



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**UMA REFLEXÃO SOBRE MATEMÁTICA FINANCEIRA:
aluguel x compra da casa própria.**

Dilson Baptista de Lyra



Instituto de Matemática

Maceió, agosto de 2018.



PROFMAT



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

**UMA REFLEXÃO SOBRE MATEMÁTICA FINANCEIRA:
aluguel x compra da casa própria.**

DILSON BAPTISTA DE LYRA

Maceió
2018

DILSON BAPTISTA DE LYRA

**UMA REFLEXÃO SOBRE MATEMÁTICA FINANCEIRA:
aluguel x compra da casa própria.**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Isnaldo Isaac Barbosa

Maceió
2018

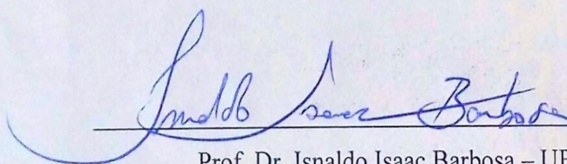
Folha de Aprovação

DILSON BAPTISTA DE LYRA

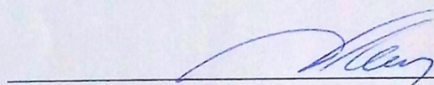
UMA REFLEXÃO SOBRE MATEMÁTICA FINANCEIRA: ALUGUEL X COMPRA
DA CASA PRÓPRIA

Dissertação submetida ao corpo docente
do Programa de Mestrado Profissional
em Matemática em Rede Nacional
(PROFMAT) do Instituto de Matemática
da Universidade Federal de Alagoas e
aprovada em 03 de agosto de 2018.

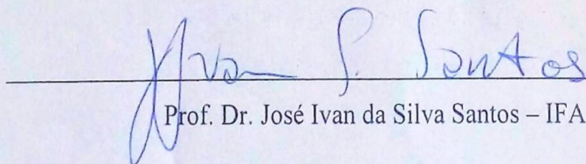
Banca Examinadora:



Prof. Dr. Isnaldo Isaac Barbosa – UFAL (Presidente)



Prof. Dr. André Luiz Flores - UFAL



Prof. Dr. José Ivan da Silva Santos – UFAL

MACEIÓ - 2018

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecário Responsável:

L992u Lyra, Dilson Baptista de.
Uma reflexão sobre matemática financeira: aluguel x compra da casa própria
/ Dilson Baptista de Lyra. – 2018.

90 f.

Orientador: Isnaldo Isaac Barbosa.

Coorientador: André Luiz Flores.

Dissertação (mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Alagoas.
Instituto de Matemática. Maceió, 2018.

Bibliografia: f. 53.

Anexos: 54-61.

Apêndices: 62-90.

1. Matemática financeira - Conceitos. 2. Habitação – Formas de aquisição.
3. Empréstimos e financiamentos. 4. Sistema de amortização de constante (SAC).
5. Sistema Price. I. Título.

CDU: 51-37:332.012.02.

*Dedico este trabalho a Deus,
à família e aos amigos.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço às minhas filhas Laura Maria e Isabella Maria pela existência e por despertarem em mim, como pai, a necessidade de entregá-las um mundo melhor, empregando como ferramenta maior a educação, mais particularmente a educação matemática.

A toda minha família que desde sempre me imergiu em estímulos cognitivos e me deu inúmeras oportunidades de escolha bem como respeito às minhas decisões.

Retribuo a esse grupo acima com uma singela homenagem: seus nomes serão usados como os personagens dos exemplos tratados neste trabalho.

Agradeço também aos meus amigos de trabalho e de universidade, que sempre pavimentaram a longa estrada que percorri neste curso. Destaco Herivelton, amigo de longa data e responsável pela minha inscrição no PROFMAT, e aos companheiros de curso José Ailton, José Carlos “Escobar”, Ezequias Peixoto, Thiago Lessa e Thiago Wagner que juntos comigo formamos o “G6”, um grupo de guerreiros estudantes focados num só objetivo: concluir o PROFMAT.

Aos professores e demais funcionários da UFAL que muito contribuíram com este mestrando, pelo apoio fora e dentro de sala de aula. Como foi bom assistir as aulas do Prof. Flores, com sua “infinita caixa de ferramentas” para a solução de todos os problemas matemáticos.

Por fim, meu muito obrigado ao Professor Isnaldo, contemporâneo de graduação e à época parceiro no futebol, acolheu-me nesse retorno ao Instituto de Matemática, ministrou a disciplina Matemática Discreta, ajudou-me na preparação para o ENQ e aceitou orientar-me neste TCC que ora defendo. Foram inúmeras reuniões, acerca deste trabalho, todas muito produtivas e regadas ao melhor café de toda Cidade Universitária.

“Quanto mais você estudar sobre ganhar, poupar e investir dinheiro, mais sorte você terá na sua vida financeira...”

(Leandro Ávila)

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo conectar a matemática da sala de aula ao cotidiano financeiro de nossa sociedade, em especial na escolha de moradia. Trata-se de uma ferramenta para o professor desmistificar junto aos seus alunos alguns preconceitos presentes no ramo imobiliário, trazendo à luz os conceitos teóricos de matemática financeira. Estudos comparativos confrontarão as principais modalidades de habitação: imóvel adquirido à vista, financiamentos imobiliários e residência alugada. Por fim, o autor apresenta uma proposta alternativa para aquisição da casa própria e propõe uma análise das variáveis matemáticas para nortear a melhor escolha de moradia.

Palavras-chave: conectar, desmistificar, estudos comparativos, melhor escolha.

ABSTRACT

This paper aims to connect the mathematics of the classroom to the financial routine of our society, especially in the choice of housing. It is a tool for the teacher to demystify for his students some preconceptions present in the real estate business, bringing to light the theoretical concepts of financial mathematics. Comparative studies will address the main types of housing: real estate in cash, real estate financing and rented residence. Finally, the author presents an alternative proposal for the acquisition of the home and proposes an analysis of the mathematical variables to guide the best choice of housing.

Keywords: connect, demystify, comparative studies, better choice.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Símbolo de porcentagem ao longo da história	19
Tabela 2 – Modelando juros compostos	25
Tabela 3 – Construção de uma tabela SAC	36
Tabela 4 – Construção de uma tabela SFA (PRICE)	37
Tabela 5 – Construção da tabela SAC.....	38
Tabela 6 – Construção da tabela SFA (PRICE).....	39
Tabela 7 – Principais custos envolvidos na compra de imóveis.....	42
Tabela 8 – Simulação resumida de financiamento (SAC).....	44
Tabela 9 – Simulação resumida de financiamento (SFA).....	45
Tabela 10 – Construção de simulação de aplicação na caderneta de poupança.....	49
Tabela 11 – Construção de simulação de aplicação financeira mediante entrada.....	49

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Comportamento do saldo devedor no SAC.....	38
Gráfico 2 – Comportamento do saldo devedor no SFA.....	39
Gráfico 3 – Comparação entre as amortizações mensais no SAC e SFA.....	40
Gráfico 4 – Projeção do saldo devedor em uma simulação de financiamento pelo SAC.....	44
Gráfico 5 – Projeção do saldo devedor em uma simulação de financiamento pelo SFA	45

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	15
2	BASE TEÓRICA	19
2.1	Porcentagem	19
2.1.1	Diferentes versões do Símbolo de Porcentagem	19
2.1.2	Variação Percentual (j)	21
2.2	Noções de matemática financeira	22
2.2.1	Regime de capitalização simples	23
2.2.1.1	Aplicabilidade dos juros simples	24
2.2.2	Regime de capitalização composta	25
2.2.3	Valor presente (PV) ou capital (C)	28
2.2.4	Taxas equivalentes	29
2.3	Série uniforme de pagamentos	30
2.3.1	Cálculo do valor futuro (FV), dada a prestação (PMT)	32
2.3.2	Cálculo da prestação (PMT), dado o valor futuro (FV)	33
3	EMPRÉSTIMOS E FINANCIAMENTOS	34
3.1	Sistema de Amortização de Constante (SAC)	35
3.2	Sistema Francês de Amortização (SFA) ou Price	36
3.3	Estudos de gráficos	37
4	VALE A PENA COMPRAR UM IMÓVEL OU MORAR DE ALUGUEL?	41
4.1	Custos por modalidade de moradia	41
4.1.1	Despesas optando-se pelo aluguel	41
4.1.2	Despesas e receitas optando pela compra do imóvel à vista	42
4.1.3	Despesas e receitas optando pela compra do imóvel financiado	43
4.2	Aluguel x Compra do imóvel à vista	46
4.3	Aluguel x Prestação do financiamento (amortização + juros)	47
4.4	Compra do imóvel à vista x Compra do imóvel financiado	47
4.5	Uma proposta alternativa: aluguel + compra à vista	48
5.	CONCLUSÃO	51
6.	BIBLIOGRAFIA	53
	ANEXO A	54
	ANEXO B	55

ANEXO C	60
ANEXO D	61
APÊNDICE A	62
APÊNDICE B	69
APÊNDICE C	76
APÊNDICE D	83

1. INTRODUÇÃO

Viver no mundo capitalista o qual vivemos hoje é uma tarefa árdua para nossa população. Neste cenário, há espaço para os detentores do conhecimento matemático, mais particularmente do matemático financeiro e também para os marginalizados deste conhecimento, seja por descaso ou por falta de oportunidade de aprendizado. São estes últimos que pretendo atingir com este trabalho, usando como intermediador o professor de matemática, profissional capacitado e habilitado a incutir nos alunos a necessidade de conhecer e praticar esse conhecimento em matemática financeira, possivelmente transformando nossa sociedade através da educação.

Quanto ao ensino na educação básica, uma das coleções mais consultadas, “Fundamentos da Matemática Elementar”, de Gelson Iezzi e outros, é uma obra consagrada por oferecer ao estudante um completo conteúdo de matemática elementar. Teve sua primeira edição publicada em 1977 mas só veio a ganhar um livro sobre matemática financeira em sua nona edição no ano de 2013. Isso nos faz refletir sobre a pouca importância dada à matemática financeira num passado próximo.

Inspiraram-me a discorrer sobre a matemática financeira grandes autores brasileiros, como o Prof. Augusto César de Oliveira Morgado, que escreveu dentre várias obras “Progressões e Matemática Financeira” e “Matemática do Ensino Médio, A - Vol. 1” e o Administrador Financeiro Leandro Ávila, que vem ao longo dos anos compartilhando seus estudos visando desmistificar a matemática financeira em livros como “Livro Negro – Como investir em imóveis: torne-se um investidor imobiliário”. No outro extremo de conhecimento, motivou-me também, pessoas simples, com pouco ou nenhum estudo, como por exemplo minha avó materna Josefa Lira da Silva, que apesar de analfabeta, calculava suas compras, seus trocos e até mesmo os descontos, em percentual, que conseguia.

Vai além da minha imaginação o que pessoas, como a simples Josefa, poderiam fazer caso fossem detentoras de um bom conhecimento escolar, mas sinto-me na obrigação de tentar mudar esse cenário de desconhecimento por um caminho de luz e de inclusão através da educação matemática.

Acrescentaram-me enormemente nesta composição os apontamentos feitos por Daniel Cordeiro de Moraes Filho em seu livro “Manual de Redação Matemática” onde o zelo com a

escrita matemática ganhou uma justa notoriedade.

Ao longo do trabalho, percorreremos além desta introdução, um desenvolvimento que visa inicialmente resgatar conhecimentos básicos fins facilitar a compreensão da problemática a ser apresentada. O desenvolvimento é dividido em três capítulos, assim dispostos:

Base Teórica: no capítulo inicial, o professor de matemática da educação básica, alvo deste trabalho, terá a oportunidade de rever alguns assuntos básicos como PORCENTAGEM, NOÇÕES DE MATEMÁTICA FINANCEIRA e SÉRIE UNIFORME DE PAGAMENTOS, problematizados em exemplos contextualizados com o tema do trabalho: custo de imóveis.

Em seguida, o trabalho trata da temática EMPRÉSTIMOS E FINANCIAMENTOS, destacando os sistemas de financiamento imobiliários mais praticados no mercado nacional: o Sistemas de Amortização Constante (SAC) e o Sistema Francês de Amortização (SFA), também conhecido como Sistema Price, ambos também aplicados no conhecido *software* Microsoft Excel® através de planilhas disponibilizadas no *blog* contemplado por este trabalho.

Por fim, um capítulo com as principais modalidades de moradia (imóvel alugado, imóvel comprado à vista e imóvel financiado), um estudo comparativo entre estas modalidades e uma proposta alternativa para aquisição do imóvel residencial, cuja planilha Excel® também se encontra no *blog*.

O estudo de matemática financeira é oportuno desde os primeiros contatos do estudante com a matemática, ainda no ensino fundamental, e é estudada com um pouco mais de profundidade nos anos iniciais do ensino médio.

O objetivo aqui é o estímulo por parte do professor no desenvolvimento de noções de matemática financeira no estudante do ensino básico, sem o uso de conhecimentos profundos em economia, mas fundamentais para o bom convívio no atual mundo capitalista e globalizado. Tal objetivo pode ser visto em um recorte no conteúdo dos Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio, o PCNEM, onde temos:

“Não se trata de os alunos possuírem muitas e sofisticadas estratégias, mas sim de desenvolverem a iniciativa e a segurança para adaptá-las a diferentes contextos, usando-as adequadamente no momento oportuno.”

Ainda sobre os PCNEM, a matemática financeira é um assunto que se faz presente nesses parâmetros e tem suas competências trabalhadas com os alunos desde seus contatos iniciais com a matemática e vista com um pouco mais de profundidade, geralmente, nos primeiros anos do ensino médio.

O domínio desta habilidade proporciona ao aluno a possibilidade de estudar a variação do valor do dinheiro em função do tempo, viabilizando ao estudante exercer sua cidadania e criticidade no mundo capitalista em que vivemos. Tal domínio é testado em momentos como o Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes (PISA) e também no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Seu amparo legal encontra-se no Art.35 da Lei 9394/96, conhecida também como Lei de Diretrizes e Bases da educação nacional (LDB), que veremos a seguir:

Art. 35. O ensino médio, etapa final da educação básica, com duração mínima de três anos, terá como finalidades: I - a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos; II - a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores; III - o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico; IV - a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.

- *Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, objetivando a constituição de habilidades e competências que permitam ao educando:*
 - a. *compreender as ciências como construções humanas, entendendo como elas se desenvolvem por acumulação, continuidade ou ruptura de paradigmas, relacionando o desenvolvimento científico com a transformação da sociedade;*
 - b. *entender e aplicar métodos e procedimentos próprios das Ciências Naturais;*
 - c. *identificar variáveis relevantes e selecionar os procedimentos necessários para produção, análise e interpretação de resultados de processos ou experimentos científicos e tecnológicos;*
 - d. *apropriar-se dos conhecimentos da Física, da Química e da Biologia, e aplicar esses conhecimentos para explicar o funcionamento do mundo natural, planejar, executar e avaliar ações de intervenção na realidade natural;*
 - e. *compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculo de probabilidades;*
 - f. *identificar, analisar e aplicar conhecimentos sobre valores de variáveis, representados em gráficos, diagramas ou expressões algébricas, realizando previsão de tendências, extrapolações e interpolações, e interpretações;*
 - g. *analisar qualitativamente dados quantitativos, representados gráfica ou algebricamente, relacionados a contextos sócio-econômicos, científicos ou cotidianos;*
 - h. *identificar, representar e utilizar o conhecimento geométrico para o aperfeiçoamento da leitura, da compreensão e da ação sobre a realidade;*
 - i. *entender a relação entre o desenvolvimento das Ciências Naturais e o desenvolvimento tecnológico, e associar as diferentes tecnologias aos problemas que se propuseram e propõem solucionar;*
 - j. *entender o impacto das tecnologias associadas às Ciências Naturais na sua vida pessoal, nos processos de produção, no desenvolvimento do conhecimento e na vida social;*
 - k. *aplicar as tecnologias associadas às Ciências Naturais na escola, no trabalho e em outros contextos relevantes para sua vida;*
 - l. *compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas, e aplicá-las a situações diversas no contexto das ciências, da tecnologia e das atividades cotidianas.*

Destaco da Lei acima, a preparação básica para a cidadania do educando e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico como justificativas para o estudo e aprendizado da matemática financeira.

Vistos os objetivos do trabalho, sua distribuição em capítulos e seus amparos legais, o autor convida a navegarmos pela problemática das formas de moradia: aluguel, compra à vista ou financiamento imobiliário. Qual delas é a mais indicada?

2 BASE TEÓRICA

Para conseguirmos boa fluidez à problemática maior deste trabalho é oportuno que destinemos um capítulo inicial, o qual será intitulado Base Teórica, com uma breve abordagem sobre alguns assuntos do ensino fundamental e de extrema valia para compreensão de momentos mais profundos ao longo desta obra.

2.1 Porcentagem

Nesta seção, discutiremos sobre porcentagem: um pouco de sua história, algumas de suas aplicações no contexto comercial e o estudo de variação percentual.

Antes de iniciar com este assunto, sugerimos ao professor do ensino médio certificar-se do domínio de sua turma sobre frações equivalentes e regra de três para enfim trabalhar a porcentagem em sala de aula.

A palavra porcentagem ou percentagem tem sua origem no latim *per centum* que significa “por cento” ou “a cada centena” e nada mais é do que uma medida de razão com base 100 (cem) ou ainda uma aplicação de frações equivalentes cujo denominador seja igual a 100 (cem).

2.1.1 Diferentes versões do Símbolo de Porcentagem

A representação de porcentagem é dada pelo símbolo “%”. Historicamente este símbolo foi evoluindo até chegar ao usado atualmente. Note que todos os símbolos apresentados continham a ideia de fração.

P cento	Porcentagem como era expressa em 1425
P % o	Expressão da porcentagem em meados de 1650
% o	Símbolo de porcentagem a partir do século XVIII
%	Símbolo de porcentagem moderno, padronizado em 1925 por D.E. Smith

Tabela 1: símbolo de porcentagem ao longo da história.

Fonte: <http://porcentagem.net/simbolo-de-porcentagem/>. Acessado em 21out17.

Vejamos algumas aplicações de porcentagem através de exemplos:

Exemplo 1:

Dilson cogita financiar um imóvel que custa R\$ 200.000,00, mas para tanto precisa ter 20% do valor do imóvel para dar de entrada. Qual é o valor dessa entrada, em reais?

Solução:

Aplicando o conhecimento de frações equivalentes, temos:

$$\frac{20}{100} = \frac{x}{200.000}$$

Logo $x = 40.000$.

Portanto R\$ 40.000,00 é o valor da entrada e equivale a 20% do imóvel.

Exemplo 2:

Quanto custa o imóvel cujo aluguel é de R\$ 500,00, sabendo que o aluguel representa 0,4% do imóvel?

Solução:

Novamente aplicando o conhecimento de frações equivalentes, temos:

$$\frac{0,4}{100} = \frac{500}{x}$$

Ou seja, $x = 125.000$.

Portanto o imóvel custa R\$ 125.000,00.

Exemplo 3:

Após conseguir um desconto de 30%, Laura Maria conseguiu comprar sua casa por R\$ 210.000,00. Qual era o preço desta casa antes do desconto?

Solução:

Se Laura Maria obteve um desconto de 30%, então ela pagou apenas 70% do valor pedido inicialmente. Usando o conhecimento de frações equivalentes, temos:

$$\frac{70}{100} = \frac{210.000}{x} \therefore x = 300.000$$

Portanto a casa custava inicialmente R\$ 300.000,00.

Dados estes exemplos básicos sobre porcentagem, prosseguimos com o estudo sobre variação percentual, assunto da próxima subseção.

2.1.2 Variação Percentual (j)

Ao nos depararmos com uma mudança de preço em determinado produto, estigamos-nos a pensar matematicamente sobre tal alteração. Daí, surgem a necessidade de conhecimento e de domínio sobre variação percentual.

Variação percentual, representada pela letra j , é a razão entre a variação de valores e o valor inicial. Sendo V_0 o valor inicial de um bem e V_f o valor final do mesmo, a variação percentual é representada pela fórmula:

$$j = \frac{V_f - V_0}{V_0}.$$

Ou, equivalentemente:

$$j = \frac{V_f}{V_0} - 1.$$

Nota: se a variação percentual é positiva, denomina-se de taxa percentual de crescimento. Se negativa, taxa percentual de decréscimo (com $V_0 > 0$ e $V_f > 0$).

Exemplo 4:

Supondo que determinado bem valia R\$ 100.000,00 e, após um ano, passou a valer R\$ 110.000,00. Qual foi a variação percentual? Houve taxa percentual de crescimento ou decréscimo?

Solução:

Como o valor inicial era de R\$ 100.000 e o valor final R\$ 110.000, houve um aumento de R\$ 10 000,00. A variação percentual é assim calculada:

$$j = \frac{10.000}{100.000} = \frac{10}{100} = 10\%.$$

Como a variação foi positiva, trata-se de uma taxa percentual de crescimento.

Exemplo 5:

Isabella Maria investiu R\$ 150.000,00 na aquisição de um terreno. Tempos após, o valor deste mesmo terreno passou a ser R\$ 195.000,00. Qual foi a variação percentual do terreno?

Solução:

Sejam $V_0 = 150.000$ e $V_f = 195.000$. Variação percentual do terreno será:

$$j = \frac{195.000 - 150.000}{150.000} = \frac{45.000}{150.000} \Rightarrow j = \frac{30}{100} = 30\%.$$

Logo a taxa percentual de crescimento obtido por Isabella Maria foi de 30%.

Uma breve crítica sobre porcentagem nos remete a uma série de outras perguntas sobre a variação do capital. Em busca destas respostas, estudaremos na próxima seção noções de matemática financeira.

2.2 Noções de matemática financeira

Ao falar de matemática financeira em sala de aula, o professor tem uma oportunidade ímpar de contextualizar este assunto com o cotidiano de todos os alunos, haja vista o capitalismo no qual nossa sociedade está inserida. Discorreremos sobre alguns itens básicos que servirão de alicerce à problematização maior desta obra.

Suponha que uma pessoa fez um empréstimo financeiro durante certo tempo. A este valor emprestado chamemos de capital (C) ou valor presente (PV , do inglês *Present Value*) e o valor que o emprestador cobra pela operação chama-se de juros (J). À soma acumulada do capital com os juros, dá-se o nome de montante (M) ou valor futuro (FV , do inglês *Future Value*).

$$M = C + J.$$

Temos também a taxa de juros (i , do inglês *interest rate*) que representa o percentual do capital a ser pago numa certa unidade de tempo (dia, mês, ano, etc). Consequente de uma regra de três simples, temos que os juros nessa unidade de tempo podem ser calculados pelo produto entre o capital e a taxa de juros, simbolicamente:

$$J = C \cdot i.$$

Observe que algumas siglas usadas no decorrer deste trabalho têm sua origem na língua inglesa e fazem-se presentes em calculadoras financeiras (ex: HP-12C) e *softwares* editores de planilhas, como o Microsoft Excel[®].

Exemplo 6:

Maria de Fátima efetuou um empréstimo bancário de R\$ 50.000,00 junto a uma instituição financeira com uma taxa de juros de 5% ao ano. Qual o montante a ser pago ao final do primeiro ano?

Solução:

Usando $J = C \cdot i$, com $C = 50.000$, $i = 5\% = \frac{5}{100} = 0,05$;

$$J = 50.000 \cdot 0,05 = 2.500.$$

Como $M = C + J$, temos:

$$M = 50.000 + 2.500 = 52.500.$$

Logo o montante a ser pago terá o valor de R\$ 52.500,00.

Vimos aqui um exemplo em que o capital foi ajustado uma única vez, pois a taxa de juros era anual e foi totalmente pago ao final deste mesmo período. Ocorre que um mesmo capital poderá ser alvo de juros por repetidos períodos, assunto que veremos a seguir.

2.2.1 Regime de capitalização simples

O regime de juros será simples quando o percentual de juros incidirem apenas sobre o capital (C). Sobre os juros gerados a cada período não incidirão novos juros. Nesse regime, os juros mensais (J) são calculados através do produto do capital (C) pela taxa (i) e o acumulado dos juros é pago ao final da aplicação.

$$J = C \cdot i.$$

Exemplo 7:

Um capital de R\$ 10.000,00 é aplicado a juros simples à taxa de 5% ao ano, durante dois anos. Calculemos os juros gerados anualmente e o montante ao final do período.

Solução:

Ao final do primeiro ano, são gerados juros de $10.000 \cdot (0,05) = 500 = j_1$;

Passados dois anos, são gerados juros de $10.000 \cdot (0,05) = 500 = j_2$.

Logo, ao final de dois anos, o montante será a soma do capital com os juros j_1 e j_2 , ou seja, R\$ 11.000,00.

2.2.1.1 Aplicabilidade dos juros simples

Apesar de presente no currículo da educação básica, a aplicação dos juros simples em nosso cotidiano não é corriqueira. Um dos mais conceituados educadores desta área, o Prof. Augusto César de Oliveira Morgado, externou sua visão quanto ao ensino de juros simples com a estória conhecida como “A fábula de Morgado”, que veremos a seguir:

Havia um reino encantado onde tinha um velho rei cheio da grana e um príncipe muito elegante, porém sem um centavo. O príncipe pediu um empréstimo de R\$100,00 ao velho rei e combinaram um juros de 10% ao mês. Passado um mês, o príncipe foi até o rei que disse:

- Muito bem, veio me pagar os R\$110,00 ($R\$100,00 + 10\% = R\$10,00$ de juros) do empréstimo?

E o príncipe disse:

- Não posso lhe pagar os R\$110,00 porque não tenho dinheiro.

Nesse exato momento, quando o velho rei iria ter um ataque, surge uma fada encantada que joga um pouco de pó de pirin pin-pin no velho rei. Dessa forma o velho se vira para o príncipe e diz:

- Não, tudo bem nós prorrogamos o empréstimo por mais um mês com as mesmas condições de juros de 10%. Mas, como estou me sentindo muito bondoso, não vou lhe cobrar os juros de 10% sobre os R\$110,00 que você me deve agora. Vou cobrar os juros somente sobre os R\$100,00 que o senhor me devia no mês passado.

O príncipe acha isso ótimo!

Passa mais um mês, o príncipe vai até o velho, que já está esfregando as mãos e diz:

- O senhor veio me pagar o empréstimo, os R\$120,00 ($R\$110,00 + R\$10,00 = R\$120,00$) que me deve?

O príncipe diz:

- Não, eu vim por que não tenho dinheiro.

Então, quando o velho vai ter um ataque, surge novamente a fada encantada que aplica uma dose de pó de pirin pin-pin no velho.

Aqui a nossa fada trabalha com doses crescentes de pó de pirin pin-pin, ela agora aplica uma dose dupla de pó de pirin pin-pin. Pois, caso contrário, se ela aplicasse uma dose simples de pó de pirin pin-pin no velho, o que supostamente iria acontecer?

O velho iria propor que os juros corressem, não sobre os R\$120,00 devidos pelo príncipe ao rei agora, e sim aos R\$110,00 devidos no mês passado. Mas, como a dose é dupla, o velho propõe que os juros corra sobre os R\$100,00 iniciais.

O príncipe achou ótimo!!

E então, depois de mais um mês, a dívida é agora de R\$130,00, mas como o príncipe havia ganho na loteria, ele pagou o velho rei e todos viveram felizes para sempre e fim.

Fonte: <http://manthanos.blogspot.com.br/2011/02/fabula-de-morgado-o-contexto-ideal-para.html>. Acessado em 21out17.

Em um de seus vídeos gravado durante o Programa de Aperfeiçoamento de Professores de Matemática do Ensino Médio - JAN/2014, o PAPMEM-2014, o Prof. Morgado contou a citada fábula e ainda discorreu a respeito de seu posicionamento:

“O contexto adequando aos juros simples é o conto de fadas. Na vida real isso não existe, se você me deve R\$120,00 por que vou lhe cobrar juros de R\$100,00 se você me deve R\$120,00?”

Aqui chamo a atenção a uma coisa terrível que se faz no ensino de matemática no Brasil. No ensino fundamental geralmente na 6ª série se ensina juros simples. E isso é extremamente nocivo porque primeiro juros simples não servem para nada e segundo além de não servir para nada isso cria no aluno a ilusão de que ele aprendeu a fazer esses cálculos financeiros que nos cercam no mundo real. E dessa forma, o aluno se torna, no futuro uma vítima fácil para espertalhões que praticam a fina arte de afastar os tolos de seu dinheiro.

Se for para ensinar apenas juros simples, é melhor não ensinar! Assim pelo menos, não criamos no aluno a falsa impressão de que ele entende daquilo. É melhor não saber do que saber errado, pois quem não sabe e tem consciência que não sabe, sempre pode procurar um especialista.

Agora, quem pensa que sabe não tem jeito, morre no erro.

Se nós nos perguntarmos se nos problemas da vida real os juros são simples ou compostos?

Afirmo sem sombra de dúvida, os juros são compostos.”

Assim como preconiza Morgado e amparado na LDB, o estudo sobre juros simples foi aqui tratado como alicerce para o estudo dos juros compostos, assunto da sessão a seguir.

2.2.2 Regime de capitalização composta

No regime de capitalização composta, os juros relativos ao primeiro período juntam-se capital inicial, formando um novo montante, aqui chamado de (M_1), que servirá como base para cálculo dos juros no segundo período, que somado estes juros ao M_1 , formam o (M_2), os quais serão somados ao montante do mês anterior para o cálculo dos juros no terceiro período, e assim sucessivamente, até a conclusão do período de capitalização.

Tal regime pode ser modelado como na tabela a seguir:

Montante após o período 1	$M_1 = C + C \cdot i = C(1 + i)$
Montante após o período 2	$M_2 = M_1 + M_1 \cdot i = C(1 + i)(1 + i) = C(1 + i)^2$
Montante após o período 3	$M_3 = M_2 + M_2 \cdot i = C(1 + i)^3$
⋮	⋮
Montante após o período n	$M_n = M_{n-1} + M_{n-1} \cdot i = C(1 + i)^n$

Tabela 2: modelando juros compostos.

Da tabela acima, obtemos a fórmula usual para os juros compostos, omitindo-se o índice n , ou seja:

$$M = C(1 + i)^n.$$

Igualmente apresentada na forma:

$$FV = PV(1 + i)^n.$$

Exemplo 8:

Qual é o montante relativo a um capital de R\$ 10.000,00 aplicado a juros compostos, com taxa de 5% ao mês, durante 3 meses?

Solução:

Seja o capital $C = 10.000,00$, $i = 5\% = 0,05$ e $n = 3$ meses, aplicando-se à fórmula, temos:

$$M_3 = 10.000 (1 + 0,05)^3 = 10.000 (1,05)^3 = 11.576,25.$$

Logo o montante será de R\$ 11.576,25.

Exemplo 9:

João pretende juntar um montante de R\$ 15.000,00. Para isto, dispõe-se a aplicar certo valor e deixá-lo rendendo por 6 meses, a taxa de 1% ao mês. Qual valor João deve aplicar?

Solução:

Seja o montante $M = 15.000,00$, $i = 1\% = 0,01$ e $n = 6$ meses, aplicando-se à fórmula, temos:

$$15.000 = C (1 + 0,01)^6 = C (1,01)^6 = C \cdot 1,06115201.$$

$$C = 14.135,58082.$$

Assim, João precisará aplicar R\$ 14.135,58 para que após 6 meses tenha um montante de R\$ 15.000,00.

Nota₁: nos estudos de matemática financeira, um arredondamento mal feito pode acarretar erros e injustiças os quais podem ser evitados utilizando no desenvolvimento dos cálculos um número adequado de casas decimais. Veja como ficaria o exemplo anterior se ao invés de arredondarmos o valor de C com 8 casas decimais, usássemos 4 ou 10 casas decimais.

Com 4 casas decimais:

$$15.000 = C (1 + 0,01)^6 = C (1,01)^6 = C \cdot 1,0611$$

$$C = \frac{15.000}{1,0611} = 14.136,27363$$

Com 10 casas decimais:

$$15.000 = C (1 + 0,01)^6 = C (1,01)^6 = C \cdot 1,0611520151$$

$$C = \frac{15.000}{1,0611520151} = 14.135,580752$$

Com 4 casas decimais no arredondamento, o valor da aplicação encontrado estaria com um erro de R\$ 0,69. Refazendo o mesmo exemplo, arredondando em 10 casas decimais, o resultado final de R\$ 14.135,58 é o mesmo encontrado com 8 casas, portanto 8 casas decimais é um arredondamento adequado para esta questão.

Nota₂: ainda sobre arredondamento, é praxe nas operações financeiras parceladas que o arredondamento da prestação seja feito para baixo, na casa dos centavos. O resíduo (valor que falta para completar o total) é cobrado na última parcela.

Exemplo 10:

Josefa possui uma aplicação na caderneta de poupança cujo saldo atual é de R\$ 18.000,00. Sabendo que os juros da poupança são em média de 5% ao ano, qual será o saldo desta mesma aplicação após 10 anos?

Solução:

Seja o capital $C = 18.000,00$, $i = 5\% = 0,05$ e $n = 10$ anos, aplicando-se à fórmula, temos:

$$M_3 = 18.000 (1 + 0,05)^{10} = 18.000 (1,05)^{10} = 29.320,10.$$

Portanto, o saldo em 10 anos será de R\$ 29.320,10.

Exemplo 11:

Dona Emerita mora há exatos 20 anos em uma confortável casa cujo valor atual é de R\$ 450.000,00. Calcule a valorização mensal sofrida por este imóvel, sabendo que a casa foi comprada por R\$ 90.000,00.

Solução:

Seja o capital $M = 450.000,00$, $C = 90.000,00$ e $n = 240$ meses, aplicando-se a fórmula usual para juros composto, temos:

$$450.000 = 90.000 (1 + i)^{240},$$

$$5 = (1 + i)^{240},$$

$$1,0067 = 1 + i,$$

$$i = 0,67\%.$$

Conclui-se que a casa de Dona Emerita sofreu uma valorização nominal de 0,67% ao mês.

Nota: no exemplo acima vimos que o bem em questão sofreu uma valorização de 0,67%. A esta valorização dá-se o nome de valorização nominal, pois não é levada em conta a correção monetária. Se calculada a diferença entre a taxa nominal e a correção monetária no mesmo período dar-se-á o título de valorização real, termo amplamente usado no mundo econômico.

Vimos aqui exemplos de como projetar um valor futuro dado seu valor presente. Trataremos a seguir de sua recíproca, calculando o valor presente, sabendo o valor futuro.

2.2.3 Valor presente (*PV*) ou capital (*C*)

Em muitas ocasiões faz-se necessário calcular o valor presente (*PV*) de um bem, sabendo o valor futuro em certo tempo.

Conforme visto anteriormente, o valor futuro (*FV*) ou montante pode ser calculado pela fórmula:

$$FV = PV(1 + i)^n.$$

Isolando-se a variável (*PV*), encontramos facilmente o capital ou valor presente:

$$PV = \frac{FV}{(1 + i)^n}.$$

Exemplo 12:

Dilma fez um empréstimo junto ao banco, com taxa de juros de 4% ao mês. Ela quitará sua dívida com um pagamento único ao final de 2 anos no valor de R\$ 2.000,00. Qual o valor emprestado?

Solução:

Aplicando diretamente a fórmula do valor presente, temos:

$$PV = \frac{2.000}{(1 + 0,04)^{24}} = 780,24$$

Portanto o valor emprestado foi de R\$ 780,24.

Agora, que vimos como calcular o valor futuro dado o valor presente e vice-versa, estamos seguros para transitar com a capitalização ao longo do tempo e de maneira oportuna para enfrentar problemas conforme sua demanda.

Temos também condições de transformar as taxas e o período de capitalização sem que mudemos os valores iniciais e finais. Veremos este assunto na seção que segue.

2.2.4 Taxas equivalentes

Taxas são classificadas como equivalentes quando dois capitais de mesmo valor, aplicados num mesmo intervalo de tempo e capitalizados em períodos diferentes, produzem montantes iguais.

Cotidianamente nos deparamos, por exemplo, com taxas expressas ao mês e ao ano. Para converter uma taxa expressa ao mês à sua taxa equivalente ao ano, precisamos apenas igualar os montantes. Vejamos como funciona através do exemplo a seguir:

Exemplo 13:

Se um financiamento imobiliário é contratado à taxa de juros de 12% ao ano, qual a taxa mensal de juros equivalente?

Solução:

Seja X o valor financiado, o montante capitalizado anualmente, ao final de um ano será:

$$M = X \cdot (1,12)^1.$$

Este mesmo valor X , agora capitalizado mensalmente, em um ano terá o mesmo montante M , agora escrito como:

$$M = X \cdot (1 + i)^{12}.$$

Igualando às equações, achamos o valor i para taxa mensal:

$$X \cdot (1,12)^1 = X \cdot (1 + i)^{12}.$$

$$i = (1,12)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,949\%.$$

Portanto a taxa de juros de 0,949% ao mês é a taxa equivalente à taxa de 12% ao ano.

Com o exemplo acima, vimos como é possível transformar uma taxa de capitalização anual em uma taxa capitalização mensal sem que haja mudanças nos valores inicial e final.

Eis que trago à reflexão mais uma prática cotidiana no comércio atual: o pagamento em iguais prestações. Esta modalidade de pagamento é matematicamente conhecida como série uniforme de pagamentos e será tratada na próxima seção.

2.3 Série uniforme de pagamentos

É comum na aquisição de bens realizarmos o pagamento em prestações fixas, igualmente espaçadas e por determinado período. Essa operação é chamada de série uniforme de pagamentos.

As séries uniformes de pagamentos diferenciam-se de acordo com a data do pagamento inicial que pode ocorrer no ato da compra (T_0) ou após o primeiro período (T_1). A primeira delas classifica-se como série uniforme de pagamento antecipada, já quando o pagamento inicial é realizado no (T_1), chama-se de série uniforme de pagamento postecipada.

Para calcularmos o valor de um bem à vista, precisamos inicialmente saber trazer todos os vencimentos das prestações para o tempo zero (T_0), ou seja, ao valor presente, que pode ser visto como a operação inversa da capitalização composta. Veremos a seguir um exemplo de cálculo do valor presente onde pode associar-se ao valor à vista de um bem:

Exemplo 14:

Cezar comprou um *smartphone* para o seu filho Heitor. Como não dispunha do capital para comprar à vista, efetuou a compra em duas prestações iguais no valor de R\$ 500,00 para pagar em 30 e 60 dias, com juros de 5% ao mês. Calcule o preço do *smartphone* à vista.

Solução:

Neste caso o valor presente seria o equivalente ao pagamento à vista. Sendo a primeira prestação (P_1), temos que a série de pagamentos é postecipada e o seu valor presente é calculado através da fórmula:

$$M = C(1 + i)^n.$$

Onde P_1 equivale ao montante (M), o valor presente é o capital (C_1), assim:

$$500 = C_1(1,05)^1,$$

$$C_1 = 476,19.$$

Analogamente, calcula-se a segunda prestação (P_2) agora com $n = 2$:

$$500 = C_2(1,05)^2,$$

$$C_2 = 453,51.$$

O valor presente do citado bem é a soma dos valores presente das prestações, ou seja:

$$C_1 + C_2 = 476,19 + 453,51 = 907,02.$$

Portanto o *smartphone* custaria à vista R\$ 907,02.

Vimos pelo exemplo acima que o valor presente (PV) de uma série uniforme de pagamentos é o somatório de todas as prestações (PMT) trazidas para o “tempo zero” e pode ser generalizado da seguinte maneira:

$$PV = \frac{PMT}{(1+i)^1} + \frac{PMT}{(1+i)^2} + \dots + \frac{PMT}{(1+i)^n} \quad \therefore$$

$$PV = PMT \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right].$$

Note que na segunda expressão, o somatório assemelha-se à soma de uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{1+i}$, cuja fórmula é dada por $\Sigma_{PG} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(1+i)^k} = \frac{a_1 \cdot (1-q^n)}{1-q}$, e que desenvolvendo, chega-se a:

$$PV = PMT \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right].$$

Para o valor da prestação (PMT), basta reorganizar a fórmula anterior:

$$PMT = PV \left[\frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \right].$$

Exemplo 15:

Jorge realizou uma obra de benfeitoria em seu apartamento e para tal, financiou todo o custo desta reforma em 12 prestações mensais iguais no valor de R\$ 1.000,00. Sabendo que a taxa de juros da operação foi de 2,5% ao mês, calcule o valor total financiado.

Solução:

Sejam o número de prestações $n = 12$ meses; a taxa $i = 2,5\%$ e o valor da prestação $PMT = 1.000,00$, resolvemos algebricamente com a fórmula para PV .

$$PV = 1.000 \left[\frac{(1,025)^{12} - 1}{(1,025)^{12} \cdot 0,025} \right] = 10.264,88.$$

Logo o valor financiado foi R\$ 10.264,88.

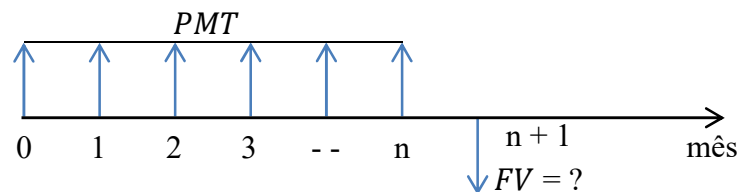
Assim como conseguimos calcular o valor presente de uma série uniforme de pagamentos, somos também hábeis a calcular o valor futuro provenientes de uma série uniforme de pagamentos.

2.3.1 Cálculo do valor futuro (FV), dada a prestação (PMT)

Quando temos em mãos o valor da prestação (PMT), a taxa aplicada (i) e o prazo (n), podemos calcular o valor futuro em uma série uniforme de pagamento antecipado através da fórmula a seguir:

$$FV = PMT \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right] \cdot (1 + i).$$

Observe que a fórmula acima advém da fórmula do valor da prestação (PMT), visto no exemplo 14, sendo que há uma prestação inicial paga no “tempo zero”. Para que esta prestação inicial seja contemplada, devemos capitalizar o valor obtido por mais um mês, ou seja, multiplicar por $(1 + i)$, conforme diagrama a seguir:



Exemplo 16:

Robson pretende juntar nos próximos 3 anos a importância de R\$ 30.000,00 para dar de entrada num financiamento imobiliário. Para tanto, ele começou a depositar mensalmente a quantia de R\$ 800,00 na poupança, cujo rendimento é de 0,5% ao mês. Robson atingirá seu objetivo e acumulará o valor pretendido?

Solução:

Dados $PMT = 800,00$ (reais), $n = 36$ (meses), $i = 0,5\%$ ao mês e aplicando à fórmula de cálculo do valor futuro, temos:

$$FV = 800 \left[\frac{(1,005)^{36} - 1}{0,005} \right] \cdot (1,005),$$

$$FV = 31.626,29.$$

Assim, Robson conseguirá acumular o valor pretendido e ainda terá de sobra um valor de aproximadamente R\$ 1.626,29.

Vimos, através deste exemplo, como calcular o valor futuro, sabendo o valor da prestação. Veremos agora a recíproca, onde seremos capazes de calcular o valor da prestação, dado o valor futuro.

2.3.2 Cálculo da prestação (PMT), dado o valor futuro (FV)

Para calcular a prestação de uma série uniforme de pagamento antecipado, dado o valor futuro, basta isolarmos o valor da prestação na fórmula anterior de cálculo de valor futuro, ou seja:

$$PMT = \frac{FV \cdot i}{[(1 + i)^n - 1] \cdot (1 + i)}$$

Exemplo 17:

Considerando o exemplo anterior (exemplo 14) e levando-se em conta as mesmas condições de tempo e taxas. Qual deve ser o valor aplicado mensalmente para que Robson consiga acumular exatamente os R\$ 30.000,00 pretendidos?

Solução:

Substituindo os dados do problema na fórmula de cálculo da prestação, temos:

$$PMT = \frac{30.000 \cdot 0,005}{[(1 + 0,005)^{36} - 1] \cdot (1 + 0,005)} = 758,864.$$

Assim, Robson precisa aplicar mensalmente R\$ 758,86 para que ao final de 3 anos tenha R\$ 30 000,00.

Com este último exemplo, concluímos nossa abordagem sobre porcentagem, noções de matemática financeira e série uniforme de pagamentos, que serão sustentáculos para enfim estudarmos o assunto clímax deste trabalho: refletirmos matematicamente das vantagens e desvantagens de uma moradia própria, financiada ou alugada.

3 EMPRÉSTIMOS E FINANCIAMENTOS

Não é raro vermos ou ouvirmos propagandas sobre empréstimos e financiamentos que tenta nos passar um conceito de realização de sonho ou solução para os problemas, aproveitando-se muitas das vezes da insipiência em matemática financeira. Abordaremos a problemática imobiliária buscando provocar uma inquirição, uma reflexão, antes que seja tomada uma atitude precipitada ou, até mesmo, às cegas.

Convém inicialmente diferenciarmos estas duas operações financeiras que intitulam este capítulo, ambas são corriqueiras em nossa sociedade e possuem finalidades distintas. Vamos ao significado de cada uma delas:

- Empréstimo: recurso financeiro que não demanda justificativa de finalidade. Como exemplos têm o cheque especial e o empréstimo pessoal;
- Financiamento: recurso financeiro adquirido para determinado fim. Exemplos: financiamento para compra de imóvel, crediário.

Dadas às restrições impostas, é comum encontrarmos taxas de juros mais atraentes nas linhas de financiamento. Por outro lado, a facilidade de contratação é maior no empréstimo.

Neste contexto comercial, surgem específicas nomenclaturas, das quais destacamos:

- Saldo devedor: é o valor total da dívida, pode ser interpretado como o total a ser pago para quitação imediata da dívida e também o valor base para o cálculo dos juros;
- Amortização: é o valor abatido do saldo devedor. Quando pagamos a prestação de um financiamento, estamos pagando os juros relativos ao período e diminuindo o saldo devedor;
- Prestação: como dito acima, prestação é a soma da amortização e dos juros pagos regularmente.

Estudando mais especificamente o financiamento para a aquisição de um imóvel, dois sistemas de financiamento são geralmente ofertados: o SAC e o SFA, também conhecido como PRICE. Abordaremos estes, caso a caso.

3.1 Sistema de Amortização de Constante (SAC)

Neste sistema, as amortizações serão constantes, acarretando um contínuo decréscimo do saldo devedor e uma conseqüente queda nos valores pagos por juros e prestações.

Para montarmos a tabela de um financiamento pelo SAC precisamos calcular o valor fixo da amortização para em seguida calcularmos os juros e a prestação sobre cada período, conforme exemplo a seguir:

Exemplo 18:

Maria José comprou um terreno e para isso financiou um valor de R\$ 9.000,00 pelo SAC, em 6 meses, a taxa de 1% ao mês. Quais serão os valores das prestações neste financiamento?

Solução:

Para calcularmos as prestações pedidas na questão precisamos inicialmente saber o valor da amortização mensal que é calculada dividindo-se o saldo devedor pelo tempo (em meses) do financiamento:

$$\text{Amortização} = \frac{9.000}{6} = 1.500.$$

Como o próprio nome sugere, neste financiamento pelo SAC, a amortização será de R\$ 1.500,00 em todo período.

Em seguida, calculemos os juros relativos ao primeiro mês. Como o saldo devedor é de R\$ 9.000,00 e a taxa de 1% ao mês, no primeiro mês os juros serão de R\$ 90,00.

O valor da primeira prestação será R\$ 1.590,00, que é a soma dos juros e da amortização.

	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor
0				9.000,00
1	1.590,00	90,00	1 500,00	7.500,00

O valor da amortização segue constante nos meses subsequentes, mas os juros serão calculados sobre um saldo devedor que já fora amortizado. Vejamos no segundo mês:

Como o saldo devedor passou a ser de R\$ 7.500,00, os juros de 1% sobre este valor representa R\$ 75,00 e a prestação será de R\$ 1.575,00.

	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor
0				9.000,00
1	1.590,00	90,00	1.500,00	7.500,00
2	1.575,00	75,00	1.500,00	6.000,00

Analogamente, constrói-se a tabela do financiamento e chega-se ao valor solicitado das seis prestações:

	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor
0				9.000,00
1	1.590,00	90,00	1.500,00	7.500,00
2	1.575,00	75,00	1.500,00	6.000,00
3	1.560,00	60,00	1.500,00	4.500,00
4	1.545,00	45,00	1.500,00	3.000,00
5	1.530,00	30,00	1.500,00	1.500,00
6	1.515,00	15,00	1.500,00	0,00

Tabela 3: construção de uma tabela SAC.

Observe na tabela anterior que o sistema adotado no financiamento foi o SAC pois o valor da amortização manteve-se constante.

Utilizando o *software* Microsoft Excel® podemos construir a mesma tabela, utilizando como entradas o valor financiado, o número de prestações, e a taxa de juros cobrados. O blog deste trabalho <http://dilsonlyra.blogspot.com/> disponibiliza um arquivo modelo de planilha de financiamento pelo SAC.

Há um detalhe a destacar neste sistema (SAC) que é largamente explorado no *marketing* comercial: as prestações diminuem com o tempo.

Além do SAC, um outro sistema de amortização também é comumente ofertado, veremos este no capítulo que segue.

3.2 Sistema Francês de Amortização (SFA) ou Price

Ao estudarmos o SAC, vimos que este se caracteriza pela amortização constante. O outro produto de financiamento que o mercado imobiliário costuma oferecer é o SISTEMA FRANCÊS DE AMORTIZAÇÃO (SFA), também conhecido como SISTEMA PRICE, cujo nome faz referência ao filósofo francês Richard Price e caracteriza-se pela constância no valor da prestação.

Ressaltando que o valor da prestação é constante durante todo o período, o sistema Price caracteriza-se como uma série uniforme de pagamentos, assunto abordado no capítulo 4 deste trabalho, cuja fórmula da prestação (*PMT*) é dada por:

$$PMT = PV \left[\frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \right].$$

Vejamos a seguir um caso similar ao do exemplo 16 agora optando por um financiamento pelo Sistema PRICE ou Sistema Francês de Amortização:

Exemplo 19:

Maria José comprou um terreno e para isso financiou um valor de R\$ 9.000,00 pelo SFA, em 6 meses, a taxa de 1% ao mês. Quais serão os valores das prestações neste financiamento?

Solução:

Para montarmos a tabela Price, precisamos calcular o valor da prestação a ser paga. Sendo $PV = 9.000,00$, $i = 0,01$ e $n = 6$, temos:

$$PMT = 9.000 \left[\frac{(1,01)^6 \cdot 0,01}{(1,01)^6 - 1} \right] = 1.552,93531470.$$

Tendo o valor da prestação, que é sabidamente constante e igual a R\$ 1.552,93, os juros serão calculados sobre o saldo devedor do mês anterior e a amortização será a diferença entre a prestação e os juros, constrói-se a tabela Price deste financiamento:

	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor
0				9.000,00
1	1.552,93	90,00	1.462,93	7.537,07
2	1.552,93	75,37	1.477,56	6.059,51
3	1.552,93	60,60	1.492,33	4.567,18
4	1.552,93	45,67	1.507,26	3.059,92
5	1.552,93	30,60	1.522,33	1.537,59
6	1.552,98	15,38	1.537,58	0,00

Tabela 4: construção da tabela SFA (PRICE).

A diferença de R\$ 0,05 na última prestação deve-se ao arredondamento.

Assim como no estudo de SAC, no blog deste trabalho há disponível o arquivo “Tabela Price.xlsx”, um modelo de planilha do Excel® pelas regras do Sistema Price (SFA).

3.3 Estudos de gráficos

Saber construir e analisar gráficos é uma das etapas básicas do letramento matemático, segundo o relatório do PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes). De posse dessa informação, faremos uma breve exemplificação do uso de gráficos no presente assunto.

Vimos ao estudar os sistemas SAC e SFA que o saldo devedor varia em função do tempo. Com isso, torna-se oportuno que o saldo devedor de um financiamento seja também apresentado em forma de gráficos em função do tempo.

Revisitando o exemplo 18, da seção 3.1, página 34, veja como ficaria o comportamento do saldo devedor através do tempo:

Exemplo 18 (revisitado):

Maria José comprou um terreno e para isso financiou um valor de R\$ 9.000,00 pelo SAC, em 6 meses, a taxa de 1% ao mês. Quais serão os valores das prestações neste financiamento?

A solução deste exemplo foi apresentada pela tabela:

	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor
0				9.000,00
1	1.590,00	90,00	1.500,00	7.500,00
2	1.575,00	75,00	1.500,00	6.000,00
3	1.560,00	60,00	1.500,00	4.500,00
4	1.545,00	45,00	1.500,00	3.000,00
5	1.530,00	30,00	1.500,00	1.500,00
6	1.515,00	15,00	1.500,00	0,00

Tabela 5: construção da tabela SAC.

Construindo o gráfico do saldo devedor em função do tempo, temos:

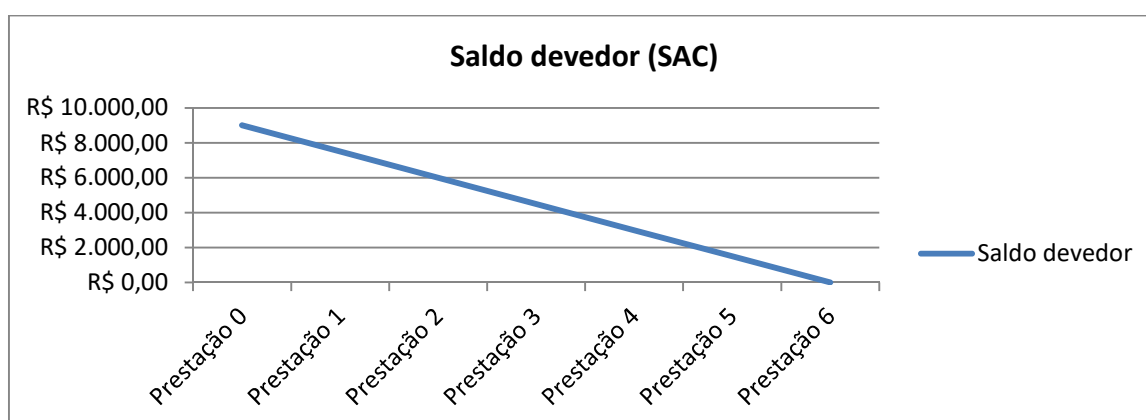


Gráfico 1 – Comportamento do saldo devedor no SAC.

Do gráfico anterior temos que o saldo devedor inicial era de R\$ 9.000,00, decresceu linearmente ao longo dos 6 meses de amortização e chegou a zero ao final do semestre.

Analogamente, revisitaremos o exemplo 19 para expor graficamente a queda no saldo devedor ao longo do tempo.

Exemplo 19 (revisitado):

Maria José comprou um terreno e para isso financiou um valor de R\$ 9.000,00 pelo SFA, em 6 meses, a taxa de 1% ao mês. Quais serão os valores das prestações neste financiamento?

A solução deste problema foi apresentada pela tabela abaixo:

	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor
0				9.000,00
1	1.552,93	90,00	1.462,93	7.537,07
2	1.552,93	75,37	1.477,56	6.059,51
3	1.552,93	60,60	1.492,33	4.567,18
4	1.552,93	45,67	1.507,26	3.059,92
5	1.552,93	30,60	1.522,33	1.537,59
6	1.552,98	15,38	1.537,58	0,00

Tabela 6: construção da tabela SFA (PRICE).

Expondo o saldo devedor através de um gráfico, temos:

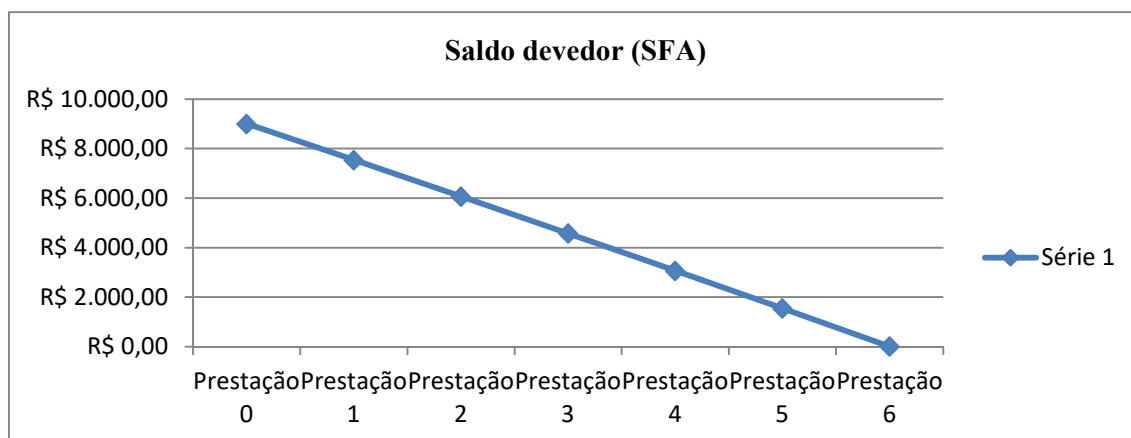


Gráfico 2 – Comportamento do saldo devedor no SFA.

Analisando o gráfico da amortização do saldo devedor pelo SFA, vemos que o decréscimo ocorre mais lentamente no começo e mais rapidamente na parte final. Essa análise fica mais clara quando expomos num mesmo gráfico o valor mensal amortizado no SAC e no SFA. Note que inicialmente amortização é maior no SAC, mas isso é compensado nos meses finais. Veja a comparação no gráfico que ora segue:

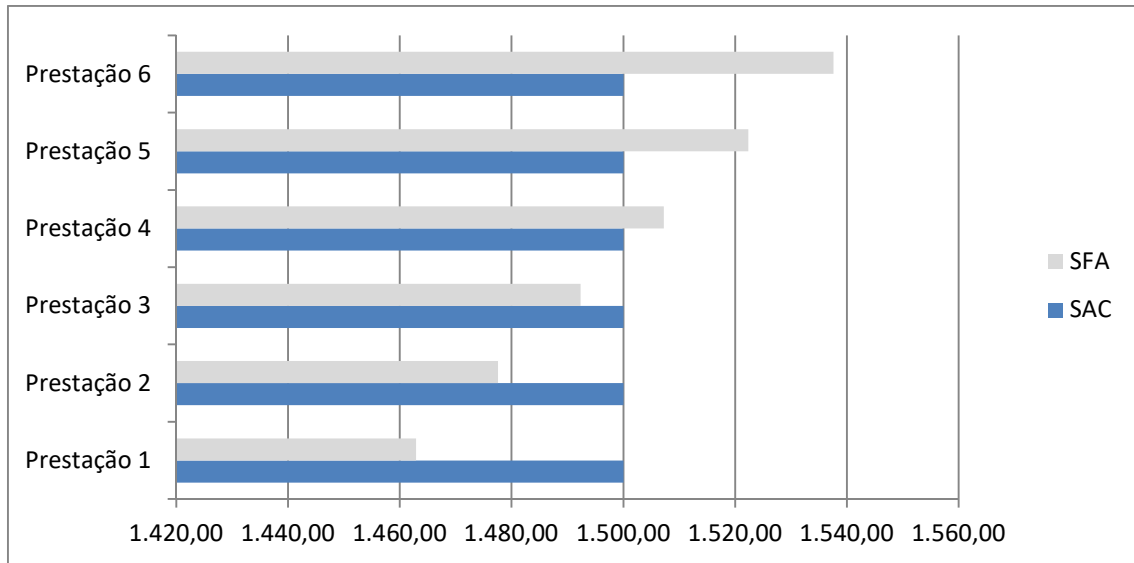


Gráfico 3 – Comparação entre as amortizações mensais, em Reais, no SAC e SFA.

Pelo que vimos, os professores podem fazer uso de gráficos no estudo de matemática financeira, proporcionando ao alunato um contato a mais com gráficos e aproximando-os dos anseios preconizados no PISA.

4 VALE A PENA COMPRAR UM IMÓVEL OU MORAR DE ALUGUEL?

Após termos percorrido um oportuno conteúdo programático, eis que chega a hora de enfrentarmos a problemática maior deste trabalho.

Tomando como exemplo a pesquisa feita em 2016 pela Global Entrepreneurship Monitor (GEM), a qual apontou que comprar a casa própria é o principal sonho de 43% dos brasileiros, não nos restam dúvidas sobre o grande anseio de nossa população em adquirir um imóvel próprio. O objetivo deste autor é tentar esclarecer sobre as vantagens e desvantagens financeiras dos três modelos mais usuais de moradia (imóvel próprio, financiado ou alugado) para que enfim tenham condições de discernir sobre a melhor escolha.

4.1 Custos por modalidade de moradia

Nesta sessão, listaremos os principais custos relativos a quem paga aluguel, compra um imóvel à vista e ainda quem opta pela compra de um imóvel financiado.

Tais custos variam no decorrer do tempo e por isso devem ser pesquisados em fontes seguras e no período mais recente possível. A título de referência e também para fins históricos, este trabalho contempla dados reais de mercado colhidos através de pesquisa de campo feita no segundo semestre de 2017, para um imóvel de R\$ 100.000,00 na cidade de Maceió - AL.

4.1.1 Despesas optando-se pelo aluguel

Morar de aluguel é ter o compromisso mensal de dispor de uma quantia firmada em contrato de locação cujo valor é proporcional ao valor do imóvel. Pesquisas, como o índice FIPE ZAP, apontam que o valor do aluguel gira entre 0,3% e 0,4% do imóvel.

Em parcela expressiva dos contratos de aluguel (vide exemplo no Anexo 3), a vigência deste é de um ano, sob pena de multa, no valor equivalente ao de 1 (um) mês de aluguel, caso o inquilino desocupe o imóvel antes do período contratado.

Os contratos de aluguel são geralmente corrigidos anualmente pelo IGP-M (Índice Geral de Preços do Mercado), vide anexo A. No ano de 2017, este índice recuou 2,10%, reduzindo assim o valor médio do aluguel.

Destaco a possibilidade de o indivíduo possuir o dinheiro para comprar o imóvel, mas optar por investir seu patrimônio em uma aplicação financeira e retirar de sua rentabilidade o valor do aluguel.

Exemplo 20:

Dilma pretende alugar uma casa em Maceió num condomínio onde os imóveis custam cerca de R\$ 100.000,00. Qual deve ser a faixa de aluguel a ser pago por Dilma?

Solução:

Sabendo que a faixa de aluguel é entre 0,3% e 0,4% de 100 mil reais, Dilma pagará entre 300 e 400 reais de aluguel.

4.1.2 Despesas e receitas optando pela compra do imóvel à vista

Na compra de um imóvel, além do valor do imóvel temos que considerar algumas outras despesas que cabem ao comprador, apresentados na tabela a seguir com os principais custos envolvidos na compra de imóveis:

TAXA/IMPOSTO	VALOR/ALÍQUOTA	QUEM COBRA	QUANDO PAGA
ITBI – Imposto de Transmissão de Bens Imóveis	Em Maceió 2%	Prefeitura	Pago a vista na data do contrato de compra e venda.
Escritura Pública de compra e venda de imóvel.	Valor Tabelado variando por Estado e de acordo com o valor do imóvel.	Tabelionato de notas. Cobrado apenas na compra a vista. Imóveis financiados o contrato tem força de escritura pública	No ato da lavratura da escritura.
Registro de Imóveis	Valor Tabelado, variando por Estado e de acordo com o valor do imóvel	Cartório de Registro de Imóveis.	No ato, após o Pagamento do ITBI e da escritura.

Tabela 7: principais custos envolvidos na compra de imóveis.

Diante da tabela acima, vejamos os custos envolvidos na compra de um imóvel de R\$ 100.000,00 (caso base):

ITBI R\$ 2.000,00

Escritura R\$ 2.038,40

Registro R\$ 2.038,40

TOTAL R\$ 6.078,40 (6,10% do valor do imóvel).

Pesquisa feita em 20/10/2017.

A considerar, temos a valorização (ou desvalorização) do imóvel, que aqui será calculada tendo como referência o índice FIPE-ZAP (anexo B). Pelo citado índice, no ano de 2017 o valor nominal dos imóveis caíram em média 0,53%, ou seja, desvalorizaram-se. Ao levarmos em conta a inflação, que fechou 2017 com 2,78%, no índice IPCA-IBGE (anexo C), os valores dos imóveis tiveram queda real de 3,23% em seu preço de venda no ano de 2017.

4.1.3 Despesas e receitas optando pela compra do imóvel financiado

Quando a escolha é pelo imóvel financiado, tem-se o gasto com os juros do financiamento imobiliário, além das mesmas taxas de quem compra o imóvel à vista.

O ano de 2017 fechou taxas de financiamento imobiliário próximas a 10%, segundo a startup Melhor Taxa. Em outubro de 2017, o banco com a menor taxa anual de juros era o Santander (9,49%), seguido de Bradesco (9,60%), Itaú (9,70%), Banco do Brasil (9,74%) e Caixa Econômica Federal (10,25%).

Sendo nosso exemplo um imóvel de R\$ 100.000,00, financiado pelo SAC ou pelo SFA as instituições financeiras operam com algumas restrições. No SAC, os bancos geralmente financiam até 90% do imóvel, isso obriga que a pessoa disponha de ao menos 10% do valor para dar de entrada. Já no SFA, o valor máximo financiado é de 80%, ou seja, para um financiamento nesta modalidade é necessário um montante inicial de 20% do imóvel.

Simularemos a seguir como ficariam as prestações iniciais, centrais e finais de ambos os financiamentos de 80% do valor do imóvel, em um prazo de 25 anos (300 meses) e com a taxa de 0,9% ao mês. As tabelas completas dos financiamentos encontram-se nos Apêndices 1 e 2.

Financiamento pelo SAC

Valor financiado: R\$ 80.000,00;

Prazo: 300 meses;

Taxa: 0,9% ao mês;

Cálculo da amortização mensal: $\text{amortização} = \text{valor financiado} / \text{tempo}$, ou seja, $80\,000 / 300 = \text{R\$ } 266,67$.

Juros: calculados sobre o saldo devedor do mês anterior. Ex.: os juros cobrados na segunda prestação são calculados sobre o saldo devedor no mês 1, portanto 0,9% de R\$ 79.733,33, resultando em R\$ 717,60.

Prestação: é a soma da amortização mensal com os juros.

De posse destas informações, monta-se a tabela de financiamento, explicitada a seguir resumidamente:

MÊS	SALDO DEVEDOR	AMORTIZAÇÃO	JUROS	PRESTAÇÃO
0	80.000,00			
1	79.733,33	266,67	720,00	986,67
2	79.466,67	266,67	717,60	984,27
3	79.200,00	266,67	715,20	981,87
133	44.533,33	266,67	403,20	669,87
134	44.266,67	266,67	400,80	667,47
135	44.000,00	266,67	398,40	665,07
298	533,33	266,67	7,20	273,87
299	266,67	266,67	4,80	271,47
300	0,00	266,67	2,40	269,07

Tabela 8: simulação resumida de financiamento (SAC).

Conforme estudado, no SAC a amortização é constante e o valor da prestação começa com um valor de R\$ 986,67 e vai decrescendo linearmente assim como o saldo devedor.

Para acompanhar o decréscimo do valor do saldo devedor em função do tempo, veja o gráfico a seguir:

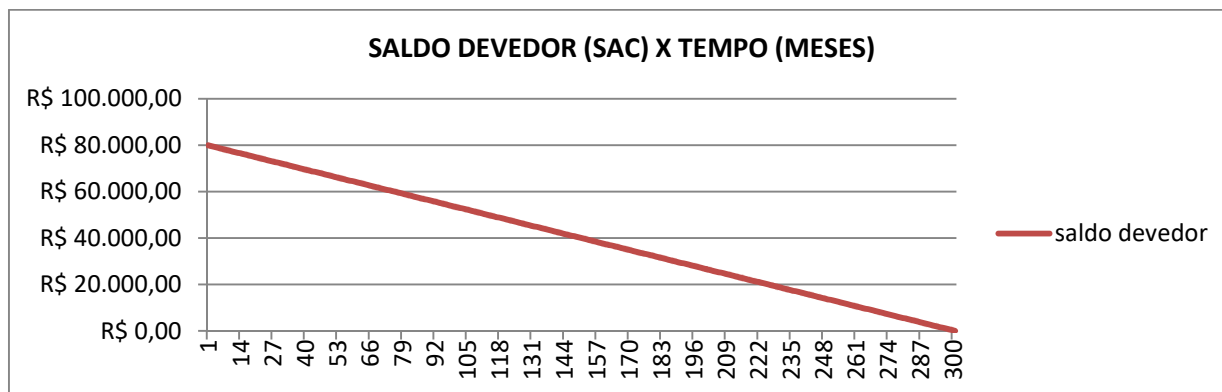


Gráfico 4: projeção do saldo devedor em uma simulação de financiamento pelo SAC.

Financiamento pelo SFA

Valor financiado: R\$ 80.000,00;

Prazo: 300 meses;

Taxa: 0,9% ao mês;

Cálculo da prestação mensal: aplicando-se a fórmula estudada em (2.3):

$PMT = PV \left[\frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \right]$. Substituindo os dados, temos:

$$PMT = 80.000 \left[\frac{(1 + 0,009)^{300} \cdot 0,009}{(1 + 0,009)^{300} - 1} \right] \therefore$$

$$PMT = 772,55.$$

Juros: é calculado sobre o saldo devedor do mês anterior.

Amortização: é a diferença entre o valor da prestação e o valor pago de juros.

Com esses dados, monta-se a tabela de financiamento, aqui exposta resumidamente:

	SALDO DEVEDOR	JUROS	AMORTIZAÇÃO	PRESTAÇÃO
0	80.000,00			
1	79.947,45	720,00	52,55	772,55
2	79.894,43	719,53	53,02	772,55
3	79.840,93	719,05	53,50	772,55
150	63.451,25	572,86	199,69	772,55
151	63.249,76	571,06	201,49	772,55
152	63.046,46	569,25	203,30	772,55
298	1.524,49	20,49	752,06	772,55
299	765,66	13,72	758,83	772,55
300	0,00	6,89	765,66	772,55

Tabela 9: simulação resumida de financiamento (SFA).

Da tabela acima, observamos que o valor da prestação mantém-se fixo e o saldo devedor não decresce linearmente, conforme podemos constatar no gráfico a seguir:

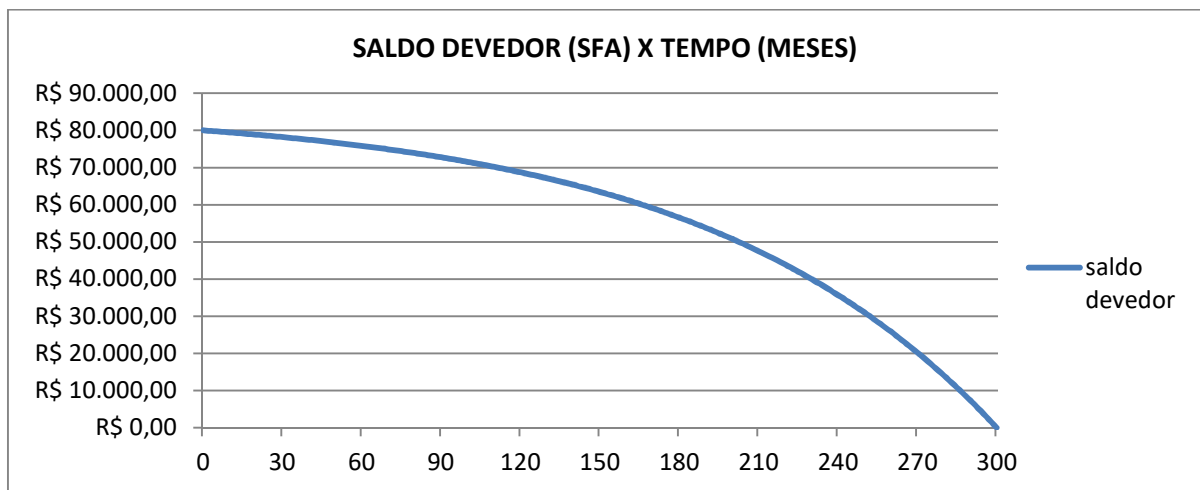


Gráfico 5: projeção do saldo devedor em uma simulação de financiamento pelo SFA.

4.2 Aluguel x Compra do imóvel à vista

Nesta sessão, o indivíduo dispõe do dinheiro para compra do imóvel à vista, mas encontra-se em um dilema: comprar o imóvel ou fazer uma aplicação financeira e morar de aluguel.

Engana-se quem pensa que ao pagar aluguel “rasga-se” dinheiro todo mês e para fugir disso a melhor escolha é comprar o imóvel.

Remetendo-nos mais uma vez à LDB, o ensino básico de matemática deve proporcionar autonomia e criticidade ao estudante. Ora, se o cidadão possui um capital e o investe em um imóvel estará livre do aluguel. Por outro lado, caso ele aplique esta mesma quantia terá um retorno de rentabilidade que poderá, dentre outras coisas, pagar seu aluguel imobiliário.

Ao depararmos com este conflito econômico, resta-nos comparar as vantagens e desvantagens para enfim optar pela compra ou aluguel do imóvel. Comparemos a seguir os principais custos financeiros para cada uma das opções no ano de 2017, supondo como aplicação financeira a poupança, por ser a mais popular e conservadora, mas que normalmente é a menos rentável.

Custo com aluguel: 0,3 a 0,4% ao mês ou 3,66 a 4,91% ao ano.

Valorização imóvel: - 0,53% (nominal) ao ano

Rentabilidade da poupança: 6,93% ao ano (nominal)

Visto isso, ao final de um ano, quem aplicou na poupança teve um ganho nominal igual à diferença entre a rentabilidade nominal (6,93% a.a.) e o custo de aluguel (3,66% a 4,91% a.a.), ou seja, superior a 2% no ano. Por outro lado, quem comprou o imóvel teve uma perda média de 0,53% no mesmo período.

Concluimos que, de maneira geral, aqueles que optaram pela aplicação na caderneta de poupança tiveram um retorno financeiro ligeiramente melhor do que os compradores dos imóveis à vista no ano de 2017.

Cabe lembrar que a valorização dos imóveis é uma média. Precisamos também levar em conta fatores como o custo de oportunidade e a disciplina de aplicar mensalmente uma certa quantia, que podem sugerir a compra do imóvel. Por outro lado, quem dispunha do dinheiro e comprou o imóvel perdeu a liquidez, que é a chance de ter o dinheiro disponível rapidamente para uma melhor aplicação.

4.3 Aluguel x Prestação do financiamento (amortização + juros)

Antes de definir por uma ou outra opção, tem-se que comparar inicialmente o custo mensal. Se o aluguel for menor que a taxa de juros mensal, matematicamente o aluguel é a melhor opção, caso não, necessita olhar para outras variáveis do financiamento e do aluguel para tomar a melhor decisão.

Nos moldes usados como referencia, no ano de 2017, a taxa de juros dos financiamentos ficou em torno de 0,8% ao mês o que representou um valor bem acima do aluguel (0,3 a 0,4%)

4.4 Compra do imóvel à vista x Compra do imóvel financiado

Neste comparativo, mais uma vez faz-se necessário comparar as taxas de juros reinantes no mercado.

O indivíduo dispondo do valor para comprar o imóvel pode aplicar este valor e ter um retorno financeiro. Se a taxa deste retorno for inferior à taxa de juros do financiamento imobiliário, a compra do imóvel à vista mostra mais indicada. Caso contrário, o financiamento mostra-se mais atraente.

Analisando dados reais no ano de 2017: sendo a taxa de financiamento próxima a 9% ao ano e a poupança rendendo próximo a 6% ao ano, a compra à vista mostrou-se mais vantajosa. Por outro lado, comparando, por exemplo, a taxa de financiamento à rentabilidade do Índice da Bolsa de Valores de São Paulo em 2017 (26,86%, segundo o Banco Central do Brasil), teve ganho financeiro maior quem optou pelo imóvel financiado.

Cabe elencar mais uma expressão do mundo econômico: o *spread*, que é a diferença entre a taxa que o banco cobra ao emprestar dinheiro e a taxa que o banco paga ao captar. De acordo o Banco Mundial, em sua mais recente pesquisa no ano de 2016, o *spread* brasileiro é o segundo maior do mundo (39,6%), perdendo apenas para Madagascar (45%). Esse generoso *spread* em nosso país é explicado principalmente pelo alto lucro dos bancos e reflete inclusive em altas taxas de financiamento imobiliário.

Devido ao *spread*, em um mesmo banco é improvável que os rendimentos das aplicações sejam superiores às taxas de juros cobrados no financiamento, portanto este cenário sugere à busca por investimentos mais atrativos (externos ao banco) ou então a compra do imóvel à vista.

4.5 Uma proposta alternativa: aluguel + compra à vista

Reconhecidamente há pessoas que não dispõem do valor para compra do imóvel à vista e que se interessam em financiar a casa própria, independentemente das possíveis desvantagens que possam ter com o financiamento imobiliário frente ao aluguel.

Visando contribuir com esse público, após os estudos de 4.2, este trabalho vem propor um caminho alternativo, que atenda aos anseios dos que querem viver em um imóvel próprio sem ter que pagar altas taxas de financiamento. Acompanhemos tal proposta num cenário econômico compatível com ano de 2017:

- 1) Simular o financiamento do imóvel pretendido, por exemplo pelo Sistema de Amortização Constante, destacando o valor da primeira prestação (a mais alta) para servir de base de quanto seria o gasto mensal.
- 2) Morar de aluguel e aplicar mensalmente a diferença entre o valor da prestação na simulação de financiamento e o aluguel;
- 3) Atingido o valor do imóvel, comprá-lo à vista.

Vamos analisar esta proposta através do exemplo que segue:

Exemplo 20:

Fabianny sonha em possuir seu apartamento. Para tanto saiu à procura de um imóvel que coubesse em seu orçamento. Ao achar um empreendimento nas condições que pretendia, deparou-se com dois imóveis idênticos, sendo um para alugar a R\$ 300,00 mensais e o outro para vender, ao valor de R\$ 100 000,00. Fabianny cogita pagar aluguel enquanto se capitaliza para comprar à vista um imóvel semelhante, como ficaria a tabela de seu planejamento de compra?

Solução:

Tal exemplo caracteriza a proposta alternativa ora citada. Estudemos cada um dos passos listados.

- 1) Simular o financiamento do imóvel pretendido:
Pelo exemplificado em (6.1.3), a primeira prestação do financiamento seria de R\$ 986,67;

2) Morar de aluguel e aplicar mensalmente a diferença entre o valor da prestação na simulação de financiamento e o aluguel:

Como o aluguel custa R\$ 300,00, a aplicação mensal seria de R\$ 986,67 – 300,00, ou seja, R\$ 686,67.

3) Atingido o valor do imóvel, comprá-lo à vista.

Supondo a aplicação na Caderneta de Poupança (rendimento de 0,5% mensais), a tabela da aplicação seria assim sintetizada (tabela completa, vide Apêndice C):

	APLICAÇÃO MENSAL	RENTABILIDADE	ACUMULADO
0	686,67		686,67
1	686,67	3,43	1.376,77
2	686,67	6,88	2.070,33
⋮	⋮	⋮	⋮
107	686,67	484,22	98.015,21
108	686,67	490,08	99.191,95
109	686,67	495,96	100.374,58

Tabela 10: construção de simulação de aplicação na caderneta de poupança.

Note que a quantia de R\$ 100.000,00 foi atingida no 109º mês de aplicação. Tal cifra permitiria à Fabianny comprar seu imóvel à vista, caso o cenário econômico se mantivesse em condições semelhantes ao ano de 2017.

Vimos ainda por este exemplo 20 que a opção de compra financiada, neste caso, não seria a mais viável. Corrobora com a escolha inicial de morar de aluguel o fato de Fabianny não dispor do valor de entrada do financiamento.

Caso dispusesse do valor de entrada, por exemplo, R\$ 20.000,00 e o aplicasse também na poupança, atingiria a primeira centena de milhares de reais em um tempo mais curto ainda, conforme simulação resumida a seguir (simulação completa no Apêndice D):

	APLICAÇÃO MENSAL	RENTABILIDADE	ACUMULADO	APLICAÇÃO ENTRADA	TOTAL APLICADO
0	686,67		686,67	20.000,00	20.686,67
1	686,67	3,43	1.376,77	20.100,00	21.476,77
2	686,67	6,88	2.070,33	20.301,50	23.068,85
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
80	686,67	336,70	68.363,53	29.806,77	98.170,30
81	686,67	341,82	69.392,02	29.955,81	99.347,82
82	686,67	346,96	70.425,65	30.105,58	100.531,23

Tabela 11: construção de simulação de aplicação financeira mediante entrada.

Observamos na tabela acima que o objetivo de atingir R\$ 100.000,00 seria atingido em 82 meses, ou seja, menos de 7 anos, ressalvando mais uma vez a manutenção do cenário econômico de 2017, onde os valores nominais dos imóveis mantiveram-se praticamente estáveis.

Como ferramenta aceleradora, este trabalho oferta como produto a planilha “Método Alternativo.xlsx”, um link para download do arquivo para o Microsoft Excel®, disponível no *blog* “<http://dilsonlyra.blogspot.com/>”, onde inserindo os dados solicitados, a planilha calcula o tempo necessário para se obter o valor objetivado e também gera uma tabela projetando o montante da aplicação ao longo do tempo.

É importante que apliquemos nossos conhecimentos em matemática financeira para que façamos uma escolha sensata, crítica e sem influencia da mídia ou preconceito com uma ou outra modalidade de moradia.

5. CONCLUSÃO

Vimos como é importante, nós professores de matemática, difundirmos o conhecimento sobre matemática financeira. Seja pela LDB, pelo PISA ou pelos PCNEM, temos o dever cívico-social de desenvolver o lado crítico no estudante, mostrando a este o quão relevante é exercer esse conhecimento no cotidiano capitalista o qual estamos imersos, alertando sobre os riscos que estamos expostos caso não ponhamos em prática esse conhecimento adquirido.

Por tudo visto ao longo deste trabalho, a escolha entre aluguel e a compra de um imóvel à vista ou financiado requer uma análise criteriosa de índices que são de fácil acesso, como o custo efetivo total (CET) de um financiamento imobiliário, a rentabilidade das principais aplicações financeiras, a relação entre o aluguel e o valor do imóvel, mas geralmente desconsiderados e desprezados por grande parte de nossa população.

Propus neste trabalho que, independente de fatores particulares, o modelo matemático seja considerado e refletido, já que um dos objetivos previstos na LDB é conhecer estratégias matemáticas e aplicá-las nas atividades cotidianas.

Aqui usamos um imóvel de R\$ 100.000,00 como referência, no ano de 2017 e na cidade de Maceió – AL. A conjuntura econômica muda ao longo do tempo e, portanto, não podemos afirmar que o aluguel, a compra à vista ou financiada seja sempre a melhor escolha.

Precisamos usar nossos conhecimentos em matemática financeira para exercer nossa criticidade, evitar abusos e até mesmo golpes financeiros comuns em nossa sociedade brasileira.

Espanta-me conviver com inúmeras propagandas nos veículos de informação sobre “feirão da casa própria”, “empréstimos sem consulta ao Serasa” ou, ainda, “fuja do aluguel e realize o sonho da casa própria”. Estas propagandas não informam os juros reais e o custo efetivo total das operações e induzem ao endividamento, fato que poderia ser regulado pelos órgãos públicos, mas que não o fazem provavelmente por recolherem impostos sobre todas estas operações.

Pensamento crítico análogo, podemos ter quanto à compra ou aluguel de um carro ou de uma casa de praia ou de campo. Será que estamos refletindo e calculando os custos adequadamente?

E sobre os juros de empréstimos pessoais, de cartão de crédito e de compras parceladas? Talvez sejam abusivos e, caso combatido pela população, poderia cair a níveis aceitáveis, diminuindo o gigantesco *spread* bancário praticado em nosso país.

Caso nos tornássemos mais críticos quanto à problemática da moradia, creio que com o passar do tempo continuaríamos tendo a construção e comercialização de novos imóveis, com consequentes corretagens e financiamentos, mas com menores margens de lucro em todos os escalões.

Finalmente, quanto à melhor escolha de moradia, cito o administrador financeiro Leandro Ávila, que atribui o sucesso financeiro a um tipo de sorte. Para ter mais sorte, Leandro Ávila, em um de seus livros, ensina: “quanto mais você estudar sobre ganhar, poupar e investir dinheiro, mais sorte você terá na sua vida financeira...”.

Que estudemos matemática financeira e façamos as melhores escolhas.

6. BIBLIOGRAFIA

- Alagoas, P. J. (10 de jan de 2017). *Registro de Imóveis*. Acesso em 20 de out de 2017, disponível em Tribunal de Justiça de Alagoas - DIATI: <http://www.tjal.jus.br/corregedoria/simuladorEmolumentos/registroimoveis/model/calculo.php>
- Ávila, L. (2013). *Livro Negro - Como Investir em Imóveis: Torne-se um investidor*. Fortaleza: Biblioteca Nacional.
- Branco, A. C. (2015). *Matemática Financeira Aplicada*. São Paulo: Cengage Learning.
- Brasil. (20 de dez de 1996). *LEI 9.394/1996 (LEI ORDINÁRIA) 20/12/1996*. Acesso em 18 de 10 de 2017, disponível em ESTABELECE AS DIRETRIZES E BASES DA EDUCAÇÃO NACIONAL.: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm
- Carvalho, P. P., & Morgado, A. d. (2015). *Matemática Discreta - Coleção PROFMAT*. Rio de Janeiro: SBM.
- Filho, D. C. (2014). *Manual de Redação Matemática*. Rio de Janeiro: SBM.
- Fundação Santillana. (nov de 2016). *PISA, Programme for International Student Assessment*. Acesso em 2017 de out de 19, disponível em Portal INEP: <http://portal.inep.gov.br/web/guest/pisa-no-brasil>
- Iezzi, G., Degenszajn, D., & Hazzan, S. (2013). *Fundamentos de Matemática Elementar - Vol. 11*. São Paulo: Atual.
- Lyra, D. (1 de Agosto de 2018). *dilsonlyra.blogspot.com*. Acesso em 1 de Agosto de 2018, disponível em <https://dilsonlyra.blogspot.com>
- Morgado, A. C., Wagner, E., & Zani, S. C. (2015). *Progressões e Matemática Financeira (6ª ed.)*. Rio de Janeiro: SBM.
- Porcentagem.net. (2016). *Porcentagem*. Acesso em 21 de out de 2017, disponível em Como calcular porcentagem: <http://porcentagem.net/simbolo-de-porcentagem/>

ANEXO A

IGP-M

IGP-M (Índice Geral de Preços do Mercado) é o indicador de movimento dos preços calculado mensalmente pela **FGV** (Fundação Getúlio Vargas) e divulgado no final de cada mês de referência. Atualmente, ele é o índice de referência utilizado para o reajuste dos aumentos da energia elétrica e dos contratos de aluguéis.

IGPM Anual

O **IGP-M anual** refere-se à soma dos valores mensais acumulados de Janeiro até Dezembro de cada ano. A seguir o comportamento deste índice nos últimos anos:

Ano	Acumulado	Ano	Acumulado
2017	-2,10%	2006	3,84%
2016	7,17%	2005	1,20%
2015	10,54%	2004	12,42%
2014	3,67%	2003	8,69%
2013	5,53%	2002	25,30%
2012	7,81%	2001	10,37%
2011	5,09%	2000	9,95%
2010	11,32%	1999	20,10%
2009	-1,71%	1998	1,78%
2008	9,80%	1997	7,73%
2007	7,74%	1996	9,18%

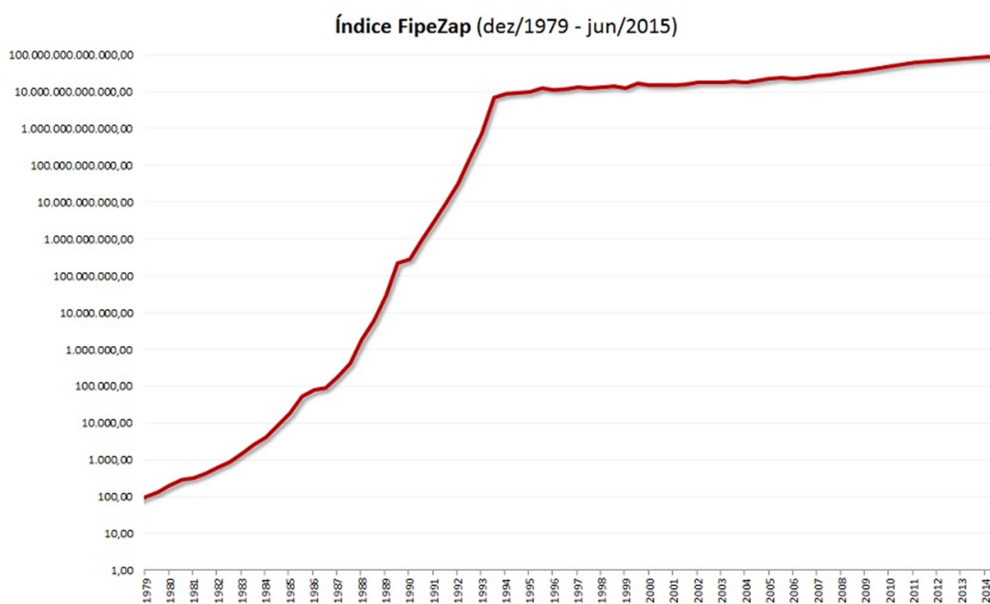
Fonte: FGV

ANEXO B

FIPE-ZAP

Para explicar o passado a gente precisa de dados históricos. A série histórica de preços de imóveis mais antiga no Brasil é a do **índice Fipe-Zap** elaborada pela Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas (FIPE) em parceria com o portal de classificados de imóveis Zap Imóveis. Ele calcula a variação do preço médio de anúncios de apartamentos prontos publicados em várias fontes (sites e classificados de jornais de grande circulação).

Então, para descobrir as respostas para as perguntas sobre valorização dos imóveis, vamos avaliar como esse índice se comportou de dezembro de 1979 até junho de 2015:

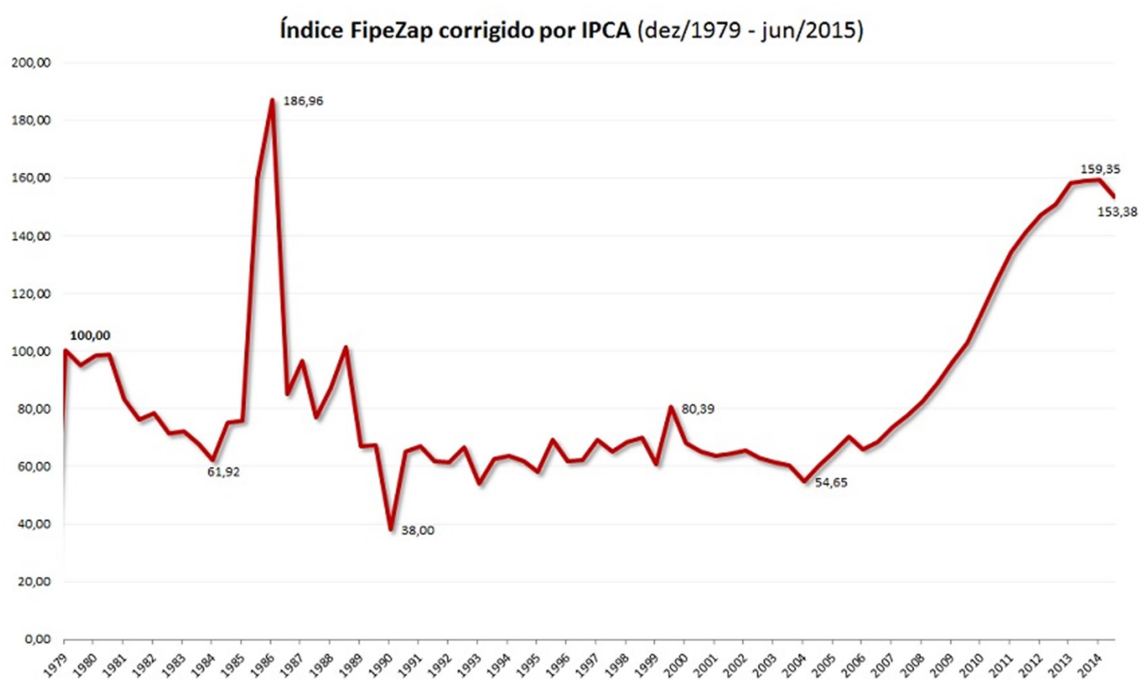


Com o gráfico plotado acima, vemos que **os preços nunca desceram**, e mais, se um imóvel custasse, simbolicamente, R\$ 100 (cem reais) em 1979, hoje (2015) ele custaria R\$ 86.782.487.276.814,30 (algo próximo a R\$ 87 trilhões de reais). Caramba, isso é uma valorização absurda... **será que faz sentido???**

É claro que não... Até 1994 o Brasil vivia num ritmo de hiperinflação, que é quando o governo gasta muito mais do que arrecada com impostos e começa a imprimir papel-moeda alucinadamente para “pagar” as contas. Essa emissão de moeda sem lastro provoca aumentos estratosféricos dos preços dos produtos e serviços. Mas o que importa para nós não é entender

o que causou ou não a inflação, mas sim, retirar os efeitos dela nesse índice de preços imobiliários.

Assim, para a análise ficar mais amigável, nós vamos corrigir o Fipe-Zap pela inflação medida pelo IPCA (o índice de correção oficial do Banco Central), porque, como você já leu no nosso artigo de taxas reais e nominais, o que realmente importa é saber **quanto os imóveis valorizaram acima da inflação**. O resultado da valorização real dos imóveis está no próximo gráfico. Partindo-se de um valor base de 100 em 1979, os imóveis atingiram o valor de 153,38 em junho de 2015. Isso significa “apenas” 53,38% de valorização em quase 36 anos, ou ainda, aplicando o conhecimento de taxas equivalentes, 1,23% ao ano

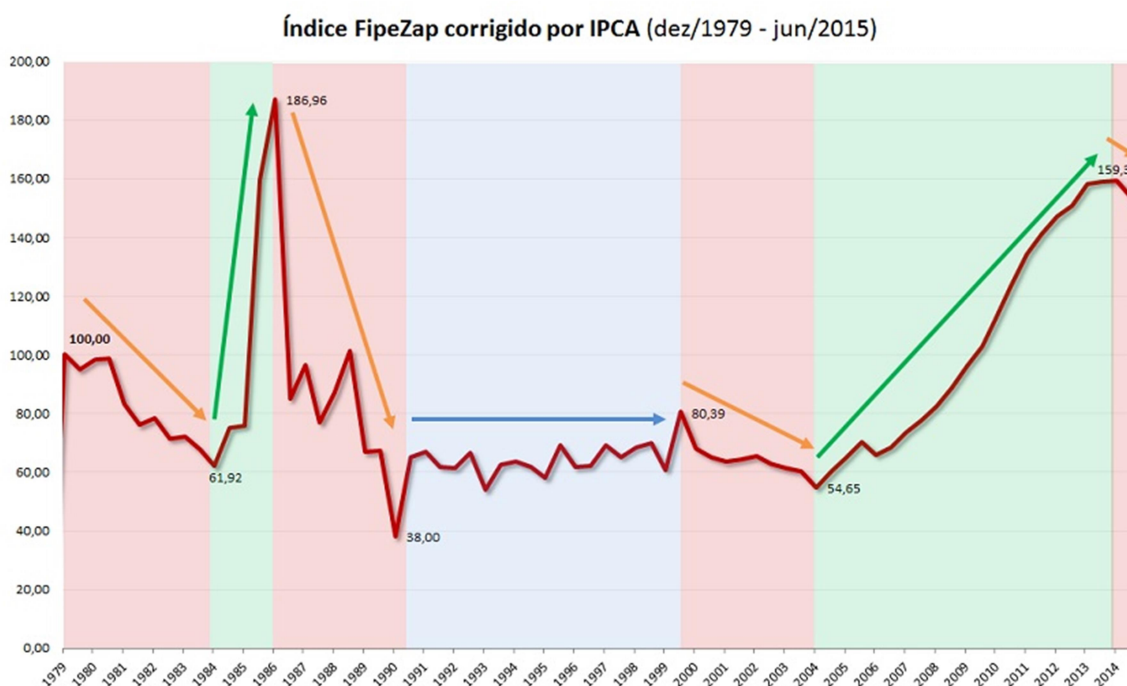


Diferente do que você imaginava?

Uma das explicações de porque tanta gente tem o costume de dizer que os imóveis valorizam muito é que, durante o período de hiperinflação, a referência de valor ficou muito confusa e as pessoas não sabiam se os preços estavam valorizando ou apenas acompanhando a inflação. Se, por exemplo, um imóvel passava de C\$ 60 mil (cruzados, cruzeiros ou qualquer outra moeda da época) para C\$ 600 mil em um ano (valorização de 10x), porém a correção inflacionária do período era de 15x (muito comum nessa época), o imóvel havia perdido valor, mas a percepção era de que o imóvel tinha se valorizado 10 vezes...

OS PREÇOS DOS IMÓVEIS VÃO CAIR OU SUBIR?

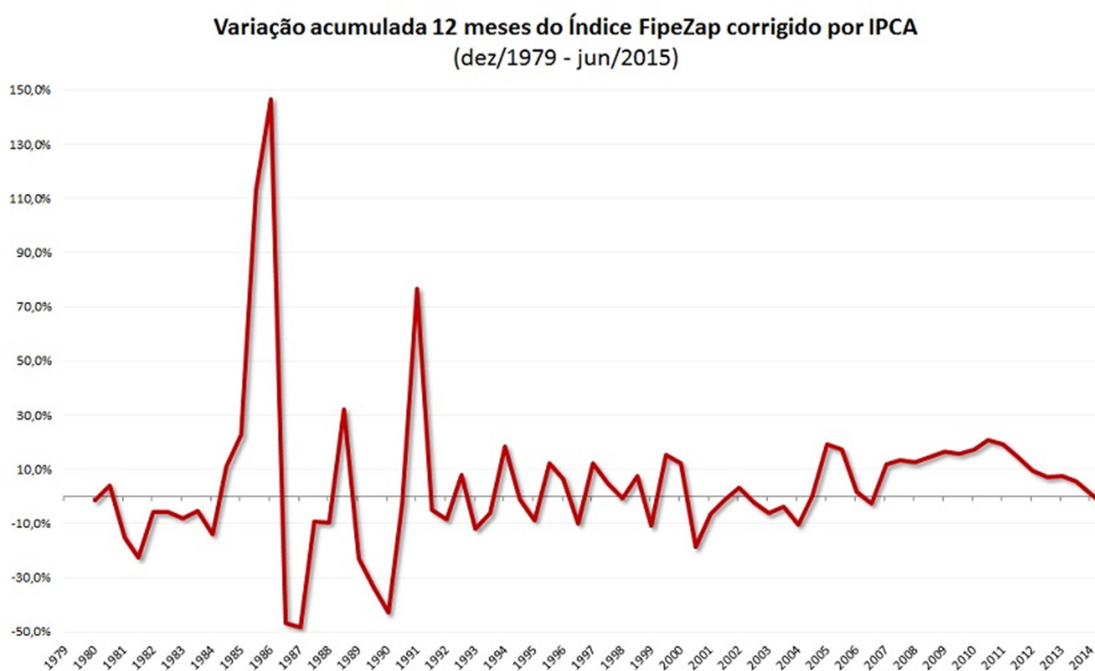
Essa é uma pergunta difícil de ser respondida. Podemos analisar momentos do passado e preços dos imóveis para encontrar algum padrão de comportamento, mas sempre lembrando que “dados passados não representam comportamentos futuros”. Dividimos, então, os preços históricos dos imóveis em 5 períodos:



- 1979-1984 Queda : durante esses anos, os imóveis apresentaram desvalorização em relação ao índice de inflação (IPCA);
- 1985-1986 Alta: por algum motivo, houve uma explosão nos preços, que subiram do índice 61,92 para 186,96 (significa que os imóveis se valorizaram mais de **3 vezes**);
- 1987-1990 Queda: após o aumento repentino, a bolha estourou... Os imóveis foram se desvalorizando e chegaram a custar perto de 20% dos preços do pico (dez/1986).
- 1991-2000 Estável: na década de 90 os preços permaneceram estáveis e andaram de lado, acompanhando a inflação do período;
- 2000-2004 Queda: houve desvalorização dos imóveis neste período;
- 2005-2014 Alta: este é o único período de que as pessoas comentam, nestes 10 anos os imóveis voltaram a ter uma valorização real de quase 3 vezes!

Em 2015, percebemos uma leve queda... será que os preços dos imóveis vão cair como em 1987-1990? Ninguém pode afirmar...

Fazendo um levantamento da variação acumulada em 12 meses de cada índice semestral, desde 1979 até 2015, em 50% dos períodos os imóveis tiveram valorização e em 50% desvalorização. É natural desconfiar dessa subida nos últimos anos vendo que, historicamente, os valores andaram de lado. Talvez tenhamos apenas atingido um novo patamar de preços, que se manterão por conta do grande déficit habitacional.



INVESTIR EM IMÓVEIS VALE A PENA, ENTÃO?

Depois de mostrarmos que os imóveis valorizam em média 1,23% ao ano, temos certeza que você irá pensar: “ah, mas tem um terreno de um tio meu que ele comprou por R\$ 90 mil e hoje vale R\$ 2 milhões! Esses números estão errados! Os imóveis valorizam muito mais que isso!”. Nós não vamos negar que existam casos específicos como esse, mas ninguém conta a história do avô que comprou um terreno e que desvalorizou 80% depois que um presídio foi construído ao lado (aliás se ainda não leu, recomendamos nosso [artigo sobre investimentos em terrenos](#)). Tendemos a divulgar histórias de sucesso e esconder as de fracassos...

Pontos fora da curva não podem ser assumidos como padrão. Em todo mercado existirá elementos que se destacam enquanto outros performam muito mal. Estatisticamente, índices como o Fipe-Zap mostram um rendimento médio, em que 50% dos imóveis valorizaram mais e 50% valorizaram menos do que o resultado do índice.

Portanto, nossa filosofia de investimento é: **desconsidere a valorização.**

Esperamos que agora você fique com a pulga bem atrás da orelha quando seu avô diz que seus “imóveis nunca desvalorizaram” ou quando um corretor revela aquele “segredo” de que os “imóveis são o melhor investimento”.

ANEXO C

IPCA

O IPCA foi instituído inicialmente com a finalidade de corrigir as demonstrações financeiras das companhias de capital aberto.

Desde junho de 1999, é o índice utilizado pelo Banco Central do Brasil para o acompanhamento dos objetivos estabelecidos no sistema de metas de inflação, sendo considerado o índice oficial de inflação do país.

IPCA Acumulado

Diversas modalidades de investimento são indexadas pelo acúmulo do índice ao longo de 1 ano. O **IPCA acumulado** anual é calculado pela soma dos valores mensais longo dos 12 meses anteriores ao mês de aniversário do investimento.

Ano	Acumulado	Ano	Acumulado
2017	1,78%	2006	3,14%
2016	6,29%	2005	5,69%
2015	10,67%	2004	7,60%
2014	6,41%	2003	9,30%
2013	5,91%	2002	12,53%
2012	5,83%	2001	7,67%
2011	6,50%	2000	5,97%
2010	5,90%	1999	8,94%
2009	4,31%	1998	1,66%
2008	5,90%	1997	5,22%
2007	4,45%	1996	9,56%

ANEXO D

Modelo de contrato de Aluguel

CONTRATO DE LOCAÇÃO	
<p>Os signatários deste instrumento, de um lado</p> <p>qualificação _____</p> <p style="text-align: right;">C.G.C. (C.P.F.) _____</p>	<p>e, de outro lado,</p> <p>qualificação _____</p> <p style="text-align: right;">C.G.C. (C.P.F.) _____</p>
<p>têm justo e contratado o seguinte, que mutuamente aceitam e outorgam, a saber:</p> <p>O primeiro nomeado, aqui chamado "o locador", sendo proprietário do _____</p> <p>sítio nesta _____, loca-o</p> <p>ao segundo, aqui designado "o locatário", mediante as cláusulas e condições adiante estipuladas, ou sejam:</p>	
<p>1ª) - O prazo de locação é de _____ (_____) meses a partir de _____</p> <p style="text-align: center;">e a terminar em _____</p> <p>data em que o locatário se obriga a restituir o imóvel completamente desocupado, no estado em que o recebeu, independentemente de Notificação ou Interpelação Judicial, ressalvada a hipótese de prorrogação da locação, o que somente se fará por escrito.</p> <p>§ único: Caso o locatário não restitua o imóvel no fim do prazo contratual, pagará enquanto estiver na posse do mesmo, o aluguel mensal reajustado nos termos da Cláusula Décima Oitava, até a efetiva desocupação do imóvel objeto deste instrumento;</p>	
<p>2ª) - O aluguel mensal é de _____ (_____), que o locatário se compromete a pagar pontualmente, até o dia _____</p> <p style="text-align: center;">, na residência do locador ou de seu representante;</p>	
<p>3ª) - O locatário, salvo as obras que importem na segurança do imóvel, obriga-se por todas as outras, devendo trazer o imóvel locado em boas condições de higiene e limpeza, com os aparelhos sanitários e de iluminação, fogão, piaça, telhados, vidraças, marmores, fechos, torneiras, pias, banheiros, ralos e demais acessórios em perfeito estado de conservação e funcionamento, para assim, restituir os quando findo ou rescindido, este contrato sem direito a retenção ou indenização por quaisquer benfeitorias, ainda que necessárias, as quais ficarão desde logo incorporadas ao imóvel;</p>	
<p>4ª) - Obriga-se mais o locatário a satisfazer a todas as exigências dos Poderes Públicos, a que der causa, e a não transferir este contrato, nem fazer modificações ou transformações no imóvel sem autorização escrita do locador;</p>	
<p>5ª) - O locatário desde já faculta ao locador examinar ou visitar o imóvel locado quando entender conveniente;</p>	
<p>6ª) - O locatário também não poderá sub-locar nem emprestar o imóvel no todo ou em parte, sem proceder consentimento por escrito do locador; devendo, no caso deste ser dado, agir oportunamente junto aos ocupantes, a fim de que o imóvel esteja desimpedido no término do presente contrato;</p>	
<p>7ª) - No caso de desapropriação do imóvel locado, ficará o locador desobrigado por todas as cláusulas deste contrato, ressalvada ao locatário, tão somente, a facultade de haver do poder desapropriante a indenização a que, por ventura, tiver direito;</p>	
<p>8ª) - Nenhuma intimação do Serviço Sanitário será motivo para o locatário abandonar o imóvel ou pedir a rescisão deste contrato, salvo procedendo vistoria judicial, que apure estar a construção ameaçando ruína;</p>	
<p>9ª) - Para todas as questões resultantes deste contrato, será competente o foro da situação do imóvel, seja qual for o domicílio dos contratantes;</p>	
<p>10ª) - Tudo quanto for devido em razão deste contrato e que não comporte o processo executivo, será cobrado em ação competente, ficando a cargo do devedor, em qualquer caso, os honorários do advogado que o credor constituir para ressalva dos seus direitos;</p>	
<p>11ª) - No caso de morte, falência ou insolvência do _____ fador _____, o locatário será obrigado dentro de 30 dias a dar substituto idôneo, a juízo do locador, sob pena de incurrir na cláusula seguinte;</p>	
<p>12ª) - Fica estipulado a multa de _____</p> <p style="text-align: center;">na qual incurrirá a parte que infringir qualquer cláusula deste contrato; com a facultade, para a parte inocente, de poder considerar simultaneamente rescindida a locação, independentemente de qualquer formalidade;</p>	
<p>13ª) - Assina _____ também e presente, solidariamente com o locatário por todas as obrigações acima exaradas, o _____</p> <p>Dr. _____</p> <p>qualificação _____</p> <p style="text-align: right;">C.G.C. (C.P.F.) _____</p>	
<p>Cônjuge _____</p> <p>cuja responsabilidade, entretanto, perdurará até a entrega, real e efetiva das chaves do imóvel locado;</p>	
<p>14ª) - Quaisquer estragos ocasionados ao imóvel e suas instalações, bem como as despesas a que o proprietário for obrigado por eventuais modificações feitas no imóvel, pelo locatário, não ficam compreendidas na multa da cláusula 12ª, mas serão pagas à parte;</p>	

APÊNDICE A

Tabela com simulação de financiamento imobiliário pelo SAC

Valor financiado: R\$ 80 000,00;

Prazo: 300 meses;

Taxa: 0,9% ao mês.

MÊS	SALDO DEVEDOR	AMORTIZAÇÃO	JUROS	PRESTAÇÃO
0	80000,00			
1	79733,33	266,67	720,00	986,67
2	79466,67	266,67	717,60	984,27
3	79200,00	266,67	715,20	981,87
4	78933,33	266,67	712,80	979,47
5	78666,67	266,67	710,40	977,07
6	78400,00	266,67	708,00	974,67
7	78133,33	266,67	705,60	972,27
8	77866,67	266,67	703,20	969,87
9	77600,00	266,67	700,80	967,47
10	77333,33	266,67	698,40	965,07
11	77066,67	266,67	696,00	962,67
12	76800,00	266,67	693,60	960,27
13	76533,33	266,67	691,20	957,87
14	76266,67	266,67	688,80	955,47
15	76000,00	266,67	686,40	953,07
16	75733,33	266,67	684,00	950,67
17	75466,67	266,67	681,60	948,27
18	75200,00	266,67	679,20	945,87
19	74933,33	266,67	676,80	943,47
20	74666,67	266,67	674,40	941,07
21	74400,00	266,67	672,00	938,67
22	74133,33	266,67	669,60	936,27
23	73866,67	266,67	667,20	933,87
24	73600,00	266,67	664,80	931,47
25	73333,33	266,67	662,40	929,07
26	73066,67	266,67	660,00	926,67
27	72800,00	266,67	657,60	924,27
28	72533,33	266,67	655,20	921,87
29	72266,67	266,67	652,80	919,47
30	72000,00	266,67	650,40	917,07
31	71733,33	266,67	648,00	914,67
32	71466,67	266,67	645,60	912,27
33	71200,00	266,67	643,20	909,87

34	70933,33	266,67	640,80	907,47
35	70666,67	266,67	638,40	905,07
36	70400,00	266,67	636,00	902,67
37	70133,33	266,67	633,60	900,27
38	69866,67	266,67	631,20	897,87
39	69600,00	266,67	628,80	895,47
40	69333,33	266,67	626,40	893,07
41	69066,67	266,67	624,00	890,67
42	68800,00	266,67	621,60	888,27
43	68533,33	266,67	619,20	885,87
44	68266,67	266,67	616,80	883,47
45	68000,00	266,67	614,40	881,07
46	67733,33	266,67	612,00	878,67
47	67466,67	266,67	609,60	876,27
48	67200,00	266,67	607,20	873,87
49	66933,33	266,67	604,80	871,47
50	66666,67	266,67	602,40	869,07
51	66400,00	266,67	600,00	866,67
52	66133,33	266,67	597,60	864,27
53	65866,67	266,67	595,20	861,87
54	65600,00	266,67	592,80	859,47
55	65333,33	266,67	590,40	857,07
56	65066,67	266,67	588,00	854,67
57	64800,00	266,67	585,60	852,27
58	64533,33	266,67	583,20	849,87
59	64266,67	266,67	580,80	847,47
60	64000,00	266,67	578,40	845,07
61	63733,33	266,67	576,00	842,67
62	63466,67	266,67	573,60	840,27
63	63200,00	266,67	571,20	837,87
64	62933,33	266,67	568,80	835,47
65	62666,67	266,67	566,40	833,07
66	62400,00	266,67	564,00	830,67
67	62133,33	266,67	561,60	828,27
68	61866,67	266,67	559,20	825,87
69	61600,00	266,67	556,80	823,47
70	61333,33	266,67	554,40	821,07
71	61066,67	266,67	552,00	818,67
72	60800,00	266,67	549,60	816,27
73	60533,33	266,67	547,20	813,87
74	60266,67	266,67	544,80	811,47
75	60000,00	266,67	542,40	809,07
76	59733,33	266,67	540,00	806,67
77	59466,67	266,67	537,60	804,27
78	59200,00	266,67	535,20	801,87
79	58933,33	266,67	532,80	799,47

80	58666,67	266,67	530,40	797,07
81	58400,00	266,67	528,00	794,67
82	58133,33	266,67	525,60	792,27
83	57866,67	266,67	523,20	789,87
84	57600,00	266,67	520,80	787,47
85	57333,33	266,67	518,40	785,07
86	57066,67	266,67	516,00	782,67
87	56800,00	266,67	513,60	780,27
88	56533,33	266,67	511,20	777,87
89	56266,67	266,67	508,80	775,47
90	56000,00	266,67	506,40	773,07
91	55733,33	266,67	504,00	770,67
92	55466,67	266,67	501,60	768,27
93	55200,00	266,67	499,20	765,87
94	54933,33	266,67	496,80	763,47
95	54666,67	266,67	494,40	761,07
96	54400,00	266,67	492,00	758,67
97	54133,33	266,67	489,60	756,27
98	53866,67	266,67	487,20	753,87
99	53600,00	266,67	484,80	751,47
100	53333,33	266,67	482,40	749,07
101	53066,67	266,67	480,00	746,67
102	52800,00	266,67	477,60	744,27
103	52533,33	266,67	475,20	741,87
104	52266,67	266,67	472,80	739,47
105	52000,00	266,67	470,40	737,07
106	51733,33	266,67	468,00	734,67
107	51466,67	266,67	465,60	732,27
108	51200,00	266,67	463,20	729,87
109	50933,33	266,67	460,80	727,47
110	50666,67	266,67	458,40	725,07
111	50400,00	266,67	456,00	722,67
112	50133,33	266,67	453,60	720,27
113	49866,67	266,67	451,20	717,87
114	49600,00	266,67	448,80	715,47
115	49333,33	266,67	446,40	713,07
116	49066,67	266,67	444,00	710,67
117	48800,00	266,67	441,60	708,27
118	48533,33	266,67	439,20	705,87
119	48266,67	266,67	436,80	703,47
120	48000,00	266,67	434,40	701,07
121	47733,33	266,67	432,00	698,67
122	47466,67	266,67	429,60	696,27
123	47200,00	266,67	427,20	693,87
124	46933,33	266,67	424,80	691,47
125	46666,67	266,67	422,40	689,07

126	46400,00	266,67	420,00	686,67
127	46133,33	266,67	417,60	684,27
128	45866,67	266,67	415,20	681,87
129	45600,00	266,67	412,80	679,47
130	45333,33	266,67	410,40	677,07
131	45066,67	266,67	408,00	674,67
132	44800,00	266,67	405,60	672,27
133	44533,33	266,67	403,20	669,87
134	44266,67	266,67	400,80	667,47
135	44000,00	266,67	398,40	665,07
136	43733,33	266,67	396,00	662,67
137	43466,67	266,67	393,60	660,27
138	43200,00	266,67	391,20	657,87
139	42933,33	266,67	388,80	655,47
140	42666,67	266,67	386,40	653,07
141	42400,00	266,67	384,00	650,67
142	42133,33	266,67	381,60	648,27
143	41866,67	266,67	379,20	645,87
144	41600,00	266,67	376,80	643,47
145	41333,33	266,67	374,40	641,07
146	41066,67	266,67	372,00	638,67
147	40800,00	266,67	369,60	636,27
148	40533,33	266,67	367,20	633,87
149	40266,67	266,67	364,80	631,47
150	40000,00	266,67	362,40	629,07
151	39733,33	266,67	360,00	626,67
152	39466,67	266,67	357,60	624,27
153	39200,00	266,67	355,20	621,87
154	38933,33	266,67	352,80	619,47
155	38666,67	266,67	350,40	617,07
156	38400,00	266,67	348,00	614,67
157	38133,33	266,67	345,60	612,27
158	37866,67	266,67	343,20	609,87
159	37600,00	266,67	340,80	607,47
160	37333,33	266,67	338,40	605,07
161	37066,67	266,67	336,00	602,67
162	36800,00	266,67	333,60	600,27
163	36533,33	266,67	331,20	597,87
164	36266,67	266,67	328,80	595,47
165	36000,00	266,67	326,40	593,07
166	35733,33	266,67	324,00	590,67
167	35466,67	266,67	321,60	588,27
168	35200,00	266,67	319,20	585,87
169	34933,33	266,67	316,80	583,47
170	34666,67	266,67	314,40	581,07
171	34400,00	266,67	312,00	578,67

172	34133,33	266,67	309,60	576,27
173	33866,67	266,67	307,20	573,87
174	33600,00	266,67	304,80	571,47
175	33333,33	266,67	302,40	569,07
176	33066,67	266,67	300,00	566,67
177	32800,00	266,67	297,60	564,27
178	32533,33	266,67	295,20	561,87
179	32266,67	266,67	292,80	559,47
180	32000,00	266,67	290,40	557,07
181	31733,33	266,67	288,00	554,67
182	31466,67	266,67	285,60	552,27
183	31200,00	266,67	283,20	549,87
184	30933,33	266,67	280,80	547,47
185	30666,67	266,67	278,40	545,07
186	30400,00	266,67	276,00	542,67
187	30133,33	266,67	273,60	540,27
188	29866,67	266,67	271,20	537,87
189	29600,00	266,67	268,80	535,47
190	29333,33	266,67	266,40	533,07
191	29066,67	266,67	264,00	530,67
192	28800,00	266,67	261,60	528,27
193	28533,33	266,67	259,20	525,87
194	28266,67	266,67	256,80	523,47
195	28000,00	266,67	254,40	521,07
196	27733,33	266,67	252,00	518,67
197	27466,67	266,67	249,60	516,27
198	27200,00	266,67	247,20	513,87
199	26933,33	266,67	244,80	511,47
200	26666,67	266,67	242,40	509,07
201	26400,00	266,67	240,00	506,67
202	26133,33	266,67	237,60	504,27
203	25866,67	266,67	235,20	501,87
204	25600,00	266,67	232,80	499,47
205	25333,33	266,67	230,40	497,07
206	25066,67	266,67	228,00	494,67
207	24800,00	266,67	225,60	492,27
208	24533,33	266,67	223,20	489,87
209	24266,67	266,67	220,80	487,47
210	24000,00	266,67	218,40	485,07
211	23733,33	266,67	216,00	482,67
212	23466,67	266,67	213,60	480,27
213	23200,00	266,67	211,20	477,87
214	22933,33	266,67	208,80	475,47
215	22666,67	266,67	206,40	473,07
216	22400,00	266,67	204,00	470,67
217	22133,33	266,67	201,60	468,27

218	21866,67	266,67	199,20	465,87
219	21600,00	266,67	196,80	463,47
220	21333,33	266,67	194,40	461,07
221	21066,67	266,67	192,00	458,67
222	20800,00	266,67	189,60	456,27
223	20533,33	266,67	187,20	453,87
224	20266,67	266,67	184,80	451,47
225	20000,00	266,67	182,40	449,07
226	19733,33	266,67	180,00	446,67
227	19466,67	266,67	177,60	444,27
228	19200,00	266,67	175,20	441,87
229	18933,33	266,67	172,80	439,47
230	18666,67	266,67	170,40	437,07
231	18400,00	266,67	168,00	434,67
232	18133,33	266,67	165,60	432,27
233	17866,67	266,67	163,20	429,87
234	17600,00	266,67	160,80	427,47
235	17333,33	266,67	158,40	425,07
236	17066,67	266,67	156,00	422,67
237	16800,00	266,67	153,60	420,27
238	16533,33	266,67	151,20	417,87
239	16266,67	266,67	148,80	415,47
240	16000,00	266,67	146,40	413,07
241	15733,33	266,67	144,00	410,67
242	15466,67	266,67	141,60	408,27
243	15200,00	266,67	139,20	405,87
244	14933,33	266,67	136,80	403,47
245	14666,67	266,67	134,40	401,07
246	14400,00	266,67	132,00	398,67
247	14133,33	266,67	129,60	396,27
248	13866,67	266,67	127,20	393,87
249	13600,00	266,67	124,80	391,47
250	13333,33	266,67	122,40	389,07
251	13066,67	266,67	120,00	386,67
252	12800,00	266,67	117,60	384,27
253	12533,33	266,67	115,20	381,87
254	12266,67	266,67	112,80	379,47
255	12000,00	266,67	110,40	377,07
256	11733,33	266,67	108,00	374,67
257	11466,67	266,67	105,60	372,27
258	11200,00	266,67	103,20	369,87
259	10933,33	266,67	100,80	367,47
260	10666,67	266,67	98,40	365,07
261	10400,00	266,67	96,00	362,67
262	10133,33	266,67	93,60	360,27
263	9866,67	266,67	91,20	357,87

264	9600,00	266,67	88,80	355,47
265	9333,33	266,67	86,40	353,07
266	9066,67	266,67	84,00	350,67
267	8800,00	266,67	81,60	348,27
268	8533,33	266,67	79,20	345,87
269	8266,67	266,67	76,80	343,47
270	8000,00	266,67	74,40	341,07
271	7733,33	266,67	72,00	338,67
272	7466,67	266,67	69,60	336,27
273	7200,00	266,67	67,20	333,87
274	6933,33	266,67	64,80	331,47
275	6666,67	266,67	62,40	329,07
276	6400,00	266,67	60,00	326,67
277	6133,33	266,67	57,60	324,27
278	5866,67	266,67	55,20	321,87
279	5600,00	266,67	52,80	319,47
280	5333,33	266,67	50,40	317,07
281	5066,67	266,67	48,00	314,67
282	4800,00	266,67	45,60	312,27
283	4533,33	266,67	43,20	309,87
284	4266,67	266,67	40,80	307,47
285	4000,00	266,67	38,40	305,07
286	3733,33	266,67	36,00	302,67
287	3466,67	266,67	33,60	300,27
288	3200,00	266,67	31,20	297,87
289	2933,33	266,67	28,80	295,47
290	2666,67	266,67	26,40	293,07
291	2400,00	266,67	24,00	290,67
292	2133,33	266,67	21,60	288,27
293	1866,67	266,67	19,20	285,87
294	1600,00	266,67	16,80	283,47
295	1333,33	266,67	14,40	281,07
296	1066,67	266,67	12,00	278,67
297	800,00	266,67	9,60	276,27
298	533,33	266,67	7,20	273,87
299	266,67	266,67	4,80	271,47
300	0,00	266,67	2,40	269,07

APÊNDICE B

Tabela com simulação de financiamento imobiliário pelo SFA

Valor financiado: R\$ 80 000,00;

Prazo: 300 meses;

Taxa: 0,9% ao mês.

MÊS	SALDO DEVEDOR	JURO	AMORTIZAÇÃO	PRESTAÇÃO
0	80000,00			
1	79947,45	720,00	52,55	772,55
2	79894,43	719,53	53,02	772,55
3	79840,93	719,05	53,50	772,55
4	79786,94	718,57	53,98	772,55
5	79732,48	718,08	54,47	772,55
6	79677,52	717,59	54,96	772,55
7	79622,06	717,10	55,45	772,55
8	79566,11	716,60	55,95	772,55
9	79509,66	716,10	56,46	772,55
10	79452,69	715,59	56,96	772,55
11	79395,22	715,07	57,48	772,55
12	79337,22	714,56	57,99	772,55
13	79278,71	714,04	58,52	772,55
14	79219,67	713,51	59,04	772,55
15	79160,09	712,98	59,57	772,55
16	79099,98	712,44	60,11	772,55
17	79039,33	711,90	60,65	772,55
18	78978,13	711,35	61,20	772,55
19	78916,39	710,80	61,75	772,55
20	78854,08	710,25	62,30	772,55
21	78791,22	709,69	62,86	772,55
22	78727,79	709,12	63,43	772,55
23	78663,79	708,55	64,00	772,55
24	78599,21	707,97	64,58	772,55
25	78534,06	707,39	65,16	772,55
26	78468,31	706,81	65,74	772,55
27	78401,98	706,21	66,34	772,55
28	78335,04	705,62	66,93	772,55
29	78267,51	705,02	67,54	772,55
30	78199,37	704,41	68,14	772,55
31	78130,61	703,79	68,76	772,55
32	78061,24	703,18	69,38	772,55
33	77991,24	702,55	70,00	772,55

34	77920,61	701,92	70,63	772,55
35	77849,34	701,29	71,27	772,55
36	77777,43	700,64	71,91	772,55
37	77704,88	700,00	72,55	772,55
38	77631,67	699,34	73,21	772,55
39	77557,81	698,69	73,87	772,55
40	77483,28	698,02	74,53	772,55
41	77408,08	697,35	75,20	772,55
42	77332,20	696,67	75,88	772,55
43	77255,64	695,99	76,56	772,55
44	77178,39	695,30	77,25	772,55
45	77100,44	694,61	77,95	772,55
46	77021,80	693,90	78,65	772,55
47	76942,44	693,20	79,35	772,55
48	76862,38	692,48	80,07	772,55
49	76781,59	691,76	80,79	772,55
50	76700,07	691,03	81,52	772,55
51	76617,82	690,30	82,25	772,55
52	76534,83	689,56	82,99	772,55
53	76451,09	688,81	83,74	772,55
54	76366,60	688,06	84,49	772,55
55	76281,35	687,30	85,25	772,55
56	76195,33	686,53	86,02	772,55
57	76108,54	685,76	86,79	772,55
58	76020,97	684,98	87,57	772,55
59	75932,60	684,19	88,36	772,55
60	75843,45	683,39	89,16	772,55
61	75753,49	682,59	89,96	772,55
62	75662,72	681,78	90,77	772,55
63	75571,13	680,96	91,59	772,55
64	75478,72	680,14	92,41	772,55
65	75385,48	679,31	93,24	772,55
66	75291,40	678,47	94,08	772,55
67	75196,47	677,62	94,93	772,55
68	75100,69	676,77	95,78	772,55
69	75004,04	675,91	96,64	772,55
70	74906,53	675,04	97,51	772,55
71	74808,14	674,16	98,39	772,55
72	74708,86	673,27	99,28	772,55
73	74608,69	672,38	100,17	772,55
74	74507,62	671,48	101,07	772,55
75	74405,64	670,57	101,98	772,55
76	74302,74	669,65	102,90	772,55
77	74198,91	668,72	103,83	772,55
78	74094,15	667,79	104,76	772,55
79	73988,45	666,85	105,70	772,55

80	73881,79	665,90	106,65	772,55
81	73774,18	664,94	107,61	772,55
82	73665,60	663,97	108,58	772,55
83	73556,04	662,99	109,56	772,55
84	73445,49	662,00	110,55	772,55
85	73333,95	661,01	111,54	772,55
86	73221,40	660,01	112,54	772,55
87	73107,85	658,99	113,56	772,55
88	72993,27	657,97	114,58	772,55
89	72877,65	656,94	115,61	772,55
90	72761,00	655,90	116,65	772,55
91	72643,30	654,85	117,70	772,55
92	72524,54	653,79	118,76	772,55
93	72404,71	652,72	119,83	772,55
94	72283,80	651,64	120,91	772,55
95	72161,81	650,55	122,00	772,55
96	72038,71	649,46	123,09	772,55
97	71914,51	648,35	124,20	772,55
98	71789,19	647,23	125,32	772,55
99	71662,74	646,10	126,45	772,55
100	71535,16	644,96	127,59	772,55
101	71406,42	643,82	128,73	772,55
102	71276,53	642,66	129,89	772,55
103	71145,47	641,49	131,06	772,55
104	71013,23	640,31	132,24	772,55
105	70879,80	639,12	133,43	772,55
106	70745,16	637,92	134,63	772,55
107	70609,32	636,71	135,84	772,55
108	70472,25	635,48	137,07	772,55
109	70333,95	634,25	138,30	772,55
110	70194,41	633,01	139,54	772,55
111	70053,61	631,75	140,80	772,55
112	69911,54	630,48	142,07	772,55
113	69768,19	629,20	143,35	772,55
114	69623,55	627,91	144,64	772,55
115	69477,62	626,61	145,94	772,55
116	69330,36	625,30	147,25	772,55
117	69181,79	623,97	148,58	772,55
118	69031,87	622,64	149,91	772,55
119	68880,61	621,29	151,26	772,55
120	68727,98	619,93	152,63	772,55
121	68573,98	618,55	154,00	772,55
122	68418,60	617,17	155,38	772,55
123	68261,82	615,77	156,78	772,55
124	68103,62	614,36	158,19	772,55
125	67944,00	612,93	159,62	772,55

126	67782,95	611,50	161,05	772,55
127	67620,45	610,05	162,50	772,55
128	67456,48	608,58	163,97	772,55
129	67291,04	607,11	165,44	772,55
130	67124,11	605,62	166,93	772,55
131	66955,67	604,12	168,43	772,55
132	66785,72	602,60	169,95	772,55
133	66614,24	601,07	171,48	772,55
134	66441,22	599,53	173,02	772,55
135	66266,64	597,97	174,58	772,55
136	66090,49	596,40	176,15	772,55
137	65912,76	594,81	177,74	772,55
138	65733,42	593,21	179,34	772,55
139	65552,47	591,60	180,95	772,55
140	65369,89	589,97	182,58	772,55
141	65185,67	588,33	184,22	772,55
142	64999,79	586,67	185,88	772,55
143	64812,24	585,00	187,55	772,55
144	64623,00	583,31	189,24	772,55
145	64432,05	581,61	190,94	772,55
146	64239,39	579,89	192,66	772,55
147	64045,00	578,15	194,40	772,55
148	63848,85	576,40	196,15	772,55
149	63650,94	574,64	197,91	772,55
150	63451,25	572,86	199,69	772,55
151	63249,76	571,06	201,49	772,55
152	63046,46	569,25	203,30	772,55
153	62841,32	567,42	205,13	772,55
154	62634,35	565,57	206,98	772,55
155	62425,50	563,71	208,84	772,55
156	62214,78	561,83	210,72	772,55
157	62002,17	559,93	212,62	772,55
158	61787,63	558,02	214,53	772,55
159	61571,17	556,09	216,46	772,55
160	61352,76	554,14	218,41	772,55
161	61132,39	552,17	220,38	772,55
162	60910,03	550,19	222,36	772,55
163	60685,67	548,19	224,36	772,55
164	60459,29	546,17	226,38	772,55
165	60230,87	544,13	228,42	772,55
166	60000,40	542,08	230,47	772,55
167	59767,85	540,00	232,55	772,55
168	59533,21	537,91	234,64	772,55
169	59296,46	535,80	236,75	772,55
170	59057,58	533,67	238,88	772,55
171	58816,55	531,52	241,03	772,55

172	58573,34	529,35	243,20	772,55
173	58327,95	527,16	245,39	772,55
174	58080,35	524,95	247,60	772,55
175	57830,53	522,72	249,83	772,55
176	57578,45	520,47	252,08	772,55
177	57324,11	518,21	254,34	772,55
178	57067,47	515,92	256,63	772,55
179	56808,53	513,61	258,94	772,55
180	56547,26	511,28	261,27	772,55
181	56283,63	508,93	263,63	772,55
182	56017,63	506,55	266,00	772,55
183	55749,24	504,16	268,39	772,55
184	55478,43	501,74	270,81	772,55
185	55205,19	499,31	273,24	772,55
186	54929,49	496,85	275,70	772,55
187	54651,30	494,37	278,19	772,55
188	54370,61	491,86	280,69	772,55
189	54087,40	489,34	283,22	772,55
190	53801,63	486,79	285,76	772,55
191	53513,30	484,21	288,34	772,55
192	53222,37	481,62	290,93	772,55
193	52928,82	479,00	293,55	772,55
194	52632,63	476,36	296,19	772,55
195	52333,77	473,69	298,86	772,55
196	52032,22	471,00	301,55	772,55
197	51727,96	468,29	304,26	772,55
198	51420,96	465,55	307,00	772,55
199	51111,20	462,79	309,76	772,55
200	50798,65	460,00	312,55	772,55
201	50483,29	457,19	315,36	772,55
202	50165,09	454,35	318,20	772,55
203	49844,02	451,49	321,06	772,55
204	49520,07	448,60	323,95	772,55
205	49193,20	445,68	326,87	772,55
206	48863,39	442,74	329,81	772,55
207	48530,61	439,77	332,78	772,55
208	48194,83	436,78	335,78	772,55
209	47856,04	433,75	338,80	772,55
210	47514,19	430,70	341,85	772,55
211	47169,27	427,63	344,92	772,55
212	46821,24	424,52	348,03	772,55
213	46470,08	421,39	351,16	772,55
214	46115,76	418,23	354,32	772,55
215	45758,25	415,04	357,51	772,55
216	45397,52	411,82	360,73	772,55
217	45033,55	408,58	363,97	772,55

218	44666,30	405,30	367,25	772,55
219	44295,75	402,00	370,55	772,55
220	43921,86	398,66	373,89	772,55
221	43544,61	395,30	377,25	772,55
222	43163,96	391,90	380,65	772,55
223	42779,88	388,48	384,07	772,55
224	42392,35	385,02	387,53	772,55
225	42001,33	381,53	391,02	772,55
226	41606,79	378,01	394,54	772,55
227	41208,70	374,46	398,09	772,55
228	40807,03	370,88	401,67	772,55
229	40401,74	367,26	405,29	772,55
230	39992,81	363,62	408,93	772,55
231	39580,19	359,94	412,62	772,55
232	39163,87	356,22	416,33	772,55
233	38743,79	352,47	420,08	772,55
234	38319,93	348,69	423,86	772,55
235	37892,26	344,88	427,67	772,55
236	37460,74	341,03	431,52	772,55
237	37025,34	337,15	435,40	772,55
238	36586,02	333,23	439,32	772,55
239	36142,74	329,27	443,28	772,55
240	35695,47	325,28	447,27	772,55
241	35244,18	321,26	451,29	772,55
242	34788,83	317,20	455,35	772,55
243	34329,38	313,10	459,45	772,55
244	33865,79	308,96	463,59	772,55
245	33398,03	304,79	467,76	772,55
246	32926,07	300,58	471,97	772,55
247	32449,85	296,33	476,22	772,55
248	31969,35	292,05	480,50	772,55
249	31484,52	287,72	484,83	772,55
250	30995,33	283,36	489,19	772,55
251	30501,74	278,96	493,59	772,55
252	30003,70	274,52	498,03	772,55
253	29501,19	270,03	502,52	772,55
254	28994,15	265,51	507,04	772,55
255	28482,54	260,95	511,60	772,55
256	27966,34	256,34	516,21	772,55
257	27445,48	251,70	520,85	772,55
258	26919,94	247,01	525,54	772,55
259	26389,67	242,28	530,27	772,55
260	25854,63	237,51	535,04	772,55
261	25314,77	232,69	539,86	772,55
262	24770,05	227,83	544,72	772,55
263	24220,43	222,93	549,62	772,55

264	23665,86	217,98	554,57	772,55
265	23106,31	212,99	559,56	772,55
266	22541,71	207,96	564,59	772,55
267	21972,04	202,88	569,68	772,55
268	21397,24	197,75	574,80	772,55
269	20817,26	192,58	579,98	772,55
270	20232,07	187,36	585,20	772,55
271	19641,60	182,09	590,46	772,55
272	19045,83	176,77	595,78	772,55
273	18444,69	171,41	601,14	772,55
274	17838,14	166,00	606,55	772,55
275	17226,13	160,54	612,01	772,55
276	16608,62	155,04	617,52	772,55
277	15985,55	149,48	623,07	772,55
278	15356,86	143,87	628,68	772,55
279	14722,53	138,21	634,34	772,55
280	14082,48	132,50	640,05	772,55
281	13436,67	126,74	645,81	772,55
282	12785,05	120,93	651,62	772,55
283	12127,56	115,07	657,49	772,55
284	11464,16	109,15	663,40	772,55
285	10794,79	103,18	669,37	772,55
286	10119,39	97,15	675,40	772,55
287	9437,92	91,07	681,48	772,55
288	8750,31	84,94	687,61	772,55
289	8056,51	78,75	693,80	772,55
290	7356,47	72,51	700,04	772,55
291	6650,12	66,21	706,34	772,55
292	5937,43	59,85	712,70	772,55
293	5218,31	53,44	719,11	772,55
294	4492,73	46,96	725,59	772,55
295	3760,61	40,43	732,12	772,55
296	3021,90	33,85	738,71	772,55
297	2276,55	27,20	745,35	772,55
298	1524,49	20,49	752,06	772,55
299	765,66	13,72	758,83	772,55
300	0,00	6,89	765,66	772,55

APÊNDICE C

Tabela com simulação de aplicação mensal na caderneta de poupança

Valor financiado: R\$ 686,67;

Prazo: 300 meses;

Taxa: 0,5% ao mês.

	DEPÓSITO MENSAL	RENDIMENTO	ACUMULADO
0	686,67		686,67
1	686,67	3,43	1376,77
2	686,67	6,88	2070,33
3	686,67	10,35	2767,35
4	686,67	13,84	3467,86
5	686,67	17,34	4171,86
6	686,67	20,86	4879,39
7	686,67	24,40	5590,46
8	686,67	27,95	6305,08
9	686,67	31,53	7023,28
10	686,67	35,12	7745,07
11	686,67	38,73	8470,46
12	686,67	42,35	9199,48
13	686,67	46,00	9932,15
14	686,67	49,66	10668,48
15	686,67	53,34	11408,49
16	686,67	57,04	12152,21
17	686,67	60,76	12899,64
18	686,67	64,50	13650,81
19	686,67	68,25	14405,73
20	686,67	72,03	15164,43
21	686,67	75,82	15926,92
22	686,67	79,63	16693,22
23	686,67	83,47	17463,36
24	686,67	87,32	18237,35
25	686,67	91,19	19015,20
26	686,67	95,08	19796,95
27	686,67	98,98	20582,61
28	686,67	102,91	21372,19
29	686,67	106,86	22165,72
30	686,67	110,83	22963,22
31	686,67	114,82	23764,70
32	686,67	118,82	24570,20
33	686,67	122,85	25379,72

34	686,67	126,90	26193,29
35	686,67	130,97	27010,92
36	686,67	135,05	27832,65
37	686,67	139,16	28658,48
38	686,67	143,29	29488,44
39	686,67	147,44	30322,56
40	686,67	151,61	31160,84
41	686,67	155,80	32003,31
42	686,67	160,02	32850,00
43	686,67	164,25	33700,92
44	686,67	168,50	34556,09
45	686,67	172,78	35415,54
46	686,67	177,08	36279,29
47	686,67	181,40	37147,36
48	686,67	185,74	38019,77
49	686,67	190,10	38896,53
50	686,67	194,48	39777,69
51	686,67	198,89	40663,25
52	686,67	203,32	41553,23
53	686,67	207,77	42447,67
54	686,67	212,24	43346,58
55	686,67	216,73	44249,98
56	686,67	221,25	45157,90
57	686,67	225,79	46070,36
58	686,67	230,35	46987,38
59	686,67	234,94	47908,99
60	686,67	239,54	48835,20
61	686,67	244,18	49766,05
62	686,67	248,83	50701,55
63	686,67	253,51	51641,73
64	686,67	258,21	52586,60
65	686,67	262,93	53536,21
66	686,67	267,68	54490,56
67	686,67	272,45	55449,68
68	686,67	277,25	56413,60
69	686,67	282,07	57382,34
70	686,67	286,91	58355,92
71	686,67	291,78	59334,37
72	686,67	296,67	60317,71
73	686,67	301,59	61305,97
74	686,67	306,53	62299,17
75	686,67	311,50	63297,34
76	686,67	316,49	64300,49
77	686,67	321,50	65308,66
78	686,67	326,54	66321,88
79	686,67	331,61	67340,16

80	686,67	336,70	68363,53
81	686,67	341,82	69392,02
82	686,67	346,96	70425,65
83	686,67	352,13	71464,44
84	686,67	357,32	72508,44
85	686,67	362,54	73557,65
86	686,67	367,79	74612,11
87	686,67	373,06	75671,84
88	686,67	378,36	76736,87
89	686,67	383,68	77807,22
90	686,67	389,04	78882,93
91	686,67	394,41	79964,01
92	686,67	399,82	81050,50
93	686,67	405,25	82142,42
94	686,67	410,71	83239,81
95	686,67	416,20	84342,67
96	686,67	421,71	85451,06
97	686,67	427,26	86564,98
98	686,67	432,82	87684,48
99	686,67	438,42	88809,57
100	686,67	444,05	89940,29
101	686,67	449,70	91076,66
102	686,67	455,38	92218,71
103	686,67	461,09	93366,48
104	686,67	466,83	94519,98
105	686,67	472,60	95679,25
106	686,67	478,40	96844,32
107	686,67	484,22	98015,21
108	686,67	490,08	99191,95
109	686,67	495,96	100374,58
110	686,67	501,87	101563,13
111	686,67	507,82	102757,61
112	686,67	513,79	103958,07
113	686,67	519,79	105164,53
114	686,67	525,82	106377,02
115	686,67	531,89	107595,58
116	686,67	537,98	108820,23
117	686,67	544,10	110051,00
118	686,67	550,25	111287,92
119	686,67	556,44	112531,03
120	686,67	562,66	113780,36
121	686,67	568,90	115035,93
122	686,67	575,18	116297,78
123	686,67	581,49	117565,94
124	686,67	587,83	118840,44
125	686,67	594,20	120121,31

126	686,67	600,61	121408,58
127	686,67	607,04	122702,30
128	686,67	613,51	124002,48
129	686,67	620,01	125309,16
130	686,67	626,55	126622,38
131	686,67	633,11	127942,16
132	686,67	639,71	129268,54
133	686,67	646,34	130601,55
134	686,67	653,01	131941,23
135	686,67	659,71	133287,61
136	686,67	666,44	134640,71
137	686,67	673,20	136000,59
138	686,67	680,00	137367,26
139	686,67	686,84	138740,77
140	686,67	693,70	140121,14
141	686,67	700,61	141508,42
142	686,67	707,54	142902,63
143	686,67	714,51	144303,81
144	686,67	721,52	145712,00
145	686,67	728,56	147127,23
146	686,67	735,64	148549,54
147	686,67	742,75	149978,96
148	686,67	749,89	151415,52
149	686,67	757,08	152859,27
150	686,67	764,30	154310,23
151	686,67	771,55	155768,46
152	686,67	778,84	157233,97
153	686,67	786,17	158706,81
154	686,67	793,53	160187,01
155	686,67	800,94	161674,62
156	686,67	808,37	163169,66
157	686,67	815,85	164672,18
158	686,67	823,36	166182,21
159	686,67	830,91	167699,79
160	686,67	838,50	169224,96
161	686,67	846,12	170757,75
162	686,67	853,79	172298,21
163	686,67	861,49	173846,37
164	686,67	869,23	175402,28
165	686,67	877,01	176965,96
166	686,67	884,83	178537,46
167	686,67	892,69	180116,81
168	686,67	900,58	181704,07
169	686,67	908,52	183299,26
170	686,67	916,50	184902,42
171	686,67	924,51	186513,61

172	686,67	932,57	188132,84
173	686,67	940,66	189760,18
174	686,67	948,80	191395,65
175	686,67	956,98	193039,30
176	686,67	965,20	194691,16
177	686,67	973,46	196351,29
178	686,67	981,76	198019,72
179	686,67	990,10	199696,49
180	686,67	998,48	201381,64
181	686,67	1006,91	203075,22
182	686,67	1015,38	204777,26
183	686,67	1023,89	206487,82
184	686,67	1032,44	208206,93
185	686,67	1041,03	209934,63
186	686,67	1049,67	211670,98
187	686,67	1058,35	213416,00
188	686,67	1067,08	215169,75
189	686,67	1075,85	216932,27
190	686,67	1084,66	218703,60
191	686,67	1093,52	220483,79
192	686,67	1102,42	222272,88
193	686,67	1111,36	224070,91
194	686,67	1120,35	225877,94
195	686,67	1129,39	227694,00
196	686,67	1138,47	229519,14
197	686,67	1147,60	231353,40
198	686,67	1156,77	233196,84
199	686,67	1165,98	235049,49
200	686,67	1175,25	236911,41
201	686,67	1184,56	238782,64
202	686,67	1193,91	240663,22
203	686,67	1203,32	242553,21
204	686,67	1212,77	244452,64
205	686,67	1222,26	246361,58
206	686,67	1231,81	248280,05
207	686,67	1241,40	250208,12
208	686,67	1251,04	252145,83
209	686,67	1260,73	254093,23
210	686,67	1270,47	256050,37
211	686,67	1280,25	258017,29
212	686,67	1290,09	259994,05
213	686,67	1299,97	261980,69
214	686,67	1309,90	263977,26
215	686,67	1319,89	265983,82
216	686,67	1329,92	268000,41
217	686,67	1340,00	270027,08

218	686,67	1350,14	272063,88
219	686,67	1360,32	274110,87
220	686,67	1370,55	276168,10
221	686,67	1380,84	278235,61
222	686,67	1391,18	280313,46
223	686,67	1401,57	282401,69
224	686,67	1412,01	284500,37
225	686,67	1422,50	286609,54
226	686,67	1433,05	288729,26
227	686,67	1443,65	290859,58
228	686,67	1454,30	293000,55
229	686,67	1465,00	295152,22
230	686,67	1475,76	297314,65
231	686,67	1486,57	299487,89
232	686,67	1497,44	301672,00
233	686,67	1508,36	303867,03
234	686,67	1519,34	306073,04
235	686,67	1530,37	308290,07
236	686,67	1541,45	310518,19
237	686,67	1552,59	312757,45
238	686,67	1563,79	315007,91
239	686,67	1575,04	317269,62
240	686,67	1586,35	319542,64
241	686,67	1597,71	321827,02
242	686,67	1609,14	324122,83
243	686,67	1620,61	326430,11
244	686,67	1632,15	328748,93
245	686,67	1643,74	331079,35
246	686,67	1655,40	333421,41
247	686,67	1667,11	335775,19
248	686,67	1678,88	338140,74
249	686,67	1690,70	340518,11
250	686,67	1702,59	342907,37
251	686,67	1714,54	345308,58
252	686,67	1726,54	347721,79
253	686,67	1738,61	350147,07
254	686,67	1750,74	352584,48
255	686,67	1762,92	355034,07
256	686,67	1775,17	357495,91
257	686,67	1787,48	359970,06
258	686,67	1799,85	362456,58
259	686,67	1812,28	364955,53
260	686,67	1824,78	367466,98
261	686,67	1837,33	369990,98
262	686,67	1849,95	372527,61
263	686,67	1862,64	375076,92

264	686,67	1875,38	377638,97
265	686,67	1888,19	380213,84
266	686,67	1901,07	382801,57
267	686,67	1914,01	385402,25
268	686,67	1927,01	388015,93
269	686,67	1940,08	390642,68
270	686,67	1953,21	393282,57
271	686,67	1966,41	395935,65
272	686,67	1979,68	398602,00
273	686,67	1993,01	401281,68
274	686,67	2006,41	403974,76
275	686,67	2019,87	406681,30
276	686,67	2033,41	409401,38
277	686,67	2047,01	412135,05
278	686,67	2060,68	414882,40
279	686,67	2074,41	417643,48
280	686,67	2088,22	420418,37
281	686,67	2102,09	423207,13
282	686,67	2116,04	426009,84
283	686,67	2130,05	428826,56
284	686,67	2144,13	431657,36
285	686,67	2158,29	434502,31
286	686,67	2172,51	437361,50
287	686,67	2186,81	440234,97
288	686,67	2201,17	443122,82
289	686,67	2215,61	446025,10
290	686,67	2230,13	448941,90
291	686,67	2244,71	451873,28
292	686,67	2259,37	454819,31
293	686,67	2274,10	457780,08
294	686,67	2288,90	460755,65
295	686,67	2303,78	463746,10
296	686,67	2318,73	466751,50
297	686,67	2333,76	469771,93
298	686,67	2348,86	472807,46
299	686,67	2364,04	475858,16
300	686,67	2379,29	478924,13

APÊNDICE D

Tabela com simulação de aplicação na poupança do valor equivalente à entrada de um financiamento (R\$ 20 000,00) e um depósito mensal de R\$ 686,67.

	APLICAÇÃO MENSAL	RENTABILIDADE	ACUMULADO	APLICAÇÃO ENTRADA	TOTAL APLICADO
0	686,67		686,67	20000,00	20686,67
1	686,67	3,43	1376,77	20100,00	21476,77
2	686,67	6,88	2070,33	20200,50	22270,83
3	686,67	10,35	2767,35	20301,50	23068,85
4	686,67	13,84	3467,86	20403,01	23870,87
5	686,67	17,34	4171,86	20505,03	24676,89
6	686,67	20,86	4879,39	20607,55	25486,94
7	686,67	24,40	5590,46	20710,59	26301,05
8	686,67	27,95	6305,08	20814,14	27119,22
9	686,67	31,53	7023,28	20918,21	27941,49
10	686,67	35,12	7745,07	21022,80	28767,87
11	686,67	38,73	8470,46	21127,92	29598,38
12	686,67	42,35	9199,48	21233,56	30433,04
13	686,67	46,00	9932,15	21339,72	31271,87
14	686,67	49,66	10668,48	21446,42	32114,90
15	686,67	53,34	11408,49	21553,65	32962,15
16	686,67	57,04	12152,21	21661,42	33813,63
17	686,67	60,76	12899,64	21769,73	34669,37
18	686,67	64,50	13650,81	21878,58	35529,38
19	686,67	68,25	14405,73	21987,97	36393,70
20	686,67	72,03	15164,43	22097,91	37262,34
21	686,67	75,82	15926,92	22208,40	38135,32
22	686,67	79,63	16693,22	22319,44	39012,67
23	686,67	83,47	17463,36	22431,04	39894,40
24	686,67	87,32	18237,35	22543,20	40780,54
25	686,67	91,19	19015,20	22655,91	41671,12
26	686,67	95,08	19796,95	22769,19	42566,14
27	686,67	98,98	20582,61	22883,04	43465,64
28	686,67	102,91	21372,19	22997,45	44369,64
29	686,67	106,86	22165,72	23112,44	45278,16
30	686,67	110,83	22963,22	23228,00	46191,22
31	686,67	114,82	23764,70	23344,14	47108,85
32	686,67	118,82	24570,20	23460,86	48031,06
33	686,67	122,85	25379,72	23578,17	48957,88
34	686,67	126,90	26193,29	23696,06	49889,34

35	686,67	130,97	27010,92	23814,54	50825,46
36	686,67	135,05	27832,65	23933,61	51766,26
37	686,67	139,16	28658,48	24053,28	52711,76
38	686,67	143,29	29488,44	24173,54	53661,99
39	686,67	147,44	30322,56	24294,41	54616,97
40	686,67	151,61	31160,84	24415,88	55576,72
41	686,67	155,80	32003,31	24537,96	56541,28
42	686,67	160,02	32850,00	24660,65	57510,65
43	686,67	164,25	33700,92	24783,96	58484,88
44	686,67	168,50	34556,09	24907,88	59463,97
45	686,67	172,78	35415,54	25032,42	60447,96
46	686,67	177,08	36279,29	25157,58	61436,87
47	686,67	181,40	37147,36	25283,37	62430,72
48	686,67	185,74	38019,77	25409,78	63429,55
49	686,67	190,10	38896,53	25536,83	64433,37
50	686,67	194,48	39777,69	25664,52	65442,20
51	686,67	198,89	40663,25	25792,84	66456,08
52	686,67	203,32	41553,23	25921,80	67475,03
53	686,67	207,77	42447,67	26051,41	68499,08
54	686,67	212,24	43346,58	26181,67	69528,25
55	686,67	216,73	44249,98	26312,58	70562,56
56	686,67	221,25	45157,90	26444,14	71602,04
57	686,67	225,79	46070,36	26576,36	72646,72
58	686,67	230,35	46987,38	26709,24	73696,62
59	686,67	234,94	47908,99	26842,79	74751,78
60	686,67	239,54	48835,20	26977,00	75812,20
61	686,67	244,18	49766,05	27111,89	76877,94
62	686,67	248,83	50701,55	27247,45	77949,00
63	686,67	253,51	51641,73	27383,68	79025,41
64	686,67	258,21	52586,60	27520,60	80107,21
65	686,67	262,93	53536,21	27658,21	81194,41
66	686,67	267,68	54490,56	27796,50	82287,06
67	686,67	272,45	55449,68	27935,48	83385,16
68	686,67	277,25	56413,60	28075,16	84488,76
69	686,67	282,07	57382,34	28215,53	85597,87
70	686,67	286,91	58355,92	28356,61	86712,53
71	686,67	291,78	59334,37	28498,39	87832,76
72	686,67	296,67	60317,71	28640,89	88958,60
73	686,67	301,59	61305,97	28784,09	90090,06
74	686,67	306,53	62299,17	28928,01	91227,18
75	686,67	311,50	63297,34	29072,65	92369,99
76	686,67	316,49	64300,49	29218,01	93518,51
77	686,67	321,50	65308,66	29364,10	94672,77
78	686,67	326,54	66321,88	29510,92	95832,80

79	686,67	331,61	67340,16	29658,48	96998,64
80	686,67	336,70	68363,53	29806,77	98170,30
81	686,67	341,82	69392,02	29955,81	99347,82
82	686,67	346,96	70425,65	30105,58	100531,23
83	686,67	352,13	71464,44	30256,11	101720,56
84	686,67	357,32	72508,44	30407,39	102915,83
85	686,67	362,54	73557,65	30559,43	104117,08
86	686,67	367,79	74612,11	30712,23	105324,33
87	686,67	373,06	75671,84	30865,79	106537,62
88	686,67	378,36	76736,87	31020,12	107756,98
89	686,67	383,68	77807,22	31175,22	108982,44
90	686,67	389,04	78882,93	31331,09	110214,02
91	686,67	394,41	79964,01	31487,75	111451,76
92	686,67	399,82	81050,50	31645,19	112695,69
93	686,67	405,25	82142,42	31803,41	113945,84
94	686,67	410,71	83239,81	31962,43	115202,24
95	686,67	416,20	84342,67	32122,24	116464,92
96	686,67	421,71	85451,06	32282,85	117733,91
97	686,67	427,26	86564,98	32444,27	119009,25
98	686,67	432,82	87684,48	32606,49	120290,97
99	686,67	438,42	88809,57	32769,52	121579,09
100	686,67	444,05	89940,29	32933,37	122873,66
101	686,67	449,70	91076,66	33098,04	124174,70
102	686,67	455,38	92218,71	33263,53	125482,24
103	686,67	461,09	93366,48	33429,84	126796,32
104	686,67	466,83	94519,98	33596,99	128116,97
105	686,67	472,60	95679,25	33764,98	129444,23
106	686,67	478,40	96844,32	33933,80	130778,12
107	686,67	484,22	98015,21	34103,47	132118,68
108	686,67	490,08	99191,95	34273,99	133465,94
109	686,67	495,96	100374,58	34445,36	134819,94
110	686,67	501,87	101563,13	34617,59	136180,71
111	686,67	507,82	102757,61	34790,67	137548,29
112	686,67	513,79	103958,07	34964,63	138922,70
113	686,67	519,79	105164,53	35139,45	140303,98
114	686,67	525,82	106377,02	35315,15	141692,17
115	686,67	531,89	107595,58	35491,72	143087,30
116	686,67	537,98	108820,23	35669,18	144489,41
117	686,67	544,10	110051,00	35847,53	145898,53
118	686,67	550,25	111287,92	36026,77	147314,69
119	686,67	556,44	112531,03	36206,90	148737,93
120	686,67	562,66	113780,36	36387,93	150168,29
121	686,67	568,90	115035,93	36569,87	151605,80
122	686,67	575,18	116297,78	36752,72	153050,50

123	686,67	581,49	117565,94	36936,49	154502,42
124	686,67	587,83	118840,44	37121,17	155961,61
125	686,67	594,20	120121,31	37306,78	157428,08
126	686,67	600,61	121408,58	37493,31	158901,89
127	686,67	607,04	122702,30	37680,78	160383,07
128	686,67	613,51	124002,48	37869,18	161871,66
129	686,67	620,01	125309,16	38058,53	163367,69
130	686,67	626,55	126622,38	38248,82	164871,20
131	686,67	633,11	127942,16	38440,06	166382,22
132	686,67	639,71	129268,54	38632,26	167900,80
133	686,67	646,34	130601,55	38825,42	169426,98
134	686,67	653,01	131941,23	39019,55	170960,78
135	686,67	659,71	133287,61	39214,65	172502,26
136	686,67	666,44	134640,71	39410,72	174051,44
137	686,67	673,20	136000,59	39607,78	175608,36
138	686,67	680,00	137367,26	39805,81	177173,08
139	686,67	686,84	138740,77	40004,84	178745,61
140	686,67	693,70	140121,14	40204,87	180326,01
141	686,67	700,61	141508,42	40405,89	181914,31
142	686,67	707,54	142902,63	40607,92	183510,55
143	686,67	714,51	144303,81	40810,96	185114,77
144	686,67	721,52	145712,00	41015,02	186727,02
145	686,67	728,56	147127,23	41220,09	188347,32
146	686,67	735,64	148549,54	41426,19	189975,73
147	686,67	742,75	149978,96	41633,32	191612,28
148	686,67	749,89	151415,52	41841,49	193257,01
149	686,67	757,08	152859,27	42050,70	194909,96
150	686,67	764,30	154310,23	42260,95	196571,18
151	686,67	771,55	155768,46	42472,26	198240,71
152	686,67	778,84	157233,97	42684,62	199918,58
153	686,67	786,17	158706,81	42898,04	201604,85
154	686,67	793,53	160187,01	43112,53	203299,54
155	686,67	800,94	161674,62	43328,09	205002,71
156	686,67	808,37	163169,66	43544,73	206714,39
157	686,67	815,85	164672,18	43762,46	208434,63
158	686,67	823,36	166182,21	43981,27	210163,48
159	686,67	830,91	167699,79	44201,18	211900,96
160	686,67	838,50	169224,96	44422,18	213647,14
161	686,67	846,12	170757,75	44644,29	215402,05
162	686,67	853,79	172298,21	44867,51	217165,73
163	686,67	861,49	173846,37	45091,85	218938,22
164	686,67	869,23	175402,28	45317,31	220719,59
165	686,67	877,01	176965,96	45543,90	222509,85
166	686,67	884,83	178537,46	45771,62	224309,07

167	686,67	892,69	180116,81	46000,47	226117,29
168	686,67	900,58	181704,07	46230,48	227934,54
169	686,67	908,52	183299,26	46461,63	229760,89
170	686,67	916,50	184902,42	46693,94	231596,36
171	686,67	924,51	186513,61	46927,41	233441,01
172	686,67	932,57	188132,84	47162,04	235294,89
173	686,67	940,66	189760,18	47397,85	237158,03
174	686,67	948,80	191395,65	47634,84	239030,49
175	686,67	956,98	193039,30	47873,02	240912,32
176	686,67	965,20	194691,16	48112,38	242803,55
177	686,67	973,46	196351,29	48352,94	244704,23
178	686,67	981,76	198019,72	48594,71	246614,43
179	686,67	990,10	199696,49	48837,68	248534,17
180	686,67	998,48	201381,64	49081,87	250463,51
181	686,67	1006,91	203075,22	49327,28	252402,50
182	686,67	1015,38	204777,26	49573,92	254351,18
183	686,67	1023,89	206487,82	49821,79	256309,60
184	686,67	1032,44	208206,93	50070,90	258277,82
185	686,67	1041,03	209934,63	50321,25	260255,88
186	686,67	1049,67	211670,98	50572,86	262243,83
187	686,67	1058,35	213416,00	50825,72	264241,72
188	686,67	1067,08	215169,75	51079,85	266249,60
189	686,67	1075,85	216932,27	51335,25	268267,52
190	686,67	1084,66	218703,60	51591,92	270295,52
191	686,67	1093,52	220483,79	51849,88	272333,67
192	686,67	1102,42	222272,88	52109,13	274382,01
193	686,67	1111,36	224070,91	52369,68	276440,59
194	686,67	1120,35	225877,94	52631,53	278509,46
195	686,67	1129,39	227694,00	52894,69	280588,68
196	686,67	1138,47	229519,14	53159,16	282678,29
197	686,67	1147,60	231353,40	53424,95	284778,36
198	686,67	1156,77	233196,84	53692,08	286888,92
199	686,67	1165,98	235049,49	53960,54	289010,03
200	686,67	1175,25	236911,41	54230,34	291141,75
201	686,67	1184,56	238782,64	54501,49	293284,13
202	686,67	1193,91	240663,22	54774,00	295437,22
203	686,67	1203,32	242553,21	55047,87	297601,08
204	686,67	1212,77	244452,64	55323,11	299775,75
205	686,67	1222,26	246361,58	55599,73	301961,30
206	686,67	1231,81	248280,05	55877,73	304157,78
207	686,67	1241,40	250208,12	56157,11	306365,24
208	686,67	1251,04	252145,83	56437,90	308583,73
209	686,67	1260,73	254093,23	56720,09	310813,32
210	686,67	1270,47	256050,37	57003,69	313054,06

211	686,67	1280,25	258017,29	57288,71	315306,00
212	686,67	1290,09	259994,05	57575,15	317569,20
213	686,67	1299,97	261980,69	57863,03	319843,72
214	686,67	1309,90	263977,26	58152,34	322129,60
215	686,67	1319,89	265983,82	58443,10	324426,92
216	686,67	1329,92	268000,41	58735,32	326735,73
217	686,67	1340,00	270027,08	59029,00	329056,08
218	686,67	1350,14	272063,88	59324,14	331388,03
219	686,67	1360,32	274110,87	59620,76	333731,64
220	686,67	1370,55	276168,10	59918,87	336086,96
221	686,67	1380,84	278235,61	60218,46	338454,07
222	686,67	1391,18	280313,46	60519,55	340833,01
223	686,67	1401,57	282401,69	60822,15	343223,84
224	686,67	1412,01	284500,37	61126,26	345626,63
225	686,67	1422,50	286609,54	61431,89	348041,44
226	686,67	1433,05	288729,26	61739,05	350468,31
227	686,67	1443,65	290859,58	62047,75	352907,33
228	686,67	1454,30	293000,55	62357,99	355358,53
229	686,67	1465,00	295152,22	62669,78	357821,99
230	686,67	1475,76	297314,65	62983,12	360297,77
231	686,67	1486,57	299487,89	63298,04	362785,93
232	686,67	1497,44	301672,00	63614,53	365286,53
233	686,67	1508,36	303867,03	63932,60	367799,64
234	686,67	1519,34	306073,04	64252,27	370325,30
235	686,67	1530,37	308290,07	64573,53	372863,60
236	686,67	1541,45	310518,19	64896,39	375414,59
237	686,67	1552,59	312757,45	65220,88	377978,33
238	686,67	1563,79	315007,91	65546,98	380554,89
239	686,67	1575,04	317269,62	65874,72	383144,34
240	686,67	1586,35	319542,64	66204,09	385746,73
241	686,67	1597,71	321827,02	66535,11	388362,13
242	686,67	1609,14	324122,83	66867,79	390990,61
243	686,67	1620,61	326430,11	67202,12	393632,24
244	686,67	1632,15	328748,93	67538,14	396287,07
245	686,67	1643,74	331079,35	67875,83	398955,17
246	686,67	1655,40	333421,41	68215,20	401636,62
247	686,67	1667,11	335775,19	68556,28	404331,47
248	686,67	1678,88	338140,74	68899,06	407039,80
249	686,67	1690,70	340518,11	69243,56	409761,67
250	686,67	1702,59	342907,37	69589,78	412497,15
251	686,67	1714,54	345308,58	69937,72	415246,30
252	686,67	1726,54	347721,79	70287,41	418009,20
253	686,67	1738,61	350147,07	70638,85	420785,92
254	686,67	1750,74	352584,48	70992,04	423576,52

255	686,67	1762,92	355034,07	71347,00	426381,07
256	686,67	1775,17	357495,91	71703,74	429199,65
257	686,67	1787,48	359970,06	72062,26	432032,32
258	686,67	1799,85	362456,58	72422,57	434879,15
259	686,67	1812,28	364955,53	72784,68	437740,21
260	686,67	1824,78	367466,98	73148,61	440615,58
261	686,67	1837,33	369990,98	73514,35	443505,33
262	686,67	1849,95	372527,61	73881,92	446409,53
263	686,67	1862,64	375076,92	74251,33	449328,25
264	686,67	1875,38	377638,97	74622,59	452261,56
265	686,67	1888,19	380213,84	74995,70	455209,54
266	686,67	1901,07	382801,57	75370,68	458172,25
267	686,67	1914,01	385402,25	75747,53	461149,78
268	686,67	1927,01	388015,93	76126,27	464142,20
269	686,67	1940,08	390642,68	76506,90	467149,58
270	686,67	1953,21	393282,57	76889,44	470172,00
271	686,67	1966,41	395935,65	77273,88	473209,53
272	686,67	1979,68	398602,00	77660,25	476262,25
273	686,67	1993,01	401281,68	78048,55	479330,23
274	686,67	2006,41	403974,76	78438,80	482413,55
275	686,67	2019,87	406681,30	78830,99	485512,29
276	686,67	2033,41	409401,38	79225,14	488626,52
277	686,67	2047,01	412135,05	79621,27	491756,32
278	686,67	2060,68	414882,40	80019,38	494901,78
279	686,67	2074,41	417643,48	80419,47	498062,95
280	686,67	2088,22	420418,37	80821,57	501239,94
281	686,67	2102,09	423207,13	81225,68	504432,81
282	686,67	2116,04	426009,84	81631,81	507641,64
283	686,67	2130,05	428826,56	82039,97	510866,52
284	686,67	2144,13	431657,36	82450,17	514107,52
285	686,67	2158,29	434502,31	82862,42	517364,73
286	686,67	2172,51	437361,50	83276,73	520638,23
287	686,67	2186,81	440234,97	83693,11	523928,09
288	686,67	2201,17	443122,82	84111,58	527234,40
289	686,67	2215,61	446025,10	84532,14	530557,24
290	686,67	2230,13	448941,90	84954,80	533896,69
291	686,67	2244,71	451873,28	85379,57	537252,85
292	686,67	2259,37	454819,31	85806,47	540625,78
293	686,67	2274,10	457780,08	86235,50	544015,58
294	686,67	2288,90	460755,65	86666,68	547422,33
295	686,67	2303,78	463746,10	87100,01	550846,11
296	686,67	2318,73	466751,50	87535,51	554287,01
297	686,67	2333,76	469771,93	87973,19	557745,12
298	686,67	2348,86	472807,46	88413,06	561220,51

299	686,67	2364,04	475858,16	88855,12	564713,28
300	686,67	2379,29	478924,13	89299,40	568223,52