



Universidade Federal de Goiás

Regional Catalão

Unidade Acadêmica Especial de

Matemática e Tecnologia

Programa de Mestrado Profissional em

Matemática em Rede Nacional



PROFMAT

## **BINGO DE GOLDBACH**

MAURÍCIO DOS SANTOS MATOS MALAQUIAS

Catalão

2018

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR  
VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES  
NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico:  Dissertação  Tese

2. Identificação da Tese ou Dissertação:

Nome completo do autor: *Maurício dos Santos Matos Malaguias*

Título do trabalho: *Bingo de Goldbach*

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento  SIM  NÃO<sup>1</sup>

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.

*Maurício dos Santos Matos Malaguias*  
Assinatura do(a) autor(a)<sup>2</sup>

Ciente e de acordo:

*Igor dos Santos Lima*  
Assinatura do(a) orientador(a)<sup>2</sup>

Data: 15 / 06 / 2018

<sup>1</sup> Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

<sup>2</sup> A assinatura deve ser escaneada.

MAURÍCIO DOS SANTOS MATOS MALAQUIAS

**BINGO DE GOLDBACH**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia da Regional Catalão da Universidade Federal de Goiás, como um dos requisitos para aquisição do título de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico.  
Orientador: Prof. Dr. Igor dos Santos Lima

Catalão

2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

DOS SANTOS MATOS MALAQUIAS, MAURÍCIO  
BINGO DE GOLDBACH [manuscrito] / MAURÍCIO DOS SANTOS  
MATOS MALAQUIAS. - 2018.  
0 54 f.

Orientador: Prof. Dr. IGOR DOS SANTOS LIMA.  
Trabalho de Conclusão de Curso Stricto Sensu (Stricto Sensu) -  
Universidade Federal de Goiás, Unidade Acadêmica Especial de  
Matemática e Tecnologia, Catalão, PROFMAT- Programa de Pós  
graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira  
de Matemática (RC), Catalão, 2018.

Bibliografia. Apêndice.  
Inclui lista de figuras.

1. BINGO DE GOLDBACH. 2. CONJECTURA DE GOLDBACH. 3.  
CRIVO DE ERATÓSTENES. I. DOS SANTOS LIMA, IGOR, orient. II.  
Título.

CDU 51

MAURÍCIO DOS SANTOS MATOS MALAQUIAS



Universidade Federal de Goiás - UFG  
Regional Catalão  
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia  
Mestrado Profissional em Matemática



Defesa N° 04

#### Ata de Defesa da Dissertação

Em 29 de Março de 2018, às 14h, reuniram-se os componentes da banca examinadora, professores(as) Dr. Igor dos Santos Lima (orientador), Dr. Fernando da Costa Barbosa, Dr. Paulo Henrique Pereira da Costa para, em sessão pública realizada por webconferência em Catalão/GO, procederem com a avaliação da Dissertação intitulado "Bingo de Goldbach", de autoria de Maurício dos Santos Matos Malaquias, discente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Regional Catalão da Universidade Federal de Goiás. A sessão foi aberta pelo(a) presidente da banca, que fez a apresentação formal dos membros da banca. Em seguida, a palavra foi concedida ao discente que, em 30 min procedeu a apresentação da Dissertação. Terminada a apresentação, cada membro da banca arguiu o examinando. Terminada a fase de arguição, procedeu-se a avaliação da Dissertação, que foi considerado: (X) **Aprovado** ou ( ) **Reprovado**. Cumpridas as formalidades de pauta, às 15 h 00 min a presidência da mesa encerrou a sessão e para constar, eu Igor dos Santos Lima, lavrei a presente ata que, depois de lida e aprovada, segue assinada pelos membros da banca examinadora e pelo discente.

*Igor dos Santos Lima*

Dr. Igor dos Santos Lima  
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia - RC/UFG  
Presidente da Banca

*Fernando da Costa Barbosa*

Dr. Fernando da Costa Barbosa  
UFG/IMTec - Catalão

*Paulo Henrique P. Costa*

Dr. Paulo Henrique Pereira da Costa  
UnB/Brasília

*Maurício dos Santos Matos Malaquias*

Maurício dos Santos Matos Malaquias  
Discente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional -  
PROFMAT/RC/UFG

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial deste trabalho sem a autorização da universidade, do autor e do orientador.

**Maurício dos Santos Matos Malaquias** é licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Goiás, Especialista em Docência do Ensino Superior. Atua como professor da Secretaria de Educação do Distrito Federal desde março de 2009. Foi bolsista da CAPES no curso de Mestrado PROFMAT,

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, a minha esposa e filha, aos familiares, amigos e pessoas que diretamente ou indiretamente sempre me motivaram e acreditaram no meu potencial.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus por tudo e principalmente pela oportunidade de estar terminando este trabalho.

A minha esposa Janaína pelo amor, apoio e por nunca deixar desanimar, a minha filha Isabella que sempre me inspira com seu sorriso mágico.

Ao Prof. Dr. Igor Lima pela sua orientação, incentivo constante e pela contribuição em todos os estágios de estruturação desse trabalho.

A família pelo apoio incondicional e aos amigos que sempre estiveram prontos a ajudar.

A todos os professores do PROFMAT-Catalão, que contribuíram para conclusão deste trabalho.

A CAPES por disponibilizar o auxílio financeiro que foi imprescindível.



## RESUMO

Essa dissertação é de cunho teórico e tem por objetivos principais propor, de modo inédito, o Bingo de Goldbach, em alusão à Conjectura de Goldbach e inspiração no Jogo de Goldbach. A construção da proposta, para aplicação no 7º Ano do Ensino Fundamental, foi dividida em momentos como na metodologia de Souza. Por fim fizemos a análise e justificativa da importância da proposta e do Uso de Jogos no ensino de Matemática, com base nos questionamentos de Cabral e nas perspectivas de Regina Grandó, Tizuko Kishimoto e Cristiano Muniz. Nossa proposta do Bingo de Goldbach foi pensada com intuito de auxiliar professores a aprimorar conteúdos tais como números pares e ímpares, números primos e o Crivo de Eratóstenes e também a Conjectura de Goldbach.

**Palavras-chave: Bingo de Goldbach; Conjectura de Goldbach; Crivo de Eratóstenes.**

## **ABSTRACT**

This dissertation is theoretical and has the main objectives of proposing, unprecedentedly, the Goldbach Bingo, alluding to the Goldbach Conjecture and inspiration in the Goldbach Game. The construction of the proposal, for application in the 7th Year of Elementary School, was divided into moments such as Souza's methodology. Finally we did the analysis and justification of the importance of the proposal and the use of games in Mathematics teaching, based on the questions of Cabral and the perspectives of Regina Grando, Tizuko Kishimoto and Cristiano Muniz. Our Goldbach Bingo proposal was designed to help teachers improve content such as even and odd numbers, prime numbers, and the Sieve of Eratosthenes and also the Goldbach Conjecture.

**Key words: Bingo of Goldbach; Goldbach's Conjecture; Sieve of Eratosthenes.**

.

## LISTA DE FIGURAS

1	Papel cartão cortado.....	36
2	Tampa da caixa de leite ou similar cortada.....	36
3	Tampa colada no pedaço de papel cartão. ....	36
4	Recipiente formado pela união de duas tampas.....	37
5	Recipiente explicitando o lado par e o lado primo. ....	37
6	Retângulos de cartolina.....	38
7	Exemplo de uma carta de Goldbach. ....	38
8	Caixa de sapato ou similar. ....	39
9	Caixa de sapato ou similar cortada. ....	39
10	Primeiro lado da cartela do Bingo de Goldbach (1 a 500).....	40
11	Segundo lado da cartela do Bingo de Goldbach (501 a 1000).....	40
12	Protótipo Bingo de Goldbach.....	42
13	Protótipo Bingo de Goldbach.....	43

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	13
<b>1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	16
<b>1.1 Tendências Metodológicas da Educação Matemática</b> .....	16
<b>1.2 O Jogo e suas Perspectivas</b> .....	18
<b>1.3 A Importância do Uso de Jogos no Ensino</b> .....	19
<b>1.4 O Jogo na Perspectiva de Cristiano Muniz</b> .....	20
<b>1.5 O Jogo na Perspectiva de Regina Grandó</b> .....	22
<b>1.6 O Jogo na Perspectiva de Tizuko Kishimoto</b> .....	26
<b>2 CONCEITOS MATEMÁTICOS</b> .....	32
<b>2.1 Números Inteiros</b> .....	32
<b>2.2 Números Primos</b> .....	32
<b>2.3 Divisibilidade</b> .....	33
<b>2.4 Crivo de Eratóstenes</b> .....	33
<b>2.5 A Conjectura de Goldbach</b> .....	34
<b>3 PROPOSTA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL</b> .....	35
<b>3.1 O Jogo do Bingo de Goldbach</b> .....	35
3.1.1 <i>Objetivos</i> .....	35
3.1.2 <i>Recursos (cada grupo)</i> .....	35
3.1.3 <i>Duração</i> .....	36
3.1.4 <i>Metodologia</i> .....	36
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	44
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	50
<b>APÊNDICES</b> .....	52

## INTRODUÇÃO

Ao longo dos anos, práticas educativas através dos jogos estão incorporando de modo significativo ao trabalho do professor de Matemática uma “nova estratégia” para que os alunos possam ter mais motivação para estudar Matemática.

Segundo Pinto [18], o ensino tradicional de Matemática caracterizado por processos repetitivos e pela falta de contextualização recebiam críticas constantes, após questionamentos sobre as práticas pedagógicas. Assim manifestou-se por volta dos anos 60 o Movimento da Matemática Moderna (MMM), que visava uma mudança significativa no ensino de Matemática, entretanto não foi isso que aconteceu, ou seja, visou um objetivo, porém na sua aplicação recaia na prática tradicional. Este movimento sofreu muitas críticas, e Morris Kline<sup>1</sup> em seu livro “O fracasso da Matemática Moderna” contribuiu para o enfraquecimento do MMM.

Diante de todos esses acontecimentos, surgiram as Novas Tendências em Educação Matemática, que atualmente são importantes no ensino de Matemática. Nessa perspectiva o Uso de Jogos, a Resolução de Problemas, a História Matemática, as Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), a Etnomatemática e a Modelagem Matemática surgem como ferramentas capazes de auxiliar o professor em suas propostas pedagógicas. O jogo tem presença constante no crescimento e na aprendizagem do homem, aliando a realidade ao lúdico, proporcionando entretenimento e conhecimento por meio de sua versatilidade.

O jogo é parte do caráter do ser humano em sua formação, em sua personalidade, na configuração da inteligência, na própria vida. O adulto também aprende, se realiza, se desafoga, necessita de distração, precisa de humor, e nem por isso deixa de ser séria a realização pessoal do humano adulto. O ser humano necessita permanentemente de entusiasmo, da seriedade e da alegria. Tudo isso pode ser proporcionado pelas vivências do jogo: um enriquecimento integral, em suas distintas formas. (ORTIZ, [16], p. 16 - 17).

Os jogos constituem uma atividade própria do ser humano e do ponto de vista educacional, seu uso adequado nas salas de aula podem trazer benefícios como o desenvolvimento cognitivo e raciocínio lógico do aluno, a formalização de conceitos e também socialização.

---

<sup>1</sup> Foi matemático e professor da Universidade de Nova York (EUA). Pinto em [17].

Em busca de conceitos mais contemporâneos sobre o jogo, temos que para Ortiz ([16], p. 22), o jogo “é uma criança, adolescente, homem, velho, percorre as etapas evolutivas, nasce, viaja, acompanha o ser humano e morre com ele”. Também,

O jogo é uma atividade ou ocupação voluntária, exercida dentro de certos e determinados limites de tempo e espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias, dotado de um fim em si mesmo, acompanhado de um sentimento de tensão e de alegria e de uma consciência de ser diferente da vida quotidiana. (HUIZINGA, [8], p. 24).

As peculiaridades e características do jogo o tornam um portador para o conhecimento, comunicação e aprendizagens. Essas propriedades inerentes ao jogo confirmam a sua utilização como ferramenta pedagógica.

Segundo Cabral [3], o jogo que utiliza regras pode ser classificado em jogo estratégico, treinamento ou geométrico.

- O jogo estratégico tem a característica de trabalhar a habilidade e o raciocínio lógico, além de provocar nos alunos o entendimento das regras para buscarem estratégias e atingirem o objetivo proposto.
- O jogo de treinamento é utilizado quando os alunos necessitam de reforço em algum conteúdo.
- O jogo geométrico trabalha a habilidade e raciocínio através de figuras geométricas.

Devido a tais estruturas e objetivos podemos qualificar o Bingo de Goldbach como jogo estratégico.

Este trabalho tem como um dos objetivos construir um jogo de regras, o inédito Bingo de Goldbach, baseado na **Conjectura de Goldbach, que diz: todo número par maior que dois é a soma de dois números primos**. Nossa proposta do Bingo de Goldbach foi pensada com intuito de auxiliar professores a aprimorar conteúdos tais como números pares e ímpares, números primos e o Crivo de Eratóstenes e também a Conjectura de Goldbach.

Este trabalho é de cunho teórico, cuja metodologia baseou-se inicialmente em fazer uma revisão bibliográfica sobre a Conjectura de Goldbach e assuntos correlatos e também sobre o Uso de Jogos no ensino de Matemática. Elaboramos esta proposta do Bingo de Goldbach com inspiração no Jogo de Goldbach [9] e na metodologia em Souza [23]. A metodologia em Souza consiste em criar um plano de aula a partir de conceitos abordados em vários momentos. Por fim, fizemos uma análise da justificativa da eficiência e importância do Bingo de Goldbach restritas ao Uso de Jogos no ensino e com base em obras dos autores

Muniz [15], Grando [7], e Kishimoto [11], [12] e [13]. A síntese desta proposta pode ser expressa através do fluxograma que se encontra no Apêndice A.

A estruturação do trabalho ficou em quatro capítulos. O Capítulo 1, Capítulo 2, Capítulo 3 e as Considerações Finais.

No Capítulo 1, a abordagem será voltada para as (Novas) Tendências Metodológicas e destacaremos a importância do Uso de Jogos que será fundamentada em Muniz [15], Grando [7], e Kishimoto [11], [12], [13].

No Capítulo 2, abordaremos conceitos como Números Inteiros, Números Primos, Crivo Eratóstenes e Conjectura de Goldbach, que são requisitos matemáticos essenciais para alcançar os objetivos propostos pelo Bingo de Goldbach.

No Capítulo 3, será construída a proposta do Bingo de Goldbach, com base em Souza [23].

Por fim, nas Considerações Finais, serão levantados possíveis questionamentos baseados em Cabral [3], e faremos uma análise do Bingo de Goldbach sobre o aprendizado matemático e também uma análise nas perspectivas de Muniz, Grando, e Kishimoto.

# 1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

## 1.1 Tendências Metodológicas da Educação Matemática

Nessa seção abordaremos as (Novas) Tendências em Educação Matemática e como principais referências usaremos Pinto [17] e [18].

As (Novas) Tendências em Educação Matemática são práticas pedagógicas adotadas pelo professor a fim de auxiliar, incrementar e potencializar o ensino da Matemática. Ao fazer uso dessas Tendências, o professor cria alternativas para tornar o ensino de Matemática mais atrativo.

Conforme destaca Pinto [17], o número de questionamentos era crescente sobre as práticas no ensino da Matemática, surgindo no final da década de 50 e início da década de 60 o Movimento da Matemática Moderna (MMM)<sup>2</sup> na tentativa de modernizar a Matemática por meio de mudanças não somente no currículo de Matemática, mas na linguagem de alguns assuntos considerados imprescindíveis no currículo matemático. O MMM não “cumpriu” o que se esperava, ficou ainda na abordagem da antiga Matemática, atribuindo mais importância à formalização e a estruturação dos conteúdos, ficando distante da promessa de um ensino mais atraente e descontraído.

Ao longo do tempo o MMM recebeu muitas críticas, por não atingir seu objetivo, o que causou seu esvaziamento, entre essas críticas a mais dura foi de Morris Kline em seu livro “O fracasso da Matemática Moderna”. As Tendências em Educação Matemática vem após o MMM, e destacamos: a Resolução de Problemas, a História Matemática, as Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), a Etnomatemática, a Modelagem Matemática e o Uso de Jogos.

O estudo de Resoluções Problemas faz com que aluno coloque em prática todos os conhecimentos adquiridos em sala. Nas atividades-problemas a exposição de situações cotidianas traz uma familiaridade ao aluno, transformando o momento de construção de suas próprias definições e entendimentos acerca do conteúdo estudado. Validando assim suas próprias soluções. Polya [19] é uma das principais referências dessa tendência e diz:

A resolução de problemas é uma habilitação prática como, digamos, o é a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. Ao tentarmos nadar,

---

<sup>2</sup> Movimento que pretendia revolucionar o ensino de Matemática por meio de mudanças nas propostas curriculares. (Pinto, [18], p. 1).



imitamos o que os outros fazem com as mãos e os pés para manterem suas cabeças fora d'água e, afinal, aprenderemos nadar pela prática da natação. Ao tentarmos resolver problema, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas. (POLYA, [19], p. 3).

A História da Matemática tem como intenção mostrar o processo de construção e identidade, ao longo dos anos, de um determinado registro ou método matemático. Logo, a História da Matemática pode apresentar as dificuldades enfrentadas por estudiosos para provar suas teorias e também, despertar no aluno um olhar crítico e investigativo. Roque [21] destaca que:

Pode-se fazer história da matemática, essencialmente, por duas razões: para mostrar como ela se tornou o que é; ou para indicar que ela não é apenas o que nos fazem crer que é. No primeiro caso, deseja-se contar como foi construído o que se acredita ser o edifício ordenado e rigoroso que hoje chamamos “matemática”. No segundo, ao contrário, pretende-se exibir um conjunto de práticas, muitas vezes desordenadas, que, apesar de distintas das atuais, também podem ser ditas “matemática”. (ROQUE, [21], p. 13).

As Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) oferecem meios para facilitar e mediar os conceitos matemáticos. Os recursos tecnológicos, celulares, *tablets* e *notebooks*, por exemplo, contribuem também nessa vertente e permitem a inclusão digital. O uso de calculadoras, aparelhos audiovisuais e outros mecanismos já eram utilizados como ferramenta. Com o tempo as TICs se tornaram atrativas e expressivas no ensino da Matemática. Ainda sobre as TICs Kenski [10] traz algumas concepções.

As novas tecnologias de comunicação (TICs), sobretudo a televisão e computador, movimentaram a educação e provocaram novas mediações entre a abordagem do professor, a compreensão do aluno e o conteúdo veiculado. A imagem, o som e o movimento oferecem informações mais realistas em relação ao que está sendo ensinado. (KENSKI, [10], p. 45).

A Etnomatemática busca valorizar o conhecimento matemático existente em uma cultura, tentando observar, entender e assimilar tais elementos que compreendem e formam com naturalidade o saber matemático. A Etnomatemática busca integrar os saberes matemáticos culturalmente aprendidos por uma geração com novas experiências que valorizem o conhecimento já adquirido à matemática acadêmica. A Etnomatemática caracteriza-se segundo D'Ambrósio [4] como:

Todo indivíduo vivo desenvolve conhecimento e tem um comportamento que reflete esse conhecimento, que por sua vez vai-se modificando em função dos resultados do comportamento. Para cada indivíduo, seu comportamento e seu conhecimento estão

em permanente transformação, e se relacionam numa relação que poderíamos dizer de verdadeira simbiose, em total interdependência. (D'AMBRÓSIO, [4], p. 7).

As características da Modelagem Matemática de investigar e questionar modelos matemáticos permitem ao aluno buscar novos significados para as soluções de ocorrências de sua realidade. Através da Modelagem Matemática é possível estudar situações cotidianas e posteriormente tentar sistematizar essas ocorrências a fim de prever movimentos futuros. A respeito dessa tendência Bassanezi [1] diz que:

A modelagem matemática, em seus vários aspectos, é um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la. Nesse sentido, é também um método científico que ajuda a preparar o indivíduo para assumir seu papel de cidadão. (BASSANEZI, [1], p. 17).

Já Biembengut [2] caracteriza Modelagem Matemática como:

A arte de ensinar que encontra-se no mais amplo sentido na arte de aprender a ensinar a cada dia. Aprender com as pessoas que estão ao nosso redor e, numa espécie de troca de saberes, vamos pouco a pouco aquilatando nossos saberes. Isso pode nos proporcionar todo encantamento por esta profissão – ser professor – que faz parte da vida ordinária das pessoas. (BIEMBENGUT, [2], p. 21).

O Uso de Jogos no ensino faz parte das atividades que mais despertam momentos de diversão, prazer e ludicidade, seja nas brincadeiras infantis, nos instantes de descontração nos grupos de amigos ou como técnicas de relaxamento. As características lúdicas do jogo permitem ao aluno desenvolver a imaginação e a criatividade, colaborando para a formação afetiva e cognitiva. Este trabalho é baseado no Uso de Jogos, com intuito de potencializar e dinamizar as práticas pedagógicas dentro de sala de aula, utilizando-se como referências os autores Muniz [15], Grando [7] e Kishimoto [11], [12] e [13].

## **1.2 O Jogo e suas Perspectivas**

Os jogos estão presentes em várias etapas de nossas vidas, seja ela na infância, adolescência ou na fase adulta. A palavra jogo vem do latim “*jocus*” que significa brincadeira, divertimento, entretenimento, e segundo Ferreira [6], jogo é “atividade física ou mental elaborada com regras definindo perda, empate ou ganho”. Então compreendemos que muitas atividades podem ser consideradas jogos desde que possuam um conjunto de elementos que devidamente estruturados configuram o mesmo.

O jogo é um fenômeno antropológico que se deve considerar no estudo do ser humano. É uma constante em todas as civilizações, esteve sempre unido à cultura dos povos, à sua história, ao mágico, ao sagrado, ao amor, à arte, à língua, à literatura, aos costumes, à guerra. O jogo serviu de vínculo entre povos, é um facilitador da comunicação entre os seres humanos. (ORTIZ, [16], p. 9).

Deste modo, devido à grande possibilidade de construção, ampliação, estimulação e desenvolvimento ao longo do tempo, o jogo torna-se uma ferramenta útil e essencial nos mais variados aspectos ligados à socialização e entretenimento, bem como na aprendizagem e construção do conhecimento.

### **1.3 A Importância do Uso de Jogos no Ensino**

Em virtude da procura por mudanças na metodologia de ensino, o professor de Matemática busca por alternativas que possam contribuir para essa transformação, principalmente que diz respeito à aprendizagem do aluno. O jogo com todos seus elementos torna-se uma ferramenta atrativa e criativa no processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, o uso dos jogos como prática do professor de Matemática contribui em diversos fatores, como por exemplo, a socialização entre os participantes. Assim, cresce o entendimento da necessidade de interação com as novas práticas no processo de ensino e aprendizagem.

O jogo proporciona a interação de forma prazerosa sobre as mais diversas áreas de estudo, portanto, o professor deverá estar sensível para oferecer esta ferramenta no momento mais oportuno e saber qual o público de atuação, pois o resultado está diretamente ligado a tais aspectos.

Com isso, o jogo auxilia na construção do conhecimento matemático proporcionando assim aprendizagem do aluno voltada para a temática abordada em sala de aula, estimulando o seu pensamento crítico. O jogo é uma excelente ferramenta que auxilia o professor em seu contexto diário. Muitos professores que tiveram sua formação baseada no ensino tradicional encontram dificuldades para mudanças nas suas práticas pedagógicas. Mesmo em meio a todos os esforços dos professores é necessária a busca por novas práticas pedagógicas que despertem no aluno a criatividade e estimulem a busca pelo conhecimento.

Sendo assim o professor deve ter seus objetivos bem definidos ao aplicar um jogo, pois o mesmo deve provocar no aluno um sentimento questionador capaz de buscar variadas soluções. Logo, o jogo construído para desenvolver o conteúdo escolhido necessita provocar

uma perspectiva desafiadora, encorajadora e significativa, para que o ensino e aprendizagem por meio dessa técnica possam obter o êxito planejado.

Para construir o jogo o professor deve estar atento às características fundamentais para que uma determinada atividade possa ser caracterizada como tal. O jogo deve atingir suas concepções de criação, desta forma sua construção deve ser bem pensada e estruturada para assim alcançar a expectativa lúdica e educativa.

#### **1.4 O Jogo na Perspectiva de Cristiano Muniz**

Muniz [15] faz um estudo sobre Jogos, Brincadeiras e a Educação Matemática, observando a concepção dos jogos para a aprendizagem, discorrendo sobre várias perspectivas teóricas e metodológicas sobre o jogo e as brincadeiras.

Nestes estudos há uma preocupação em entender qual Matemática é produzida pela criança em atividades ou em jogos espontâneos, entendendo a natureza das atividades quando elas não estão sob mediação de um adulto, pois somente a partir dessa análise observa-se quais elementos são importantes para entender uma relação entre os conceitos matemáticos e jogos matemáticos. As atividades lúdicas realizadas pelas crianças mostram suas riquezas em operações, noções de orientações, representações simbólicas. Dessa maneira, o jogo se mostra como um mediador de vários conhecimentos e da cultura matemática vivida por cada criança. Muniz [15] revela algumas concepções em relação a esse tema.

[...] o jogo é tomado como instrumento pedagógico e vemos uma introdução gradual e crescente dos jogos no ensino da Matemática. A utilização do jogo como mediador do conhecimento matemático ganha importância nos discursos dos educadores e dentro da prática pedagógica a partir da necessidade da participação efetiva do sujeito na construção de seu conhecimento. (MUNIZ, [15], p. 13).

As características que permeiam o jogo fazem dele um importante instrumento para aliar as necessidades dos professores na exposição dos conteúdos de forma criativa, chamando a atenção do aluno e assim despertar e incentivar cada vez mais a vontade em aprender. É fundamental buscar compreender as aproximações teóricas entre o Jogo e a Educação Matemática. Para definir essa proposta é necessário observar e revelar a Matemática presente nos jogos realizados por crianças e jovens, reparando as ações cognitivas desenvolvidas quando não estão sob os olhares dos adultos ou até mesmo de regras impostas.

A busca pelo entendimento do conceito de jogo mostra que uma reflexão sobre as aprendizagens matemáticas e atividades são necessárias para uma correta definição. Dentre os diversos conceitos estudados que caracterizam o jogo, o autor considerou as contribuições e definiu que alguns elementos são essenciais para que uma atividade seja considerada jogo. Esses elementos segundo Muniz são as regras, os jogadores, a situação e a incerteza quanto ao resultado. Sendo assim, o objetivo do estudo é que as atividades lúdicas produzam conhecimento matemático a partir das resoluções de situações utilizadas com regras, estrutura material e o mundo imaginário.

Ao observar a atividade matemática nos jogos é importante notar que a Matemática e o jogo são distintos, mas com mesma identidade. Deixar o jogo como um momento livre do sujeito na atividade pode tornar uma dificuldade à aprendizagem, portanto, o estudo da Matemática por meio de jogos deve observar as características das atividades matemáticas bem como a dos jogos, pois uma visa teoria, regras e cálculo, enquanto a outra, liberdade e divertimento, Muniz [15] expressa o que esperar dos jogos e a atividade matemática.

O jogo não é Matemática pura, uma vez que a Matemática é tão somente um dos elementos que constituem a atividade. A criança desenvolve mais que a Matemática ao mergulhar no jogo, e a Matemática presente na atividade é apenas umas das categorias possíveis de compreensão e de análise da atividade lúdica. (MUNIZ, [15], p. 47).

A atividade lúdica permite a manifestação do imaginário, e assumir o ensino da Matemática onde a criança elabora, valida e resolve diversas situações faz com que seja possível uma interação entre o jogo e a Matemática.

Muniz discute também em que momento deve acontecer o espaço pedagógico da atividade lúdica na Matemática. O jogo pode ser utilizado como motivação inicial instigando o sujeito, como própria atividade matemática e também aplicação do conhecimento adquirido.

O jogo torna-se uma ferramenta na concepção de resoluções de situações devido à importância do sujeito na construção do seu conhecimento. Nos jogos espontâneos sem a presença do adulto pode ser observado que as crianças desenvolviam o raciocínio, as possibilidades e o entendimento e assim construíam suas próprias deduções para a resolução de situações propostas no jogo. Acerca desses entendimentos Muniz [15] diz:

O jogo é o único ato verdadeiramente criativo: fora do jogo, não podemos conceber a criatividade, que está trelada à própria capacidade do sujeito agir no meio ambiente e, assim, é por meio do jogo que a criança tem a capacidade de realizar experiências culturais. (MUNIZ, [15], p. 123).

Assim essa atividade torna-se um momento de reflexão, interação e participação, sendo este um dos instantes que conduzem a troca de experiências por parte das pessoas que realizam a atividade. Por isso o jogo torna-se uma ferramenta com grande importância para construção e o diálogo entre os estudantes.

A busca pelo entendimento das potencialidades da atividade lúdica para a Matemática mostra que o jogo possui características que permitem ao sujeito buscar suas próprias significações bem como expor seu contexto sociocultural. A esse respeito é preciso considerar que:

A natureza da atividade matemática está atrelada a um sistema de controle das ações dos sujeitos no jogo, sistema que pode ser mais ou menos eficaz segundo a atividade e o grupo. O sujeito pode ser supervisionado em relação às regras do jogo ou em relação ao desenvolvimento e respeito da atividade matemática. (MUNIZ, [15], p.104).

O desenvolvimento de uma atividade matemática deve ter liberdade própria, mas o sujeito deve respeitar todas as regras expostas, pois essa liberdade faz com que o sujeito encontre soluções para sua tomada de decisões. Sendo assim, é importante observar quais as intenções do professor ao ofertar um jogo e qual deve ser a receptividade do aluno. Aliar os desejos do professor ao do aluno se faz importante no processo de ensino e aprendizagem.

## **1.5 O Jogo na Perspectiva de Regina Grandó**

Grandó [7] observa e explica quais as concepções e perspectivas que o jogo pode oferecer no processo de ensino da Matemática. Mostrou que a ludicidade inerente aos jogos pode contribuir para o ensino e aprendizagem, tornando um elemento importante de sua pesquisa. Na intervenção por meio de jogos de regras, compreendeu quais aspectos são importantes para que o jogo possa contribuir significativamente para a aprendizagem matemática. Na síntese de sua obra podemos entender como se deu a construção e o entendimento da importância do jogo.

Ao observar as escolas, encontra-se uma grande dificuldade entre o processo de ensino e aprendizagem e os professores. A pesquisa sobre novas práticas e relações pedagógicas é crescente e visa auxiliar a construção de materiais diversificados. Grandó em [7] relaciona algumas particularidades inerentes ao jogo que demonstram a sua importância como uma estratégia didática.

As posturas, atitudes e emoções demonstradas pelas crianças, enquanto se joga, são as mesmas desejadas na aquisição do conhecimento escolar. Espera-se um aluno participativo, envolvido na atividade do ensino, concentrado, atento, que elabore hipóteses sobre o que interage, que estabeleça soluções alternativas e variadas, que se organize segundo algumas normas e regras e, finalmente, que saiba comunicar o que pensa, as estratégias de solução de seus problemas. (GRANDO, [7], p. 17).

Assim o professor pode encontrar nos jogos características necessárias para alinhar o currículo, metodologias e objetivos coerentemente com a sociedade contemporânea. É possível alterar as práticas na sala de aula instigando o aluno a buscar seus próprios resultados.

As mudanças constantes da sociedade fazem com que a escola esteja alerta as suas possíveis demandas. Assim o papel do professor não é apenas ensinar Matemática, mas sim formar sujeitos que saibam compreender conceitos matemáticos e criar suas próprias estratégias de construção do conhecimento.

O jogo é objeto de estudo e pesquisa na Psicopedagogia, pois o jogo de regra contribui para a formação quantitativa, lógica bem como no auxílio ao raciocínio, demonstração, dedução e ao questionamento na aprendizagem. Ao observar as crianças no momento do jogo, é possível observar o comprometimento, atenção, disposição, interesse e comunicação, algumas características necessárias para adquirir o conhecimento matemático.

Com a cooperação do Laboratório de Psicopedagogia da Universidade de São Paulo foi possível entender como o jogo de regras pode colaborar na construção de procedimentos para esclarecer investigações e auxiliar nas intervenções e ações na estruturação de conceitos matemáticos.

As brincadeiras e os jogos têm a capacidade de desenvolver o raciocínio e a percepção das crianças bem como prender a atenção, assim esses elementos tornam o estudo dos efeitos dos jogos no aspecto cognitivo importantíssimo. Essa familiaridade pode ser explicada segundo Grandó [7].

As crianças, desde os primeiros anos de vida, gastam grande parte de seu tempo brincando, jogando e desempenhando atividades lúdicas. Na verdade, a brincadeira parece ocupar um lugar especial no mundo delas. Os adultos, por sua vez, têm dificuldade de entender que o brincar e o jogar, para a criança, representam sua razão de viver, onde elas se esquecem de tudo que as cerca e se entregam ao fascínio da brincadeira. A experiência docente tem mostrado que muitas crianças ficam horas, às vezes, prestando atenção em um único jogo e não se cansam. E muitas destas crianças são categorizadas, pela escola, como aquelas com dificuldade de concentração nas atividades escolares. (GRANDO, [7], p. 19).

Nos jogos as crianças despertam a imaginação, são livres e as regras aparecem como desafios em meio ao objetivo a ser alcançado. Somente com a imaginação pode se pensar nas possibilidades, hipóteses, reflexão e análise acerca de uma jogada e assim posicionar qual a melhor estratégia a ser utilizada.

O jogo de regra<sup>3</sup> utiliza a imaginação para conceituar e discutir aspectos sociais, afetivos, morais e cognitivos. Por meio desse tipo de jogo é possível limitar alguns movimentos, fazendo com que a construção de estratégias seja planejada, mantendo a regularidade e assim alcançando o objetivo proposto pelo mesmo. A respeito desse assunto Grandó [7] diz:

Neste sentido, a regra estabelece o movimento a ser conferido ao jogo, isto é, define o que pode e o que não pode acontecer nele, limitando a ação de seus adversários. O mais importante é que, além da regra, as jogadas dos adversários também representam um limitador, definindo uma interdependência entre as várias jogadas (anteriores e dos adversários). (GRANDÓ, [7], p. 25).

As atividades lúdicas aliadas às regras são capazes de provocar o interesse e a motivação, tendo em vista que a busca pela vitória no jogo trazem confiança, coragem e determinação ao jogador. Todos esses aspectos vão de encontro com a busca para aprender Matemática de forma criativa e lúdica. Quando um jogo é exposto aos alunos é possível observar o quanto eles se interessam em entender e há um envolvimento para superar os desafios propostos pelo jogo ou por suas regras.

Devido às características do jogo e à ludicidade que ele proporciona é possível entender o papel fundamental que ele favorece ao ensinar e aprender a Matemática de uma forma agradável e expressiva. Conseqüentemente quando o jogo é proposto, há uma recepção afetiva por todos, pois nesse momento surgem todas as lembranças de momentos de diversão e descontração, prontamente a intervenção pedagógica deve acontecer para que o aprendizado possa acontecer em sua totalidade, e assim os pontos de vistas e conflitos possam ser resolvidos.

As aprendizagens acontecem com a cooperação, interação e socialização, por isso é necessário estar atento à proposta do jogo, pois ela deve estar de acordo com o nível de estudo e adequada ao grupo escolhido, possibilitando ao aluno compreender, pensar e considerar os conceitos matemáticos envolvidos.

A cooperação nos jogos de regras desperta nos indivíduos um senso moral, social e intelectual. É evidente o progresso da criatividade quando o indivíduo utiliza as atividades

---

<sup>3</sup> Jogo de regras alia o prazer, comparação entre o real e imaginário e as regras. (Grandó, [7], p. 24).



lúdicas, o jogo permite a investigação, a exploração e a criação de estratégias, por isso a semelhança entre jogos e a resolução de problemas, lembrando que a motivação do aluno pelo jogo é maior. É importante ter atenção e respeito aos jogos que já são familiarizados, que são tradicionais ou foram culturalmente criados e que são utilizados pelos indivíduos, pois eles se tornam alternativas para o professor.

Utilizando o jogo como ferramenta no processo de ensino e aprendizagem observa vantagens como a fixação do conteúdo, desenvolvimento de estratégias de resolução, criatividade, prazer em aprender, participação e socialização, bem como ter atenção às possíveis desvantagens que podem ser o jogo se tornar meramente uma atividade lúdica sem significações, falsas concepções, a obrigação do aluno em jogar e a constante interferência do professor. A estrutura deve ser bastante discutida, pois os objetivos e ações devem estar bem alinhados ao público ao qual o jogo será inserido.

Ao considerar o erro numa situação de jogo é válido lembrar que tanto a vitória quanto a derrota nas jogadas devem trazer significados, pois a reflexão das ações possibilita criar novas estratégias que possam obter o êxito no jogo. A intervenção pedagógica e os registros são relevantes para que o jogo proposto possa alcançar todos seus objetivos. Grandó [7] define que:

Em situações escolares, valoriza-se muito o acerto, desprezando-se os erros obtidos pelos sujeitos na obtenção da resposta correta. Ora, isso torna todo o processo de construção da Ciência num grande equívoco. Desde quando a Ciência é produzida, desde seu primeiro momento, exatamente na forma como se apresenta? Após a constatação de um fenômeno, ou mesmo a construção de um sistema, os erros obtidos durante o processo são repensados, reformulados e abolidos, dando lugar ao rigor na apresentação. (GRANDÓ, [7], p. 41).

Diante disso há necessidade de serem comentadas certas situações do jogo, pois a análise de resultados proporciona uma avaliação do jogo e suas perspectivas, bem como o conteúdo proposto e a ludicidade da atividade.

Observando todas as importâncias que são inerentes aos jogos, Grandó [7] busca estabelecer uma conexão entre os jogos de regras e o resgate dos conceitos e habilidades matemáticas, criando atividades com jogos que sejam capazes de evidenciar e analisar a construção de procedimentos e conceitos bem como aspectos metodológicos.

A pesquisa de Grandó [7] foi analisada qualitativamente, objetivando a análise psicológica das possibilidades, ações dos sujeitos e o limite que se pode alcançar com o trabalho. A respeito dessa atividade Grandó [7] relata o que compreendeu.

Cabe ao professor, muitas vezes, mais essa tarefa, dentre tantas outras que necessita exercer: estar atento às distintas formas de raciocínio dos seus alunos, saber intervir construtivamente e incentivar seus alunos a manifestarem suas ideias, daí o incentivo ao registro do raciocínio empregado, produzindo e socializando esse conhecimento produzido. (GRANDO, [7], p. 179).

Essas situações e atividades trazem um sentimento de investigação e possibilidades, tornando esses momentos necessários ao ambiente escolar, beneficiando a socialização, cooperação e a construção pedagógica.

## **1.6 O Jogo na Perspectiva de Tizuko Kishimoto**

Kishimoto [13] faz uma breve reflexão sobre jogos observando seus significados e suas especificidades, busca entender as características que os tornam expressivos para as pessoas e tenta definir o que pode ser chamado de jogo. As dificuldades aparecem ao dizer o que é ou não jogo, pois, é apenas uma diversão ou é necessário ter um aprendizado, a falta de consenso ao observar externamente uma ação, não entendendo como jogo essa ação que faz parte de uma cultura popular. Kishimoto [13] relata dificuldade de entender o jogo e seus significados.

Dessa forma, enquanto fato social, o jogo assume a imagem, o sentido que cada sociedade lhe atribui. É este o aspecto que nos mostra por que o jogo aparece de modos tão diferentes, dependendo do lugar e da época. Em certas culturas indígenas, o “brincar” com arcos e flechas não é uma brincadeira, mas preparo para a arte da caça e da pesca. Se em tempos passados, o jogo era visto como inútil, como coisa não séria, depois do romantismo, a partir XVIII, o jogo aparece como algo sério e destinado a educar a criança. (KISHIMOTO, [13], p. 108).

Para um jogo ser caracterizado é necessário observar o contexto social, ou seja, entender e compreender que os variados contextos nos permitem criar jogos que possuam significados e valores para uma determinada sociedade e em variados momentos da história. As regras diferenciam em cada jogo e unidas ao lúdico despertam aprendizagens, possíveis jogadas e entendimentos diferenciados. O tipo dos materiais utilizados diz muito sobre o significado e a cultura que esse jogo traz para uma determinada comunidade.

Kishimoto [13] também nos traz um entendimento sobre o brinquedo, pois sua relação de proximidade com a criança é natural e não possui regras ao contrário do jogo que é necessário entendimento de sua estrutura.

Diferindo do jogo, o brinquedo supõe uma relação com a criança e uma abertura, uma indeterminação quanto ao uso, ou seja, a ausência de um sistema de regras que organizam sua utilização. O brinquedo está em relação direta com uma imagem que se evoca de um aspecto da realidade e que o jogador pode manipular. Ao contrário, jogos, como xadrez, construção, implicam, de modo explícito ou implícito, o desempenho de certas habilidades definidas por uma estrutura preexistente no próprio objeto e suas regras. (KISHIMOTO, [13], p. 108).

Assim a realidade pode ser vivenciada pelas crianças por meio de brinquedos que retratam as ações cotidianas, o objeto lúdico é capaz de delinear a cultura vivenciada pelos adultos. Já a brincadeira é ação da criança em executar e praticar as regras ofertadas pelo jogo por meio da ludicidade.

A partir de vários estudos de autores a respeito das características dos jogos, Kishimoto [13] destaca alguns elementos como: liberdade e ludicidade em suas ações, o prazer e desprazer, as regras, a relevância no método de brincar, a incerteza dos resultados, a imaginação, a representação e a contextualização temporânea.

O jogo possui historicamente um significado de atividade que leva ao descanso, prazer e diversão. Após o aparecimento dos jogos de azar, cartas e o dado, ele aparece como motivo de endividamento e perda de dinheiro, mas há visões que o associem a educação.

A relação entre o jogo infantil e a educação se dá pela sua utilização na recreação, momento necessário para despertar o conhecimento intelectual e escolar. O uso do jogo serve como ferramenta para facilitar o ensino de conteúdos rebatendo aos aspectos verbais e escritos; e diagnosticar a personalidade infantil, pois neste momento as crianças demonstram suas condutas e ações espontaneamente, contribuindo para entender e estimular seu desenvolvimento infantil. Observado também que a brincadeira é tida como uma ação capaz de facilitar o estudo às necessidades infantis, bem como são aflorados o desenvolvimento da linguagem e do imaginário.

Kishimoto [11] define que as crianças independentemente do tamanho tomam decisões, falam, expressam, mostram suas vontades e gostam de brincar. Para realizar brincadeiras é necessário apenas o espaço e tempo, pois a liberdade em suas ações e a imaginação permite criar um cenário propício à diversão. Segundo Kishimoto [11] pode-se dizer:

A criança, mesmo pequena, sabe mais coisas: toma decisões, escolhe o que quer fazer, interage com pessoas, expressa o que sabe fazer e mostra, em seus gestos, em olhar, uma palavra, como é capaz de compreender o mundo, Entre as coisas de que a criança gosta e de brincar, que é um de seus direitos. O brincar é uma ação livre, que surge a qualquer hora, iniciada e conduzida pela criança; dá prazer, não exige como condição um produto final. Relaxa, envolve, ensina regras,

linguagens, desenvolve habilidades e introduz a criança no mundo imaginário. (KISHIMOTO, [11], p. 1).

Muitas memórias são marcadas em nossa infância por momentos de diversão e relaxamento, então ao propor uma atividade a uma criança é essencial pensar quais aprendizagens podem ser obtidas a ponto de torná-la significativa.

A interação de crianças e adultos com brinquedos e brincadeiras sempre foi importante, pois essas atividades são aprendidas e posteriormente são repassadas preservando a ludicidade. É importante perceber na educação infantil a aplicabilidade dos jogos livres e os propostos. Nesta perspectiva Kishimoto [11] mostra a relevância do planejamento.

A seleção de brinquedos envolve diversos aspectos: ser durável, atraente, adequado e apropriado a diversos usos; garantir a segurança e ampliar as oportunidades para o brincar. Atender à diversidade racial, não induzir preconceitos de gênero, classe social e etnia; não estimular a violência; incluir diversidade de matérias e tipos – brinquedos pedagógicos, industrializados, artesanais e produzidos pelas crianças, professores e pais. (KISHIMOTO, [11], p. 2).

As práticas pedagógicas na educação infantil devem auxiliar o professor em seu processo diário, e saber utilizar e aplicar essas práticas torna-se objeto de análise e pesquisa do professor. A escolha adequada de brinquedos e brincadeiras pode trazer aprendizado e interação.

Kishimoto [11] também faz uma abordagem sobre as Diretrizes Curriculares da Educação Infantil analisando eixos norteadores como as práticas pedagógicas e as intervenções com a professora, as crianças, o ambiente escolar, brinquedos e materiais, a instituição e a família, verificando a importância do jogo e das brincadeiras.

As práticas pedagógicas devem propor a criança, a partir da creche, autoconfiança, manifestação da individualidade em meio ao coletivismo por meio de brincadeiras e experiências sensoriais. Para Kishimoto [11] deve ser oferecido às crianças formas de expressões a fim de demonstrarem todas suas linguagens.

Toda criança aprende a falar primeiro por gestos, olhares e, depois, usa a palavra para se comunicar. Nas brincadeiras, a criança relaciona os nomes dos objetos e situações do seu cotidiano e, pela imitação, a linguagem se desenvolve. A dança é também uma forma de expressão por gestos e comunica significados. (KISHIMOTO, [11], p. 5).

As linguagens devem ser utilizadas em sua totalidade, seja falada, escrita, visual, pela combinação delas, como pelas mediações críticas. As experiências matemáticas podem ser

inseridas visando à compreensão das crianças com relação ao tamanho, grandeza e capacidade.

As atividades devem buscar a interação social e a confiança individual, o mediador tem papel fundamental para conciliar o momento adequado para inserir, conduzir e perceber se o objetivo está sendo alcançado. Kishimoto [11] diz:

Toda educação tem valores. Para que a educação tenha raízes na cultura, é preciso que ela inclua os valores da comunidade na qual está inserida, cada comunidade deve ter o direito de escolher para suas creches e pré-escolas propostas pedagógicas que reflitam os valores do seu povo, que espelhem as escolhas do grupo. (KISHIMOTO, [11], p. 14)

As experiências culturais vividas pelas crianças devem ser valorizadas e utilizadas nas práticas escolares, pois a diversidade de informações transferidas amplia a interação e integração. A exploração e indagação devem permear as discussões sobre o físico, social, tempo, a biodiversidade, sustentabilidade e tradições culturais brasileiras, sejam por meio de gravadoras, projetores, computadores, máquinas fotográficas ou outros recursos tecnológicos.

Sabendo sobre tais recursos, devemos identificar qual brincadeira que tem maior preferência pelas crianças, e quais resultados significativos essas brincadeiras trazem para o desenvolvimento pedagógico. O registro dessas informações deve auxiliar o crescimento em cada nível e posteriormente ajudar na transição de períodos. Cada criança tem o seu tempo de aprendizagem o que faz com que a retenção não seja indicada nesse período de formação escolar.

Para Kishimoto [11] essa preocupação em observar e acompanhar o progresso do educando deve ser contínua, e no Ensino Fundamental é necessário o desenvolvimento de práticas pedagógicas capazes de auxiliar na ludicidade do processo de aprendizagem.

Kishimoto [12] realiza um estudo sobre jogos e brincadeiras entre as crianças, jovens e adultos entendendo como surgiram as variações e valores das brincadeiras em meio à sociedade. O brincar para um povo remete suas diferenças e interpretações sobre sua cultura e hábitos cotidianos. Kishimoto [12] fala:

Se a infância é vista como reduto das brincadeiras, de crianças detentoras dos direitos aos brinquedos e às brincadeiras, há também, espaços lúdicos para jovens e adultos, o que implica pensar nos valores e significações postos por cada sociedade em seu tempo e espaço para a expressão da ludicidade. (KISHIMOTO, [12], p. 82).

O estímulo gerado pela brincadeira faz com que o lúdico seja despertado em diferentes faixas etárias, mostrando que os jogos e as brincadeiras podem atingir expectativas e resultados variados na comunidade.

A ludicidade inerente aos jogos pode ser vista como essencial para a composição cultural, social e pessoal. Acerca dessa temática Kishimoto [12] diz que:

Diante de sua importância, a natureza do brincar ou do jogar está sendo vista pelos atributos que a caracterizam: um pensamento de segundo grau, que se aplica às situações do cotidiano, como simular ser um motorista, ou o ingresso no imaginário, que tem a ver com o desempenho do jogador, de uma reprodução interpretativa. Essa forma lúdica é configurada pela sequência de decisões do brincante quando se trata de um ser social com capacidade de decisão, com protagonismo, que também é embebida pela cultura na qual vive o brincante, acompanhada por regras, que provém do exterior, mas que podem ser negociadas ou construídas conforme o jogo avança e que orientam ações lúdicas. (KISHIMOTO, [12], p. 83).

Os jogos e as brincadeiras podem ser resultados da visão que as crianças têm de situações reais. Através da capacidade lúdica, a criança é capaz de simular e criar cenários, com isso, o brincar estimula a capacidade cognitiva, além de a criança viver as situações da vida cotidiana em seu mundo próprio.

Entender a origem do jogo ou brincadeira em uma determinada comunidade permite informar peculiaridades sobre sua história e cultura. Muitas brincadeiras infantis remetem às profissões desenvolvidas por seus pais, o brincar muitas vezes é relativizado pela contemporaneidade. O tempo e o espaço contribuem significativamente para a formação de brincadeiras e jogos. De acordo com Kishimoto [12] pode-se dizer que:

[...] elas incluem a produção cultural de um povo, em certo período histórico, uma cultura não oficial, fluida, caracterizada pela oralidade e sempre em transformação incorporando criações anônimas das gerações que se sucedem. É uma cultura que se caracteriza pelo anonimato, pela tradição de agrupamentos infantis que os produzem, especialmente pela oralidade que ficam gravados pelas memórias das infâncias, que se conservam e se modificam pelo poder criativo do brincante. (KISHIMOTO, [12], p. 85).

Em cada tempo, a sociedade contribui com recursos para que a atividade possa ser gerada e ter significado para um determinado grupo, nessa expectativa cresce adesão dos jogos e brincadeiras na educação.

Kishimoto [12] cita o surgimento no século XIX do jogo do bicho, no Rio de Janeiro. Um barão resolveu vender os ingressos para seu zoológico com o nome dos bichos, por fim

ele sorteava prêmios em dinheiro com base nos ingressos. O jogo do bicho mostrou que era possível relacionar números, animais, seres humanos e eventos sociais, caracterizando um jogo de palpite e acerto, mas não de habilidade.

Muitas brincadeiras tornam-se tradicionais e são resultados da cultura local, práticas antigas e trechos de poemas. Elas permanecem com o passar do tempo de geração em geração. Algumas brincadeiras praticadas no mundo inteiro possuem a mesma essência, mas modificam apenas em regras, são reformuladas por meio de uma recriação e pela herança acumulada. Kishimoto [12] observa e diz:

Os jogadores geralmente desconhecem o motivo que, no passado, originou o jogo. Não obstante, persiste a recordação de como jogar, baseado na vida cotidiana, memória coletiva que se torna individual, ao conservar uma tradição, cria-se a possibilidade de projetar o jogo para o futuro. Muitos povos mantêm suas tradições pela oralidade. (KISHIMOTO, [12], p. 101).

Mergulhar nas origens dos jogos e brincadeiras significa entender como se dá a composição dos jogos, é possível perceber que o caráter social, cultural e as concepções contemporâneas permeiam tais criações.

## 2 CONCEITOS MATEMÁTICOS

### 2.1 Números Inteiros

Conforme Maier ([14], p. 2) adotaremos que  $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$ . Um número inteiro é dito par se ele é da forma  $2k$ , onde  $k \in \mathbb{Z}$  e um número inteiro é dito ímpar, se ele é da forma  $2k + 1$ , onde  $k \in \mathbb{Z}$ .

Segundo Dantas ([6], p. 2), algumas propriedades dos números inteiros estão definidas para a adição e multiplicação e são elas:

1) **Associatividade da adição.**

Dados  $a, b$  e  $c \in \mathbb{Z}$ ,  $(a + b) + c = a + (b + c)$ .

2) **Comutatividade da adição.**

Dados  $c, d \in \mathbb{Z}$ ,  $c + d = d + c$ .

3) **Existência do elemento neutro para a adição.**

Existe zero em  $\mathbb{Z}$  tal que  $b + 0 = b$ , para todo  $b \in \mathbb{Z}$ .

4) **Existência do oposto.**

Para cada  $b \in \mathbb{Z}$  existe  $-b \in \mathbb{Z}$  tal que  $b + (-b) = 0$ .

5) **Distributiva da multiplicação em relação à adição.**

Dados  $c, d, f \in \mathbb{Z}$ ,  $c \cdot (d + f) = c \cdot d + c \cdot f$  e  $(c + d) \cdot f = c \cdot f + d \cdot f$ .

6) **Associativa da multiplicação.**

Dados  $c, d, f \in \mathbb{Z}$ ,  $(c \cdot d) \cdot f = c \cdot (d \cdot f)$ .

7) **Comutatividade da multiplicação.**

Dados  $c, d \in \mathbb{Z}$ ,  $c \cdot d = d \cdot c$ .

8) **Existência de elemento neutro para a multiplicação.**

Existe em  $\mathbb{Z}$ , o um, ( $1 \neq 0$ ), tal que  $b \cdot 1 = b$ , para todo  $b \in \mathbb{Z}$ .

9) **Integridade.**

Se  $c, d \in \mathbb{Z}$  e  $c \cdot d = 0$  então  $c = 0$  ou  $d = 0$ .

### 2.2 Números Primos

Segundo Maier [14], dizemos que o número natural maior do que 1 é um número primo se possui apenas dois divisores, a saber, o 1 é ele mesmo. Caso contrário, dizemos que



o número é composto. Para identificar se um número natural é primo, devemos verificar a quantidade de divisores. Caso o leitor se interesse, sugerimos a leitura de Santos [22] e Maier [14].

### 2.3 Divisibilidade

Segundo Dantas ([5], p. 8) o conceito de divisibilidade pode ser expressa a partir da definição e das propriedades a seguir.

**Definição:** Dados  $c, d \in \mathbb{Z}$ , dizemos que  $c$  divide  $d$  (*escrevemos  $c|d$* ) se existe um inteiro  $f$  tal que  $d = c \cdot f$ . Diremos também que  $c$  é um divisor de  $d$  e ainda, que  $d$  é um múltiplo de  $c$ .

**Propriedades:**

- 1)  $a|a, \forall a \in \mathbb{Z}$ .
- 2) Se  $a|b$  e  $b|c$  então  $a|c, \forall a, b, c \in \mathbb{Z}$ .
- 3) Se  $a|b$  e  $c|d$  então  $a \cdot c|b \cdot d, \forall a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ .
- 4) Se  $a|b_1, b_2, \dots, b_n$  então  $a|(b_1c_1 + b_2c_2 + \dots + b_nc_n), \forall c_n \in \mathbb{Z}$ .
- 5) Se  $a, b \in \mathbb{Z}, a|b$  e  $b|c$  então  $b = \pm a$ .
- 6) Se  $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$  e  $a|b$  então  $|a| \leq |b|$ .

### 2.4 Crivo de Eratóstenes

Este crivo é um dos resultados das pesquisas de Eratóstenes<sup>4</sup>. Um método utilizado para encontrar números primos de forma mais rápida, segundo Maier [14] o Crivo de Eratóstenes pode ser enunciado assim:

**Crivo de Eratóstenes:** Desejamos determinar os primos  $\leq n$  para um dado  $2 \leq n \in \mathbb{N}$ . Para isto escrevemos os números  $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots, n\}$ . Guardamos o 2 como primo e riscamos todos os números da forma  $4 \leq 2k \leq n$ . Depois guardamos o 3 e riscamos os números  $6 \leq 3k \leq n$ . O próximo número a ser guardado é o número 5, riscamos os números  $10 \leq 5k \leq n$  e continuamos desta maneira. Vemos que, depois de riscar todos os múltiplos dos números primos verificamos o maior primo  $p \leq \sqrt{n}$ , restando apenas os números primos até  $n$ . (MAIER, [14], p. 46)

---

<sup>4</sup> Eratóstenes (276 a.C – 194 a.C) matemático, geógrafo e astrônomo.

Vamos verificar o Crivo de Eratóstenes utilizando um exemplo para  $n = 100$  seguindo os passos abaixo.

- Escrever os números de 2 a 100.
- Circular o primeiro número primo da lista que será o número dois e em seguida riscar todos os múltiplos do número dois. Concluir esse procedimento quando o maior número for checado, que será valor de  $\sqrt{n}$  arredondado para baixo, ou seja, para os números primos  $\{2, 3, 5, 7\}$ .
- Os números que não foram riscados são todos os números primos de 2 a 100, que são  $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97\}$ . O Crivo de Eratóstenes pode ser utilizado para números maiores, mas quanto maior for o número primo a ser checado, maior será o tempo gasto para determinar os números a serem riscados.

## 2.5 A Conjectura de Goldbach

De acordo com Maier [14], Christian Goldbach<sup>5</sup> estabeleceu uma pergunta que até hoje ainda não pode ser respondida e temos deste então uma famosa conjectura na área de Teoria dos Números:

**Conjectura de Goldbach:** Todo número par maior que dois é a soma de dois números primos. (MAIER, [14], p. 49).

Seguem alguns exemplos simples que satisfazem a Conjectura de Goldbach:

- $8 = 3 + 5$ ;
- $10 = 5 + 5, 10 = 7 + 3$ ;
- $12 = 5 + 7$ ;
- $100 = 3 + 97, 100 = 17 + 83, 100 = 41 + 59, 100 = 47 + 53$ .

---

<sup>5</sup> Christian Goldbach (1660 – 1764) estudou Matemática e Legislação, lecionou na Academia das Ciências de São Petersburg.

### 3 PROPOSTA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

Neste capítulo será elaborado o inédito Bingo de Goldbach, com inspiração no Jogo de Goldbach [9] e na metodologia de Souza ([23], p. 305). O objetivo é desenvolver um plano de aula visando os alunos do 7º Ano do Ensino Fundamental e mostrar a relevância da Conjectura de Goldbach.

O Bingo de Goldbach é uma proposta teórica que pode ser aplicada em sala de aula com o intuito de auxiliar o professor na prática pedagógica, consiste em utilizar os conceitos matemáticos, material reciclável de fácil manuseio e criar um jogo de regras para alcançar o propósito didático, que é estimular a percepção do aluno voltada para distinguir sobre os números primos e compostos, bem como relembrar a aplicação dos critérios de divisibilidade.

#### 3.1 O Jogo do Bingo de Goldbach

##### 3.1.1 *Objetivos*

- Mostrar que através do Bingo de Goldbach a ludicidade e cooperação entre alunos podem ser evidenciadas.
- Estimular a percepção do aluno voltada para identificar os números primos e compostos, bem como suas propriedades.
- Reconhecer e aplicar as propriedades dos números primos, pares e ímpares.
- Utilizar o Crivo de Eratóstenes e os critérios de divisibilidade para encontrar os possíveis números primos.

##### 3.1.2 *Recursos (cada grupo)*

- Papel Cartão (4 unidades).
- Cartolina (20 unidades)
- Caixas de leite vazias ou similar (24 unidades).
- Caixas de sapatos vazias ou similar (1 unidade).
- Tesouras (5 unidades).

- Fita crepe (2 fitas 16mm x 50m).
- Régua (5 unidades).
- Compasso (2 unidades).
- Cola (1 unidade).
- Folhas brancas (5 unidades).
- Quadro e giz.

### 3.1.3 Duração

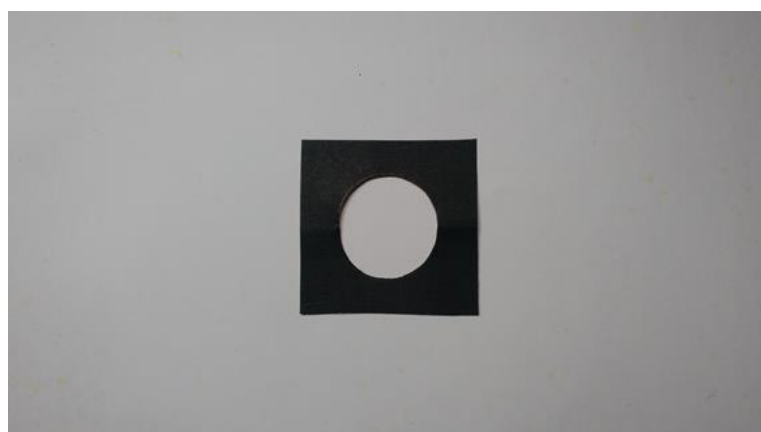
De quatro a seis aulas<sup>6</sup> de 45 minutos cada.

### 3.1.4 Metodologia

#### **Primeiro Momento:**

- Pedir aos alunos que se organizem em grupos de cinco alunos cada.
- Solicitar a cada grupo que corte o papel cartão no tamanho de 4,5cm x 4,5cm, num total de 24 quadrados. No centro de cada quadrado desenhar e cortar um círculo de raio 1,5cm (Figura 1).

Figura 1: Papel cartão cortado.



Fonte: Acervo do Autor.

---

<sup>6</sup> Aulas semanais não sequenciais. Adequar ao horário estipulado pela Unidade de Ensino.

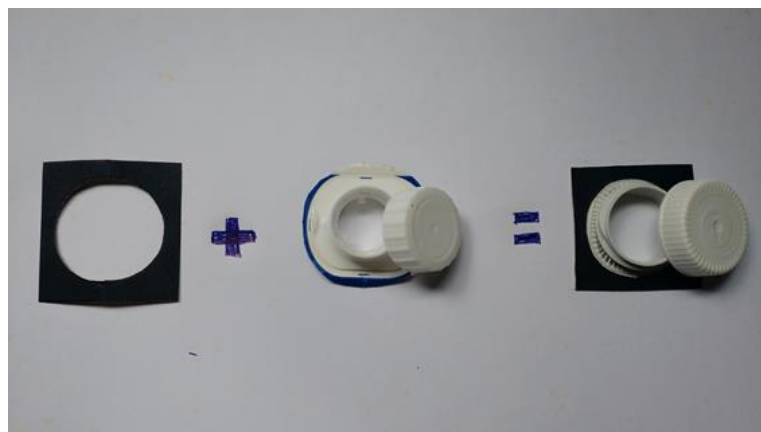
- Solicitar aos grupos que peguem 24 caixas de leite ou similar, cortar e deixar uma borda de 1cm ao redor das tampas (Figura 2). Colar as tampas aos quadrados de papel cartão (Figura 3). Colar as tampas já com o papel cartão duas a duas com fita crepe, deixar apenas uma abertura e formar assim uma espécie de recipiente (Figura 4). Escrever na parte posterior do recipiente, em uma das tampas *par* e na outra *primo* (Figura 5).

Figura 2: Tampa da caixa de leite ou similar cortada.



Fonte: Acervo do Autor.

Figura 3: Tampa colada no pedaço de papel cartão.



Fonte: Acervo do Autor.

Figura 4: Recipiente formado pela união de duas tampas.



Fonte: Acervo do Autor.

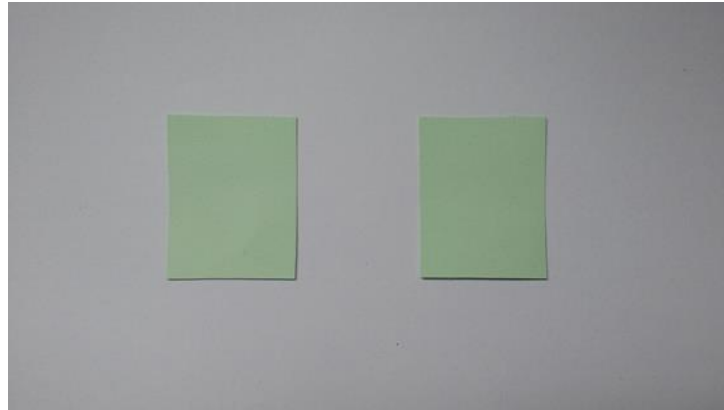
Figura 5: Recipiente explicitando o lado par e o lado primo.



Fonte: Acervo do autor.

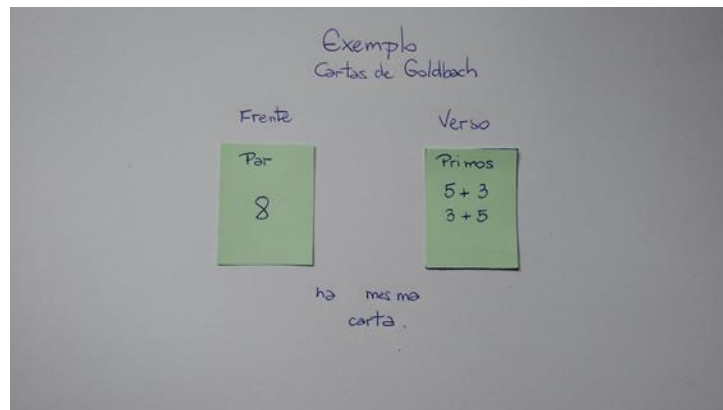
- Pedir a cada grupo que pegue a cartolina e corte em pedaços medindo 3,5cm x 4,5cm (Figura 6), num total de 500 retângulos. Escrever no retângulo cortado de um lado os números pares de 4 a 1000 e respectivamente do outro lado os valores dos números primos que somados resultam no número par, formando as cartas de Goldbach (Figura 7).

Figura 6: Retângulos de cartolina.



Fonte: Acervo do Autor.

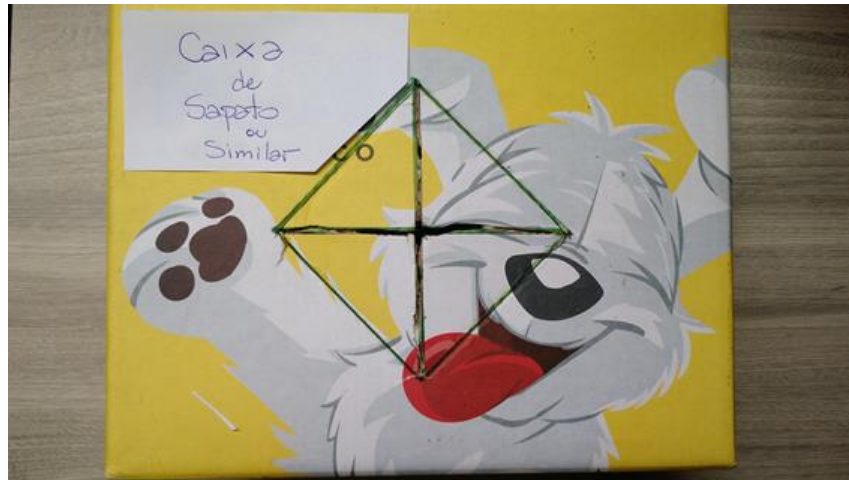
Figura 7: Exemplo de uma carta de Goldbach.



Fonte: Acervo do Autor.

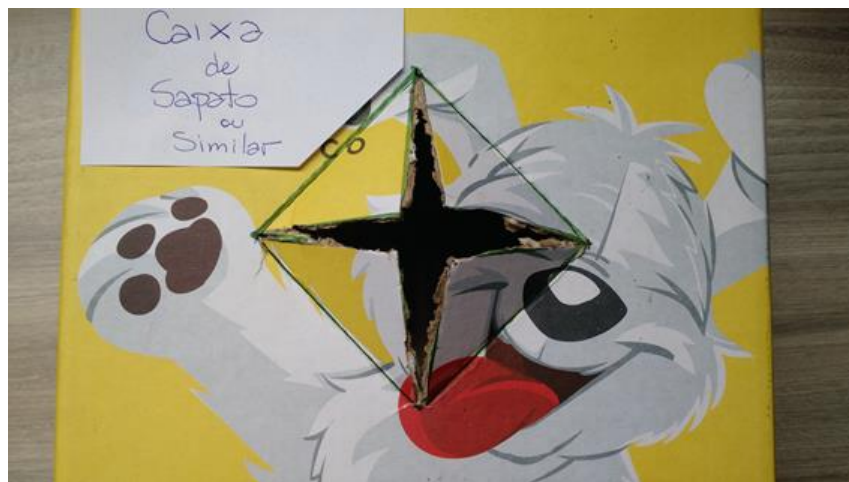
- Solicitar aos grupos que peguem uma caixa de sapato ou similar e que desenhe em seu centro um quadrado medindo 7cm de lado. Desenhar e cortar as diagonais deste quadrado abrindo assim um buraco (Figura 8 e 9).

Figura 8: Caixa de sapato ou similar.



Fonte: Acervo do Autor.

Figura 9: Caixa de sapato ou similar cortada.



Fonte: Acervo do Autor.

### Segundo Momento:

- Apresentar a Conjectura de Goldbach e o Crivo de Eratóstenes.
- Caracterizar o Bingo de Goldbach utilizando a caixa de sapato ou similar como globo onde estarão os números (recipientes) a serem sorteados.
- Utilizar os recipientes com as cartas de Goldbach que serão escolhidas na primeira fase de um a quinhentos e na segunda fase de quinhentos a mil para serem sorteadas.
- Apresentar as Regra do Bingo de Goldbach que são:
  - Formar grupos com cinco alunos.
  - Um aluno será escolhido para realizar o sorteio do Bingo de Goldbach e os outros formarão duplas.



- Serão sorteados 6 números pares entre 1 a 500 na primeira fase, na segunda fase serão sorteados 6 números pares entre 501 a 1000.
  - Cada dupla terá uma cartela de Goldbach e só poderá ser marcado o número quando a resposta for correta.
  - Será vencedora a dupla que acertar primeiro os 12 números sorteados ou a dupla que acertar a maior quantidade de números sorteados no tempo determinado.
  - A partida terá duração de 25 minutos.
  - Em caso de empate, após o tempo excedido, poderão ser sorteados outros números pares para desempatar a partida. Não há problema em considerar dois vencedores.
- Apresentar a cartela do Bingo de Goldbach já confeccionada (Figura 10 e 11) para a marcação dos números que representem corretamente as respostas para os números pares sorteados.
  - Apresentar o protótipo do Bingo de Goldbach (Figura 12 e 13).
  - Marcar na cartela os números pares somente quando a solução da soma dos números primos for correta.

Figura 10: Primeiro lado da cartela do Bingo de Goldbach (1 a 500).

BINGO DE GOLDBACH		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
	=	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
	=	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
	=	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
	=	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125
	=	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
	=	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175
	=	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
	=	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225
	=	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250
	=	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275
	=	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300
	=	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325
	=	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350
	=	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375
	=	376	377	378	379	380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400
	=	401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420	421	422	423	424	425
	=	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448	449	450
	=	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475
	=	476	477	478	479	480	481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500

Fonte: Acervo do Autor.

Figura 11: Segundo lado da cartela do Bingo de Goldbach (501 a 1000).

BINGO DE GOLDBACH		501	502	503	504	505	506	507	508	509	510	511	512	513	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523	524	525
○ = ○ + ○	○ = ○ + ○	526	527	528	529	530	531	532	533	534	535	536	537	538	539	540	541	542	543	544	545	546	547	548	549	550
		551	552	553	554	555	556	557	558	559	560	561	562	563	564	565	566	567	568	569	570	571	572	573	574	575
○ = ○ + ○	○ = ○ + ○	576	577	578	579	580	581	582	583	584	585	586	587	588	589	590	591	592	593	594	595	596	597	598	599	600
		601	602	603	604	605	606	607	608	609	610	611	612	613	614	615	616	617	618	619	620	621	622	623	624	625
○ = ○ + ○	○ = ○ + ○	626	627	628	629	630	631	632	633	634	635	636	637	638	639	640	641	642	643	644	645	646	647	648	649	650
		651	652	653	654	655	656	657	658	659	660	661	662	663	664	665	666	667	668	669	670	671	672	673	674	675
○ = ○ + ○	○ = ○ + ○	676	677	678	679	680	681	682	683	684	685	686	687	688	689	690	691	692	693	694	695	696	697	698	699	700
		701	702	703	704	705	706	707	708	709	710	711	712	713	714	715	716	717	718	719	720	721	722	723	724	725
○ = ○ + ○	○ = ○ + ○	726	727	728	729	730	731	732	733	734	735	736	737	738	739	740	741	742	743	744	745	746	747	748	749	750
		751	752	753	754	755	756	757	758	759	760	761	762	763	764	765	766	767	768	769	770	771	772	773	774	775
○ = ○ + ○	○ = ○ + ○	776	777	778	779	780	781	782	783	784	785	786	787	788	789	790	791	792	793	794	795	796	797	798	799	800
		801	802	803	804	805	806	807	808	809	810	811	812	813	814	815	816	817	818	819	820	821	822	823	824	825
○ = ○ + ○	○ = ○ + ○	826	827	828	829	830	831	832	833	834	835	836	837	838	839	840	841	842	843	844	845	846	847	848	849	850
		851	852	853	854	855	856	857	858	859	860	861	862	863	864	865	866	867	868	869	870	871	872	873	874	875
○ = ○ + ○	○ = ○ + ○	876	877	878	879	880	881	882	883	884	885	886	887	888	889	890	891	892	893	894	895	896	897	898	899	900
		901	902	903	904	905	906	907	908	909	910	911	912	913	914	915	916	917	918	919	920	921	922	923	924	925
○ = ○ + ○	○ = ○ + ○	926	927	928	929	930	931	932	933	934	935	936	937	938	939	940	941	942	943	944	945	946	947	948	949	950
		951	952	953	954	955	956	957	958	959	960	961	962	963	964	965	966	967	968	969	970	971	972	973	974	975
○ = ○ + ○	○ = ○ + ○	976	977	978	979	980	981	982	983	984	985	986	987	988	989	990	991	992	993	994	995	996	997	998	999	1000

Fonte: Acervo do Autor.

As cartelas do Bingo de Goldbach que pode ser impressa e distribuída para os alunos está disponível nos Apêndices B e C.

Figura 12: Protótipo Bingo de Goldbach.



Fonte: Acervo do Autor.

Figura 13: Protótipo Bingo de Goldbach.



Fonte: Acervo do Autor.

#### **Terceiro Momento:**

- Dividir os grupos de modo que um aluno seja responsável para sortear os números e os demais formarem duas duplas. Informar que após o sorteio de um número de Goldbach, caberá ao aluno responsável marcar o tempo de 1 minuto para a resposta de cada dupla.
- Pedir aos alunos que iniciem o Bingo de Goldbach.
- Observar os cálculos realizados pelas duplas para encontrarem os números primos.
- Salientar a importância do Crivo de Eratóstenes.
- Pedir para associar as jogadas com Conjectura de Goldbach.

#### **Quarto Momento:**

- Discutir com os alunos em que momentos apareceram as maiores dificuldades.
- Discutir se o jogo em dupla proporciona uma relação de interação e cooperação.
- Questionar sobre táticas a serem consideradas em uma jogada.
- Discutir com os alunos se o jogo realizado em duplas pode ajudar a auxiliar em dúvidas existentes na equipe.
- Fazer um *feedback*, através de exercícios em sala, ou até mesmo avaliação para a verificação quanto a eficácia do jogo.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, abordaremos um dos objetivos desta proposta que é fazer uma análise do Bingo de Goldbach, nas perspectivas de Muniz [15], Grandó [7], e Kishimoto [11], [12] e [13], observando conceitos matemáticos que o Bingo de Goldbach propõe. Além dessa análise, responderemos algumas questões que surgem ao falar do Uso de Jogos no ensino da Matemática.

A partir de Cabral [3] pode-se questionar:

- 1) Usar o jogo é algo importante? Há autores que pensam assim?
- 2) Qual o público-alvo da proposta?
- 3) Qual a idade dos participantes?
- 4) Quanto tempo demora uma aplicação?
- 5) Quais conceitos podem ser aprendidos via jogo e como?
- 6) Como se aplica o jogo?
- 7) Qual a importância do trabalho?
- 8) Quais possíveis vantagens e desvantagens em aplicar esse trabalho?

A ludicidade através dos jogos se bem planejada é um recurso pedagógico eficaz. A atividade lúdica instiga o aluno para a compreensão do assunto abordado, possibilitando assim o desenvolvimento de habilidades necessárias para o processo educativo. Sobre o Uso de Jogos, Kishimoto [13] diz:

[...] vê-se a brincadeira como conduta livre que favorece o desenvolvimento da inteligência e facilita o estudo. Ao atender necessidades infantis, o jogo infantil torna-se forma adequada para a aprendizagem dos conteúdos escolares. Assim, para se contrapor aos processos verbalistas de ensino, à palmatória vigente, o pedagogo deveria dar forma lúdica aos conteúdos. (KISHIMOTO, [13], p. 119).

Entender a importância do jogo e da brincadeira para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem é fundamental, pois a ludicidade e a familiaridade inerente a essa ferramenta trazem grandes benefícios. O Bingo de Goldbach é uma proposta teórica e pedagógica que visa oportunizar e aprimorar o processo educativo. Grandó [7] compreende que é importante motivar e alinhar os conteúdos, metodologias e objetivos harmoniosamente com a sociedade contemporânea por meio do jogo. Ainda neste contexto Grandó [7] diz:

Ao analisarmos os atributos e/ou características do jogo que pudessem justificar sua inserção em situações de ensino, evidencia-se que este representa uma atividade lúdica, que envolve o desejo e o interesse do jogador pela própria ação do jogo, e mais, envolve a competição e o desafio que motivam o jogador a conhecer seus limites e suas possibilidades de superação de tais limites, na busca da vitória, adquirindo confiança e coragem para se arriscar. (GRANDO, [7], p. 26).

Essas peculiaridades tornam o Uso de Jogos no ensino uma vantagem para um momento diferenciado e agradável no ambiente escolar. O Bingo de Goldbach é uma ferramenta lúdica que visa aprofundar de maneira prazerosa os conteúdos propostos, bem como provocar e estimular o aluno a aprofundar e buscar soluções para possíveis questionamentos no decorrer do jogo.

O Uso de Jogos é um suporte metodológico para diversos níveis de instrução, onde seus objetivos devem se adequar à realidade do aluno. Grandó [7] discorre que:

Quando nos referimos à utilização de jogos nas aulas de Matemática como suporte metodológico, consideramos que tenha utilidade em todos os níveis de ensino. O importante é que os objetivos como o jogo estejam claros, a metodologia a ser utilizada seja adequada ao nível que se está trabalhando e, principalmente, que represente uma atividade desafiadora ao aluno para o desencadeamento do processo. (GRANDO, [7], p. 28).

Ao utilizar a Conjectura de Goldbach, um dos fatores pensados nesta proposta foi mostrar ao aluno do 7º Ano do Ensino Fundamental, com faixa etária de 12 a 13 anos, que a Matemática nos desafia não só a buscar uma resposta para a conjectura, mas entender o desenvolvimento e a construção do conhecimento. Instigando-o assim por meio do Bingo de Goldbach a entender e verificar a importância da conjectura, bem como lembrar os critérios de divisibilidade e como caracterizar um número primo, par ou ímpar. Sua construção se dará no Primeiro Momento da Metodologia, com uma previsão de três aulas de 45 minutos cada.

Sobre os conceitos matemáticos propostos pelo Bingo de Goldbach, Muniz [15] diz:

O jogo é tomado como instrumento pedagógico e vemos uma introdução gradual e crescente dos jogos no ensino da Matemática. A utilização do jogo como mediador do conhecimento matemático ganha importância nos discursos dos educadores e dentro da prática pedagógica a partir da necessidade da participação efetiva do sujeito na construção de seu conhecimento. (MUNIZ, [15], p. 13).

A importância dada ao jogo como ferramenta pedagógica para auxiliar a produção do conhecimento matemático é crescente. O Bingo de Goldbach busca a partir do Segundo Momento da Metodologia familiarizar a dupla com a Conjectura de Goldbach e o Crivo Eratóstenes, e posteriormente no Terceiro Momento poderá utilizar-se desse conhecimento

adquirido, bem como das propriedades de divisibilidade, conceitos de números primos, pares e ímpares. A cada jogada os conceitos vão sendo trabalhados, aprimorando, fixando e demonstrando a importância dos temas trabalhados, confrontando as metodologias integralmente tradicionais, Kishimoto ([13], p.118-119) diz que é importante relacionar o “uso de jogo para favorecer o ensino de conteúdos escolares”.

Para que jogo desempenhe o objetivo esperado é necessário que suas estruturas sejam bem formalizadas. Conforme Muniz ([15], p. 42-43), “elementos como as regras, os jogadores, a situação e a incerteza quanto ao resultado”, são capazes de caracterizar o jogo, Kishimoto [13] compreende que características estruturais são pertinentes para a formação do jogo.

[...] elementos que interligam a grande família dos jogos: a liberdade de ação do jogador ou o caráter voluntário e episódico da ação lúdica; o prazer (ou desprazer), o “não-sério” ou o efeito positivo; as regras (implícitas ou explícitas); a relevância do processo de brincar (o caráter improdutivo), a incerteza e a contextualização no tempo e espaço. São tais características que permitem identificar os fenômenos que pertencem à família dos jogos. (KISHIMOTO, [13], p. 116).

Sendo assim o Bingo de Goldbach segue essa estrutura como a autora discorre. Suas regras são resumidas, ele pode ser jogado com números diferentes de jogadores ou inicialmente como proposto, existe a situação que é definida pelo estudo da Conjectura de Goldbach e suas implicações, por fim a incerteza do resultado que faz com que o jogador busque desenvolver técnicas que o leve ao sucesso a cada jogada (número sorteado). Grandó [7] valida evidenciando aos elementos estruturais as possibilidades geradas pelo jogo.

[...] o planejamento no jogo de regras é definido pelas várias antecipações e construções de estratégias. Quando o sujeito realiza constatações acerca de suas hipóteses, percebe regularidades e define estratégias, sendo capaz de efetuar um planejamento de suas ações, a fim de obter o objetivo final do jogo que é vencê-lo. (GRANDÓ, [7], p. 25).

O Bingo de Goldbach tem relação com essas estruturas, pois a cada número sorteado surge um novo desafio, instigando a compreender melhor os conceitos propostos. É determinado a quantidade de números a serem sorteados ou o tempo máximo para ser realizado o Bingo, a fim de objetivar a partida.

A necessidade de superação aos desafios impostos pelo jogo surge em meio às vitórias e às derrotas que podem acontecer devido às escolhas das respostas para cada número sorteado. Kishimoto ([11], p. 12) diz que nas brincadeiras são inseridos os valores “do ganhar ou perder” e Grandó [7] diz:

É na ação do jogo que o sujeito, mesmo que venha a ser derrotado, pode conhecer-se, estabelecer o limite de sua competência enquanto jogador e reavaliar o que precisa ser trabalhado, desenvolvendo suas potencialidades, para evitar uma próxima derrota. O “saber perder” envolve este tipo de avaliação. (GRANDO, [7], p. 28).

Cada movimento realizado produz pensamentos que devem influenciar positivamente na tomada de decisões das próximas jogadas. Muniz [15] nos relata que:

Ganhar ou perder é ligado à competência de cada participante de maneira isolada ou cooperativa, de criar ou impor situação-problema aos adversários ou, ainda, à capacidade de resolver problemas colocados por adversários durante a atividade lúdica. (MUNIZ, [15], p. 44).

Sendo assim, através do Bingo de Goldbach o ensino e a aprendizagem ocorrem em diversas etapas, podendo o jogador superar suas expectativas ao desenvolver o jogo. É importante descobrir pontos como a dificuldade com regras e conteúdos abordados, para serem superados e assim desempenhar ao máximo suas habilidades.

A interferência pedagógica pode acontecer no Quarto Momento da proposta do Bingo de Goldbach ao conversar e explicitar possíveis dificuldades que podem surgir no decorrer do jogo, podendo o professor disponibilizar posteriormente procedimentos que possam minimizar tais dificuldades. Kishimoto em ([11], p. 10) compreende que a “mediação da professora é essencial para que a criança aprenda a enfrentar conflitos”. Grandó [7] diz:

Este momento caracteriza-se pelos questionamentos e observações realizadas pelo orientador da ação a fim de provocar os alunos para a realização das análises de suas jogadas (previsão de jogo, análise de possíveis jogadas a serem realizadas, constatação de “jogadas erradas” realizadas anteriormente, etc.). Neste momento, a atenção está voltada para os procedimentos criados pelos sujeitos na resolução dos problemas de jogo, buscando relacionar este processo à conceitualização matemática. (GRANDO, [7], p. 44).

O professor deve fazer intervenções necessárias sobre o entendimento das regras, e posteriormente ao fim do jogo discutir sobre todos os conceitos do jogo. Muniz [15] acredita que:

É necessário considerar, antes de tudo, que a intervenção do adulto no jogo espontâneo da criança a fim de favorecer certas aprendizagens matemáticas pode comprometer a qualidade da experiência lúdica em favor do objetivo educacional [...], a utilização de jogos e de brincadeiras na sala de aula deve ser seguida por debates entre profissionais envolvidos no projeto pedagógico. (MUNIZ, [15], p. 130).

Após essas contribuições, considera-se importante a mediação do professor no Quarto Momento da Metodologia reservado ao *feedback*, principalmente nas dúvidas sobre as aplicabilidades das regras, análises quanto a Conjectura de Goldbach, conteúdos propostos e a ludicidade do jogo.

A socialização, cooperação, competição, integração e conflitos surgem com o desenvolvimento do jogo e são importantes para a construção do conhecimento. De acordo com Kishimoto [12] esses aspectos acontecem:

Quando jovens [...] aprendem e ensinam brincadeiras nas quais utilizam suas habilidades, cooperam, interagem, criam projetos comunitários. A interação entre os brincantes de culturas distintas não pretende a apropriação e a integração das brincadeiras, com a perda especificidades culturais. (KISHIMOTO, [12], p. 95).

No Bingo de Goldbach as duplas têm a possibilidade de interagir, cooperar e encontrar soluções. A interação através troca de experiências pode auxiliar os alunos a encontrar possíveis significados necessários para o êxito no jogo.

Ao se aplicar um o jogo podem surgir adaptações mediante as necessidades de cada situação ou turma que se deseja executar, Grandó [7] entende que:

Assim sendo, um mesmo jogo pode ser utilizado, num determinado contexto, como construtor de conceitos e, num outro contexto, como aplicador ou fixador de conceitos. Cabe ao professor determinar o objetivo de sua ação, pela escolha e determinação do momento apropriado para o jogo. (GRANDÓ, [7], p. 4).

O Bingo de Goldbach pode sofrer algumas variações, caso seja aplicado, dentre elas: diminuir o intervalo dos números pares a serem sorteados visando familiarização dos grupos com jogo, aumentar a quantidade de jogadores em cada grupo buscando a cooperação e rapidez no que diz respeito aos algoritmos propostos para o jogo.

Ao se falar em desvantagens no Uso de Jogos é importante lembrar que a perda ludicidade, coerção do professor ao jogo, a falta de acesso aos materiais de construção e o tempo podem ser pontos prejudiciais as atividades. Grandó [7] diz:

Um diálogo entre alunos e entre professor e aluno, que possa evidenciar as formas e/ou estratégias de raciocínio que vão sendo utilizadas e os problemas que vão surgindo no decorrer da ação. Nesse ambiente, todos são chamados a participar da brincadeira, respeitando aqueles que não se sentem à vontade, num primeiro momento, de executar a brincadeira, criando alternativas de participação, tais como: observação dos colegas, juiz do jogo ou monitor das atividades. (GRANDÓ, [7], p. 36)

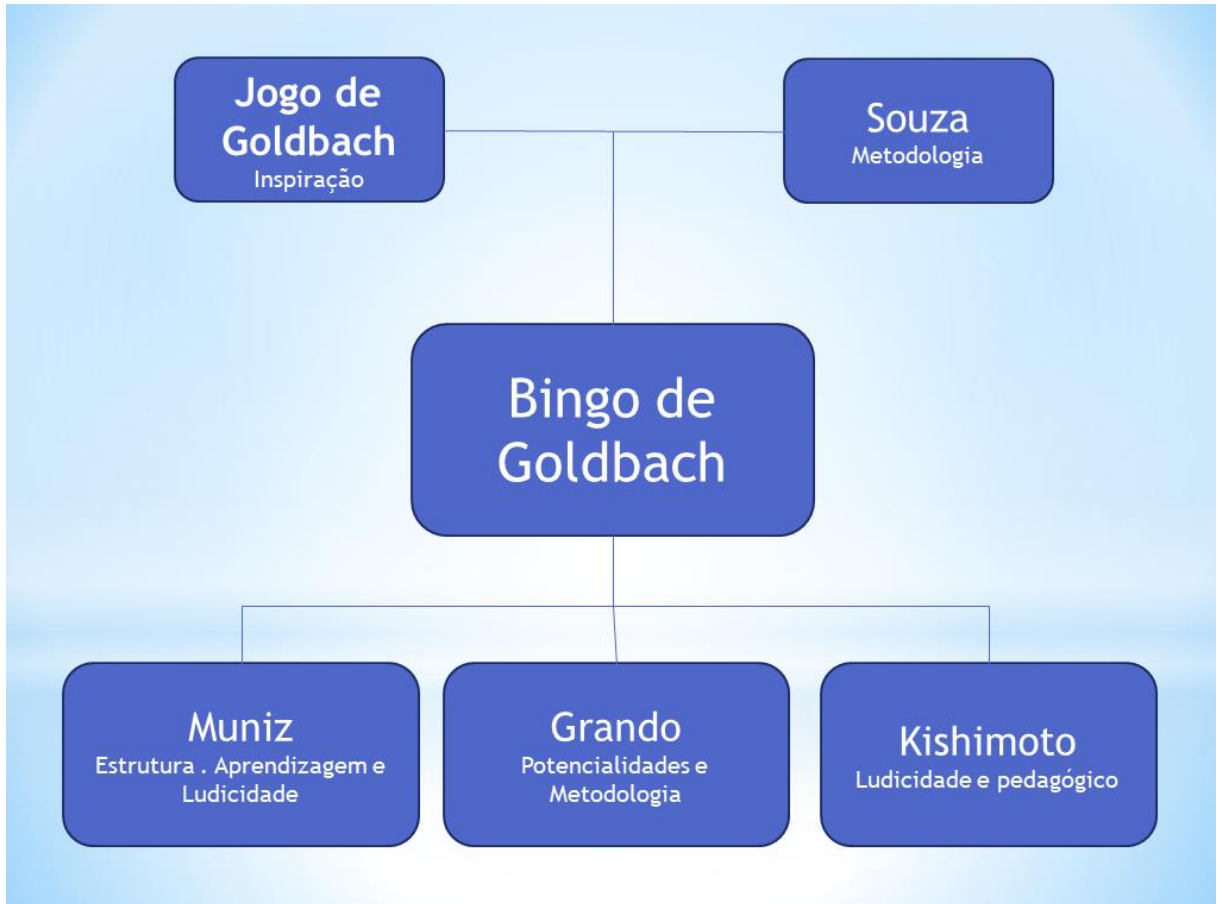


A proposta do jogo Bingo de Goldbach, voltada para a ludicidade através dos jogos, visa o pensamento crítico, desafio, mudança de visão em relação à Matemática, além de trazer para o aluno o interesse, curiosidade, cooperação, aprofundamento dos conteúdos e outras habilidades matemáticas. Deseja-se também que a competição ocorra de forma saudável visando à emoção e o desafio.

**REFERÊNCIAS**

- [1] BASSANEZI, R. C. *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática*. 3º ed. São Paulo. Contexto. 2011.
- [2] BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem Matemática no Ensino*. 4º ed. São Paulo. Contexto. 2007.
- [3] CABRAL, Marcos Aurélio. *A utilização de jogos no ensino de matemática*. Santa Catarina, Florianópolis. Dissertação da Graduação. 2006.
- [4] D'AMBRÓSIO, U. *Etnomatemática: Elo entre as Tradições e a Modernidade*. 3º ed. Belo Horizonte. Autêntica. 2009.
- [5] DANTAS, N. O. *Estruturas algébricas I*. São Cristovão: Universidade Federal de Sergipe. CESAD. 2009.
- [6] FERREIRA, A. B. H. AURÉLIO. *O Dicionário da Língua Portuguesa*. Ed. Positivo. 2010.
- [7] GRANDO, R. C. *O Conhecimento Matemático e o uso dos Jogos na Sala de Aula*. São Paulo, Campinas. Dissertação de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas. 2000.
- [8] HUIZINGA, J. *Homo Ludens*. Ed. Perspectiva. 2000.
- [9] JOGO DE GOLDBACH. Disponível em: <<http://nautilus.fis.uc.pt/mn/goldbach/index.html>>. Acesso em: 14 de jun. de 2017.
- [10] KENSKI, V. M. *Educação e Tecnologias – O Novo Ritmo da Informação*. Ed. Papirus. 2007.
- [11] KISHIMOTO, T. M. *Brinquedos e Brincadeiras na Educação Infantil*. Perspectivas Atuais. Belo Horizonte. 2010.
- [12] KISHIMOTO, T. M. *Jogos, brinquedos e brincadeiras do Brasil*. Espacios en Blanco, Buenos Aires, n.24, p. 81 – 106. 2014.
- [13] KISHIMOTO, T. M. *O Jogo e Educação Infantil*. Perspectiva, Florianópolis, UFSC/CED, NUP, n. 22, p.105-128. 1994.
- [14] MAIER, R. R. *Teoria dos Números*. Universidade de Brasília-Departamento de Matemática-IE. 2005.
- [15] MUNIZ, C. A. *Brincar e jogar: enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática*. Volume 41. Autêntica. 2010.

- [16] ORTIZ, J. P. *Aproximações teórica à realidade do jogo*. In: MURCIA, J. A. M. (org.). 2005. Aprendizagem através do jogo. Tradução de Valério Campos. Porto Alegre, RS. Artmed. p. (09 – 28).
- [17] PINTO, N. B. *Marcas Históricas da Matemática Moderna no Brasil*. Curitiba. Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Revista Diálogo Educacional. V. 5, n. 16, 2005, p. 25-38.
- [18] PINTO, N. B. *Práticas Escolares do Movimento da Matemática Moderna*. Curitiba. Pontifícia Universidade Católica do Paraná. 2001.
- [19] POLYA, G. *A Arte de Resolver Problemas*. 2. reimpr. Rio de Janeiro. Interciência. 1995.
- [20] RIBEIRO, D. M.; SCHERER, A. C. S.; TOILLIER, J. S. *Números Primos e Suas Histórias*. Paraná, Campo Mourão. 2014.
- [21] ROQUE, T. *História da Matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro. Zahar. 2012.
- [22] SANTOS, J. P. O. *Introdução à Teoria dos Números*. Coleção Matemática Universitária. 1998.
- [23] SOUZA, R. L. *Permutações, Grupos e Simetrias*. Ciência e Natura, Santa Maria, v. 37 Ed. Especial PROFMAT, 2015, p. 289-307.

**APÊNDICES****APÊNDICE A – Síntese do Bingo de Goldbach (fluxograma).**

APÊNDICE B – Cartela Bingo de Goldbach (1 a 501).

BINGO DE GOLDBACH																								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125
126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175
176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225
226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250
251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275
276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300
301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325
326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350
351	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375
376	377	378	379	380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400
401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420	421	422	423	424	425
426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448	449	450
451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475
476	477	478	479	480	481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500

APÊNDICE C - Cartela Bingo de Goldbach (501 a 1000).

BINGO DE GOLDBACH																								
501	502	503	504	505	506	507	508	509	510	511	512	513	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523	524	525
526	527	528	529	530	531	532	533	534	535	536	537	538	539	540	541	542	543	544	545	546	547	548	549	550
551	552	553	554	555	556	557	558	559	560	561	562	563	564	565	566	567	568	569	570	571	572	573	574	575
576	577	578	579	580	581	582	583	584	585	586	587	588	589	590	591	592	593	594	595	596	597	598	599	600
601	602	603	604	605	606	607	608	609	610	611	612	613	614	615	616	617	618	619	620	621	622	623	624	625
626	627	628	629	630	631	632	633	634	635	636	637	638	639	640	641	642	643	644	645	646	647	648	649	650
651	652	653	654	655	656	657	658	659	660	661	662	663	664	665	666	667	668	669	670	671	672	673	674	675
676	677	678	679	680	681	682	683	684	685	686	687	688	689	690	691	692	693	694	695	696	697	698	699	700
701	702	703	704	705	706	707	708	709	710	711	712	713	714	715	716	717	718	719	720	721	722	723	724	725
726	727	728	729	730	731	732	733	734	735	736	737	738	739	740	741	742	743	744	745	746	747	748	749	750
751	752	753	754	755	756	757	758	759	760	761	762	763	764	765	766	767	768	769	770	771	772	773	774	775
776	777	778	779	780	781	782	783	784	785	786	787	788	789	790	791	792	793	794	795	796	797	798	799	800
801	802	803	804	805	806	807	808	809	810	811	812	813	814	815	816	817	818	819	820	821	822	823	824	825
826	827	828	829	830	831	832	833	834	835	836	837	838	839	840	841	842	843	844	845	846	847	848	849	850
851	852	853	854	855	856	857	858	859	860	861	862	863	864	865	866	867	868	869	870	871	872	873	874	875
876	877	878	879	880	881	882	883	884	885	886	887	888	889	890	891	892	893	894	895	896	897	898	899	900
901	902	903	904	905	906	907	908	909	910	911	912	913	914	915	916	917	918	919	920	921	922	923	924	925
926	927	928	929	930	931	932	933	934	935	936	937	938	939	940	941	942	943	944	945	946	947	948	949	950
951	952	953	954	955	956	957	958	959	960	961	962	963	964	965	966	967	968	969	970	971	972	973	974	975
976	977	978	979	980	981	982	983	984	985	986	987	988	989	990	991	992	993	994	995	996	997	998	999	1000