Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
Coordenação do PROFMAT

Nilberti Assis Duarte de Almeida

Uma Análise da apresentação do Teorema de Tales em livros didáticos do nono ano do Ensino Fundamental

Orientadora: Lhaylla dos Santos Crissaff

NITERÓI
Abril / 2013

Nilberti Assis Duarte de Almeida

Uma Análise da apresentação do Teorema de Tales em livros didáticos do nono ano do Ensino Fundamental

Dissertação apresentada por **Nilberti Assis Duarte de Almeida** ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre.

Orientadora: Lhaylla dos Santos Crissaff

Niterói
2013

Dissertação de Mestrado sob o título *"Uma análise da apresentação do Teorema de Tales em livros didáticos do* 9º *ano do Ensino Fundamental"*, defendida por Nilberti Assis Duarte de Almeida e aprovada em 15 abril de 2013, Niterói, Rio de Janeiro, pela banca examinadora constituída pelos professores:

Lhaylla dos Santos Crissaff
Doutora em Matemática pela PUC-Rio
Orientadora

Ana Maria Martensen Roland Kaleff
Doutora em Educação pela UFF

Solimá Gomes Pimentel
Doutora em Matemática pela UFRJ

Pedro Carlos Pereira
Doutor em Educação Matemática pela PUC-SP

Dedico esta tese a Deus, a minha família, amigos, colegas de trabalho, a minha orientadora pelo apoio, força e incentivo, paciência e determinação. Sem eles nada disso seria possível!

Agradecimentos

Agradeço a Deus pela minha existência, ao seu filho Jesus Cristo por sua obra redentora e ao Espírito Santo de Deus por estar me auxiliando de todas as formas. Ao meu querido pai, Paulo Cézar (in memoriam) por todos os seus ensinamentos e companheirismo, a minha mãe Elizabeth Almeida e a minha esposa Viviane Almeida. Agradeço também aos meus colegas de classe tão especiais, professores e coordenadores tão competentes e, em particular, agradeço ao professor Humberto José Bortolossi e a minha orientadora e professora Lhaylla dos Santos Crissaff.

"[...] guia-me mansamente a águas tranquilas. Refrigera a minha alma; guia-me pelas veredas da justiça por amor do seu nome."(Salmo de Davi- cap.23 vers.2 e 3)

Resumo

Neste estudo faremos uma análise da apresentação do Teorema de Tales em alguns livros didáticos do 9º ano do Ensino Fundamental comumente adotados no Brasil. Este estudo contemplará os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), e serão considerados os seguintes aspectos: motivação, pré-requisitos, provas e exercícios. Também apresentaremos o resultado de uma pesquisa feita com professores e alunos sobre a importância da apresentação de demonstrações de Geometria na Educação Básica.

Palavras-chave: Livros didáticos, Teorema de Tales.

Abstract

In this study, we presented an analysis of the Tales Theorem in some text-books of the ninth year of elementary school commonly adopted in Brazil. This study will include the National Curriculum Parameters (PCN), and will be considered the following aspects: motivation, prerequisites, mathematical demonstration and exercises. We also present the results of a survey of teachers and students about the importance of presenting demonstrations of Geometry in Basic Education.

Keywords: Text-books, Tales Theorem.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

1 Introdução

Desde a infância identifiquei-me com a Matemática e, com o passar dos anos, fui gostando ainda mais dessa disciplina. Durante o Ensino Fundamental, tive vários professores de Matemática que me incentivaram na descoberta de resultados e na resolução de problemas. No entanto, a maioria desses professores resolvia exercícios tradicionais, ou seja, sem nenhuma contextualização e, com isso, a maior parte da turma ficava desmotivada em aprender, pois não sabia em que a Matemática poderia ser útil no dia a dia.

Ingressei no Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal Fluminense não com o interesse em ser professor, mas sim em aprofundar os meus conhecimentos. No entanto, no início da graduação fui convidado para trabalhar em um curso preparatório para as Escolas Militares, onde ingressei no magistério. Comecei, efetivamente, a trabalhar como professor em 2009, já formado, na Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro. Inicialmente trabalhei nas turmas de 6º ano e 9º ano do Ensino Fundamental. As turmas de 6º ano, geralmente, são muito agitadas e os alunos são muito dispersos. Dessa forma temos que criar, primeiramente, um ambiente favorável à aprendizagem para, posteriormente, trabalhar os conteúdos a serem ministrados usando as metodologias que se fizerem necessárias. Já as turmas de 9º ano são menos agitadas, no entanto, os alunos apresentam muitas dificuldades com assuntos que deveriam ter estudado em séries anteriores. Ao longo desses anos, pude criar a minha prática profissional que é a proposta por Tardif [32] trazendo significativa contribuição para o nosso objetivo de pesquisa. Segundo Tardif,

> "A finalidade de uma Epistemologia da Prática Profissional é revelar esses saberes, compreender como são integrados concretamente nas tarefas dos profissionais e como estes os incorporam, produzem, utilizam, aplicam e transformam em função dos limites e dos recursos inerentes às suas atividades de trabalho". (Tardif, 2002, p.256).

Nesse sentido, cabe ressaltar que a proposta de Maurice Tardif vai ao encontro de uma formação que compreende como os saberes são integrados pelos profissionais na prática docente.

Na minha experiência, durante o Ensino Fundamental, não tive muito contato com as provas em Matemática. No entanto, no Ensino Médio tive um contato mais estreito com provas e argumentações.

Este estudo tem por objetivo analisar a apresentação do Teorema de Tales em três livros didáticos do 9º ano do Ensino Fundamental, observando os seguintes aspectos: motivação, pré-requisitos, provas, consonância com os Parâmetros Curriculares Nacionais, exercícios e trazer uma breve fundamentação sobre alguns aspectos das teorias de Balacheff e Van Hiele, as quais identificam níveis de evolução dos alunos em provas e demonstrações.

Mostraremos a seguir a estrutura do trabalho:

Primeiramente, são apresentadas algumas considerações sobre o ensino de Matemática no Brasil a partir do século XX.

No capítulo 2, baseado em [20], analisaremos a importância do livro didático para o ensino da Matemática, assim como as considerações feitas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) a este respeito. Apresentaremos um breve histórico do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e seu papel na Educação Básica no Brasil. Também discutiremos brevemente alguns aspectos da teoria de Van Hiele [26] e Balacheff [4] sobre provas e demonstrações.

O capítulo 3 é dedicado à análise da apresentação do Teorema de Tales em três livros didáticos do 9º ano do Ensino Fundamental. Em seguida, iniciaremos pela análise do livro *A Conquista da Matemática*, seguido do livro *Novo Praticando Matemática* e finalizando pelo livro *Tudo é Matemática*. Citaremos os requisitos mínimos para abordagem do assunto e desenvolveremos sua aplicabilidade no Teorema de Tales.

Já no capítulo 4 serão apresentados os resultados de uma pesquisa realizada com 41 alunos que cursam os primeiros períodos do curso de Matemática na Universidade Federal Fluminense (UFF) e 20 docentes que atuam na rede pública de ensino. Essa pesquisa foi realizada através do preenchimento de um questionário que, segundo Lorenzato [23], "é um dos instrumentos mais tradicionais na coleta de informações"e é através dele que justificamos nossa pesquisa com dados advindos da empiria. Esse questionário versava sobre questões, principalmente concernentes a demonstrações. Em seguida, finalizaremos fazendo algumas comparações entre as respostas apresentadas pelos docentes e discentes.

As considerações finais deste trabalho serão feitas no capítulo 5, reconhecendo que o estudo nos proporcionou um melhor entendimento da necessidade de qualificação do professor e dos critérios de escolha de um livro didático, objetivando benefícios à aprendizagem dos alunos.

1.1 O Ensino de Matemática no Brasil a partir do século XX: algumas considerações

Para termos uma visão atual do ensino de Matemática no Brasil precisamos nos remeter ao passado, para buscarmos os fundamentos da situação vigente.

No início do século passado, de acordo com Pavanello [27], o Brasil era um país agrícola essencialmente, a maioria de sua população era analfabeta e sem acesso à educação formal. O Ensino Secundário, atual Ensino Médio, era pago e destinado às elites e à preparação aos cursos superiores.

Após a crise financeira de 1929 deflagrada em todo o mundo, cujo reflexo foi o processo de industrialização lenta do nosso país, foi criado o Ministério da Educação e Saúde que foi primordial para uma reestruturação da educação no Brasil. Ao longo da década de 1930, dentre outros importantes acontecimentos, destacamos a criação da Universidade de São Paulo (1934) e da Universidade do Rio de Janeiro (1935), sendo instalados nessas universidades os primeiros cursos de formação de professores, segundo Pavanello [27].

Após a Segunda Guerra Mundial $(1939-1945)$, no ano de 1951, o então Ministro da Educação Simões Filho, em decorrência do descontentamento em relação ao ensino ministrado nos cursos secundários, incumbiu a congregação do Colégio Pedro II na elaboração de novos programas.

Em decorrência da Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de $1^{\underline{o}}$ e $2^{\underline{o}}$ graus, lei $5692/71$, segundo Pavanello [27], cada professor foi instruído a montar o programa de sua disciplina e, com isso, os professores deixaram de ensinar Geometria em favorecimento à Aritmética e Álgebra. Após a lei citada anteriormente, foi verificado uma perda gradual da qualidade do ensino de Matemática, principalmente do ensino de Geometria, em decorrência da piora nas condições de trabalho, baixa remuneração e fragilidade nos critérios de aprovação.

Atualmente, algumas secretarias de ensino têm buscado alternativas para melhoria do ensino, inclusive o da Matemática. O aumento da carga horária nas escolas conforme a que tem sido implementada pela Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro através do projeto Ginásio Carioca, aulas de reforço no contra-turno conforme tem ocorrido em algumas escolas estaduais do Estado do Rio de Janeiro, oficinas e incentivos financeiros aos alunos com bom desempenho são algumas das medidas que visam à melhoria do ensino, principalmente o de Matemática. Contudo, segundo Facci [14], a remuneração dos profissionais do magistério ainda tem ficado em segundo plano, dificultando a elevação do nível de educação no Brasil. O professor motivado é parte fundamental do processo de ensino e aprendizagem.

Para aprender bem, os alunos devem, também, ter estrutura e atendimentos adequados para alcançarem níveis satisfatórios de interesse. Existem fatores principais que devemos atentar para convidar o aluno para estudar o tema, são eles: atratividade, motivação, empatia pelo professor, livro estimulativo e atual, consonância com objetivos da sociedade e dos alunos daquela região.

Sendo assim, acreditamos que a retomada do ensino de Geometria, de forma mais geral a retomada do ensino de Matemática, é o caminho que precisamos trilhar para fazer com que os nossos alunos tenham uma educação em Matemática de qualidade.

2 *Livro didático*

Atualmente fala-se muito em aula interativa e estímulo ao uso do computador, mas no dia a dia a prática docente tem encontrado muita dificuldade. Primeiro, as escolas e diretores se orgulham de ter um laboratório de informática, mas nem sempre eles estão à disposição dos professores. O projetor, muitas vezes, é um só para muitas turmas. Com isso, o bom e não tão caro livro didático ainda continua sendo uma grande ferramenta para a aprendizagem dos alunos. Segundo Gravina e Santa Rosa [17], no contexto da Matemática, a aprendizagem depende de ações que caracterizam o "fazer Matemática": experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e demonstrar.

Neste estudo iremos analisar o livro didático que o aluno utiliza no 9º ano do Ensino Fundamental tendo como tema central o *Teorema de Tales*.

Portanto, cabe a pergunta: o que é livro didático? Uma resposta esclarecedora foi dada por Lajolo [20]:

> "Didático, então, é o livro que vai ser utilizado em aulas e cursos, que provavelmente foi escrito, editado, vendido e comprado, tendo em vista essa utilização escolar e sistemática. Sua importância aumenta ainda mais em países como o Brasil, onde uma precaríssima situação educacional faz com que ele acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, pois, de forma decisiva, o que se ensina e como se ensina o que se ensina". (Lajolo, 1996, p.4)

Ainda, segundo Lajolo [20]: "para ser considerado *didático*, um livro precisa ser usado, de forma sistemática, no ensino-aprendizagem de um determinado objeto do conhecimento humano, geralmente já consolidado como disciplina escolar". Nesse sentido, o livro é um instrumento que ajuda o aluno, com a cooperação do professor a chegar ao conhecimento. É importante perceber que o processo ensino-aprendizagem é contínuo, isto é, é reiniciado continuamente. Diz, também, Lajolo [20] que "é só na interação entre o saber que se traz do mundo e o saber trazido pelos livros que o conhecimento avança". E é claro que não há livro à prova de professor, ou seja, um bom professor transforma qualquer livro ruim e um mau professor pode desandar o melhor livro, pois o melhor livro é apenas um livro, e deve ser instrumento auxiliar de aprendizagem. Um livro constitui uma ferramenta valiosa, porém o professor também é parte fundamental na formação dos alunos. Uma boa formação, conhecimento matemático e didático, comporão elementos cruciais no dia a dia da sala de aula. Todo professor deveria se examinar no tocante a suas práticas pedagógicas e se sua metodologia de ensinar está atingindo o objetivo, que é fazer o aluno aprender.

Para ensinar bem, os professores devem ter condições de trabalho, uma boa formação, fácil acesso aos meios que facilitem um melhor processo de aprendizagem e justa remuneração. Vale ressaltar que os interesses, objetivos e esperanças de alunos e pais variam de região para região e até de país para país, sendo estes influenciados por sua cultura, costumes e história. Portanto, a sensibilidade do professor e das escolas se faz muito necessário nesse processo, aliados à família e à comunidade.

O conhecimento lógico-matemático dos alunos, segundo Piaget [18], é uma construção que resulta da ação mental da criança sobre o mundo, construído a partir de relações que a criança elabora na sua atividade de pensar o mundo, e também das ações sobre os objetos e acreditamos que o contato com pequenas demonstrações no Ensino Fundamental e mais tarde no Ensino Médio podem contribuir para isso. Dentro desse contexto lógico-matemático, vale ressaltar que uma abordagem sobre prova e demonstração nos foi dada segundo Pietropaolo[29],

> "Entretanto, no âmbito exclusivo da Matemática, *prova* e *demonstração* são, em geral, sinônimas e não precisam de adjetivações:"(Pietropaolo, 2005, p.49)

No entanto, vale ressaltar que segundo Abbagnano [1], prova é um procedimento próprio para estabelecer um saber, isto é um conhecimento válido, mais extenso do que demonstrações. Diz também Abbagnano [1], "as demonstrações são provas, mas nem todas as provas são demonstrações".

Consideraremos neste estudo provas e demonstrações como sinônimas.

Veremos a seguir como o pesquisador francês Balacheff [4], classifica as provas realizadas por alunos:

Empirismo ingênuo (*Empirism Naif*): a demonstração é trocada pela exemplificação de forma inocente. Ou seja, para validar uma propriedade, tomam-se alguns poucos casos, sem questionar à particularidade.

Experiência Crucial (*Expérience Cruciale*): o indivíduo tenta, explicitamente, generalizar um problema. Ele procura verificar uma propriedade em caso particular, mas sem considerá-lo tão particular.

Exemplo Genérico (*Exemple Genérique*): consiste na explicitação das razões que validam uma propriedade que encerra uma generalidade, mesmo que se faça uso de uma particularização do objeto estudado.

Experiência Mental (*Expérience Mentale*): momento em que a argumentação flui através de pensamentos mais gerais, e não mais através de situações particulares. É a fase que o aluno inicia o uso da linguagem matemática de forma natural.

Segundo Balacheff [4], as provas são divididas em duas categorias: prova pragmática e prova intelectual. As pragmáticas usam conhecimentos práticos e ações, como por exemplo, desenhos, observação de figuras com o objetivo de verificar a validade de determinada afirmação. Em contrapartida, as provas intelectuais englobam formulações e relações entre algumas propriedades em pauta. A passagem das provas pragmáticas para as provas intelectuais é marcada por uma evolução da linguagem matemática.

Vamos exemplificar cada etapa com a seguinte situação: o professor pede aos alunos para verificarem se o número de diagonais de um polígono de n lados é dado pela fórmula $\dfrac{n\cdot(n-3)}{2}$.

Empirismo ingênuo: o aluno escolhe desenhar um polígono de 4 lados e traça suas diagonais, encontrando 2 diagonais. Em seguida, aplica a fórmula constatando que $\dfrac{4\cdot(4-3)}{2}=2$, e conclui que a fórmula é válida para qualquer polígono.

Experimento crucial: o aluno constrói um polígono com um número de lados maior, por exemplo, 10 lados, e traça todas as suas diagonais, encontrando 35. Depois do desenho, verifica testando na fórmula e percebe que o resultado é o mesmo, ou seja, $\dfrac{10\cdot(10-3)}{2}=35$. Daí ele conclui que a fórmula é válida para qualquer polígono. Vale ressaltar que o aluno procurou encontrar uma generalização empírica.

Exemplo genérico: o aluno usa o caso particular do pentágono, percebendo que de cada vértice partem 2 diagonais, obtendo um total de 10 diagonais. Todavia, observa que cada diagonal é contada duas vezes, então divide o valor encontrado por 2(ou seja, 10 por 2), encontrando 5 diagonais. O aluno constata também que o mesmo ocorre para outros polígonos, variando apenas o número de diagonais que sai de cada vértice.

Experimento mental: o aluno percebe que para encontrar o número de diagonais de um polígono, basta considerar o número de diagonais que partem de cada vértice. Para tal, é necessário tomar o número de vértices e subtrair seus dois vizinhos e ele próprio (ou seja, 3), multiplicar o resultado pelo número de vértices e depois dividir por 2, pois cada diagonal foi contada duas vezes. Assim, considerando n como sendo o número de vértices do polígono, ele obteria $\dfrac{n\cdot(n-3)}{2}$.

Uma outra corrente teórica, conhecida como teoria de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico classifica em níveis a compreensão de um determinado conteúdo pelos alunos enquanto aprendem Geometria.

Segundo Nasser [26], o modelo de Van Hiele para o desenvolvimento do raciocínio em geometria foi criado por Pierre Van Hiele e sua esposa Dina Van Hiele, tendo por base as dificuldades apresentadas por seus alunos do curso secundário na Holanda.

De acordo com os 5 níveis de Van Hiele para o desenvolvimento do raciocínio em geometria, os alunos só atingem determinado nível de raciocínio após dominar os níveis anteriores. Em seguida, apresentaremos uma tabela com os níveis que trata do conteúdo figuras geométricas.

Nível de Van Hiele	Características	Exemplo
1º nível-Reconhecimento	Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global.	Classificação de recortes de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.
2º nível - Análise	Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas.	Descrição de um quadrado através de propriedades: 4 lados iguais, 4 ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos.
3º nível - Abstração	Percepção da necessidade de uma definição precisa e de que uma propriedade pode decorrer de outra; argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.	Descrição de um quadrado através de suas propriedades mínimas: 4 lados iguais, 4 ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo.
4º nível - Dedução	Domínio do processo dedutivo e das demonstrações; reconhecimento de condições necessárias e suficientes.	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
5º nível - Rigor	Capacidade de compreender demonstrações formais. Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos	Estabelecimento e demonstração de teoremas.

Tabela 2.1: Níveis de Van Hiele para o conteúdo figuras geométricas.

Podemos perceber através deste estudo que os níveis de Van Hiele são mais precisos do que as validações de Balacheff para a caracterização do nível em que se encontra o aluno acerca de um determinado assunto de geometria.

2.1 Os Parâmetros Curriculares Nacionais

Os PCNs são diretrizes voltadas para estruturação e restruturação dos currículos escolares de todo o país, elaborados pelo governo federal em 1996, para as redes pública e na rede privada de ensino. Seu objetivo principal é a padronização do ensino no Brasil.

Seguindo as orientações dos PCNs, os conteúdos ministrados na educação básica devem ser contextualizados e incluir os temas correlatos: ética, saúde, meio-ambiente, pluralidade cultural e orientação sexual. No entanto, não podemos deixar de lado o pensamento matemático e, principalmente, a sua escrita para a formação e a continuidade no entendimento desta disciplina pelos alunos. Com base nisto, destacamos a importância das demonstrações no Ensino Fundamental e Médio. Vejamos o que dizem os PCNs a respeito das demonstrações no ensino de Geometria na Educação Básica:

> "[...] é desejável que no 3º ciclo se trabalhe para desenvolver a argumentação, de modo que os alunos não se satisfaçam apenas com a produção de resposta a afirmações, mas assumam a atividade de sempre tentar justificá-las. Tendo por base esse trabalho, pode-se avançar no 4º ciclo para que o aluno reconheça a importância das demonstrações em Matemática compreendendo provas de alguns teoremas". (Brasil, 1998, p.71)

Podemos perceber, atualmente, que os alunos têm tido pouco contato ou talvez nenhum contato com as demonstrações. Para ajudar a melhorar esta situação, é necessário introduzir no 9º ano do Ensino Fundamental um pouco do formalismo que, gradativamente, ao longo do Ensino Médio passará a ser interiorizado pelos alunos de forma mais natural. Segundo Terra[33], Piaget dividiu as etapas da aprendizagem em 4 fases (sensório-motor, pré- operatório, operatório concreto e operatório formal) na quarta fase, operatório formal, cuja as idades começam a partir dos 13 anos, os alunos passam a ter uma visão mais abstrata. Com isso, temos uma convergência entre a proposta apresentada pelo autor desse estudo e a capacidade dos alunos a entenderem , pois aos 14 anos os alunos já estão cursando o 9º ano do Ensino Fundamental.

2.2 Programa Nacional do Livro Didático

A Constituição estabelece que o dever do Estado com a educação será efetivado mediante a garantia de, entre outras, atendimento ao educando no Ensino Fundamental, através de programas suplementares de material didático-escolar. Portanto, o PNLD serve para prover as escolas públicas de Ensino Fundamental e Médio com livros didáticos e acervos de obras literárias,

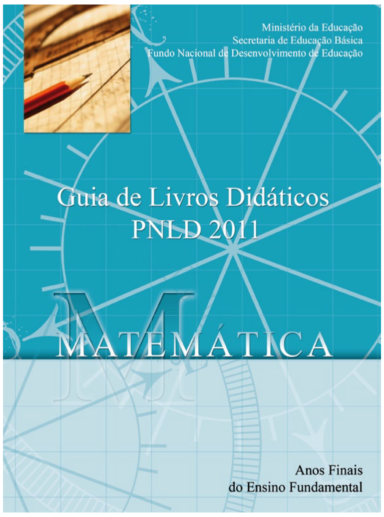


Figura 2.1: Capa do PNLD 2011.

obras complementares e dicionários.

O PNLD foi criado em 1985, como consta em [19]:

> "A partir de agosto de 1985, por meio do Decreto-Lei $n^{\underline{o}}$ 91542, o programa recebeu a denominação de Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), tendo como seus objetivos substancialmente ampliados. Estabeleceu-se como meta o atendimento de todos os alunos de primeira a oitava série do primeiro grau das escolas públicas federais, estaduais, territoriais, municipais e comunitárias do país, com prioridade para os componentes básicos Comunicação e Expressão e Matemática". (Hofling, 1998, p.164)

Este programa foi instituído "como uma estratégia de apoio à política educacional implementada pelo Estado brasileiro com a perspectiva de suprir uma demanda que adquire caráter obrigatório com a Constituição de 1988". (Hofling, 1998, p.159)

O PNLD é executado em ciclos trienais alternados. Assim, a cada ano, adquire e distribui livros para todos os alunos de determinada etapa de ensino e repõe e complementa os livros reutilizáveis das seguintes disciplinas: Matemática, Língua Portuguesa, História, Geografia, Ciências, Física, Química e Biologia.

É importante destacar que um edital especifica todos os critérios para inscrição das obras. Os títulos inscritos pelas editoras são avaliados pelo MEC, que elabora o Guia do Livro Didático, composto das resenhas de cada obra aprovada, que é disponibilizado às escolas participantes.

Levando em consideração seu planejamento pedagógico, cada escola escolhe, democraticamente, dentre os livros constantes no referido guia, aqueles que deseja utilizar.

3 Análise de alguns livros didáticos

O livro didático, conforme Lajolo [20], é um instrumento pedagógico de grande importância, pois é um guia para a vida acadêmica dos estudantes, principalmente aqueles que possuem pouco acesso a outras fontes de informação. Com isso, devemos nos preocupar com a qualidade e como cada livro apresenta os conteúdos aos alunos e possíveis leitores, pois, caso contrário, muitos poderão perder o rumo do saber.

Neste contexto, iremos fazer uma análise de três livros didáticos recomendados ou não pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC) através do PNLD. Esta análise versará sobre pré-requisitos necessários para o entendimento do conteúdo e, como foco principal, analisaremos as provas do Teorema de Tales, posteriormente, teceremos comentários a respeito de exemplos e exercícios. É importante também destacar que iremos observar se o conteúdo apresentado está em consonância com os PCNs e se há contextualização do mesmo.

Com relação a esta análise, contemplaremos os seguintes livros:

1. *A Conquista da Matemática*, autores: José Ruy Giovanni Jr. e Benedicto Castrucci, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2009;

2. *Novo Praticando Matemática*, autores: Álvaro Andrini e Maria José Vasconcelos, 1ª edição, São Paulo: Editora do Brasil, 2002;

3. *Tudo é Matemática*, autor Luiz Roberto Dante, 3ª edição, São Paulo: Editora Ática, 2011.

É importante destacar que dos livros acima mencionados, somente o *Novo Praticando Matemática*, de Álvaro Andrini e Maria José Vasconcelos não consta no PNLD 2011. No entanto, este foi recomendado no PNLD 2008. Todos os livros que foram analisados e são destinados aos professores possuem manual do professor.

Estes livros foram escolhidos para serem analisados porque foram utilizados por nós, em algum momento, quando alunos. Cabe ressaltar que a escola em que lecionamos adota o livro *Tudo é Matemática*, do autor Luiz Roberto Dante, uma vez que a equipe de Matemática, após analisar o livro, considerou-o mais dinâmico e atrativo para os alunos.

De uma maneira geral, para estudar o Teorema de Tales, os alunos já devem ter estudado, pelo menos, os seguintes tópicos: retas paralelas, proporção, congruência e semelhança de triângulos. Em cada livro é utilizado um caminho diferente para demonstrar o teorema, e assim diferentes pré-requisitos podem ser exigidos, como veremos mais adiante.

Para que o leitor desta pesquisa entenda melhor o que é apresentado nos livros, reproduziremos algumas partes dos livros de forma mais fiel possível aos originais.

3.1 Análise do livro *A Conquista da Matemática*

Figura 3.1: Capa do livro *A Conquista da Matemática.*

O livro *A Conquista da Matemática*, de José Ruy Giovanni Jr. e Benedito Castrucci, segundo pesquisa realizada na internet é adotado ou foi adotado em diversas escolas do Brasil, entre elas:

1. Instituto Cultural Amendoeira, São Gonçalo - RJ;
2. Colégio Mackenzie, São Paulo - SP (www.mackenzie.br);
3. Colégio dos Santos Anjos, Varginha - MG (www.colegiosantosanjos.com.br);
4. Escola Santo Inácio, Vila Mariana - SP;
5. Colégios Maristas, Rio grande do Sul - RS (colegiomarista.org.br).

Este livro apresenta, primeiramente, unidades do conteúdo de Álgebra e, posteriormente, unidades de Geometria. Este fato pode dificultar a articulação dos conteúdos, pois os alunos podem perder na concatenação dos assuntos. Vale ressaltar que o autor do livro não faz referência explicando porque adota este tipo de ordenação das unidades.

As unidades são divididas em pequenos capítulos e contém as seguintes seções: *Explorando*, com atividades de preparação para o conteúdo a ser estudado; *Chegou a sua vez!*, que oferecem atividades de aplicação; *Exercícios; Desafios; Tratando a informação; Brasil real*, em que são feitas conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento; e *Retomando o que aprendeu*, com exercícios de síntese dos conteúdos de toda a unidade, que podem servir para a avaliação.

Todas as unidades são introduzidas fazendo uma ligação dos conteúdos com a realidade através de temas correlatos, contextualizando assim o conteúdo e apresentando também fatos históricos, arte, música, beleza, economia e muitos outros assuntos coadjuvantes. O Teorema de Tales é apresentado no capítulo 44 na unidade chamada de *Segmentos Proporcionais*, onde o mesmo é introduzido de forma direta sem motivação do assunto.

Vejamos agora como o teorema é apresentado no livro (páginas 205 e 206):

Vamos ver o que acontece quando os segmentos determinados por um feixe de paralelas sobre duas transversais não são congruentes entre si.

• *Sejam as retas $a \parallel b \parallel c$, que determinam sobre a transversal t os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ e sobre a transversal m os segmentos $\overline{MN}$ e $\overline{NP}$.* Veja figura 3.2.

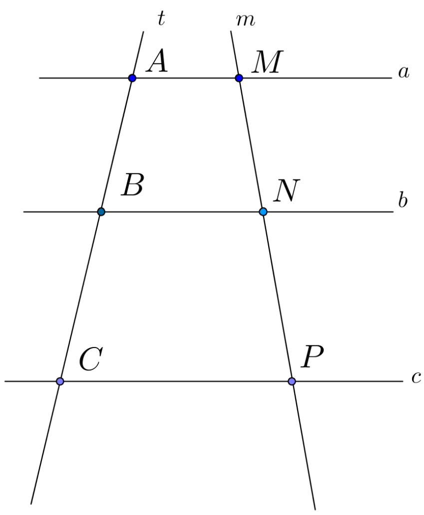


Figura 3.2: Figura retirada do livro *A Conquista da Matemática.*

• *Vamos tomar uma unidade u tal que $AB = 2u$ e $BC = 3u$. Dividimos, assim, os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ em duas e três partes, respectivamente, de modo que os 5 segmentos obtidos sejam congruentes.* figura 3.3.

• *Pelos pontos de divisão, traçamos retas paralelas às retas a, b e c. Pela propriedade vista no capítulo anterior, se os segmentos determinados em t são congruentes, então os segmentos determinados em m também são congruentes. Chamamos essas medidas de v.*

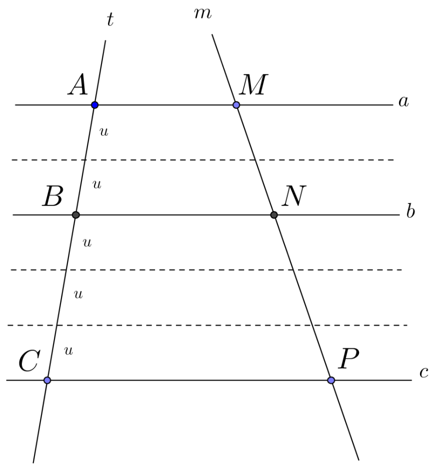


Figura 3.3: Figura retirada do livro *A Conquista da Matemática.*

Então:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{2u}{3u} = \frac{2}{3} \text{ e } \frac{MN}{NP} = \frac{2v}{3v} = \frac{2}{3}$$

então $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{MN}{NP}$,*o que significa que os segmentos* $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{MN}$ *e* $\overline{NP}$ *são proporcionais.*

Essa relação é conhecida como ***teorema de Tales****, em homenagem ao matemático grego, Tales, que a desenvolveu.*

Podemos então enunciar o teorema da seguinte maneira:

Um feixe de paralelas determina em duas transversais segmentos proporcionais.

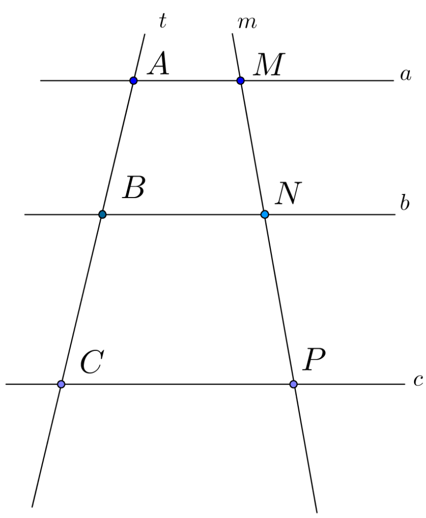


Figura 3.4: Figura retirada do livro *A Conquista da Matemática.*

Notemos que a prova é feita seguindo os seguintes passos:

1. Divide os segmentos das retas transversais em tamanhos fixos.
2. Utiliza a congruência para garantir a proporcionalidade dos segmentos determinados pelas retas paralelas nas retas transversais.
3. A ideia acima é generalizada para segmentos de tamanhos arbitrários. Afirmamos isto, pois o autor do livro didático toma um segmento de tamanho u arbitrário para dividir os dois segmentos dados AB e BC em partes inteiras. Vale ressaltar que não podemos garantir que um segmento qualquer divide inteiramente os dois segmentos, como é feito na prova. Não podemos garantir a comensurabilidade dos dois segmentos AB e BC quaisquer. Corroborando esta afirmação, vejamos o que diz o PNLD 2011: "No entanto, há situações em que a prova apresentada é incompleta, o que ocorre, em particular, no teorema de Tales, pois não é mencionado o caso geral em que os segmentos não são comensuráveis."(Brasil, 2011, p.44)

Podemos perceber que neste teorema são utilizados dois tópicos matemáticos: congruência de triângulos e retas transversais. A definição de retas transversais foi dada no capítulo 43 e portanto os alunos, provavelmente, já estão familiarizados com o assunto. Já o tema congruência de triângulos não aparece nos capítulos anteriores e nenhum comentário é feito acerca desse assunto, podendo prejudicar a construção do conhecimento dos alunos. Com isso, o encadeamento lógico para a prova do teorema fica parcialmente comprometido. O assunto congruência de triângulos é apresentado no livro do 8º ano pertencente ao mesmo autor, na seção *congruências*, página 289.

Após a prova do teorema, três exercícios são resolvidos. Com isso, os alunos serão capazes de resolver os exercícios apresentados em seguida. Alguns exercícios apresentam situações concretas que relacionam o Teorema de Tales com o cotidiano, o que facilita a percepção de onde utilizar o que ele (o aluno) está aprendendo.

Este livro, como dissemos anteriormente, é indicado pelo PNLD 2011, onde apresenta o seguinte comentário: "Há demonstrações de propriedades geométricas, com encadeamento lógico adequado. No entanto, ocorrem generalizações, sem que sejam dadas as justificativas necessárias."(Brasil, 2011, p.41).

Acreditamos que os alunos da rede pública de ensino se sentiriam motivados pela forma como o livro apresenta seu conteúdo, pois este apesar de apresentar os espaços entre as palavras reduzidos, apresenta os capítulos bem coloridos, figuras relativas às paisagens e aos lugares, fatos históricos e orientações aos docentes no final do livro muito bem feitas.

3.2 Análise do livro *Novo Praticando Matemática*

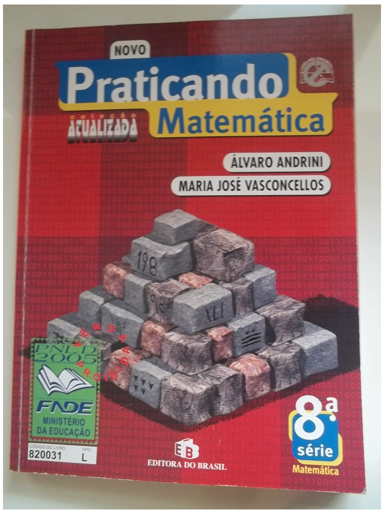


Figura 3.5: Capa do livro *Novo Praticando Matemática.*

O livro *Novo Praticando Matemática*, dos autores Álvaro Andrini e Maria José Vasconcelos, segundo pesquisa realizada na internet é adotado ou foi adotado em diversas escolas do Brasil, entre elas:

1. Colégio Rio Branco, São Paulo - SP (www.crb.g12.br);

2. Colégio Criativo, São Paulo - SP (colegiocriativo.com.br);

3. Escola Dr.Zerbini, São José do Rio Preto - SP (coopenriopreto.com.br);

4. Colégio Mãe de Deus, Porto Alegre - RS (www.colegiomaededeus.com.br).

Este livro foi desenvolvido apresentando, primeiramente, capítulos do conteúdo de Álgebra e, posteriormente, capítulos do conteúdo de Geometria. Esta apresentação pode não ser muito aconselhável, pois pode fazer com que os professores, principalmente aqueles que seguem o livro da forma como as unidades estão apresentadas, deixem de trabalhar os tópicos finais ou o façam de forma muito rápida em decorrência da escassez de tempo, dificultando, assim, a aprendizagem de Geometria.

As unidades são divididas em pequenos capítulos e estes últimos são compostos das seguintes seções: *Exercícios, Revisando, Para saber mais e Desafios.* Ao final de cada unidade são propostos exercícios em uma seção chamada *Auto-avaliação*, que envolve todos os temas estudados na unidade.

Todas as unidades começam contextualizando o conteúdo, geralmente através de situações-problema e textos históricos. Na unidade 5 capítulo 6 é apresentado o Teorema de Tales, o qual é introduzido através de uma situação-problema para calcular, a partir de uma figura, a distância entre o banco e a farmácia. Esta é uma situação - problema interessante, pois os alunos vivem esta situação todos os dias e com este simples exercício eles podem perceber o quanto a Matemática está presente na vida deles.

Vejamos agora como o teorema é apresentado no livro (páginas 152,153 e 154):

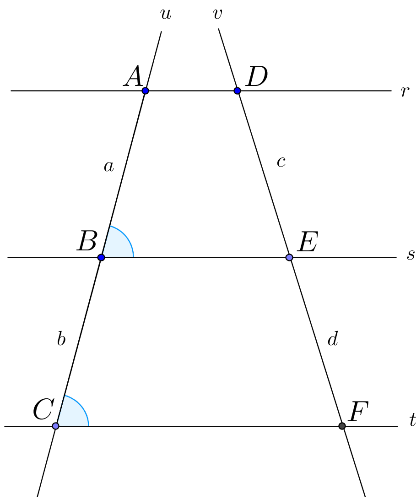


Figura 3.6: Figura retirada do livro *Novo Praticando Matemática.*

Traçamos três retas paralelas r, s e t, cortadas por retas transversais u e v.
Nas retas transversais ficaram determinados os segmentos de medidas a e b, c e d, como podemos ver na figura 3.6.

Os ângulos assinalados em azul são congruentes, pois são ângulos correspondentes.

Na figura a seguir, traçamos os segmentos: $\overline{AG}$ *paralelo a* $\overline{DE}$ *e* $\overline{BH}$ *paralelo a* $\overline{EF}$.

Os ângulos assinalados em verde são congruentes, e os ângulos assinalados em vermelho são congruentes.

Obtivemos os triângulos ABG e BCH, que são semelhantes pois, têm os ângulos correspondentes congruentes. As medidas dos lados correspondentes são proporcionais:

$$\frac{a}{b} = \frac{AG}{BH}.$$

No entanto,

$AG = c$*, pois são as medidas dos lados opostos do paralelogramo AGED.*

$BH = d$*, pois são as medidas dos lados opostos do paralelogramo BHFE.*

Mostramos que:

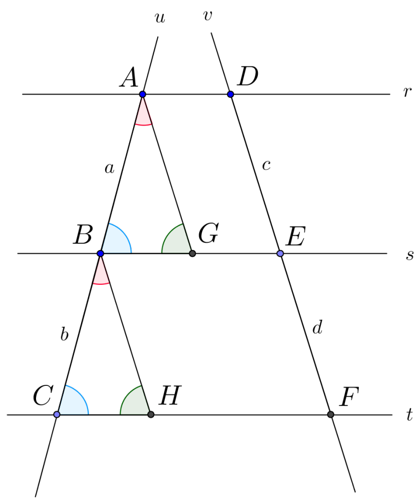


Figura 3.7: Figura retirada do livro *Novo Praticando Matemática.*

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Podemos escrever nossa conclusão assim:

Quando retas paralelas são cortadas por retas transversais, as medidas dos segmentos correspondentes determinados nas transversais são proporcionais.

Notemos que a prova é feita seguindo os seguintes passos:

1. A partir dos pontos A e B são traçados segmentos de reta paralelos aos segmentos $\overline{DE}$ e $\overline{EF}$ com o objetivo de formar triângulos semelhantes.

2. Após aplicar a semelhança aos triângulos ABG e BCG, encontra-se uma proporção que servirá como base:

$$\frac{a}{b} = \frac{AG}{BH}.$$

3. Em seguida, notamos que $AG = c$, pois são as medidas dos lados opostos do paralelogramo AGED e $BH = d$, pois são as medidas dos lados opostos do paralelogramo BHFE.

4. Finalmente, temos que:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Observemos que neste teorema são utilizados três tópicos matemáticos: retas transversais, semelhança de triângulos e propriedades de quadriláteros. A definição de retas transversais não foi apresentada no livro e portanto os alunos sentirão dificuldades em entender o assunto. Já o tema semelhança de triângulos aparece na unidade 5 no capítulo 4 do referido livro, construindo uma ponte cognitiva para que os alunos entendam o teorema. No entanto, as propriedades de quadriláteros são vistas somente no livro da 7ª série, na unidade 8, cujo título é *Ângulos e polígonos*, página 164.

Após a apresentação do Teorema de Tales, é resolvido o exercício da motivação e são resolvidos dois exercícios e apresentados exercícios contextualizados a serem resolvidos numa quantidade moderada. Dentre os exercícios apresentados uns são de aplicação direta e outros são contextualizados podendo auxiliar os alunos na construção de um conhecimento mais significativo.

Este livro, como dissemos anteriormente, não é indicado pelo PNLD 2011, mas acreditamos que os alunos da rede pública de ensino se identificariam com livro, pois este não apresenta conteúdos muito extensos, além de ser bastante colorido.

3.3 Análise do livro *Tudo é Matemática*

Figura 3.8: Capa do livro *Tudo é Matemática.*

O livro *Tudo é Matemática*, do autor Luiz Roberto Dante, segundo pesquisa realizada na internet é adotado ou foi adotado em diversos escolas do Brasil, entre elas:

1. Escola Municipal Pereira Passos, SME - RJ;
2. SME - Duque de Caxias, Rio de Janeiro - RJ;
3. Colégio Stella Maris, Santos - SP (www.colstellamaris.com.br);

4. Escola Esfera, São José dos Campos - SP (www.escolaesfera.com.br);

5. Colégio Stockler, Brooklin- SP (www.colegiostockler.com.br).

Este livro apresenta, primeiramente, capítulos do conteúdo de Álgebra e, posteriormente, apresenta os capítulos do conteúdo de Geometria. Este fato, como no livro analisado anteriormente, pode reforçar ou não o entendimento do conteúdo por parte do aluno, pois dependendo como o livro é usado pelo professor, pode quebrar a rotina de só estudar um campo da Matemática por muito tempo, durante o ano letivo e também auxiliar na conexão entre a parte algébrica e a parte geométrica. Os capítulos são compostos das seguintes seções: *Trocando ideias, Você sabia, Desafio, Raciocínio Lógico, Curiosidade Matemática, Brasil em números fornecem muitas informações sobre assuntos variados que podem enriquecer a aula, tornando-a mais atrativa, e, finalmente Revisão Cumulativa.*

Todos os capítulos começam contextualizando o conteúdo e o autor utiliza a resolução de problemas do dia-a-dia dos alunos como ferramenta desta introdução. Vale ressaltar também que o Teorema de Tales é uma seção do capítulo *Proporcionalidade em Geometria*, no entanto este teorema é introduzido de forma direta, sem motivação.

Os capítulos possuem poucos exercícios resolvidos. E, normalmente, são apresentados exercícios, sendo alguns contextualizados, para serem resolvidos numa quantidade variada e moderada. É importante destacar que o livro parece ser bastante colorido e atrativo, além de apresentar curiosidades sobre os assuntos. Ao término da unidade, também é apresentada uma coletânea de exercícios na seção *Revisão Cumulativa*.

Vejamos agora como o teorema é apresentado no livro (páginas 130 e 131):

Vamos verificar o Teorema de Tales quando os segmentos determinados nas duas transversais têm números racionais como medida.
1º *caso: Os segmentos determinados em uma transversal são congruentes.*

Observe a figura a seguir: a, b e c formam um feixe de paralelas, r e s são duas transversais e $AB = BC$*, ou seja, a razão* $\frac{AB}{BC} = 1$*. (1)*

Vamos provar que a razão $\frac{A'B'}{B'C'}$ *também é igual a* 1*, e, assim que* $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$.
Para isso traçamos mais duas transversais, ambas paralelas a r e m passando por A' e n passando por B'. Formamos assim dois paralelogramos: $ABMA'$ *e* $BCNB'$*. Como todo paralelogramo tem os lados opostos congruentes,* $A'M = AB$ *e* $B'N = BC$ *e sendo* $AB = BC$ *podemos afirmar que* $A'M = B'N$ *.*

Consideramos agora o triângulo $A'MB'$ *e o triângulo* $B'NC'$*. Usando o caso ALA, podemos garantir que eles são congruentes.*

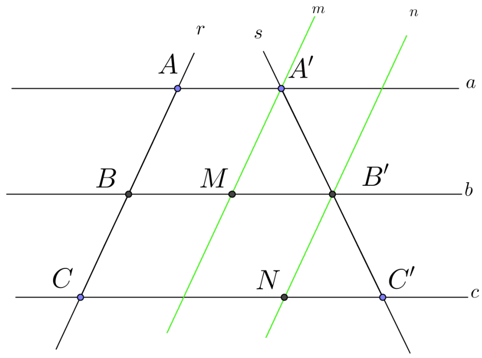


Figura 3.9: Figura retirada do livro *Tudo é Matemática.*

Se o triângulo $A'MB'$ é congruente ao triângulo $B'NC'$, então $A'B' \equiv B'C'$, ou seja, a razão $\frac{A'B'}{B'C'} = 1$. *(2)*
De 1 *e de* 2 *chegamos ao que queríamos provar:* $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$.

$2^{\underline{o}}$ *caso: Os segmentos determinados em uma transversal não são congruentes (mas têm como medidas números racionais).*

Veja a figura abaixo. Como AB e BC têm medidas diferentes mas racionais, podemos dividir AB e BC em um número inteiro de partes iguais, de mesmo tamanho.

No caso ao lado, AB em p partes ($p = 3$) e BC em q partes ($q = 2$), todas de medida x.

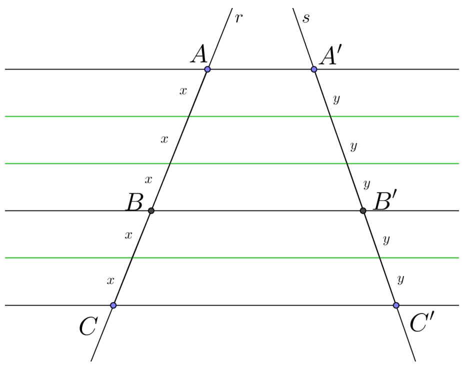


Figura 3.10: Figura retirada do livro *Tudo é Matemática.*

Pelo que foi visto no $1^{\underline{o}}$ caso, traçando as paralelas indicadas em verde, cada segmento de medida x em r corresponde a um segmento y em s, e podemos escrever:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{p.x}{q.x} = \frac{p}{q}.$$

e

$$\frac{A'B'}{B'C'} = \frac{p.y}{q.y} = \frac{p}{q}.$$

Comparando as igualdades, chegamos ao que queríamos provar: $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{A'B'}{B'C'}$.

Vejamos abaixo, de forma reduzida, como o teorema foi provado:

1. Inicialmente o teorema é dividido em dois casos a serem provados.
2. Em seguida, com o suporte da figura, o primeiro caso é provado usando congruência de triângulos.
3. Logo após, a razão entre os segmentos AB e CD é estabelecida na primeira transversal r.
4. De forma análoga, a razão entre os segmentos $A'B'$ e $C'D'$ é estabelecida.
5. Finalmente são igualados os resultados do item 3 com o item 4.

Podemos perceber que a prova parte de uma situação mais simples e evolui para uma mais complexa, uma vez que o autor do livro a divide em dois casos. No entanto, o autor deixa uma observação em relação ao caso em que o tamanho dos segmentos AB, BC, $A'B'$, $B'C'$ é irracional, pois não os prova.

O teorema apresenta dois tópicos matemáticos como base, são eles: retas transversais e congruência de triângulos. Conforme os outros livros que analisamos, a definição de retas transversais foi dada no mesmo capítulo do Teorema de Tales e portanto, os alunos já estão preparados para acompanhar o restante do conteúdo. Já o tema congruência de triângulos não aparece nos capítulos anteriores, com isso o encadeamento lógico para a demonstração do teorema de Tales pode ficar um pouco comprometido. O assunto, congruência de triângulos, foi apresentado no livro do 8º ano do mesmo autor, na seção *Congruência de triângulos*, página 170.

Nenhum exemplo foi resolvido, após a prova do teorema. Com isso, os alunos sentirão dificuldades para resolver os exercícios propostos no fim do capítulo. Os exercícios de fixação apresentam situações concretas que relacionam o teorema de Tales com o cotidiano, o que satisfaz as orientações dadas pelos PCNs.

Este livro, como dissemos anteriormente, é indicado pelo PNLD 2011, onde apresenta o seguinte comentário: "A contextualização da Matemática é valorizada por meio de diversas práticas sociais, em especial as do universo infanto juvenil. Em geral, os textos que compõem as seções Para ler, pensar e divertir-se trazem conhecimentos novos, por vezes em contextos históricos."(Brasil, 2011, p.87).

Vale relatar que os alunos da rede pública de ensino sentem o livro bastante atrativo, pois o colorido, a contextualização baseada na realidade social e nos fatos históricos contribuem para isso. Alguns alunos já relataram que a falta de mais exercícios resolvidos dificultou a aprendizagem dos mesmos. Pelo fato de o livro apresentar um alto grau de dificuldade, alguns alunos também relataram ter problemas na resolução de exercícios. Apesar das observações dadas, este livro é utilizado pela minha escola, pois a equipe de professores na época da escolha do livro decidiu este ser o livro mais adequado para os alunos tendo em vista, inclusive, os pontos mais fortes já destacados nesta análise.

Neste momento faremos uma análise da apresentação do Teorema de Tales nos livros apresentados, segundo os tipos de validação de Balacheff e os níveis de Van Hiele, ainda que estes sejam usados para classificar os níveis de compreensão de conceitos dos alunos enquanto aprendem Geometria. No entanto, o nosso objetivo é situar o leitor em que tipo de validação ou nível precisa estar o aluno para entender as provas apresentadas pelos autores dos três livros.

Sendo assim, de acordo com Balacheff, o teorema é validado como uma *Experiência Mental*, pois ocorre a generalização e a formalização do assunto. Já utilizando os níveis de Van Hiele, a apresentação do teorema se enquadra melhor no 4^o nível, dedução, pois os alunos deverão ter domínio do processo dedutivo e das demonstrações, como também serem capazes de reconhecer condições necessárias e suficientes.

Após essas análises, podemos perceber que os livros *A Conquista da Matemática* e *Tudo é Matemática* seguem o mesmo caminho para provar o Teorema de Tales, ou seja, provam um caso mais particular, como base, usando congruência de triângulos e depois evoluem para o caso em que os segmentos são comensuráveis. Em seguida, é desenvolvido o assunto semelhança de triângulos. Vale ressaltar que nenhum dos dois livros apresenta a prova para o caso incomensurável.

Já o livro *Novo Praticando Matemática* faz uma inversão na apresentação do Teorema de Tales, pois trabalha semelhança de triângulos primeiro e, em seguida, utiliza este conteúdo como base para provar o teorema. Com este tipo de prova, o autor do livro didático resolve a questão dos incomensuráveis, uma vez que a semelhança já resolve este problema. Acreditamos que esta prova seria a mais aconselhável para ser apresentada aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

3.4 Uma sugestão para a demonstração do Teorema de Tales

Podemos perceber, após as análises dos livros didáticos tendo como base o guia do livro didático 2011, que a demonstração completa do Teorema de Tales, apresentando o caso incomensurável, não é acessível para a maioria dos alunos do 9º do Ensino Fundamental.

No entanto, mostraremos a seguir como sugestão de texto complementar, uma demonstração gradual do Teorema de Tales, segundo a Apostila da Graduação em Matemática da Fundação Centro de Ciências e Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro - Cederj [28] e também alguns exercícios que podem auxiliar na fixação do teorema. Esta demonstração requer conhecimentos de números irracionais, proporção, desigualdades e frações e por isso, só poderia ser apresentada do 9º ano do Ensino Fundamental em diante.

Primeiramente, apresentaremos um relato histórico sobre o possível criador do teorema.

Segundo Cajori [11], Tales ($640-546$ a.C.) um dos sete sábios e fundador da escola Jônica, natural da cidade de Mileto, atualmente Turquia, cabe a honra de ter introduzido na Grécia o estudo de Geometria e foi um dos primeiros a provar resultados. Durante o seu período de meia-idade dedicou-se ao comércio, o que o levou até o Egito. Consta que ele passou alguns anos lá, e assim estudou com os sacerdotes egípcios as ciências físicas e matemáticas. Plutarco, historiador e filósofo grego, diz que Tales logo superou seus mestres e agradou ao rei Amasis do Egito por ter sido capaz de medir as alturas das pirâmides com a ajuda de suas sombras. Isso foi feito com o conhecimento de proporção adquirido com os egípcios. Tales foi um dos primeiros a dar aplicação prática aos conhecimentos geométricos e inventou muitos teoremas, segundo o *Sumário Eudemiano*, dentre os quais destacaremos:

1. Quando duas retas se cortam, os ângulos postos pelo vértice são iguais.

2. Os ângulos na base de um triângulo isósceles são iguais.

3. Dois triângulos que possuam um lado em comum e ângulos iguais formados nas extremidades dos segmentos comuns são congruentes, caso ALA.

4. Todo ângulo inscrito num semi-círculo é reto.

Além disso, podemos destacar os mais brilhantes alunos de Tales: Anaximandro, Anaxágoras e Anaximenes, os quais estudaram, principalmente, Astronomia e Filosofia. Segundo o livro *Matemática Divertida e Curiosa* [31], Tales morreu aos 90 anos de idade asfixiado pelo multidão, após sair de um espetáculo.

Dentre os teoremas que Tales desenvolveu iremos, em seguida, estudar o teorema que trata da proporcionalidade dos segmentos formados por um feixe de retas paralelas cortadas por transversais.

Vejamos agora a seguinte situação - problema:
A figura indica três lotes de terreno com frente para as ruas A e B. As divisas dos lotes são perpendiculares à rua A. As frentes dos lotes 1, 2 e 3 para a rua A, medem, respectivamente, 15 m, 20 m e 25 m. A frente do lote 2 para a rua B mede 28 m. Qual é a medida da frente dos lotes 1 e 3 para a rua B ?

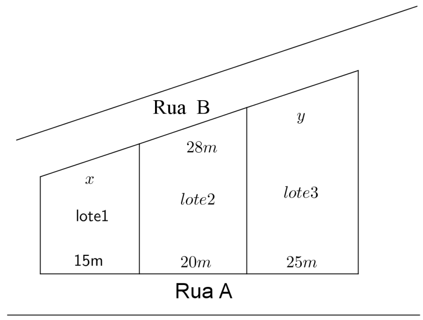


Figura 3.11: Situação - problema.

Para resolver este problema, teremos que aplicar o Teorema de Tales, o qual provaremos a seguir.

Inicialmente, daremos uma definição e provaremos um teorema que servirá de base para a demonstração do Teorema de Tales. Esta demonstração e a do Teorema de Tales podem ser encontradas em [28].

Definição de retas transversais: Seja o feixe de retas paralelas a, b, c e d. Dizemos que uma reta r é transversal ao feixe de retas se, e somente se, r intersectar todas as retas do feixe.

Teorema: *Se um feixe de retas paralelas tem duas transversais, então os segmentos congruentes de uma tem como correspondentes segmentos congruentes na outra.*

Demonstração:

Seja um feixe de retas paralelas cortadas por duas transversais, temos que $a \parallel b \parallel c \parallel d$ e AB é congruente a CD (hipótese). Tracemos pelos pontos A e C os segmentos AE e CF, tal que $AE \parallel t'$ e $CF \parallel t'$. Temos que AE é congruente a $A'B'$ e CF é congruente a $C'D'$ (1), já que são lados opostos dos paralelogramos $AEB'A'$ e $CFD'C'$.

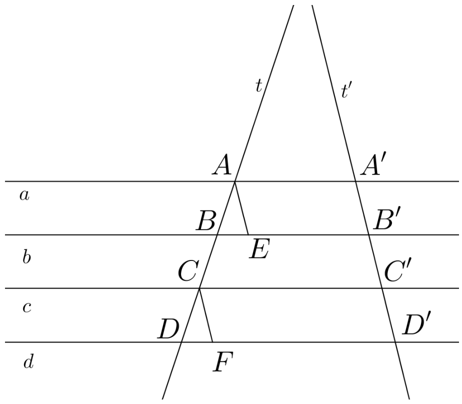


Figura 3.12: Figura retirada do módulo 1 de *Geometria Básica do Cederj.*

Então, o triângulo ABE é congruente ao CDF, pelo caso ALA, pois:

- AB é congruente a CD;
- O ângulo ABE é congruente ao ângulo CDF;
- O ângulo BAE é congruente ao ângulo DCF.

Portanto, AE é congruente a CF, e $A'B'$ é congruente $C'D'$.

Teorema de Tales: *Se duas retas são transversais de um feixe de retas paralelas, então à razão entre dois segmentos quaisquer de uma delas é igual à razão entre os segmentos correspondentes da outra.*

Demonstração:

Considere AB e CD dois segmentos de uma transversal e $A'B'$ e $C'D'$ são os respectivos segmentos correspondentes da outra transversal.

Vamos provar que $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{A'B'}{C'D'}$.

1º caso: $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são comensuráveis.

Existe um segmento u que é submúltiplo de $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ (figura 3.13).

Dividindo o segmento AB em p partes de tamanho u e o segmento CD em q partes de tamanho u, temos:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{pu}{qu} \Longrightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{p}{q} \tag{3.1}$$

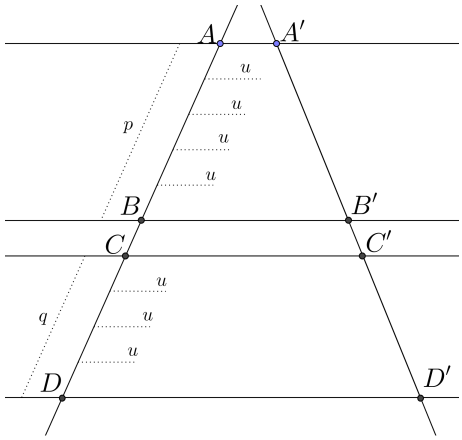


Figura 3.13: Segmentos comensuráveis.

Conduzindo retas do feixe pelos pontos de divisão AB e CD e aplicando o teorema 1, vem:

$A'B' = px' \quad e \quad C'D' = qx'$, então

$$\frac{A'B'}{C'D'} = \frac{p}{q}. \tag{3.2}$$

De (3.1) e (3.2) temos:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}.$$

2º caso: $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são incomensuráveis.

Daí, não existe segmento submúltiplo comum de $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$.

Tomemos um segmento u submúltiplo de $\overline{CD}$, isto é,(figura 3.14)

$$CD = nu. \tag{3.3}$$

Por serem $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ incomensuráveis, marcando necessariamente u em $\overline{AB}$, temos que para um certo número inteiro m de vezes acontece

$$mu < AB < (m+1) \cdot u. \tag{3.4}$$

De (3.3) e (3.4),

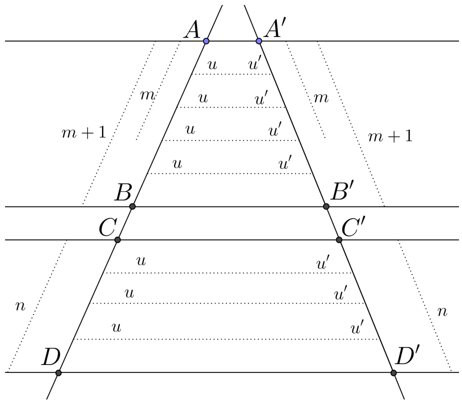


Figura 3.14: Segmentos incomensuráveis.

$$\frac{m}{n} < \frac{AB}{CD} < \frac{m+1}{n}. \tag{3.5}$$

Conduzindo retas do feixe pelos pontos de divisão de AB e CD e aplicando o teorema 1, temos:

$\overline{C'D'} = nu'$

$mu' < A'B' < (m+1).u'$

temos:

$$mu' < A'B' < (m+1) \cdot u'$$

e como $\overline{C'D'} = nu'$ então

$$\frac{m}{n} < \frac{A'B'}{C'D'} < \frac{m+1}{n}. \tag{3.6}$$

Pelas relações (3.5) e (3.6), as razões $\frac{AB}{CD}$ e $\frac{A'B'}{C'D'}$ estão compreendidas entre $\frac{m}{n}$ e $\frac{m+1}{n}$, cuja diferença é $\frac{1}{n}$.

Utilizando valores para n cada vez maiores, concluiremos que:

$\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}.$

Com isso, provamos o caso em que os segmentos determinados pelas retas paralelas nas retas transversais são incomensuráveis.

Agora, de posse do resultado, podemos voltar à situação-problema e resolvê-lo aplicando o Teorema de Tales, daí:

$\frac{15}{20} = \frac{x}{28}$, então $20 \cdot x = 15 \cdot 28$, daí x = $\frac{420}{20} = 21$;

$\frac{20}{25} = \frac{28}{y}$, então $20 \cdot y = 28 \cdot 25$, daí x = $\frac{700}{20} = 35$.

A seguir, mostraremos algumas atividades que propomos para fixar o que foi estabelecido pelo Teorema de Tales.

1) Na figura 3.15 , $a \parallel b \parallel c$, calcule o valor de x.

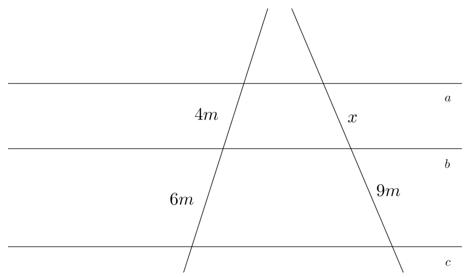


Figura 3.15: Exercício proposto 1.

2) A figura 3.16 nos mostra duas avenidas que partem de um mesmo ponto A e cortam duas ruas paralelas. Na primeira avenida, os quarteirões determinados pelas ruas paralelas tem 80 m e 90 m de comprimento, respectivamente. Na segunda avenida, um dos quarteirões determinados mede 60 m. Qual o comprimento do outro quarteirão?

3) A planta mostrada na figura 3.17 no mostra três terrenos cujas laterais são paralelas. Calcule, em metros, as medidas x, y e z indicadas.

4) Dois postes perpendiculares ao solo estão a uma distância de 4 m um do outro, e um fio bem esticado de 5 m liga seus topos, como mostra a figura 3.18. Prolongando esse fio até prende-lo no solo, são utilizados mais 4 m de fio. Determine a distância entre o ponto onde o fio foi preso ao solo e o poste mais próximo a ele.

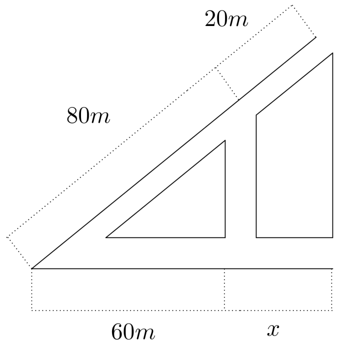


Figura 3.16: Exercício proposto 2.

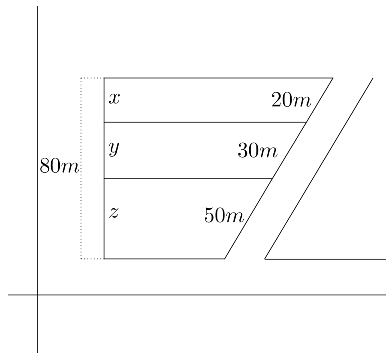


Figura 3.17: Exercício proposto 3.

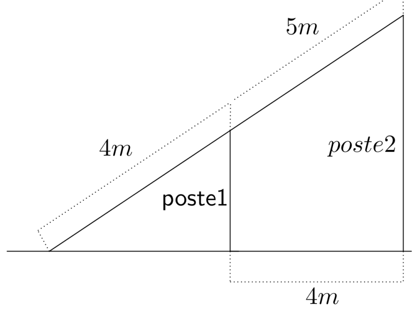


Figura 3.18: Exercício proposto 4.

4 Pesquisa realizada com alunos e professores sobre a presença de demonstrações de Geometria nos Ensinos Fundamental e Médio

A transição da Matemática do dia-a-dia para uma Matemática mais formal, segundo Lorenzato [24], é um caminho difícil de ser percorrido e gera insegurança até mesmo nos professores, que muitas vezes tiveram pouco contato com a parte mais abstrata da Matemática. Apesar de toda esta dificuldade, sabemos que o contato com este mundo abstrato pode colaborar muito para o desenvolvimento do raciocínio do aluno. A importância de saber tirar conclusões e fazer argumentações estão expostas nos PCNs de Matemática:

> "Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional."(Brasil, 2013, p.40).

Essa pesquisa de campo é uma complementação deste estudo e visa a obter informações se alunos estão tendo contato com as provas em Geometria na Educação Básica e se professores consideram este contato importante. Essa pesquisa é uma amostra da realidade do ensino das demonstrações de Geometria na Educação Básica de nosso país.

A pesquisa de campo foi feita através de um questionário simples e objetivo versando perguntas sobre a formação acadêmica dos professores e alunos e as demonstrações na Educação Básica.

Essa pesquisa, como já mencionado, foi realizada com um grupo de docentes e outro de discentes. O grupo de discentes foi composto por 41 alunos dos períodos iniciais do Curso de Graduação em Matemática da Universidade Federal Fluminense. Com relação aos docentes, o grupo foi composto por 20 professores de Matemática da rede pública, principalmente, e da rede particular de ensino do Estado do Rio de janeiro, entre eles, alguns professores que cursam o

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional na Universidade Federal Fluminense.

Os questionários utilizados nesta pesquisa podem ser encontrados no final deste trabalho.

Em seguida, iremos fazer a análise dos questionários aplicados aos discentes e docentes.

4.1 Análise do questionário aplicado aos discentes

Nesta seção apresentaremos os resultados obtidos com a aplicação dos questionários aos discentes. Mostraremos tabelas com as informações apresentadas pelos alunos.

1ª pergunta: Onde você cursou a Educação Básica? (Nesta questão, marque mais de um item, se for necessário).

Rede pública (municipal e estadual)	18
Rede particular	22
Rede pública e particular	1
Total de alunos	41

Tabela 4.1: Resposta da pergunta 1 feita aos discentes.

2ª pergunta: Na Educação Básica (Ensinos Fundamental e Médio) você aprendeu a demonstrar algum resultado matemático?

Sim	17
Não	21
Não responderam ou não lembram	3
Total de alunos	41

Tabela 4.2: Resposta da pergunta 2 feita aos discentes.

3ª pergunta: Você considera importante saber demonstrar resultados matemáticos (teoremas, propriedades, corolários, etc.) ?

4ª pergunta: Você considera que as demonstrações contribuem para a formação do pensamento lógico matemático dos estudantes ?

5ª pergunta: Faça algumas considerações, se quiser, a respeito das demonstrações de resultados na Educação Básica.

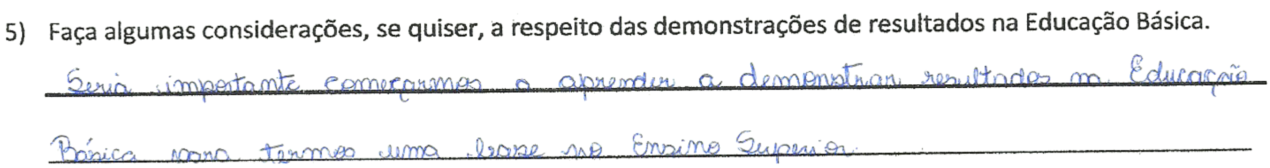
Sim	35
Não	0
Concordam parcialmente	6
Total de alunos	41

Tabela 4.3: Resposta da pergunta 3 feita aos discentes.

Sim	39
Não	0
Concordam parcialmente	2
Total de alunos	41

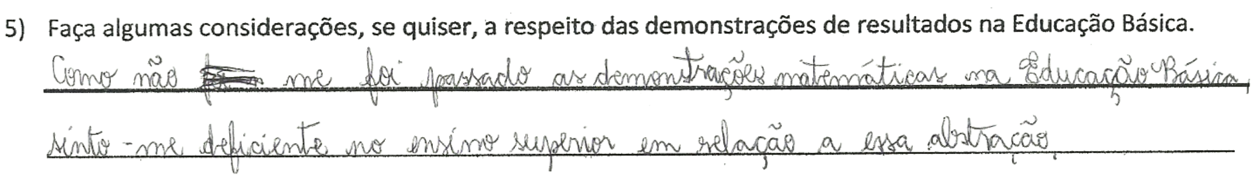
Tabela 4.4: Resposta da pergunta 4 feita aos discentes.

Grande parte dos alunos deixou esta pergunta em branco. No entanto, os alunos que responderam, na maioria, destacaram ser importante aprender a demonstrar na Educação Básica para ter base no Ensino Superior, como veremos a seguir:


5) Faça algumas considerações, se quiser, a respeito das demonstrações de resultados na Educação Básica.

Seria importante começarmos a aprender a demonstrar resultados na Educação Básica como termos uma base no Ensino Superior.

Figura 4.1: Resposta do aluno A.


5) Faça algumas considerações, se quiser, a respeito das demonstrações de resultados na Educação Básica.

Como não me foi passado as demonstrações matemáticas na Educação Básica, sinto-me deficiente no ensino superior em relação a essa abstração.

Figura 4.2: Resposta do aluno B.

6ª pergunta: Durante o Ensino Fundamental ou Médio, seu professor de Matemática demonstrou o Teorema de Tales, o qual trata da proporcionalidade dos segmentos formados por retas paralelas cortadas por transversais ?

Analisando as tabelas podemos perceber que a maioria dos alunos da graduação em Matemática da UFF pesquisados são oriundos da rede particular de ensino. Em seguida, quando

Sim	18
Não	19
Não responderam	4
Total de alunos	41

Tabela 4.5: Resposta da pergunta 8 feita aos discentes.

perguntados se já tinham demonstrado algum resultado, o grupo ficou dividido. Praticamente todos consideraram importante saber demonstrar resultados na Educação Básica e mais da metade dos alunos apontou que seu professor de Matemática não demonstrou nenhum dos resultados perguntados na pesquisa.

4.2 Análise do questionário aplicado aos docentes

Nesta seção também apresentaremos os resultados obtidos com a aplicação dos questionários aos docentes. Mostraremos tabelas com as informações apresentadas pelos professores.

1ª pergunta: Quando aluno, você aprendeu a demonstrar algum resultado de Matemática? Em que série(s)?

Sim	9
Não	10
Não responderam	1
Total de professores	20

Tabela 4.6: Resposta da pergunta 1 feita aos docentes.

Com relação às séries, a maior parte dos docentes que responderam disseram que demonstraram resultados no Ensino Médio.

2ª pergunta: Você considera importante saber demonstrar resultados matemáticos (teoremas, propriedades, corolários, etc.)?

3ª pergunta: Você considera importante que os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental tenham contato com as demonstrações?

Sim	15
Não	0
Concordaram parcialmente	5
Total de professores	20

Tabela 4.7: Resposta da pergunta 2 feita aos docentes.

Sim	17
Não	0
Concordaram parcialmente	3
Total de professores	20

Tabela 4.8: Resposta da pergunta 3 feita aos docentes.

4ª pergunta: Você considera importante que os alunos do Ensino Médio tenham contato com as demonstrações?

Sim	18
Não	0
Concordaram parcialmente	2
Total de professores	20

Tabela 4.9: Resposta da pergunta 4 feita aos docentes.

5ª pergunta: As demonstrações contribuem para a formação do pensamento lógico matemático dos jovens?

Sim	17
Não	0
Concordaram parcialmente	3
Total de professores	20

Tabela 4.10: Resposta da pergunta 5 feita aos docentes.

6ª pergunta: Quais demonstrações, quando for o caso, você considera mais importante que os alunos aprendam?

As demonstrações de teoremas que mais apareceram nas repostas foram do Teorema de Pitágoras e do Teorema de Tales.

7ª pergunta: Faça algumas considerações, se quiser, a respeito das demonstrações de resultados da Educação Básica.

Os professores que responderam esta questão relataram a importância das demonstrações para o raciocínio do aluno, como veremos nos trechos a seguir:

Faça algumas considerações, se quiser, a respeito das demonstrações de resultados na Educação Básica ?

O aluno que aprende através de demonstração pode até esquecer a fórmula, mas acaba lembrando através da demonstração.

Figura 4.3: Resposta do professor A.

7) Faça algumas considerações, se quiser, a respeito das demonstrações de resultados na Educação Básica ?

Acredito, que as demonstrações levam o aluno a perceber o porquê da matemática. Leva-o, assim, a querer desenvolver o raciocínio.

Figura 4.4: Resposta do professor B.

Após analisar as tabelas apresentadas anteriormente, podemos afirmar que os professores ficaram divididos com relação à 1ª pergunta: "Quando aluno, você aprendeu a demonstrar alguns resultados? Em que série(s)?". 75% dos professores consideraram importante saber demonstrar teoremas e quase todos consideram importante que os alunos do 9º ano saibam demonstrar resultados matemáticos. Quando a mesma pergunta é feita com relação aos alunos do Ensino Médio, 90% dos professores indicaram ser importante que esses alunos tenham contato com demonstração. Com relação à 5ª pergunta, 85% dos professores responderam que as demonstrações são importantes para a formação do pensamento lógico matemático dos estudantes. Vale ressaltar também que tanto os professores, quanto os alunos, num grande percentual, responderam que é importante saber demonstrar algum resultado matemático.

4.3 Conclusão

Analisando os questionários, concluímos que tanto docentes quanto discentes, que participaram da pesquisa, ficaram divididos quando perguntados se tinham aprendido a demonstrar algum resultado matemático da Educação Básica. Os dois grupos também responderam de forma parecida quando perguntados sobre considerar importante saber demonstrar resultados matemáticos, ou seja, responderam "sim"na maioria das perguntas. Finalmente, os dois grupos quando perguntados para fazer algumas considerações a respeito de demonstrações de resultados na Educação Básica responderam da seguinte maneira: os discentes disseram ser importante demonstrar para ter base no Ensino Superior, já os docentes disseram que as demonstrações são importantes para o raciocínio dos alunos. Com isso, podemos perceber que a pesquisa com os docentes e discentes revela a importância das demonstrações para o conhecimento matemático e, sendo assim, as análises dos livros didáticos tendo com tema central o Teorema de Tales se faz necessário.

O objetivo da pesquisa foi alcançado, pois a partir das respostas dos discentes e docentes procuramos observar, com uma visão diferente, como os livros didáticos tratam a demonstração do Teorema de Tales. Na nossa prática docente procuraremos atentar melhor para a importância das demonstrações no contexto da aprendizagem dos alunos.

5 Considerações Finais

Neste estudo procuramos, no primeiro capítulo, trazer um breve relato sobre como ingressei no magistério e algumas considerações sobre o ensino de Matemática no Brasil a partir do século XX. Já no segundo capítulo, foi apresentado um suporte teórico falando sobre os tipos de validação de provas de Balacheff e os níveis de desenvolvimento do raciocínio em Geometria de Van Hiele. No capítulo seguinte, analisamos três livros didáticos e como o Teorema de Tales é apresentado nesses livros e, como estes estão estruturados para apresentar o teorema. Mais adiante, através de uma pesquisa de campo realizada por meio de um questionário preenchido por alunos e professores da rede pública, fizemos uma breve análise sobre demonstrações de Matemática na Educação Básica.

Podemos constatar com esta pesquisa que o ensino de Matemática pode ser mais abrangente no que tange à formação do pensamento lógico-matemático dos alunos, pois estes, provavelmente, tendo os questionários como base, tem tido pouco contato com demonstrações de resultados matemáticos, sejam eles teoremas ou propriedades, contrariando assim as próprias diretrizes dos PCNs, que dizem que devemos desenvolver habilidades de argumentação e raciocínio.

Para darmos novos rumos ao ensino da Matemática, um dos aspectos que devemos considerar é o contato dos alunos com atividades de argumentações. No entanto, é preciso termos o cuidado para não gerarmos desinteresse pelo universo abstrato.

Neste momento, podemos relatar que a nossa visão a respeito das demonstrações, em particular do Teorema de Tales, mudou substancialmente, principalmente no que diz respeito a como os alunos enxergam as demonstrações e a pouca importância que dão à Matemática mais formal.

É importante relatar também que o enfoque dado nesta dissertação à análise de livros didáticos tendo o Teorema de Tales como foco principal da análise e uma posterior sugestão de demonstração do mesmo teorema não foi encontrada em nenhuma outra dissertação.

Finalmente, podemos destacar que a consolidação de uma aprendizagem satisfatória carece de ações conjuntas tais como: o uso de materiais concretos, foco na resolução de problemas, uso de jogos e Geometria dinâmica. Esses instrumentos facilitarão o aluno a estabelecer relações que posteriormente poderão ser utilizadas em demonstrações matemáticas.

Referências Bibliográficas

[1] ABBAGNANO, N. ; *Dicionário de filosofia.* Editora São Paulo: Mestre Jou, 1982.

[2] ANDRINI, A. ; VASCONCELOS, M. J., *Novo Praticando Matemática.* 7ª série, 1ª edição, São Paulo: editora do Brasil, 2002.

[3] ANDRINI, A. ; VASCONCELOS, M. J., *Novo Praticando Matemática.* 8ª série, 1ª edição, São Paulo: editora do Brasil, 2002.

[4] BALACHEFF, N., *Processus de preuve et situations de validation* Educational Studies in Mathematics, pp. $147-176$, 1987.

[5] BALACHEFF, N., *Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics in Pimms D.(Eds). Mathematics, Teachers and Children: A Reader, Hodder Stoughton* London, 1988.

[6] BALACHEFF, N., *Une étude des processus de preuve in mathématique chez des élèves de collège(tesis doctoral)* França: Univ. J.Fourier-Grenoble, 1988.

[7] BRASIL(2013), *Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).* Ministério da Educação - Secretaria de Educação Fundamental, 2013.

[8] BRASIL(2013), *Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).* Ministério da Educação - Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2013.

[9] BRASIL(2011), *Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) - Guia de livros Didáticos*. Ministério da Educação - Secretaria de Educação Básica, 2011.

[10] BRASIL(2008), *Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) - Guia de livros Didáticos*. Ministério da Educação - Secretaria de Educação Básica, 2008.

[11] CAJORI, F., *Uma História da Matemática.* Rio de Janeiro: editora Ciência Moderna, pp. $44-46$, 2007.

[12] DANTE, L. R., *Tudo é Matemática.* 7ª série, 2ª edição, São Paulo: editora Ática, p. 170, 2007.

[13] DANTE, L. R., *Tudo é Matemática.* 9º ano, 3ª edição, São Paulo: editora Ática, 2011.

[14] FACCI, M. G. D., *Valorização ou esvaziamento do trabalho do professor?* Campinas-SP: editora Autores Associados, p.30, 2004.

[15] GIOVANNI JR., J. R.; CASTRUCCI, B, *A Conquista da Matemática.* 8º ano, 1ª edição, São Paulo: editora FTD, p.289, 2009.

[16] GIOVANNI JR., J. R.; CASTRUCCI, B, *A Conquista da Matemática.* 9º ano, 1ª edição, São Paulo: ditora FTD, 2009.

[17] GRAVINA, M.A., SANTAROSA, L. M.; *A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados.* Acta do IV Congresso Ibero-Americano de Informática na Educação, Brasília, 1998, Campinas, 2003.

[18] GRÉCO, P.; *Aprendizagem e conhecimento em Piaget.* Rio de Janeiro: editora Freitas Bastos, 1974.

[19] HOFLING, E. M., *Notas para discussão quanto à implementação de programas de governo: Em foco o Programa Nacional do Livro Didático.* Educação e & Sociedade, n.70, pp. 159 – 170, 1998.

[20] LAJOLO, M., *Livro Didático: um (quase) manual de usuário. Em Aberto*, n.69, pp. 3 – 9, 1996.

[21] LORENZATO, S., *Um (Re)encontro com Malba Tahan* Revista Zetetiké, n.4, pp. 41 – 49, 1993.

[22] LORENZATO, S. ; VILA, M. C. , *Século XXI: qual Matemática é remcomendável?* Revista Zetetiké, n.1, pp. 95 – 102, 1995.

[23] LORENZATO, S.; FIORENTINI, D., *Investigação em educação matemática - percursos teóricos e metodológicos.* Campinas-SP: editora Autores Associados, p.116, 2006.

[24] LORENZATO, S.; *Para Aprender Matemática.* Campinas-SP: editora Autores Associados, p.20, 2008.

[25] MENDES, L. J., *Uma Análise da abordagem sobre argumentações e provas numa coleção do Ensino Médio.* Dissertação de Mestrado - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - São Paulo, 2007.

[26] NASSER, L.; *Geometria segundo a teoria de Van Hiele.* Rio de Janeiro: Instituto de Matemática- UFRJ -Projeto Fundão-SPEC-PADCT-CAPES, pp. 4 – 5, 2000.

[27] PAVANELLO, R. M., *O abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e consequências.* Revista Zetetiké, v.1, pp. 7 – 17, 1993.

[28] PESCO, D. U.; ARNAUT, R. G. T. , *Geometria Básica.* Rio de Janeiro: Fundação Cecierj- Consórcio Cederj, pp. 144 – 146, 2012.

[29] PIETROPAOLO, R. C.; *(RE)Significar a Demonstração nos Currículos da Educação Básica e da Formação de Professores de Matemática* Tese de Doutorado - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - São Paulo, p. 49, 2005.

[30] SANTOS, J. B. S.; *Argumentação e prova: Análise de Argumentos Algébricos de alunos da Educação Básica* Dissertação de Mestrado - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - São Paulo, 2007.

[31] SOUZA, J. C. M.; *Matemática Divertida e Curiosa.* Rio de Janeiro: editora Record, p. 14, 1994.

[32] TARDIF, M.; *Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários* Petrópolis, RJ:Vozes, 2002.

[33] TERRA, M. R., *O desenvolvimento humano na teoria de Piaget.* www.unicamp.br/iel/site/alunos/publicacoes/textos/d00005.htm acesso em: 06 de maio 2013, 02 : 32 : 10.

Apêndice

Universidade Federal Fluminense
PROFMAT- Mestrado Profissional em Rede Nacional
Trabalho de conclusão de Curso- TCC
Professora Orientadora: Prof[a] Dra. Lhaylla Crissaff
Mestrandos: Nilberti A. D. de Almeida e Luiz Fernando A. Jr.

Questionário de trabalho de Campo (aluno)

Nome do aluno(a):____ Data:___/___/_____

Nome da Instituição em que estuda atualmente:____

Questões:

1) Onde você cursou ou cursa a Educação Básica? (Nesta questão,marque mais de um item, se for necessário)

   (A) Rede pública municipal (B) Rede pública estadual (C) Rede pública federal (D) Rede particular

2) Na Educação Básica (ensinos fundamental e médio) você aprendeu a demonstrar alguns resultados matemáticos? Em que série(s) ? Lembra quais demonstrações ?

   ____

3) Você considera importante saber demonstrar os resultados matemáticos (teoremas , propriedades, corolários e etc. ?

   (B) Sim (B) Não (C) Concordo parcialmente.

4) Você considera que as demonstrações contribuem para a formação do pensamento lógico matemático dos estudantes ?

   (A) Sim (B) Não (C) Concordo parcialmente.

5) Faça algumas considerações, se quiser, a respeito das demonstrações de resultados na Educação Básica.

6) Durante o Ensino Fundamental ou médio, seu professor de Matemática demonstrou o **teorema de Tales**, o qual trata da proporcionalidade dos segmentos formados por retas paralelas cortadas por transversais?

(A) Sim (B) Não

Figura 5.1: Questionário aplicado aos alunos.

Apêndice

Universidade Federal Fluminense
PROFMAT- Mestrado Profissional em Rede Nacional
Trabalho de conclusão de Curso- TCC
Professora Orientadora: Profª Dra. Lhaylla Crissaff
Mestrandos: Nilberti A. D. de Almeida e Luiz Fernando A. Jr.

<u>Questionário de trabalho de Campo (professor)</u>

Nome do professor:____

Nome da(s) escola(s) onde leciona:____

Tempo em que trabalha no magistério:____

Séries/ anos em que já lecionou ou leciona:____
____

Questões:

1) Quando aluno, você aprendeu a demonstrar alguns resultados ? Em que série(s) ?

   ____

2) Você considera importante saber demonstrar os resultados matemáticos (teoremas , propriedades, corolários, ...) ?

   (A) Sim (B) Não (C) Concordo parcialmente.

3) Você considera importante que os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental tenham contato com as demonstrações ?

   (A) Sim (B) Não (C) Concordo parcialmente.

4) Você considera importante que os alunos do Ensino Médio tenham contato com as demonstrações ?

   (A) Sim (B) Não (C) Concordo parcialmente.

5) As demonstrações contribuem para a formação do pensamento lógico matemático dos jovens ?

   (A) Sim (B) Não (C) Concordo parcialmente.

6) Quais demonstrações, quando for o caso, você considera mais importantes que os alunos aprendam ?

   ____

7) Faça algumas considerações, se quiser, a respeito das demonstrações de resultados na Educação Básica.

   ____

   ____

Figura 5.2: Questionário aplicado aos professores.