UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
Programa de Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG

A Teoria de Ausubel e o Modelo dos van Hiele aplicados à Geometria: Uma Proposta Didática

Oséias Pereira Matias da Silva

Trabalho de Conclusão de Curso

Orientador:
Prof. Dr. Rodrigo Cohen Mota Nemer

Co-orientador:
Prof. Dr. Luiz Antônio da Silva Medeiros

Campina Grande - PB
Junho/2018

S586t Silva, Oséias Pereira Matias da.
A teoria de Ausubel e o modelo dos Van Hiele aplicados à Geometria : uma proposta didática / Oséias Pereira Matias da Silva. - Campina Grande, 2018.
74 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2018.
"Orientação: Prof. Dr. Rodrigo Cohen Mota Nemer, Prof. Dr. Luiz Antônio da Silva Medeiros".
Referências.

1. Aprendizagem Significativa - Matemática. 2. Geometria. 3. Ensino Fundamental. I. Nemer, Rodrigo Cohen Mota. II. Medeiros, Luiz Antônio da Silva. III. Título.

CDU 514.11:37.026(043)

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELO BIBLIOTECÁRIO GUSTAVO DINIZ DO NASCIMENTO CRB - 15/515

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
Programa de Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG

A Teoria de Ausubel e o Modelo dos van Hiele aplicados à Geometria: Uma Proposta Didática

por

Oséias Pereira Matias da Silva †

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática - CCT - UFCG, na modalidade Mestrado Profissional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

†Bolsista CAPES

A Teoria de Ausubel e o Modelo dos van Hiele aplicados à Geometria: Uma Proposta Didática

por

Oséias Pereira Matias da Silva

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática - CCT - UFCG, modalidade Mestrado Profissional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

Aprovado por:

Luciana P. Freitas

Prof[a]. Dr[a]. Luciana Roze de Freitas - UEPB

Jaime Alves Barbosa Sobrinho

Prof. Dr. Jaime Alves Barbosa Sobrinho - UFCG

Rodrigo Cohen Mota Nemer

Prof. Dr. Rodrigo Cohen Mota Nemer - UFCG
Orientador

Luiz Antônio Medeiros

Prof. Dr. Luiz Antônio da Silva Medeiros - UFCG
Co-orientador

Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Ciências e Tecnologia
Unidade Acadêmica de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Junho/2018

Dedicatória

À minha digníssima esposa, Flávia Marcelino Padre Pereira, pela compreensão nos momentos em que estive ausente e pelo incentivo nas horas de esgotamento físico e mental. Amá-la-ei por toda a vida.

Agradecimentos

A Deus, por se fazer presente em todos os momentos da minha vida, fortalecendo-me e iluminando meus pensamentos, para que eu pudesse vencer todos os desafios.

À minha amada esposa Flávia, pelo amor, carinho, incentivo e respeito incansáveis e pela compreensão durante todo o trajeto deste curso.

Às minhas filhas, Alice Vitória e Talita Emanuele, por me proporcionarem momentos de alegria inigualáveis.

À minha família, especialmente minha mãe, Maria Pereira, por ter orgulho de mim e sempre me aconselhar para o bem.

À Escola Municipal E. F. Maria Celeste Pires Leite, pelo apoio e pela liberação parcial de minha carga horária semanal para que eu pudesse me dedicar ao PROFMAT.

Ao orientador, Prof. Dr. Rodrigo Cohen Mota Nemer, pela honra de aceitar o convite para orientar este trabalho, pela paciência, dedicação, competência e amizade.

Ao coordenador do PROFMAT-UFCG e co-orientador deste trabalho, Prof. Dr. Luiz Antônio da Silva Medeiros, pelo apoio constante e pelas críticas construtivas.

Aos professores membros da banca examinadora, Prof^{a}. Dr^{a}. Luciana Rose de Freitas (UEPB) e Prof. Dr. Jaime Alves Barbosa Sobrinho (UFCG), pelas valiosas e indispensáveis contribuições que enriqueceram nosso trabalho.

Aos meus colegas e amigos de curso, pelo apoio e incentivo nos momentos mais difíceis e pela amizade fortalecedora.

Ao Corpo Docente da UFCG de Campina Grande, especialmente aos professores do PROFMAT, por contribuir para a expansão do conhecimento adquirido.

À professora Roseane Farias, por ter realizado a análise gramatical desta obra.

Finalmente, agradeço à Sociedade Brasileira da Matemática - SBM pelo oferecimento deste Curso em Rede Nacional e à CAPES pela concessão da bolsa.

Resumo

A constante inquietação de professores de matemática por causa do baixo rendimento dos alunos da Educação Básica é motivo de preocupação e, principalmente, tem sido um estímulo para se buscar novas alternativas ou metodologias de ensino que favoreçam a aprendizagem da matemática. Baseada em duas famosas teorias, a Teoria de Ausubel e o Modelo dos van Hiele, a presente dissertação visa a contribuir para o sucesso do ensino-aprendizagem da Geometria na Educação Básica, especialmente no ensino fundamental. Para se compreender bem as ideias dessa obra, desenvolveu-se uma proposta didática, que foi aplicada em sala de aula. Por fim, o resultado dessa experiência foi documentado.

Palavras-chave: Aprendizagem Significativa. Geometria. Ensino Fundamental.

Abstract

The constant restlessness of mathematics teachers because of the low income of the students of Basic Education is cause for concern and, mainly, it has been a stimulus to search for new alternatives or teaching methodologies that favor the learning of mathematics. Based on two famous theories, the Ausubel Theory and the Van Hiele Model, this dissertation aims to contribute to the success of teaching-learning Geometry in Basic Education, especially in elementary education. In order to understand the ideas of this work well, a didactic proposal was developed, which was applied in the classroom. Finally, the result of this experience was documented.

Keywords: Meaningful Learning. Geometry. Elementary School.

Sumário

Capítulo 1

Introdução

Certo dia, decidi criar uma ferramenta para ensinar a tabuada da multiplicação por dois a minha filha Alice de oito anos (consistia de uma régua e um canudo de dois centímetros de comprimento). Segundo meu ponto de vista, este seria um ótimo instrumento para se praticar a tabuada da multiplicação por dois e, se precisasse, poderia ser aperfeiçoado para treinar a tabuada da multiplicação por três. Pensando nisso, depois de explicar-lhe a forma adequada de usar a ferramenta, propus-lhe uma tarefa, que seria resolver umas contas de multiplicação por dois com esse instrumento. Minutos depois, percebi que ela encontrava-se chorando discretamente, e perguntei-lhe o que havia acontecido. Depois que insisti algumas vezes, ela me respondeu: “Fazer contas assim é mais difícil. É bom estudar só a tabuada ou fazer contas no caderno”. Com essa experiência, notei que minha filha ainda não estava pronta para realizar atividades com aquela ferramenta, porque ela ainda não tinha os conhecimentos necessários para executar a tarefa. Assim, tomando esse fato como motivação e levando agora em conta a prática em sala de aula, não seria recomendado ao professor aplicar conteúdos ou atividades de um nível considerado elevado para os alunos. Para Jaime e Gutiérrez (1990 apud OLIVEIRA, 2012, p. 49), "um aluno só poderá compreender um conteúdo matemático se este lhe for apresentado de maneira adequada ao seu nível de pensamento", pois "podemos encontrar diferentes níveis de pensamento nos estudantes de matemática". À vista disso, se um docente pretendesse ensinar aos alunos um determinado conteúdo em um nível superior ao que eles se encontram, essa tarefa seria semelhante a exigir que uma criança transportasse pesos que só um adulto suportaria.

Por outro lado, os **Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs** (1998, p. 37) sugerem que “é relativamente recente a atenção ao fato de que o aluno é agente da construção do seu conhecimento, pelas conexões que estabelece com seu conhecimento prévio”. Sendo assim, o professor deve levar em consideração o conhecimento prévio do aluno, tendo em vista que a aprendizagem ocorre na interação entre o que o aluno sabe e o que ele precisa aprender. Por isso, cabe também ao docente a elaboração periódica de **avaliações diagnósticas** que sirvam para identificar aquilo que o aluno já sabe, para depois criar ferramentas que auxiliem cada estudante a estabelecer conexões entre os atuais e os novos conhecimentos.

A respeito da atuação do professor em sala de aula, os PCNs (1998, p. 23) acrescentam o seguinte:

> Também a importância de levar em conta o conhecimento prévio dos alunos na construção de significados geralmente é desconsiderada. Na maioria das vezes, subestimam-se os conceitos desenvolvidos no decorrer das vivências práticas dos alunos, de suas interações sociais imediatas, e parte-se para um tratamento escolar, de forma esquemática, privando os alunos da riqueza de conteúdos proveniente da experiência pessoal.

Diante disso, o professor deve se conscientizar do seu papel de facilitador da aprendizagem e dar atenção aos conhecimentos prévios dos alunos, porque estes devem ser o ponto de partida para a aquisição de novas informações. No entanto, para que isso seja possível, o nível de pensamento do aluno não pode ser desprezado, pois cada nível deve estar associado às suas particularidades. Para Lopes e Nasser (1996, p. 11), "não pode haver compreensão quando o curso é dado num nível mais elevado do que o atingido pelo aluno". É por isso que cada plano de ação do professor deve ser elaborado de acordo com o nível de pensamento da turma.

Nesta dissertação, foi desenvolvido um modelo de proposta de ensino, com o intuito de oferecer suporte ao professor, a fim de proporcionar ao aluno uma aprendizagem significativa, tendo em vista que a educação atual está repleta de indícios de aprendizagem mecânica. Essa proposta está fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e no Modelo de Aprendizagem de Geometria do casal van Hiele, com maior enfoque nesta última teoria. A partir dos conhecimentos adquiridos nesta obra, espera-se que qualquer professor de matemática seja capaz de produzir materiais voltados ao ensino de Geometria, que auxiliem na aprendizagem dos alunos.

Silva (2014, p. 2), em **Modelo de aprendizagem de geometria do casal Van Hiele**, declara: "o casal Van Hiele afirma que o aprendizado em geometria segue níveis de raciocínio ou níveis de desenvolvimento mental em geometria". Por outro lado, conforme Yamazaki (2008, p. 2), Ausubel desenvolveu uma teoria que, por meio dela, assegura que, a partir de conteúdos que os alunos já possuem na **estrutura cognitiva**, a aprendizagem significativa pode ser efetivada. Portanto, buscando unir a Teoria de Ausubel ao Modelo dos van Hiele, daremos importância aos níveis de desenvolvimento mental de van Hiele e, na passagem de cada nível ao seguinte, aplicaremos as ideias de Ausubel.

Visando à aprendizagem significativa dos estudantes, depois de muita pesquisa, conseguimos conciliar as duas teorias citadas acima, para que o processo de ensino-aprendizagem de Geometria possa ser auxiliado por um embasamento teórico reconhecido e eficiente para mudar a realidade da educação em nossas escolas. Por isso, a essência desta obra não está na proposta didática apresentada mais à frente; mas, na união da Teoria de Ausubel e do Modelo dos van Hiele em benefício do processo de ensino-aprendizagem de Geometria. Portanto, a proposta de ensino presente nesta dissertação é apenas um exemplo de como usar simultaneamente essas duas teorias em sala de aula. Para tal, escolhemos o conteúdo **Quadriláteros**, a ser ministrado na turma do 8º A da Escola M. E. F. Maria Celeste Pires Leite, localizada na cidade de Catingueira - PB.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

Conduzir o professor de matemática a uma reflexão sobre sua prática em sala de aula e proporcionar-lhe uma base teórico-prática que o auxilie na substituição da aprendizagem mecânica pela aprendizagem significativa.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Oferecer uma visão geral da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e do Modelo de Aprendizagem de Geometria do casal van Hiele;
- Relacionar a Teoria de Ausubel com o Modelo dos van Hiele, unindo-os de tal modo que contribuam para a elaboração de propostas didáticas voltadas ao ensino da Geometria;
- Desenvolver uma proposta de ensino que sirva de exemplo de aplicação da parceria dos van Hiele com Ausubel;
- Apresentar o registro detalhado das ações em sala de aula durante a aplicação dessa proposta didática e revelar o resultado dessa experiência.

1.2 Organização

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos, que foram cuidadosamente elaborados para se compreender bem as ideias que correlacionam a Teoria de Ausubel e o Modelo dos van Hiele.

No primeiro capítulo, apresentou-se a Introdução (que contém a motivação inspiradora do trabalho como um todo) e os objetivos geral e específicos, como também esta seção, que expõem a organização da obra.

Já o segundo capítulo, que inclui a parte mais teórica deste trabalho, é composto pelas ideias principais da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e do Modelo de Aprendizagem de Geometria do casal van Hiele. Para facilitar a compreensão dessas teorias, o texto foi escrito de forma clara e de fácil entendimento, no qual foram dados exemplos para ilustrar conceitos. Por fim, apresentou-se a ideia de como trabalhar com essas duas teorias, aplicando-as na ministração de um conteúdo qualquer da Geometria.

O terceiro capítulo foi dedicado ao desenvolvimento de *um modelo* de proposta didática que utiliza as ideias desta dissertação, objetivando apresentar uma situação prática em que as duas teorias citadas são aplicadas conjuntamente. Nesse capítulo, encontra-se uma exposição do conteúdo abordado nessa proposta, um modelo de avaliação diagnóstica, uma sequência didática e um modelo de avaliação da aprendizagem.

Visando registrar as atividades realizadas em sala de aula e os resultados da aplicação da proposta didática deste trabalho, o quarto capítulo foi dedicado ao relatório da experiência durante a aplicação da sequência didática na turma do 8º A da Escola M. E. F. Maria Celeste Pires Leite.

Finalmente, com o intuito de apresentar as considerações finais sobre esta dissertação, o quinto capítulo foi utilizado para concluí-la, destacando as contribuições da parceria entre David Ausubel e o casal van Hiele para o processo de ensino-aprendizagem da Geometria, caso as ideias desta obra sejam adotadas na elaboração de metodologias de ensino da Geometria.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

Neste capítulo, serão tratados resumidamente a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e o Modelo de Aprendizagem de Geometria do casal van Hiele. Pensando assim, em primeiro lugar, será discutida a diferença entre aprendizagem mecânica e aprendizagem significativa; em segundo lugar, apresentar-se-á uma breve exposição da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel; em terceiro lugar, serão destacados alguns pontos relevantes do Modelo dos van Hiele; por fim, será feita uma interação entre Teoria de David Ausubel e o Modelo dos van Hiele, visando uni-los, para que possam cooperar na elaboração de propostas didáticas no âmbito da Geometria.

2.1 Aprendizagem Mecânica e Aprendizagem Significativa

Ao longo da minha trajetória como um estudante e professor de matemática, pude notar que o ensino da matemática está mais centrado em uma aprendizagem na qual o aluno decora fórmulas, procedimentos, propriedades e até exemplos, sem contextualizar os conteúdos com situações do mundo real, nem buscar a interação das novas informações com algo que já foi aprendido, mas somente se concentrando em obter boas notas e passar de ano. Porém, mesmo que o aluno utilize essa estratégia, a realidade é esta: ele será aprovado, obtendo o certificado de conclusão, saindo despreparado para fazer cursos superiores ou para atuar no mercado de trabalho. Se isso acontece, quem é o culpado? Não posso responder a essa pergunta, mas sei que um professor de matemática poderia mudar essa situação, mesmo que seja uma pequena mudança, partindo do princípio de que esse tipo de aprendizagem (a qual é conhecida como aprendizagem mecânica) não é ideal para a educação matemática.

Segundo Ausubel ([entre 1968 e 1980] apud MOREIRA, 1999, p. 154), na aprendizagem mecânica, as novas informações interagem pouco ou não interagem com os conceitos já existentes na estrutura cognitiva do estudante (que é o conjunto global de ideias organizadas em sua mente). Portanto, ao ensinar determinado conteúdo de matemática, o professor deve se preocupar em identificar os **conhecimentos prévios** dos discentes e fazer bom uso deles, a fim de que não incorra no erro de estar ministrando aulas de forma mecânica. No entanto, a aprendizagem mecânica é necessária caso o indivíduo pretenda aprender sobre outra área de conhecimento, a respeito da qual ele ainda não possui nenhuma ideia formada. Ademais, no que diz respeito à aprendizagem significativa, é importante destacar que as novas informações precisam se ancorar em outras informações já existentes na estrutura cognitiva do estudante, e a realidade apresentada pelos PCNs (1998, p. 37) é outra:

> Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem.

Desse modo, a prática tradicional no ensino de matemática tem levado mais em consideração a memorização de conceitos, definições, resultados e procedimentos do que a atribuição de significados aos conteúdos aprendidos. No entanto, não é a reprodução correta de uma fórmula, por exemplo, que garante a ocorrência de aprendizagem significativa, porque a metodologia tradicional é falha, levando em conta que "a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo" (BRASIL, 1998, p. 37). Por isso, o professor precisa ter em mente que os conteúdos ensinados precisam fazer sentido e servir de ferramentas para resolver problemas do cotidiano, considerando os diversos contextos em que tais conteúdos estão inseridos.

Diante do que já foi exposto, faz-se necessária a criação de estratégias que auxiliem o aluno a aprender os conteúdos de forma significativa, a fim de que seja capaz de aplicá-los em situações diversas. Porém, para que isso seja possível, é preciso que o professor atue de tal modo que as informações apresentadas interajam com o que o estudante já sabe. Segundo Ausubel ([entre 1968 e 1980] apud MOREIRA, 1999, p.153),

> A aprendizagem significativa é um processo por meio do qual uma nova informação relaciona-se com um aspecto especificamente relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo, ou seja, este processo envolve a interação da nova informação com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel define como conceito subsunçor, ou simplesmente subsunçor, existente na estrutura cognitiva do indivíduo.

Logo, não basta que o novo conhecimento se relacione com qualquer outro da estrutura cognitiva do estudante, pois nem todo conhecimento prévio é subsunçor.

Como exemplo de **subsunçor**, imagine uma situação na qual se deseje ensinar o Teorema de Tales. Para isso, um conhecimento especificamente relevante é ao menos se ter uma ideia de retas paralelas, porque este é um conceito abordado no Teorema. Sem tal conceito, mesmo que o aluno aprenda o enunciado desse Teorema, irá sentir dificuldades em resolver alguns problemas relacionados a ele. Logo, a aprendizagem será mecânica, pois não houve uma compreensão adequada do conteúdo. Portanto, ao notar a presença de subsunçores, o professor pode produzir um material potencialmente significativo, desde que as novas informações sejam recebidas de forma não-literal, ou seja, aquilo que foi aprendido faça sentido para o estudante e possa ser explicado por ele, com suas próprias palavras. Assim, o subsunçor é uma estrutura específica e importante de conhecimento que está inserida na estrutura cognitiva e que funciona como alicerce para sustentar os novos conhecimentos.

Para Ausubel (1973 apud SILVA; SCHIRLO, 2014, p. 40), "a aprendizagem torna-se mais significativa à medida que a nova informação é agrupada às estruturas de conhecimento do educando, passando a ganhar sentido mediante a relação com seu conhecimento prévio".

Com isso, **aprender significativamente** é semelhante a construir uma casa: o alicerce é o subsunçor, que se encontra no terreno da mente do estudante; por outro lado, o servente é o professor, o qual intervém como mediador da construção do conhecimento; e o pedreiro é o aluno que, auxiliado pelo professor, senta os tijolos das novas informações sobre o alicerce (subsunçor).

Sendo assim, o ideal é que o professor possa estar sempre empenhado em garantir que o estudante tenha uma aprendizagem significativa dos conteúdos a serem ministrados, pondo a aprendizagem mecânica como última instância.

2.2 Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel

Segundo Rios (2016), David P. Ausubel era "contra a aprendizagem mecânica e dedicou-se a encontrar uma educação fundamentada na estrutura cognitiva". Desse modo, Ausubel notou que o ensino quando feito de forma exclusivamente mecânica era ineficaz e, por isso, havia-se a necessidade de uma educação baseada na estrutura cognitiva do aluno, que fosse capaz de proporcionar-lhe uma aprendizagem significativa. Porém, de acordo com Moreira (1999, p. 154),

> A aprendizagem mecânica é sempre necessária quando um indivíduo adquire informações em uma área de conhecimento completamente nova para ele, isto é, a aprendizagem mecânica ocorre até que alguns elementos de conhecimento, relevantes a novas informações na mesma área, existam na estrutura cognitiva e possam servir de subsunçores, ainda que pouco elaborados.

Assim, mesmo que a aprendizagem mecânica seja justificada em casos específicos, no final, a aprendizagem significativa deve prevalecer. Por isso, "o conceito central da teoria de Ausubel é o de *aprendizagem significativa*" (MOREIRA, 1999, p. 153, grifo do autor).

Para começarmos a entender melhor a Teoria de Ausubel, apelaremos para os três tipos gerais de aprendizagem, conforme Moreira (1999, p. 151-152):

- A **aprendizagem cognitiva** é resultante do armazenamento organizado de informações na mente do aprendiz.
- A **aprendizagem afetiva** é resultante de sinais internos ao indivíduo, que pode ser identificada com experiências como alegria ou tristeza, prazer ou dor, contentamento ou insatisfação, paz ou ansiedade.
- A **aprendizagem psicomotora** é a aquisição de respostas musculares por meio de treino e prática.

Agora, iremos ilustrar algumas situações em que ocorrem esses tipos de aprendizagem:

- Na **aprendizagem cognitiva**, o indivíduo associa a nova informação com um conhecimento específico e relevante (subsunçor). Por exemplo, a princípio, quando a criança aprende o alfabeto, ocorre uma aprendizagem mecânica; mas, quando ela é ensinada a juntar letras para formar sílabas, o subsunçor (conhecimento acerca do alfabeto) se interliga aos novos conhecimentos (formação de sílabas).
- Na **aprendizagem afetiva**, por meio de uma experiência, o indivíduo emite sinais internos, que são sensações como prazer, alegria, dor ou ansiedade, capazes de classificar cada experiência como boa ou ruim. Por exemplo, todos sabem que a morte de um ente querido causa uma profunda dor. Porém, esse tipo de conhecimento foi adquirido por meio da aprendizagem afetiva: quando morre uma pessoa que amamos, alguns sinais internos são emitidos, os quais chamamos de dor, tristeza, desânimo, angústia, etc. Por isso, a morte de quem amamos está associada a uma sensação ruim.
- Na **aprendizagem psicomotora**, de tanto praticar ou treinar, o indivíduo adquire alguma habilidade física. Por exemplo, ao fazermos um curso de digitação, com o passar do tempo, conseguimos escrever textos sem olhar para o teclado e sem necessidade de pensar nas letras que iremos usar.

Assim, podemos perceber que a aprendizagem cognitiva será sempre acompanhada por uma aprendizagem afetiva, pois, quando resolvemos um problema, por exemplo, temos uma sensação de prazer e contentamento; ou, quando estudamos em um lugar agradável, aprendemos com mais facilidade. Note que tudo isso é constatado por meio da experiência afetiva. Por isso, no processo de ensino-aprendizagem, as experiências afetivas dos estudantes precisam ser consideradas, tendo em vista que podem auxiliar na aprendizagem cognitiva.

Diante disso, é muito importante perceber que “a Teoria de Ausubel focaliza primordialmente a aprendizagem cognitiva” (MOREIRA, 1999, p. 152), isto é, Ausubel tem como objetivo principal fornecer uma explicação teórica para a efetivação da aprendizagem significativa, levando em conta os subsunçores, que servem como facilitadores mentais na aquisição de novos conhecimentos.

A partir daqui, focaremos nossa atenção nos elementos teóricos da Teoria de Ausubel que servirão de base para a elaboração de **propostas didáticas** voltadas à Geometria. Assim, com o mesmo objetivo de Ausubel, nos empenharemos em oferecer alguns meios necessários para se alcançar uma aprendizagem significativa. Por isso, nesta dissertação, iremos nos ater aos conceitos de **organizadores prévios**, **elementos-chave da aprendizagem significativa** e **evidência de aprendizagem significativa**.

2.2.1 Organizadores Prévios

Conforme tratado anteriormente, para Ausubel, a aprendizagem significativa só ocorre quando existem elementos específicos e relevantes, na estrutura cognitiva do indivíduo, que possam servir de alicerce para as novas ideias as quais se pretende assimilar. À vista disso, na falta desses elementos importantes, o que fazer para se ter uma aprendizagem significativa? Isto é, se as novas informações devem se ancorar nos subsunçores, como proceder quando, na estrutura cognitiva do aluno, não houver subsunçor, o qual possa servir de ponto de contato para os novos conhecimentos? Se essas perguntas fossem feitas a Ausubel, possivelmente, responderia: use **organizadores prévios**.

De acordo com Moreira (1999, p.155), "organizadores prévios são materiais introdutórios apresentados antes do material a ser aprendido em si". Ou seja, mesmo que o aprendiz não tenha nenhuma ideia sobre determinado assunto, o professor pode elaborar um plano de aula visando apenas fornecer ao estudante conhecimentos específicos que sejam importantes para o aprendizado do conteúdo principal. Essas ideias introdutórias servirão de caminho de acesso àquilo que o aluno já sabe. A partir daí, cada nova informação irá interagir com uma estrutura de conhecimentos específicos e relevantes, dando significado ao conteúdo estudado, transformando e aperfeiçoando o subsunçor inicial.

Para ilustrar o conceito de organizador prévio, imagine uma turma que precise estudar trigonometria, mas a sua maioria não sabe definir um triângulo retângulo, nem muito menos entende o que são os catetos e a hipotenusa. Daí, supondo que essa turma compreenda o que é um triângulo e tenha ideia do que seja ângulo, o organizador prévio ideal para essa situação seria um material que explorasse o conceito de triângulo retângulo e a nomenclatura usada para identificar seus lados. Porém, o que garante uma aprendizagem significativa não é o material em si, mas a forma como ele é ensinado e aprendido. Portanto, um material servirá de organizador prévio se, realmente, levar os alunos a compreenderem o que se pretende ensinar e também a interagir os conhecimentos prévios específicos com as novas informações.

Ainda segundo Moreira (2012, p. 11) um organizador prévio "pode ser um enunciado, uma pergunta, uma situação-problema, uma demonstração, um filme, uma leitura introdutória, uma simulação. Pode ser também uma aula que precede um conjunto de outras aulas". Portanto, o organizador prévio deve ser adequado para introduzir, na estrutura cognitiva do aluno, os conhecimentos que sirvam de cabo de conexão entre aquilo que o aprendiz já sabe e o conteúdo a ser aprendido.

Conforme Ausubel, Novak e Hanesian (1980 apud SILVA; SCHIRLO, 2014, p. 38) é recomendado

> o uso dos organizadores prévios como estratégia para manipular a estrutura cognitiva, quando o aluno não dispõe de subsunçores para ancorar as novas aprendizagens. Ou, quando for constatado que os subsunçores existentes em sua estrutura cognitiva não são satisfatórios e estáveis para desempenhar as funções de ancoragem do novo conhecimento.

Com isso, percebemos que os organizadores prévios possuem dois papéis importantes e distintos: (1) quando não há subsunçores na mente do aluno para interagir com os novos conhecimentos; e (2) quando existem subsunçores, mas não são satisfatórios para ancorar as novas informações. Por isso, segundo Moreira (2012, p. 11) há dois tipos de organizadores prévios:

- O **organizador expositivo** é recomendado quando o estudante não possui subsunçores, para servir de ponte de acesso entre aquilo que o aluno sabe e o que precisa aprender. Por exemplo, um material que trate de um triângulo inscrito em um círculo age como ponte para a *lei dos senos*.

- O **organizador comparativo** é recomendado quando o aluno tem certa familiaridade com o novo conteúdo e serve para auxiliar o aprendiz na integração dos novos conhecimentos à sua estrutura cognitiva. Além disso, esse tipo organizador prévio visa ajudar o estudante a separar as novas informações de conhecimentos pré-existentes nessa estrutura, os quais, embora diferentes, podem ser confundidos. Por exemplo, mesmo que retas perpendiculares sejam concorrentes, não podem ser confundidas com quaisquer retas concorrentes, e essa separação se faz por meio de um organizador comparativo.

Portanto, em termos mais simples, organizadores prévios podem ser usados para suprir a deficiência de subsunçores ou para mostrar a relacionalidade e a separabilidade entre novos conhecimentos e conhecimentos já existentes, ou seja, subsunçores (MOREIRA, 2012, p.11). Isto é, se a carência for de subsunçores adequados, os organizadores expositivos são uma boa ferramenta para suprir essa necessidade; contudo, se for preciso apenas evidenciar a relação e a distinção que há entre os novos conhecimentos e os conhecimentos pré-existentes, os organizadores comparativos são adequados para essa tarefa.

2.2.2 Elementos-chave da Aprendizagem Significativa

Ausubel (1978 apud MOREIRA, 1999, p. 155-156), assegura que "a essência do processo de aprendizagem significativa é que ideias simbolicamente expressas sejam relacionadas de maneira substantiva (não-literal) e não arbitrária ao que o aprendiz já sabe". Portanto, **um elemento-chave** para ocorrer aprendizagem significativa é que ela não seja literal nem arbitrária. Para ilustrar, considere estas situações:

- Quando os conhecimentos são transmitidos ao aprendiz de forma arbitrária, as novas informações não se relacionam com aquilo que o aluno sabe, gerando, evidentemente, uma aprendizagem mecânica. Por exemplo, a tentativa de ensinar ao estudante a ideia de mediana de um triângulo, sem que ele tenha noção de ponto médio de um segmento, seria um modo arbitrário de integrar um novo conceito à estrutura cognitiva do aluno, porque nesse caso não foi considerado um conhecimento específico e relevante, o qual fosse alicerce para as novas ideias. À vista disso, para que seja possível a produção de significados, as novas informações devem sempre se unir ao que já existe na estrutura cognitiva do indivíduo.

- Se alguém aprende determinado conteúdo de forma literal, não é capaz de explicá-lo com suas próprias palavras, nem consegue aplicar os conceitos adquiridos na resolução de problemas bem elaborados. Por exemplo, aquele estudante que decorou o Teorema de Pitágoras, mas não consegue identificar os catetos e a hipotenusa, certamente será incapaz de resolver problemas que busquem a medida do cateto em vez da medida da hipotenusa. Isso acontece porque, no processo adotado para se aprender esse Teorema, o aluno não estava preocupado em entendê-lo e aplicá-lo no mundo real, sendo essa a causa da aprendizagem ser apenas literal.

Logo, quando for preciso, o professor precisa desenvolver organizadores prévios, para que a aquisição de conhecimentos não seja arbitrária; e contextualizar o assunto ministrado, de modo que seja estabelecida uma relação entre o conteúdo e as diversas situações concretas em que está inserido, com a finalidade de não haver aprendizagem literal.

Em contrapartida, cabe ao estudante se interessar para que o trabalho do professor seja possível, pois, se não existir vontade de aprender de forma significativa, isso será impossível. Assim sendo, seria bom que o professor se dedicasse também em conscientizar sua turma a respeito da aquisição do conhecimento de modo significativo, corrigindo-a quanto ao hábito de decorar procedimentos, resolver problemas de forma mecânica, não buscar compreender os assuntos ministrados, etc. A respeito disso, Moreira (2012, p. 8) assegura que "**o aprendiz deve querer relacionar os novos conhecimentos, de forma não-arbitrária e não-literal, a seus conhecimentos prévios. É isso que significa predisposição para aprender**". Desse modo, **outro elemento-chave** da aprendizagem significativa é o estudante estar disposto a aprender de forma não-literal e não-arbitrária.

Por conseguinte, qualquer material de ensino que é relacionável, de forma não-literal e não-arbitrária, à estrutura cognitiva do aprendiz é **potencialmente significativo**; no entanto, como “não existe livro significativo, nem aula significativa, nem problema significativo, ..., pois o significado está nas pessoas, não nos materiais” (MOREIRA, 2012, p. 8), os responsáveis pela aprendizagem significativa são o estudante e o professor, no mínimo.

Quando se pretende desenvolver um material potencialmente significativo, o professor deve levar em consideração dois princípios programáticos do conteúdo a ser ministrado aos alunos: a **diferenciação progressiva** e a **reconciliação integrativa**.

Na diferenciação progressiva, novos significados são atribuídos a um dado subsunçor, resultante da sucessiva utilização desse subsunçor para dar significado a novos conhecimentos (MOREIRA, 2012). Por isso, ao se programar um conteúdo, as novas ideias devem ser trabalhadas partindo dos conceitos mais gerais aos mais específicos (MASINI; MOREIRA, 1982). A reconciliação integrativa, por sua vez, é um processo simultâneo à diferenciação progressiva e “consiste em eliminar diferenças, resolver inconsistências, integrar significados, fazer superordenações” (MOREIRA, 2012, p. 6).

2.2.3 Evidência de Aprendizagem Significativa

Após tomar todas as precauções necessárias, como saber se o indivíduo conseguiu uma aprendizagem significativa? Porque a compreensão de um conteúdo pode ser somente aparente, tendo em vista que o professor pode ter falhado no processo de ensino-aprendizagem ou o estudante talvez tenha negligenciado alguns aspectos importantes para a aprendizagem significativa. Perceba que, ao tratar da genuína compreensão do material estudado, Ausubel ([entre 1968 e 1980] apud MOREIRA, 1999) assegura que “ao se atestar essa compreensão, simplesmente pedindo ao aluno que diga quais os atributos essenciais de um conceito ou [...] de uma proposição, pode-se obter apenas respostas mecanicamente memorizadas”. Levando isso em conta, é importante coletarmos uma evidência de aprendizagem significativa, a fim de podermos avaliar bem o desempenho dos alunos.

Tendo em vista que a aprendizagem mecânica é mais frequente, percebe-se que muitos alunos se sentem mais à vontade decorando fórmulas, procedimentos, ideias e exemplos. Isso pode gerar uma falsa aprendizagem. Ainda segundo Moreira (1999, p. 156),

> Propõe, então, que ao procurar evidência de compreensão significativa, a melhor maneira de evitar a simulação da aprendizagem significativa é formular questões e problemas de uma maneira nova e não familiar, que requeira máxima transformação do conhecimento adquirido. Testes de compreensão, por exemplo, devem, no mínimo, ser fraseados de maneira diferente e apresentados em um contexto de alguma forma diferente daquele originalmente encontrado no material instrucional.

Ao se buscar avaliar o que o aluno sabe, os pais, os professores ou a sociedade, exigem provas de que houve realmente aprendizagem; mas, geralmente, não existe preocupação se o aluno compreendeu o conteúdo, atribuindo-lhe significados e aplicando-o em circunstâncias ideais. No entanto, “a avaliação da aprendizagem significativa implica outro enfoque, porque o que se deve avaliar é compreensão, captação de significados, capacidade de transferência do conhecimento a situações não-conhecidas, não-rotineiras” (MOREIRA, 2012, p. 24).

Portanto, quando for elaborar os exercícios de verificação da aprendizagem, por exemplo, o professor deve ser muito cuidadoso, buscando sempre formular questões e problemas com os quais o estudante não está familiarizado e procurando desenvolver os enunciados de uma maneira nova. Feito isso, caso o aprendiz seja aprovado no teste, a garantia de aprendizagem significativa é evidenciada pelo seu desempenho. Desse modo, o que mais importa no ensino-aprendizagem de qualquer disciplina é haver compreensão, produção de significados e capacidade de transferir o conhecimento a situações novas e não familiares.

Acabamos aqui a breve exposição geral sobre a Teoria de Ausubel, pois as ideias apresentadas até o momento são suficientes para produzirmos propostas didáticas eficientes no ensino-aprendizagem de conceitos, definições e resultados da Geometria. Para maior aprofundamento na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, recomendamos [2] e [3].

2.3 Modelo de Aprendizagem de Geometria dos van Hiele

Imagine uma situação hipotética: Numa casa, destacam-se os objetos A, B, C, D e E, cujas massas (em quilogramas) medem, respectivamente, x, k, y, w e z, de tal modo que $x < k < y < w < z$. Se um adulto consegue suspender o objeto E, com certeza, ele pode levantar os objetos A, B, C ou D, pois estes são menos pesados do que o objeto E. Mas, se uma criança é capaz de carregar o objeto A, nada garante que ela possa suspender os objetos B, C, D ou E, porque eles são mais pesados do que o objeto A. A vida de uma pessoa dessa casa pode ser dividida em cinco etapas:

- **Etapa 1:** Capaz de suspender o objeto A;
- **Etapa 2:** Capaz de suspender o objeto B;
- **Etapa 3:** Capaz de suspender o objeto C;
- **Etapa 4:** Capaz de suspender o objeto D;
- **Etapa 5:** Capaz de suspender o objeto E.

Pensando assim, se uma pessoa estiver na **Etapa 3**, ela não pode carregar os objetos D ou E, mas é perfeitamente capaz de suspender os objetos A, B ou C. Seguindo essa lógica, uma criança não pode levantar boa parte dos objetos que um adulto é capaz de suspender.

Portanto, se pedirmos para uma criança carregar um peso maior do que possa suportar, ela será incapaz de fazê-lo.

Pensando agora no ensino-aprendizagem, se determinado conhecimento não se encontra no nível de pensamento de uma pessoa, ele não pode ser aprendido de forma significativa enquanto essa pessoa não adquirir os conhecimentos prévios necessários.

Usamos essa situação para ilustrar o Modelo de Aprendizagem de Geometria do casal Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geldof, o qual defende que a aprendizagem da Geometria é composta por cinco níveis de pensamentos: "A principal característica da teoria é a distinção de cinco diferentes níveis de pensamentos com relação ao desenvolvimento da compreensão dos alunos acerca da geometria" (VILLIERS, 2010). Além disso, de acordo com essa teoria, para que o aprendiz evolua de um nível para outro, o nível anterior precisa ser completamente superado.

Conforme os van Hiele ([entre 1957 e 1973] apud VILLIERS, 2010), existia uma falha no currículo de geometria tradicional, e o principal motivo dessa falha era o fato de ele ser ministrado em um nível superior àquele em que o indivíduo se encontrava. Por isso, o aluno não compreendia os conteúdos ensinados pelo professor nem muito menos o professor sabia o porquê disso. Portanto, levar me consideração o nível de pensamento dos estudantes é de fundamental importância, porque, se o docente transmitir determinado conteúdo em um nível mais elevado, acima do nível de pensamento do aluno, este não será capaz de compreender o que se pretende ensiná-lo.

Em **Modelo de aprendizagem de geometria do casal Van Hiele**, Silva (2014) destaca quatro características dos níveis de desenvolvimento mental:

- **Sequencialidade**

  O modelo diz que, para um determinado conteúdo escolhido, os alunos devem passar por todos os níveis, para que haja compreensão, pois não é possível esses alunos estarem no Nível 2 sem terem passado pelo Nível 1. Vale ressaltar que a passagem de um nível para outro não depende da idade, porque o nível de desenvolvimento mental está relacionado ao aprendizado.

- **Linguagem**

  A linguagem tem extrema importância para a compreensão do raciocínio matemático, por isso, o docente precisa utilizar a linguagem específica para cada nível, a fim de que os alunos possam interpretá-la. Portanto, o mau uso da linguagem pode fazer com que o professor não alcance o propósito desejado e o estudante se sinta intimidado por não entendê-la, causando-lhe frustração.

- **Localidade**

  Um aluno pode estar em níveis diferentes com relação a temas distintos de geometria, ou seja, o nível de pensamento depende também do assunto que está sendo estudado.

- **Continuidade**

  Na formulação inicial da teoria, van Hiele assegura que o estudante passa de um nível para outro sem interrupções. Porém, pesquisas realizadas indicam que há uma fase de transição na progressão de um nível a outro, ou seja, antes de avançar para o próximo nível, o indivíduo experimenta uma fase na qual ele reflete e se prepara para o nível seguinte.

Além dos níveis de van Hiele, existem as cinco fases de aprendizado para cada nível, as quais indicam aos professores direções sobre como podem auxiliar os alunos a atingirem mais facilmente o nível de pensamento subsequente (FURLAN, 2007). Para Silva (2014), "os Van Hiele propuseram cinco fases sequenciais de aprendizado para cada nível e, segundo eles, ao completar a quinta fase o aluno alcançará um nível superior". Sendo assim, se em cada nível as cinco fases de aprendizado forem vencidas, o aluno estará pronto para avançar para o próximo nível de van Hiele.

2.3.1 Níveis dos van Hiele

Agora, iremos descrever, de modo geral, as principais características dos cinco níveis de van Hiele. De acordo com Lopes e Nasser (1996, p. 12), segue abaixo a descrição de cada Nível, suas respectivas características, com algumas modificações, para melhor compreensão do leitor.

- **Nível 1 - Reconhecimento ou Visualização:** Este é o nível básico, no qual o aluno é capaz de identificar, comparar e nomear figuras geométricas, com base em sua aparência global. Por exemplo, se o aluno pretende estudar sobre **quadriláteros**, para superar tal nível, ele precisa conseguir classificá-los em retângulos, quadrados, trapézios, losangos e paralelogramos; porém essa classificação é apenas visual, podendo ser feita por meio da observação de recortes. No entanto, um possível erro que o estudante pode cometer neste nível é pensar que um retângulo não é um paralelogramo, um paralelogramo não é um trapézio e um quadrado não é um retângulo, pois seu conhecimento é somente com base na visualização e não em propriedades. Se pedirmos para um aluno definir algum conceito geométrico, neste nível, sua definição será *visual*. Por exemplo, um retângulo é aquela figura que se parece com uma folha de papel. Por isso, no nível básico, todas as figuras são compreendidas por meio de sua aparência.

- **Nível 2 - Análise:** Neste nível, ao analisar os componentes de figuras geométricas, o aluno reconhece suas propriedades, sabe a terminologia adequada para descrevê-las e usa essas propriedades para resolver problemas. Por exemplo, o discente que superou o nível da análise, quando pensa em um quadrado, é capaz de descrever suas propriedades deste modo: um quadrado possui (1) quatro lados, (2) quatro ângulos retos, (3) lados congruentes, (4) diagonais congruentes, (5) diagonais perpendiculares, (6) lados opostos congruentes, etc. Porém, de modo geral, a constatação dessas propriedades é feita apenas pela análise das figuras geométricas em questão (se fizer alguma demonstração é de forma intuitiva). No caso do quadrado, a fim de perceber que seus lados são congruentes, por exemplo, usa-se uma régua e, para notar que seus ângulos internos são retos, utiliza-se um transferidor. Por isso, o estudante ainda pode cometer erros, os quais podem ser:

a) um retângulo não é um paralelogramo porque este não possui ângulos retos;

b) um paralelogramo não é um trapézio pois este tem um par de lados opostos que não são paralelos;

c) um quadrado não é um retângulo já que este não possui todos os lados congruentes.

Assim sendo, perceba que "a rede de relações do Nível 2 envolve a **associação de propriedades** a tipos de figuras e relações entre figuras de acordo com tais propriedades" (VILLIERS, 2010, grifo nosso), podendo conduzir o estudante a erros, pois, como vimos nos três exemplos acima, ele ainda não é capaz de distinguir **condição necessária** de **condição suficiente**, nem está apto para realizar inclusões de classes. Por exemplo, neste nível, o discente não sabe que o conjunto dos quadrados está contido no conjunto dos retângulos e, além disso, se ele pretende definir algum conceito geométrico, sua definição *não será econômica*. Isso poderia ser feito da seguinte forma: um paralelogramo é um quadrilátero com lados opostos paralelos e congruentes, ângulos opostos congruentes, diagonais que se intersectam nos respectivos pontos médios, etc. Por fim, no nível da análise, todas as figuras são compreendidas por meio de suas propriedades.

- **Nível 3 - Síntese ou Ordenação:** Ao chegar neste nível, o indivíduo percebe a necessidade de uma definição mais precisa acerca de determinado conceito geométrico; nota que uma propriedade decorre de outra propriedade; possui uma argumentação lógica informal e consegue efetuar inclusão de classes de figuras geométricas. Como afirma claramente Villiers (2010), "a rede de relações do Nível 3 envolve as *relações lógicas* entre as propriedades das figuras". Além disso, Villiers (2010) acrescenta:

> As perguntas típicas feitas no Nível 3 são relacionadas ao fato de uma determinada propriedade ser sequência de outra ou se ela pode ser deduzida a partir de um subconjunto específico de propriedades (ou seja, se ela poderia ser tomada como uma definição ou se é um teorema) ou se duas definições são equivalentes.

Por isso, neste nível, o estudante ordena logicamente as propriedades de determinados conceitos geométricas, o que possibilita a capacidade de relacionar acertadamente uma figura geométrica com outra, o que não acontece no Nível 2. Por outro lado, quando o discente alcança maturidade neste nível, ele é capaz de descrever um quadrado por suas propriedades mínimas, isto é, (1) quatro lados congruentes e (2) quatro ângulos retos. Por isso, este é conhecido como **o nível da síntese**, no qual o aluno é sucinto nas palavras que descrevem propriedades. Além de compreender uma implicação lógica, o estudante sabe diferenciar **condição necessária** de **condição suficiente**, porém ainda não consegue trabalhar formalmente com estas condições. Logo, os erros citados no Nível 2 não são mais cometidos, isto é:

a) um retângulo é um paralelogramo porque possui lados opostos paralelos;

b) um paralelogramo é um trapézio pois tem um par de lados opostos paralelos;

c) um quadrado é um retângulo já que seus ângulos internos são retos.

Assim, a única deficiência deste nível é o fato de que a argumentação lógica do aluno ainda é informal. Mesmo que ele consiga entender uma demonstração, não pode elaborar uma demonstração formal completa (SILVA, 2014). Mas, neste nível, se pedirmos para um estudante definir algum conceito geométrico, a definição será *econômica*. Por exemplo, um losango é um paralelogramo cujos lados são congruentes.

- **Nível 4 - Dedução:** Neste momento, depois de superar os níveis anteriores, o aluno estará apto para dominar os processos de dedução e demonstrações, compreendendo que a Geometria é um sistema dedutivo. Desse modo, quando vencer este nível, além de reconhecer condições necessárias e suficientes, conseguirá aplicar formalmente esses conhecimentos em demonstrações de propriedades. Por isso, no nível da dedução, há compreensão do papel de definições, axiomas, lemas, teoremas, provas, etc. Por exemplo, usando os casos de congruência de triângulos, o discente será capaz de demonstrar as propriedades de triângulos e quadriláteros, tais como:

  a) os ângulos da base de um triângulo isósceles são congruentes;

  b) as diagonais de um retângulo são congruentes;

  c) as diagonais de um losango são perpendiculares;

  d) os ângulos opostos de um paralelogramo são congruentes.

- **Nível 5 - Rigor:** No último nível dos van Hiele, o indivíduo pode estabelecer e provar teoremas em diversos sistemas axiomáticos, fazendo comparações entre tais sistemas. Por exemplo, demonstrar o Teorema de Pitágoras utilizando o Cálculo Vetorial.

Conforme Silva (2014), em **Modelo de aprendizagem de geometria do casal Van Hiele**, “o quinto nível não tem sido muito explorado pelos pesquisadores. P. M. Van Hiele afirma que se interessava pelos três primeiros níveis, justamente por ter desenvolvido a teoria no ensino secundário”. Sendo assim, para van Hiele, os três primeiros níveis estão voltados à educação básica. Por isso, ao elaborar a proposta didática deste trabalho, nosso foco estará nos três primeiros níveis de van Hiele, já que tal proposta será aplicada no ensino básico.

Ainda discutindo sobre os níveis de van Hiele, precisamos de uma base para a elaboração de uma avaliação diagnóstica a qual acompanhará a proposta didática desta dissertação. Essa avaliação servirá para detectar o nível de van Hiele em que se encontra o aluno, possibilitando a aplicação adequada da Teoria de van Hiele. Para tal, Burger e Shaughnessy (1986 apud VILLIERS, 2010, p. 404), ao utilizar entrevistas com base em tarefas, caracterizam de forma completa os **níveis de pensamento dos alunos** nos primeiros três níveis, como segue:

Nível 1

1. Costumam usar propriedades visuais irrelevantes para identificar figuras, comparar, classificar e descrever.

2. Normalmente se referem a protótipos visuais de figuras e são facilmente enganados pela orientação das figuras.

3. Incapacidade de pensar em uma variação infinita de um tipo específico de figura (por exemplo, em termos de orientação e forma).

4. Classificações inconsistentes de figuras, por exemplo, uso de propriedades incomuns ou irrelevantes para classificar as figuras.

5. Descrições (definições) incompletas de figuras ao ver condições necessárias (normalmente visuais) como condições suficientes.

Nível 2

1. Uma comparação explícita de figuras com relação às suas propriedades subjacentes.

2. Evitam inclusões de classe entre as diferentes classes de figuras, por exemplo, quadrados e retângulos são considerados disjuntos.

3. Classificação de figuras somente com relação a uma propriedade, por exemplo, propriedades dos lados, enquanto outras propriedades, como simetrias, ângulos e diagonais, são ignoradas.

4. Exibem uma utilização não econômica das propriedades das figuras para descrevê-las (defini-las), em vez de usar apenas as propriedades suficientes.

5. Rejeição explícita de definições fornecidas por terceiros, por exemplo, um professor ou livro, favorecendo apenas suas próprias definições pessoais.

6. Abordagem empírica no estabelecimento da verdade de uma declaração, por exemplo, o uso de observação e medição com base em diversos rascunhos.

Nível 3

1. Formulação de definições econômicas e corretas para as figuras.

2. Capacidade de transformar definições incompletas em definições completas e uma aceitação e uso espontâneo de definições para novos conceitos.

3. A aceitação de diferentes definições equivalentes para o mesmo conceito.

4. Classificação hierárquica de figuras, por exemplo, quadriláteros.

5. Uso explícito da forma lógica "se... então" na formulação e tratamento de conjecturas, além do uso implícito de regras lógicas, como modus ponens.

6. Incerteza e falta de clareza com relação às respectivas funções de axiomas, definições e provas.

2.3.2 Fases de Aprendizagem

Nesta parte, trataremos das fases de aprendizado para cada nível de van Hiele, as quais servirão de indicadores, apontando os caminhos que os professores devem tomar para ajudar os estudantes a alcançarem o próximo Nível. A seguir, de acordo com Silva (2014), iremos descrever, com algumas alterações, **as cinco fases dos van Hiele**, as quais são: Informação, Orientação Dirigida, Explicitação, Orientação Livre e Integração.

- **Fase 1 - Informação:** Aqui, o professor colhe informações para saber quais os conhecimentos prévios do aluno acerca do conteúdo a ser estudado - o docente e o estudante conversam sobre o objeto de estudo. Por meio desse diálogo, o professor pode verificar o grau de compreensão do aluno acerca do assunto em questão.

- **Fase 2 - Orientação dirigida:** Sabendo que o estudante é o construtor do seu próprio conhecimento, na orientação dirigida, o professor coloca o discente em situações para explorar o assunto por meio de materiais ordenados cuidadosamente, numa sequência de grau de dificuldade crescente. Nesse momento, cada atividade proposta deve estar voltada para que os alunos deem respostas específicas de forma que possam perceber, por si mesmos, as propriedades, conceitos e definições estudados.

- **Fase 3 - Explicitação:** Novamente, o professor vai dialogar com os estudantes, agora objetivando corrigir possíveis erros de aprendizagem, tendo em vista que, na fase anterior, os alunos tiraram conclusões por si mesmos. Assim sendo, nesta fase, os discentes expõem ao professor a experiência vivida nas fases anteriores, e o docente, por sua vez, direciona esse diálogo buscando corrigir a linguagem do aluno quando necessário. Na Explicitação, outrossim, não se introduzem novos conceitos, há somente uma troca de experiências.

- **Fase 4 - Orientação livre:** Este é o momento de testar a aprendizagem dos estudantes: o professor passa tarefas aos mesmos de maneira que eles precisem utilizar os conteúdos anteriormente adquiridos, para resolver os problemas - esses problemas devem ter um grau de dificuldade maior que os dados na Fase 2, buscando possibilitar aos alunos mais de uma maneira de resolvê-los. Também, nesta fase, o professor deve **interferir o mínimo possível**, deixando aos discentes a tarefa de formalizar o conceito.

- **Fase 5 - Integração:** Nesta fase, todo o conteúdo estudado é revisado: os alunos fazem uma análise e resumem o que aprenderam, enquanto o professor auxilia nesse resumo, para fixar a compreensão. Nesse momento, não devem aparecer novos conhecimentos, pois é a hora de se ter uma visão geral do assunto estudado anteriormente, uma espécie de **visão panorâmica do conteúdo já visto**.

Finalizamos aqui a descrição do Modelo de Aprendizagem de Geometria do casal van Hiele, o qual se unirá à Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, a fim de que tenhamos um rico embasamento teórico que nos auxilie na elaboração de propostas didáticas aplicadas à Geometria.

2.4 A Parceria dos van Hiele com Ausubel

Conforme antecipado na Introdução, a proposta didática deste trabalho contará com o suporte de duas famosas teorias: **A Teoria de David Ausubel e o Modelo dos van Hiele**, descritos anteriormente. Como unir essas teorias? De que forma podemos utilizá-las conjuntamente no ensino de Geometria? Só iremos compreender bem a parceria entre essas teorias no próximo Capítulo, em que apresentaremos um exemplo de aplicação dessa parceria. Contudo, faremos aqui uma breve descrição de como utilizar simultaneamente essas teorias no ensino de qualquer conceito geométrico.

- Em cada Nível de van Hiele, na Fase 1, devemos verificar os conhecimentos prévios do aluno com relação a determinado conteúdo. Feito isso, se houver necessidade de um conhecimento especificamente relevante (subsunçor), iremos fazer uso de orientadores prévios expositivos; no entanto, se o problema for apenas a dificuldade de relacionar e diferenciar a nova informação com aquilo que o discente já sabe, utilizaremos organizadores prévios comparativos.

- Na passagem de uma fase de aprendizagem à outra, o professor precisa se esforçar para garantir a presença dos elementos-chave da aprendizagem significativa, o que significa que a apresentação do conteúdo deve ser não-literal e não-arbitrária, bem como o aluno ter predisposição para aprender significativamente. Portanto, haverá a possibilidade de que a aprendizagem significativa seja adquirida pelo estudante, conforme a Teoria de Ausubel.

- No momento de avaliar a aprendizagem dos alunos, o professor deve verificar se existe evidência de aprendizagem significativa. Ou seja, ao elaborar uma atividade de verificação da aprendizagem, precisa formular problemas de um modo novo e não familiar ao estudante, exigindo a máxima transformação do conhecimento adquirido.

- Em cada um dos níveis de van Hiele, o professor deve ter sempre em mente os processos de **diferenciação progressiva** e **reconciliação integrativa**, preparando o material de ensino segundo esses princípios.

Portanto, note que daremos maior enfoque no Modelo de Aprendizagem de Geometria dos van Hiele, utilizando a Teoria de David Ausubel somente para complementar o processo de ensino-aprendizagem, para que não haja aprendizagem mecânica, à proporção que o aluno evolua de um nível de van Hiele a outro.

Capítulo 3

Uma Proposta Didática

Neste capítulo, apresentaremos uma proposta didática direcionada à Geometria Plana do ensino fundamental, embasada no Modelo dos van Hiele, com a colaboração da Teoria de Ausubel. Essa proposta trata do estudo dos **Quadriláteors**.

Inicialmente, faremos uma exposição do tópico **Quadriláteros**; logo depois, criaremos uma avaliação diagnóstica, para verificar em que nível de van Hiele a turma se encontra; em seguida, desenvolveremos a proposta de ensino sobre o estudo dos quadriláteros; finalmente, iremos disponibilizar um modelo de avaliação da aprendizagem, o qual servirá para constatar se houve aprendizagem significativa segundo a Teoria de Ausubel.

3.1 Principais Quadriláteros

Se observarmos atentamente um edifício, conseguiremos enxergar retângulos, quadrados, losangos, trapézios, enfim, diversos quadriláteros. Por exemplo, os formatos das janelas e portas de muitos apartamentos ou casas revelam esses polígonos, os quais podem ser desenhadas no papel, porém estão presentes no mundo real. Na Figura 3.1, podemos notar figuras quadriláteras, exceto uma delas. Identifique-a.

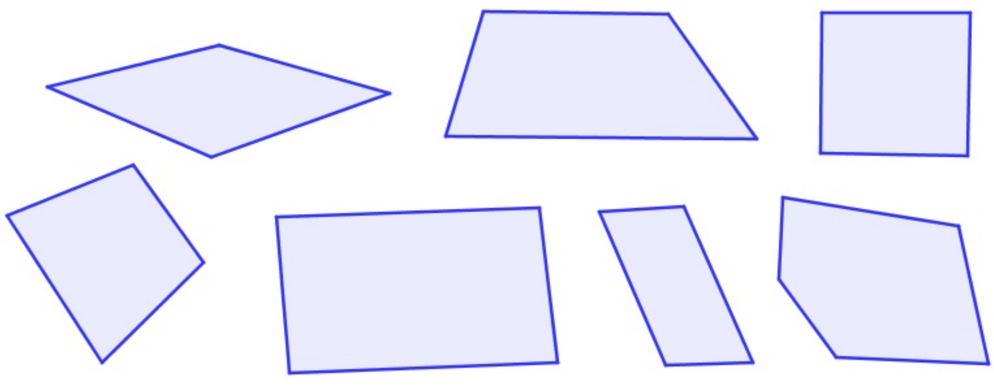

Figura 3.1: Polígonos.

Os polígonos são nomeados de acordo com o número de lados que apresentam. Assim, segue a definição de quadrilátero:

Definição 3.1 *Quadrilátero é o polígono que possui quatro lados.*

A partir daqui, pretendemos trabalhar somente com **quadriláteros convexos**, os quais, segundo Andrini e Vasconcellos (2015, p. 225), são definidos da seguinte forma:

Definição 3.2 *Um quadrilátero é convexo quando todo segmento de reta com extremidades em dois de seus pontos fica contido no quadrilátero (Figura 3.2).*

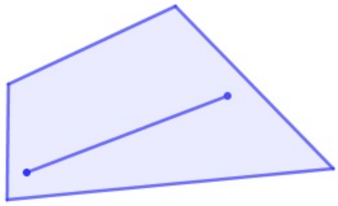

Figura 3.2: Quadrilátero convexo.

De agora em diante, quando formos nos referir aos quadriláteros convexos, os chamaremos simplesmente de quadriláteros.

3.1.1 Elementos dos Quadriláteros

Considere o quadrilátero *ABCD* (Figura 3.3), o qual servirá de modelo para se descrever os elementos de um quadrilátero.

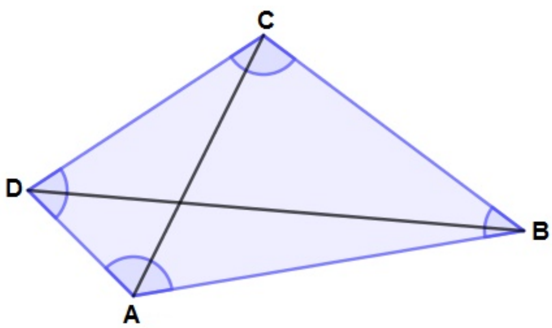

Figura 3.3: Quadrilátero ABCD.

Para Andrini e Vasconcellos (2015, p. 225), os elementos de um quadrilátero são:

- **Vértices:** Os pontos *A*, *B*, *C* e *D*. Portanto, um quadrilátero possui quatro vértices.
- **Diagonal:** O segmento que une dois vértices não consecutivos do quadrilátero. Note que um quadrilátero possui duas diagonais. Na figura 3.3, as diagonais do quadrilátero são os segmentos *AC* e *BD*.

- **Lado:** O segmento que une dois vértices consecutivos do quadrilátero. Sendo assim, os lados do quadrilátero da Figura 3.3 são os segmentos AB, BC, CD e DA.
- **Ângulos internos:** Os ângulos $A\hat{B}C$, $B\hat{C}D$, $C\hat{D}A$ e $D\hat{A}B$. Assim, um quadrilátero tem quatro ângulos internos.

3.1.2 Classificação dos Quadriláteros

Aqui, iremos relembrar dois tipos especiais de quadriláteros, os quais têm características particularmente interessantes. Conforme Andrini e Vasconcellos (2015, p. 226), tem-se que:

1. **Trapézios** são quadriláteros que possuem um par de lados paralelos (Figura 3.4). Esses lados são chamados de **bases do trapézio**.

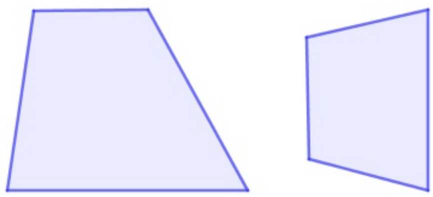

Figura 3.4: Trapézios.

Dentre os trapézios, existem aqueles que são:

- **Trapézios retângulos,** que possuem dois ângulos retos (Figura 3.5).

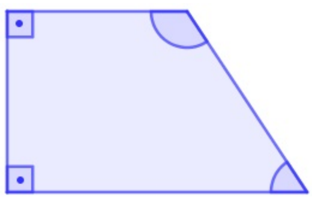

Figura 3.5: Trapézio retângulo.

- **Trapézios isósceles,** que possuem um único par de lados opostos congruentes (Figura 3.6).

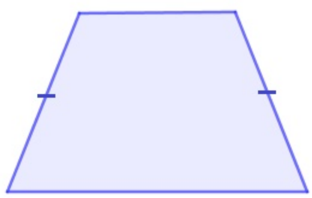

Figura 3.6: Trapézio isósceles.

- **Trapézios escalenos,** que não são retângulos nem isósceles (Figura 3.7).

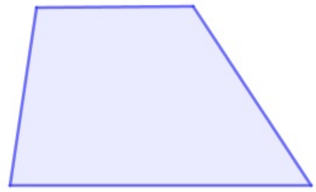

Figura 3.7: Trapézio escaleno.

2. **Paralelogramos** são quadriláteros que possuem dois pares de lados opostos paralelos (Figura 3.8).

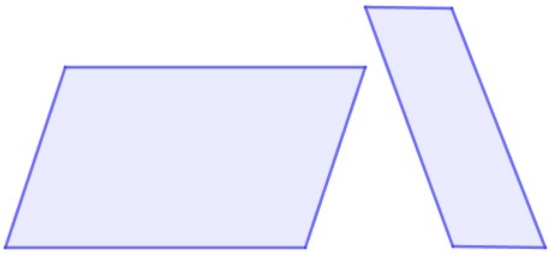

Figura 3.8: Paralelogramos.

Dentre os paralelogramos, existem os:

- **Retângulos,** que possuem quatro ângulos retos (Figura 3.9).

Figura 3.9: Retângulo.

- **Losangos,** que possuem quatro lados congruentes (Figura 3.10).

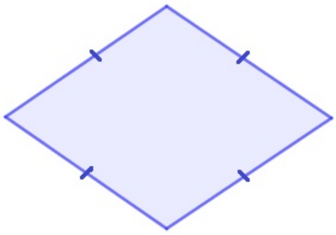

Figura 3.10: Losango.

- **Quadrados,** que apresentam quatro ângulos retos e quatro lados congruentes (Figura 3.11).

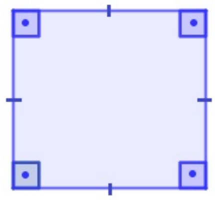

Figura 3.11: Quadrado.

De acordo com as classificações acima, podemos afirmar que:

a) Todo paralelogramo é um trapézio.
b) Todo quadrado é um retângulo.
c) Todo quadrado é um losango.
d) Quadrados e retângulos são trapézios retângulos.

A partir dessas novas descobertas, pode-se definir quadrado, por exemplo, das seguintes formas:

- Quadrado é um **paralelogramo** que apresenta quatro ângulos retos e quatro lados congruentes.
- Quadrado é um **retângulo** cujos lados são congruentes.
- Quadrado é um **losango** com quatro ângulos congruentes.

Observe que, à medida que introduzimos novos termos, a definição de quadrado foi se tornando mais sucinta.

3.1.3 Propriedades dos Paralelogramos

Apresentaremos agora algumas propriedades dos paralelogramos. Mas, primeiramente, é importante saber isto: o aluno não poderá ter uma boa compreensão das demonstrações que seguem se ele não entender, no mínimo, o que se encontra nos pontos abaixo.

1. O conceito de perpendicularismo entre duas retas ou dois segmentos de retas;
2. A noção de bissetriz de um ângulo;
3. Os casos de congruência de triângulos: LLL, LAL e ALA;
4. As propriedades dos ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal:

a) Ângulos correspondentes são congruentes;

b) Ângulos alternos internos são congruentes.

Observação 3.1 *Antes de pretender ensinar as propriedades dos paralelogramos, se o aluno tiver dificuldades para compreender os conteúdos dos itens (1) a (4) acima, o professor deve fazer uso de **orientadores prévios** adequados (Teoria de Ausubel), a fim de que o aprendizado não fique comprometido.*

Proposição 3.1 *Em todo paralelogramo, os ângulos opostos são congruentes.*

Demonstração:

Se $ABCD$ é um paralelogramo qualquer (Figura 3.12), então $B\hat{A}D = \alpha_1$ e $B\hat{C}D = \alpha_2$ são ângulos opostos desse paralelogramo, como também os ângulos $A\hat{B}C = \beta_2$ e $A\hat{D}C = \beta_1$. Daí, queremos provar que $\alpha_1 = \alpha_2$ e $\beta_1 = \beta_2$. Para isso, prolongamos o lado AD e marcamos o ângulo de medida η.

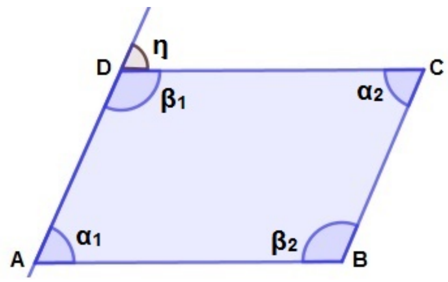

Figura 3.12: Propriedades 1 e 2.

Como $AB//DC$, tem-se que $\alpha_1 = \eta$ (ângulos correspondentes). Além disso, uma vez que $AD//BC$, temos que $\eta = \alpha_2$ (ângulos alternos internos). Portanto, por transitividade, segue-se que $\alpha_1 = \alpha_2$. Analogamente, provamos que $\beta_1 = \beta_2$.

■

Proposição 3.2 *Em todo paralelogramo, os ângulos de um mesmo lado são suplementares.*

Demonstração:

Seja $ABCD$ um paralelogramo qualquer, como na Figura 3.12. Queremos demonstrar que $\alpha_1 + \beta_1 = \alpha_2 + \beta_1 = \alpha_1 + \beta_2 = \alpha_2 + \beta_2 = 180^o$. Perceba que $\eta + \beta_1 = 180^o$ (ângulos suplementares). Já que $\alpha_1 = \eta = \alpha_2$, tem-se que $\alpha_1 + \beta_1 = \alpha_2 + \beta_1 = 180^o$. Além disso, como $\beta_1 = \beta_2$ (Proposição 3.1), substituindo β_1 por β_2 em $\alpha_1 + \beta_1 = \alpha_2 + \beta_1 = 180^o$, tem-se que $\alpha_1 + \beta_2 = \alpha_2 + \beta_2 = 180^o$.

■

Exemplo 1 *Calcule o valor de α, β e η no paralelogramo abaixo.*

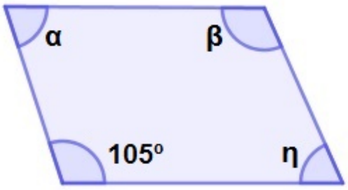

Figura 3.13: Exemplo 1.

Uma solução:

Pela Proposição 3.2, tem-se que

$$\eta + 105^{o} = 180^{o} \iff \eta = 65^{o}.$$

Pela Proposição 3.1, obtemos:

$$\beta = 105^{o} \qquad \text{e} \qquad \alpha = \eta = 65^{o}.$$

Proposição 3.3 *Em todo paralelogramo, os lados opostos são congruentes.*

Demonstração:

Seja $ABCD$ um paralelogramo qualquer, no qual traçamos a diagonal BD (Figura 3.14). A partir daí, considere os triângulos ABD e CDB.

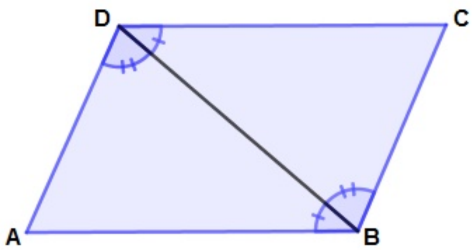

Figura 3.14: Propriedade 3.

Como $AB//CD$ e $AD//CB$, segue-se que $A\hat{B}D = C\hat{D}B$, $A\hat{D}B = C\hat{B}D$ (ângulos alternos internos) e, além disso, o lado BD é comum a ambos os triângulos ABD e CDB. Sendo assim, pelo caso ALA, os triângulos ABD e CDB são congruentes. Em particular, percebe-se que $AB = CD$ e $AD = CB$, o que conclui a demonstração.

■

Proposição 3.4 *As diagonais de qualquer paralelogramo se intersectam em seus respectivos pontos médios.*

Demonstração:

Se $ABCD$ é um paralelogramo qualquer, conforme a Figura 3.15, trace as diagonais AC e BD e, em seguida, marque o ponto M de intersecção dessas diagonais. Queremos provar que M é o ponto médio de AC e BD. Para isso, considere os triângulos ABM e CDM.

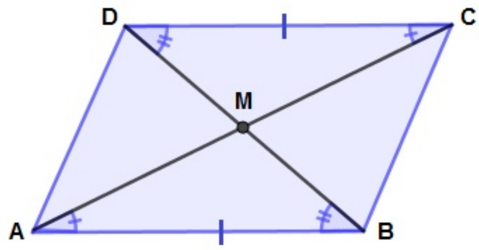

Figura 3.15: Propriedade 4.

Agora, note que $A\hat{B}M = C\hat{D}M$, $B\hat{A}M = D\hat{C}M$ (ângulos alternos internos) e $AB = CD$ (Proposição 3.3). Portanto, pelo caso ALA, os triângulos ABM e CDM são congruentes. Em particular, percebe-se que $AM = CM$ e, consequentemente, M é o ponto médio da diagonal AC. Por outro lado, como $BM = DM$, temos que M é o ponto médio da diagonal BD.

■

Propriedades do Retângulo

Uma vez que todo retângulo é um paralelogramo, podemos deduzir que um retângulo possui todas as propriedades dos paralelogramos demonstradas acima. Mas, em particular, o retângulo tem uma propriedade muito importante:

Proposição 3.5 *As diagonais de todo retângulo são congruentes.*

Demonstração:

Seja $ABCD$ um retângulo qualquer, onde traçamos as diagonais AC e BD (Figura 3.16). Devemos provar que $AC = BD$. Considere os triângulos retângulos ABD e BAC.

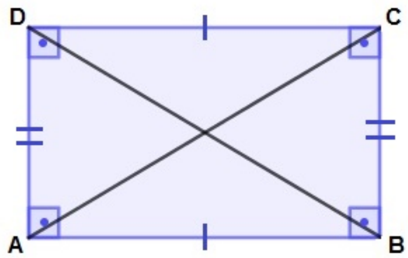

Figura 3.16: Propriedade 5.

Como $ABCD$ é também um paralelogramo, pela Proposição 3.3, tem-se que $AD = BC$. Além disso, perceba que $B\hat{A}D = A\hat{B}C = 90^o$ e AB é lado comum a ambos os triângulos ABD e BAC. Portanto, pelo caso LAL, os triângulos ABD e BAC são congruentes. Em particular, conclui-se que $AC = BD$.

■

Propriedades do Losango

Assim como acontece no retângulo, todo losango possui as propriedades dos paralelogramos. Particularmente, as diagonais de um losango se intersectam em seus pontos médios. Agora, veremos mais duas propriedade dos losangos:

Proposição 3.6 *As diagonais de todo losango são perpendiculares.*

Demonstração:

Se $ABCD$ é um losango qualquer, as diagonais AC e BD se intersectam em M, o qual é ponto médio das mesmas (Figura 3.17). Iremos demonstrar que $AC \perp BD$, isto é, provaremos que $\alpha = \beta = 90^o$. Agora, considere os triângulos AMB e AMD.

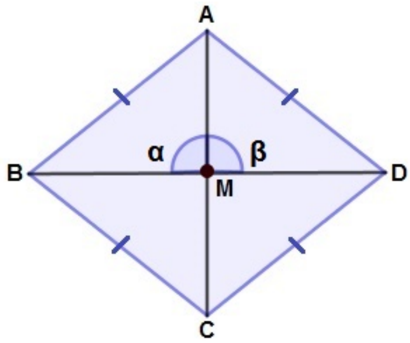

Figura 3.17: Propriedades 6 e 7.

Como $AB = AD$, $MB = MD$ e AM é lado comum a ambos os triângulos AMB e AMD, pelo caso LLL, os triângulos AMB e AMD são congruentes. Em particular, note que $\alpha = \beta$. Mas, já que $\alpha + \beta = 180^o$ (ângulos suplementares), conclui-se que $\alpha = \beta = 90^o$.

■

Proposição 3.7 *Em todo losango, as diagonais bissectam os ângulos internos.*

Demonstração:

Se $ABCD$ é um losango qualquer, pelo argumento na demonstração da Proposição 3.6, podemos provar que os triângulos AMB, AMD, CMB e CMD são congruentes (Figura 3.17). Assim, $B\hat{A}M = D\hat{A}M$ e, consequentemente, a diagonal AC bissecta o ângulo $B\hat{A}D$. De modo análogo, prova-se que AC bissecta o ângulo $B\hat{C}D$ e a diagonal BD bissecta os ângulos $A\hat{B}C$ e $A\hat{D}C$, como queríamos demonstrar.

■

Propriedades do quadrado

É bom relembrar que todo quadrado é um paralelogramo, um retângulo e um losango. Por isso, o quadrado tem as propriedades dos paralelogramos, dos retângulos e dos losangos.

3.1.4 Propriedades dos Trapézios Isósceles

Agora, iremos apresentar três importantes propriedades dos trapézios isósceles.

Proposição 3.8 *Os ângulos da base maior de um trapézio isósceles são congruentes.*

Demonstração:

Sejam $ABCD$ um trapézio isósceles qualquer e $R \in AB$ um ponto, de modo que $CR//AD$, como na Figura 3.18.

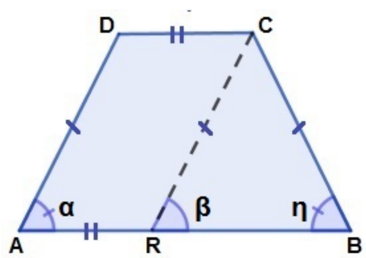

Figura 3.18: Propriedade 8.

Uma vez que $AB//DC$, como $R \in AB$, temos que $AR//DC$. Sendo assim, por definição, o quadrilátero $ARCD$ é um paralelogramo e, pela Proposição 3.3, sabe-se que $RC = AD$. Mas, já que $AD = BC$ (trapézio isósceles), por transitividade, $RC = BC$. Portanto, o triângulo RBC é isósceles de base RB, o que implica que $\eta = \beta$. Por outro lado, perceba que $\beta = \alpha$ (ângulos correspondentes), o que nos leva a $\eta = \alpha$, provando o resultado.

■

Proposição 3.9 *Os ângulos da base menor de um trapézio isósceles são congruentes.*

Demonstração:

Sejam $ABCD$ um trapézio isósceles qualquer e R um ponto sobre AB, tal que $CR//AD$ (Figura 3.19). Prolongando o lado DC, obtém-se o ângulo de medida σ.

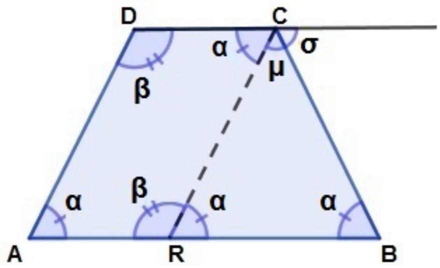

Figura 3.19: Propriedade 9.

Como $ARCD$ é um paralelogramo (acabamos de provar isso), seus ângulos opostos são congruentes (Proposição 3.1) e, pela Proposição 3.8, $D\hat{A}B = A\hat{B}C = \alpha$. Além disso, note que $A\hat{R}C = \beta = \mu + \sigma$ e $R\hat{B}C = \alpha = \sigma$ (ângulos alternos internos). Logo, tem-se que $\beta = \alpha + \mu$, concluindo a demonstração.

■

Proposição 3.10 *As diagonais de um trapézio isósceles são congruentes.*

Demonstração:

Se $ABCD$ é um trapézio isósceles qualquer, deve-se provar que $AC = BD$ (Figura 3.20). Para isso, considere os triângulos DAB e CBA.

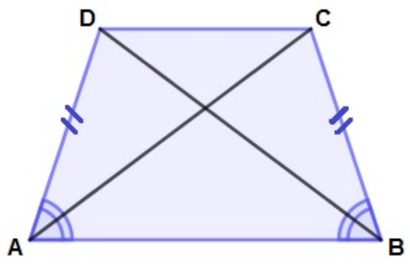

Figura 3.20: Propriedade 10.

Perceba que $AD = BC$, $D\hat{A}B = C\hat{B}A$ (Proposição 3.8) e AB é lado comum aos triângulos DAB e CBA. Portanto, pelo caso LAL, os triângulos DAB e CBA são congruentes, provando que $AC = BD$.

■

3.2 Modelo de Avaliação Diagnóstica

Com o objetivo de determinar o nível de van Hiele em que os estudantes se encontram, apresentaremos a seguir um modelo de avaliação diagnóstica para o assunto **Quadriláteros**. Esse processo de identificação do nível de pensamento dos alunos obedecerá aos seguintes procedimentos:

- Na avaliação diagnóstica, os problemas são agrupados conforme suas particularidades, isto é, devem ser montados grupos de questões específicas a cada um dos três primeiros Níveis;
- Ao corrigir as respostas dos alunos, o professor precisa levar em consideração as características de cada Nível, elaboradas por Burger e Shaughnessy (p. 20-21): compara-se essas características com aquelas apresentadas pelos discentes no momento de responder as questões.

Seguindo as orientações desses dois itens, o professor será capaz de identificar o nível de van Hiele de cada aluno.

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Nível 1 - Reconhecimento ou Visualização

1. Das figuras abaixo, marque um **X** naquelas que não são quadriláteras.

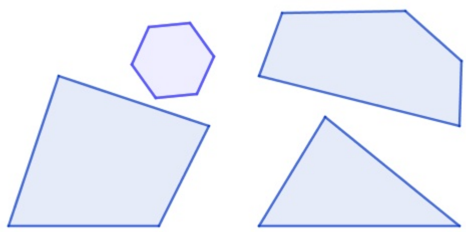

Figura 3.21: Problema 1.

2. Nomeie cada figura plana abaixo.

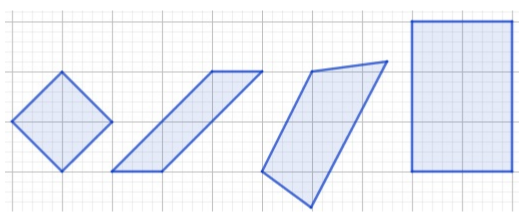

Figura 3.22: Problema 2.

3. (Saresp - adaptado) Os desenhos abaixo representam figuras planas que têm em comum a propriedade de terem:

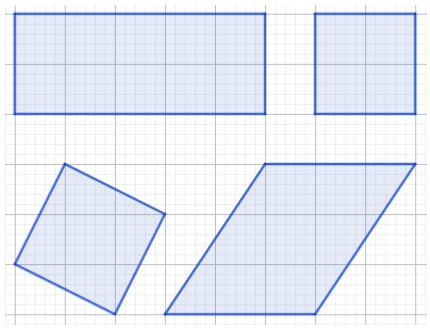

Figura 3.23: Problema 3.

a) pelo menos um ângulo reto.

b) todos os lados de mesma medida.

c) lados opostos paralelos dois a dois.

d) lados consecutivos de mesma medida.

4. Circule o desenho que mais se parece com um retângulo e faça um traço sobre aquele que é semelhante a um paralelogramo.

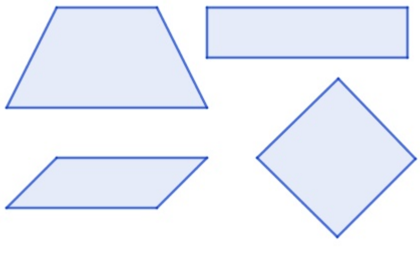

Figura 3.24: Problema 4.

Nível 2 - Análise

5. Conforme o exemplo (Figura 3.25), descreva propriedades das seguintes figuras planas:

a) Retângulo.

b) Losango.

c) Trapézio.

d) Paralelogramo.

e) Trapézio isósceles.

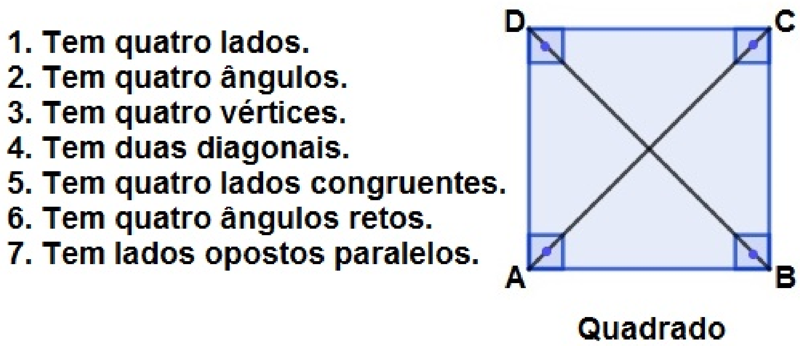

Figura 3.25: Problema 5.

6. Identifique, desenhe e nomeie a figura plana correspondente a cada propriedade abaixo.

a) Quadrilátero que apresenta dois pares de lados opostos paralelos, ângulos opostos congruentes e lados opostos congruentes.

b) Paralelogramo que possui quatro ângulos retos, quatro lados congruentes, diagonais congruentes e perpendiculares.

c) Paralelogramo que apresenta quatro ângulos retos e diagonais congruentes.

d) Paralelogramo que tem quatro lados congruentes e diagonais perpendiculares.

e) Quadrilátero que apresenta um par de lados paralelos e tem um único par de lados opostos congruentes.

7. (Andrini e Vasconcellos - adaptado) Na figura abaixo, estão representadas as diagonais de seis quadriláteros.

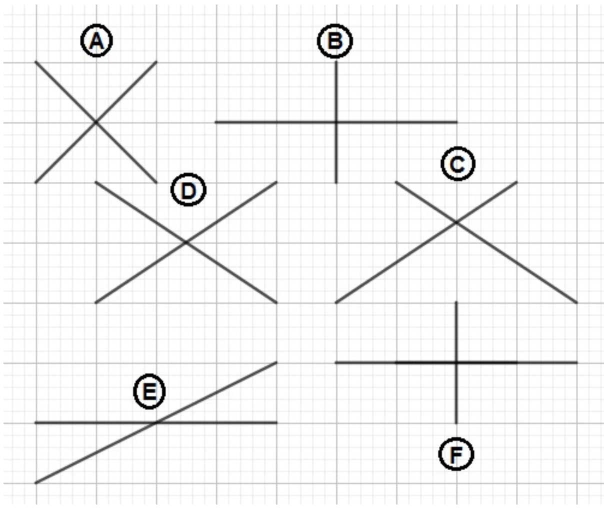

Figura 3.26: Problema 7.

Identifique e nomeie esses quadriláteros.

Nível 3 - Síntese ou Ordenação

8. (Andrini e Vasconcellos) Quais das afirmações a seguir são verdadeiras?

a) Todos os quadriláteros são trapézios.

b) Todos os quadrados são losangos.

c) Todos os retângulos são quadrados.

d) Todos os quadrados são retângulos.

9. Complete as definições abaixo.

a) Um quadrado é um quadrilátero que...

b) Um quadrado é um paralelogramo que...

c) Um quadrado é um retângulo que...

d) Um quadrado é um losango que...

10. (UERJ - adaptado) Observe a seguinte afirmação:

Se um polígono tem todos os lados congruentes, então todos os seus ângulos internos são congruentes.

Para mostrar que essa afirmação é **falsa**, pode-se usar como exemplo a figura denominada:

a) losango.

b) trapézio.

c) retângulo.

d) quadrado.

Explique por que sua resposta está correta.

3.3 Um Exemplo de Aplicação

Agora, apresentaremos uma proposta didática sobre o tópico **Quadriláteros**. Porém, a Teoria de Ausubel não será muito percebida aqui, pois o enfoque desta obra é no Modelo de Aprendizagem de Geometria do casal van Hiele. Portanto, a Teoria de Ausubel só aparecerá em alguns momentos da aplicação da proposta didática a seguir, cooperando com o Modelo dos van Hiele.

Segue a proposta didática a respeito do conteúdo **Quadriláteros**, na qual cada um dos três primeiros níveis de van Hiele são evidenciados, detalhando cada fase de aprendizagem.

DESENVOLVIMENTO DA PROPOSTA DIDÁTICA

Como exemplo de aplicação da parceria de van Hiele com Ausubel, a seguinte proposta didática será dividida em **Etapas**, as quais serão compostas por uma ou mais aulas, em que serão apresentadas sequências de atividades a serem realizadas, para que se atinja o objetivo principal: a aprendizagem significativa do conteúdo abordado.

1ª Etapa: Nível de van Hiele e Conhecimentos Prévios

Antes de ministrar qualquer conteúdo de Geometria, o professor deve verificar em que nível de pensamento os alunos se encontram, deve avaliar se existem ou não conhecimentos prévios que sejam revelantes para o aprendizado e, se for preciso, desenvolver e aplicar um organizador prévio adequado. Por isso, para essa primeira etapa, temos:

Aula 1: Aplicação da avaliação diagnóstica.
Objetivo: Verificar o nível de van Hiele em que a turma se encontra.

Observação 3.2 *Ao corrigir a avaliação diagnóstica, o professor irá perceber se há ou não conhecimentos prévios especificamente relevantes para o conteúdo* ***quadriláteros****. Se houver falta de subsunçores ou se os existentes não forem satisfatórios, cabe ao professor fazer uso de um organizador prévio apropriado.*

2ª Etapa: Abrange o Nível 1 - Reconhecimento ou Visualização

O Modelo de Aprendizagem de Geometria dos van Hiele deixa explícito que, no **nível básico**, é extremamente importante a utilização de material concreto. Por isso, na transição de uma fase de aprendizagem para outra, iremos fazer uso de figuras recortadas sempre que possível. Para essa etapa, devemos superar as seguintes fases:

Fase 1: Refletindo sobre o objeto de estudo: **Quadriláteros**.

Aula 2: Debate sobre questões da avaliação diagnóstica, o que pode ser utilizado como um **organizador prévio** (se necessário for).
Objetivo: Preparar a turma para o aprendizado do conteúdo principal.

Aula 3: Distribuição de recortes de polígonos.

- Pedir que os discentes organizem em grupos as figuras que possuem o mesmo número de lados. Depois, eles devem considerar apenas o grupo de quadriláteros (descartando os outros grupos de polígonos). Explicar que quadriláteros são figuras que têm quatro lados.

- Em seguida, eles precisam organizar em subgrupos os quadriláteros que são **parecidos** e, com auxílio de uma régua, devem desenhar no caderno uma figura representativa de cada um desses subgrupos.

Objetivos: Oferecer aos alunos uma visão geral dos quadriláteros e permitir que percebam as diferentes classes de quadriláteros.

- Tarefa extraclasse: Orientar os alunos a localizem no cotidiano exemplos de quadriláteros semelhantes aos que eles desenharam no caderno. Durante essa tarefa, os alunos podem tirar fotos dos objetos nos quais aparecem esses quadriláteros, a fim de que as fotografias sejam comparadas com os desenhos do caderno. Essa atividade pode ser organizada em equipes.

Objetivos: Mostrar aos alunos que os quadriláteros aparecem no cotidiano (visando unir teoria e prática) e melhorar a visão geométrica da turma.

Observação 3.3 *Ao longo da primeira fase de aprendizagem, o professor deve identificar a presença ou a ausência de subsunçores, fazendo uso de um organizador prévio sempre que necessário, administrando bem o tempo e flexionando o plano de aula quando for preciso.*

Fase 2: Nomeando quadriláteros com base em sua aparência geral.

Aula 4: Distribuição de recortes de quadriláteros.

- Dizer para os alunos separarem os quadriláteros em dois grupos: aqueles que têm dois pares de lados paralelos e aqueles que têm apenas um par de lados paralelos. Perguntar quais desses quadriláteros são paralelogramos e quais são trapézios. Neste momento, o professor deve registrar os erros dos alunos, para depois corrigi-los.

- Depois, pedir aos alunos que separem cada grupo anterior em subgrupos de retângulos, quadrados, losangos e trapézios. Quando todos acabarem essa tarefa, o professor deve analisar o desempenho individual do estudante.

Fase 3: Dialogando e tirando dúvidas.

- Em seguida, os alunos devem retirar de um dos subgrupos um quadrilátero específico. Por exemplo, o professor pede para que retirem um retângulo e, depois, questiona por que esse quadrilátero é um retângulo. Aqui, o professor deve corrigir qualquer erro de definição visual ou nomenclatura.

- Depois, orientar que peguem um quadrilátero (de cada um dos subgrupos formados) e realizem movimentos de rotação, reflexão e translação. Chamar a atenção dos alunos para o fato desses movimentos não alterarem o tipo de quadrilátero. Isto é, um losango não deixa de ser losango só porque foi movimentado.

- Para finalizar, o professor continua o diálogo com os alunos a respeito de suas dúvidas quanto ao que foi pedido nos itens anteriores, esclarecendo quaisquer equívocos. Além disso, o professor deve procurar usar sempre a lousa como ferramenta, visando reforçar argumentos.

Objetivos: Reconhecer os quadriláteros, nomeá-los e classificá-los de forma visual.

Observação 3.4 *Ao tratar de lados paralelos ou não-paralelos de um quadrilátero, os alunos podem sentir alguma dificuldade. Caso isso aconteça, o professor pode fazer uso de um* ***organizador prévio*** *- por exemplo, uma* ***aula expositiva com construções geométricas de retas paralelas e não-paralelas****.*

Fase 4: Avaliando o conhecimento da turma.

Aula 5: Construção geométrica de quadriláteros.

- Usando **régua e esquadro**, pedir que os alunos construam paralelogramos, quadrados, losangos, retângulos e trapézios. Nessa aula, só deve haver **intervenção do professor** quando realmente for necessário.
- Por último, distribuir aos alunos uma folha com um desenho de um trapézio e sugerir que tentem transformar esse trapézio em um paralelogramo, usando **régua e esquadro**.

Observação 3.5 *Pode ocorrer de os alunos não saberem fazer algumas construções geométricas usando régua e esquadro, havendo a necessidade de um* ***organizador prévio*** *adequado antes de iniciar essa avaliação - por exemplo, o professor tira alguns minutos para dar dicas de construções geométricas.*

Fase 5: Resumindo o que foi aprendido.

- <u>Tarefa extraclasse:</u> Os discentes farão uma análise daquilo que foi estudado, resumindo o que aprenderam sobre quadriláteros, destacando **definições e propriedades**, tudo de forma visual. Por exemplo, para oferecer a definição de quadrado, o aluno só precisa fazer um desenho de um quadrado e explicar, com suas próprias palavras, por que esse desenho representa um quadrado.

Objetivos: Testar a compreensão dos alunos, relembrar o conteúdo estudado e fixar o que foi aprendido.

3ª Etapa: Abrange o Nível 2 - Análise

Neste nível de pensamento, os alunos devem analisar os elementos dos quadriláteros e descobrir por si mesmos algumas propriedades desses polígonos.

Fase 1: Verificando os conhecimentos prévios dos alunos.

Aula 6: Diálogo sobre as características dos quadriláteros.

- Desenhar na lousa um quadrilátero (por exemplo, um quadrado) e pedir que os alunos citem algumas propriedades do mesmo: características de lados, ângulos e diagonais. Repetir esse procedimento para os demais quadriláteros.
- Se for necessário, fazer uso de um organizador prévio eficiente, que pode ser uma aula explicativa sobre ângulos agudos, obtusos e retos.

Objetivos: Verificar os conhecimentos prévios da turma e garantir que haja subsunçores para o aprendizado do conteúdo principal.

Fase 2: Analisando o objeto de estudo: **Propriedades dos Quadriláteros**.

Aula 7: Medição de lados, diagonais e ângulos dos quadriláteros.

- Entregar aos alunos uma folha com os principais quadriláteros desenhados e pedir que eles meçam lados, diagonais e ângulos (com régua e transferidor). Para essa atividade, os estudantes devem anotar os resultados dessas medições - diagonais perpendiculares; lados congruentes ou não congruentes; ângulos agudos, obtusos ou retos, etc.
- Por fim, a partir das conclusões tiradas na atividade anterior, os alunos devem **definir** cada quadrilátero com suas próprias palavras, respondendo perguntas tais como: O que é um quadrado? O que é um retângulo? O que é um losango? O que é um trapézio? O professor deve tolerar as definições redundantes, porque isso é comum neste nível.

Objetivos: Permitir que os discentes percebam algumas particularidades dos quadriláteros e definam cada um deles.

Fase 3: Trocando experiências e aperfeiçoando as ideias.

Aula 8: Debate sobre propriedades e definições dos quadriláteros.

- Agora, cada aluno individualmente irá apresentar oralmente ao professor as propriedades e as definições dos quadriláteros. Nesse momento, o docente faz suas observações e corrige qualquer erro.
- Ao finalizar esse debate, os alunos irão corrigir suas anotações segundo as orientações do professor, registrando tudo no caderno.

Objetivo: Aperfeiçoar a compreensão dos alunos acerca das particularidades e definições de cada quadrilátero.

Fase 4: Avaliando o conhecimento da turma.

Aula 9: Resolução de situações-problema.

- O professor precisa selecionar cuidadosamente alguns problemas de livros didáticos, de outras fontes ou ele mesmo elaborar questões, tudo conforme a Teoria de Ausubel. A partir das propriedades e definições dos quadriláteros deduzidas nas aulas anteriores, os alunos devem resolvê-los.

Objetivo: Verificar se houve aprendizagem significativa do conteúdo estudado.

Observação 3.6 *Nessa avaliação, os problemas devem tratar das propriedades e definições básicas dos quadriláteros, ou seja, que foram deduzidos por meios de medições.*

Fase 5: Resumindo o que foi aprendido.

Aula 10: Resumo sobre as principais características dos quadriláteros.

- Os alunos devem revisar aquilo que foi estudado e precisam resumir o que aprenderam sobre quadriláteros, destacando **definições e propriedades**, agora de forma analítica. E, nesse resumo, precisam existir desenhos dos quadriláteros para ilustrar suas características.

Objetivos: Resumir e fixar o conteúdo estudado.

4ª Etapa: Abrange o Nível 3 - Síntese ou Ordenação

Este é o momento de os alunos compreenderem as demonstrações das propriedades dos quadriláteros e, por meio dessas propriedades, conseguirem fazer demonstrações informais de outras propriedades. Além disso, neste nível, espera-se que os alunos aprendam a definir os quadriláteros de forma mais precisa e que eles consigam fazer inclusões de classes. Aqui, o professor apresentará o conteúdo de forma mais abstrata, fazendo pouco uso de material concreto.

Fase 1: Verificando os conhecimentos prévios dos alunos.

Aula 11: Diálogo sobre as definições e propriedades dos quadriláteros.

- Apresentar as definições de paralelogramos e trapézios. A partir delas, discutir se um quadrado (ou um retângulo ou um losango) é um paralelogramo ou um trapézio.

- Pedir para os alunos destacarem as características que um tipo de paralelogramo tem em comum com outro tipo. Por exemplo, o que um quadrado tem em comum com um losango?

- Caso seja necessário, aplicar um organizador prévio adequado.

Objetivos: Verificar os conhecimentos prévios da turma e preparar os alunos para o estudo do conteúdo principal.

Fase 2: Expondo e discutindo as definições e propriedades dos quadriláteros.

Aulas 12 e 13: Discussão sobre as características dos quadriláteros.

- Apresentar e explicar aos alunos as classificações dos paralelogramos e trapézios, ilustrando com figuras.

- Demonstrar formalmente à turma cada uma das propriedades dos paralelogramos, retângulos, quadrados, losangos e trapézios isósceles. Essas propriedades estão listadas neste trabalho.

- Discutir junto aos alunos a resolução de alguns problemas que se resolvem usando as propriedades citadas no item anterior.

Objetivos: Expor formalmente as propriedades dos quadriláteros e despertar nos alunos o interesse por demonstrações.

Fase 3: Dialogando e corrigindo erros.

Aula 14: Troca de ideias sobre as propriedades estudadas.

- Perguntar aos alunos: Qual das propriedades estudadas acharam mais interessante? E qual a menos interessante? Tirar as dúvidas que surgirem.

- Discutir com os alunos as inclusões de classes - por exemplo, o conjunto dos quadrados está contido no conjunto dos retângulos e no conjunto dos losangos.

- Abrir espaço para que eles exponham seus pensamentos e discutam com os colegas o tema estudado.

  Objetivos: Tirar as dúvidas e fortalecer as ideias da turma.

Fase 4: Avaliando o conhecimento da turma.

Aula 15: Exercício de Verificação da Aprendizagem.

- Aplicar a avaliação da aprendizagem cujo modelo se encontra na próxima seção.

Objetivo: Avaliar o aprendizado da turma.

Fase 5: Resumindo o que foi aprendido.

- Tarefa extraclasse: O professor deve orientar a turma a revisar tudo o que foi estudado e a fazer um resumo detalhado do que aprendeu.

Objetivos: Resumir e fixar o conteúdo estudado.

Finalizamos aqui um exemplo de sequência didática que reúne a Teoria de Ausubel e o Modelo de Aprendizagem de Geometria dos van Hiele. Perceba que todo o desenvolvimento da proposta de ensino acima se utiliza dos elementos-chave da aprendizagem significativa, conforme a Teoria de Ausubel, levando sempre em consideração a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa. Além disso, o modelo de avaliação da aprendizagem a seguir está fundamentado nessa teoria.

3.4 Modelo de Avaliação da Aprendizagem

No exemplo de proposta didática da seção anterior, durante a quarta fase do 3º Nível de van Hiele, iremos aplicar uma avaliação da aprendizagem para a turma, a fim de constatarmos se existe evidência de aprendizagem significativa, de acordo com a Teoria de Ausubel. Por isso, os problemas que aparecerão nessa avaliação serão formulados de maneira nova e não familiar.

Ao corrigir essa avaliação, o professor deve levar em consideração todos os argumentos dos alunos, tendo em vista que, no momento em que responde uma questão, o estudante pode até fornecer uma resposta incorreta, mas é possível que revele a existência de subsunçores, a partir de seus argumentos.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

1. No paralelogramo abaixo, há um ângulo que está medido incorretamente. Identifique-o e explique por que sua medida não está correta.

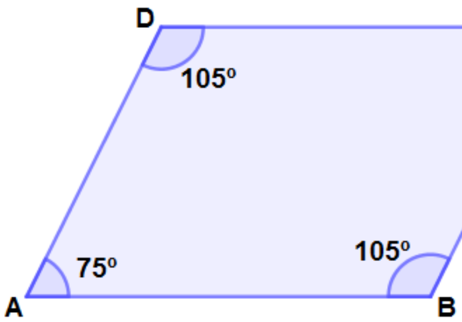

Figura 3.27: Problema 1.

2. (Fundação Carlos Chagas - SP - adaptado)

A relação entre as medidas de dois ângulos do paralelogramo abaixo está indicada na figura. Quais as medidas dos ângulos desse paralelogramo?

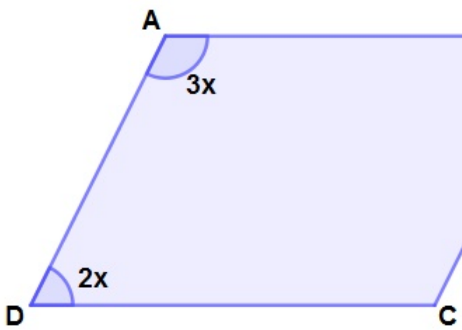

Figura 3.28: Problema 2.

3. Se o perímetro de um paralelogramo é 18 cm, encontre a soma das medidas de dois lados consecutivos.

4. (Saresp) Na figura abaixo, AD = 20 cm, AO = 10 cm, BC = 30 cm e BO = 15 cm. Com base nisso, podemos afirmar que:

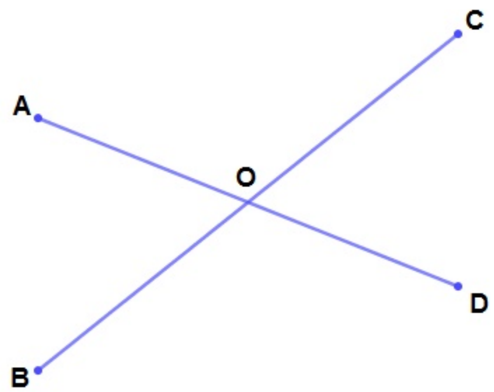

Figura 3.29: Problema 4.

a) AB = CD

b) AB = 2CD

c) CD = 2AB

d) 2AB = 3CD

5. Sendo ABCD um quadrado, calcule os ângulos de medidas x e y.

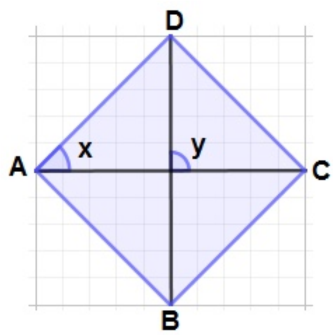

Figura 3.30: Problema 5.

6. Paulinho, muito fascinado por Geometria, desenhou numa folha de papel alguns quadriláteros: cinco losangos, três quadrados e sete retângulos. No desenho de Paulinho:

a) Há quantos paralelogramos? E trapézios?

b) Dentre os retângulos, quantos não são quadrados?

c) Dentre os losangos, quantos não são quadrados?

d) Quantos paralelogramos possuem os quatro lados congruentes?

e) Quantos paralelogramos possuem os quatro ângulos retos?

f) Quais dos paralelogramos que têm as diagonais congruentes?

g) Quais dos paralelogramos que têm as diagonais perpendiculares?

7. Observe o retângulo ABCD.

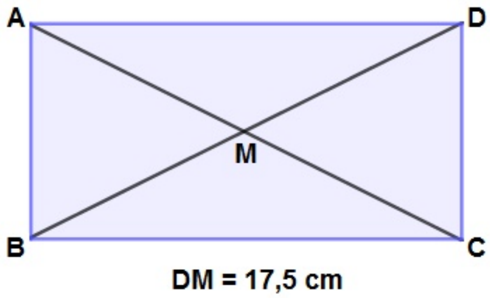

Figura 3.31: Problema 7.

a) Quanto mede o segmento MA?

b) Quais são as medidas das diagonais do retângulo ABCD?

8. Sabendo que ABCD é um trapézio isósceles de bases AB e CD, determine o valor de x.

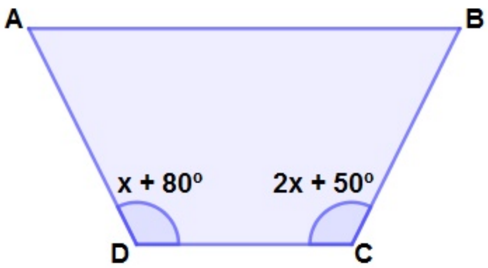

Figura 3.32: Problema 8.

Capítulo 4

Uma Experiência em Sala de Aula

Neste capítulo, descreveremos o resultado da aplicação da proposta didática apresentada no capítulo anterior. Essa proposta foi aplicada unicamente na turma do 8º A da Escola M. E. F. Maria Celeste Pires Leite, localizada em Catingueira - PB. Com relação à turma do 8º B, na qual foi ministrado o mesmo conteúdo, não se aplicou tal proposta.

4.1 Relatório referente às Aulas 1 e 2

No dia 02 de março de 2018, durante a primeira aula, foi aplicada a avaliação diagnóstica que serviu de base para verificar em que nível de van Hiele a turma se encontrava.

Figura 4.1: Avaliação Diagnóstica no 8º A da Escola Maria Celeste.

Ao serem avisados que iriam fazer essa avaliação, os alunos reagiram negativamente, porque jamais tinham visto algo parecido, isto é, o professor realizar uma avaliação antes de apresentar o conteúdo. Porém, explicou-se aos mesmos o objetivo de tal avaliação, e *vinte e três* estudantes do **8º A** fizeram parte desse meio de diagnosticar o nível de pensamento da turma com relação ao tema **Quadriláteros** (Figura 4.1).

Analisando as respostas dos alunos, pôde-se notar que *três* acertaram pelo menos uma questão típica do Nível 1 e *sete* se confundiram na compreensão dos problemas relacionados a esse nível e, possivelmente, não acertaram por causa disso. Quanto aos problemas relativos aos Níveis 2 e 3, uns foram solucionados incorretamente e outros não puderam ser resolvidos. Ainda, os restantes *13 alunos* erraram as questões que tentaram resolver e deixaram as outras em branco. Portanto, toda a turma encontra-se no Nível 1 de van Hiele. Por isso, iniciaremos nossa proposta conforme o planejado, tendo em vista que o grau de conhecimento dos estudantes do 8º A, referente ao conteúdo **Quadriláteros**, está bem abaixo do desejado. Seguem as respostas de quatro alunos com relação a uma questão.

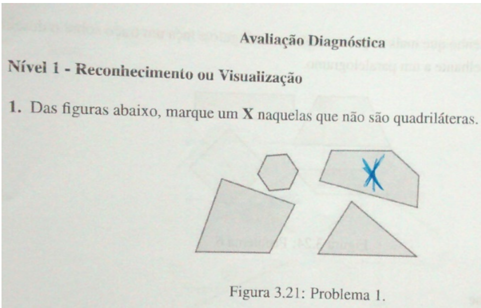

Figura 4.2: Aluno A.

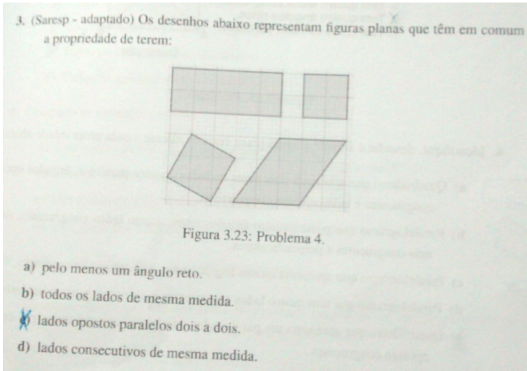

Figura 4.3: Aluno B.

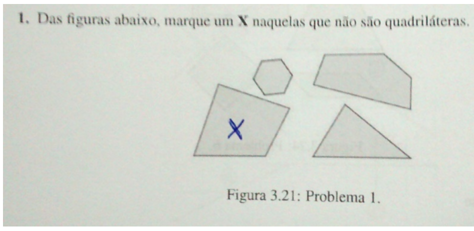

Figura 4.4: Aluno C.

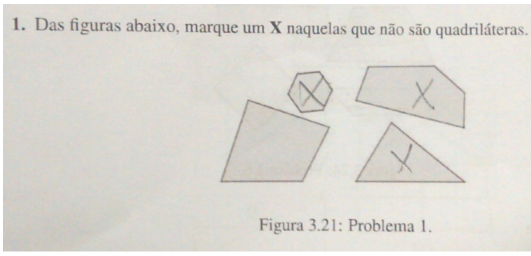

Figura 4.5: Aluno D.

Na segunda aula, ainda no dia 02 de março de 2018, dedicou-se o tempo para sanar as dúvidas dos discentes com relação aos problemas da avaliação diagnóstica. Sendo percebidas algumas dificuldades dos estudantes, foi utilizado um **organizador prévio expositivo**, por meio do qual se discutiu com a turma as ideias de retas paralelas e concorrentes, para melhor compreender a ideia de lados opostos paralelos de paralelogramos ou trapézios. No entanto, a maioria das questões não foram debatidas com os alunos, por questão de tempo e porque, mais adiante, algumas seriam aplicadas à turma novamente.

Sendo assim, encerra-se aqui o relatório a respeito das Aulas 1 e 2, que foram aproveitadas para determinar o nível de van Hiele em que a turma se encontrava e preparar os alunos para o aprendizado do conteúdo principal.

4.2 Relatório referente à Aula 3

Chegou o momento da terceira aula, que ocorreu no dia 05 de março de 2018, na qual foram aplicadas atividades com recortes de polígonos, conforme o plano de aula disponível no **Apêndice Único** (p. 63). Os estudantes gostaram muito dessa aula, pois disseram que foi diferente e divertida, sem contar que podiam entender melhor o assunto (Figura 4.6).

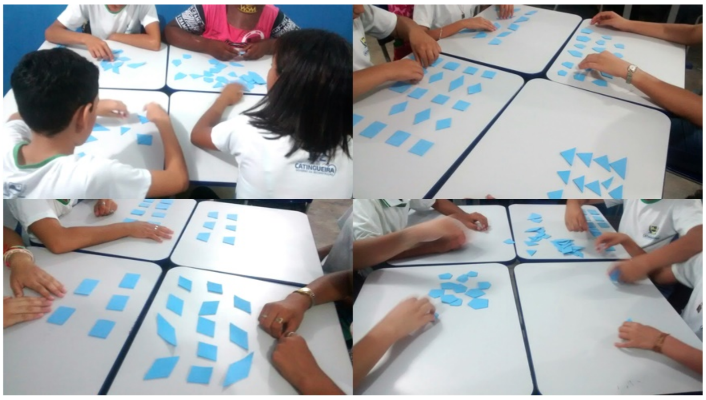

Figura 4.6: Aula com material concreto: recortes de polígonos.

Conforme o progresso dessa aula, pôde-se notar que todas as expectativas foram atendidas, tendo em vista que os estudantes demonstraram interesse e entenderam bem as ideias de separar os polígonos em grupos de triângulos, quadriláteros, pentágonos, hexágonos, etc. Além disso, os alunos conseguiram agrupar bem os quadriláteros em subgrupos de retângulos, quadrados, losangos, paralelogramos e trapézios, embora não soubessem nomeá-los.

4.3 Relatório referente às Aulas 4 e 5

Dando continuidade à sequência didática, foram distribuídos novamente os recortes de quadriláteros para a turma, que se organizou em alguns grupos com quatro alunos, separando os quadriláteros em duas classes: aqueles que possuíam dois pares de lados opostos paralelos e os que tinham apenas um (Figura 4.7). Assim, durante a primeira aula, no dia 08 de março de 2018, seguiu-se conforme o planejado.

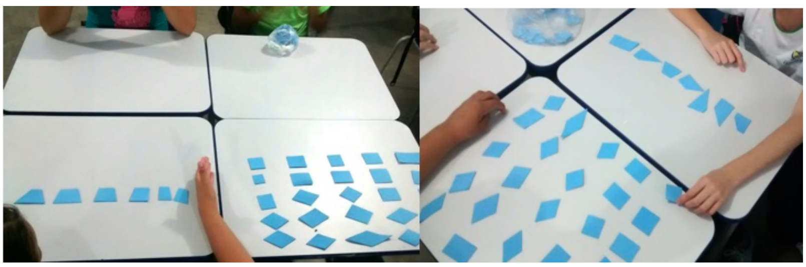

Figura 4.7: Aula com material concreto: recortes de quadriláteros.

No decorrer da sequência de atividades, os discentes tiveram algumas dúvidas e cometeram alguns erros. Porém, no momento do diálogo, tudo foi esclarecido e a turma conseguiu dar mais um avanço no conhecimento.

Quando se iniciou a segunda aula, também em 08 de março de 2018, antes de propor uma atividade de avaliação da aprendizagem, como organizador prévio, o professor dedicou alguns minutos para ensinar construções geométricas com *régua e esquadros* (Figura 4.8), a fim de que a tarefa proposta aos alunos fosse executava com êxito.

Figura 4.8: Construções geométricas com régua e esquadros.

Iniciada a avaliação sobre construção de retângulos, quadrados, losangos, paralelogramos e trapézios, sobreveio uma grande surpresa: a maior parte da turma não tinha régua nem esquadros, embora o professor tivesse orientado na aula anterior que os discentes providenciassem tais instrumentos. Mesmo assim, os estudantes improvisaram: uns tomaram réguas emprestado; outros, usaram lápis, livros ou capas de celulares como réguas. Então, apesar de a avaliação não sair conforme o planejado, a aula foi proveitosa, e os alunos demonstraram aprendizado (Figura 4.9), ainda que alguns não tenham se saído tão bem (Figura 4.10).

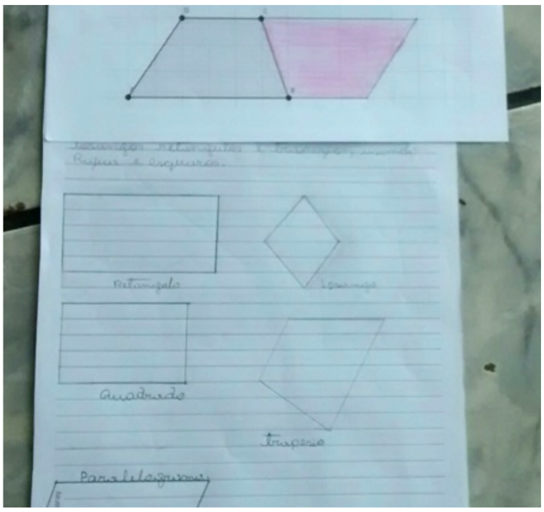

Figura 4.9: Aluno A.

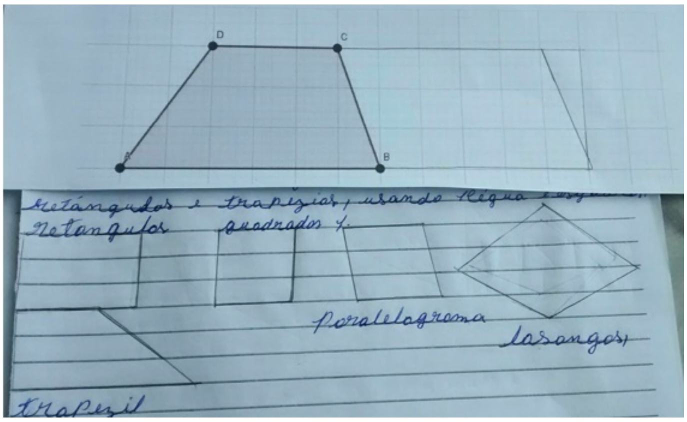

Figura 4.10: Aluno B.

Com relação à tarefa extraclasse, não houve tempo suficiente para explicar aos alunos sobre como realizá-la, tendo em vista que a aula acabou inesperadamente. No entanto, na 10ª aula, a turma realizará uma tarefa similar, de modo que não haverá prejuízo na aprendizagem.

4.4 Relatório referente às Aulas 6 e 7

No dia seguinte, em 09 de março de 2018, iniciou-se a aula com um diálogo sobre as propriedades de um quadrado, o qual foi desenhado no quadro branco. Sendo assim, alguns alunos mencionaram o fato de essa figura ter quatro lados de medidas iguais; outros falaram de lados opostos paralelos e diagonais congruentes e perpendiculares. A aula só não foi mais proveitosa porque não deu tempo discutir sobre todos os quadriláteros.

Imediatamente depois, na segunda aula, foi aplicada uma atividade na qual os alunos mediam os lados, as diagonais e os ângulos internos de certos quadriláteros, usando régua e transferidor (Figura 4.11).

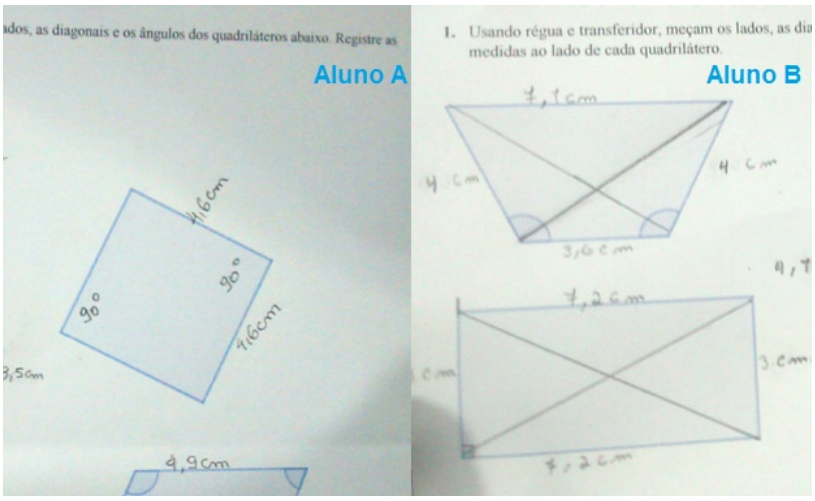

Figura 4.11: Respostas de dois alunos.

A segunda parte dessa atividade não pôde ser concluída por questão de tempo. Porém, será realizada na próxima aula.

4.5 Relatório referente à Aula 8

Dando continuidade à atividade iniciada na aula anterior, no dia 12 de março de 2018, foram dados alguns minutos aos alunos para que definissem quadrados, retângulos, losangos, trapézios e paralelogramos em geral, com suas próprias palavras. Observando as resoluções dos alunos A e B, nota-se que a turma ainda não define alguns quadriláteros de forma precisa (fato comum no Nível 2), mas se percebe que estão compreendendo as diferenças entre cada classe de quadriláteros (Figura 4.12).

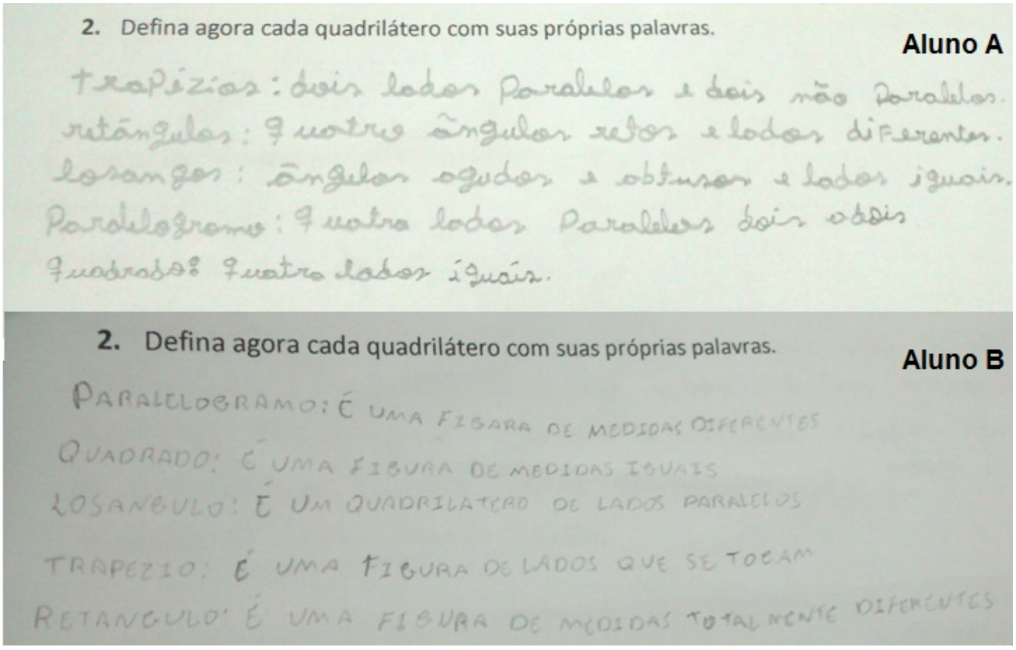

Figura 4.12: Respostas de dois alunos.

Concluída essa atividade, foi iniciado o que estava programado para a Aula 8, na qual o professor debateu com os discentes sobre as características de cada quadrilátero estudado. No entanto, como é aceitável no Nível 2, a turma não conseguiu realizar inclusões de classe.

Conforme planejado, os alunos apresentaram oralmente as definições e propriedades de certos quadriláteros, e o professor fez as devidas correções, tanto de erros na linguagem como equívocos em definições.

4.6 Relatório referente às Aulas 9 e 10

Durante a nona aula, realizada no dia 22 de março de 2018, a turma foi avaliada quanto ao aprendizado do conteúdo estudado até o momento. Nessa atividade, os problemas, sobre definições e propriedades de quadriláteros, foram elaborados cuidadosamente, considerando a Teoria de Ausubel. Segue a lista de questões aplicadas aos alunos:

1. Nomeie cada figura plana abaixo.

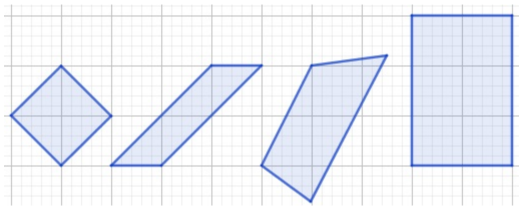

Figura 4.13: Problema 1.

2. (Saresp - adaptado) Os desenhos abaixo representam figuras planas que têm em comum a propriedade de terem:

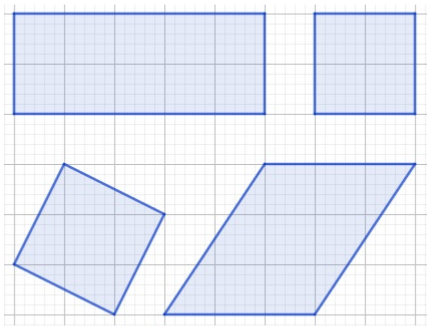

Figura 4.14: Problema 2.

a) pelo menos um ângulo reto.

b) todos os lados de mesma medida.

c) lados opostos paralelos dois a dois.

d) lados consecutivos de mesma medida.

3. Circule o desenho que mais se parece com um retângulo e faça um traço sobre o desenho que é semelhante a um paralelogramo.

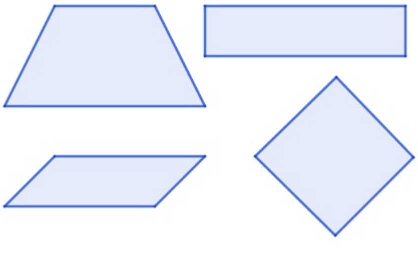

Figura 4.15: Problema 3.

4. Identifique, desenhe e nomeie a figura plana correspondente a cada propriedade abaixo.

a) Quadrilátero que apresenta dois pares de lados opostos paralelos, ângulos opostos congruentes e lados opostos congruentes.

b) Paralelogramo que possui quatro ângulos retos, quatro lados congruentes, diagonais congruentes e perpendiculares.

c) Paralelogramo que apresenta quatro ângulos retos e diagonais congruentes.

d) Paralelogramo que tem quatro lados congruentes e diagonais perpendiculares.

e) Quadrilátero que apresenta um par de lados paralelos e tem um único par de lados opostos congruentes.

Note que as questões dessa avaliação foram retiradas da avaliação diagnóstica, aplicada na primeira aula. Como a maior parte dos alunos não conseguiram responder a tais questões, o objetivo aqui foi avaliá-los e revelar-lhes o quanto progrediram no aprendizado. É relevante mencionar que a resolução dessas questões não foi discutida em sala de aula.

Concluída essa avaliação, foi constatado que 52% dos alunos acertou pelo menos 50% das questões e somente 7% da turma conseguiu acertar 100%. Os outros 48% dos estudantes obteve menos de 50% de acertos. Por isso, buscando dar continuidade à sequência didática, seria necessário dedicar mais tempo aos discentes, a fim de que se aperfeiçoassem mais no Nível 2 de van Hiele (antes do avanço para o Nível 3). No entanto, como a escola estabelece limites de aulas para se trabalhar um conteúdo, decidiu-se seguir com o planejado, aplicando a proposta didática conforme os planos de aula.

No mesmo dia, seguiu-se para a 10ª aula, na qual foi sugerido aos alunos que revisassem o conteúdo estudado até o momento e fizessem um resumo do mesmo. Com a finalidade de motivar os estudantes, o professor afirmou que essa atividade iria garantir alguns pontos para complementar a nota da avaliação.

4.7 Relatório referente à Aula 11

Depois de alguns dias de greve na Escola Maria Celeste, onde a proposta foi aplicada, no dia 09 de abril de 2018, retomou-se a aplicação da sequência didática. Por isso, o professor dedicou 20 minutos da aula para se fazer uma breve revisão sobre o conteúdo ministrado até o momento. Em seguida, foi iniciado um debate sobre definições, propriedades e inclusão de classes de alguns quadriláteros. A turma participou bastante e cometeu alguns equívocos, mas o docente dirimiu todas as dúvidas apresentadas.

4.8 Relatório referente às Aulas 12 e 13

Prosseguindo com a aplicação da proposta didática, no dia 12 de abril de 2018, as aulas foram dedicadas à discussão formal das definições e propriedades dos principais quadriláteros (paralelogramos, quadrados, retângulos, losangos e trapézios isósceles). Ademais, foram explicadas à turma algumas soluções de problemas.

Em seguida, foi proposto aos alunos que resolvesse uma lista de questões, para fixar o aprendizado dos conteúdos, tendo sempre o auxílio do professor nessa tarefa.

4.9 Relatório referente às Aulas 14 e 15

No dia 13 de abril 2018, dedicou-se a primeira aula ao diálogo com a turma, corrigindo erros de definição e compreensão em relação às propriedades estudadas, destacando também as inclusões de classe. Foi dedicado um tempo para os alunos exporem seus conhecimentos em relação ao conteúdo, ao serem feitas perguntas pelo professor.

Durante a segunda aula, os discentes realizaram uma avaliação da aprendizagem, que foi desenvolvida com base na Teoria de Ausubel, para verificar se existia evidência de aprendizagem significativa.

O resultado não foi tão surpreendente, mas foi animador, tendo em vista que, dos vinte e quatro estudantes que realizaram essa avaliação, onze conseguiram atingir a média (notas variando de 6,0 a 9,5). Mesmo assim, dentre os treze alunos restantes, houve aprendizagem significativa de alguns conceitos geométricos, embora não tenham atingido a média requerida pelo sistema de ensino.

É importante mencionar que a aprendizagem baseada na metodologia tradicional teria um rendimento bem menor, como foi constatado na turma do 8º B da mesma escola. Nessa turma, a referida proposta não foi aplicada, mas os conteúdos ministrados foram os mesmos estudados pelo 8º A. Na turma do 8º A, a média geral das notas dos alunos foi de 5,5. Já no 8º B a média geral foi de 3,8. Portanto, comparando o 8º A com o 8º B, as ideias desta obra conseguiram produzir uma proposta didática que contribui para a aprendizagem significativa dos estudantes.

Capítulo 5

Conclusões

A meta de todo bom professor é garantir que os discentes tenham aprendizagem significativa, conquanto isso seja um objetivo difícil de ser alcançado. Foi pensando assim que se desenvolveu este trabalho, fruto de muitas pesquisas, reflexões e aperfeiçoamentos.

Sendo uma rica base teórica, a Teoria de David Ausubel surge nesta obra para colaborar com o Modelo de Aprendizagem da Geometria do casal van Hiele, excelente combinação que transforma completamente a forma de todo professor de matemática enxergar o ensino-aprendizagem da Geometria. No entanto, muitos professores e estudantes podem ainda não estar prontos para essa mudança, a qual confronta fortemente com a metodologia de ensino tradicional. Porém, certamente é um desafio que todo professor de matemática deveria encarar, porque, embora o resultado não seja tão impressionante, já se torna um avanço para a aprendizagem dos alunos.

Ao longo da aplicação em sala de aula da proposta didática, a qual está fundamentada na parceria entre a Teoria de Ausubel e o Modelo dos van Hiele, pôde-se notar que os alunos conseguiram assimilar mais os conteúdos de forma significativa, opondo-se à aprendizagem mecânica. Porque, como já foi mencionado, o resultado da aplicação da proposta de ensino não foi o esperado, mas foi satisfatório, haja vista a turma do 8º A ter superado em média a do 8º B, na qual essa proposta não foi aplicada.

Não podemos esquecer também alguns fatores que se opuseram ao bom andamento da proposta de ensino: muitos estudantes não possuíam os materiais de construções geométricas adequados; na maior parte das aulas, a sala estava muito quente, causando tanto desconforto que forçou os professores a entrarem em greve; por mais de uma semana, não houve aulas, interrompendo a continuidade da sequência didática; e a escola aplicou também avaliações de nivelamento, as quais não contemplavam o assunto ministrado.

Portanto, levando em consideração as justificativas apresentadas, a proposta de ensino, que foi produzida com as ideias deste trabalho, contribuiu positivamente para o aprendizado da turma do 8º A, comprovando que a parceria entre Ausubel e o casal van Hiele é um bom caminho para o processo de ensino-aprendizagem da Geometria.

Referências Bibliográficas

[1] ANDRINI, Á.; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando matemática 8**. 4. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

[2] AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos**: Uma Perspectiva Cognitiva. Portugal: Paralelo, 2003.

[3] AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. Tradução de Eva Nick et al. Rio: Interamericana, 1980. 625 p.

[4] BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

[5] FURLAN, M. **Modelo de van Hiele**. [S.l., s.n.], 2007. Disponível em: `http://mandrake.mat.ufrgs.br/~mem023/20072/marlise/16_modelo_van_hiele_marlise.pdf`. Acesso em: 10 nov. 2017.

[6] LOPES, M. L. M. L.; NASSER, L. **Geometria**: na era da imagem e do movimento. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 1996.

[7] MASINI, E. F. S.; MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa**: A teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

[8] MOREIRA, A. M. A teoria da Aprendizagem significativa de Ausubel. In: _______. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999. p. 151-165.

[9] _____. **O que é afinal Aprendizagem Significativa?** [S.l., s.n.], 2012. Disponível em: `http://moreira.if.ufrgs.br/oqueeafinal.pdf`. Acesso em: 26 out. 2017.

[10] OLIVEIRA, M. de C. e. **Ressignificando conceitos de geometria plana a partir do estudo de sólidos geométricos**. Belo Horizonte: [s.n.], 2012. Disponível em: `http://www.biblioteca.pucminas.br/teses/EnCiMat_OliveiraMC_1.pdf`. Acesso em: 25 jun. 2018.

[11] RIOS, L. R. **Teoria da Aprendizagem Significativa - Ausubel**. [S.l., s.n.], 2016. Disponível em: http://professor.pucgoias.edu.br/SiteDocente/admin/arquivosUpload/17435/material/Aula2_AS.pdf. Acesso em: 26 out. 2017.

[12] SILVA, L. **Modelo de aprendizagem de geometria do casal Van Hiele**. [S.l., s.n.], 2014. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/mod/resource/view.php?id=1236228. Acesso em: 22 out. 2017.

[13] SILVA, S. de C. R. da; SCHIRLO, A. C. **Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel**: reflexões para o ensino de física ante a nova realidade social. [S.l., s.n.], 2014. Disponível em: http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/ImagensEduc/article/viewFile/22694/PD. Acesso em: 26 out. 2017.

[14] VILLIERS, M. de. **Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele**. São Paulo: [s.n.], 2010. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/download/5167/3696. Acesso em: 10 nov. 2017.

[15] YAMAZAKI, S. C. **Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel**. [S.l., s.n.], 2008. Disponível em: https://sistemas.riopomba.ifsudestemg.edu.br/dmafe/subsistemas/professor/material/1873999525_Teoria%20da%20APS%20Yamazaki.pdf. Acesso em: 22 out. 2017.

.

Apêndice A

Apêndice Único

Neste Apêndice, iremos apresentar os **planos de aula** que foram utilizados para aplicar a proposta didática desta obra.

A.1 Planos de Aula

Aula 1: Avaliação Diagnóstica

I. Assunto:

Quadriláteros.

II. Duração da Aula:

40 minutos.

III. Recurso Didático:

Material impresso.

IV. Objetivo Específico:

Verificar o nível de van Hiele em que a turma se encontra.

V. Conteúdos:

- Definição, nomeação e classificação, construções geométricas de quadriláteros e inclusão de classes;
- Propriedades de paralelogramos e trapézios.

VI. Desenvolvimento da Aula:

- Realizar a chamada (verificar quem está presente);
- Distribuir o material impresso e orientar a turma sobre a avaliação.

Aula 2: Debate sobre a Avaliação Diagnóstica

I. Assunto:

Quadriláteros.

II. Duração da Aula:

40 minutos.

III. Recurso Didático:

Quadro branco.

IV. Objetivo Específico:

Preparar a turma para o aprendizado do conteúdo principal.

V. Conteúdos:

- Definição, nomeação e classificação de quadriláteros;
- Construções geométricas de quadriláteros e inclusão de classes;
- Propriedades de paralelogramos e trapézios.

VI. Desenvolvimento da Aula:

- Realizar a chamada;
- Questionar os alunos sobre possíveis dúvidas referentes à avaliação diagnóstica;
- Sanar as dúvidas e corrigir prováveis erros dos alunos durante a realização dessa avaliação;
- Abordar conceitos relevantes para o aprendizado do conteúdo principal.

Aula 3: Atividade com Material Concreto I

I. Assunto:

Polígonos e Quadriláteros.

II. Duração da Aula:

45 minutos.

III. Recurso Didático:

Recortes de polígonos feitos com EVA.

IV. Objetivos Específicos:

- Oferecer aos alunos uma visão geral de alguns quadriláteros;
- Permitir que a turma perceba as diferentes classes de quadriláteros;
- Mostrar aos estudantes que os quadriláteros aparecem no cotidiano, visando unir teoria e prática;
- Aperfeiçoar a visão geométrica da turma.

V. Conteúdos:

- Definição visual de quadriláteros;
- Classes de quadriláteros;
- Quadriláteros no cotidiano.

VI. Desenvolvimento da Aula:

- Realizar a chamada;
- Distribuir os recortes de polígonos e seguir a sequência de instruções conforme a Proposta Didática do Capítulo 4;
- Passar uma atividade extraclasse de acordo com essa proposta.

Aula 4: Atividade com Material Concreto II

I. Assunto:

Quadriláteros.

II. Duração da Aula:

45 minutos.

III. Recurso Didático:

Recortes de quadriláteros feitos com EVA.

IV. Objetivos Específicos:

- Reconhecer alguns quadriláteros, nomeá-los e classificá-los de formal visual.

V. Conteúdos:

- Definição e nomeação visual de quadriláteros;
- Segmentos de retas paralelas e não-paralelas;
- Movimentos de rotação, translação e reflexão de quadriláteros.

VI. Desenvolvimento da Aula:

- Realizar a chamada;
- Distribuir os recortes de quadriláteros e seguir a sequência de instruções segundo a Proposta Didática do Capítulo 4.

Aula 5: Construções Geométricas de Quadriláteros

I. Assunto:

Quadriláteros.

II. Duração da Aula:

45 minutos.

III. Recursos Didáticos:

Régua, esquadro e folhas de papel ofício.

IV. Objetivos Específicos:

- Testar a compreensão dos alunos;
- Relembrar o conteúdo estudado;
- Fixar o aprendizado.

V. Conteúdos:

- Construções geométricas de quadriláteros com régua e esquadro;
- Nomeação de classes de quadriláteros;
- Transformação geométrica de trapézios em paralelogramos.

VI. Desenvolvimento da Aula:

- Realizar a chamada;
- Seguir a sequência de instruções conforme a Proposta Didática do Capítulo 4.
- Passar uma atividade extraclasse segundo essa proposta.

Aula 6: Diálogo sobre as Características de Quadriláteros

I. Assunto:

Quadriláteros.

II. Duração da Aula:

45 minutos.

III. Recurso Didático:

Quadro branco.

IV. Objetivos Específicos:

- Verificar os conhecimentos prévios da turma;
- Garantir que haja subsunçores para o aprendizado do conteúdo principal.

V. Conteúdos:

- Características de alguns quadriláteros;
- Ângulos agudos, obtusos e retos;
- Diagonais de um quadrilátero.

VI. Desenvolvimento da Aula:

- Realizar a chamada;
- Seguir a sequência de instruções segundo a Proposta Didática do Capítulo 4.

Aula 7: Medição de lados, Diagonais e Ângulos de Quadriláteros

I. Assunto:

Quadriláteros.

II. Duração da Aula:

45 minutos.

III. Recursos Didáticos:

Régua, transferidor e folhas de papel ofício.

IV. Objetivos Específicos:

- Permitir que os alunos percebam as particularidades de alguns quadriláteros;
- Definir certos quadriláteros por meio de suas características.

V. Conteúdos:

- Definição analítica e características de quadriláteros;
- Ângulos agudos, obtusos e retos;
- Diagonais de um quadrilátero.

VI. Desenvolvimento da Aula:

- Realizar a chamada;
- Seguir a sequência de instruções conforme a Proposta Didática do Capítulo 4.

Aula 8: Debate sobre Propriedades e Definições de Quadriláteros

I. Assunto:

Quadriláteros.

II. Duração da Aula:

45 minutos.

III. Recurso Didático:

Quadro branco.

IV. Objetivo Específico:

- Aperfeiçoar o entendimento dos alunos acerca das propriedades e definições de alguns quadriláteros.

V. Conteúdos:

- Definição analítica de quadriláteros;
- Propriedades de alguns quadriláteros.

VI. Desenvolvimento da Aula:

- Realizar a chamada;
- Seguir a sequência de instruções conforme a Proposta Didática do Capítulo 4.

Aula 9: Resolução de Situações-problema

I. Assunto:

Quadriláteros.

II. Duração da Aula:

45 minutos.

III. Recursos Didáticos:

Livro didático e material impresso.

IV. Objetivo Específico:

- Verificar se houve aprendizagem significativa do conteúdo estudado.

V. Conteúdos:

- Definição analítica de quadriláteros;
- Classes de quadriláteros;
- Propriedades de alguns quadriláteros.

VI. Desenvolvimento da Aula:

- Realizar a chamada;
- Aplicar uma avaliação conforme a Proposta Didática do Capítulo 4.

Aula 10: Resumo sobre as Características de Quadriláteros

I. Assunto:

Quadriláteros.

II. Duração da Aula:

45 minutos.

III. Recurso Didático:

Livro didático.

IV. Objetivos Específicos:

- Resumir e fixar o conteúdo estudado.

V. Conteúdos:

- Definição analítica de quadriláteros;
- Propriedades de alguns quadriláteros;
- Desenho geométrico de quadriláteros.

VI. Desenvolvimento da Aula:

- Realizar a chamada;
- Realizar um resumo de acordo com as instruções presentes na Proposta Didática do Capítulo 4.

Aula 11: Diálogo sobre as Definições e Propriedades de Quadriláteros

I. Assunto:

Quadriláteros.

II. Duração da Aula:

45 minutos.

III. Recurso Didático:

Quadro branco.

IV. Objetivos Específicos:

- Verificar os conhecimentos prévios da turma;
- Preparar os alunos para o estudo do conteúdo principal.

V. Conteúdos:

- Definição formal de quadriláteros;
- Propriedades de alguns quadriláteros;
- Inclusão de classes de quadriláteros.

VI. Desenvolvimento da Aula:

- Realizar a chamada;
- Seguir a sequência de instruções presentes na Proposta Didática do Capítulo 4.

Aulas 12 e 13: Discussão sobre as Características de Quadriláteros

I. Assunto:

Quadriláteros.

II. Duração da Aula:

90 minutos.

III. Recurso Didático:

Quadro branco.

IV. Objetivos Específicos:

- Expor formalmente as propriedades dos quadriláteros;
- Despertar nos alunos o interesse por demonstrações.

V. Conteúdos:

- Definição formal de quadriláteros;
- Demonstração das propriedades de certos quadriláteros.

VI. Desenvolvimento da Aula:

- Realizar a chamada;
- Seguir a sequência de instruções presentes na Proposta Didática do Capítulo 4.

Aula 14: Troca de ideias sobre as Propriedades Estudadas

I. Assunto:

Quadriláteros.

II. Duração da Aula:

45 minutos.

III. Recurso Didático:

Quadro branco.

IV. Objetivos Específicos:

- Tiras as dúvidas e fortalecer as ideias da turma.

V. Conteúdos:

- Inclusão de classes de quadriláteros;
- Propriedades de alguns quadriláteros.

VI. Desenvolvimento da Aula:

- Realizar a chamada;
- Seguir a sequência de instruções presentes na Proposta Didática do Capítulo 4.

Aula 15: Exercício de Verificação de Aprendizagem

I. Assunto:

Quadriláteros.

II. Duração da Aula:

45 minutos.

III. Recurso Didático:

Material impresso.

IV. Objetivo Específico:

- Resumir e fixar o conteúdo estudado;
- Avaliar o aprendizado da turma.

V. Conteúdos:

- Definição, nomeação e classificação de quadriláteros;
- Construções geométricas de quadriláteros e inclusão de classes;
- Propriedades de paralelogramos e trapézios.

VI. Desenvolvimento da Aula:

- Realizar a chamada;
- Distribuir o material impresso;
- Orientar a turma sobre a avaliação;
- Passar uma atividade extraclasse conforme a instrução da Proposta Didática do Capítulo 4.