http://qnesc.s bq.org.br/online/qnesc04/atual.pdf>>

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. *Matemática e Realidade*. 6ª ed. São Paulo: Atual, 2009.

JUSTINO, Ana Paula Rodrigues. *Poliedros de Platão*. Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba. Campina Grande, 2011.

KALEFF, Ana Maria; REI, Dulce Monteiro. *Varetas, canudos, arestas e ... sólidos geométricos*. Revista do Professor de Matemática. SBM. n. 28, 1995.

KAWANO, Carmen. *O Revolucionário Projetista do Exército de Napoleão*. Galileu, ed. 140, 2003. Disponível em: <<http://revistagalileu.globo.com/Galileu/0,6993,ECT498444-1944-1,00.html>>

LORENZATO, Sérgio. *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006a.

\_\_\_\_\_. *Para Aprender Matemática*. Campinas, SP: Autores Associados. 2006b.

\_\_\_\_\_. *Por que não ensinar Geometria?* A Educação Matemática em Revista. Blumenau. n. 4, 1995.

MELLO, José Luiz Pastore de. *A Jabulani*. Revista do Professor de Matemática. SBM. n. 73, 2010.

MINAS GERAIS, Secretaria de Estado de Educação. *Conteúdo Básico Comum – Matemática*. Educação Básica - Ensino Fundamental, 2006.

\_\_\_\_\_. *Matrizes de Referência para Avaliação*. Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública. Matemática (Simave). Juiz de Fora: Faculdade de Educação/CAEd, UFJF, 2009.

MOTTA, Marcelo Souza. *Contribuições do SuperLogo ao Ensino de Geometria*. Colabor@, Revista Digital da CVA. vol.6. n. 21, 2009. Disponível em <<http://pead.ucpel.tche.br/revistas/index.php/colabora/article/viewFile/126/110>>.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. *O jogo e a construção do conhecimento matemático*. In: O jogo e a construção do conhecimento na pré-escola. São Paulo, 1991.

NACARATO, Adair Mendes; PASSOS, Cármen Lucia Brancaglioni. *A Geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores*. São Carlos: EDUFSCar, 2003.

PATARO, Patrícia Rosana Moreno; SOUZA, Joamir Roberto de. *Vontade de Saber Matemática*. São Paulo: FTD, 2009.

PAVANELLO, Regina Maria. *O Abandono do Ensino da Geometria. Uma Visão Histórica*. Dissertação de Mestrado em Educação da Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PINTO, Paulo R. *Notas sobre Sólidos Platônicos e Simetrias*. Departamento de Matemática do Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal, 2006. Disponível em: <<http://www.math.ist.utl.pt/~ppinto/plato5.htm>>.

PONTE, João Pedro Da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. 1ª Edição, 2ª Reimpressão. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2006.

RECH, Roberto. *Resolvendo problemas de otimização no ensino médio*. 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/705-4.pdf>>.

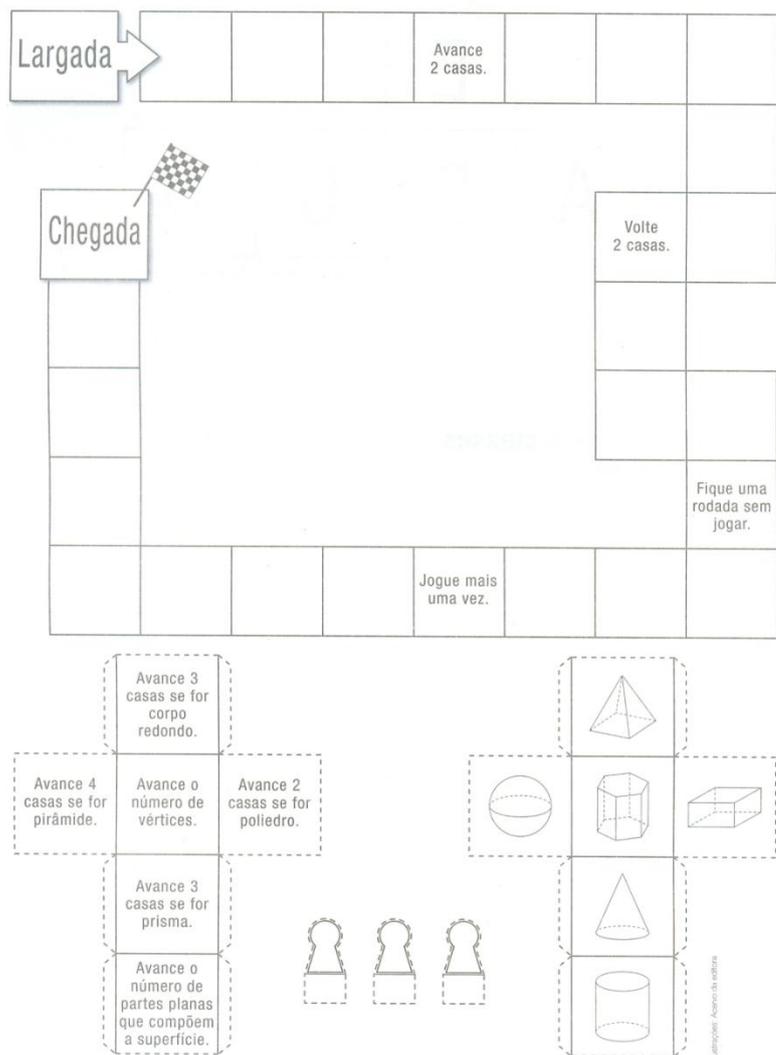
ROQUE, Tatiana. *História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SILVA, Célia Maria da. *Concepções de Professores de Matemática sobre a Utilização da História da Matemática no Processo de Ensino Aprendizagem*. 2008. Disponível em: <<http://limc.ufrj.br/htem4/papers/15.pdf>>.

STRUIK, Dirk Jan. *História Concisa das Matemáticas*. Tradução de João C. S. Guerreiro. Lisboa: Gradiva, 1989.

VIANA, Odaléa Aparecida. *A Avaliação em Geometria Espacial feita pelo SIMAVE*. São Paulo, 2010. Disponível em <<http://www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/eae/arquivos/1606/1606.pdf>>.

## ANEXO A – Tabuleiro, moldes dos peões e cubos e regras do jogo “Ludo das Formas Geométricas Espaciais”.



### Regras:

- O jogo deve ser iniciado com os peões na posição de largada;
- Cada participante, na sua vez, deve lançar os dois cubos simultaneamente. A partir da forma geométrica espacial e das orientações obtidas nos cubos, o participante move o peão no sentido da seta, avançando o número correspondente de casas;
- Caso o peão pare em uma casa especial, o participante deve seguir as orientações nela indicadas;
- Vence o jogo quem chegar primeiro à casa “Chegada”.

## ANEXO B – Problema de otimização

### O Problema da Caixa com Tampa

Aluno(a): \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Professor(a): \_\_\_\_\_

#### Enunciado do Problema

Um fabricante quer construir caixas com tampa a partir de uma folha de papelão retangular medindo 10 cm por 16 cm. Para construir a caixa, dois quadrados e dois retângulos são removidos dos cantos da folha de papelão. As abas que sobram são então dobradas para cima de modo a formar uma caixa com tampa. Quanto deve ser  $x$ , a medida em centímetros dos lados dos quadrados que são retirados da folha de papelão, para que o volume  $V$  da caixa seja o maior possível?

[01] (a) Para se familiarizar com o problema, na Parte 1 da atividade, digite alguns valores para  $x$ , observando o formato correspondente da caixa e o valor do seu volume  $V$ . Anote os valores que você digitou na tabela abaixo (acrescente mais linhas, caso sejam necessárias). **Atenção: neste momento, você não precisa se preocupar em determinar o valor de  $x$  que maximiza o volume  $V$ . Isto será feito mais adiante.**

$x$	$V$

(b) Você digitou algum valor para  $x$  que foi recusado pelo programa? Em caso afirmativo, escreva quais foram estes valores.

(c) Os valores de  $x = 20$ ,  $x = -2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 5$ ,  $x = 0.0001$  e  $x = 4.9999$  são recusados pelo programa? Por que sim? Por que não?

[02] O problema em questão pode ser modelado por uma função real  $f$  de domínio  $D$ .

(a) Vá para a Parte 2 da atividade (clique no link no topo da Parte 1). Habilite a opção “Rastro” e arraste o ponto  $M$ .

O programa irá marcar alguns pontos do gráfico da função  $f$ . Habilite então a opção “Gráfico” para ver o gráfico da função  $f$ . Copie à mão este gráfico aqui.

- (b) Determine o domínio  $D$  da função  $f$  e uma expressão para  $f(x)$ , isto é, determine o conjunto  $D$  de todos os valores de  $x$  para os quais o problema "tem sentido" e, para valores de  $x$  em  $D$ , uma expressão para  $f(x)$ . Confira sua resposta usando o programa: digite os dados nos campos correspondentes e, então, pressione o botão "Conferir!" para conferir sua resposta. Para fins de comparação, o programa sempre desenhará o gráfico da função que você especificou.

**Importante:** você não deve resolver este item por "tentativa e erro". Pegue lápis e papel e, usando seus conhecimentos de geometria, tente obter o domínio  $D$  e uma expressão para  $f(x)$ . Use então o programa para conferir sua resposta. Anote o seu raciocínio nesta folha.

- (c) Você acertou a função e o domínio de primeira? Em caso negativo, quantas tentativas você usou até o programa lhe dizer que você acertou a resposta? O que você estava errando?

[03] É possível demonstrar que existe um único número real  $p$  em  $D$  que maximiza o volume  $V$  da caixa. Usando a Parte 1 da atividade (através de "tentativa e erro"), determine uma aproximação do valor deste  $p$  ótimo com duas casas decimais corretas.

[04] Quantas caixas diferentes com volume igual a  $60 \text{ cm}^3$  podem ser construídas? Justifique sua resposta!

[05] É possível construir uma caixa com volume igual a  $80 \text{ cm}^3$ ? Por que sim? Por que não?

[06] Será que é possível determinar o ponto  $p$  ótimo cuja aproximação você calculou no Item [03]? A resposta é sim! É possível demonstrar que o único número real  $p$  em  $D$  que maximiza o volume  $V$  da caixa satisfaz a equação

$$6x^2 - 52x + 80 = 0.$$

Resolva esta equação e determine o valor de  $p$ . Compare com sua resposta para o Item [03].

**Importante:** não se preocupe, neste momento, em saber como a equação acima foi obtida. Caso você faça a disciplina "Cálculo Diferencial e Integral" na graduação, você aprenderá técnicas matemáticas que permitem deduzir esta equação.

[07] Qual é a imagem da função  $f$  que você estabeleceu no item [02] (b)? Em quais intervalos a função  $f$  é crescente? E decrescente?

[08] Existe algum valor de  $x$  em  $D$  que *minimiza* a função que você estabeleceu no item [02] (b)? Por que sim? Por que não?

Atividade disponível em <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/16939/pct-aluno.pdf?sequence=75>

## ANEXO C – Propostas levadas aos professores



UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
**PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA**

*Campus Universitário – Viçosa - MG – 36570-000 – Tel.: (31)3899-1965 – Fax: (31)3899 2393 – e-mail: profmat@ufv.br*

### Geometria Espacial no Ensino Fundamental: uma reflexão sobre as propostas metodológicas

Mestranda: Juliana de Oliveira Chaves

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Marinês Guerreiro

#### Um pouco de história

A História da Matemática pode ser usada como um valioso recurso didático para a contextualização dos conteúdos.

A Geometria é uma área do conhecimento que vem sendo utilizada de forma prática desde o tempo dos antigos egípcios, que a utilizavam principalmente para medir terrenos e realizar construções. Grande parte do conhecimento egípcio chegou até os gregos, que por sua vez começaram a organização e sistematização desse conhecimento, trabalho que foi feito especialmente por Euclides (século III a. C.), em sua obra *Elementos*.

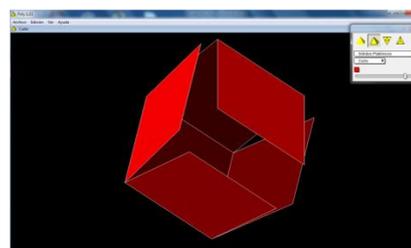
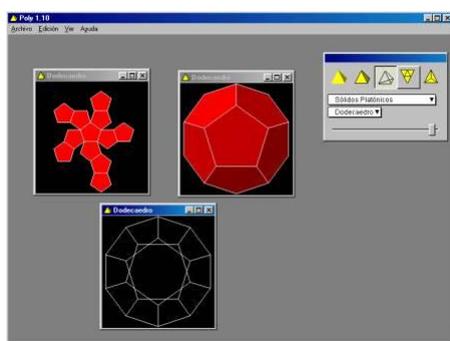
Alguns filósofos e matemáticos gregos associavam o estudo da Geometria Espacial ao estudo da metafísica e da religião, devido as formas abstratas que os sólidos apresentam. Os poliedros regulares, também conhecidos por *poliedros de Platão*, são exemplos de formas que eram consideradas perfeitas por Platão (século IV a. C.), pelo fato de serem esteticamente harmônicas. Platão descreveu a construção do universo a partir dos elementos terra, ar, fogo e água, correspondendo a cada um desses, um poliedro regular, respectivamente o hexaedro regular, o octaedro, o tetraedro e o icosaedro, elementos que juntos, formam o Universo, por sua vez representado pelo dodecaedro (doze faces pentagonais), a figura mais próxima da esfera.

Kepler (1571-1630), no século XVI, propôs um modelo cosmológico representado por poliedros, no qual se pode ver, de dentro para fora, um octaedro inscrito num icosaedro, inscrito num dodecaedro, inscrito num tetraedro, inscrito num hexaedro. Ele acreditava, assim como alguns de seus antecessores, que o universo era regido por uma geometria pura e que sobre o mundo físico havia uma forte influência das formas geométricas.

## O uso de Recursos computacionais

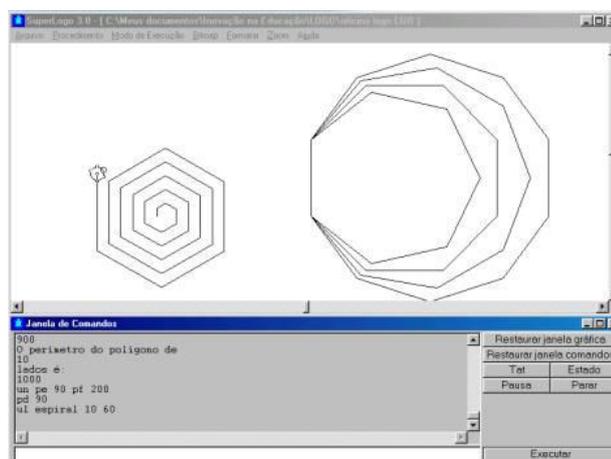
A utilização do computador e dos softwares educacionais, como recursos pedagógicos auxiliam os professores a tornar as aulas mais atraentes, resgatando assim o interesse do aluno pelo estudo da Matemática. No Ensino de Geometria o uso de softwares educacionais oferece muitas potencialidades, pois podem criar um ambiente rico de imagens e animações, fornecendo dessa maneira, um estudo mais dinâmico. Nos ambientes de geometria dinâmica, com a possibilidade de movimentar e analisar o objeto estudado sob diferentes ângulos, os alunos têm a possibilidade de explorar as propriedades do objeto levando-o a experimentar, testar hipóteses, desenvolver estratégias, argumentar, deduzir. (Costa e Lima, 2010).

O software **Poly** é um aplicativo para Geometria Espacial, que faz planificações e animações. Muito interessante para aplicar com poliedros (platônicos ou arquimedianos entre outros sólidos).



Download gratuito deste e outros softwares disponível em [http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/software/soft\\_geometria.php](http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/software/soft_geometria.php)

O **Super logo** é um programa que possibilita a exploração de conceitos e propriedades geométricas e possui comandos de fácil acesso. Consiste em ensinar a uma Tartaruga em seu ambiente de trabalho a fazer algum procedimento.



Download gratuito em <http://projetologo.webs.com/slogo.html>.

O **RIVED** é um programa da Secretaria de Educação a Distância - SEED, que tem por objetivo a produção de conteúdos pedagógicos digitais, na forma de objetos de aprendizagem. Tais conteúdos primam por estimular o raciocínio e o pensamento crítico dos estudantes, associando o potencial da informática às novas abordagens pedagógicas.

No módulo “Introdução a Geometria Espacial”, é possível fazer uma conexão entre as formas geométricas e as construções arquitetônicas das cidades. Esse módulo permite o ensino seja significativo levando o aluno a construir relações e a desenvolver sua capacidade de abstração sobre o que ele vê ou manipula.



**Atividade 1 - Geometria da Cidade**

Você já observou a geometria que existe no mundo que nos rodeia? Já observou a geometria que está presente nas construções arquitetônicas?

Convidamos você a fazer um passeio por uma cidade com um olhar completamente diferente daquele que você está acostumado. Você verá as formas geométricas nas construções e poderá observar quanta riqueza geométrica existe no mundo que nos rodeia. Bom passeio pela cidade e fique atento ao **mundo das formas!**

**Figuras:** [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ]

**Instruções:**

- Dê uma volta pela cidade passando o mouse na seta abaixo do cenário.
- Encontre as formas geométricas na cidade passando o mouse sobre os prédios e outros elementos.
- Ao encontrar as formas geométricas, clique sobre elas até completar o espaço acima do cenário.

Acesso em: <http://rived.mec.gov.br/modulos/matematica/geometria>

## Materiais Manipuláveis

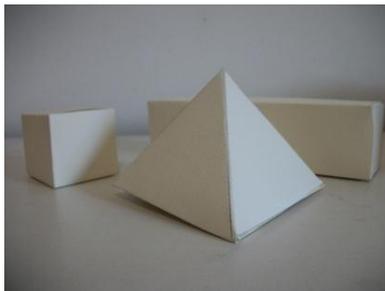
Os materiais manipuláveis surgem em sala de aula, muitas vezes, como um salva-vidas da aprendizagem. Nesse sentido, tais recursos não podem ser apenas um experimento, uma tentativa de acerto, mas que sejam ações pensadas, planejadas, estudadas e inseridas com seriedade e com intencionalidade (Moura, 1991).

Os materiais didáticos manipuláveis propiciam aos alunos interação e socialização na sala de aula e motivação, além de auxiliar na compreensão de entes geométricos possibilitando a efetiva assimilação do conteúdo.

Alguns exemplos de materiais manipuláveis:

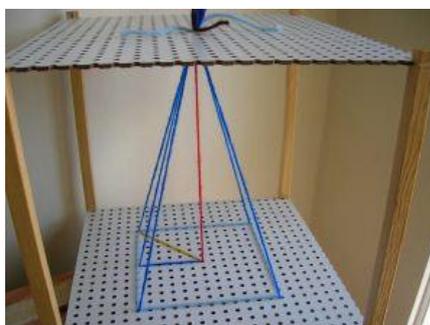
### Sólidos confeccionados em cartolina

Pode-se ensinar geometria espacial por intermédio da montagem de sólidos, em que o estudante recorta um desenho numa folha de cartolina e, através de dobraduras e colagem, monta um sólido geométrico.



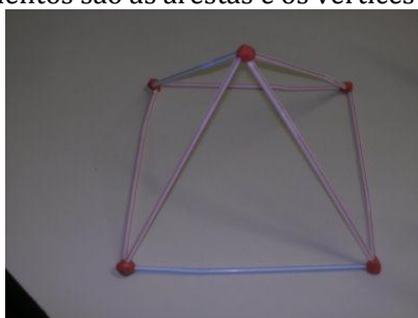
### **Geoespaço**

Composto por dois geoplanos, confeccionados em material perfurado, que dão uma ideia dos planos que contêm as bases e vértices de um polígono, fixos por quatro hastes paralelas. Os furos dão ideia de pontos e vértices. Como material de apoio, utiliza-se lãs coloridas para representar as retas suportes das arestas.



### **Sólidos construídos com canudos**

A montagem de sólidos com o uso de canudos de refrigerante, além de possibilitar que o estudante construa estruturas e "brinque" com a geometria espacial, torna possível a visualização de alguns elementos que na atividade com cartolina são menos notados. Estes elementos são as arestas e os vértices dos sólidos.



### **Portal do Professor**

O Portal do Professor foi lançado em 2008 em parceria com o Ministério da Ciência e Tecnologia, tem como objetivo apoiar os processos de formação dos professores brasileiros e enriquecer a sua prática pedagógica. É um espaço público e pode ser acessado por todos os interessados. Muito rico em atividades em todas as

áreas e é uma ótima ferramenta, pois traz modelos de aulas já prontas, o que facilita muito a vida do professor, que pode adaptá-las de acordo com a realidade da sua escola.



No Portal você encontra aulas que utilizam materiais concretos, situações práticas do cotidiano, atividades que utilizam softwares educativos, recursos multimídia, além de artigos sobre o assunto Geometria Espacial.

Atividades disponíveis em <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/buscaGeral.html?busca=geometria+espacial&x=22&y=7>.

### Referências:

ÁVILA, Geraldo. *Reflexões sobre o Ensino de Geometria*. Revista do Professor de Matemática, SBM, n. 71 (2010) 3-8.

COSTA, Maria Aparecida; LIMA, Sônia Regina dos Reis. *Ensino de Prismas: uma análise a partir do livro didático*. Alfenas: Unifal, 2010. Disponível em: <http://www.unifal-mg.edu.br/matematica/files/file/estudo%20de%20prismas.pdf>

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto e aplicações*, Vol. 2, Ática, São Paulo, 2010.

EVES, Howard, *Introdução à História da Matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. Editora da UNICAMP. Campinas, SP, 2004.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. *O jogo e a construção do conhecimento matemático*. In: O jogo e a construção do conhecimento na pré-escola. São Paulo, 1991.

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/buscaGeral.html?busca=geometria+espacial&x=22&y=7>

<http://projetologo.webs.com/slogo.html>

<http://rived.mec.gov.br/modulos/matematica/geometria/>

<http://www.facil.webs.com/canudos/canudos.htm>

<http://www.uff.br/cdme/platonicos/platonicos-html/solidos-platonicos-br.html>

[http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/softwarec/soft\\_geometria.php](http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/softwarec/soft_geometria.php)

## Anexo D – Questionário Aplicado aos Professores



UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
**PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA**

*Campus Universitário – Viçosa - MG – 36570-000 – Tel.: (31)3899-1965 – Fax: (31)3899 2393 – e-mail: [profmat@ufv.br](mailto:profmat@ufv.br)*

Geometria Espacial no Ensino Fundamental: uma reflexão sobre as propostas  
metodológicas

Mestranda: Juliana de Oliveira Chaves

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Marinês Guerreiro

### Questionário

Nome do(a) professor(a): \_\_\_\_\_

Formação Acadêmica: \_\_\_\_\_

Instituição: \_\_\_\_\_

Tempo de serviço na função: \_\_\_\_\_

Escola: \_\_\_\_\_ Rede: \_\_\_\_\_

1) “ A Geometria é uma área do conhecimento que vem sendo utilizada de forma prática desde o tempo dos antigos egípcios, que a utilizavam principalmente para medir terrenos e realizar construções”. Você conhece a gênese e o desenvolvimento da Geometria ao longo da história da humanidade, em particular, da Geometria Espacial?

\_\_\_\_\_

2) A História da Matemática (especificamente a da Geometria) é um valioso recurso didático para a contextualização dos conteúdos. Você utiliza este recurso em sala de aula? Que influência tem na aprendizagem dos estudantes? Os resultados alcançados são positivos ou negativos? Descreva-os.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3) Qual o livro didático de Matemática adotado pela escola onde você leciona?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

4) O que você acha das propostas pedagógicas sugeridas no livro para a Geometria Espacial? São satisfatórias?

---

---

5) Uma vez que a Geometria Espacial é tão cobrada nas avaliações externas, você considera a carga horária destinada a este tema nas séries em que leciona suficiente para a aprendizagem do conteúdo?

---

---

6) Na escolha do livro didático feita pela sua escola, que importância é dada à Geometria? (Dê uma nota de 0 a 10 na relevância que ela tem na escolha de uma coleção).

Numere os itens de acordo com a importância dada na escolha de uma coleção. (1. Mais importante ... 5. Menos importante)

- ( ) Números e operações
- ( ) Geometria
- ( ) Álgebra
- ( ) Grandezas e Medidas
- ( ) Tratamento da Informação

7) Na sua prática pedagógica, você encontra alguma dificuldade para trabalhar os assuntos de Geometria Espacial de maneira clara e objetiva de forma a alcançar um bom resultado no desempenho dos estudantes? Cite-a(s). A que você atribui essa(s) dificuldade(s)?

---

---

8) Os PCN e o CBC são orientações quanto ao cotidiano escolar, os principais conteúdos que devem ser trabalhados, a fim de dar subsídios aos educadores, para que suas práticas pedagógicas sejam da melhor qualidade. Você conhece o que os PCN e o CBC dizem em termos do ensino de Geometria?

---

---

9) Além das propostas pedagógicas apresentadas no livro didático, qual(is) outra(s) proposta(s) você aplica em sala de aula para trabalhar assuntos de Geometria Espacial?

---

---

10) Gostaria de acrescentar mais alguma informação que acha relevante sobre este assunto?

---

---

Agradeço sua disponibilidade e atenção!

## **ANEXO E - A Geometria Espacial em livros dos Anos Finais do Ensino Fundamental**

Neste anexo, descreveremos os conteúdos de Geometria Espacial presentes nas quatro coleções utilizadas nas escolas onde trabalham os professores entrevistados. Apresentamos também trechos da análise das coleções das escolas públicas, de acordo com resenhas contidas no Guia de Livros Didáticos referente ao Plano Nacional de Livros Didáticos de 2011(PNLD 2011).

### **Apostila do Colégio Anglo**

O Colégio Anglo tem material didático próprio que é adotado em todas as suas filiais e, no caso dos anos finais do Ensino Fundamental, a coleção é composta por quatro volumes com autoria de Adair Mendes Nacarato, Cármem Lúcia Brancaglioni Passos e Fábio Orfali.

A coleção traz tópicos de Geometria Espacial apenas no primeiro e segundo volumes.

No primeiro volume, destinado ao 6º ano, os autores começam relacionando as formas geométricas com objetos do cotidiano, trazendo um texto sobre embalagens e sugerem ainda a montagem de uma embalagem no formato de um paralelepípedo retângulo, onde o professor deve explorar os conceitos de vértices, faces e arestas. Em seguida são introduzidos os conceitos de figuras planas e não planas e são trabalhadas planificações de poliedros e atividades com malha quadriculada.

Ao tratar das pirâmides a apostila traz curiosidades sobre as pirâmides do Egito, abordando um pouco da História. O material traz atividades que levam o estudante a observar características das figuras espaciais e classificá-las a partir de suas semelhanças. A relação de Euler para vértices, faces e arestas também é explorada.

No segundo volume, destinado ao 7º ano, são trabalhadas as noções de volume de um poliedro, associando a ideia de volume ao espaço ocupado por um objeto. É trabalhado também o cálculo do volume de cubos e paralelepípedos. Em seguida são estabelecidas as relações entre as unidades de medidas de volume e feitas conversões entre unidades de medida de volume e capacidade.

### Livro “Tudo é Matemática”

A coleção “Tudo é Matemática” da Editora Ática do autor Luiz Roberto Dante, destinada aos anos finais do Ensino Fundamental, é composta por quatro volumes e é adotada por duas escolas públicas participantes da pesquisa.

A coleção traz tópicos de Geometria Espacial em todos os anos do Ensino Fundamental. Sobre a Geometria apresentada nesta obra o Guia de Livros Didáticos (PNLD 2011) traz o seguinte:

Os sólidos são abordados de maneira apropriada: as figuras planas, por exemplo, são estudadas com base em planificações de figuras tridimensionais. Busca-se, sempre, levar o aluno a observar a geometria em imagens ou desenhos presentes no texto, para, em seguida, incentivar a construção de figuras com o uso de instrumentos de desenho (BRASIL, 2010).

No primeiro volume, destinado ao 6º ano, a Geometria é introduzida com sólidos geométricos, passando depois às regiões planas e seus contornos. Toda a Geometria é explorada informalmente e as atividades favorecem a manipulação de materiais concretos, permitindo a visualização e identificação de seus elementos, possibilitando ao estudante verificar semelhanças e diferenças entre as formas, como sugerido pelo próprio autor:

Nos anos iniciais do ensino fundamental, bem como no 6º ano, é indicado trabalhar com Geometria experimental ou Geometria manipulativa, na qual o aluno manuseia e manipula objetos, embalagens e sólidos geométricos, percebe seus elementos, suas características ou propriedades e descobre também as diferenças e semelhanças entre eles. Assim é mais indicado iniciar com os

sólidos geométricos, que são figuras tridimensionais (três dimensões), por serem palpáveis, “concretos” e da vivência dos alunos (DANTE, 2009).

O capítulo deste primeiro volume que trata da Geometria Espacial começa explorando os sólidos já trabalhados nos anos iniciais do ensino fundamental, e logo após os estudantes são estimulados a pesquisar outras figuras geométricas espaciais, fazendo a classificação destas como sólidos, regiões planas e contornos. São estudados também os principais poliedros e corpos redondos, levando o estudante a perceber a diferença entre eles. São trabalhadas noções de faces, vértices e arestas de poliedros e os estudantes são levados a perceber a regularidade existente nos poliedros que estudaram, chegando à relação de Euler.

O Manual do Professor traz como sugestão, o trabalho com embalagens, enfocando questões de temas transversais como consumo e saúde. O conceito de volume é visto no último capítulo do livro, abordando o volume do paralelepípedo e do cubo.

No segundo volume, destinado ao 7º ano, o estudo dos sólidos geométricos é retomado, revisando o que já foi visto no 6º ano. O livro traz atividades que além de revisar, favorecem a descoberta de outras características dos sólidos geométricos e são explorados outros poliedros além dos vistos anteriormente. O autor também sugere o trabalho com materiais concretos e a construção de esqueletos de poliedros com palitos e bolas de isopor.

No terceiro volume é dada a continuidade ao trabalho feito nos anos anteriores, explorando a representação plana dos sólidos geométricos e o uso das malhas pontilhadas, quadriculadas e triangulares para representar os sólidos no plano. São trabalhadas as diversas vistas possíveis de um sólido geométrico e desenhos em perspectiva. Segundo o autor, todas essas formas de representação de um sólido geométrico ajudam a desenvolver no estudante, habilidades de percepção espacial.

Neste volume, o trabalho com volume de um sólido geométrico é retomado e são trabalhadas as noções de equivalência de volumes. O cálculo da medida do volume de um paralelepípedo é revisitado e ampliado,

trabalhando o cálculo da medida do volume de um prisma qualquer e de uma pirâmide. O autor sugere que os alunos construam, em grupos, um prisma e uma pirâmide de mesma base e mesma altura e façam a constatação de que o volume da pirâmide é um terço do volume de um prisma de mesma altura e mesma base.

No quarto volume, a parte da Geometria Espacial trata do cálculo da área total e volume de sólidos geométricos. O cálculo da área total de uma superfície de um sólido é explorado nos prismas e cilindros. A ideia de volume é novamente trabalhada abordando a medida do volume de um prisma, um cilindro, uma pirâmide e um cone.

### Livro “A Conquista da Matemática”

A coleção “A Conquista da Matemática” da Editora FTD com autoria de José Ruy Giovanni Jr. e Benedicto Castrucci, destinada aos anos finais do Ensino Fundamental, é composta por quatro volumes e é adotada por uma escola pública participante da pesquisa.

Nesta coleção, identificamos muito pouco de Geometria Espacial. As características dos sólidos são pouco exploradas e os elementos (vértices, faces, arestas) de um sólido não são trabalhados. Sobre a Geometria apresentada nessa obra, o Guia de Livros Didáticos (PNLD 2011) traz o seguinte:

Privilegia-se a geometria plana e seu estudo é iniciado com as noções de ponto, reta, plano, ângulos e polígonos (BRASIL, 2010).

O primeiro volume da coleção traz em apenas uma página desenhos de alguns sólidos geométricos na tentativa de que o estudante os identifique com objetos do nosso cotidiano. Imediatamente é passado para o estudo do cálculo do volume de um paralelepípedo retângulo. O pouco que traz de Geometria Espacial acaba sendo confundido com o tratamento de unidades de medida.

O segundo e o quarto volume não trazem nenhum tópico envolvendo Geometria Espacial. O terceiro volume também não traz em nenhum de

seus capítulos nada de Geometria Espacial. Porém, final do livro é trazida uma sugestão de um projeto com embalagens que pode ser trabalhado durante todo o ano, onde podem ser explorados alguns sólidos geométricos e suas planificações, comparando-os com os formatos das embalagens.

### Livro “Matemática e Realidade”

A coleção “Matemática e Realidade” da Atual Editora com autoria de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado, destinada aos anos finais do Ensino Fundamental, é composta por quatro volumes e é adotada por duas escolas públicas participantes da pesquisa.

Nesta coleção apenas o primeiro volume traz um pouco de Geometria Espacial. A noção de espaço é pouco trabalhada. O segundo, terceiro e quarto volumes não trazem nenhum tópico sobre o assunto. Sobre esta coleção o Guia de Livros Didáticos (PNLD 2011) traz o seguinte:

As construções geométricas com instrumentos de desenho estão muito presentes, mas nem sempre elas são justificadas. As coordenadas cartesianas são utilizadas em gráficos de estatística e de funções. No entanto, não se explora a visualização espacial nem se focalizam a ampliação/redução de figuras geométricas. A nomenclatura e a classificação são enfatizadas, enquanto atividades experimentais em geometria são pouco valorizadas (BRASIL, 2010).

No primeiro volume o autor inicia a Geometria relacionando objetos do nosso cotidiano com sólidos geométricos e são apresentadas as planificações de um paralelepípedo retângulo, de uma pirâmide, de um cilindro e de um cone para que o estudante reproduza e monte o sólido correspondente. Em seguida são exploradas brevemente as noções de vértice, aresta e face fazendo uma conexão com as noções de ponto, reta e plano. Em outro capítulo desse volume, juntamente com a exploração de unidades de medida é trabalhado um pouco o cálculo do volume de um paralelepípedo retângulo e de um cubo.