UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL PROFMAT

Rayan Arruda Santos

A heurística de George Polya e a resolução de problemas: uma aplicação em sala de aula

Sinop - MT

Junho, 2018

Rayan Arruda Santos

A HEURÍSTICA DE GEORGE POLYA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA APLICAÇÃO EM SALA DE AULA

Trabalho apresentado como requisito para a obtenção do título de mestre na Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade do Estado de Mato Grosso, Campus de Sinop.
Especialidade: Programa de Pós-graduação Profissional em Matemática.

Prof. Dr. Miguel Tadayuki Koga
Orientador

Sinop - MT

Junho, 2018

Walter Clayton de Oliveira CRB 1/2049

SANTOS, Rayan Arruda .
S237a A Heurística de George Polya e a Resolução de Problemas: Uma Aplicação em Sala de Aula / Rayan Arruda Santos – Sinop, 2018.
146 f.; 30 cm.(ilustrações) Il. color. (sim)

Trabalho de Conclusão de Curso (Dissertação/Mestrado) – Curso de Pós-graduação Stricto Sensu (Mestrado Profissional) Profmat, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Câmpus de Sinop, Universidade do Estado de Mato Grosso, 2018.
Orientador: Miguel Tadayuki Koga

1. George Polya. 2. Resolução de Problemas. 3. Enem. 4. Pcnem. I. Rayan Arruda Santos. II. A Heurística de George Polya e a Resolução de Problemas: Uma Aplicação em Sala de Aula: .
CDU 510

ESTADO DE MATO GROSSO
SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
FACET – FACULDADE DE CIÊNCAIS EXATAS E TECNOLÓGICAS.
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMATICA EM REDE NACIONAL
PROFMAT UNEMAT - SINOP

RAYAN ARRUDA SANTOS

"A heurística de George Polya e a resolução de problemas: uma aplicação em sala de aula"

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT no *Campus* Universitário de Sinop, para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em: 22/06/2018

Prof. Dr. Miguel Tadayuki Koga - UNEMAT

Prof. Dra. Elizabeth Q. de Azevedo – UFMT

Prof. Dra. Vera L.V. de Camargo - UNEMAT

Sinop – Junho - 2018

Programa de Mestrado Profissionalizante em Matemática em Rede Nacional
UNEMAT- Sinop Avenida dos Ingás, nº 3001 - Centro – CEP: 78.555-000 – Sinop–MT.Tel./Fax: (66)9601-8925 – Cx. Postal: 680 – profmat-unemat@unemat-net.br

Dedico este trabalho a minha noiva Beatriz da Silva Santos e minha mãe Jane Laudicéia de Arruda Santana, as duas mulheres mais importantes em minha vida.

AGRADECIMENTOS

Após o fim de mais um ciclo em minha vida venho fazer alguns agradecimentos, primeiramente a Deus, pois sem ele, não somos capazes de nada, e o mesmo me dando muita força, paciência e perseverança para realizar este trabalho.

A minha noiva Beatriz da Silva Santos, que esteve do meu lado sempre, me aconselhando e me apoiando, pelo seu amor e companheirismo fundamental em minha vida.

Agradeço aos meus pais Jane Laudiceia Arruda Santos e Valdemes dos Santos que me ajudaram muito durante toda minha trajetória acadêmica não deixando desistir em nenhum momento.

Aos meus irmãos Rennan Arruda Santos, Rennata Arruda Santos e Ronner Arruda Santos que mesmo longe ou perto me apoiaram todos os momentos.

Agradecer a toda a minha família, principalmente ao meu avô João André, que não está mais entre nós, e que sempre sonhou em ver seus netos crescendo profissionalmente e pessoalmente, apoiando sempre.

Aos meus amigos que nunca me abandonaram, em especial, Allexander B. C. Santos de Andrade, Antônio César, Márcio Torres, Marcelo Hoffmann, Bruno Ferreira, Diogo e todos os que integraram a minha turma do mestrado que me ajudaram e me deram muita força durante o curso.

Agradeço ao Professor Doutor Miguel Tadayuki Koga pela orientação e cooperação na realização deste trabalho e em toda minha trajetória acadêmica.

E por fim, a todos os professores do curso que fizeram parte da minha história dentro da instituição.

A verdadeira motivação vem da
realização, desenvolvimento pessoal,
satisfação no trabalho e reconhecimento.
(Fredericki Herzberg)

RESUMO

A presente dissertação aborda as contribuições do ensino da Matemática com o foco na resolução de problemas, fazendo com que o aluno desenvolva a habilidade de resolver problemas não somente matemáticos, onde a mesma é uma das habilidades descritas pelos parâmetros curriculares nacionais no ensino de Matemática. A pesquisa foi desenvolvida baseada na heurística criada por George Polya, descrita no seu livro intitulado *How to Solve It* (traduzido por A Arte de Resolver Problemas), compreendida por 4 fases (Compreensão, Elaboração do Plano, Execução do Plano e Retrospectiva) que mostram um possível caminho a ser seguindo quando se resolve um problema. Com o objetivo de possibilitar aos alunos o desenvolvimento da habilidade de resolução de problemas, a pesquisa foi aplicada em uma turma de 3º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Nossa Senhora da Glória, do Município de Sinop-MT, através de uma dinâmica em grupo com a finalidade de observar o desenvolvimento dos alunos em problemas e analisando seus desempenhos em simulados, criados através de um programa e corrigidos por um aplicativo desenvolvido pelo grupo SM, e os seus resultados no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) do ano vigente da pesquisa, após a experiencia com Resolução de Problemas.

Palavras-chaves: George Polya, resolução de problemas, ENEM, PCNEM.

ABSTRACT

The present dissertation approaches the contributions of Mathematics teaching with the focus on solving problems, making the student develop the ability to solve problems not only mathematical, where it is one of the skills described by the national curricular parameters in the teaching of Mathematics. The research was developed based on the heuristic created by George Polya, described in his book entitled How to Solve It, comprised of 4 phases (Understanding, Drawing up of the Plan, Execution of the Plan and Retrospective) that show a possible path to be followed when solving a problem. In order to enable students to develop problem-solving skills, the research was applied in a 3rd-grade high school class at the Nossa Senhora da Glória State School, in the Municipality of Sinop-MT, through a group dynamics with the purpose of observing the development of the students in problems and analyzing their performances in simulations, created through a program and corrected by an application developed by the group SM, and its results in the National High School Examination (ENEM) of the current year of the research, after the experience with Problem Solving.

Keywords: George Polya, problem solving, ENEM, PCNEM.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Programa SM Simulados 47
Figura 2 – Aplicativo Simplifica 48
Figura 3 – Habilidades de Números e Funções Reais 51
Figura 4 – Habilidade de Geometria 51
Figura 5 – Habilidade de Álgebra 52
Figura 6 – Habilidade de Matemática Discreta 52

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Divisão da Competência 1 do PCN - Adaptado 25
Tabela 2 – Divisão da Competência 2 do PCN - Adaptado 25
Tabela 3 – Divisão da Competência 3 do PCN - Adaptado 26
Tabela 4 – Eixos Cognitivos do ENEM, comum a todas as áreas - Adaptado 27
Tabela 5 – Competências da Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias - Adaptado 28
Tabela 6 – Habilidades envolvendo resolução de problemas na Matriz do ENEM 28
Tabela 7 – Relatório de Acertos - Números e Funções Reais 50
Tabela 8 – Relatório de Acertos - Geometria 50
Tabela 9 – Relatório de Acertos - Álgebra 50
Tabela 10 – Relatório de Acertos - Matemática Discreta 50

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 19

2 MATEMÁTICA NO CONTEXTO DO ENEM E PCN'S 23

2.1 MATEMÁTICA NOS PCN'S 23

2.2 MATEMÁTICA E O ENEM 26

3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS 31

3.1 O QUE É UM PROBLEMA? 32

3.2 HISTÓRICO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA 33

3.3 ABORDAGENS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS 34

3.3.1 Ensinar Sobre Resolução de Problemas 35

3.3.2 Ensinar para resolver problemas 37

3.3.3 Ensinar através da resolução de problemas 38

4 MÉTODOS E RESULTADOS 43

4.1 ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS 43

4.2 RELATO DA EXPERIÊNCIA 44

4.3 RESULTADOS OBSERVADOS 49

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 55

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 57

ANEXO A – QUESTÕES UTILIZADAS EM SALA DE AULA - NÚMEROS E FUNÇÕES REAIS 59

ANEXO B – QUESTÕES UTILIZADAS EM SALA DE AULA - GEOMETRIA 65

ANEXO C – QUESTÕES UTILIZADAS EM SALA DE AULA - ÁLGEBRA 71

ANEXO D – QUESTÕES UTILIZADAS EM SALA DE AULA - MATEMÁTICA DISCRETA 79

ANEXO E – SIMULADOS APLICADOS - NÚMEROS E FUNÇÕES REAIS 87

ANEXO F – SIMULADOS APLICADOS - GEOMETRIA 103

ANEXO G – SIMULADOS APLICADOS - ÁLGEBRA 119

ANEXO H – SIMULADOS APLICADOS - MATEMÁTICA DISCRETA 131

ANEXO I – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS 145

I.1 QUESTIONÁRIO AVALIATIVO – MÉTODO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 145

1 INTRODUÇÃO

O cenário educacional contemporâneo apresenta-se de modo dinâmico, ao passo que o modelo de ensino tradicional tem perdido espaço frente aos novos desafios que despontam na sociedade contemporânea em todos os seus setores. Nesse sentido, o perfil do estudante jovem no mundo moderno tem se modificado a tal ponto, que o ensino realizado de modo compartimentalizado não se apresenta como uma forma contextualizada e que motive e desenvolva nos alunos as competências e habilidades das quais necessitam ter domínio para que possa exercer diferentes funções sociais, que por sua vez exigem uma estrutura cognitiva interdisciplinar. Segundo (PERRENOUD, 1999, p. 30): *"Competência é a faculdade de mobilizar um conjunto de recursos cognitivos (saberes, capacidades, informações etc.), para solucionar com pertinência e eficácia uma série de situações".*

Posto isso, no que tange ao Ensino Médio, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacionais (LDB/96) descreve em uma de suas finalidades que, *"a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores", p. 12*, o que demonstra que o processo de ensino-aprendizagem está muito além do trabalho com disciplinas isoladamente, requer o compromisso educacional da escola como instituição no sentido que impulsione os estudantes ao aprimoramento do conhecimento construído ao longo da vivência escolar com intuito de adaptar-se ao meio social no qual está inserido.

No que concerne ao ensino de Matemática no Ensino Médio, é veemente a necessidade sob a ótica de uma educação inovadora, a ruptura com o tradicionalismo arraigado ao longo dos anos, de se ensinar conteúdos separadamente sem interrelacioná-los com a vivência do aluno, isto é, não é possível que o ensino matemático seja realizado de forma descontextualizada, repetitiva e fragmentada. Assim, faz-se necessário pensar em um processo de ensino-aprendizagem que se realize de forma reflexiva e que pondere as condições socioculturais e econômicas na qual os alunos estão inseridos, de maneira que corrobore para a ampliação da sua visão de mundo dentro de um processo irreversível de globalização com intuito de formar cidadãos capazes de formular e solucionar situações-problema que fazem parte do seu cotidiano ao término da sua formação escolar básica. Conforme as Orientações Curriculares é indicado que:

> Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do quotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. (BRASIL, 2006, p. 69)

Diante deste panorama educacional desafiador, surgem questionamentos e até mesmo aversão por parte de alguns professores em adequarem-se à atual realidade em que estão inseridos na educação contemporânea, haja vista, tais profissionais pautam-se em uma premissa conteudista, isto é, a relação de ensino-aprendizagem baseia-se em um elencar de assuntos a serem tratados em consonância com a fase escolar em que o estudante está matriculado, contudo não são significativos ou suficientes para serem associados com a sua realidade fora da sala de aula.

Sob este ínterim, com o intuito de nortear os trabalhos a serem desenvolvidos no ambiente escolar o Ministério da Educação, além da LDB, criou também outros documentos durante os últimos 30 anos. Exemplos disso são os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), que tem como objetivo apresentar as competências e habilidades aos alunos a serem trabalhadas em sala de aula pelos professores, em cada uma das disciplinas, de modo que oportunize a abertura para a implementação de diretrizes curriculares.

Junto desses documentos norteadores, ocorre a criação de mecanismos de avaliação do ensino publico e privado tais como o Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB, a Prova Brasil e o Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (ENADE) em nível superior. Destaca-se neste ínterim, O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) que com os anos também se tornou a principal avaliação desta etapa de formação do aluno, haja vista que, com a expressiva participação dos estudantes no decorrer dos anos desde a sua implantação fez com que este instrumento ganhasse importância e atualmente, além de avaliar o ensino, também serve como critério de acesso para os Institutos de Ensino Superior (IES). Assim, todos esses mecanismos de avaliação são baseadas em habilidades e competências apresentadas nos PCN's, como o próprio ENEM possui sua matriz de referência que descreve as competências e habilidades em que os estudantes serão avaliados em cada área e disciplina.

Sob esta vertente Onuchic e Allevato (2004) trazem alguns questionamentos que fazem parte da vida do professor de Matemática e que nem todos são capazes de respondê-los como, por exemplo: Por que Educar? Por que Matemática? O que é Matemática e onde e como a Matemática é usada?; na formação dicente temos que, um dos principais objetivos do PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional é proporcionar aos professores uma formação suficiente para que seja capaz de responder essas e outras questões que possam surgir em sala de aula.

Ao considerar a necessidade de que o ensino propriciado aos alunos não construam conhecimentos compartimentalizados, Echevería e Pozo (1998) enfatizam a importância da construção do conhecimento interdisciplinar, ao passo que tornem-se efetivamente detentores dos saberes no que diz respeito à aplicação dos conhecimentos adquiridos no ambiente escolar a fim de desempenharem criticamente seus papéis sociais.

> Na perspectiva de uma sociedade muito flexível nas demandas trabalhistas e culturais de seus cidadãos e, ao mesmo tempo, muito competitiva, não basta proporcionar conhecimentos "empacotados", fechados em si mesmos. Ao contrário, é preciso tornar os alunos pessoas capazes de enfrentar situações e contextos variáveis, que exijam deles a aprendizagem de novos conhecimentos

> e habilidades. Por isso, os alunos que hoje aprenderem a aprender estarão, previsivelmente, em melhores condições de adaptar-se às mudanças culturais, tecnológicas e profissionais que nos aguardam na virada do milênio. (ECHEVERíA; POZO, 1998, p.9)

Neste contexto, uma das formas de proporcionar ao estudante condições de ajustar-se as mudanças da sociedade é a resolução de problemas, em que o mesmo enfrenta situações abertas que exigem esforços para que com seus conhecimentos formulem suas próprias respostas. Assim a finalidade real da aprendizagem com a resolução de problemas é criar ao aluno o hábito de propor-se problemas e de resolvê-los como forma de aprender. (ECHEVERíA; POZO, 1998)

Dessa forma, o estudo sobre a resolução de problemas no ensino de matemática tem ganhado força no ambiente da Educação Matemática posto que em todas as suas perspectivas busca-se desenvolver no estudante a habilidade de resolver todos os tipos de problemas.

A Resolução de Problema ocorre desde meados do século XX, com George Polya, e com o tempo passou a ser estudada, em algumas vertentes diferentes (ensinar para resolver problemas, ensinar sobre resolução de problemas e ensinar através da resolução de problemas), com objetivos variados dado que, quando se fala em resolução de problemas no ensino matemático, não existe um consenso sobre como abordá-la em sala de aula. Com isso, vislumbra-se a formação dos alunos fundamentada nas habilidades e competências dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) de maneira que seja possível atingir os objetivos da Matriz de Referência do ENEM. Desta forma, a pesquisa buscou-se desenvolver atividades que possibilite aos alunos a serem capazes de resolver problemas, onde ao deparar-se com alguma situação ele possa ter um raciocínio organizado para realizar procedimentos para chegar em uma possível solução.

Nessa perspectiva, com a finalidade de compreender as possibilidades de construção do conhecimento matemático por parte dos alunos, estruturou-se procedimentos metodológicos como observação do contexto escolar, análise de resultados do ENEM e aplicação de simulados, com o intuito de reunir o *"corpus"* da pesquisa para avaliar os processos envolvidos no desenvolvimento de competências e habilidades apresentadas nos documentos oficiais. Ressalta-se que a análise dos dados estabeleceram conhecimentos científicos que orientarão a prática pedagógica e o processo de ensino e aprendizagem.

Observando esse panorama educacional que mostra uma dificuldade dos estudantes em relação a habilidade de resolver problemas e analisando o objetivo do PROFMAT, buscou-se desenvolver um projeto com a finalidade de criar e/ou aperfeiçoar essa habilidade em um determinado grupo de alunos, baseado nos passos criados por George Polya em seu livro *"How to Solve It"*, traduzido para *"A Arte de Resolver Problemas"*, averiguando também se esse método proporcionou aos estudantes do desenvolvimento da habilidade de resolver problemas.

Nesse sentido, o trabalho está organizado em três capítulos, o primeiro, destinado a descrever sobre como os documentos oficiais do governo, PCN's e Orientações Curriculares

Nacionais (OCN’s), tratam a Matemática, bem como quais são as competências e habilidades que cercam o ensino de matemática na Educação Básica, com ênfase no Ensino Médio. Analisa-se também, a matriz de referência do ENEM, com intuito de compreender quais habilidades são cobradas em relação à Matemática, com foco em quais dão enfase para resolução de problemas.

O capítulo dois traz uma abordagem histórica sobre a resolução de problemas e mostra os caminhos percorridos até os dias de hoje em relação as pesquisas desenvolvidas. Apresenta também, as possíveis abordagens de aplicação da resolução de problemas em sala de aula, utilizá-la como uma metodologia de ensino, pensada como um meio de ensinar-aprender-avaliar Matemática, como um objetivo, uma meta onde o aluno aprende o conhecimento científico e ao final busca-se aplicá-la em problemas que envolvam um assunto previamente discutido, e como uma disciplina, desenvolvida com o objetivo de ensinar o aluno sobre a resolução de problemas, sobre os possíveis caminhos a seguir para chegar em uma possível solução.

O terceiro capítulo é destinado à discussão metodológica empregada para a realização da pesquisa, descrição de quais métodos foram usados para orientar os passos a serem seguidos, relatando a experiencia realizada durante a aplicação da heurística de George Polya com o objetivo de desenvolver no aluno participante a habilidade de resolver problemas e quais foram os resultados obtidos. Por fim, algumas considerações finais do que foi observado e encontrado junto a pesquisa.

2 MATEMÁTICA NO CONTEXTO DO ENEM E PCN'S

Embasados nos documentos desenvolvidos pelo National Council of Teachers of Mathematics – NCTM (Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos) e com vistas a atender a Lei de Diretrizes e Bases - nº 9394/96 (LDB/96), o Ministério da Educação (MEC), desenvolveu documentos no sentido de nortear a educação nacional, como os PCN (Ensino Fundamental e Ensino Médio) e as Diretrizes Curriculares Nacionais (Ensino Fundamental e Ensino Médio), de forma que as disciplinas estejam distribuídas em áreas de conhecimento (Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias; Ciências Humanas e suas Tecnologias) com a devida descrição no que tange às competências e habilidades básicas a serem desenvolvidas pelos alunos durante o período escolar.

> Os PCN, instrumentos de qualidade elaborados pelo Governo Federal a partir da década de 1990, estabelecem referenciais fundamentais para guiar a educação básica formal e a própria relação escola-sociedade no cotidiano. Esses instrumentos são divididos em disciplinas e abrangem práticas de organização do conteúdo, formas de abordagem e orientações de conduta a ser adotada pelos educadores em situações diversas.(RABELO, 2013, p. 2)

Essas habilidades e competências devem conduzir as atividades a serem planejadas pelos professores, de modo que os estudantes construam os valores necessários para o convívio com a sociedade além de um grande conhecimento cientifico. Tais documentos também devem basear a organização escolar como a estruturação do seu Projeto Político Pedagógico, nesse sentido, tornaram-se base para todas as atividades desenvolvidas no âmbito educacional, como exemplo o ENEM, onde sua matriz de referência descreve as habilidades e competências que serão avaliadas nos alunos que irão realizar as provas.

Dessa forma, a resolução de problemas está na construção de parte significativa das habilidades e competências idealizadas para uma educação voltada ao desenvolvimento pratico dos conteúdos que compõem a educação brasileira, como apresentada no PCNEM, que explicita três conjuntos de competências a serem desenvolvidas tais como comunicar e representar; investigar e compreender; contextualizar social ou historicamente os conhecimentos, semelhante ao que se traz no ENEM, separada em cinco conjuntos: dominar diferentes linguagens; compreender processos; diagnosticar e enfrentar problemas reais; construir argumentações; e elaborar proposições solidárias. BRASIL (2009)

2.1 Matemática nos PCN's

De acordo com o PCNEM, os objetivos do Ensino Médio devem manter o foco, em cada área de conhecimento, no desdobramento de conhecimentos práticos e contextualizados da vida contemporânea, de forma a enfatizar a capacidade de inovar, de aprender continuamente além do treinamento científico. Nesse sentido, pensa-se a Matemática que vai além da descrição da realidade e da construção de modelos, busca-se desenvolver os seus processos de construção e validação de conceitos e argumentações e os procedimentos de generalizar, relacionar e concluir que lhe são característicos. Além disso, que permite estabelecer relações e interpretar fenômenos e informações, pois qualquer que seja a atividade a Matemática estará presente impreterivelmente para *codificar, ordenar, quantificar e interpretar compassos, taxas, dosagens, coordenadas, tensões, frequências e quantas outras variáveis houver.* (PCN, 2000, p. 9)

Ao se tratar da Matemática do Ensino Médio, é compreendida como parte essencial para o ser humano construir uma visão do mundo, ao passo que consiga desenvolver as habilidade necessárias para a vida, aprofundar o seu conhecimento próprio e suas relações com as outras áreas. A Matemática em seu papel formador, pode auxiliar no desenvolvimento do pensamento, do raciocínio lógico e dedutivo uma vez que forma no estudante a capacidade de resolver problemas bem como proporciona a criação do hábito de investigação e análise para o enfrentamento de situações futuras.

Nesta etapa, deve-se entender que a Matemática não só possui o papel formativo e instrucional, mas também se comporta como uma ciência que possui suas regras e características estruturais especificas. Sob esta ótica, é necessário que o aluno compreenda a Matemática como uma língua, que possui códigos, regras, definições, teoremas que possibilitam modelar a realidade e interpretá-la. Com isso, *os números e a álgebra como sistemas de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos são subáreas da Matemática especialmente ligadas às aplicações.* (PCN, 2000, p. 40)

Ao considerar a evolução da tecnologia e as inúmeras aplicações matemáticas existentes na atualidade, o PCN traz uma lista de objetivos do ensino de Matemática de modo que o aluno alcance: compreender os conceitos que possibilitem a continuação dos estudos e uma formação científica geral; aplicar os conhecimentos adquiridos em ciências, tecnologia e no cotidiano; analisar informações de variadas fontes, com o intuito de formar opinião própria para análise de problemas das várias áreas de conhecimentos e da atualidades; capacidade de raciocínio e resolução de problemas, comunicação e espirito criativo e crítico; utilizar procedimentos de resolução de problemas para compreensão de conceitos matemáticos; expressão de diversas maneiras em situações matemáticas bem como a valorização da linguagem e demonstrações matemáticas; estabelecer conexões com temas matemáticos e outras áreas; reconhecimento de representações equivalentes do mesmo conceito; promoção da realização pessoal em relação as suas capacidades matemáticas, de autonomia e cooperação.

Com o intuito de compreender como atingir cada objetivo planejado para o aluno, o PCNEM traz uma tabela detalhada com as respectivas habilidades que compreendem os conjuntos de competências, explanando o que se espera do estudante, para que o professor possa desenvolver um melhor planejamento de suas aulas, de forma que possibilite a organização de ideias e argumentos, o que resulta em uma preparação para melhor inserção do aluno no mundo do conhecimento e do trabalho.

Essas competências são elaboradas com o objetivo de nortear os conhecimentos a serem trabalhados com os alunos, assim os conteúdos a serem selecionados para serem estudados dentro da sala de aula devem estar em sintonia com as habilidades pensadas no PCNEM. As Tabelas 1, 2 e 3 descrevem as habilidades pensadas para a Matemática em cada competência.

Tabela 1 – Divisão da Competência 1 do PCN - Adaptado

Competência do Ensino Médio - PCN
Representação e Comunicação
Área
Desenvolver a capacidade de comunicação.
Matemática
• Ler e interpretar textos de Matemática. • Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc). • Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa. • Exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta. • Produzir textos matemáticos adequados. • Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação. • Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho.

Fonte: PCN + Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Tabela 2 – Divisão da Competência 2 do PCN - Adaptado

Competência do Ensino Médio - PCN
Investigação e Compreensão
Área
Desenvolver a capacidade de questionar processos naturais e tecnológicos, identificando regularidades, apresentando interpretações e prevendo evoluções. Desenvolver o raciocínio e a capacidade de aprender.
Matemática
• Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc). • Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema. • Formular hipóteses e prever resultados. • Selecionar estratégias de resolução de problemas. • Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.

• Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos.
• Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
• Discutir idéias e produzir argumentos convincentes.

Fonte: PCN + Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Tabela 3 – Divisão da Competência 3 do PCN - Adaptado

Competência do Ensino Médio - PCN
Contextualização sócio-cultural
Área
Compreender e utilizar a ciência, como elemento de interpretação e intervenção, e a tecnologia como conhecimento sistemático de sentido prático.
Matemática
• Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real. • Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento. • Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade. • Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.

Fonte: PCN + Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Essas habilidades e competências buscam alcançar o que a LDB/96 tem como finalidade para o Ensino Médio, a preparação para a continuação dos estudos, para o mercado de trabalho e para o exercício da cidadania, pautadas nas orientações das Diretrizes Curriculares Nacionais de oferecer uma formação humana integral, não limitada apenas para a preparação para os vestibulares e o ENEM.

2.2 Matemática e o ENEM

O ENEM foi estabelecido através da Portaria do MEC de nº 438, de 28 de Maio de 1998 como sistema de avaliação de desempenho dos alunos do Ensino Médio público/privado com os objetivos de: atribuir parâmetro para os alunos concluintes da educação básica; criar uma referência para os estudantes egressos; fornecer subsídios para o ingresso no Ensino Superior; e tornar-se uma modalidade de acesso ao Ensino Profissionalizante Pós-Médio. (BRASIL, 1998)

Inicialmente o ENEM era composto por sessenta e três questões de múltiplas escolhas, de carácter interdisciplinar, que traziam situações do cotidiano a fim de identificar e resolver problemas além de uma redação, de maneira à compôr parte do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) (BRASIL, 2015). Como as questões tinham perfil interdisciplinar, não existia uma separação por disciplina na avaliação, todas eram baseadas nas competências e habilidades descritas na portaria de criação do exame (cinco competências, questões e redação, e vinte e uma habilidades), em que a matemática era avaliada através das análises de gráficos; distribuições estatísticas; utilização, cálculo e interpretação de medidas geométricas; e procedimentos de contagens e probabilidades) (BRASIL, 1998).

Quando o ENEM foi instituído, a participação dos alunos egressos do Ensino Médio não era obrigatória, dessa forma, não existia uma atuação maciça da população, mas com o decorrer dos anos e a partir de 2004 com a concessão de bolsas, com a implantação do Programa Universidade a para todos (ProUni), o exame passou a ter visibilidade e no ano de 2009 se tornou mecanismo de seleção para o ingresso na Educação Superior pública. Assim, foram realizadas algumas mudanças na sua estrutura, em busca de uma democratização das oportunidades de acessos a essas vagas, como por exemplo, separação das questões em quatro áreas distintas (Linguagens, códigos e suas tecnologias; Ciências humanas e suas tecnologias; Matemática e suas tecnologias; e Ciências da natureza e suas tecnologias), cada área com quarenta e cinco questões objetivas que totalizam cento e oitenta questões mais uma redação. Além das vagas para o Ensino Superior, até o ano de 2016 era fornecido certificado de conclusão do Ensino Médio para os participantes não concluintes na idade correta (BRASIL, 2014).

Ao vislumbrar essa evolução do ENEM, o MEC e o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), construiu uma matriz de referência para estruturar o exame e indicar as competências e habilidades básicas a serem avaliadas no participante, compreendida por cinco eixos cognitivos, e competências e habilidades para cada área determinada, baseadas no que descreve a LDB/96, os PCN's, as Diretrizes e Orientações Curriculares, conforme mostra a Tabela 4. (BRASIL, 2009)

Tabela 4 – Eixos Cognitivos do ENEM, comum a todas as áreas - Adaptado

I. Dominar Linguagens (DL)	Dominar a norma culta da Língua Portuguesa e fazer uso das linguagens matemática, artística e científica e das línguas espanhola e inglesa.
II. Compreender fenômenos (CF)	Construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais,de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.
III. Enfrentar situações-problema (SP)	Selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.
IV. Construir argumentação (CA)	Relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente.

V. Elaborar propostas (EP)	Recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos e considerando a diversidade sociocultural.

Fonte: Matriz de referência para o ENEM 2009

Nesta conjectura, ao buscar atingir os eixos cognitivos, a área da Matemáticas e suas tecnologias está divida em sete competências, conforme a Tabela 5, onde cada uma delas é subdividida em habilidades a serem avaliadas nas questões aplicadas nos exames, sempre com o objetivo de estar em consonância com as habilidades e competências elaboradas nos PCN's pois, o mesmo se tornaria uma maneira de avaliação da qualidade do ensino público e do ensino particular e também como uma forma de obtenção do certificado do Ensino Médio para aqueles estudantes fora da sua faixa etária escolar.

Tabela 5 – Competências da Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias - Adaptado

Competência de área 1	Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.
Competência de área 2	Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.
Competência de área 3	Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.
Competência de área 4	Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.
Competência de área 5	Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.
Competência de área 6	Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.
Competência de área 7	Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

Fonte: Matriz de referência para o ENEM 2009

Em cada competência criada, busca-se alcançar pelo menos uma habilidade voltada para a resolução de problemas, como descreve a Tabela 6, pois, todas as questões aplicadas nos exames inicia-se com um texto motivador ou com uma descrição de situação-problema no intuito de aplicar dos conhecimentos matemáticos no cotidiano.

Tabela 6 – Habilidades envolvendo resolução de problemas na Matriz do ENEM

Competência de área 1	H3 - Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos. H5 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.
Competência de área 2	H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma. H9 - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.
Competência de área 3	H11 - Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano. H12 - Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas. H14 - Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.
Competência de área 4	H16 - Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais. H18 - Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.
Competência de área 5	H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos. H23 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.
Competência de área 6	H25 - Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.
Competência de área 7	H28 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade. H30 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.

Fonte: Matriz de referência para o ENEM 2009

Todas as competências descritas na matriz de referência do ENEM são bases para os conteúdos normalmente incorporados no Ensino Básico, que estão organizadas por temas matemáticos denominados: números, geometria, álgebra, grandezas e medidas, modelagem, tratamento da informação e conhecimentos de estatística e probabilidade (BRASIL, 2015).

3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Ao longo do século XXI, pode-se perceber as mudanças que ocorreram e continuam a acontecer em nossa sociedade, principalmente no que diz respeito às questões educacionais, exemplos disso são a reforma do Ensino Médio e a criação de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O desenvolvimento desse documento tem como objetivo o alinhamento e a criação de um alicerce no sistema educacional brasileiro, onde todas as escolas (publicas e privadas) devem possuir uma base curricular semelhante (sessenta por cento - 60%), que devem respeitar a peculiaridade de cada região, assim como buscar alinhar-se com os melhores e mais qualificados sistemas educacionais do mundo.

> ... a BNCC foi preparada por especialistas de cada área do conhecimento, com a valiosa participação crítica e propositiva de profissionais de ensino e da sociedade civil.(...) A BNCC é um documento plural, contemporâneo, e estabelece com clareza o conjunto de aprendizagens essenciais e indispensáveis a que todos os estudantes, crianças, jovens e adultos, têm direito. Com ela, redes de ensino e instituições escolares públicas e particulares passam a ter uma referência nacional obrigatória para a elaboração ou adequação de seus currículos e propostas pedagógicas. Essa referência é o ponto ao qual se quer chegar em cada etapa da Educação Básica, enquanto os currículos traçam o caminho até lá. (BNCC, 2017, p.5)

Desta forma, vários eventos na área educacional estão sendo realizados pelo país, como os simpósios de formação de professores, com o intuito de discutir os novos caminhos a serem percorridos na educação e no ensino em cada área. No ensino de matemática, a Resolução de Problemas é um ponto de destaque em eventos sobre a educação matemática pois, busca-se ensinar uma matemática que o estudante possa visualizar suas aplicações, desenvolver sua criatividade e raciocínio lógico, ter autonomia e proporcionar competências e habilidades na construção e na solução de problemas não somente matemáticos.

Cabe salientar nesta perspectiva que a construção do conhecimento científico desde a antiguidade foi baseada nas experiencias vividas pelos seres humanos, como mostra os vários registros egípcios, gregos, romanos, chineses, encontrados sempre fazendo uso da matemática para resolver problemas na agricultura, arquitetura, comercio e outro setores. Um dos mais relevantes registros sobre matemática é o Papiro de Rhind ou Ahmes[1] formado por uma coleção de oitenta e quatro problemas de geometria e aritmética vividos naquela época, construído no Egito.

Dessse modo, quando o objetivo da educação matemática em sala de aula é desenvolver no aluno a habilidade de resolução de problemas, espera-se também que o aluno tenha interesse em usar a matemática em diversos ambientes e enfrente o medo de usá-la em situações-problemas que serão enfrentadas durante a sua vida. Assim, o desafio de trabalhar com esse

[1] O papiro foi copiado pelo escriba Ahmes de um texto matemático mais antigo, e adquirido pelo egiptólogo escocês Alexander Rhind em 1858 e datado de cerca de 1650 a. C. MOL, R. S. Introdução à história da matemática. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013

foco não é só do professor e sim também do aluno pois, ambos devem ser sujeitos atuantes no processo, onde o educador deixa de ser o transmissor do conhecimento e passa a ser mediador no que tange à sua construção.

3.1 O que é um problema?

Para que seja possível entender e definir com clareza a Resolução de Problemas, é essencial a compreensão sobre o que é um problema e um problema matemático, o que os pesquisadores sobre educação matemática pensam, pois a partir deste ponto, ocorre a construção do conceito matemático base para que entenda-se a metodologia.

Ao analisar a definição de George Polya sobre o que é resolver problemas, entende-se que o mesmo possa definir problema como algo que foi imaginado ou desejado atingir mas não se possui o caminho direto para chegar ao fim. Sob a visão de outros autores o problema matemático apresenta diferentes significações.

> Um problema matemático é toda situação que requer a descoberta de informações matemáticas desconhecidas para quem tenta resolvê-lo, e/ou a invenção de uma demonstração de um resultado matemático dado.(DANTE, 2000, p.10)

> ... o problema é uma situação que propõe uma questão matemática cujo método de solução não é imediatamente acessível ao aluno/resolvedor ou ao grupo de alunos que tenta resolvê-la". (VILA; CALLEJO, 2006, p. 29)

> É tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer. (ONUCHIC, 1999, p. 215)

Souza (2010), traz uma relação entre problema e a metodologia de resolução de problemas defendida por Vale e Pimentel em um de seus trabalhos.

> ... Das várias definições de problema podemos retirar que um problema é uma situação para a qual não se dispõe, à partida, de um procedimento que nos permita determinar a solução, sendo a resolução de problemas o conjunto de ações tomadas para resolver essa situação. (SOUZA, 2010, p. 116-117 apud VALE; PIMENTEL, 2004, p.12)

De acordo com Echevería e Pozo (1998), define que problema é toda e qualquer situação que um individuo ou grupo não consiga obter sua solução de forma imediata e direta, onde precisa-se desenvolver estratégias, reflexões, decisões, entre outros passos, para chegar em sua solução. Não somente isso, o sujeito deve identificar-se com o problema, obter interesse em resolver tal situação. Essas características que fazem diferenciar um problema de um mero exercício de fixação, como o exemplo descrito pelos autores, a defesa siciliana, será um problema para um jogador iniciante de xadrez e um simples exercício pratico para um jogador experiente, pois o mesmo já possui as técnicas para desenvolvê-la ou enfrentá-la.

Ao ponderar essas definições, a escolha dos problemas a serem tratados em sala de aula pelos professores e alunos será mais eficaz, e o trabalho a ser desenvolvido terá um resultado mais condizentes com o esperado.

Desta forma, quando o professor constrói sua própria definição de problema e entende o que pesquisadores apontam sobre o que é um problema, o mesmo estará mais preparado para iniciar um projeto de ensino com mais qualidade, ao passo que tenha como foco a Resolução de Problemas.

3.2 Histórico da Resolução de Problemas no Ensino de Matemática

A transmissão de conhecimentos matemáticos sempre foi feita através da utilização dos recursos de memorização e repetição, o que faz com que os alunos desenvolvessem a capacidade de reprodução do que era lhe ministrado. Com o tempo, o referido método de ensino obteve sucesso pois, os alunos não conseguiam construir seu aprendizado de modo significativo por não compreender o fazer matemático, dessa forma, surgiram novas maneiras de ensinamento, uma delas foi a por compreensão, onde os alunos deveriam saber sobre o que estavam estudando, porem, não alcançou a aprendizagem da maioria dos estudantes.

Assim, várias tentativas de transformar o ensino de matemática mais eficaz foram desenvolvidas, desde as primeiras discussões sobre resolução de problemas em meados do século XX. Nas décadas de 60 e 70 do mesmo século, o ensino de Matemática no Brasil, influenciado pelos norte-americanos, devido ao movimento militar que se estabelecia no território brasileiro, onde um dos objetivos era o desenvolvimento de profissionais técnicos, foi incluído o Movimento da Matemática Moderna (MMM) na educação, com enfoque na matemática mais abstrata, fundamentada na teoria dos conjuntos e da álgebra, movimento esse que não teve a participação dos professores em sua criação, como consequência, não obteve muito sucesso conforme as outras reformas.

Simultaneamente e a partir do MMM, Huanca (2006), relata o início das discussões do uso da resolução de problemas no ensino da matemática no Brasil.

> Concomitantemente a isso, no início da década de 70, tiveram início investigações sistemáticas sobre resolução de problemas e suas implicações curriculares. A importância dada à resolução de problemas é, portanto, recente e somente nessas décadas é que os educadores matemáticos passaram a aceitar a idéia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia mais atenção. A caracterização da Educação Matemática, em termos de resolução de problemas, reflete uma tendência de reação a caracterizações passadas, que a configuravam como um conjunto de fatos, como o domínio de procedimentos algorítmicos ou como um conhecimento a ser obtido por rotina ou por exercício mental. No fim dos anos 70, a resolução de problemas emerge, ganhando espaço no mundo inteiro. (HUANCA, 2006, p. 32)

Na década de 80, nos Estados Unidos, a principal organização de professores do país, o

NCTM, desenvolveu um material de apoio para os professores e todos os grupos interessados a construir uma Educação Matemática para todos, chamado *An Agenda for Action*, onde o foco do ensino de matemática era a resolução de problemas. Vila e Callejo (2006), traz as seis ações que a NCTM recomendava as professores, pesquisadores e administradores da educação.

> 1. Deveria organizar-se o currículo de matemática em torno da resolução de problemas. 2. Deveria desenvolver-se e ampliar a definição e a linguagem da resolução de problemas em matemática a fim de incluir uma ampla categoria de estratégias, processos e modos de apresentação que abarcasse todo o potencial das aplicações matemáticas. 3. Os professores de matemática deveriam criar ambientes de sala de aula nos quais pudessem surgir a resolução de problemas. 4. Deveriam desenvolver-se materiais curriculares apropriados para ensinar a resolver problemas em todos os níveis. 5. Os programas de matemática deveriam implicar os alunos na resolução de problemas, apresentando aplicações para todos os níveis. 6. Os pesquisadores deveriam dar prioridade às investigações sobre a natureza da resolução de problemas e sobre as vias efetivas para se conseguir resolvedores de problemas. (VILA; CALLEJO, 2006, p. 17)

Onuchic e Allevato (2004) trazem que no fim da década de 80, o NCTM, continuando as pesquisas sbore Resolução de Problemas, publicou três *Standards*: *Curriculum and Evaluation Standards for School Matheematics, em 1989; Professional Standards for Theaching Mathematics, em 1991; Assessment Standards for School Mathematics*. O primeiro tinha como foco o currículo de matemática, de forma a envolver todos os agentes da educação incluindo os produtores de materiais instrucionais; o segundo desenvolve caminhos para que os professores organizassem suas atividades e buscassem a aprendizagem Matemática dos alunos descritas no primeiro standards; e a terceira publicação expõe fundamentos para que se construa avaliações no mesmo foco da educação matemática descrita anteriormente.

A partir desses estudos e discussões durantes os anos, vários pesquisadores começaram a priorizar a utilização da resolução de problemas no ensino da Matemática, assim, o seu papel na criação dos currículos escolares se tornou cada vez mais contundente. Menino (2013), acredita que *"resolver problemas não é somente um objetivo da aprendizagem matemática mas, também, um meio importante de se fazer matemática", p. 91.* Assim, o professor deve estar preparado para utilizá-la, e desse modo pensar nos passos que deve seguir dentro da sala de aula, a formulação ou busca dos problemas que irá utilizar bem como quais serão os geradores da aprendizagem matemática.

3.3 Abordagens da Resolução de Problemas

Durante todos os anos de estudo sobre a resolução de problemas ser o foco do ensino de Matemática, até os dias de hoje, não se há um consenso de como ela deve ser utilizada em sala de aula. Barreiras foram feitas em relação ao uso da Resolução de Problemas, em buscar desenvolver no aluno a capacidade de resolver problemas, visto que os professores não tinham de forma esclarecida o modo que deveria ser aplicada nas escolas.

Ao ganhar importância na esfera da educação, ná década de 80, as pesquisas sobre resolução foram ganhando relevância e se desenvolvendo cada vez mais, surgindo diferentes abordagens de aplicação da resolução de problemas dentro da sala de aula. Huanca (2006), descreve em seu trabalho as ideias desenvolvidas por Shroeder & Lester em 1989, apresentadas no *Year Book (livro do ano)* publicada pelo NCTM, em relação os possíveis caminhos de trabalhar a resolução de problemas.

> ... apresentam três caminhos diferentes de abordar Resolução de Problemas, que ajudam a refletir sobre essas diferenças: (1) ensinar sobre Resolução de Problemas matemáticos; (2) ensinar para resolver problemas de Matemática; e (3) ensinar Matemática através da resolução de problemas. Eles ressaltam que, embora na teoria esses três caminhos de trabalhar Resolução de Problemas possam ser separados, na prática eles se superpõem e podem acontecer em várias combinações e seqüências. (HUANCA, 2006, p. 33)

Devido à vasta literatura sobre educação matemática com ênfase em resolução de problemas, é possível encontrar outros autores que a defendem com outras nomenclaturas, mas o objetivo e as definições são semelhantes, dessa forma, iremos utilizar a divisão defendida por Shroeder & Lester. Assim, serão apresentadas as definições trazidas em cada abordagem citada.

3.3.1 Ensinar Sobre Resolução de Problemas

Ao tratar-se da abordagem, Ensinar sobre Resolução de Problemas, defina-se como uma disciplina a ser estudada ou um conteúdo a ser abordado no ensino de Matemática. Pesquisadores e educadores defendem que antes de que se possa trabalhar com a utilização da resolução de problemas com o aluno, o mesmo deve estar ciente do que se trata a resolução de problemas pois, de nada adianta a resolução ser o foco do ensino da matemática se o estudantes não tem uma noção de como se resolve um problema.

Mesmo antes da resolução de problemas ser o foco do ensino de matemática, existiram algumas contribuições no processo de se resolver um problema, como a heurística apresentada pelo filósofo e matemático René Descartes (1596-1650). Devido a época vivida por Descartes, não foi dada muita importância a sua heurística. Cavalcanti descreve as fases desenvolvidas por Descartes em uma de suas obras.

> Em sua obra "Rules for the Direction of the Mind", deu ênfase a fases, quais sejam: reduzir todo o problema algébrico a um problema contendo apenas equação(ões); reduzir todo problema matemático a um problema algébrico; e reduzir qualquer problema a um problema matemático.(CAVALCANTI, 2010, p. 109)

As primeiras pesquisas desenvolvidas sobre como resolver um problema tiveram influência do matemático George Polya (1887-1983), doutor em matemática, professor de grandes

Universidade como, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich (ETH Zurique) e Universidade de Stanford, foi um grande matemático do século XX e um dos maiores influenciadores deste século. Algumas de suas premiações.

> Foi eleito membro honorário da Academia Húngara, Sociedade Matemática de Londres, Associação Matemática da Grã-Bretanha e Sociedade Matemática Suíça. Também foi eleito para a Academia Nacional de Ciências dos Estados Unidos, a Academia Americana de Artes e Ciências, a Academia Internacional de Filosofia das Ciências de Bruxelas e o Conselho de Matemática da Califórnia. Era membro correspondente da Academia de Ciências de Paris. (PINHEIRO, 2017, p. 20)

O interesse de Polya pela resolução de problemas vem desde a época de estudante, a partir da pesquisa em vários livros e do entendimento de todo o desenvolvimento das questões e teoremas, sempre indagava-se sobre a capacidade de inventar tal processo de resolução. Com isso e seu interesse por matemática, em 1945 nos Estados Unidos, conseguiu publicar uma das principais contribuições para a matemática, o livro *"How to Solve It"*, tornou-se um best-seller vendendo mais de um milhão de cópias, em 17 idiomas, onde no Brasil foi traduzido com o nome de *"A Arte de Resolver Problemas"*. Este livro é o grande divisor do estudo sobre resolução de problemas, no qual é mostrada a enorme importância de Polya para a matemática, em seguida, publicou outros livros sobre resolução de problemas, por exemplo, Mathematics and Plausible Reasoning (1954) e Mathematical Discovery lançado em dois volumes, em 1962 e 1965.

A heurística desenvolvida por Polya no livro A Arte de Resolver Problemas, traz inicialmente o objetivo que se deve ter ao trabalhar com resolução de problemas em sala de aula, descreve em algumas seções alguns posicionamentos do professor em relação ao aluno e alguns possíveis questionamentos a serem feitos. Após uma breve introdução sobre o assunto, Polya começa a descreve seu método de resolução de problemas, compreendido por 4 fases: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto.

A primeira fase descrita por Polya é a compreensão do problema, onde o mesmo descreve que não é viável tentar resolver um problema que não tenha sido compreendido e que não tenha interesse em resolvê-lo, dessa forma, para que possa-se desenvolver uma boa compreensão, é importante verificar se todas as principais partes do problema foram identificadas, se os dados mais importantes foram retirados, assim como se os mesmos são suficientes para conseguir resolvê-lo, essa familiarização com problema é muito importante para o seu entendimento.

A segunda fase, elaboração de um plano, é a fase onde o resolvedor tentará relacionar todas as informações coletadas durante a primeira fase e tentar buscar na sua experiência e conhecimentos já adquiridos. Alguns questionamentos a serem feitos são importantes pois, a criação do plano pode ser uma fase um tanto complexa, por exemplo se já resolveu algum problema semelhante e se a resposta for positiva, se é possível utilizar o mesmo método ao problema atual, pode-se reescrever o problema através de um desenho e/ou de uma equação.

Os passos pensados durante essa fase serão os norteadores da resolução do problema. As duas primeiras fases são consideradas por Polya um caminho que pode ser um tanto longo e tortuoso.

A terceira fase, a execução do plano, é considerada pelo autor uma tarefa fácil haja vista que, para o mesmo basta seguir com precisão os caminhos pensados e elaborados nas fases anteriores, pautados no uso dos conhecimentos matemáticos bases para sua execução. Nesta fase, o professor terá o papel de observador dos cálculos desenvolvidos pelo estudante e questionador para que o aluno não perca a tenção no processo e que o mesmo sempre verifique se o processo está sendo realizado de maneira correta.

E por último e não menos importante a quarta fase, retrospecto, nela, o aluno deverá verificar se o resultado encontrado é o que realmente responde o problema pois, é comum quando termina-se de resolver uma equação, a mesma é apenas um auxílio para se chegar na resposta final do problema. Além de verificar a resposta, esta é a fase onde o estudante abstrai todo o conteúdo desenvolvido no problema , de modo que assim consegue fixar o seu conhecimento e aprimorar a sua capacidade de resolução de problemas.

Polya traz aplicações de sua heurística em vários problemas não somente de geometria, que é o problema resolvido na descrição das fases. Dante segue a mesma linha e traz em seu livro algumas estratégias para complementar as fases desenvolvidas por Polya como: tentativa e erro organizados, procurar padrões e generalizações, resolver primeiro um problema mais simples, reduzir a unidade e fazer um caminho inverso.

3.3.2 Ensinar para resolver problemas

Nesta vertente, Ensinar para resolver problemas, o foco é desenvolver no aluno a capacidade e habilidade de usar a matemática em problemas. O professor deve focar na forma de ensinar a Matemática e o que dela pode ser aplicada. Desse modo, o professor deve expor muitos exemplos e conceitos do assunto estudado e muitas aplicações, de maneira que busque fazer com que o aluno consiga construir uma referência de possíveis aplicações do conteúdo.

> O professor inserido nessa perspectiva procura “ensinar para resolver problemas” (SCHROEDER; LESTER, 1989), ou seja, ensina um conteúdo e posteriormente a aplicação da matemática na resolução de problemas rotineiros e não rotineiros. É uma prática tradicional trabalhar nessa perspectiva, pois os conteúdos são explicados pelo professor e, posteriormente, ocorre a aplicação de exercícios e de problemas que exigem apenas o reconhecimento ou a identificação de conceitos, definições, fatos, propriedades ou habilidade para os alunos efetuarem os cálculos propostos. Na prática tradicional, o professor ensina a resolver problemas e os estudantes praticam, utilizando os conhecimentos adquiridos previamente, aplicando as regras e os algoritmos nos exercícios feitos em sala de aula e treinados em casa, usando as novas habilidades ou ideias requeridas. (OLIVEIRA; PASSOS, 2013, p. 888)

Um possível risco de adotar essa linha é conseguir que o aluno pense que ele será capaz de resolver atividades propostas apenas posteriormente a apresentação de conceitos novos ou realização de cálculos. Assim, autores dizem que essa linha trava o saber pensar do estudante, pois os impediria de criarem estratégias para a resolução dos problemas.

> Um grande perigo da adoção dessa visão é que ela pode levar a configurar a resolução de problemas como uma atividade que os alunos só podem realizar após a introdução de um novo conceito, ou após o treino de alguma habilidade de cálculo ou de algum algoritmo. (ALLEVATO, 2005, p. 53, apud SCHROEDER; LESTER, 1989; GAZIRE, 1988)

Muitas opiniões sobre o ensinar para resolver problemas se opõem, mas defende-se aqui que essa maneira pode tornar possível que o estudante se interesse mais nas aulas de Matemática e na disciplina em si, pois muitas vezes questionam sobre quando e onde irão utilizá-la no seu dia-a-dia. Dessa forma, o aluno poderá enxergar algumas aplicações da matemática escolar. Mas tem que tomar cuidado para não fazer com que pensem que toda a matemática é "utilitária", ou seja que sempre terá uma aplicação próxima.

3.3.3 Ensinar através da resolução de problemas

No fim da década de 80, quando Shroeder e Lester desenvolveram junto ao NCTM o livro *"An Agend for Action"*, iniciavam-se as discussões sobre os aspectos didático-pedagógicos da utilização da resolução de problemas em sala. Neste livro, o foco era pensar a resolução de problemas como um meio de ensinar a matemática e não utilizá-la apenas como um fim, empregando-a como uma metodologia, em busca de desenvolver no estudante os conceitos matemáticos incluídos no problema a ser trabalhado.

Os autores analisam que esta abordagem é a mais coerente com as orientações desenvolvidas pelo NCTM, pois o ensinar através da resolução de problemas objetiva que o aluno ao se depararem com o problema, utilizem os conhecimentos prévios que possuem e nesse processo de resolução, construam novos conhecimentos, de forma que abstraiam cada vez melhor a Matemática e consolidem uma maior noção da sua utilização.

Onuchic (1999) mostra que essa vertente é a mais coerente também com os objetivos escritos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), onde os alunos podem pensar matematicamente, construir ideias matemáticas e estabelecer relações entre elas, desenvolver raciocínio lógico com o intuito de estabelecer relações entre a Matemática e as outras áreas de estudo. Com essas competências e habilidades o estudante será capaz de generalizar as soluções criadas e desenvolver novos problemas a partir delas. O foco principal do ensinar através de problemas é o processo de resolução e não apenas a resposta final, é fazer com que o aluno consiga trabalhar com os conhecimentos matemáticos adquiridos.

A matemática é compreendida num processo em que o ensino, a aprendizagem e avaliação acontecem concomitantemente, no qual constrói-se a ideia em que o professor é o detentor do conhecimento e o aluno é um ser sem qualquer aprendizado adquirido. O professor abandona o papel de transmissor de conhecimento e assume a função de mediador. Onuchic (2013) esclarece que:

> As ideias socioconstrutivistas da aprendizagem partem do princípio de que a aprendizagem se realiza pela construção dos conceitos pelo próprio aluno, quando ele é colocado em situação de resolução de problemas. Essa ideia tem como premissa que a aprendizagem se realiza quando o aluno, ao confrontar suas concepções, constrói os conceitos pretendidos pelo professor. Dessa forma, caberia a este o papel de mediador, ou seja, de elemento gerador de situações que propiciem esse confronto de concepções, cabendo ao aluno o papel de construtor de seu próprio conhecimento matemático. (ONUCHIC, 2013, p. 89)

Onuchic e Allevato (2004) descreve a ideia de Van de Walle (2001) que quando se é trabalhado a matemática através da resolução de problemas o professor é responsável pela criação e manutenção do ambiente necessário para que o trabalho seja bem desenvolvido, não pode apresentar a situação-problema e esperar com que "a mágica aconteça". O professor tem um papel importante nessa abordagem, além dele ser o mediador do processo, deverá ser o motivador e orientador dos passos em sala de aula. Van de Walle ainda traz que para que isso funcione o professor deve estar atento a três partes importantes da aula: antes, durante e depois.

> Para a primeira parte, o professor deve garantir que os alunos estejam mentalmente prontos para receber a tarefa e assegurar-se de que todas as expectativas estejam claras. Na fase "durante", os alunos trabalham e o professor observa e avalia esse trabalho. Na terceira, "depois", o professor aceita a solução dos alunos sem avaliá-las e conduz a discussão enquanto os alunos justificam e avaliam seus resultados e métodos. Então, o professor formaliza os novos conceitos e novos conteúdos construídos.(ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, p. 221)

Souza (2010) apresenta um detalhamento dessas partes descritas por Van de Walle, como um encaminhamento e direcionamento para os professor planejarem suas aulas, desde o momento de planejamento realizado fora da sala de aula até o momento de formalização dos conceitos trabalhados.

No primeiro estágio, fora da sala de aula, o professor ao almejar a construção de um novo conhecimento matemático tem a incumbência de levar em consideração o saber prévio dos alunos de sua turma, promover a organização da aula da seguinte maneira: o objetivo da aula, deve ter em mente o que de novo busca-se construir em Matemática a partir de um determinado problema; o problema, selecionar de tal modo que possa mostrar o caminho ao aluno para a construção de novos conceitos e teoremas; as estratégias, encaminhamentos para o desenvolvimento da aula; a resolução do problema, o professor deverá mostrar cada detalhe da resolução do mesmo para que a abstração e a construção dos novos conceitos seja realizada; a plenária, momento de discussão com os alunos para explorar o problema; e a formalização, momento de concretização dos novos conceitos e a escrita matemática dos mesmos durante o trabalho a ser desenvolvido.

Durante o segundo estágio, dentro da sala de aula, o papel do professor é de observador e mediador do trabalho dos estudantes. No início da aula, entrega-se para cada estudante, a atividade planejada, o problema selecionado. Em busca de um trabalho significativo, separa-se os alunos em grupos para trabalharem cooperativamente, procura-se reunir estratégias que os levem para a solução do problema. Deve-se respeitar o tempo necessário para que os estudantes possam chegar a uma solução, se for necessário para a compreensão do problema, o professor pode optar por um problema secundário para que o trabalho siga adiante. Quando se esgota o tempo que o professor achou necessário para que chegassem em uma resposta, chega o momento da plenária, onde os alunos expõem suas soluções e as dúvidas daqueles que não conseguiram alcançar algum resultado final possam sanar as mesmas.

Depois no terceiro e último estágio, na sala de aula, a realização da plenária deverá atingir todos os alunos, onde o professor busca desenvolver a discussão, sem avaliar as respostas, de modo que os estudantes defendem suas respostas. As respostas escritas na lousa serão analisadas por todos, as estratégias utilizadas devem ser compreendidas, se os resultados estão corretos ou não, até se chegar a um consenso na devidão solução.

Logo após o professor finaliza a plenária, formaliza o conhecimento matemático construído durante o processo, momento este em que os alunos anotam em seus cadernos toda a teoria construída. Este momento deve ser aproveitado para que os estudantes consigam entender como um conhecimento é construído e aceito na sociedade, onde os mesmos devem saber ouvir, falar e agir num ambiente de respeito mútuo.

Com base nessas fases e nas dificuldades apresentadas por professores em aplicar a metodologia em sala de aula, foram realizado estudos e pesquisas e desenvolveram um roteiro de como o professor poderia conduzir as aulas, utilizando a metodologia de resolução de problemas. Onuchic e Allevato (2011) descreve as etapas que compõe esse roteiro que são: Preparação do problema, leitura individual e em grupo, resolução do problema, observação e incentivo, registro na lousa, plenária, com um propósito de chegar a um consenso e a formalização.

Apesar do referencial teórico propor três diferentes visões sobre trabalhar com resolução de problemas matemáticos em sala de aula, e das recomendações de utilização dentro da sala de aula, Onuchic (1999), Allevato (2005), Huanca (2006) nos mostram que não deve-se seguir exatamente uma abordagem e sim que, na prática, elas se completam e podem acontecer em diversas combinações, que podem ensinar os estudantes sobre resolução de problemas, aprender a Matemática para resolver os mais diversos problemas e aprender a Matemática através da resolução de problemas.

Baseado nesse estudo, a pesquisa foi planejada com o intuito de utilizar como metodologia principal, a Ensinar sobre Resolução de Problemas, desenvolvida por George Polya. Inicialmente foi apresentado aos alunos o roteiro planejado por Polya para a resolução de qualquer tipo de problema, para que nos momentos seguintes, pudessem aplicá-lo nas várias questões problemas que seriam trabalhadas. Assim, ao final do trabalho, observamos a criação e/ou o aperfeiçoamento da habilidade de resolução de problemas do grupo participante da pesquisa através da heurística criada por Polya.

4 MÉTODOS E RESULTADOS

Neste capítulo são descritas quais foram as bases metodológicas utilizadas para a fundamentação e a orientação da prática realizada e quais foram os resultados encontrados através do trabalho desenvolvido.

4.1 Orientações Metodológicas

Inicialmente para a realização do trabalho, foi efetuada uma pesquisa bibliográfica, um levantamento de várias obras desenvolvidas sobre resolução de problemas e orientações curriculares, com o objetivo de obter um acervo de informações sobre o tema e as fundamentações teóricas sobre a matemática na educação, almejando a construção de uma base sólida para compreender de maneira clara os caminhos a serem seguidos para a realização dos objetivos propostos para o trabalho. D'Ambrosio (2000) descreve essa relação entre a teoria e a prática: *"Sendo a pesquisa o elo entre a teoria e a prática, parte-se para a prática, e portanto se fará pesquisa, fundamentando-se em uma teoria que, naturalmente, inclui princípios metodológicos que contemplam uma prática. p. 81"*

O trabalho trata-se da utilização de uma heurística no âmbito da educação Matemática, com o objetivo de compreender a relação entre a resolução de problemas e o processo de ensino e aprendizagem do aluno pensado pelos pesquisadores e assim poder contribuir para as pesquisas em educação Matemática.

> A educação matemática, diferentemente da matemática em si mesma, não é uma ciência exata. Ela é muito mais empírica e inerentemente multidisciplinar. Seus fins não são um fechamento intelectual, mas seu desígnio é ajudar outros seres humanos, com tudo da incerteza e das muitas tentativas que vincula. É uma ciência social, com seus próprios padrões de evidência, métodos de argumentação e construção de teorias, discurso profissional etc. Com uma base de pesquisa estabelecida, da qual grande parte foi aprendida nas poucas décadas passadas, tem uma importante capacidade de desempenho educacional por que os matemáticos acadêmicos são responsáveis. (ONUCHIC, 2013, p. 92)

Tratando-se de uma pesquisa qualitativa, pois compreende os procedimentos a serem desenvolvidos de acordo com a aplicação da heurística de Polya e visa o nível alcançado na aprendizagem do aluno, foi utilizado da metodologia da pesquisa-ação conforme Thiollent (1996).

> a pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo. (THIOLLENT, 1996, p. 14)

Desta forma, as bases metodológicas visam proporcionar ao professor uma análise dos procedimentos que envolve uma das vertentes da utilização da resolução de problemas em sala de aula, intenta também desenvolver um pensamento lógico e crítico no aluno, para que sua compreensão sobre a Matemática se torne mais sólida e com uma visão melhor da sua aplicabilidade.

Como Echevería e Pozo (1998) refere-se ser difícil instruir os alunos na resolução de problemas posto que a eficiência na solução não depende das estratégias e habilidades gerais, válidas em qualquer caso, e sim dos conhecimentos específicos úteis para solucionar os problemas.

4.2 Relato da Experiência

O trabalho de intervenção foi realizado na Escola Estadual Nossa Senhora da Glória, na cidade de Sinop-MT, onde participaram da pesquisa alunos do 3º ano do Ensino Médio, com o objetivo de utilizar a heurística de Polya em questões do ENEM, e posteriormente realizar uma preparação para a realização do exame no ano de 2017, desta forma possibilitar com que os estudantes tivessem interesse em resolver os problemas propostos.

Buscou-se com a proposta desenvolver uma metodologia que oportunizasse ao estudante uma aprendizagem significativa, de modo que o mesmo pudesse consolidar conceitos já estudados e adquirir novos conhecimentos que lhe conceda a chance de obter uma nota que possibilitasse alcançar seus objetivos de ingressar em curso de nível superior, como Ausubel propõe

O estudo iniciou-se em agosto de 2017, com um total de vinte e quatro alunos, selecionados tendo como critério serem estudantes que realizariam o ENEM e por ser uma turma onde atuava como professor de Matemática. Assim, pautado na metodologia descrita por Thiollent e com o intuito de promover a utilização do ensinar sobre resolução de problemas, o primeiro encontro foi destinado para apresentação da heurística de Polya para os estudantes, através da descrição das quatro fases pensadas e elaboradas pelo autor, bem como a aplicação em vários exemplos e questões buscadas aleatoriamente de exames anteriores do ENEM (2009-2013).

> ... os pesquisadores desempenham um papel ativo no equacionamento dos problemas encontrados, no acompanhamento e na avaliação das ações desencadeadas em função dos problema. Sem dúvida, a pesquisa-ação exige uma estrutura de relação entre pesquisadores e pessoas da situação investigada que seja de tipo participativa. (THIOLLENT, 1996, p. 15)

A única análise feita em relação a seleção das questões a serem trabalhadas, foi de escolher problemas, que ao meu critério, fossem de níveis diferentes, algumas avaliadas em fáceis, nas quais os alunos possivelmente chegariam em uma solução de maneira rápida, e conforme o decorrer da aula ir aumentar gradativamente o nível de dificuldade para que os estudantes adquirirem uma experiência e construíssem um arsenal de problemas em sua mente.

Para auferir uma aprendizagem significativa do processo de resolução e dos conhecimentos científicos por dentro de cada questão utilizada no trabalho, as aulas foram estruturadas de acordo com os conteúdos que englobam a Matemática Básica, Números e Funções (conjuntos, função afim, quadrática, exponencial, análise de gráficos, etc), Geometria (plana, espacial e analítica), Álgebra (razões, proporções, escalas, etc) e Discreta (análise combinatória, progressões, financeira, probabilidades, etc).

Com o intuito de desenvolver o trabalho até o momento da data da prova do ENEM, o tempo foi dividido em três partes para cada área, onde os dois primeiros momentos — foram compostos por um total de 4 horas-aulas de 50 minutos cada — eles foram destinados a praticar a resolução de questões-problemas (Anexos A, B, C e D) dos exames selecionados e um momento — 2 horas-aulas de 50 minutos cada — para a realização de um simulado com um total de 20 questões do banco de dados dos exames anteriores.

No primeiro encontro com a turma, foi apresentado um resumo da vida de George Polya e do seu livro "A Arte de Resolver Problemas", que o autor traz um roteiro de como um pessoa deve-se organizar para conseguir resolver o problema enfrentado. Este roteiro é composto por 4 fases principais que definem um caminho a solução do problema.

> Para agrupar convenientemente as indagações e sugestões da nossa lista, distinguiremos quatro fases de trabalho. Primeiro, temos de *compreender* o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a idéia de resolução, para estabelecermos um *plano*. Terceiro, *executarmos* o nosso plano. Quarto, fazemos um *retrospecto* da resolução completa, revendo-a e discutindo-a. (POLYA, 1995, p. 3 e 4)

Logo após a apresentação do processo, as aulas foram desenvolvidas de modo que os aluno buscassem utilizar a resolução de problemas apresentada anteriormente, assim, era projetada uma questão no datashow em sala de aula e disponibilizado cinco minutos para que em grupos os estudantes pudessem discutir as fases e resolver o problema. Em seguida, era exposta a alternativa correta e o desenvolvimento de cada fase de acordo com Polya, por meio da discussão acerca do conhecimento matemático envolvido e as habilidades esperadas na solução da questão, com respeito ao raciocínio apresentado pelos alunos, de modo que os procedimentos utilizados na resolução dos problemas fossem analisados e discutidos no que tange à serem válidos ou não, de maneira que a ultima fase do processo fosse atingida, o retrospecto, o momento da consolidação da aprendizagem do conhecimento matemático.

> O desenvolvimento da habilidade de resolução de problemas é uma meta a longo prazo. Isso exige um compromisso de envolver os alunos com a resolução de problemas o maior número de vezes possível. Tanto para a resolução de problemas quanto para o ensino de resolução de problemas, ... (KRULIK; REYS, 1997, p. 113)

Para a demonstração do roteiro de Polya e utilizado durantes as aulas com os alunos após o tempo destinado a resolução do problema, tomarei como exemplo a questão de nº 155 do ENEM do ano de 2010.

Uma escola recebeu do governo uma verba de R$ 1000,00 para enviar dois tipos de folhetos pelo correio. O diretor da escola pesquisou que tipos de selos deveriam ser utilizados. Concluiu que, para o primeiro tipo de folheto, bastava um selo de R$ 0,65 enquanto para folhetos do segundo tipo seriam necessários três selos, um de R$ 0,65, um de R$ 0,60 e um de R$ 0,20. O diretor solicitou que se comprassem selos de modo que fossem postados exatamente 500 folhetos do segundo tipo e uma quantidade restante de selos que permitisse o envio do máximo possível de folhetos do primeiro tipo. Quantos selos de R$ 0,65 foram comprados?

(A) 476
(B) 675
(C) 923
(D) 965
(E) 1538

<u>Compreensão do Problema</u>

Dados da questão:

- Verba do governo, R$ 1000,00;
- Valor do 1º tipo, R$ 0,65;
- Valores do 2º tipo, R$ 0,65, R$ 0,60 e R$ 0,20;
- Quantidade do 2º tipo, 500 folhetos;
- Quantidade do 1º tipo, desconhecida;
- Quantidade de selos de R$ 0,65, resposta da questão.

<u>Estabelecimento de um Plano</u>

Elaborar uma equação ou inequação que modele a situação da questão, onde o gasto com a compra dos dois tipos de selos seja igual ou menor que R$ 1000,00 e a quantidade desconhecida do 1º tipo de selo seja a incógnita

<u>Execução do Plano</u>

- x = quantidade do 1º tipo

  $0{,}65x + 500.(0{,}65 + 0{,}60 + 0{,}20) \leq 1000$

  $0{,}65x + 725 \leq 1000$

$0{,}65x \leq 1000 - 725$

$x \leq \frac{275}{0{,}65}$

$x \leq 423{,}08$

Retrospecto

Como a quantidade de selos do 1º tipo (x) deve ser um número natural, o valor de x deve ser 423, como foram comprados 500 selos de R$ 0,65 do segundo tipo a quantidade total de selos são 423 + 500 = 923, alternativa correta é a letra C.

A elaboração e correção dos simulados (Anexos E, F, G e H) foram feitas eletronicamente, para uma maior facilidade e riquezas de dados, pois o mesmo apresentava informações que possibilitavam observar quais habilidade foram alcançadas e quais não foram nas áreas estudadas. Cada simulado aplicado durante o trabalho foram recolhidos para correção e análise do raciocínio utilizado pelos estudantes e para observação do percentual de acertos.

A produção e correção dos simulados foram feitas por duas ferramentas criadas pelo grupo SM, uma ferramenta para Desktop (software, Figura 1) chamado SM Simulados, aplicado para elaboração dos simulados e modelos de gabaritos, onde o mesmo possuía um banco de questões aplicadas em exames anteriores do ENEM, separadas por conteúdos e indicadas as habilidades cobradas, e uma ferramenta mobile (aplicativo chamado Simplifica, Figura 2) instalado em um dispositivo móvel, utilizado para fazer a leitura dos cartões-respostas preenchidos pelos alunos quando aplicado os simulados.

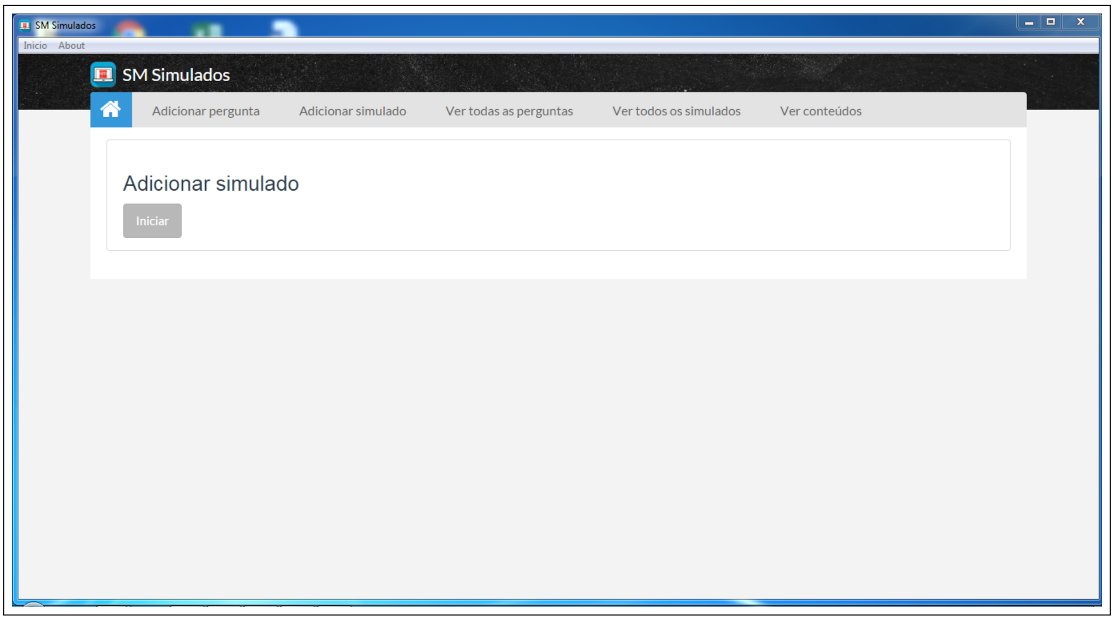


Figura 1 – Programa SM Simulados

Figura 2 – Aplicativo Simplifica

O aplicativo Simplifica, possibilita ao usuário o registro de cada turma, aluno e simulado que irá trabalhar, disponibilizando em cada campo o seu cadastro. Dentro do campo Relatório, o aplicativo descreve os resultados para cada simulado produzido pelo programa SM Simulados, expõe as habilidades com maiores e menores acertos, por turma e aluno. Dessa forma, disponibilizando ao professor que irá utilizá-lo uma gama de informações que possibilita-o analisar os erros de cada aluno e onde pode trabalhar melhor as atividades.

Os programas eram interligados, visto que, ao finalizar a preparação dos simulados, o software gerava um QR-Code (um código de barras bidimensional usado para guardar informações sobre produtos, mapas, telefone, etc.), onde através do aplicativo, era feita a leitura desse código com o objetivo que recolher as informações dos simulados, para que no momento da leitura dos cartões-respostas feita pelo aplicativo, já realiza-se as correções dos mesmos.

Essas ferramentas foram escolhidas por serem oferecidas gratuitamente pelo Grupo SM, serem de fácil operacionalização, visto que, quando selecionadas as questões a serem cobradas no simulado o software produzia 3 versões diferentes de provas e o aplicativo criava relatórios com informações que envolvem as habilidades cobradas em cada questão utilizada assim como índices de acertos por aluno e por prova elaborada.

Devido a necessidade da escola em obter uma nota ao final de cada bimestre escolar, o índice de acertos eram parte integrante das notas atribuídas aos estudantes, com isso ocorreram situações fraudulentas por parte de alguns alunos (cola) e devido a este fato, estes alunos foram retirados do nosso espaço amostral do trabalho.

Para contribuir com a avaliação do trabalho, foi solicitado aos alunos que realizaram o ENEM no ano anterior (2016), apresentassem suas notas na área da Matemática para uma possível comparação com o resultado alcançado no ano de 2017.

Também foi desenvolvido um questionário semiaberto (Anexo I) conforme Thiollent, questões objetivas e discursivas, para que fossem observadas as opiniões dos alunos participantes quanto ao trabalho desenvolvido e as ressalvas em relação as questões cobradas no último exame (2017).

4.3 Resultados Observados

No período destinado aos alunos para que chegassem em uma provável solução, era possível observar que alguns integrantes de cada grupo destacavam-se devido a uma base matemática sólida já construída em sua trajetória escolar, e os mesmos procuravam ajudar seus colegas que possuíam alguma dificuldade no entendimento do problema.

Nos primeiros encontros, percebi indícios de uma competição entre os grupos em relação a quantidade de acertos nas questões, com o desenvolvimento do projeto, notei uma mudança de comportamento, os grupos passaram a trocar informações e o ambiente de competição foi sendo deixado para traz, debatiam as estratégias utilizadas, com o ideal de entrar em um possível consenso ou se pudessem ter um equivoco em algum cálculo. Além do empenho em buscar a resolução das questões os levaram a conseguirem resolver corretamente a maior parte das questões.

Com o transcorrer do projeto, os debates e as plenárias começaram a fluir cada vez mais, pude perceber o crescimento do número de problemas trabalhados num mesmo período de tempo, o que fez com que os alunos enfrentassem diferentes situações problemas, o que contribuiu no momento do simulado por meio da preparação para a realização do ENEM/2017.

Ao verificar os simulados, ao analisar os percentuais médios de acertos da turma, as áreas não dispersaram-se de maneira acentuada, as áreas de Geometria e Números e Funções Reais apresentaram os desempenhos 33,86% e 31,36%, respectivamente, sendo a área de Álgebra obteve 32,5% e a Matemática Discreta alcançou 31,59%, percentuais estes que permitem mostrar assim uma regularidade da turma em relação as avaliações aplicadas. As Tabelas 7, 8, 9 e 10 descrevem os acertos individuais dentro das médias apresentadas, variando desde 5% à 75% de questões respondidas de maneira correta.

Tabela 7 – Relatório de Acertos - Números e Funções Reais

Números e Funções	
% de Acertos	Alunos
0 à 10%	1
11 à 20%	6
21 à 30%	6
31 à 40%	4
41 à 50%	3
51 à 60%	2
Total	**22**

Fonte: Acervo Pessoal

Tabela 8 – Relatório de Acertos - Geometria

Geometria	
% de Acertos	Alunos
0 à 10%	2
11 à 20%	6
21 à 30%	3
31 à 40%	3
41 à 50%	3
51 à 60%	4
61 à 70%	1
Total	**22**

Fonte: Acervo Pessoal

Tabela 9 – Relatório de Acertos - Álgebra

Álgebra	
% de Acertos	Alunos
0 à 10%	2
11 à 20%	3
21 à 30%	6
31 à 40%	6
41 à 50%	3
51 à 60%	2
Total	**22**

Fonte: Acervo Pessoal

Tabela 10 – Relatório de Acertos - Matemática Discreta

Discreta	
% de Acertos	Alunos
0 à 10%	1
11 à 20%	5
21 à 30%	7
31 à 40%	5
41 à 50%	3
71 à 80%	1
Total	**22**

Fonte: Acervo Pessoal

Quando observamos o campo Relatório do Simplifica, conseguimos analisar as habilidades avaliadas nos simulados. Em relação a área de Números e Funções Reais (conforme a Figura 3), a habilidade com maior percentual de acerto foi a "H20: Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas"e com menor percentual de acerto foi a "H5: Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos".

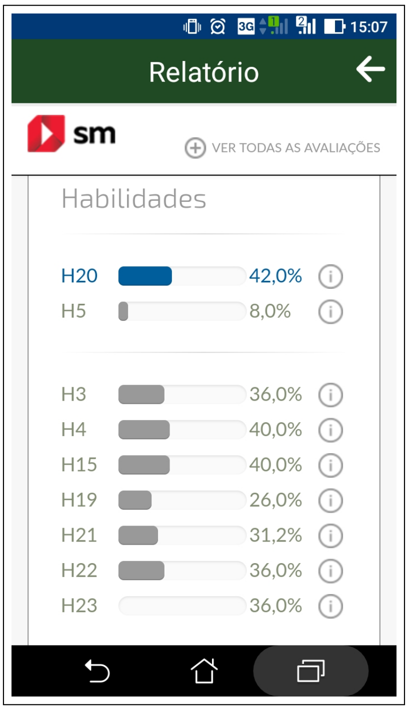


Figura 3 – Habilidades de Números e Funções Reais

Ao analisar a área de Geometria (conforme a Figura 4), identificamos que a habilidade com maior percentual de acerto foi a "H10: Identificar relações entre grandezas e unidades de medida"e com o menor percentual de acerto foi a "H9: Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano".

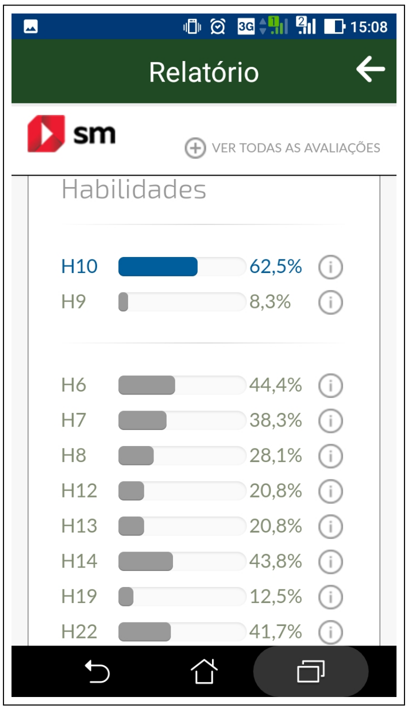


Figura 4 – Habilidade de Geometria

Examinando a área da Álgebra (conforme a Figura 5), obtemos o relatório de que a novamente a habilidade H10 possui o maior percentual de acerto e H5 com o menor percentual de acertos. Por fim, a área da Matemática Discreta (conforme a Figura 6) apresenta a "H30: Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade"com maior percentual de acerto e a "H3: Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos".

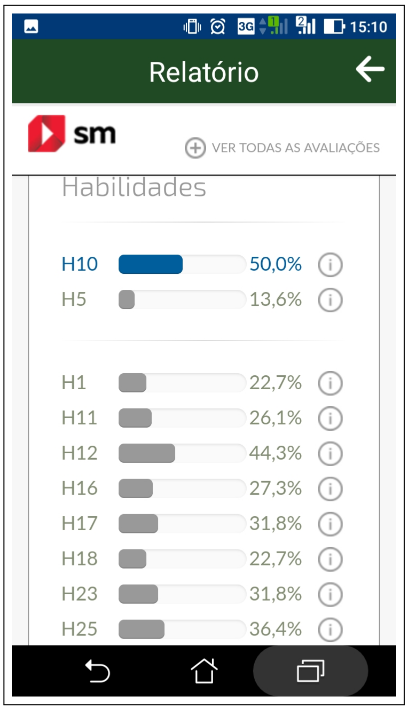


Figura 5 – Habilidade de Álgebra

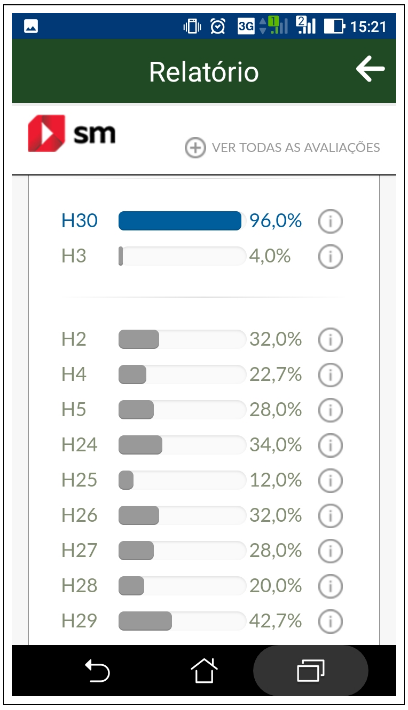


Figura 6 – Habilidade de Matemática Discreta

Ao analisarmos esses resultados, o que pode-se considerar que durante as três primeiras áreas, o grupo apresentava uma dificuldade na transposição do conhecimento adquirido na sala de aula para situações do cotidiano, como descreve as habilidades 5 e 9, o que muda na Matemática Discreta, mostrando uma evolução dos estudantes ou uma facilidade com a área de probabilidade e estatística. Quando examinamos os maiores percentuais, o grupo demonstrou possuir o conhecimento envolvendo relações entre grandezas, independente da área da Matemática trabalhada.

Em relação ao questionário semiaberto, o objetivo era de ouvir a posição do aluno participante em relação ao processo desenvolvido durante o trabalho, com interpolações sobre o método aplicado para resolução dos problemas (heurística de Polya) e a dinâmica das aulas que ocorreram, onde obteve-se um resultado positivo, ao analisar que o processo de resolução não auxilia apenas em problemas enfrentados dentro do ambiente escolar, mas também no modo de organizar seu raciocínio perante a situações enfrentadas no cotidiano.

Depoimento do Aluno X: *"Está ótimo, além de abranger conhecimentos que foram* *esquecidos, a explicação do conteúdo, ajudou em toda parte do percurso."*

Depoimento do Aluno Y: *"O projeto foi bem aceito e surtiu efeito, pois as questões nos faziam pensar e discutir sobre o assunto durante as aulas. Nunca tinha estudado dessa forma e, na minha opinião, foi algo novo e positivo."*

Depoimento do Aluno Z: *"O método que o professor usou foi muito explicativo, o que é bom, apesar de ser um pouco confuso, ainda assim é extremamente importante. Facilitará muito em ocasiões da faculdade ou em outras."*

Um dos alunos em seu depoimento, detalhou os acontecimentos observados por ele.

Depoimento do Aluno K: *"O teste que nos foi proposto auxiliou muito nas resoluções das atividades, pois cada um encontra uma forma mais fácil de resolver as questões e, dentro desse teste nos foi passado várias maneiras de resolver as questões apresentadas. O teste foi excelente para nos aprofundar mais no conhecimento da geometria analítica e para entendermos as variadas formas de resolução dentro dela."*

Ao realizar a análise da avaliação dos alunos sobre as fases de resolução desenvolvidas por Polya, obtemos um resultado positivo, onde 58,33% classificam em bom e 25% em ótimo. Ao questionar sobre a contribuição do projeto na realização do ENEM, tem-se que 54,4% julgam como grande contribuição e 27,3% como excelente contribuição.

Pode-se observar também a contribuição do trabalho desenvolvido na resolução das questões do ENEM aplicado no ano, onde os estudantes indicaram desde uma contribuição mediana até excelente, pois em muitas questões cobradas pela avaliação possuíam semelhanças com as que foram trabalhadas nas aulas durante o trabalho, isto fez com que houvesse assim o uso das fases de resolução de Polya onde indica-se na etapa de elaboração do plano, analisar se o mesmo já tivesse resolvido algum problema semelhante, e desse modo aplicar o mesmo procedimento de resolução.

No que tange à examinação das notas em relação ao desempenho alcançado no ENEM/2017 na avaliação de matemática dos 13 estudantes que enviaram, o desempenho médio foi de 531,4 pontos, isto é, superior à média nacional de 518,5 pontos divulgada pelo MEC, na qual a menor nota 404,6 e a maior nota 679,8 pontos. Ao analisar apenas os alunos que realizaram o exame no ano de 2016, podemos observar um aumento de em torno de 150 pontos na média alcançada por eles no exame de 2017 em relação ao ano anterior.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo do programa PROFMAT visa proporcionar ao estudante uma formação matemática aprofundada e pertinente ao exercício da docência e destaca o propósito das produções finais do programa que busca estabelecer uma relação com práticas realizadas em sala de aula, que possibilitem ao aluno um melhor desenvolvimento de suas atividades educacionais, assim, entende-se que esses objetivos foram alcançados pois, a criação deste trabalho proporcionou uma prática docente com o objetivo do desenvolvimento da habilidade de resolução de problemas junto aos estudantes participantes baseado na aplicação da heurística apresentada por George Polya, em seu livro, A Arte de Resolver Problemas.

Com o trabalho, pode ser observado que a dinâmica utilizada no processo proporcionou um resultado satisfatório uma vez que ao buscarem resolver as questões propostas de maneira coletiva, os alunos demonstraram entendimento do problema, compreendê-los e discuti-los com os colegas, seguiram os procedimentos apresentados por Polya e alçaram uma possível solução da questão. O progresso da habilidade de resolver problemas foi gradativo pois, apresentaram uma evolução no tempo de resolução dos problemas, conseguiram trabalhar em cada aula assim como discutir um número maior de situações problemas.

Quanto ao objetivo geral do trabalho, observa-se que foi alcançado haja vista que, a evolução em relação às notas obtidas no Exame Nacional do Ensino Médio e os depoimentos dos alunos participantes no questionário semiaberto aplicado comprovam essa afirmação. Muitos estudantes descrevem que o desempenho alcançado na avaliação foi devido ao trabalho desenvolvido, a mudança na didática utilizada usualmente posto que, puderam relembrar conteúdos matemáticos já trabalhados anteriormente de uma forma diferente, o que permitiu a elevação do nível de compreensão. Quando comparados com resultados obtidos em outros tipos de avaliações como o PISA (Programme for International Student Assessment, tradução: Programa Internacional de Avaliação de Estudantes), cuja última aplicação (2015) alcançou uma pontuação de 377 pontos, pode-se analisar que houve uma melhora no desempenho dos alunos.

Ao fim deste trabalho, percebeu-se que uma das maiores dificuldades dos alunos, está na interpretação dos problemas, na coleta dos dados informados dentro das situações estudadas, este revés criado devido as metodologias anteriores aplicadas em que o foco era trabalhar o conteúdo matemático voltado a reprodução de mecanismos algébricos de modo que representava um conteúdo abstrato e sem significado para o aluno. Logo, este estudo proporcionou aos estudantes uma metodologia diferenciada, alcançando assim um maior interesse dos mesmos.

Destarte, entendemos que o ensino moldado pela Resolução de Problemas pode-se alcançar uma aprendizagem mais significativa, que faz com que a participação e o comprometimento dos alunos em relação a disciplina melhore, ao mesmo tempo em que permite alcançar os objetivos pensados para a Matemática pelos parâmetros e orientações curriculares nacionais.

Pode-se entender com o desfecho desta pesquisa que com um tempo maior de estudo e investigação sobre as aplicações da Resolução de Problemas dentro da sala de aula, pode-se alcançar uma aprendizagem mais significativa com os alunos e uma análise melhor dos resultados obtidos. Quando busca-se desenvolver a habilidade em resolução de problemas nos estudantes, o estudo da matemática fica interessante e a participação dos mesmos aumenta, e permite desmistificar o conceito que o estudo de matemática nas escolas é "chato e massante".

Além disso, os dois anos de experiência dentro do programa de mestrado PROFMAT, me proporcionou uma experiencia rica, tanto na aprendizagem matemática, quanto na didática a utilizar em sala de aula. Aprimorou a confiança para enfrentar os questionamentos oriundos dos estudantes, demonstrações de teoremas, aplicações, entre outros momentos enfrentados em sala. Em fim, alimentando o desejo de cada vez mais, buscar novos conhecimentos em diferentes níveis de estudos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEVATO, N. S. G. *Associando o computador à resolução de problemas fechados: análise de uma experiência.* 2005. Tese (Doutorado) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Rio Claro, 2005.

BNCC. Base nacional comum curricular. *Ministério da Educação*, Brasília - DF, Versão final, 2017.

BRASIL. Portaria nº 438, de 28 de maio de 1998. institui o exame nacional do ensino médio (enem). *Ministério da Educação*, Brasília, 1998. Acesso: 12 de jan. 2018. Disponível em: <http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/diretrizes_p0178-0181_c.pdf>.

BRASIL. Orientações curriculares para o ensino médio. ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. *Ministério da Educação*, Brasília, 2006. Acesso: 16 de mai. 2018. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf.>

BRASIL. Matriz de referência para o enem 2009. *Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP)*, Brasília, 2009. Acesso: 15 de jan. 2018. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/downloads/2012/matriz_referencia_enem.pdf>.

BRASIL. Enem 2009-2010: Relatório pedagógico. *Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP)*, Brasília, 2014. Acesso: 16 de jan. 2018. Disponível em: <http://www.publicacoes.inep.gov.br/portal/download/1363>.

BRASIL. Enem 2011-2012: Relatório pedagógico. *Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP)*, Brasília, 2015. Acesso: 15 de jan. 2018. Disponível em: <http://www.publicacoes.inep.gov.br/portal/download/1401>.

CAVALCANTI, A. C. F. *Educação matemática e cidadania: um olhar através da resolução de problemas*. 2010. Tese (Doutorado) — Universidade Federal da Paraíba - UFPB, João Pessoa, 2010.

D'AMBROSIO, U. *Educação matemática: Da teoria à prática*. 6ª edição. ed. Campinas: Papirus, 2000. Coleção Perspectivas em Educação Matemática.

DANTE, L. R. *Didática da Resolução de Problemas de Matemática*. 12. ed. São Paulo: Ática, 2000.

ECHEVERíA, M. D. P. P.; POZO, J. I. A solução de problemas. In: ____. Porto Alegre: Artmed, 1998. cap. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender., p. 13–42.

HUANCA, R. R. H. *A Resolução de Problemas no Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática na e além da Sala de Aula*. 2006. Tese (Doutorado) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Rio Claro, 2006.

KRULIK, S.; REYS, R. E. *A Resolução de Problemas na Matemática Escolar*. São Paulo: Atual, 1997. Tradução: Hygino H. Domingues e Olga Corbo.

MENINO, F. dos S. *Resolução de problemas no cenário da matemática discreta*. 2013. Tese (Doutorado) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Rio Claro, 2013.

OLIVEIRA, S. A. de; PASSOS, C. L. B. Resolução de problemas na formação continuada e em aulas de matemática nos anos iniciais: saberes e aprendizagens docentes. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v.15, n. Especial, p. 873–893, 2013. ISSN 1983-3156. Acessado em: 10 jan. 2018. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br//index.php/emp/article/view/17751>.

ONUCHIC, L. de la R. Pesquisa em educação matemática. In: ____. São Paulo: UNESP, 1999. cap. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas, p. 199–220.

ONUCHIC, L. de la R. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? e para onde iremos? *Espaço Pedagógico*, v. 20, n. 1, p. 88–104, 2013. Acesso: 13 de jan. 2018. Disponível em: <http:/www.upf.br/seer/index.php/rep/issue/view/384/showToc>.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. (Ed.). *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez Editora, 2004.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Boletim de Educação Matemática*, v. 25, n. 41, p. 73–98, 2011. Acesso: 13 de jan. 2018. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291223514005>.

PCN. Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio. *Ministério da Educação*, Brasília, 2000. Acesso: 15 de jan. 2018. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>.

PCNEM. Pcn + ensino médio: Orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais. *Ministério da Educação*, Brasília, 2002. Acesso: 10 de jan. 2018. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>.

PERRENOUD, P. *Construir: as competências desde a escola*. Porto Alegre: Artmed, 1999.

PINHEIRO, L. S. e S. *A Heurística de Pólya e a Resolução de Problemas de Trigonometria*. 2017. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Roraima - UFRR, Boa Vista, 2017.

POLYA, G. *A Arte de Resolver Problemas: Um novo aspecto do método matemático.* Rio de Janeiro: Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araujo, Interciência, 1995.

RABELO, M. *AVALIAÇÃO EDUCACIONAL: fundamentos,metodologia e aplicações no contexto brasileiro*. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

SOUZA, A. C. P. de. *Análise Combinatória no Ensino Médio Apoiada na Metodologia de Esino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática Através da Resolução de Problemas*. 2010. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Rio Claro, 2010.

THIOLLENT, M. *Metodologia da Pesquisa-ação*. 7ª. ed. São Paulo: Cortez, 1996.

VILA, A.; CALLEJO, M. L. *Matemática para Aprender a Pensar o Papel das Crenças na Resolução de Problemas*. Porto Alegre: Tradução: Ernani Rosa, Artmed S.A., 2006.

ANEXO A – QUESTÕES UTILIZADAS EM SALA DE AULA - NÚMEROS E FUNÇÕES REAIS

- (Enem 2013) Muitos processos fisiológicos e bioquímicos, tais como batimentos cardíacos e taxa de respiração, apresentam escalas construídas a partir da relação entre superfície e massa (ou volume) do animal. Uma dessas escalas, por exemplo, considera que ”o cubo da área S da superfície de um mamífero é proporcional ao quadrado de sua massa M“.
- HUGHES-HALLETT, D. et al. Cálculo e aplicações. São Paulo: Edgard Blücher, 1999 (adaptado).
- Isso é equivalente a dizer que, para uma constante k > 0, a área S pode ser escrita em função de M por meio da expressão:

a) $S = k \cdot M$

b) $S = k \cdot M^{\frac{1}{3}}$

c) $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{1}{3}}$

$S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{2}{3}}$

e) $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{2}$

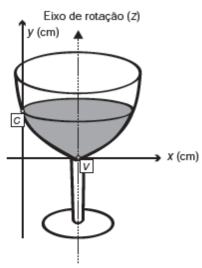
- (Enem cancelado 2009) A empresa SWK produz um determinado produto x, cujo custo de fabricação é dado pela equação de uma reta crescente, com inclinação dois e de variável x. Se não tivermos nenhum produto produzido, a despesa fixa é de R$ 7,00 e a função venda de cada unidade x é dada por:
  - $-2x^2 + 229{,}76x - 441{,}84$.
- Tendo em vista uma crise financeira, a empresa fez algumas demissões. Com isso, caiu em 12% o custo da produção de cada unidade produzida. Nessas condições, a função lucro da empresa pode ser expressa como.
- $L(x) = -2x^2 + 228x - 448{,}00$
- b) $L(x) = -2x^2 + 227{,}76x - 448{,}84$
- c) $L(x) = -2x^2 + 228x - 441{,}84$
- d) $L(x) = -2x^2 + 229{,}76x - 441{,}84$
- e) $L(x) = -2x^2 + 227{,}76x - 448{,}96$

- (Enem 2010) Um satélite de telecomunicações, t minutos após ter atingido sua órbita, está a r quilômetros de distância do centro da Terra. Quando r assume seus valores máximo e mínimo, diz-se que o satélite atingiu o *apogeu* e o *perigeu*, respectivamente. Suponha que, para esse satélite, o valor de r em função de t seja dado por

$$r(t) = \frac{5865}{1 + 0,15.\cos(0,06t)}$$

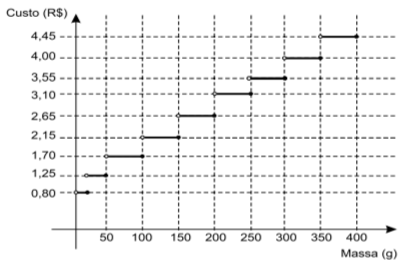
- Um cientista monitora o movimento desse satélite para controlar o seu afastamento do centro da Terra. Para isso, ele precisa calcular a soma dos valores de r, no *apogeu* e no *perigeu*, representada por S.
- O cientista deveria concluir que, periodicamente, S atinge o valor de
- a) 12 765 km.
- 12 000 km.
- c) 11 730 km.
- d) 10 965 km.
- e) 5 865 km.

- (Enem 2013) A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z, conforme mostra a figura. A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$, onde C é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V, na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x. Nessas condições, a altura do líquido contido na taça, em centímetros, é
- a) 1.
- b) 2.
- c) 4.
- d) 5.
- 6.



- (Enem 2013) A temperatura T de um forno (em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento (t = 0) e varia de acordo com a expressão $T(t) = -\frac{t^2}{4} + 400$ com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39°. Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?
- a) 19,0
- b) 19,8
- 20,0
- d) 38,0
- e) 39,0

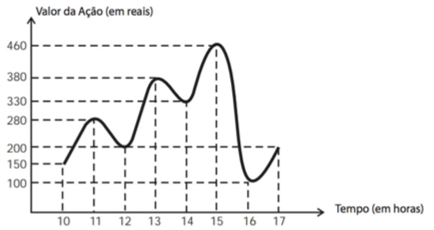
- (Enem 2013)Deseja-se postar cartas não comerciais, sendo duas de 100 g, três de 200 g e uma de 350 g. O gráfico mostra o custo para enviar uma carta não comercial pelos Correios:



- O valor total gasto, em reais, para postar essas cartas é de:
- a) 8,35.
- b) 12,50.
- c) 14,40.
- 15,35.
- e) 18,05.

- (ENEM 2004) Um fabricante de cosméticos decide produzir três diferentes catálogos de seus produtos, visando a públicos distintos. Como alguns produtos estarão presentes em mais de um catálogo e ocupam uma página inteira, ele resolve fazer uma contagem para diminuir os gastos com originais de impressão. Os catálogos C1, C2 e C3 terão, respectivamente, 50, 45 e 40 páginas. Comparando os projetos de cada catálogo, ele verifica que C1 e C2 terão 10 páginas em comum; C1 e C3 terão 6 páginas em comum; C2 e C3 terão 5 páginas em comum, das quais 4 também estarão em C1. Efetuando os cálculos correspondentes, o fabricante concluiu que, para a montagem dos três catálogos, necessitará de um total de originais de impressão igual a:
- a) 135.
- 126.
- c) 118.
- d) 114.
- b) 110.

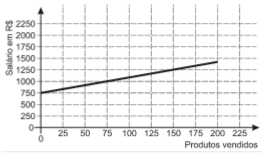
- (Enem 2012)O gráfico fornece os valores das ações da empresa XPN, no período das 10 às 17 horas, num dia em que elas oscilaram acentuadamente em curtos intervalos de tempo.

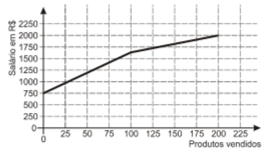


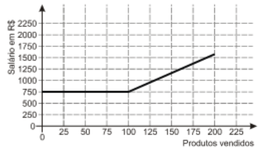
- Neste dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.
- Com relação ao capital adquirido na compra e venda das ações, qual investidor fez o melhor negócio?
- 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

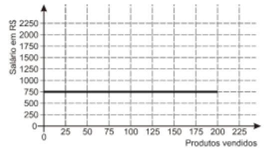
Investidor	Hora da Compra	Hora da Venda
1	10:00	15:00
2	10:00	17:00
3	13:00	15:00
4	15:00	16:00
5	16:00	17:00

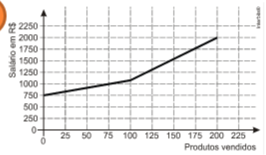
- (Enem 2012) Certo vendedor tem seu salário mensal calculado da seguinte maneira: ele ganha um valor fixo de R$750,00, mais uma comissão de R$3,00 para cada produto vendido. Caso ele venda mais de 100 produtos, sua comissão passa a ser de R$9,00 para cada produto vendido, a partir do 101° produto vendido. Com essas informações, o gráfico que melhor representa a relação entre salário e o número de produtos vendidos é

- a) 

- b) 

- c) 

- d) 

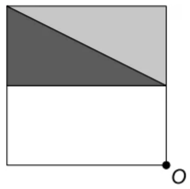
- 

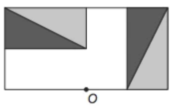
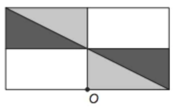
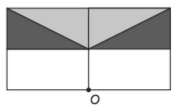
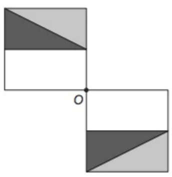
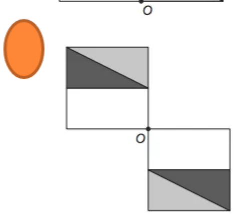
- (Enem 2011) O prefeito de uma cidade deseja construir uma rodovia para dar acesso a outro município. Para isso, foi aberta uma licitação na qual concorreram duas empresas. A primeira cobrou R$ 100 000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R$ 350.000,00, enquanto a segunda cobrou R$ 120.000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R$ 150.000,00. As duas empresas apresentam o mesmo padrão de qualidade dos serviços prestados, mas apenas uma delas poderá ser contratada. Do ponto de vista econômico, qual equação possibilitaria encontrar a extensão da rodovia que tornaria indiferente para a prefeitura escolher qualquer uma das propostas resentadas?
- a) 100n + 350 = 120n + 150
- b) 100n + 150 = 120n + 350
- c) 100(n + 350) = 120(n + 150)
- d) 100(n + 350.000) = 120(n + 150.000)
- e) 350(n + 100.000) = 150(n + 120.000)

- (Enem 2013) Em setembro de 1987, Goiânia foi palco do maior acidente radioativo ocorrido no Brasil, quando uma amostra de césio-137, removida de um aparelho de radioterapia abandonado, foi manipulada inadvertidamente por parte da população. A meia-vida de um material radioativo é o tempo necessário para que a massa desse material se reduza à metade. A meia-vida do césio-137 é 30 anos e a quantidade restante de massa de um material radioativo, após t anos, é calculada pela expressão $M(t) = A.(2,7)^{kt}$ onde A é a massa inicial e k é uma constante negativa. Considere 0,3 como aproximação para log 2
- Qual o tempo necessário, em anos, para que uma quantidade de massa do césio-137 se reduza a 10% da quantidade inicial?
- a) 27
- b) 36
- c) 50
- d) 54
- 100

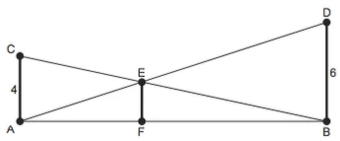
ANEXO B – QUESTÕES UTILIZADAS EM SALA DE AULA - GEOMETRIA

- (Enem 2013) Um programa de edição de imagens possibilita transformar figuras em outras mais complexas. Deseja-se construir uma nova figura a partir da original. A nova figura deve apresentar simetria em relação ao ponto O.



- A imagem que representa a nova figura é:
- a)  b)  c) 
- d)  

- (Enem 2013) O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6m e 4m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD e a haste é representada pelo EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB. Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados.



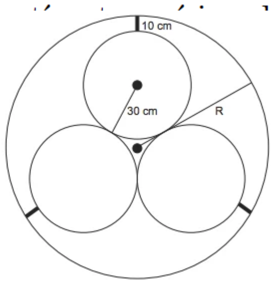
- Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF?
- a) 1 m
- b) 2 m
- 2,4 m
- d) 3 m
- e) $2\sqrt{6}$ m

- (Enem 2013) A cerâmica constitui-se em um artefato bastante presente na história da humanidade. Uma de suas várias propriedades é a retração (contração), que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico quando submetido a uma determinada temperatura elevada. Essa elevação de temperatura, que ocorre durante o processo de cozimento, causa uma redução de até 20% nas dimensões lineares de uma peça.

  - Disponível em: www.arq.ufsc.br. Acesso em: 3 mar. 2012.

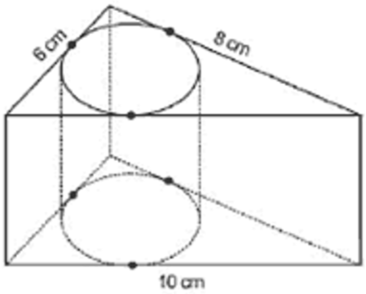
- Suponha que uma peça, quando moldada em argila, possuía uma base retangular cujos lados mediam 30 cm e 15 cm. Após o cozimento, esses lados foram reduzidos em 20%. Em relação à área original, a área da base dessa peça, após o cozimento, ficou reduzida em
- a) 4%.
- 20%.
- c) 36%.
- d) 64%.
- e) 96%.

- (Enem 2013) Em um sistema de dutos, três canos iguais, de raio externo 30 cm, são soldados entre si e colocados dentro de um cano de raio maior, de medida R. Para posteriormente ter fácil manutenção, é necessário haver uma distância de 10cm entre os canos soldados e o cano de raio maior. Essa distância é garantida por um espaçador de metal, conforme a figura:
- Utilize 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$
- O valor de R, em c

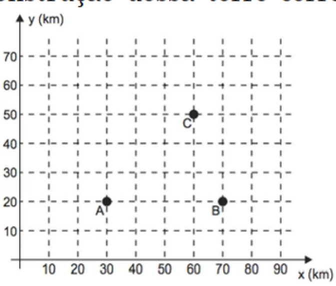


- a) 64,0.
- 65,5.
- c) 74,0.
- d) 81,0.
- e) 91,0.

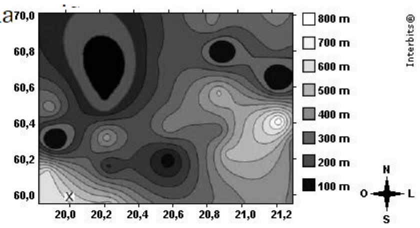
- (Enem 2010) Uma metalúrgica recebeu uma encomenda para fabricar, em grande quantidade, uma peça com o formato de um prisma reto com base triangular, cujas dimensões da base são 6 cm, 8 cm e 10 cm e cuja altura é 10 cm. Tal peça deve ser vazada de tal maneira que a perfuração na forma de um cilindro circular reto seja tangente as suas faces laterais, conforme mostra a figura.
- O raio da perfuração da peça é igual a
- a) 1 cm.
- 2 cm.
- c) 3 cm.
- d) 4 cm.
- e) 5 cm.



- Nos últimos anos, a televisão tem passado por uma verdadeira revolução, em termos de qualidade de imagem, som e interatividade com o telespectador. Essa transformação se deve à conversão do sinal analógico para o sinal digital. Entretanto, muitas cidades ainda não contam com essa nova tecnologia. Buscando levar esses benefícios a três cidades, uma emissora de televisão pretende construir uma nova torre de transmissão, que envie sinal às antenas A, B e C, já existentes nessas cidades. As localizações das antenas estão representadas no plano cartesiano:
- A torre deve estar situada em um local equidistante das três antenas.
- O local adequado para a construção dessa torre corresponde ao ponto de coordenadas
- a) (65 ; 35).
- b) (53 ; 30).
- c) (45 ; 35).
- d) (50 ; 20).
- (50 ; 30).

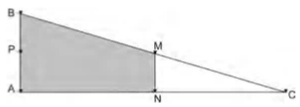


- (Enem 2010) A figura a seguir é a representação de uma região por meio de curvas de nível, que são curvas fechadas representando a altitude da região, com relação ao nível do mar. As coordenadas estão expressas em graus de acordo com a longitude, no eixo horizontal, e a latitude, no eixo vertical. A escala em tons de cinza desenhada à direita está associada à altitude da



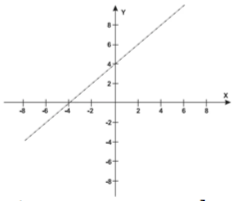
- Um pequeno helicóptero usado para reconhecimento sobrevoa a região a partir do ponto X = (20; 60). O helicóptero segue o percurso:
- **0,8°L => 0,5°N => 0,2°O => 0,1°S => 0,4°N => 0,3°L**
- De acordo com as orientações, o helicóptero pousou em um local cuja altitude é
- menor ou igual a 200 m.
- b) maior que 200 m e menor ou igual a 400 m.
- c) maior que 400 m e menor ou igual a 600 m.
- d) maior que 600 m e menor ou igual a 800 m.
- e) maior que 800 m.

- (Enem 2010) Em canteiros de obras de construção civil é comum perceber trabalhadores realizando medidas de comprimento e de ângulos e fazendo demarcações por onde a obra deve começar ou se erguer. Em um desses canteiros foram feitas algumas marcas no chão plano. Foi possível perceber que, das seis estacas colocadas, três eram vértices de um triângulo retângulo e as outras três eram os pontos médios dos lados desse triângulo, conforme pode ser visto na figura, em que as estacas foram indicadas por letras.



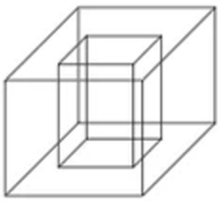
- A região demarcada pelas estacas A, B, M e N deveria ser calçada com concreto. Nessas condições, a área a ser calcada corresponde
- a) a mesma área do triângulo AMC.
- b) a mesma área do triângulo BNC.
- c) a metade da área formada pelo triângulo ABC.
- d) ao dobro da área do triângulo MNC.
- ao triplo da área do triângulo MNC.

- Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.



- A reta de equação y = x + 4 representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto P = (–5, 5), localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km. Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto
- A (–5, 0). B (–3, 1).
- C (–2, 1). D (0, 4).
- E (2, 6).

- (Enem 2010) Um porta-lápis de madeira foi construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado a seguir. O cubo de dentro e vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que e interno, mede



- O volume de madeira utilizado na confecção desse objeto foi de
- a) 12 cm^3.
- b) 64 cm^3.
- 96 cm^3.
- d) 1216 cm^3.
- e) 1728 cm^3.

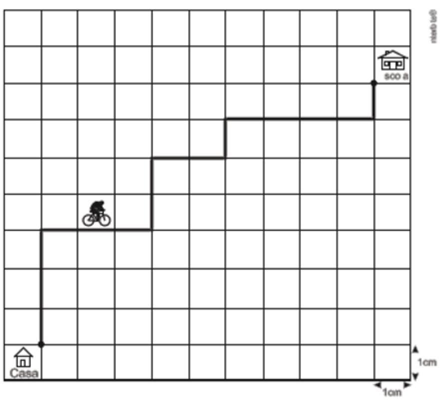
ANEXO C – QUESTÕES UTILIZADAS EM SALA DE AULA - ÁLGEBRA

- (Enem 2010) O Salto Triplo é uma modalidade do atletismo em que o atleta dá um salto em um só pé, uma passada e um salto, nessa ordem. Sendo que o salto com impulsão em um só pé será feito de modo que o atleta caia primeiro sobre o mesmo pé que deu a impulsão; na passada ele cairá com o outro pé, do qual o salto é realizado.
    - Disponível em: www.cbat.org.br (adaptado).
- Um atleta da modalidade Salto Triplo, depois de estudar seus movimentos, percebeu que, do segundo para o primeiro salto, o alcance diminuía em 1,2 m, e, do terceiro para o segundo salto, o alcance diminuía 1,5 m. Querendo atingir a meta de 17,4 m nessa prova e considerando os seus estudos, a distância alcançada no primeiro salto teria de estar entre:
- a) 4,0 m e 5,0 m.
- b) 5,0 m e 6,0 m.
- c) 6,0 m e 7,0 m.
- 7,0 m e 8,0 m.
- e) 8,0 m e 9,0 m.

- (Enem 2010) Uma escola recebeu do governo uma verba de R$ 1000,00 para enviar dois tipos de folhetos pelo correio. O diretor da escola pesquisou que tipos de selos deveriam ser utilizados. Concluiu que, para o primeiro tipo de folheto, bastava um selo de R$ 0,65 enquanto para folhetos do segundo tipo seriam necessários três selos, um de R$ 0,65, um de R$ 0,60 e um de R$ 0,20. O diretor solicitou que se comprassem selos de modo que fossem postados exatamente 500 folhetos do segundo tipo e uma quantidade restante de selos que permitisse o envio do máximo possível de folhetos do primeiro tipo. Quantos selos de R$ 0,65 foram comprados?
- a) 476
- b) 675
- 923
- d) 965
- e) 1 538

- (Enem 2009) Um grupo de 50 pessoas fez um orçamento inicial para organizar uma festa, que seria dividido entre elas em cotas iguais. Verificou-se ao final que, para arcar com todas as despesas, faltavam R$ 510,00, e que 5 novas pessoas haviam ingressado no grupo. No acerto foi decidido que a despesa total seria dividida em partes iguais pelas 55 pessoas. Quem não havia ainda contribuído pagaria a sua parte, e cada uma das 50 pessoas do grupo inicial deveria contribuir com mais R$ 7,00. De acordo com essas informações, qual foi o valor da cota calculada no acerto final para cada uma das 55 pessoas?
- a) R$ 14,00.
- b) R$ 17,00.
- c) R$ 22,00.
- R$ 32,00.
- e) R$ 57,00.

- (Enem 2013) A Secretaria de Saúde de um município avalia um programa que disponibiliza, para cada aluno de uma escola municipal, uma bicicleta, que deve ser usada no trajeto de ida e volta, entre sua casa e a escola. Na fase de implantação do programa, o aluno que morava mais distante da escola realizou sempre o mesmo trajeto, representado na figura, na escala 1 : 25000 por um período de cinco dias.
- Quantos quilômetros esse aluno percorreu na fase de implantação do programa?



- a) 4
- b) 8
- c) 16
- d) 20
- 40

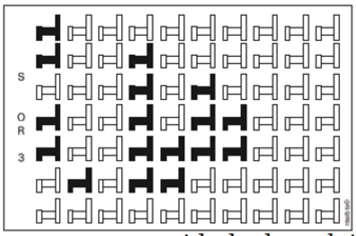
- (Enem 2013) Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m^3. Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos, e dura 6 horas quando o reservatório está cheio. Esta indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m^3, cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente. A quantidade de ralos do novo reservatório deverá ser igual a:
- a) 2.
- 4.
- c) 5.
- d) 8.
- e) 9.

- (Enem 2013) Para se construir um contrapiso, é comum, na constituição do concreto, se utilizar cimento, areia e brita, na seguinte proporção: 1 parte de cimento, 4 partes de areia e 2 partes de brita. Para construir o contrapiso de uma garagem, uma construtora encomendou um caminhão betoneira com 14m^3 de concreto. Qual é o volume de cimento, em m^3, na carga de concreto trazido pela betoneira?
- a) 1,75
- 2,00
- c) 2,33
- d) 4,00
- e) 8,00

- (Enem 2013) Um comerciante visita um centro de vendas para fazer cotação de preços dos produtos que deseja comprar. Verifica que se aproveita 100% da quantidade adquirida de produtos do tipo A, mas apenas 90% de produtos do tipo B. Esse comerciante deseja comprar uma quantidade de produtos, obtendo o menor custo/benefício em cada um deles. O quadro mostra o preço por quilograma, em reais, de cada produto comercializado. Os tipos de arroz, feijão, soja e milho que devem ser escolhidos pelo comerciante são, respectivamente:
- a) A, A, A, A.
- b) A, B, A, B.
- c) A, B, B, A.
- B, A, A, B.
- e) B, B, B, B.

Produto	Tipo A	Tipo B
Arroz	2,00	1,70
Feijão	4,50	4,10
Soja	3,80	3,50
Milho	6,00	5,30

- (Enem 2013) Em um certo teatro, as poltronas são divididas em setores. A figura apresenta a vista do setor 3 desse teatro, no qual as cadeiras escuras estão reservadas e as claras não foram vendidas.



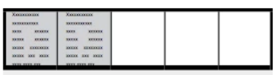
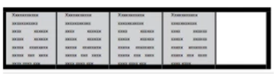
- A razão que representa a quantidade de cadeiras reservadas do setor 3 em relação ao total de cadeiras desse mesmo setor é:
- $\frac{17}{70}$
- $B)\ \frac{17}{53}$
- $C)\ \frac{53}{70}$
- $D)\ \frac{53}{17}$
- $E)\ \frac{70}{17}$

- (Enem 2012) Nos *shopping centers* costumam existir parques com vários brinquedos e jogos. Os usuários colocam créditos em um cartão, que são descontados por cada período de tempo de uso dos jogos. Dependendo da pontuação da criança no jogo, ela recebe um certo número de tíquetes para trocar por produtos nas lojas dos parques. Suponha que o período de uso de um brinquedo em certo *shopping* custa R$ 3,00 e que uma bicicleta custa 9 200 tíquetes. Para uma criança que recebe 20 tíquetes por período de tempo que joga, o valor, em reais, gasto com créditos para obter a quantidade de tíquetes para trocar pela bicicleta é:
- a) 153.
- b) 460.
- 1218.
- d) 1380.
- e) 3066.

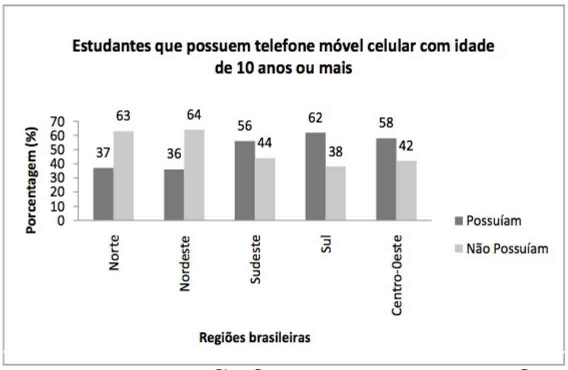
- (Enem 2011) Muitas medidas podem ser tomadas em nossas casas visando à utilização racional de energia elétrica. Isso deve ser uma atitude diária de cidadania. Uma delas pode ser a redução do tempo no banho. Um chuveiro com potência de 4800 kWh consome 4,8 kW por hora. Uma pessoa que toma dois banhos diariamente, de 10 minutos cada, consumirá, em sete dias, quantos kW?
- a) 0,8
- b) 1,6
- c) 5,6
- 11,2
- e) 33,6

- (Enem 2011) Você pode adaptar as atividades do seu dia a dia de uma forma que possa queimar mais calorias do que as gastas normalmente, conforme a relação seguinte:
- Enquanto você fala ao telefone, faça agachamentos: 100 calorias gastas em 20 minutos.
- Meia hora de supermercado: 100 calorias.
- Cuidar do jardim por 30 minutos: 200 calorias.
- Passear com o cachorro: 200 calorias em 30 minutos.
- Tirar o pó dos móveis: 150 calorias em 30 minutos.
- Lavar roupas por 30 minutos: 200 calorias.
- Disponível em: http://cyberdiet.terra.com.br. Acesso em: 27 abr. 2010 (adaptado).
- Uma pessoa deseja executar essas atividades, porém, ajustando o tempo para que, em cada uma, gaste igualmente 200 calorias. A partir dos ajustes, quanto tempo a mais será necessário para realizar todas as atividades?
- a) 50 minutos.
- 60 minutos.
- c) 80 minutos.
- d) 120 minutos.
- e) 170 minutos.

- (Enem 2010) Um professor dividiu a lousa da sala de aula em quatro partes iguais. Em seguida, preencheu 75% dela com conceitos e explicações, conforme a figura seguinte.

- Algum tempo depois, o professor apagou a lousa por completo e, adotando um procedimento semelhante ao anterior, voltou a preenchê-la, mas, dessa vez, utilizando 40% do espaço dela. Uma representação possível para essa segunda situação é:
- a) 
- b) 
- 
- d) 
- e) 

- (Enem 2010) Os dados do gráfico foram coletados por meio da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios.



- Supondo-se que, no Sudeste, 14900 estudantes foram entrevistados nessa pesquisa, quantos deles possuíam telefone móvel celular?
- a) 5513 b) 6556
- c) 7450 8344
- e) 9536

ANEXO D – QUESTÕES UTILIZADAS EM SALA DE AULA - MATEMÁTICA DISCRETA

- (Enem 2013) As projeções para a produção de arroz no período de 2012–2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

Ano	Projeção da produção (t)
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

- A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de
- a) 497,25.
- b) 500,85.
- c) 502,87.
- 558,75.
- e) 563,25.

- (Enem 2012) Jogar baralho é uma atividade que estimula o raciocínio. Um jogo tradicional é a Paciência, que utiliza 52 cartas. Inicialmente são formadas sete colunas com as cartas. A primeira coluna tem uma carta, a segunda tem duas cartas, a terceira tem três cartas, a quarta tem quatro cartas, e assim sucessivamente até a sétima coluna, a qual tem sete cartas, e o que sobra forma o monte, que são as cartas não utilizadas nas colunas. A quantidade de cartas que forma o monte é
- a) 21.
- 24.
- c) 26.
- d) 28.
- e) 31.

- (Enem 2011) O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33 000 passagens; em fevereiro, 34 500; em março, 36 000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes. Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?
- a) 38 000
- b) 40 500
- c) 41 000
- 42 000
- e) 48 000

- (Enem 2015) O acréscimo de tecnologias no sistema produtivo industrial tem por objetivo reduzir custos e aumentar a produtividade. No primeiro ano de funcionamento, uma indústria fabricou 8 000 unidades de um determinado produto. No ano seguinte, investiu em tecnologia adquirindo novas máquinas e aumentou a produção em 50%. Estima-se que esse aumento percentual se repita nos próximos anos, garantindo um crescimento anual de 50%. Considere P a quantidade anual de produtos fabricados no ano t de funcionamento da indústria. Se a estimativa for alcançada, qual é a expressão que determina o número de unidades produzidas P em função de t, para $t \geq 1$?

a) $P(t) = 0{,}5 \,.\, t^{-1} + 8\,000$

b) $P(t) = 50 \,.\, t^{-1} + 8\,000$

c) $P(t) = 4\,000 \,.\, t^{-1} + 8\,000$

$P(t) = 8\,000 \,.\, (0{,}5)^{t-1}$

e) $P(t) = 8\,000 \,.\, (1{,}5)^{t-1}$

- (Enem 2012) O diretor de uma escola convidou os 280 alunos de terceiro ano a participarem de uma brincadeira. Suponha que existem 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos; um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido por qual personagem e em qual cômodo da casa o objeto foi escondido. Todos os alunos decidiram participar. A cada vez um aluno é sorteado e dá a sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo aluno não pode ser sorteado mais de uma vez. Se a resposta do aluno estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada. O diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há:
- 10 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- b) 20 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- c) 119 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- d) 260 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- e) 270 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

- (Enem 2012) O *designer* português Miguel Neiva criou um sistema de símbolos que permite que pessoas daltônicas identifiquem cores. O sistema consiste na utilização de símbolos que identificam as cores primárias (azul, amarelo e vermelho). Além disso, a justaposição de dois desses símbolos permite identificar cores secundárias (como o verde, que é o amarelo combinado com o azul). O preto e o branco são identificados por pequenos quadrados: o que simboliza o preto é cheio, enquanto o que simboliza o branco é vazio. Os símbolos que representam preto e branco também podem ser associados aos símbolos que identificam cores, significando se estas são claras ou escuras.
  - *Folha de Sao Paulo*. Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 18 fev. 2012. (adaptado)
- De acordo com o texto, quantas cores podem ser representadas pelo sistema proposto?
- a) 14
- b) 18
- 20
- d) 21
- e) 23

- (Enem 2011) O setor de recursos humanos de uma empresa vai realizar uma entrevista com 120 candidatos a uma vaga de contador. Por sorteio, eles pretendem atribuir a cada candidato um número, colocar a lista de números em ordem numérica crescente e usá-la para convocar os interessados. Acontece que, por um defeito do computador, foram gerados números com 5 algarismos distintos e, em nenhum deles, apareceram dígitos pares. Em razão disso, a ordem de chamada do candidato que tiver recebido o número 75 913 é:
- a) 24.
- b) 31.
- c) 32.
- d) 88.
- 89.

- (Enem 2ª aplicação 2010) Considere que um professor de arqueologia tenha obtido recursos para visitar 5 museus, sendo 3 deles no Brasil e 2 fora do país. Ele decidiu restringir sua escolha aos museus nacionais e internacionais relacionados na tabela a seguir.

Museus nacionais	Museus internacionais
Masp — São Paulo	**Louvre —** Paris
MAM — São Paulo	**Prado** — Madri
Ipiranga — São Paulo	**British Museum —** Londres
Imperial — Petrópolis	**Metropolitan —** Nova York

- De acordo com os recursos obtidos, de quantas maneiras
- diferentes esse professor pode escolher os 5 museus para
- visitar?
- a) 6
- b) 8
- c) 20
- 24
- e) 36

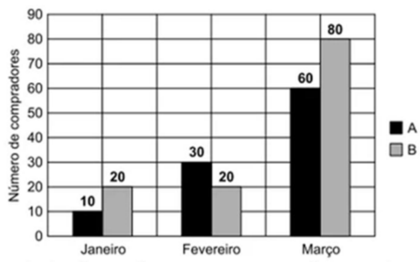
- (Enem 2011) A participação dos estudantes na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) aumenta a cada ano. O quadro indica o percentual de medalhistas de ouro, por região, nas edições da OBMEP de 2005 a 2009:

Região	2005	2006	2007	2008	2009
Norte	2%	2%	1%	2%	1%
Nordeste	18%	19%	21%	15%	19%
Centro-Oeste	5%	6%	7%	8%	9%
Sudeste	55%	61%	58%	66%	60%
Sul	21%	12%	13%	9%	11%

Disponível em: http://www.obmep.org.br. Acesso em: abr. 2010 (adaptado).

- Em relação às edições de 2005 a 2009 da OBMEP, qual o percentual médio de medalhistas de ouro da região Nordeste?
- a) 14,6%
- b) 18,2%
- 18,4%
- d) 19,0%
- e) 21,0%

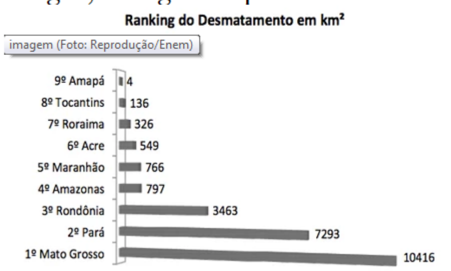
- (Enem 2013) Uma loja acompanhou o número de compradores de dois produtos, A e B, durante os meses de janeiro, fevereiro e março de 2012. Com isso, obteve este gráfico:



- A loja sorteará um brinde entre os compradores do produto A e outro brinde entre os compradores do produto B. Qual a probabilidade de que os dois sorteados tenham feito suas compras em fevereiro de 2012?
- 1/20
- B) 3/242
- C) 5/22
- D) 6/25
- E) 7/15

- (Enem 2013) Um banco solicitou aos seus clientes a criação de uma senha pessoal de seis dígitos, formada somente por algarismos de 0 a 9, para acesso à conta corrente pela internet. Entretanto, um especialista em sistemas de segurança eletrônica recomendou à direção do banco recadastrar seus usuários, solicitando, para cada um deles, a criação de uma nova senha com seis dígitos, permitindo agora o uso das 26 letras do alfabeto, além dos algarismos de 0 a 9. Nesse novo sistema, cada letra maiúscula era considerada distinta de sua versão minúscula. Além disso, era proibido o uso de outros tipos de caracteres. Uma forma de avaliar uma alteração no sistema de senhas é a verificação do coeficiente de melhora, que é a razão do novo número de possibilidades de senhas em relação ao antigo.
- O coeficiente de melhora da alteração recomendada é
- $\frac{62^6}{10^6}$
- B) $\frac{62!}{10!}$
- C) $\frac{62!.4!}{10!.56!}$
- D) $62! - 10!$
- E) $62^6 - 10^6$

- (Enem 2010) Em sete de abril de 2004, um jornal publicou o *ranking* de desmatamento, conforme gráfico, da chamada Amazônia Legal, integrada por nove estados.



- Considerando-se que até 2009 o desmatamento cresceu 10,5% em relação aos dados de 2004, o desmatamento médio por estado em 2009 está entre
- a) 100 km^2 e 900 km^2.
- b) 1 000 km^2 e 2 700 km^2.
- 2 800 km^2 e 3 200 km^2.
- d) 3 300 km^2 e 4 000 km^2.
- e) 4 100 km^2 e 5 800 km^2.

- (Enem 2012) Em um jogo há duas urnas com 10 bolas de mesmo tamanho em cada uma. A tabela a seguir indica as quantidades de bolas de cada cor em cada urna.

Cor	Urna 1	Urna 2
Amarela	4	0
Azul	3	1
Branca	2	2
Verde	1	3
Vermelha	0	4

- Uma jogada consiste em:
- 1°) o jogador apresenta um palpite sobre a cor da bola que será retirada por ele da urna 2;
- 2°) ele retira, aleatoriamente, uma bola da urna 1 e a coloca na urna 2, misturando-a com as que lá estão;
- 3°) em seguida ele retira, também aleatoriamente, uma bolada urna 2;
- 4°) se a cor da última bolsa retirada for a mesma do palpite inicial, ele ganha o jogo.
- Qual cor deve ser escolhida pelo jogador para que ele tenha a maior probabilidade de ganhar?
- a) Azul
- b) Amarela
- c) Branca
- d) Verde
- Vermelha

ANEXO E – SIMULADOS APLICADOS - NÚMEROS E FUNÇÕES REAIS

Escola Estadual N. Srª da Glória

Versão A

Simulado 1 - Números e Funções Reais

Nome:____ **Ano:** _____________

Data: _________________________

Instruções:

- Para cada questão objetiva, são apresentadas 5 opções. Apenas uma está correta.

- A prova inicia-se as 20:45 e termina as 22:25. O tempo para responder as questões e marcação do gabarito.

- Use apenas caneta da cor azul ou preta.

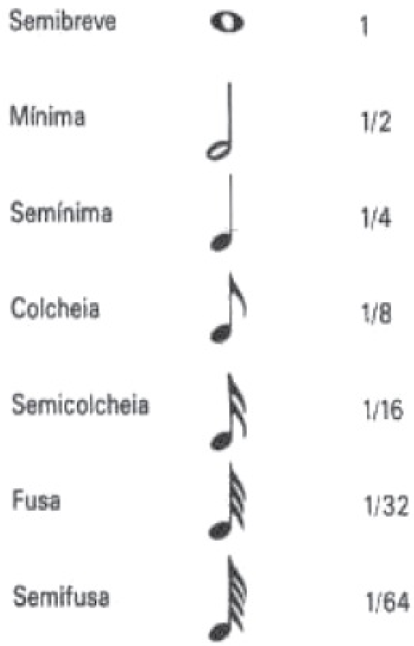
SEDUC
SECRETARIA DE
ESTADO DE EDUCAÇÃO

GOVERNO DE
MATO GROSSO
ESTADO DE TRANSFORMAÇÃO

1

(Enem - 2009)

A música e a matemática se encontram na representação dos tempos das notas musicais, conforme a figura seguinte.



Um compasso é uma unidade musical composta por determinada quantidade de notas musicais em que a soma das durações coincide com a fração indicada como fórmula do compasso. Por exemplo, se a fórmula de compasso for $\frac{1}{2}$, poderia ter um compasso ou com duas semifinais ou uma mínima ou quatro colcheias, sendo possível a combinação de diferentes figuras.

Um trecho musical de oito compassos, cuja fórmula é $\frac{3}{4}$, poderia ser preenchido com

A. 24 fusas.

B. 3 semínimas.

C. 8 semínimas.

D. 24 colcheias e 12 semínimas.

E. 16 semínimas e 8 semicolcheias.

2

(Enem - 2009)

Para cada indivíduo, a sua inscrição no Cadastro de Pessoas Físicas (CPF) é composto por um número de 9 algarismos e outro número de 2 algarismos, na forma d_1d_2, em que os dígitos d_1 e d_2 são denominados dígitos verificadores. Os dígitos verificadores são calculados, a partir da esquerda, da seguinte maneira: os 9 primeiros algarismos são multiplicados pela sequência 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 (o primeiro por 10, o segundo por 9, e assim sucessivamente); em seguida, calcula-se o resto *r* da divisão da soma dos resultados das multiplicações por 11, e se esse resto *r* for 0 ou 1, d_1 é zero , caso contrário d_1 = (11 -*r*). O dígito d_2 é calculado pela mesma regra, na qual os números a serem multiplicados pela sequência dada são contados a partir do segundo algarismo, sendo d_1 o último algarismo, isto é, d_2 é zero se o resto *s* da divisão por 11 das somas das multiplicações for 0 ou 1, caso contrário, d_2 = (11-*s*).

Suponha que João tenha perdido seus documentos, inclusive o cartão de CPF e, ao dar queixa da perda na delegacia, não conseguisse lembrar quais eram os dígitos verificadores, recordando-se apenas que os nove primeiros algarismos eram 123.456.789. Neste caso, os dígitos verificadores d_1 e d_2 esquecidos são, respectivamente

A. 0 e 9.

B. 1 e 4.

C. 1 e 7.

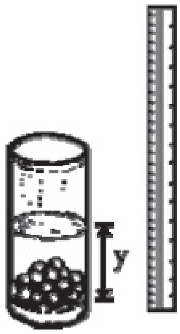
D. 9 e 1.

E. 0 e 1.

3

(Enem - 2009)

Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.



O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Disponível em: www.penta.ufrgs.br.
Acesso em: 13 jan. 2009 (adaptado).

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água (y) em função do número de bolas (x)?

A. y = 30x.

B. y = 25x + 20,2.

C. y = 1,27x.

D. y = 0,7x.

E. y = 0,07x + 6.

4

(Enem - 2009)

Suponha que o modelo exponencial $y = 363e^{0,03x}$ em que *x* = 0 corresponde ao ano 2000, *x* = 1 corresponde ao ano 2001, e assim sucessivamente, e que *y* é a população em milhões de habitantes no ano *x*, seja usado para estimar essa população com 60 anos ou mais de idade nos países em desenvolvimento entre 2010 e 2050. Desse modo, considerando $e^{0,3} = 1,35$, estima-se que a população com 60 anos ou mais estará, em 2030, entre

A. 490 e 510 milhões.

B. 550 e 620 milhões.

C. 780 e 800 milhões.

D. 810 e 860 milhões.

E. 870 e 910 milhões.

5

(Enem - 2010)

Desde 2005, o Banco Central não fabrica mais a nota de R$ 1,00 e, desde então, só produz dinheiro nesse valor em moedas. Apesar de ser mais caro produzir uma moeda, a durabilidade do metal é 30 vezes maior que a do papel. Fabricar uma moeda de R$ 1,00 custa R$ 0,26, enquanto uma nota custa R$ 0,17, entretanto, a cédula dura de oito a onze meses.

Disponível em: http://noticias.r7.com. Acesso em: 26 abr. 2010.

Com R$ 1 000,00 destinados a fabricar moedas, o Banco Central conseguiria fabricar, aproximadamente, quantas cédulas a mais?

A. 1 667

B. 2 036

C. 3 846

D. 4 300

E. 5 882

6

(Enem - 2010)

Nos processos industriais, como na indústria de cerâmica,é necessário o uso de fornos capazes de produzir elevadas temperaturas e, em muitas situações, o tempo de elevação dessa temperatura deve ser controlado, para garantir a qualidade do produto final e a economia no processo.
Em uma indústria de cerâmica, o forno é programado para elevar a temperatura ao longo do tempo de acordo com a função

$$T(t)=\begin{cases} \dfrac{7}{5}t + 20, \text{ para } 0 \leq t < 100 \\ \dfrac{2}{125}t^2 - \dfrac{16}{5}t + 320, \quad \text{para} \quad t \geq 100 \end{cases}$$

em que T é o valor da temperatura atingida pelo forno, em graus Celsius, e t é o tempo, em minutos, decorrido desde o instante em que o forno é ligado.
Uma peça deve ser colocada nesse forno quando a temperatura for 48 °C e retirada quando a temperatura for 200 °C.

O tempo de permanência dessa peça no forno é, em minutos, igual a

A. 100.

B. 108.

C. 128.

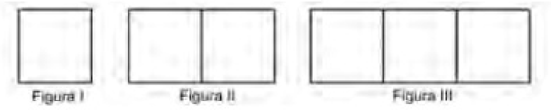
D. 130.

E. 150.

7

(Enem - 2010)

Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos (C) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir.



Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?

A. C = 4Q

B. C = 3Q + 1

C. C = 4Q + 1

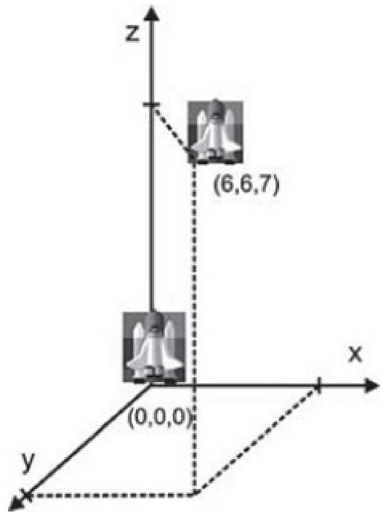
D. C = Q + 3

E. C = 4Q -2

8

(Enem - 2010)

Um foguete foi lançado do marco zero de uma estação e após alguns segundos atingiu a posição (6, 6, 7) no espaço, conforme mostra a figura. As distâncias são medidas em quilômetros.



Considerando que o foguete continuou sua trajetória, mas se deslocou 2 km para frente na direção do eixo-x, 3 km para trás na direção do eixo-y, e 11 km para frente, na direção do eixo-z, então o foguete atingiu a posição

A. (17, 3, 9).

B. (8, 3, 18).

C. (6, 18, 3).

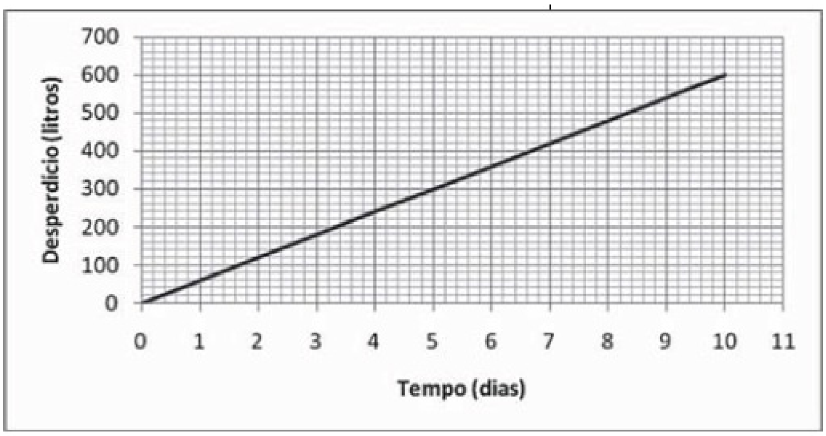
D. (4, 9, -4).

E. (3, 8, 18).

9

(Enem - 2010)

Uma torneira gotejando diariamente é responsável por grandes desperdícios de água. Observe o gráfico que indica o desperdício de uma torneira:



Se y representa o desperdício de água, em litros, e x representa o tempo, em dias, a relação entre x e y é

A. $y = 2x$

B. $y = \frac{1}{2}x$

C. $y = 60x$

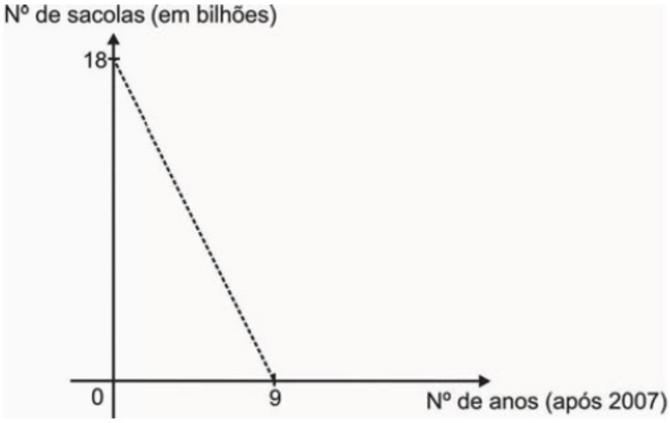
D. $y = 60x + 1$

E. $y = 80x + 50$

10

(Enem - 2010)

As sacolas plásticas sujam florestas, rios e oceanos e quase sempre acabam matando por asfixia peixes, baleias e outros animais aquáticos. No Brasil, em 2007, foram consumidas 18 bilhões de sacolas plásticas. Os supermercados brasileiros se preparam para acabar com as sacolas plásticas até 2016. Observe o gráfico a seguir. em que se considera a origem como o ano de 2007.



LUCENA, M. Guerra às sacolinhas. **Galileu**. nº 225, 2010.

De acordo com as informações, quantos bilhões de sacolas plásticas serão consumidos em 2011?

A. 4,0

B. 6,5

C. 7,0

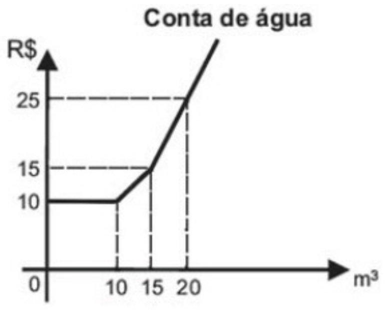
D. 8,0

E. 10,0

11

(Enem - 2010)

Certo município brasileiro cobra a conta de água de seus habitantes de acordo com o gráfico. O valor a ser pago depende do consumo mensal em m³.



Se um morador pagar uma conta de R$ 19,00, isso significa que ele consumiu

A. 16 m³ de água.

B. 17 m³ de água.

C. 18 m³ de água.

D. 19 m³ de água.

E. 20 m³ de água.

12

(Enem - 2011)

Uma indústria fabrica um único tipo de produto e sempre vende tudo o que produz. O custo total para fabricar uma quantidade *q* de produtos é dado por uma função, simbolizada por *CT*, enquanto o faturamento que a empresa obtém com a venda da quantidade *q* também é uma função, simbolizada por *FT*. O lucro total (*LT*) obtido pela venda da quantidade *q* de produtos é dado pela expressão $LT(q) = FT(q) - CT(q)$.

Considerando-se as funções $FT(q) = 5q$ e $CT(q) = 2q + 12$ como faturamento e custo, qual a quantidade mínima de produtos que a indústria terá de fabricar para não ter prejuízo?

A. 0

B. 1

C. 3

D. 4

E. 5

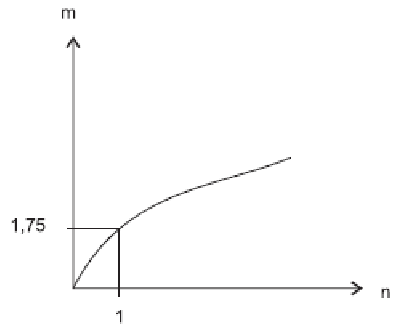
13

(Enem - 2011)

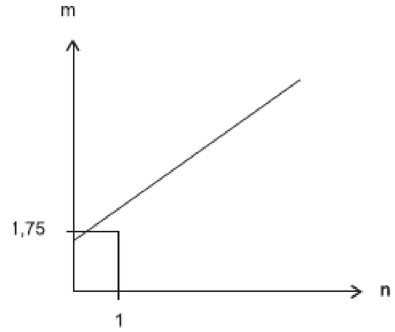
As frutas que antes se compravam por dúzias, hoje em dia, podem ser compradas por quilogramas, existindo também a variação dos preços de acordo com a época de produção. Considere que, independente da época ou variação de preço, certa fruta custa R$ 1,75 o quilograma.

Dos gráficos a seguir, o que representa o preço m pago em reais pela compra de n quilogramas desse produto é

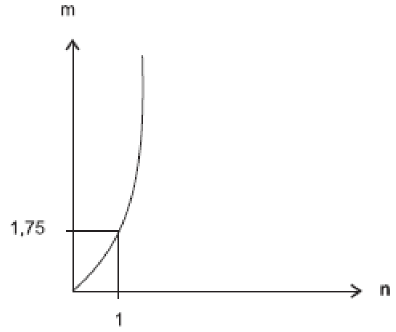
A.



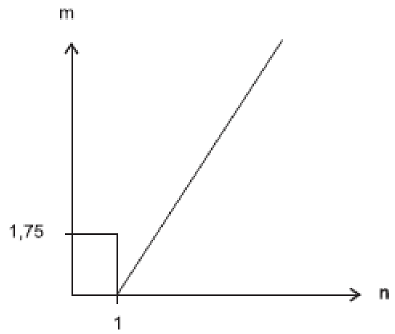
B.



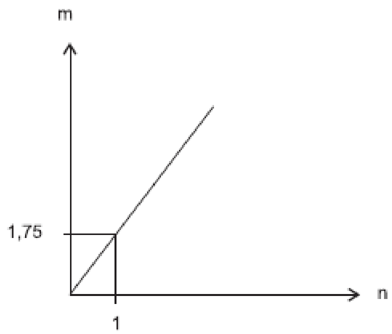
C.



D.



E.



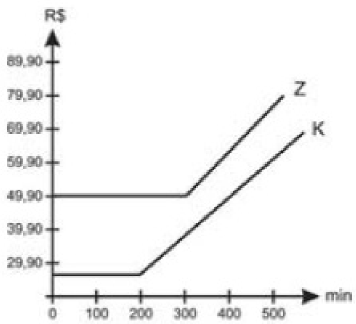
14

(Enem - 2011)

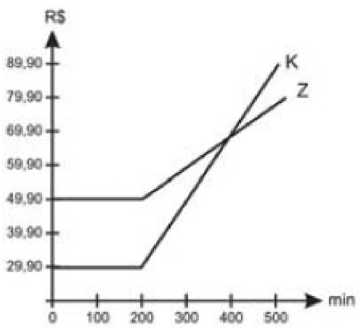
Uma empresa de telefonia fixa oferece dois planos aos seus clientes: no plano K, o cliente paga R$ 29,90 por 200 minutos mensais e R$ 0,20 por cada minuto excedente; no plano Z, paga R$ 49,90 por 300 minutos mensais e R$ 0,10 por cada minuto excedente.

O gráfico que representa o valor pago, em reais, nos dois planos em função dos minutos utilizados é

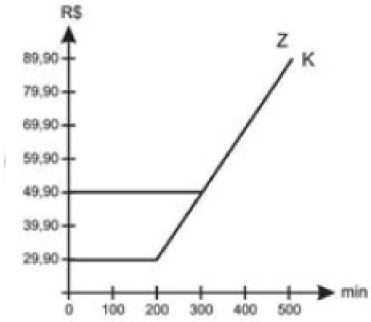
A.



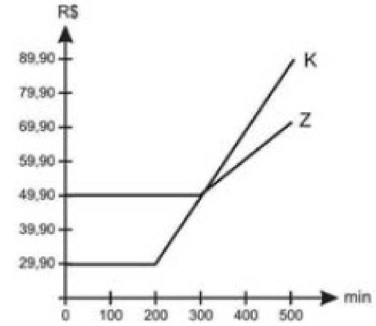
B.



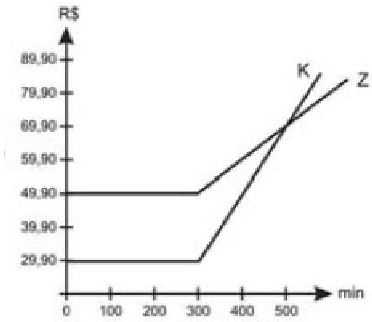
C.


R$
89,90
79,90
69,90
59,90
49,90
39,90
29,90
Z
K
0
100
200
300
400
500
min

D.


R$
89,90
79,90
69,90
59,90
49,90
39,90
29,90
K
Z
0
100
200
300
400
500
min

E.


R$
89,90
79,90
69,90
59,90
49,90
39,90
29,90
K
Z
0
100
200
300
400
500
min

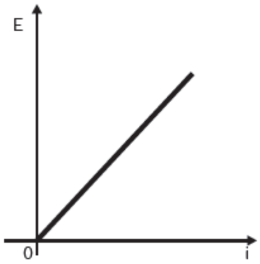
15

(Enem - 2012)

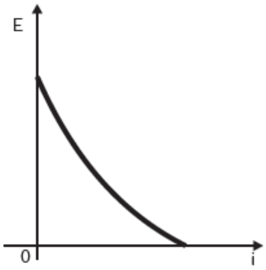
Existem no mercado chuveiros elétricos de diferentes potências, que representam consumos e custos diversos. A potência (P) de um chuveiro elétrico é dada pelo produto entre sua resistência elétrica (R) e o quadrado da corrente elétrica (i) que por ele circula. O consumo de energia elétrica (E), por sua vez, é diretamente proporcional à potência do aparelho.

Considerando as características apresentadas, qual dos gráficos a seguir representa a relação entre a energia consumida (E) por um chuveiro elétrico e a corrente elétrica (i) que circula por ele?

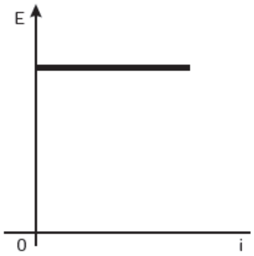
A.



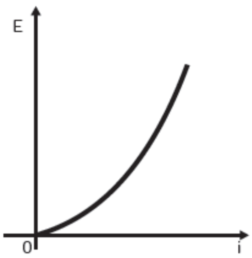
B.



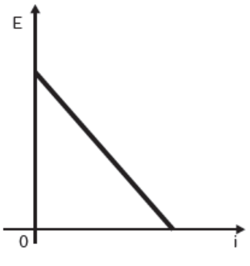
C.



D.



E.



16

(Enem - 2013)

Na aferição de um novo semáforo, os tempos são ajustados de modo que, em cada ciclo completo (verdeamarelo-vermelho), a luz amarela permaneça acesa por 5 segundos, e o tempo em que a luz verde permaneça acesa seja igual a $\frac{2}{3}$ do tempo em que a luz vermelha fique acesa. A luz verde fica acesa, em cada ciclo, durante X segundos e cada ciclo dura Y segundos.

Qual é a expressão que representa a relação entre X e Y?

A. $5X - 3Y + 15 = 0$

B. $5X - 2Y + 10 = 0$

C. $3X - 3Y + 15 = 0$

D. $3X - 2Y + 15 = 0$

E. $3X - 2Y + 10 = 0$

17

(Enem - 2014)

Em uma cidade, o valor total da conta de energia elétrica é obtido pelo produto entre o consumo (em kWh) e o valor da tarifa do kWh (com tributos), adicionado à Cosip (contribuição para custeio da iluminação pública), conforme a expressão:

Valor do kWh (com tributos) X consumo (em kWh) + Cosip

O valor da Cosip é fixo em cada faixa de consumi.
O quadro mostra o valor cobrado para algumas faixas.

Faixa de consumo mensal (kWh)	Valor da Cosip (R$)
Até 80	0,00
Superior a 80 até 100	2,00
Superior a 100 até 140	3,00
Superior a 140 até 200	4,50

Suponha que, em uma residência, todo mês o consumo seja de 150 kWh, e o valor do kWh(com tributos) seja de R$ 0,50. O morador dessa residência pretende diminuir seu consumo mensal de energia elétrica com o objetivo de reduzir o custo total da conta em pelo menos 10%.

Qual deve ser o consumo máximo, em kWh, dessa residência para produzir a redução pretendida pelo morador?

A. 134,1.

B. 135,0.

C. 137,1

D. 138,6

E. 143,1

18

(Enem - 2015)

O sindicato de trabalhadores de uma empresa sugere que o piso salarial da classe seja de R$ 1 800,00, propondo um aumento percentual fixo por cada ano dedicado ao trabalho. A expressão que corresponde à proposta salarial (s), em função do tempo de serviço (t), em anos, é $s(t) = 1\,800 \cdot (1{,}03)^t$.

De acordo com a proposta do sindicato, o salário de um profissional dessa empresa com 2 anos de tempo de serviço será, em reais,

A. 7 416,00.

B. 3 819,24.

C. 3 709,62

D. 3 708,00.

E. 1 909,62.

19

(Enem - 2015)

Um estudante está pesquisando o desenvolvimento de certo tipo de bactéria. Para essa pesquisa, ele utiliza uma estufa para armazenar as bactérias. A temperatura no interior dessa estufa, em graus Celsius, é dada pela expressão $T(h) = -h^2 + 22h - 85$, em que h representa as horas do dia. Sabe-se que o número de bactérias é o maior possível quando a estufa atinge sua temperatura máxima e, nesse momento, ele deve retirá-las da estufa. A tabela associa intervalos de temperatura, em graus Celsius, com as classificações: muito baixa, baixa, média, alta e muito alta.

Intervalos de temperatura (°C)	Classificação
$T < 0$	Muito baixa
$0 \le T \le 17$	Baixa
$17 < T < 30$	Média
$30 \le T \le 43$	Alta
$T > 43$	Muito alta

Quando o estudante obtém o maior número possível de bactérias, a temperatura no interior da estufa está classificada como

A. muito baixa.

B. baixa.

C. média.

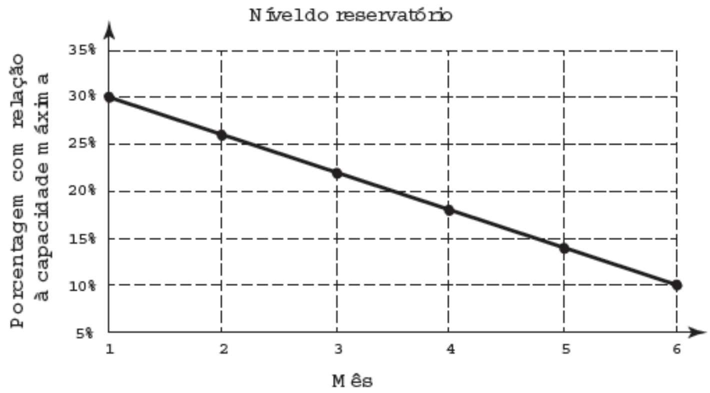
D. alta.

E. muito alta.

20

(Enem - 2016)

Um dos grandes desafios do Brasil é o gerenciamento dos seus recursos naturais, sobretudo os recursos hídricos. Existe uma demanda crescente por água e o risco de racionamento não pode ser descartado. O nível de água de um reservatório foi monitorado por um período, sendo o resultado mostrado no gráfico. Suponha que essa tendência linear observada no monitoramento se prolongue pelos próximos meses.



Nas condições dadas, qual o tempo mínimo, após o sexto mês, para que o reservatório atinja o nível zero de sua capacidade?

A. 2 meses e meio.

B. 3 meses e meio.

C. 1 mês e meio.

D. 4 meses.

E. 1 mês.

ANEXO F – SIMULADOS APLICADOS - GEOMETRIA

Escola Estadual Ns Sr.ª da Glória

Versão B

Simulado 2 - Geometria

Nome:____ **Ano:** ____________

Data: _________________________

Instruções:

- Para cada questão objetiva, são apresentadas 5 opções. Apenas uma está correta.
- A prova inicia-se as 20:45 e termina as 22:25. O tempo para responder as questões e marcação do gabarito.
- Use apenas caneta da cor azul ou preta.
- É proibido uso de equipamento eletrôinico.
- Use o espaço de cada questão para os calculos necessários.

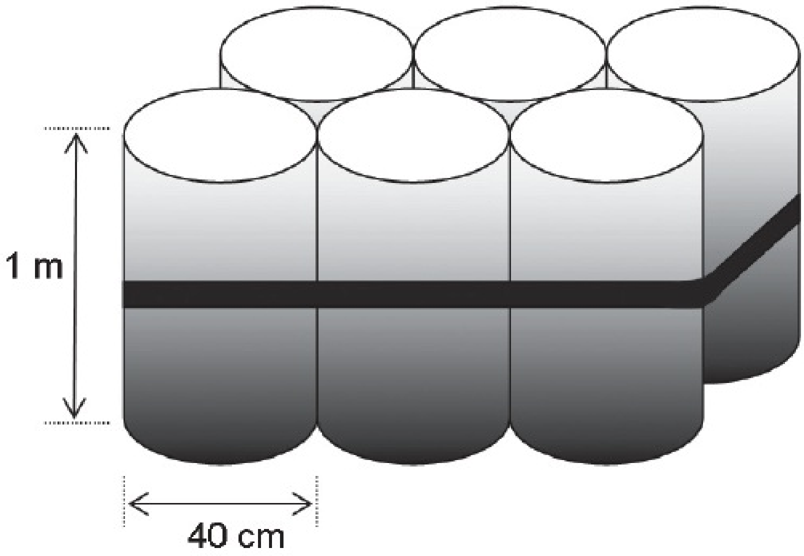
SEDUC
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

GOVERNO DE MATO GROSSO
ESTADO DE TRANSFORMAÇÃO

1

(Enem - 2010)

O administrador de uma cidade, implantando uma política de reutilização de materiais descartados, aproveitou milhares de tambores cilíndricos dispensados por empresas da região e montou *kits* com seis tambores para o abastecimento de água em casas de famílias de baixa renda, conforme a figura seguinte. Além disso, cada família envolvida com o programa irá pagar somente R$ 2,50 por metro cúbico utilizado.



Uma família que utilizar 12 vezes a capacidade total do *kit* em um mês pagará a quantia de

(considere $\pi \cong 3$)

A. R$ 86,40.

B. R$ 21,60.

C. R$ 8,64.

D. R$ 7,20.

E. R$ 1,80.

2

(Enem - 2010)

Uma escola recebeu do governo uma verba de R$ 1000,00 para enviar dois tipos de folhetos pelo correio. O diretor da escola pesquisou que tipos de selos deveriam ser utilizados. Concluiu que, para o primeiro tipo de folheto, bastava um selo de R$ 0,65 enquanto para folhetos do segundo tipo seriam necessários três selos, um de R$ 0,65, um de R$ 0,60 e um de R$ 0,20. O diretor solicitou que se comprassem selos de modo que fossem postados exatamente 500 folhetos do segundo tipo e uma quantidade restante de selos que permitisse o envio do máximo possível de folhetos do primeiro tipo.

Quantos selos de R$ 0,65 foram comprados?

A. 476

B. 675

C. 923

D. 965

E. 1 538

3

(Enem - 2009)

O quadro apresenta informações da área aproximada de cada bioma brasileiro.

biomas continentais brasileiros	área aproximada (km^2)	área / total Brasil
Amazônia	4.196.943	49,29%
Cerrado	2.036.448	23,92%
Mata Atlântica	1.110.182	13,04%
Caatinga	844.453	9,92%
Pampa	176.496	2,07%
Pantanal	150.355	1,76%
Área Total Brasil	8.514.877	

Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 10 jul. 2009 (adaptado).

É comum em conversas informais, ou mesmo em noticiários, o uso de múltiplos da área de um campo de futebol (com as medidas de 120 m x 90 m) para auxiliar a visualização de áreas consideradas extensas. Nesse caso, qual é o número de campos de futebol correspondente à área aproximada do bioma Pantanal?

A. 1.400

B. 14.000

C. 140.000

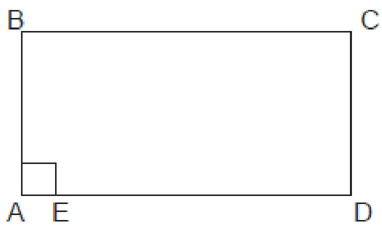
D. 1.400.000

E. 14.000.000

4

(Enem - 2009)

O governo cedeu terrenos para que famílias construíssem suas residências com a condição de que no mínimo 94% da área do terreno fosse mantida como área de preservação ambiental. Ao receber o terreno retangular ABCD, em que $AB = \frac{BC}{2}$, Antônio demarcou uma área quadrada no vértice A, para a construção de sua residência, de acordo com o desenho, no qual $AE = \frac{AB}{5}$ é lado do quadrado.



Nesse caso, a área definida por Antônio atingiria exatamente o limite determinado pela condição se ele

A. duplicasse a medida do lado do quadrado.

B. triplicasse a medida do lado do quadrado.

C. triplicasse a área do quadrado.

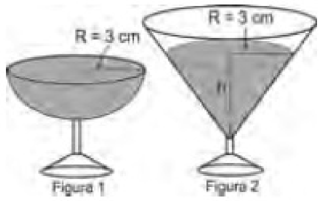
D. ampliasse a medida do lado do quadrado em 4%.

E. ampliasse a área do quadrado em 4%.

5

(Enem - 2010)

Em um casamento, os donos da festa serviam champanhe aos seus convidados em taças com formato de um hemisfério (Figura 1), porém um acidente na cozinha culminou na quebra de grande parte desses recipientes. Para substituir as taças quebradas, utilizou-se um outro tipo com formato de cone (Figura 2). No entanto, os noivos solicitaram que o volume de champanhe nos dois tipos de taças fosse igual.



Considere:

$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi R^3 \qquad e \qquad V_{cone} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

Sabendo que a taça com o formato de hemisfério é servida completamente cheia, a altura do volume de champanhe que deve ser colocado na outra taça, em centímetros, é de

A. 1,33.

B. 6,00.

C. 12,00.

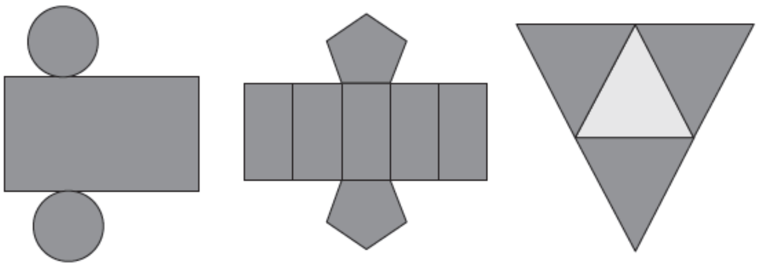
D. 56,52.

E. 113,04.

6

(Enem - 2012)

Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

A. Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.

B. Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.

C. Cone, tronco de pirâmide e pirâmide.

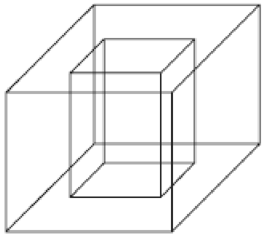
D. Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.

E. Cilindro, prisma e tronco de cone.

7

(Enem - 2010)

Um porta-lápis de madeira foi construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado a seguir. O cubo de dentro é vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que é interno, mede 8 cm.



O volume de madeira utilizado na confecção desse objeto foi de

A. 12 cm³.

B. 64 cm³.

C. 96 cm³.

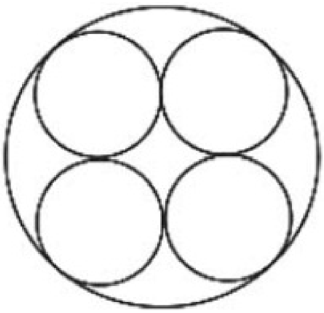
D. 1 216 cm³.

E. 1 728 cm³.

8

(Enem - 2010)

Uma fábrica de tubos acondiciona tubos cilíndricos menores dentro de outros tubos cilíndricos. A figura mostra uma situação em que quatro tubos cilíndricos estão acondicionados perfeitamente em um tubo com raio maior.



Suponha que você seja o operador da máquina que produzirá os tubos maiores em que serão colocados, sem ajustes ou folgas, quatro tubos cilíndricos internos.

Se o raio da base de cada um dos cilindros menores for igual a 6 cm, a máquina por você operada deverá ser ajustada para produzir tubos maiores, com raio da base igual a

A. 12 cm.

B. $12\sqrt{2}$ cm.

C. $24\sqrt{2}$ cm.

D. $6(1+\sqrt{2})$ cm.

E. $12(1+\sqrt{2})$ cm.

9

(Enem - 2010)

Para dificultar o trabalho de falsificadores, foi lançada uma nova família de cédulas do real. Com tamanho variável – quanto maior o valor, maior a nota – o dinheiro novo terá vários elementos de segurança. A estreia será entre abril e maio, quando começam a circular as notas de R$ 50,00 e R$ 100,00.

As cédulas atuais têm 14 cm de comprimento e 6,5 cm de largura. A maior cédula será a de R$ 100,00, com 1,6 cm a mais no comprimento e 0,5 cm maior na largura.

Disponível em: http://br.noticias.yahoo.com. Acesso em: 20 abr. 2010 (adaptado).

Quais serão as dimensões da nova nota de R$ 100,00?

A. 15,6 cm de comprimento e 6 cm de largura.

B. 15,6 cm de comprimento e 6,5 cm de largura.

C. 15,6 cm de comprimento e 7 cm de largura.

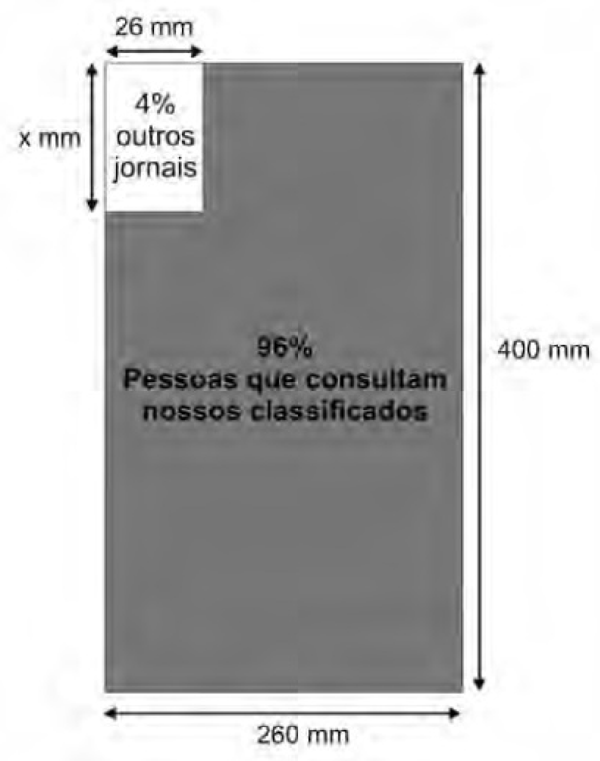
D. 15,9 cm de comprimento e 6,5 cm de largura.

E. 15,9 cm de comprimento e 7 cm de largura.

10

(Enem - 2010)

O jornal de certa cidade publicou em uma página inteira a seguinte divulgação de seu caderno de classificados.



Para que a propaganda seja fidedigna à porcentagem da área que aparece na divulgação, a medida do lado do retângulo que representa os 4%, deve ser de aproximadamente

A. 1 mm.

B. 10 mm.

C. 17 mm.

D. 160 mm.

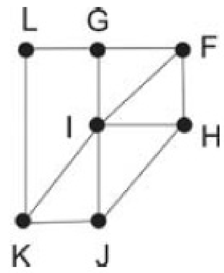
E. 167 mm.

11

(Enem - 2011)

Um técnico em refrigeração precisa revisar todos os pontos de saída de ar de um escritório com várias salas.

Na imagem apresentada, cada ponto indicado por uma letra é a saída do ar, e os segmentos são as tubulações.



Iniciando a revisão pelo ponto K e terminando em F, sem passar mais de uma vez por cada ponto, o caminho será passando pelos pontos

A. K, I e F.

B. K, J, I, G, L e F.

C. K, L, G, I, J, H e F.

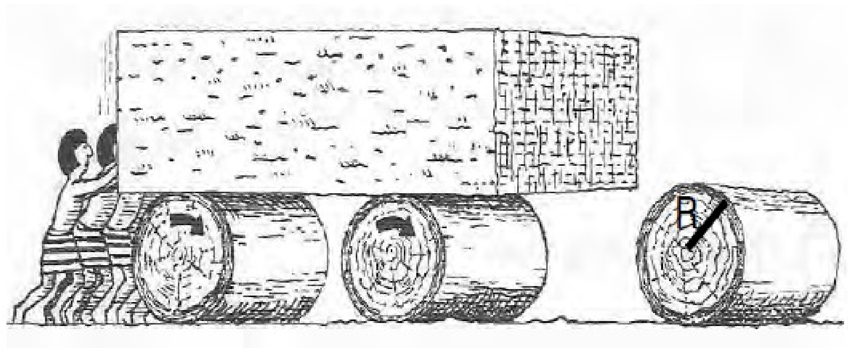
D. K, J, H, I, G, L e F.

E. K, L, G, I, H, J e F.

12

(Enem - 2010)

A ideia de usar rolos circulares para deslocar objetos pesados provavelmente surgiu com os antigos egípcios ao construírem as pirâmides.



BOLT, Brian. **Atividades matemáticas**.Ed.Gradiva.

Representando por R o raio da base dos rolos cilíndricos, em metros, a expressão do deslocamento horizontal y do bloco de pedra em função de R, após o rolo ter dado uma volta completa sem deslizar, é

A. $y = R$.

B. $y = 2R$.

C. $y = \pi R$.

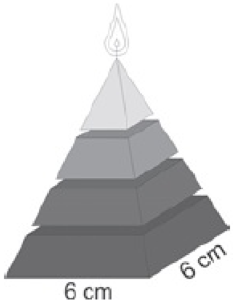
D. $y = 2\pi R$.

E. $y = 4\pi R$.

13

(Enem - 2009)

Uma fábrica produz velas de parafina em forma de pirâmide quadrangular regular com 19 cm de altura e 6 cm de aresta da base. Essas velas são formadas por 4 blocos de mesma altura — 3 troncos de pirâmide de bases paralelas e 1 pirâmide na parte superior —, espaçados de 1 cm entre eles, sendo que a base superior de cada bloco é igual à base inferior do bloco sobreposto, com uma haste de ferro passando pelo centro de cada bloco, unindo-os, conforme a figura.



Se o dono da fábrica resolver diversificar o modelo, retirando a pirâmide da parte superior, que tem 1,5 cm de aresta na base, mas mantendo o mesmo molde, quanto ele passará a gastar com parafina para fabricar uma vela?

A. 156 cm³.

B. 189 cm³.

C. 192 cm³.

D. 216 cm³.

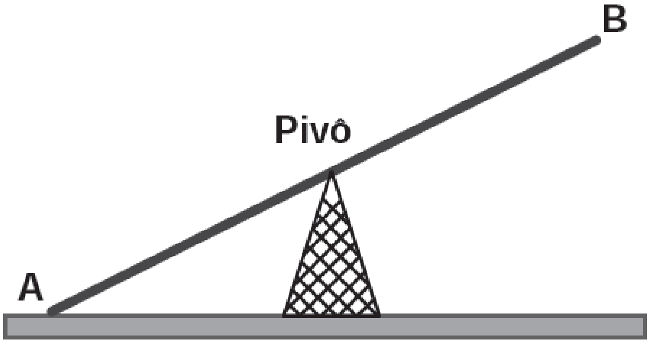
E. 540 cm³.

14

(Enem - 2013)

Gangorra é um brinquedo que consiste de uma tábua longa e estreita equilibrada e fixada no seu ponto central (pivô). Nesse brinquedo, duas pessoas sentam-se nas extremidades e, alternadamente, impulsionam-se para cima, fazendo descer a extremidade oposta, realizando, assim, o movimento da gangorra.

Considere a gangorra representada na figura, em que os pontos *A* e *B* são equidistantes do pivô:



A projeção ortogonal da trajetória dos pontos *A* e *B*, sobre o plano do chão da gangorra, quando esta se encontra em movimento, é:

A. 

B. 

C. 

D. 

E. 

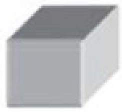
15

(Enem - 2010)

Para confeccionar, em madeira, um cesto de lixo que comporá o ambiente decorativo de uma sala de aula, um marceneiro utilizará, para as faces laterais, retângulos e trapézios isósceles e, para o fundo, um quadrilátero, com os lados de mesma medida e ângulos retos.

Qual das figuras representa o formato de um cesto que possui as características estabelecidas?

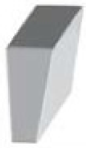
A.



B.

C.

D.

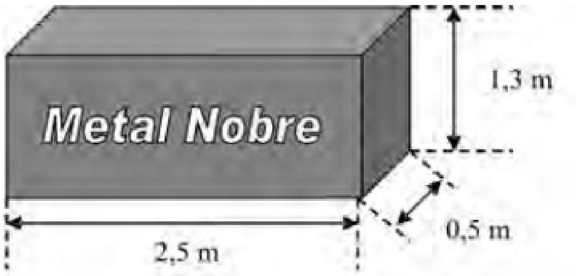


E.

16

(Enem - 2010)

A siderúrgica “Metal Nobre” produz diversos objetos maciços utilizando o ferro. Um tipo especial de peça feita nessa companhia tem o formato de um paralelepípedo retangular, de acordo com as dimensões indicadas na figura que segue.



O produto das três dimensões indicadas na peça resultaria na medida da grandeza

A. massa.

B. volume.

C. superfície.

D. capacidade.

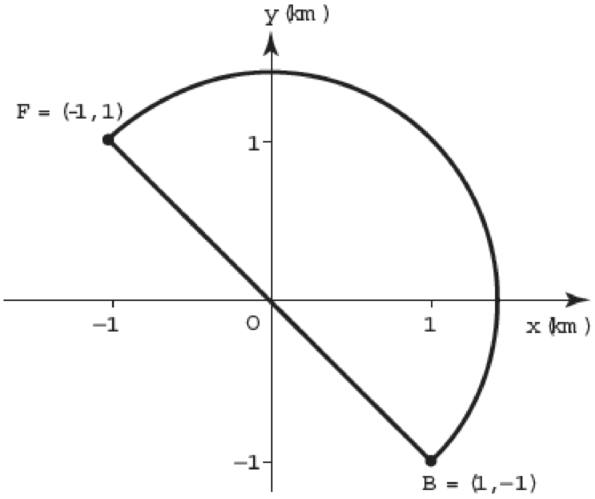
E. comprimento.

17

(Enem - 2016)

Em uma cidade será construída uma galeria subterrânea que receberá uma rede de canos para o transporte de água de uma fonte (*F*) até o reservatório de um novo bairro (*B*).

Após avaliações, foram apresentados dois projetos para o trajeto de construção da galeria: um segmento de reta que atravessaria outros bairros ou uma semicircunferência que contornaria esses bairros, conforme ilustrado no sistema de coordenadas *xOy* da figura, em que a unidade de medida nos eixos é o quilômetro.



Estudos de viabilidade técnica mostraram que, pelas características do solo, a construção de 1 m de galeria via segmento de reta demora 1,0 h, enquanto que 1 m de construção de galeria via semicircunferência demora 0,6 h. Há urgência em disponibilizar água para esse bairro.

Use 3 como aproximação para π e 1,4 como aproximação para $\sqrt{2}$.

O menor tempo possível, em hora, para conclusão da construção da galeria, para atender às necessidades de água do bairro, é de

A. 1 260.

B. 2 520.

C. 2 800.

D. 3 600.

E. 4 000.

18

(Enem - 2009)

Rotas aéreas são como pontes que ligam cidades, estados ou países. O mapa a seguir mostra os estados brasileiros e a localização de algumas capitais identificadas pelos números. Considere que a direção seguida por um avião AI que partiu de Brasília – DF, sem escalas, para Belém, no Pará, seja um segmento de reta com extremidades em DF e em 4.

SIQUEIRA, S. **Brasil Regiões**. Disponível em: www.santiagosiqueira.pro.br. Acesso em: 28 jul. 2009 (adaptado).

Suponha que um passageiro de nome Carlos pegou um avião AII, que seguiu a direção que forma um ângulo de 135º graus no sentido horário com a rota Brasília – Belém e pousou em alguma das capitais brasileiras. Ao desembarcar, Carlos fez uma conexão e embarcou em um avião AIII, que seguiu a direção que forma um ângulo reto, no sentido anti-horário, com a direção seguida pelo avião AII ao partir de Brasília-DF. Considerando que a direção seguida por um avião é sempre dada pela semirreta com origem na cidade de partida e que passa pela cidade destino do avião, pela descrição dada, o passageiro Carlos fez uma conexão em

A. Belo Horizonte, e em seguida embarcou para Curitiba.

B. Belo Horizonte, e em seguida embarcou para Salvador.

C. Boa Vista, e em seguida embarcou para Porto Velho.

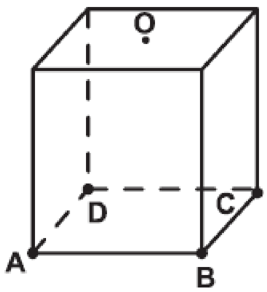
D. Goiânia, e em seguida embarcou para o Rio de Janeiro.

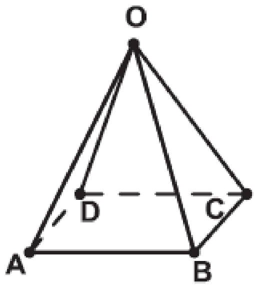
E. Goiânia, e em seguida embarcou para Manaus.

19

(Enem - 2011)

Uma indústria fabrica brindes promocionais em forma de pirâmide. A pirâmide é obtida a partir de quatro cortes em um sólido que tem a forma de um cubo. No esquema, estão indicados o sólido original (cubo) e a pirâmide obtida a partir dele.





Os pontos A, B, C, D e O do cubo e da pirâmide são os mesmos. O ponto O é central na face superior do cubo. Os quatro cortes saem de O em direção às arestas $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, nessa ordem. Após os cortes, são descartados quatro sólidos.

Os formatos dos sólidos descartados são

A. todos iguais.

B. todos diferentes.

C. três iguais e um diferente.

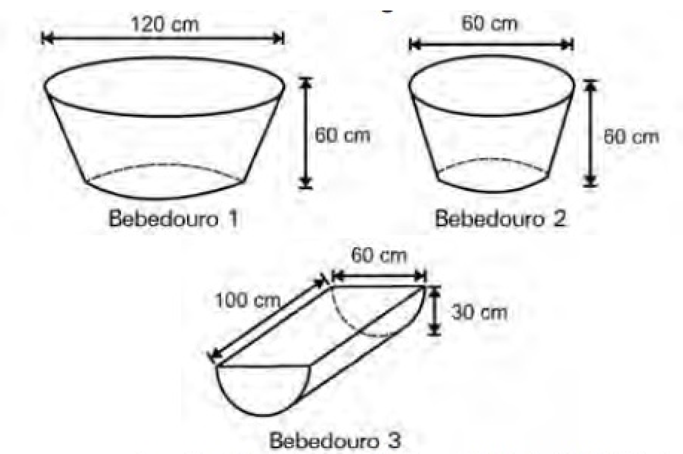
D. apenas dois iguais.

E. iguais dois a dois.

20

(Enem - 2010)

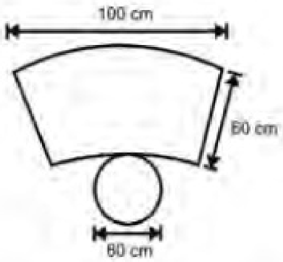
Alguns testes de preferência por bebedouros de água foram realizados com bovinos, envolvendo três tipos de bebedouros, de formatos e tamanhos diferentes. Os bebedouros 1 e 2 têm a forma de um tronco de cone circular reto, de altura igual a 60 cm, e diâmetro da base superior igual a 120 cm e 60 cm, respectivamente. O bebedouro 3 é um semicilindro, com 30 cm de altura, 100 cm de comprimento e 60 cm de largura. Os três recipientes estão ilustrados na figura.



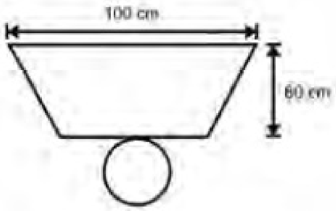
A escolha do bebedouro. In: **Biotemas**. V. 22, n°. 4, 2009 (adaptado).

Considerando que nenhum dos recipientes tenha tampa, qual das figuras a seguir representa uma planificação para o bebedouro 3?

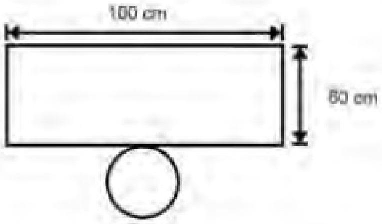
A.


100 cm
60 cm
60 cm

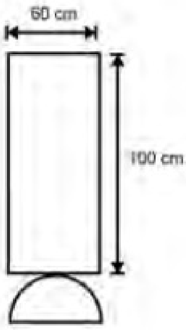
B.


100 cm
60 cm

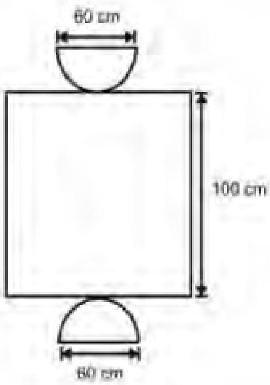
C.


100 cm
60 cm

D.


60 cm
100 cm

E.


60 cm
100 cm
60 cm

ANEXO G – SIMULADOS APLICADOS - ÁLGEBRA

Escola Estadual Ns Sr.ª da Glória

Versão C

Simulado 3 - Álgebra

Nome:____ **Ano:** ____________

Data: _________________________

Instruções:

- Para cada questão objetiva, são apresentadas 5 opções. Apenas uma está correta.
- A prova inicia-se as 20:45 e termina as 22:25. O tempo para responder as questões e marcação do gabarito.
- Use apenas caneta da cor azul ou preta.
- É proibido uso de equipamento eletrôinico.
- Use o espaço de cada questão para os calculos necessários.

SEDUC
SECRETARIA DE
ESTADO DE EDUCAÇÃO

GOVERNO DE
MATO GROSSO
ESTADO DE TRANSFORMAÇÃO

1

(Enem - 2010)

O IGP-M é um índice da Fundação Getúlio Vargas, obtido por meio da variação dos preços de alguns setores da economia, do dia vinte e um do mês anterior ao dia vinte do mês de referência. Ele é calculado a partir do Índice de Preços por Atacado (IPA-M), que tem peso de 60% do índice, do Índice de Preços ao Consumidor (IPC-M), que tem peso de 30%, e do Índice Nacional de Custo de Construção (INCC), representando 10%. Atualmente, o IGP-M é o índice para a correção de contratos de aluguel e o indexador de algumas tarifas, como energia elétrica.

INCC

Mês/ano	Indice do mês (em %)
Mar/2010	0,45
Fev/2010	0,35
Jan/2010	0,52

IPC-M

Mês/Ano	Indice do mês (em %)
Mar/2010	0,83
Fev/2010	0,88
Jan/2010	1,00

IPA-M

Mês/Ano	Indice do mês (em %)
Mar/2010	1,07
Fev/2010	1,42
Jan/2010	0,51

A partir das informações, é possível determinar o maior IGP-M mensal desse primeiro trimestre, cujo valor é igual a

A. 7, 03%.

B. 3,00%.

C. 2,65%.

D. 1,15%.

E. 0,66%.

2

(Enem - 2009)

Uma resolução do Conselho Nacional de Política Energética (CNPE) estabeleceu a obrigatoriedade de adição de biodísel ao óleo dísel comercializado nos postos. A exigência é que, a partir de 1.º de julho de 2009, 4% do volume da mistura final seja formada por biodísel. Até junho de 2009, esse percentual era de 3%. Essa medida estimula a demanda de biodísel, bem como possibilita a redução da importação de dísel de petróleo.

Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br.
Acesso em: 12 jul. 2009 (adaptado).

Estimativas indicam que, com a adição de 4% de biodísel ao dísel, serão consumidos 925 milhões de litros de biodísel no segundo semestre de 2009. Considerando-se essa estimativa, para o mesmo volume da mistura final dísel/biodísel consumida no segundo semestre de 2009, qual seria o consumo de biodísel com a adição de 3%?

A. 27,75 milhões de litros.

B. 37,00 milhões de litros.

C. 231,25 milhões de litros.

D. 693,75 milhões de litros.

E. 888,00 milhões de litros.

3

(Enem - 2016)

Cinco marcas de pão integral apresentam as seguintes concentrações de fibras (massa de fibra por massa de pão):

- Marca A: 2 g de fibras a cada 50 g de pão;
- Marca B: 5 g de fibras a cada 40 g de pão;
- Marca C: 5 g de fibras a cada 100 g de pão;
- Marca D: 6 g de fibras a cada 90 g de pão;
- Marca E: 7 g de fibras a cada 70 g de pão.

Recomenda-se a ingestão do pão que possui a maior concentração de fibras.

Disponível em: www.blog.saude.gov.br. Acesso em: 25 fev. 2013.

A marca a ser escolhida é

A. A.

B. B.

C. C.

D. D.

E. E.

4

(Enem - 2012)

Um laboratório realiza exames em que é possível observar a taxa de glicose de uma pessoa. Os resultados são analisados de acordo com o quadro a seguir.

Hipoglicemia	taxa de glicose menor ou igual a 70 mg/dL
Normal	taxa de glicose maior que 70 mg/dL e menor ou igual a 100 mg/dL
Pré-diabetes	taxa de glicose maior que 100 mg/dL e menor ou igual a 125 mg/dL
Diabetes Melito	taxa de glicose maior que 125 mg/dL e menor ou igual a 250 mg/dL
Hiperglicemia	taxa de glicose maior que 250 mg/dL

Um paciente fez um exame de glicose nesse laboratório e comprovou que estava com hiperglicemia. Sua taxa de glicose era de 300 mg/dL. Seu médico prescreveu um tratamento em duas etapas. Na primeira etapa ele conseguiu reduzir sua taxa em 30% e na segunda etapa em 10%.

Ao calcular sua taxa de glicose após as duas reduções, o paciente verificou que estava na categoria de

A. hipoglicemia.

B. normal.

C. pré-diabetes.

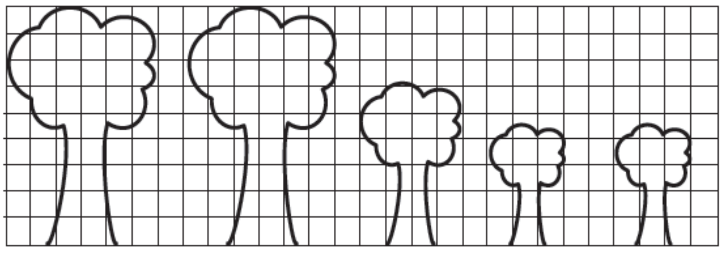
D. diabetes melito.

E. hiperglicemia.

5

(Enem - 2012)

Um biólogo mediu a altura de cinco árvores distintas e representou-as em uma mesma malha quadriculada, utilizando escalas diferentes, conforme indicações na figura a seguir.



I 1:100 | II 2:100 | III 2:300 | IV 1:300 | V 2:300

Qual é a árvore que apresenta a maior altura real?

A. I

B. II

C. III

D. IV

E. V

6

(Enem - 2012)

O esporte de alta competição da atualidade produziu uma questão ainda sem resposta: Qual é o limite do corpo humano? O maratonista original, o grego da lenda, morreu de fadiga por ter corrido 42 quilômetros. O americano Dean Karnazes, cruzando sozinho as planícies da Califórnia, conseguiu correr dez vezes mais em 75 horas.

Um professor de Educação Física, ao discutir com a turma o texto sobre a capacidade do maratonista americano, desenhou na lousa uma pista reta de 60 centímetros, que representaria o percurso referido.

Disponível em: http://veja.abril.com.br. Acesso em: 25 jun. 2011 (adaptado).

Se o percurso de Dean Karnazes fosse também em uma pista reta, qual seria a escala entre a pista feita pelo professor e a percorrida pelo atleta?

A. 1:700

B. 1:7 000

C. 1:70 000

D. 1:700 000

E. 1:7 000 000

7

(Enem - 2009)

Segundo as regras da Fórmula 1, o peso mínimo do carro, de tanque vazio, com o piloto, é de 605 kg, e a gasolina deve ter densidade entre 725 e 780 gramas por litro. Entre os circuitos nos quais ocorrem competições dessa categoria, o mais longo é *Spa-Francorchamps*, na Bélgica, cujo traçado tem 7 km de extensão. O consumo médio de um carro da Fórmula 1 é de 75 litros para cada 100 km.

Suponha que um piloto de uma equipe específica, que utiliza um tipo de gasolina com densidade de 750 g/L, esteja no circuito de *Spa-Francorchamps*, parado no *box* para reabastecimento. Caso ele pretenda dar mais 16 voltas, ao ser liberado para retornar à pista, seu carro deverá pesar, no mínimo,

A. 617 kg.

B. 668 kg.

C. 680 kg.

D. 689 kg.

E. 717 kg.

8

(Enem - 2010)

Uma empresa possui um sistema de controle de qualidade que classifica o seu desempenho financeiro anual, tendo como base o do ano anterior. Os conceitos são: **insuficiente**, quando o crescimento é menor que 1%; **regular,** quando o crescimento é maior ou igual a 1% e menor que 5%; **bom**, quando o crescimento é maior ou igual a 5% e menor que 10%; **ótimo**, quando é maior ou igual a 10% e menor que 20%; e **excelente**, quando é maior ou igual a 20%. Essa empresa apresentou lucro de R$ 132 000,00 em 2008 e de R$ 145 000,00 em 2009.

De acordo com esse sistema de controle de qualidade, o desempenho financeiro dessa empresa no ano de 2009 deve ser considerado

A. insuficiente.

B. regular.

C. bom.

D. ótimo.

E. excelente.

9

(Enem - 2010)

João tem uma loja onde fabrica e vende moedas de chocolate com diâmetro de 4 cm e preço de R$ 1,50 a unidade. Pedro vai a essa loja e, após comer várias moedas de chocolate, sugere ao João que ele faça moedas com 8 cm de diâmetro e mesma espessura e cobre R$ 3,00 a unidade.

Considerando que o preço da moeda depende apenas da quantidade de chocolate, João

A. aceita a proposta de Pedro, pois, se dobra o diâmetro, o preço também deve dobrar.

B. rejeita a proposta de Pedro, pois o preço correto seria R$ 12,00.

C. rejeita a proposta de Pedro, pois o preço correto seria R$ 7,50.

D. rejeita a proposta de Pedro, pois o preço correto seria R$ 6,00.

E. rejeita a proposta de Pedro, pois o preço correto seria R$ 4,50.

10

(Enem - 2010)

Lucas precisa estacionar o carro pelo período de 40 minutos, e sua irmã Clara também precisa estacionar o carro pelo período de 6 horas.

O estacionamento Verde cobra R$ 5,00 por hora de permanência. O estacionamento Amarelo cobra R$ 6,00 por 4 horas de permanência e mais R$ 2,50 por hora ou fração de hora ultrapassada. O estacionamento Preto cobra R$ 7,00 por 3 horas de permanência e mais R$ 1,00 por hora ou fração de hora ultrapassada.

Os estacionamentos mais econômicos para Lucas e Clara, respectivamente, são

A. Verde e Preto.

B. Verde e Amarelo.

C. Amarelo e Amarelo.

D. Preto e Preto.

E. Verde e Verde.

11

(Enem - 2010)

As Olimpíadas de 2016 serão realizadas na cidade do Rio de Janeiro. Uma das modalidades que trazem esperanças de medalhas para o Brasil é a natação. Aliás, a piscina olímpica merece uma atenção especial devido as suas dimensões. Piscinas olímpicas têm 50 metros de comprimento por 25 metros de largura.

Se a piscina olímpica fosse representada em uma escala de 1:100, ela ficaria com as medidas de

A. 0,5 centímetro de comprimento e 0,25 centímetro de largura.

B. 5 centímetros de comprimento e 2,5 centímetros de largura.

C. 50 centímetros de comprimento e 25 centímetros de largura.

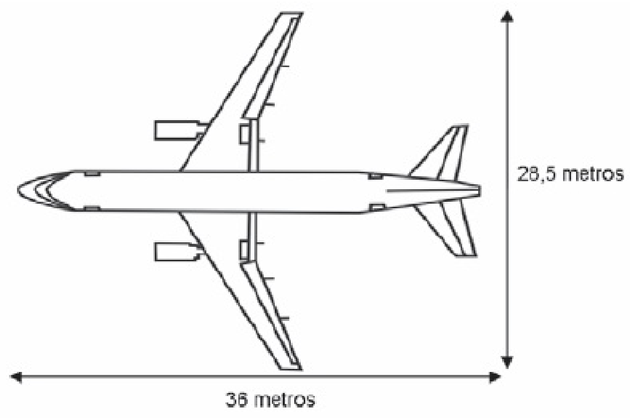
D. 500 centímetros de comprimento e 250 centímetros de largura.

E. 200 centímetros de comprimento e 400 centímetros de largura.

12

(Enem - 2009)

A figura a seguir mostra as medidas reais de uma aeronave que será fabricada para utilização por companhias de transporte aéreo. Um engenheiro precisa fazer o desenho desse avião em escala de 1:150.



Para o engenheiro fazer esse desenho em uma folha de papel, deixando uma margem de 1 cm em relação às bordas da folha, quais as dimensões mínimas, em centímetros, que essa folha deverá ter?

A. 2,9 cm × 3,4 cm.

B. 3,9 cm × 4,4 cm.

C. 20 cm × 25 cm.

D. 21 cm × 26 cm.

E. 192 cm × 242 cm.

13

(Enem - 2015)

Durante um jogo de futebol foram anunciados os totais do público presente e do público pagante. Diante da diferença entre os dois totais apresentados, um dos comentaristas esportivos presentes afirmou que apenas 75% das pessoas que assistiam àquele jogo no estádio pagaram ingresso.

Considerando que a afirmativa do comentarista está correta, a razão entre o público não pagante e o público pagante naquele jogo foi

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{4}{3}$

E. $\frac{3}{1}$

14

(Enem - 2009)

A resolução das câmeras digitais modernas é dada em *megapixels*, unidade de medida que representa um milhão de pontos. As informações sobre cada um desses pontos são armazenadas, em geral, em 3 bytes. Porém, para evitar que as imagens ocupem muito espaço, elas são submetidas a algoritmos de compressão, que reduzem em até 95% a quantidade de *bytes* necessários para armazená-las. Considere 1 KB = 1.000 *bytes*, 1 MB = 1.000 KB, 1 GB = 1.000 MB.

Utilizando uma câmera de 2.0 *megapixels* cujo algoritmo de compressão é de 95%, João fotografou 150 imagens para seu trabalho escolar. Se ele deseja armazená-las de modo que o espaço restante no dispositivo seja o menor espaço possível, ele deve utilizar

A. um CD de 700 MB.

B. um *pendrive* de 1 GB.

C. um HD externo de 16 GB.

D. um *memory stick* de 16 MB.

E. um cartão de memória de 64 MB.

15

(Enem - 2009)

Técnicos concluem mapeamento do aquífero Guarani

O aquífero Guarani localiza-se no subterrâneo dos territórios da Argentina, Brasil, Paraguai e Uruguai, com extensão total de 1.200.000 quilômetros quadrados, dos quais 840.000 quilômetros quadrados estão no Brasil. O aquífero armazena cerca de 30 mil quilômetros cúbicos de água e é considerado um dos maiores do mundo.

Na maioria das vezes em que são feitas referências à água, são usadas as unidades metro cúbico e litro, e não as unidades já descritas. A Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (SABESP) divulgou, por exemplo, um novo reservatório cuja capacidade de armazenagem é de 20 milhões de litros.

Disponível em: http://noticias.terra.com.br. Acesso em: 10 jul. 2009 (adaptado).

Comparando as capacidades do aquífero Guarani e desse novo reservatório da SABESP, a capacidade do aquífero Guarani é

A. $1,5 \times 10^2$ vezes a capacidade do reservatório novo.

B. $1,5 \times 10^3$ vezes a capacidade do reservatório novo.

C. $1,5 \times 10^6$ a capacidade do reservatório novo.

D. $1,5 \times 10^8$ a capacidade do reservatório novo.

E. $1,5 \times 10^9$ a capacidade do reservatório novo.

16

(Enem - 2010)

Existe uma cartilagem entre os ossos que vai crescendo e se calcificando desde a infância até a idade adulta. No fim da puberdade, os hormônios sexuais (testosterona e estrógeno) fazem com que essas extremidades ósseas (epífises) se fechem e o crescimento seja interrompido. Assim, quanto maior a área não calcificada entre os ossos, mais a criança poderá crescer ainda. A expectativa é que durante os quatro ou cinco anos da puberdade, um garoto ganhe de 27 a 30 centímetros.

Revista Cláudia. Abr. 2010 (adaptado).

De acordo com essas informações, um garoto que inicia a puberdade com 1,45 m de altura poderá chegar ao final dessa fase com uma altura

A. mínima de 1,458 m.

B. mínima de 1,477 m.

C. máxima de 1,480 m.

D. máxima de 1,720 m.

E. máxima de 1,750 m.

17

(Enem - 2011)

Você pode adaptar as atividades do seu dia a dia de uma forma que possa queimar mais calorias do que as gastas normalmente, conforme a relação seguinte:

- Enquanto você fala ao telefone, faça agachamentos: 100 calorias gastas em 20 minutos.
- Meia hora de supermercado: 100 calorias.
- Cuidar do jardim por 30 minutos: 200 calorias.
- Passear com o cachorro: 200 calorias em 30 minutos.
- Tirar o pó dos móveis: 150 calorias em 30 minutos.
- Lavar roupas por 30 minutos: 200 calorias.

Disponível em: http://cyberdiet.terra.com.br. Acesso em: 27 abr. 2010 (adaptado).

Uma pessoa deseja executar essas atividades, porém, ajustando o tempo para que, em cada uma, gaste igualmente 200 calorias.

A partir dos ajustes, quanto tempo a mais será necessário para realizar todas as atividades`

A. 50 minutos.

B. 60 minutos.

C. 80 minutos.

D. 120 minutos.

E. 170 minutos.

18

(Enem - 2010)

No dia 12 de janeiro de 2010, o governo da Venezuela adotou um plano de racionamento de energia que previa cortes no fornecimento em todo o país.

O ministro da Energia afirmou que uma das formas mais eficazes de se economizar energia nos domicílios seria o uso de lâmpadas que consomem 20% menos da energia consumida por lâmpadas normais.

Disponível em: http://www.bbc.co.uk. Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

Em uma residência, o consumo mensal de energia proveniente do uso de lâmpadas comuns é de 63 kWh. Se todas as lâmpadas dessa residência forem trocadas pelas lâmpadas econômicas, esse consumo passará a ser de, aproximadamente,

A. 9 kWh.

B. 11 kWh.

C. 22 kWh.

D. 35 kWh.

E. 50 kWh.

19

(Enem - 2010)

Em abril de 2009, o observatório espacial americano *Swift* captou um feixe de raios gama proveniente de uma explosão no espaço. Cientistas italianos e ingleses apresentaram conclusões de que as luzes captadas provêm do colapso de uma estrela ocorrido há 13 bilhões de anos, apenas 630 milhões de anos após o *Big Bang*, expansão súbita que originou o Universo. Batizada de GRB 090423, a estrela é o objeto celeste mais antigo já observado pelo homem.

Revista Veja. 4 nov. 2009 (adaptado).

Suponha uma escala de 0 h a 24 h e considere que o *Big Bang* ocorreu exatamente à 0 h. Desse modo, a explosão da estrela GRB 090423 teria ocorrido à(s)

A. 1,10 h.

B. 1,16 h.

C. 1,22 h.

D. 1,84 h.

E. 2,01 h.

20

(Enem - 2014)

Boliche é um jogo em que se arremessa uma bola sobre uma pista para atingir dez pinos, dispostos em uma formação de base triangular, buscando derrubar o maior número de pinos. A razão entre o total de vezes em que o jogador derruba todos os pinos e o número de jogadas determina seu desempenho.

Em uma disputa entre cinco jogadores, foram obtidos os seguintes resultados:

Jogador I – Derrubou todos os pinos 50 vezes em 85 jogadas.
Jogador II – Derrubou todos os pinos 40 vezes em 65 jogadas.
Jogador III – Derrubou todos os pinos 20 vezes em 65 jogadas.
Jogador IV – Derrubou todos os pinos 30 vezes em 40 jogadas.
Jogador V – Derrubou todos os pinos 48 vezes em 90 jogadas.

Qual desses jogadores apresentou maior desempenho?

A. II

B. II

C. III

D. IV

E. V

ANEXO H – SIMULADOS APLICADOS - MATEMÁTICA DISCRETA

Escola Estadual N. Srª da Glória

Versão A

Simulado 4 - Matemática Discreta

Nome:____ **Ano:** ____________

Data: _________________________

Instruções:

- Para cada questão objetiva, são apresentadas 5 opções. Apenas uma está correta.
- A prova inicia-se as 20:45 e termina as 22:25. O tempo para responder as questões e marcação do gabarito.
- Use apenas caneta da cor azul ou preta.
- É proibido uso de equipamento eletrôinico.
- Use o espaço de cada questão para os calculos necessários.

SEDUC
SECRETARIA DE
ESTADO DE EDUCAÇÃO

GOVERNO DE
MATO GROSSO
ESTADO DE TRANSFORMAÇÃO

1

(Enem - 2009)

Doze times se inscreveram em um torneio de futebol amador. O jogo de abertura do torneio foi escolhido da seguinte forma: primeiro foram sorteados 4 times para compor o Grupo A. Em seguida, entre os times do Grupo A, foram sorteados 2 times para realizar o jogo de abertura do torneio, sendo que o primeiro deles jogaria em seu próprio campo, e o segundo seria o time visitante.

A quantidade total de escolhas possíveis para o Grupo A e a quantidade total de escolhas dos times do jogo de abertura podem ser calculadas através de

A. uma combinação e um arranjo, respectivamente.

B. um arranjo e uma combinação, respectivamente

C. um arranjo e uma permutação, respectivamente.

D. duas combinações.

E. dois arranjos.

2

(Enem - 2015)

Numa cidade, cinco escolas de samba (I, II, III, IV e V) participaram do desfile de Carnaval. Quatro quesitos são julgados, cada um por dois jurados, que podem atribuir somente uma dentre as notas 6, 7, 8, 9 ou 10. A campeã será a escola que obtiver maior pontuação na soma de todas as notas emitidas. Em caso de empate, a campeã será a que alcançar a maior soma das notas atribuídas pelos jurados no quesito Enredo e Harmonia. A tabela mostra as notas do desfile desse ano no momento em que faltava somente a divulgação das notas do jurado B no quesito Bateria.

Quesitos	1. Fantasia e Alegoria		2. Evolução e Conjunto		3. Enredo e Harmonia		4. Bateria		Total
Jurado	A	B	A	B	A	B	A	B	
Escola I	6	7	8	8	9	9	8		55
Escola II	9	8	10	9	10	10	10		66
Escola III	8	8	7	8	6	7	6		50
Escola IV	9	10	10	10	9	10	10		68
Escola V	8	7	9	8	6	8	8		54

Quantas configurações distintas das notas a serem atribuídas pelo jurado B no quesito Bateria tornariam campeã a Escola II?

A. 21

B. 90

C. 750

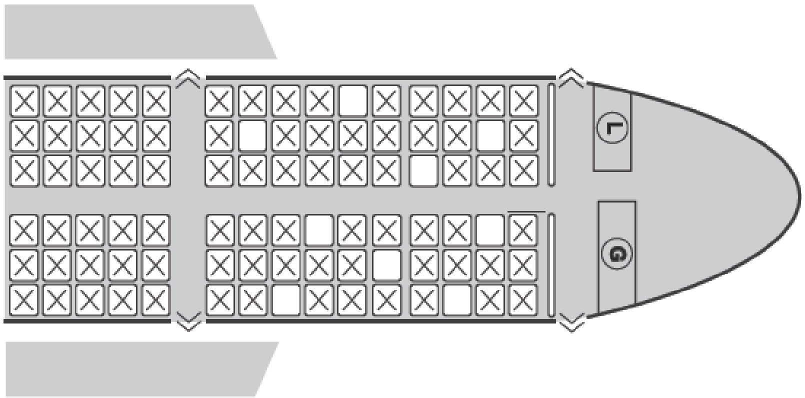
D. 1 250

E. 3 125

3

(Enem - 2015)

Uma família composta por sete pessoas adultas, após decidir o itinerário de sua viagem, consultou o site de uma empresa aérea e constatou que o voo para a data escolhida estava quase lotado. Na figura, disponibilizada pelo site, as poltronas ocupadas estão marcadas com X e as únicas poltronas disponíveis são as mostradas em branco.



Disponível em: www.gebh.net. Acesso em: 30 out. 2013 (adaptado).

O número de formas distintas de se acomodar a família nesse voo é calculado por

A. $\frac{9!}{2!}$

B. $\frac{9!}{7! \times 2!}$

C. $7!$

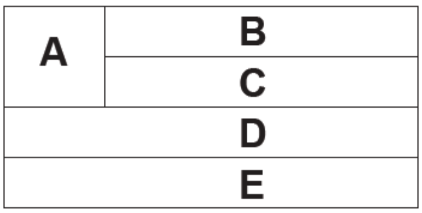
D. $\frac{5!}{2!} \times 4!$

E. $\frac{5!}{4!} \times \frac{4!}{3!}$

4

(Enem - 2015)

A bandeira de um estado é formada por cinco faixas, A, B, C, D e E, dispostas conforme a figura.



Deseja-se pintar cada faixa com uma das cores verde, azul ou amarelo, de tal forma que faixas adjacentes não sejam pintadas com a mesma cor.

O cálculo do número de possibilidades distintas de se pintar essa bandeira, com a exigência acima, é

A. 1 x 2 x 1 x 1 x 2.

B. 3 x 2 x 1 x 1 x 2.

C. 3 x 2 x 1 x 1 x 3.

D. 3 x 2 x 1 x 2 x 2.

E. 3 x 2 x 2 x 2 x 2.

5

(Enem - 2016)

O tênis é um esporte em que a estratégia de jogo a ser adotada depende, entre outros fatores, de o adversário ser canhoto ou destro.

Um clube tem um grupo de 10 tenistas, sendo que 4 são canhotos e 6 são destros. O técnico do clube deseja realizar uma partida de exibição entre dois desses jogadores, porém, não poderão ser ambos canhotos.

Qual o número de possibilidades de escolha dos tenistas para a partida de exibição?

A. $\dfrac{10!}{2! \times 8!} - \dfrac{4!}{2! \times 2!}$

B. $\dfrac{10!}{8!} - \dfrac{4!}{2!}$

C. $\dfrac{10!}{2! \times 8!} - 2$

D. $\dfrac{6!}{4!} + 4 \times 4$

E. $\dfrac{6!}{4!} + 6 \times 4$

6

(Enem - 2016)

Para cadastrar-se em um *site*, uma pessoa precisa escolher uma senha composta por quatro caracteres, sendo dois algarismos e duas letras (maiúsculas ou minúsculas). As letras e os algarismos podem estar em qualquer posição. Essa pessoa sabe que o alfabeto é composto por vinte e seis letras e que uma letra maiúscula difere da minúscula em uma senha.

Disponível em: www.infowester.com. Acesso em: 14 dez. 2012.

O número total de senhas possíveis para o cadastramento nesse *site* é dado por

A. $10^2 \cdot 26^2$

B. $10^2 \cdot 52^2$

C. $10^2 \cdot 52^2 \cdot \dfrac{4!}{2!}$

D. $10^2 \cdot 26^2 \cdot \dfrac{4!}{2! \cdot 2!}$

E. $10^2 \cdot 52^2 \cdot \dfrac{4!}{2! \cdot 2!}$

7

(Enem - 2009)

A tabela mostra alguns dados da emissão de dióxido de carbono de uma fábrica, em função do número de toneladas produzidas.

Produção (em toneladas)	Emissão de dióxido de carbono (em partes por milhão – ppm)
1,1	2,14
1,2	2,30
1,3	2,46
1,4	2,64
1,5	2,83
1,6	3,03
1,7	3,25
1,8	3,48
1,9	3,73
2,0	4,00

Cadernos do Gestar II, Matemática TP3.
Disponível em: www.mec.gov.br. Acesso em: 14 jul. 2009.

Os dados na tabela indicam que a taxa média de variação entre a emissão de dióxido de carbono (em ppm) e a produção (em toneladas) é

A. inferior a 0,18.

B. superior a 0,18 e inferior a 0,50.

C. superior a 0,50 e inferior a 1,50.

D. superior a 1,50 e inferior a 2,80.

E. superior a 2,80.

8

(Enem - 2009)

Brasil e França têm relações comerciais há mais de 200 anos. Enquanto a França é a 5.ª nação mais rica do planeta, o Brasil é a 10.ª, e ambas se destacam na economia mundial. No entanto, devido a uma série de restrições, o comércio entre esses dois países ainda não é adequadamente explorado, como mostra a tabela seguinte, referente ao período 2003-2007.

Investimentos Bilaterais (em milhões de dólares)

Ano	Brasil na França	França no Brasil
2003	367	825
2004	357	485
2005	354	1.458
2006	539	744
2007	280	1.214

Disponível em: www.cartacapital.com.br. Acesso em: 7 jul. 2009.

Os dados da tabela mostram que, no período considerado, os valores médios dos investimentos da França no Brasil foram maiores que os investimentos do Brasil na França em um valor

A. inferior a 300 milhões de dólares.

B. superior a 300 milhões de dólares, mas inferior a 400 milhões de dólares.

C. superior a 400 milhões de dólares, mas inferior a 500 milhões de dólares.

D. superior a 500 milhões de dólares, mas inferior a 600 milhões de dólares.

E. superior a 600 milhões de dólares.

9

(Enem - 2009)

Suponha que a etapa final de uma gincana escolar consista em um desafio de conhecimentos. Cada equipe escolheria 10 alunos para realizar uma prova objetiva, e a pontuação da equipe seria dada pela mediana das notas obtidas pelos alunos. As provas valiam, no máximo, 10 pontos cada. Ao final, a vencedora foi a equipe Ômega, com 7,8 pontos, seguida pela equipe Delta, com 7,6 pontos. Um dos alunos da equipe Gama, a qual ficou na terceira e última colocação, não pôde comparecer, tendo recebido nota zero na prova. As notas obtidas pelos 10 alunos da equipe Gama foram 10; 6,5; 8; 10; 7; 6,5; 7; 8; 6; 0.

Se o aluno da equipe Gama que faltou tivesse comparecido, essa equipe

A. teria a pontuação igual a 6,5 se ele obtivesse nota 0.

B. seria a vencedora se ele obtivesse nota 10.

C. seria a segunda colocada se ele obtivesse nota 8.

D. permaneceria na terceira posição, independentemente da nota obtida pelo aluno.

E. empataria com a equipe Ômega na primeira colocação se o aluno obtivesse nota 9.

10

(Enem - 2009)

Na tabela, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008.

Mês	Cotação	Ano
Outubro	R$ 83,00	2007
Novembro	R$ 73,10	2007
Dezembro	R$ 81,60	2007
Janeiro	R$ 82,00	2008
Fevereiro	R$ 85,30	2008
Março	R$ 84,00	2008
Abril	R$ 84,60	2008

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a

A. R$ 73,10.

B. R$ 81,50.

C. R$ 82,00.

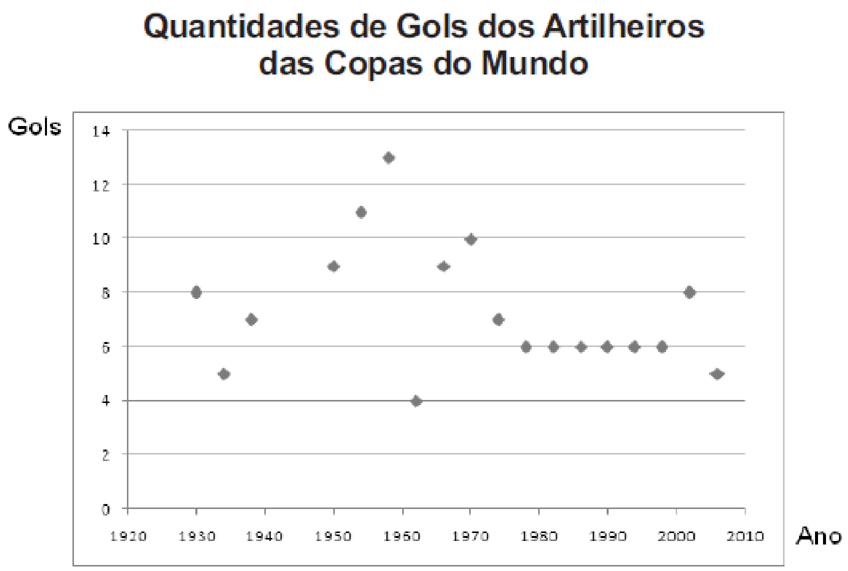
D. R$ 83,00.

E. R$ 85,30.

11

(Enem - 2010)

O gráfico apresenta a quantidade de gols marcados pelos artilheiros das Copas do Mundo desde a Copa de 1930 até a de 2006.



Disponível em: http://www.suapesquisa.com. Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

A partir dos dados apresentados, qual a mediana das quantidades de gols marcados pelos artilheiros das Copas do Mundo?

A. 6 gols.

B. 6,5 gols.

C. 7 gols.

D. 7,3 gols.

E. 8,5 gols.

12

(Enem - 2010)

Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para classificação no concurso o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos dois candidatos.

Dados dos candidatos no concurso

	Matemática	Português	Conhecimentos Gerais	Média	Mediana	Desvio Padrão
Marco	14	15	16	15	15	0,32
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é

A. Marco, pois a média e a mediana são iguais.

B. Marco, pois obteve menor desvio padrão.

C. Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português.

D. Paulo, pois obteve maior mediana.

E. Paulo, pois obteve maior desvio padrão.

13

(Enem - 2009)

João deve 12 parcelas de R$ 150,00 referentes ao cheque especial de seu banco e cinco parcelas de R$ 80,00 referentes ao cartão de crédito. O gerente do banco lhe ofereceu duas parcelas de desconto no cheque especial, caso João quitasse esta dívida imediatamente ou, na mesma condição, isto é, quitação imediata, com 25% de desconto na dívida do cartão. João também poderia renegociar suas dívidas em 18 parcelas mensais de R$ 125,00. Sabendo desses termos, José, amigo de João, ofereceu-lhe emprestar o dinheiro que julgasse necessário pelo tempo de 18 meses, com juros de 25% sobre o total emprestado.

A opção que dá a João o menor gasto seria

A. renegociar suas dívidas com o banco.

B. pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação das duas dívidas.

C. recusar o empréstimo de José e pagar todas as parcelas pendentes nos devidos prazos.

D. pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cheque especial e pagar as parcelas do cartão de crédito.

E. pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cartão de crédito e pagar as parcelas do cheque especial.

14

(Enem - 2011)

Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R$ 500,00. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). As informações obtidas estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (imposto de renda)
POUPANÇA	0,560	ISENTO
CDB	0,876	4% (sobre o ganho)

Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é

A. a poupança, pois totalizará um montante de R$ 502,80.

B. a poupança, pois totalizará um montante de R$ 500,56.

C. o CDB, pois totalizará um montante de R$ 504,38.

D. o CDB, pois totalizará um montante de R$ 504,21.

E. o CDB, pois totalizará um montante de R$ 500,87.

15

(Enem - 2011)

Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que lhe sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:

Investimento A: 3% ao mês
Investimento B: 36% ao ano
Investimento C: 18% ao semestre

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior. O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

n	$1,03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá

A. escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuais são iguais a 36%.

B. escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39%.

C. escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.

D.
escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento A e de 18% do investimento C.

E.
escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos A e B.

16

(Enem - 2010)

Nos últimos anos, a corrida de rua cresce no Brasil. Nunca se falou tanto no assunto como hoje, e a quantidade de adeptos aumenta progressivamente, afinal, correr traz inúmeros benefícios para a saúde física e mental, além de ser um esporte que não exige um alto investimento financeiro.

Disponível em:http://www.webrun.com.br. Acesso em: 28 abr. 2010.

Um corredor estipulou um plano de treinamento diário, correndo 3 quilômetros no primeiro dia e aumentando 500 metros por dia, a partir do segundo. Contudo, seu médico cardiologista autorizou essa atividade até que o corredor atingisse, no máximo, 10 km de corrida em um mesmo dia de treino.

Se o atleta cumprir a recomendação médica e praticar o treinamento estipulado corretamente em dias consecutivos, pode-se afirmar que esse planejamento de treino só poderá ser executado em, exatamente,

A. 12 dias.

B. 13 dias.

C. 14 dias.

D. 15 dias.

E. 16 dias.

17

(Enem - 2010)

O trabalho em empresas de festas exige dos profissionais conhecimentos de diferentes áreas. Na semana passada, todos os funcionários de uma dessas empresas estavam envolvidos na tarefa de determinar a quantidade de estrelas que seriam utilizadas na confecção de um painel de Natal.

Um dos funcionários apresentou um esboço das primeiras cinco linhas do painel, que terá, no total, 150 linhas.

1ª 2ª 3ª 4ª 5ª 150ª

Após avaliar o esboço, cada um dos funcionários esboçou sua resposta:

FUNCIONÁRIO I: aproximadamente 200 estrelas.
FUNCIONÁRIO II: aproximadamente 6 000 estrelas.
FUNCIONÁRIO III: aproximadamente 12 000 estrelas.
FUNCIONÁRIO IV: aproximadamente 22 500 estrelas.
FUNCIONÁRIO V: aproximadamente 22 800 estrelas.

Qual funcionário apresentou um resultado mais próximo da quantidade de estrelas necessária?

A. I

B. II

C. III

D. IV

E. V

18

(Enem - 2010)

Ronaldo é um garoto que adora brincar com números. Numa dessas brincadeiras, empilhou caixas numeradas de acordo com a sequência conforme mostrada no esquema a seguir.

			1			
		1	2	1		
	1	2	3	2	1	
1	2	3	4	3	2	1

...

Ele percebeu que a soma dos números em cada linha tinha uma propriedade e que, por meio dessa propriedade, era possível prever a soma de qualquer linha posterior às já construídas.

A partir dessa propriedade, qual será a soma da 9ª linha da sequência de caixas empilhadas por Ronaldo?

A. 9

B. 45

C. 64

D. 81

E. 285

19

(Enem - 2009)

Em 2050, a probabilidade de se escolher, aleatoriamente, uma pessoa com 60 anos ou mais de idade, na população dos países desenvolvidos, será um número mais próximo de

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{7}{20}$.

C. $\frac{8}{25}$.

D. $\frac{1}{5}$.

E. $\frac{3}{25}$.

20

(Enem - 2010)

Em uma reserva florestal existem 263 espécies de peixes, 122 espécies de mamíferos, 93 espécies de répteis, 1 132 espécies de borboletas e 656 espécies de aves.

Disponível em: http:www.wwf.org.br. Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

Se uma espécie animal for capturada ao acaso, qual a probabilidade de ser uma borboleta?

A. 63,31%

B. 60,18%

C. 56,52%

D. 49,96%

E. 43,27%

ANEXO I – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS

I.1 QUESTIONÁRIO AVALIATIVO – MÉTODO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

1. Quantos anos você tem?

   ____

2. Cursou o Ensino Médio todo em escola pública?

   ____

   Em relação ao projeto desenvolvido.

3. Qual sua avaliação do método de resolução de problemas apresentado (Compreensão, Elaboração do plano, Execução do plano e Retrospecto)?

   ( ) Péssimo

   ( ) Ruim

   ( ) Regular

   ( ) Bom

   ( ) Ótimo

4. Como você avalia a dinâmica das aulas de resoluções de problemas?

   ( ) Péssima

   ( ) Ruim

   ( ) Regular

   ( ) Boa

   ( ) Ótima

5. Este projeto pode te auxiliar na vida?

   ( ) Sim, como? ______________________________________

   ____

   ( ) Não

6. Qual a sua opinião sobre o nível das questões aplicadas no ENEM?

   ( ) Fácil

   ( ) Regular

( ) Difícil

( ) Muito difícil

7. Qual a contribuição do projeto na avaliação do ENEM?

   ( ) Nenhuma

   ( ) Pequena

   ( ) Mediana

   ( ) Grande

   ( ) Excelente

8. Emita suas opiniões ou dê sugestões: ______________________________