UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL PROFMAT

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO NO ENSINO FUNDAMENTAL

José Ailton dos Santos

Instituto de Matemática

Maceió, julho de 2018.

PROFMAT

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

JOSÉ AILTON DOS SANTOS

DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO NO ENSINO FUNDAMENTAL

MACEIÓ

2018

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

JOSÉ AILTON DOS SANTOS

DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de Alagoas, coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dra. Viviane de Oliveira Santos

MACEIÓ

2018

Catalogação na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Bibliotecário Responsável: Helena Cristina Pimentel do Vale – CRB4 - 661

S237d Santos, José Ailton dos.
Desenvolvimento do pensamento matemático: resolução de problemas de raciocínio lógico – matemático no ensino fundamental / José Ailton dos Santos. – 2018.
124 f. : il.

Orientadora: Viviane de Oliveira Santos.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2018.

Bibliografia: f. 71-72.
Apêndices: f. 73-124.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Raciocínio lógico. 3. Ensino fundamental. 4. Matemática – Resolução de problemas. 5. Saber matemático. I. Título.

CDU: 37.046.14:51

Folha de Aprovação

JOSÉ AILTON DOS SANTOS

DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação submetida ao corpo docente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas e aprovada em 26 de julho de 2018.

Banca Examinadora:

Viviane de Oliveira Santos

Profa. Dra. Viviane de Oliveira Santos – UFAL (Presidente)

Vanio Fragoso de Melo

Prof. Dr. Vanio Fragoso de Melo – UFAL

Prof. Dr. Givaldo Oliveira dos Santos – IFAL

MACEIÓ - 2018

DEDICATÓRIA

A Deus, pela sua fidelidade

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Sandra, minha esposa, pela compreensão e apoio durante minhas ausências nos fins de semana e feriados dedicados ao estudo em grupo. Mesmo atravessando um momento difícil na saúde, sempre me incentivou a continuar nessa jornada.

Aos companheiros do G6, grupo de estudos, Carlos, Dílson, Peixoto, Thiago Wagner e Thiago Lessa, com os quais compartilhamos ideias e horas agradáveis de estudos nos fins de semana e feriados.

Aos colegas de turma que se dispuseram a ir a lousa resolver listas de questões, tirando dúvidas e compartilhando conhecimentos, minha eterna gratidão.

Aos nossos professores do PROFMAT – UFAL

A prof.ª Dra. Yurico Yamamoto Baldin (UFSCar) por sua valiosa contribuição.

Aos professores Dr. Vânio Fragoso de Melo e Dr. Givaldo Oliveira dos Santos por aceitarem fazer parte da Banca Examinadora.

A minha orientadora, prof.ª Dra. Viviane de Oliveira Santos, pela disposição em orientar e incentivar este trabalho.

A ciência, pelo caminho da exatidão, só tem dois olhos: a Matemática e a Lógica.

De Morgam

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo principal contribuir para o bom desempenho do estudante em resolução de problemas de matemática e raciocínio lógico. Muitos de nossos alunos têm dificuldades em resolver problemas de matemática e, consequentemente, apresentam fraco desempenho em raciocinar corretamente em termos lógicos. Preocupado com essa situação, o autor deste trabalho investigou as possíveis causas dessas dificuldades vivenciadas na prática docente e encontrou pesquisas bibliográficas dos educadores matemáticos como Dante (2009), Isoda e Katagari (2012), Onuchic (1999), Onuchic e Allevato (2009), Polya (2006), Smole, Diniz e Candido (2000) e Spinilo (1994) que revelam porque essas pessoas têm dificuldades de resolver problemas de matemática e raciocínio lógico. Descobrimos também que o desenvolvimento do raciocínio lógico está relacionado com a habilidade em resolver problemas e que a prática insistente de exercícios poderá não garantir o saber matemático. Com o objetivo de contribuir para diminuir as dificuldades estudadas na revisão de literatura, fizemos uma experiência fora da sala de aula, teste de sondagem e apresentamos sugestões de problemas de raciocínio lógico para serem aplicados no ensino fundamental II.

Palavras-chave: Raciocínio lógico. Resolução de problemas. Saber matemático.

ABSTRACT

This work has as main objective to contribute to the good performance of the student in solving math problems and logical reasoning. Many of our students have difficulties in solving math problems, and therefore have poor performance in reasoning correctly in logical terms. Concerned about this situation, the author of this work investigated the possible causes of these difficulties experienced in teaching practice and found bibliographical researches of mathematical educators such as Dante (2009), Isoda and Katagari (2012), Onuchic (1999), Onuchic and Allevato (2009) Polya (2006), Smole, Diniz and Candido (2000) eSpinilo (1994) that reveal why these people have difficulties in solving math problems and logical reasoning. We have also found that the development of logical reasoning is related to the ability to solve problems and that the insistent practice of exercises may not guarantee mathematical knowledge. With the objective of contributing to reduce the difficulties studied in the literature review, we did an experiment outside the classroom, test of sounding and presented suggestions of problems of logical reasoning to be applied in Elementary School.

Keywords: Logical reasoning. Problem Solving. Mathematical knowledge.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Balança de dois pratos..38

Figura 2 - Problema elaborado por alunos do 9º ano B (2017)...48

Figura 3 - Problema elaborado por alunos do 9º ano C (2017)...49

Figura 4 - Problema elaborado por alunos do 9º ano A (2017)..50

Figura 5 - Alunos do 9º ano B (2017) em frente à Igreja Matriz de Nossa Senhora da Conceição...51

Figura 6 - Alunos do 9º ano C (2017) em frente à Igreja do Convento de Santa Maria Madalena 52

Figura 7 - Alunos do 9º ano A (2017) calculando a altura da Igreja Matriz de Nossa Senhora da Conceição...52

Figura 8 – Alunos do 9º ano B (2017) calculando a altura da Igreja Matriz de Nossa Senhora da Conceição 53

Figura 9 - Alunos do 9º ano C (2017) calculando a altura da Igreja do Convento de Santa Maria Madalena 53

Figura 10 - Sequência de bandeirinhas coloridas. 55

Figura 11 – Problemas de raciocínio lógico resolvidos por alunos do 9º ano B (2018) 56

Figura 12 – Problemas de raciocínio lógico resolvidos por alunos do 9º ano B (2018) 57

Figura 13 - Problema de raciocínio lógico resolvido por alunos do 9º ano D (2018) 58

Figura 14 – Problemas de raciocínio lógico resolvidos por alunos do 9º ano D (2018) 58

Figura 15 – Problemas de raciocínio lógico resolvido por alunos do 9º ano A (2018) 60

Figura 16 - Problemas de raciocínio lógico resolvido por alunos do 9º ano A (2018) 61

Figura 17 - Problemas de raciocínio lógico resolvido por alunos do 9º ano A (2018) 62

Figura 18 – Problemas de raciocínio lógico resolvidos por alunos do 9º ano C (2018) 64

Figura 19 – Problemas de raciocínio lógico resolvidos por alunos do 8º ano E (2018) 65

Figura 20 – Problemas de raciocínio lógico resolvidos por alunos do 8º ano E (2018) 65

Figura 21 – Alunos do 9º ano D (2018) resolvendo dois problemas de raciocínio lógico.......66

Figura 22 – Alunos do 9º ano A (2018) resolvendo dois problemas de raciocínio lógico.......66

Figura 23 – Meninos que apostaram uma corrida...71

Figura 24 – Sequências de bandeirinhas coloridas...75

Figura 25 – Sequência de figuras..75

Figura 26 – Mesa circular com seis pessoas ao redor...98

Figura 27 – Balança em equilíbrio..104

Figura 28 – Sequência de seguimentos e bolinhas. 105

Figura 29 – Dado de seis faces com números diferentes..107

Figura 30 – Sequência de pedras de dominó...108

Figura 31 – Quadriculado formado por palitos de fósforos. 109

Figura 32 – Quadrado contendo 1, X e Y..110

Figura 33 – Quadrado mágico com os números 1, 2 e 3. 110

Figura 34 – Figura formada por triângulos..111

Figura 35 – Canteiro retangular dividido em quadrado..114

Figura 36 – Quadrado com a logomarca de uma empresa...115

Figura 37 – Sequências com pontos...119

Figura 38 – Sequência de figuras com bolinhas..120

Figura 39 – Números dispostos em um triângulo seguindo uma certa lógica........................121

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico de barras verticais 112

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tabela de conversão 72
Tabela 2 – Dias em que os grupos dizem a verdade e dias em que os grupos mentem............96
Tabela 3 – Números em sequência de Fibonacci. 103
Tabela 4 – Números seguindo uma operação matemática. 105
Tabela 5 – Números seguindo uma regra lógica. 106
Tabela 6 – Ingredientes que três amigos trouxeram para um churrasco 122
Tabela 7 – Nome e profissão de três amigas 123
Tabela 8 – Nome e respectiva profissão 124

LISTA DE SIGLAS

ASSCONPP	Assessoria e Consultoria Pública e Privada
AL-MA	Assembleia Legislativa do Estado do Maranhão
AL-PB	Assembleia Legislativa do Estado da Paraíba
BIO-RIO	Fundação BIO RIO
CEASA	Central Estadual de Abastecimento S/A.
CESPE	Centro de Seleção e de Promoção de Eventos
CESGRANRIO	FUNDAÇÃO CESGRANRIO
CFP	Conselho Federal de Psicologia
CODEBA	Companhia das Docas do Estado da Bahia
CPCON	Comissão Permanente de Concursos
CONSULPLAN	Em quase duas décadas de prestação de serviços, a Consulplan se transformou na maior organizadora privada de concursos públicos e avaliações educacionais do Brasil.[1]
EBSERH	Empresa Brasileira de Serviço Hospitalares.
EXATUS-PR	Exatus Promotores de Eventos e Consultoria
FAU	Faculdade de Arquitetura e Urbanismo
FCC	Fundação Carlos Chagas
FGV	Fundação Getúlio Vargas
FHGV	Fundação Hospitalar Getúlio Vargas
FHSTE	Fundação Hospitalar Santa Teresinha
FUNAPE	Fundação de Apoio à Pesquisa
FUNDATEC	Fundação Universidade Empresa de Tecnologia e Ciências.
FUNRIO	Fundação de Apoio à pesquisa e Assistência à escola de Medicina e Cirurgia do Rio de Janeiro e ao Hospital universitário Gaffrée e Guinle, da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia estatística
IBFC	Instituto Brasileiro de Formação e Capacitação
IDECAN	Instituto de Desenvolvimento Educacional, Cultural e Assistencial Nacional

---

[1] Disponível em < http://wceww.consulplan.net/sobre.aspx> Acesso em 16 de junho de 2018.

IFB	Instituto Federal de Brasília
IF-CE	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará
IF-MS	Instituto Federal de Mato Grosso do Sul
IF-SP	Instituto Federal de São Paulo
NC-UFPR	Núcleo de Concursos da Universidade Federal do Paraná
PUC-PR	Pontifícia Universidade Católica do Paraná
QUADRIX	INSTITUTO QUADRIX
SESAU	Secretaria de Estado da Saúde de Alagoas
SHDIAS	SHDias Consultoria e Assessoria
UPE NET/ IAUPE	Concursos da Universidade de Pernambuco
VUNESP	Fundação para o Vestibular da Universidade Estadual Paulista

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO..19

CAPÍTULO 1: HISTÓRIA DA LÓGICA ……………………………...………........... 21

CAPITULO 2: DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO NA CRIANÇA 27

2.1 Estágios do Desenvolvimento Cognitivo de Jean Piaget 27

2.2 Influências da Cultura no Desenvolvimento Cognitivo 28

2.3 A formação dos conceitos lógicos na criança ………………………....................... 29

2.4 O raciocínio lógico de adultos ……………….................……….…....................... 31

2.5 A importância do contexto no raciocínio lógico ……….........…….......…….…........... 32

2.6 Experiências matemáticas de crianças antes da instrução formal …................................ 33

2.7 Noções sobre o sistema numérico …………………...........…………….......................... 34

2.8 Noções sobre adição e subtração ……………………............…………….……........... 35

CAPÍTULO 3: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E EXERCÍCIOS ……………......... 40

3.1 Qual a importância da resolução de problemas? ……………………..............…........... 40

3.2 Que distingue um problema de um exercício? ……….......................……................... 42

3.3 A resolução de problemas na educação infantil …….............……….......................... 43

3.4 As quatro fases da resolução de problemas.……………........……………….............. 44

3.5 O Pensamento matemático e raciocínio lógico 45

CAPÍTULO 4: RESULTADOS E DISCUSSÕES 47

4.1 Experiência realizada fora da sala de aula para melhorar o desempenho de alunos em razões trigonométricas no triângulo retângulo 47

4.2 Desempenho de alunos do ensino fundamental II diante de problemas de raciocínio lógico-matemático 54

CONSIDERAÇÕES FINAIS ……......……………………...……………...……….... 68

REFERÊNCIAS……………............…………………………………….........…..... 69

APÊNDICE PROBLEMAS DE RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO: SOLUÇÕES E SUGESTÕES 71

INTRODUÇÃO

Este trabalho surgiu como resultados de reflexões sobre as dificuldades que muitas pessoas possuem em resolver corretamente problemas de matemática e raciocinar corretamente em termos lógicos. Em nossa prática docente na educação básica, constatamos que estas dificuldades estão presentes em diversas faixas etárias.

Após fazermos consultas bibliográficas[2] sobre o assunto, descobrimos que há fortes evidências que apontam a origem desse problema no início da escolarização dessas pessoas. É elevado o índice de alunos com dificuldades em aprender matemática e consequentemente apresentam baixo desempenho em avaliações da mesma.

Percebe-se que muitos professores de matemática não estão contribuindo para tentar mudar essa situação. Muito deles passaram por frustrações durante o processo de aprendizagem dessa disciplina, por isso, acham que aprender matemática é privilégio de alguns “iluminados”. Discordando desse ponto de vista, este trabalho procura contribuir para o bom desempenho do indivíduo em resolução de problemas de matemática e raciocínio lógico.

Considerando isso, organizamos este trabalho com quatro capítulos, dispostos na seguinte ordem:

O capítulo 1 apresenta uma síntese sobre a história da Lógica, desde a lógica aristotélica até a lógica matemática.

No capítulo 2 apresentamos os estágios do desenvolvimento cognitivo de Piaget e a visão sociocultural de Vygotsky. Além disso, conheceremos os estudos feitos por Dias (1996) sobre a capacidade de crianças em fazer inferências lógicas. Neste conheceremos os estudos feitos sobre o desenvolvimento do raciocínio dedutivo em crianças e adultos. A pesquisadora analisa diversas obras publicadas sobre o processo de dedução lógica reforçada por suas experiências empíricas e apresenta estudos que revelam a capacidade de crianças em fazer inferências lógicas. Essas pesquisas nos fornecerão uma visão geral do pensamento lógico em crianças, pois é fundamental conhecer como as crianças raciocinam em termos lógicos para que os conteúdos matemáticos possam ser mais bem trabalhados dentro desse contexto.

O capítulo 3 destaca a importância da resolução de problemas de acordo com a opinião dos educadores matemáticos como Isoda e Katagari (2012), Onuchic (1999), Onuchic e Allevato (2009), Smole, Diniz e Candido (2000), Polya (2006) e Dante (2009). Conheceremos também qual a diferença entre um problema e um exercício na perspectiva de estudiosos

---

[2] Dante (2009), Isoda e Katagari (2012), Onuchic (1999), Onuchic e Allevato (2009), Polya (2006), Smole, Diniz e Candido (2000) e Spinilo (1994)

como Pozo (1998) e Smole, Diniz e Candido (2000). Nessa perspectiva, a resolução de problemas durante a educação infantil promove na criança o desenvolvimento intelectual, tendo em vista a importância de construir nesta fase habilidades para resolver problemas matemáticos. Destacamos também as quatro fases da resolução de problemas de acordo com a abordagem feita por George Polya. Além disso, destacamos também qual a relação entre a resolução de problema e o desenvolvimento do raciocínio lógico. Também aborda sobre o pensamento matemático, revelando qual a relação do pensamento matemático com o desenvolvimento do raciocínio lógico.

O capítulo 4 apresenta resultados e discussões de uma experiência realizada por alunos do 9º ano de uma escola pública de Alagoas no cálculo da altura aproximada de alguns prédios históricos de sua cidade, percebeu-se um melhor aproveitamento dos alunos em resolver problemas sobre razões trigonométricas no triângulo retângulo. Também conheceremos sobre o resultado de um teste de sondagem com alunos de uma escola de ensino fundamental II para verificar se os mesmos possuem habilidades de resolver problemas de raciocínio lógico.

O apêndice apresenta sugestões de problemas de raciocínio lógico-matemático com as respectivas sugestões de soluções, que podem ser aplicados na educação básica com o objetivo de desenvolver nos alunos habilidades de resolver problemas de raciocínio lógico. “Os PCN preconizam que a educação deve ser pensada como um trabalho de preparação do aluno para a vida como um todo” (ONUCHIC, 1999). Considerando que a escola deve preparar o aluno para a vida, as sugestões de problemas oferecem possibilidades de preparar o sujeito para resolver problemas de raciocínio lógico que surgem em algum momento de sua vida.

CAPÍTULO 1: HISTÓRIA DA LÓGICA

Aristóteles, filósofo grego que viveu no século IV a.C., foi um dos grandes pensadores da Grécia antiga. Esse sábio foi o primeiro a fazer um estudo minucioso de certos tipos de argumentos, estabelecendo regras para raciocinar corretamente e chegar a uma conclusão verdadeira sobre determinadas informações (LUNGARZO, 1993).

Aristóteles, ao tentar sistematizar as regras para raciocinar corretamente, dedicou atenção especial a um tipo de argumento formado por duas proposições[3] iniciais e uma conclusão. As proposições iniciais são chamadas premissas, elas são fundamentais no argumento porque fornece as informações necessárias para confirmar a terceira proposição, isto é, a conclusão do argumento. Esse tipo de argumento é designado por silogismo[4]. Um exemplo clássico de silogismo é: "Todos os homens são mortais; Sócrates é um homem; Portanto, Sócrates é mortal." (LIMA, 2012, p. 418).

Os componentes do silogismo aristotélico são sentenças universais ou particulares, podendo ser afirmativas ou negativas. O exemplo acima consiste de duas premissas, onde a primeira é uma afirmativa universal, a segunda uma afirmativa particular e uma conclusão que é uma afirmativa particular.

O silogismo aristotélico pode ser representado da seguinte forma:

Todo A é B (premissa maior).
Todo B é C (premissa menor).
Portanto, todo A é C (conclusão).

Aristóteles percebeu que a validade de certos argumentos, usados no cotidiano, bem como na atividade científica, é consequência exclusiva da sua construção e não dos conteúdos de suas premissas, ou seja, um argumento é válido, legítimo ou bem construído, quando a sua conclusão é uma consequência obrigatória do seu conjunto de premissas. As premissas e a própria conclusão poderão ter conteúdos falsos ou absurdos, e o argumento, ainda assim, será considerado válido (LIMA, 2012).

Considere o silogismo:

Todos os patos são répteis;
Nenhum réptil sabe nadar;
Portanto, nenhum pato sabe nadar.

---

[3] Proposições é todo conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento que pode ser verdadeiro ou falso e que normalmente designados pelas letras p, q e r. (QUILELLI, 2008, p.7)

[4] Silogismo é uma forma de raciocínio dedutível formado por suas premissas e uma conclusão.

Esse argumento está bem construído, portanto, é um argumento válido, embora as premissas e a conclusão apresentem conteúdos absurdos.

> Em geral, é bem claro que a validade de uma inferência não implica a validade da respectiva conclusão: o argumento permanece correto mesmo que, assentando em premissas falsas, permita inferir uma conclusão falsa (ou verdadeira); apenas garante que se as premissas são válidas, então a conclusão também o é (LIMA, 2012, pp. 418-419).

Porém, após Aristóteles, houve um longo período de estagnação da Lógica Formal, limitando-se ao estudo de alguns tipos de inferências, sem grande relevância para o avanço da Lógica. A partir do século XVII, começaram a surgir propostas significativas. Podemos destacar a proposta do filósofo e matemático alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716) em transformar o raciocínio numa espécie de cálculo. Ele defendia a tese de que os métodos da matemática podem ser aplicados até a totalidade do conhecimento. Leibniz propôs transformar o raciocínio lógico usual em cálculos aritméticos com o objetivo de obter conclusões como se fosse resposta desses cálculos (LUNGARZO, 1993).

. Sobre a contribuição de Leibniz para a Lógica, Lucinda Lima escreveu:

> Leibniz, que atribuía grande importância à simbologia e notação na eficiência do pensamento dedutivo – recorde-se a notação por ele desenvolvida e ainda em uso para o Cálculo Diferencial e Integral – idealizou uma linguagem simbólica universal que podia exprimir todo o raciocínio, formada a partir de um "alfabeto do pensamento" que compreendia os conceitos elementares a partir dos quais todos os outros são formados. Esta linguagem seria ainda capaz de representar perfeitamente as relações lógicas entre os conceitos e seria possível estabelecer regras de dedução, reduzidas a meras manipulações "algébricas" dos símbolos, que permitiriam julgar decisivamente sobre a validade das afirmações aí produzidas. Identificou assim o raciocínio lógico a uma espécie de cálculo, a que chamou calculus ratiotinator. (LIMA, 2012, p. 421).

A partir da segunda metade do século XIX, com as obras de Boole, Frege e Russel, o trabalho matemático tem se situado na fronteira da lógica, ao ponto que a lógica se tornou fundamentalmente matemática. De acordo com Russell (1963), a matemática e a lógica nos tempos modernos, tornaram-se a mesma ciência.

> A matemática esteve relacionada com a ciência e a lógica com o idioma grego. Mas ambas se desenvolveram nos tempos moderno e a lógica tornou-se mais matemática e a matemática tornou-se mais lógica. A consequência é que se tornou agora inteiramente impossível traçar uma linha entre as duas; na verdade, as duas são uma. Diferem entre si como rapaz e homem: a lógica é a juventude da matemática e a matemática é a maturidade da lógica. (RUSSEL, 1963, p. 186).

A lógica matemática tem sua origem nos trabalhos de George Boole (1815 – 1864), em sua obra *"The mathematical analysis of logic*", publicada em 1847, ele traça novos rumos para os estudos da lógica moderna. Em seu mais importante trabalho, *"Investigations of The Laws of Thought"*, publicado em 1854, Boole compara as leis do pensamento às leis da álgebra. Sobre essa obra Lucinda Lima escreveu:

> Nesse tratado, abundantemente ilustrado com exemplos, Boole tem a preocupação permanente de justificar a filosofia subjacente à teoria que está a criar. Assume o princípio de que a linguagem é um instrumento da razão e não meramente um meio de comunicação, pelo que deve ser adaptada a um fim ou propósito. Considerando que as leis da Lógica são matemáticas na sua essência, a linguagem adequada para as exprimir e desenvolver deve ter uma forma matemática. Tal qual como na Matemática, onde uma infinidade de possíveis teoremas são dedutíveis a partir de uns poucos e simples axiomas, Boole defende que também na Lógica há as verdades fundamentais, "confirmadas através do próprio testemunho da mente", a partir das quais todas as outras são dedutíveis usando métodos formais; e que esses métodos podem ser traduzidos em leis da linguagem escolhidas para desenvolver o sistema da Lógica, não dependentes da natureza da interpretação dos seus símbolos. (LIMA, 2012, p. 422).

Boole utilizou uma álgebra de conjuntos para descrever raciocínios lógicos, por meios de operações entre conjuntos, atualmente denominadas booleanas: união, intersecção e complementar. Utilizou uma linguagem semelhante à álgebra, contendo os símbolos literais $x, y, z, \ldots$ para representar subconjuntos de coisas, como números, pontos, ideias etc., tomadas de um conjunto Universo, cujo símbolo seria designado pelo número "1". O símbolo "0" foi utilizado para representar o conjunto vazio que não contém nenhum elemento do conjunto universo. O sinal (+), ele o tomou como sendo o símbolo que denotaria a união entre dois subconjuntos. O sinal (.), simbolizaria a intersecção de subconjuntos e o sinal de igualdade (=) representaria a relação de identidade (LIMA, 2012).

Em relação à álgebra de conjuntos utilizada por Boole, Lima (2012) escreveu:

> Os símbolos literais podem representar conjuntos variáveis, mas, dentro de cada discurso, devem ter uma interpretação fixa. Foi admitida a possibilidade de conjuntos singulares, do conjunto vazio, ou "nada", que compreende "ninguém", e do conjunto constituído por "todos" os objetos passíveis de consideração num dado discurso, a que chamou o universo do discurso. Nada e Universo seriam então os dois limites para a extensão das classes a considerar. Quantos aos sinais de operação, têm uma interpretação constante, sendo que $x + y$ corresponde à união, $x - y$ ao complementar de y em x e $x.y$ ou simplesmente xy, à intersecção dos conjuntos representados por $x\ e\ y$ (LIMA, 2012, p. 423).

Boole usa variáveis cujos valores são expressões representantes das classes de objetos. O produto $x \cdot y$ representa a classe dos objetos que pertencem à classe x e à classe y. Exemplo, se x for a classe dos objetos pretos e y a classe dos gatos, então xy é a classe dos gatos pretos. Além desta analogia, Boole considerou outras, enfocando as semelhanças entre as leis da álgebra e as leis relativas às classes de objetos, inaugurando assim uma nova era para a lógica. Surgia então, a lógica matemática. (HEGENBERG, 1966).

De acordo com a álgebra de Boole, a igualdade

$$xx = x$$

é verdadeira para todo x, porque a classe formada pelos objetos que pertencem à classe x e com os objetos que pertencem à classe $x,$ é a própria classe $x.$ Mas, na álgebra matemática, essa lei não é válida para quaisquer valores de x, pois a equação

$$x^2 = x,$$

admite apenas as soluções $x = 1$ e $x = 0.$

Considerando esse fato, Boole interpretou os símbolos "0" e "1" como representantes de classes especiais. Na álgebra booleana, '1' representa a classe de todos os objetos (o universo) e '0', a classe sem nenhum objeto. (HEGENBERG, 1966).

Na lógica de Boole, a adição e a subtração são interpretadas da seguinte forma:

$$x - y$$

representa a classe formada com os objetos da classe x, excluindo os objetos da classe y. De modo que se x é a classe dos animais e y a dos carnívoros, $x - y$ é a classe dos animais não carnívoros.

Analogamente,

$$1 - x$$

formaria a classe constituída pelos objetos (do universo) que não fizessem parte da classe $x.$ Boole considerava sua álgebra como uma ferramenta muito importante para provar as mais notáveis leis da lógica (HEGENBERG, 1966).

O Sistema Binário criado por Boole é o alicerce da Eletrônica Digital, com grandes aplicações na informática, sendo assim uma das razões fundamentais da revolução que os computadores têm no mundo de hoje. Aplica-se igualmente à pesquisa de Inteligência Artificial e na ligação dos telefones, entre outras.

Sobre a importância da álgebra booleana, Kneale escreveu:

> O sucesso de Boole ao construir uma álgebra que continha todos os teoremas da lógica tradicional levou alguns lógicos a supor que toda a lógica podia ser apresentada na forma algébrica e na geração seguinte fizeram-se algumas tentativas para elaborar uma lógica das relações do mesmo modo que se tinha elaborado uma lógica de classes. (KNEALE, 1962, p. 432).

O grande avanço no desenvolvimento da lógica matemática ocorreu com os trabalhos do filósofo e matemático alemão Gottlob Frege (1848 – 1925). O marco inicial dessa conquista foi sua monografia *'Begriffsschrift'* publicada em 1879, considerada a maior obra de lógica escrita depois de Aristóteles. A intenção de Frege nesse trabalho era mostrar de forma convincente que aritmética poderia ser apresentada como um sistema que se constrói a partir de leis da lógica.

Antes de Frege, outros pesquisadores tentaram sem sucesso provar a sistematização do raciocínio matemático. Esse notável matemático sabia que deveria dar demonstrações completas, sem falhas, de todos os resultados de seu trabalho (HEGENBERG, 1966).

Com relação à natureza da prova matemática, Singh escreveu:

> A ideia da demonstração matemática clássica começa com uma série de axiomas, declarações que julgamos serem verdadeiras ou que são verdades evidentes. Então, através da argumentação lógica, passo a passo, é possível chegar a uma conclusão. Se os axiomas estiverem corretos e a lógica for impecável, então a conclusão será inegável. (SINGH, 1997, p. 41).

Frege havia observado que muitos de seus colegas matemáticos, frequentemente cometiam erros em suas demonstrações, com isso, suas teses não ficavam provadas. Para evitar esse tipo de falha, Frege estudou sobre as regras de demonstração e conseguiu criar regras básicas, bem simples, cuja aplicação não geraria dúvidas. O resultado dessa pesquisa foi a criação do cálculo de predicado, um cálculo que revolucionou a lógica contemporânea.

Sobre a importância do projeto de Frege, Lucinda Lima escreveu:

> Numa época em que se levantavam sérios problemas de justificação de alguns métodos usados na Matemática, o projeto de Frege, também partilhado por Peano, era bem diferente do de Boole. Enquanto Boole usou o método matemático para exprimir e estudar os processos lógicos, Frege concebeu um sistema de Lógica "puro" no qual pretendia fundamentar toda a Matemática. Criou uma linguagem simbólica completamente nova, com uma sintaxe precisa, na qual todas as deduções podem ser efetuadas de acordo com regras exatas a partir de um conjunto de axiomas. (LIMA, 2012, p. 426).

Em 1884 ele publicou sua importante obra *'Grundlagen der Arithmetic'* na qual expunha informalmente as suas opiniões e algumas críticas das ideias correntes sobre a natureza da aritmética.

Apesar da grande contribuição de Frege para lógica, suas ideias só foram devidamente reconhecias pelos lógicos a partir de 1905. A linguagem matemática adotada por Frege em sua lógica, fez com que a lógica atual passasse a ser denominada 'simbólica' ou matemática.

As ideias de Frege serviram de base para os trabalhos de Bertrande Russel (1872 – 1970) e Alfred North (1861 – 1947), autores de uma das obras fundamentais da lógica atual, o *'Principia Mathematica'* (com três volumes, publicados entre 1910 e 1913); nova edição em

1925 – 27). O primeiro volume da obra aborda as pesquisas de lógica matemática e visa pôr em prática a ideia de Frege, de que a matemática pode ser construída a partir da lógica (HEGENBERG, 1966).

O trabalho desses dois brilhantes pesquisadores britânicos têm sido a fonte de pesquisas para um grande número de trabalhos realizados sobre a lógica matemática, contribuindo com isso para o avanço da Lógica.

CAPÍTULO 2*:* DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO NA CRIANÇA

2.1 Estágios do Desenvolvimento Cognitivo de Jean Piaget

Para Piaget (HELENO, 2011), a criança não é dotada geneticamente com as estruturas do conhecimento. O conhecimento resultaria de interações que se produzem entre o indivíduo e o meio. A troca inicial entre indivíduo/meio se daria a partir da ação do indivíduo. Após estudar o desenvolvimento do conhecimento desde a sua gênese, Piaget o define como uma equilibração progressiva, uma passagem de um estágio menor de equilíbrio para outro. De acordo com esse teórico, o desenvolvimento mental é uma construção contínua que passa pelos seguintes estágios:

SENSÓRIO-MOTOR (0 a 2 anos);
PRÉ-OPERATÓRIO (2 a 7 anos);
OPERATÓRIO CONCRETO (7 a 11 anos);
OPERATÓRIO FORMAL (12 anos em diante).

No estágio **sensório-motor**, anterior à linguagem, constitui-se uma lógica de ações fecunda em descobertas. A partir de reflexos neurológicos básicos, o bebê começa a construir esquemas de ação para assimilar mentalmente o meio. A inteligência é consequência de ações desenvolvidas no contato direto com o meio.

No estágio **pré-operatório**, a criança é capaz de produzir imagens mentais, de usar palavras para referir-se a objetos e situações, de agrupar objetos de forma rudimentar. Nesta fase, as crianças usam o que Piaget chama de pensamento intuitivo, raciocinando a partir de intuições e não de uma lógica semelhante à do adulto.

No estágio **operatório concreto**, a criança desenvolve noções de tempo, espaço, velocidade, etc., já é capaz de efetuar operações mentalmente, lembrando o todo enquanto divide partes, colocando ideias em sequência, desenvolve a capacidade de construir uma ação no sentido inverso de uma anterior, anulando a transformação observada (reversibilidade). Com essa possibilidade de reversibilidade, a criança passa a poder fazer e refazer mentalmente o caminho de ida e volta.

No estágio **operatório formal**, a criança inicia sua transmissão para o modo adulto de pensar, sendo capaz de pensar sobre ideias abstratas. As estruturas cognitivas da criança alcançam seu nível mais elevado de desenvolvimento e tornam-se aptas a aplicar o raciocínio lógico a todas as classes de problemas.

Para alguns estudiosos, esse último estágio tem início na pré-adolescência, quando a criança já dispõe de estruturas cognitivas bastante desenvolvidas capazes de operar com raciocínio abstrato, dispensando o auxílio de referentes concretos, tornando-a apta a aplicar o raciocínio lógico a todas as classes de problemas.

Silva, Viana e Carneiro (2011) escreveu sobre a importância do estágio operatório formal:

> No período das operações formais, que corresponde ao período da adolescência até chegar a vida adulta, ocorre a passagem do pensamento formal, abstrato, isto é, o adolescente realiza as operações no plano das ideias, sem necessitar de manipulação ou referências concretas, como no período anterior. É capaz de tirar conclusões de pura hipótese. (SILVA; VIANA; CARNEIRO, 2011, p. 4).

Daremos uma atenção especial ao estágio operatório formal porque ele abrange o período da adolescência, destacado em nosso trabalho com alunos do ensino fundamental.

2.2 Influências da Cultura no Desenvolvimento Cognitivo

Segundo Shaffer e Kipp (2012), uma das primeiras oposições à teoria de Piaget foi a teoria sociocultural de Vygotsky, a qual defendia que o desenvolvimento intelectual das crianças está intimamente ligado à sua cultura.

> A teoria sociocultural de Vygotsky concentrava-se em como a cultura, crenças, valores, tradições e habilidades de um grupo social é transmitida de geração a geração. Em vez de considerar a criança como um explorador independente capaz de fazer descobertas importantes por si mesma, Vygotsky via o crescimento como uma atividade socialmente mediada – atividade na qual a criança, por meio de diálogos, adquire, gradualmente, novas maneiras de pensar e de se comportar (...). Vygotsky rejeitava a noção de que as crianças progridem ao longo dos mesmos estágios de crescimento cognitivo. Por quê? Ele argumentou que as novas habilidades que as crianças adquirem nas interações com pessoas mais competentes são frequentemente específicas de uma cultura, e não estruturas cognitivas universais. Assim, do ponto de vista de Vygotsky, Piaget ignorou importantes influências sociais e culturais no desenvolvimento humano. (SHAFFER e KIPP, 2012, p. 62).

Para Teixeira (2015), no desenvolvimento cognitivo, Piaget adota uma abordagem “de dentro para fora”, enquanto que Vygotsky adota uma abordagem “de fora para dentro” em relação ao ambiente de aprendizagem.

> Na teoria de Piaget, o desenvolvimento cognitivo origina-se enormemente “de dentro para fora” pela maturação. Os ambientes podem favorecer ou

> impedir o desenvolvimento, mas ele enfatiza o aspecto biológico e, portanto, maturativo do desenvolvimento. A teoria de Vygotsky (1962, 1978) adota uma abordagem inteiramente diferente. Em comparação à abordagem dentro-fora de Piaget, Vygotsky enfatiza o papel do ambiente no desenvolvimento intelectual das crianças. Postula que o desenvolvimento procede enormemente de fora para dentro, pela *internalização* – a absorção do conhecimento proveniente do contexto. Assim, as influências sociais, em vez de biológicas, são fundamentais na sua teoria. (TEIXEIRA, 2015)

Apesar da teoria do desenvolvimento cognitivo de Piaget ser questionada em certos aspectos, continua sendo referência para fundamentar várias teorias e pesquisas posteriores sobre o desenvolvimento cognitivo.

De acordo com Vygotsky (2009),

> Os estudos de Piaget constituíram toda uma época no desenvolvimento das teorias da linguagem e do pensamento da criança, da sua visão de mundo, e ficaram marcados por sua importância histórica. Com o auxílio do método clínico de estudo da linguagem e do pensamento da criança, que elaborou e introduziu na ciência, Piaget foi o primeiro a estudar sistematicamente, com uma ousadia incomum, profundidade e amplitude de abrangência, as peculiaridades da lógica infantil em um corte inteiramente novo. (VYGOTSKY, 2009, p.19).

Acreditamos que o processo de aprendizagem em matemática produzirá melhores resultados se os conteúdos trabalhados pelo professor forem compatíveis com os estágios de desenvolvimento mental e inseridos dentro do contexto sociocultural dos alunos.

2.3 A formação dos conceitos lógicos na criança

Dias (1996), partindo de evidências empíricas, analisa a literatura sobre o desenvolvimento do raciocínio dedutivo em crianças e revela os resultados de estudos que indicam a capacidade de crianças em raciocinar logicamente.

Constatou-se que o raciocínio lógico das crianças é muito influenciado pelo tipo de conteúdo dos problemas. É o que revelam as pesquisas feitas para verificar o desempenho em problemas silogísticos de crianças de diversas faixas etárias. Dias apresentou o estudo feito por J. J. Roberg e D. H. Paulus (1971) com crianças do quinto, sétimo e nono ano do ensino fundamental e segundo ano do ensino médio. Foram apresentados problemas silogísticos com conteúdo familiar concreto, abstrato ou sugestivo.

Nos silogismos sugestivos, as premissas tinham conteúdos conhecidos e contraditórios às experiências vividas pelas crianças no seu cotidiano, como no exemplo: Todas as formigas que podem voar são maiores que zebras. Esta formiga pode voar. Portanto, está formiga é maior que uma zebra. (DIAS, 1996, p. 25).

Nos silogismos abstratos, o conteúdo das premissas era difícil de ser assimilado pelas crianças, como no exemplo: Se existe um x, então existe um y; existe um x. Portanto, existe um y. (DIAS, 1996, p. 25).

Nos silogismos com conteúdo familiar concreto, as premissas tratavam de fatos que não abrangiam as experiências pessoais das crianças, embora fosse verdadeiro, como no exemplo: Todos os casacos verdes no armário pertencem a Sara. O casaco no armário é verde. Portanto, o casaco no armário pertence a Sara. (DIAS, 1996. p. 26).

De acordo com os resultados dessa pesquisa, os problemas envolvendo conteúdos familiares concretos tiveram melhor assimilação do que aqueles com conteúdos sugestivos e estes últimos foram melhor compreendidos do que aqueles com conteúdos abstratos.

Dias mencionou os estudos feitos por Piper (1985) com crianças de diferentes graus de escolarização. Ele verificou que crianças do sétimo ano tinham melhor rendimento que crianças do ensino médio nos problemas silogísticos construídos em um contexto de fantasia, enquanto que as crianças do ensino médio tinham melhor desempenho em textos realísticos.

> O autor conclui que 'narrativas fictícias podem ter sinalizado um mundo que é mais fácil para sujeitos mais novos "entrar" e que, uma vez tendo entrado neste mundo, encontra todas as referências necessárias.' (p.34) 'Em contraste, os sujeitos do secundário estavam distanciados desses materiais, resultando em dificuldades de localizar, relembrar e fazer deduções sobre objetos, atividades, personagens e suas interrelações.' (p. 35) (PIPER, *apud* DIAS, 1996, pp. 26-27).

A seguir, Dias (1996) descreve testes realizados para auferir o desempenho de crianças diante de problemas silogísticos:

> Dias & Harris (1988a) examinaram se as crianças poderiam estender suas habilidades dedutivas para problemas silogísticos cujos conteúdos eram contrários, de acordo ou desconhecidos às suas experiências diárias. Cada problema consistia em duas premissas e uma conclusão em forma de pergunta. O conteúdo dos problemas (por exemplo: que um dado animal faz um som particular) era apresentado nos três diferentes modos: nos Fatos Conhecidos (Todos os gatos miam); nos Fatos Desconhecidos (Todas as hienas riem), e nos Fatos Contrários (Todos os gatos latem). As Perguntas de Sondagem, feitas antes dos silogismos, foram usadas para estabelecer os fatos que os sujeitos já sabiam. (DIAS, 1996, p. 27).

Os resultados obtidos nessa pesquisa revelam que as crianças de 4 e de 6 anos tiveram bom desempenho nos silogismos de conteúdos conhecidos e desconhecidos, mas nos problemas envolvendo fatos contrários as suas experiências, só conseguiam raciocinar logicamente se a tarefa fosse apresentada dentro de um contexto de fantasia.

> Em resumo, os resultados acima discutidos indicam que quando crianças resolvem problemas silogísticos, o conteúdo das premissas tem um impacto

> considerável na determinação da validade do argumento. Sujeitos mais novos acham mais fácil tirar conclusões de premissas familiares ou conhecidas e de contexto de fantasia do que de premissas que não correspondem às suas experiências. O desempenho dos adultos também está ligado à familiaridade do conteúdo, às suas crenças, se as envolvem conteúdos concretos, mas não a premissas envolvendo fantasia. (DIAS, 1996, p. 27).

Portanto, conclui-se que o estudo apresentado, aponta a dificuldade de alunos em fazer a correlação de dados e acarreta nesse sentido problemas na compreensão e resolução de exercícios matemáticos.

2.4 O raciocínio lógico de adultos

Dias (1996, p. 21), apresentou resultados de pesquisas realizadas para verificar o desempenho de adultos diante de problemas silogísticos. Foi constatado que o conteúdo desses problemas influencia muito no raciocínio desses indivíduos. Problemas silogísticos foram apresentados para pessoas adultas de diversos graus de escolarização resolverem, os resultados obtidos mostraram que o tipo de conteúdo influencia muito essas pessoas na conclusão do argumento.

Segundo esses estudos, os problemas silogísticos que tratavam de fatos conhecidos no dia a dia desses indivíduos eram mais fáceis de serem assimilados e resolvidos por eles. Quando o conteúdo era desconhecido ou continha símbolos, era grande a dificuldade de conseguir fazer argumentação lógica correta e, por isso, ocorriam muitas falácias nas conclusões.

Além disso, foi constatado que o grau de escolaridade não era um pré-requisito para se pensar corretamente em termos lógicos, pois analfabetos consultados apresentavam o mesmo desempenho que as pessoas mais escolarizadas.

Outro fato interessante observado nessas pesquisas, é que quando uma conclusão de um argumento lógico era apresentada para essas pessoas julgarem quanto à validade ou não dessa conclusão, a maioria delas julgava que a conclusão era válida quando concordava com seu conteúdo e considerava inválida quando discordava.

Segundo Dias (1996):

> Quando apresentados a argumentos dedutivos para serem avaliados, os sujeitos tendem a endossar aqueles cujas conclusões acreditam, e rejeitar argumentos cujas conclusões são por eles desacreditadas, independentemente da validade das premissas. Além disso, acham difícil trabalhar com premissas cujos conteúdos vão de encontros às suas experiências. (DIAS, 1996. p. 25).

Essas pesquisas atestam a dificuldade que as pessoas apresentam diante do formalismo dos problemas silogísticos. Isso se reflete nos problemas de matemática cujos conteúdos precisam ser mais bem adaptados, considerando como ponto de partida as experiências empíricas das pessoas e a lógica do contexto em que elas vivem. Para evitar essas dificuldades de ensino e aprendizagem, é necessário investir melhor na construção do raciocínio lógico da criança nas séries iniciais, dessa forma haverá maiores possibilidades de formar adultos dotados de estruturas cognitivas capazes de pensar corretamente em termos lógicos.

2.5 A importância do contexto no raciocínio lógico

Não há dúvidas que as crianças gostam de fantasias, afinal a mente da criança é um mundo cheio de imaginação e fantasia. O educador precisa considerar esse fato quando for apresentar para as crianças tarefas que envolvam o raciocínio lógico, ou seja, ele deverá adaptar os problemas ao universo infantil.

> Poucos estudos têm fornecidos evidências consideráveis quanto à importância do modo de apresentação ou do contexto de tarefas sobre o raciocínio silogístico. Em particular, o uso de fantasia ou de narrativas parece ter um efeito facilitador na emergência do raciocínio das crianças. (DIAS, 1996, p. 31).

É importante saber que para uma criança argumentar sobre fatos contrários as suas experiências, é necessário que o experimentador consiga fazer com que ela aceite a hipótese (PIAGET, 1967, p. 72).

> Dias & Haris (1988a) também encontraram que crianças inglesas de 4 anos de idade (não escolarizadas) raciocinavam corretamente quando a situação da tarefa (contexto de fantasia) era suficiente para isolar o raciocínio da criança da instrução do conhecimento prático do mundo. Para os autores, contanto que o experimentador possa empregar no início da tarefa uma atitude de faz-de-conta por parte da criança, mesmo que o conteúdo do problema conflita, seja incongruente, com o que a criança sabe ser a verdade, será aceito. (DIAS, 1996, p. 29).

O educador precisa ter habilidade e conhecimento teórico em psicopedagogia e matemática e dessa forma conseguir criar um ambiente favorável à aprendizagem na sala de aula. Porém se o experimentador apenas lê o problema silogístico de conteúdo contraditório, a criança não aceitará a hipótese, pois pensará que estará apenas sendo testada (DIAS, 1996, p. 35).

De acordo com os estudos de Dias, as crianças necessitam de um contexto de faz de conta dos 5 aos 9 anos. A partir dos 10 anos, as crianças começam a aceitar raciocinar silogisticamente com premissas que apresentam fatos contrários a sua experiências, sem o uso de um contexto de fantasia.

2.6 Experiências matemáticas de crianças antes da instrução formal

Em seu dia a dia, as crianças são expostas a diversas situações numéricas decorrentes dos diversos problemas enfrentados em seu contexto social. Ao serem introduzidas na escola, as atividades matemáticas apresentadas a elas poderão criar um conflito entre o que elas observam no seu cotidiano (compras dos pais, número da casa, quantidade de objetos, etc.) e o que é trabalhado em sala de aula. A forma como são feitos esses cálculos e suas representações na escola, muitas vezes contraria as habilidades adquiridas pelas crianças em sua vida diária.

> (...) Crianças pequenas, mesmo antes de iniciarem sua escolarização, apresentam habilidades matemáticas diversas que contrastam com as dificuldades que experimentam aos serem introduzidas à matemática formal da escola. (SPINILO, 1994, p. 41).

Partindo do pressuposto de que as crianças possuem tais habilidades, encontramos uma contradição na opinião de muitos professores que constatam dificuldades apresentadas pelas crianças na aprendizagem da matemática. Uma das possíveis causas dessas dificuldades pode ser uma quase completa desvinculação entre o que os alunos vivenciam no seu dia a dia com o que lhe é proposto pelo professor.

O mundo passa por constantes modificações: Os meios de comunicações, os transportes, os meios de produção, sistemas de governos, as leis que geram direitos e deveres, como também punições aos cidadãos. Até instituições mais conservadoras, como a família e a igreja têm revistos seus conceitos e valores. Parece que só o modo de ensinar permanece inalterado: alunos dispostos uns atrás dos outros, em filas indianas, olhando sempre para a lousa que sempre tem algo para copiar, escrito pelo (a) professor(a). Infelizmente, esta continua sendo a metodologia adotada em muitas escolas: receber e memorizar informações prontas através de exercícios, muitas vezes prolixos e repetitivos, sem nenhum sentido para esses alunos (GROSSI, 2001).

A seguir conheceremos os resultados de estudos que apontam algumas das principais habilidades matemáticas de crianças antes da instrução formal. Esses estudos fazem parte das pesquisas bibliográficas de Spinilo (1994).

2.7 Noções sobre o sistema numérico

As primeiras experiências de contagem entre as crianças estão relacionadas com as necessidades de contar objetos ao seu redor. Isso é feito através de uma correspondência um a um entre um objeto e sua representação numérica. "A compreensão do sistema numérico decimal, entretanto, requer lidar simultaneamente com o valor absoluto e com o valor relativo dos números, habilidade esta ausente na contagem de objetos" (SPINILO, 1994, p. 42).

Spinilo apresenta resultados de uma pesquisa realizada por Carraher e Schieman (1990) em crianças pré-escolares na faixa etária de 5 a 7 anos sobre as noções que essas crianças têm dos valores absolutos e relativos envolvidos na contagem de dinheiro. Nessa pesquisa, as autoras simularam diversas situações em que um sistema monetário fictício era considerado. A brincadeira consistia em considerar como moedas, fichas de diferentes cores onde cada cor representava um valor, por exemplo, ficha azul vale R$ 1,00; amarela vale R$ 10,00; verde vale R$100,00.

Nessas condições, as pesquisadoras poderiam trabalhar com as crianças a noção do valor relativo (exemplo: Qual o maior valor em dinheiro: três fichas azuis ou três fichas verdes?), também era trabalhado a contagem do dinheiro envolvendo combinações de valores diferentes em simulações de venda. De acordo com Spinilo (1994), os resultados observados foram o seguinte:

> Dentre vários resultados, observou-se que 60% das crianças compreendiam o valor relativo na contagem de dinheiro. No entanto, essa compreensão inicial contrasta com as dificuldades relatadas por professores quanto à compreensão da criança a respeito do sistema numérico decimal. As autoras da pesquisa comentam que a matemática com a qual a criança de depara na escola não está relacionada ao conhecimento que possui ao operar com dinheiro. (SPINILO, 1994. p. 42).

Spinilo comenta que a utilização dos recursos materiais pedagógicos não garante a compreensão dos princípios básicos do sistema de numeração decimal e que a escola deveria realizar atividades socialmente significativas do cotidiano das crianças (exemplo: contar dinheiro; contar figurinhas) para aproveitar as noções que as crianças já têm sobre o sistema numérico decimal.

> A instrução poderia considerar este tipo de situação e de conhecimento informal, onde haveria mais chances de integrar a matemática escolar e a matemática informal, diminuindo assim a distância entre os conhecimentos espontâneos e os conhecimentos sistemáticos e formais transmitidos pela instrução. (SPINILO, 1994, p. 42).

Portanto, percebe-se que não há uma relação concreta que relacione o saber científico com o informal acarretando em um prejuízo em relação ao aprendizado matemático dessas crianças, que por sua vez gera um sentimento negativo a matemática como de algo distante da sua realidade.

2.8 Noções sobre adição e subtração

Segundo Spinilo (1994), as operações de adição e subtração são essenciais para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos. Além disso, para ensinar essas operações é necessário que a criança conheça bem a contagem e o valor posicional dos números.

Expomos a seguir um relato que a autora fez dos estudos feitos por Hughes (1986) com crianças de 2 anos e 9 meses a 4 anos e 11 meses. Nesse estudo, de acordo com Spinilo, a tarefa da criança era descobrir quantos blocos ficavam em uma caixa após a retirada ou acréscimo de blocos. A criança podia ver a retirada ou acréscimo de blocos, mas não tinha acesso ao resultado da ação, ou seja, quantos blocos ficavam na caixa e após responder qual o resultado dessa operação, a criança tinha acesso ao conteúdo da caixa para verificar se tinha acertado ou não.

Como exemplo da experiência descrita acima, transcrevemos na íntegra um diálogo entre um adulto (A) e uma criança (C), extraído do artigo de Spinilo (1994. p. 42).

> O adulto colocou dois blocos de madeira em uma caixa de papelão com tampa.
> (A) – Quantos bloquinhos têm na caixa?
> (C) – Dois.
> (A) - (Adiciona um bloco de forma que a criança vê quantos blocos foram adicionados, mas não vê quantos ficaram dentro da caixa.) Quantos agora?
> (C) - Três.
> (A) – Vou colocar mais um. (Adiciona mais um bloco da forma como descrito acima.)
> (C) – Quatro. É quatro!
> (A) – E agora coloco mais dois (coloca).
> (C) – Seis! Seis!
> (A) – (Retira um bloco da caixa) Quantos agora?
> (C) – (Pausa) Cinco. Cinco!
> (A) – (Retira dois blocos)
> (C) – Três!
> (A) – Que ver se acertou? (Abre a caixa)
> (C) - (Levanta os braços com entusiasmo) Tá vendo?!

Spinilo comenta que crianças de 3 anos realizavam adições e subtrações envolvendo até três blocos e crianças a partir de 4 anos e 6 meses faziam corretamente as operações com quantidades maiores que três blocos e demonstravam habilidade para perceber quando a diferença era igual a zero em uma subtração.

Veja outro exemplo destacado pela autora no mesmo artigo:

> Após várias adições e subtrações, dois blocos eram deixados na caixa fechada.
> (A) – Quero tirar três blocos.
> (C) – Não pode.
> (A) – Por que não?
> (C) – Você tem que primeiro colocar um bloco dentro, não é?!
> (A) – Colocar um dentro?
> (C) – É, aí você pode tirar três. (SPINILO, 1994, p. 43).

Pelo que é exposto acima, percebe-se que a criança demonstra habilidades ao efetuar dois cálculos mentais sucessivos: A adição de um bloco a dois blocos para obter três e a possível retirada dos três blocos.

> Comentários podem ser feitos acerca dos exemplos citados. Primeiro, observa-se o alto nível de interesse e envolvimento da criança ao realizar a atividade que era significativa para ela. Segundo, a criança compreendia sem dificuldades todos os passos realizados pelo adulto. Terceiro, a criança realizava adições e subtrações simples com números pequenos, fazendo cálculos mentais (em vez de simples contagem) sobre o número de blocos que estavam na caixa a partir do que era adicionado ou retirado. (SPINILO, 1994, p. 43).

Spinilo apresentou o resultado de outro estudo onde é mostrado o desempenho de crianças em resolver problemas envolvendo adição e subtração. Os problemas eram apresentados em três situações diferentes:

Na primeira situação, o problema era apresentado na forma concreta, como na tarefa da caixa com os blocos.

Na segunda situação, era apresentado de forma hipotética como por exemplo: Se eu tivesse uma moeda no cofrinho e colocasse mais duas moedas, quantas moedas existiriam no cofrinho?

Na terceira situação, o problema era abordado na forma da linguagem matemática formal, como nos exemplos:

Quanto é um mais dois?
Quanto é dois menos um?

Segundo a autora, a primeira situação foi a mais fácil de ser compreendida, enquanto que a terceira situação, a mais difícil.

Spinilo comenta que a linguagem matemática apresenta dificuldade para as crianças adicionar ou subtrair e que a situação hipotética, apesar de não envolver material concreto, era fácil de ser compreendida pelas crianças. A explicação para isso, segundo a autora, era que a situação hipotética envolvia um referente, ou seja, referia-se a alguma coisa conhecida pelas crianças, enquanto que a linguagem matemática por ser descontextualizada do universo infantil, era difícil de ser compreendida. Vejamos o próximo exemplo.

> (A) – Quanto é três mais um?
> (C) - Três e o que? Um o que?
> (A) – Quanto é três mais um?
> (C) – Um mais o que?
> (A) – Apenas mais um.
> (C) - Eu não sei (SPINILO, 1994, p. 44).

Percebe-se que a criança tenta ligar os números mencionados pelo adulto a algum referente e por não conseguir fazer essa associação, tem dificuldade de adicionar. A ausência de um referente faz com que a criança tenha dificuldade de lidar com o formalismo da matemática escolar, conforme o seguinte exemplo mencionado por Spinilo (1994, p. 44):

> (A) – Quanto é dois mais um?
> (C) – Quatro.
> (A) – Bem, quanto é dois pirulitos mais um?
> (C) – Três.
> (A) – Quanto é dois elefantes mais um?
> (C) – Três.
> (A) – Quanto é duas girafas mais uma?
> (C) – Três.
> (A) – Então, quanto é dois mais um?
> (C) – Seis.

Percebe-se que a dificuldade encontrada pela criança não é a falta de conhecimento do conceito subjacente e sim a falta de compreensão dos problemas formulados na linguagem convencional da matemática.

> É possível concluir que algumas situações e características da tarefa (uso de referentes e números pequenos) favorecem a emergência de noções iniciais espontâneas que a criança possui, mesmo antes de ser formalmente ensinada sobre adição e subtração. Não é apenas a abstração, mas sobretudo a linguagem matemática que gera dificuldades tanto em relação à expressão do conhecimento já construído. Assim, as crianças pré-escolares são capazes de realizar adições e subtrações simples, usando, inclusive, cálculos mentais elaborados. Essas habilidades surgem em problemas concretos e hipotéticos desde que em situações nas quais faça sentido adicionar e subtrair. (SPINILO, 1994, p. 44).

É notório que mesmo em crianças já iniciadas na escola, inclusive, em séries mais avançadas, a dificuldade em compreender a linguagem formal da matemática continua sendo a mesma. Uma evidência clara desse fato ocorre com a introdução de letras para representar um valor desconhecido. É difícil para os alunos aceitar a hipótese de que uma letra pode representar vários números, pois eles aprenderam a usar as letrinhas para formar palavras e o uso de letras misturadas com números pode criar um conflito de conceitos sobre como empregar corretamente determinadas letras na formação de palavras e a variação de valores numéricos que as letras podem assumir.

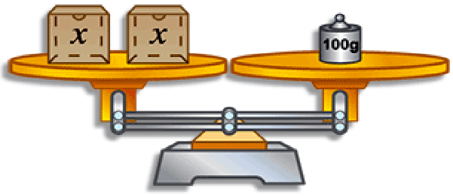
Segundo Queiroz (2014), as dificuldades na aprendizagem da álgebra são decorrentes de uma falha na transição da aritmética para a álgebra:

> As dificuldades na aprendizagem e no ensino da álgebra podem ser constatadas no ciclo 4 (8º Ano e 9º Ano) do Ensino Fundamental II e também em todo o Ensino Médio, tais dificuldades estão presentes em todas as escolas brasileiras. Essas dificuldades são decorrentes de uma falha na introdução, ou seja, na transição da aritmética para a álgebra, a pré-álgebra que ocorre no final do ciclo 3 (6º Ano e 7º Ano) do Ensino Fundamental II, já que feita de maneira não satisfatória pode comprometer as aulas seguintes fazendo com que os alunos se sintam desmotivados a aprenderem o conteúdo de álgebra. (QUEIROZ, 2014, p. 6).

O autor desta dissertação é professor de matemática em uma escola municipal de ensino fundamental II do município de Marechal Deodoro, região metropolitana da grande Maceió. Ao constatar dificuldades dos alunos em aprender o conceito de equações do 1º grau com uma variável, percebemos que deveríamos mudar a metodologia ao abordar o assunto, evitando frases decoradas como: “letrinhas de um lado e números do outro” e “o termo que mudar de lado, mudar de sinal”, tais frases torna o processo de aprendizagem mecânico e ineficaz, pois não levam os alunos a uma compreensão verdadeira do conceito por trás desses automatismos.

Resolvemos aplicar o princípio da balança de dois pratos para explicar o conceito e a resolução de equações do 1º grau com uma variável.

Figura 1 - Balança de dois pratos



Fonte: UNIP/OBJETIVO[5].

Para despertar o interesse dos alunos pelo assunto, foi desenhada uma balança de dois pratos como na figura acima e em um dos pratos foi desenhada duas melancias e no outro prato, um peso de 10 kg, perguntamos aos alunos porque a balança não pende para um dos

---

[5] Disponível em <http://conteudoonline.objetivo.br/Conteudo/Index/724?token=5%2F2Yd2%2Bzzv%2F29umTApxi0Q%3D%3D> acesso 04/03/2018.

lados, obtivemos como resposta: porque os dois pratos têm o mesmo peso. Em seguida foi questionado sobre o que aconteceria com a balança se fosse retirada uma melancia e alguém respondeu que o prato com o peso baixaria e o outro subiria. Aproveitamos o momento para introduzir o conceito de equação do 1º grau e resolver a equação representada pela balança, aplicando o princípio da igualdade, usando o princípio aditivo e/ou multiplicativo.

Todas as vezes em que usávamos um referente para a incógnita (Substituir a incógnita por um objeto qualquer), os alunos conseguiam compreender e resolver as equações. Temos observado que muitos professores não têm o cuidado de explicar adequadamente o que é uma equação e em consequência disso, os alunos chegam ao ensino médio sem saber identificar e resolver problemas envolvendo equações do 1º grau (muito comum também em Física). Isto porque quando estudaram equação do 1º grau, o professor não enfatizou que a incógnita de uma equação pode ser representada por qualquer outra letra e não apenas x e y como é de costume. Além disso, é importante selecionar ou adaptar os problemas à realidade dos alunos, usando dados conhecidos por eles.

CAPÍTULO 3: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

3.1 Qual é a importância da resolução de problemas?

Segundo alguns educadores matemáticos, a resolução de problemas é fundamental para o aprendizado da matemática no ensino fundamental porque proporciona uma habilidade geral e um processo de conhecimento específico e individual. Além disso, faz com que os alunos sejam estimulados e induzidos a buscar estratégias e procedimentos adequados à solução de problemas.

Para Onuchic (1999),

> Quando os professores ensinam matemática através da resolução de problemas, eles estão dando a seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver sua própria compreensão. À medida que a compreensão dos alunos se torna mais profunda e mais rica, sua habilidade em usar matemática para resolver problemas aumenta consideravelmente. (ONUCHIC, 1999, p. 208).

Segundo Isoda e Katagari (2012),

> O foco da resolução de problemas visa não somente obter respostas para tarefas dadas, mas também a desenvolver e apreciar o conceito matemático, e ideias gerais da matemática, e as maneiras de pensar através da exploração dos problemas propostos aos alunos, os quais estão relacionados com o objetivo de ensino. (ISODA; KATAGARI, 2012, p. 46, tradução nossa).

Portanto, resolução de problemas é importante porque constitui uma ferramenta poderosa para ajudar o aluno a desenvolver habilidades de compreender e resolver problemas. Além disso, ajuda a entender o conceito matemático por trás de cada problema.

Para Onuchic e Allevato (2009), ensinar com problemas é difícil porque requer tempo para planejar, selecionar e adaptar adequadamente as tarefas de cada aula, considerando a compreensão dos alunos e as necessidades do currículo. Apesar das dificuldades encontradas para trabalhar a resolução de problemas em sala de aula, as referidas autoras apresentam alguns benefícios decorrentes dessa prática docente:

> ● Resolução de Problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre ideias e sobre o “dar sentido”. Ao resolver problemas os alunos necessitam refletir sobre as ideias que estão inerentes e/ ou ligadas ao problema;
> ● Resolução de problemas desenvolve o “poder matemático”. Os estudantes, ao resolver problemas em sala de aula, se engajam em todos os cinco padrões de procedimento descritos nos Standards 2000: Resolução de Problemas; raciocínio e prova; comunicação; conexões e representação, que são os processos de fazer Matemática, além de permitir ir bem além na compreensão do conteúdo que está sendo construído em sala de aula;
> ● Resolução de Problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes

> de fazer Matemática e de que Matemática faz sentido. Cada vez que o professor propõe uma tarefa com problemas e espera pela solução, ele diz aos estudantes: “Eu acredito que vocês podem fazer isso!” Cada vez que a classe resolve um problema, a compreensão, a confiança e autovalorização dos estudantes são desenvolvidas;
> ● Resolução de Problemas prover dados de avaliação contínua que podem ser usados para tomar decisões instrucionais, ajudar os alunos a ter sucesso e informar os pais;
> ● é gostoso! Professores que experimentam ensinar dessa maneira nunca voltam a ensinar do modo “ensinar dizendo”. A excitação de desenvolver a compreensão dos alunos através de seu próprio raciocínio vale todo o esforço e, de fato, é divertido, também para os alunos;
> ● a formalização de toda teoria Matemática pertinente a cada tópico construído, dentro de um programa assumido, feita pelo professor no final da atividade, faz mais sentido para os alunos.
> (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009, pp. 223-224).

Dante (2009) também concorda que o processo de ensinar a resolver problemas é difícil:

> Ensinar a resolver problemas é uma tarefa mais difícil do que ensinar conceitos, habilidades e algoritmos matemáticos. Não é um mecanismo direto de ensino, mas uma variedade de processos de pensamento que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelo aluno com o apoio e incentivo do professor. (DANTE, 2009, p. 36).

Polya (2006) afirma que a prática contumaz de exercícios pode diminuir o interesse dos alunos pela aprendizagem e afetar-lhes o desenvolvimento intelectual. Ao passo que a resolução de problemas pode despertar o interesse dos alunos em busca de solução para determinada situação.

> Um professor de Matemática tem, assim, uma grande oportunidade. Se ele preenche o tempo que lhe é concedido a exercitar seus alunos em operações rotineiras, aniquila o interesse e tolhe o desenvolvimento intelectual dos estudantes, desperdiçando, dessa maneira, a sua oportunidade. Mas, se ele desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com os seus conhecimentos e auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá incutir-lhes alguns meios para alcançar este objetivo. (POLYA, 2006, p. 5).

Para Smole, Diniz e Candido (2000) a resolução de problemas contribui consideravelmente no desenvolvimento da inteligência da criança:

> Um dos maiores motivos para o estudo da matemática na escola é desenvolver a habilidade de resolver problemas. Essa habilidade é importante não apenas para a aprendizagem matemática da criança, mas também para o desenvolvimento de suas potencialidades em termos de inteligência e cognição. Por isso, acreditamos que a solução de problemas deva estar presente no ensino de matemática, em todas as séries escolares, não só pela sua importância como forma de desenvolver várias habilidades, mas especialmente por sua própria curiosidade, vivenciando, assim, o que significa fazer matemática (SMOLE; DINIZ; CANDIDO, 2000, p. 13).

Percebe-se, quando o aluno é motivado a resolver problemas, seu interesse em aprender matemática aumenta e desenvolve habilidades para enfrentar novos desafios no desenvolvimento do raciocínio lógico.

Dante (2009) apresenta alguns objetivos a serem atingidos pela formulação e resolução de problemas:

> ● Fazer o aluno pensar produtivamente.
> ● Desenvolver o raciocínio do aluno.
> ● Ensinar o aluno a enfrentar situações novas.
> ● Dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da matemática.
> ● Tornar as aulas de matemática mais interessantes e desafiadoras.
> ● Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas.
> ● Dar uma boa base matemática às pessoas.
> ● liberar a criatividade do aluno (DANTE, 2009, pp. 18-22).

3.2 Que distingue um problema de um exercício?

Para responder a esta pergunta, vamos conhecer a definição de problemas adotadas por alguns educadores matemáticos:

Segundo Pozo (1998),

> Uma situação somente pode ser concebida como um problema na medida em que existe um reconhecimento dela como tal, e na medida em que não dispomos de procedimentos automáticos que nos permitam, solucioná-lo de forma mais ou menos imediata, sem exigir, alguma forma, um processo de reflexão ou tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos. (POZO, 1998. p. 16).

Smole, Diniz e Candido (2000) explicam que:

> Para uma criança, assim como para um adulto, um problema é toda situação que ela enfrenta e não encontra solução imediata que lhe permita ligar os dados de partida ao objetivo a atingir. A noção de problema comporta a ideia de novidade, de algo nunca feito, de algo ainda não compreendido. (SMOLE; DINIZ; CANDIDO, 2000, p. 13).

Considerando esses pressupostos, podemos apontar a diferença entre um problema e um exercício. A resolução de exercícios baseia-se no uso de habilidades já aprendidas e exercitadas, as quais podem levar o aluno a transformá-la em rotinas automatizadas e sem sentido, ocasionando muitas vezes a dificuldade de compreender a lógica de um problema. Enquanto que os problemas, na medida em que se constituem como situações novas, mais diversificadas e abertas, a sua resolução representará para o aluno uma demanda cognitiva e motivacional muito maior do que a execução de exercícios.

Entretanto, a eficiência na resolução de problemas não requer apenas o conhecimento dos procedimentos adequados (fatos fundamentais, operações conteúdos, etc.), mas exigirá não só o domínio dos procedimentos e conceitos matemáticos, como também a habilidade de criar estratégias de cálculos, uma atitude de questionamento e busca de suas próprias perguntas/respostas, em vez de receber tudo pronto, ou seja, os dados do problema já processados restando apenas fazer as contas e achar a resposta.

Para que a aprendizagem da resolução de problemas se transforme numa atividade autônoma e desafiadora se faz necessário que a mesma seja inserida na realidade da vida cotidiana e sejam compreendidos os conteúdos conceituais envolvidos em cada situação-problema.

3.3 A resolução de problemas na educação infantil

Em nossa prática docente constatamos que parte das dificuldades enfrentadas por nossos alunos no ensino fundamental II em resolver problemas de matemática está na falta de base das séries iniciais, ou seja, o aluno não teve uma aprendizagem adequada em resolução de problemas no início de sua escolarização.

O educador matemático não deve ignorar o fato de que a resolução de problemas nas séries iniciais precisa ter uma abordagem diferente do formalismo tradicional, adotado nas séries mais avançadas.

> Nessa faixa etária, as crianças precisam coordenar várias tarefas ao mesmo tempo. Portanto, é necessário elaborar um ou vários processos de resolução, por exemplo, realizando simulações, fazendo tentativas, formulando hipóteses, procurando resolver problemas mais simples para depois comparar os seus resultados com o objetivo a alcançar e assim controlar a evolução dos seus processos. A ênfase está mais no desenvolvimento de formas de pensar e de inteligências do que nos conceitos aritméticos. (SMOLE; DINIZ; CANDIDO, 2000, p. 14*)*.

É fundamental que as crianças recebam uma boa orientação durante seus primeiros passos na resolução de problemas de matemática pois isso será a base para a matemática que elas estudarão mais adiante. Nos primeiros anos escolares, a criança poderá desenvolver habilidades em relação à matemática fazendo-a cada vez mais acreditar em sua capacidade de resolver problemas. Também poderá desenvolver aversão a qualquer tipo de cálculos, fazendo-a acreditar que é incapaz de aprender. Isso tem contribuído para a formação de uma geração incapaz de fazer um simples cálculo aritmético.

Tradicionalmente, a matemática é considerada “um bicho papão”, algo difícil de aprender e de ensinar. Para a maioria das pessoas, apenas uns poucos “iluminados” são capazes de aprender matemática. Infelizmente muitos professores têm essa visão distorcida da aprendizagem dessa ciência, pois durante a sua escolarização passaram por situações de frustração e fracasso no processo de resolução de problemas de matemática. Em consequência destas experiências ruins, transmitem para os alunos a frustração em aprender matemática.

3.4 As quatro fases da resolução de problemas

George Polya, educador matemático húngaro, propõe em seu livro A Arte de Resolver Problemas (2006, pp. 5-12), quatro etapas distintas na resolução de um problema:

1) Compreender o problema - O aluno deve ser orientado a fazer uma leitura cuidadosa do problema para que possa entendê-lo e ter condições de responder as seguintes indagações: Qual é a incógnita (o que o problema que saber)? Quais são os dados do problema? Existe alguma restrição? Quais? É possível fazer uma figura, um esquema ou um diagrama para representar a situação descrita no problema?

2) Estabelecer um plano – Nessa etapa, o aluno é motivado a estabelecer conexões entre os dados e a incógnita a fim de que possa apresentar qual o plano ou estratégias que utilizará para encontrar a incógnita. Para isso, deve responder as seguintes questões: Você já encontrou um problema semelhante que pode ajudá-lo a resolver este? Conseguiu resolvê-lo? Que estratégias utilizou? Quais operações matemáticas (adição, subtração, multiplicação, divisão, etc.) serão utilizadas para solucionar este problema? Vai precisar utilizar alguma fórmula, teorema, propriedade ou algum outro recurso que você já usou antes e que será útil para resolver este problema?

3) Executar o plano – Nessa etapa, já existe uma estratégia a ser seguida pelo aluno, basta colocá-la em prática seguindo o passo a passo do que foi planejado e assim obter a solução do problema. O professor deve verificar se cada passo seguido pelo aluno está correto, conferindo cada cálculo e demonstrando o resultado obtido.

4) Fazer o retrospecto ou verificação – Nessa etapa, o aluno é motivado a fazer uma revisão crítica do trabalho realizado, ou seja, verificar se a solução obtida está correta, se existe outra maneira mais simples de resolver o problema e se é possível aplicar o mesmo método utilizado para resolver outros problemas semelhantes.

De acordo com a heurística[6] de Polya, para resolver um problema, é necessário saber identificar o que está sendo solicitado no problema, quais os dados fornecidos para encontrar a incógnita, qual o plano de resolução, a execução desse plano, a verificação da solução

---

[6] Métodos e processos de pesquisa usados para chegar-se à uma descoberta, à invenção e à resolução de problemas. (BECHARA, 2011, p. 696).

encontrada e se ela pode ser aplicada em outro caso.

3.5 O Pensamento Matemático e Raciocínio Lógico

Em março de 2018 aconteceu um Minicurso: “Aspectos Práticos da Metodologia da Resolução de Problemas” no Instituto de Matemática da UFAL, sob a orientação da prof.ª Dra. Yurico Yamamoto Baldin (UFSCar). A prof.ª Yurico apresentou uma conceituação informal de raciocínio lógico como sinônimo de um processo de organização de argumentos sobre uma determinada situação problema por meio de regras ou de inferências que levem a soluções e conclusões. Além disso, que esse processo de organização de argumentos e ações é um fluxo de pensamentos que permite voltar atrás e identificar erros e acertos na procura de respostas aceitáveis e plausíveis. Segundo Baldin (2018),

> No contexto de Metodologia de Resolução de Problemas dentro da Educação Matemática, é quase um consenso de que esse fluxo aparece nas fases da Resolução de problemas, amplamente usado no desenvolvimento do currículo escolar de Matemática, e é por isso que o desenvolvimento do Pensamento Matemático ao longo dos anos escolares é identificado com o processo de desenvolvimento de Raciocínio Lógico, necessário para a educação básica e um dos seus objetivos principais. (BALDIN, 2018).

Percebe-se que o desenvolvimento do pensamento matemático é identificado como desenvolvimento do raciocínio lógico e que seu estudo é essencial na educação básica.

Segundo Baldin (2018), o desenvolvimento do pensamento lógico pode ser por meio de Metodologia de Resolução de Problemas.

> Quando ensinamos a resolver problemas de matemática nas salas de aula, muitos professores não associam esta tarefa com o desenvolvimento de pensamento matemático que se baseia no pensamento lógico com as regras da ciência matemática, mas enxergam como exercícios de aplicação da abstração que se ensina por meio de operações, regras e outras técnicas. Por isso, os pesquisadores que investigam como desenvolver o pensamento lógico nos alunos o fazem, em geral, por meio de Metodologia de Resolução de problemas (BALDIN, 2018).

Percebemos que o pensamento matemático está relacionado com o desenvolvimento do pensamento lógico e que a metodologia da resolução de problemas é uma ferramenta indispensável no desenvolvimento do raciocínio lógico.

De acordo com Stacey (2007) apud Isoda e Katagari (2012) uma das metas fundamentais do ensino da matemática é resolver problemas utilizando o pensamento matemático.

> Ser capaz de utilizar o pensamento matemático na resolução de problemas é uma das metas fundamentais do ensino de matemática, mas também é uma de

> suas metas mais difíceis. Trata-se de um objetivo final do ensino: Que os alunos sejam capazes de levar adiante investigações matemáticas por si mesmos, e que sejam capazes de identificar onde são aplicáveis em situações do mundo real a matemática que aprenderam. Na frase do matemático Paul Halmos (1980), a resolução de problemas é "o coração da matemática". Porém, enquanto professores de todo mundo têm um êxito considerável com a conquista deste objeto, especialmente com os alunos mais capazes, sempre há uma grande necessidade de melhorar, para que mais estudantes tenham uma apreciação mais profunda do que significa pensar matematicamente e de utilizar a matemática em sua vida cotidiana e laboral. (STACEY, 2007, apud ISODA e KATAGARI, 2012, p. 46, tradução nossa).

No sistema de ensino japonês, o foco é levar os alunos a resolver problemas por eles mesmos e para isso o professor apresenta aos estudantes problemas matemáticos que utilizam princípios ainda não conhecidos por eles.

> Os professores começam apresentando aos estudantes problemas matemáticos que utilizam princípios que eles ainda não tinham aprendido. Em seguida, eles trabalham sozinhos ou em pequenos grupos para conseguir uma solução. Depois de uns poucos minutos, os estudantes são chamados a apresentar suas respostas; a sala inteira trabalha com os problemas e soluções, descobrindo os conceitos e raciocínios matemáticos relacionados (STIGLER e HIEBERT, 1999, apud ISODA e KATAGARI, 2012, pp. 23-24, tradução nossa).

Percebe-se que o método de ensino de matemática descrito acima pode ser muito útil para desenvolver nos alunos habilidades de resolver problemas de raciocínio lógico, princípios que eles ainda não aprenderam na educação básica.

No Brasil muitos alunos terminam a educação básica sem nunca terem estudado raciocínio lógico. Infelizmente o currículo escolar tem falhado em preparar os alunos para adquirirem habilidades para lidar com situações que envolvem raciocínio lógico.

Segundo Onuchic (1999),

> Os PCN preconizam que a educação deve ser pensada como um trabalho de preparação do aluno para a vida como um todo. A tendência atual é pensar a escola como um lugar onde se preparam meninos e meninas para assumir sua parcela de responsabilidade pelo mundo, para conhecer seus direitos para participar da construção de uma sociedade melhor. (ONUCHIC, 1999, p. 209).

Em algum momento de sua vida o aluno vai enfrentar provas que envolvem raciocínio lógico. É dever da escola prepará-lo para encarar tal situação. Considerando isso, apresentamos no apêndice, sugestões de problemas envolvendo raciocínio lógico-matemático, os quais foram encontrados em diversos concursos públicos do Brasil. Todos os problemas ali apresentados exigem conhecimentos básicos de conteúdos abordados no ensino fundamental II e, como sugestão, podem ser aplicados como problemas, após as atividades dos conteúdos trabalhados na aula.

CAPÍTULO 4: RESULTADOS E DISCUSSÕES

4. 1 Experiência realizada fora da sala de aula para melhorar o desempenho dos alunos em razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Para melhorar o desempenho dos alunos das turmas de 9º ano (2017) da Escola Municipal Dona Maria de Araújo Lobo no município de Marechal Deodoro em Alagoas, no estudo de razões trigonométrica no triângulo retângulo, resolvemos tentar colocar em prática o método de resolução de problemas proposto por Polya. Optamos em estudar esse método porque percebemos que a maioria dos alunos tinha dificuldade de identificar a incógnita dos problemas propostos.

Após explicar sobre as razões trigonométricas no triângulo retângulo e sobre o teodolito e sua aplicação para determinar a alturas de árvores, prédios, etc., resolvemos alguns problemas envolvendo razões trigonométricas no triângulo retângulo. Depois disso, dividimos os alunos das três turmas de 9º ano (cada turma tinha aproximadamente 45 alunos) em pequenos grupos (com até 6 componentes) e cada grupo foi orientado a pesquisar na internet sobre como confeccionar um teodolito caseiro.

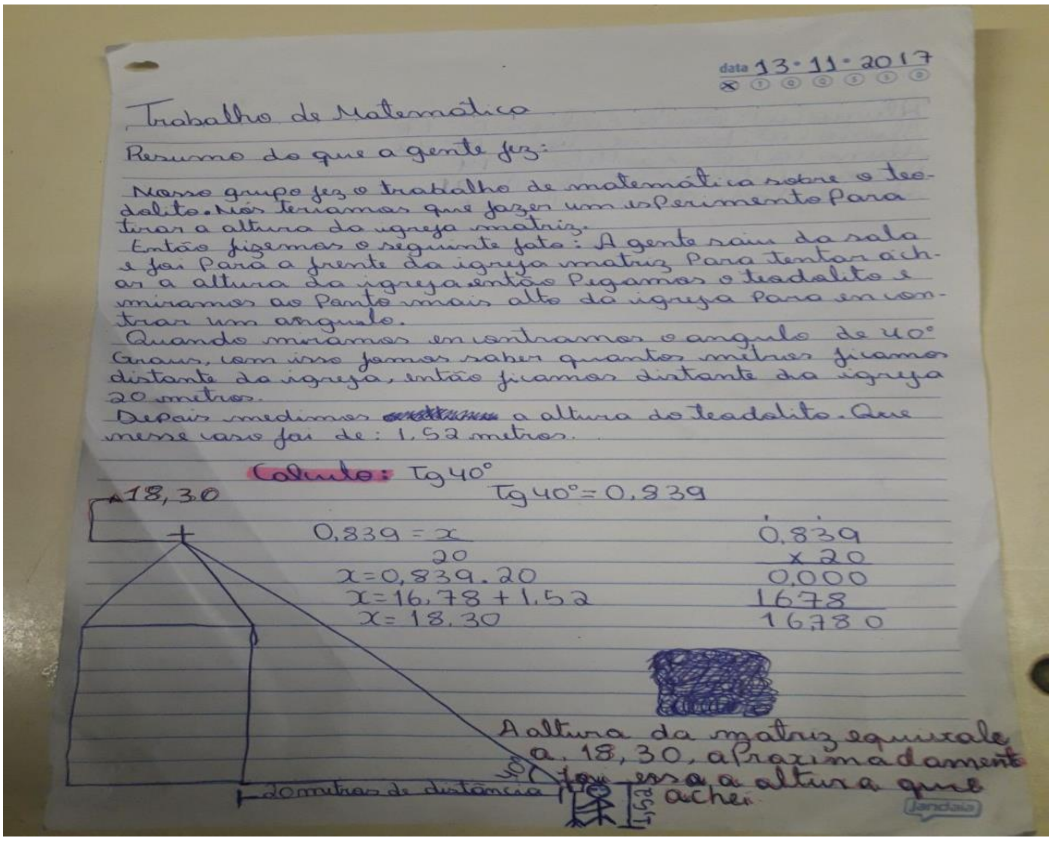
Em dia previamente marcado de novembro de 2017, levamos cada turma às ruas do centro histórico da cidade para determinar a altura aproximada da Igreja Matriz de Nossa Senhora da Conceição, da altura da Igreja do Convento de Santa Madalena, da altura do prédio da sede da Prefeitura e da altura da casa onde nasceu o Marechal Deodoro da Fonseca.

Para compreender melhor o problema, pedimos que cada grupo elaborasse uma questão sobre esse problema. Informamos que esse trabalho era um dos instrumentos avaliativos que compõe a nota bimestral. Isso motivou o interesse de todos em participar. Aplicamos esse trabalho nas três turmas de 9º ano. De imediato, percebemos a motivação dos alunos em sair das quatro paredes e ter uma aula diferente.

Os grupos compartilharam entre si qual a melhor estratégia para cumprir a tarefa solicitada pelo professor. Cada turma ficou responsável em calcular a altura aproximada de dois prédios do centro histórico da primeira capital de alagoas, Marechal Deodoro.

O professor acompanhou cada grupo na execução da tarefa, enquanto um componente observava o ponto mais alto do prédio com a ajuda do teodolito, os demais componentes anotavam os dados obtidos nessa observação. Quase todos os grupos executaram corretamente a tarefa solicitada, o grupo que não conseguiu cumprir a missão foi porque teve dificuldades de efetuar algoritmo de razão e proporção. A seguir, apresentamos alguns dos problemas elaborados pelos alunos:

Figura 2 - Problema elaborado por alunos do 9º ano B (2017)



data 13·11·2017

Trabalho de Matemática

Resumo do que a gente fez:

Nosso grupo fez o trabalho de matemática sobre o teodolito. Nós teríamos que fazer um esperimento para tirar a altura do igreja matriz.
Então fizemos o seguinte fato: A gente saiu da sala e foi para a frente da igreja matriz para tentar achar a altura da igreja, então pegamos o teodolito e miramos ao ponto mais alto da igreja para encontrar um angulo.
Quando miramos encontramos o angulo de 40° Graus, com isso fomos saber quantos metros ficamos distante da igreja, então ficamos distante da igreja 20 metros.
Depois medimos a altura do teodolito. Que nesse caso foi de: 1,52 metros.

Calculo: Tg 40°

Tg 40° = 0,839

$0,839 = \frac{x}{20}$

$x = 0,839 . 20$

$x = 16,78 + 1,52$

$x = 18.30$

$$\begin{array}{r} 0,839 \\ \times\ 20 \\ \hline 0,000 \\ 1678 \\ \hline 16780 \end{array}$$

A altura da matriz equivale a 18,30, aproximadamente ~~foi~~ essa a altura que achei

Fonte: O autor (2017)

Análise das fases do método de Polya:

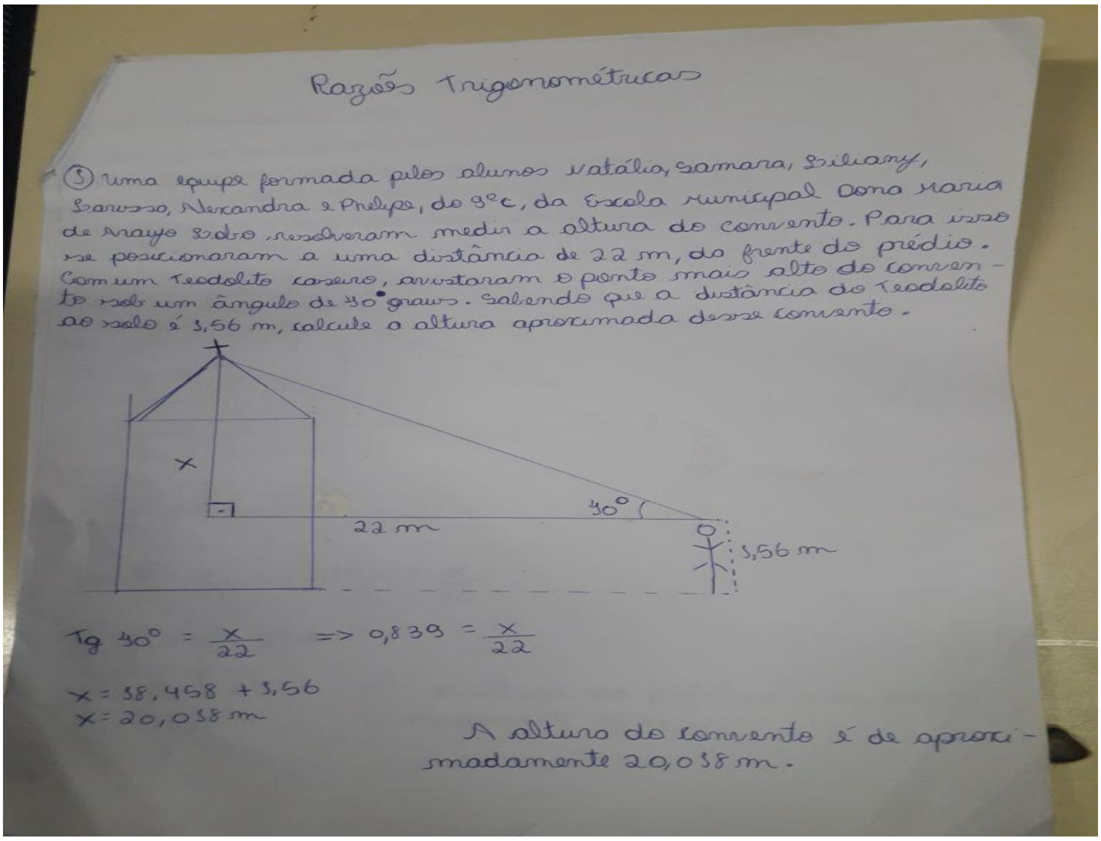
Observa-se que os alunos cumpriram as três primeiras etapas da lista proposta por Polya: **Compreenderam o problema** (Encontrar a altura da Igreja Matriz através de razões trigonométrica no triângulo retângulo). **Traçaram um plano**: fizeram um desenho representando a situação descrita no problema com os respectivos dados, confeccionaram um teodolito, saíram da sala e foram até a frente da igreja matriz para tentar achar a altura da mesma. **Executaram o plano**: pegaram o teodolito e miraram no ponto mais alto da igreja para encontrar um ângulo (avistaram sob um ângulo de 40º), calcularam a distância em que estavam da igreja, a que altura o teodolito estava do solo e executaram os cálculos. Ao fazer o **retrospecto ou verificação**, percebemos que falharam ao determinar o valor da incógnita x, atribuindo-lhe dois valores: 16,78 e 18,30. Após os devidos esclarecimentos, perguntamos se seria possível usar o método para determinar a altura de outros prédios da cidade e eles responderam que é possível.

Resultados para a aprendizagem dos alunos:

Essa experiência foi muito útil no processo de aprendizagem sobre razões trigonométricas no triângulo retângulo para esses alunos do 9º ano B. Antes disso, eles tinham dificuldades de identificar em qual o lado do triângulo retângulo inserir a incógnita e qual era a razão trigonométrica correta para resolver o problema. Com essa experiência, o grupo aprendeu que para calcular a altura de prédio, árvores, etc. a incógnita fica no cateto oposto ao ângulo agudo e a razão trigonométrica usada é a tangente desse ângulo. Além disso, eles consideraram a distância do teodolito ao solo (indispensável para resolver o problema).

Outro grupo ficou responsável em determinar a altura aproximada da Igreja do Convento de Santa Madalena e procederam da seguinte forma:

Figura 3 - Problema elaborado por alunos do 9º ano C (2017)



Razões Trigonométricas

① Uma equipe formada pelos alunos Natália, Samara, Griliany, Caruso, Alexandra e Phelipe, do 9ºC, da Escola Municipal Dona Maria de Mayo Sobo, resolveram medir a altura do convento. Para isso se posicionaram a uma distância de 22 m, da frente do prédio. Com um Teodolito caseiro, avistaram o ponto mais alto do convento sob um ângulo de 40 graus. Sabendo que a distância do Teodolito ao solo é 1,56 m, calcule a altura aproximada desse convento.

$Tg\ 40° = \frac{x}{22} \Rightarrow 0,839 = \frac{x}{22}$

$x = 18,458 + 1,56$

$x = 20,038\ m$

A altura do convento é de aproximadamente 20,038 m.

Fonte: O autor (2017)

Análise das fases do método de Polya:

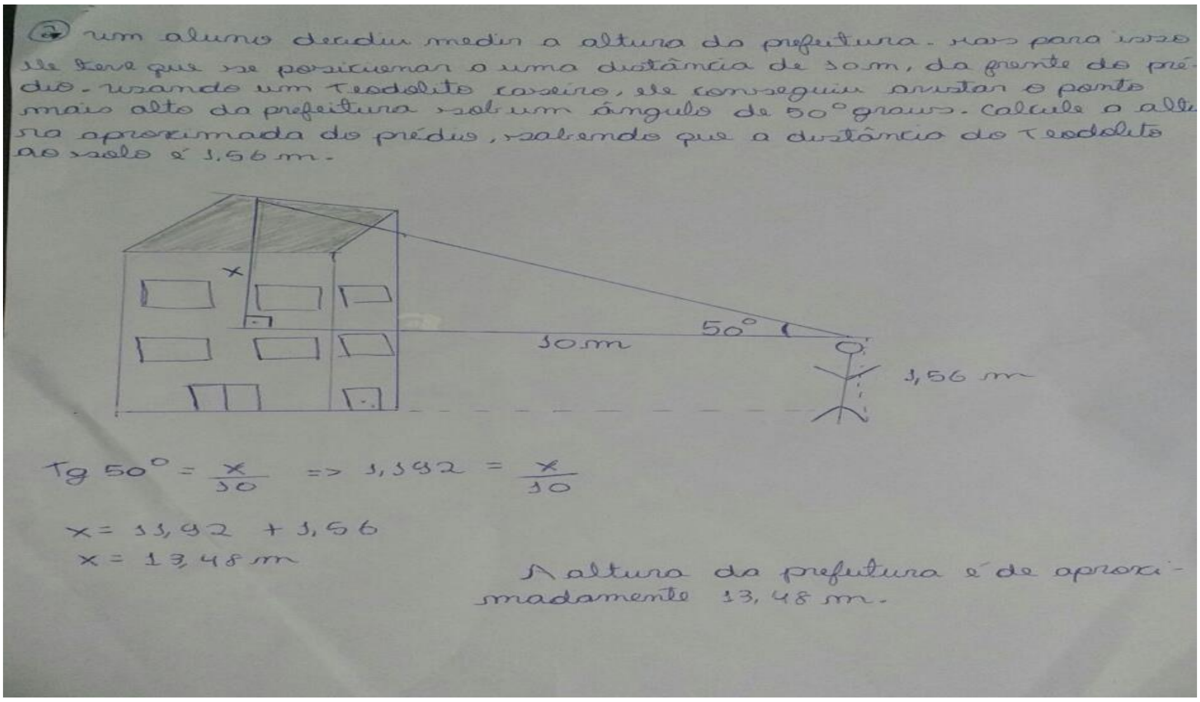
Sobre as quatro etapas propostas por Polya para resolver problemas, essa equipe de alunos do 9º ano C procederam da seguinte forma: Cumpriram a primeira etapa pois **compreenderam o problema** (medir a altura da igreja do convento através de razões trigonométricas no triângulo retângulo). Passaram na segunda etapa pois **estabeleceram um plano** (Desenharam a situação descrita no problema com os dados disponíveis, confeccionaram um teodolito caseiro e posicionaram-se a uma distância de 22 m da frente da igreja para avistar o ponto mais alto dela). Cumpriram também a terceira etapa ao **executarem o plano** (Avistaram o ponto mais alto da igreja sobre determinado ângulo e procederam os cálculos necessários para resolver o problema). Quanto a quarta e última etapa, **retrospecto**, falharam ao encontrarem dois valores diferentes para a incógnita: 18.458 e 20,018 m. Explicamos como deveriam proceder corretamente nos cálculos, perguntamos se poderiam aplicar esse método para calcular a altura aproximada da casa aonde nasceu o Marechal Deodoro da Fonseca, proclamador da República, eles disseram que sim e foram executar tal tarefa.

Resultados práticos para a aprendizagem dos alunos:

Essa experiência também foi muito importante no processo de aprendizagem de razões trigonométrica no triângulo retângulo para esses alunos do 9º ano C. O grupo demonstrou que aprendeu a identificar corretamente a incógnita e a razão trigonométrica certa para resolver o problema de determinar uma altura aproximada da Igreja do Convento de Santa Maria Madalena (Figura 3).

A questão a seguir pede para calcular a altura aproximada do prédio da sede da prefeitura de Marechal Deodoro.

Figura 4 - Problema elaborado por alunos do 9º ano A (2017)



② um aluno decidiu medir a altura da prefeitura. mas para isso ele teve que se posicionar a uma distância de 10 m, da frente do prédio. usando um teodolito caseiro, ele conseguiu avistar o ponto mais alto da prefeitura sob um ângulo de 50° graus. Calcule a altura aproximada do prédio, sabendo que a distância do teodolito ao solo é 1,56 m.

$Tg\ 50^{\circ} = \frac{x}{10} \Rightarrow 1,192 = \frac{x}{10}$

$x = 11,92 + 1,56$

$x = 13,48\ m$

A altura da prefeitura é de aproximadamente 13,48 m.

Fonte: O autor (2017)

Análise das fases do método de Polya:

Essa equipe **compreendeu o problema** (Calcular a altura aproximada da sede da prefeitura através de razões trigonométricas no triângulo retângulo), **elaborou um plano** (Desenhou a situação descrita no problema contendo os dados necessários para encontrar o valor da incógnita do problema), **executou o plano** (Posicionou o teodolito a uma distância de 10 m da frente do prédio, avistou o ponto mais alto sob um ângulo de 50º e aplicou os conhecimentos de razões trigonométricas no triângulo para encontrar a solução do problema) e no **retrospecto**, verificou-se que a equipe encontrou dois valores diferentes para a incógnita x: 11, 92 m e 13, 48 m. Após os devidos esclarecimentos, perguntamos para eles se poderiam usar esse método para calcular a altura da Igreja Matriz de Nossa Senhora da Conceição, eles afirmaram que sim e logo em seguida foram cumprir tal tarefa.

Resultados práticos para a aprendizagem dos alunos:

Percebemos que esses alunos do 9º ano A aprenderam a identificar corretamente a incógnita e a razão trigonométrica certa para resolver o problema de determinar uma altura aproximada do prédio da sede da prefeitura de Marechal Deodoro (Figura 4).

A experiência contribuiu muito para que esses alunos aprendessem a usar corretamente razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Figura 5 - Alunos do 9º ano B (2017) em frente à Igreja Matriz de Nossa Senhora da Conceição

Fonte: O autor (2017)

Figura 6 - Alunos do 9º ano C (2017) em frente à Igreja do Convento de Santa Maria Madalena

Fonte: O autor (2017)

Figura 7 - Alunos do 9º ano A (2017) calculando a altura da Igreja Matriz de Nossa Senhora da Conceição.

Fonte: O autor (2017)

Figura 8 - Alunos do 9º ano B calculando a altura da Igreja Matriz de Nossa Senhora da Conceição.

Fonte: O autor (2017)

Figura 9 - Alunos do 9º ano C (2017) calculando a altura da Igreja do Convento de Santa Maria Madalena

Fonte: O autor (2017)

Percebemos que os alunos entenderam o problema e até sabiam como fazer os cálculos, porém faltou a análise do resultado encontrado, apesar de encontrarem a resposta certa. Antes de fazer essa experiência fora da sala de aula, constatamos que a maioria dos alunos não sabia interpretar onde deveria colocar a incógnita no triângulo retângulo obtido pelos dados da questão nem identificar qual a razão trigonométrica que deveria usar. Outro fato importante observado nessa experiência é que o número de problemas apresentados não é relevante para a aprendizagem dos alunos. Portanto, a experiência foi muito proveitosa no processo de aprendizagem de razões trigonométricas no triângulo retângulo. Acreditamos que esse método pode ser aplicado com outros conteúdos de matemática, tornando o processo de aprendizagem mais atrativo e eficiente.

Para Polya (2006), é essencial que o estudante resolva por si mesmo os problemas solicitados pelo professor, devendo este auxiliá-lo quando for necessário.

> O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve auxiliar, nem de mais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho. (POLYA, 2006, p.1).

Portanto, percebe-se que uma prática docente voltada para a construção do conhecimento matemático, deve auxiliar e orientar o aluno para que ele tenha condições de desenvolver suas habilidades em resolver problemas de matemática.

De acordo com Dante (2009): "É preciso desenvolver no aluno a habilidade de elaborar raciocínios lógicos e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia a dia, na escola ou fora dela." (p. 19).

Resolver problemas é um importante passo para desenvolver nos alunos habilidades de pensar corretamente e encontrar soluções corretas para os problemas de raciocínio lógico que surgem em algum momento de suas vidas.

4.2 Desempenho de alunos do ensino fundamental II diante de problemas de raciocínio lógico-matemático

No livro *PENSAMIENTO MATEMÁTICO*[7] observamos que para desenvolver o pensamento matemático nos alunos, o professor apresentou um problema novo para eles resolverem sozinhos ou em pequenos grupos. Resolvemos testar esse método em alunos do ensino fundamental II para verificar o desempenho de tais alunos diante de problemas de raciocínio lógico.

O teste foi aplicado em duas aulas consecutivas no dia 9 de maio de 2018 em turmas do ensino fundamental II da Escola Municipal Dona Maria de Araújo Lobo, Marechal

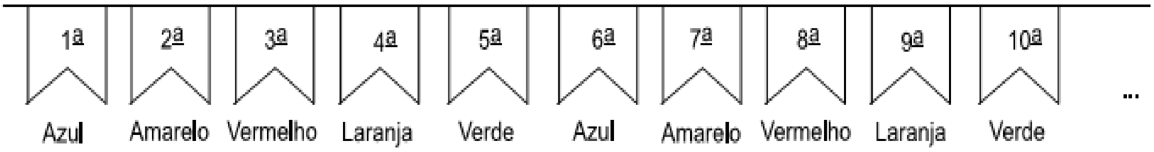
---

[7] ISODA, M.; KATAGARI, S. Pensamiento matemático: Como desarrollario em la sala de classes. Tradución de Alexis Jéldrez. Segunda Edición. Monographs on Lesson Study for Teaching Mathematics and Science Singapore Word Scientific Publishing, 2012.

Deodoro em Alagoas. O teste foi aplicado inicialmente no 9º ano B pelo professor de matemática dessa turma, o autor deste trabalho. Após dividir os 45 alunos em grupos de até 5 alunos, foram apresentados o tipo e a finalidade do teste. A primeira pergunta que surge quando apresentamos alguma questão para ser resolvida pelos alunos é: Vale algum ponto? Como forma de incentivá-los a participar, foi oferecido a eles 2 pontos para somar com a nota bimestral, conforme o desempenho deles no teste. Com o auxílio de um Datashow, foi apresentado o problema 5 (p. 74) sugerido no apêndice (Esse problema foi escolhido porque aborda festa junina, fato conhecido pelos alunos.). Segue o problema a seguir.

(Ano: 2015 Banca: VUNESP Órgão: Câmara Municipal de Jaboticabal – SP Prova: Servente)
Para enfeitar o pátio de um colégio para uma festa junina, um aluno confeccionou uma tira de bandeirinhas coloridas, conforme mostra a figura

Figura 10 – Sequência de bandeirinhas coloridas.



Fonte: VUNESP (2015)

Sabendo que as cores se repetem obedecendo sempre à mesma sequência das cores das cinco primeiras bandeirinhas, então, a cor da 62ª bandeirinha será o

a) Amarelo.
b) Verde.
c) Azul.
d) Laranja.
e) Vermelho.

Esse tipo de problema é muito recorrente em concursos públicos (Vide as questões 4 (p. 74) a 10 (p. 78) do apêndice). Foi perguntado aos alunos como eles encontrariam a resposta certa do problema. Um dos alunos falou que contando de 5 em 5 a cor da bandeirinha é verde e seguindo essa lógica, a cor da 60ª bandeirinha é verde. Logo, a cor da 62ª bandeirinha é amarela. Outro aluno dessa turma falou: A cada 10 bandeirinhas a cor é verde e seguindo esse raciocínio a cor da 60ª bandeirinha é verde. Logo, a cor da 62ª bandeirinha é amarela. Após parabenizá-los pela solução do problema, foi apresentada a seguinte solução:

Observamos que a sequência de cores se repete a cada 5 cores, para encontrar a cor da 62ª bandeirinha basta dividir 62 por 5 e observar o resto dessa divisão.

62 = 12 x 5 + 2, temos 12 ciclos completos com 5 bandeirinhas distintas e restam 2 bandeirinhas para iniciar mais um ciclo. Portanto, a 2ª bandeirinha do ciclo, ou seja, amarelo corresponde a 62ª bandeirinha da sequência. (Alternativa: a).

Depois disso, foi solicitado a cada grupo que resolvesse o seguinte problema:

(Ano: 2016 Banca: IBFC/EBSERH Prova: Enfermeiro (HUAP-UFF))

Considerando a sequência de letras formada pela palavra PROVAS conforme a seguir: PROVASPROVASPROVAS...: Desse modo, a 58ª letra da sequência é:

a) R

b) O

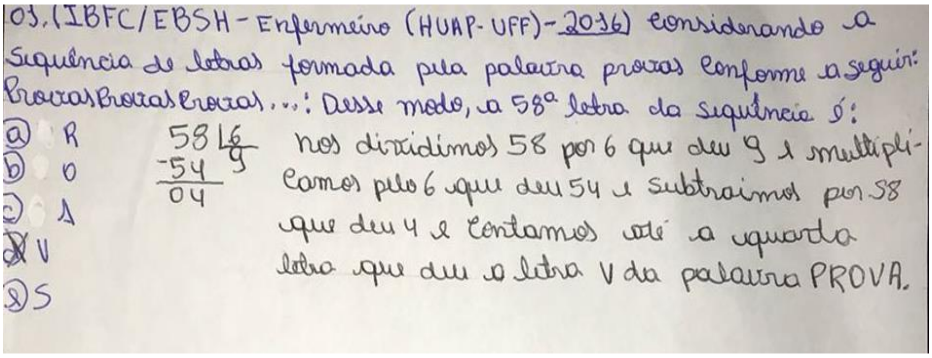
c) A

d) V

e) S

Um dos grupos apresentou a seguinte solução:

Figura 11 - Problema de raciocínio lógico resolvido por alunos do 9º ano B (2018)



03. (IBFC/EBSH - Enfermeiro (HUAP-UFF) - 2016) considerando a sequência de letras formada pela palavra provas conforme a seguir: ProvasProvasProvas...: Desse modo, a 58ª letra da sequência é:

a) R
b) O
c) A
[✓ d)] V
e) S

58 | 6
-54   9
04

nos dividimos 58 por 6 que deu 9 e multiplicamos pelo 6 que deu 54 e subtraimos por 58 que deu 4 e contamos até a quarta letra que deu a letra V da palavra PROVA.

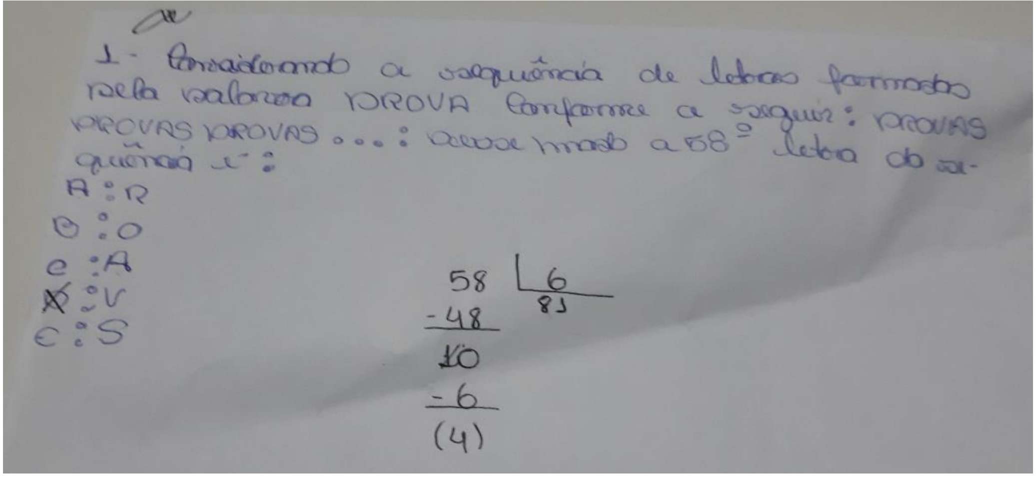
Fonte: O autor (2018)

Resultados e discussões:

Percebe-se que o grupo entendeu o problema, aplicou a explicação que foi dada na resolução do problema das bandeirinhas, resolveu o problema utilizando e detalhando o algoritmo da divisão. Percebemos que os alunos desse grupo mostraram ter conhecimento matemático suficiente para resolver o problema. Esse tipo de problema pode ser trabalhado a partir do 6º ano do ensino fundamental após trabalhar múltiplos e divisores.

Nessa turma 4 grupos seguiram a mesma linha de resolução do grupo acima. Porém os demais grupos não souberam ou não quiseram efetuar o algoritmo da divisão, conforme observamos na Figura 12.

Figura 12 - Problema de raciocínio lógico resolvido por alunos do 9º ano B (2018)



1 - Considerando a sequência de letras formadas pela palavra PROVA conforme a seguir: PROVAS PROVAS PROVAS ...: Qual será a 58º letra da sequência x:

A : R
B : O
C : A
~~D~~ : V
E : S

58 |6
-48 81
10
-6
(4)

Fonte: O autor (2018)

Outros grupos nem tentaram efetuar o algoritmo da divisão, conforme observamos a seguir:

"Contando de 6 em 6" - Percebe-se que esse grupo não sabia nem efetuar uma divisão.

"Para encontrar a resposta, contamos as letras e chegamos ao resultado." - Esse outro grupo preferiu ir pelo caminho mais demorado.

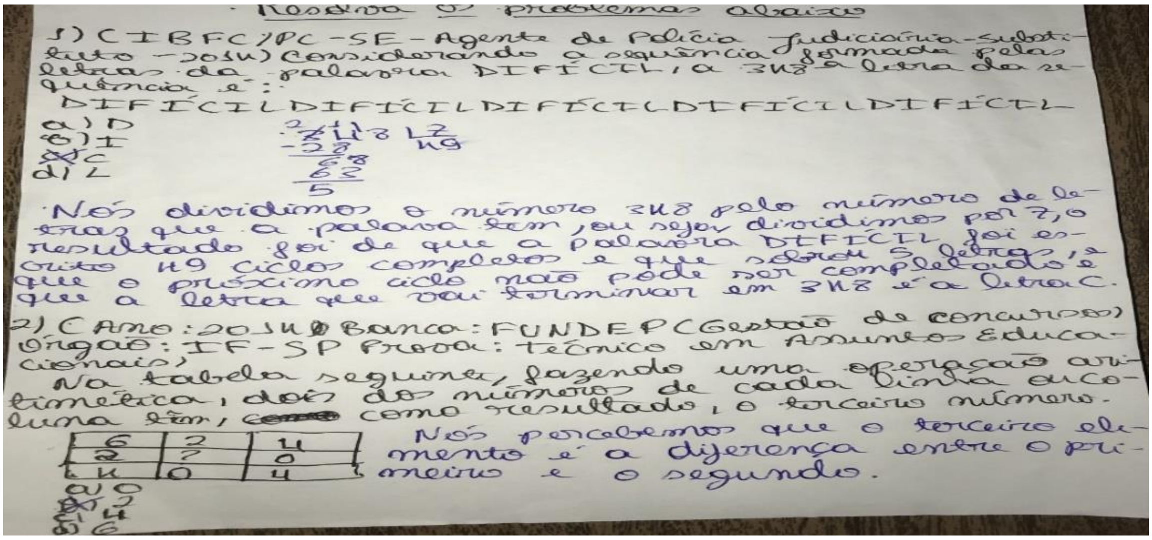
"Multipliquei 6 × 8 e depois contei de 1 A 10 até chega a letra v" – Esse grupo não percebeu que ficaria mais prático multiplicar 6 por 9.

Percebe-se que os alunos compreenderam o problema e sabiam o plano de resolução, porém, nem todos tinham condições de executar esse plano. Pela dificuldade encontrada nos alunos em efetuar cálculos envolvendo as quatros operações, decidimos não apresentar outra questão nessa turma.

No 9º ano D**,** foi apresentado (pelo autor) o problema das cores das bandeirinhas (O mesmo do 9º ano B). Os alunos também compreenderam o problema e perceberam que o ciclo de bandeirinhas se repetia de 5 em 5 e que a cor da 62ª bandeirinha era amarela.

Nessa turma foram propostos os problemas 8 e o 48, ambos estão no capítulo 5 desta obra. O problema 8 é semelhante ao das bandeirinhas e o problema 48 não foi apresentado nenhum exemplo parecido. Segue o modo como os grupos resolveram:

Figura 13 – Problemas de raciocínio lógico resolvidos por alunos do 9º ano D (2018)



· Resolva os problemas abaixo

1) (IBFC/PC-SE-Agente de Polícia Judiciária-Substituto-2014) Considerando a sequência formada pelas letras da palavra DIFÍCIL, a 348ª letra da sequência é:

DIFÍCILDIFÍCILDIFÍCILDIFÍCILDIFÍCIL

a) D
b) I
[✓ c)] C
d) L

348 | 7
-28   49
68
63
5

Nós dividimos o número 348 pelo número de letras que a palavra tem, ou seja dividimos por 7, o resultado foi de que a palavra DIFÍCIL foi escrito 49 ciclos completos e que sobrou 5 letras, e que o próximo ciclo não pode ser completado e que a letra que vai terminar em 348 é a letra C.

2) (Ano: 2014 Banca: FUNDEP (Gestão de Concursos) Órgão: IF-SP Prova: Técnico em Assuntos Educacionais)

Na tabela seguinte, fazendo uma operação aritmética, dois dos números de cada linha ou coluna têm, como resultado, o terceiro número.

6	2	4
2	?	0
4	0	4

Nós percebemos que o terceiro elemento é a diferença entre o primeiro e o segundo.

a) 0
[✓ b)] 2
c) 4
d) 6

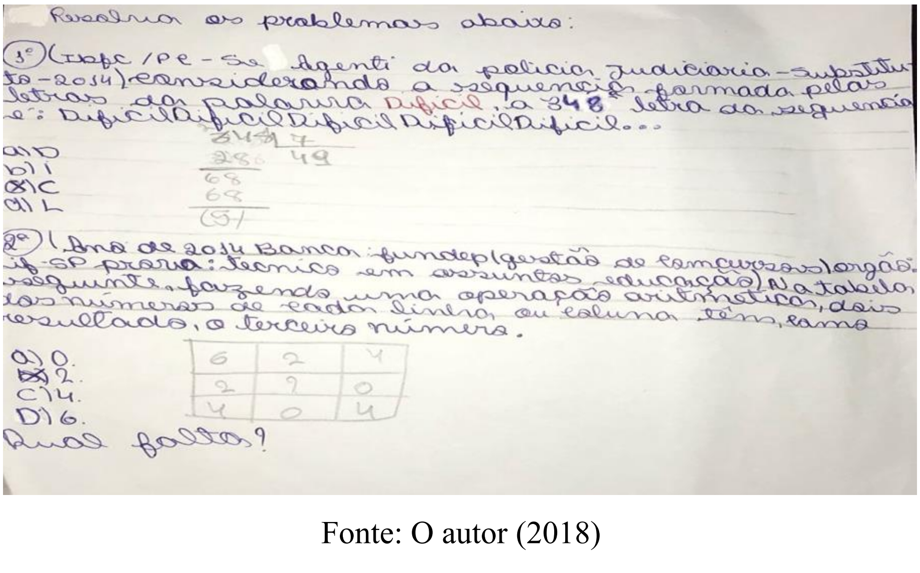
Fonte: O autor (2018)

Resultados e discussões:

Observa-se que esse grupo compreendeu o problema da sequência de letras, mostrou ter conhecimento matemático suficiente para resolver o problema e descreveu corretamente o processo de resolução. Além disso, foi capaz de resolver o segundo problema apenas lendo cuidadosamente o enunciado da questão. Oito grupos dessa turma tiveram o mesmo desempenho do grupo acima.

Dois grupos resolveram o primeiro problema utilizando corretamente o algoritmo da divisão, sem descrição do processo de resolução, conforme observa-se a seguir:

Figura 14 - Problemas de raciocínio lógico resolvidos por alunos do 9º ano D (2018)



Resolva os problemas abaixo:

1º (Ibfc/PC-Se Agenti da policia Judiciaria-Substituto-2014) considerando a sequencia formada pelas letras da palavra Dificil, a 348ª letra da sequencia é: DificilDificilDificilDificilDificil...

348 | 7
28   49
68
68
(5)

a) D
b) I
[✓ c)] C
d) L

2º (Ano de 2014 Banca: fundep (gestão de concursos) orgão: if-SP prova: tecnico em assuntos educação) Na tabela seguinte, fazendo uma operação aritmetica, dois numeros de cada linha ou coluna têm, como resultado, o terceiro número.

a) 0.
[✓ b)] 2.
c) 4.
D) 6.

6	2	4
2	?	0
4	0	4

Qual falta?

Fonte: O autor (2018)

Resultados e discussões:

Esse grupo não descreveu como obteve a resposta do segundo problema, mas o outro grupo que assim como esse não detalhou a resolução do primeiro problema, escreveu corretamente como encontrou a resposta do segundo problema.

Ao contrário do 9º ano B, todos os grupos do 9º ano D mostraram que sabem usar corretamente o algoritmo da divisão e foram bem articulados na resolução dos problemas propostos.

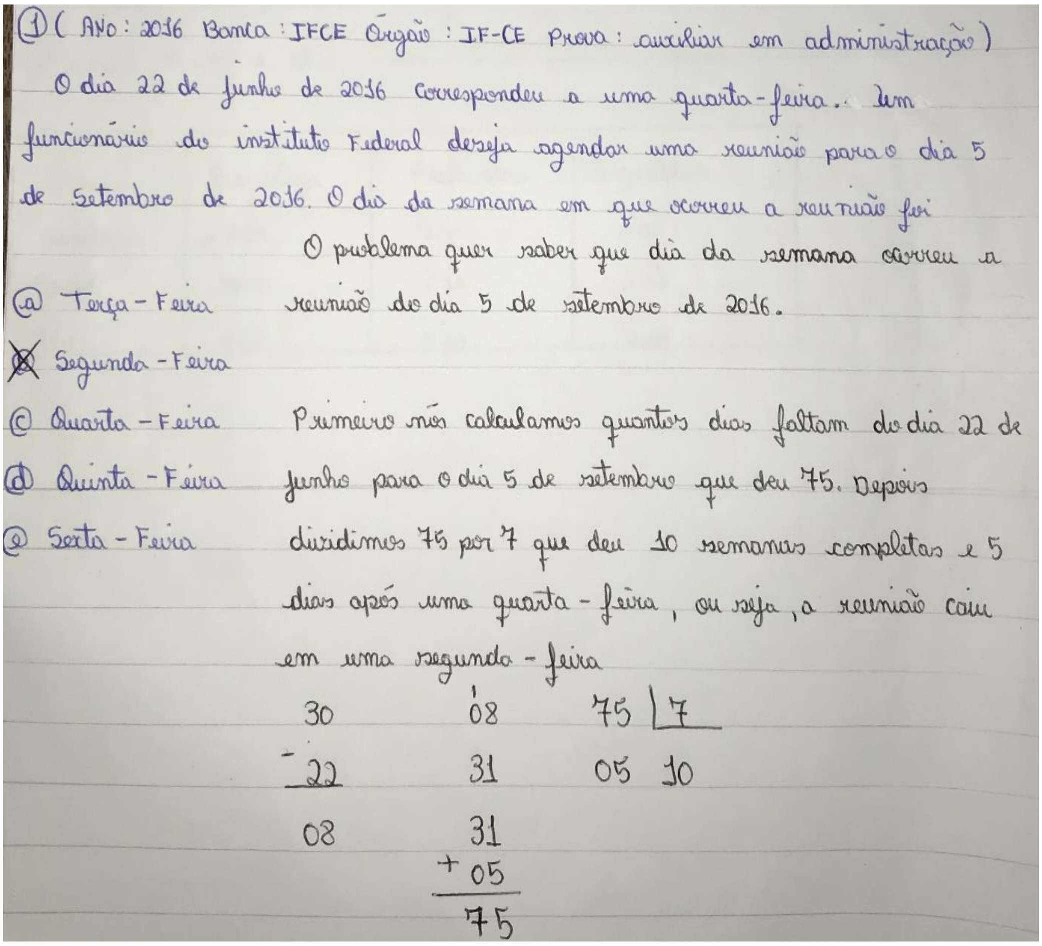
Porém, ao se constatar a facilidade dos alunos em compreender e resolver os problemas propostos, parece que há uma contradição quando afirmamos que os alunos encontram dificuldades em resolver problemas de raciocínio lógico quando terminam a educação básica. Porém, o fato é que nem todos os problemas apresentam essa facilidade de compreensão e resolução. É o que veremos com o próximo problema.

No 9º ano A, apresentamos o seguinte problema:

Problema: Se o dia 9 de maio de 2018 caiu numa quarta-feira, o dia 15 de novembro de 2018 cairá em que dia da semana? (Esse problema embora não conste na relação dos problemas sugeridos no apêndice, é semelhante aos problemas 31 (p.92) a 37 (p.95)). Elaboramos o problema contextualizando duas datas conhecidas pelos alunos: o dia da aplicação do teste e o dia em que o mais ilustre conterrâneo deles proclamou a República do Brasil). Percebemos que todos eles entenderam o problema (Em que dia da semana cairá o dia 15 de novembro de 2018?). Quando indagados sobre qual a resposta certa, nenhum deles sabiam como resolver o problema. Então, percebemos que era o momento de agir e resolver o problema.

Explicamos que do dia 9 de maio ao dia 15 de novembro há 190 dias. Como de uma quarta-feira para outra há 7 dias (Uma semana), precisamos saber quantas semanas há em 190 dias. Dividimos 190 por 7, obtemos quociente 29 e resto 1. Concluímos que o dia 15 de novembro de 2018 cairá um dia após 29 quartas-feiras depois do dia 9 de maio de 2018, ou seja, uma quinta-feira. Após a resolução do problema, foi solicitado que os alunos se dividissem em pequenos grupos para resolverem dois problemas propostos na lousa, o primeiro deles é similar ao que foi resolvido anteriormente e o outro ficou como desafio. Foi solicitado que descrevessem todo o processo de resolução desses problemas. Selecionamos algumas dessas soluções obtidas por eles, mostradas a seguir.

Figura 15 - Problema de raciocínio lógico resolvido por alunos do 9º ano A (2018)



① (Ano: 2016 Banca: IFCE Orgão: IF-CE Prova: auxiliar em administração)

O dia 22 de junho de 2016 correspondeu a uma quarta-feira.. Um funcionário do instituto Federal deseja agendar uma reunião para o dia 5 de Setembro de 2016. O dia da semana em que ocorreu a reunião foi

ⓐ Terça-Feira

[✓ ⓑ] Segunda-Feira

ⓒ Quarta-Feira

ⓓ Quinta-Feira

ⓔ Sexta-Feira

O problema quer saber que dia da semana ocorreu a reunião do dia 5 de setembro de 2016.

Primeiro nós calculamos quantos dias faltam do dia 22 de junho para o dia 5 de setembro que deu 75. Depois dividimos 75 por 7 que deu 10 semanas completas e 5 dias após uma quarta-feira, ou seja, a reunião caiu em uma segunda-feira

$$\begin{array}{r} 30 \\ -\,22 \\ \hline 08 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \overset{1}{0}8 \\ 31 \\ 31 \\ +\,05 \\ \hline 75 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 75 & \underline{7} \\ 05 & 10 \end{array}$$

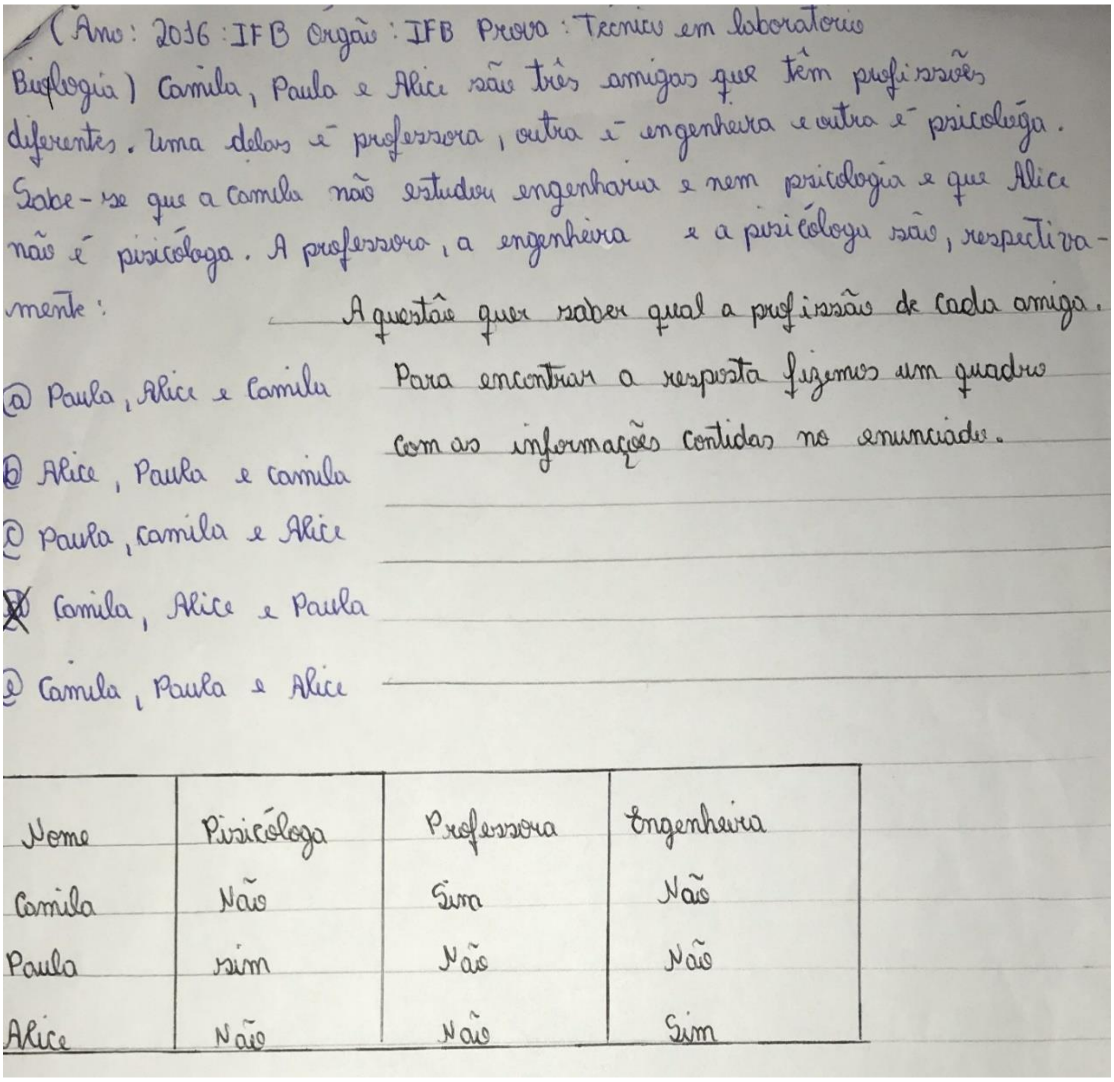
Fonte: O autor (2018)

Resultados e discussões:

Essa turma resolveu os problemas 36 (p. 95) e 69 (p. 122) sugeridos no capítulo 5. Observa-se que os alunos entenderam perfeitamente o problema e a explicação dada pelo professor no exemplo similar ao problema proposto, consequentemente, conseguiram mostrar ter conhecimento matemático suficiente para encontrar a solução do problema.

Esse mesmo grupo também resolveu o problema a seguir:

Figura 16 – Problema de raciocínio lógico resolvido por alunos do 9º ano A (2018)



(Ano: 2016 : IFB Orgão : IFB Prova : Tecnico em laboratorio Biologia) Camila, Paula e Alice são três amigas que têm profissões diferentes. Uma delas é professora, outra é engenheira e outra é psicologa. Sabe-se que a Camila não estudou engenharia e nem psicologia e que Alice não é pisicologa. A professora, a engenheira e a pisicologa são, respectivamente:

a) Paula, Alice e Camila
b) Alice, Paula e camila
c) Paula, camila e Alice
[✓ d)] Camila, Alice e Paula
e) Camila, Paula e Alice

A questão quer saber qual a profissão de cada amiga. Para encontrar a resposta fizemos um quadro com as informações contidas no enunciado.

Nome	Pisicóloga	Professora	Engenheira
Camila	Não	Sim	Não
Paula	sim	Não	Não
Alice	Não	Não	Sim

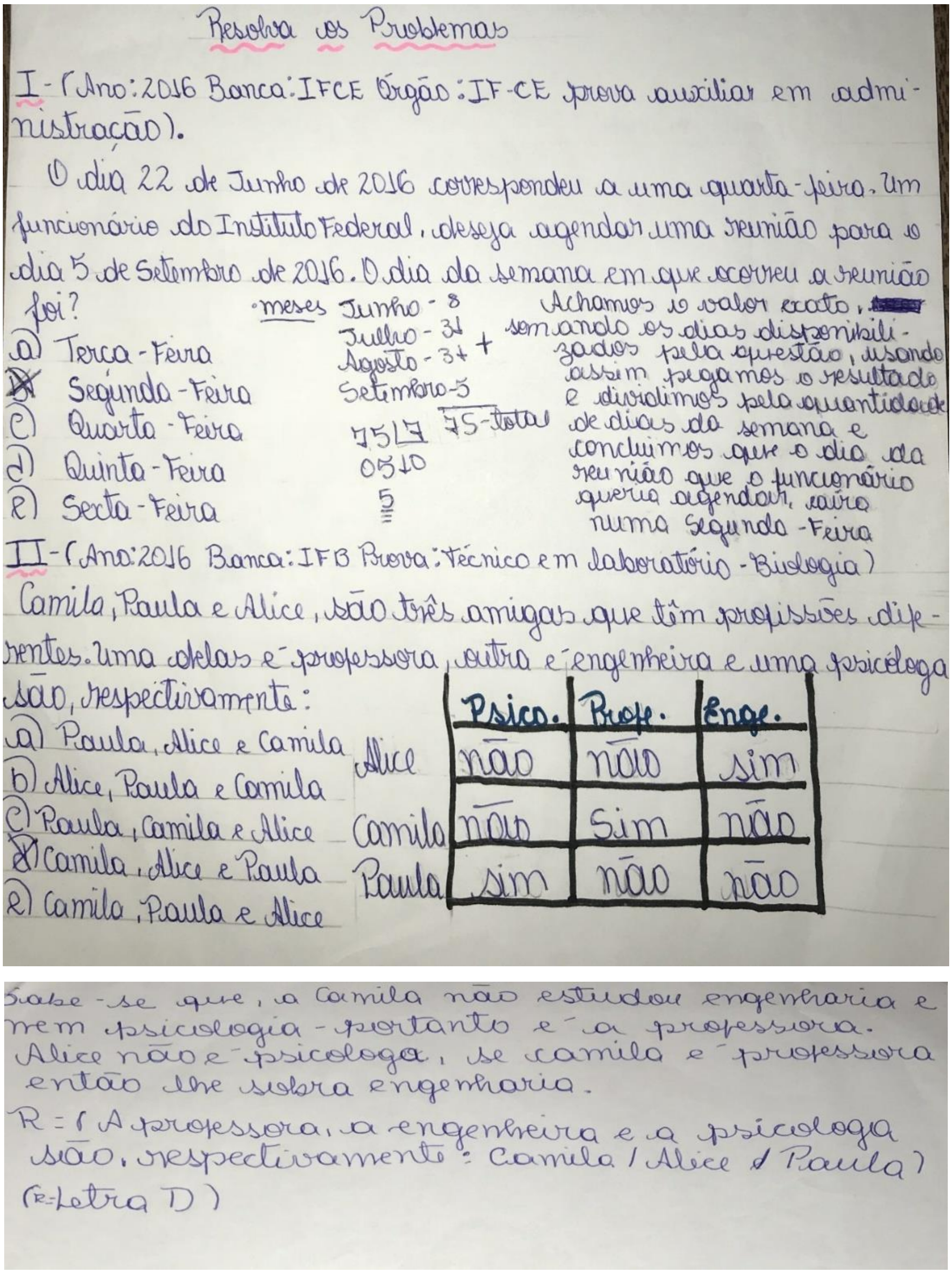
Fonte: O autor (2018)

Resultados e discussões:

Observa-se que os alunos entenderam o problema e executaram um plano de resolução para encontrar a resposta certa. Esse tipo de problema estimula e desafia os alunos a encontrar a solução. Pode ser aplicado em qualquer série do ensino fundamental II.

Observe agora como outro grupo resolveu esses mesmos problemas:

Figura 17 - Problemas de raciocínio lógico resolvidos por alunos do 9º ano A (2018)



Resolva os Problemas

I - (Ano: 2016 Banca: IFCE Órgão: IF-CE prova auxiliar em administração).

O dia 22 de Junho de 2016 correspondeu a uma quarta-feira. Um funcionário do Instituto Federal, deseja agendar uma reunião para o dia 5 de Setembro de 2016. O dia da semana em que ocorreu a reunião foi?

a) Terca-Feira
[✓ b) Segunda-Feira]
c) Quarta-Feira
d) Quinta-Feira
e) Sexta-Feira

meses
Junho - 8
Julho - 31
Agosto - 31 +
Setembro - 5
75 - total

75 |7
05 10
5

Achamos o valor exato, [redacted] somando os dias disponibilizados pela questão, usando assim pegamos o resultado e dividimos pela quantidade de dias da semana e concluimos que o dia da reunião que o funcionário queria agendar, cairá numa Segunda-Feira

II - (Ano: 2016 Banca: IFB Prova: Técnico em laboratório - Biologia)

Camila, Paula e Alice, são três amigas que têm profissões diferentes. Uma delas é professora, outra é engenheira e uma psicóloga são, respectivamente:

a) Paula, Alice e Camila
b) Alice, Paula e Camila
c) Paula, Camila e Alice
[✓ d) Camila, Alice e Paula]
e) Camila, Paula e Alice

	Psico.	Profe.	Enge.
Alice	não	não	sim
Camila	não	Sim	não
Paula	sim	não	não

Sabe-se que, a Camila não estudou engenharia e nem psicologia - portanto é a professora. Alice não é psicologa, se camila é professora então lhe sobra engenharia.

R = (A professora, a engenheira e a psicologa são, respectivamente: Camila / Alice e Paula)
(R=Letra D)

Fonte: O autor (2018)

Resultados e discussões:

Conforme foi relatado anteriormente, alguns problemas não são de fácil resolução por isso, é preciso que o professor resolva um problema parecido para que os alunos entendam o método de resolução. Observamos que o grupo compreendeu muito bem o método de resolução do problema modelo, mostrou conhecer bem as quatro operações, pois descreveu corretamente o processo de resolução do problema e ainda foi capaz de descrever como resolveu o outro problema.

Dos 8 grupos restantes dessa turma, apenas 1 resolveu o primeiro problema escrevendo o algoritmo da divisão sem fazer nenhuma descrição do processo de resolução. Porém, esse grupo resolveu o segundo problema como os demais grupos.

Percebemos que quando uma turma tem alunos que se destacam na resolução de problemas, toda a turma pode ser beneficiada com as ideias trocadas nos trabalhos em grupos.

No 9º ano C, foi apresentado o problema das cores das bandeirinhas, o mesmo que foi apresentado no 9º ano B. Após conhecer o problema sobre as cores das bandeirinhas, um aluno apresentou a seguinte solução: "Se tem 10 e para na verde, 60 vai continuar ainda na verde com + 2 que sobra para na amarela." e outro aluno respondeu: "Porque 12 × 5 = 60, com + 2 = 62, daí para na Amarela." Percebe-se que esse problema foi fácil de ser assimilado e resolvido pelos alunos.

Depois disso, foi apresentado o mesmo problema apresentado ao 9º ano A sobre em qual dia da semana cairá determinada data. Ninguém dessa turma foi capaz de apresentar uma ideia sobre a resolução. Foi necessário resolver o problema para que os alunos tivessem condições de resolver outros problemas similares. Após dividir a turma em pequenos grupos, foram apresentados os problemas 7 e 36, respectivamente apêndice para os alunos resolverem.

(Ano: 2016 Banca: IBFC/EBSERH - Enfermeiro (HUAP-UFF))

Considerando a sequência de letras formada pela palavra PROVAS conforme a seguir: PROVASPROVASPROVAS...: Desse modo, a 58ª letra da sequência é:

a) R
b) O
c) A
d) V
e) S

(Ano: 2016 Banca: IF-CE Órgão: IF-CE Prova: Auxiliar em Administração)

O dia 22 de junho de 2016 correspondeu a uma quarta-feira. Um funcionário do Instituto Federal deseja agendar uma reunião para o dia 5 de setembro de 2016. O dia da semana em que ocorreu a reunião foi

a) terça-feira.

b) segunda-feira.

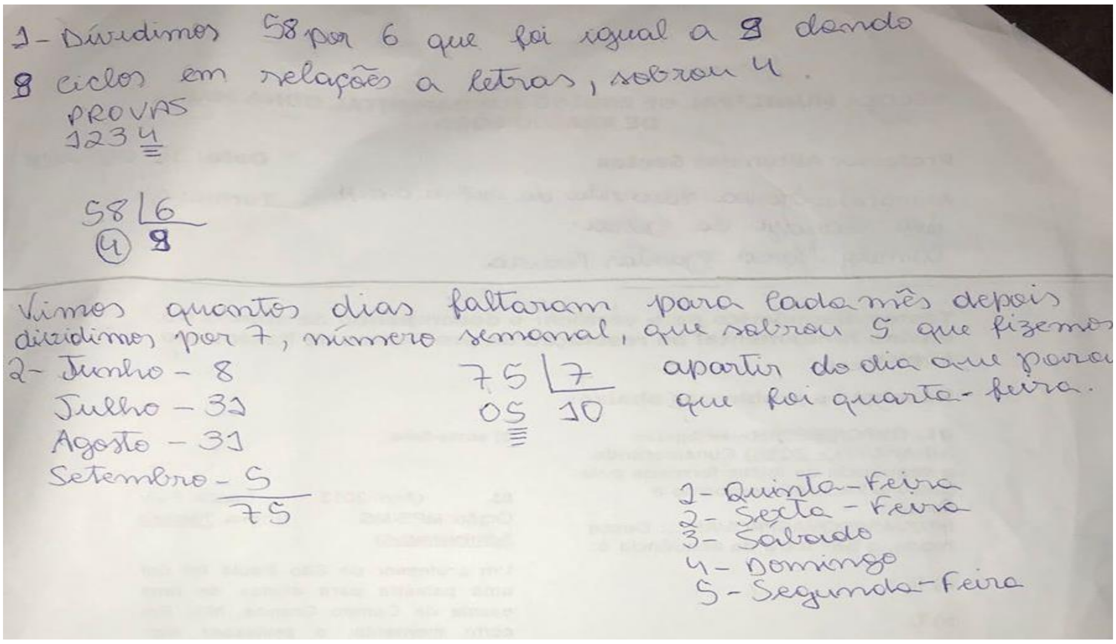
c) quarta-feira.

d) quinta-feira.

e) sexta-feira.

Um dos grupos apresentou as respectivas soluções desses problemas:

Figura 18 - Problemas de raciocínio lógico resolvidos por alunos do 9º ano C (2018)



1- Dívidimos 58 por 6 que foi igual a 9 dando 9 ciclos em relações a letras, sobrou 4.

PROVAS
1234 4

58 |6
④ 9

Vimos quantos dias faltaram para cada mês depois dividimos por 7, número semanal, que sobrou 5 que fizemos apartir do dia que parou que foi quarta-feira.

2- Junho - 8
Julho - 31
Agosto - 31
Setembro - 5
75

75 |7
05 10

1- Quinta-Feira
2- Sexta - Feira
3- Sabado
4- Domingo
5- Segunda-Feira

Fonte: O autor (2018)

Resultados e discussões:

Observamos que o grupo mostrou conhecer o algoritmo da divisão, fundamental para resolver os problemas, conseguiram escrever corretamente como encontraram a solução de cada um dos problemas propostos.

Outros 8 grupos dessa turma apresentaram soluções parecidas com as da figura 18, apenas um grupo não resolveu o primeiro problema e foi incapaz de terminar a resolução do segundo problema.

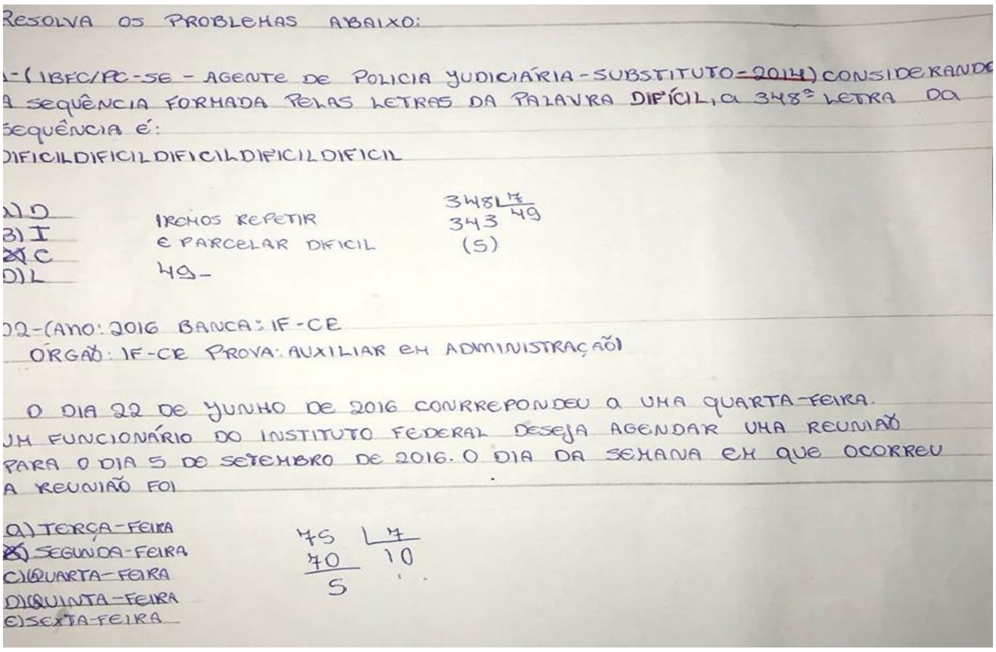
Como já era esperado, o segundo problema só foi resolvido após resolver um problema parecido. Já o primeiro, foi de fácil assimilação.

Finalmente, apresentamos o teste aos alunos do 8º ano E. Depois de explicar toda sistemática de aplicação do teste, apresentamos os mesmos exemplos expostos no 9º ano C. Também foi necessário explicar como resolver o problema sobre a data procurada. Após dividir a turma em grupo de três alunos, apresentamos dois problemas de raciocínio lógico para os grupos resolverem.

A Figura 19 mostra que um grupo resolveu os dois problemas utilizando o algoritmo da divisão, sem detalhar como chegou na resposta certa. De igual modo procederam outros 7 grupos.

Na Figura 20 temos a forma como outro grupo dessa turma resolveu os dois problemas. Observa-se que o grupo além de escrever o algoritmo da divisão, explicou que o quociente encontrado na resolução do primeiro problema é o número de vezes em que a palavra Difícil irá se repetir e que continuando com o resto, chegaremos até a letra C. O grupo ainda foi capaz de descrever como obteve a resposta certa do segundo problema. Outros dois grupos seguiram essa linha de raciocínio. Todavia, houve 4 grupos que não souberam nem efetuar o algoritmo da divisão em cada um dos problemas, consequentemente erraram as respostas.

Figura 19 - Problemas de raciocínio lógico resolvidos por alunos do 8º ano E (2018)



RESOLVA OS PROBLEMAS ABAIXO:

1-(IBFC/PC-SE - AGENTE DE POLICIA JUDICIÁRIA-SUBSTITUTO-2014) CONSIDERAND
A SEQUÊNCIA FORMADA PELAS LETRAS DA PALAVRA DIFÍCIL, A 348ª LETRA DA
SEQUÊNCIA É:
DIFICILDIFICILDIFICILDIFICILDIFICIL

A) D
B) I
[✓ C)] C
D) L

IREMOS REPETIR
E PARCELAR DIFICIL
49-

348 |7
343 49
(5)

02-(ANO: 2016 BANCA: IF-CE
ORGÃO: IF-CE PROVA: AUXILIAR EM ADMINISTRAÇÃO)

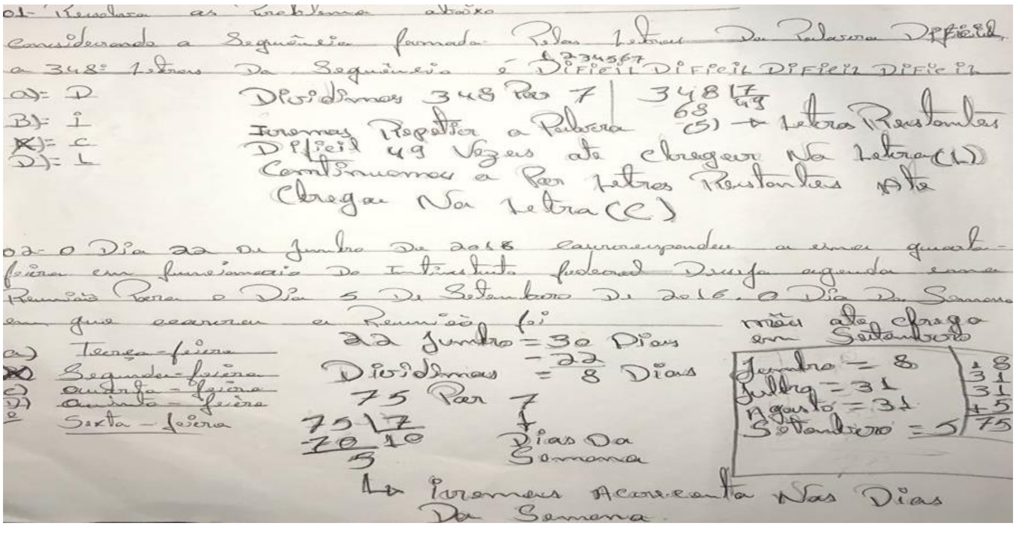
O DIA 22 DE JUNHO DE 2016 CONRREPONDEU A UMA QUARTA-FEIRA.
UM FUNCIONÁRIO DO INSTITUTO FEDERAL DESEJA AGENDAR UMA REUNIÃO
PARA O DIA 5 DE SETEMBRO DE 2016. O DIA DA SEMANA EM QUE OCORREU
A REUNIÃO FOI

A) TERÇA-FEIRA
[✓ B)] SEGUNDA-FEIRA
C) QUARTA-FEIRA
D) QUINTA-FEIRA
E) SEXTA-FEIRA

75 |7
70 10
5

Fonte: O autor (2018)

Figura 20 - Problemas de raciocínio lógico resolvidos por alunos do 8º ano E



01- Resolva os Problemas abaixo
Considerando a Sequência formada Pelas Letras Da Palavra Difícil,
a 348º Letras Da Sequência é Dificil Dificil Dificil Dificil
1234567

A): D
B): I
[✓ C)]: C
D): L

Dividimos 348 Por 7 | 348 |7
68 49
(5) → Letras Restantes
Iremos Repetir a Palavra
Dificil 49 Vezes até chegar Na Letra (L)
Continuamos a Por Letras Restantes Até
Chegar Na Letra (C)

02- O Dia 22 De Junho De 2018 correspondeu a uma quarta-
feira um funcionario Do Instituto federal Deseja agenda uma
Reunião Para o Dia 5 De Setembro De 2016. O Dia Da Semana
em que ocorreu a Reunião foi

a) Terça-feira
[✓ B)] Segunda-feira
c) Quarta-feira
D) Quinta-feira
e) Sexta-feira

22 Junho = 30 Dias
− 22
= 8 Dias
Dividimos 75 Por 7
75 |7
−70 10
5
7 Dias Da Semana
→ Iremos Acrescenta Nas Dias Da Semana

mês até chega em Setembro
Junho = 8
Julho = 31
Agosto = 31
Setembro = 5

8
31
31
+5
75

Fonte: O autor (2018)

Figura 21 - Alunos do 9º ano D (2018) resolvendo dois problemas de raciocínio lógico

Fonte: O autor (2018)

Figura 22 - Alunos do 9º ano A (2018) resolvendo dois problemas de raciocínio lógico

Fonte: O autor (2018)

Percebe-se que em alguns casos os alunos compreenderam perfeitamente os problemas propostos e executaram planos de resolução para encontrar a solução correta. Em outros casos, é necessária uma intervenção do professor para auxilia-los a encontrar um plano de resolução. O teste foi realizado em duas aulas seguidas em todas as turmas onde foi aplicado. Constatamos que não é viável apresentar mais de dois problemas por aula, pois é preciso acompanhar o desempenho de cada grupo e não há tempo suficiente para resolver mais problemas.

Observamos que foi necessário resolver apenas um problema de raciocínio lógico para que os alunos absolvessem a solução sugerida e resolvessem outros similares, mas quando apresentamos um assunto da grade curricular de matemática é necessário resolver mais de um exemplo para que eles aprendam o assunto e resolvam os problemas similares. Por isso, acreditamos que a solução de problemas de raciocínio no ensino fundamental pode estimular os alunos a desenvolver habilidades de resolver problemas, consequentemente criando maiores possibilidades de melhorar o desempenho desses alunos nos problemas de matemática.

Encontrar problemas adequados e variados para aplicar em sala de aula não é uma tarefa fácil para o professor que deseja desenvolver em seus alunos habilidade em resolver problemas. Pensando nisso, selecionamos no apêndice uma coletânea de problemas com as respectivas soluções que servirá como sugestão para serem aplicados aos alunos do ensino fundamental. O ideal é que o professor monte seu próprio banco de questões, consultando revistas, livros, internet ou outro meio que considerar conveniente.

Nosso objetivo era mostrar, através da resolução desses problemas, que alunos do ensino fundamental II têm conhecimentos matemáticos suficientes para compreender e resolver alguns problemas de raciocínio lógico, contribuindo com isso para desenvolver neles habilidades de resolver problemas de raciocínio lógico-matemático.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em mais de vinte anos de prática docente na educação básica, constatamos as dificuldades dos alunos em resolver problemas de matemática. Muitos deles sentem dificuldades de entender o enunciado de um problema de matemática, consequentemente apresentam dificuldades em resolver problemas de raciocínio lógico. Percebemos que essas dificuldades são sequelas de um processo de aprendizagem malsucedido. Por isso, neste trabalho, apresentamos pesquisas bibliográficas que tratam do processo de aprendizagem do raciocínio lógico-matemático na criança.

Aprendemos que ninguém nasce com as estruturas do conhecimento já definidas e que o conhecimento matemático não é construído por um conjunto de fatos a serem memorizados; que as ideias matemáticas adquiridas pelas crianças nas séries iniciais serão de grande importância em toda a sua vida escolar.

Desse modo, uma proposta de ensino para o desenvolvimento do raciocínio lógico na educação básica deve incorporar os contextos sociais, experiências adquiridas fora da escola e a linguagem natural dos alunos. Além disso, é necessário criar um ambiente favorável à aprendizagem, saindo da sala de aula quando for necessário ou apresentando problemas que estimulem os alunos a buscar a solução, individualmente ou em pequenos grupos.

Acreditamos que para melhorar o desempenho de nossos alunos nos exames de matemática e raciocínio lógico é importante que haja inovações no currículo escolar. A participação em cursos de formação sobre resolução de problemas de raciocínio logico-matemático pode contribuir para uma formação profissional mais qualificada, oferecendo melhores condições de desenvolver nos alunos habilidades de resolver problemas.

A escassez de profissionais mais qualificados, condições de trabalho desfavoráveis e desvalorização salarial podem contribuir consideravelmente para manutenção dos baixos índices de rendimentos em aprendizagem de matemática e raciocínio lógico.

Considerando que a aprendizagem de matemática é um processo contínuo, é importante que haja interações entre os profissionais do ensino de matemática da educação básica. Os professores do ensino fundamental II, precisam interagir com os colegas do ensino fundamental I, compartilhando ideias e sugestões para melhorar o processo de aprendizagem dessa disciplina. O mesmo deve ocorrer entre os docentes do ensino médio e do ensino fundamental II. Dessa forma, haverá maiores possibilidades de contribuir para um melhor desempenho do aluno na resolução de problemas de matemática e raciocínio lógico na educação básica.

REFERÊNCIAS

BALDIN, Y. Y. **A metodologia de resolução de problemas de matemática e o raciocínio lógico**. Comunicação pessoal, 2018.

BECHARA, E. **Dicionário da língua portuguesa Evanildo Bechara**. 1ª Ed., Rio de janeiro: Editora Nova Fronteira, 2011.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática.** 1ª Ed., São Paulo: Editora Ática, 2009.

DIAS, M. da G. B. B. O desenvolvimento do raciocínio dedutivo. In: MACHADO, C.; SPINILLO, C. **Tópicos em psicologia cognitiva.** Recife: Editora Universitária da UFPE, 1996.

GROSSI, E. P. **A matemática e os campos conceituais**. Geempa – Grupo de estudos sobre educação, metodologia de pesquisa e ação. Encontro de estudos matemáticos. Porto Alegre, 24, 25 e 26 de agosto de 2001.

HEGENBERG, L. **Lógica Simbólica**. São Paulo: Editora Herder, 1966.

ISODA, M.; KATAGARI, S. **Pensamiento matemático: Como desarrollario em la sala de classes**. Tradución de Alexis Jéldrez. Segunda Edición. Monographs on Lesson Study for Teaching Mathematics and Science Singapore Word Scientific Publishing, 2012.

KNEALE, W. C**. O desenvolvimento da Lógica**. Fundação Caloute Gulbenkiam, 1962.

LIMA, L. Logica Matemática. In: SÁ, Carlos Correia de, ROCHA, J. **Treze Viagens pelo Mundo da Matemática**, 2ª Ed., Rio de Janeiro: SBM, 2012.

LUNGARZO, Carlos. **O que é Lógica**, 3ª Ed., São Paulo: Editora Brasiliense, 1993.

PIAGET, G. **O raciocínio na criança**. Tradução da professora Valerie Rumjanek Chaves. 3ª ed., Editora Record, 1967.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro, Interciência, 2006.

POZO, J. I. **A solução de problemas**, 1ª Ed., Porto Alegre: Editora Artmede, 1998.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. (orgs.). **Educação matemática**: **pesquisa em movimento**. São Paulo: Editora CORTEZ, 2009.

ONUCHIC, L. de la R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

QUEIROZ, J. M. dos S. **Resolução de problemas da pré-álgebra para fundamental II do ensino básico com auxílio do modelo de barras**. Dissertação (Mestrado em Matemática), Universidade Federal de São Carlos, 2014.

QUILELLI, P. **Raciocínio Lógico FCC**, 2ª Ed. Rio de Janeiro: Ed. Ferreira, 2008.

RUSSEL, B. **Introdução a filosofia da matemática**. Traduzido da 10ª impressão de 1960. Zahar editores, Rio de Janeiro, 1963.

SILVA, P. S. M.; VIANA, M. N.; CARNEIRO, S. N. V. **O DESENVOLVIMENTO DA ADOLESCÊNCIA NA TEORIA DE PIAGET**. psicologia.pt . Documento produzido em 16 de dezembro de 2011. Disponível em < http://www.psicologia.pt/artigos/textos/TL0250.pdf > Acessado em 13 de agosto de 2018.

SHAFFER, David R.; KIPP, Katherine. **Psicologia do desenvolvimento: infância e adolescência** /tradução Marta Reyes Gil Passos; revisão técnica Claudia Broettp Rossetti, Otávio Augusto de Melo. 2ª ed. São Paulo: Cengage Learning, 2012.

SINGH, S. **O último teorema de Fermat,** 4ª Ed., Rio de Janeiro: Editora Record, 1997.

SMOLE, K.; DINIZ, M. I.; CANDIDO, P. (Orgs). **Resolução de Problemas.** Coleção Matemática de 0 a 6, v. 2. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

SPINILO, A. G. **O conhecimento matemático de crianças antes o ensino da matemática na escola.** A educação matemática em revista, nº 3, p. 42, SBEM, 2º sem 1994.

TEIXEIRA, Hélio. **Teorema do Desenvolvimento Cognitivo de Jean Piaget**. 8 de dezembro de 2015. Disponível em <www.helioteixeira.org/ciencias-da-aprendizagem/teoria-do-desenvolvimento-cognitivo-de-jean-piaget/>.Acessado em 13 de agosto de 2018.

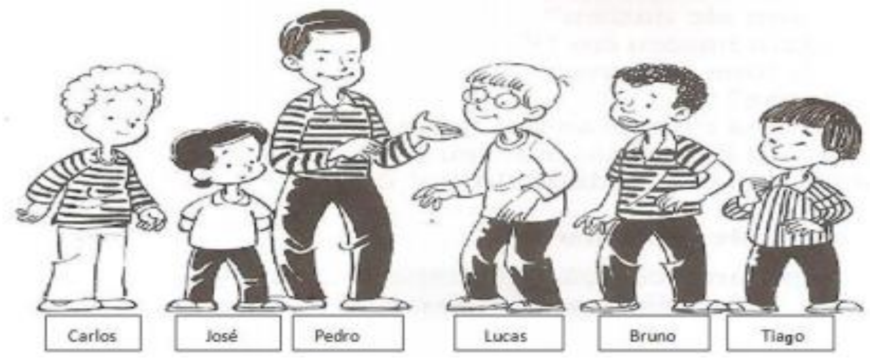
VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem** /Tradução Paulo Bezerra. 2ª ed., São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2009.

APÊNDICE PROBLEMAS DE RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO: SOLUÇÕES E SUGESTÕES[8]

01. (Ano:2014 Banca: FUNDEP (Gestão de Concursos) Órgão: CAU-MG Prova: Assistente Administrativo)

Os seis meninos acabaram de apostar uma corrida.

Figura 23 - Meninos que apostaram uma corrida



Fonte: FUNDEP (2014)

Analise as dicas abaixo e responda: Quem ganhou a corrida?

- O vencedor tem uma camisa listrada.
- Ele não é o menino mais alto de todos.
- Ele está usando calças escuras.
- Sua camisa é de manga curta.

a) Pedro.

b) Carlos.

c) Tiago.

d) Bruno.

Solução sugerida:

Analisando as dicas fornecidas pela questão:

- O vencedor tem uma camisa listrada.

---

[8] Todas as questões deste apêndice foram selecionadas de concursos públicos de diversos órgãos do Brasil, aplicados pelas mais renomadas bancas e estão disponíveis no endereço: <https://www.qconcursos.com/questoes-de-concursos/questoes/search?utf8=✓&todas=on&q=&instituto=&organizadora=&prova=&ano_publicacao=&cargo=&escolaridade>, acessado em 02/04/2018

José e Lucas estão fora.

- Ele não é o menino mais alto de todos.

Pedro está fora.

- Ele está usando calças escuras.

Carlos está fora

- Sua camisa é de manga curta.

Tiago está fora

Portanto, por exclusão, quem ganhou a corrida foi o Bruno (Alternativa: d).

Observações:

Esse problema pode ser apresentado a partir do 6º ano do ensino fundamental para trabalhar a ideia de restrição.

02. (Ano: 2013 Banca: FGV Órgão: MPE-MS Prova: Técnico - Informática)

Para codificar uma palavra de quatro letras podemos utilizar o método descrito a seguir.

Tabela 1 - Tabela de conversão

Tabela de conversão

A	38	J	47	S	30
B	39	K	48	T	31
C	40	L	49	U	32
D	41	M	50	V	33
E	42	N	25	W	34
F	43	O	26	X	35
G	44	P	27	Y	36
H	45	Q	28	Z	37
I	46	R	29		

Fonte: FGV (2013)

Substitui-se cada letra da palavra pelo número correspondente da Tabela de conversão acima. Escrevendo todos os algarismos juntos, o resultado é um número de 8 algarismos.

- O número obtido no item anterior é somado com a chave 12345678.O resultado é a palavra codificada.

Exemplo:

Codificação da palavra BODE.

- A Tabela de conversão aplicada às quatro letras fornece o número 39264142

- Somando com a chave temos 39264142 + 12345678 = 51609820
- A palavra BODE codificada é escrita assim: [51609820]

Uma palavra foi codificada e o resultado é [62610616].

Essa palavra é:

a) MOLA.
b) MICO.
c) LATA.
d) LIXO.

Solução sugerida:

Pelos dados do problema, a palavra codificada é a soma da chave com determinada palavra codificada. Logo, a palavra codificada = [62610616] – 12345678 = 50264938. Portanto, consultando a tabela de conversão obtemos a palavra procurada é MOLA (Alternativa: a).

Observações:

O problema pode aplicado como desafio após trabalhar a operação inversa da adição a partir do 6º ano do ensino fundamental.

03. (Ano**:** 2018 Banca: FUNDATEC Órgão: PC-RS Prova**:** Escrivão e de Inspetor de Polícia - Tarde)

A partir das seguintes associações:

Figa para 6.971
Bege para 2.575
Faca para 6.131

A associação para **chaga** está na alternativa:

a) 36.141
b) 38.171
c) 38.242
d) 68.141
e) 83.171

Solução sugerida:

Observamos que o valor de cada palavra corresponde a posição que cada letra ocupa no alfabeto, assim obtemos:

A=1, B=2, C=3, D=4, E=5, F=6, G=7, H=8, I=9, J=10, ...

F I G A= 6 9 7 1

B E G E= 2 5 7 5

F A C A =6 1 3 1

CHAGA= 38.171

Portanto, a associação para chaga está na alternativa b (Alternativa: b).

Observações:

Esse problema pode ser trabalhado como forma de desenvolver o raciocínio lógico em qualquer série do ensino fundamental II.

04. (Ano: 2017 Banca: IBFC Órgão: EBSERH Prova: Assistente Administrativo)

Considerando a sequência de figuras @, %, &, #, @, %, &, #,..., podemos dizer que a figura que estará na 117ª posição será:

a) @

b) %

c) &

d) #

e) $

Solução sugerida:

Observamos que a sequência de figuras se repete a cada 4 figuras, logo basta encontrar o múltiplo de 4 mais próximo de 117.

117 = 29 × 4 + 1, isso significa que temos 29 ciclos completos com as 4 figuras distintas e resta 1 figura para o próximo ciclo. Logo, temos que:

1ª = @. Portanto podemos dizer que a figura que está na 117ª posição será @ (Alternativa: a).

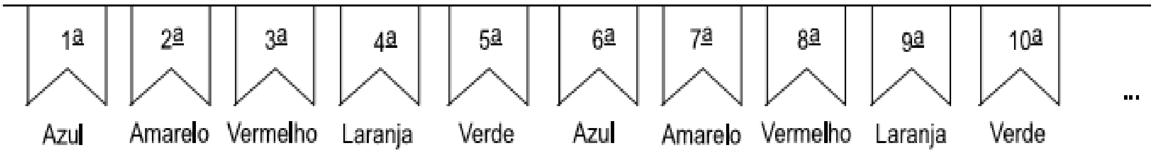
Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação de múltiplos de 4 e do algoritmo da divisão, a partir do 6º ano do ensino fundamental.

05. (Ano: 2015 Banca: VUNESP Órgão: Câmara Municipal de Jaboticabal – SP Prova**:** Servente)

Para enfeitar o pátio de um colégio para uma festa junina, um aluno confeccionou uma tira de bandeirinhas coloridas, conforme mostra a figura.

Figura 24 - Sequência de bandeirinhas coloridas



Fonte: VUNESP (2015)

Sabendo que as cores se repetem obedecendo sempre à mesma sequência das cores das cinco primeiras bandeirinhas, então, a cor da 62ª bandeirinha será o

a) Amarelo.

b) Verde.

c) Azul.

d) Laranja.

e) Vermelho.

Solução sugerida:

Observamos que a sequência de cores se repete a cada 5 cores, para encontrar a cor da 62ª bandeirinha basta dividir 62 por 5 e observar o resto dessa divisão.

$62 = 12 \times 5 + 2$, temos 12 ciclos completos com 5 bandeirinhas distintas e restam 2 bandeirinhas para iniciar mais um ciclo. Portanto, a 2ª bandeirinha do ciclo, ou seja, amarelo corresponde a 62ª bandeirinha da sequência (Alternativa: a).

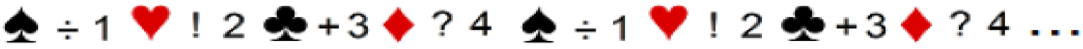
Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação de múltiplos de 5 e também do algoritmo da divisão, a partir do 6º ano do ensino fundamenta.

06. (Ano: 2014 Banca: CONSULPLAN Órgão: MAPA Prova: Agente de Atividades Agropecuárias)

Considere a sequência a seguir:

Figura 25 - Sequência de figuras



Fonte: CONSULPLAN (2014)

O milésimo termo dessa sequência é

a) +

b) ♥

c) !

d) ♣

Solução sugerida:

Observamos que a sequência é formada por ciclos de 12 termos distintos. Logo, devemos dividir 1000 por 12 para saber quantos ciclos completos temos e o resto para iniciar o próximo ciclo.

1000 = 83 × 12 + 4, tem 83 ciclos completos e sobram 4 termos para o próximo ciclo, o 4º termo do ciclo, ou seja, o ♥ corresponde ao milésimo procurado (Alternativa: b).

Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação de múltiplos de 12 e também do algoritmo da divisão, a partir do 6º ano do ensino fundamental.

07. (Ano: 2016 Banca: IBFC Órgão: EBSERH Prova: Enfermeiro (HUAP-UFF))

Considerando a sequência de letras formada pela palavra PROVAS conforme a seguir: PROVASPROVASPROVAS...: Desse modo, a 58ª letra da sequência é:

a) R

b) O

c) A

d) V

e) S

Solução sugerida:

Sabemos que PROVAS é uma sequência de 6 letras distintas e a sequência de letras dadas tem um ciclo completo a cada 6 letras. Logo, para encontrar a 58ª letra basta dividi 58 por 6 e observar o resto desta divisão.

58 = 9 × 6 + 4, temos 9 ciclos completos com a palavra PROVAS e restam 4 letras para o próximo ciclo. Portanto, a 4ª letra do ciclo, ou seja, V corresponde a 58ª letra da sequência (Alternativa: d).

Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação de múltiplos de 6 e também do algoritmo da divisão com resto, a partir do 6º ano do ensino fundamenta.

08. (Ano: 2014 Banca: IBFC/PC-SE - Agente de Polícia Judiciária - Substituto)
Considerando a sequência formada pelas letras da palavra DIFÍCIL, a 348ª letra da sequência é: DIFICILDIFICILDIFICILDIFICILDIFICIL

a) D

b) I

c) C

d) L

Solução sugerida:

A palavra DIFÍCIL é formada por 7 letras e a sequência dada repete essa palavra em ciclo completo de 7 letras. Logo, para encontrar a 348ª letra da sequência dada devemos dividi 348 por 7 e observar o resto dessa divisão.

$348 = 49 \times 7 + 5$, a sequência tem 49 ciclos completos e restam 5 letras para o próximo ciclo. Portanto, a 5ª letra do ciclo, ou seja, C corresponde a 348ª letra procurada (Alternativa: c).

Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação de múltiplos de 7 e também do algoritmo da divisão, a partir do 6º ano do ensino fundamental.

09. (Ano: 2014 Banca: IBFC Órgão: SEDS-MG - Agente de Segurança Penitenciária)
A sequência de letras A, B, D, G, G, D, B, A, A, B, D, G,..., apresenta um raciocínio lógico. Nessas circunstâncias, o 93º termo da sequência é igual a:

a) A

b) B

c) D

d) G

Solução sugerida:

Observamos que embora a sequência seja formada por apenas 4 letras distintas, cada ciclo completo dela é formado por 8 letras (começa por A e terminar em A). Logo, para encontrar o 93º termo devemos dividi 93 por 8 e observar o resto dessa divisão.

$93 = 11 \times 8 + 5$, a sequência de letras tem 11 ciclos completos e restam 5 letras para o próximo ciclo. Portanto, a 5ª letra do ciclo, ou seja, G corresponde ao 93º termo procurado

(Alternativa: d).

Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação de múltiplos de 8 e do algoritmo da divisão com resto, a partir do 6º ano do ensino fundamental.

10. (Ano: 2014 Banca: IBFC Órgão: SEDS-MG - Agente de Segurança Socioeducativo)

Os números da sequência 1, 2, 3, 4, 4, 3, 2,1,1, 2, 3, 4, ..., estão escritos numa sequência lógica. Desse modo, o 86° termo dessa sequência é:

a) 4

b) 3

c) 2

d) 1

Solução sugerida:

Essa questão é semelhante a anterior: É formada por apenas 4 algarismos distintos, mas têm ciclos de 8 algarismos (Começa por 1 e termina em 1). Logo, para encontrar o 86º termo da sequência devemos dividir 86 por 8 e observar o resto dessa divisão.

86 = 10 × 8 + 6, a sequência de números tem 10 ciclos completos e restam 6 algarismos para o próximo ciclo. Portanto, o 6º algarismo do ciclo, ou seja, 3 corresponde ao 86º termo procurado. (Alternativa: d)

Observações:

Vide sugestão do problema 9.

11. (Ano: 2015 Banca: BIO-RIO Órgão: Prefeitura de São João da Barra – RJ Prova: Auxiliar de Saúde Bucal)

Observe a sequência: 24, 27, 31, 36, 42, ... O próximo termo é:

a) 46

b) 47

c) 48

d) 49

e) 50

Solução sugerida:

Observamos que: 24 + 3 = 27, 27 + 4 = 31, 31 + 5 = 36, 36 + 6 = 42, ... Portanto, o próximo termo é a soma de 42 + 7, ou seja, 49. (Alternativa: d).

Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação da adição de números naturais obedecendo uma sequência lógica, a parti do 6º ano do ensino fundamental II.

12. (Ano: 2016 Banca: FGV Órgão: CODEBA Prova: Guarda Portuário) João e Maria estão em uma fila e Maria está à frente de João. Há 8 pessoas à frente de Maria, e 14 pessoas atrás dela. Há 7 pessoas atrás de João. O número de pessoas que está à frente de João é

a) 13.
b) 14.
c) 15.
d) 16.
e) 17.

Solução sugerida:

Conforme o enunciado, há 8 pessoas à frente de Maria e 14 atrás dela. Logo, há 23 pessoas na fila e Maria ocupa a 9ª posição. Sabendo que há 7 pessoas atrás de João, então João ocupa a 8ª posição de trás para frente da fila. Portanto, o número de pessoas à frente de João é 23 – 8 = 15.

1, 2, 3, 4 ,5, 6,7, 8, ***Maria***,10, 11, 12,13, 14, 15, ***João***, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23

(Alternativa: C).

Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação do Descritor 16 da Prova Brasil (Identificar a localização de números inteiros na reta numérica.) no 9º ano do ensino fundamental.

13. (Ano: 2017 Banca: FGV Órgão: SEPOG – RO Prova: Técnico em Tecnologia da Informação e Comunicação)

Francisco está em uma fila. Há 8 pessoas na frente dele e 36 pessoas atrás dele. Seu amigo Manoel está no centro da fila, ou seja, há tantas pessoas à frente de Manoel quanto atrás dele. O número de pessoas que há entre Francisco e Manoel é

a) 12.
b) 13.
c) 14.
d) 15.

e) 16.

Solução sugerida:

Pelos dados da questão, sabemos que na fila há 45 pessoas (Francisco + 8 pessoas na frente dele + 36 pessoas atrás dele). Logo, Francisco é o 9º da fila e Manoel o 23º. Entre a 9ª pessoa e a 23ª há 13 pessoas (10, 11, 12, …, 21, 22). Portanto, o número de pessoas que há entre Francisco e Manoel é 13 (Alternativa: b).

Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação do Descritor 16 da Prova Brasil (Identificar a localização de números inteiros na reta numérica.) no 9º ano do ensino fundamental.

14. (Ano: 2017 Banca: NC-UFPR Órgão: ITAIPU BINACIONAL Prova: Profissional Nível Suporte I - Atividade Administrativa)

Mariano e Esmeralda se casaram muito jovens – na época ele tinha 24 anos e ela era 5 anos mais nova. Mariano faleceu em 1994, um dia após completar 77 anos de idade, e Esmeralda ainda está viva. Qual dos números abaixo mais se aproxima da idade atual de Esmeralda?

a) 86.

b) 89.

c) 92.

d) 95.

e) 98.

Solução sugerida:

Em 1994 Mariano tinha 77 anos e Esmeralda, 5 anos a menos, ou seja, 72 anos. De 1994 a 2017 são 23 anos. Portanto, em 2017 (Ano da elaboração do problema) a idade de Esmeralda era 72 + 23 = 95 anos (Alternativa: d).

Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação de adição e subtração de números naturais, a partir do 6º ano do ensino fundamental.

15. (Ano: 2017 Banca: FGV Órgão: Prefeitura de Salvador – BA Prova: Técnico de Nível Médio II – Operacional)

Joelton é um rapaz que tem 4 irmãs e 4 irmãos. Sua irmã Joelma tem X irmãs e Y irmãos. O produto de X por Y é

a) 9.

b) 12.

c) 15.

d) 16.

e) 20.

Solução sugerida:

Pelos dados do problema, percebemos que Joelma tem 5 irmãos (incluindo Joelson) e 3 irmãs (excluindo Joelma). Portanto, o produto solicitado é 3 × 5 = 15 (Alternativa: c).

Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação raciocínio lógico envolvendo multiplicação de números naturais. Pelo grau de dificuldade na interpretação, é melhor trabalhar esse problema em turma de 9º ano do ensino fundamental.

16. (Ano: 2009 Banca: FGV Órgão: MEC Prova: Analista de Sistemas)

No conjunto dos irmãos de Maria, há exatamente o mesmo número de homens e de mulheres. Míriam é irmã de Maria. Elas têm um irmão chamado Marcos. Esse, por sua vez, tem um único irmão homem: Marcelo. Sabendo-se que Maria e seus irmãos são todos filhos de um mesmo casal, o número total de filhos do casal é:

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 6

Solução sugerida:

O enunciado diz que no conjunto dos irmãos de Maria, há exatamente o mesmo número de homens e de mulheres. Percebemos que Maria não faz parte desse conjunto, que é formado por Miriam, dois irmãos (Marcos e Marcelo) e mais uma irmã (pois o número de homens do conjunto é igual ao de mulheres). Logo, o total de filhos do casal é 5 (Maria e seus 4 irmãos)

(Alternativa: d).

Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação da definição de conjuntos e raciocínio lógico envolvendo adição, a partir do 8º ano do ensino fundamental.

17. (Ano: 2006 Banca: FCC Órgão: TRT - 6ª Região (PE) Prova: Técnico Judiciário - Área Administrativa)

O esquema abaixo representa a subtração de dois números inteiros, na qual alguns algarismos foram substituídos pelas letras X, Y, Z e T.

$$\begin{array}{r} 4\,9\,X\,6 \\ -\,Y\,0\,9\,Z \\ \hline 3\,T\,8\,4 \end{array}$$

Obtido o resultado correto, a soma X + Y + Z + T é igual a

a) 12.

b) 14.

c) 15.

d) 18.

e) 21.

Solução sugerida:

Transformando essa subtração em uma adição, obtemos:

$$\begin{array}{r} 3\,T\,8\,4 \\ +\,Y\,0\,9\,Z \\ \hline 4\,9\,X\,6 \end{array}$$

De 4 + Z = 6, obtemos Z = 2. De 8 + 9 = X (17) escrevemos X = 7 e sobe 1 para somar com T + 0, obtendo assim: 1 + T + 0 = 9. Logo, T = 8.

Finalmente, temos que 3 + Y = 4. Logo Y = 1.

Portanto, a soma de X + Y + Z +T = 7 + 1 + 2 + 8 = 18 (Alternativa: d).

Observações:

Podemos trabalhar esse problema como prova de que o minuendo é a soma da diferença com o subtraendo, a partir do 6º ano do ensino fundamental.

18. (Ano: 2007 Banca: FCC Órgão: TRF - 2ª REGIÃO Prova: Técnico Judiciário - Área Administrativa)

No esquema abaixo tem-se o algoritmo da adição de dois números naturais, em que alguns algarismos foram substituídos pelas letras A, B, C, D e E.

$$\begin{array}{r} A\,1\,4\,B\,6 \\ +\;1\,0\,C\,8\,D \\ \hline 6\,E\,8\,6\,5 \end{array}$$

Determinando-se corretamente o valor dessas letras, então, A + B - C + D - E é igual a

a) 25

b) 19

c) 17

d) 10

e) 7

Solução sugerida:

Do algoritmo da adição, temos 6 + D = 15, ou seja, D = 9 e sobe 1 para somar com B + 8, obtendo assim: 1 + B + 8 = 16. Logo B = 7 e sobe 1 para somar com 4 + C, assim temos 1 + 4 + C = 8, ou seja, C = 3.

Sendo 1 + 0 = E, então E = 1 e de A + 1 = 6, temos A = 5.

Portanto, A + B – C + D – E = 5 + 7 – 3 + 9 – 1 = 17 (Alternativa: c).

Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação do algoritmo da adição de números naturais e expressões numéricas, a partir do 6º ano do ensino fundamental.

19. (Ano: 2006 Banca: FCC Órgão: TRT - 4ª REGIÃO (RS) Prova: Analista Judiciário - Área Administrativa)

Seja N um número inteiro cujo produto por 9 é igual a um número natural em que todos os algarismos são iguais a 1 A soma dos algarismos de N é

a) 27

b) 29

c) 33

d) 37

e) 45

Solução sugerida:

N × 9 = 111...., onde $N = \frac{111\ldots}{9}$.

Sabemos que um número é divisível por 9 quando a soma dos seus algarismos for múltipla de 9. Somando nove parcelas de 1, obtemos o menor múltiplo de 9 diferente de 0. Logo, efetuando a divisão acima obtemos o seguinte algoritmo:

$$111111111 = 12345679 \times 9.$$

Então, N = 12345679.

Portanto, a soma dos algarismos de N = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 9 = 37 (Alternativa: d).

Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação de divisibilidade por 9, algoritmo da divisão e equação do 1º grau. O ideal é aplicar esse problema em turmas de 9º ano como uma aplicação do Descritor 33 (Identificar uma equação ou uma inequação de 1º grau que expressa um problema.).

20. (Ano: 2017 Banca: FGV Órgão: Prefeitura de Salvador – BA Prova: Técnico de Nível Médio II – Operacional)

Newton pegou a doença matematite e precisa tomar um comprimido azul e um comprimido amarelo, diariamente, durante 10 dias. Cada comprimido azul custa R$ 2,00 a mais do que cada comprimido amarelo. Ao todo, Newton vai gastar R$ 260,00 com o tratamento. Cada comprimido amarelo custa

a) R$ 8,00.
b) R$ 9,00.
c) R$ 10,00.
d) R$ 11,00.
e) R$ 12,00.

Solução sugerida:

Como cada comprimido azul custa R$ 2,00 a mais do que cada comprimido amarelo, os 10 comprimidos azuis terão um acréscimo de R$ 20,00 em relação ao custo dos 10 comprimidos amarelos. Considerando que a despesa do tratamento é R$ 260,00 (incluindo o acréscimo de R$ 20,00 dos comprimidos azuis), então subtraindo R$ 20,00 do custo total dos 20 comprimentos (R$ 260,00), obteremos o custo de 20 comprimidos (amarelo mais azul) sem nenhum acréscimo, ou seja, 20 comprimidos custam R$ 240,00. Se 20 comprimidos custam R$ 240,00, 10 comprimidos custam R$ 120,00. Portanto, cada comprimido amarelo custa R$ 12,00 (Alternativa: e).

Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação do Descritor 20 da Prova Brasil (Resolver o problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação)).

21. (Ano: 2010 Banca: FCC Órgão: TRT - 9ª REGIÃO (PR) Prova: Técnico Judiciário - Área Administrativa)

Às 8 horas e 45 minutos de certo dia foi aberta uma torneira, com a finalidade de encher de água um tanque vazio. Sabe-se que:

- o volume interno do tanque é 2,5 m^3;

- a torneira despejou água no tanque a uma vazão constante de 2 L./ min e só foi fechada quando o tanque estava completamente cheio.

Nessas condições, a torneira foi fechada às

a) 5 horas e 35 minutos do dia seguinte.
b) 4 horas e 50 minutos do dia seguinte.
c) 2 horas e 45 minutos do dia seguinte.
d) 21 horas e 35 minutos do mesmo dia.
e) 19 horas e 50 minutos do mesmo dia.

Solução sugerida:

Lembramos que 1 m³ = 1000 litros, então 2,5 m³ = 2500 litros. Utilizando regra de três:

2 litros ----------- 1 minuto
2500 litros ------- x minutos

$2x = 2500$, então $x = 1250$ minutos. Dividindo esse valor por 60, obtemos 20 horas e 50 minutos. Como a torneira foi aberta às 8 horas e 45 minutos e foi fechada depois de 20 horas e 50 minutos, então esse processo encerrou às 29 horas e 35 minutos do dia em que iniciou a ação. Considerando que um dia tem 24 h, 29 horas e 35 minutos = 24 h + 5 h + 35 min = 1 dia, 5 horas e 35 minutos. Portanto, a torneira foi fechada às 5 horas e 35 minutos do dia seguinte (Alternativa: a).

Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação de medidas de volume, medidas de tempo e regra de três. Pode-se trabalhar os descritores D14 (Resolver o problema envolvendo noções de volume.) e D15 (Resolver o problema envolvendo relações entre diferentes unidades de medida.) da Prova Brasil.

22. (Ano: 2013 Banca: FGV Órgão: TJ-AM Prova: Analista Judiciário - Enfermagem)

Certo casal teve um único filho. Quando o filho fez 6 anos o pai disse para sua esposa: "*Hoje, a minha idade é 5 vezes a idade do meu filho*". Anos depois, no dia do aniversário do filho, o pai disse para sua esposa: "*Hoje, a minha idade é o dobro da idade do meu filho*".

O número de anos decorridos da primeira declaração para a segunda foi de

a) 10.
b) 18.
c) 20.
d) 24.
e) 28.

Solução sugerida:

Sabemos que o filho tem 6 anos, e o pai diz que hoje tem 5 vezes a idade do filho, logo o pai tem 30 anos. Após x anos, o pai afirma que agora tem o dobro da idade do filho. Obtemos então a equação: $30 + x = 2.(6 + x)$. Resolvendo essa equação, obtemos $x = 18$. Portanto, o número de anos decorridos da primeira declaração para a segunda foi de 18 anos.

(Alternativa: b).

Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação de problemas do 1º grau.

23. (Ano: 2014 Banca: ASSCONPP Órgão: FHSTE – RS Prova: Contador)

A idade de Pedro é o quíntuplo da idade de seu filho Marcelo. Daqui a 6 anos, a idade de Pedro será o triplo da idade de Marcelo. Pode-se afirmar que?

a) O filho tem 20 anos e o pai tem 50 anos;
b) O filho tem 15 anos e o pai tem 40 anos;
c) O filho tem 10 anos e o pai tem 35 anos;
d) O filho tem 5 anos e o pai tem 25 anos;
e) O filho tem 6 anos e o pai tem 30 anos;

Solução sugerida:

Considere x a idade de Pedro e de y a idade de Marcelo. Pelos dados do problema, obtemos:

$$x = 5y \text{ e } \quad x + 6 = 3(y + 6).$$

Substituindo o valor de x na segunda equação, obtemos:

$$5y + 6 = 3y + 18 .$$

Resolvendo obtemos $y = 6$ anos (idade de Marcelo)

A idade de Pedro é $x = 5 \cdot 6 = 30$ anos. Portanto, o filho tem 6 anos e o pai tem 30 anos (Alternativa: e).

Observações:

Vide sugestão do problema 22.

24. (Ano: 2017 Banca: FCC Órgão: FUNAPE Prova: Analista Jurídico Previdenciário) A massa de 1 litro de leite puro e a massa de 1 litro de água são, respectivamente, iguais a 1,03 kg e 1 kg. Uma jarra com capacidade de 8 litros contém certa quantidade de leite puro. Acrescentando-se x litros de água ao leite que está na jarra, até completar sua capacidade, a massa dos 8 litros da mistura final será de 8,18 kg. Em tais condições, x é igual a

a) 2,0.
b) 2,4.
c) 3,0.
d) 2,6.
e) 2,5.

Solução sugerida:

Se a jarra estivesse cheia de água, sua massa seria de 8 kg. Sabendo que 1 litro de leite tem um excesso de 0,03 kg em relação à água, podemos resolver por regra de três simples:

1 litro de leite .... 0,03 kg
y ....0,18 kg

Resolvendo, obtemos $y = 6$ litros de leite. Portanto, se na jarra há 6 litros de leite, serão necessários 2 litros de água para preencher a capacidade da jarra. (Alternativa: a)

Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação de regra de três simples.

25. (Ano: 2017 Banca: NC-UFPR Órgão: ITAIPU BINACIONAL Prova: Profissional de Nível Superior Jr - Computação ou Informática – Sistemas) A soma de três números diferentes é igual a 18. A soma dos dois menores é igual ao maior. Além disso, adicionando o maior ao menor, obtém-se o dobro do número intermediário. Qual é o maior desses números?

a) 9.
b) 19/2.
c) 10.
d) 35/3.
e) 12.

Solução sugerida:

Seja x o número menor, y o número intermediário e z o número maior. Obtemos a equação:

$$x + y + z = 18\ (i),$$

Como a soma dos dois números menores é igual ao maior, temos que:

$$x + y = z,$$

substituindo $x + y$ em (i), obtemos:

$$z + z = 18.$$

Logo, $z = 9$ (Alternativa: a).

Observações:

Podemos trabalhar esse problema como aplicação de sistemas de equações do 1º grau.

26. (Ano: 2017 Banca: UTFPR Órgão: UTFPR Prova: Pedagogo)

Considere um grupo de 28 pessoas. Assinale a alternativa que apresenta o número de pessoas, no mínimo, que devem ser acrescidas ao grupo para que se tenha pelo menos 7 pessoas, fazendo aniversário no mesmo mês.

a) 1.

b) 10.

c) 23.

d) 45.

e) 56.

Solução sugerida:

Aplicando o princípio da casa dos pombos[9]:

Na pior situação é ter um aniversariante a cada mês, desse modo são necessários:

12 pessoas para ter um aniversariante por mês.

24 pessoas para ter dois aniversariantes por mês.

36 pessoas para ter três aniversariantes por mês.

Continuando com esse raciocínio, são necessárias 72 pessoas (6×12) para ter seis aniversariantes por mês. Logo, a próxima pessoa que entrar, ou seja, a 73ª deverá se juntar a qualquer dos grupos de seis pessoas para que se tenha pelo menos 7 pessoas, fazendo

---

[9] O **princípio do pombal** ou **princípio da casa dos pombos** é a afirmação de que se *n* pombos devem ser postos em *m* casas, e se *n* > *m*, então pelo menos uma casa irá conter mais de um pombo. É também conhecido como **teorema de Dirichlet *ou* princípio das gavetas de Dirichlet**, pois supõe-se que o primeiro relato deste princípio foi feito por Dirichlet em 1834, com o nome de *Schubfachprinzip* ("princípio das gavetas"). Disponível em https://pt.wikipedia.org/wiki/Princ%C3%ADpio_da_casa_dos_pombos> Acesso em 11/07/2018

aniversário no mesmo mês.

Portanto, como já existem 28 pessoas no grupo, são necessários acrescer mais 45 pessoas (Alternativa: d).

Observações:

A base matemática para resolver problemas sobre o princípio da casa dos pombos é multiplicação e divisão com resto. O aluno precisa entender quantas vezes uma quantidade cabe em outra. Portanto, esse tipo de problema pode ser trabalhado no 9º ano como aplicação do descritor D20 (Resolver o problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação).) da Prova Brasil.

27. (Ano: 2016 Banca: FCC Órgão: ELETROBRAS-ELETROSUL Prova: Direito)

Em um salão estão presentes 25 pessoas. O menor número de pessoas que devem entrar no salão para que tenhamos nele, com certeza, pelo menos cinco pessoas que fazem aniversário em um mesmo mês é igual a

a) 24.

b) 34.

c) 23.

d) 13.

e) 14.

Solução sugerida:

Aplicando o princípio da casa dos pombos:

Na pior situação é ter um aniversariante a cada mês, desse modo são necessários:

12 pessoas para ter um aniversariante por mês.

24 pessoas para ter dois aniversariantes por mês.

36 pessoas para ter três aniversariantes por mês.

Continuando com esse raciocínio, são necessárias 48 pessoas (4×12) para ter quatro aniversariantes por mês. Logo, a próxima pessoa que entrar, ou seja, a 49ª deverá se juntar a qualquer dos grupos de quatro pessoas para que se tenha pelo menos 5 pessoas, fazendo aniversário no mesmo mês.

Portanto, como já existem 25 pessoas no grupo, são necessários acrescer mais 24 pessoas (Alternativa: a).

Observações:

Vide observação do problema 26.

28. (Ano: 2013 Banca: FGV Órgão: MPE-MS Prova: Técnico Administrativo)

Um professor de São Paulo foi dar uma palestra para alunos de uma escola de Campo Grande, MS. Em certo momento, o professor diz:

"Eu não conheço nenhum de vocês, mas tenho certeza que existem pelo menos 5 alunos nesta sala que fazem aniversário no mesmo mês".

O número mínimo de alunos que havia na sala era:

a) 16

b) 28

c) 37

d) 49

e) 60

Solução sugerida:

Aplicando o princípio da casa dos pombos:

Na pior situação é ter um aniversariante a cada mês, desse modo são necessários:

12 pessoas para ter um aniversariante por mês.

24 pessoas para ter dois aniversariantes por mês.

36 pessoas para ter três aniversariantes por mês.

Continuando com esse raciocínio, são necessárias 48 pessoas (4×12) para ter quatro aniversariantes por mês. Logo, a próxima pessoa que entrar, ou seja, a 49ª deverá se juntar a qualquer dos grupos de quatro pessoas para que se tenha pelo menos 5 pessoas, fazendo aniversário no mesmo mês.

Portanto, 49 é o número mínimo de alunos da sala para ter a certeza de que 5 deles fazem aniversário no mesmo mês (Alternativa: d).

Observações:

Vide observação do problema 26

29. (Ano: 2013 Banca: FGV Órgão: AL-MA Prova: Consultor Legislativo)

O deputado X afirmou que: "*Durante esta semana que acabamos de encerrar, foram votados aqui no plenário da Assembleia Legislativa vinte e um projetos de lei*". Sabe-se que a afirmação do deputado X é verdadeira e que houve sessão plenária na Assembleia Legislativa nos cinco dias úteis da referida semana.

Assim, é obrigatoriamente verdadeiro que

a) em algum dia da referida semana foram votados pelo menos cinco projetos.

b) no máximo cinco projetos foram votados em um mesmo dia da referida semana.

c) em nenhum dia da referida semana deixou-se de votar pelo menos um projeto.

d) no mínimo quatro projetos foram votados em cada dia da referida semana.

e) em pelo menos dois dias da referida semana as quantidades de projetos votados foram iguais.

Solução sugerida:

Aplicando o princípio da casa dos pombos:

Na pior situação é ter um projeto votado a cada dia, desse modo são necessários:

5 projetos para ter um votado por dia.

10 projetos para ter dois votados por dia.

15 projetos para ter três votados por dia.

20 projetos para ter quatro votados por dia.

Logo, o próximo projeto que entrar, ou seja, o 21º deverá se juntar a qualquer dos grupos de quatro projetos para que se tenha pelo menos 5 projetos, votados no mesmo dia.

Portanto, em algum dia da semana deverá ser votado 5 projetos (Alternativa: d).

Observações:

Vide observação do problema 26.

30. (Ano: 2016 Banca: Fundação La Salle Órgão: FHGV Prova: Técnico em Enfermagem) Em uma caixa escura, estão 3 bolas verdes, 2 bolas brancas, 7 bolas pretas e 3 bolas amarelas, distintas apenas pela cor. É correto afirmar que o número mínimo de bolas que devem retiradas ao acaso desta caixa, a fim de garantir que pelo menos uma das bolas retiradas seja preta, é igual a:

a) 15

b) 13

c) 09

d) 08

e) 07

Solução sugerida:

Trata-se do princípio da casa dos pombos. Somando as bolas que não são pretas, obtemos oito bolas. Na pior das hipóteses, retirando até 8 bolas pode acontecer que nenhuma das bolas retiradas sejam pretas. Para evitar essa situação indesejada, devem ser retiradas, no mínimo, nove bolas para garantir que, pelo menos, uma delas seja preta (Alternativa: c).

Observações:

Precisa de conhecimento básico de subtração (retiradas). Pelo grau de dificuldade do problema, esse tipo de questão pode ser trabalhado no 9º ano como aplicação do descritor D20 da Prova Brasil (Resolver o problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação).).

31. (Ano: 2016 Banca: EXATUS-PR Órgão: CODAR Prova: Recepcionista)

Sabe-se que no ano de 2013, o dia do trabalhador, comemorado em 1 de maio, caiu em uma quarta-feira. Considere que, nesse dia, Carlos tenha ganhado uma viagem para a praia num sorteio realizado pelo sindicato. Por questões de planejamento familiar, ele somente pode realizar essa viagem novecentos dias depois de ter ganhado o prêmio. Com base nessas informações, é correto afirmar que Carlos realizou essa viagem em um dia de:

a) Segunda-feira.

b) Domingo.

c) Sábado.

d) Sexta-feira.

Solução sugerida:

Quando o ano tem 365 dias ele começa e termina no mesmo dia da semana (Se o 1º de janeiro foi sábado, o 31 de dezembro desse mesmo ano também foi sábado). Dividindo 900 (dias) por 7 (dias da semana), o quociente é o número de semanas terminadas na quarta-feira e o resto de dias fornece a resposta do problema.

$$900 = 128 \times 7 + 4$$

Obtemos 128 semanas mais 4 dias. Portanto, temos 4 dias após a quarta-feira, ou seja, domingo (Alternativa: b).

Observações:

Esse tipo de problema pode ser aplicado no 6º ano do ensino fundamental como problemas de aplicação sobre o resto da divisão de um número natural por 7.

32. (Ano: 2017 Banca: UPENET/IAUPE Órgão: UPE Prova: Enfermeiro)

A posse para os aprovados em um concurso ocorreu 130 dias após a última prova que foi realizada em um último domingo do mês de maio.

Assim, a posse ocorreu em uma

a) quinta-feira.
b) segunda-feira.
c) sexta-feira.
d) quarta-feira.
e) terça-feira.

Solução sugerida:

Dividimos o número de dias (130) por 7 e encontramos o número de semanas terminadas em um domingo, o resto dessa divisão fornece a resposta do problema.

$$130 = 18 \times 7 + 4$$

Obtemos 18 semanas e 4 dias. Portanto, a posse ocorreu 4 dias após o domingo, ou seja, na quinta-feira. (Alternativa: a).

Observações:

Vide sugestão do problema 31.

33. (Ano: 2017 Banca: FGV Órgão: Prefeitura de Salvador – BA Prova: Técnico de Nível Superior II - Direito)

A cidade de Salvador foi fundada em 29 de março de 1549, uma sexta-feira. Nesse ano, o dia 1º de janeiro foi

a) uma segunda-feira.
b) uma terça-feira.
c) uma quarta-feira.
d) uma quinta-feira.
e) um sábado.

Solução sugerida:

De 1º de janeiro a 29 de março há 88 dias (31+ 28 + 29), dividindo 88 por 7, obtemos quociente 12 e resto 4. Isso significa que temos 12 semanas completas + 4 dias de outra semana contando de 29 de março para trás. Portanto, o dia procurado foi 12 sextas-feiras mais 4 dias antes do dia 29 de março, ou seja, os 4 dias restantes começam no sábado e terminam na terça-feira (Alternativa: b).

Observações:

Vide sugestão do problema 31.

34. (Ano: 2017 Banca: FGV Órgão: TRT - 12ª Região (SC) Prova: Técnico Judiciário - Área Administrativa)

Alguns consideram que a cidade de Florianópolis foi fundada no dia 23 de março de 1726, que caiu em um sábado. Após 90 dias, no dia 21 de junho, a data assinalou o início do inverno, quando a noite é a mais longa do ano.

Esse dia caiu em uma:

a) segunda-feira;

b) terça-feira;

c) quarta-feira;

d) quinta-feira;

e) sexta-feira.

Solução sugerida:

Dividimos 90 por 7 e encontramos quociente 12 e resto 6. Temos 12 semanas completas terminadas em um sábado e 6 dias da semana seguinte. Portanto, o dia procurado caiu 6 dias após o sábado, ou seja, sexta-feira (Alternativa: e).

Observações:

Vide sugestão do problema 31.

35. (Ano: 2012 Banca: VUNESP Órgão: SP Prova: Analista de Gestão Pleno)

Em um mês, temos 5 quintas-feiras, 5 sextas-feiras e 5 sábados. O dia em que caiu a terceira quarta-feira desse mês indicado foi

a) 18.

b) 19.

c) 20.

d) 21.

e) 24.

Solução sugerida:

Para que para um mês tenha 3 dias consecutivos que se repetem 5 vezes, esse mês deverá ter 31 dias e o dia 1º deve ser o primeiro desses três dias.

D	S	T	Q	Q	S	S
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

Desta forma podemos notar que a terceira quarta-feira do mês caiu no dia 21.

(Alternativa: d)

Observações:

Vide sugestão do problema 31.

36. (Ano: 2016 Banca: IF-CE Órgão: IF-CE Prova: Auxiliar em Administração)

O dia 22 de junho de 2016 correspondeu a uma quarta-feira. Um funcionário do Instituto Federal deseja agendar uma reunião para o dia 5 de setembro de 2016. O dia da semana em que ocorreu a reunião foi

a) terça-feira.

b) segunda-feira.

c) quarta-feira.

d) quinta-feira.

e) sexta-feira.

Solução sugerida:

Junho 30 - 22 = 8 dias, julho 31 dias, agosto 31 dias e 5 dias do mês de setembro totalizam 75 dias. Se dividimos 75 por 7, obtemos quociente 10 e resto 5. Logo, há 10 semanas completas terminadas na quarta-feira e 5 dias da próxima semana. Portanto, a reunião ocorreu 5 dias após a quarta-feira, ou seja, segunda-feira (Alternativa: b).

Sugestões e observações:

Vide sugestão do problema 31.

37. (Ano: 2014 Banca: VUNESP Órgão: PRODEST-ES Prova: Analista de Tecnologia da Informação - Desenvolvimento de Sistemas)

Estela nasceu em uma segunda-feira, dia 16 de setembro de 2002; seu irmão nasceu 2 222 dias depois, em uma

a) segunda-feira.

b) terça-feira.

c) quarta-feira.

d) quinta-feira

e) sexta-feira.

Solução sugerida:

Dividindo 2222 dias por 7, obtemos 317 semanas e 3 dias após a segunda-feira. Portanto, o irmão de Estela nasceu em uma quinta-feira (Alternativa: d).

Observações:

Esse tipo de problema pode ser aplicado no 6º ano do ensino fundamental como problemas de aplicação sobre divisão (não exata) de números naturais.

38. (Ano: 2013 Banca: CESPE Órgão: SESA-ES Prova: Todos os Cargos)

Em uma aldeia, dois grupos em disputa, Krinxen e Amins, designaram um mediador para estabelecer a paz entre eles. Os membros dos dois grupos dizem a verdade no domingo. Na segunda-feira, terça-feira e quarta-feira, quem é Krinxen diz a verdade enquanto quem é Amins mente; e na quinta-feira, sexta-feira e sábado, os Amins dizem a verdade, enquanto os Krinxen mentem. Passados alguns dias de sua designação, o mediador voltou à aldeia, e indagou sobre os avanços nas negociações. Tanto os Krinxen quanto os Amins responderam: “Ontem era dia de o nosso grupo mentir”.

Com base nessas informações, assinale a opção que apresenta o dia da semana em que os dois grupos responderam ao mediador.

a) quinta-feira

b) sábado

c) quarta-feira

d) domingo

e) segunda-feira

Solução sugerida:

Faremos uma tabela contendo os dias em que cada grupo dizem a verdade e os dias em que cada grupo mente:

Tabela 2 – Dias em que os grupos dizem a verdade e dias em que os grupos mentem.

Dia da semana	Verdade	Mentira
Domingo	Amins /Krinxen	
segunda-feira	Krinxen	Amins
terça-feira	Krinxen	Amins
quarta-feira	Krinxen	Amins

quinta-feira	Amins	Krinxen
sexta-feira	Amins	Krinxen
Sábado	Amins	Krinxen

Fonte: O autor (2018)

Considere a frase: “Ontem era dia de o nosso grupo mentir”.

Observando a tabela anterior percebemos que o grupo dos Amins só pode ter dito a frase dizendo a verdade em uma quinta-feira e só pode ter dito a frase mentindo em uma segunda-feira e o grupo dos Krinxen só pode ter dito a frase dizendo a verdade em um domingo e só pode ter dito a frase mentindo em uma quinta-feira. A justificativa para isso está no princípio da identidade (Uma proposição verdadeira é verdadeira e uma proposição falsa é falsa), ou seja, uma pessoa que diz a verdade nunca mente e um mentiroso nunca diz a verdade. Portanto, os dos grupos responderam ao mediador em uma quinta-feira (Alternativa: a).

Observações:

Esse tipo de problema exige conhecimento de um dos princípios do raciocínio lógico: O princípio da identidade. Apesar de não exigir cálculo matemático, o problema demanda um grau de dificuldade para interpretá-lo. Deve-se ter melhor aproveitamento em turmas de 9º ano.

39. (Ano: 2013 Banca: FCC Órgão: AL-PB Prova: Assessor Técnico Legislativo)

Seis pessoas estão sentadas em uma mesa circular. Fábio está sentado imediatamente à direita de Gabriel, que por sua vez está de frente a Henrique. Isabel está imediatamente à direita de João, que está de frente a Fábio. Se Luís está de frente a Isabel, então ele tem imediatamente à sua esquerda:

a) Gabriel.

b) João.

c) Isabel.

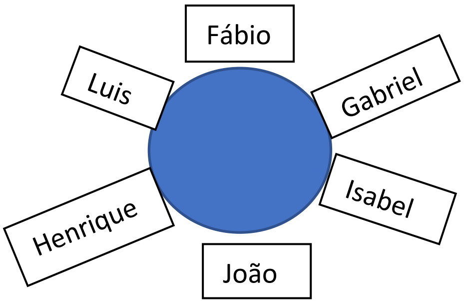
d) Henrique.

e) Fábio.

Solução sugerida:

De acordo com o enunciado temos a seguinte disposição:

Figura 26 - Mesa circular com seis pessoas ao redor



Fonte: O autor (2018)

Portanto, Fábio está à esquerda de Luís (Alternativa: e).

Observações:

Esse tipo de problema pode ser aplicado no 9º ano como aplicação do descritor D1 da Prova Brasil (Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.).

40. (Ano: 2013 Banca: FCC Órgão: TRT - 9ª REGIÃO (PR) Prova: Analista Judiciário - Medicina)

Em um campeonato de futebol, as equipes ganham 5 pontos sempre que vencem um jogo, 2 pontos em caso de empate e 0 ponto nas derrotas. Faltando apenas ser realizada a última rodada do campeonato, as equipes Bota, Fogo e Mengo totalizam, respectivamente, 68, 67 e 66 pontos, enquanto que a quarta colocada possui menos de 60 pontos. Na última rodada, ocorrerão os jogos:

Fogo × Fla e Bota × Mengo

Sobre a situação descrita, considere as afirmações abaixo, feitas por três torcedores

I. Se houver uma equipe vencedora na partida Bota × Mengo, ela será, necessariamente, a campeã.

II. Para que a equipe Fogo seja a campeã, basta que ela vença a sua partida.

III. A equipe Bota é a única que, mesmo empatando, ainda poderá ser a campeã.

Está correto o que se afirma em

a) I e II, apenas.

b) I, apenas.

c) III, apenas.

d) II, apenas.

e) I, II e III.

Solução sugerida:

Sabendo que equipes Bota, Fogo e Mengo totalizam, respectivamente, 68, 67 e 66 pontos, enquanto que a quarta colocada possui menos de 60 pontos, vamos analisar cada assertiva:

I. Se houver uma equipe vencedora na partida Bota × Mengo, ela será, necessariamente, a campeã.

Se o vencedor for bota, então ele será o campeão porque alcançará 73 e nenhum vencedor do outro grupo atingirá essa pontuação. Porém, se o vencedor for mengo, atingirá 71 pontos e não será campeão caso o vencedor do outro grupo for Fogo pois este atingiria 72 pontos e seria o campeão.

Logo, este item está errado.

II. Para que a equipe Fogo seja a campeã, basta que ela vença a sua partida.

Se Fogo vencer sua partida, atingirá 72 pontos e só será campeão se o Bota não vencer sua partida, porque este ficaria com 73 pontos e seria campeão. Portanto, este item está errado.

III. A equipe Bota é a única que, mesmo empatando, ainda poderá ser a campeã.

Se houver empate na partida entre Bota × Mengo, Bota ficará com 70 pontos e Mengo, com 68 pontos. Para que Bota seja campeão nessa hipótese, basta que Fogo não vença o jogo contra o Fla, pois caso vença atingirá 71 pontos e será o campeão. Portanto, o item está correto, pois há possibilidade de Bota ser campeão, mesmo empatando: Se Fogo perder ou empatar com Fla. (Alternativa: C)

Observações:

Esse tipo de problema pode ser aplicado no 9º ano como aplicação dos descritores D19 (Resolver o problema com números naturais envolvendo diferentes significado das operações (adição, subtração, multiplicação divisão e potenciação).) e D20 (Resolver o problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação).) da Prova Brasil.

41. (Ano: 2017 Banca: PUC-PR Órgão: TJ-PR Prova: Analista Judiciário – Psicologia) Marcelo é um pequeno criador de gado da raça Nelore. Seu pequeno rebanho tem 50 cabeças e tem provisões (ração) para 20 dias, à razão de três refeições diárias. Rogério, um amigo de longa data, presenteou-o com mais 10 cabeças. Marcelo descobriu que o próximo carregamento com ração vai atrasar. Então tomou a seguinte providência: diminuiu em 1/3 as refeições diárias do seu rebanho. Por quantos dias durará a provisão?

a) 28 dias.

b) 25 dias.

c) 30 dias.

d) 35 dias.

e) 36 dias.

Solução sugerida:

50 cabeças de gado comem 150 refeições por dia (fazendo três refeições diárias). Em 20 dias comem 3000 refeições (20 × 150). Com o acréscimo de 10 cabeças, o número de refeições diária cai para duas. Logo, o total de refeições diária foi 120 (60 × 2 = 120). Considerando que a quantidade de cada porção não varia, então as 3000 refeições durarão $3000 \div 120 = 25$ dias (Alternativa: b).

Observações:

Percebemos que com o uso adequado das quatro operações é possível resolver o problema. Todavia, é mais apropriado aplicar esse tipo de problemas em série mais avançada do ensino fundamental, onde supõe que o aluno tenha mais maturidade de usar suas habilidades e resolver o problema**.**

42. (Ano: 2017 Banca: FCC Órgão: TRT - 11ª Região (AM e RR) Prova: Técnico Judiciário - Área Administrativa)

Na festa de fim de ano de uma empresa estavam presentes X pessoas. Para agradar os participantes foram encomendados docinhos especiais. A ideia era dar 7 docinhos para cada pessoa presente, mas verificou-se que faltariam 19 docinhos. Se fossem dados 6 docinhos para cada pessoa, sobrariam 98 docinhos. O número de docinhos que haviam sido encomendados para essa festa era igual a

a) 800.

b) 750.

c) 600.

d) 950.

e) 100.

Solução sugerida:

Seja x o número de pessoas e d o número de docinhos, obtemos as equações:

$$7x - 19 = d \text{ e } 6x + 98 = d,$$

Igualando as duas equações obtemos:

$$7x - 19 = 6x + 98.$$

Daí, temos que $x = 117$. O número de docinhos pode ser calculado por: $d = 7 \times 117 - 19$. Portanto, d = 800. (Alternativa: a).

Observações:

Esse problema pode ser aplicado no 7º ano após os exercícios sobre sistemas de equações do 1º grau. Também pode ser utilizado no 9º ano como aplicação do descritor D34 da Prova Brasil (Identificar um sistema de equações do primeiro grau que expressa um problema.).

43. (Ano: 2011 Banca: FCC Órgão: TRT - 24ª REGIÃO (MS) Prova: Analista Judiciário - Área Administrativa)

Todos os 72 funcionários de uma Unidade do Tribunal Regional do Trabalho de Mato Grosso do Sul deverão ser divididos em grupos, a fim de se submeterem a exames médicos de rotina. Sabe-se que:

- o número de funcionários do sexo feminino é igual a 80% do número dos do sexo masculino;
- cada grupo deverá ser composto por pessoas de um mesmo sexo;
- todos os grupos deverão ter o mesmo número de funcionários;
- o total de grupos deve ser o menor possível;
- a equipe médica responsável pelos exames atenderá a um único grupo por dia.

Nessas condições, é correto afirmar que:

a) no total, serão formados 10 grupos.

b) cada grupo formado será composto de 6 funcionários.

c) serão necessários 9 dias para atender a todos os grupos.

d) para atender aos grupos de funcionários do sexo feminino serão usados 5 dias.

e) para atender aos grupos de funcionários do sexo masculino serão usados 6 dias.

Solução sugerida:

Considerando h como o número de homens, o número de mulheres é $0{,}8h$. Logo, montamos a equação:

$$h + 0{,}8h = 72$$

Resolvendo essa equação, encontramos h = 40 homens e o número de mulheres é:

$$0{,}8 \times 40 = 32 \text{ mulheres.}$$

Pelas condições do problema, trata-se de MDC.

O MDC de 40 e 32 é o número máximo de pessoas por grupo, ou seja, 8 pessoas em cada grupo.

40/8 = 5 grupos de homens e 32/8 = 4 grupos de mulheres. Total de 9 grupos. Como será atendido apenas um grupo por dia, logo, serão necessários 9 dias para atender a todos os grupos (Alternativa: c).

Observações:

Embora a questão aborde porcentagem, sua resolução exige conhecimento de MDC (Máximo divisor comum). Pode ser trabalhada no 6º ano após aplicação de problemas sobre MDC.

44. (Ano: 2009 Banca: FCC Órgão: TRT - 15ª Região (SP)Prova: Analista Judiciário - Área Administrativa) um criptograma aritmético é um esquema operatório codificado, em que cada letra corresponde a um único algarismo do sistema decimal de numeração.

Considere que o segredo de um cofre é um número formado pelas letras que compõem a palavra MOON, que pode ser obtido decodificando-se o seguinte criptograma:

$(IN)^2 = MOON$

Sabendo que tal segredo é um número maior que 5 000, então a soma M + O + O + N é igual a

a) 16.
b) 19
c) 25
d) 28
e) 31

Solução sugerida:

Sabemos um número tem o algarismo das unidades igual ao algarismo das unidades do seu quadrado perfeito quando esse número terminar em 1, 5 ou 6.

$$21^2 = 421 \qquad 15^2 = 225 \qquad 16^2 = 256$$

Considerando que MOON é um número maior que 5000, então IN é uma dezena maior do que 70 porque $70^2 = 4900$. Ora, essa dezena (IN) tem algarismo das unidades 1, 5 ou 6. Vamos fazer a verificação:

$71^2 = 5041$, não serve porque em MOON, o algarismo das dezenas é igual ao das centenas

$75^2 = 5625$, não serve porque em MOON, o algarismo das dezenas é igual ao das centenas

$76^2 = 5776$, observe que o algarismo das dezenas é igual ao das centenas. Logo, é o valor de MOON. Portanto, a soma dos algarismos de MOON é:

$$5 + 7 + 7 + 6 = 25.$$

(Alternativa: c).

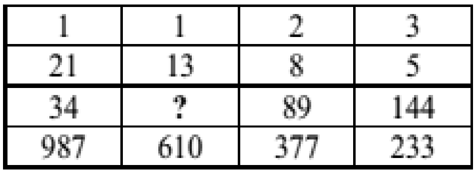
Observações:

O problema demanda conhecimentos sobre ordem e classe dos números, assim como definição de potência. Supõe que alunos do 7º ano já devem atender a esses requisitos.

45. (Ano: 2017 Banca: CPCON Órgão: Prefeitura de Patos – PB Prova: Enfermeiro)

Qual é o número que completa o quadro abaixo?

Tabela 3 – Números em sequência de Fibonacci



1	1	2	3
21	13	8	5
34	?	89	144
987	610	377	233

Fonte: CPCON (2017)

a) 67

b) 49

c) 47

d) 58

e) 55

Solução sugerida:

Observamos que a partir da primeira linha de cima para baixo cada termo subsequente corresponde à soma dos dois anteriores: 1 + 1 = 2, 1 + 2 = 3, 3 + 5 = 8, 5 + 8 = 13, …

trata-se da sequência de Fibonacci. Continuando-a, obtemos:

$$34 + ? = 89.$$

Resolvendo, encontramos ? = 55.

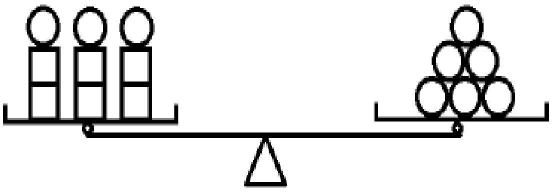
Portanto, o número que completa o quadro é 55. (Alternativa: e).

Observações:

O problema exige conhecimento de adição de números naturais, pode ser usado no 9º ano como aplicação do descritor D19 (Resolver o problema com números naturais envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação).) da Prova Brasil.

46. (Ano: 2015 Banca: IDECAN Órgão: PRODEB Prova: Assistente - Operação)
A balança a seguir encontra-se em equilíbrio. Observe.

Figura 27 - Balança em equilíbrio



Se ○ + □ = 12 então, ○ − □ é igual a:

Fonte: IDECAN (2015)

a) 3.
b) 4.
c) 5.
d) 6.

Soluções sugeridas:

Solução 1:

Vamos transformar a balança em equilíbrio em uma equação:6q + 3b = 6b, onde q é o quadrado e b, a bola.

Simplificando, obtemos: 6q = 3b, dividindo ambos os membros por 3, obtemos: $2q = b$.

Pelo enunciado, $b + q = 12$. substituindo o valor de b nesta equação, obtemos:

$2q + q = 12$, resolvendo obtemos $q = 4$. Substituindo esse valor em $2q = b$, obtemos $b = 8$. Portanto, $b - q$= 8 – 4 = 4. (Alternativa: b).

Solução 2:

Observando os dois pratos da balança em equilíbrio, percebemos que cada bola equivale a dois quadrados (basta retirar 3 bolas em cada prato para constatar isso). Se bola + quadrado = 12, obtemos: 2 quadrados + quadrado = 12. Logo, cada quadrado é igual a 4. Como cada bola equivale a dois quadrados, cada quadrado é igual a 8. Portanto, bola–quadrado = 4 (Alternativa: b).

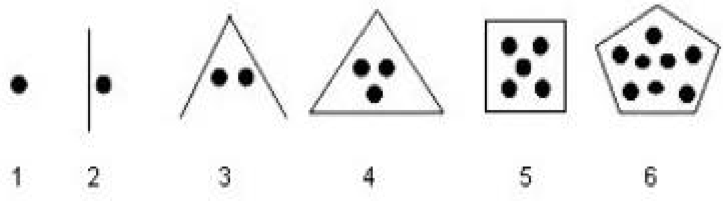
Observações:

Esse tipo de problema pode ser aplicado no 7º ano como aplicação de problemas do 1º grau. Também pode ser utilizado como aplicação do descritor D34 da Prova Brasil (Identificar um sistema de equações do primeiro grau que expressa um problema.).

47. (Ano: 2012 Banca: Quadrix Órgão: CFP Prova: Web Designer)

Observe as seis figuras a seguir.

Figura 28 – Sequência de segmentos e bolinhas



Fonte: Quadrix (2012)

Quantos segmentos e quantas bolinhas, respectivamente, estarão presentes na figura 8?

a) 7 e 21

b) 7 e 12

c) 7 e 15

d) 8 e 21

e) 8 e 12

Solução sugerida:

Há duas sequências a considerar: A sequência 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, …, sequência de Fibonacci, representa o número de bolinhas de cada figura e a sequência 0, 1, 2, 4, 5, 6, … representa o número de segmentos de cada figura. Portanto, na figura 8 há 7 segmentos 21 bolinhas (8 + 13). (Alternativa: a).

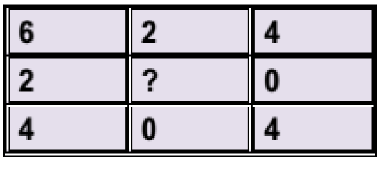
Observações:

Vide sugestão do problema 45.

48. (Ano: 2014 Banca: FUNDEP (Gestão de Concursos) Órgão: IF-SP Prova: Técnico em Assuntos Educacionais)

Na tabela seguinte, fazendo uma operação aritmética, dois dos números de cada linha ou coluna têm, como resultado, o terceiro número.

Tabela 4 - Números seguindo uma operação aritmética



6	2	4
2	?	0
4	0	4

Fonte: FUNDEP (2014)

Qual é o número que falta?

a) 0.

b) 2.

c) 4.

d) 6.

Solução sugerida:

Observamos que a 3ª coluna é a diferença entre a 2ª e a 1ª coluna. Logo, pela operação inversa da subtração temos que: $? = 2 + 0 = 2$. Portanto, o número que falta é 2. (Alternativa: b).

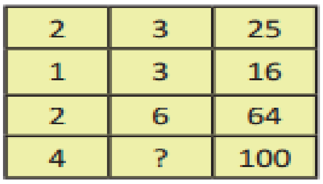
Observações:

É possível aplicar esse tipo de problema em turma de 9º ano como aplicação dos descritores D19 (Resolver o problema com números naturais envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação).) e D20 (Resolver o problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação).) da Prova Brasil.

49. (Ano: 2017 Banca: FUNRIO Órgão: SESAU-RO Prova: Enfermeiro)

No quadro a seguir, o número que aparece na terceira coluna de cada linha foi obtido a partir dos dois primeiros usando-se uma mesma regra:

Tabela 5 - Números seguindo uma regra lógica



2	3	25
1	3	16
2	6	64
4	?	100

Fonte: FUNRIO (2017)

Assim, a interrogação substitui o seguinte número:

a) 6.

b) 7.

c) 8.

d) 9.

e) 10.

Solução sugerida:

Observamos que a 3ª coluna é o quadrado da soma das colunas anteriores:

$(2 + 3)^2 = 25$

$(1 + 3)^2 = 16$

$(2 + 6)^2 = 64$

$(4 + ?)^2 = 100$, obtemos:

4 + ? = 10. Portanto, ? = 6 (Alternativa: a).

Observações:

É possível aplicar esse tipo de problema em turma de 6º ano, após estudarem sobre potência de números naturais.

50. (Ano: 2012 Banca: FCC Órgão: MPE-AP Prova: Técnico Ministerial - Auxiliar Administrativo)

Uma pessoa construiu um dado de seis faces e marcou, em cada face, um número diferente, escolhido dentre os inteiros de 1 a 9. A soma dos números marcados em duas faces opostas quaisquer do dado é sempre um número ímpar maior do que 6 e menor do que 10. Quando o dado é colocado na posição mostrada na figura abaixo, apenas três de suas faces ficam visíveis.

Figura 29 - Dado de 6 faces com números diferentes

Fonte: FCC

A soma dos números marcados nas faces que não estão visíveis na figura é igual a

a) 17

b) 19

c) 11

d) 13

e) 15

Solução sugerida:

Pelo enunciado, a soma de duas faces opostas é um número ímpar maior do que 6 e menor do que 10. Logo, será 7 ou 9. Vamos analisar as faces opostas aos números 2, 3 e 5:

A face oposta à face do número 2 é a que soma 7 ou 9 com o 2. Não pode ser 5 porque já existe face com o 5 e não pode repetir. Portanto, a face oposta ao 2 é a que tem o 7.

A face oposta ao número 5 é a que soma 7 ou 9 com o 5. Logo, é 2 ou 4. Como o 2 já aparece em uma face, então é o 4.

A face oposta ao número 3 soma 7 ou 9 com o 3. Como o 4 aparece na face oposta ao 5, não pode estar na face procurada. Logo, a face oposta ao número 3 é a que tem o 6.

Portanto, a soma dos números marcados nas faces que não estão visíveis é:

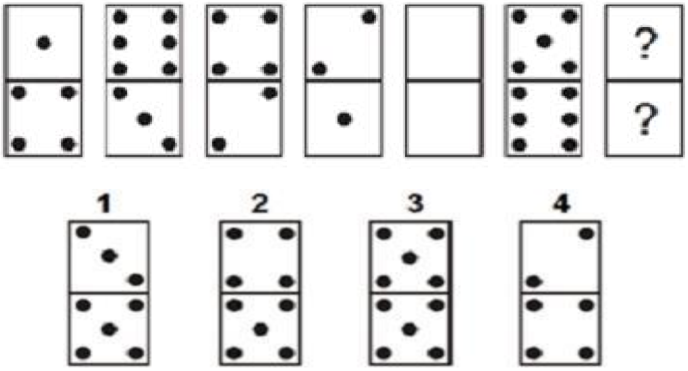
7 + 4 + 6 = 17 (Alternativa: a).

Observações:

Para lidar com esse tipo de questão, o aluno preciso ter habilidade em usar o raciocínio lógico. Acreditamos que alunos de 9º ano possuem mais maturidade de raciocínio para analisar e resolver esse tipo de problema.

51. (Ano: 2014 Banca: SHDIAS Órgão: CEASA-CAMPINAS Prova: Técnico de Mercado II) Para formar a seguinte sequência de pedras de dominó, considere que elas foram dispostas sucessivamente e da esquerda para dominó a direita, seguindo um determinado critério.

Figura 30 - Sequência de pedras de dominó



Fonte: SHDIAS (2014)

Segundo esse critério, a pedra que deve corresponder àquela que tem os pontos de interrogação é:

a) Pedra nº 1.

b) Pedra nº 2.

c) Pedra nº 3.

d) Pedra nº 4

Solução sugerida:

Sabemos que cada parte de um dominó pode ser numerada de 1 a 6. Na sequência de pedras do problema, a parte superior tem todos os números possíveis, menos o 3. Na parte inferior tem todos os números possíveis, menos o 5. Portanto, a pedra procurada é a de nº 1 (Alternativa: a).

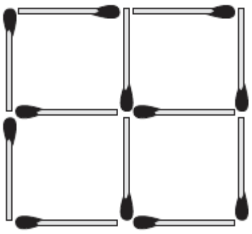
Observações:

O problema não exige operação matemática. Portanto, pode ser trabalhado em qualquer turma do ensino fundamental II com forma de desenvolver o raciocínio lógico.

52. (Ano: 2013 Banca: FCC Órgão: TRT - 5ª Região (BA) Prova: Analista Judiciário - Serviço Social)

Para montar, com palitos de fósforo, o quadriculado 2×2 mostrado na figura a seguir, foram usados, no total, 12 palitos.

Figura 31 - Quadriculado formado por palitos de fósforos



Fonte: FCC (2013)

Para montar um quadriculado 6×6 seguindo o mesmo padrão, deverão ser usados, no total,

a) 64 palitos.

b) 72 palitos.

c) 84 palitos.

d) 96 palitos.

e) 108 palitos.

Solução sugerida:

Observamos que o quadriculado 2×2 da figura tem 3 linhas e 3 colunas, cada linha ou coluna tem dois palitos. O total de palitos é 3×2 + 3×2 = 12 palitos. Seguindo o mesmo padrão, um quadriculado 6×6 tem 7 linhas e 7 colunas, tendo cada linha ou coluna 6 palitos. Portanto, deverão ser usados 7×6 + 7×6 = 42 + 42 = 84 palitos (Alternativa: c).

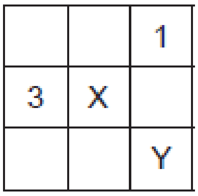
Observações:

Problema que exige conhecimentos de multiplicação e adição de números naturais. Alunos de 9º ano de mais maturidade para resolver tal problema.

53. (Ano: 2016 Banca: CESGRANRIO Órgão: IBGE Prova: Agente de Pesquisas por Telefone)

Em cada um dos quadrados menores que formam o quadrado da Figura a seguir será colocado um dos números 1, 2 ou 3, de modo que não haja números repetidos na mesma linha nem números repetidos na mesma coluna.

Figura 32 - Quadrado contendo 1, X e Y.



		1
3	X	
		Y

Fonte: CESGRANRIO (2016)

A soma dos números representados pelas letras X e Y da Figura vale

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 6

Solução sugerida:

A soma dos elementos de cada linha ou coluna é 6, pois não pode haver números repetidos. Como a restrição não atinge a diagonal, preenchemos os quadrados menores do seguinte modo:

Figura 33 - Quadrado mágico com os números 1, 2 e 3

2	3	1
3	1	2
1	2	3

Fonte: O autor (2018)

Portanto, a soma dos números representados por X + Y vale:

1 + 3 = 4. (Alternativa: c).

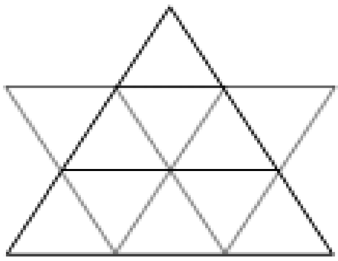
Observações:

Questão envolvendo quadrado mágico, fácil de ser aplicada em turma de 6º ano.

54. (Ano: 2017 Banca: NC-UFPR Órgão: ITAIPU BINACIONAL Prova: Profissional Nível Suporte I - Atividade Administrativa)

Quantos triângulos distintos há na figura ao lado?

Figura 34 - Figura formada por triângulos



Fonte: NC-UFPR (2017)

a)11.

b) 13.

c) 15.

d) 17.

e) 19.

Solução sugerida:

Observando a figura, obtemos:

1 triângulo grande composto por 9 triângulos pequenos.

5 triângulos médios compostos por 4 triângulos pequenos.

11 triângulos pequenos.

Portanto, há 17 triângulos distintos na figura (Alternativa: d).

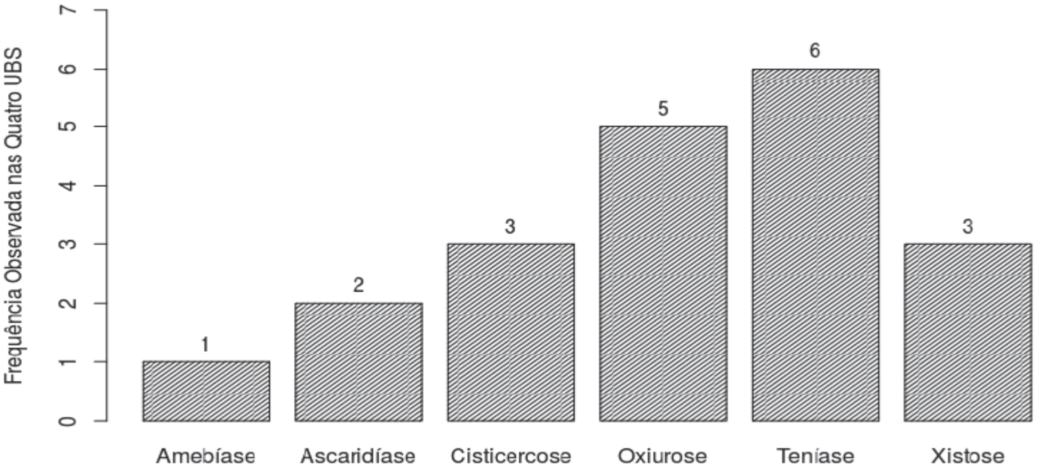
Observações:

Pode ser aplicada como desafio para estimular o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático em qualquer turma do ensino fundamental.

55. (Ano: 2016 Banca: IFB Órgão: IFB Prova: Auxiliar em Administração)

Foi feito um levantamento nas quatro unidades básicas de saúde (UBS) da cidade Cantinho Feliz. Algumas informações foram apresentadas no relatório final em forma de gráficos. Um dos gráficos apresentados foi sobre a ocorrência de algumas doenças.

Gráfico de barras verticais



Fonte: IFB (2016)

Analisando o gráfico, pode-se concluir que o percentual de Xistose foi de:

a) 40%

b) 30%

c) 15%

d) 3%

e) 75%

Solução sugerida:

Observando o gráfico da questão, obtemos 20 ocorrências e 3 delas são Xistose. Logo, podemos encontrar o porcentual de Xistose através de uma regra de três:

20 .....……...100%

3 ………… x

Resolvendo, obtemos x = 15%. (Alternativa: c).

Observações:

Pode ser trabalhada no 9º ano como aplicação do descritor D36 da Prova Brasil (Resolver o problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.).

56. (Ano: 2017 Banca: FGV Órgão: Prefeitura de Salvador – BA Prova: Técnico de Nível Médio II – Operacional) Severino pagou uma conta de luz de R$ 350,00. Ele descobriu depois que, do valor que pagou, 46% são impostos.

Se o imposto fosse de apenas 10% do valor da conta, a conta de Severino seria de

a) R$ 206,00.

b) R$ 208,00.

c) R$ 210,00.

d) R$ 212,00.

e) R$ 215,00.

Solução sugerida:

Seja x o valor o valor da conta paga por Severino.

O valor da conta sem imposto foi $0{,}54 \times 350 = 189{,}00$. Observamos que o acréscimo de 10% é sobre o valor da conta (com imposto incluso) e não sobre 189, valor da conta sem imposto.

Logo, obtemos a equação: $189 + 0{,}1x = x$, resolvendo obtemos $x = 210$. Portanto, o valor procurado é R$ 210,00. (Alternativa: c).

Observações:

Esse tipo de problema exige raciocínio em sua resolução. Por isso, recomenda-se sua aplicação em turmas de 9º ano como aplicação do descritor D28 da Prova Brasil (Resolver o problema que envolva porcentagem.).

57. (Ano: 2016 Banca: FCC Órgão: TRT - 20ª REGIÃO (SE)Prova: Técnico Judiciário - Tecnologia da Informação)

Em um dia de atendimento externo, João atendeu 56 pessoas. No dia seguinte, João atendeu 25% a mais do número de pessoas que havia atendido no dia anterior. No terceiro dia, João novamente aumentou o número de atendimentos em 30% do número de atendimentos do dia anterior. O número de atendimentos realizados por João, nesses três dias, foi igual a:

a) 195

b) 217

c) 161

d) 184

e) 111

Solução sugerida:

João atendeu:

no primeiro dia 56 pessoas.

no 2º dia 1, 25× 56 = 70 pessoas.

no 3º dia 1, 3×70 = 90 pessoas.

Portanto, o número de atendimentos realizados por João, nesses três dias, foi 217 (56 +70 + 91) (Alternativa: b).

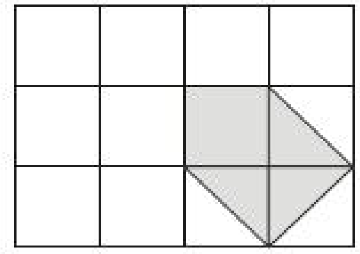
Observações:

Esse tipo de problema exige raciocínio em sua resolução. Por isso, recomenda-se sua aplicação em turmas de 9º ano como aplicação do descritor D28 da Prova Brasil (Resolver problema que envolva porcentagem.).

58. (Ano: 2003 Banca: FCC Órgão: TRE-AC Prova: Técnico Judiciário – Área Administrativa)

A região sombreada da figura representa a área plantada de um canteiro retangular, que foi dividido em quadrados.

Figura 35 - Canteiro retangular dividido em quadrado



Fonte: FCC (2003)

Em relação à área total do canteiro, a região plantada corresponde, aproximadamente, a

a) 18,4%

b) 19,3%

c) 20,8%

d) 23,5%

e) 24,2%

Solução sugerida:

Observamos que a região sombreada abrange 2,5 quadradinhos. Logo, podemos usar uma regra de três para resolver o problema:

12 quadrinhos ………………...100%

2,5 quadradinhos ………............. x.

Resolvendo obtemos:

$$x = \frac{250}{12} = 20{,}8$$

(Alternativa: c).

Observações:

Pode ser trabalhada no 9º ano como aplicação do descritor D28 da Prova Brasil (Resolver problema que envolva porcentagem.).

59. (Ano: 2016 Banca: IF-MS Órgão: IF-MS Prova: Secretário-Executivo)

Para a criação da logomarca de uma empresa, um designer utilizou uma chapa de acrílico no formato de um quadrado com 1,2 metros de lado e recortou de sua superfície, com uma máquina a laser, oito quadrados menores, de igual área, representados pela parte escura como na figura abaixo.

Figura 36 – Quadrado com a logomarca de uma empresa

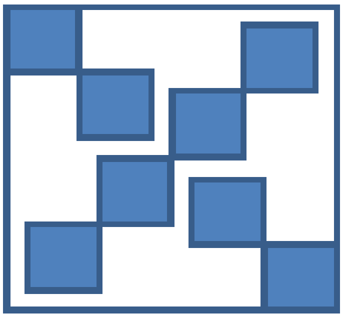


Figura 1: imagem meramente ilustrativa. Fora de escala

Fonte: IF-MS (2016)

Sabendo que a área da parte escura representa 35% da área total da chapa acrílica, a medida aproximada, em centímetros, de cada lado dos quadrados menores retirados é de:

a) 22

b) 23

c) 24

d) 25

e) 26

Solução sugerida.

A área da chapa de acrílico é:

$$(1{,}2m)^2 = 1{,}44m^2$$

$0{,}35 \times 1{,}44m^2 = 0{,}504m^2$é a área de 8 quadradinhos. Logo, 1 quadradinho tem área de $0{,}504m^2 \div 8 = 0{,}063m^2$. Transformando esse valor em cm², obtemos 630 cm². Como a área de um quadrado é o quadrado do lado, o lado de cada quadradinho é aproximadamente 25 cm (Alternativa: d).

Observações:

Este problema pode ser usado em turmas de 9º ano como aplicação do descritor D13 da Prova Brasil (Resolver problemas envolvendo o cálculo de área de figuras planas.).

60. (Ano: 2017 Banca: IBFC Órgão: EBSERH Prova: Advogado) Se Ana já fez 120% de 35% de uma tarefa, então a fração que representa o que ainda resta da tarefa é:

a) 21/50
b) 42/100
c) 29/50
d) 27/50
e) 31/50

Solução sugerida:

Inicialmente, vamos calcular a porcentagem da tarefa que Ana já fez:

$$1{,}2 \times 0{,}35 = 0{,}42 = \frac{42}{100}.$$

Logo, restam $\frac{58}{100}$ da tarefa.

Simplificando fica $\frac{29}{50}$. (Alternativa: c).

Observações:

Questão envolvendo porcentagem e simplificação de razão centesimal (fração). Pode ser aplicada em turmas de 7º ano.

61. (Ano: 2017 Banca: VUNESP Órgão: IPRESB – SP Prova: Agente Previdenciário)

Em uma loja, dois fogões semelhantes, das marcas B e C, tinham preços unitários iguais a P e Q, respectivamente. Sabe-se que houve um aumento de 20% no preço P, obtendo-se um novo preço P_1 que ultrapassou Q em R$ 200,00. Em seguida, houve um desconto de 10% sobre o preço Q, e o novo preço obtido, Q_1, ficou igual a P. Nessas condições, é correto afirmar que o preço P era, em reais, igual a

a) R$ 3.000,00.
b) R$ 2.750,00.
c) R$ 2.500,00.
d) R$ 2.250,00.
e) R$ 2.000,00.

Solução sugerida:

Com o aumento de 20% no preço P, obtemos 120% de P, que chamaremos de P1. De acordo com o enunciado, obtemos:

$$P1 = 1{,}2P = Q + 200\ (i)$$

Com o desconto de 10% em Q, este passou a ser Q1 = 0,9Q. De acordo com o enunciado, obtemos:

$$Q1 = 0{,}9Q = P\ \ (ii)$$

Substituindo em (i), obtemos:

$$1{,}2(0{,}9Q) = Q + 200 \Rightarrow 1{,}08Q = Q + 200 \Rightarrow 0{,}8Q = 200.$$

Logo, $Q = 2500.$)

Para achar o valor de P, basta substituir o valor de Q em (ii)

P = 0, 9×2500 = 2250.

(Alternativa: d).

Observações:

Questão para ser trabalhada como problema envolvendo porcentagem (7º ano). Supõe que os alunos já tenham estudados sobre problemas do 1º grau.

62. (Ano: 2002 Banca: FCC Órgão: TRE-CE Prova: Técnico Judiciário - Área Administrativa)

Certo dia, Jairo comentou com seu colega Luiz: "Hoje eu trabalhei o equivalente a $\frac{4}{9}$ do dia, enquanto você trabalhou apenas o equivalente a $\frac{7}{20}$ do dia." Com base nessa informação, quanto tempo Jairo trabalhou a mais que Luiz?

a) 1 hora e 50 minutos.

b) 2 horas e 16 minutos.

c) 2 horas e 48 minutos.

d) 3 horas e 14 minutos.

e) 3 horas e 36 minutos.

Solução sugerida:

Sabendo que o dia tem 24 horas, Jairo trabalhou $\frac{4}{9} \times 24h = \frac{32}{3}h.$

Efetuando essa divisão, obtemos $10h40min$.

Luiz trabalhou $\frac{7}{20} \times 24h = \frac{42}{5}h$. Efetuando essa divisão, obtemos $8h24min$

Como Jairo trabalhou $10h40min$ e Luiz trabalhou $8h24min$, Jairo trabalhou a mais que Luiz:

$$1040min - 8h24min = 2h16min$$

(Alternativa: b).

Observações:

Esse problema pode ser aplicado em turmas de 7º ano como problemas envolvendo frações e também no 9º ano como aplicação do descritor D26 da Prova Brasil (Resolver o problema com números racionais que envolvam as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação).).

63. (Ano: 2013 Banca: FCC Órgão: TRT - 12ª Região (SC) Prova: Técnico Judiciário - Área Administrativa)

Em relação a uma família em que todos os filhos são de uma mesma união entre pai e mãe, sabe-se que a mãe de Maria é irmã do meu irmão gêmeo. Sendo assim, o avô materno de Maria é meu:

a) filho.

b) pai.

c) tio.

d) irmão.

e) primo.

Solução sugerida:

Considerando que todos são filhos de um mesmo pai e mesma mãe, a irmã de meu irmão é minha irmã também. Como a mãe de Maria é irmã do meu irmão gêmeo, também é minha irmã. Ora, o pai da mãe de Maria é avô materno de Maria. Portanto, o avô materno de Maria é meu pai (Alternativa: b).

Observações:

Como a questão não envolve raciocínio matemático, pode ser aplicada em qualquer turma para desenvolver o raciocínio lógico.

64. (Ano: 2012 Banca: FCC Órgão: MPE-PE Prova: Técnico Ministerial - Eletrônica)

Eu sou homem. O filho de Cláudio é pai do meu filho. Nesse caso, o que sou de Cláudio?

a) Pai.

b) Avô.

c) Filho.

d) Neto.

e) Bisavô.

Solução sugerida:

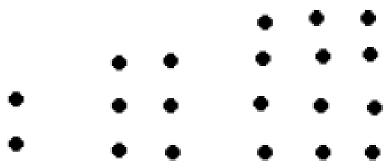
Se o filho de Cláudio é pai do meu filho, Cláudio é avô paterno do meu filho. Ora, o avô paterno do meu filho é meu pai. Portanto, sou filho de Cláudio (Alternativa: c).

Observações:

Vide sugestão do problema 63.

65. (Ano: 2016 Banca: FAU Órgão: Prefeitura de Piraquara – PR Prova: Procurador) Observe a sequência das figuras abaixo. Quantos pontos terá a sexta figura?

Figura 37 – Sequências com pontos



Fonte: FAU (2016)

a) 30.

b) 35.

c) 40.

d) 42.

e) 44.

Solução sugerida:

Observamos que o número de colunas de cada figura é igual número da figura (a primeira figura tem 1 coluna, a segunda figura tem 2 colunas e assim por diante) e o número de linhas de cada figura é uma unidade a mais do que o número da figura (a primeira figura tem 2 linhas, a segunda figura tem 3 linhas e assim por diante). Logo, a sexta figura tem 6 colunas e 7 linhas. Portanto, a sexta figura terá:

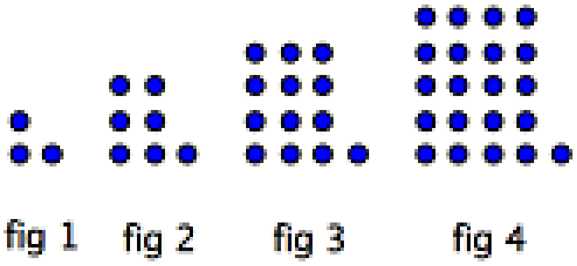
$6 \times 7 = 42$ bolinhas (Alternativa: d).

Observações:

Questão para desenvolver o raciocínio lógico-matemático. Pode ser aplicada em qualquer turma do ensino fundamental II.

66. (Ano: 2017 Banca: FGV Órgão: Prefeitura de Salvador – BA Prova: Técnico de Nível Superior I - Suporte Administrativo Operacional) A figura a seguir mostra grupos de bolinhas cujos números crescem mantendo determinado padrão.

Figura 38 – Sequência de figuras com bolinhas



Fonte: FGV (2017)

Assinale a opção que indica o número de bolinhas da figura 16.

a) 241.

b) 255.

c) 273.

d) 289.

e) 297.

Solução sugerida:

Observamos que a base de cada figura tem uma bolinha a mais do que o número da figura e excluindo as bolinhas da base, o número das linhas e o número de bolinhas das colunas é igual ao número da figura. Logo, a base da figura 16 tem 17 bolinhas. Excluindo a base, temos 16 colunas e 16 linhas. Portanto, o número de bolinhas da figura 16 é:

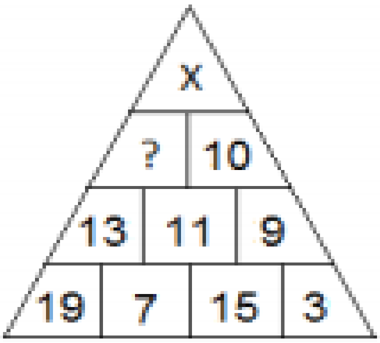
$$17 + (16 \times 16) = 273 \text{ bolinhas (Alternativa: c).}$$

Observações:

Questão para desenvolver o raciocínio lógico-matemático. Pode ser aplicada em turmas mais avançadas do fundamental II.

67. (Ano: 2016 Banca: IDECAN Órgão: UFPB Prova: Auxiliar em Assuntos Educacionais) Observe a lógica usada na figura a seguir.

Figura 39 - Números dispostos em um triângulo seguindo uma certa lógica



Fonte: IDECAN (2016)

O número que substitui o "X" é:

a) 11

b) 12.

c) 14.

d) 15.

Solução sugerida:

Observamos que a soma de cada linha da figura tem algarismos iguais:

$$19 + 7 + 15 + 3 = 44 \text{ e } 13 + 11 + 9 = 33.$$

Seguindo essa lógica, obtemos: ? + 10 = 22.

Logo, ? = 12.

Portanto, x é a próxima soma de algarismos iguais, ou seja, 11. (Alternativa: a).

Observações:

Vide sugestão do problema 65.

68. (Ano: 2017 Banca: INSTITUTO AOCP Órgão: Câmara de Maringá- PR Prova: Assistente Administrativo)

Três amigos resolvem comprar carne, salada e farofa para um churrasco, mas não combinaram de antemão quem compraria o que. Antônio comprou apenas salada e Bruno não comprou carne nem salada. Ao final, duas pessoas compraram farofa, e Daniel trouxe dois ingredientes. Alguém trouxe carne. A partir dessas afirmações, é correto concluir que

a) Bruno não trouxe farofa.

b) Daniel trouxe salada.

c) Antônio e Bruno trouxeram os mesmos ingredientes.

d) Daniel não trouxe salada.

e) duas pessoas trouxeram salada.

Solução sugerida:

Como Bruno não comprou carne nem salada, então comprou farofa. Sabendo que duas pessoas compraram farofa, a outra pessoa que comprou farofa foi Daniel. O outro ingrediente comprado por Daniel foi carne e Antônio comprou apenas salada.

Tabela 6 - Ingredientes que três amigos trouxeram para um churrasco

Nome	Carne	Salada	Farofa
Antônio	Não	Sim	não
Bruno	Não	Não	sim
Daniel	Sim	Não	sim

Fonte: O autor (2018)

(Alternativa: d).

Observações:

Problemas lógico que podem ser trabalhados em qualquer turma do ensino fundamental II, para estimular o raciocínio lógico.

69. (Ano: 2016 Banca: IFB Órgão: IFB Prova: Técnico em Laboratório – Biologia) Camila, Paula e Alice são três amigas que têm profissões diferentes. Uma delas é professora, outra é engenheira e outra é psicóloga. Sabe-se que a Camila não estudou engenharia e nem psicologia e que a Alice não é psicóloga. A professora, a engenheira e a psicóloga são, respectivamente:

a) Paula, Alice e Camila.

b) Alice, Paula e Camila.

c) Paula, Camila e Alice.

d) Camila, Alice e Paula.

e) Camila, Paula e Alice.

Solução sugerida:

Como Camila não estudou engenheira nem psicologia, logo é professora. Sabendo que

Alice não é psicóloga e também não é professora porque esta profissão é da Camila, logo Alice é engenheira. Por exclusão, Paula é psicóloga.

Tabela 7 - Nome e profissão de três amigas

Nome	Professora	Engenheira	Psicóloga
Alice	Não	sim	não
Camila	Sim	não	não
Paula	Não	não	sim

Fonte: O autor (2018)

(Alternativa: d).

Observações:

Vide sugestão do problema 68.

70. (Ano: 2016 Banca: FCC Órgão: TRF - 3ª REGIÃO Prova: Técnico Judiciário – Informática) Amanda, Brenda e Carmen são médica, engenheira e biblioteconomista, não necessariamente nessa ordem. Comparando a altura das três, a biblioteconomista, que é a melhor amiga de Brenda, é a mais baixa. Sabendo-se também que a engenheira é mais baixa do que Carmen, é necessariamente correto afirmar que

a) Brenda é médica.

b) Carmen é mais baixa que a médica.

c) Amanda é biblioteconomista.

d) Carmen é engenheira.

e) Brenda é biblioteconomista.

Solução sugerida:

Como a biblioteconomista é a melhor amiga de Brenda, esta não pode ter essa profissão. Sabendo que a mais baixa é a bibliotecária e a engenheira é mais baixa que Carmen, logo Carmen é médica. Por exclusão, Brenda é engenheira e Amanda é biblioteconomista.

Tabela 8 - Nome e respectiva profissão

Nome	Médica	Engenheira	Biblioteconomia
Amanda			sim
Brenda		Sim	Não pode ser esta
Carmen	Sim	Não pode ser esta	Não pode ser esta

Fonte: O autor (2018)

(Alternativa: c).

Observações:

Vide sugestão do problema 68.