

The background of the cover is a dark, textured surface with various mathematical and geometric patterns. These include vertical lines, diagonal lines, and a grid-like structure, all rendered in a light, almost white color against a dark grey or black background. The patterns are somewhat irregular and layered, giving a sense of depth and complexity.

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
PROFMAT – MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE  
NACIONAL

ADALGISA LOUREIRO DE MELLO

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E AVALIAÇÃO CONCEITUAL:  
UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

DISSERTAÇÃO

PATO BRANCO  
2018

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
PROFMAT – MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE  
NACIONAL**

ADALGISA LOUREIRO DE MELLO

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E AVALIAÇÃO CONCEITUAL:  
UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM**

**PATO BRANCO**

**2018**

ADALGISA LOUREIRO DE MELLO

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E AVALIAÇÃO CONCEITUAL:  
UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do grau de Mestre em Matemática em Rede Nacional do Programa de Pós-Graduação da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Pato Branco.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dra. Janecler Aparecida Amorin Colombo

**PATO BRANCO**

**2018**

**Título da Dissertação N° 30**

***“RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E AVALIAÇÃO CONCEITUAL: UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM”***

por

**Adalgisa Loureiro de Mello**

Esta dissertação foi apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Matemática, sob a orientação da Profª. Drª. Janecler Aparecida Amarin Colombo, pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR - Câmpus Pato Branco, às 13:15hs do dia 23 de maio de 2018. O trabalho foi aprovado pela Banca Examinadora, composta pelos doutores:

---

Profª. Janecler A. A. Colombo Drª.  
(Presidente – UTFPR/Pato Branco)

---

Prof. André Pereira Pedroso, Dr.  
(UNIOESTE/Francisco Beltrão)

---

Prof. Marcio Bennemann, Dr.  
(UTFPR/Branco)

---

Prof. Adilson da Silveira, Dr.  
(Coordenador do PROFMAT/UTFPR)

\*A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do PROFMAT/UTFPR\*

M527r Mello, Adalgisa Loureiro de.  
Resolução de problemas e avaliação conceitual: uma experiência  
no ensino de função afim / Adalgisa Loureiro de Mello. -- 2018.  
123 f. : il. ; 30 cm.

Orientadora: Profa. Dra. Janecler Aparecida Amorin Colombo  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do  
Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em  
Rede Nacional. Pato Branco, PR, 2018.  
Bibliografia: f. 103 - 106.

1. Ensino - Metodologia. 2. Solução de problemas. 3. Avaliação. I.  
Colombo, Janecler Aparecida Amorin, orient. II. Universidade  
Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Mestrado Profissional  
em Matemática em Rede Nacional. III. Título.

CDD (22. ed.) 510

Ficha Catalográfica elaborada por  
Suélem Belmudes Cardoso CRB9/1630  
Biblioteca da UTFPR Campus Pato Branco

Dedico este trabalho ao meu filho Peterson, que literalmente fez parte desta história e também a minha querida mãe Beatriz, por todo amor, carinho e atenção.

## AGRADECIMENTOS

São muitas as lembranças dignas de agradecimento, contudo ao focar nestes quatro anos de trajetória para a consolidação de um dos ideais mais enobrecedores de minha vida acadêmica, o mestrado, não tenho como desmerecer as dificuldades todas, que me tornaram uma pessoa ainda mais forte, uma estudante ainda mais dedicada e mais ciente do meu potencial e da necessidade de buscar o conhecimento incessantemente.

Nesse período foram constantes os momentos de isolamento total para que o aprendizado acontecesse. Estudando, era desafiada a reconhecer fraquezas, mudar estratégias, a superar meus limites. Muitas foram as lágrimas de alegria pelas aprovações, doloridas, as de tristeza com a reprovação no exame de qualificação e o posterior afastamento do programa, mesmo sabendo que não eram consequência de incapacidade ou falta de dedicação. Provações necessárias que me levaram a perceber que era isso que eu realmente precisava aprender. Aprender o que é ter dificuldade, como passar pela experiência de ser reprovada, como é não ir para próxima etapa por décimos, o que é precisar de ajuda, enfim vivenciar na pele todas as glórias e dificuldades dos alunos que estão dentro de uma sala de aula.

Dessa forma, o mestrado contribuiu para que eu me tornasse não apenas uma pessoa melhor, mas uma professora muito melhor.

Por tudo isso, não posso deixar de agradecer:

A Deus por estar presente em todos os momentos de dificuldade, dando-me força para não desistir, entendimento para aprender com as situações vividas, sabedoria para bendizê-lo nos momentos difíceis, pois bendizer a Deus nos momentos bons é muito fácil!

A minha querida amiga Andreia Schallenberger, pelo companheirismo, por todas as viagens que realizou até a minha casa para estudarmos juntas, por não medir esforços para que nós duas conseguíssemos transpor os grandes obstáculos que se apresentaram em nosso percurso, por ser presença e por ser o presente que o mestrado me deu.

A minha amada mãe Beatriz, que me auxiliou em “tudo”, sobrecarregando-se, fazendo tudo que estava ao seu alcance para que eu tivesse mais tempo para dedicar-me às atividades do mestrado e pudesse assim concluí-lo. Pelo amor mais doce e verdadeiro, pela demonstração diária de cuidado, obrigada!

Ao meu companheiro Peterson Lobas, pela compreensão com minhas ausências, pelo apoio nos momentos de dificuldade emocional porque passei, pelo incentivo e por todas as nossas vivências que me fizeram muito mais consciente do meu papel no mundo.

A minha orientadora, professora Janecler Aparecida Amorin Colombo, por sua dedicação, comprometimento e responsabilidade com a orientação deste trabalho. Tais atitudes demonstram a profissional valorosa que é. Não posso deixar de mencionar o carinho, atenção e paciência com que fui recebida em cada encontro, tudo isso fundamental para que eu prosseguisse com muito mais tranquilidade e confiança.

Aos professores André Pereira Pedroso e Marcio Bennemann membros da banca examinadora, por sua disposição e contribuição prestada a este trabalho.

Aos participantes desta pesquisa, professores e alunos, agradeço pelas suas ações e atitudes cooperativas e colaborativas, facilitando o desenvolvimento de minha pesquisa.

Ao Instituto Federal do Paraná – Campus Palmas, pelo afastamento concedido para a realização do mestrado.

A minha prima Mariana Cardoso Loureiro pela disposição em me auxiliar com correção ortográfica e textual desse trabalho.

Aos meus colegas de mestrado turma PROFMAT-2014 e em especial à Adriane Lemes Silvestre, que, com sua capacidade intelectual invejável, sempre se prontificou a ajudar.

Aos professores do PROFMAT, por todo conhecimento comungado, pelas oportunidades de troca, fundamentais para o meu crescimento e conclusão do curso.

*“A mente que se abre a uma nova ideia jamais volta ao seu tamanho original”.*

(Albert Einstein)

## RESUMO

MELLO, Adalgisa Loureiro de. **Resolução de Problemas e Avaliação Conceitual:** uma proposta para o ensino de função afim. 2018. 123p. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, PR, 2018.

Este trabalho teve como principal objetivo trabalhar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas no ensino de função Afim, possibilitando aos alunos o contato com uma metodologia diferente do que habitualmente vem sendo-lhes ofertado. Para tanto, fez-se uma adaptação da proposta de Onuchic e Allevato (2011), compactando as dez etapas referenciadas pelas autoras em apenas quatro momentos. A aplicação da proposta foi feita em uma turma de 1º série do Ensino Médio do curso Técnico em Serviços Jurídicos do IFPR - Campus Palmas, que se apresentava composta por quarenta e três alunos, sendo que a professora pesquisadora não fazia parte do corpo docente responsável por eles. A pesquisa teve cunho qualitativo e buscou verificar a percepção dos alunos frente ao encaminhamento das aulas, além de analisar o nível de compreensão atingido pelos alunos em relação ao conteúdo trabalhado e estabelecer parâmetros para entender de forma mais abrangente o processo avaliativo. Os dados coletados foram analisados conforme a triangulação de métodos e os resultados obtidos revelaram que os alunos aderiram ao trabalho de forma positiva; no que diz respeito à aprendizagem, esta foi satisfatória considerando que a turma teve uma única exposição à nova metodologia; já a respeito da avaliação, pode-se afirmar que esteve presente durante todo o processo, tendo a “ficha de avaliação” como recurso para seu acompanhamento criterioso, de forma que contribuísse para que se tornasse realmente processual e formativa, como sugere o projeto político pedagógico do IFPR - Campus Palmas e tornando-se um ponto forte da proposta. A mudança de postura da professora pesquisadora e da grande maioria dos alunos diante da metodologia proposta também foi constatada, uma nova percepção sobre ensinar e aprender, passou a se relacionar com o conhecimento de forma muito mais gratificante e responsável, quesitos fundamentais para instigar a busca pelo conhecimento e a autonomia. Em consonância com o andamento de trabalho, os resultados foram surpreendentes e motivadores.

**Palavras-chave:** Metodologia. Resolução de Problemas. Avaliação.

## ABSTRACT

MELLO, Adalgisa Loureiro de. **Problem Solving and Conceptual Evaluation:** a proposal for the teaching of related function. 2018. 123p. Dissertation (Master in Mathematics in National Network) - Federal Technological University of Paraná, Pato Branco, PR, 2018.

This work had as its main objective to apply a Teaching-Learning-Assessment Methodology which uses a Problem-Solving Approach to teach linear function to a group of first-year high school students. This methodology was applied in order to present to these students an experience with a new way of learning and teaching that would be different from what is usually offered to them. Therefore, an adaptation of Onuchic and Allevato's (2011) proposal was made, compacting the proposal's ten steps to four. The proposal application was carried out with 43 first-year students from Technical High School in Legal Services at IFPR (Paraná Federal Institute of Education, Science and Technology) - Campus Palmas, and it is important to tell that researcher-teacher was not part of this grade teacher's staff. The research was qualitative and tried to verify what was the students' perception about the classes progress, besides analyzing the content's comprehension level reached by them, and establishing parameters to understand the evaluation process in a more comprehensive way. The collected data were analyzed according to the triangulation of methods, and the obtained results showed that the students engaged to the researcher-teacher's teaching approach in a positive way. Regarding the learning aspect, we can say it was satisfactory, considering that the group was exposed to the new methodology only once. Regarding evaluation, it is possible to say that the students were being evaluated during the whole process, because an "evaluation sheet" was used as a resource to monitor the students carefully, aiming that the evaluation process would become really processual and formative, as the IFPR's local political pedagogical project suggests. The evaluation process was one of the strongest aspects of our proposal. The researcher-teacher and the great majority students' change of posture towards the proposed methodology was visible, including a new perception about teaching and learning from the students and the researcher-teacher herself. The students also began to relate to the knowledge in a much more rewarding and responsible way, which is a primordial point to instigate their search for knowledge and autonomy. In consonance with the work progress, the results were surprising and motivating.

**Keywords:** Methodology. Problem Solving. Evaluation.

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

<b>BNCC</b>	Base Nacional Comum Curricular
<b>DCEs</b>	Diretrizes Curriculares da Educação Básica
<b>GEEM</b>	Grupo de Estudos do Ensino da Matemática
<b>GEEMPA</b>	Grupo de Estudos sobre o Ensino de Matemática de Porto Alegre
<b>GTERP</b>	Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas
<b>ICME</b>	Congresso Internacional de Educação Matemática
<b>IFPR</b>	Instituto Federal do Paraná
<b>LDB</b>	Leis de Diretrizes e Bases
<b>MMM</b>	Movimento da Matemática Moderna
<b>NCTM</b>	Conselho Nacional de Professores de Matemática
<b>NEDEM</b>	Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática
<b>PCNs</b>	Parâmetros Curriculares Nacionais
<b>PPP</b>	Projeto Político Pedagógico
<b>PROFMAT</b>	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
<b>TDM</b>	Teoria de Disciplina Mental
<b>UNESP</b>	Universidade Estadual Paulista

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1:	Ficha de Avaliação .....	49
Figura 2:	P1, P2 e P3, Pontos quaisquer do Plano .....	55
Figura 3:	Distância entre dois Pontos quaisquer no Plano.....	56
Figura 4:	Coeficiente linear da reta.....	57
Figura 5:	Raiz ou zero de uma função .....	57
Figura 6:	Coeficiente Angular da Reta .....	58
Figura 7:	Problema Gerador.....	62
Figura 8:	Alunos dispostos em grupos 1º momento.....	78
Figura 9:	Ficha de Avaliação .....	79
Figura 10:	Disposição dos alunos para participarem do 2º momento.....	81
Figura 11:	Organização da Resolução do Problema Gerador do G1 para discussão PG <sub>a</sub> , PG <sub>b</sub> , PG <sub>c</sub> . .....	85
Figura 12:	Organização da Resolução do Problema Gerador do G4 para discussão PG <sub>f</sub> , PG <sub>g1</sub> .....	85
Figura 13:	Item (a) do Problema Gerador, Resposta do G1, G2, G3, G4 e G5 .....	86

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1:	Operadora Tum, plano de pós-pago de 50 min .....	65
Gráfico 2:	Plano Pós-Pago de 100 minutos .....	77
Gráfico 3:	Auto avaliação x Conceitos atribuídos pela professora.....	90
Gráfico 4:	Visão dos alunos do 1º ano Téc. Jurídico do IFPR - Campus Palmas, quanto ao Método de Ensino Utilizado Habitualmente nas aulas de Matemática .....	93
Gráfico 5:	Apresentação de Alguma Dificuldade pelos Alunos nas aulas com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas .....	94
Gráfico 6:	Tipo de Dificuldade Apresentada pelos Alunos nas aulas com Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas .....	94
Gráfico 7:	Sistematização das Dificuldades Apresentadas pelos Alunos nas Aulas com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas .....	95

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	15
<b>2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS</b> .....	19
2.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS UM CENÁRIO HISTÓRICO .....	19
2.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS DOCUMENTOS OFICIAIS BRASILEIROS .....	27
2.3 ENSINAR MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA PROPOSTA ATUAL .....	31
2.3.1 Ensinar Matemática através da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação: uma Tarefa Docente Diferente .....	36
<b>3 AVALIAÇÃO CONCEITUAL NA PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS</b> .....	39
3.1 AVALIAÇÃO PERSPECTIVAS ATUAIS .....	39
3.2 AVALIAÇÃO EM MATEMÁTICA .....	42
3.3 AVALIAÇÃO CONCEITUAL NO IFPR – CAMPUS PALMAS .....	44
3.4 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO UMA ESTRATÉGIA NO PROCESSO DA AVALIAÇÃO CONCEITUAL .....	46
<b>4 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA</b> .....	50
<b>5 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM</b> .....	53
5.1 REVISÃO DE FUNÇÃO AFIM .....	53
5.2 DO PLANEJAMENTO .....	59
5.3 APRESENTAÇÃO FORMAL DO CONTEÚDO DE FUNÇÃO AFIM .....	67
5.4 ATIVIDADES COMPLEMENTARES .....	72
5.5 DA EXECUÇÃO .....	78
<b>6 DA ANÁLISE DA PROPOSTA</b> .....	82
6.1 DA ANÁLISE DA METODOLOGIA DE ENSINO APRENDIZAGEM- AVALIAÇÃO ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS APLICADA NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM .....	82
6.1.1 Do 1º Momento .....	83
6.1.2 Do 2º Momento .....	84
6.1.3 Do 3º Momento .....	87

6.1.4 Do 4º Momento .....	87
6.2 DA ANÁLISE DA APRENDIZAGEM E AVALIAÇÃO.....	88
6.3 DA ANÁLISE DA PERCEPÇÃO DOS ALUNOS .....	92
6.4 DAS PERCEPÇÕES GERAIS DA ANÁLISE.....	98
<b>7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>100</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>103</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>107</b>
<b>APÊNDICE A – PROBLEMA GERADOR.....</b>	<b>108</b>
<b>APÊNDICE B – FICHA DE AVALIAÇÃO .....</b>	<b>111</b>
<b>APÊNDICE C – PLANO DE APRESENTAÇÃO FORMAL DO CONTEÚDO.....</b>	<b>112</b>
<b>APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS.....</b>	<b>115</b>
<b>APÊNDICE E – ATIVIDADES COMPLEMENTARES .....</b>	<b>117</b>
<b>APÊNDICE F – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PROFESSORES.....</b>	<b>121</b>
<b>APÊNDICE G – TERMO DE COMPROMISSO LIVRE E ESCLARECIDO.....</b>	<b>122</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Quando se iniciou a busca por um tema para este trabalho de pesquisa, várias reflexões foram feitas trazendo à tona inquietações originárias do universo profissional e acadêmico da pesquisadora, mas que se estendiam também a muitos profissionais do Instituto Federal do Paraná (IFPR) – Campus Palmas e aos envolvidos na condição de mestrados no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT.

Uma das questões mais pungentes nesses dois âmbitos se referia à avaliação, que nas duas vertentes do conhecimento é conceitual. Contudo, um olhar mais apurado pode constatar que por mais que o idealizado fosse o acompanhamento do processo educativo, percebendo ganhos e deficiências em termos de aprendizado, a dificuldade em avaliar e ser avaliado persistia.

No IFPR não em decorrência da predisposição à estagnação, mas pela existência de certa dificuldade em avaliar os alunos de uma forma diversa daquela experienciada em toda formação e atuação, os professores em sua maioria, muitas vezes se limitam a formar uma nota a partir de dados numéricos, e em seguida a conversão de nota para conceito.

Fortemente contrariada com a maneira que vinha sendo avaliada no PROFMAT, e sabendo que o programa é imbuído da responsabilidade da formação de docentes, e ao invés de defender uma avaliação muito mais abrangente, que levaria em conta todo o processo ensino-aprendizagem, de forma a perceber o nível de apropriação do conhecimento a partir do acompanhamento criterioso do desenvolvimento do aluno, restringia-se a quantificação pura dos dados, com o processo avaliativo baseado em exames, ou seja, a avaliação se configurava, na maioria dos casos, reflexo de um único instrumento avaliativo, a prova escrita. Diante das evidências, as avaliações impostas aos mestrados, percebeu-se que o ideal sobre esta questão não fora alcançado na realidade.

A fim de procurar amparo, esclarecer dúvidas e proporcionar aos seus alunos uma avaliação conceitual diferente da que vinha sendo submetida no PROFMAT, fez-se uma consulta ao Projeto Político Pedagógico - PPP do IFPR, porém se percebeu que o item que se referia a avaliação conceitual era muito “pobre” e pouco acrescentou, assim verificou-se que um estudo mais detalhado sobre o tema serviria também como uma contribuição a essa instituição.

A partir dessas observações, o tema para este projeto não poderia se desvincular da diretriz avaliação propiciando a pesquisadora um olhar mais apurado sobre essa questão de forma a transformar sua postura enquanto avaliadora. Nortear o trabalho de forma a contribuir

com o entendimento de como compor de uma nota mais justa e realmente resultante de todo o desempenho frente à aquisição do conhecimento parecia bastante relevante.

Uma experiência pessoal foi determinante na confirmação da necessidade de se voltar a tão contestada avaliação, quando a proposição do trabalho já estava praticamente definido, a pesquisadora prestou pela segunda vez e última oportunidade o exame de qualificação e como resultado se deparou com a realidade da falta de dois décimos para alcançar a nota mínima exigida para aprovação. Com esse resultado, teve sua eliminação do programa. Diante do exposto, houve a necessidade de enfrentar novo exame de acesso ao PROFMAT. Concluída essa etapa, a escolha do tema da pesquisa aconteceu tendo como suporte um novo olhar e novos direcionamentos, contudo sem menosprezar a inquietação sentida quanto à avaliação. Mais uma vez, uma reflexão sobre esse aspecto do fazer pedagógico se fazia necessário.

Outra inquietação vem à tona, a forma de ensinar. Com 18 anos de experiência na docência inovar, ousar, instigar, desafiar parecem ingredientes bastante produtivos em se tratando de aprendizagem, contudo, na grande maioria das vezes, as aulas ministradas se limitam ao universo da aula expositiva dialogada, baseadas na explicação do professor, seguida da apresentação de exemplos e, posteriormente, aplicação de exercícios, sendo alguns de raciocínio e uma vasta lista daqueles com a função de fixação. Partindo dessa realidade que privilegiava no momento de ensinar os mesmos moldes de aprendizado recebidos, sem grandes alterações, sentiu-se necessidade de extrapolar, desviando da máxima que sintetiza que a forma de ensinar é resultado direto da forma de aprender.

Paralelamente a essas considerações, percebeu-se que trabalhar com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas proposta por Onuchic e Allevato (2011), seria um desafio promissor, pois traria grandes contribuições ao desenvolvimento profissional da pesquisadora, possibilitando a inovação de suas práticas metodológicas em sala de aula, bem como a direcionaria a novas perspectivas de ensino.

O conteúdo de função afim foi escolhido para a aplicação de uma proposta de aulas porque possibilitaria a elaboração de problemas contextualizados, bem próximos à realidade dos alunos, apresentando, portanto características reais e do cotidiano. O desafiador foi agregar a questão da avaliação ao conteúdo escolhido para ser o tema da pesquisa. Como envolvê-la nesse contexto? Contando com o tipo de avaliação exigido pelo IFPR, conceitual, diferente da grande maioria das entidades de ensino de Palmas-PR, e com o fato de que a metodologia em questão faz referência à avaliação, o impasse foi resolvido. O problema de pesquisa se configurou de acordo com esta enunciação: Como os alunos do Ensino Médio,

percebem, compreendem o conteúdo e são avaliados em uma proposta de aulas de Matemática baseada em uma adaptação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas?

Nesse caso, o desafio foi estabelecido em decorrência da própria formação e atuação da pesquisadora enquanto professora, que antevia a dificuldade que os alunos apresentariam com o conteúdo diante desse novo encaminhamento e a dificuldade na concretização da proposta caso a turma fosse bastante numerosa.

Traçados os primeiros eixos, definiu-se como o objetivo principal da pesquisa: desenvolver e aplicar uma proposta de aulas de Matemática baseada na Metodologia de Ensino- Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, verificando a percepção dos educandos quanto às aulas e conteúdo, e, além disso, perceber de maneira mais incisiva como se deu a aprendizagem diante do processo avaliativo da proposta.

Para dar conta deste objetivo principal foram traçadas algumas ações que se configuraram nos objetivos específicos da pesquisa:

- Adaptar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas proposta por Onuchic e Allevato (2011) à realidade do professor pesquisador, considerando a avaliação conceitual.
- Elaborar uma proposta de aula baseada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas para o objeto de ensino função afim.
- Elaborar mecanismos de avaliação que possibilitem e facilitem a avaliação conceitual.
- Aplicar a proposta de aula em turma do 1º ano do Ensino Médio.
- Verificar como se deu o ensino, aprendizagem e avaliação através da metodologia proposta.
- Analisar a proposta metodológica como facilitadora do processo de avaliação conceitual.
- Encontrar na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, alternativa viável de inovação dos recursos metodológicos utilizados nas aulas de matemática.
- Reconhecer as potencialidades e fragilidades dos educandos diante de uma nova proposta metodológica.

Com o intuito de perceber se haviam trabalhos sobre Resolução de Problemas na perspectiva que se pensou esta pesquisa, se procedeu uma busca e verificou-se a existência de um grupo de pesquisa bastante atuante na área, na universidade Estadual Paulista (UNESP), mas essa área de pesquisa poderia ainda ser muito explorada. Já nas dissertações do

PROFMAT, não houve nenhum registro referente à Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, o que de certa forma justificou e valorizou a realização deste trabalho de pesquisa, ainda mais porque abordaria tema específico do currículo de Matemática da Educação Básica e teria impacto imediato em sala de aula.

Esta pesquisa foi estruturada iniciando pela presente introdução, seguida por cinco seções e finalizando com as considerações finais, conforme o descrito brevemente a seguir:

No capítulo 2, foi feita a revisão teórica referente à Resolução de Problemas, traçando seu cenário histórico, o tratamento do tema em documentos oficiais nacionais e uma abordagem também específica sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas proposta por Onuchic e Allevato (2011).

No capítulo 3, estabeleceu-se considerações sobre as perspectivas atuais de avaliação, a avaliação em matemática e a avaliação conceitual, tratando da Resolução de Problemas também como uma estratégia para avaliação conceitual

No capítulo 4, foram abordados os aspectos metodológicos da pesquisa.

No capítulo 5, tratou-se da Resolução de Problemas como metodologia para o ensino de função afim, através de uma revisão sobre os aspectos teóricos do conteúdo de função afim, seguido da apresentação de um relatório do planejamento e da execução da proposta metodológica.

No capítulo 6, realizou-se a análise da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas aplicada ao ensino de função afim, a partir das percepções dos alunos diante da metodologia, da verificação de como se deu a aprendizagem desse conteúdo e de como transcorreu todo o processo avaliativo. Foram ainda apresentadas as perspectivas gerais da análise, nesta etapa.

No tocante às considerações finais, estas foram redigidas retomando o problema de pesquisa, respondendo-o com as devidas considerações e interpretações, feitas a partir de uma análise realizada no capítulo anterior.

## 2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Esse capítulo trata dos aspectos gerais da Resolução de Problemas, trazendo um breve relato de um “recorte” histórico, seu desenvolvimento no cenário mundial e nacional, a partir do séc. XX, apresentando também o tratamento dado à Resolução de Problemas nos documentos oficiais brasileiros, porém cabe pontuar que a Resolução de Problemas é uma das mais antigas metodologias de ensino de matemática.

### 2.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS UM CENÁRIO HISTÓRICO

O século XX foi marcado por grandes guerras civis e também por muitos avanços tecnológicos. A Educação Matemática também passou por mudanças significativas, sendo que muitas ocorreram e foram ocasionadas pela tentativa de resolução de problemas que apareceram para a humanidade. Assim, temos uma matemática desenvolvendo-se para resolver os problemas da sociedade.

Conforme Thorndike (1936, p. 16):

Os novos métodos de ensinar aritmética, de maneira geral, apresentam a preocupação de que a abordagem auxilie na vida prática, determinando em que o fato numérico pode ser utilizado longe do ambiente escolar. Busca, portanto, estabelecer, entre fatos reais e a aritmética, conexões necessárias para a vivência social.

As teorias pedagógicas e psicológicas geralmente funcionam interligadas, uma apoiando a outra, por isso da complexidade inerente à aprendizagem. Entretanto, “os educadores do século XX rejeitavam a Teoria da Disciplina Mental, em que os educadores do século XIX acreditavam, que a mente requeria exercício ou disciplina, para se desenvolver” (ONUCCI, 2011, p. 1)

A Teoria de Disciplina Mental (TDM) é uma teoria psicológica baseada no fortalecimento da disciplina, treinamento das capacidades mentais através de exercícios de repetição, sendo o produto final o que importa. Os currículos, desde o século XIX, eram orientados por essa teoria, que valorizava a resposta final e desconsiderava o desenvolvimento, o “meio” de se chegar até o resultado.

Tendo em vista que no século seguinte, a sociedade vivenciava um momento de transformação, passagem da sociedade agrícola para industrial, foi necessário que a

Matemática suprisse as necessidades exigidas pelos avanços tecnológicos. Assim, esta área do conhecimento se direcionou também ao serviço do desenvolvimento das tecnologias.

Thorndike e Woodworth (1901) realizaram uma pesquisa e publicaram seu trabalho em forma de artigo intitulado “A influência da melhoria em uma função mental sobre a eficiência de outra função”<sup>1</sup>, o qual contraria fortemente a TDM. Suas ideias foram acolhidas com grande simpatia por matemáticos, psicólogos e interessados pelo ensino de Matemática.

Como o conhecimento não é estático, anos após surge uma nova teoria psicológica o Conexionismo, que compara o processo cognitivo ao funcionamento de um computador. Ao cérebro compete a carga de processador e aos neurônios, a vasta rede interligada de informações. O conhecimento é adquirido através da rede, durante o processo de aprendizagem, e as forças existentes entre a rede neural é que armazenam os conhecimentos adquiridos. Tal teoria defende que a aprendizagem é fruto das inúmeras conexões estabelecidas entre informações. Além disso, conforme Wiethan (2012, p. 985), “as técnicas de simulação conexionista colaboraram para compreender melhor a maneira como as funções mentais são adquiridas, armazenadas, processadas e, em certos casos, perdidas”.

Tendo em vista esse sistema, Brownell<sup>2</sup> (1944), citado por Onuchic (2014, p. 19), determina que:

Qualquer aprendizagem é modelada a partir de adição, ligação, eliminação e organização de conexões, as quais acontecem no momento das situações respostas. Sendo assim, quando se coloca um indivíduo em uma situação problema, que exija uma resposta, concomitantemente se estabelecerá uma organização, conexão e ligação de situações pertinentes para formulação da resposta, propiciando a aprendizagem e o desenvolvimento cada vez maior da função mental.

Sobre o desenvolvimento da melhoria da função mental, uma pesquisa realizada com o apoio de Thorndike voltou seus esforços ao desenvolvimento do conexionismo. “Embasado nessa teoria o pesquisador escreveu, em 1921, Os novos Métodos da Aritmética, publicado no Brasil, em português em 1936” (ONUCHIC, *et al.*, 2014, p. 20). Nesse livro o autor afirma que a Aritmética ensinada deveria servir para a vida, e que os problemas deveriam ser pensados de forma a servirem para vida real. De acordo com Onuchic (2014), Thorndike apresenta na obra, técnicas de resolução de problemas, que consistiam basicamente em:

- 1) Sabe-se como resolver o problema prossiga e resolva-o;

---

<sup>1</sup> *The Influence Of Improvement In One Mental Function Upon The Efficiency Of Other Functions.*

<sup>2</sup> BROWNELL, W. *The Progressive Nature of Learning in Mathematics.* 1944, p.26-35. in **Mathematics Teacher**, *100 years of Mathematics Teacher. National Council of Teacher of Mathematics*, v. 100. Special Issue. 2007.

- 2) Se não consegue visualizar uma forma de resolução, considere a questão os dados e faça questionamentos ao problema: Qual é a pergunta feita? Como utilizar os dados? O que fazer com os números e o que significam?
- 3) Fazer um planejamento de como irá proceder na resolução;
- 4) Analisar a resposta, verificando se está de acordo com o solicitado no problema.

Através da referenciada leitura é visível a significância dos questionamentos feitos ao problema, bem como a tentativa de interligar as respostas com a aritmética da vida real. Mediante tal concepção, percebe-se a intenção de buscar um significado real para a Aritmética.

Nos Estados Unidos a partir da metade da década de 1930 até final da década de 1940, a teoria psicológica vigente foi a “teoria significativa”, de Willian Brownell, que dava maior atenção aos processos de aprendizagem e não somente ao produto. Foi neste contexto que a Resolução de Problemas conseguiu se constituir como teoria, através de George Polya, considerado pela comunidade americana a maior autoridade em Resolução de Problemas no país. Sobre o assunto, o cientista publicou em 1945 o livro intitulado “A Arte de Resolver Problemas”, que foi amplamente comercializado e difundido, e que apresenta quatro fases para Resolução de um Problema.

Segundo Polya (1995), a resolução de um problema se dá através de quatro etapas, que em síntese apresentam as ideias abaixo relacionadas:

- a) **Compreender o Problema:** Qual a incógnita? Quais os dados? Qual a condição? É possível determinar a incógnita através da condição? É suficiente? É indiferente? Ou é contraditória?
- b) **Estabelecer um Plano:**
  - Já se deparou com um problema semelhante antes? Ou o mesmo problema foi colocado de forma diferente?
  - Já viu algum problema que tenha relação com esse? Conhece algum problema similar que poderá ser útil?
  - Lembra-se de algum problema que tenha a mesma incógnita?
  - Se conhece um problema correlato que já fora resolvido, é viável utilizar seu resultado? Poderia utilizar o mesmo método? Deve acrescentar algum outro elemento para poder então utilizá-lo?
  - O problema pode ser escrito de outra forma? Retome as definições.
- c) **Execução do Plano:**

- Durante a execução do plano de resolução, verificar cada passo.
- É possível verificar se cada passo está correto? Consegue demonstrar?

**d) Retrospecto:**

- Pode-se verificar a solução obtida? Consegue verificar o raciocínio utilizado?
- Há um caminho diferente para se chegar ao resultado? É fácil perceber isso?
- Existe a possibilidade de empregar o resultado ou o método em um outro problema?

Para Onuchic (2014) a pesquisa de Polya sobre a resolução de problemas, vai muito além da apresentação dos encaminhamentos referenciados acima, contemplados em duas páginas de seu livro. Tendo a preocupação de que os estudantes melhorassem suas habilidades de resolução de problemas, Polya voltou-se para os professores, os quais deveriam fundamentalmente se tornar bons “resolvedores” de problemas. Assim, dedicou-se a publicação de vários livros, cujo público alvo eram os professores, de maneira a promover uma aula de Matemática mais significativa, a partir da discussão de muitos problemas desenvolvidos em um ambiente de averiguação.

Historicamente, a pesquisa sobre resolução de problemas foi tomando “corpo” nos Estados Unidos a partir de 1945 com a publicação do livro *A Arte de Resolver Problemas*. Posteriormente, atingiu outros países do mundo, sendo que ao final da década de 1960, expandiu-se ainda mais com o trabalho de Jeremy Kilpatrick, que revisou a pesquisa já existente sobre o tema.

Cabe ressaltar que, segundo Onuchic (2014), em 1972, no Segundo Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME), onde palestrantes de diversas nacionalidades discutiram a Resolução de Problemas, Polya, como palestrante homenageado, em sua fala, defendeu a ideia de considerá-la uma estratégia de ensino. A partir desse encontro de pensadores, notava-se que a Resolução de Problemas estava ganhando um espaço considerável em trabalhos realizados pelo mundo, embora possuísse ainda roupagens muito distintas, em cada tentativa de elucidá-la. Por certo, ficou a certeza de que as pesquisas do mundo, naquele momento, voltavam-se a Resolução de Problemas.

Muito provavelmente, originados pelos estudos e discursos a cerca da Resolução de problemas no ICME de 1972 aconteceu em 1975 o primeiro “Seminário de pesquisa sobre Resolução de Problemas em Educação Matemática”, tal seminário reuniu pessoas que estavam pesquisando resolução de problemas a alguns anos, para discutir tal tema encontraram-se na Universidade da Geórgia por cinco vezes ao longo do ano (ONUCHIC, *et al.*, 2014, p. 25).

Outrossim, esse evento, durante os cinco anos que teve de existência, propiciou que os pesquisadores envolvidos com essa linha de pensamento se mantivessem engajados e formassem um grupo seletivo e crítico, que publicou, principalmente nos Estados Unidos, o resultado de suas pesquisas.

Já em 1980, o livro intitulado como *A Resolução de Problemas na Matemática Escolar* foi publicado pelo “Conselho Nacional de Professores de Matemática” (NCTM) dos Estados Unidos, sendo formado por 22 artigos, que servem de referência a professores, para poderem trabalhar em sala de aula com essa abordagem de ensino mais questionadora.

A comunidade norte americana influenciou bastante os demais países no que se refere à Resolução de Problemas, porém os estudos anteriores a 1980, os quais se embasaram no livro *A Arte de Resolver Problemas*, de Polya, desenvolveram-se paralelamente ao currículo escolar oficial, que estava pautado pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM), originado a partir de meados da década de 1950, com a pretensão de reformular e adequar o currículo de Matemática. De acordo com Soares (2008) havia consenso por parte de matemáticos, professores e educadores de vários países, sobre as discrepâncias enfrentadas pela Matemática naquele momento, havendo a necessidade de uma modernização do currículo do Ensino de Matemática.

Em se tratando de Brasil, segundo Alves e Silveira (2017), essas ideias renovadoras surgiram e ganharam força com a criação de grupos intelectuais de liderança, dentre os quais o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM), criado no estado de São Paulo, em 1961; o Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática (NEDEM), criado no estado do Paraná, em 1962; e o Grupo de Estudos sobre o Ensino de Matemática de Porto Alegre (GEEMPA), criado no Rio Grande do Sul, em 1970.

Diante dessas considerações é notório afirmar que o MMM foi criado com intuito de propiciar a “revolução” do ensino de Matemática, democratizando o ensino através de uma “pedagogia ativa e aberta”. Entretanto, desencadeou sim, um ensino formalizado ao extremo, privado de qualquer suporte intuitivo, sendo altamente seletivo e baseado em situações hipotéticas. Tudo isso devido às distorções de interpretação, que comprometeram o sucesso do intento.

Mesmo o currículo americano tendo sido pautado pelo MMM por cerca de 30 anos e este ter influenciado outros países, incluindo o Brasil, os resultados práticos não foram os esperados, pois o desempenho acadêmico dos alunos não estava satisfatório no que tangia ao ensino de Matemática. Nas palavras de Onochic *et al.* (2014, p. 27):

[...] no que se refere à aprendizagem dos alunos no ensino de Matemática, testes internacionais vieram comprovar que crianças norte-americanas apresentavam baixo rendimento em resolução de problemas matemáticos, se comparadas a, por exemplo, crianças do Oriente, cujo currículo matemático era orientado por outros modelos. Frente a esses resultados, era preciso uma nova mudança curricular, com vistas a melhor preparar os estudantes de Matemática, [...].

Como consequência dessa frustração, os Estados Unidos delinearam um movimento fraco, interno e sem muita repercussão de retorno às bases, isto é, retorno à teoria “conexionista”. Dessa forma, mesmo que timidamente, a Resolução de Problemas começa a ganhar espaço nos currículos americanos e, posteriormente, estende-se a outros países, ganhando um espaço maior.

Segundo Colombo e Lagos (2005), em 1980, o NCTM sugeria que a matemática escolar fosse focada na Resolução de Problemas, orientando através do documento “Uma Agenda para Ação-Recomendações para Matemática Escolar para a década de 1980”<sup>3</sup> que a Resolução de Problema deveria considerar “[...] Aplicação da matemática no mundo real, servindo à teoria e a prática de ciências atuais e emergentes, resolvendo questões que ultrapassem as fronteiras das ciências matemáticas” (NTCM<sup>4</sup>, 1980 citado por ONUCHIC *et al.*, 2014, p. 28).

A NCTM lançou em 1989 *Padrões de Currículo e Avaliação para a Matemática Escolar*<sup>5</sup> e em 1991 *Padrões Profissionais para o Ensino de Matemática*<sup>6</sup>, tais documentos tinham como objetivo ação política, pautando o currículo escolar, bem como dar sustentação aos documentos produzidos nos Estados Unidos nas décadas de 1980 e 1990 (ONUCHIC, 2014, p. 30-31):

Ainda em relação ao NCTM, seu documento de maior repercussão foi publicado em 2000, *Princípios e Padrões para a Matemática Escolar*<sup>7</sup>, conhecido como Standards 2000, no qual se encontra uma coletânea de trabalhos das décadas de 80 e 90, incluindo a base teórica produzida nos anos de 1970. Essa produção foi fundamental para implantação, sistematização e divulgação da Resolução de Problema no currículo escolar americano, bem como projetou reflexo nos currículos do mundo inteiro.

Foi, de fato a partir dos Standards 2000 que os educadores matemáticos passaram a pensar numa metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. Nessa concepção, o problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo co-

<sup>3</sup> *An Agenda for action-recommendations for Scholl Mathematics of the 1980s.*

<sup>4</sup> NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Mathematics Teacher*. 1980.

<sup>5</sup> *Curriculum and Evaluation Standards for the School Mathematics.*

<sup>6</sup> *Professional Standards for Teaching Mathematics.*

<sup>7</sup> *Principles and Standards for School Mathematics (2000).*

construtores de seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir esse processo (ONUChIC; ALLEVATO, 2011, p. 79-80).

Desta forma, não se pode deixar de reconhecer a importância do NCTM para a divulgação e implementação da Resolução de Problemas como metodologia de ensino em diversos países sob a influência norte-americana, bem como documentação e propulsora de pesquisas produzidas nesse campo de trabalho.

A partir de então, as pesquisas nessa área sofreram grandes avanços, passando a tratar essa abordagem de estudo como uma metodologia de ensino na qual a resolução de problemas deveria ter um enfoque mais abrangente, dimensionado as reflexões para além do enunciado, visando alterar a situação presente, através da sua resignificação, bem como direcionar a um futuro embora desconhecido, promissor.

Na década que sucede 1980, nos Estados Unidos, houve grande fomento nas comunidades científicas relativo à Resolução de Problemas, entretanto, conforme Schoenfeld<sup>8</sup> (2008, citado por ONUChIC, 2014, p. 28), “fez-se muita ‘propaganda’ referente a Resolução de Problemas, porém na maioria das escolas americanas sua implantação foi uma farsa”. Comprovando a pertinência dessa colocação, cabe ressaltar que as editoras de livros, nesse período, apenas criavam capítulos com título Resolução de Problemas. Contudo, estes traziam simplesmente a resolução de problemas pelo enunciado, sem chegar a efetivar a essência da metodologia proposta.

Diante de tantas dificuldades, acreditou-se que o principal problema, para a efetivação a contento da referida proposta, se deu devido à produção inapropriada de materiais de apoio aos professores em sala. Tais recursos não concordavam quanto ao objeto a ser alcançado, não havia uma distinção clara entre termos utilizados, alguns autores teorizavam sobre tema, promovendo estratégias de ensino, outros falavam sobre o ensino formal, apontando que este seria a base necessária para resolver um problema. Quanto a essas considerações, Schroeder e Lester<sup>9</sup> (1989 citado por ONUChIC; ALEVATTO, 2011, p. 79) apresentam três diferentes formas de abordagem para que possamos refletir, “(1) ensinar sobre a Resolução de Problemas; (2) ensinar matemática para resolver problemas; (3) ensinar matemática através da resolução de problemas”.

---

<sup>8</sup> SCHOENFELD, A. H. *Problem solving in the United States, 1970-2008: research and theory, practice and politics*, p. 537-551. In: **ZDM Mathematics Education**. Springer: Karlsruhe, 2007.

<sup>9</sup> SCHROEDER, T. L.; LESTER, JR. F. K. *Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving*. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: NTC, 1989, p. 31-42.

Conforme Schroeder e Lester (1989 citado por ONUCHIC, 2014), ensinar “sobre” resolução de problemas consiste em aplicar o método proposto por Polya; ensinar “para” resolver problemas é a utilização da matemática que o aluno aprendeu, como forma aplicada na resolução do problema sendo ele de seu cotidiano ou não; já ensinar “através” da resolução de problemas consiste no ensino de tópicos matemáticos, iniciados por uma situação-problema que será base para o desenvolvimento do tópico, bem como das técnicas matemáticas, em outras palavras significa “fazer matemática”.

No Brasil, segundo Fiorentini (1994), foi a partir de 1970 que se inicia a pesquisa na área da educação matemática, devido a implantação dos cursos de pós-graduação no país. Não obstante, até 1990 havia algumas poucas pesquisas diretamente relacionadas à resolução de problemas. Valendo lembrar que alguns dos precursores dessa pesquisa no Brasil são Maria Ines Boldrin, Eliana Frezzato Santos, Luiz Roberto Dante, Mauro Toledo, Maria Bicudo, entre outros.

Mesmo que nos anos de 1980 no mundo, a Resolução de Problemas estivesse em alta, no Brasil, nesse período, é que se iniciaram as discussões e o ensino de Matemática através da Resolução de Problemas, culminando na década de 1990, especificamente em 1997, com a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), documento que serviu como subsídio para apoiar o projeto curricular da escola e que encara a utilização da resolução de problemas como estratégia de ensino. Tal documento é até hoje o norteador do currículo nacional.

Ainda em se tratando de iniciativas brasileiras, a partir de 1992 foi criado o Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas – GTERP, na Universidade Estadual Paulista (UNESP), em Rio Claro, sendo o trabalho dos estudiosos coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, desde o início até os dias de hoje. Um de seus principais objetivos é o de tentar manter-se atualizado quanto as concepções em Educação Matemática e, atualmente, a sua linha de pesquisa se apoia no Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, como metodologia de ensino (GTERP, 2017).

Para efetivação de seus ideais, essa comunidade publica livros, onde seus trabalhos são apresentados e dessa forma já contribuíram muito com o desenvolvimento da Resolução de Problemas no país. Além de que essas pesquisas fomentam o prosseguimento do trabalho investigativo que se desenvolverá.

As pesquisas na área de Educação Matemática no Brasil e no mundo se devem a crescente necessidade de adequar a matemática apreendida nas escolas às necessidades das

diversas áreas de atuação no mundo contemporâneo, pois esse ramo do conhecimento é um poderoso instrumento, visto que se configura num subsídio indispensável a diversas áreas das ciências.

## 2.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS DOCUMENTOS OFICIAIS BRASILEIROS

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) se constituem em um documento norteador da educação e do currículo escolar em todo país. Apresenta orientações didáticas, que servem como base de uma reflexão sobre como se ensina ou se está ensinando.

Sua composição é aberta e flexível, devido à vasta extensão territorial do país, má distribuição de renda, diversidade social e cultural, podendo ser adaptado conforme as necessidades de cada estado, município e escola, desde que atenda as necessidades da comunidade local.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais constituem o primeiro nível de concretização curricular. São uma referência nacional para o ensino fundamental; estabelecem uma meta educacional para a qual devem convergir as ações políticas do Ministério da Educação e do Desporto, tais como os projetos ligados à sua competência na formação inicial e continuada de professores, à análise e compra de livros e outros materiais didáticos e à avaliação nacional (BRASIL, 1997, p. 29).

Conforme PCNs (BRASIL, 1997, p. 32) “há uma discussão ao longo de tempo com relação à Resolução de Problemas, e o que é considerável, é que tradicionalmente não vem sendo utilizado de maneira a contribuir com ensino”. A metodologia frequentemente é usada como aplicação de um conhecimento prévio, ou seja, ensina-se o conteúdo e após, verifica-se através de um problema se o aluno é capaz de aplicar o que lhe fora ensinado. Ou seja, o entendimento da maioria sobre a resolução de um problema está pautado na premissa de que o desenvolvimento da solução se restringe no desenvolvimento de cálculos relativos ao enunciado ou da aplicação de algum modelo algo já trabalhado em sala de aula. Dessa forma o aluno está aprendendo por imitação/reprodução.

Em vista disso, há uma crítica feita na redação dos PCNs que se refere às formas tradicionais e equivocadas de se trabalhar a resolução de problemas, bem como orientações cabíveis, as quais deveriam ser seguidas pelos profissionais da educação matemática.

A proposta de resolução de problemas é assim, conforme PCNs (BRASIL, 1997, p. 32):

- A proposta inicial é o problema e não a definição de conteúdo matemático. No desenvolvimento do problema devem ser abordados métodos matemáticos, ideias e conceitos. Os alunos devem desenvolver algumas estratégias para resolver o problema.
- Um problema não é um exercício que possa ser resolvido de forma mecânica.
- O aluno deve utilizar situações já conhecidas, aproximações ao conceito para que possa resolver o problema.
- A construção do conceito não se dá ao responder um problema, e sim se constrói um campo de conceito para resolver muitos problemas. Articulação entre conceitos, generalizações.
- A Resolução de Problemas deve ser uma orientação para aprendizagem, e não ser desenvolvida em paralelo ao processo, ou como mera aplicação.

Logo, pelo disposto acima, um problema matemático é algo que não se pode resolver de imediato, é necessário previamente a realização de algumas estratégias para só aí se direcionar a uma solução.

Há de se levar em conta o fato de que o que constitui um problema para um, pode não ser um problema para outro, devido às diferenças intelectuais existentes. Então, se um problema é resolvido várias vezes ou se há problemas muito similares, este pode deixar de ser um problema e passar a ser um exercício.

Valendo-se de tal diferenciação, é relevante estar ciente de que o problema deve propiciar ao aluno a interpretação do enunciado, de forma que consiga pensar na situação posta, fazer conexões com seus conhecimentos prévios, elaborar uma estratégia de resolução, chegar a uma solução e poder verificá-la. Deve, portanto, conseguir aplicar os conceitos construídos em outros problemas ou em outras situações as quais couberem a linha de pensamento abordada, pois procedendo de tal forma o aluno desenvolve a sua autonomia quanto à construção do conhecimento. Ideal este, claramente amparado pelos PCNs, como no disposto abaixo:

A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança (BRASIL, 1998, p. 40).

De acordo com PCNs (BRASIL, 2000, p. 40), “a matemática do Ensino Médio deve servir de instrumento, conjunto de técnicas e estratégias a ser aplicada nas diversas áreas do conhecimento, bem como nas atividades profissionais”. Em prol de se conseguir seguir essa

intenção é importante que os alunos desenvolvam a iniciativa e a segurança, para adaptá-las em diversos contextos e no momento oportuno.

Mais especificamente tratando dos conhecimentos matemáticos a serem aplicados no mundo profissional e nos diversos contextos, a realidade é que a evolução tecnológica sofre alterações constantes, exigindo que a matemática acompanhe tais avanços e que o indivíduo consiga processar essas mudanças, mantendo-se adaptado. Caso este não consiga ajustar-se ou não tenha entendimento do contexto, o resultado será a “exclusão”, em outras palavras, o mercado de trabalho o refutará. E é nesse viés que a Resolução de Problema vem a contribuir, propiciando a autônima do aluno-cidadão.

Nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio temos que:

[...] a aprendizagem de um novo conceito matemático dar-se-ia pela apresentação de uma situação problema ao aluno, ficando a formalização do conceito como a última etapa do processo de aprendizagem. Nesse caso, caberia ao aluno a construção do conhecimento matemático que permite resolver o problema, tendo o professor como um mediador e orientador do processo ensino-aprendizagem, responsável pela sistematização do novo conhecimento (BRASIL, 2006, p. 81).

De acordo com os aspectos apontados, os PCNs vêm contribuir com o desenvolvimento da Resolução de Problemas de forma bastante significativa, pois com tal documento sugerindo a resolução de problemas como estratégia de ensino de Matemática, as pesquisas na área ganham certo respaldo, bem como suas aplicações.

[...] a resolução de problemas é uma importante estratégia de ensino. Os alunos, confrontados com situações-problema, novas mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem autoconfiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação (BRASIL, 2000, p. 52).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é o documento que define as aprendizagens essenciais, as quais todos os alunos têm o direito de adquirir ao longo da educação básica. Tal documento é único, para todo Ensino Básico, sendo em dezembro de 2017 homologadas as etapas da Educação Infantil e Ensino Fundamental, com a expectativa para que a etapa do Ensino Médio seja publicada em meados de 2018.

Conforme Brasil (2017, p. 5):

A BNCC está prevista na constituição de 1988, na LDB de 1996 e no Plano Nacional de Educação de 2014, devendo ser obrigatoriamente observada na elaboração dos currículos de toda rede educacional pública e privada. Nesse caso podemos observar que a BNCC e o currículo tem papéis complementares, enquanto a BNCC estabelece a direção aonde se quer chegar, o currículo o é caminho a ser seguido. Cabe lembrar que neste ano os currículos deverão estar sofrendo transformações para se adequarem a BNCC.

A BNCC apresenta dez competências gerais, as quais devem ser desenvolvidas pelo aluno ao longo da educação básica (Educação infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio) e que norteiam as aprendizagens em todas as áreas.

Na BNCC, competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioeconômicas), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2017, p. 6).

Em se tratando da 2<sup>a</sup> competência, esta se relaciona à resolução de problemas, pois seu conteúdo se direciona ao exercício da curiosidade intelectual, desenvolvida através de práticas que privilegiem a investigação, reflexão, análise crítica, imaginação e criatividade, com o intuito de investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (até mesmo tecnológicas) utilizando-se dos conhecimentos das diferentes áreas, conforme Brasil (2017).

Aparecem em vários pontos da BNCC termos como “formulação”, “resolução de problemas”, bem como os “mecanismos criativos para encontrar soluções”, o que induz a um questionamento: “Se há uma necessidade de se ensinar a resolver problemas, qual ou quais devem ser as metodologias mais apropriadas?”. O documento não explana essa situação de forma clara e objetiva, mas sim a trata com superficialidade, sendo que a visão de como fazer matemática aparece apenas de forma implícita no texto. Podemos considerar isso um retrocesso quando comparado aos PCNs, que trabalham de forma a dar uma significativa importância às metodologias de ensino de matemática, com textos claros e concisos, demonstrando o que é realmente relevante e fazendo jus a um documento que carrega a incumbência de ser referência nacional.

Não é de hoje que a Educação Matemática tem seu espaço e ganha credibilidade, sendo reconhecida como um campo do conhecimento bastante profícuo, amplamente explorado através de inúmeras pesquisas. Contudo, a impressão que se tem, é que na BNCC isso não é levado em conta.

Sem se dar conta de que as exigências sociais abrangem o desenvolvimento de um processo educativo pautado em questões como: “o que aprender, para que aprender, como

ensinar, como promover redes de aprendizagem colaborativa e como avaliar o aprendizado” (BRASIL, 2017. p. 12), a BNCC deixa de pontuar claramente uma questão básica “como ensinar”.

No estado do Paraná existem as Diretrizes Curriculares da Educação Básica (DCEs) de Matemática, documento que norteia os currículos da disciplina no estado.

As DCEs (2008) orientam que os conteúdos estruturantes e específicos de Matemática sejam abordados por meio das tendências metodológicas da Educação Matemática, citando entre outras a Resolução de Problemas. Complementa ainda, que a abordada metodologia oportuniza aplicar conhecimentos matemáticos em novas situações, e que o professor tem um “papel” de orientador, assegurando espaço para as discussões, favorecendo o pensamento matemático livre de regras. São destacadas as etapas de resolução de problemas segundo Polya, as quais já foram mencionadas anteriormente neste trabalho.

Vale salientar que a orientação e forma de abordagem quanto a Resolução de Problemas nos PCNs é mais clara e sistematizada aos leitores (profissionais da educação), evitando assim distorções de interpretação, do que a encontrada nas DCEs, embora as DCEs tenham tido como referência os PCNs.

Fica evidente pelo exposto que nos documentos oficiais estaduais e nacionais norteadores do currículo de Matemática, a Resolução de Problemas é direcionada como tendência metodológica atual e desafiadora.

Alguns anos já se passaram desde a publicação da maioria desses documentos, e através deste trabalho podemos mostrar os rumos que tomaram as pesquisas e como se desenvolve a metodologia de Resolução de Problemas atualmente.

### 2.3 ENSINAR MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA PROPOSTA ATUAL

Quando se fala no ensino de Matemática através da Resolução de Problemas, há uma preocupação tanto com a Matemática quanto com a Resolução de Problemas, sendo que ambas devem se desenvolver simultaneamente ao longo do processo.

Como anteriormente já foi mencionado neste trabalho, no mundo, a Resolução de Problemas culminou no final da década de 1980, quando as pesquisas realizadas pelo NCTM foram publicadas no Standards 2000; no Brasil quando as propostas de orientações

curriculares foram renovadas (BRASIL, 1997; 1998; 1999) e sugeriram a Resolução de Problemas como metodologia de ensino da Matemática.

Há de se levar em conta, a grande exigência quanto ao ensino ocasionada por uma economia crescente, competitiva e altamente tecnológica, demandando alterações nas formas do ensino da matemática. É necessário que os educandos sejam construtores do seu próprio conhecimento, que desenvolvam habilidades como a autonomia e pensamento crítico e ainda consigam trabalhar de forma coletiva, apenas assim sobreviverão às rápidas modificações a que são expostos no mundo de trabalho.

O grupo GTERP apresenta uma proposta bem atual, a “Metodologia de Ensino – Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas” que vislumbra formar educandos com tais aptidões.

Conforme Onuchic (2014), em tal metodologia, o ensino e aprendizagem devem acontecer concomitantemente durante o processo de construção do conhecimento, e por isso é muito comum no GTERP a utilização da expressão “ensino-aprendizagem”, relacionando ambas de forma que ocorram integradas nas situações de sala de aula. Além disso, a metodologia em questão integra um conceito atual de avaliação, sendo esta uma avaliação formativa e continuada, construída durante a resolução do problema, incorrendo-se mais ao processo e menos aos resultados finais obtidos, servindo também como reorientadora das práticas docentes quando necessário. Assim, a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação deve expressar que esses três pilares educacionais aconteçam simultaneamente durante o processo de construção do conhecimento pelo aluno, com o auxílio do professor como mediador desse processo.

Não se pode perder de vista que a avaliação se configura em um dos maiores desafios educacionais da atualidade, tanto que Kilpatrick e Silver<sup>10</sup> (2000, citado por ONUCHIC; ALLEVATO 2011, p. 80-81):

Direciona aos educadores matemáticos a perceber a avaliação como um desafio para as próximas décadas, devendo esta garantir matemática para todos, propiciar a compreensão dos estudantes, equilíbrio do currículo, tornar a avaliação forma do aprender e repensar da prática profissional.

Para que se possa trabalhar com a metodologia de forma apropriada, é importante que tenhamos um conceito claro do que é um problema, pois existem diferentes concepções sobre o termo.

---

<sup>10</sup> KILPATRICK, J.; SILVER, E. A. *Unfinished Business: Challenges for Mathematics Educators in the Next Decades*. In: *Learning Mathematics for a New Century*. Reston, VA: NCTM, 2000, p. 223-235.

Mas afinal, o que o GTERP considera um problema? “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81), e é nessa perspectiva que trabalharemos. Tendo essa perspectiva em foco, esta pesquisa apresenta os diversos tipos de problemas e enfatiza a importância da aplicação dos diversos tipos de problema em uma aula, bem como as situações mais propícias a cada um deles.

Não devem ser prescritos métodos para a resolução do problema, afinal o problema dependerá diretamente do resolvidor; se este já conhece ou já sabe os métodos que deverá utilizar para resolver ou ainda não apresenta interesse em resolvê-lo, isso não será um problema, logo o que é problema para uma pessoa pode não ser problema para outra. Ainda, se um problema é resolvido várias vezes ou se anteriormente algum problema similar já foi resolvido, o caso deixa de se configurar um problema nessa perspectiva.

Alguns autores classificam problemas como: problemas de fixação, problemas abertos, problemas fechados, exercícios, problemas padrão, desafios etc. Na realidade, as diferentes denominações são utilizadas para classificar os problemas e expressar o tipo de estratégia utilizada para cada resolução.

Dante (1994) traz uma classificação interessante para os vários tipos de problema, apresentando-os da seguinte forma:

- Exercícios de reconhecimento (identifique ou lembre um conceito);
- Exercícios de algoritmos (que podem ser resolvidos passo a passo, exigindo a utilização de algoritmos);
- Problemas- padrão (não exige estratégia para resolução, porém envolve a aplicação direta de um ou mais algoritmos, muitas vezes a resposta já se encontra no próprio enunciado, bastando transformar a linguagem usual para linguagem matemática);
- Problemas-processo ou heurístico (a solução envolve operações que não estão no enunciado, não consistem na simples tradução de linguagem usual para linguagem matemática);
- Problemas de aplicação ou situações-problema (são aqueles que retratam situações reais e necessitam de uma pesquisa, de um levantamento de dados para sua resolução);
- Problemas de quebra cabeça (envolventes e desafiadores, nestes a solução depende de sorte ou da percepção de algum truque).

Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas o problema é o ponto de partida e, na sala de aula através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos

da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos (ONUChIC; ALLEVATO, 2011, p. 81).

A aprendizagem e a construção do conhecimento são dadas a partir da resolução do problema, por meio de um trabalho colaborativo entre professor e alunos.

Para se colocar em prática a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas não existe um “modelo” estanque, porém segundo a proposta de Onuchic e Allevato (2011, p. 83-84) pode ser trabalhada com uma sugestão de etapas, abaixo:

- (1) Preparação do problema - Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula.
- (2) Leitura individual - Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
- (3) Leitura em conjunto - Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.
  - Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.
  - Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.
- (4) Resolução do problema - A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da matemática nova que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.
- (5) Observar e incentivar – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.
  - O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.
- (6) Registro das resoluções na lousa – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.
- (7) Plenária – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

- (8) Busca do consenso – Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.
- (9) Formalização do conteúdo – Neste momento, denominado formalização, o professor registra na lousa uma apresentação formal – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto.

A sequência das etapas acima facilita muito o trabalho do professor, pois sua maior preocupação e empenho com a aplicação dessa metodologia, se dará na etapa (1) Preparação do problema, que consiste na busca ou elaboração do problema gerador ideal a ser aplicado. Já as fases seguintes, não demandarão maiores preocupações, uma vez que as mesmas são colocadas de forma clara e objetiva facilitando o entendimento e aplicação da metodologia em questão.

Posteriormente, também incorporada a décima etapa em Onuchic e Allevatto *et al* (2014, p. 45), complementando a metodologia:

- (10) Proposição e resolução de novos problemas - novos problemas relacionados ao problema gerador são propostos aos alunos. Eles possibilitam analisar se foram compreendidos os elementos essenciais do conteúdo matemático introduzido naquela aula e consolidar as aprendizagens construídas nas etapas anteriores, bem como aprofundar e ampliar as compreensões acerca daquele conteúdo ou tópico matemático, gerando um círculo que configura a construção de novos conhecimentos e pela resolução de novos problemas e assim por diante.

A etapa (10) Proposição e resolução de novos problemas tem como objetivo relacionar os conhecimentos adquiridos na resolução do problema gerador a novos problemas propostos, sendo pertinente nesse momento alguns exercícios como proposta de treino, memorização, enfim não se deve descartar atividades que são geralmente propostas em aula expositiva tradicional<sup>11</sup> de matemática, mas valorizá-las dentro da metodologia.

Optou-se por fazer a citação literal das etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem através da Resolução de Problemas, para que o leitor tenha uma visão de como as autoras compreendem e efetivam a sua proposta. Na aplicação prática trabalharemos com essas etapas sintetizadas em quatro momentos posteriormente descritos.

Reitere-se que, nessa metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático necessário ou mais

---

<sup>11</sup> Aula expositiva tradicional de matemática – aula baseada na exposição do conteúdo pelo professor na lousa, resolvendo alguns exemplos de exercícios, porém dando abertura a questionamentos por parte dos alunos. Posterior a explicação do professor, é proposto ao aluno uma lista de exercícios e atividades de fixação e memorização do conteúdo apresentado

apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado. A avaliação do crescimento dos alunos é feita, continuamente, durante a resolução do problema (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009, p. 98).

Para a aplicação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, sugerida pelo GTERP, deve-se iniciar com um problema gerador, que será apresentado aos alunos sem o conhecimento prévio do conteúdo matemático envolvido, não se devendo exigir método algum para sua resolução, somente após a apresentação da resolução dos alunos é que o professor formalizará o conteúdo propriamente dito, conteúdo esse, discutido e pesquisado durante o desenvolvimento do problema até a chegada da solução. A postura do professor e do aluno nesse processo diverge bastante daquela encontrada em uma aula expositiva tradicional.

### 2.3.1 Ensinar Matemática através da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação: uma Tarefa Docente Diferente

A principal característica que o docente deve ter ao se dispor aplicar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é a coragem de inovar, proporcionando ao seu aluno uma proposta diferente da habitual.

Nessa metodologia, o papel do professor deixa de ser o principal, contudo sua dimensão em termos de importância não diminui, pois é ele o organizador e mediador no desenvolvimento das atividades, tendo como incumbência:

- Deixar claro aos alunos a proposta metodológica e a forma de avaliação;
- Propor um problema gerador que possa ser resolvido pela turma (levando em conta seus conhecimentos prévios);
- Dividir a turma em grupos e analisar cada um em sua individualidade;
- Orientar os grupos e perceber as principais dificuldades;
- Propiciar que a discussão ocorra entre o maior número de componentes do grupo estimulando assim o trabalho colaborativo;

“Questionador, interventor professor deve auxiliar nos problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução” conforme Onuchic (2013, p. 102).

- Avaliar todo processo de resolução desempenhado pelo aluno, não somente o resultado final;
- Tratar os erros como fonte de informação ao mediador do processo e auto avaliação do aluno;
- Formalização do conteúdo, na linguagem matemática aproveitando as diferentes resoluções e técnicas operatórias propostas pelos alunos.

Tal metodologia demanda professores bem preparados para seu uso, pois precisam selecionar cuidadosamente os problemas, observar os alunos na busca de soluções para esses problemas, incentivá-los, mantendo-os confiantes na própria capacidade para resolvê-lo. Nas salas de aula onde essa metodologia foi adotada, os alunos se sentiram aptos a dar sentido à matemática que constroem. Professor e alunos, depois dessa experiência, não querem voltar a trabalhar com método de ensino tradicional (ONUChic, 2013, p. 103).

É importante salientar que essa metodologia deva ser incorporada pelo professor no momento em que se dispõe a aplicá-la, devendo fugir do entendimento que se tinha quanto à forma de se proceder em uma resolução de problemas. Segundo Onuchic (2013, p. 94), “apresentação de problemas com situações reais, destacados em livros-textos ou durante a aula, mas que sempre ‘alguém’, geralmente o professor resolve e deixa em seguida uma lista com exercícios similares”.

[...] implementar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, exige do professor e dos alunos novas posturas e atitudes com relação ao trabalho em sala de aula. O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, o que, nem sempre, é fácil conseguir (ONUChic; ALLEVATO, 2011, p. 82).

Na verdade, conforme as pesquisas realizadas pelo GTERP para que a aplicação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas seja significativa, deve haver uma mudança de postura tanto do professor quanto do aluno.

Refletindo sobre o papel do professor ao assumir essa metodologia e adequando as situações reais (de carga horária da disciplina, número de alunos na turma, duração da hora aula) dentro das possibilidades do local onde a proposta será aplicada, propõe-se nesta pesquisa que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da

Resolução de Problemas sugerida pelo GTERP seja compactada e sintetizada em quatro momentos, com o objetivo de facilitar a análise e aplicação, conforme disposição abaixo:

**1º Momento** – Leitura e Interpretação: Divisão da turma em grupos, seguida da entrega do problema gerador individualmente a cada integrante do grupo. Disponibilização de tempo para que seja feita leitura do problema de forma individual e em grupo. Auxílio do professor nos grupos para interpretação do problema, caso se faça necessário; Resolução do Problema- os alunos a partir da interpretação e entendimento do problema buscam em grupo resolvê-lo.

**2º Momento** – Demonstração da Resolução do Problema em Grupo – Cada grupo utiliza-se de um ou dois representantes para registrar na lousa a resolução e explicar quais as estratégias utilizadas para a mesma, independente de estar certa ou errada. Em seguida, todos os alunos são convidados a discutir as resoluções expostas na lousa, e o professor age como incentivador e mediador das colocações. Esclarecidas as dúvidas, o professor procura chegar com todos a um consenso sobre resultado correto.

**3º Momento** – Apresentação Formal do Conteúdo – O professor faz a apresentação formal do conteúdo, organizado e estruturado na linguagem matemática, esse é o momento em que os alunos têm o contato como conteúdo propriamente dito.

**4º Momento** – Proposição de Novos Problemas – Tais problemas tem objetivo de aprofundar e aumentar a compreensão da tal conteúdo matemático, configurando uma forma de construir conhecimento através da resolução de problema.

Permeando os quatro momentos propostos nesta pesquisa, está o processo avaliativo, efetivado a partir do auxílio de uma ficha de avaliação, conforme apêndice B, e anotações do diário de campo.

A proposta acima de reorganização da metodologia tem por objetivo tornar sua aplicação viável diante da realidade enfrentada pelos professores em sala de aula, levando em conta também o grupo considerado nesta pesquisa.

### **3 AVALIAÇÃO CONCEITUAL NA PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

A opção em escrever um capítulo específico sobre avaliação advém do fato de que o trabalho será aplicado no Instituto Federal do Paraná (IFPR) – Campus Palmas, onde se encontra uma proposta de avaliação diferenciada, a avaliação conceitual. Deste modo, queremos atrelar esse tipo de avaliação com a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, não desqualificando as exigências e princípios que regem a instituição.

#### **3.1 AVALIAÇÃO PERSPECTIVAS ATUAIS**

Avaliamos e somos avaliados a todo momento sobre diferentes aspectos, que podem ser físicos, intelectuais, sociais e até emocionais. Nossas percepções diárias nos auxiliam a viver em sociedade, fazendo com que carreguemos conosco a capacidade de julgar, dar valor. Avaliar faz parte da nossa natureza. O ambiente escolar não se distancia dessa realidade, exigindo mecanismos de verificação do processo de aprendizagem. Sendo assim, a avaliação escolar tem como objetivo saber como estão educador e educando no processo educacional e tem um papel fundamental na educação.

No Brasil, a avaliação de aprendizagem começou a ser debatida no final dos anos 60, ocorrendo algumas reformulações constitucionais nesse período. Vigoraram as Leis de Diretrizes e Bases (LDB) de 1961, 1971 e 1996.

Conforme a LDB Nº 4.024/61 a apuração dos rendimentos escolares se baseava em exames e provas, na LDB Nº 5.691/71 a avaliação do rendimento do aluno deveria ser expressa em notas ou menções, onde os aspectos qualitativos deveriam predominar sobre aspectos quantitativos, bem como os resultados obtidos no período sobre os da prova final, além disso, o aluno também seria avaliado quanto à assiduidade (não se pode deixar de considerar que no período de 1964 a 1985 o país encontrava-se sob a intervenção dos militares, e que tal lei foi formulada nesse conturbado período) e ainda conforme a LDB n 9.394/96 (formulada em um período político democrático) e que vigora até hoje, a verificação do rendimento escolar deve ocorrer através de uma avaliação contínua e cumulativa, prevalecendo aspectos qualitativos aos quantitativos e os resultados obtidos a longos períodos sobre os das provas finais, e traz a obrigatoriedade de estudos de recuperação, sugerindo ainda

que estes sejam paralelos ao período letivo, a assiduidade continua sendo um critério avaliativo (BRASIL, 1961, 1971, 1996).

Em termos de legislação, nesses 55 anos ocorreram mudanças significativas quanto ao processo de avaliação, porém a LDB em vigor já completou 20 anos e não foi alterada no que se refere ao processo avaliativo. Segundo Hoffmann (2014) ainda há um enorme descompasso entre o pretendido e o realizado pela maioria das instituições educacionais. Muitas vezes a efetiva prática avaliativa se mantém tradicional: classificatória, seletiva, somativa e excludente.

Avaliar para promover significa, assim, compreender a finalidade dessa prática a serviço da aprendizagem, da melhoria da ação pedagógica visando a promoção moral e intelectual dos alunos. O professor assume o papel de investigador, de esclarecedor, de organizador de experiências significativas da aprendizagem. Seu compromisso é o de agir refletidamente, criando e recriando alternativas pedagógicas adequadas a partir da melhor observação do conhecimento de cada um dos alunos, sem perder a observação do conjunto e promovendo sempre ações interativas (HOFFMANN, 2014, p. 20).

É um constante desafio avaliar dentro desta perceptiva, pois devemos buscar constantemente subsídios para que possamos viver o processo avaliativo. Vale ainda aqui colocar que para Hoffmann (2014, p. 19), “as modificações que devem ocorrer na avaliação são referentes à finalidade dos procedimentos avaliativos, e não a mudança de procedimento em si, como é de entendimento de muitos”.

Conforme Sant’Anna (2013) nem tudo pode ser medido, mas tudo pode ser avaliado, e portanto, nota, conceito ou parecer descritivo, sejam para o professor, para aluno, para pais, para escola, devem ser indicadores de etapa vencida de um processo qualitativo do conhecimento.

O interesse da avaliação mediadora não é medir o grau de aprendizagem, mas proporcionar condições de que o professor e escola consigam visualizar as possibilidades e limitações que possam estar sendo vivenciadas pelos seus alunos, respeitando sempre a individualidade. Perrenoud (1999) complementa estabelecendo que a avaliação deve ser utilizada como meio para verificar o aprendizado dos alunos em relação aos conhecimentos visados, e não há em princípio um objetivo em si próprio – avaliar por avaliar.

A análise de Luckesi (2011, p. 30-31) do significado de avaliar, esclarece que:

Além de aprender o significado teórico de avaliação, a prática avaliativa deve fazer parte do cotidiano. Conceitos são aprendidos nos livros, palestras, debates, conferências, porém a prática só será aprendida se vivenciada, experimentando, investigando, superando as dificuldades. É necessário agirmos e refletirmos sobre

nossas ações, contrariando muitas vezes os hábitos que herdamos e que nos fazem agir automaticamente. Basta estarmos abertos a aprender essa prática, verificar se estamos satisfeitos (ou não) com os resultados de aprendizagem de nossos educandos. É provável que, se o resultado não é satisfatório, possamos estar utilizando o instrumento avaliativo inadequado, ou não estar proporcionando aos educandos a atenção necessária, ou ainda, não estejamos abertos a tentar a modificação do processo avaliativo.

Diante do exposto, é extremamente importante entender que a avaliação precisa ser encarada como parte da rotina pedagógica, ou seja, o processo de avaliar deve ser natural e contínuo, devendo haver, é claro, sobre esta etapa um olhar bastante crítico no tocante às suas formas e as possíveis alterações necessárias durante o processo de aquisição do conhecimento.

A BNCC e o currículo têm papéis complementares, a BNCC (2017) ressalta a importância do currículo ação, que é a adequação das proposições da BNCC a realidade local, com a participação das instituições escolares, famílias e comunidade. Entre as decisões a serem tomadas está relacionada especificamente a avaliação conforme Brasil (2017, p. 15) deve-se “construir e aplicar procedimentos de avaliação formativa de processo ou de resultado que levem em conta os contextos e as condições de aprendizagem, tomando tais registros como referência para melhorar o desempenho da escola, dos professores e dos alunos”. Assim, a avaliação deve fazer parte e estar muito bem pautada no currículo ação, pois é o que realmente assegurará a aprendizagem essencial em cada nível da Educação Básica.

Por tudo isso, o grande desafio está em atrelar teoria e prática fazendo com que uma seja reflexo da outra. Certamente, nem sempre isso acontece, visto que apesar da teoria privilegiar processo avaliativo, a prática muitas vezes enaltece o uso de apenas um instrumento avaliativo.

É uma tarefa que está posta diante de todos nós. Na passagem de muitos anos de vida escolar na história da modernidade o que se viveu foram os exames escolares. Para mudar isso, há que se aprender um novo modo de se agir, abrindo mão dos conceitos e modos de agir que estão impregnados em nossas crenças conscientes e inconscientes, em nosso senso comum, em nossos estados emocionais, que tem sua base em nossa história biográfica pessoal. As crenças são modos de agir que estão fortemente cimentadas em nosso corpo e em nossa psique, por isso, para mudá-las, necessitamos de atenção e investimentos conscientes e efetivamente desejados (LUCKESI, 2011, p. 32).

Faz-se necessário avaliar, não se pode evitar essa etapa durante o processo de ensino, entretanto é extremamente importante que nossas práticas sejam repensadas e nossas ações reflitam o que se espera de uma avaliação contínua, mediadora e que inclua, agregue, valorize as potencialidades de cada aluno, e este se sinta motivado a continuar.

### 3.2 AVALIAÇÃO EM MATEMÁTICA

Ao voltar os nossos olhares sobre a avaliação da aprendizagem em Matemática, a impressão que se tem é de que embora tenham ocorrido grandes alterações quanto ao conceito de avaliação na passagem do século XX para o século XXI, na prática a evolução é praticamente imperceptível.

Conforme Pironel e Onuchic (2016), a avaliação da aprendizagem em Matemática a partir de 1980 apresentou insignificativas mudanças. Substituiu-se exames orais por exames escritos. As provas passam a ser o elemento principal do processo avaliativo, e “trabalham” a serviço da exclusão, embora a intenção seja se passar por um instrumento a favor da evolução da aprendizagem. A importância da prova toma tamanha proporção que é confundida como processo avaliativo, e muitas vezes confundida como sinônimo de avaliação, sendo utilizada por muitas vezes como único instrumento avaliativo.

Luckesi (2011, p. 36) “chama a atenção sobre um fator muito importante, a prova é utilizada como instrumento de ameaça, regulando a disciplina em sala, fazendo um certo terrorismo e alegando ser um motivador de aprendizagem”. Luckesi chama sarcasticamente isso de “terrorismo homeopático”, pois isso aconteceria durante o processo e seria utilizado conforme a necessidade do professor.

Fica clara a crítica aos professores que se utilizam de tal meio, pois usam a prova como fator motivador negativo, além de alterar o foco do estudo, fazendo que a importância recaia na ameaça em si e não na importância do conteúdo. Comportamento condenável que faz parte da realidade de uma esmagadora maioria dos professores.

Repensando a prática, percebeu-se que muitas vezes a motivação ao lançar mão desse mecanismo é a busca de uma defesa pessoal, pois se consagra em uma forma, mesmo que deturpada, de manter a disciplina, a atenção, o foco na aula, a atenção voltada essencialmente para o professor, procedimento que não observa a avaliação como o principal elemento do processo do aluno.

Pavanello e Nogueira (2006, p. 36) escreveram:

É de que na prática pedagógica da matemática, a avaliação tem focado nas especificidades e nos erros. Tornando-se assim mecanismo utilizado para comparação e classificação dos alunos em função de suas notas. Se os erros forem encarados com naturalidade e racionalmente tratados, terão assim importância pedagógica, deixando de apenas serem assinalados e passando a compor o processo avaliativo, sendo objetos de uma análise específica do professor com o estudante.

Nessa visão, o erro se torna um aliado do trabalho do professor e uma possibilidade de aprendizagem e de compreensão para o aluno, ou seja, independente do instrumento avaliativo utilizado o que realmente importa é o olhar diferenciado do professor sobre a avaliação no todo. Mesmo diante de uma avaliação escrita tradicional, baseada na resolução de exercícios isso é possível, pois o primordial consiste em olhar além de um produto final, o que está em questão é o processo. Veja o que deve ser considerado:

- O modo como o aluno interpreta sua resolução para dar a resposta;
  - As escolhas feitas por ele para desincumbir-se de sua tarefa;
  - Os conhecimentos matemáticos que utilizou;
  - Se utilizou ou não a matemática apresentada nas aulas;
  - Sua capacidade de comunicar-se, matematicamente, oralmente ou por escrito.
- (BURIASCO, 2004).

Pequenas mudanças na verificação da aprendizagem poderão trazer significativa alteração na qualidade da avaliação. A avaliação como investigação (questiona, argumenta, tenta compreender) busca respostas para o processo de ensino-aprendizagem.

Conforme D'Ambrósio (2012, p. 65), “a avaliação serve para que o professor verifique o que de sua mensagem foi passada, se seu objetivo de transmitir as ideias foi atingido- transmissão de ideias e não a aceitação e a incorporação dessas ideias e muito menos treinamento”. Nas disciplinas mais teóricas isso pode ser feito através de relatório-avaliação da aula, que consiste em um relatório escrito, para que se possa saber qual é o conteúdo que “ficou” após aquela aula do professor, cabe ainda ressaltar a importância do relatório escrito devido às exigências do mundo atual, onde se escreve em praticamente todas as ações.

“Sugere-se a utilização desses relatórios escritos também na avaliação de matemática, mesmo que esta dependa fortemente de um sistema de códigos e símbolos, a escrita contribui fortemente para processo de decodificação e contextualização” ressalta D'Ambrósio (2012, p. 69) e se constitui em um outro importante instrumento avaliativo.

É certo que a avaliação da aprendizagem na matemática, bem como em qualquer outra área, deve servir como norteadora da prática docente, jamais utilizada como instrumento de “força” do professor. Pequenas modificações no processo avaliativo fazem a diferença, mesmo que os instrumentos utilizados não sejam inovadores. A avaliação é essencial na prática educativa, o que pode ser evidenciado nas DCEs (2008, p. 31) “no processo educativo,

a avaliação deve se fazer presente, tanto como meio de diagnóstico do processo ensino-aprendizagem quanto como instrumento de investigação da prática pedagógica”.

O tema avaliação é sempre muito polêmico, havendo várias posições e apontamentos sobre, não cabendo a este trabalho trazer maiores dúvidas, mas sim propiciar o repensar do processo avaliativo da matemática. Para direcionar essa ação existem alguns fatores que são relevantes ao processo avaliativo e que nas DCEs (2008) aparecem de forma sintetizada: plano de trabalho docente (ao defini-lo já são pensadas estratégias e instrumentos de avaliação), critérios de avaliação (articulação etapa da ação pedagógica), utilização de instrumento avaliativo diversificado (possibilidade de observar diversos processos cognitivos dos alunos), reconhecer que uma atividade avaliativa representa um momento e não todo processo, entre outros.

Pavanello e Nogueira (2006, p. 30) apontam que “na matemática independente do nível a que se refere, quando se pensa no que é avaliar, é inevitável a reflexão sobre o que é ensinar, para que ensinar, para quem ensinar e o que avaliar”. Havendo tal reflexão e comprometimento do professor com seu aluno, dificilmente ele não acertará o compasso do processo avaliativo que vem conduzindo.

### 3.3 AVALIAÇÃO CONCEITUAL NO IFPR – CAMPUS PALMAS

A avaliação da aprendizagem no Instituto Federal do Paraná (IFPR) – Campus Palmas é realizada conforme o seu Projeto Político Pedagógico (PPP, 2015), que se fundamenta na LDB 9394/96 e na portaria Nº 120 de 06 de agosto de 2009 do IFPR.

Desse modo, a avaliação de rendimento escolar do aluno deve ser contínua e cumulativa, predominando os aspectos qualitativos e preponderando desempenho ao longo do período sobre provas finais, envolvendo os seguintes processos: diagnóstica (verifica nível geral de conhecimento do aluno dificuldades e formas de superá-las), formativa (contínua, centrada no aluno diagnosticando de forma individualizada) e somativa (avalia objetos e competências pretendidos, resultados de aprendizagem, replanejamento do ensino). Como mecanismos norteadores do processo avaliativo há uma gama de possibilidades cabíveis e interessantes como: trabalhos individuais ou em grupo, testes orais ou escritos, demonstração de técnicas de laboratório, exercícios, dramatização, resenhas, auto avaliação, artigo científicos, entre outros.

O IFPR - Campus Palmas considera a avaliação como uma forma de transformação social e com o intuito de não limitar o processo são também consideradas e avaliadas as dimensões humanas como ética, iniciativa, assiduidade, participação, relação interpessoal e solidariedade.

Quanto às avaliações de recuperação, estas deverão ser paralelas e de responsabilidade do professor, respeitando a autonomia didático/metodológica por ele escolhida.

Para que um aluno seja considerado aprovado, imperativo é possuir uma frequência igual ou superior a 75%, caso contrário será considerado reprovado e não poderá prestar exame final. Contudo se reprovar em até três disciplinas terá direito a progressão parcial desde que considerados os pré-requisitos.

A instituição atualmente se divide em Ensino Superior e Ensino Médio-Técnico. No Ensino Superior a avaliação da aprendizagem é representada numericamente, por notas que variam no intervalo fechado de zero (0) a dez (10,0). No Ensino Médio a avaliação da aprendizagem é expressa através de quatro conceitos A, B, C e D exigindo assim uma conotação verbal. Tais conceitos são caracterizados no PPP (2015) conforme abaixo:

**Conceito A** - quando a aprendizagem do aluno for plena e atingir os objetivos propostos, no processo de ensino-aprendizagem.

**Conceito B**- quando a aprendizagem do aluno for parcialmente plena e atingir os níveis desejáveis aos objetivos propostos, no processo de ensino-aprendizagem.

**Conceito C**-quando a aprendizagem do aluno for suficiente e atingir os níveis aceitáveis aos objetivos propostos, no processo de ensino-aprendizagem.

**Conceito D** - quando a aprendizagem do aluno por insuficiente e não atingir os objetivos propostos, comprometendo ou inviabilizando o desenvolvimento do processo de ensino aprendizagem (PALMAS, 2015, p. 67).

Ao final de cada bimestre haverá a emissão de um conceito parcial, já ao final do ano letivo haverá o lançamento de um conceito final. Caso o aluno obtenha conceito final igual ou superior a C e frequência igual ou superior a 75% será considerado aprovado, caso contrário, reprovado e ficará em dependência na disciplina em questão, podendo avançar para série seguinte. Caso o número de dependências seja superior a três (03) será considerado reprovado tendo que repetir a série em questão.

Independente da caracterização conceitual ou numérica, a avaliação da aprendizagem no Ensino Médio do IFPR – Campus Palmas tem um caráter formativo e processual e este ponto é crucial. Segundo Luckesi (2011, p. 50) “notas e conceitos, em princípio, expressam a qualidade que se atribui à aprendizagem do educando, medida sob a forma de acertos ou pontos”. Independente do símbolo utilizado para avaliar, o importante é conduzir o processo

avaliativo de forma adequada, onde a preocupação esteja centrada na aprendizagem do aluno, na utilização do instrumento avaliativo mais adequado, enfim no processo e não no produto final.

Embasando-se, ao longo de seu cindo (5) anos de experiência, na docência do Ensino Médio do IFPR – Campus Palmas, reconhece-se através da experiência da pesquisadora, que a avaliação conceitual tem sido feita pela grande maioria dos professores das diversas áreas do conhecimento através de uma conversão de nota para conceito. Os professores criam tabelas de conversão e assim acreditam estar facilitando o processo avaliativo, mas conforme Luckesi (2011, p. 50) “nessa situação há uma transposição incorreta de quantidade para qualidade. O que realmente deve ser levado em consideração é o processo avaliativo como um todo”.

A excessiva preocupação dos educadores com a definição de critérios, registros finais, apresentação de resultados, com caráter burocrático da avaliação são segundo Hoffman (2014, p. 21) “situações a serem debatidas e esclarecidas com intuito de evitar o perigo trazido ao processo avaliativo por tais ações”.

Fazendo aqui uma reflexão sobre as leituras feitas sobre avaliação da aprendizagem, compreende-se que a questão da avaliação conceitual, remete também a uma diminuição de fatores de comparação, pois quando se utiliza nota de zero (0) a dez (10) e geralmente com uma casa decimal isso gera 100 possibilidades de classificação. Entretanto quando se utiliza o conceito, na referida situação se utiliza A, B, C, e D e se estabelece apenas quatro critérios de classificação. O que possibilita diminuir as discrepâncias e o processo classificatório inerente as nossas concepções.

Cabe ainda ressaltar que a questão da avaliação conceitual não está relacionada ao “barateamento do ensino”, pois independente do processo numérico ou conceitual, a avaliação deve ser criteriosa e justa de maneira a contribuir com a formação do educando. Logo, a preocupação do professor deve se dar ao longo do processo avaliativo, assim não terá problemas, seja qual for a forma utilizada para a transcrição do resultado do processo avaliativo.

#### 3.4 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO UMA ESTRATÉGIA NO PROCESSO DA AVALIAÇÃO CONCEITUAL

É importante que a essa altura do discurso, esteja claro que a diferença entre avaliação conceitual e numérica é considerada simplesmente o símbolo (letras ou números)

utilizado para representar o final do processo avaliativo. Isso justamente porque a avaliação da aprendizagem seja ela conceitual ou numérica consiste na observação de um processo e não do produto; na escolha do instrumento avaliativo mais adequado a cada situação; no comprometimento do professor com o processo avaliativo; percebendo que os erros podem auxiliar os alunos, desde que conduzidos de maneira adequada; bem como no repensar e alterar sua prática pedagógica avaliativa sempre que necessário. Compreende-se, portanto, que avaliação apoia o aprendizado dos conteúdos matemáticos e fornece informações que serão úteis para professores e alunos.

Sob essa ótica, a questão de conversão de números em letras e vice-versa, com utilização de tabelas, como costumeiramente se faz, não é pertinente aos interesses do processo avaliativo. A avaliação da aprendizagem não pode ser encarada desta forma simplista, pois engloba toda uma análise detalhada de um processo de aquisição de conhecimento.

Contudo, a Educação Matemática ainda se apresenta resistente a certas modificações do ensino-aprendizagem-avaliação. D'Ambrósio (2012, p. 76), é bastante enfático quanto a isso:

Particularmente em matemática, parece que há uma fixação na ideia de haver necessidade de um conhecimento hierarquizado, em que cada degrau galgado numa certa fase da vida, com atenção exclusiva durante horas de aula, como um canal de televisão que se sintoniza para disciplinas e se desliga acabada a aula. Como se fossem duas realidades disjuntas, a da aula e a fora da aula.

A principal dificuldade do professor é vencer as barreiras, sair da zona de conforto, em que habitualmente se encontra, devido ao próprio modelo de formação que se orientou na reprodução e que até hoje através da realidade de sala de aula é perpetuado. Como forma de romper esse ciclo, esta experiência com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, buscou sair do trivial e avaliar utilizando conceitos.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas sugere uma mudança no papel do professor, de forma que de detentor do conhecimento passe a ser orientador da atividade; além disso, é propiciada ao aluno a construção do seu próprio conhecimento, para que quando se depare com situações diferentes daquelas abordadas na escola, tenha capacidade e discernimento para resolvê-las.

A importância da observação na avaliação para a aprendizagem e a crescente tendência para a utilização de problemas matemáticos como estratégia de ensino nos levam à utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, por privilegiar a integração da avaliação ao processo de ensino-aprendizagem e dar condições para que o professor possa intervir imediatamente na construção da aprendizagem do educando através da observação (PIRONEL; ONUCHIC, 2016, p. 7).

Essa mudança pode ser bastante visível, a partir do momento em que se inicia a (5) etapa - Observar e Incentivar, proposta na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas proposta por Onuchic e Allevato (2011). Nela o professor aproveita para observar e incentivar os alunos nos grupos, mas, além disso, através dos questionamentos direciona a atividade, estimula cada componente a intervir imediatamente no processo, questionando, dando dicas, enfim, iniciando o processo de avaliação que se dará durante todas as outras etapas. Por isso tudo, quando essa metodologia for utilizada, fornecerá dados para uma avaliação contínua, defendida por Pironel e Onuchic (2016, p. 8) “... ensino, aprendizagem e avaliação ocorrem simultaneamente e a avaliação é realizada tanto pelo professor quanto pelo aluno”.

A avaliação proposta pelo IFPR – campus Palmas para o Ensino Médio é formativa, continuada e expressa através de conceitos. Dessa forma, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas deverá contribuir com o processo avaliativo da instituição na disciplina de matemática.

A proposta é clara e bem sistematizada, já foi amplamente trabalhada e pesquisada, o que dará um respaldo científico e segurança no momento de aplicá-la. Para o intento, o professor precisa estar disposto a inovar e reconhecer que não detém todo conhecimento, deve estar aberto a repensar sua aula expositiva que pode acontecer de forma a apresentar o conteúdo de maneira formal; porém, só após verificar que os alunos tiverem a oportunidade de trabalhar com o conhecimento de forma a construí-lo, observando, testando, conferindo, ou seja, ampliando sua capacidade de analisar uma determinada situação problema e tendo autonomia para explorá-la, mesmo quando em contato com algum conteúdo ainda não abordado com a turma.

A avaliação precisa estar presente durante os quatro momentos da proposta, de maneira que o professor esteja atento aos grupos e aos alunos individualmente durante todo o processo de desenvolvimento do trabalho. Para facilitar a avaliação processual e individual, elaborou-se uma ficha de avaliação, disposta no apêndice B e colocada abaixo.

<b>1 MOMENTO</b>	<b>Aluno A</b>	<b>Aluno B</b>
Leitura Individual		
Leitura em grupo		
Demonstrou interesse em o resolver o problema		
Compreendeu basicamente o problema		
Comunica suas dificuldades e descobertas aos colegas, de maneira adequada		
Demonstrou interesse em auxiliar o grupo na resolução		
Pede ajuda em caso de dúvida ou falta de conhecimento		
Apresentou perseverança apesar das dificuldades encontradas		
Trabalhou em grupo- avaliando criteriosamente a adequação do processo de resolução adotado		
<b>2 MOMENTO</b>		
Conseguiram escrever sua resolução na lousa (organização da resolução)		
Participaram da discussão		
Chegam a um consenso sobre o resolução mais adequada		
A resolução está correta matematicamente		
<b>3 MOMENTO</b>		
Relacionaram a sua resolução com o conteúdo ,explicado de forma formal pelo professor		
<b>4 MOMENTO</b>		
Resolução da lista de exercícios propostos		
Frequência em todos os momentos		
<b>CONCEITO FINAL</b>		

Figura 1: Ficha de Avaliação

Na ficha apresentada estão todos os itens que devem ser observados, analisados e avaliados em cada um dos momentos. Além disso, as anotações do diário de campo também devem ser observadas na avaliação.

Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas diz-se que Ensino-Aprendizagem-Avaliação devem ocorrer concomitantemente, porém não se apresenta a forma de como a avaliação se dará.

Nessa proposta da metodologia sistematizada em 4 momentos, através da ficha de avaliação, há um direcionamento do processo avaliativo ao longo da proposta, o que contribui e para a pesquisa em Resolução de Problemas

Para que se possa avaliar por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, é necessário que se tenha coragem e persistência, todavia os resultados por certo podem trazer surpresas, além de serem extremamente motivadores.

#### 4 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Neste capítulo serão abordados os aspectos metodológicos da pesquisa, destacando os recursos metodológicos utilizados, os sujeitos da pesquisa, os instrumentos de coleta de dados e o método de análise.

A investigação realizada, com o objetivo de aplicar a proposta de aulas de Matemática baseada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, verificando a percepção dos educandos quanto as aulas, conteúdo e verificação de como de deu a aprendizagem diante o processo avaliativo da proposta, caracteriza-se como exploratória e, conforme Gil (2012, p. 27), “tem como principal intuito desenvolver, esclarecer, e alterar conceitos e ideias, buscando a elaboração de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores”.

Quanto à forma de abordagem caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa, definida como:

Tipo de pesquisa que visa abordar o mundo “lá fora” (e não em contextos especializados de pesquisa, como os laboratórios) e entender, descrever e, às vezes explicar fenômenos sociais “de dentro” de diversas maneiras diferentes:

- Analisando experiências de indivíduos ou grupos. As experiências podem estar relacionadas a histórias bibliográficas ou a práticas (cotidianas ou profissionais), e podem ser tratadas analisando-se conhecimento, relatos e histórias do dia a dia.
- Examinando interações e comunicações que estejam se desenvolvendo. Isso pode ser baseado na observação e no registro de práticas de interação e comunicação, bem como na análise desse material.
- Investigando documentos (textos, imagens, filmes ou música) ou traços semelhantes de experiências ou interações (GIBBS, 2009, p. 8).

A pesquisa qualitativa analisa aspectos mais profundos, relatando a complexidade do comportamento humano. Ainda, desenvolve mais detalhes da investigação, sendo comum que o volume de dados coletados aumentem a medida que vão sendo explorados e analisados.

Conforme Minayo *et al.* (2002, p. 68) “em se tratando de análise em uma pesquisa qualitativa, mesmo que haja uma fase específica para análise de dados, durante a fase de coleta de dados a análise já poderá estar ocorrendo”.

Isso foi observado nesta pesquisa, pois a partir do momento que se entrou em campo, muitas informações do meio, foram cruciais para o desenvolvimento da investigação. Na etapa específica para análise já haviam muitas situações resolvidas e outras que necessitaram de nova busca no material coletado para serem refletidas.

Para coletar os dados foram utilizados os seguintes instrumentos:

- **Problema gerador**- resolução do problema gerador realizada em grupo pelos dos alunos;
- **Diário de campo**- composto por anotações da professora pesquisadora, pertinentes a todo desenvolvimento da proposta bem como a avaliação dos alunos. Registro de situações relevantes que ocorreram durante o processo de aplicação, que tenham interferido ou que poderiam interferir nos resultados obtidos;
- **Ficha de avaliação**- elaborada observando todos os momentos da proposta, instrumento utilizado como facilitador da avaliação processual formalizada através de conceito;
- **Questionário aplicado aos alunos**- (pós-aplicação da proposta)- foi utilizado para verificar a percepção dos mesmos quanto a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas;
- **Questionário aplicado aos professores**- (pré-aplicação da proposta)- foi desenvolvido para conhecer melhor o campo de atuação da pesquisa e a realidade em que os sujeitos estavam inseridos. Foi aplicado a todos os professores de matemática do Ensino Médio do IFPR – Campus Palmas.
- **Atividades complementares** (resolvidas pelos alunos e corrigidas pela professora)- elaboradas com intuito de auxiliar a professora pesquisadora na percepção da aprendizagem obtida pelos alunos sobre o conteúdo de função afim, e também propiciar aos alunos o contato com exercícios de diferentes níveis e contextos, porém dentro do mesmo conteúdo trabalhado através da metodologia proposta.

A coleta de dados e aplicação da proposta foram realizadas durante o mês de abril de 2017, durante seis aulas de 45 min, em encontros presenciais com os quarenta e dois alunos devidamente matriculados no 1º ano do curso técnico jurídico do Ensino Médio do IFPR - Campus Palmas. A professora pesquisadora não era professora regente dessa turma, portanto desconhecia os alunos, não tendo nenhum contato anterior com os mesmos. As aulas foram cedidas gentilmente pela professora regente de acordo com a autorização da equipe pedagógica da instituição para aplicação deste projeto de pesquisa.

Para a análise dos dados da pesquisa utilizamos a Triangulação de Métodos, uma vez que a interpretação dos dados e atribuição de significados bem como equiparação dos dados obtidos por diferentes instrumentos, foi fundamental no momento das inferências.

De acordo com Marconi e Lakatos (2011, p. 285):

A técnica da triangulação é a combinação entre diversas metodologias no estudo de um fenômeno. Descrevendo, explicando e compreendendo o fato pesquisado ao máximo. Há quatro tipos de triangulação: fontes (diferentes relatos), métodos (dados

coletados por varias metodologias),investigadores (dados de diferentes pesquisadores) teorias (positivismo e construtivismos ou outras).

Quando houver um enfoque tríplice, descrito, explicado ou compreendido, haverá a Técnica da triangulação.

Conforme Marcondes e Brisola (2014) a Análise por Triangulação de Métodos se faz no preparo do material coletado através da articulação entre: dados empíricos, diálogo com os autores que estudam o tema em questão e as informações concretas levantadas na pesquisa, e analise da conjuntura. Assim, a Triangulação de Métodos pode ser entendida como olhares diferentes sobre um mesmo tema, chegando-se a uma visão a mais precisa possível.

A opção pela Análise por Triangulação de Métodos, significa adotar um comportamento reflexivo-conceitual e prático do objeto de estudo da pesquisa sob diferentes perspectivas, o que possibilita complementar, com riqueza de interpretações, a temática pesquisada, ao mesmo tempo que possibilita e aumenta a consistência das conclusões (MARCONDES; BRISOLA, 2010, p. 2016).

Foi trabalhado dentro da análise a busca por “aquilo” que está subentendido, o intrínseco nas respostas dos pesquisados, trabalhando as palavras e suas significações dentro do contexto onde estão inseridas. Assim, Chizzotti (2014, p. 115) pondera “um texto contém sentidos, significados, patentes ou ocultos que podem ser aprendidos por um leitor que interpreta a mensagem contida nele por meio de técnicas sistemáticas apropriadas”.

A mensagem pode ser entendida sendo decomposta em partes mais simples, onde serão observados os pequenos detalhes do texto.

Utilizando a Triangulação de métodos, diante dos dados coletados, organizados e dissociados se deu a análise desta pesquisa.

## 5 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

O conteúdo escolhido para aplicação da pesquisa foi a função afim. A proposta foi estudá-la a partir da Metodologia de Ensino-Aprendizagem através da Resolução de Problemas. Isso porque o referido conteúdo faz parte da grade curricular do 1º ano do Ensino Médio, no IFPR - Campus Palmas. Entretanto na educação básica, mais especificamente no 9º ano, já é dada uma noção dos seus princípios, com maior ênfase na construção de gráficos. Por certo, todos os alunos já tiveram um “primeiro contato”, mesmo que de maneira superficial com este conteúdo e, no momento da aplicação do problema gerador, poderão fazer conexões, relacionando elementos já aprendidos ou não.

Fique claro que o conhecimento prévio do conteúdo não é pré-requisito para a aplicação da Metodologia de Resolução de Problemas, podendo esta acontecer mesmo quando o conteúdo for totalmente novo. É o princípio da investigação, da descoberta que esta por de trás da Resolução de Problemas.

A principal preocupação do pesquisador se dá na elaboração do problema gerador, pois é a partir deste, que toda metodologia se desenvolverá e que o conteúdo de função afim deverá ser explorado.

Com intuito de elaborar um problema bem abrangente, será feita uma revisão do conteúdo de função afim.

### 5.1 REVISÃO DE FUNÇÃO AFIM

Antes de explorar de maneira específica a função afim, é interessante nortear a discussão utilizando para isso a apresentação da definição de função, de forma breve.

Dados os conjuntos  $X$ ,  $Y$ , uma função  $f: X \rightarrow Y$  (lê-se “uma função de  $X$  em  $Y$ ”) é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento  $x \in X$  um elemento  $y = f(x) \in Y$  (leia-se “ $y$  igual a  $f$  de  $x$ ”). O conjunto  $X$  chama-se o domínio e  $Y$  é o contradomínio da função  $f$ . Para cada  $x \in X$ , o elemento  $f(x) \in Y$  chama-se a imagem de  $x$  pela função  $f$ , ou o valor assumido pela função  $f$  no ponto  $x \in X$ . Escreve-se  $x \mapsto f(x)$  para indicar que  $f$  transforma (ou leva)  $x$  em  $f(x)$  (LIMA, 2013, p. 40).

Na definição apresentada acima, verifica-se que, função é uma relação de dependência entre grandezas, contendo domínio, contradomínio e imagem. Entretanto, Lima

(2013, p. 41) nos chama a atenção no sentido, de que “uma função para estar bem definida deve ter três ‘ingredientes’: domínio, contradomínio e a lei de correspondência  $x \mapsto f(x)$ ”.

A função afim é um tipo particular de função, que abordaremos a partir de agora.

A definição de função afim de Lima (2013, p. 90) esclarece, “uma função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  chama-se afim quando existem constantes  $a, b \in \mathbb{R}$  tais que  $f(x) = ax + b$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ ”.

Nela se encontram de forma bem clara os três “ingredientes”: Domínio:  $\mathbb{R}$ , Contradomínio:  $\mathbb{R}$  e lei de correspondência:  $f(x) = ax + b$ , com  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Podem ser descritos alguns casos particulares de função afim, no que diz respeito aos valores assumidos pelos coeficientes  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Esses casos são muito bem descritos por Lima (2013, p. 90), “a função identidade  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definidas por  $f(x) = x$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ , é afim. Também são afim as translações  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + b$ . São ainda casos particulares de funções afins as lineares,  $f(x) = ax$  e as constantes  $f(x) = b$ ”.

Quanto aos coeficientes  $a$  e  $b$ , podem ser determinados sem que sejam fornecidos explicitamente.

Quanto ao coeficiente  $b$ , observe que, se  $x = 0$ , (substituindo na função)  $f(x) = ax + b$ , temos que  $b = f(0)$ .

Quanto ao coeficiente  $a$ , precisamos dos valores de  $f(x_1)$  e  $f(x_2)$ , assim valores que a função assume, sendo  $x_1$  e  $x_2$  os pontos distintos e arbitrários,  $f(x_1)$  e  $f(x_2)$  os valores da função nos pontos determinados.

$$f(x_1) = ax_1 + b \quad (I)$$

$$f(x_2) = ax_2 + b \quad (II)$$

subtraindo(II)de(I)

$$f(x_2) - f(x_1) = ax_2 - ax_1$$

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

O coeficiente  $a$  é a taxa de variação da função  $f$ .

Conforme Lima (2013, p. 91), “uma função afim é crescente quando sua taxa de crescimento (dada pelo coeficiente  $a$ ) é positiva, decrescente quando  $a$  é negativo e constante quando  $a = 0$ ”, pois assim satisfaz a condição para crescimento e decrescimento de uma função:

Uma função  $f : X \rightarrow \square$ , com  $X \subset \square$ , chama-se:

Crescente quando  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ ;

Decrescente quando  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ ;

Monótona não-decrescente quando  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$ ;

Monótona não-crescente quando  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$ .

Em qualquer dos quatro casos,  $f$  diz-se monótona. Nos dois primeiros ( $f$  crescente ou  $f$  decrescente) diz-se que  $f$  é estritamente monótona. Nestes dois casos,  $f$  é uma função injetiva (LIMA, 2013, p. 91).

Uma função pode ser representada pelo diagrama de flechas (relação entre conjuntos), pela lei de formação e também graficamente. Neste caso, procede verificar o comportamento do gráfico de uma função afim.

Em conformidade com Lima (2013, p. 92), “o gráfico  $G$  de uma função afim  $f : x \mapsto ax + b$  é uma linha reta”. Se o gráfico é uma linha reta, significa que seus pontos estão alinhados, ou seja, são colineares.

Feita a escolha de três pontos quaisquer  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$  e  $P_3(x_3, y_3)$  que satisfaçam a lei de formação da função afim. Supondo  $x_1 < x_2 < x_3$ , verifica-se a colinearidade.

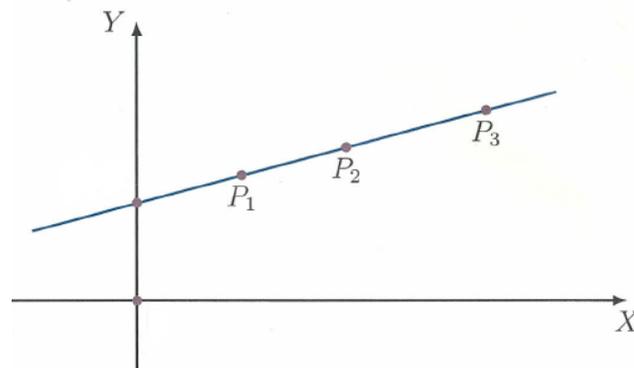


Figura 2:  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ , pontos quaisquer do plano

$P_1 = (x_1, ax_1 + b)$ ,  $P_2 = (x_2, ax_2 + b)$ ,  $P_3 = (x_3, ax_3 + b)$ , se forem colineares, a distância entre  $P_1$  e  $P_2$  ( $d(P_1, P_2)$ ) adicionada a  $d(P_2, P_3)$  deve ser igual  $d(P_1, P_3)$ .

Da geometria analítica observa-se que se  $A(x_A, y_A)$   $B(x_B, y_B)$  são pontos do plano, a distância entre  $A$  e  $B$  pode ser obtida facilmente utilizando-se o Teorema de Pitágoras.

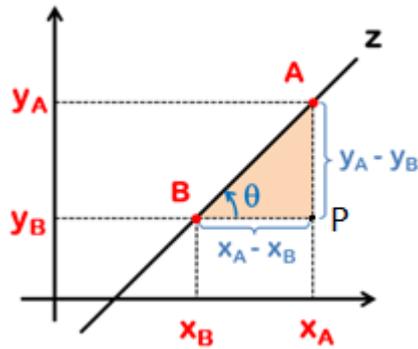


Figura 3: Distância entre dois pontos quaisquer no plano

$$d(A, B)^2 = d(P, B)^2 + d(P, A)^2$$

$$d(A, B)^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$$

$$d(A, B) = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

Assim, podemos utilizar a distância entre dois pontos no plano para calcular

$d(P_1, P_2)$ ,  $d(P_2, P_3)$  e  $d(P_1, P_3)$

Calculando:

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (ax_2 + b - (ax_1 + b))^2}$$

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (ax_2 + b - ax_1 - b)^2}$$

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (a(x_2 - x_1))^2}$$

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + a^2(x_2 - x_1)^2}$$

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2(1 + a^2)}$$

$$d(P_1, P_2) = (x_2 - x_1)\sqrt{1 + a^2}$$

Analogamente:

$$d(P_2, P_3) = (x_3 - x_2)\sqrt{1 + a^2} \quad e \quad d(P_1, P_3) = (x_3 - x_1)\sqrt{1 + a^2}$$

$$d(P_1, P_2) + d(P_2, P_3) = (x_2 - x_1)\sqrt{1 + a^2} + (x_3 - x_2)\sqrt{1 + a^2}$$

$$d(P_1, P_2) + d(P_2, P_3) = \sqrt{1 + a^2}((x_2 - x_1) + (x_3 - x_2))$$

$$d(P_1, P_2) + d(P_2, P_3) = (x_3 - x_1)\sqrt{1 + a^2}$$

Como  $d(P_1, P_2) + d(P_2, P_3) = d(P_1, P_3)$  os pontos  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  são colineares, ficando provado que o gráfico de uma função linear é uma reta.

Pontos notáveis no gráfico de uma função afim:

- Ponto de intersecção da reta da função afim ( $f : x \mapsto ax + b$ ) com o eixo OY.

Assim para esse ponto  $x = 0$

**Temos esse ponto para  $x = 0$**

$$f(x) = ax + b$$

$$f(0) = a \cdot 0 + b$$

$$f(0) = y = b$$

Esse ponto é denominado de coeficiente linear da reta, podendo ser observado no gráfico abaixo:

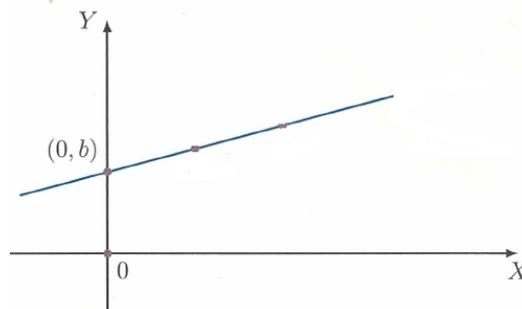


Figura 4: Coeficiente linear da reta

- Ponto de intersecção da reta da função afim ( $f : x \mapsto ax + b$ ) com o eixo OX.

Assim esse ponto tem para  $f(x) = y = 0$

$$f(x) = ax + b$$

$$0 = a \cdot x + b$$

$$x = -b/a$$

Este ponto é denominado de raiz ou zero da função e pode ser observado no gráfico abaixo:

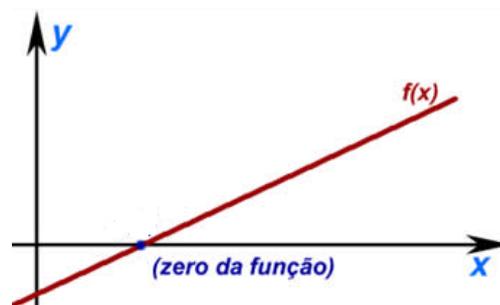


Figura 5: Raiz ou zero de uma função

Segundo Lima (2013, p. 93):

Como o gráfico de uma função afim é uma reta, basta que se conheçam dois pontos para que esta fique inteiramente determinada. A partir desses dois pontos conhecidos quaisquer, é possível determinar os valores dos coeficientes  $a$  e  $b$  (angular e linear respectivamente) da função afim, havendo possibilidade de escrever a lei de formação da função ( $f(x) = ax + b$ ).

O coeficiente  $a$ , além de ser chamado de taxa de variação, é também denominado coeficiente angular da reta  $z$  (inclinação da reta  $z$  com relação ao eixo horizontal  $OX$ ), pois é a tangente trigonométrica do ângulo do eixo  $OX$  com a reta  $z$ . O gráfico abaixo ilustra situação:

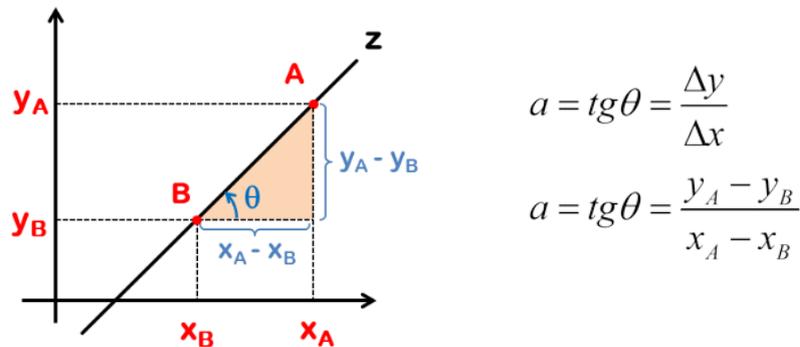


Figura 6: Coeficiente Angular da Reta

De forma bem simples, geometricamente, o coeficiente angular determina a inclinação da reta  $z$  com relação eixo  $OX$ .

Conhecendo-se a lei de formação da função afim, para construção do gráfico basta atribuir valores a uma das variáveis ( $x$  ou  $y$ ) e determinar a outra utilizando a lei de formação, assim sendo necessários apenas dois pontos.

Conhecendo-se o gráfico da função afim, através dos pontos podemos determinar os coeficientes  $a$  e  $b$ , revelando a lei de formação.

Muitas situações do cotidiano podem ser modeladas matematicamente por uma função afim, entre elas: problemas que envolvem progressão aritmética, problemas que envolvem grandezas proporcionais (funções lineares), salário de vendedores quando uma parte é fixa e uma variável, juros simples e etc. Muitas são as possibilidades de associar o conteúdo trabalhado a situações reais.

Como o objetivo de revisar o conteúdo de função afim se deu para a preparação do problema gerador e para a explanação da aula, é pertinente uma breve observação no livro didático de Matemática utilizado no Ensino Médio do IFPR - Campus Palmas (SOUZA,

2011), no sentido de verificar se vai ao encontro do que é proposto em Lima (2013), que é a principal referência norteadora deste trabalho de pesquisa. Para tanto, a análise recairá sobre o tratamento dado a função afim, sua definição e forma de abordagem deste conteúdo.

No livro didático Souza (2011, p. 81) define função afim como, “uma função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , que a todo número  $x \in \mathbb{R}$  associa o número  $ax + b$ , com  $a$  e  $b$  reais, é chamada **função afim**.  $x \mapsto ax + b$   $f(x) = ax + b$  ou  $y = ax + b$ . Dizemos que  $a$  e  $b$  são coeficientes da função”.

Souza (2011, p. 82) nomina especialmente “a função afim conforme o valor de seus coeficientes  $a$  e  $b$  (linear, identidade e constante)”.

Quanto a representação gráfica da função afim, Souza (2011, p. 85):

Apresenta uma abordagem completa e bem organizada. Apresenta o zero de uma função e seu significado geométrico, bem como classifica o coeficiente  $a$  como angular (associando a ele a inclinação da reta da função) e o coeficiente  $b$  como linear (sendo ponto de intersecção do gráfico da função com eixo  $y$ , o ponto  $(0, b)$ ). Há ainda uma explicação quanto a translação de um gráfico da função afim.

O mesmo autor (2011, p. 92) trata do “crescimento e decréscimo de uma função afim relacionando diretamente ao valor do seu coeficiente angular ( $a > 0$  crescente e  $a < 0$  decrescente)”.

O estudo do sinal de uma função afim é abordado por Souza (2011, p. 96) “de forma bem rápida e objetiva, porém traz atividades bastante complexas, que exigem a prévia apropriação do conteúdo para que possam ser desenvolvidas”.

Todo conteúdo de função afim abordado por Souza (2011) utiliza exemplos e exercícios bem interessantes que buscam a relação com o cotidiano do educando. Logo, a abordagem dos assuntos analisados, modelam-se matematicamente como função afim.

Essa forma de abordagem enriqueceu muito a revisão de conteúdo, uma vez que desperta para formulação do problema gerador a ser aplicado na Metodologia de ensino aprendizagem através da Resolução de Problemas, principal etapa do planejamento, pois é a partir desse problema construído que se desenvolverá toda metodologia

## 5.2 DO PLANEJAMENTO

A proposta utilizou a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, de forma “compactada” em quatro Momentos conforme já foi

descrito anteriormente, sendo desenvolvida em uma turma do 1º Ano de Ensino Médio do curso Técnico em Serviços Jurídicos, do IFPR Campus Palmas.

A turma era composta por 43 alunos, e a carga horária semanal de aulas de matemática compreendia 3 horas/aula, concentrada na segunda-feira, sendo que cada hora aula era de 45 minutos.

Foi solicitada a professora regente da turma, a lista de chamada, para organização prévia dos grupos. Os quarenta e três alunos da turma foram separados em grupos aleatórios. Formaram-se oito grupos (três grupos com seis alunos e cinco grupos com cinco alunos) usando o sistema de ordem alfabética e utilizando a denominação inicial para os grupos como Grupo 1 (G1), Grupo 2 (G2) e assim sucessivamente até o Grupo 8 (G8). A professora pesquisadora não teve nenhum contato prévio ou até mesmo conhecimento sobre os alunos da turma antes da aplicação da proposta. A forma de organização foi pensada com a intenção de “ganhar tempo” no momento da aplicação do trabalho e também de “misturar” os alunos.

Como o tema escolhido para a proposta didática foi função afim (definição, construção do gráfico, crescimento e decrescimento, coeficiente angular e linear, zeros da função), o problema gerador proposto precisaria englobar ou pelo menos propiciar a discussão sobre o tema e os itens a serem abordados.

O problema gerador conforme apêndice A, foi elaborado considerando as seguintes hipóteses:

- Os alunos já teriam conhecimentos básicos de função afim e construção de gráficos adquiridos no 9º ano do Ensino Fundamental;
- Os alunos já teriam conhecimento de funções de maneira geral devido ao plano de trabalho docente da professora regente da turma na disciplina de Matemática;
- A prática despertaria a vontade de aprender.

Diante da realidade<sup>12</sup> do professor pesquisador as dez etapas da Metodologia de Ensino Aprendizagem-Avaliação propostas por Onuchic e Alevatto, foram reorganizadas e compactadas em quatro Momentos para realização da prática, objetivando tornar a aplicação da proposta viável.

Os quatro Momentos da proposta foram desenvolvidos durante 6 horas/aula de 45 min cada uma. A turma possuía 3 aulas agrupadas na segunda-feira, logo a proposta foi efetivada em duas semanas. Conforme o planejamento abaixo:

---

<sup>12</sup> Realidade do professor pesquisador- Carga horária anual de aulas de matemática reduzido diante da ementa a ser cumprida, gerando carga horária semanal reduzida e tempo disponível por conteúdo também reduzido, turma com mais de 35 alunos.

<b>1ª Semana - 2ª Semana</b>			
<b>1º Momento</b>	<b>2º Momento</b>	<b>3º Momento</b>	<b>4º Momento</b>
2 aulas	1,5 aula	1 aula	1,5 aula

Contando inicialmente com a permissão da instituição, devida autorização dos pais e alerta sobre a participação dos alunos em um trabalho de pesquisa para fins de conclusão do mestrado, iniciou-se a execução do trabalho planejado. Tal pesquisa analisaria uma metodologia de ensino de matemática chamada Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas. No momento que antecedeu o início da proposta, colocou-se aos alunos através de uma conversa breve como se desenrolariam as seis aulas reservadas para a execução do trabalho. Foi também enfatizada a forma com que seriam avaliados, explicando que mesmo a prática se desenvolvendo na maioria dos momentos em grupos, cada aluno seria avaliado individualmente, de forma processual e contínua, em todos os momentos da proposta. O objetivo dessa fala foi deixar os alunos bem cientes de que todo processo avaliativo a que seriam submetidos individualmente.

A avaliação foi um dos focos a serem analisados na proposta, uma vez que é conceitual e se deu baseada na ficha de avaliação do apêndice B.

**1º Momento:** Leitura e Interpretação - Divisão da turma em grupos, com organização prévia do local, dispendo os grupos em forma circular, distribuídos em todo espaço da sala. Em seguida, entrega do problema gerador, individualmente, a cada integrante do grupo. Na sequência, disponibilização de tempo para que seja feita leitura do problema de forma individual e em grupo, contando com o auxílio do professor nos grupos para a interpretação do problema, caso isso se faça necessário, sempre em ordem, passando uma vez em cada grupo; Resolução do Problema - os alunos a partir da interpretação e entendimento do problema buscam em grupo resolvê-lo.

**Problema Gerador**

Em nossa cidade há três lojas credenciadas as operadoras de celular: Loja da TCHAU, Loja da ESCURO e Loja da TUM .

Um estudante do IFPR visando diminuir suas despesas com telefone móvel e manter suas necessidades atendidas fez uma pesquisa referente a planos pós-pago, conforme abaixo:

<b>OPERADORA ESCURO</b>			
Plano	Valor Mensal	Valor por min Extra	
50 min	R\$ 42,99	R\$	0,50
100 min	R\$ 68,99	R\$	0,50
150 min	R\$ 109,99	R\$	0,50

<b>OPERADORA TUM</b>			
Plano	Valor Mensal	Valor por min Extra R\$	
50 min	R\$ 40,00	R\$	0,75
100 min	R\$ 66,00	R\$	0,75
150 min	R\$ 105,00	R\$	0,75

<b>OPERADORA TCHAU</b>			
Plano	Valor Mensal	Valor por min Extra R\$	
50 min	R\$ 39,99	R\$	0,89
100 min	R\$ 64,99	R\$	0,89
150 min	R\$ 100,99	R\$	0,89

*Em todas as operadoras são oferecidas as seguintes vantagens:*

*\*2GB de internet;*

*\*Torpedos ilimitado para qualquer operadora;*

*\*Ligações ilimitadas para celular de mesma operadora;*

*\*Whatsap ilimitado.*

Figura 7: Problema Gerador

Analisando as informações obtidas pelo estudante, responda as questões abaixo:

- a) Explique como é feito o cálculo do valor a ser pago de uma fatura de telefonia celular em planos pós-pagos, conforme o disposto?

**Objetivo da questão:** Interpretação do problema, conforme o disposto na tabela e também intuir a relação do tempo de utilização em minutos com o valor da fatura.

**Resposta esperada:** o valor a ser pago é feito, considerando uma parte fixa contratada no plano e uma parte variável de acordo com os gastos excedentes ao plano contratado, em minutos.

- b) Se o estudante utilizasse em média 90 minutos por mês, em que operadora e qual o plano seria mais vantajoso a ele? Justifique sua resposta através de cálculos

**Objetivo da questão:** Calcular o valor da fatura para 90 min em cada uma das operadoras e escolher a melhor opção.

**Resposta esperada:** Com a utilização de 90 min mensais, o plano mais vantajoso seria o de 50 min na operadora ESCURO.

<i>ESCURO</i> (90 min)	<i>TUM</i> (90 min)	<i>TCHAU</i> (90 min)
$f(x) = 42,99 + 0,5 \cdot x$	$f(x) = 40 + 0,75 \cdot x$	$f(x) = 39,99 + 0,89 \cdot x$
$f(x) = 42,99 + 0,5 \cdot 40$	$f(x) = 40 + 0,75 \cdot 40$	$f(x) = 39,99 + 0,89 \cdot 40$
$f(x) = 42,99 + 20$	$f(x) = 40 + 30$	$f(x) = 39,99 + 35,60$
$f(x) = 62,99$	$f(x) = 70$	$f(x) = 75,59$

- c) Sendo este aluno do Ensino Médio, seu perfil se enquadraria no plano de 50 min. Qual a operadora deveria ser escolhida levando em conta fator economia, caso ultrapassasse o tempo da franquia em 13 min? Qual seria o valor pago no mês considerado? Qual a maior economia obtida relativa ao mesmo plano em outra operadora?

**Objetivo da questão:** Calcular o valor da fatura em cada uma das operadoras no plano de 50 min, levando em conta que a utilização mensal foi de 63 min. Perceber a maior economia gerada comparando os planos.

**Resposta esperada:** Levando em conta o fator economia, a operadora Escuro deveria ser a escolhida. Os gastos mensais seriam de: ESCURO R\$ 49,49; TUM R\$ 49,75; e TCHAU R\$ 51,56. Assim a maior economia gerada é de R\$ 2,07 no mês comparando as operadoras ESCURO e TCHAU.

- d) Quando o plano de 150 minutos for excedido, em quanto tempo as faturas da operadora TUM e TCHAU terão praticamente o mesmo valor cobrado no mês? Justifique.

**Objetivo da questão:** Por tentativa ou igualando as funções encontrar o tempo aproximado em que as faturas nas operadoras TUM e TCHAU terão praticamente o mesmo valor. Explorar na apresentação formal do conteúdo a igualdade entre funções.

**Resposta esperada:**

- Quando o plano exceder 28 min teremos: TUM R\$ 126 e na TCHAU R\$ 125,91
- Quando o plano exceder 29 min teremos: TUM R\$ 126,75 e na TCHAU R\$ 126,80
- Considerando que os alunos possam resolver por tentativa, ambas as respostas serão consideradas corretas, 28 min ou 29 min.

<i>TUM</i>	<i>TCHAU</i>
$f(x) = 105 + 0,75 \cdot x$	$f(x) = 100,99 + 0,89 \cdot x$
$TUM = TCHAU$	
$105 + 0,75 \cdot x = 100,99 + 0,89 \cdot x$	
$0,89x - 0,75x = 100,99 - 105$	
$0,14x = 4,01$	
$x = 4,01 / 0,14$	$x = 28,6 \text{ min}$

- e) Qual é o modelo matemático que relaciona o valor a ser pago e os minutos extras utilizados, em qualquer uma das situações dispostas nos planos pós-pago de qualquer operadora?

**Objetivo da questão:** Escrever em forma de função a situação exposta no problema gerador. No momento da apresentação formal do conteúdo, explorar a definição de função afim, bem como a lei de formação da função.

**Resposta esperada:**

$x = \text{minutos excedidos do plano contratado}$

$f(x) = \text{valor da fatura ao final do mês}$

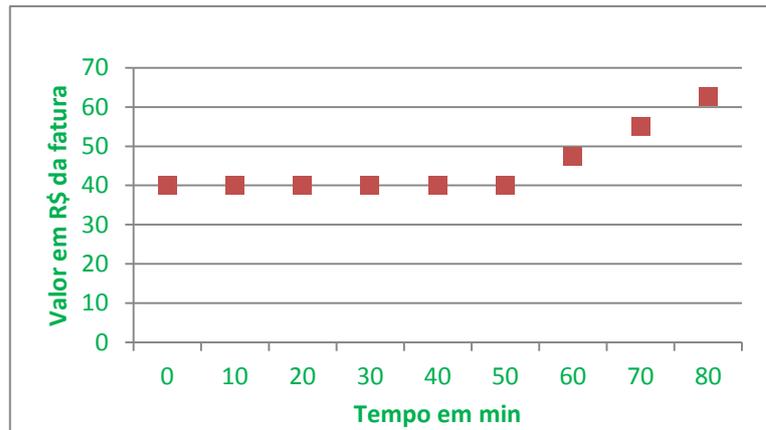
$f(x) = \text{valor mensal} + (\text{valor por min extra}) \cdot x$

- f) Escolhendo a operadora TUM e um plano de 50 min, construa um gráfico onde seja possível visualizar o valor da conta em reais ao final do mês, considerando as seguintes situações:
- I) O usuário não utilizou o telefone;
  - II) O usuário utilizou 20 min da franquia;
  - III) O usuário utilizou 33 min da franquia;
  - IV) O usuário utilizou 50 min;
  - V) O usuário utilizou 60 min da franquia;
  - VI) O usuário utilizou 70 min da franquia;
  - VII) O usuário utilizou 80 min da franquia.

**Objetivo da questão:** Construção do gráfico, com ordenadas  $x$  e  $y$  (sendo denominadas dentro da proposta) e observação dos pontos a serem considerados.

**Resposta esperada:**

Gráfico 1: Operadora Tum Plano de Pós-Pago de 50 min.



Fonte: A Autora (2017)

g) Em relação ao gráfico construído no item (f) responda:

g1) Qual é o de tempo de utilização em minutos em que não há variação do valor da conta?

**Objetivo da questão:** Análise e interpretação do gráfico construído. No momento da apresentação formal do conteúdo, explorar a questão da função constante.

**Resposta esperada:** com a utilização de 0 a 50 minutos, não há variação da conta.

Ou considerando  $x =$  tempo em min temos:  $0 \leq x \leq 50$ .

g2) O que acontece com o valor da conta, quando o estudante passa a consumir mais do que a franquia estabelecida em min?

**Objetivo da questão:** perceber através do gráfico que o valor da fatura aumentará. Na apresentação formal do conteúdo, discutir questão de crescimento e decrescimento de função afim.

**Resposta esperada:** o valor da conta passa a aumentar assim que se gastar mais que o estabelecido no plano contratado.

g3) É possível traçar uma linha por esses pontos obtidos no gráfico? Justifique sua resposta matematicamente.

**Objetivo da questão:** ressaltar a ideia de domínio da função, utilizando a questão real proposta para relacionar a questão matemática geral de função.

**Resposta esperada:** Não é possível traçar a linha por esses pontos, o tempo considerado no problema está em minutos, o que gera pontos e não uma reta.

g4) Se é possível ligar esses pontos através de uma linha, é necessário que se faça alguma adequação no enunciado do problema? Justifique

**Objetivo da questão:** Repensar o enunciado proposto (domínio da função), a medida que satisfaça a condição de traçar a linha passando pelos pontos. Aproveitando para no momento da apresentação formal definir domínio de função afim.

**Resposta esperada:** A adequação no enunciado deveria ser relativa ao tempo, não sendo considerado apenas em minutos, mas como uma variável contínua (minutos, segundos, milésimos, etc.), assim o domínio da função seria o conjunto dos números reais.

g5) Conforme o gráfico, como pode variar o valor da conta a ser paga ao final de cada mês?

**Objetivo da questão:** Análise e interpretação do gráfico. Na apresentação formal do conteúdo utilizar a questão para tratar da imagem de uma função afim.

**Resposta esperada:** Conforme o gráfico o valor da conta varia de R\$ 40,00 a R\$ 62,50 ou  $40 \leq y \leq 62,5$ , ou seja, o valor da conta varia R\$ 0,75 para cada minuto excedido do plano.

**2º Momento:** Demonstração da Resolução do Problema em Grupo – A opção pelo trabalho em grupo aconteceu devido o tamanho da turma escolhida para a aplicação da proposta (43 alunos), além disso, uma das premissas para o trabalho com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem através da Resolução de Problemas é a colaboração por meio do trabalho em equipes. Houve a necessidade de se pensar em algo viável diante da realidade encontrada, diferenciando assim do que fora proposto inicialmente para o 2º Momento compactado.

Como não havia tempo hábil para que os alunos escrevessem a resolução e fizessem a explicação na lousa, foi pertinente organizar as respostas dos grupos utilizando recursos tecnológicos. Assim, a resolução feita na folha pelos grupos e fotografada, em seguida, foi colocada no PowerPoint para ser discutida e explicada pelos participantes dos grupos. Foi importante fomentar os comentários quanto às estratégias utilizadas na resolução, independente de estarem corretas ou não.

O professor deve agir como incentivador e mediador das colocações, esclarecendo dúvidas, procurando através das resoluções apresentadas que todos entrem em consenso sobre o resultado correto e sobre a “melhor” resolução apresentada.

**3º Momento:** Apresentação Formal do Conteúdo - O professor faz a apresentação formal do conteúdo, organizado e estruturado na linguagem matemática, relacionando-o ao problema gerador. Inicia-se a explicação a partir do problema gerador, desenvolvendo todo conteúdo a partir dele, e a cada tópico do conteúdo busca-se o problema gerador como base, para poder explicar todo conteúdo do tópico será necessário a utilização de problemas auxiliares, uma vez que o problema gerador tenha sido totalmente explorado.

Este é o momento em que os alunos têm o contato com o conteúdo “propriamente dito” e com alguns problemas auxiliares ao problema gerador, para dar conta de todo conteúdo do plano de aula. Conforme apêndice C, e abaixo organizado de forma sistematizada e incluindo os objetivos para cada item.

### 5.3 APRESENTAÇÃO FORMAL DO CONTEÚDO DE FUNÇÃO AFIM

Uma função  $f$ : será denominada **função afim** quando estiver escrita na forma  $f(x) = ax + b$ , com  $a e b \in \mathbb{R}$ , ou seja, se para cada  $x \in \mathbb{R}$ , existir um único elemento  $(ax + b) \in \mathbb{R}$ .

**Objetivo:** Apresentar a definição formal de função afim, bem como discutir domínio, contradomínio e imagem.

#### Exemplos:

**Objetivo:** Identificar os coeficientes da função afim

$$a) y = f(x) = 7x - 5$$

$$a =$$

$$b =$$

$$b) y = 4x$$

$$a =$$

$$b =$$

$$c) f(x) = 9$$

$$a =$$

$$b =$$

#### Gráfico de uma Função Afim

O gráfico da função afim pode ser construído atribuindo-se valores à variável independente. É importante observar qual o domínio da função para que se possa esboçar o gráfico.

**Exemplo 1:** Construa, no plano cartesiano, o gráfico da função  $f$  definida por:

$$a) y = 2x - 3$$

$$b) f(x) = x + 3$$

$$c) f(x) = -2$$

$$d) f(x) = 2x$$

**Objetivo:** Construir, visualizar e identificar o tipo de gráfico de função afim descrito.

Numa função afim  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = ax + b$ , temos que:

$a$  é o coeficiente angular

$b$  é o coeficiente linear

**Objetivo:** significado geométrico do coeficiente angular e linear

$a$  é o coeficiente angular (indica a inclinação da reta);

$b$  é o coeficiente linear (indica onde a reta intercepta o eixo  $y$ ).

**Objetivo:** Análise gráfica do comportamento do coeficiente angular, crescimento e decréscimo de função.

- $a = 0 \rightarrow$  (O gráfico é uma reta paralela ao eixo  $x$  (função constante)).
- $a \neq 0 \rightarrow$  (O gráfico será uma reta não paralela ao eixo  $x$  (função do 1º Grau)).

$$\begin{cases} a > 0 \rightarrow \text{O gráfico é uma reta (função crescente)} \\ a < 0 \rightarrow \text{O gráfico é uma reta (função decrescente)} \end{cases}$$

**Objetivo:** Análise gráfica do comportamento do coeficiente linear, bem como os tipos “especiais” de função afim.

- $b = 0$ , tem-se uma função do tipo  $f(x) = ax$  com  $a \in \mathbb{R}^*$ , essa função é denominada função linear.
- $b = 0$  e  $a = 1$ , tem-se uma função do tipo  $f(x) = x$ , essa função é linear é denominada especialmente de função identidade.

**Objetivo:** Significado geométrico e algébrico do zero de uma função afim.

Zero da função é o valor de  $x$  que anula a função.

$$f(x) = 0$$

$$ax + b = 0$$

$$x = -\frac{b}{a} \rightarrow \text{zero da função afim}$$

Geometricamente o zero da função é o ponto onde a reta intercepta o eixo  $x$ .

**Exemplo 2:** Determine o zero, o coeficiente angular e o coeficiente linear das funções. Em seguida, classifique-as em crescente ou decrescente.

**Objetivo:** Cálculo do zero da função, identificação do coeficiente angular e linear, reconhecimento de crescimento e decréscimo de função a partir dos coeficientes.

$$a) f(x) = 3x - 15$$

$$b) y = -x + 7$$

$$c) f(x) = 3 + \frac{x}{2}$$

**Exemplo 3:** Na produção de peças, uma fábrica tem um custo fixo de R\$ 16,00 mais um custo variável de R\$ 1,50 por unidade produzida. Sendo  $x$  o número de peças unitárias produzidas, determine:

a) A lei da função que fornece o custo da produção de  $x$  peças;

**Objetivo:** Escrever formalmente a função afim que representa o problema.

**Resposta esperada:**  $f(x) = 1,5x + 16$ .

b) Calcule o custo de produção de 400 peças.

**Objetivo:** Efetivar o cálculo da função, a partir da lei de formação obtida no item a, e verificar a relação de dependência entre duas variáveis (variável dependente e independente).

**Resposta esperada:**

$$f(x) = 1,5 \cdot x + 16$$

$$f(400) = 1,5 \cdot 400 + 16$$

$$f(400) = 600 + 16$$

$$f(400) = 616$$

*O custo para produzir 400 peças será de R\$ 616,00.*

**Exemplo 4:** Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções: A e B.

**Condições dos planos:**

**Plano A:** cobra um valor fixo mensal de R\$ 140,00 e R\$ 20,00 por consulta num certo período.

**Plano B:** cobra um valor fixo mensal de R\$ 110,00 e R\$ 25,00 por consulta num certo período.

Temos que o gasto total de cada plano é dado em função do número de consultas  $x$  dentro do período pré-estabelecido.

**Determinar:**

a) A função correspondente a cada plano.

**Objetivo:** Escrever formalmente a função afim que representa o problema

**Resposta esperada:** Plano A:  $f(x) = 20x + 140$  Plano B:  $g(x) = 25x + 110$

- b) Em qual situação o plano A é mais econômico; o plano B é mais econômico; os dois se equivalem.

**Objetivo:** Funções equivalentes e análise gráfica

**Resposta esperada:**

**Para que o plano A seja mais econômico:**

$$g(x) > f(x)$$

$$25x + 110 > 20x + 140$$

$$25x - 20x > 140 - 110$$

$$5x > 30$$

$$x > 30/5$$

$$x > 6$$

**Para que eles sejam equivalentes:**

$$g(x) = f(x)$$

$$25x + 110 = 20x + 140$$

$$25x - 20x = 140 - 110$$

$$5x = 30$$

$$x = 30/5$$

$$x = 6$$

**Para que o Plano B seja mais econômico:**

$$g(x) < f(x)$$

$$25x + 110 < 20x + 140$$

$$25x - 20x < 140 - 110$$

$$5x < 30$$

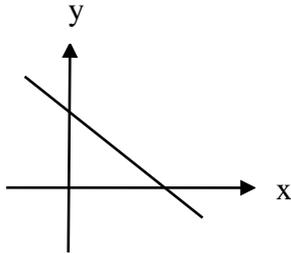
$$x < 30/5$$

$$x < 6$$

**O plano mais econômico será:**

- Plano A = quando o número de consultas for maior que 6.
- Plano B = quando número de consultas for menor que 6.
- Os dois planos serão equivalentes quando o número de consultas for igual a 6.

**Exemplo 5:** O gráfico abaixo representa a função de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  dada por. De acordo com o gráfico conclui-se que:



a)  $a < 0$  e  $b > 0$

b)  $a < 0$  e  $b < 0$

c)  $a > 0$  e  $b > 0$

d)  $a > 0$  e  $b < 0$

e)  $a > 0$  e  $b = 0$

**Objetivo:** Interpretação geométrica do coeficiente angular e linear.

**Resposta esperada:** reta decrescente  $a < 0$ , coeficiente linear intercepta eixo  $y$ , em local positivo  $b > 0$ .

**Exemplo 6:** Determine a lei de formação da função afim, cujo gráfico passa pelos pontos  $A(2,3)$  e  $B(-1,6)$ .

**Objetivo:** Determinação da lei de formação da função afim, a partir de dois pontos.

**Resposta esperada:**

$$y = ax + b$$

$$3 = a \cdot 2 + b \rightarrow 2a + b = -3$$

$$6 = a \cdot (-1) + b \rightarrow -a + b = 6$$

$$\begin{cases} 2a + b = -3 \\ -a + b = 6 \end{cases}$$

$$a = -1 \quad b = 5$$

$$y = -x + 5$$

**4º Momento:** Proposição de Novos Problemas - Tais problemas tem o objetivo de aprofundar e aumentar a compreensão do conteúdo matemático trabalhado, configurando uma forma de construir conhecimento através da resolução de problemas. Essa atividade é proposta inicialmente em sala com intuito de ser resolvida individualmente, não impedindo que cada aluno consulte seu material, que provavelmente tem o registro de observações realizadas por ele ao longo das etapas anteriores a esta. Caso não haja tempo para finalizar a atividade em sala, pode-se pedir para que terminem em casa e a entreguem em um momento posterior previamente agendado.

A atividade constitui uma possibilidade de verificar, se houve apropriação do conhecimento, aprendizagem em relação à função afim e se há o reconhecimento da função

em diferentes contextos. Conforme apêndice E, e abaixo organizado de forma sistematizada e incluindo os objetivos para cada item.

#### 5.4 ATIVIDADES COMPLEMENTARES

**1) (Autoria Própria)** João e Maria se conheceram em meados de março de 1998 e namoraram por um período de dois anos. Com objetivo de constituir família, resolveram casar-se. Em 02/04/2000 buscaram cartório competente para habilitar-se ao matrimônio, casando-se em meados de julho de 2000.

Durante o processo, o cartorário responsável lhes orientou acerca do regime de bens a ser definido e, em comum acordo, optaram pelo regime da comunhão parcial de bens.

Casados, formaram a tão sonhada família, de onde adveio o nascimento de dois filhos. O casamento perdurou por dezessete anos. Com o passar do tempo, o casal não mais comungava dos mesmos interesses e devido à falta de afeto recíproco, resolveram por bem, optar pelo divórcio direto.

Para tanto, buscaram um escritório de advocacia competente para ajuizar o pedido em comum acordo. Na oportunidade, o advogado responsável lhes orientou acerca da situação jurídica, das consequências do divórcio bem como de suas regras. Para o início dos trabalhos o causídico cobrou o valor inicial de R\$ 4.500,00 (tabela da OAB – PR), tal valor se refere ao trabalho desenvolvido administrativamente e judicialmente.

Ocorre que durante a vida conjugal ambos contribuíram pelo esforço para aquisição de bens que formaram o patrimônio do casal:

- 01 casa de alvenaria, medindo 100 m<sup>2</sup> com valor venal de R\$ 100.000,00;
- 01 veículo marca CACARECO, ano modelo 2005 com valor venal de R\$ 15.000,00;
- 01 veículo marca TRANQUEIRA, ano modelo 2010 com valor venal de R\$ 30.000,00;
- 01 lote de terreno, medindo 300 m<sup>2</sup> com valor venal de R\$ 150.000,00;
- Móvel que guarnece o imóvel do casal com valor venal de R\$ 25.000,00.

Após o advogado tomar conhecimento da existência de bens comuns a partilhar, contratou com as partes o valor equivalente a 10% sobre o ajustamento da partilha dos bens, conforme relação repassada com a consequente homologação do juízo.

Sabe-se que pela regra constitucional legal, todos os bens adquiridos pelo casal durante a vida comum e pelo esforço comum, devem ser partilhados entre si, na proporção de 50% destinado a cada parte.

Considerando o divórcio decretado pelo magistrado competente, com a consequente homologação da partilha dos bens cabíveis a cada um.

**Responda o que se pede:**

a) Como é feito o cálculo do valor a ser pago para o advogado, caso um casal possua bens?

**Objetivo:** Interpretação do enunciado proposto.

**Resposta esperada:** Será pago um valor fixo de R\$ 4.500,00 mais 10% do valor total dos bens do casal.

b) Considerando todos os bens do casal a serem partilhados, qual o valor total pago pelo casal ao advogado?

**Objetivo:** Utilizar a lei de formação da função ou o raciocínio utilizado para responder o item a e efetivar os cálculos.

**Resposta esperada:**

$f(x) = 4500 + 0,1 \cdot x$	$f(x) = \text{valor pago ao advogado}$
$f(x) = 4500 + 0,1 \cdot 320000$	$x = \text{valor dos bens do casal}$
$f(x) = 4500 + 32000$	
$f(x) = 36500$	<i>Total pago pelo casal R\$36.500,00</i>

c) Após conversa com o advogado, o casal resolveu vender o veículo TRANQUEIRA para ter dinheiro suficiente para arcar com as despesas do divórcio. Assim, esse veículo sairia da partilha de bens. Na situação agora disposta, qual o valor total pago pelo casal ao advogado?

**Objetivo:** Utilizar a lei de formação da função ou o raciocínio utilizado para responder o item a, levando em conta a diminuição do patrimônio e, portanto, o valor total dos bens, em seguida efetivar os cálculos.

**Resposta esperada:**

$f(x) = 4500 + 0,1 \cdot x$	$320.000 - 30.000 = 290.000$
$f(x) = 4500 + 0,1 \cdot 290000$	$f(x) = \text{valor pago ao advogado}$
$f(x) = 4500 + 29000$	$x = \text{valor dos bens do casal}$
$f(x) = 33500$	<i>Total pago pelo casal R\$33.500,00</i>

d) Do que depende o valor a receber do advogado?

**Objetivo:** Interpretação do problema e intuir relação entre variáveis.

**Resposta esperada:** O valor que o advogado recebe depende do valor total dos bens que o casal possui.

e) Caso não houvesse bens, qual seria o valor pago pelo casal ao advogado? E se eles tivessem ao invés de dois (02), quatro (04) filhos o valor cobrado pelo advogado seria alterado? Justifique

**Objetivo:** Verificar se houve a interpretação correta quanto à forma de pagamento ao advogado.

**Resposta esperada:** O valor pago seria R\$ 4500,00. O valor pago ao advogado não depende da quantidade de filhos e sim do valor total de bens, logo o valor pago nesse caso permaneceria R\$ 4.500,00.

2) (UFPE - Adaptado) Um provedor de acesso à internet oferece dois planos para os seus assinantes:

- **Plano A** – Assinatura mensal de R\$ 8,00 mais R\$ 0,03 para cada minuto de conexão durante o mês.
- **Plano B** – Assinatura mensal de R\$ 10,00 mais R\$ 0,02 para cada minuto de conexão durante o mês.

Acima de quantos minutos de conexão por mês é mais econômico optar pelo plano B?

- a) 160                      b) 180                      c) 200                      d) 220                      e) 240

**Objetivo:** Escrever a lei de formação da função afim, referente a cada plano. Em seguida considerar a possibilidade de funções equivalentes e interpretar o resultado para finalizar a questão.

**Resposta esperada:** c) 200

3) (Caderno de Atividades Positivo) Uma máquina, ao sair da fábrica, sofre uma desvalorização constante pelo seu uso, representada pela função, onde  $P(t) = 50 - 5t$ , onde P é o preço da máquina (em reais) e t é o tempo de uso (em anos).

Obtenha:

a) O custo da máquina ao sair da fábrica;

**Objetivo:** Cálculo, utilizando a função dada e considerando o proposto pelo item.

**Resposta esperada:** R\$ 50,00

b) O custo da máquina após 5 anos de uso;

**Objetivo:** Cálculo, utilizando a função dada e considerando o proposto pelo item.

**Resposta esperada:** R\$ 25,00

c) O tempo para que essa máquina se desvalorize totalmente.

**Objetivo:** Interpretação da função dada.

**Resposta esperada:**

$$\begin{aligned}
 P(t) &= 50 - 5t \\
 0 &= 50 - 5t \\
 -50 &= -5t && \text{A máquina se devalorizará totalmente após 10 anos de uso.} \\
 t &= 10
 \end{aligned}$$

**4) (Autoria Própria)** Considere o caso exposto abaixo e em seguida responda as questões.

CHICO BENTO e ROSINHA mantiveram o relacionamento amoroso por cerca de cinco anos, e ROSINHA acabou engravidando. Tomando conhecimento da notícia, CHICO BENTO a abandonou e seguiu rumo ignorado.

Passados os nove meses, nasceu ZEZINHO, fruto do amor do casal. ROSINHA precisou registrar o nascimento do filho sem o nome do pai, e assim o fez. Não contente com a situação, ela descobriu o paradeiro de CHICO e então buscou um escritório de advocacia de sua confiança para receber orientações acerca dos direitos e providências a serem tomadas em relação à paternidade e alimentos em benefício do seu filho.

Após orientação do profissional competente, resolveu ajuizar demanda judicial de investigação de paternidade cumulada com alimentos em desfavor de CHICO BENTO, pois ROSINHA tinha certeza da paternidade de seu filho.

Contratou os serviços advocatícios pagando pelo ajuizamento e acompanhamento de toda a demanda de investigação de paternidade na ordem de R\$ 4.000,00 acrescidos de 20% sobre o êxito da demanda de alimentos. (Sabe-se que os alimentos para quem pede deve ser a base da soma de 12 prestações vincendas atendendo ao binômio da necessidade x possibilidade).

ROSINHA sabendo que CHICO BENTO estava morando num sítio de sua propriedade e lá trabalhava com uma laticínio e criação de bovinos tendo uma renda líquida de pelo menos R\$ 5.000,00 mensais, pretende o pedido de alimentos equivalente a 33,34% sobre

o valor da renda líquida de CHICO BENTO, isso tudo considerando os gastos mensais de ZEZINHO (fraldas, medicamentos, alimentação, vestuário, plano de saúde e etc.).

No decorrer do processo, após muitas discussões com CHICO BENTO, audiências, exame de DNA, enfim... Fica comprovada a paternidade e as partes firmaram acordo, sendo que caberá ao pai biológico de ZEZINHO, o compromisso de pagar mensalmente, a título de pensão alimentícia o valor de 1.200,00.

Após manifestação do Ministério Público, o juiz competente homologou o acordo das partes tendo encerrado e arquivado a demanda.

a) Como é feito o cálculo do valor a ser pago no total para o advogado?

**Objetivo:** Interpretação do enunciado proposto.

**Resposta esperada:** Será pago ao advogado um valor fixo de R\$ 4.000,00 mais 20% sobre os 12 meses do êxito da pensão alimentícia.

b) Qual é a lei de formação da função que estabelece o valor a ser pago ao advogado  $V(x)$ , em função do valor estabelecido pela pensão alimentícia ( $x$ )

**Objetivo:** Escrever formalmente a lei de formação da função que estabelece o valor pago ao advogado, em função da pensão alimentícia afixada.

**Resposta esperada:**

$$V(x) = 4000 + 0,2 \cdot 12 \cdot x$$

$$V(x) = 4000 + 2,4 \cdot x$$

c) Quanto ROSINHA pagou no total ao seu advogado por todo processo?

**Objetivo:** Aplicação do valor estabelecido como pensão, na lei de formação obtida no item c.

**Resposta esperada:**

$$V(x) = 4000 + 2,4x$$

$$V(x) = 4000 + 2,4 \cdot 1200 \quad \text{Pagou ao advogado R\$ 6.880,00}$$

$$V(x) = 4000 + 2880$$

$$V(x) = 6880$$

d) Caso ROSINHA houvesse conseguido receber a pensão alimentícia para o filho no valor solicitado no processo, quanto o advogado iria receber total por todo processo?

**Objetivo:** Aplicação do valor estabelecido como pensão, na lei de formação obtida no item c, considerando o proposto no item d

**Resposta esperada:**

$$V(x) = 4000 + 2,4x \quad \text{Pensão solicitada } 33,34\% \text{ de } R\$5.000,00 = R\$1667,00$$

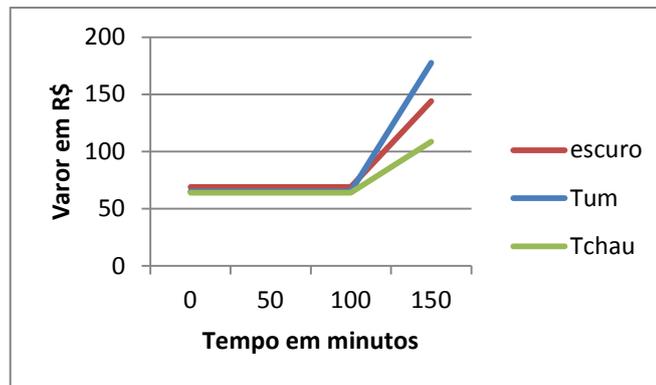
$$V(x) = 4000 + 2,4.1667$$

$$V(x) = 4000 + 4000,8 \quad \text{O advogado receberia } R\$ 8.000,80$$

$$V(x) = 8000,80$$

5) **(Autoria própria)** Com base na tabela e no gráfico abaixo, considerando o tempo uma variável contínua podemos afirmar que:

Gráfico 2: Plano Pós-Pago de 100 minutos



Tempo	ESCURO	TUM	TCHAU
Até 100 min	R\$ 68,99	R\$ 65,00	R\$ 63,99

Fonte: A Autora (2017)

- Para utilização de até 100 min o plano mais vantajoso é o da operadora ESCURO;
- Para uma utilização de 150 min o plano mais vantajoso é o da operadora TUM;
- Em algum instante de utilização em minutos o plano da operadora ESCURO e TUM se equivalem no valor em reais a ser pago;
- Em algum instante de utilização em minutos o plano da operadora TCHAU e TUM se equivalem no valor em reais a ser pago;
- A partir de 100 min o valor a ser pago decresce na operadora TCHAU, sendo sempre a operadora mais econômica ao cliente.

**Objetivo:** Interpretação e análise de função, quando disposta em forma um gráfico.

**Resposta esperada:**

## 5.5 DA EXECUÇÃO

Depois do estudo teórico feito sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, adequação ao tempo disponível para aplicação da proposta didática é chegada a hora da execução.

Foi pertinente que a professora pesquisadora chegasse na sala para aplicação da proposta didática alguns minutos antes do início da aula para organizar as carteiras dos alunos em grupos circulares de 5 ou 6, conforme o planejamento inicial.

Com a chegada dos alunos fez-se uma apresentação breve da professora pesquisadora, relatando o motivo de estar ali - a realização de uma pesquisa para fins do mestrado. Tal pesquisa teria o objetivo de analisar uma metodologia de ensino de matemática chamada de Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas. Explicou-se ainda que o tópico de Função afim seria desenvolvido em uma proposta de quatro momentos, desenvolvendo a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

Em seguida, fez-se a orientação de que trabalhariam em grupo, e direcionou-se os componentes de cada grupo, conforme estabelecido no planejamento.



Figura 8: Alunos dispostos em grupos 1º momento.  
Fonte: A Autora (2017)

Organizados os grupos, coube fazer esclarecimentos sobre a forma como eles seriam avaliados em cada momento da proposta, isso porque a avaliação é um dos grandes objetivos

deste trabalho, uma vez que é conceitual, fugindo do habitual. Na sequência, foi mostrada (em PowerPoint) a ficha de avaliação com os critérios avaliativos da proposta, subdivididos em seus respectivos momentos, contendo, portanto, cada item a ser avaliado durante cada etapa de todo o processo da aplicação da proposta didática, conforme apêndice B de forma sistematizada e disposto abaixo:

<b>1 MOMENTO</b>	<b>Aluno A</b>	<b>Aluno B</b>
Leitura Individual		
Leitura em grupo		
Demostrou interesse em o resolver o problema		
Compreendeu basicamente o problema		
Comunica suas dificuldades e descobertas aos colegas, de maneira adequada		
Demonstrou interesse em auxiliar o grupo na resolução		
Pede ajuda em caso de dúvida ou falta de conhecimento		
Apresentou perseverança apesar das dificuldades encontradas		
Trabalhou em grupo- avaliando criteriosamente a adequação do processo de resolução adotado		
<b>2 MOMENTO</b>		
Conseguiram escrever sua resolução na lousa (organização da resolução)		
Participaram da discussão		
Chegam a um consenso sobre o resolução mais adequada		
A resolução está correta matematicamente		
<b>3 MOMENTO</b>		
Relacionaram a sua resolução com o conteúdo, explicado de forma formal pelo professor		
<b>4 MOMENTO</b>		
Resolução da lista de exercícios propostos		
Frequência em todos os momentos		
<b>CONCEITO FINAL</b>		

Figura 9: Ficha de Avaliação

Após a apresentação dos critérios de avaliação, foi entregue a cada aluno uma folha com o problema gerador e explicado que deveriam fazer a resolução ali mesmo, bem como qualquer anotação que achasse conveniente, sendo esta folha recolhida ao final das atividades para compor o material de pesquisa da professora. Foram alertados também que a resolução do problema caberia ao grupo e que a professora só tiraria dúvidas, esclareceria situações sobre o enunciado ou ainda faria apontamentos caso houvesse necessidade.

Dado início ao 1º momento, iniciaram com a leitura individual e após realizaram a leitura em grupo, sendo que a grande maioria demonstrou interesse pelo problema proposto. Alguns grupos de imediato começaram a chamar a professora para explicação, contudo não foram atendidos de imediato para que pensassem sozinhos. Depois de um tempo, a professora acompanhou os trabalhos passando pelos grupos, para algum esclarecimento caso necessário.

De maneira geral trabalharam muito bem, sendo percebido pela professora pesquisadora que apenas um grupo apresentou maior dificuldade quanto à interpretação e

resolução do problema, dependendo assim de um pouco mais de orientação. No tempo previamente planejado para resolução do problema os alunos ainda não haviam sequer iniciado o item f (construção do gráfico), sendo aumentado o tempo para que pudessem terminar suas considerações, uma vez que todos os grupos se encontravam motivados e trabalhando.

Nos 40 minutos finais foi fotografada a 1ª página da resolução do problema gerador de cada grupo (foi solicitado que um dos registros individuais do grupo, aquele realizado por um aluno bem organizado e com letra bem legível, fosse indicado como representante do grupo, para ser apresentado para os demais). Enquanto finalizavam a resolução, as fotos foram organizadas pela professora no PowerPoint para ganhar tempo e priorizar a discussão.

Nos 15 min finais da aula iniciou o 2º momento com a discussão quanto à resolução das duas primeiras questões. Ao final da aula todos os exercícios foram recolhidos e organizados separadamente por grupo.

Para a preparação da aula seguinte, devido ao grande número de alunos da turma, foi inviável fazer com que escrevessem as resoluções na lousa, em função do tempo disponível. Assim, foram utilizados os recursos de foto e PowerPoint com objetivo de agilizar o processo da escrita, mantendo o foco nas resoluções e discussões a cerca do que fora apresentado pelos grupos.

Os slides de cada grupo traziam as respostas de cada questão do problema gerador. Para isso, mesmo dispondo de todos os trabalhos escritos dos alunos, o trabalho utilizado nessa composição foi o do representante de cada um dos grupos, os quais foram indicados anteriormente.

Para dar continuidade ao 2º momento, a professora estava na sala alguns minutos antes do início da aula e organizou as carteiras conforme os grupos estabelecidos (cinco em cinco ou seis em seis), dispondo-os em formato de “meia lua” de maneira que estariam reunidos, porém voltados para o quadro e visualizando a resolução de cada grupo exposta no *data show*.



Figura 10: Disposição dos alunos para participarem do 2º momento.  
Fonte: A Autora (2017)

Essa disposição também facilitaria a discussão e auxiliaria na visualização e participação de cada elemento do grupo. O 2º momento acabou durando 1,5 hora/aula.

O 3º momento ocorreu conforme planejado com a apresentação formal do conteúdo de função afim, utilizando o problema gerador para desenvolvê-lo. Várias vezes se voltou ao problema gerador, analisando a situação diante de novos contextos, de maneira a explorá-lo ao máximo, bem como desenvolver a maior parte do conteúdo utilizando-o. Houve a necessidade de lançar mão de alguns problemas auxiliares para dar conta de explorar todo conteúdo da função afim, pois mesmo que bastante explorado o problema gerador, não atingia certas situações.

Como no 1º momento o tempo disposto aos alunos foi maior que o previsto, o 4º momento, que consistia na resolução de atividades complementares, foi direcionado para ser realizado em casa. Contudo, os alunos foram orientados sobre a resolução das atividades complementares a serem realizadas de forma individual, para serem entregues à professora pesquisadora em data posterior, estabelecida pela mesma.

As atividades complementares foram corrigidas uma a uma. Através do registro de campo das atividades desenvolvidas, a professora pesquisadora conseguiu dentro do proposta fazer uma avaliação do trabalho desenvolvido individualmente por cada aluno e atribuiu um conceito referente a atividade de resolução de problema proposta.

## 6 DA ANÁLISE DA PROPOSTA

Neste capítulo faremos a análise e interpretação dos dados coletados, baseada no método de triangulação de dados, conforme descrito na metodologia.

No que se refere à coleta de dados, conforme Marcondes e Brisola (2014), a triangulação de dados permite ao pesquisador utilizar-se de três ou mais técnicas de coleta com objetivo de ampliar as informações quanto ao objeto de pesquisa.

Os instrumentos utilizados para coleta e análise de dados dessa proposta foram: diário de campo, resoluções do problema gerador a partir dos registros realizados nas fichas de atividades dos estudantes, ficha de avaliação, questionário aplicado aos alunos, questionário aplicado aos professores e registros das atividades complementares.

Com o intuito de facilitar e dinamizar a análise, os dados obtidos e os instrumentos de coleta, foram assim codificados:

- $PG_n$ - Item n do Problema Gerador, com  $n \in \{a, b, c, d, e, f, g\}$
- DC - Diário de Campo;
- FA - Ficha de Avaliação;
- QA - Questionários aplicado aos Alunos;
- QP - Questionário aplicado aos Professores;
- AC - Atividades Complementares;
- $AL_i$  - Aluno(a) i, com  $i \in \{1, 2, 3, \dots, 43\}$ .

A partir dos dados coletados, fez-se necessário relacionar as informações das diferentes fontes/instrumentos articulando os aspectos empíricos e teóricos para que o estudo tivesse um caráter científico, apontado por Marcondes e Brisola (2014) como a triangulação para análise das informações coletadas.

### 6.1 DA ANÁLISE DA METODOLOGIA DE ENSINO APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS APLICADA NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

Com os dados coletados, devidamente organizados e observados, partiu-se para a análise de cada um dos momentos da proposta.

O grande desafio da professora pesquisadora se deu inicialmente na elaboração do problema gerador, pois este deveria propiciar todo desenvolvimento da proposta.

[...] implementar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, exige do professor e dos alunos novas posturas e atitudes com relação ao trabalho em sala de aula. O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, o que, nem sempre, é fácil conseguir (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82).

Foi fato que a mudança de postura, frente exigências estabelecidas pelo encaminhamento de aula diversa da costumeira, aconteceu durante todo o processo, sendo exigida muita atenção a tudo já que a condução das atividades contava também com as necessidades demonstradas pelos alunos, propensão ao questionamento, capacidade argumentativa, tomada de decisão imediata, conter-se ao orientar para evitar que as respostas fossem repassadas impedindo o aluno de desenvolver a sua capacidade de pensar, entre outras. Abaixo está a análise feita para cada um dos momentos.

#### 6.1.1 Do 1º Momento

A organização prévia dos grupos e das carteiras (dispostas circularmente) pela professora pesquisadora, agilizou o início das atividades, os grupos foram formados utilizando a ordem da chamada, uma vez que a professora pesquisadora desconhecia a turma, percebeu-se que somente um grupo apresentou maior dificuldade na resolução do problema (através das anotações DC), isso percebido a professora passa a dá-los uma atenção maior, os demais grupos conseguiram realizar a proposta sem dificuldade. Percebeu-se que o fator tempo foi um limitante a todos, e houve a necessidade de um tempo maior, sendo este expandido dentro das possibilidades consideradas pela professora pesquisadora.

A grande maioria dos alunos debruçou-se sobre o problema lendo com muita atenção tentando compreender e contribuir com seu grupo durante a resolução. Tal fato “saltou aos olhos” da professora pesquisadora, pois a postura dos alunos diante da proposta foi muito boa, assumiram a postura de resolver o problema, embora no início da atividade tenham tentado por várias vezes questionar a professora em busca da resposta, mas como a resposta não veio,

deram-se conta de que o trabalho “árduo” de entender e formalizar as respostas caberia a eles, e assim o fizeram.

A leitura, interpretação e resolução do problema fazem do 1º Momento etapa fundamental, então através do descrito acima, que há necessidade de um tempo maior a ser disposto a esse momento, para que o processo se efetive de forma adequada. Sendo necessária para uma próxima oportunidade a adequação no planejamento.

### 6.1.2 Do 2º Momento

A professora pesquisadora organizou de antemão as carteiras dos grupos em forma de “meia lua” para evitar muita conversa, mesmo que reunidos. Essa disposição é reflexo da formação da professora pesquisadora, demonstrando um certo receio e preocupação ao organizar a atividade em grupo, e demonstrando que a mudança de postura enquanto professora ocorreu de forma bem gradativa. Porém, esse tipo de disposição espacial possibilitou que os alunos estivessem voltados diretamente para o local onde estavam sendo expostas as resoluções, mantendo-os mais atentos. A estratégia da disposição das carteiras funcionou muito bem, auxiliando o desenvolvimento do processo.

Chegada a hora de expor aos colegas e à professora a resolução realizada e a resposta encontrada, pode-se constatar que a organização do procedimento adotado pelos grupos, bem como a escrita matemática foram satisfatórias.

Nesta forma de exposição da resolução do problema por parte dos alunos a professora pesquisadora não focou em avaliar os erros, utiliza-os para mostrar onde a leitura deveria ter sido mais efetiva, ou que todo desenvolvimento estaria correto porém por falha de cálculo a resposta final esta errada, ou ainda que todo desenvolvimento esta correto, porém a interpretação esta equivocada enfim, todo desenvolvimento foi considerado. “Se os erros forem encarados com naturalidade e racionalmente tratados, terão assim importância pedagógica, deixando de apenas serem assinalados e passando a compor o processo avaliativo, sendo objetos de uma análise específica do professor com o estudante”. Pavanello e Nogueira (2006, p. 36).

Em virtude da turma ser bem numerosa, ao invés de os alunos escreverem a resposta na lousa, a professora pesquisadora optou por montar slides com o problema gerador, seguido de repostas de todos os itens obtidos por cada um dos grupos de estudo. Proporcionando através desse artifício uma maior agilidade na discussão.

a) Explique como é feito o cálculo do valor a ser pago de uma fatura de telefonia celular em planos pós-pagos, conforme disposto?  
 Valor mensal fixe mais taxa seta por minutos

b) Se o estudante utilizasse em média 90 minutos por mês, em que operadora e qual o plano seria mais vantajoso a ele? Justifique sua resposta através de cálculos  
 O plano mais vantajoso seria o plano de 50 minutos com 40 minutos, com R\$ 62,99 vale mensalidade (valor na tabela de taxa) operadora scuro

c) Acredita-se que se este aluno fosse do Ensino Médio seu perfil se enquadraria no plano de 50min. Qual a operadora deveria ser escolhida levando em conta fator economia, caso ultrapassasse o tempo da franquia em 13 min? Qual seria o valor pago no mês considerado? Qual a maior economia obtida relativa ao mesmo plano em outra operadora?  
 O melhor ocorre seria a scuro operadora com uma conta de 49,40, economizando R\$ 2,09

Figura 11: Organização da resolução do Problema Gerador do G1 para discussão PG<sub>a</sub>, PG<sub>b</sub>, PG<sub>c</sub>.  
 Fonte: A Autora (2018)

f) Escolhendo a operadora TUM e um plano de 50 min, construa um gráfico onde seja possível visualizar o valor da conta em reais ao final do mês, considerando as seguintes situações:

- O usuário não utilizou o telefone,
- O usuário utilizou 20 min da franquia,
- O usuário utilizou 33 min da franquia,
- O usuário utilizou 50 min,
- O usuário utilizou 60 min da franquia,
- O usuário utilizou 70 min da franquia,
- O usuário utilizou 80 min da franquia.

Situação	Tempo Utilizado (min)	Valor da Conta (R\$)
I	0	40.00
II	20	40.00
III	33	40.00
IV	50	40.00
V	60	49.40
VI	70	58.80
VII	80	68.20

g) Com relação ao gráfico construído no item (f) responda:  
 g<sub>1</sub>) Qual é o de tempo de utilização em minutos em que não há variação do valor da conta?  
 De 0 a 50 min.

Figura 12: Organização da Resolução do Problema Gerador do G4 para discussão PG<sub>f</sub>, PG<sub>g1</sub>.  
 Fonte: A Autora (2018)

Tal medida foi extremamente importante porque, mesmo excedido o tempo inicialmente planejado, a proposta foi finalizada no número de aulas previsto.

O professor assume o papel de investigador, de esclarecedor, de organizador de experiências significativas da aprendizagem. Seu compromisso é o de agir refletidamente, criando e recriando alternativas pedagógicas adequadas a partir da melhor observação do conhecimento de cada um dos alunos, sem perder a observação do conjunto e promovendo sempre ações interativas (HOFFMANN, 2014, p. 20).

A organização dos slides foi feita pela professora pesquisadora por grupo, contudo a discussão do problema foi organizada por itens. A cada item a professora tinha que buscar nos slides a resposta do grupo, o que gerou certo trabalho no momento da discussão, trabalho que teria sido evitado caso a organização fosse outra.

Sugere-se para uma maior clareza e agilidade em uma próxima oportunidade, organizar por item do problema gerador, seguido das respostas de cada um dos grupos. Conforme apresentamos abaixo:

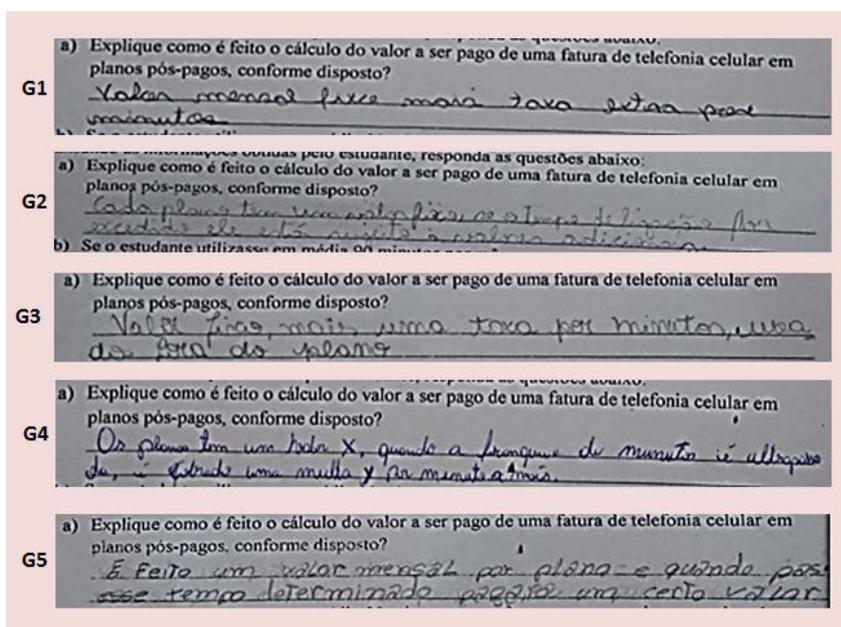


Figura 13: Item (a) do Problema Gerador, resposta do G1, G2, G3, G4 e G5  
Fonte: A Autora (2018)

Outra consideração a ser observada e que embora pareça simples é de extrema importância, é que a resposta dos grupos deve ser efetuada a caneta, pois o lápis nem sempre fica bem visível no momento da visualização dos slides.

Os alunos tiveram uma participação bastante eficaz nesse momento, explanando a todos como o grupo interpretou e entendeu cada pergunta do problema, para ter chego a resposta que apresentaram no momento. Quando questionados a “defender” a sua resposta conseguiam argumentar com base no enunciado o que os levou a formalizar a resposta de tal forma. Sempre que necessário foram feitas intervenções pela professora pesquisadora.

Adequações ao formato da proposta planejada foram necessárias, e é este o papel do professor, perceber a necessidade e a viabilidade de flexibilizar seu planejamento, evitando prejuízo aos alunos.

### 6.1.3 Do 3º Momento

Nesta etapa os alunos se sentem confortáveis novamente, uma vez que o conteúdo de função afim foi explicado na lousa como uma aula expositiva e dialogada. Para o professor também é um momento confortável, porém a metodologia exige que o problema gerador seja praticamente o tempo todo retomado para a explicação do conteúdo.

Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas o problema é o ponto de partida e, na sala de aula através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos (ONUChIC; ALLEVATO, 2011, p. 81).

Foi estabelecida uma relação bem estreita entre o problema e todo desenvolvimento da aula expositiva. A professora buscou meios de atrelar a maior parte do conteúdo desenvolvido ao problema gerador, por vezes alterando algo no enunciado para propiciar a situação necessária ou simplesmente usando como ferramenta da explicação.

Reitera-se que nesta metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado, formalmente o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor (ONUChIC; ALLEVATO, 2011, p. 85).

Esse momento foi mais uma oportunidade para os alunos compreenderem o problema. Para dar conta de explicar todo conteúdo de função afim, a professora utilizou problemas auxiliares, uma vez que o problema gerador havia sido totalmente explorado e ainda restavam tópicos do conteúdo a serem abordados.

### 6.1.4 Do 4º Momento

Planejou-se a resolução das atividades complementares para serem executadas em sala e de forma individual, porém em virtude do 1º e 2º momentos terem utilizado um tempo maior que o planejado, optou-se por solicitar aos alunos que resolvessem AC (4º momento) em casa, mantendo a condição de que deveriam realizá-los individualmente. A orientação dada foi para que cada um dos alunos entregasse essa as AC à professora pesquisadora na data estabelecida, para posterior correção.

Sendo 76% das AC entregues conforme estabelecido, para correção e avaliação. Os alunos que não entregaram AC, não puderam ser avaliados no item do 4º momento que se referia à resolução das AC, conforme estabelecido na ficha de avaliação.

A correção das AC foi mais um dos instrumentos utilizados para verificação de como se deu a aprendizagem.

Adaptações foram feitas, atitudes foram tomadas para que a organização do trabalho se efetivasse de forma mais tranquila e satisfatória, principalmente no que se refere ao tempo, que foi respeitado. É importante não se desvincular totalmente do planejado, respeitar o tempo geral, número de aulas estabelecido para cada atividade, organizar-se para que o objetivo não seja comprometido.

Permeando esses quatro momentos se deu a avaliação dos alunos, facilitada pela utilização da FA (conforme apêndice B) e observações feitas no DC.

## 6.2 DA ANÁLISE DA APRENDIZAGEM E AVALIAÇÃO

Desde o primeiro contato com os alunos a professora pesquisadora deixou claro que estaria trabalhando um conteúdo da disciplina de Matemática utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas e que durante o desenvolvimento da proposta eles estariam sendo avaliados, em todos os momentos conforme os critérios estabelecidos na FA. Estando de acordo com o que propõem Onuchic e Allevato (2011, p. 85), “a avaliação do crescimento dos alunos é feita continuamente, durante a resolução do problema”. Tendo nessa perspectiva uma avaliação de caráter formativo, contínuo, incorrendo-se mais ao processo menos aos resultados finais obtidos, servindo também como reorientadora da prática docente.

Ao final do desenvolvimento da proposta foi atribuído a cada aluno um conceito variando entre A, B, C e D conforme estabelecido na instituição.

A atividade desenvolveu-se e no início de cada momento da proposta os critérios avaliativos foram lembrados aos alunos. Chegando ao final a professora pesquisadora baseou-se em suas anotações presentes na FA (observações, correção de problema gerador, correção das atividades complementares, participação individual e coletiva entre outros...) e em seu DC. O DC foi um dos instrumentos mais ricos em informações, seu registro foi feito de forma detalhada e cronológica, o que facilitou muito todo processo de análise.

Avaliar sempre é uma difícil missão, entretanto quanto pautada em alguns critérios preestabelecidos e utilizando vários instrumentos avaliativos, tendo um olhar analítico sobre todo processo isso se torna um pouco mais fácil.

Avaliar para promover significa, assim, compreender a finalidade dessa prática a serviço da aprendizagem, da melhoria da ação pedagógica visando a promoção moral e intelectual dos alunos. O professor assume o papel de investigador, de esclarecedor, de organizador de experiências significativas da aprendizagem. Seu compromisso é o de agir refletidamente, criando e recriando alternativas pedagógicas adequadas a partir da melhor observação do conhecimento de cada um dos alunos, sem perder a observação do conjunto e promovendo sempre ações interativas (HOFFMANN, 2014, p. 20).

O fato do IFPR - Campus Palmas, utilizar uma avaliação conceitual não interfere em nada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, pois independente do símbolo utilizado para representar a avaliação feita, o que tem real importância é a condução do processo avaliativo e a aprendizagem do aluno.

Na proposta, a utilização da FA e anotações no DC durante toda aplicação contribuiu significativamente como facilitadora do processo avaliativo, bem como para verificação da aprendizagem. Afinal nessa proposta ensino-aprendizagem-avaliação devem acontecer simultaneamente. Segundo Onuchic e Allevato (2011) o emprego da palavra ensino-aprendizagem-avaliação requer que esses três pilares educacionais ocorram simultaneamente, pretendendo-se que enquanto o professor ensina, o aluno aprenda e que a avaliação se efetive por ambos.

A avaliação foi momento muito importante dessa proposta uma vez que foi motivação para esse trabalho, e verificou-se que a elaboração da FA contribuiu positivamente para a efetivação da atribuição do conceito final, uma vez que direcionou o olhar da professora pesquisadora durante todos os momentos da proposta. Dando significado e confiabilidade ao conceito atribuído, não deixando brechas para questionamentos quanto aos critérios utilizados. Assim a metodologia de ensino-aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas vem de forma significativa facilitando o processo da avaliação conceitual. Conforme Sant'Anna (2013) nem tudo pode ser medido, mas tudo pode ser avaliado, logo nota, conceito, parecer descritivo devem ser considerados por pais, professores e alunos como indicadores de etapa vencida, de um processo quantitativo do conhecimento.

Para verificação da aprendizagem os principais instrumentos utilizados foram a exposição da resolução do problema por parte dos grupos (2º momento da proposta), e a

resolução individual das AC (4º momento da proposta), nesse momento em especial observou-se a resolução de problemas com bastante atenção.

Na tentativa de propiciar aos alunos o repensar de todo processo realizado, solicitou-se aos alunos que fizessem a auto avaliação, porém ressaltou-se que utilizassem os mesmos critérios estabelecidos pela professora (conforme apêndice B), dessa forma tentando facilitar a percepção consciente do caminho desenvolvido com as atividades.

Percebeu-se nas auto avaliações feitas a imaturidade de muitos alunos, pois a preocupação em garantir um conceito satisfatório, basicamente A ou B, evitando qualquer problema, principalmente uma possível recuperação de conteúdo. Tal preocupação foi claramente maior que a reflexão sobre o que realmente aprenderam, como podemos observar nos registros dos alunos no Item 6 do QA:

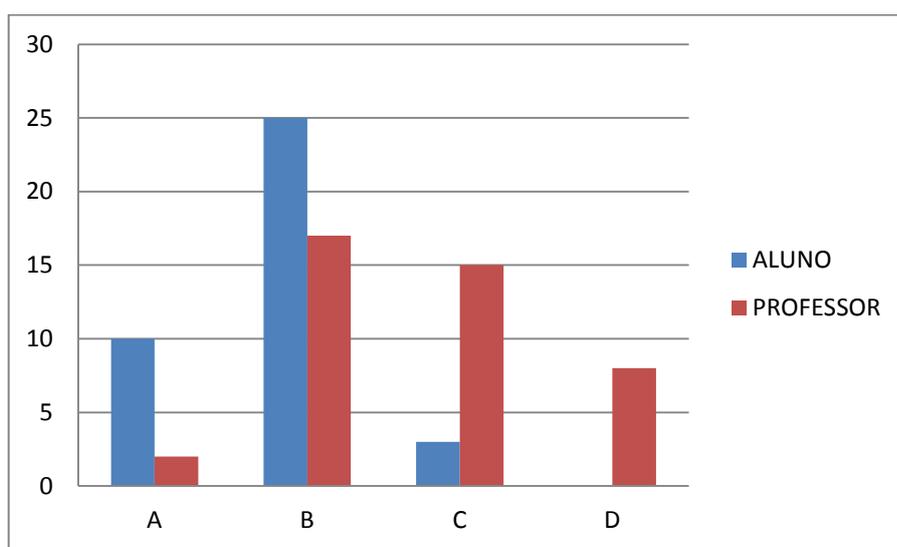
AL19: “**B**, seria justo por conta do meu bom desempenho na resolução dos exercícios, o que pudemos fazer nós fizemos porém a lista de exercícios não foi entregue”.

AL34: “**A**, porque cheguei e fiz tudo entreguei e fiz o que a professora pediu”.

AL13: “**A**, com a ajuda do grupo todos foram bem, fizemos tudo então o conceito deveria ser **A**”.

Houve uma grande discrepância entre conceitos atribuídos pela professora pesquisadora com o conceito da auto avaliação realizada pelos alunos, embora os critérios considerados tenham sido os mesmos.

Gráfico 3: Auto avaliação x Conceitos atribuídos pela professora

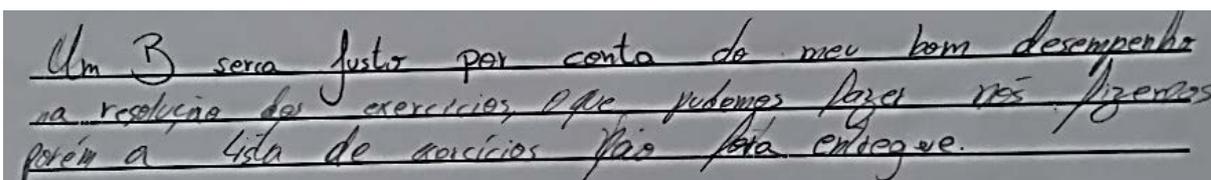


Fonte: A Autora (2018)

Para chegar ao conceito final de cada aluno, a professora baseou-se fundamentalmente na ficha de avaliação, que continha os critérios a serem avaliados em cada um dos momentos da proposta, nesta ficha haviam observações feitas que contribuíram para análise global da proposta e atribuição do conceito final.

Ao se auto avaliarem 24,4% dos alunos, mesmo não tendo realizado a resolução e entregue para correção as AC, que foram propostas para realização em casa e de forma individual, atribuíram em sua avaliação um conceito B. Não levaram em consideração a importância desse momento, que deveria servir para que percebessem se compreenderam o conteúdo, se conseguem interpretar problemas com enunciados diferentes dentro de um mesmo tema, enfim se houve aprendizado. A apresentação de uma ou outra dificuldade é normal, porém sequer tentar resolver é no mínimo pouco caso, falta de interesse e responsabilidade.

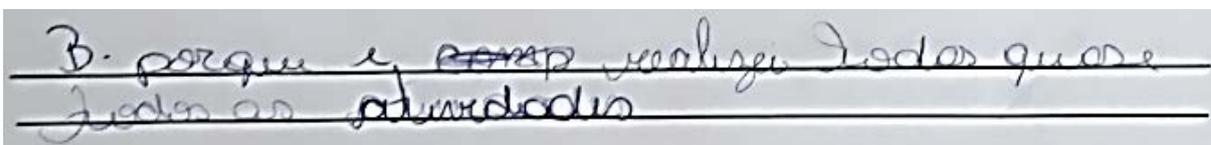
**AL19:**



Um B seria justo por conta do meu bom desempenho na resolução dos exercícios, que pudemos fazer nos fizemos porém a lista de exercícios não foi entregue.

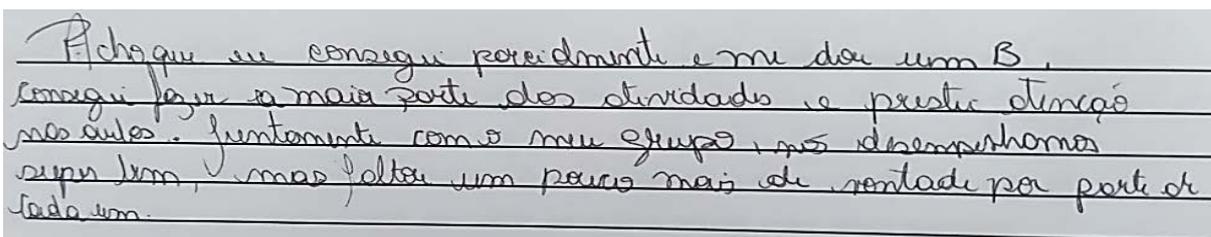
Os outros alunos que não entregaram as AC, sequer fazem referência a isso em sua auto avaliação e ainda escrevem procurando esconder o fato.

**AL26:**



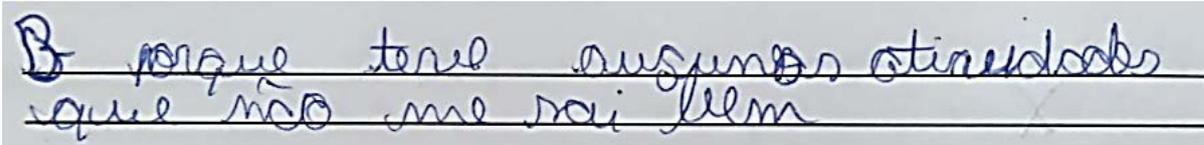
B. porque eu sempre realizei todos os exercícios e todas as atividades

**AL22:**



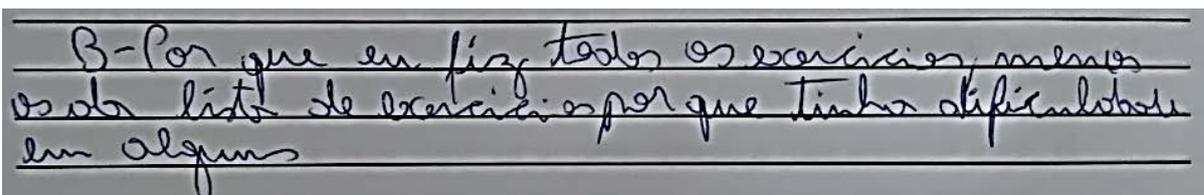
Acho que eu consigo por mim mesmo e me deu um B. consegui fazer a maior parte das atividades e prestar atenção nos aulas. juntamente com o meu grupo, nós desempenhamos super bem, mas faltou um pouco mais de vontade por parte de todos nós.

AL17:



B porque tenho algumas dificuldades que não me vai bem

AL2:



B-Por que em fiz testes os exercícios, mesmo usou lista de exercícios por que tinha dificuldades em alguns

A orientação que os alunos receberam da professora pesquisadora, antes de responderem ao QA correspondente à questão número 6, que se referia à auto avaliação, foi de que o conceito por eles atribuído não necessariamente seria o atribuído por ela, sofreria ajuste caso necessário. Por se tratar de uma auto avaliação justificada, deveriam fazer uma análise dos momentos da aula e das atividades realizadas, serem críticos e justos com ensino-aprendizagem-avaliação desenvolvidos na proposta metodológica de Resolução de Problemas.

### 6.3 DA ANÁLISE DA PERCEPÇÃO DOS ALUNOS

Como não poderia deixar de ser, um trabalho, que tem como foco os alunos, precisa debruçar-se de maneira bem próxima deles, tornando-o significativo, à medida que busca observá-los, analisá-los e melhorar a relação ensino-aprendizagem.

É muito importante saber qual é a postura do professor em sala de aula e seu método de trabalho para que possamos compreender o comportamento e postura dos alunos diante da apresentação de uma metodologia diferenciada, inovadora.

Os professores de matemática do IFPR – Campus Palmas que atuam no Ensino Médio e que desenvolvem suas aulas de forma expositiva dialogada, baseada na explicação do professor, seguida de resolução de exemplos com a consequente proposição de exercícios para os alunos, apresentam interação com alunos, o que promove um espaço de maior liberdade para questionamentos e colocações dos alunos, o que já é um aspecto favorável para incorporação de mudanças significativas de metodologia.

Os alunos vêm sendo submetidos durante as aulas de Matemática a uma metodologia de ensino cujo formato hoje conseguem reconhecer. Apresentam uma visão bem clara de qual método lhes foi ofertado ao longo de sua trajetória escolar.

Como podemos observar no gráfico abaixo:

Gráfico 4: Visão dos alunos do 1º ano Téc. Jurídico do IFPR - Campus Palmas, quanto ao Método de Ensino utilizado Habitualmente nas aulas de Matemática



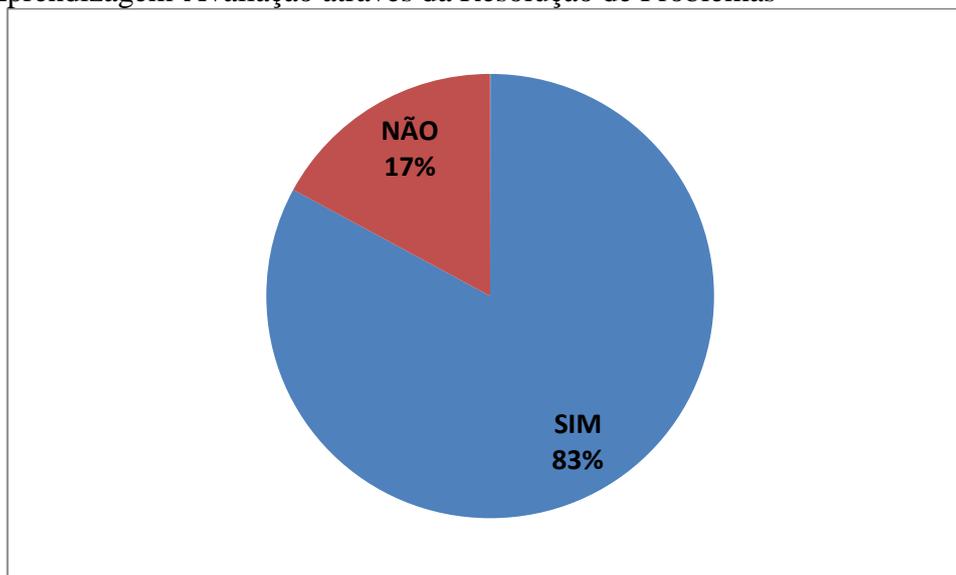
Fonte: A Autora (2018)

Como já era prevista, a resposta dos professores de Matemática do IFPR Campus Palmas quando questionados quanto ao método habitualmente utilizam em suas aulas, não surpreendeu. Todos os professores declararam utilizar habitualmente como método de ensino aulas expositivas dialogadas.

Os alunos do 1º ano do curso Técnico Jurídico do Ensino Médio do IFPR - Campus Palmas em sua grande maioria não haviam tido uma experiência de aula com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

Ao serem expostos a essa experiência com o conteúdo de função afim, somente os alunos que já haviam tido uma experiência com metodologia semelhante a aplicada declararam não apresentar alguma dificuldade com a metodologia em questão.

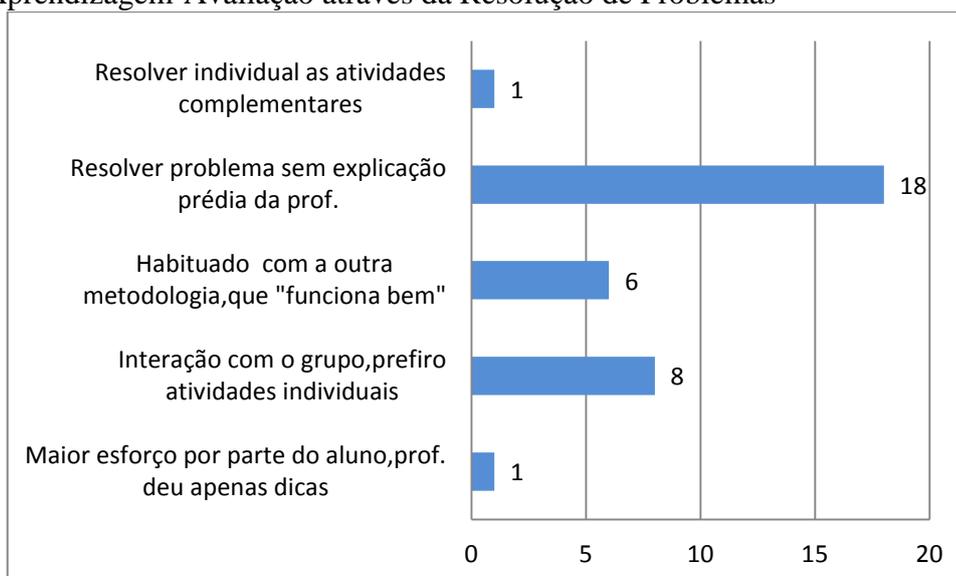
Gráfico 5: Apresentação de alguma dificuldade pelos alunos nas aulas com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas



Fonte: A Autora (2018)

As justificativas dos alunos para a apresentação de alguma dificuldade durante as aulas de Matemática ministradas com a utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas foram obtidas nos itens 4 e 5 do QA e estão dispostas no gráfico abaixo:

Gráfico 6: Tipo de Dificuldade Apresentada pelos Alunos nas aulas com Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas



Fonte: A Autora (2018)

Assim, consegue-se observar uma forte relação com a exposição a algo novo, diferente do habitual.

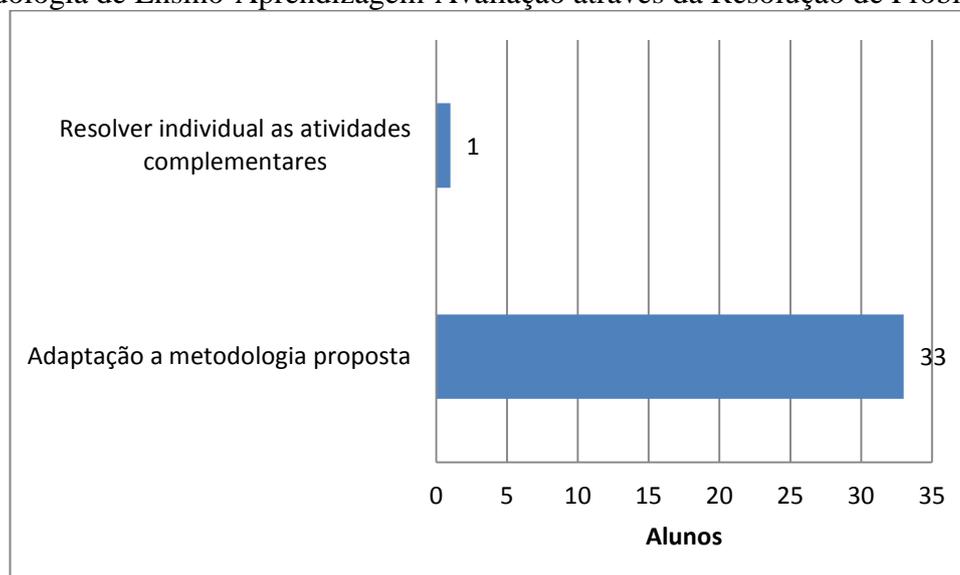
Vários momentos da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas são expostos:

- Resolução de um problema sem explicação prévia do professor; (1º momento)
- Proposta de um trabalho em grupo (onde o individual é mais comum) e a interação entre seus componentes trará um melhor resultado; (1º, 2º momentos)
- Maior empenho e dedicação por parte dos alunos para desenvolver as atividades propostas. (1º, 2º, 3º e 4º momentos)

Há aqueles alunos que deixaram muito claro que preferem não sair da “zona de conforto”, simplesmente não querem mudar a metodologia, estão satisfeitos com o método de ensino experienciado até então, que são as aulas expositivas dialogadas.

A metodologia proposta requer mais esforço do aluno, interação entre os componentes do grupo, modificação de "velhos" hábitos para que a interpretação e a resolução do problema se concretizem, logo o gráfico das dificuldades apresentadas pelos alunos diante da metodologia proposta poderia de forma bem simples assim ser configurado:

Gráfico 7: Sistematização das Dificuldades Apresentadas pelos Alunos nas Aulas com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas



Fonte: A Autora (2018)

Visivelmente a grande dificuldade é “romper” com o que vem habitualmente sendo proposto. Onuchic e Allevato (2011) pontuam que a Metodologia de Ensino Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas exige do professor e dos alunos novas posturas e atitudes nos trabalhos em sala de aula. Aos alunos é transferida a maior responsabilidade pela aprendizagem e eles por sua vez devem assumir essa responsabilidade.

A percepção dos alunos perante as aulas utilizando a metodologia de Ensino Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas reflete exatamente isto:

AL2: *“Esse método é um pouco diferente daquele que a professora usa na sala de aula. Começou um pouco complicado, mas depois fui entendendo”*.

AL22: *“As aulas foram legais e diferentes, no começo foi difícil mais depois logo fui aprendendo”*.

AL25: *“Pra mim foi legal, mais difícil no começo, depois ficou mais fácil”*.

AL28: *“Que foi muito boa, fez com que conseguimos resolver uma avaliação sem sabermos só com o que a gente conhecia e deu super certo”*.

AL31: *“Foi um método de aprendizado muito diferente de todos, por isso achei difícil no começo, mas depois fui no embalo”*.

À medida que o aluno vai se familiarizando, tentando se adaptar a nova metodologia, dessa forma “rompendo” com as resistências, o entendimento vai ganhando espaço, a interação vai fluindo, o aprendizado vai sendo construído e a nova proposta vai sendo aceita. Nesse percurso de aceitação, pode-se observar a partir das respostas do item 3 do QA que o foi inicialmente difícil vai se tornando fácil, o complexo passa a ser simples e o diferente se torna atrativo.

AL3: *“Foi boa, pois nos desafiou a fazer algo diferente”*.

AL7: *“Nunca tive uma aula deste gênero, mas achei bem efetiva”*.

AL8: *“Seria algo ativo interação maior que a de costume, em vista de como foi, foi muito divertido em razão de ser algo novo”*.

AL14: *“Criativas, pois é um método novo que quase nunca os professores praticam”*.

AL17: *“Foi uma atividade diferente, não consegui acompanhar uns exercícios, mas foi boa”*.

AL19: *“Foi uma atividade diferente, mas eu gostei porque aprendemos coisas novas”*.

A metodologia traz como grande trunfo a responsabilidade partilhada, ou seja, a interpretação, resolução do problema e a relação com o conteúdo propriamente dito deixa de depender exclusivamente da figura do professor e acaba sendo compromisso de todos os envolvidos no processo, aluno-colega-professor.

AL12: *“Foi importante e muito interessante, caso fosse sozinho não teria conseguido tudo, mas sendo em grupo foi bom, pois todos se ajudaram”*.

AL16: *“Eu gostei do trabalho em grupo e o modo de resolver os problemas”*.

Ocorre uma mudança de postura do professor e do aluno.

AL26: *“Percebi que nos fez pensar mais”*.

AL21: *“Achei a aula muito boa, pois a professora fez com que todos nós participássemos, e dando a explicação sobre cada exercício”*.

AL40: *“Difícil de entender as questões”*.

Exige-se mais do aluno, uma vez que este terá um maior compromisso sobre a sua aprendizagem, fazendo com que precise ser atuante e determinado a caminhar. Ao professor cabe o papel grandioso de indicar o caminho e não caminhar segurando sua mão.

A mudança é algo muito difícil de efetivar-se, pois quando há o hábito não é um episódio isolado que promoverá transformação. Os professores habituados a uma metodologia não conseguirão mudar sua postura com cinco ou seis aulas “diferentes”. O processo é complexo porque é como se estivessem mecanicamente programados.

A dificuldade pode ser comparada com a situação da compra de um celular novo que exige domínio de uma nova configuração. À medida que se aprende a explorar seus recursos, com o uso diário e constante, chega o momento que o processo de uso se torna mecânico. Logo, apropriados os novos métodos, não há mais sofrimento. Com a metodologia de Ensino utilizada pelos professores nas aulas não é diferente, quando submetidos a uma nova, há estranhamento, reluta-se em alguns casos até que haja a acomodação e percepção plena de seu funcionamento, mas acredita-se que isso somente ocorrerá se sua incidência for contínua ou até ininterrupta.

AL18: *“Não entendi muita coisa por conta da falta de explicação, porem consegui desenvolver os exercícios muito bem”*.

Se não houvesse entendido, não conseguiria desenvolver os exercícios propostos. O hábito da explicação, fez com que não percebesse que houve aprendizado.

AL27: *“Achei bem bacana, porém ela deveria ter ajudado um pouco mais”*.

Mesmo que a aula tenha sido interessante, tenha conseguido desenvolver o problema proposto, não está satisfeito. Sua referência de aula ainda está muito centrada na figura do professor, revelando-se inseguro por não tê-lo a sua disposição, auxiliando-o a todo momento.

[...] \*Resolução de Problemas desenvolve poder matemático nos alunos, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos.

\*Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a autoestima dos estudantes aumentam [...] (ONUChic; ALLEVATO, 2011, p. 82).

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas quer preparar o aluno para fugir dessa dependência, fazendo com que seja confiante, responsável e autônomo quanto a sua aprendizagem.

Há de se reconhecer que o trabalho do professor não é menor, mesmo que de certa forma pareça. A responsabilidade diante da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas recai inicialmente sobre a preparação do problema a ser aplicado, na elaboração do plano de aula. Porém, não se esgota concluída essa etapa, pois tem importante papel no desenrolar de todo o processo, sendo o grande maestro, aquele que atento a tudo, estimula a participação, instiga a curiosidade, aguça o raciocínio, promovendo o desenvolvimento individual de cada um de seus alunos.

Para os alunos é evidente que o entendimento do conteúdo é relacionado com uma aula expositiva dialogada, se a aula for diferente, logo alegarão não entender o conteúdo, mesmo que consigam desenvolver outras atividades semelhantes, ou interpretar situações distintas como conseguimos perceber através da correção das AC propostas. Convém destacar, o hábito ainda é muito forte!

*AL37: “As aulas foram planejadas muito bem, porém faltou tempo e o modo como foi aplicado os exercícios fez com que muitos não entendessem o conteúdo”.*

Como essa foi a primeira vez a que essa turma foi submetida a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, e pelo que detectamos também uma das primeiras vezes a que foram submetidos a uma diferente metodologia de ensino de matemática, considera-se a postura dos alunos diante de tudo que foi exposto bastante positiva, pois mesmo que ainda muito presos aos seus hábitos tentaram desenvolver tudo que lhes foi proposto.

#### 6.4 DAS PERCEPÇÕES GERAIS DA ANÁLISE

De maneira geral analisando todo o desenvolvimento do trabalho, percebe-se que os alunos tiveram uma boa aceitação da proposta, empenhando-se na realização daquilo que lhes era solicitado. Efetuaram a resolução do problema gerador, mesmo que algumas vezes tivessem tentado obter a resposta com a professora pesquisadora. Mas, quando perceberam que caberia a eles e unicamente a eles, a resolução, trataram de desenvolver o problema e passaram a tirar dúvidas não mais querendo respostas. Percebe-se então a mudança de postura professor e aluno, garantindo assim o excelente andamento desse momento da proposta.

A disposição espacial dos alunos em todos os momentos contribuiu muito para o desempenho dos alunos.

Durante o momento de explanação dos grupos a participação foi efetiva de todos, porém a organização dos slides da professora embora tenha agilizado, quando comparada a lousa, poderia ter proporcionado ainda mais clareza conforme já descrevemos anteriormente.

A parte que coube a professora pesquisadora explicar o conteúdo propriamente dito foi de extrema importância, uma vez que volta a referência que eles têm de “aula” e lhes dá mais segurança a tudo que construíram e compreenderam relativo ao conteúdo. Porém a percepção dos alunos é que isso ainda é muito pouco, eles têm extrema dificuldade em desvincularem-se do tipo de aula que habitualmente são propostas, o que pode ser considerado muito natural, diante do contexto em que estão inseridos.

De fato houve uma apropriação do conteúdo por parte da maioria dos alunos, pois conseguiam além de resolver as atividades propostas, discutir, argumentar, questionar as resoluções ou formas de interpretação entre os grupos. Tal fato, foi uma surpresa muito agradável a professora pesquisadora, pois contrariava fortemente sua hipótese inicial, que de certa forma subestimava a capacidade real de seus alunos.

A “aceitação” da metodologia, compreensão do conteúdo, desenvolvimento da capacidade argumentativa desenvolvido pelos alunos a partir da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas trouxe a pesquisadora a certeza, inovar quanto as metodologias de ensino de matemática, é enriquecedor. Mesmo diante de certas dificuldades é uma forma de possibilitar aos alunos, o desenvolvimento de suas capacidades intelectuais e emocionais, oportunizando a mudança de comportamento passando a resolver as situações adversas ao invés de esperar que alguém as resolva.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivo aplicar uma proposta de aulas de Matemática baseada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, observando a percepção dos educandos quanto às aulas e conteúdo, além de verificar como se deu a aprendizagem diante o processo avaliativo da proposta.

Para que esse objetivo fosse atingido um estudo bibliográfico foi realizado, determinando como se deu o delineamento histórico dessa metodologia. Além disso, a avaliação foi amplamente estudada, procurando responder às expectativas desse novo encaminhamento e também satisfazer as condições que compõem o PPP da instituição IFPR, onde a proposta foi aplicada, e que, vale lembrar, determinou a avaliação conceitual como referência para si.

A análise dos dados coletados foi realizada conforme a triangulação de métodos, sendo possível, desta forma, observar que a aprendizagem do conteúdo de função afim foi efetiva, a partir do trabalho com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas. Tal aprendizado foi consolidando-se através da resolução de problemas propostos (atividades complementares), formalizados através da escrita e apresentados a partir da argumentação oral nas discussões, que refletiam a interpretação de problemas propostos.

Mesmo que a resposta dos alunos à aplicação da proposta tenha sido, de maneira geral, muito positiva enquanto resultado final, percebeu-se uma resistência quanto à inserção de novas metodologias. Não foram raras manifestações na forma de referências a necessidade de retomar estratégias próprias da metodologia a que estão expostos habitualmente (aulas expositivas dialogadas), demonstrando a dificuldade de enfrentar o novo e de lidar com desconhecido.

Como a metodologia proposta foi aplicada em apenas um conteúdo específico, infelizmente não se pode angariar dados suficientes para desvendar qual seria a percepção dos alunos quando submetidos com maior frequência a essa metodologia ou, responder ainda, que outras metodologias diferentes poderiam ser utilizadas. Questionamento esses importantes e não esgotados neste trabalho, podem ser propulsores de novas investidas de pesquisa.

Quanto à realização da avaliação, esta aconteceu de forma processual, sendo considerados todos os momentos da proposta. Contou com a ficha de avaliação elaborada para esta proposta, juntamente com o diário de campo, que tiveram um papel fundamental em todo processo avaliativo. Entendeu-se que a diferença entre avaliação conceitual e numérica está

simplesmente no símbolo utilizado (letras ou números) para representar o final do processo avaliativo, mas o que realmente importa é todo desenvolvimento do processo, bem como a utilização de instrumentos avaliativos adequados e coerentes à proposta metodológica utilizada pelo professor. A avaliação da aprendizagem é bastante complexa, envolvendo uma análise detalhada de todo um processo de aquisição de conhecimento.

Contrariando as expectativas iniciais que previam grande dificuldade dos alunos em desenvolver o conteúdo a partir da Metodologia de Ensino Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, bem como da professora pesquisadora em aplicar uma metodologia diferente da que estava acostumada em uma turma numerosa, o trabalho revelou-se como uma grata surpresa, proporcionando a pesquisadora uma nova postura diante da Metodologia proposta, ampliando sua visão diante da inovação de métodos para dentro da sala de aula. Tudo isso demonstrou que o enfrentamento de situações adversas, trouxe resultados bastante satisfatórios e animadores, pois a maioria dos alunos demonstrou ter conquistado certa autonomia, criticidade e comprometimento com sua aprendizagem, e, não obstante, os que ainda não conseguiram plenamente, deram os primeiros passos nesse sentido.

Esse resultado serviu como grande incentivador, afinal o processo de mudança de postura é necessário e precisa acontecer para que o professor possa proporcionar a seus alunos possibilidades de evoluírem de forma independente. Contudo, isso não significa que todas as aulas devem ser baseadas em metodologias diferenciadas, mesmo porque alguns procedimentos requerem tempo maior e não há tempo hábil para isso com a organização curricular que se tem hoje. As metodologias de ensino de matemática diferenciadas precisam ter espaço nas aulas, mesmo que esporadicamente, e farão parte do plano de ensino, tornando-se uma realidade praticada nas aulas de matemática da professora pesquisadora. Tal contribuição se deve a esta pesquisa.

Durante o desenvolvimento das atividades, ocorreu uma mudança visível de postura dos alunos diante do que lhes foi solicitado, visto que a grande maioria se debruçou sobre o problema gerador, obtendo respostas e nas dificuldades buscando o auxílio necessário com o grupo, conquistando confiança e autonomia jamais imaginadas. Já a professora pesquisadora possibilitou essa mudança, uma vez que sua postura também sofreu grande mudança, principalmente no que se referiu a deixar de ser o “ponto” principal da aula, mas sem deixar de ser a principal “condutora” de todo processo.

Mesmo com todas as limitações que este trabalho de pesquisa apresenta, espero que sirva como um encorajador aos professores para a introdução da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas em suas aulas, uma vez que os

resultados obtidos foram surpreendentes tanto para os alunos quanto para a professora pesquisadora.

A partir do que vivenciamos no desenvolvimento dessa pesquisa, houve um ganho muito significativo, crescimento e amadurecimento profissional diante das metodologias de ensino de Matemática mais especificamente na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, passando a respeitar e acreditar que tais métodos de ensino fazem a diferença, cabendo ao professor propiciar momentos como este, para que os alunos demonstrem o desenvolvimento de sua autonomia, confiança e criticidade.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, A. M. M.; SILVEIRA, D. N. Uma Leitura sobre as Origens do Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil. **Revista Tópicos Educacionais**, Recife, v. 23, n. 1, p. 76-91, jan./jun., 2017. Disponível em: <<https://periodicos.ufpe.br/revistas/topicoseducacionais/article/viewFile/230489/24554>>. Acesso em: 29 jan. 2018.
- BRASIL, Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. v. 2. Brasília: Ministério da Educação, 2006. 135p.
- \_\_\_\_\_, Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: Ministério da Educação, 1997. 126p.
- \_\_\_\_\_, Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação, 1998. 148p.
- \_\_\_\_\_, Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática Ensino Médio – Parte III**. Brasília: Ministério da Educação, 2000. 58p.
- \_\_\_\_\_, Ministério da Educação. **Base nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília: Ministério da Educação, 2017. 472p.
- \_\_\_\_\_. **Lei 4.024, de 20 de dezembro de 1961**. Fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/L4024.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L4024.htm)>. Acesso em: 20 mar. 2017.
- \_\_\_\_\_. **Lei 5.692, de 11 de agosto de 1971**. Fixa Diretrizes e Bases para o ensino de 1º e 2º graus, e dá outras providências. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/L5692.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L5692.htm)>. Acesso em: 20 mar. 2017.
- \_\_\_\_\_. **Lei 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/L9394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm)>. Acesso em: 20 mar. 2017.
- BURIASCO, R. L. C. Análise da produção escrita: a busca do conhecimento escondido. In: Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino (ENDIPE), 7, Curitiba, 2004. **Anais...** Curitiba: Editora Universitária Champagnat, 2004.
- COLOMBO, J. A. A.; LAGOS, M. B. **Problemas, Quem não tem?** Pato Branco: Imprepel, 2005. 144p
- CONEXIONISMO – Significado na Psicologia. Disponível em: <<http://psicoativo.com/2016/07/conexionismo-significado-na-psicologia.html>>. Acesso em: 10 jan. de 2018.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa qualitativa em ciências humanas sociais**. 6. ed. São Paulo: Vozes, 2014.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria á prática**. 23. ed. Campinas: Papirus, 2012.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 4. ed. São Paulo: Ática, 1994.

DELGADO, J.; FRENSEL, K.; CRISSAFF, L. **Geometria Analítica**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação**. Campinas, FE/UNICAMP, 1994 – Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas.

GIBBS, Graham. **Análise de dados qualitativos**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas da pesquisa Social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2012.

GOMES, R. *et al.* **Organização, processamento, análise e interpretação de dados o desafio da triangulação**. In: MINAYIO, M. C. S.; ASSIS, S. G.; SOUZA, E. R. (org.). **Avaliação por Triangulação de Métodos: abordagem de programas sociais**. Rio de Janeiro: Fiocruz, 2010.

GRUPO DE TRABALHO E ESTUDOS EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS - GTERP. Disponível em: <<http://igce.rc.unesp.br/#!/departamentos/educacao-matematica/gterp/item-2/>>. Acesso em: 09 fev. 2017.

HOFFMANN, J. **Avaliar para promover: as setas no caminho**. 15. ed. Porto Alegre: Mediação, 2014. 160p.

LIMA, E. L. **Números e Funções Reais**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da Aprendizagem Escolar**. 22. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MARCONDES, N. A. V.; BRISOLA, E. M. A. Análise por Triangulação de Métodos: Um Referencial para Pesquisas Qualitativas. **Revista Univap**, São José dos Campos, v. 20, n. 35, p. 201-208, jul. 2014. Disponível em: <<http://revista.univap.br/index.php/revistaunivap/article/view/228/210>> Acesso em: 15 mar. 2018.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Metodologia Científica**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2011.

MINAYO, M. C. S. (org.) *et al.* **Pesquisa Social: teoria, método e criatividade**. 21. ed. Petrópolis: Vozes, 2002.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Trabalhando Volume de Cilindros através da resolução de Problemas. **Educação Matemática em Revista**, Canoas, v. 1, n. 10, p. 95-103, dez., 2009.

ONUCHIC, L. R. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos? **Espaço Pedagógico**, Passo Fundo, v. 20, n. 1, p. 88-104, jun., 2013.

ONUCHIC, L. R. *et. al.* **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de problemas: caminhos avanços e novas perspectivas, p. 73-98. In: **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, v. 25, n. 41, dez., 2011. Universidade Estadual Paulista – Campus de Rio Claro. Ed. Comemorativa 25 anos.

PALMAS, **Projeto Político Pedagógico do IFPR**. Palmas, 2015. Disponível em: <<http://palmas.ifpr.edu.br/wp-content/uploads/2018/04/PPP-CAMPUS-PALMAS.pdf>>. Acesso em: 04 abr. 2018.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares de Educação Básica: Matemática**. Curitiba: SEED, 2008.

PAVANELLO, R. M.; NOGUEIRA, C. M. I. Avaliação em Matemática: algumas considerações. **Estudos em Avaliação Educacional**, Revista Quadrimestral, Fundação Carlos Chagas. v. 17, n. 33, p. 29-41, jan./abr., 2006.

PERRENOUD, P. **Avaliação: da excelência a regulação das aprendizagens**. Entre duas lógicas. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

PIRONEL, M.; ONUCHIC, L. R. Avaliação para a Aprendizagem: uma proposta a partir de transformações do conceito de avaliação na sala de aula no século XXI. In: CONGRESSO NACIONAL DE AVALIAÇÃO EM EDUCAÇÃO (CONAVE), IV, 2016, Bauru. **Anais do IV CONAVE**, p. 1-12, Bauru: CECEMCA/UNESP, 2016.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 196p.

SANT'ANNA, I. M. **Por que avaliar? Como avaliar?** 16. ed. Porto Alegre: Vozes, 2013.

SEMINÁRIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, II, 2011, Rio Claro. **Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo**. [s.d.].

SOARES, F. Ensino de Matemática e Matemática Moderna em Congressos no Brasil e no mundo. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 8, n. 25, p. 727-744, set./dez., 2008. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/html/1891/189116827011/>>. Acesso em: 26 jan. 2018.

SOUZA, J. **Novo olhar matemática: versão com progressões**. São Paulo: FTD, 2011.

THORNDIKE, E. L. **A nova metodologia da Aritmética**. 1921/1936. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/182564>>. Acesso em: 07 mar. 2018.

THORNDIKE, E. L.; WOODWORTH, R. S. The Influence of Improvement in One Mental Function Upon the Efficiency of Other Functions. **First published in Psychological Review**, 8, p. 247-261. 1901. Disponível em: <<http://psychclassics.yorku.ca/Thorndike/Transfer/transfer1.htm>>. Acesso em: 07 mar. 2018.

WIETHAN, Fernanda M. *et al.* O Paradigma Conexionista Aplicado às Pesquisas em Linguagem. **Revista CEFAC**, São Paulo, v. 14, n. 5, p. 984-991, set./out., 2012. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rcefac/v14n5/87-11.pdf>>. Acesso em: 23 jan. 2018.

## **APÊNDICES**

## APÊNDICE A – PROBLEMA GERADOR



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Pro-Reitoria de Graduação e Educação Profissional  
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação  
Mestrado Profissional em Matemática  
Câmpus Pato Branco



**Professora: Adalgisa Loureiro de Mello**

**Disciplina: Matemática**

**Grupo:** \_\_\_\_\_

**Aluno(a):** \_\_\_\_\_ **Código** \_\_\_\_\_

### **Problema Gerador**

Em nossa cidade há três lojas credenciadas as operadoras de celular: Loja da TCHAU, Loja da ESCURO e Loja da TUM .

Um estudante do IFPR visando diminuir suas despesas com telefone móvel e manter suas necessidades atendidas fez uma pesquisa referente a planos pós-pago, conforme abaixo:

#### **OPERADORA ESCURO**

Plano	Valor Mensal	Valor por min Extra
50 min	R\$ 42,99	R\$ 0,50
100 min	R\$ 68,99	R\$ 0,50
150 min	R\$ 109,99	R\$ 0,50

#### **OPERADORA TUM**

Plano	Valor Mensal	Valor por min Extra R\$
50 min	R\$ 40,00	R\$ 0,75
100 min	R\$ 66,00	R\$ 0,75
150 min	R\$ 105,00	R\$ 0,75

#### **OPERADORA TCHAU**

Plano	Valor Mensal	Valor por min Extra R\$
50 min	R\$ 39,99	R\$ 0,89
100 min	R\$ 64,99	R\$ 0,89
150 min	R\$ 100,99	R\$ 0,89

*Em todas as operadoras são oferecidas as seguintes vantagens:*



*\*2GB de internet;*

*\*Torpedos ilimitado para qualquer operadora;*

*\*Ligações à ilimitadas para celular de mesma operadora;*

*\*Whatsap ilimitado.*

Analisando as informações obtidas pelo estudante, responda as questões abaixo:

- a) Explique como é feito o cálculo do valor a ser pago de uma fatura de telefonia celular em planos pós-pagos, conforme disposto.

\_\_\_\_\_

- b) Se o estudante utilizasse em média 90 minutos por mês, em que operadora e qual o plano seria mais vantajoso a ele? Justifique sua resposta através de cálculos

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

- c) Acredita-se que se este aluno fosse do Ensino Médio seu perfil se enquadraria no plano de 50min. Qual a operadora deveria ser escolhida levando em conta fator economia, caso ultrapassasse o tempo da franquia em 13 min? Qual seria o valor pago no mês considerado? Qual a maior economia obtida relativa ao mesmo plano em outra operadora?

---

---

---

---

---

---

---

---

- d) Quando o plano de 150 minutos for excedido, em quanto tempo as faturas da operadora TUM e TCHAU terão praticamente o mesmo valor cobrado no mês? Justifique

---

---

---

---

---

---

---

---

- e) Qual é o modelo matemático que relaciona o valor a ser pago e os minutos extras usados, em qualquer uma das situações dispostas nos planos pós-pagos de qualquer operadora?

---

---

---

---

---

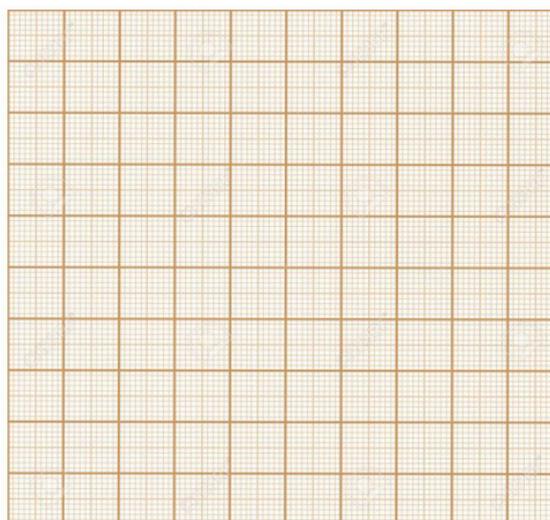
---

---

---

- f) Escolhendo a operadora TUM e um plano de 50 min, construa um gráfico onde seja possível visualizar o valor da conta em reais ao final do mês, considerando as seguintes situações :

- I) O usuário não utilizou o telefone,
- II) O usuário utilizou 20 min da franquia,
- III) O usuário utilizou 33 min da franquia ,
- IV) O usuário utilizou 50 min ,
- V) O usuário utilizou 60 min da franquia ,
- VI) O usuário utilizou 70 min da franquia,
- VII) O usuário utilizou 80 min da franquia.





## APÊNDICE B – FICHA DE AVALIAÇÃO

Grupo 1 (número de integrantes 5 ou 6 alunos )						
1 MOMENTO	Aluno A	Aluno B	Aluno C	Aluno D	Aluno E	Aluno F
Leitura Individual						
Leitura em grupo						
Demonstrou interesse em o resolver o problema						
Compreendeu basicamente o problema						
Comunica suas dificuldades e descobertas aos colegas,de maneira adequada						
Demonstrou interesse em auxiliar o grupo na resolução						
Pede ajuda em caso de dúvida ou falta de conhecimento						
Apresentou perseverança apesar das dificuldades encontradas						
Trabalhou em grupo- avaliando criteriosamente a adequação do processo de resolução adotado						
<b>2 MOMENTO</b>						
Conseguiram escrever sua resolução na lousa (organização da resolução)						
Participaram da discussão						
Chegam a um consenso sobre o resolução mais adequada						
A resolução está correta matematicamente						
<b>3 MOMENTO</b>						
Relacionaram a sua resolução com o conteúdo ,explicado de forma formal pelo professor						
<b>4 MOMENTO</b>						
Resolução da lista de exercícios propostos						
Frequência em todos os momentos						
<b>CONCEITO FINAL</b>						
<b>DIÁRIO DE CAMPO</b>						

## APÊNDICE C – PLANO DE APRESENTAÇÃO FORMAL DO CONTEÚDO



Ministério da Educação  
**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**  
Pro-Reitoria de Graduação e Educação Profissional  
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação  
Mestrado Profissional em Matemática  
Câmpus Pato Branco



### Plano de Aula Complementar ao Problema Gerador de Função Afim

Uma função  $f: R \rightarrow R$  será denominada **função afim** quando estiver escrita na forma  $f(x) = ax + b$ , com  $a, b \in R$ , ou seja, se para cada  $x \in R$ , existir um único elemento  $(ax + b) \in R$ .

Exemplos:

a)  $y = f(x) = 7x - 5$

$a =$

$b =$

b)  $y = 4x$

$a =$

$b =$

c)  $f(x) = 9$

$a =$

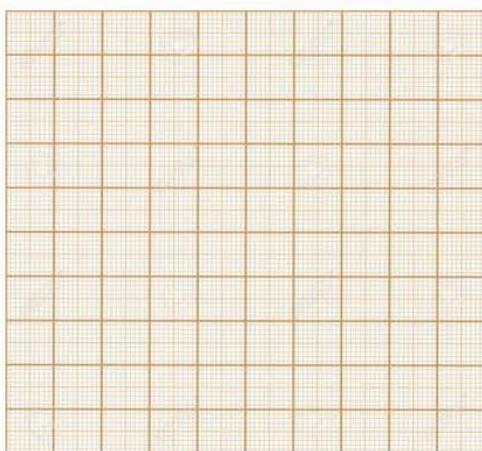
$b =$

### Gráfico de uma Função Afim

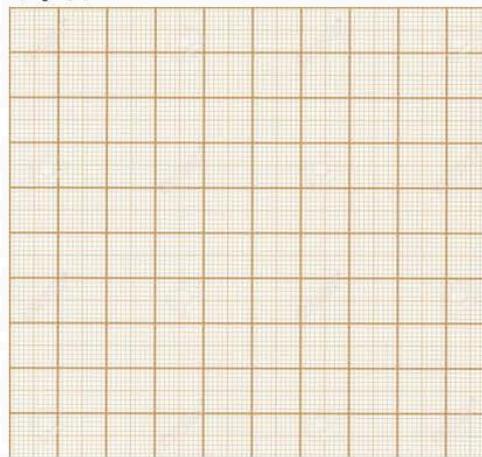
O gráfico da função afim pode ser construído atribuindo-se valores à variável independente. É importante observar qual o domínio da função para que se possa esboçar o gráfico.

**Ex1:** Construa, no plano cartesiano, o gráfico da função  $f: R \rightarrow R$  definida por:

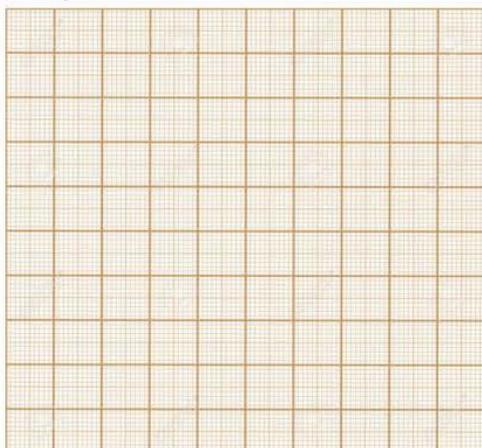
a)  $y = 2x - 3$



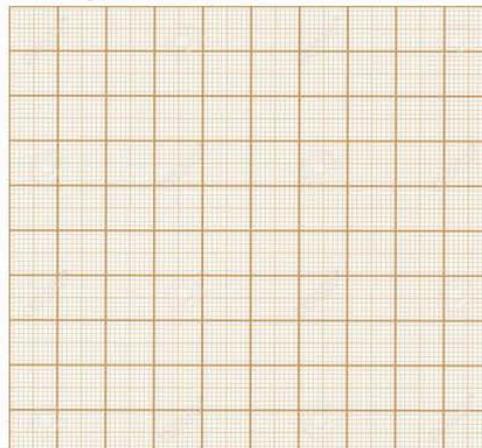
b)  $f(x) = -x + 3$



c)  $f(x) = -2$



d)  $f(x) = 2x$



Numa função afim  $f: R \rightarrow R$  definida por  $f(x) = ax + b$

$a$  é o coeficiente angular

$b$  é o coeficiente linear

\*  $a = 0 \rightarrow$

\*  $a \neq 0 \rightarrow$

$$\begin{cases} a > 0 \rightarrow \text{O gráfico é uma reta (função crescente)} \\ a < 0 \rightarrow \text{O gráfico é uma reta (função decrescente)} \end{cases}$$

\*  $b=0$ , tem-se uma função do tipo  $f(x) = ax$  com  $a \in R^*$ , essa função é denominada função linear.

\*  $b=0$  e  $a=1$ , tem-se uma função do tipo  $f(x) = x$ , essa função é linear é denominada especialmente de função identidade

Zero da função, é o valor de  $x$  que anula a função.

$$f(x) = 0$$

$$ax + b = 0$$

$$x = -\frac{b}{a} \rightarrow \text{zero da função afim}$$

Geometricamente o zero da função é o ponto onde a reta intercepta o eixo  $x$ .

**Ex2:** Determine o zero, o coeficiente angular e o coeficiente linear e classifique as funções em crescente ou decrescente.

a)  $f(x) = 3x - 15$

b)  $y = -x + 7$

c)  $f(x) = 3 + \frac{x}{2}$

**Ex3:** Na produção de peças, uma fábrica tem um custo fixo de R\$ 16,00 mais um custo variável de R\$ 1,50 por unidade produzida. Sendo  $x$  o número de peças unitárias produzidas, determine:

a) A lei da função que fornece o custo da produção de  $x$  peças;

b) Calcule o custo de produção de 400 peças.

**Ex4:** Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções: A e B.

Condições dos planos:

Plano A: cobra um valor fixo mensal de R\$ 140,00 e R\$ 20,00 por consulta num certo período.

Plano B: cobra um valor fixo mensal de R\$ 110,00 e R\$ 25,00 por consulta num certo período.

Temos que o gasto total de cada plano é dado em função do número de consultas  $x$  dentro do período pré – estabelecido.

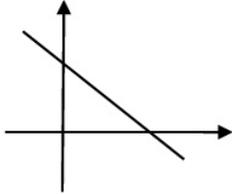
Determinar:

a) A função correspondente a cada plano.

b) Em qual situação o plano A é mais econômico; o plano B é mais econômico; os dois se equivalem.

**Ex5:** O gráfico abaixo representa a função de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  dada por  $f(x) = y = ax + b$ . De acordo com o gráfico conclui-se que:

- a)  $a < 0$  e  $b > 0$     b)  $a < 0$  e  $b < 0$     c)  $a > 0$  e  $b > 0$     d)  $a > 0$  e  $b < 0$     e)  $a > 0$  e  $b = 0$



**Lei de Formação da Função** ( $f(x) = y = ax + b$ )

**Ex6:** Determine a lei de formação da função afim, cujo gráfico passa pelos pontos A(2,3) e B(-1,6).

## APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Pro-Reitoria de Graduação e Educação Profissional  
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação  
Mestrado Profissional em Matemática  
Câmpus Pato Branco



### QUESTIONÁRIO PARA OS ALUNOS

- 1) Como costumaram ser as aulas de Matemática que você teve até hoje?
  - a) Expositiva tradicional (o professor explica e faz exemplos depois propõem exercícios, postura do aluno passiva, sem participação)
  - b) Expositiva Dialogada (o professor explica e faz exemplos depois propõem exercícios mas tenta fazer com que os alunos participem através de questionamentos.)
  - c) O aluno estuda um conteúdo previamente estabelecido pelo professor e em determinado momento explica para seus colegas, o professor observa todo processo e intervém se necessário.
  - d) Outro tipo ....Como \_\_\_\_\_
  
- 2) Você já teve alguma aula utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas (MEAA-RDP)? Ou algo parecido com o que vivenciou nas últimas 6 aulas?
  - a) Sim, em que série? \_\_\_\_\_
  - b) Não
  
- 3) Qual a sua percepção sobre as aulas nas quais a professora pesquisadora utilizou a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
  
- 4) Você sentiu alguma dificuldade durante as aulas, nas quais foi aplicada a MEAA-RDP?
  - a) Sim
  - b) Não
  
- 5) Se a resposta para a questão anterior foi “SIM”, qual foi a maior dificuldade?
  - a) Ter que me esforçar mais para poder entender, uma vez que a professora não ficou explicando como devíamos proceder, apenas deu algumas dicas;
  - b) Interagir com o grupo, prefiro fazer as atividades sozinho(a) acredito ser mais produtivo;
  - c) Entender porque a professora está fazendo dessa forma, uma vez que já estamos acostumados com outra forma de aula, que “funciona bem”;
  - d) Resolver o problema sem a prévia explicação da professora;
  - e) Resolver de forma individual as atividades complementares
  - f) Outra \_\_\_\_\_



## APÊNDICE E – ATIVIDADES COMPLEMENTARES



Ministério da Educação  
**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**  
Pro-Reitoria de Graduação e Educação Profissional  
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação  
Mestrado Profissional em Matemática  
Câmpus Pato Branco



**Professora: Adalgisa Loureiro de Mello**

**Disciplina: Matemática**

**Grupo:** \_\_\_\_\_

**Aluno(a):** \_\_\_\_\_ **Código** \_\_\_\_\_

### **Atividades Complementares**

1)(**Autoria Própria**) João e Maria conheceram-se em meados de setembro de 1998, namoraram por um período de 2 anos. Com objetivo de constituir família, resolveram casar-se. Em 02/04/2000 buscaram cartório competente para habilitar-se ao matrimônio, casando-se em meados de julho de 2000.

Durante o processo, o cartorário responsável lhes orientou acerca do regime de bens a ser definido e, em comum acordo, optaram pelo regime da comunhão parcial de bens.

Agora casados, formaram a tão sonhada família, de onde adveio o nascimento de 2 filhos. O casamento perdurou por 17 anos. Como passar do tempo, o casal não mais comunga dos mesmos interesses e devido a falta de afeto recíproco, resolveram por bem, optar pelo divórcio direto.

Para tanto, buscaram escritório de advocacia competente para ajuizar o pedido em comum acordo. Na oportunidade o advogado responsável lhes orientou acerca da situação jurídica, das consequências do divórcio bem como suas regras. Para o início dos trabalhos o causídico cobrou o valor inicial de R\$ 4.500,00 (tabela da OAB – Pr), tal valor refere-se ao trabalho desenvolvido administrativamente e judicialmente.

Ocorre que durante a vida conjugal ambos contribuíram pelo esforço comum, para aquisição de bens que formaram o patrimônio do casal:

- 01 casa de alvenaria, medindo 100 m<sup>2</sup> com valor venal de R\$ 100.000,00;
- 01 veículo marca CACARECO, ano modelo 2005 com valor venal de R\$ 15.000,00;
- 01 veículo marca TRANQUEIRA, ano modelo 2010 com valor venal de R\$ 30.000,00;
- 01 lote de terreno, medindo 300 m<sup>2</sup> com valor venal de R\$ 150.000,00;
- Móvel que garante o imóvel do casal com valor venal de R\$ 25.000,00.

Após o advogado tomar conhecimento da existência de bens comum a partilhar, contratou com as partes o valor equivalente a 10% sobre o ajustamento da partilha dos bens conforme relação repassada com a consequente homologação do juízo.

Sabe-se que pela regra constitucional legal, todos os bens adquiridos pelo casal durante a vida comum e pelo esforço comum, devem ser partilhados entre si, na proporção de 50% destinado a cada parte.

Considerando o divórcio decretado pelo magistrado competente, com a consequente homologação da partilha dos bens cabíveis a cada um.

Responda o que se pede:

- a) Como é feito o cálculo do valor a ser pago para o advogado, caso um casal possua bens?

---



---



---

- b) Considerando todos os bens do casal a serem partilhados, qual o valor total pago pelo casal ao advogado?

---



---



---



---

- c) Após conversa com o advogado, o casal resolveu vender o Veículo TRANQUEIRA para ter dinheiro suficiente para arcar com as despesas do divórcio. Assim, esse veículo sairia da partilha de bens. Na situação agora disposta, qual o valor total pago pelo casal ao advogado?

---



---



---



---

- d) Do que depende o valor a receber do advogado?

---



---



---

- e) Caso não houvesse bens, qual seria o valor pago pelo casal ao advogado? E se eles tivessem ao invés de dois(02), quatro (04) filhos o valor cobrado pelo advogado seria alterado? Justifique

---



---



---



---

2) (UFPE- Adaptado) Um provedor de acesso a internet oferece dois planos para os seus assinantes:

- **Plano A** – Assinatura mensal de R\$ 8,00 mais R\$ 0,03 por cada minuto de conexão durante o mês.
- **Plano B** - Assinatura mensal de R\$ 10,00 mais R\$ 0,02 por cada minuto de conexão durante o mês.

Acima de quantos minutos de conexão por mês é mais econômico optar pelo plano B?

- a)160      b)180      c) 200      d) 220      e) 240

3)(**Caderno de Atividades Positivo**) Uma máquina, ao sair da fábrica, sofre uma desvalorização constante pelo seu uso, representada pela função  $P(t) = 50 - 5t$ , onde P é o preço da máquina(em reais) e t é o tempo de uso (em anos).

Obtenha:

a) O custo da máquina ao sair da fábrica;

---

---

---

b) O custo da máquina após 5 anos de uso;

---

---

---

c) O tempo para que essa máquina se desvalorize totalmente.

---

---

---

---

4) (**Autoria Própria**) Considere o caso exposto abaixo e em seguida responda as questões.

CHICO BENTO e ROSINHA mantiveram o relacionamento amoroso por pelo menos 5 anos, e ROSINHA acabou engravidando. Tomando conhecimento da notícia, CHICO BENTO abandonou a ROSINHA e seguiu rumo ignorado.

Passado os 9 meses, nasceu ZÉZINHO fruto do amor do casal. ROSINHA precisou registrar o nascimento do filho sem o nome do pai, e assim o fez. Não contente com a situação, ela descobriu o paradeiro de CHICO e então, buscou um escritório de advocacia de sua confiança para receber orientações acerca dos direitos e providências a serem tomadas em relação a paternidade e alimentos em benefício do seu filho.

Após orientação do profissional competente, resolveu ajuizar demanda judicial de investigação de paternidade cumulada com alimentos em desfavor de CHICO BENTO, pois ROSINHA tinha certeza da paternidade de seu filho.

Contratou os serviços advocatícios pagando pelo ajuizamento e acompanhamento de toda a demanda de investigação de paternidade na ordem de R\$ 4.000,00 acrescido de 20% sobre o êxito da demanda de alimentos. (Sabe-se que os alimentos para quem pede deve ser a base da soma de 12 prestações vincendas atendendo ao binômio da necessidade x possibilidade).

ROSINHA sabendo que CHICO BENTO agora mora no sítio de sua propriedade e lá trabalha com uma laticínio e criação de bovinos e tendo uma renda líquida de pelo menos R\$ 5.000,00 mensais, pretende o pedido de alimentos equivalente a 33,34% sobre o valor da renda líquida de CHICO BENTO, isso tudo considerando os gastos mensais de ZEZINHO (fraldas, medicamentos, alimentação, vestuário, plano de saúde e etc).

No decorrer do processo, após muitas discussões com CHICO BENTO, audiências, exame de DNA, enfim...Fica comprovada a paternidade, e assim, as partes firmaram acordo, onde caberá ao pai biológico de ZÉZINHO, o compromisso de pagar mensalmente, a título de pensão alimentícia o valor de 1.200,00 .

Após manifestação do Ministério Público, o juiz competente homologou o acordo das partes tendo encerrado e arquivado a demanda.

a) Como é feito o cálculo do valor a ser pago no total para o advogado?

---

---

---

---

b) Qual é a lei de formação da função que estabelece o valor a ser pago ao advogado  $V(x)$ , em função do valor estabelecido pela pensão alimentícia  $x$

---

---

---

---

c) Quanto ROSINHA pagou no total ao seu advogado por todo processo?

---

---

---

---

d) Caso ROSINHA houvesse conseguido receber a pensão alimentícia para o filho no valor solicitado no processo, quanto o advogado iria receber total por todo processo?

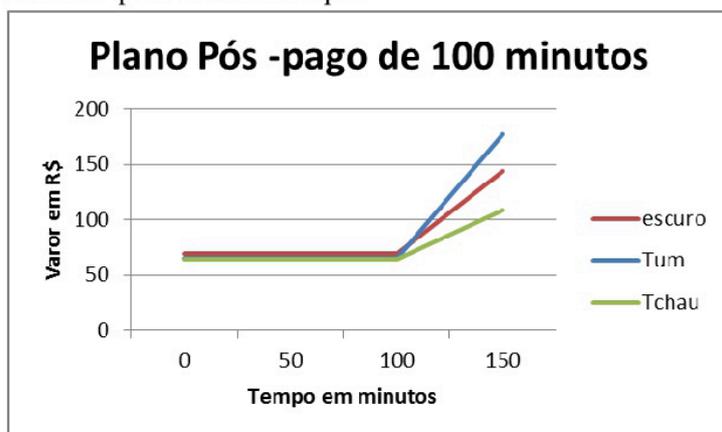
---

---

---

---

5) (Autoria própria) Com base na tabela e no gráfico abaixo, considerando o tempo uma variável contínua podemos afirmar que:



Tempo	ESCURO	TUM	TCHAU
Até 100 min	R\$ 68,99	R\$ 65,00	R\$ 63,99

- a) Para utilização de até 100 min o plano mais vantajoso é o da operadora ESCURO;
- b) Para uma utilização de 150 min o plano mais vantajoso é o da operadora TUM;
- c) Em algum instante de utilização em minutos o plano da operadora ESCURO e TUM se equivalem no valor em reais a ser pago;
- d) Em algum instante de utilização em minutos o plano da operadora TCHAU e TUM se equivalem no valor em reais a ser pago;
- e) A partir de 100 min o valor a ser pago decresce na operadora TCHAU, sendo sempre a operadora mais econômica ao cliente.

## APÊNDICE F – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PROFESSORES



Ministério da Educação  
**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**  
*Pro-Reitoria de Graduação e Educação Profissional*  
*Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação*  
*Mestrado Profissional em Matemática*  
Câmpus Pato Branco



### QUESTIONÁRIO PARA OS PROFESSOR(A)

- 1) Como costumam ser as aulas de Matemática que você ministra até hoje?
  - a) Expositiva Clássica (o professor explica e faz exemplos depois propõem exercícios, postura do aluno passiva, sem participação)
  - b) Expositiva Dialogada (o professor explica e faz exemplos depois propõem exercícios mas tenta fazer com que os alunos participem através de questionamentos.)
  - c) O aluno estuda um conteúdo previamente estabelecido pelo professor e em determinado momento explica para seus colegas, o professor observa todo processo e intervém se necessário.
  - d) Outro tipo. Como? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
  
- 2) Você ministrou alguma aula utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas (MEAA-RDP)? Ou algo parecido?
  - a) Sim.  
Para que série? \_\_\_\_\_ Qual conteúdo? \_\_\_\_\_ Com que frequência? \_\_\_\_\_
  - b) Não, eu não conheço essa metodologia.
  - c) Não
  
- 3) Segue um pequeno texto explicativo sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.  
A MEAA-RDP, baseada na proposta de Onuchic e Allevato (2011), consiste na aplicação de um problema gerador para grupos de alunos, onde estes não tem conhecimento prévio do conteúdo a ser trabalhado. Os alunos devem ENTÃO discutir e resolvê-lo em grupo, o professor tem uma função de orientar o trabalho dando algumas dicas caso haja necessidade, após a resolução do problema, um ou dois representantes do grupo deve colocar na lousa a solução encontrada pelo grupo; haverá a plenária, que é uma discussão entre a professora e os grupos quanto as resoluções encontradas, em seguida o professor fará a explicação formal do conteúdo, e posteriormente serão propostas outras atividades para fixação, compreensão e assimilação do conteúdo. Pelo exposto é uma metodologia que:
  - a) Pode ser aplicada facilmente.
  - b) Pode ser aplicada em algumas turmas.
  - c) Não há condições de ser aplicada no IFPR- Campus Palmas, turmas do Ensino Médio.
  - d) É muito complexa levando muito tempo para a aplicação.
  - e) É aparentemente simples, porém demandará muito tempo para aplicação.
  - f) Outro: \_\_\_\_\_
  
- 4) Considerando que a avaliação no IFPR- campus Palmas no Ensino Médio é conceitual, como você vê a possibilidade da MEAA-RDP em relação a este tipo de processo avaliativo em nossa instituição  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## APÊNDICE G – TERMO DE COMPROMISSO LIVRE E ESCLARECIDO



Ministério da Educação  
**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**  
*Pró-Reitoria de Graduação e Educação Profissional*  
*Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação*  
*Mestrado Profissional em Matemática*  
Câmpus Pato Branco



### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

A estudante ADALGISA LOUREIRO DE MELLO, regularmente matriculada no Mestrado Profissional em Matemática, da UTFPR campus Pato Branco, e professora efetiva do Instituto Federal do Paraná (IFPR)– campus Palmas está executando uma atividade de investigação vinculada ao seu Projeto de Dissertação de Mestrado. O objetivo do referido projeto consiste em aplicar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, na disciplina de Matemática, no 1º ano do Ensino Médio do curso Técnico Jurídico do IFPR – campus Palmas. Tal metodologia consiste na aplicação de um problema gerador, onde os alunos sem prévio conhecimento do conteúdo farão em grupo a resolução do problema e posteriormente a isso o professor(a) fará a intervenção.

Sua colaboração na pesquisa será de suma importância para o desenvolvimento da mesma. Por isso, pedimos a sua participação e autorização para a realização de coleta de dados atinentes ao referido projeto através do fornecimento de informações por meio de: observação direta, documentos oficiais, questionário e/ou entrevista.

A participação na pesquisa não envolve risco físico, tampouco constrangimento de qualquer natureza. A identidade dos envolvidos será preservada em todas as fases da investigação e os mesmos terão pleno direito de censura sobre os conteúdos que forneceram individualmente.

Se a qualquer momento desejar informações adicionais sobre as pesquisas ou, se não querendo mais participar, desejar interromper sua participação, pode entrar em contato no horário comercial pelo telefone (46) 3220-2553 ou pelo email endereçando a mensagem à professora Janecler Aparecida Amorin Colombo (janecler@utfpr.edu.br).

\_\_\_\_\_  
Profª Drª Janecler Aparecida Amorin Colombo  
Orientadora

### TERMO DE CONSENTIMENTO

Eu, \_\_\_\_\_, na condição de ( ) coordenador(a) pedagógico, ( ) aluno do 1º ano- técnico Jurídico, ( ) pai/mãe/responsável do(a) aluno(a), declaro que fui devidamente esclarecido (a) sobre a pesquisa e concordo em participar da mesma autorizando e fornecendo informações através de conversas informais, observação direta, documentos oficiais, questionários e/ou entrevistas.

Palmas, \_\_\_\_\_ de abril de 2017.

\_\_\_\_\_  
Assinatura

