UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

Uma abordagem empírica para o ensino da geometria através de jogos e aspectos culturais locais

Marilia Gabriella de Alcantara Silva

Dissertação de Mestrado do Programa Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional (PROFMAT)

ICMC USP
SÃO CARLOS

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura:______________________

Marilia Gabriella de Alcantara Silva

Uma abordagem empírica para o ensino da geometria através de jogos e aspectos culturais locais

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestra em Ciências – Programa de Mestrado Profissional em Matemática. *VERSÃO REVISADA*

Área de Concentração: Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Orientadora: Profa. Dra. Edna Maura Zuffi

USP – São Carlos
Julho de 2018

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,
com os dados inseridos pelo(a) autor(a)

S586a Silva, Marilia Gabriella de Alcantara
Uma abordagem empírica para o ensino da geometria através de jogos e aspectos culturais locais / Marilia Gabriella de Alcantara Silva; orientadora Edna Maura Zuffi. -- São Carlos, .
88 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) -- Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, .

1. Educação matemática. 2. Atividade exploratória. 3. Ensino de geometria. I. Zuffi, Edna Maura, orient. II. Título.

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de catalogação da publicação de acordo com a AACR2:
Gláucia Maria Saia Cristianini - CRB - 8/4938
Juliana de Souza Moraes - CRB - 8/6176

Marilia Gabriella de Alcantara Silva

An empirical approach to the teaching of geometry through games and local cultural aspects

Master dissertation submitted to the Institute of Mathematics and Computer Sciences- ICMC-USP, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Mathematics Professional Master's Program. *FINAL VERSION*

Concentration Area: Professional Master Degree Program in Mathematics in National Network

Advisor: Profa Dra Edna Maura Zuffi

USP – São Carlos
July 2018

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, que nos presenteia com o dom da vida, que a cada um de nós dá o que é necessário. Em minha existência só tenho a agradecer por todas as boas oportunidades e bons momentos que Ele me deu, e me dá a todo o momento.

Agradeço aos meus pais, Maria Auxiliadora e Luiz Venceslau, que me ensinaram o que verdadeiramente tem valor na vida, que me mostraram que os obstáculos difíceis são as melhores vitórias e que tudo o que passamos, de bom ou ruim, podem nos construir pessoas melhores, dependendo apenas de como reagimos.

Agradeço ao meu marido Eleandro, que foi meu namorado e também noivo durante esse trabalho e, que me ajudou de forma inigualável com incentivo e conhecimentos. Uma pessoa que ajudou a encontrar um objetivo maior, que me fez mais feliz, mais segura, mais independente, enfim, uma pessoa melhor.

Agradeço a minha orientadora, Professora Edna, por toda orientação, compreensão e motivação que me deu. Que me consolou, me "puxou a orelha" e me clareou o caminho tantas vezes.

Agradeço às escolas nas quais trabalhei durante este curso, a E.E. Professor Roque Passarelli, que sempre foi compreensiva com minhas ausências, quando necessário, que me ajudou na organização dos meus horários; aos colegas de área de atuação, por dividirem experiências e ideias, e aos amigos que construí nesses três anos. Agradeço à E.E. Canadá, pela oportunidade de realizar o projeto, acreditando numa maneira diferenciada para o ensino/aprendizagem.

Agradeço aos colegas de curso, com os quais por quase dois anos formamos bases sólidas, para que nenhum caísse antes de terminarmos a etapa das matérias.

Agradeço imensamente aos professores das disciplinas cursadas, em especial à professora Ires Dias, que se fez quase uma mãe durante todos os momentos de necessidade, aos professores Sérgio Luís Zani e Janete Crema, por me inspirarem com suas excelentes aulas, ao Professor Paulo Dattori por ser otimista e confiar em mim.

.

“Matemática, de modo algum, são fórmulas, assim como Música não são notas" (Jurquim)

RESUMO

SILVA, Marilia G.A. de. **Uma abordagem empírica para o ensino da geometria através de jogos e aspectos culturais locais.** 2018. 88p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Programa de Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2018.

Esse trabalho consistiu da produção de um material pedagógico com base na Proposta Curricular de Matemática do Estado de São Paulo, especificamente para o conteúdo de geometria, para alunos da 1ª série do Ensino Médio, e de uma análise da aplicação desse material em turmas de uma escola estadual da cidade de Santos, SP. Foi elaborada uma sequência didática de oito aulas, realizadas em 16 horas-aula, inspiradas no enfoque sócio-histórico de Vygotsky. Destas, as duas primeiras foram aulas de revisão, resgate de conhecimentos anteriores e diagnóstico dos alunos; as três aulas seguintes foram de atividades compartilhadas, através da resolução de problemas ou construção de ideias de uma maneira exploratória, com os temas *rampas*, *ângulos* e *relações trigonométricas* no triângulo retângulo, com ponto de destaque na utilização de um morro conhecido da cidade; as duas aulas seguintes seguiram os mesmos métodos, com os temas de *ângulos* e *áreas de polígonos*, com destaque na utilização de ferramentas para desenho; e a última atividade foi o jogo da memória, utilizando os conhecimentos das aulas anteriores. A aplicação e análise da pesquisa se caracterizam por ser um estudo de campo, apoiado em uma pesquisa-ação, seguindo um enfoque qualitativo. Das análises, podemos concluir que atividades compartilhadas ajudaram alguns alunos mais tímidos, mas também fizeram com que os mais adiantados, às vezes, se sentissem prejudicados; as atividades, desenvolvidas para terem sentido para os alunos, auxiliaram-nos na memorização dos conhecimentos; e finalmente, que a afetividade em relação ao conhecimento matemático, interferiu na motivação dos alunos, mas que esse é também um fator interno que não depende somente da diversificação das metodologias nas aulas.

Palavras-chave: Geometria, Atividades exploratórias, Jogos pedagógicos, Aspectos culturais.

ABSTRACT

SILVA, Marilia G. A. de **An empirical approach to the teaching of geometry through games and local cultural aspects.** 2018. 88p. Dissertation (Mestrado em Ciências – Programa de Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2018.

This work consisted on the production of a pedagogical material based on the curricular documents of Mathematics in the State of São Paulo, Brazil, specifically on geometry, for students of the first year, in High School. It also includes an analysis of the application of this material in classes of a public state school, in the city of Santos-SP. We elaborated a didactical sequence of eight classes, developed in 16 class-hours, based on Vygotsky´s socio-historical approach. The first two classes were for revision, rescuing students´ previous knowledge for diagnosis. The following three classes included shared activities, through problem solving or exploratory situations, with the mathematical subjects: *ramps*, *angles* and *trigonometric relations* in the rectangle triangle, where we point out the use of a known hill of the city. The next two classes had the same methods, with the themes of *angles* and *areas of polygons*, where we point out the use of tools for drawing; and finally, the last activity was the *memory game*, using the knowledge of previous classes. We characterize the application and analysis in this research as a field study, with a research-action structure, in a qualitative perspective. From the analysis, we conclude that shared activities can be helpful for some shy students, but it also causes more advanced students sometimes to feel harmed. On the other hand, the activities designed to make sense for the students helped them to remember easier. Finally, we saw that affectivity related to mathematical knowledge interfered with the students´ motivation, but this is an internal factor, that does not depend only on the methodology diversification.

Keywords: Geometry, Exploratory activities, Pedagogical games, Cultural aspects.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

Introdução

Em seu discurso de posse no ano de 2015, a presidente Dilma Rousseff utilizou o slogan “Brasil, pátria educadora”. Durante sua fala, ainda disse que “democratizar o conhecimento significa universalizar o acesso a um ensino de qualidade em todos os níveis”. Entretanto, adentrando à maioria das salas de aula de escolas públicas no Brasil, é possível saber que, para alcançar o ensino de qualidade ainda terão de percorrer um longo caminho, que precisa ser iniciado o quanto antes.

Especificamente quanto à disciplina de Matemática, que infelizmente ainda tem uma percepção cultural de que é difícil e que só quem é mais inteligente a entende, o problema torna-se um pouco maior. A disciplina é universal e base para outros conhecimentos, mas ainda assim, enfrenta resistência e até mesmo bloqueio por parte de alguns alunos.

Diante desse fato, esse trabalho teve por objetivo, a partir de um estudo sobre as possibilidades pedagógicas concretas da atual Proposta Curricular do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012), explorar a realidade cultural das salas de aula onde atuamos como professora (e pesquisadora, nesse período), com ênfase no conteúdo de Geometria, através do desenvolvimento e aplicação de atividades exploratórias compartilhadas e jogos pedagógicos. Também teve o propósito de gerar um produto pedagógico para professores de Matemática, no que diz respeito à aplicação dessa proposta associada a algumas metodologias diferenciadas, principalmente em escolas públicas. Após a construção desse produto, o mesmo foi desenvolvido junto a um grupo de alunos da primeira série do Ensino Médio de nossa escola, com um estudo dessa aplicação, fornecendo à comunidade educacional, mais uma experiência reflexiva para a proposição de métodos que busquem a melhoria do processo de ensino-aprendizagem.

Moysés (1997, p.64) afirma que, diante da realidade das escolas públicas de Ensino Básico, mais do que transformar o professor em pesquisador, é mais viável ajudá-lo a desenvolver uma atitude de pesquisa, a qual essa autora entende como uma constante preocupação em interpretar a realidade sociocultural de seus alunos, avaliar os pontos que favorecem ou desfavorecem o processo de ensino, além de acompanhar o desenvolvimento dos mesmos, discutindo com colegas sobre esses processos.

Como possibilidade pedagógica, escolhemos utilizar a *atividade compartilhada* (desenvolvida em grupos), com base nos estudos de L. S. Vygotsky (apud MOYSÉS, 1997), segundo o qual tais atividades podem favorecer a aprendizagem, pois o desenvolvimento de funções mentais superiores parte da interação social. Isto se justifica, entre outros, por uma pesquisa realizada com alunos da 7ª série (FORMAN, 1989, apud MOYSÉS, 1997, p. 52-53) em que se observou que em atividades compartilhadas, o aluno mais avançado auxilia o colega e que a posição desse aluno pode variar dentro de um grupo, formando, assim, zonas de desenvolvimento proximal bidirecionais.

Apresentaremos, neste trabalho, uma sequência didática com oito atividades, entre elas, aulas de revisão e diagnóstico e atividades compartilhadas exploratórias, com as quais tivemos o cuidado de nos ater à construção de sentido e significado para os alunos, preocupando-nos com o interesse deles, de modo que estas envolvessem aspectos culturais de seu entorno. A motivação em participar efetivamente é um fator interno, mas para tentar fazê-la surgir, as atividades sempre partiam do conhecimento prévio dos estudantes e, quando possível, eram inspiradas no seu cotidiano.

Os temas estudados, de acordo com os conteúdos sugeridos para o período em que foram propostas as atividades – 4º bimestre, na Proposta Curricular do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012), a qual é seguida pela escola, foram: Teorema de Pitágoras; relações trigonométricas no triângulo retângulo; justificativa dos valores de seno, cosseno e tangente para os ângulos de 30º, 45º e 60º; inclinação de rampas e construção de escadas; ângulo de inclinação de uma rampa e condição de existência da rampa; ângulos e polígonos; áreas de polígonos, construção do hexágono e cálculo de sua área e, para a revisão final e síntese de todos estes, utilizamos jogos da memória. Abordamos os dois primeiros temas com aulas de revisão e também para o diagnóstico do conhecimento prévio dos alunos. Trabalhamos em atividades compartilhadas, os cinco temas anteriores, através da resolução de problemas ou construção das ideias de uma maneira exploratória. E, por fim, fizemos o fechamento das atividades com os jogos da memória, abordando todos os temas anteriores.

No capítulo 1, trazemos uma revisão da literatura e a construção de um referencial teórico para o embasamento desta pesquisa-ação e da construção de uma sequência didática que estivesse adequada à realidade cultural encontrada nessa escola.

No capítulo 2, apresentamos a metodologia do trabalho e a caracterização da escola e dos estudantes que participaram da pesquisa.

No capítulo seguinte, abordamos a descrição e a análise da aplicação dessa proposta, como um produto pedagógico a ser compartilhado com outros professores.

Finalmente, na conclusão deste trabalho, apresentamos as ideias principais geradas a partir da reflexão sobre esta análise e concordamos com Moysés (1997, p.101), quando esta autora afirma que, na parceria com professores: “a segurança advinda do conhecimento teórico permite ao professor se soltar das amarras que o ligam a um ensino mecânico e estéril, criando ele próprio o seu caminho. Este, no entanto, não se faz sem o farol da prática a iluminá-lo”.

Como será detalhado na conclusão deste trabalho, verificamos a importância do uso de metodologias diferenciadas para uma aprendizagem que faça mais sentido para os alunos, que, na maioria das vezes, tanto temem a Matemática. Constatamos também a percepção, a aprovação ou reprovação, por parte dos alunos, quanto à forma com que esse produto pedagógico foi produzido e aplicado. Felizmente, durante o desenvolvimento deste trabalho algumas amarras do ensino tradicional foram soltas, e pudemos nos sentir mais livre para criar dentro das salas de aula.

Capítulo 1. Revisão da Literatura e Construção de um Referencial Teórico

Quando recém-formada, com ideias de mostrar aos alunos o brilhantismo do conhecimento matemático e um sorriso que não cabia em mim dessa beleza intelectual, fui para minha primeira aula como professora responsável pela turma, não mais como a estagiária, que ficava sentada só observando. Foi bastante difícil chegar em uma turma de 2ª série do Ensino Médio com uma aula de trigonometria preparada, com muita expectativa, e não conseguir realizar um quinto do planejado. Deparei-me com alunos que não estavam dispostos a assistir a minha aula – que me parecia muito interessante. Engano meu; nem todos têm o mesmo interesse: encontrei alunos que não conseguiam efetuar cálculos com números decimais, que não conseguiam realizar divisões se não fosse pela calculadora, entre tantas outras dificuldades. Sedenta por saber mais e aprender mais, me inscrevi no programa PROFMAT. Durante todo o curso, esse sorriso que não cabia em mim surgia quando aprendia algo novo, me tornava melhor, mas somente depois de conversar com minha orientadora que percebi que poderia resolver as dificuldades dos alunos na sala de aula e utilizar o conhecimento para algo com mais sentido, uma aula pela qual eles se interessassem. Foi então que passamos a buscar leituras que relacionassem o conhecimento matemático e as práticas e metodologias de ensino para o nível básico.

Neste capítulo, apresentaremos a revisão da literatura que foi referência teórica para este trabalho, em que optamos pelo enfoque sócio-histórico da psicologia, a relação entre este enfoque e o conhecimento matemático, os diferentes papeis do jogo e sua relação com a construção do conhecimento e os jogos na educação matemática.

1.1 O enfoque sócio-histórico da psicologia

Este trabalho tem por objetivo o estudo de um caso de uma abordagem empírica para o ensino de conteúdos de Matemática e nele utilizamos o ponto de vista sócio-histórico da psicologia para análise. Este enfoque baseia-se na teoria de Vygotsky, segundo a qual o desenvolvimento do homem se dá através das relações sociais que o cercam (MOYSÉS, 1997). No cenário da educação, entende-se que os processos de ensino-aprendizagem também ocorrem através das interações na vida de cada um.

Segundo Moysés (1997), em 1924, Vygostky apresentou um trabalho no 2º Congresso Russo de Psico-neurologia, no qual criticava os conceitos da época para essa área, e defendia a necessidade de analisar o comportamento humano como um todo. Para ele, o mais importante era tentar explicar a origem dos fenômenos e isso implicava estudar as formas mais complexas de consciência.

Vygotsky se juntou à equipe de Luria e, com a colaboração de Leontiev, no Instituto de Psicologia de Moscou, dedicou-se a tentar explicar as formas mais complexas da vida consciente do homem. Na época, desejavam construir uma teoria psicológica da consciência, que unisse a personalidade e o meio social.

Ainda segundo Moysés (1997), os principais marcos teóricos do enfoque sócio-histórico são a *mediação*, o processo de *internalização*, a *zona de desenvolvimento proximal* e a *formação de conceitos*. Esses marcos serão rapidamente comentados a seguir:

Mediação: Vygotsky concebeu a ideia de que, assim como o homem utiliza ferramentas para mediar seu trabalho no mundo externo, para mediar seus pensamentos ele utiliza o *signo*. Este seria qualquer representação de uma ideia, por exemplo a linguagem é constituída por um sistema de signos (orais ou escritos), os vários tipos de representação de contagem, os sistemas simbólicos algébricos, os diagramas, mapas, desenhos e outros. Na ocorrência de uma aprendizagem, o cérebro usa essas ferramentas, portanto, o signo não só divulga o pensamento que é interno a um sujeito, como pode auxiliá-lo a incorporar conhecimentos que são trocados no processo social da humanidade. Por exemplo, quando um aluno aprende o conceito de função, como relação entre duas grandezas, o professor pode utilizar um diagrama de flechas como signo para representar essa relação e todas as ideias são trocadas com uma linguagem constituída por esses signos (palavras da língua materna do sujeito e termos algébricos e matemáticos culturalmente acumulados, nesse caso). Posteriormente esse signo do diagrama de flechas pode não ser mais necessário, e o próprio conceito de função como relação pode ser utilizado para a aprendizagem de outros conceitos.

> *O processo de mediação, por meio de instrumentos e signos, é fundamental para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, distinguindo o homem dos outros animais. A mediação é um processo essencial para tornar possível as atividades psicológicas voluntárias, intencionais, controladas pelo próprio indivíduo* (OLIVEIRA, 2002, apud MARTINS e MOSER, 2012, p.10).

Internalização: O processo de internalização de conceitos foi estudado por Vygotsky e seus colaboradores que**,** segundo Moysés (1997, p. 28--30), deixam claro que toda função intrapsicológica (interna ao indivíduo) foi antes uma interação social; que a passagem do plano externo para o interno transforma o próprio processo e muda sua estrutura psicológica. Esse processo pode ser descrito por um exemplo clássico: quando uma criança faz movimentos com as mãos em direção à mãe, ou à algum objeto, esta atribui ao gesto o significado de que a criança queira colo, ou agarrar esse objeto. Assim, é a mãe que interpreta esse desejo e lhe atribui significado (interação social). Para a criança, esse primeiro movimento foi apenas uma exploração de suas capacidades, mas ocorrendo mais vezes o mesmo processo - do movimento ser seguido de colo - essa criança internaliza que esse movimento tem como resultado o colo. Assim, uma situação inicialmente externa à criança, transforma-se em um movimento dirigido a outro ser humano e depois é internalizado numa categoria intrapsicológica. Diante desse mesmo exemplo, pode-se analisar a afetividade por trás da internalização: se alguma realização, seja ela um movimento, fala ou atitude, é respondido com agrado ou aprovação, por várias vezes, essa realização será internalizada para que o agrado ou a aprovação aconteça mais vezes.

Com relação à linguagem, Vygotsky desenvolveu mais pesquisas e observou que, no processo de internalização, a criança utiliza a linguagem egocêntrica (a fala para si próprio) para acompanhar suas ações e libertar suas tensões; porém com o processo de internalização ocorrendo, essa fala inicialmente é feita para reafirmar as ações e posteriormente as precede, passando a fazer parte do planejamento das mesmas ações; por fim, a fala egocêntrica dá lugar à “fala interior silenciosa”, que é capacidade de organizar e planejar ações sem exteriorizar o processo. Diante de cada função psicológica internalizada há uma reestruturação mental para combinar todas as funções anteriores já existentes, relacionadas com a nova adquirida.

Zona de desenvolvimento proximal (ZDP): acreditamos que, na avaliação de uma atividade, não devemos analisar apenas se uma criança sabe, ou não, realizá-la em testes. Segundo Moysés (1997), Vygotsky e seus colegas perceberam que, se uma criança não consegue realizar uma determinada atividade sozinha, ela talvez possa fazê-lo com a ajuda de um adulto ou uma criança mais avançada. Isso porque ela consegue desenvolver sua potencialidade com o auxílio. Isso é, sua zona de desenvolvimento proximal envolve conhecimentos que ainda não foram totalmente desenvolvidos, mas que já têm um potencial para desenvolver-se. A ZDP é definida, então, como a diferença entre o conhecimento potencial (que o sujeito é capaz de realizar com a ajuda de outro) e o conhecimento real (aquele que o sujeito já é capaz de realizar sozinho). A zona de desenvolvimento proximal pode ser desenvolvida por perguntas-guia, exemplos ou demonstrações, porém não no sentido de a criança copiá-los, mas sim de vivenciar uma experiência construtiva (MOYSÉS, 1997, p.39).

Formação de conceitos: Segundo Moysés (1997), a formação de conceitos foi um termo gerado a partir das pesquisas de Vygotsky sobre o processo de internalização. Este autor concebeu que há dois tipos de conceitos: os *espontâneos* e os *científicos*. Os primeiros se referem a aprendizagens do dia-a-dia da criança para as quais, em geral, ela não tem consciência; já os segundos se referem aos conceitos que são ensinados de forma sistemática e intencional, como ocorre nas escolas, e que exigem que se centre a atenção sobre o assunto e se iniba quaisquer assuntos secundários.

A forma sistemática e intencional que os conceitos científicos são passados nas escolas viabiliza que o aluno compreenda melhor e reformule seus conceitos espontâneos, se isso for desenvolvido de maneira adequada. Assim seria o ideal, mas exige de quem ensina a compreensão dos diferentes significados que os conceitos têm para os alunos.

Significado e sentido: foram conceitos explicados na teoria de Luria, apoiado em estudos linguísticos. Segundo Moysés (1997)), o primeiro é construído social e historicamente; já o segundo é dependente do indivíduo que o assimila, dentro de um contexto específico. Dessa forma, uma palavra dita pode ter o mesmo significado para todos que a escutam, mas ter sentidos diferentes para cada um. Portanto, o sentido de uma palavra depende do contexto e da forma como é dita, mesmo que seu significado permaneça o mesmo. É importante lembrar que o significado é socialmente construído e, mesmo sendo este último mais estável que o sentido, se houver uma divergência entre interlocutor e ouvinte, o diálogo será prejudicado.

Seguindo, então, essa linha de construção de significados, em atividades em grupo, ou *atividades compartilhadas*, a possibilidade de comunicação professor-aluno e aluno-aluno favorece o não prejuízo do diálogo, uma vez que se a primeira falhar por falta de sentido para o aluno, a segunda pode funcionar, por se dar entre sujeitos com mais afinidades sociais. Além disso, em uma pesquisa, Forman (1989, apud MOYSÉS, 1997, p. 52-53) observou a criação de zonas de desenvolvimento proximal bidirecionais, em que alunos em atividade compartilhada criam essas zonas uns aos outros, ou seja, cada um exercendo o papel de mediador em momentos distintos.

Para a educação, é importante também que saibamos que a *imaginação criativa* é possível de ser desenvolvida e que guarda relação com a variedade de experiências e conhecimentos previamente adquiridos pelo educando. Vygotsky (1990, apud MOYSES,1997, p.42), em seu trabalho escrito em 1930, “Imaginação e criatividade na infância”, aponta que, para a criatividade acontecer, é necessário que organizemos o material já existente no cérebro, façamos uma divisão das impressões para utilizar somente as partes necessárias, posteriormente alteremos essas partes, associemos aquelas divididas e alteradas e, por fim, que combinemos diferentes maneiras para a construção de um sistema. Portanto, expor os alunos aos mais variados tipos de problemas e auxiliá-los a desenvolver seu potencial é fomentar seu conhecimento para que, diante de uma nova situação, eles possam buscar um conhecimento anterior e adequá-lo para a resolução da nova situação.

1.2 O conhecimento matemático e a teoria sócio-histórica: pontos de aproximação

Moysés (1997, p. 60) afirma que a escola está contribuindo muito pouco para o que há fora dela e que não mostra para o aluno a relação direta que há entre os conteúdos aprendidos e a vida. Nem sempre considera o conhecimento adquirido em outras instâncias para embasar a aprendizagem escolar. Percebe-se, então, que o saber da escola anda na contramão do saber da vida.

Essa afirmação vem de pesquisas realizadas com estudantes de vários países (Moysés, 1997, p. 60- 61), nas quais se constatou que os estudantes conhecem os procedimentos e algoritmos para a resolução de um problema e os utilizam, mas, na ocorrência de algum erro, não o percebem; finalizam o problema colocando a resposta errada obtida no algoritmo. Os estudantes, em geral, não têm o hábito de analisar essas respostas diante do problema, muitas vezes atribuindo algumas absurdas.

Ainda segundo Moysés (1997, p.61), novas formas de ensinar, pautadas, principalmente, nas atividades em grupo, foram sugeridas por alguns autores, uma vez que reconhecem o papel da interação na construção do conhecimento matemático.

Há uma preocupação também de pesquisadores quanto à contextualização. Carraher *et al.* (1988, apud MOYSÉS, 1997, p. 65-67) mostram a diferença do desempenho entre mestres-de-obras e alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, numa experiência em que lhes foram apresentadas quatro plantas baixas, cada uma com uma escala diferente, mas sem ser discriminada. Em geral os mestres-de-obras mostraram superioridade na determinação das escalas e resolução desses problemas de proporção, pois estão familiarizados com esse tipo de atividade e, por mais que não soubessem exatamente alguma escala, eles conseguiam realizar cálculos aproximados e mostravam resultados sensatos. Enquanto isso, os alunos utilizavam o algoritmo da proporção, aprendido naquele ano, e muitas vezes erravam os cálculos e apresentavam resultados absurdos; alienados da realidade, não percebiam que suas respostas não seriam possíveis.

A partir de uma outra experiência de ensino de geometria, Moysés (1997, p.73) chega à conclusão de que é preciso:

1. Contextualizar o ensino da Matemática, fazendo com que o aluno perceba o significado de cada operação mental que faz;
2. Levar o aluno a relacionar significados particulares com o sentido geral da situação envolvida;
3. Que nesse processo, se avance para a compreensão dos algoritmos envolvidos;
4. Propiciar meios para que o aluno perceba, na prática, possibilidades de aplicação desses algoritmos.

1.3 Os diferentes papéis do jogo

O jogo é uma possibilidade adicional para o professor conseguir a efetiva aprendizagem dos conteúdos matemáticos pelo aluno, porém este deve ser executado de forma intencional e planejada, para que não se torne apenas uma distração. Ele é interessante como ferramenta de ensino, pois estimula e desafia o aluno, minimiza sua culpa diante do erro e propicia a interação entre estudantes.

Essa prática pode, também, levar o aluno a observar, analisar, levantar hipóteses, supor, refletir, tomar decisões, argumentar e organizar o seu pensamento em cada jogada, o que auxilia no desenvolvimento de seu raciocínio lógico.

Nas aulas de Matemática, o jogo pode ser usado para introduzir um conteúdo, desenvolvê-lo, ou avaliá-lo; o papel que a atividade exercerá dependerá do público-alvo, do momento pedagógico em que ocorrer e da forma como o professor o conduzir.

Segundo Caetano (2012, p.2), para explorar o jogo, o professor precisa propor problemas adicionais, durante ou após a atividade, individualmente em grupos ou para a sala toda, sempre tomando o cuidado de não serem em quantidade excessiva e nem tão complexos a ponto de atrapalhar o seu andamento. No final da atividade, é importante que o professor discuta os resultados encontrados pelos alunos, problematize as situações ocorridas no jogo e, com os registros feitos, avalie as aprendizagens ocorridas.

Para que o professor selecione um jogo adequado aos seus alunos, deve jogá-lo, observando se suas regras são compreensíveis e suficientes, se o jogo está no nível de dificuldade adequado (nem muito fácil, porque assim não desenvolverá novos conhecimentos, nem muito difícil, porque assim não possibilitará ação alguma). Assim, é preciso que o jogo atue dentro da zona de desenvolvimento proximal do aluno, no momento em que ele é colocado como atividade pedagógica, para que possa desenvolver novas potencialidades de aprendizagem junto a esse aluno.

O momento de se utilizar um jogo deve ser planejado de acordo com os objetivos curriculares. Deve estar em uma sequência didática[1] de atividades que visam à construção gradativa de certos conhecimentos, com um início e fim bem determinados.

1.4 O jogo e a construção do conhecimento

O homem vem procurando entender melhor suas relações com o meio externo e consigo mesmo. O processo cognitivo humano vem sendo estudado para melhor explicar como aumentar sua velocidade de aquisição, pois outras áreas vêm evoluindo muito rápido. Moura (1991, p.45) diz: "É o avanço no conhecimento que nos faz aceitar a existência de uma cultura

---

[1] 1 "Uma sequência didática é formada por certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática" (PAIS, 2001, p. 102).

primeira e de uma cultura elaborada e, assim, também supor a existência de um conhecimento primeiro e um conhecimento elaborado e, ainda, que este conhecimento é movimento".

A questão a ser respondida é como passar de um conhecimento primeiro a um conhecimento elaborado de forma adequada. A educação matemática tem como papel ajudar a direcionar o ensino, de forma a se adequar melhor aos processos de aprendizagem, às razões sociais do que se aprende e o quanto o aprendido pode gerar novos conhecimentos. No processo de transformar o conhecimento primeiro em elaborado, este que, agora é elaborado, passa a ser primeiro para um outro nível de desenvolvimento do educando.

Para Moura (1991), o processo de conhecimento tem dois lados: o de assimilar o novo ao conjunto de conhecimentos já existentes e o de favorecer o desenvolvimento de novas estruturas cognitivas. Na educação matemática, deve-se cumprir dois objetivos, o de desenvolver o cognitivo e o de adquirir conceitos científicos. Ainda segundo esse autor (p.47), o jogo deve auxiliar no ensino do conteúdo, propiciar a aquisição de habilidades, e para isso deve estar perfeitamente localizado no processo que leva a criança do conhecimento primeiro ao conhecimento elaborado. Ao utilizá-lo, deve ter intencionalidade, isto é, o professor já deve ter uma concepção de como se dará o conhecimento.

A resolução de problemas é um dos objetivos do ensino de Matemática. Moura (1991), classifica os problemas em dois tipos: os *desencadeadores* (que exigem do aluno um plano de ação, com a busca de conhecimentos anteriores) e os *de aplicação* (que exigem o emprego de definições e algoritmos). Para este autor, os problemas desencadeadores se mostram como possibilidade de gerar novos conhecimentos, pois em sua solução, exigem do aluno rupturas: organizar o velho para descobrir o novo.

Os problemas podem ser resolvidos de diferentes maneiras, mas também propostos de formas diferentes e, dependendo de como se propõe um problema, pode-se transformá-lo de uma aplicação a um desencadeador, ou ainda, um problema em um jogo. Este último, como instrumento de ensino, também pode ser classificado em jogo de aplicação ou jogo desencadeador; o que o diferencia é a postura do professor, a dinâmica proposta e o objetivo almejado por ele.

O jogo e o problema, só o serão assim se nos jogadores se instalar a vontade de jogar e, no resolvedor, o interesse em resolver. No jogo, o conflito é competir; no problema, é resolvêlo. As etapas de resolução do problema e as etapas do jogo são semelhantes: para ambos, é preciso compreender, estabelecer um plano ou estratégia, executá-lo e avaliar.

Há, porém, diferenças: os problemas são predominantemente individualistas, com pouca interação, suas regras são descobertas individualmente e têm o conteúdo como foco para o aluno; já o jogo é predominantemente coletivo, com muita interação, as regras são descobertas coletivamente e o foco para o aluno é a brincadeira.

Entretanto, ambos, se utilizados de forma isolada de uma proposta pedagógica, não contribuirão para a aprendizagem de conceitos científicos. A utilização de jogos ou a resolução de problemas devem possibilitar que cada indivíduo possa desenvolver suas capacidades, isto é, de compreender a situação, estando apto a arquitetar um plano, executá-lo e desenvolver a avaliação crítica. Isso é o projeto humano (MOURA, 1991).

1.5 Relacionando jogos, resolução de problemas e a Educação Matemática

Segundo Grando (1995, apud RIBEIRO, 2009, p. 20), “ao observarmos o comportamento de uma criança em situações de brincadeira e/ou jogo, percebe-se (*sic*) o quanto ela desenvolve sua capacidade de fazer perguntas, buscar diferentes soluções, repensar situações, avaliar suas atitudes, encontrar e reestruturar novas relações, ou seja, resolver problemas”.

Grando (1995, apud RIBEIRO, 2009, p. 23) aponta algumas vantagens na incorporação de jogos nas aulas de matemática:

> *a) Desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas (desafio dos jogos);*
> *b) O jogo requer a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento;*
> *c) Dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da criatividade, do senso crítico, da participação, da competição ‘sadia’, da observação, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do prazer em aprender.*

Também segundo Freitas (2000, apud RIBEIRO, 2009, p. 20), são os problemas que desencadeiam a aprendizagem matemática. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997, p.32, 33),

> *a) o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;*
> *b) o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;*
> *c) aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática*
> *d) o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações*
> *e) a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atividades matemáticas.*

Entendendo o jogo como uma atividade de resolução de problemas, procuraremos desenvolver, a partir dessas duas abordagens metodológicas, a compreensão de um fato matemático.

O professor pode ter diferentes objetivos em uma aula de Matemática, entre eles, exercitar junto aos alunos, o domínio de determinados algoritmos, desenvolver habilidades de cálculo mental, construir ideias matemáticas e explorar dificuldades encontradas em conteúdos específicos.

De acordo com Ponte et al. (apud RIBEIRO, 2009, p. 44), “as investigações matemáticas constituem uma das atividades que os alunos podem realizar e que se relacionam, de muito perto, com a resolução de problemas”. Geralmente, uma investigação matemática possui três etapas: primeiro, a proposição de uma tarefa aos alunos; segundo a investigação propriamente dita, com a proposição de uma conjectura e terceiro, a discussão dos resultados e a eventual justificativa da validade dessa conjectura. Ainda segundo estes autores, "as investigações constituem um contexto muito favorável para gerar boas aulas de discussão entre os alunos".

Neste trabalho não utilizaremos as investigações matemáticas, exatamente do modo como é proposto por esses autores, mas uma forma mais simplificada de investigação, que são as *atividades exploratórias*. Estas são tarefas em que os alunos experimentam uma situação matemática, fazendo medidas sobre os elementos envolvidos e procurando inter-relacioná-los através de uma ideia geral ou propriedade matemática. Por exemplo, uma atividade exploratória pode ser: "repare que $2^2=4$ e $2x2=4$. Será sempre verdade que $a^n=a.n$ (para a e n números naturais quaisquer)? Experimente para outros casos. Observe: $4^2=16$ e $2^4=16$. Será que $a^n=n^a$?"

Capítulo 2: Metodologia da Pesquisa e caracterização da escola

Neste capítulo, faremos uma descrição dos estudos metodológicos realizados para a aplicação deste trabalho e sobre a escolha de uma metodologia que julgamos que melhor o descreve. A princípio, já destacamos que optamos pela abordagem qualitativa de pesquisa e que como professora, no ambiente de aplicação, atuamos como facilitadora da aprendizagem dos alunos, conduzindo-os à construção do raciocínio matemático, através da resolução de problemas e de atividades exploratórias envolvendo jogos e aspectos culturais da realidade local.

2.1 Pesquisa Qualitativa

A perspectiva qualitativa de pesquisa busca a interpretação em lugar da mensuração, a descoberta em lugar da constatação, valoriza a indução e assume que fatos e valores estão intimamente relacionados. Nessa perspectiva, torna-se impossível que o pesquisador tenha uma postura neutra. Ela foi inicialmente conhecida como fenomenológica, uma das primeiras formas dessa abordagem.

Segundo André (1995), Dilthey, um historiador do final do século XIX, foi um dos primeiros a questionar a perspectiva positivista no estudo dos fenômenos humanos. Ele argumentava que esses fenômenos são muito complexos e que o contexto particular em que ocorre o fato é um elemento essencial à sua compreensão. Outros pesquisadores da área de ciências sociais também passaram a seguir esse questionamento da análise das questões humanas e diziam que o foco da investigação deve ser a compreensão dos significados atribuídos pelos sujeitos às suas ações, defendendo a perspectiva idealista-subjetivista para as pesquisas nessas áreas, o que também passou a ser utilizado dentro dos estudos educacionais.

Dentro da abordagem qualitativa (ANDRÉ, 1995), é possível ter vários tipos de análise, das quais destacamos a pesquisa do tipo etnográfico, o estudo de caso e a pesquisa-ação. Caracterizaremos cada um deles a seguir.

2.1.1 Pesquisa do tipo etnográfico

A etnografia, ainda segundo André (1995), é o estudo da cultura e da sociedade, é uma tentativa de "descrição cultural".

Para estudos da área da educação, muitas vezes não é necessário que se faça uma pesquisa etnográfica por completo; é suficiente que façamos estudos do *tipo etnográfico*. Esse estudo ocorre quando são utilizadas algumas técnicas tradicionais da etnografia, que são: a observação participante, a entrevista intensiva e a análise de documentos.

Na observação participante, o pesquisador sempre tem um grau de interação com a situação estudada e é também por meio desta interação que é feita a coleta e análise de dados. Na entrevista intensiva, o pesquisador pode aprofundar as questões e esclarecer os problemas observados. Com a análise de documentos, é possível completar as informações coletadas através de outras fontes, contextualizar o fenômeno e explicitar suas vinculações mais profundas.

Uma outra característica importante é que a pesquisa etnográfica dá ênfase no processo, ao se preocupar com o significado que as pessoas dão às suas experiências e ao mundo que as cerca. O que esse tipo de pesquisa visa é a descoberta de novos conceitos, novas relações, novas formas de entendimento da realidade e geralmente está ligada a estudos mais profundos de grupos culturais específicos.

2.1.2 Estudo de Caso

O estudo de caso enfatiza o conhecimento do particular. O interesse do pesquisador é compreender um objeto delimitado, estando atento ao contexto, às suas relações e à sua dinâmica.

O estudo de caso, na educação, aparece como um estudo delimitado de uma unidade, seja ela um aluno, um professor, uma sala de aula ou uma escola.

Se o estudo de caso utilizar uma abordagem etnográfica, estes podem juntos ser um estudo de caso do tipo etnográfico, que tem aparecido também na literatura educacional, segundo André (1995).

Embora neste trabalho seja estudado um caso de aplicação de metodologias mais ativas, envolvendo aspectos culturais de uma localidade bem delimitada, em uma única escola, utilizaremos o termo "estudo de campo", uma vez que o detalhamento e profundidade das análises não nos permite chamá-lo de estudo de caso do tipo etnográfico, pois não fornece uma visão tão prolongada, integrada e ampla da complexidade dessa escola (ANDRÉ, 1995, p. 49, 52-54).

2.1.3. Pesquisa-Ação

Segundo André (1995), Kurt Lewin é reconhecido como criador dessa linha de investigação por vários autores, e pretendia investigar as relações sociais e conseguir mudanças em atitudes e comportamentos dos indivíduos. Descrevia seu processo como análise, coleta de dados e conceituação dos problemas, planejamento da ação, execução e nova coleta de dados para avaliá-la, com a repetição desse ciclo tantas vezes quantas fossem necessárias para a mudança ocorrer.

André (1995, p.31) dá um exemplo clássico da pesquisa-ação no ambiente escolar: “o professor que busca fazer uma mudança na sua prática docente e a acompanha com um processo de pesquisa, ou seja, com um planejamento de intervenção, coleta sistemática dos dados, análise fundamentada na literatura pertinente e relato dos resultados”.

2.2 As Metodologias Qualitativas e o Objeto de Estudo

Este trabalho, de caráter qualitativo, se coloca, então, como um estudo de campo e tem também características da pesquisa-ação, segundo as observações de André (1995). Nele, vamos propor atividades a serem realizadas em grupos, que foram elaboradas após a análise das nossas práticas anteriores como professoras e após leituras teóricas e de outras experiências pedagógicas, em uma sequência didática, com o objetivo de contextualizar e aproximar o aluno do conhecimento matemático com mais significado, em uma escola e realidade cultural específica.

Para essas atividades, estudamos a literatura envolvendo propostas didáticas diferenciadas (MOYSÉS, 1997) e jogos, além do *Caderno do Aluno* (SÃO PAULO, 2014-2017), da Secretaria Estadual de Educação, e do *Currículo de Matemática* (SÃO PAULO, 2012) das escolas estaduais de São Paulo. As atividades que aplicamos utilizaram-se de curiosidades ou de cenários culturais da cidade de Santos, onde se localiza a escola em estudo, e da realidade local dos alunos envolvidos, além de ferramentas de desenho e de alguns jogos.

Elaboramos uma sequência didática com o objetivo de tornar o estudo de Geometria (ângulos) mais agradável aos alunos, relacionando-o à trigonometria, o que esperávamos que resultasse em uma aprendizagem mais significativa, e não apenas no cumprimento de conteúdo. Sendo aplicada sempre em grupos para atividade compartilhada e com a construção de ideias de resolução, auxiliávamos os alunos com a construção de sua estratégia, fazendo intervenções quando eles requeriam, ou quando se mostravam desmotivados.

Durante a aplicação, houve ainda intervenções nos grupos para que todos os membros fizessem as atividades, intervenções individuais e intervenções com toda a turma. Foram intervenções para que os alunos que não estavam participando, começassem a se envolver no que pudessem, fossem conferindo as contas dos colegas ou dando alguma ideia para a resolução das atividades.

Todas as intervenções eram realizadas de formas diferenciadas com relação aos grupos e aos elementos de cada grupo, levando-se em consideração o comportamento social do aluno, o seu vocabulário e os seus conhecimentos prévios. Todo auxílio para a construção de estratégias partia da ideia inicial do aluno. Essas intervenções, além da análise que será feita posteriormente, são itens que ajudam a caracterizar a pesquisa como pesquisa-ação, mas também num caso específico relacionado à realidade local da escola, na cidade de Santos.

Todas as atividades aplicadas envolveram ações de planejamento, elaboração, escolha e adaptações, dos conteúdos e das habilidades a serem desenvolvidas, de acordo com o currículo da escola em questão.

2.3 Caracterização da Escola

A escola onde a professora-pesquisadora leciona e aplicou a atividades é estadual, de Ensino Fundamental, Médio e possui também turmas de EJA – Educação de Jovens e Adultos. É bastante antiga e famosa, sendo tombada como patrimônio histórico. Localiza-se na cidade de Santos-SP, em um bairro nobre. Sendo assim, a maioria de seus alunos vem de outros bairros, inclusive de outras cidades. A escola já foi muito renomada por sua qualidade, entretanto, hoje sofre com sua estrutura antiga, com evasão de alunos e com a presença de usuários de drogas em suas portas. Além disso, apresenta uma vizinhança não engajada e que muitas vezes reclama das atividades que emitem barulho, ou da postura dos alunos nas ruas ao redor. Funciona nos períodos da manhã, atendendo alunos do Ensino Médio regular; da tarde, atendendo o Ensino Fundamental regular; e da noite, atendendo Ensino Médio regular e EJA.

O quadro de funcionários conta com 78 professores habilitados em suas disciplinas, dos quais 32 são efetivos da escola e 46 completam suas jornadas; conta também com 6 docentes readaptados, dos quais 2 atuam na sala de leitura; 4 professores eventuais; 1 professora mediadora capacitada pela diretoria de ensino; 2 professoras coordenadoras pedagógicas, uma para o Ensino Fundamental e outra para o Ensino Médio; 1 vice-diretor; 1 diretora; 3 professores voluntários para o projeto *Novo Mais Educação*, sendo um para Língua Portuguesa, uma para Matemática e um para Teatro; 8 agentes de organização escolar, 4 em atendimento a professores e alunos nos corredores e pátio, e 4 para serviços internos de secretaria; por fim, conta ainda com 4 funcionários, de uma empresa terceirizada, para limpeza do prédio.

A infraestrutura física da escola é composta de doze salas de aula, dispostas em dois pisos, sendo três no primeiro e nove salas no piso superior, uma sala de vídeo que também é a dos professores, uma de informática - que não é possível utilizar pois os computadores não funcionam e não há monitor, ou alguém treinado para o sistema instalado - biblioteca, anfiteatro, sala de coordenação, sala de mediação, que divide espaço com os armários dos professores, sala de direção, sala de vice-direção, secretaria, duas quadras poliesportivas, cozinha e pátio.

A escola possui também uma sala que é chamada de *laboratório*, mas aparenta ser comum, apenas com bancadas em suas paredes. Esta é utilizada no período da tarde como sala de aula.

As turmas para as quais foram aplicadas as atividades deste trabalho se localizam, todas, no segundo piso; são turmas de 1ª série do Ensino Médio e não ficam todas juntas: três ficam numa extremidade do corredor e outras duas na outra. As turmas têm no máximo 40 e no mínimo 36 alunos matriculados.

No início do ano de 2017, o professor de Física realizou uma pesquisa socioeconômica com os alunos da escola. Atendendo a nosso pedido, o colega forneceu os dados obtidos nas primeiras séries A, B e C (os das primeiras séries D e E, infelizmente, não foram tabulados e parte dessa informação se perdeu). Porém, com base em três das cinco turmas participantes, e pelo fato de termos todas as salas investigadas com características gerais similares para o alunado, faremos a caracterização dos participantes de nossa pesquisa.

Considerando que os estudantes entrevistados tenham respondido o questionário de forma correta, obtivemos a informação de que 55% das famílias têm renda entre 1 e 3 salários mínimos, e como Santos é uma cidade com um alto custo de vida, essa renda familiar é considerada baixa, também porque, em 64% das famílias desses alunos, são 3 ou 4 pessoas que vivem dessa renda. Em 89% das famílias, a renda é composta por até 3 pessoas e 80% não recebem benefícios.

Quanto à escolaridade dos pais, 38% estudaram até o Ensino Médio, seguido de 23% que iniciaram o Ensino Superior. Ainda 21,3% declarou que não sabe a escolaridade do pai e 3,2% que não sabe a da mãe.

Quanto ao local de estudo e tempo de dedicação a ele, 46,7% dos alunos possui local próprio, adequado e iluminado para estudo; 23,9% não possui local de estudo em casa; 22,8% divide o local de estudo com outros afazeres da casa e 5,4% possui local próprio, porém inadequado ou não iluminado. Relacionado ao tempo dedicado aos estudos, em casa, apenas 15,2% dos alunos responderam estudar diariamente pelo menos 15 minutos, enquanto 54,3% responderam estudar apenas para as provas e, ainda, 13% responderam que não estudam em casa.

A escola adota o *Caderno do Aluno* (SÃO PAULO, 2014-2017), fornecido pela Secretaria Estadual de Educação, como material específico e possui várias coleções de livros didáticos recentes e antigos para os professores utilizarem como complemento em suas aulas. Para este trabalho foram elaboradas atividades junto à orientadora, com base no caderno referido e no Currículo de Matemática (SÃO PAULO, 2012).

.

Capítulo 3: Construção da Sequência Didática e sua aplicação

Levando em conta os estudos teóricos abordados nos capítulos anteriores, a realidade da escola onde atuamos e a nossa experiência prévia como professora de Matemática em escolas públicas, buscamos construir uma sequência didática para o ensino dos conteúdos de Geometria (ângulos), relacionando-os à Trigonometria, previstos para o 4º bimestre da 1ª série do Ensino Médio, no Currículo de Matemática do Estado de São Paulo (SÃO Paulo, 2012).

Como já mencionado no capítulo anterior, foi uma sequência desenhada com o objetivo de ter algumas *atividades compartilhadas* (desenvolvidas em pequenos grupos), e que levassem em conta a zona de desenvolvimento proximal daquele grupo de alunos, no momento de sua aplicação, a fim de ampliar os seus (deles) conhecimentos sobre o assunto. Também procuramos incluir alguns aspectos da realidade cultural desses estudantes, bem como alguns jogos, a fim de motivá-los a se engajar com mais profundidade em sua própria aprendizagem.

Durante o terceiro bimestre do 9º ano do Ensino Fundamental, o Currículo do Estado de São Paulo sugere duas habilidades a serem desenvolvidas: a compreensão e aplicação das relações métricas dos triângulos retângulos, particularmente o Teorema de Pitágoras, na resolução de problemas em diferentes contextos e a compreensão dos significados das razões trigonométricas fundamentais (seno, cosseno e tangente), além da habilidade de saber utilizá-las também para resolver problemas em diferentes contextos. Já no quarto bimestre da primeira série do Ensino Médio, deve ser desenvolvida a utilização, de modo sistemático, das relações métricas fundamentais entre os elementos do triângulo retângulo, em diferentes contextos. Partindo da habilidade do 9º ano, particularmente o Teorema de Pitágoras, foi necessário situar os alunos que se falava sobre triângulos retângulos e como "retângulo" é uma classificação para triângulos quanto a seus ângulos, iniciamos classificando triângulos, quanto a lados e ângulos, assim como a disciplina de Geometria do curso PROFMAT, que classifica ângulos e triângulos quanto aos lados, respectivamente.

A seguir, detalharemos essa sequência[2] e seu desenvolvimento, que ocorreu entre os meses de março e maio de 2017. As atividades foram realizadas semanalmente, em oito dias,

[2] O leitor pode ter uma visão geral das atividades propostas nesta sequência no Anexo A.

totalizando 16 horas-aula de aplicação, sempre de modo que não conflitassem com algum evento da escola, com as turmas 1ºA, B, C, D e E, todas do período da manhã.

Para iniciar os trabalhos, explicamos aos alunos a motivação, dizendo que estariam participando de uma pesquisa para verificar como se comportavam, no processo da aprendizagem matemática por meio de atividades compartilhadas e que fossem mais significativas para os mesmos. Também dissemos que a pesquisa faria parte desta dissertação de mestrado e que, para melhor andamento das atividades, seria necessário a realização de alguns combinados. Pedimos para que formassem grupos com quatro pessoas, explicando que essa quantidade não os sobrecarregaria, nem os deixaria ociosos. Pedimos também que os alunos não usassem o celular para não se distraírem da atividade e que valorizassem o pensamento do colega; que os grupos se ativessem aos seus integrantes para não atrapalhar os outros, e por último, para serem pacientes, pois as atividades demandariam mais esforço e dedicação.

Esclarecemos que todas as notas das atividades realizadas seriam parte da avaliação dos bimestres e que, caso alguns alunos não respeitassem os combinados, isto seria prejudicial para o grupo todo.

Esse combinado passou a ter uma importância muito grande para os alunos, pois eles deixaram de escolher os componentes de seus grupos simplesmente pela amizade, mas também pelo bom rendimento durante as tarefas.

3.1 Atividade 1: Aula de revisão para resgatar conhecimentos prévios sobre triângulos

Nessa primeira aula, revisamos com os alunos a classificação dos triângulos quanto a seus lados e seus ângulos, e no caso do triângulo retângulo, definimos hipotenusa e catetos para enunciar o Teorema de Pitágoras.

A princípio, desenhamos três triângulos na lousa, sendo um equilátero, um isósceles e um escaleno. Questionados sobre as características daqueles triângulos, os alunos primeiro responderam que um deles tinha todos os lados iguais, mas não sabiam seu nome. Então, lembramos sua classificação como equilátero. Sobre o outro triângulo, perceberam que dois de seus lados eram iguais e recordamos que esse era classificado como isósceles. Ainda, completamos com o triângulo escaleno e os alunos facilmente perceberam que este possuía três lados de tamanhos diferentes. Todos fizeram seus registros sobre a classificação dos triângulos, em relação aos lados.

Era vez, então, da classificação quanto aos ângulos. Desenhamos um triângulo acutângulo, um retângulo e um obtusângulo, quando questionados sobre suas características, os alunos rapidamente responderam que um dos triângulos era retângulo. Explicamos que esse se classificava como retângulo porque possuía um ângulo reto e passamos a questionar sobre os outros dois triângulos, com o que os alunos perceberam que um possuía ângulos menores, mas não recordavam a nomenclatura, de que ângulos menores que 90º são chamados de agudos; observaram que o outro triângulo era mais "aberto", mas também não recordavam que ângulos maiores que 90º são chamados de ângulos obtusos. Contamos isso aos alunos e também usamos os termos *acutângulo* e *obtusângulo* para classificar os triângulos quanto a seus ângulos. Todos fizeram suas anotações.

Em seguida, pedimos aos alunos que desenhassem novamente o triângulo retângulo e perguntamos se alguém recordava nomes para os lados do triângulo. Alguns alunos recordavam da *hipotenusa*, que era o maior dos lados. Nenhum deles mencionou o nome *cateto* e, portanto, foi necessário que nós o fizéssemos. A partir desta nomenclatura, perguntamos se os alunos lembravam alguma "conta" para triângulos retângulos, algum teorema, e eles mencionaram o teorema de Pitágoras, mas o enunciaram simplesmente como sendo: $a^2=b^2+c^2$. Preocupada com a possível confusão de lados, enunciamos o teorema como: "Num triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos", mas os alunos acharam isto difícil. Então, representamos esse enunciado sinteticamente como "$\text{hip}^2=\text{cat}^2+\text{cat}^2$" para que os alunos não confundam no caso de termos as letras que geralmente representam os lados do triângulo retângulo, *a*, *b* e *c*, trocadas de posição. Em momento algum, os alunos expressaram a possibilidade de que $\text{cat}^2+\text{cat}^2$ pode ser escrito como $2.\text{cat}^2$, expressar o Teorema de Pitágoras dessa maneira foi uma falha percebida posteriormente e será corrigida nos trabalhos com turmas futuras. Comentamos ainda a utilidade do teorema de Pitágoras, como sendo aplicável apenas em triângulos retângulos nos quais se tem os tamanhos de dois dos lados e se necessita descobrir o terceiro. Alguns exercícios foram feitos, primeiro com triângulos e alguns valores e depois com situações problema.

3.2 Atividade 2: Revisão sobre relações trigonométricas no triângulo retângulo

Utilizando um triângulo retângulo e na situação problema apresentada abaixo, em que eram fornecidos apenas os valores de um lado e um ângulo do triângulo, propusemos que os alunos dessem ideias para sua resolução.

Figura 1: Problema passado aos alunos

26. Uma escada apoiada em uma parede, num ponto distante 5 m do solo, forma com essa parede um ângulo de 30°. Qual é o comprimento da escada, em metros?

(Fonte: Coleção Objetivo, vol. 24 – Trigonometria e Geometria Plana)

Muitos propuseram, de imediato, utilizar o teorema de Pitágoras, o que permitimos, mas em seguida, na lousa, escrevemos o enunciado desse teorema e os alunos disseram onde colocar cada informação do problema. Diante de dois lados desconhecidos do triângulo, eles perceberam que a solução não seria por esse caminho. Perguntamos, então, se recordavam de algo que envolvesse ângulos e lados de triângulo para poderem utilizar, para o que, apenas um ou dois alunos em cada sala recordaram dos termos *seno*, *cosseno* e *tangent*e.

Após essas respostas, eles foram questionados sobre o que significava cada um desses termos. Sabiam que era um lado do triângulo sobre outro, mas erravam as relações. Depois de acertarem que *seno* era *cateto oposto sobre hipotenusa*, que *cosseno* era *cateto adjacente sobre hipotenusa* e que *tangente* era *cateto oposto sobre cateto adjacente*, era necessário saber o que cada um desses termos significava. Começando pelo *cateto oposto,* escolhemos um ângulo de um triângulo retângulo já desenhado na lousa e perguntamos o que era um cateto. Os alunos responderam que *era um lado que não era hipotenusa*. Depois perguntamos qual era o cateto oposto ao ângulo escolhido e os alunos facilmente responderam. Partindo para o adjacente, bastava dizer que era o outro cateto, mas utilizando de uma pequena brincadeira, pedimos para um aluno levantar-se a ir até a frente da sala, o que despertou mais a atenção da turma; usando a linguagem dos alunos, lhe dissemos: “cola aqui no meu braço”, e fazendo uma analogia, explicamos que *adjacente* pode ser entendido como *“junto”, “colado”, “encostado”*.

Os alunos fizeram alguns exercícios de localização de catetos e hipotenusas e depois colocamos a seguinte tabela no canto da lousa:

Figura 2: Tabela a ser preenchida pelos alunos

	30º	45º	60º
Seno			
Cosseno			
Tangente			

(Fonte: da autora)

Alguns alunos recordaram que quando aprenderam esse tema no ano anterior, havia uma música para completar a tabela. É comum o uso de técnicas mnemônicas em alguns conteúdos do ensino de Matemática para facilitar a resolução de problemas sem a necessidade da dedução de algumas ferramentas. Professores costumam ensinar seus alunos, a seguinte música para o preenchimento desta tabela:

Um, dois, três

Três, dois, um

Tudo sobre dois

A raiz vai no três, e também no dois

A tangente é diferente, vejam só vocês

Raiz de três sobre três, um, raiz de três.

(cantada no ritmo da música "Jingle Bells")

Com a pergunta de um aluno sobre de onde vieram esses valores, quem descobriu, veio a ideia da próxima atividade, que pode dar uma justificativa matemática para os valores da memorável tabela. Também observamos, aqui, que a simples memorização da música não garante êxito em atividades que envolvam esses valores, pois os alunos podem trocar algum termo da tabela de lugar, gerando erros, ou ainda, se não souberem seus significados, podem não saber o que fazer com eles. Assim, a construção dos significados, ou a resposta para a pergunta “de onde vem?”, teve neste contexto, dois objetivos: atender a uma curiosidade natural da classe e também gerar uma interpretação mais internalizada e individual do que querem dizer esses termos nos triângulos retângulos.

3.3 Atividade 3: Justificativa da tabela de senos, cossenos e tangentes de 30°, 45° e 60°

Entregamos a cada grupo de alunos, formados por quatro pessoas, uma folha com dois triângulos, sendo um retângulo e isósceles e o outro, equilátero. Cada grupo recebeu triângulos com dimensões diferentes. E na mesma folha havia a pergunta: “Como justificar como surgem os valores da tabela de seno, cosseno e tangente das ângulos de 30°, 45° e 60°?”

Como já havíamos revisado a existência da tabela e a técnica mnemônica que eles aprenderam no Ensino Fundamental, com o auxílio dos alunos montamos a tabela na lousa. Sem entender muito bem o que era necessário ser feito, eles tentaram utilizar a tabela para realizar operações e foi necessária uma primeira intervenção. Explicando que o objetivo era encontrar de onde vieram todos os valores da tabela que montamos, e não a utilização dela; os alunos não tiveram uma ideia imediata do era necessário fazer.

Com a indicação de que havia um triângulo retângulo na sua atividade e que este não possuía o valor da hipotenusa os alunos prontamente se colocaram a utilizar o Teorema de Pitágoras para calcular esse valor; houve, então, a necessidade de outra intervenção. Na finalização das contas, os alunos não sabiam calcular a raiz quadrada do número encontrado, precisaram ser lembrados sobre a fatoração do número para encontrar uma simplificação da raiz desejada.

Encontrado o valor da hipotenusa, eles ainda não haviam percebido que o seno, cosseno e tangente da tabela estavam relacionados a ângulos e eles ainda não haviam procurado nada a respeito de ângulos naqueles triângulos. Como trabalhavam em grupos, na maioria deles havia ao menos um aluno que se prontificava, dizendo que a somas dos ângulos de um triângulo resulta em 180°. Sabendo disso, os colegas diziam que se um dos ângulos era 90°, afinal o triângulo é retângulo e isósceles, então os outros dois eram 45° cada um. Questionados do porquê dessa resposta, diziam que era apenas dividir os 90° restantes dos 180° por 2. Questionados se esses ângulos realmente eram iguais, ficaram duvidosos. Em muitos grupos foi dito aos alunos que realmente cada ângulo era 45°, mas cabia a eles justificar o porquê; após algum tempo, os alunos perceberam que, em se tratando de um triângulo com dois lados iguais, este também teria dois ângulos iguais.

Com todos os lados e todos os ângulos do triângulo retângulo calculados, os alunos ainda perguntavam o precisava ser feito. Indicando que a tabela se tratava de *seno*, *cosseno* e *tangente*, os alunos lembraram que o *seno em um triângulo retângulo é igual ao cateto oposto dividido pela hipotenusa*, que *cosseno em um triângulo retângulo é igual ao cateto adjacente dividido pela hipotenusa* e que a *tangente em um triângulo retângulo é igual ao cateto oposto dividido pelo cateto adjacente*. Realizando essas relações, os alunos encontraram a tangente de 45°, mas "erravam" o seno e cosseno, isso porque não encontravam $\frac{\sqrt{2}}{2}$ e sim $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Os alunos não percebiam que era necessário racionalizar o valor encontrado anteriormente e pouquíssimos diziam ter visto isso em anos anteriores. Também não percebiam que os termos seno, cosseno e tangente só faziam sentido quando relacionados a um ângulo específico.

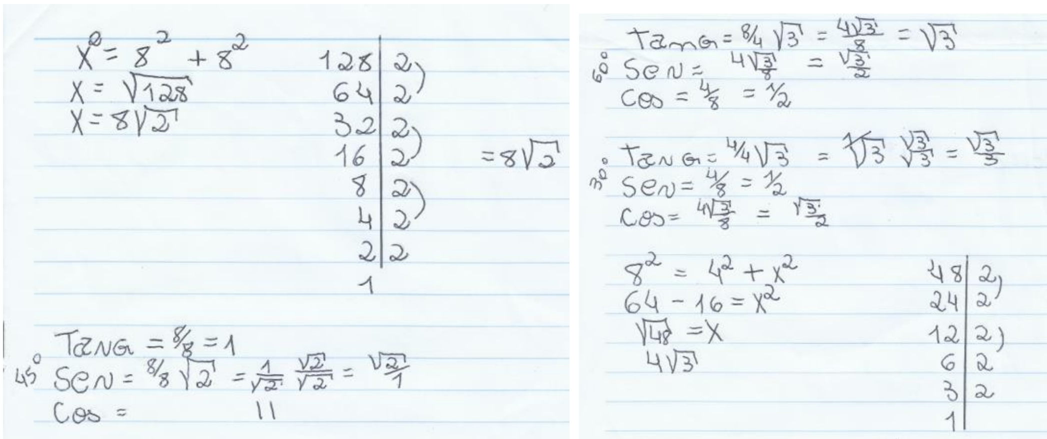
Superadas mais essas dificuldades, eles passaram a resolver o segundo triângulo. Como este mostrava os valores de seus três lados, alguns alunos diziam que não era necessário utilizar o Teorema de Pitágoras e foram lembrados de que este teorema somente se aplicava em triângulos retângulos. A grande maioria dos alunos percebeu que as relações de seno, cosseno e tangente que sabiam só se aplicavam à triângulos retângulos, então logo traçaram a bissetriz do ângulo superior para obter dois triângulos retângulos. Feito isso, observaram também sobre os ângulos do triângulo, e facilmente perceberam que cada ângulo media 60°, com um pouco de ajuda lembraram que, no ângulo bissectado, cada parte correspondia a 30°.

Os alunos encontraram os valores de *seno de 30°* e *cosseno de 60°*; perceberam posteriormente que era necessário calcular o valor da altura do triângulo para calcular o que faltava, utilizando novamente o Teorema de Pitágoras em uma metade do triângulo equilátero, encontraram a altura e calcularam os valores *de cosseno e tangente de 30°* e *seno e tangente de 60°*.

Durante todo esse processo, nas 5 (cinco) salas onde a atividade foi iniciada, houve problemas com relação ao cumprimento dos "combinados". Houve grupos em que alguns integrantes simplesmente não ajudaram em nada; houve outros em que os integrantes conversavam entre si e não se concentravam na atividade; houve grupo do qual certos integrantes saíram e realizaram atividade com outro; houve grupo que tentou copiar a atividade de outro, não percebendo que os valores eram diferentes; outro não obedeceu a regra de não utilizar o celular e houve aluno que não quis participar da atividade, não entrando em grupo nenhum. Por se tratar da primeira atividade compartilhada, os alunos foram lembrados do acordo realizado no início da aula. Os alunos que não quiseram participar de nenhum grupo foram advertidos da importância da atividade e, nas posteriores, passaram a participar.

Em contrapartida, houve um grupo que terminou a atividade no tempo exato esperado e que, mesmo com dificuldades, estava disposto a pensar nas perguntas propostas; ainda, um deles não finalizou a atividade em sala, mas se dispôs a realizá-la fora e trazê-la pronta na semana seguinte, o que efetivamente ocorreu.

Figura 3: Atividade finalizada por alunos da 1ª série C



(Fonte: caderno do aluno)

O tempo planejado para essa atividade era de duas horas-aula, porém não esperávamos que os alunos tivessem dificuldades do tipo *fatoração para simplificação de raízes*. Valorizamos a individualidade dos grupos para que o desenvolvimento gerasse o processo de internalização, com significado e sentido para o aluno, sendo o sentido construído pelos próprios integrantes do grupo. Esse foi um trabalho feito grupo por grupo, no tempo de cada um, através de respostas dadas por seus elementos, ocupando um tempo relativamente grande. Esse tempo variou, mas entre a espera de alguns grupos e o desenvolvimento, a média foi de 15 minutos. Para as atividades seguintes foi necessário mudar a prática, como veremos a seguir.

3.4 Atividade 4: Rampa e inclinação – Monte Serrat

Ao início dessa aula, questionamos os alunos se conheciam o morro de Monte Serrat, na cidade de Santos, tema da atividade do dia. Alguns conheciam, outros não, porém lhes dissemos que não era necessário conhecer pessoalmente esse morro, e sim, ter a ideia do que ele era. Com participação dos alunos, observamos sobre a inclinação de rampas e morros: “qual tipo de morro é mais fácil de subir?” e “o que pode definir se uma rampa é mais fácil ou mais difícil para se andar de skate?” Alguns, de início, mencionaram que a dificuldade estava na “força que se tem na perna” e outros, que dependia da altura do morro. Alguns mencionaram, após isso, o fato de o morro ser “íngreme ou não” e, com a nossa indagação sobre uma palavra equivalente, falaram de ser muito ou pouco inclinado, chegando até a palavra “inclinação”.

Com alguns desenhos de rampas na lousa, os alunos foram levados à definição de “inclinação” (ou, mais precisamente, taxa de inclinação – embora esse termo não tenha sido usado de início), como sendo o quociente entre o comprimento vertical e o comprimento horizontal da rampa. Primeiramente, a ideia inicial dos alunos foi a de que a inclinação tinha a ver com a altura, exclusivamente. Depois de feitos alguns desenhos, em que a altura se mantinha e a base (distância horizontal do pé da rampa até a projeção ortogonal do topo) se alterava, eles perceberam que a questão deveria envolver as duas grandezas. Nenhum aluno, porém, chegou à ideia de a taxa ser a altura dividida pela base, o que foi colocado por nós. Ainda, observamos sobre a inclinação das ruas, que têm de obedecer a um limite máximo para que seja possível caminhar confortavelmente, ou para que um carro consiga andar por elas.

Em seguida, entregamos a cada grupo de alunos, uma folha com duas questões: a primeira era sobre a inclinação do Monte Serrat e sobre a quantidade de degraus de uma hipotética escadaria construída ao lado da linha do bonde que sobe o morro; a segunda questionava sobre a altura de uma rampa de inclinação 10% e a quantidade de degraus necessários para se chegar até o topo da rampa.

Ao início, com os alunos já em grupos, lembramos sobre o acordo pedagógico (ou contrato didático, ou “o combinado”) e sobre o motivo das atividades serem em grupos. Iniciando a primeira atividade, os alunos não encontraram a informação sobre os comprimentos vertical e horizontal do Morro, que era apresentada indiretamente no enunciado. Como era uma dúvida generalizada, foi realizada a primeira intervenção coletiva, com o desenho, de um esboço contendo um esquema visual do morro e as informações dadas pelo enunciado. Um problema levantado com o enunciado foi que nele constava a informação da altitude, que era dada em relação ao nível do mar. Relembramos esse conceito da aula de Geografia e chegamos à ideia de que deveriam ser descontados alguns metros para manter a altura exclusiva do morro em relação ao pé da escada hipotética a ser construída.

Com um esboço do morro na lousa, foi diferenciado o termo altitude (presente no enunciado do texto) e comprimento vertical; ainda, realizamos uma aproximação para facilitar os cálculos (o morro possui uma altitude de 157m; então, aproximamos o comprimento vertical para 150m). Porém, ainda era necessário encontrar o comprimento horizontal, mas essa informação não foi dada (o texto dizia que a linha do bonde possuía 240m). Questionados sobre por onde o bonde passava, no esboço, perceberam que possuíam as informações de hipotenusa (linha do bonde) e um cateto (comprimento vertical) de um triângulo retângulo; sendo assim, bastava calcular o outro cateto (comprimento horizontal) e os alunos concluíram que faltava apenas usar o Teorema de Pitágoras.

Durante os cálculos gerados com o Teorema, alguns alunos ainda falhavam na simplificação da raiz, mas apenas com a pergunta “Quando não sabemos o valor da raiz, o que precisamos fazer?”, pelo menos um aluno no grupo se lembrava da fatoração (embora não usassem o termo correto: alguns chamaram de “mmc”, para o que foi explicado que não havia múltiplo comum, nesse caso, pois só se tinha um número).

Para o cálculo da inclinação, bastava dividir o comprimento vertical pelo horizontal, o que originou a segunda dificuldade, de os alunos não acharem ser possível dividir 150 por $30\sqrt{39}$. Foram orientados a deixar indicado o quociente, e questionados se era adequado raiz no denominador. Novamente, pelo menos um de cada grupo recordou que era necessário racionalizar, não pelo nome desse procedimento, mas pela descrição do mesmo: “para tirar aquela raiz, tem que multiplicar em cima e em baixo por raiz de 39”, ainda observaram que era possível simplificar a fração, primeiro por 10 e depois por 3 (não viam que poderiam ser diretamente por 30).

Como os alunos, em geral, são inseguros sobre as atividades, questionaram o porquê de aquele número estranho e não um número inteiro, como nos exemplos. Lembrando que foram utilizadas aproximações de informações de um morro verdadeiro e que não foram as professoras que inventaram o Monte Serrat, os alunos concordaram que fazia sentido não resultar um número inteiro.

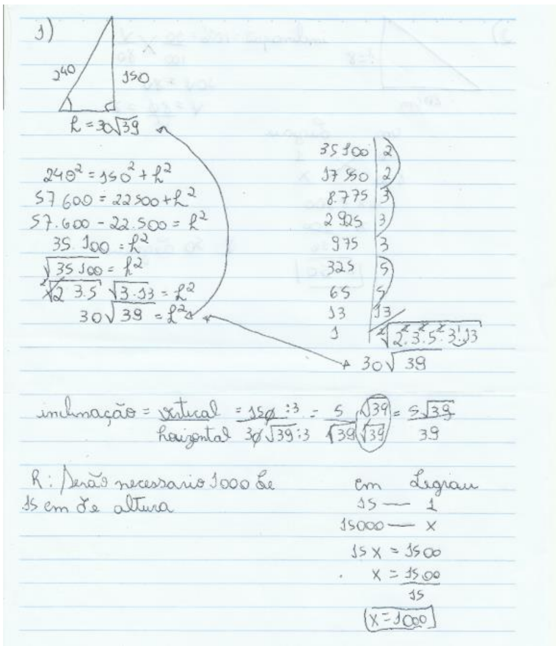
Observação: nesse momento, poderia ter sido feita uma aproximação para se saber, na prática, qual era o número que representava a taxa de inclinação real do morro, com uma aproximação razoável, já que se tratava de uma situação real da cidade. Porém, isso não foi pensado por nós, naquele instante, mas, em discussões posteriores, refletimos que poderia ter sido interessante, embora os alunos tenham se mostrado exaustos com essa atividade, devido ao esforço intelectual que tiveram que exercer e ao qual não estavam habituados.

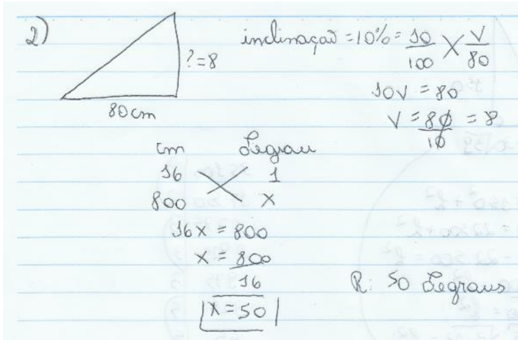
Para a segunda parte da primeira atividade, os alunos precisavam calcular quantos degraus, de 15cm de altura, eram necessários para construir uma escada em linha reta, da base até o topo do morro. Por ser um pensamento básico e razoavelmente natural, após algum tempo, desenhando os degraus na rampa, os alunos conseguiram ter a ideia do que fazer. Foi necessária também a observação de ser correto ou não relacionar uma informação em centímetros com outra em metros. Alguns dos integrantes de cada grupo lembraram que um metro possui cem centímetros; após isto, os alunos conseguiram converter e realizar o cálculo sem problemas. Uma outra dificuldade foi a de relacionar a altura do degrau com a altura do morro (muitos pensaram, inicialmente, na relação com a medida da rampa inclinada).

O segundo problema tratava de uma escada, com degrau de 16cm de altura máxima, que seria construída ao lado de uma rampa com inclinação 10% e comprimento horizontal 80 metros. Deveria ser descoberto qual era o número mínimo de degraus a ser construído.

Para esse cálculo era necessário considerar a altura máxima do degrau, ou seja, 16cm, o que todos os alunos fizeram. Como na atividade anterior já haviam realizado o cálculo da quantidade de degraus, sabiam que era necessário relacionar a altura da rampa com a altura de cada degrau, porém não conseguiram encontrar a altura da rampa no enunciado. Esse ponto gerou a necessidade de uma intervenção, a fim de fazê-los perceber que a inclinação era 10% e, portanto, seria possível utilizar a definição de inclinação, porém já sabendo a “resposta”. Foi necessário também lembrar que 10% pode ser representado como fração. Depois de esclarecidas essas informações acerca da definição de porcentagem e da montagem de uma equação envolvendo a altura a ser determinada, o conhecimento da propriedade dos meios extremos, numa proporção, foi total dos alunos, finalizando assim a atividade em sala.

Figura 4: Atividade sobre Monte Serrat finalizada por alunos da 1ª série A





(Fonte: caderno do aluno)

Novamente, alguns alunos não conseguiram terminar essa atividade em sala de aula, durante as duas horas-aula, e a maioria entregou a anotação da resolução na semana seguinte, quando seria retomada essa sequência de ensino. Alguns alunos, mesmo com os acordos, mesmo sendo dada uma justificativa do porquê de a atividade ser em grupo, não se mostram interessados. Alguns não participavam da resolução feita pelo grupo e outros nem quiseram se sentar com um grupo. No 1º C, cerca de 10% (3 ou 4 alunos) não persistiam na atividade e um deles, realmente não se envolvia em nenhum momento. Nas demais salas (1ºB, 1º D e 1º E), esse percentual chegava a uns 30%, porém nenhum outro aluno deixou de se envolver um pouco nessa atividade.

Por se tratar de uma atividade compartilhada envolvendo um ponto turístico da cidade, esta baseou-se no significado e sentido do morro para os alunos, buscou a formação de conceitos científicos a partir dos conceitos espontâneos que eles possuíam sobre rampas, além de sempre buscar trabalhar dentro de suas Zonas de Desenvolvimento Proximais, ampliando-as.

Um fato observado é que alguns grupos se modificaram de uma atividade para outra; alguns alunos não permaneceram em seus grupos da semana anterior porque estes não os auxiliaram de maneira satisfatória na realização das atividades. Entretanto, outros grupos de baixo rendimento permaneceram com a mesma configuração.

Os alunos, em grande parte, disseram que essa atividade era mais fácil que a anterior, talvez por já estarem se familiarizando com esse tipo de enunciado, ou porque as informações fossem mais diretas nesta última.

3.5 Atividade 5: Rampa, inclinação e ângulo de inclinação

Essa atividade se diferencia um pouco das anteriores pois, apesar de os alunos se agruparem, foi necessária sempre uma atenção central no professor, pois a atividade foi feita por etapas. Colocada uma etapa, somente após o término de todos os grupos, é que se apresentava a próxima.

Com os alunos já agrupados, novamente lembramos o contrato pedagógico. O início da atividade foi simples. A primeira etapa pedia que desenhassem uma rampa com 100 metros de comprimento horizontal e 30% de inclinação, e calculassem a altura dessa rampa. Os alunos desenharam a rampa e a maioria conseguiu calcular a altura, porém com os que tiveram dificuldades, fizemos a mesma intervenção da atividade anterior, mostrando que a inclinação de 30% pode ser representada em fração e que é o quociente entre o comprimento vertical e o comprimento horizontal da rampa. Alguns alunos conseguiram calcular o valor da altura, diretamente pela proporção.

Verificando que todos os grupos realizaram a primeira etapa, foi colocada a segunda, que perguntava sobre o ângulo de inclinação da rampa. Os alunos prontamente responderam que “era 30%”. Questionados se ângulo de inclinação poderia ser dado em porcentagem, todos perceberam que 30% não era a resposta correta. Perguntamos, então, que ferramentas conheciam para serem utilizadas com ângulos, porque a resposta precisa ser um ângulo, e alguns responderam “seno, cosseno e tangente”. Verificando se era possível utilizar o seno, os alunos observaram que possuíam o cateto oposto, mas não a hipotenusa, logo se lembraram do Teorema de Pitágoras para calcular a hipotenusa. Antes que começassem a calcular foi feita uma intervenção para que antes verificassem se era possível utilizar o cosseno ou a tangente, sem a utilização do Teorema de Pitágoras. Os alunos verificaram que era possível utilizar a tangente, pois possuíam o cateto oposto e o cateto adjacente ao ângulo de inclinação. Calculando a tangente obtiveram como resultado 0,3.

A terceira etapa da atividade perguntava sobre os valores de tangente conhecidos pelos alunos, afinal no item anterior foi encontrado o valor 0,3 como tangente de um ângulo que ainda não foi determinado. Os alunos lembraram os valores das tangentes de 30º, 45º e 60º, alguns com o auxílio da calculadora outros com habilidade mais avançada, transformaram esses valores na forma decimal. Com os valores das tangentes conhecidas em decimal foi possível compará-los com o valor da segunda etapa, os alunos observaram que se tg30°$\cong$ 0,58 então o ângulo da etapa anterior era menor que 30°.

Na quarta etapa, os alunos precisaram responder se o ângulo calculado anteriormente existia. Alguns alunos disseram que existia, pois “estava ali no desenho feito na etapa um”, e outros disseram que “existe porque é menor que 30° e existe qualquer ângulo desde 0° à 360°”.

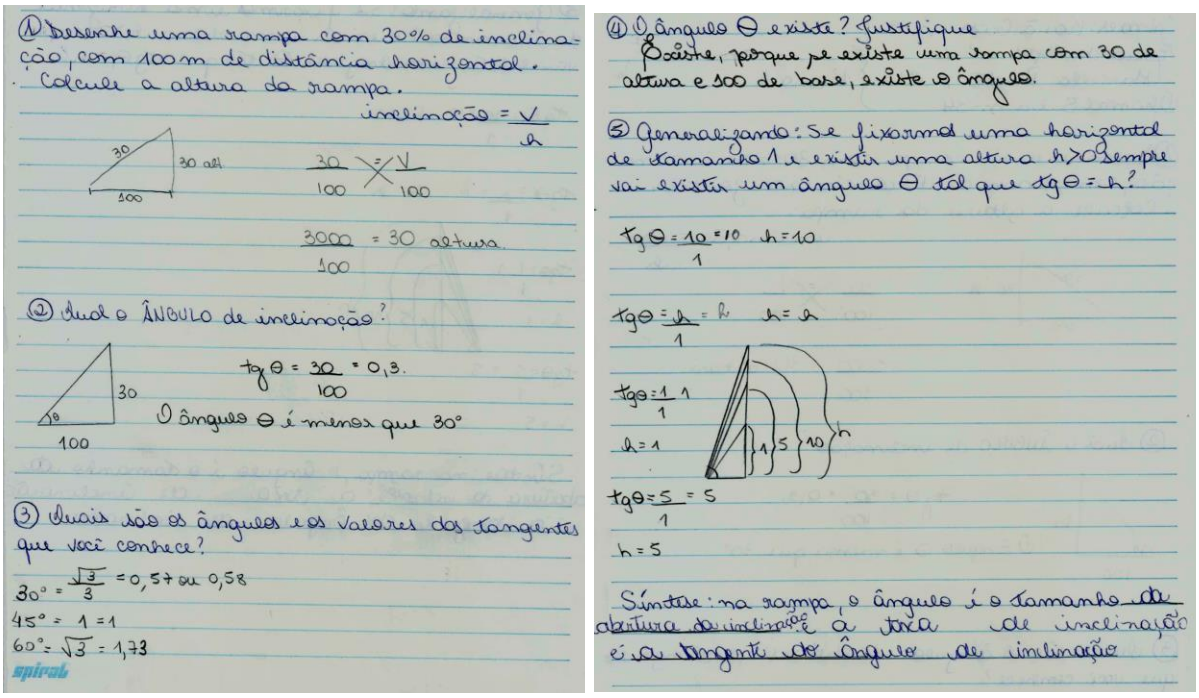
A quinta etapa exigia uma generalização, perguntava se com uma base de medida 1, no triângulo, e uma altura h>0, existiria um ângulo θ tal que tg θ=h. A princípio, os alunos não entenderam o enunciado; então, na lousa, com alguns exemplos de altura como 1 e 5, mostramos que se calculava a tangente e que o valor seria igual à altura, os alunos fizeram para os valores de 10, 20 e um h qualquer. Observaram que sempre haverá um ângulo cuja tangente seja igual à altura, porque a base tem valor um e que a angulação da rampa poderia chegar até próximo ao 90° (com 90° já deixaria de ser rampa).

Observação: Alguns alunos reclamaram do uso da letra θ (“teta”), pois não a conheciam. Aproveitamos o momento para esclarecer que, em Matemática, para denotar ângulos, geralmente usamos letras gregas. Eles ficaram surpresos por saber que o alfabeto grego não é como o nosso. Já conheciam o símbolo α (“alfa”), mas não sabiam que se tratava de uma letra grega.

Houve, ainda, uma síntese, dialogando-se com os alunos, em que diferenciamos o ângulo de inclinação da rampa e sua taxa de inclinação. Observamos que o primeiro se refere à abertura do triângulo e o segundo se refere à tangente do ângulo de inclinação.

Essa quinta atividade, os alunos finalizaram no período programado de duas horas-aula, pois todos os grupos precisaram ter um ritmo de trabalho parecido. Com essas observações, finalizamos as atividades sobre rampas.

Figura 5: Atividade finalizada por alunos da 1ª série A



(Fonte: caderno do aluno)

3.6 Atividade 6: Ângulos e polígonos

A primeira tarefa pedia aos alunos que desenhassem e calculassem o ângulo central e o ângulo interno de polígonos regulares de 3,4 e 6 lados, inscritos em circunferências. Depois, na segunda, havia uma tabela a ser completada com os valores calculados anteriormente, estendendo-se com a informação para um polígono regular de 5 lados. Uma terceira coluna pedia aos alunos que somassem os valores de ângulo central e interno de cada polígono e, após isso, que justificassem o ocorrido.

Essa atividade visou proporcionar aos alunos não somente o que o enunciado pediu, mas também uma pequena experiência com desenho geométrico. No início das tarefas, propusemos que cada integrante do grupo fizesse uma das figuras e um quarto elemento ficasse responsável pela tabela de valores. Durante a atividade, muitos alunos apresentaram dificuldade com o uso do compasso, com a precisão nos desenhos e a leveza para os traços de construção.

Primeiramente os alunos foram direcionados à execução dos desenhos, orientados a traçar três circunferências, de três centímetros de raio. Nesse momento, apresentaram a primeira dificuldade, pois não tinham experiência com o uso do compasso. De grupo em grupo, os alunos foram orientados e auxiliados em como utilizá-lo.

Na primeira figura a ser desenhada, o hexágono, os alunos foram por nós orientados a marcarem os seis vértices na circunferência com a mesma abertura de compasso com que a traçaram. Facilmente perceberam que depois bastava ligar os pontos, mas alguns apresentaram dificuldade para isso, pois não tiveram a precisão de manter a mesma abertura, ou de utilizar corretamente o ponto, usando outros aproximados.

Em uma das turmas, um grupo já iniciou o desenho do triângulo antes do comando para passar para a próxima figura, pois percebeu que para traçar o triângulo bastava fazer a mesma marcação que do hexágono, com a ligação de pontos intercalados. Essa foi a instrução dada aos demais alunos, que não haviam percebido esse fato.

Para o desenho do quadrado, os alunos foram orientados a traçar um diâmetro na circunferência e depois, com o compasso, determinar a mediatriz do segmento, com isso os alunos já possuíam os quatro vértices do quadrado, podendo ligar os pontos e obter a figura.

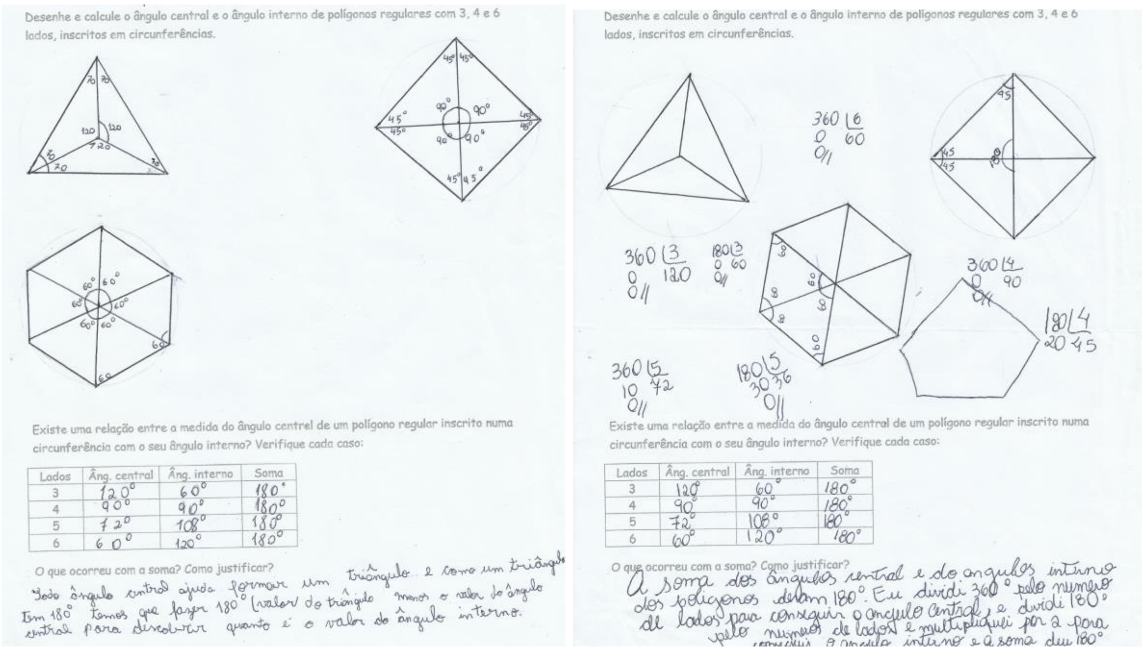
A execução dos três desenhos tomou, em média, 1 hora-aula e meia, um tempo razoavelmente grande para o baixo nível de complexidade dessas figuras, talvez porque a maioria dos alunos nunca havia realizado um trabalho desse tipo. Portanto, mesmo utilizando bastante tempo, para figuras que poderiam ter sido impressas e entregues aos alunos, foi um enriquecimento para cada um e uma nova experiência com o uso do compasso.

Com todas as figuras prontas, iniciaram os cálculos de ângulo central e ângulo interno. Os alunos foram orientados a unir o centro da figura com cada um de seus vértices, e quando questionados sobre o que seria o ângulo central muitos responderam corretamente que era a abertura entre cada um dos últimos traços que fizeram. Para esse cálculo, pelo menos um ou dois alunos em cada turma, propuseram que era necessário dividir 360° pela quantidade de lados das figuras. Todos os demais, com a atenção na lousa, escutaram as propostas dos colegas, chegando à mesma conclusão. Na tabela a ser completada, havia uma coluna com as quantidades 3, 4, 5 e 6 lados, como os alunos desenharam os polígonos de 3,4 e 6 lados e conseguiram calcular o seu ângulo central, então, utilizando o mesmo procedimento, calcularam o ângulo central para o polígono regular de 5 lados.

Finalizada a coluna dos ângulos centrais, os alunos precisavam agora responder qual era o ângulo interno de cada um dos polígonos. Novamente, alguns alunos indicaram o que seria o ângulo interno e apresentaram suas ideias para calculá-lo. Alguns alunos recordaram que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo resulta em 180°, e as figuras foram partidas em triângulos (originados pelos vértices até o centro da circunferência). Utilizando-se dessas informações, os alunos calcularam cada ângulo e conseguiram responder qual era o valor do ângulo interno, em cada figura. Porém, para o polígono regular de 5 lados, os alunos apresentaram certa dificuldade; para auxiliá-los, orientamos a fazerem um esboço da figura.

Após o cálculo do ângulo central e interno de cada polígono, os alunos tiveram que somar esses valores e colocar numa terceira coluna. A última pergunta da atividade era sobre essa soma: os alunos deveriam observar o que ocorreu e fazer uma justificativa. Facilmente todos observaram que a soma era sempre a mesma - 180°, porém muitos alunos justificaram que isso era por causa do triângulo. Deveriam ter justificado que o ângulo interno é sempre o suplementar do ângulo central, dado que ele é duas vezes a metade do suplementar do ângulo central, devido ao triângulo isósceles que é construído.

Figura 6: Atividades finalizadas por alunos da 1ª série D e E, respectivamente



(fonte: caderno do aluno)

A maioria não conseguiu entregar a finalização da atividade com a justificativa pedida e entregou a mesma na semana seguinte.

3.7 Atividade 7: Áreas, cálculo da área do hexágono

A atividade pedia aos alunos que desenhassem e calculassem a área de um hexágono regular com lados medindo dois centímetros. Perguntava também se eles se lembravam do cálculo de áreas de figuras mais simples como o triângulo, o retângulo, o paralelogramo e o losango.

Com os alunos já agrupados, novamente em conjuntos de 4 ou 5, ao lerem o enunciado, alguns já começaram a traçar o desenho do hexágono, porém sem utilizar o compasso. Indagados se o desenho deles era um hexágono regular, entenderam que era necessário executar os mesmos passos da atividade anterior para obter um hexágono regular; usar um compasso com abertura de dois centímetros, marcar os seis pontos na circunferência com a mesma abertura para o raio (isso foi observado da atividade anterior) e ligar os pontos. Nesta atividade, a maioria dos grupos já havia internalizado os passos. Para os alunos, utilizar o compasso foi um diferencial da aula.

Depois de todos os grupos desenharem seu hexágono regular com dois centímetros de lado, era necessário definir o que é área. Feito esse questionamento, muitos responderam que era “lado vezes lado”, outros disseram que era a soma de todos os lados e logo foram corrigidos por colegas dizendo que isso era perímetro. Dissemos que queríamos uma resposta mais conceitual e não uma fórmula. Foram alguns minutos em silêncio. Perguntamos se eles sabiam qual era a área do apartamento ou da casa em que eles moravam e como isso poderia ser calculado. Alguns alunos disseram valores para área de suas residências e disseram que isso era feito medindo o chão e calculando cada pedaço da casa e depois somando. Todos os grupos, juntamente, chegaram à conclusão de que área era o que cabia dentro de uma figura plana, porque se tiver três dimensões é espaço e, no espaço, calcula-se o volume para ver o que cabe dentro. Em princípio, os alunos não sabiam fazer essa distinção. Isto foi concluído após comentários induzidos a respeito de “filmes 3D” e a relação de volume.

Definido o que é área, era necessário calcular a de um hexágono regular. Como já haviam comentado sobre a área da residência ser dividida em partes, os alunos rapidamente tiveram a ideia que o hexágono também poderia ser dividido. Alguns alunos o dividiram ao meio, formando dois trapézios; alguns, em um retângulo e dois triângulos e outros, ainda, o dividiram em seis triângulos (como feito na atividade anterior para o cálculo dos ângulos central e interno).

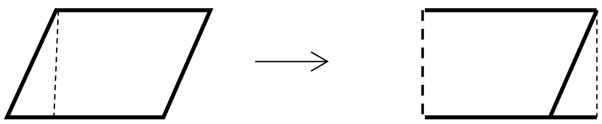
Para o cálculo da área do hexágono, dividido em figuras mais simples, era necessário saber calcular a área dessas figuras.

Então perguntamos aos alunos se recordavam como calcular a área de um triângulo. Não obtendo uma resposta satisfatória, perguntamos como calcular a área do retângulo e, em algumas classes, também não obtivemos uma resposta satisfatória. Para esses casos, pedimos para um aluno ir até a lousa quadriculada e contar quantos quadradinhos (unidades de área) havia em um retângulo desenhado; o aluno contou e respondeu, perguntado se era necessário mesmo contar todos os quadradinhos, alguns alunos disseram que não, bastava contar os de baixo e os do lado e multiplicar, então perguntamos se para calcular a área de um retângulo bastava multiplicar a unidades da base pelas unidades da altura e os alunos concordaram.

Voltando para a área do triângulo, logo em seguida, desenhamos um triângulo retângulo e perguntamos se alguém tinha alguma ideia de como calcular, nesse caso. Sem muito sucesso, completamos o triângulo formando um retângulo, então alguns alunos perceberam que era só multiplicar a base pela altura e dividir por dois.

Perguntado sobre a área do paralelogramo, os alunos responderam de prontidão que era base vezes a altura, por ser um quadrilátero como o retângulo. Não satisfeitas com a resposta, continuamos perguntando o porquê, e alguns alunos, usando a ideia anterior, disseram que era possível completar um lado do paralelogramo usando o outro lado e assim ficaria um retângulo.

Figura 7: Sugestão dos alunos para o cálculo da área do paralelogramo

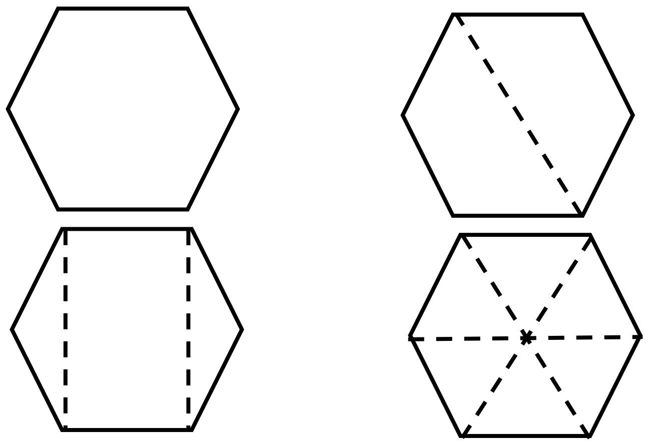


(Fonte: da autora)

Por último, perguntamos sobre a área o losango. Os alunos disseram que era possível dividi-lo em dois triângulos e depois somar, outros alunos disseram que era possível tirar a metade do losango e completar o outro lado formando um retângulo, por fim, chegaram à fórmula da área do losango, a partir das medidas das suas diagonais.

Voltando para as possibilidades de dividir o hexágono em partes para calcular sua área, juntamente com os alunos, testamos cada uma das ideias propostas anteriormente. Separando o hexágono em dois trapézios, era necessário saber calcular a área desse polígono e, nesse caso, era necessário calcular a sua altura, o que não sabiam como fazer. Separando o hexágono em dois triângulos e um retângulo, era necessário saber a altura dos triângulos e a lateral do retângulo (que é também base do triângulo) o que também não sabiam calcular.

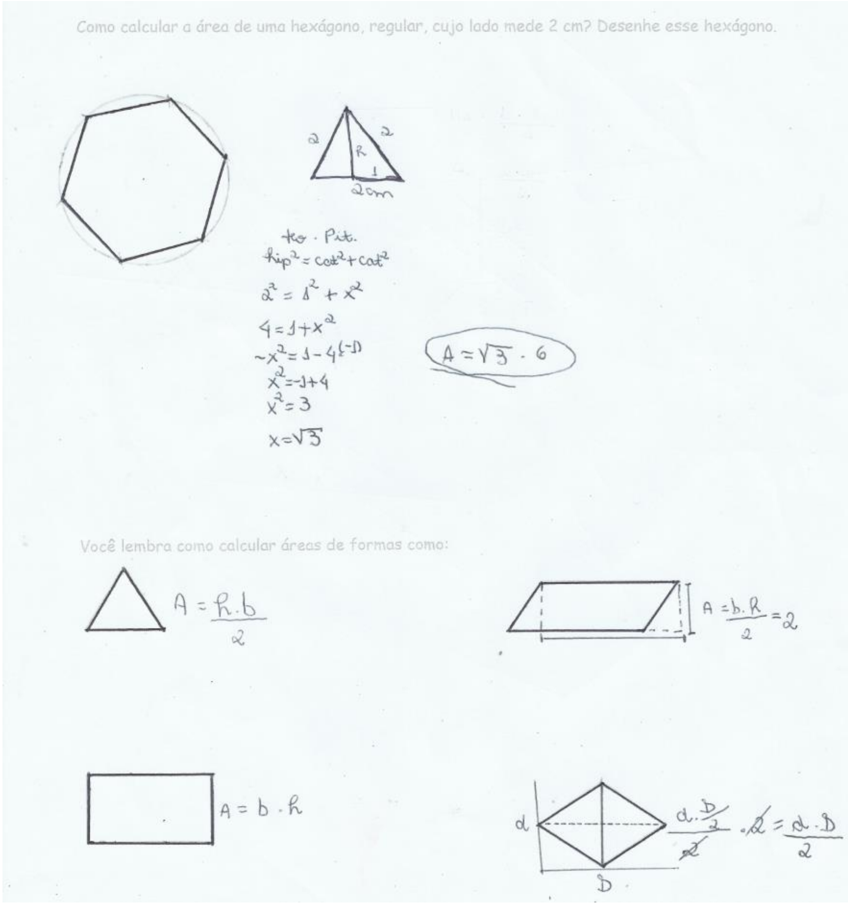
Figura 8: Sugestão dos alunos para o cálculo da área do hexágono



(Fonte: da autora)

Separando o hexágono em seis triângulos bastava calcular a área de um triângulo e multiplicar por 6. Para calcular a área do triângulo era necessário saber os valores de sua base e sua altura. A base era dois centímetros e era necessário calcular a altura. Traçando a altura, os alunos logo perceberam que obtinham dois triângulos retângulos, que em cada um a base era um centímetro e a hipotenusa era dois centímetros, pois a hipotenusa era o raio da circunferência. Usando o Teorema de Pitágoras, alguns calcularam a altura do triângulo e, com isso, sua área e a multiplicaram por seis, para obter a área do final.

Figura 9: Atividade finalizada por alunos da 1ª série D



(Fonte: caderno do aluno)

Isso mostra que os alunos mais participativos fixaram bem os conceitos relacionados e se lembravam bem dos casos em que poderiam aplicar o Teorema de Pitágoras. Alguns dos grupos ainda se negavam a fazer as atividades sozinhos, esperando que a professora chamasse para a discussão na frente da lousa. Ainda, durante a aplicação, dois grupos descumpriram o acordo e utilizaram o celular para pesquisar a área das figuras básicas. Durante os trabalhos, os alunos ainda tinham alguns comportamentos de estranhamento com a metodologia diferenciada, mas a maioria já se organizava com mais facilidade e entendia que a atividade exigia mais concentração. Ao menos no momento em que havia discussões coletivas com toda a classe, sobre os modos de pensar na atividade, a grande maioria prestava atenção, pois criaram o hábito de valorizar a ideia dos colegas que falam, o que era muito mais precário antes, quando as aulas eram tradicionais.

3.8 Atividade 8: Jogos da memória

Como visto no Capítulo 1 deste trabalho, o jogo é uma ferramenta adicional para o professor, e nessa atividade teve como objetivos fazer uma síntese dos conhecimentos vistos e fixar conteúdos, com os jogos dos senos, cossenos e tangentes e das áreas. Com o primeiro jogo, esperava-se que os alunos memorizassem os valores de seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis do primeiro quadrante. Já no segundo, esperava-se que, além de memorizar as fórmulas de áreas de figuras básicas, o aluno descobrisse as estratégias adequadas para a resolução de problemas.

Para essa atividade, pedimos aos alunos que se agrupassem em quatro (não cinco, nem três), pois seriam formadas duas equipes adversárias e seria necessário um número par de alunos. Houve três casos diferentes, um grupo com seis alunos (1º D), onde cinco deles eram surdos e precisavam do interprete de Libras, e outros dois alunos (1º B e 1º C, respectivamente) que apresentam dificuldade de entendimento das regras, conteúdos e de socialização, os quais jogaram com a professora.

O primeiro jogo possuía nove cartas com senos, cossenos e tangentes e nove com valores numéricos. Os alunos as separaram em dois grupos (um com as funções trigonométricas e outro com os valores isolados), com as cartas viradas para baixo, donde deveriam escolher uma carta de cada grupo, nos moldes de um jogo da memória.

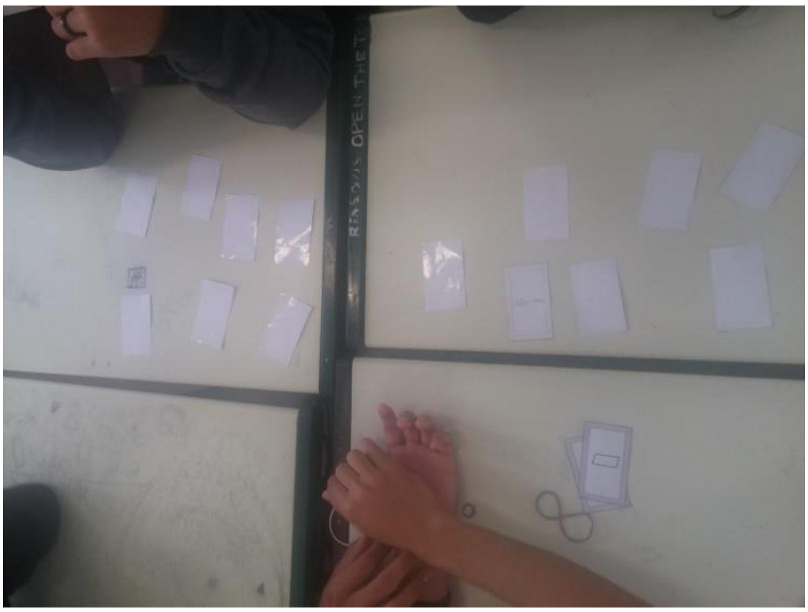
As equipes combinaram qual começaria o jogo e qual jogador iniciaria. Caso o primeiro jogador não formasse um par, passaria a vez a um jogador da outra equipe; se esse também não formasse um par, voltaria para primeira equipe e seria a vez do outro jogador; e assim por diante. Quando ocorresse a formação de um par, o mesmo jogador poderia tentar formar outro. Os alunos jogaram duas vezes, a primeira podendo consultar a tabela e a segunda utilizando-se da memória. Ao apagar a tabela na lousa, muitos alunos reclamaram, pois disseram que não conseguiriam jogar sem ela. A professora forçou um pouco a pensarem numa estratégia para guardarem os valores, pois em geral, esses alunos não estavam habituados a memorizar nada, sequer para a realização de provas escolares, o que não estimulava a memorização de nenhuma informação.

Figura 10: Alunos jogando memória com os valores de seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis

(Fonte: da autora)

Para o segundo jogo, novamente, os alunos separam as cartas em dois grupos. O primeiro continha as formas geométricas e as situações-problemas e o segundo grupo as fórmulas relativas ao cálculo da área de cada forma geométrica e as estratégias para resolver as situações.

Figura 11: Alunos jogando memória com geometria



(Fonte: da autora)

As regras e forma de jogar foram as mesmas, novamente jogaram duas vezes, sendo uma com consulta à tabela e outra sem.

A competitividade nos alunos foi muito grande. Essa atividade teve a maior disposição e determinação dentre todas as anteriores. Os alunos, inclusive, pediram mais atividades do tipo. Explicamos que os jogos auxiliam no desenvolvimento ou na avaliação do conhecimento, por isso eles podem fazer parte de algumas aulas.

Relativamente à avaliação do conhecimento, observamos que os alunos ainda foram muito dependentes da tabela com a associação das fórmulas das áreas com cada figura geométrica. Na segunda jogada, puderam realizar essas associações de memória, mas isso não garante que, passados alguns dias, ainda mantivessem essas lembranças. Isto poderá ser verificado nas avaliações bimestrais.

Quanto à associação das situações-problemas e suas estratégias de resolução, os alunos mostraram mais dificuldade, porque não liam os detalhes das cartas, tentando “chutar” as respostas. Em cada classe, alguns alunos mais interessados conseguiam realizar melhor essas associações, refletindo sobre os significados das estratégias para cada situação relacionada. Mas, em geral, somente com os questionamentos que fazíamos, após fazê-los ler os enunciados e as estratégias, é que conseguiam decidir se uma determinada escolha para as cartas estava correta ou não.

3.9 Avaliação da aprendizagem nas atividades em grupo

Após a aplicação da sequência de oito aulas, foi realizada mais uma atividade com vistas a avaliar o rendimento geral dos alunos em relação aos assuntos desenvolvidos nessa sequência (avaliação somativa). Esta foi realizada individualmente a fim de verificar o quanto cada aluno havia retido de todas as atividades realizadas.

Essa avaliação[3] da aprendizagem foi realizada no final do mês de junho, como parte da recuperação bimestral dos alunos, enquanto a última atividade em grupo sobre esses assuntos avaliados havia sido realizada no mês de maio. Desse modo, eles tiveram mais de um mês de

---

[3] O leitor pode observar a atividade avaliativa no Anexo B.

aulas tradicionais, focadas em outros temas, até serem avaliados sobre a metodologia de trabalho em grupos (atividades compartilhadas).

Infelizmente, isso pode ter refletido negativamente no desempenho dos alunos. Por um lado, o tempo vago entre a última atividade sobre o tema e a avaliação pode tê-los prejudicado por falta da prática; isso também nos mostra que continuaram não estudando fora do período de aula para manter o conhecimento adquirido no momento da aula. Mesmo o uso dessas metodologias diferenciadas (atividades exploratórias e em grupo) parece não ter sido suficiente para mudar os seus hábitos de estudos fora da sala de aula.

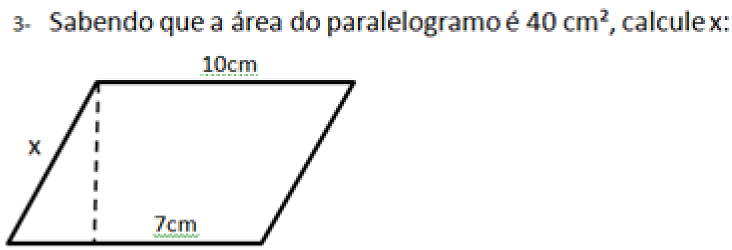
Após a correção, obtivemos que, de um total de 125 alunos que realizaram a avaliação, apenas 9 acertaram as 3 questões que compunham o instrumento (aproximadamente 7%); 17 alunos acertaram 2 questões (aproximadamente 14%); 20 alunos acertaram 1 questão (16%); e por fim, 79 alunos erraram todas as questões ou não as responderam (aproximadamente 63%).

Na primeira questão, foi apresentado um triângulo com medidas da base e altura e deveriam calcular o seno de um ângulo agudo, indicado nesse triângulo. A maioria dos alunos que erraram todas as questões demonstraram saber utilizar o teorema de Pitágoras, para o cálculo da hipotenusa, nessa questão, porém não recordaram que seno é a razão entre cateto oposto e hipotenusa. Assim sendo, não finalizaram a primeira atividade corretamente.

A segunda atividade consistia da obtenção do valor de um ângulo α, em um triângulo retângulo, sabendo que sua base era 4 cm e sua área era $4\sqrt{3}$ cm². A maioria dos alunos não conseguiu resolver, pois a atividade exigia paciência, uma vez que o resultado não era obtido diretamente por um único cálculo. Infelizmente eles não mostraram ter desenvolvido essa persistência nos exercícios, com as atividades praticadas nos meses anteriores. Nesse caso, deveriam, primeiro, com a informação da área do triângulo, obter a altura do mesmo; depois, com a altura e a base do triângulo, figurando como catetos oposto e adjacente, deveriam utilizar a relação da tangente, obtendo que tg $\alpha=\sqrt{3}$ e daí recordar que o ângulo agudo cuja tangente é $\sqrt{3}$ é 60º.

A terceira atividade pedia que os alunos calculassem o lado x de um paralelogramo (vide a figura 12, também no anexo A). Para isso, foi informado que a área dessa figura era 40cm². Para resolver, teriam de recordar que a área do paralelogramo é a multiplicação de sua base por sua altura e, com isso, seria possível descobrir que altura do paralelogramo era 4cm; era fornecido também que a base da figura media 10 cm e que a parte delimitada pela projeção ortogonal do vértice superior tinha 7cm. Com isso, deveriam perceber que o restante da base tinha tamanho 3cm e que a altura do paralelogramo, essa parte da base de 3cm e a lateral pedida pela atividade formavam um triângulo retângulo. Com essas informações, seria possível conseguir que a lateral media 5 cm.

Figura 12: Atividade proposta para avaliação da aprendizagem das atividades em grupo.



(Fonte: da autora)

Analisando o comportamento durante a avaliação, alguns alunos se sentiram frustrados por não recordarem o que havia sido visto nas atividades de grupo, dado que se sentiam satisfeitos com seus resultados relativos a esses conhecimentos naquela ocasião. Estes pediam auxílio nas questões da avaliação e com a mesma postura tomada com os grupos, eles explicavam suas ideias e suas dificuldades e eram guiados com perguntas chaves para o desenvolvimento, chegando com êxito ao final da questão. Infelizmente, não ocorreu o mesmo para os demais, havendo grande número de alunos que não responderam as questões, ou erraram todas. Aqui é possível observar a falta de motivação e confiança de muitos alunos, inclusive, em perguntar como fazer, porque foram poucos os que mantiveram a comportamento de perguntar durante avaliação.

Capítulo 4: Considerações Finais: refletindo sobre a prática

O objetivo principal desse trabalho foi o desenvolvimento de um estudo pedagógico a partir de uma postura didática diferenciada nas aulas de Matemática, como parte da formação objetivada no Programa de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT. Com uma carga de disciplinas oferecendo uma grande bagagem de conhecimento específico (matemático), entendemos que seria necessário um estudo pedagógico para a aplicação em sala de aula.

Tendo isso em mente, elaboramos e estudamos um produto pedagógico que foi aplicado a alunos de uma escola estadual da cidade de Santos, SP, e sobre isto faremos algumas reflexões a seguir.

A pesquisa realizada é classificada como pesquisa-ação, porque a partir da observação dos conhecimentos que os alunos já possuíam, visou descobrir e estabelecer novas relações de ensino e aprendizagem, tendo por base aspectos culturais da realidade do entorno dos alunos envolvidos, bem como analisar possíveis novas formas de entendimento desse grupo estudado. Outra característica desse tipo de pesquisa que se aplica ao nosso trabalho é que, durante todo o desenvolvimento das atividades com os alunos, foram realizados relatos para análise, replanejamento e algumas novas aplicações.

Tivemos a preocupação, em todo o desenvolvimento, que as ações possuíssem significado e sentido intensos para os alunos. Para ilustrar isso, recordamos aqui a atividade sobre a realidade cultural em que os alunos se inseriam, que tratou da inclinação do morro Monte Serrat e o uso de atividades envolvendo o compasso, que embora fosse uma ferramenta não muito utilizada pelos mesmos, agradou-os com a possibilidade de aprender a usar esse instrumento.

As atividades desenvolvidas e aplicadas foram propostas com base nos estudos de Vygotsky e outros pesquisadores, citados em Moysés (1997), que valorizaram a atividade compartilhada como sendo uma possibilidade de melhor desenvolvimento cognitivo, pois a interação aluno-aluno pode dar mais sentido aos conteúdos escolares do que a comunicação professor-aluno. Recordamos, aqui, a pesquisa de Forman (1989, apud MOYSÉS,1997, p.52-53), que observou a ocorrência de zonas de desenvolvimento bidirecionais em estudantes, com média de 13 anos. Em nossa pesquisa, propusemos problemas de geometria a grupos de estudantes para que se ajudassem e, durante o desenvolvimento das atividades, notamos também que o papel de aluno mais capaz variou no decorrer do tempo, ou seja, em determinados momentos, aquele que tinha melhor compreensão em um problema, passou a ser ajudado por outro colega, em outra atividade, o que gerou um desenvolvimento maior para um e para outro, criando uma zona de desenvolvimento proximal em ambos os casos, ora em uma posição de liderança, ora em outra, de recepção da ajuda do parceiro .

Para verificarmos a percepção dos estudantes envolvidos na pesquisa sobre o desenvolvimento das atividades em grupo, aplicamos um questionário (anexo B) que foi respondido pelos alunos, com o qual obtivemos pontos positivos e negativos a respeito desse método. Algumas falas ilustram essas percepções:

Aluno 1: (ao responder por que sua participação na aula de Matemática melhorou um pouco com essas atividades): *"Por que a aula desta forma se torna automaticamente mais interativa"*.

Aluno 2 (resposta idem à anterior): *"A interação com os alunos ajuda um pouco porque se tem uma dúvida o outro pode ajudar e vice-versa"*.

Aluno 3: (ao responder se achava que sua aprendizagem foi melhor com essas atividades, por que e o que aprendeu com elas): *"Não, porque tenho dificuldade em me socializar. Com sinceridade, nada. Não pelo fato de não entender, e sim por ela ser em grupo"*.

Aluno 4: (ao se referir a algo que não gostou): *"Teve algumas briguinhas dentro do meu grupo por causa desse trabalho, mas logo foi resolvido".*

Aluno 5: (idem anterior): *"Não gostei dos alunos atrapalhando, e a junção dos grupos com uma grande diferença de nota, alunos bons com ruins, fazem com que os bons tenham baixo desempenho"*.

Como observamos acima, há alunos que valorizam o auxílio dos colegas e a possibilidade de ajudar, porém há também alguns que não se sentem confortáveis, por falta de habilidades sociais, ou por se acharem prejudicados pelo trabalho em grupo. É bom recordar que o acordo firmado com os alunos era de liberdade ao formarem os grupos. Infelizmente, por um lado, estes se formavam pelos círculos de amizade e notamos que havia um peso afetivo em deixar os amigos e ir para um grupo com o mesmo nível de habilidade. Por outro lado, os grupos que possuíam alunos em diferentes níveis de compreensão dos conceitos e ideias matemáticas poderiam ter sido ricos em proporcionar maior aprendizado àqueles estudantes que sempre apresentam maiores defasagens em seu aprendizado, ou que mostram pouca atração por essa disciplina. Devemos lembrar que esse projeto foi proposto por meses, e que os grupos variaram conforme sua vontade; os alunos mais dispostos a ajudar sempre auxiliavam o grupo, como era o objetivo, entretanto alguns que não queriam ajudar procuravam grupos do mesmo nível, ou melhores, nesse caso, para receberem apoio.

Com os questionários também foi possível observarmos como os alunos valorizaram a consideração por sua criatividade e como a percepção de afeto, com a maior atenção que lhes foi dispensada através dos grupos e de uma interação mais próxima com a professora, os estimulou e gerou um retorno no processo da aprendizagem. Isso pode ser constatado nas seguintes falas:

Aluno 6: *"Sim é um tipo de aprendizagem diferente e te dá mais liberdade"*

Aluno 7: *"Isso melhorou a minha forma de raciocínio, tendo mais vontade de aprender e entender, e como resultado média azul."*

Após toda a aplicação desta sequência didática, algumas reflexões quanto à estrutura do ambiente de trabalho do professor e o seu desenvolvimento profissional também foram possíveis. Não é segredo que o salário dos professores da educação básica está muito defasado em relação ao de outros profissionais com a mesma formação. Com isso, muitos profissionais precisam aumentar sua carga horária em sala de aula, para suprir o déficit financeiro, ou seja, não conseguem dedicar muito tempo fora dela, preparando atividades para os alunos. Felizmente, com essa oportunidade de participar do PROFMAT, como professora pesquisadora, pudemos ter algum apoio e reduzir a carga horária para 25 aulas semanais e dispor de mais tempo na preparação e execução das atividades.

Ainda, com os sucessivos cortes de investimento, com o sucateamento das escolas, a desvalorização do professor e da educação, a maioria dos alunos não consegue ver na educação básica um meio de transformação social. Vimos que observam isso em cursos profissionalizantes ou técnicos, ou ainda no ensino superior, mas não na educação básica. Neste caso, muitos veem a escola, principalmente, como local de socialização e vão para ela porque os pais mandaram. Então, quando juntamos um cenário não estimulante, escolas sucateadas, profissionais desvalorizados, e por isso desmotivados, e alunos que, em grande maioria, não compreendem a importância da educação, o resultado é trágico. Porém quando alguém se dispõe a dedicar tempo, atenção, cuidado e valorizá-los, muitos mudam suas posturas e correspondem. Foi o que ocorreu nesse trabalho. Seguem, novamente, algumas transcrições.

Alunos que consideraram que a sua participação na aula de Matemática melhorou com as atividades:

Aluno 8: “*Porque com essa atividade consegui coragem para perguntar tudo que não entendia e nas aulas também”*.

Aluno 9: (melhorou um pouco): “*Sim, pois melhorou a relação entre aluno e professora”*.

Destacamos a percepção de um aluno surdo severo, ao escrever sobre o que gostaria que mudasse nas atividades (reproduzida a resposta exata da escrita desse aluno):

Aluno 10: *“Eu gostaria melhor mais fácil para mim porque surdo, alguns surdo não entende bem de matemática mas aqui professora é bom me ajudou eu melhorei eu posso continuar professora me ensina continue me ajuda progredir”*

Na língua brasileira de sinais não há a necessidade de concordância ou conjugação verbal como na língua portuguesa, por isso o aluno 10 se manifesta dessa forma. Na transcrição anterior, ele dá a entender que gostou das atividades compartilhadas, porque fazia grupo com outros surdos e o intérprete, e que alguns surdos têm dificuldade com Matemática, mas que o trabalho é bom e o ajudou, e pediu que continuássemos auxiliando-o a progredir.

Alguns alunos também perceberam as dificuldades que o sistema de organização escolar nos impõe:

“Eu gostaria que fosse aula dupla”.

“*Eu não gostei que, como tinha muitos grupos, a professora demorara em vir para ajudar, porque dessa forma perdíamos muito tempo”*.

Refletindo sobre uma das desvantagens com o uso de jogos, observada por Borin (1995, apud STRAPASON, p. 25), é que é maior a quantidade de aulas necessárias para realizar um trabalho com esse recurso, e observamos o mesmo para o trabalho com as atividades compartilhadas. Para realizar essas atividades, separamos dias da semana em que as turmas teriam duas aulas, mas infelizmente, em três das cinco turmas, essas aulas não eram duplas, sendo necessário formar os grupos no início da atividade, desfazer ao término da hora-aula, refazer o grupo, relembrar qual a ideia da aula anterior e recomeçar os trabalhos. Em uma dessas turmas, inclusive, as aulas de Matemática ocorriam no primeiro horário e, ainda, os alunos tinham uma tolerância de quinze minutos para chegar à classe, o que fazia com que muitos sempre chegassem no horário limite; e a outra aula, no mesmo dia, era a posterior ao intervalo, que também possuía dez minutos de tolerância para chegada à sala, e o mesmo novamente ocorria. Portanto, era uma turma com aulas separadas, o que necessitava fazer, desfazer e refazer os grupos e com uma perda de vinte e cinco minutos com as tolerâncias.

Concluímos, então, que, em geral, as atividades vistas pelos alunos como diferenciadas têm mais sentido para eles, que percebem com afeto a disposição dos colegas e da professora em ajudá-los. Entretanto, percebemos também a necessidade de variar as formas de trabalho, pois nas turmas há diferentes pessoas com diferentes maneiras de aprender e que, como profissionais da educação, devemos oferecer aos nossos alunos todas as formas possíveis para seu melhor desenvolvimento. Ao final desta aplicação da sequência didática, refletimos que poderíamos ter variado mais as metodologias, mas vale ressaltar também que a motivação do aluno é um fator interno e determinante para sua aprendizagem.

O estudo, elaboração, desenvolvimento e análise desta sequência didática que construímos juntas, nos proporcionou a ampliação do olhar pedagógico, pois as sugestões de estudo nos instigaram a buscar outros títulos com outras experiências sobre o trabalho diferenciado em sala de aula. A orientação na elaboração fez florescer novas ideias para o exercício da docência, o desenvolvimento das atividades com os alunos possibilitou conhecê-los mais individualmente e a análise feita neste trabalho nos permitiu compartilhar o adquirido durante todo o processo realizado.

Durante as aulas tradicionais, o professor geralmente se posiciona frente à sala e expõe o tema da aula e posteriormente propõe exercícios sobre o que foi explicitado. Porém, a sequência que elaboramos, mesmo tomando mais tempo de aula e tornando a organização diferente, possibilitou uma aproximação maior entre aluno e professor. Isso porque, ao formar o aluno para comunicar seus conhecimentos e sua estratégia para a resolução da atividade, professor e aluno tornam-se mais próximos, mais íntimos, para entenderem o que um quer dizer ao outro; a verbalização não é mais a principal forma de comunicação, mas sim o desenho registrado, a lembrança de conversas anteriores; e isso se estende ao grupo que também participa dessa conversa e auxilia na comunicação. Portanto, as atividades compartilhadas foram extremamente enriquecedoras para ampliar a relação aluno-professora e aluno-aluno.

Como profissional da educação, sempre entendemos que a comunicação com o aluno deve ser uma das principais ferramentas de trabalho e pessoalmente sempre valorizamos a boa comunicação. Porém, antes de iniciar o trabalho aqui descrito, realizávamos as aulas no formato tradicional, em frente à sala, com a atenção de todos centralizada na figura da professora e posteriormente as atividades (exercícios), nas quais atendíamos os alunos que pediam auxílio. Como dito anteriormente, a preocupação com sentido e significado para o aluno, a busca por zonas de desenvolvimento proximais bidirecionais nas atividades compartilhadas, a valorização da criatividade inicial dos alunos e o desenvolvimento desta, foram conceitos que aprendemos, internalizamos e buscaremos aplicar cada vez mais.

Finalmente, esse processo contínuo de ação e reflexão ajudou-nos na formação, ao atuarmos como uma professora pesquisadora que aguçou seus sentidos para perceber, corrigir ou continuar, tanto sua postura com os alunos como o próprio processo de aprendizagem dos mesmos. Aprender a analisar o processo cognitivo dos alunos e ajudá-los a entender-se com a Matemática é extremamente gratificante. Ver, enfim, aquele sorriso de “eu entendi!”.

Referências Bibliográficas

ANDRÉ, Marli E.D.A. **Etnografia da Prática Escolar**. Campinas, SP: Papirus, 1995.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática** / Secretaria da Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997

CAETANO, Richael Silva. Os Diferentes Papéis do Jogo nas Aulas de Matemática. Anais do XI Encontro Paulista de Educação Matemática. Rio Preto: UNESP/São José do Rio Preto, 2012. v. 1.p. 1-4.

MARTINS, Onilza Borges; MOSER, Alvino. Conceito de mediação em Vygotsky, Leontiev e Wertsch. **Revista Intersaberes**, vol.7, n.13, 2012, p.8-28.

MOURA, Manoel O. de. **O Jogo e a Construção do Conhecimento Matemático.** Disponível em http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_10_p045-053_c.pdf. Acesso em junho de 2018.

MOYSÉS, Lúcia. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**, Coleção Magistério, Papirus, Campinas, SP, 1997.

MUNIZ NETO, Antônio C. **Geometria**, Coleção PROFMAT, SBM, 2013.

OLIVEIRA, Zilma de M. R. de **L.S. Vygotsky: algumas Ideias sobre Desenvolvimento e Jogo Infantil**, A pré-escola e a Criança hoje, FDE, São Paulo, 1988, p. 43-45.

PAIS, Luís C. **Didática da Matemática:** uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

RIBEIRO, Flávia D. **Jogos e Modelagem na Educação Matemática.** São Paulo- SP: Saraiva, 2009

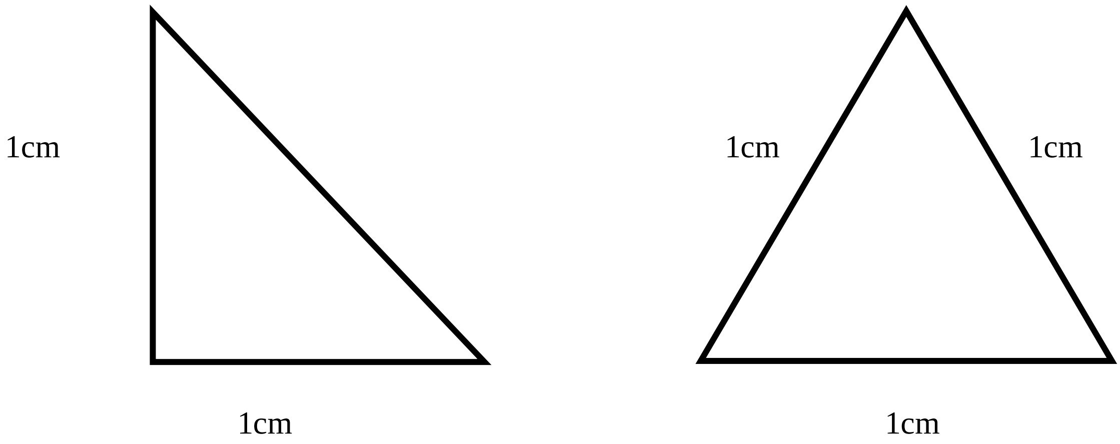
SÃO PAULO (Estado), Secretaria da Educação. **Caderno do Aluno. Matemática - Ensino Médio,** 1ª série, v. 2**.** São Paulo. Nova edição 2014- 2017.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo:** Matemática e suas tecnologias / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado. – 1. ed. atual. – São Paulo: SE, 2012.

STRAPASON, Lisie P. R. **O Uso de Jogos Como Estratégia de Ensino e Aprendizagem da Matemática no 1º Ano do Ensino Médio,** Dissertação (Dissertação em Ensino de Matemática) UNIFRA, Santa Maria-RS, p.193, 2011.

Anexo A: Sequência didática (atividades desenvolvidas)

1. Atividade sobre justificativa dos valores de seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30º, 45º e 60º

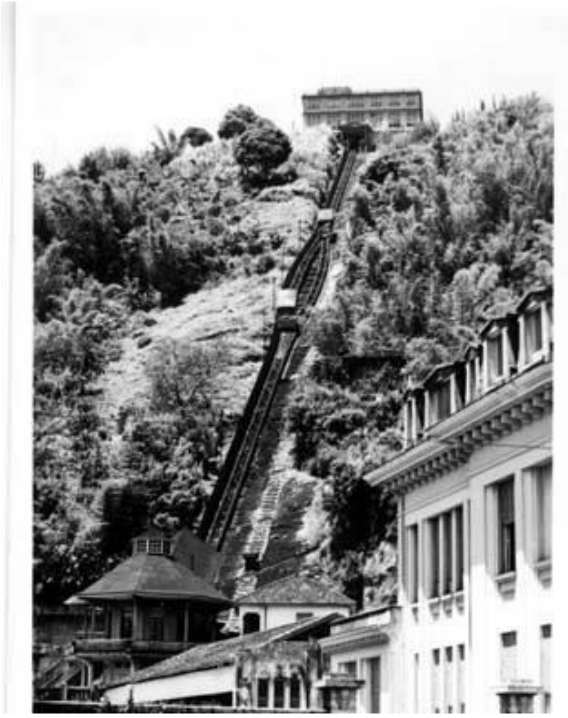


Como justificar como surgem os valores da tabela de seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30°, 45° e 60°?

Para o professor: Para iniciar a atividade, pergunte aos alunos se recordam a tabela de seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis; caso recordem, escreva-a na lousa. Questione se os alunos sabem como os valores surgiram, se sabem por que o seno de 30º é ½. Provavelmente não saberão, então forneça a eles o material e encontre com eles os ângulos dos triângulos, os incentive a encontrar os ângulos de 30º, 45º e 60º. Eles perceberão que há lados dos triângulos que não terão medidas. Peça-lhes que as calculem utilizando o Teorema de Pitágoras. Com as definições de seno, cosseno e tangente, e com os valores dos triângulos, fazê-los perceber a origem dos valores da tabela. Uma observação importante é que se os grupos tiverem triângulos com dimensões diferentes, todos encontrarão os mesmos valores e o professor deve destacar isso.

2. Atividade sobre inclinação de rampas, Monte Serrat

1- Qual a inclinação do morro de Monte Serrat? Se for feita uma escada no morro, com degraus de 15cm de altura, quantos degraus serão necessários do pé do morro até o ponto de chegada do bonde?



Obs: É o segundo morro mais alto de Santos. No Monte Serrat há um bondinho que usa o sistema funicular, isto é, enquanto um sobe o outro desce. Nesse sistema, há 240m de linha que são percorridos em 4 minutos. O morro é situado a 157 m de **altitude** e possibilita uma visão de 360º de toda a cidade.

2- Ao lado de uma rua, na forma de uma rampa de inclinação de 10%, foi construída uma escada para pedestres. O trecho da rua em que a escada foi construída tem 80 m de comprimento, medidos horizontalmente. Se os degraus da escada devem ser iguais, tendo uma altura de, no máximo, 16 cm, quantos degraus, no mínimo, deverá ter a escada?

Para o professor: A atividade acima foi elaborada pensando no aluno da cidade de Santos, mas pode ser adaptada para outras situações. Primeiramente, comente com os alunos sobre o tema a ser estudado. Leia o enunciado em conjunto e questione sobre o termo altitude, questione sobre o termo inclinação, compare morros com rampas de skates, caso necessário, e os modele como triângulos retângulos. Construa a definição de inclinação com a participação dos alunos e deixe-os calcular a inclinação do morro. Depois faça o modelo da escada no triângulo para que os alunos percebam a relação entre a altura do degrau e a altura do morro. Para a atividade 2, os alunos já devem conseguir realizá-la de forma independente.

3.Atividade sobre ângulo de inclinação de rampas

1- Desenhe uma rampa de 100m de distância horizontal e inclinação de 30%. Qual o comprimento vertical?
2- Qual é o ângulo de inclinação?
3- Quais são os valores de tangente que conhecemos? A que ângulos esses valores se referem?
4- O ângulo da rampa acima existe?
5- Generalizando: Com uma base de medida 1, se houver uma altura $h>0$, sempre existirá um ângulo θ tal que a $tg\theta=h$?

Síntese: Na rampa, o ângulo é o tamanho da abertura do triângulo e a taxa de inclinação é a tangente do ângulo.

Para o professor: Para essa atividade, escreva em lousa, apenas a primeira etapa, a segunda só deve ser iniciada após todos os grupos finalizarem a primeira; e assim por diante com as demais etapas. Na primeira, os alunos devem se preocupar em escolher uma escala adequada. Na segunda etapa, o professor pode mostrar no desenho o ângulo e questionar o que os alunos conhecem e que se utiliza ângulo nos cálculos. É provável que recordem da atividade sobre a tabela; utilizando as informações de comprimento vertical e horizontal, os alunos podem calcular a tangente desse ângulo e verão que não foi possível responder, ainda, o ângulo de inclinação. Passe para a etapa 3, nessa etapa os alunos devem recordar dos valores da tabela, peça que transformem em valores decimais. Passe para a etapa 4, incentive os alunos a compararem os valores das tangentes dos ângulos notáveis com a encontrada por eles na etapa 2; faça uma aproximação do valor da etapa 2 com os alunos. Passe para etapa 4, faça com os alunos alguns exemplos numéricos de h e deixe que eles reflitam.

4. Atividade sobre ângulos e polígonos

Nomes:____Nº_____
____ Nº_____
____ Nº_____
____Nº_____

Desenhe e calcule o ângulo central e o ângulo interno de polígonos regulares com 3, 4 e 6 lados, inscritos em circunferências.

Existe uma relação entre a medida do ângulo central de um polígono regular inscrito numa circunferência com o seu ângulo interno? Verifique cada caso:

Lados	Âng. central	Âng. interno	Soma
3			
4			
5			
6			

O que ocorreu com a soma? Como justificar?

Para o professor: Os alunos provavelmente encontrarão dificuldade para o desenho das figuras; dê-lhes as orientações, auxilie no manuseio do compasso. Inicie pelo cálculo do ângulo central, explicando que é o ângulo que “enxerga” o lado do polígono, então peça que os alunos “liguem” os vértices dos polígonos ao centro da circunferência e que desenhem o ângulo central para cada lado do polígono. Os alunos perceberão que formará uma volta completa e recordarão que tem 360º; sendo assim, basta dividir os 360º pela quantidade de lados do polígono. Para o cálculo dos ângulos internos, peça aos alunos que calculem os outros dois ângulos dos triângulos formados pelo centro e dois vértices do polígono. Os alunos deverão perceber que esses triângulos são isósceles, portanto têm dois ângulos iguais, deverão lembrar que todo triângulo tem 180º como soma dos ângulos internos, e então perceberão que os ângulos serão (180º- o ângulo central): 2. E o professor pode auxiliar mostrando que o ângulo interno do polígono é formado por dois desses ângulos calculados para os triângulos isósceles.

5. Atividade sobre áreas de polígonos (cálculo do hexágono)

Nomes: ____n°:_____

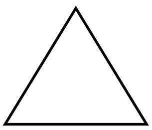
____n°:_____

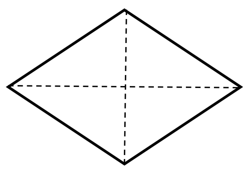
____n°:_____

____n°:_____

Como calcular a área de um hexágono regular, cujo lado mede 2 cm? Desenhe esse hexágono.

Você se lembra de como calcular áreas destas formas?





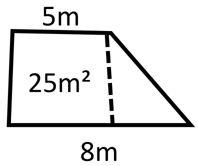
Para o professor: Muitos alunos recordarão como desenhar um hexágono regular com o compasso, auxilie os alunos que tiverem dificuldades. Questione os alunos sobre uma forma de calcular a área do hexágono; provavelmente dirão que não se lembram de nenhuma fórmula. Pergunte se recordam como calcular a área das formas abaixo do hexágono. Depois de auxiliá-los com as figuras mais simples, pergunte se eles acreditam ser possível partir o hexágono e calcular cada parte. Muitos recordarão da divisão feita a partir do centro da circunferência até cada um dos vértices. Auxilie os alunos nos cálculos da área do triângulo, fazendo com que percebam que o triângulo é equilátero (isso porque todos os ângulos medem 60º), partindo esse triângulo ao meio teremos sua altura, que pode ser calculada pelo Teorema de Pitágoras e finalmente, utilize a fórmula da área do triângulo. Faça-os perceber que são seis triângulos iguais, portanto basta multiplicar a área do triângulo calculado por seis e será obtida a área do hexágono.

6 Jogo da memória

SEN 30º	**TG 30º**	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
SEN 45º	**TG 45º**	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
SEN 60º	**TG 60º**	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
COS 30º	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
COS 45º	$\frac{1}{2}$	1
COS60º	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$

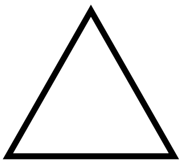
Pretende-se cercar um terreno retangular de lados 20m e 25m, respectivamente. Sabendo-se que um dos lados faz fundos com um riacho e neste não haverá cerca, pergunta-se: quantos metros lineares de cerca serão necessários? Sabendo-se que o metro linear de cerca custa R$30,00, quanto será gasto para isso?	Calcular o perímetro do retângulo e operação de multiplicação
Uma sala tem o formato de um paralelogramo com base 20m e lado 10m, quantos metros quadrados de piso, no mínimo, será necessário comprar para pavimentar a sala? O piso custa R$ 20,00 o metro quadrado, Quanto dinheiro será gasto?	Calcular a altura do paralelogramo, calcular a área da sala e depois multiplicar pelo preço do piso.
Um menino quer fazer uma pipa na forma de um losango, com lados medindo 20 cm e ângulo menor de 60º. Quanto papel ele vai gastar?	Calcular as diagonais internas usando trigonometria e calcular a área do losango.

Na figura abaixo, sabe-se que a área do retângulo é 25m². Sabendo que para cobrir toda a superfície do retângulo com grama gastou-se R$100,00. Qual será o gasto para cobrir, com grama, o triângulo?



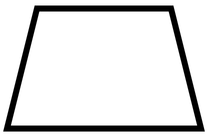
Encontrar a altura do retângulo, calcular a área do triângulo, calcular o valor do m² e multiplicar pela área do triângulo descoberta.

$$A = base\ x\ altura$$

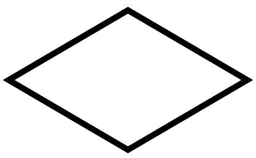


$$A = \frac{base\ x\ altura}{2}$$

$$A = base \; x \; altura$$



$$A = \frac{(base + Base) x \; altura}{2}$$



$$A = \frac{Diagonal \; x \; diagonal}{2}$$

Para o professor: Organize os alunos em grupos de 4 pessoas, ou quantas achar conveniente. O jogo da memória é muito conhecido, mas se houver algum aluno que não conheça explique como jogar. Como o jogo será em equipe, a primeira equipe deverá escolher um jogador que virará duas cartas, se estas formarem um par a mesma equipe joga novamente; caso contrário, a outra equipe deve escolher um jogador que virará duas cartas também, se estas formarem um par a equipe joga novamente, caso contrário, volta para a primeira equipe e o jogador que não jogou ainda terá sua vez. Vence a equipe que conseguir mais pares de cartas.

Anexo B

1 Questionário sobre a percepção das atividades em grupo

Nome:____nº:____ 1º série ___

1- Você gostou das atividades em grupo?

( ) sim, de todas ( ) da maioria ( ) de poucas ( ) Não, nenhuma

2- Numa escala de 1 a 6, em que 1 foi a que você mais gostou e 6 a que você menos gostou, enumere as atividades:

( ) Justificativa da tabelas de senos, cossenos e tangentes de 30°, 45° e 60°;
( ) inclinação do Morro de Monte Serrat;
( ) rampas, inclinação e ângulo de inclinação;
( ) polígonos e ângulos central e interno;
( ) cálculo da área do hexágono;
( ) jogos da memória com senos cossenos e tangentes.

3- No que você acha que essas atividades ajudaram a sua aprendizagem?

____
____
____
____
____

4- Se você não gostou de algo no decorrer das atividades, me conte.

____
____
____
____
____

5- O que você gostaria que mudasse nessas atividades? Tem alguma sugestão do que posso melhorar?

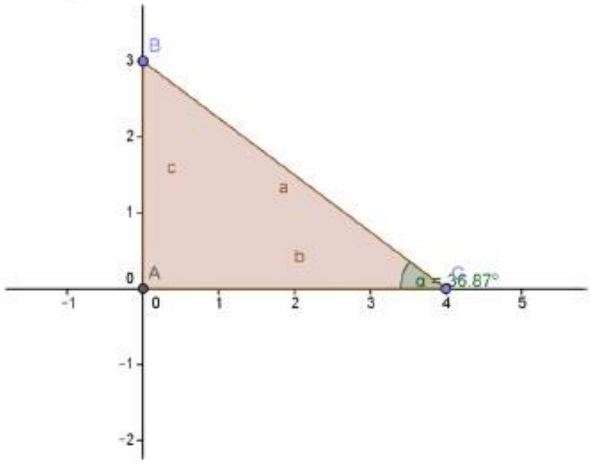
____
____
____
____

Muito obrigada por sua sincera opinião, críticas construtivas ajudam a melhorar o trabalho!

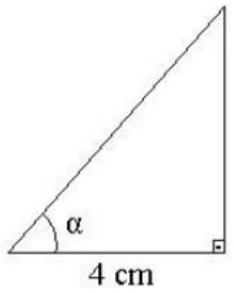
2 Avaliação da aprendizagem nas atividades em grupo

Nome: ____nº:____1º série ____

1- Observe a imagem e responda qual o valor de sen α



2- O triângulo retângulo, apresentado abaixo, tem área igual a $8\sqrt{3}$. Qual é a medida do ângulo α?



3- Sabendo que a área do paralelogramo é 40 cm², calcule x: