SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA - SBM

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE - UFAC

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL - PROFMAT

WLADIMIR MELO REBOUÇAS

UTILIZANDO O ÁBACO COMO RECURSO DIDÁTICO PARA UMA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA SIGNIFICATIVA

RIO BRANCO - AC

2018

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA - SBM

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE - UFAC

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL- PROFMAT

WLADIMIR MELO REBOUÇAS

UTILIZANDO O ÁBACO COMO RECURSO DIDÁTICO PARA UMA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA SIGNIFICATIVA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal Do Acre - UFAC, como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Ronaldo Melo

RIO BRANCO - AC

2018

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

R792u Rebouças, Wladimir Melo, 1971-

Utilização do ábaco como recurso didático para uma aprendizagem matemática significativa / Wladimir Melo Rebouças ; orientador: Prof. Dr. José Ronaldo Melo. – 2018.

138 f.: il.; 30 cm.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Acre, Mestrado Profissional em Rede Nacional - PROFMAT. Rio Branco, 2018.

Inclui referências bibliográficas, anexo e apêndices.

1. Ensino de matemática. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Práticas de ensino. I. Melo, José Ronaldo (orientador). II. Título.

CDD: 510.92

Bibliotecária: Alanna Santos Figueiredo CRB-11º/1003

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE – UFAC
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas - CCET
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Utilizando o ábaco como recurso didático para uma aprendizagem matemática significativa

Autor (a): Wladimir Melo Rebouças
Orientador (a): Prof. Dr. José Ronaldo Melo

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Acre – PROFMAT/UFAC, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre.

Examinado (a) por:

....
Prof. Dr. José Ronaldo Melo
Orientador e Presidente da Banca - UFAC

....
Prof. Dr. Sérgio Brazil Júnior
Membro Interno – UFAC

....
Profa. Me. Mara Rykelma da Costa Silva
Membro Externo - IFAC

Rio Branco, Acre
Setembro de 2018

DEDITÓRIA

À minha família, em especial à minha mãe Ivanilde e meu pai José Rebouças (*in memoriam*).

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me permitir chegar até aqui e concretizar mais um sonho.

À minha mãe, Ivanilde, por todo amor, carinho e incentivo em todos os momentos da minha vida.

À minha esposa Selma, e filhos, Vinícius e Ketelyn, por todo amor e compreensão nas minhas ausências.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Ronaldo, com toda a sua humildade, dedicação e paciência, acreditou no meu trabalho, tornando tudo isso possível.

Aos meus irmãos Eliza, Elizabeth, Elísio e José Rebouças, pela amizade e companheirismo.

Aos professores do PROFMAT, por todo empenho, atenção e ensinamentos destinados aos alunos.

Aos colegas de turma, pelos momentos de estudo e descontração.

À equipe gestora, professores e funcionários da escola João Aguiar, por todo apoio recebido durante os quatorze anos em que trabalhei como professor de Matemática.

Aos colegas de trabalho da CEFEM/SEE/AC, pelo apoio e ensinamentos.

Enfim, a todos que de uma forma ou outra, contribuíram para a realização desse trabalho.

“Para aprender é indispensável que haja um clima e um ambiente adequados constituídos por um marco de relações em que predominem a aceitação, a confiança, o respeito mútuo e sinceridade.”

ZABALA (1998, p.100)

RESUMO

São vários os questionamentos que surgem ao planejarmos o ensino da matemática nas séries iniciais, dentre eles, a maneira mais adequada de se abordar as operações básicas e como tornar esses conceitos utilizáveis na vida diária. O objetivo dessa pesquisa é descrever uma proposta de atividade que busque tornar o aprendizado mais atraente, visando despertar no aluno o interesse e o aprendizado da Matemática a partir do uso do ábaco na resolução de problemas envolvendo os números naturais. Portanto, buscou-se apresentar o ábaco como mais um recurso a favorecer a aprendizagem e apresentar possibilidades de um trabalho na mediação do ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental II, ressaltando a contribuição do uso desse material ao processo de ensino e aprendizagem partindo da propositura de que todo recurso didático precisa ter relação com as atividades de ensino. Trata-se de uma pesquisa qualitativa e quantitativa, cujo método de pesquisa, segundo os objetivos, é de natureza explicativa e descritiva. Quanto aos procedimentos, os métodos utilizados foram o bibliográfico e a pesquisa de campo. Os resultados apontam para a necessidade de uma maior intervenção junto a estes alunos, sujeitos da pesquisa, pois, inicialmente foi identificado que estes não conheciam o ábaco, que até sabem somar, mas não sabem organizar os dados. Evidenciou-se, ainda, que o professor deve levar seu aluno a superar os procedimentos padronizados, próprios de uma didática desvinculada de situações reais. É possível consolidar essa nova relação do aluno com o conhecimento adquirido na resolução de problemas e, finalmente, se constatou que o uso do ábaco possibilitou aos alunos entender e enxergar melhor alguns dos conceitos trabalhados na matemática.

Palavras-chave: Ensino da Matemática. Resolução de problemas. Ábaco. Aprendizado.

ABSTRACT

There are several questions that arise when we plan to teach mathematics in the initial grades, among them, the most appropriate way to approach basic operations and how to make these concepts usable in daily life. The goal of this research is to describe a proposed activity that seeks to make learning more attractive, aiming at awakening student interest in and learning of mathematics from the use of the abacus in the resolution of problems involving natural numbers. Therefore, we sought to present the abacus as another resource to encourage learning and present possibilities for a job in the mediation of the teaching of Mathematics in the early years of elementary school II, emphasizing the contribution of the use of this material to teaching and learning process starting from the proposition that all educational resource must be related to teaching activities. It is a qualitative and quantitative research whose method of research, according to the objectives, is explanatory and descriptive nature. As regards procedures, the methods used were the bibliographic and field research. The results point to the need for increased intervention with these students, subject of research, therefore, initially was identified that they did not know the abacus, which up to know sum, but they don't know how to organize the data. It was evidenced that the teacher should take your student through standardized procedures, own a didactic unlinked to real situations, it is possible to consolidate this new relationship of the student with the knowledge to solve problems and Finally, if found that the use of the abacus allowed students to understand and see better some of the concepts worked on mathematics.

Keywords: Mathematics teaching. Troubleshooting. Abacus. Learning.

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE SIGLAS

AC – Acre
CAPS – Centro de Atenção Psicossocial
CIM – Comissão Internacional de Instrução Matemática
DCEBM – Diretrizes Curriculares da Educação Básica para Matemática
EJA – Educação de Jovens e Adultos
IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
IMPA – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada
NUPEP – Núcleo de Ensino, Pesquisa e Extensão em Educação de Jovens e Adultos e em Educação Popular.
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais
PE – Pernambuco
PR – Paraná
PPP – Projeto Político Pedagógico
PROFMAT – Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional
SAEB – Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
SEAPE – Sistema Estadual de Avaliação da Aprendizagem Escolar
SBM – Sociedade Brasileira de Matemática
SND – Sistema de Numeração Decimal

LISTA DE GRÁFICOS E QUADRO

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática é motivo de muita discussão, produto da complexidade que o envolve e muitas são as pautas: o papel do professor, a dinâmica das aulas, a formação do profissional, as estratégias de ensino, entre outras questões não menos importantes ou pertinentes. Essa complexidade advém, dos vários fatores que o permeiam.

Trabalhar o ábaco como um recurso didático-pedagógico se insere no contexto dessas discussões, visto que além de enriquecer os processos ensino e aprendizagem rompe com a concepção e prática tradicionais, evidenciando o estudo da disciplina Matemática como algo prazeroso e relevante para os alunos, haja vista que utilizar diferentes abordagens e recursos torna o aprendizado mais significativo. Ao comprarmos um pão, construirmos uma casa, irmos ao cinema, etc., estes processos se efetivam mediante a relação com os conceitos matemáticos.

Conforme os PCNs (BRASIL, 1998), a Matemática se faz presente desde os tempos mais remotos, tendo nascido das necessidades dos homens. Seu ensino está ligado direta ou indiretamente à todas as demais ciências. Desse modo, nos chamam a atenção para o fato de que a Matemática, no Ensino Fundamental, deva estimular o aluno a ler e escrever números, a fim de que este conheça a escrita posicional, utilize o número como um instrumento para representação e resolução de situações quantitativas presentes no cotidiano, estimule a compreensão das regras do sistema de numeração decimal, dentre outros processos cognitivos.

É preciso, portanto, a utilização de diferentes recursos disponíveis, do próprio ambiente educacional, que possam se constituir em estímulos ao educando à medida que facilitem e enriqueçam os processos ensino e aprendizagem.

Mesmo sendo consenso a presença e o uso social das operações matemáticas elementares – adição, subtração, multiplicação e divisão – em nossa vida cotidiana, o que vemos, nas escolas, ainda é um ensino que não prioriza o cálculo mental. Sobre isto, Souza (2010) afirma que a escola desconsidera essas formas de cálculo, desenvolvendo um trabalho pedagógico voltado para o ensino do algoritmo, ou seja, da conta armada, sendo, assim, as operações são apresentadas como técnicas, procedimentos e ações que, quando aplicadas em sequência e repetidamente, conduzem à resposta.

Partindo da concepção de que, para a compreensão verdadeira e significativa dos processos envolvidos nas operações básicas da Matemática, se faz necessário que o professor permita que seus alunos conheçam e tenham acesso às diversas formas de cálculo, criem suas próprias estratégias e as use em situações diferentes, dependendo da necessidade que se tem, propusemos, este estudo, intitulado utilizando o ábaco como recurso didático para uma aprendizagem Matemática significativa.

Um planejamento adequado para as aulas, utilizando diferentes recursos disponíveis e, neste sentido, cabe dizer que os recursos didático-pedagógicos são componentes do ambiente educacional, constituindo-se em estimuladores dos alunos, que facilitam e enriquecem o processo de ensino-aprendizagem.

Dessa forma, vários são os recursos que podem se encontrar no ambiente onde ocorre o processo ensino-aprendizagem que podem se transformar em um ótimo recurso didático, desde que utilizado de forma adequada.

O ábaco é, pois, um recurso que há muito tempo vem sendo utilizado como um instrumento de cálculo, havendo indícios de que já era utilizado pelo homem antes mesmo do desenvolvimento da escrita, embora com outro formato.

Os comerciantes, principalmente os que negociavam bens, precisavam de uma maneira de manter o inventário atualizado e, em consequência dessa necessidade, criaram vários dispositivos de contagem. Entre estes se destaca o ábaco - criado para ajudar a contar grandes números e considerado a primeira calculadora.

A palavra ábaco vem do grego *abakos*, que significa tábua coberta com pó ou areia, usada para desenhar figuras e fazer contas, sendo que estas tábuas, com o tempo foram substituídas por placas de madeira ou metal, com linhas ou sulcos, onde deslizavam pequenas pedras ou contas, o que explica, por exemplo, a origem da palavra em latim, pois, nesta língua pedra é *calculus*, origem da palavra calcular. Portanto, cabe ressaltar que os ábacos eram essencialmente uma representação posicional dos números.

Conhecendo o objeto deste estudo – investigar se o ábaco se constitui em mais um recurso a favorecer a aprendizagem dos números naturais -, este trabalho traz uma discussão acerca do uso do ábaco como uma ferramenta de aprendizagem Matemática, onde se parte da propositura de que todo recurso didático precisa se relacionar com as atividades de ensino de forma que promova a apropriação de conhecimentos científicos.

Nesse processo, compete ao professor estar capacitado para ensinar os conceitos, direcionando a aprendizagem de modo que o aluno apreenda a mobilizar sua ação diante do conhecimento. Decorre daí, a curiosidade em investigar a prática pedagógica dos professores do Ensino Fundamental, visando identificar como se dá o uso do ábaco na aprendizagem

Matemática.

O desafio em trazer a discussão acerca da temática traduz à sua relevância para o processo significativo de apreensão-assimilação de conteúdos matemáticos na Educação Fundamental, uma vez que a possibilidade de investigar este objeto não se resume em evidenciar o ábaco como uma ferramenta eficaz para o ensino e a aprendizagem matemáticas, mas a partir da vivência de sua operacionalização no âmbito da sala de aula, e compreender à sua contribuição no que se refere ao desenvolvimento psíquico dos alunos, quando este instrumento é utilizado na mediação do ensino e da aprendizagem dos conceitos desta disciplina.

Na busca por respostas, realizaremos, no Capítulo 2, um percurso pela trajetória e desenho da pesquisa, buscando-se apresentar uma visão geral da mesma. Evidenciaremos, portanto, os caminhos da pesquisa, revelando os métodos de estudos adotados, as estratégias, bem como os instrumentais e, ainda, o lócus e os sujeitos que dela fizeram parte.

No Capítulo 3, apresentaremos um pouco da História do Ensino da Matemática, organizada cronologicamente, trazendo algumas considerações que tratam especificamente do processo de ensino e aprendizagem. Destacaremos, ainda, a função e as especificidades da escola, a fim de evidenciar que o uso do ábaco em sala não se constitui em seguir uma mera receita, mas implica em se trabalhar diferentes conteúdos e conceitos, em uma evidente mostra da amplitude da escolarização.

No Capítulo 4, abordaremos informações relativas ao ábaco, situando-o, como um recurso histórico e um recurso didático, simultaneamente.

No Capítulo 5, traremos os resultados da nossa pesquisa, das observações e nossas impressões, evidenciando o que aconteceu em sala de aula, bem como a percepção do professor quanto ao uso do ábaco como um instrumento facilitador na aprendizagem das operações matemáticas básicas.

2 TRAJETÓRIA E DESENHO DA PESQUISA

O estudo da Matemática, na maioria das vezes, é visto de forma abstrata pelos alunos, os quais não conseguem ver relação entre esta e o seu cotidiano, o que traz muitas dificuldades ao processo de ensino-aprendizagem, situação esta que nos reporta ao que diz Duval (2011, p.15) para quem “a análise do conhecimento não deve considerar apenas a natureza dos objetos estudados, mas igualmente a forma como os objetos são apresentados ou como podemos ter acesso a eles por nós mesmos.”

Para o autor, duas situações se apresentam como dificuldades ao processo de ensino-aprendizagem: as locais, as quais se apresentam em um curto espaço de tempo e se associam a introdução de uma nova noção ou mesmo de um procedimento; e as globais, que se apresentam em um espaço de tempo de um ano aproximadamente e se referem, entre outros, à resolução de problemas, ao raciocínio, à falta de transparência daquilo que se supõe adquirido através de novas situações e nas aplicações do conhecimento à realidade.

As dificuldades globais, muitas vezes, se confundem com as locais, levando-nos a explicá-las por meio das dificuldades locais, que são próprias ao conhecimento e ao saber do processo de aprendizagem, o que exige, para a compreensão das razões dessas dificuldades um olhar voltado não mais para quem as sente, ou aqueles que não as consegue entender, mas sim, para um processo maior de reflexão onde possamos nos interrogar sobre o que é, de fato, o conhecimento matemático e no que este difere das outras áreas do conhecimento.

São questões, conforme Duval (2011), de ordem epistemológica e cognitiva, aspectos estes que são indissociáveis, haja vista a análise do conhecimento não poder considerar apenas a natureza dos objetos estudados, mas, também, a forma como estes são apresentados ou como acessamos. Assim, o entendimento de como se processa o conhecimento é o que nos impulsiona a trabalhar o ensino da Matemática de uma forma prática e mais dinâmica, por isso a indicação do uso do ábaco, instrumento milenar que permite ao aluno trabalhar tanto com o valor absoluto quanto com o relativo, aproximando assim o cálculo mental do cálculo escrito.

A Matemática, ou melhor, alguns dos conteúdos que se trabalha nesta disciplina do currículo escolar, comporta um amplo campo de relações e, ao contrário do que muitos alunos pensam e falam, têm muita aplicabilidade no cotidiano das pessoas, conforme explanam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para a Matemática:

> A Matemática (...) faz parte da vida de todas as pessoas nas experiências mais simples como contar, comparar e operar sobre quantidades. Nos cálculos relativos a salários, pagamentos e consumo, na organização de atividades como agricultura e pesca, a Matemática se apresenta como um conhecimento de muita aplicabilidade. Também é um instrumental importante para diferentes áreas do conhecimento, por ser utilizada em estudos tanto ligados às ciências da natureza como às ciências sociais e por estar presente na composição musical, na coreografia, na arte e nos esportes (BRASIL, 1997, p.25).

Levando-se em consideração o exposto, algumas questões devem ser consideradas quanto ao estudo dos fenômenos que se entrelaçam e que dizem respeito ao ensino e aprendizagem Matemática, tais como: o aluno, o professor, o saber matemático e suas relações. Para tanto, o professor deve refletir sobre estas variáveis, considerando outros pontos relevantes:

> • identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações;
> • conhecer a história de vida dos alunos, sua vivência de aprendizagens fundamentais, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais;
> • ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções. (BRASIL, 1997, p.29)

Portanto, trabalhar a partir do uso do ábaco nos impulsiona ao resgate das–origens deste recurso didático, desde as sociedades mais antigas, numa forma rudimentar, mas que já evidenciava à necessidade de formalização da Matemática enquanto ciência.

Essas considerações evidenciam a importância histórica do ábaco e sua importância como ferramenta estratégica na apreensão de conceitos importantes para o aprendizado e para o ensino da Matemática.

O que motivou a escolha dessa temática foram duas experiências com o ábaco bastante exitosas na minha trajetória pessoal e profissional: uma quando realizava minha graduação em Matemática, há mais de vinte anos, onde fiz um trabalho com o ábaco, que teve uma aceitação muito boa pelos colegas de sala.

A segunda experiência, ocorreu no exercício de minha prática profissional como educador, onde sempre procurei trabalhar algumas metodologias diferenciadas, buscando levar o aluno a entender os conceitos e que estes pudessem a ter significado nos conteúdos trabalhados, de forma que assim, chegamos ao trabalho desenvolvido com o ábaco, onde se pode perceber às dificuldades dos alunos na compreensão dos conceitos.

Nesta experiência em sala de aula, o ábaco foi confeccionado com isopor, tampas de garrafas e palitos para churrascos, com o qual foram trabalhadas as operações básicas envolvendo os números inteiros.

Trabalhando de forma prática com o ábaco, possibilitando aos alunos manuseá-lo, estes foram conseguindo compreender os conceitos e, a partir do uso deste material concreto, passaram a interagir mais em sala de aula e a entender mais, evidenciando, portanto, que o ensino quando se apropria de diferentes estratégias e recursos ganha maior significação para os alunos, levando a entender que, sendo o ensino e aprendizagem dinâmicos, não pode ficar apenas na possibilidade do aluno adquirir habilidades na reprodução de informações passadas, mas sim na alternativa de interagir com os colegas e professores, na busca de compreensão e significação dos conceitos matemáticos.

2.1 PROBLEMA E QUESTÃO DE ESTUDO

Na atualidade, as diretrizes curriculares aspiram uma Educação Matemática que possibilite aos alunos articularem os conceitos científicos as suas experiências cotidianas e as outras áreas do conhecimento. Logo, na riqueza de trabalhar o contexto é que vai ser dado significado às aprendizagens na escola, assim como da importância do uso de recursos didáticos como facilitadores da prática pedagógica, entendendo estes como todo componente que venha a auxiliar o trabalho do professor em sala de aula, trazendo subsídios para que a aprendizagem dos alunos seja mais prazerosa.

Considerando que a relação que há entre todo e qualquer recurso didático e as atividades de ensino - para que possam promover a apropriação de conhecimentos científicos e, assim, fazer do ensino e da aprendizagem momentos, além de prazerosos, significativos para os alunos -, pode-se afirmar que é tarefa do educador estar preparado para ensinar os diferentes e diversos conceitos, bem como de mobilizar a ação do aluno rumo à aprendizagem utilizando-se de diferentes estratégias e recursos.

O propósito dessa pesquisa é: “investigar se o ábaco se constitui em mais um recurso a favorecer a aprendizagem dos alunos no que se refere as operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), envolvendo os números naturais”, reportamo-nos ao nosso tema, trazendo como questões de estudo:

- De que maneira podemos trabalhar com o ábaco de modo significativo para os alunos?

- Como trabalhar atividades de ensino a partir do uso do ábaco nas aulas de matemática?

- Como relacionar o ábaco com os conceitos trabalhados nas operações com números naturais?

2.2 SUJEITOS DA PESQUISA

Considerando os objetivos desta pesquisa, assim como sua finalidade, os sujeitos desta pesquisa constituem-se de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental da rede pública do município de Rio Branco, no Acre, na parte do experimento. Contudo, os professores que ensinam Matemática, nos anos finais do Ensino Fundamental, da rede estadual de educação do município de Rio Branco, também se constituem em sujeitos à medida em que visamos, a partir de um questionário, identificar suas concepções acerca do ábaco como uma ferramenta estratégica no Ensino das operações matemáticas.

2.3 OBJETIVOS DA PESQUISA

2.3.1 Geral

Descrever uma proposta de atividade que busca tornar o aprendizado mais atraente, visando despertar no aluno o interesse pela Matemática a partir do uso do ábaco na resolução de problemas.

2.3.2 Específicos:

- Resgatar a origem do uso do ábaco;

- Refletir sobre o potencial do ábaco como um recurso didático para o ensino de Matemática no Ensino Fundamental, particularmente quando se trata da apropriação das operações com números naturais;

- Identificar como vem sendo trabalhado o ábaco nas séries do segundo ciclo do Ensino fundamental;

- Evidenciar como o ábaco pode ser utilizado no ensino das operações matemáticas no 6º ano do ensino fundamental;

- Refletir sobre as práticas pedagógicas usadas pelos professores no ensino de matemática;

- Compreender a percepção de professores de Matemática da Educação Básica em relação à utilização do ábaco no ensino das operações matemáticas.

2.4 JUSTIFICATIVA DO OBJETO DE ESTUDO

Como professor de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e trabalhando como técnico na Secretaria de Estado de Educação do Acre, tenho constatado nos encontros de formações continuadas e em conversas informais, a insatisfação de alguns professores quanto ao ensino da Matemática, dado ao distanciamento entre a Matemática ensinada na sala de aula e a praticada no dia a dia. Essas informações podem ser evidenciadas na Tabela 1, onde apresenta os dados da avaliação externa (SEAPE[1]), da Secretaria de Estado de Educação, em relação aos descritores que estão diretamente associados as operações envolvendo os números naturais. A redação dos referidos descritores estão disponíveis no Anexo 1.

Tabela 1 - Percentual de desempenho por ano e descritor dos alunos da rede estadual de Rio Branco em Matemática do 5º ano de ensino fundamental.

ANO	D17	D18	D19	D20	MÉDIA
2015	64,4	51,3	70,6	56,8	60,4
2016	66,0	52,3	59,3	62,8	60,0

Fonte: Secretaria de Estado de Educação e Esporte /AC

Em relação aos dados da Tabela 1, esta evidencia que os descritores não estão consolidados pelos alunos. O que demonstra o não domínio das habilidades relacionadas às operações básicas da aritmética (adição, subtração, multiplicação e divisão). O que favorece a utilização de novas metodologias envolvendo, principalmente, uso de recursos didáticos, como o ábaco, para contribuir no processo de ensino- aprendizagem dos alunos.

Como defende Goldberg (1998), a Educação tem o papel de despertar aptidões e orientar os educandos para o melhor uso destas no contexto da sociedade em que se vive. Portanto, precisa-se apresentar um trabalho que permita o desenvolvimento das estruturas cognitivas, de modo que possibilitem ao aluno, não somente ler e compreender o mundo em que vive, mas atuar e, se possível, gerar progresso na sociedade como um todo.

Neste sentido, quando somos e atuamos como educadores, precisamos ter em mente que o ensino e a aprendizagem se dão em um contexto de múltiplas alternativas. Quando se

[1] O Sistema Estadual de Avaliação da Aprendizagem Escolar (SEAPE) foi criado em 2009, pela Secretaria de Estado de Educação e Esporte do Acre, para produzir diagnósticos periódicos acerca do ensino, monitorando a educação pública ofertada e oferecendo subsídios para que políticas públicas educacionais pudessem ser desenhadas e implementadas. Disponível em:
http://www.seape.caedufjf.net/avaliacao-educacional/o-programa/

atua como educador, sabe-se que se tem a responsabilidade de buscar estratégias visando uma melhor aprendizagem.

Ponderando acerca da relação entre os recurso didáticos e as atividades de ensino, que cabe ao professor estar preparado para ensinar os conceitos e mobilizar a ação do aluno, em uma ação de direcionar a aprendizagem. A escolha por estudar o ábaco justifica-se porque, muito embora seja este considerado como um recurso bastante antigo do qual a humanidade faz uso, o mesmo ainda se constitui em uma estratégia de ensino não muito usado pela maioria dos professores no processo de ensino e aprendizagem Matemática.

Visando tornar mais dinâmico o ensino e a aprendizagem matemáticas e, considerando que utilização de materiais concretos para a construção do conhecimento envolvido neste estudo, permitirá uma maior participação dos alunos. Idealizou-se uma intervenção em sala de aula, com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, baseado no uso de materiais concretos, particularmente o ábaco, o qual em geral serve para estudar o sistema de numeração decimal, mas também, pode servir como ferramenta para o estudo das operações envolvendo os números naturais.

Assim, esperamos que este trabalho contribua com uma forma alternativa para aprender Matemática, especialmente com o recurso proposto, que seja ao mesmo tempo prazerosa, agradável e participativa, de maneira que os conteúdos apresentados aos alunos sejam significativos. Portanto, o desafio dos educadores é despertar motivos para a aprendizagem, tornar as aulas interessantes, trabalhar com conteúdos relevantes para que possam ser compartilhados em experiências extra escoltares.

2.5 DESENHO METODOLÓGICO

Como esclarece Minayo (2010, p.14), a metodologia é "o caminho percorrido pelo pensamento e a prática exercida na abordagem da realidade". Portanto, esta inclui, simultaneamente, o método (que é a teoria da abordagem adotada), as técnicas (que são instrumentos e a forma de operacionalização do conhecimento) e a criatividade do pesquisador (sua experiência, capacidade pessoal e sensibilidade).

Assim, este tópico tem como objetivo apresentar o processo de desenvolvimento da pesquisa, descrevendo o caminho percorrido para responder as perguntas que motivaram o presente estudo. Portanto, apresentará o método usado, o processo de coleta de dados, instrumentos utilizados, o processo de análise e interpretação dos dados, assim como os sujeitos envolvidos na pesquisa.

Para fundamentar teoricamente a pesquisa, realizamos uma revisão bibliográfica buscando autores que se preocupam com as questões apresentadas, a fim de dar suporte à análise dos resultados encontrados. Procuramos por experiências semelhantes as aqui observadas, com o objetivo de encontrar possíveis parâmetros para análises e embasar as recomendações e considerações finais.

2.5.1 Métodos

Não se pode negar que o conhecimento é resultado da curiosidade, inquietação e atividade investigativa dos indivíduos e, neste sentido, a pesquisa é, assim, a estrada a percorrer para auxiliar o ser humano a apropriar-se do conhecimento e satisfazer essa gama de curiosidade natural. É uma atividade de interesse imediato e continuado e se insere numa corrente de pensamento acumulado.

A dimensão social da pesquisa é a inserção do pesquisador na corrente da vida em sociedade, com suas competições, interesses e ambições ao lado da legítima busca do conhecimento científico, de modo que confere à pesquisa um caráter político.

A pesquisa não se realiza fora da vida social, ela não é isolada da realidade, está presente nas atividades normais do profissional das ciências humanas e deve ser usada como instrumento de enriquecimento do conhecimento.

Antes de adentrar na apresentação do método científico, é necessário traçar algumas diferenciações entre os componentes de uma pesquisa na área da Educação, salientando-se às suas particularidades e desfazer alguns equívocos que comumente são cometidos.

Uma dessas particularidades refere-se ao tipo de pesquisa. Quando nos reportamos ao vocábulo tipo, nos referimos ao modelo que tem determinadas características que o diferenciam de outro. Portanto, quando se trata de pesquisa em Educação, podemos afirmar, com tranquilidade que, no que se refere à abordagem existem dois tipos fundamentais de pesquisa: a quantitativa e a qualitativa, sendo que o primeiro tipo tem como pressuposto a separação entre o sujeito investigador e o objeto investigado e faz uso da linguagem Matemática na apresentação dos resultados alcançados. Enquanto que o qualitativo pondera acerca da junção do sujeito com o objeto, e busca fazer uma exposição e elucidação dos significados que as pessoas atribuem a determinados eventos.

Em função da forma de coleta de dados utilizados, com questionários envolvendo questões objetivas e dissertativas, essa pesquisa apresenta tanto uma abordagem qualitativa, quanto quantitativa.

Para Fonseca (2002), a utilização conjunta da pesquisa qualitativa e quantitativa permite recolher mais informações do que se poderia conseguir isoladamente.

A pesquisa quantitativa, que tem suas raízes no pensamento positivista lógico, tende a enfatizar o raciocínio dedutivo, as regras da lógica e os atributos mensuráveis da experiência humana. Por outro lado, a pesquisa qualitativa tende a salientar os aspectos dinâmicos, holísticos e individuais da experiência humana, para apreender a totalidade no contexto daqueles que estão vivenciando o fenômeno (POLIT, BECKER E HUNGLER, 2004, p. 201).

2.5.2 O Método Qualitativo

Por ter como objeto de estudo uma situação que ocorre no contexto escolar, esta pesquisa utiliza algumas estratégias procedentes da investigação qualitativa, já que o estudo das experiências educacionais, por envolverem múltiplas variáveis, coaduna-se aos métodos advindos dessa modalidade de pesquisa. Segundo Bogdan & Biklen (1994, p.16):

> Os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais, e conversas, e de complexo tratamento estatístico. (...) ainda que os indivíduos que fazem investigação qualitativa possam vir a selecionar questões específicas à medida que recolhem os dados, a abordagem à investigação não é feita com o objetivo de responder a questões prévias ou de testar hipóteses.

Como esclarecem Silveira e Córdova (2009) a pesquisa qualitativa não visa representatividade numérica, mas, sim, o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, etc., e que os pesquisadores que adotam a abordagem qualitativa o fazem junto e opõem ao pressuposto que defende um modelo único de pesquisa para todas as ciências.

Portanto, a abordagem qualitativa permite, ainda, o uso concomitante de outros métodos. Assim, esta pesquisa é um estudo de caso da intervenção pedagógica, cuja investigação teve como característica a abordagem fenomenológico-hermenêutica abordada por Fiorentini e Lorenzato:

> Parte do pressuposto de que a solução dos problemas educacionais passa primeiramente pela busca de interpretação e compreensão dos significados atribuídos pelos envolvidos (os sujeitos que experienciam o fenômeno). (FIORENTINI E LORENZATO, 2009, p. 65).

Como se pode observar no trecho acima, a pesquisa qualitativa preocupa-se em interpretar para compreender os significados atribuídos às coisas pelos sujeitos, aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais, posição esta compactua por Minayo (2010, p.14), para quem “a pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis”.

2.5.3 O Método Quantitativo

Uma pesquisa quantitativa utiliza diferentes técnicas da estatística descritiva em forma de gráficos e tabelas, de modo a quantificar os dados para um determinado estudo, utilizando-se de questionários com perguntas de múltipla escolha e outros recursos que tenham perguntas de natureza objetiva.

Para Fonseca (2002, p.20):

> A pesquisa quantitativa se centra na objetividade. Influenciada pelo positivismo, considera que a realidade só pode ser compreendida com base na análise de dados brutos, recolhidos com o auxílio de instrumentos padronizados e neutros. A pesquisa quantitativa recorre à linguagem matemática para descrever as causas de um fenômeno, as relações entre variáveis, etc.

2.5.4 A Pesquisa Explicativa

A modalidade da pesquisa, segundo os objetivos, será de natureza explicativa, pois, esta se preocupa em identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos. Ou seja, este tipo de pesquisa explica o porquê das coisas através dos resultados encontrados e, como defende Gil (2007), uma pesquisa explicativa pode ser a continuação de outra descritiva, posto que a identificação de fatores que determinam um fenômeno exige que este esteja suficientemente descrito e detalhado.

Cervo e Bervian (1983) também relatam que a pesquisa descritiva é aquela que analisa, observa, registra e correlaciona aspectos (variáveis) que envolvem fatos ou fenômenos, sem manipulá-los. Os fenômenos humanos ou naturais são investigados sem a interferência do pesquisador que apenas “procura descobrir, com a precisão possível, a freqüência com que um fenômeno ocorre, sua relação e conexão com outros, sua natureza e características. (CERVO; BERVIAN, 1983, p. 55).

2.5.5 Métodos Procedimentais

Quanto aos procedimentos os métodos a serem utilizados serão o bibliográfico e a pesquisa de campo. A pesquisa bibliográfica, segundo Fonseca (2002), é realizada a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas e publicadas por meios escritos e eletrônicos. Portanto, esta pesquisa, quanto aos procedimentos técnicos para a coleta de dados, é bibliográfica, já que foi elaborada com base em material já publicado, constituído principalmente de livros e artigos de periódicos e atualmente com material publicado na Internet, assim como também se buscou trabalhar com alguns documentos oficiais buscando subsidiar as proposituras evidenciadas nos autores que compõem o referencial teórico apresentado.

A pesquisa bibliográfica foi realizada em oito meses, em bancos de dados de dissertações e teses disponibilizados na internet, cuja busca foi realizada a partir de descritores, tais como: educação Matemática; o ensino da Matemática; Estratégias no ensino da Matemática; recursos metodológicos no ensino de Matemática; o ábaco no ensino de conteúdos matemáticos, etc.

Qualquer trabalho científico inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, sendo esta primeira ação o que permite com que o pesquisador conheça o que já se estudou sobre o assunto e, até mesmo existindo pesquisas científicas que se baseiam unicamente na pesquisa bibliográfica, procurando referências teóricas publicadas com o objetivo de recolher informações ou conhecimentos prévios sobre o problema a respeito do qual se procura a resposta (FONSECA, 2002).

De acordo com Fonseca (2002), a pesquisa possibilita uma aproximação e um entendimento da realidade a investigar, como um processo permanentemente inacabado. Ela se processa através de aproximações sucessivas da realidade, fornecendo subsídios para uma intervenção no real. E com relação à coleta de dados, utilizaremos pesquisa de campo, que consiste,

> [...] naquela modalidade de investigação na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece e pode dar-se por amostragem, entrevista, observação participante, pesquisa-ação, aplicação de questionário, teste, entre outros. (FIORENTINI E LORENZATO, 2009, p. 71).

Ainda, de conformidade com os autores supracitados, os autores acrescentam que o trabalho de campo permite compreender a realidade social a partir dos nossos objetivos e, assim, afirmam: “Nosso olhar, no trabalho de campo, portanto, é orientado pelas nossas questões que queremos investigar” (FIORENTINI E LORENZATO, 2009, p. 101).

Como ressalta Fonseca (2002), a pesquisa de campo caracteriza-se pelas investigações em que, além da pesquisa bibliográfica e/ou documental, se realiza coleta de dados junto a pessoas, com o recurso de diferentes tipos de pesquisa (pesquisa ex-post-facto, pesquisa-ação, pesquisa participante, etc.

Também foi utilizada a observação participante, não-estruturada, haja vista a minha integração por participação direta e pessoal, enquanto docente-mediador, junto aos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental.

Visando a auxiliar no processo ensino-aprendizagem dos números inteiros, optamos por desenvolver uma metodologia a partir da ideia de Bianchini (2000) que sugere a utilização de um ábaco em sala de aula para trabalhar as operações no conjunto dos números inteiros.

Assim, a coleta de dados ocorreu através de pesquisa *in loco*, no ambiente educacional, com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental.

Quanto aos professores, sujeitos também desta pesquisa, foram entrevistados 35 que ensinam Matemática (o que correspondeu a 27,34%) nos anos finais do Ensino Fundamental, de várias escolas da rede estadual de Educação do município de Rio Branco, com dedicação exclusiva para a docência escolar. Esses sujeitos se constituíram como fonte de pesquisa através de um questionário (Apêndice F), considerando-se as suas disponibilidades e por atuarem no ensino de Matemática.

2.6 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA EXPERIÊNCIA

Este tópico tem como objetivo apresentar o processo de desenvolvimento da pesquisa, descrevendo o caminho percorrido para responder as perguntas que motivaram o presente estudo. Portanto, apresentará como foi desenvolvido o experimento, a fase da coleta de dados, instrumentos utilizados, o processo de análise e interpretação dos dados.

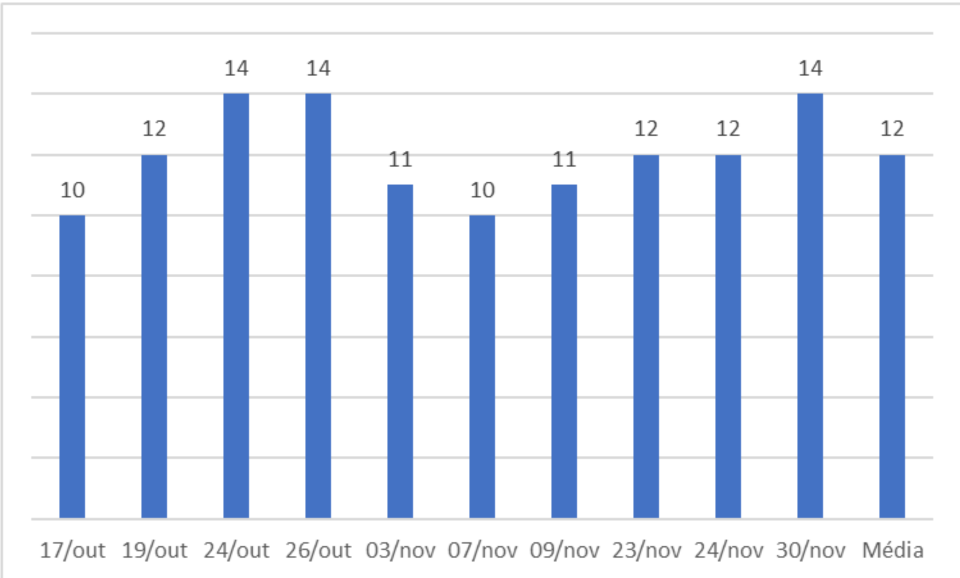
A pesquisa de campo foi realizada numa escola da rede estadual de Ensino do município de Rio Branco. A escolha da escola ocorreu em virtude desta atender o ensino fundamental II, que apresentava alunos, do 6ª ano. Após conversa com a equipe coordenação pedagógica da escola, detectou-se que haviam alunos com dificuldades nas operações básicas da aritmética, envolvendo números naturais.

A escola funciona em três turnos, sendo que apenas no 1º turno, a mesma consta com 17 turmas dos anos finais do Ensino Fundamental. Optou-se por trabalhar com os alunos do 6º ano, sendo o critério de seleção realizado pelos professores de Matemática dos alunos, de modo que os pais desses alunos estivessem em concordância. Pois, os alunos tinham em torno de 10 ou 11 anos de idade, e os encontros da pesquisa iriam ocorrer no contraturno, na própria escola.

A pesquisa de campo está constituída de uma pesquisa-ação, considerando que "A pesquisa-ação educacional é principalmente uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores" (TRIPP, 2005, p.445), foi realizada nos meses de outubro e novembro de 2017.

Cabe esclarecer que, neste caso, não foram selecionados alunos de uma única turma, esta composta por um grupo pequeno, sendo, 17 alunos. Porém, a partir dos primeiros encontros, apenas 14 alunos apresentaram frequência regular (Gráfico 1).

Gráfico 1 – Quantidade de alunos por encontro



Fonte: Autoria própria

Inicialmente os encontros aconteciam duas vezes por semana, das 14 às 17 horas.

No primeiro encontro, foi utilizada como estratégia de coleta de dados, uma avaliação diagnóstica (Apêndice A), visando identificar as dificuldades específicas dos estudantes na assimilação do conteúdo e, assim, identificar o que os alunos já sabem antes de começar o trabalho de intervenção. A avaliação foi aplicada individualmente, tendo duração de uma hora e meia.

Também foi realizada uma pesquisa com professores da rede estadual de ensino, objetivando identificar qual a percepção deste acerca do uso do ábaco em suas turmas. O resultado desta pesquisa entrará, também, no quarto capítulo.

Com base nas informações coletadas e observações realizadas, analisamos os dados à luz do referencial teórico com o propósito de embasar as considerações finais da pesquisa.

A próxima etapa desta pesquisa se consistiu na apresentação dos resultados obtidos e a discussão dos mesmos, procurando analisar as informações encontradas, as quais estão apresentadas no quarto capítulo deste estudo.

Quanto à metodologia cabe esclarecer ainda que, o fator principal é que a pesquisa qualitativa não busca a generalização. Assim, a análise de dados aqui a ser apresentada tem por objetivo compreender um fenômeno em seu sentido mais intenso, em vez de produzir inferências que levam à constituição de leis gerais ou a extrapolação que permitam fazer previsões válidas sobre a realidade futura.

2.7 MATERIAL UTILIZADO

De modo a otimizar o tempo disponível para os encontros, os conteúdos das aulas, bem como as listas de atividades estavam sempre impressas, de forma que cada aluno tivesse a sua cópia. Em relação ao ábaco, cada aluno recebeu um, adquirido no comercio local (Figura 2), para uso nos encontros.

O ábaco utilizado por este pesquisador foi confeccionado a partir de materiais bem simples, em tamanho maior para facilitar a visualização dos alunos, tais como: cano de PVC de ½ polegada, conexões, linha de pesca e sementes de jarina[2] e corante laranja, conforme Figura 1:

Figura 1 - Ábaco artesanal

[2] O marfim-vegetal ou jarina (Phytelephas macrocarpa) é uma palmeira nativa da região equatorial das Américas Central e do Sul, principalmente na Bolívia, Peru, Colômbia, Equador e no Brasil, nos Estados de Rondônia, Acre e Amazonas. Ver mais em: http://www.ecoloja.blog.br/goto/store/textos.aspx?SID=Ecoloja&id=283.

Os ábacos utilizados pelos alunos foram adquiridos em lojas de papelaria (conforme Figura 2), sendo um total de 14 ábacos.

Figura 2 – Ábaco horizontal

Outros recursos foram utilizados no decorrer dos encontros, tais como lápis, borracha, apontadores, papel com pauta, aos alunos. A escola ofereceu uma sala climatizada, com mesa, cadeira, carteiras, quadro branco e pinceis.

3 APORTE TEÓRICO

Este capítulo tem por objetivo oferecer ao leitor um panorama da revisão de literatura realizada na pesquisa sobre o tema em questão e que foi utilizado como aporte teórico para a fundamentação da mesma.

Considerando que nosso objeto de investigação é verificar se o ábaco se constitui em mais um recurso a favorecer a aprendizagem dos alunos em relação às operações básicas com os números naturais. Acredita-se ser importante conhecer um pouco acerca da Matemática, ciência em que o ábaco é utilizado como instrumento didático, bem como se trazem alguns temas que a perpassam, direta ou indiretamente, acabam por influenciar no seu ensino, bem como na sua aprendizagem. Assim, apresenta-se uma breve passagem pela história da matemática, o pré-conceito que ronda esta ciência e que a coloca como a mais difícil disciplina com a qual o aluno deve lidar desde os seus primeiros passos na vida estudantil até a academia.

Apresenta-se, ainda, algumas das principais dificuldades, desafios e possibilidades do ensino da Matemática e, além disto, apresenta-se o uso dos experimentos como estratégia de ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos.

3.1 A MATEMÁTICA

Como relata D'Ambrósio (2011), o conhecimento matemático é produto de diferentes conhecimentos empíricos desenvolvidos pelas civilizações ao longo da história da humanidade, por meio das relações que o homem estabelecia entre si, com a natureza e a sociedade, na busca pela sobrevivência, conhecimentos estes, sistematizados e difundidos de geração a geração.

Para o autor, se a Matemática ensinada nas escolas resulta dessa ciência que surgiu de experiências cotidianas do ser humano, acredita-se que é importante que ela seja ministrada a partir das experiências vivenciadas pelos estudantes em seu cotidiano, desde as mais simples, como classificar, seriar, contar, comparar quantidades e realizar operações entre essas quantidades, com vistas à apropriação do conhecimento sistematizado ao longo do desenvolvimento humano.

Destacamos que Vigotski (1978) desenvolveu uma teoria sobre a aprendizagem tomando como ponto de partida o fato de que ela acontece muito antes de o estudante entrar na escola, por meio das relações entre as pessoas, o que promove o seu desenvolvimento.

Para Vigotski (1978) o processo de aprendizagem, o desenvolvimento e o ensino, sempre se mostraram relevantes e para ele o entendimento de como se processa a relação entre instrução escolar e desenvolvimento cognitivo é um dos passos para se adentrar ao cerne da questão desenvolvimental do indivíduo.

Para o autor, a maneira como os adultos buscam transmitir para as crianças os seus modos, seus pensamentos, suas experiências e sua cultura, demonstram que desde cedo estas já estão em interação constante com os adultos e que, em consequência disso os processos cognitivos e psicológicos mais complexos vão tomando forma.

Sobre isso Vygotsky explica que:

> Cada função no desenvolvimento cultural de uma criança aparece duas vezes: primeiro no nível social e mais tarde, no nível individual, primeiro entre pessoas (interpsicológico) e depois dentro da criança (intrapsicológico). Isso se aplica igualmente a toda atenção voluntária, à memória, à formação de conceitos. Todas as ações mentais superiores se originam como relações reais entre pessoas. (VYGOTSKY, 1978, p.57).

Vygotsky acredita que a aprendizagem da criança começa muito antes da aprendizagem escolar. Ao chegar na escola o aluno já traz uma história e, neste sentido, a aprendizagem não necessariamente se inicia na idade escolar, o que para ele significa afirmar que há uma diferença substancial entre o que é produzido em termos de aprendizagem antes da criança estar na idade escolar e o que ela adquire durante sua estada nas instituições escolares.

Como expressa Silva (2014), o universo desafiador de todo educador se reflete no compromisso deste com a educação, o qual, por sua vez, se reflete nos conteúdos, na responsabilidade com os alunos e nos processos de ensino e aprendizagem, nos desafios, metas e objetivos que se impõem em meio ao contexto social escolar e, neste contexto de desafios, a organização do ensino é um que se concretiza diariamente, pois há que se organizar um ensino que considere todos estes desafios, inclusive neste conhecimento que o aluno já traz.

Conforme as Diretrizes Curriculares da Educação Básica para Matemática além de diferenciadas metodologias, outras questões, como a avaliação, por exemplo, são importantes, cabendo à escola:

> (...) incentivar a prática pedagógica fundamentada em diferentes metodologias, valorizando concepções de ensino, de aprendizagem (internalização) e de avaliação que permitam aos professores e estudantes conscientizarem-se da necessidade [...] Um projeto educativo, nessa direção, precisa atender igualmente aos sujeitos, seja qual for sua condição social e econômica, seu pertencimento étnico e cultural e às possíveis necessidades especiais para aprendizagem (PARANÁ, 2008, p.15).

Essas características que vêm sendo a muito discutidas no âmbito educacional são discursos que defendem uma educação de qualidade, voltada para a realidade do aluno e, por isso, significativa, rompendo com a grande distância entre a realidade e a aprendizagem.

3.2 TRAJETÓRIA DA MATEMÁTICA

3.2.1 Aspecto Histórico

Ao traçar a história da Matemática, Boyer (1996) afirma que boa parte do que hoje se chama de Matemática tem sua origem nas ideias primitivas centradas nos conceitos de números, grandeza e forma em conformidade com este autor, definições antiquadas da matemática como uma ciência do número e da grandeza já não a contempla mais, não sendo, portanto, mais válidas.

Boyer (1996) afirma ser somente a partir do século XIX que a Matemática se liberta das limitações sugeridas pelas observações da natureza, muito embora este afirma que, originalmente a Matemática surgiu como parte do cotidiano do homem e, se há validade no princípio biológico "da sobrevivência do mais apto" a persistência da raça humana tem estreita relação com o desenvolvimento no homem de conceitos matemáticos.

Boyer afirma ser a linguagem essencial no surgimento do pensamento matemático abstrato e relata, ainda, que as palavras que exprimem idéias numéricas foram aparecendo de forma gradativa, sendo os símbolos para números, antecessores das palavras para números, mas, o fato é que este relata que milhares de anos se passaram até que o homem fizesse distinção entre os conceitos abstratos e repetidas situações concretas evidenciam as dificuldades experienciadas até o estabelecimento de uma base, embora que ainda muito primitiva, para a matemática e perduram muitas questões.

Ainda, com relação à sua origem, sendo uma das premissas a de que usualmente surgiu em resposta às necessidades práticas, embora estudos antropológicos defendam outra origem, sugerindo que a arte de contar surge em conexão com rituais religiosos primitivos, e que o aspecto ordinal precedeu o conceito quantitativo e, destaca que se são corretas as teorias que dão origem ritual à contagem, o conceito de número ordinal pode ser anterior ao conceito de número cardinal.

Boyer (1996) relata, ainda, que o conceito de número inteiro é o mais antigo na Matemática e sua origem se perde na antiguidade pré-histórica e afirma serem as afirmações acerca das origens da Matemática, seja da aritmética, seja da geometria, arriscadas, haja vista ser os primórdios do assunto mais antigos que a arte de escrever, sendo somente nos seis últimos milênios que o homem se mostrou capaz de pôr seus registros e pensamentos em forma escrita, sendo que para informações sobre a pré-história depende-se de interpretações baseadas nos poucos achados históricos, como os artefatos que restaram de evidência fornecida pela moderna antropologia, além de extrapolação retroativa conjectural, a partir de documentação que sobreviveu.

3.2.2 A Educação Matemática

A Educação Matemática como área prioritária na Educação é um advento que se dá somente na transição do século XIX para o século XX em uma caminhada que se abre a partir de John Dewey; segundo Miguel (2004)

> A identificação da Educação Matemática como uma área prioritária na educação ocorre na transição do século XIX para o século XX. Os passos que abrem essa nova área de pesquisa são devidos a John Dewey (1859-1952), ao propor, em seu livro Psicologia do Número (1895), uma reação contra o formalismo e uma relação não tensa, mas cooperativa, entre aluno e professor e uma integração entre todas as disciplinas (MIGUEL, 2004, p.71).

Depois desta iniciativa de John Dewey, em 1902, outra importante iniciativa traz a educação matemática à mesa:

> O respeitadíssimo matemático americano Eliakim H. Moore (1862-1932) resolve escrever sobre educação e, num artigo de 1902, propõe um novo programa, incluindo um sistema de instrução integrada em matemática e física, baseado em um laboratório permanente, cujos principais objetivos são desenvolver ao máximo o verdadeiro espírito de pesquisa, conduzindo à apreciação, tanto prática como teórica, dos métodos fundamentais da ciência (MIGUEL, 2004, p.71).

Contudo, o passo mais importante nesta trajetória é destacado por Miguel como uma iniciativa do matemático alemão Felix Klein:

> O passo mais importante no estabelecimento da educação matemática como uma disciplina é devido à contribuição do eminente matemático alemão Felix Klein (1849-1925), que publicou, em 1908, um livro seminal, matemática elementar de um ponto de vista avançado. Klein defende uma apresentação nas escolas que se atenha mais a bases psicológicas que sistemáticas. Diz que o professor deve, por assim dizer, ser um diplomata, levando em conta o processo psíquico do aluno, para poder

> agarrar seu interesse. Afirma que o professor só terá sucesso se apresentar as coisas de uma forma intuitivamente compreensível (MIGUEL, 2004, p.71-72).

Entretanto, como esclarece este autor, a consolidação da educação Matemática como uma subárea da Matemática e da Educação, de natureza interdisciplinar, se dá com a fundação, durante o Congresso Internacional de Matemáticos, realizado em Roma, em 1908, da Comissão Internacional de Instrução Matemática, conhecida pelas siglas IMUK/ICMI, sob liderança de Felix Klein.

3.2.3 A Trajetória da Matemática no Brasil

Desde o descobrimento, o ensino no Brasil foi quase uma prerrogativa dos padres da Companhia de Jesus, primeiro grupo de jesuítas que chegou ao Brasil em 1549, junto com o primeiro governador-geral, Tomé de Souza. Ao enviar os jesuítas para a Colônia brasileira, a Coroa portuguesa visava atender aos objetivos do Projeto Português de colonização das terras brasileiras, cuja intenção era converter o índio à fé católica por intermédio da catequese e do ensino de ler e escrever português, considerando, pois, que o instrumento de ajustamento cultural usado pela colonização foi, sobretudo, a ação do jesuíta, este mandado pelo príncipe, irmanado aos homens, aos projetos e ideologia do governo (GOMES. 2012).

Portanto, a salvação, de que ele era portador, vinha do alto, em duas plataformas: a real e a divina e a crença arraigada de que ambas eram inseparáveis, moldou os resultados de todo o seu trabalho de evangelização, do qual dependia o êxito da arrojada empresa colonizadora, pois somente pela aculturação sistemática e intensiva do elemento indígena aos valores espirituais e morais da civilização ocidental e cristã é que a colonização portuguesa poderia lançar raízes definitivas (SHIGUNOV NETO; MACIEL, 2008).

Como destaca Gomes (2012), nas escolas elementares, quanto aos conhecimentos matemáticos, contemplava-se o ensino da escrita dos números no sistema de numeração decimal e o estudo das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais e, nos colégios, o ensino ministrado era de nível secundário, voltado para uma formação em que o lugar principal era destinado às humanidades clássicas, havendo grande destaque para o latim em detrimento dos conhecimentos matemáticos.

Este autor nos dá ciência, ainda, de que há pouco conhecimento acerca dos conhecimentos matemáticos, sabendo-se somente de que a biblioteca do colégio dos jesuítas no Rio de Janeiro possuía muitos livros de Matemática, mas, no entanto, alguns estudos nos levam a ideia geral de que os estudos matemáticos eram realmente pouco desenvolvidos no ambiente jesuíta, se privilegiando mais a catequização.

De conformidade com as informações de Gomes (2012), em 1759, Sebastião José de Carvalho e Melo, o marquês de Pombal, primeiro-ministro de Portugal no período 1750-1777, ordenou a expulsão dos jesuítas de todas as colônias, o que levou ao fechamento de algumas escolas. Haja vista estes serem os responsáveis pela maior parte das instituições educacionais no Brasil e das instituições de ensino militar e que retirada dos jesuítas se constitui em um marco importante na história da educação brasileira, a qual vem passar por outra grande mudança em 1772.

Com o alvará do marquês de Pombal criando as “aulas régias”, nas quais isoladamente se ensinaram primeiramente a gramática, o latim, o grego, a filosofia e a retórica e, somente alguns tempo depois, as disciplinas matemáticas: aritmética, álgebra e geometria, cujas aulas eram avulsas, e, em relação aos conhecimentos matemáticos, os indícios apontam para poucos alunos e para a dificuldade de se encontrar professores.

Já no final do século XVIII, no que diz respeito ao destaque à Matemática e às ciências, teve a criação do Seminário de Olinda pelo bispo de Pernambuco, Dom Azeredo Coutinho, em 1798, a qual funcionou a partir de 1800 e não formava somente padres, vindo a ser uma das melhores escolas secundárias do Brasil, conferindo, assim, importância ao ensino dos temas matemáticos e científicos.

Contudo, somente com a chegada de D. João VI e da Corte ao Brasil, em 1808, é que houve mudanças em muitos campos, entre estes os ligados à educação e à cultura em geral, sendo muitas instituições culturais e educacionais implantadas, como a Academia Real de Marinha (1808), no Rio de Janeiro, a Academia Real Militar (1810), também no Rio, destinadas a formar engenheiros civis e militares; cursos de cirurgia, agricultura e química, a Escola Real de Ciências, Artes e Ofícios (1816), o Museu Nacional, no Rio de Janeiro, entre outras.

Essas mudanças decorreram, principalmente, do fato de que a Corte, acostumada ao luxo, precisava adequar o ambiente aos seus moldes, já que o ambiente do rio de Janeiro era pobre, com casarios sombrios, sem muitas distrações e pouca cultura. Por outro lado, os habitantes do Rio de Janeiro com esta proximidade da corte e da nobreza, sofreram um processo de aculturamento maior, pois com a corte vieram, também, todos os seus costumes, passando a ser mais asseados e aprenderam a utilizar modos e costumes, utilizando talheres e copos. Foram implantadas escolas, bibliotecas, teatro, a cidade do Rio de Janeiro foi urbanizada, abriram ruas e calçamento, o comércio doméstico floresceu. (SHIGUNOV NETO; MACIEL, 2008).

Gomes (2012) destaca que no Brasil Império (1822-1889), após a independência em 1822, na instalação dos trabalhos da Assembleia Constituinte, que elaboraria a Constituição, D. Pedro I chamou a atenção para a necessidade de uma legislação especial sobre a instrução pública e, assim, a Constituição de 1824 afirma a gratuidade da instrução primária para todos os brasileiros, mas foi somente depois de muitos debates sobre a educação popular que, em 15 de outubro de 1827, a Assembleia Legislativa votou em favor da primeira lei de instrução pública nacional no Império do Brasil.

Essa primeira instrução estabelecia que houvesse escolas de primeiras letras em todas as cidades, vilas e lugares populosos e, no ensino das primeiras letras, a Matemática estava presente: “primeiras letras” significavam, afinal, “ler, escrever e contar”, mas cabe destacar que esta lei fazia distinção na educação para meninos e meninas, prevendo escolas separadas para os dois sexos.

O currículo para as escolas de meninos envolvia “ler, escrever, as quatro operações aritméticas, prática de quebrados, decimais e proporções, noções gerais de geometria, gramática da língua nacional, moral cristã e doutrina católica”, enquanto as escolas para meninas existiriam nas localidades mais populosas, eram dirigidas por professoras e em seu currículo eliminava-se a geometria e a prática de quebrados, incluindo-se o ensino de práticas importantes para a economia doméstica (GOMES, 2012).

Pinto (2005) relata que no Brasil, desde 1928, a velha tradição memorística e fragmentada do ensino tradicional de matemática já era alvo de críticas de um dos mais ilustres protagonistas da renovação, o catedrático e diretor do Colégio D. Pedro II, do Rio de Janeiro, professor Euclides Roxo, o qual advogava a junção da Aritmética, Álgebra e Geometria em uma única disciplina denominada Matemática.

Pinto esclarece que professor Euclides Roxo era um defensor do método heurístico e que veio a colaborar com a Reforma Francisco Campos (1931), enfatizando o raciocínio lógico voltado para a descoberta, no lugar da memorização de definições e uso abusivo de regras algorítmicas.

Silva (2005) explana que nas últimas décadas o ensino da Matemática no Brasil sofreu muitas mudanças significativas, relatando que nas décadas de 40 e 50 do século XX o ensino da Matemática se formata pela memorização e mecanização, também conhecido como “ensino tradicional”, modelo onde se exigia do aluno que decorasse demonstrações de teoremas (memorização) e praticasse listas com enorme quantidade de exercícios (mecanização), contudo, esta metodologia não revela resultados significantes.

Pinto (2005) relata a Reforma de 1942, orquestrada pelo ministro Capanema, consagrando a divisão entre o ginásio e um segundo ciclo de três anos, com a opção entre o clássico e o científico, enfatizando o ensino humanístico clássico, dando destaque à formação moral e religiosa.

Silva (2005) prossegue nesta trajetória relatando que nos anos 60 os currículos de matemática passaram por uma reformulação em consequência do reflexo do movimento da "Matemática Moderna", o qual relata Pinto (2005, p.2), se desencadeia em âmbito internacional e atinge não somente as finalidades do ensino, mas também "os conteúdos tradicionais da matemática, atribuindo uma importância primordial à axiomatização, às estruturas algébricas, à lógica e aos conjuntos".

Na década de 70 foram evidenciados o abstrato e o formal, sem objetivar as aplicações, como resultado de novos programas elaborados no espírito da Matemática Moderna e nos anos 80, buscou-se valorizar, na aprendizagem da Matemática, a compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos, linguísticos, além dos cognitivos (Brasil, 1998), cuja valorização surgiu como resposta aos fracos resultados da aprendizagem da Matemática nas décadas anteriores.

Já nos anos 90, tem-se o chamado "ensino renovado", em face de se ter verificado que não era nas tarefas de cálculo que os alunos tinham os piores resultados, mas sim nas tarefas de ordem mais complexa, que exigiam algum raciocínio, flexibilidade e espírito crítico (SILVA, 2005).

Para Silva (2005), em que pese os esforços empreendidos no sentido de propor mudanças no ensino da Matemática nos últimos anos, esta disciplina continua no imaginário dos alunos como a grande vilã dentre as áreas do conhecimento, sendo-lhe imputados os altos índices de reprovação dos alunos.

3.2.4 O Pré-Conceito que Ronda a Matemática

Neto, Matos e Oliveira Junior (2012), defendem que a matemática é a primeira ciência com a qual se tem contato na vida acadêmica e, desde os anos iniciais os números já nos são apresentados e, neste primeiro contato a matemática não apresenta nenhum tipo de desagrado ou incômodo, mas com o passar do tempo, os alunos vão aos poucos criando um tipo de preconceito com a disciplina que eles têm tanto contato, começando a identificar a matemática como uma disciplina difícil, "coisa de gênio" e/ou "coisa de louco" (p.1).

Os autores ainda chamam a atenção para que esse preconceito com a matemática é algo que já está enraizado na sociedade, sendo repassado de pais para filhos, dos mais velhos para os mais novos e onde a mídia tem um papel que reforça todo este preconceito ao evidenciar argumentos que contribuem com esse pensamento.

Também destacam que essas ideias acabam por criar sentimentos adversos à aprendizagem Matemática, criando uma repulsa e aversão à Matemática nos jovens, o que se observa nos adolescentes nos anos finais do Ensino Fundamental e por todo o ensino médio, onde esses últimos possuem maiores índices de reprovação em Matemática ou matérias que eles consideram ter uma maior relação com ela, como a Física e a Química.

O fato é que crescemos ouvindo que a Matemática é uma disciplina difícil, que exige dedicação e muitos exercícios de fixação. Esta é uma concepção que ainda hoje permanece entranhada na mentalidade de muitos alunos e educadores, tanto que o fracasso do aluno encontra como uma das justificas o fato dos conteúdos desta disciplina serem difíceis.

Este fato é corroborado pelo estudo de Silveira (2002), para a qual existe um sentido pré-constituído evidenciado na fala dos alunos de que a Matemática é difícil. O estudo realizado por esta autora teve como sujeitos professores de Matemática, cujas falas evidenciam uma realidade onde o aluno considera a disciplina como chata e misteriosa, que assusta e causa pavor e, consequentemente, este aluno sente receio da sua dificuldade por não aprendê-la.

A autora revela que, como resultado de tantos sentimentos ruins que esta disciplina desperta no aluno, somando-se ao bloqueio em não dominar sua linguagem e não ter acesso ao seu conhecimento alia-se, ainda, o sentimento de repulsa pela matemática. Diante deste cenário se tem um verdadeiro "jogo de empurra", conforme destaca a autora:

> Os professores de matemática do ensino médio manifestaram o sentido de jogar a culpa do fracasso dos alunos nas professoras de séries iniciais, pelo fato de estarem despreparadas e por optarem pelo Curso de Magistério por não gostar de matemática e para fugir dela. Este sentido de empurrar a culpa longe de si, faz emergir o sentido de que ensinar matemática também é para poucos, e que recai novamente no pré-construído, pois ensinar uma disciplina considerada difícil dá status ao professor, conforme pesquisa feita, e que me parece, o professor de matemática procura manter. (SILVEIRA, 2002, p.9)

Como se vê essa é uma relação que não é fácil, contudo, existem maneiras de desmistificar esse imaginário que ronda a disciplina de Matemática e uma das maneiras é buscar novas estratégias de abordagens, bem como a introdução de recursos metodológicos que possibilitem fazer das aulas algo mais atrativo e, assim, o conhecimento mais significativo.

Alguns autores defendem que as dificuldades encontradas na aprendizagem Matemática perpassam, também, pela capacitação dos professores para atuar com os conteúdos que integram o currículo desta disciplina.

Para Camargo (2003), a falta de preparação dos professores perpassa, ainda, pelo pouco tempo que dispõem para dedicar-se aos seus alunos e aos cursos de aprimoramento, pois tem uma carga de trabalho que, em média, é de 8 a 10 horas por dia.

3.3 O ENSINO DA MATEMÁTICA

O ensino da Matemática já vem sendo discutido há muito tempo no campo educacional. Em 1989, D'Ambrósio já se debruçava sobre esta questão e alertava para o fato de que o ensino desta disciplina não era dinâmico, se prendendo às aulas expositivas onde o quadro negro era o recurso mais utilizado e o professor o detentor do conhecimento, achando-se no direito de ensinar o que achava importante:

> "Sabe-se que uma aula típica de matemática em nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante.
> O aluno, por sua vez cópia da lousa para o caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor (D'Ambrósio, 1989, p.15).

Se o professor se considera, a partir do exposto, como detentor pode-se aferir o papel do aluno como ser passivo, o que nos leva à discussão da educação bancaria, discutida por muitos estudiosos, onde o aluno é considerado como um cofre, o qual só recebe, não havendo uma troca, uma interação, não, pois o conhecimento mediado pelo professor entre o aluno, ser cognoscente e o conhecimento.

Neste contexto, pode-se, ainda, afirmar que o aluno neste ambiente será levado a acreditar que a aprendizagem Matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos, que estudar Matemática é simplesmente aplicar as regras transmitidas pelo professor, dando à Matemática o escopo de um corpo de conceitos verdadeiros, estático, incontestável.

Incontestável por ser produto de uma criação mágica, de grandes gênios. Pensamento este que reflete não só a concepção do aluno, mas, também a do próprio professor, já que ainda muitos acreditam que é possível o ensino da Matemática a partir da transmissão de uma lista extensa de exercícios.

Como explana Bieger (2013), considerado a base de todo o sistema educacional, o Ensino Fundamental vem sendo permeado por questionamentos e discussão acerca do ensino da Matemática nos anos iniciais, sendo este visto, ainda, por uma ótica simplista e reducionista por ser entendido apenas como o uso de técnicas operatórias e simples memorização que se fazem com e a partir de escritas mecânicas e sem sentido, afirmação esta corroborada por Fiorentini (2001), para o qual nesta abordagem o ambiente é de repetição, cópia, reprodução, não sendo, portanto, um ambiente que garanta um aprendizado para o aluno, mas que, ao contrário, contribui, consideravelmente, no aumento dos índices do fracasso escolar.

Fabrício (2006) defende que, quanto à educação Matemática, que esta venha ser trabalhada em articulação com os conhecimentos prévios, a realidade e as necessidades dos alunos, alinhada a uma *práxis* docente competente e embasada em um constante movimento de ação-reflexão e, destaca a associação necessária entre a brincadeira, o lúdico, à educação Matemática das crianças.

Bieger (2013) advoga que o aluno precisa ser envolvido em atividades matemáticas que possibilitem a construção da aprendizagem significativa, construção esta que deve ser mediada pelo professor que, consequentemente, precisa utilizar novas metodologias de ensino, de diferentes recursos didáticos e pedagógicos, trabalhando com conteúdo / conceitos matemáticos, sem esquecer, ainda, de se atentar para as dificuldades do aluno, assim como para as suas formas de construir aprendizagens, para olhar e repensar o currículo escolar e construir significações juntos aos pares e assim estar em constante formação.

Este autor defende, ainda, um ensino problematizador, que leve o educando a problematizar os mais variados conceitos abordados na referida disciplina escolar.

Essas discussões que permeiam o ensino da Matemática, assim como de todo o processo educacional, decorrem de alguns apontamentos considerados como entraves na história da educação brasileira, conforme explana Silva (2005).

Krüger e Ensslin (2013) ao abordarem sobre o Método Tradicional e o Método Construtivista de Ensino no Processo de Aprendizagem, destacam que o método tradicional de ensino segue a concepção de educação bancária explicitada por Freire (1978), o qual afirmava ser aquela na qual o professor é o narrador e os alunos são os ouvintes, não havendo comunicação entre professor e aluno.

Destacam que neste tipo de Educação não há saber envolvido, pois os professores são meros depositadores e os alunos receptores e, apesar de depositarem, transferirem e transmitirem valores e conhecimentos, os alunos não aprendem, eles apenas arquivam o que é transmitido pelo professor e, com esta metodologia de ensino não há o despertar da criatividade e do senso crítico por parte dos alunos.

Conforme destaca Chagas (2001), nas escolas onde professores de Matemática trabalham com o ensino tradicional, podemos observar que o processo ensino-aprendizagem dos alunos se torna mera transmissão da matéria, ou seja, o professor “transmite” e os alunos “recebem”.

Esta atividade de transmissão e recepção vem acompanhada da realização repetitiva e puramente mecanizada de exercícios, acarretando, por parte do aluno, futuras memorizações de como estes exercícios foram inicialmente desenvolvidos.

De forma mais abrangente, o professor reproduz a matéria para a classe e, por sua vez, os alunos respondem o “questionário” do professor. E a prova? Ah, cabe agora os alunos decorarem tudo o que foi dito, feito e esquematizado pelo professor. Este, então, se esquece de que cada educando é um ser humano e como tal possui capacidades natas, como pensar

Lima (2014, p.14) destaca que o “aluno das séries iniciais deve adquirir e desenvolver quatro competências básicas para que possa concluir com sucesso a primeira etapa de ensino, sendo elas: números e operações, grandezas e medidas, espaço e forma e tratamento de informações”.

Estimular o aluno para que obtenha um raciocino lógico, que pense e crie, relacione ideias, através de desafios, jogos, quebra-cabeças, problemas que despertem sua curiosidade, entre outros, é função da Matemática e, no que se refere ao professor que trabalha com esta disciplina, cabe buscar novas estratégias, novos recursos pedagógicos visando este estímulo. Nesse contexto, pode-se dizer que o grande desafio é fazer com que o aluno compreenda o seu papel na sociedade, de agente ativo e transformador da sua realidade, e a importância da Matemática no seu dia a dia, levando-o a refletir suas ações como aluno e cidadão.

3.4 AS QUATRO OPERAÇÕES BÁSICAS DA ARITMÉTICA

Para Souza (2010) a presença e o uso social das operações matemáticas elementares (adição, subtração, multiplicação e divisão), em nossa vida cotidiana. Porém, fora do ambiente escolar, poucas são as vezes em que recorremos a essa forma de cálculo, sendo raras às vezes em que colocamos as “contas no papel”, utilizar-se, portanto, de mecanismos como a calculadora, o cálculo aproximado e do cálculo mental.

O fato é que, como expressa Souza (2010), apesar das inúmeras críticas, o ensino das operações, tal como se observa na maioria das salas de aula, ainda se pauta em uma abordagem tradicionalista, se perdendo, assim, a possibilidade de matematização de situações práticas do cotidiano, aspecto fundamental da inserção das pessoas no processo formal de escolarização, especialmente no Ensino Fundamental, além do que, negligencia o fato de que a ação precede a operação, assertiva fundamental de um processo de ensino voltado para a formação dos conceitos em Matemática, como expressa Miguel (2005, p.387),

> [...] na abordagem tradicional, ao introduzir uma operação ou conceito novo, o ritual passa pela apresentação do conceito (algo que parece cair pronto do céu), das propriedades, do algoritmo a eles relativo para, ao final, propor uma série de problemas para ilustrar a operação, a fórmula ou o procedimento matemático trabalhado. [...] a tarefa do aluno do aluno geralmente se resume em descobrir a conta, fórmula ou procedimento algorítmico [...].

Esta afirmativa é corroborada por Henrique (2015), o qual defende que, no que se refere às dificuldades apresentadas no ensino das quatro operações, percebe-se que são várias as causa que as justificam, havendo muita discussão sobre como ensiná-las, haja vista os vários aspectos e níveis de complexidade que devem ser considerados, não deixando perder de vista o desenvolvimento cognitivo do indivíduo.

Henrique defende, ainda, que a falta de preparo de parte considerável do professor se constitui em um fator que pode gerar dificuldades relacionadas à adoção de práticas pedagógicas, pois, para muitos, o desconhecimento de métodos e processos para desenvolver a aprendizagem e eliminar bloqueios acabam por gerar medo, pânico e frustração nos alunos. O fato é que o ensino das operações ainda é trabalhado de forma tradicional, mecanizada, o que leva o aluno a não compreender de forma clara o desenvolvimento do processo algoritmo da operação.

Os conteúdos devem ser trabalhados interligados e não, como costuma acontecer, separadamente. Aritmética, álgebra e geometria devem caminhar constantemente juntas de uma maneira que se preocupe com o desenvolvimento intelectual do aluno.

No sentido de buscar o entendimento sobre a causalidade dos fenômenos associados ao não-aprendizado de conteúdos de Matemática no Ensino Fundamental, somam-se contribuições das diversas áreas do conhecimento, as quais têm contribuído sobremaneira para as pesquisas em Ensino de Matemática e, em particular, pode-se destacar a Psicologia, como referencial para o entendimento dos aspectos mentais associados a esses fenômenos.

Existem inúmeros aspectos comuns entre o embasamento vigotskyano e a linguagem Matemática. Dentre os quais, destaca-se que para o primeiro a relação homem/mundo é mediada por sistemas simbólicos, enquanto a segunda é um complexo conjunto de sistemas simbólicos, dentre outras definições.

Duval (2011), ao tratar da questão cognitiva dos modos de acesso aos objetos fala do papel das representações na construção da compreensão matemática, destacando que a análise do conhecimento tem sua atenção nos modos como se acessa aos objetos, ou seja, a representação que os objetos têm na aprendizagem matemática, o que, de conformidade com o autor, leva a oposição do modo de acesso direto, qualificado de "intuição", e modos indiretos que se voltam para os processos de formação, mobilizando sistemas que constituem as diferentes atitudes dos sujeitos humanos.

Em sua teoria, Duval explica que os registros de representações são maneiras típicas de representar um objeto matemático, e o sistema no qual podemos representar um objeto matemático, denomina-se, sistema ou registro semiótico, que é importante não somente por se constituírem num sistema de comunicação, mas também por possibilitarem a organização de informações a respeito do objeto representado. Portanto, nas atividades matemáticas se pode representar um objeto utilizando vários registros de representação e, segundo a sua teoria é a conversão das várias representações manifestadas sobre um objeto de estudo que possibilita a construção do conhecimento.

Para o autor, esta análise sempre se fez a partir da distinção epistemológica fundamental, devendo responder a três questões: 1) Temos acesso aos objetos independentemente das representações? 2) Qual a natureza da relação? e; 3) Quais são os sistemas de representações que permitem ter acesso ao objeto?

Ao buscar responder as questões colocadas, Duval (2011) relata que temos acesso imediato e direto a tudo que está em nosso campo de visão, ou seja, tudo que se situam no campo perceptível multissensorial, portanto, aquilo que compõe a realidade circundante e, os que não estão fora desse campo nos fazem recorrer as representações decorrentes da memória ou as descrições que outros podem fazer. e uma percepção imediata possível.

No primeiro caso, Duval alega ser a percepção imediata o ponto de partida de todo conhecimento e. no que diz respeito à segunda questão, esta se volta para uma questão importante: a formação dos conceitos, levando a duas outras situações: primeiro, a maneira como a sua formação se articula com as representações nascidas da percepção, levando, por sua vez, a diferentes tipos de modelos cognitivos, seja como processo ascendente da abstração ou como processo inverso da esquematização, ou seja, do processo onde se dá a aplicação das primeiras noções à experiência sensível análoga à passagem das palavras às coisas.

No segundo caso, Duval nos relata que concerne à natureza da relação entre as representações e o objeto representado. Estamos falando aqui, dos signos, ou melhor, da relação que estes designam e que não pode ser definida em termos de causalidade, mas em termos de referência. Chegamos, portanto, na distinção entre "significante" e "significado".

Mas, qual a importância desta distinção para o tema em estudo?

Considere-se que o termo representação aqui expresso diz respeito aos processos e produtos que são observáveis externamente como ocorrências internas nas mentes das pessoas que fazem matemática e, neste sentido, os programas escolares devem proporcionar às crianças, a criação e uso de representações para organizar, reunir e comunicar ideias matemáticas; a seleção, aplicação, e transformação de representações matemáticas para a resolução de problemas, o uso de representações para modelar e interpretar fenômenos matemáticos, físicos e sociais.

No atual Ensino da Matemática nem sempre a atenção se centra nas representações produzidas pelos alunos, incutindo-se formas de resolução de problemas rotineiros e dando-se mais ênfase à aprendizagem de processos formais em que pouco se considera a evolução do pensamento destes através dos seus próprios registros.

3.4.1 A Resolução de Problemas

A capacidade de resolver problemas é requerida nos mais diversos espaços de vivência das pessoas e, por isso, é considerada como uma habilidade fundamental, o que têm levado os programas que realizam avaliações para conhecer o nível de conhecimento matemático da população, organizarem seus testes contemplando a resolução de problemas como prioritária na avaliação, exemplo disto é o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica - SAEB, que vem sendo aplicada desde 1990, através de testes e questionários, avaliando os estudantes brasileiros da 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental.

Maior e Trobia (s/d) relatam que a resolução de problemas vem a despontar como uma metodologia de Ensino no final da década de 80, quando começa a ter uma nova dimensão.

Considera-se como um problema toda situação que pode ser problematizada, tais como: jogos, em que se busca uma estratégia para vencer, qualquer tipo de atividade planejada, levantamento e seleção de informações, qualquer atividade que requeira uma atitude investigativa. Uma situação problematizada não se resolve simplesmente através de fórmulas ou aplicação de uma determinada regra, é necessária uma atitude de investigação mais profunda, onde a resposta encontrada não é mais importante do que o caminho percorrido para se chegar até ela.

Parte-se, portanto, do princípio que o processo desenvolvido pelos alunos com essas representações poderá tornar a aprendizagem mais significativa para eles. Considerando que quando os alunos representam estão a exteriorizar aquilo que pensam e a forma como organizam essa informação, as representações dos alunos constituem um ponto de partida para a evolução e construção de conhecimento.

Na Resolução de Problemas como metodologia de ensino, os conceitos e as técnicas operatórias são apresentadas aos alunos fazendo uma relação entre a ideia matemática e o contexto e, neste sentido, Diniz (2006) afirma que, a resolução de problemas é um caminho para se ensinar Matemática e nessa perspectiva, por meio da resolução de problemas, como ponto de partida, é possível introduzir novos conceitos, fazer a conexão com outros ramos da Matemática e iniciar novos conteúdos. Na resolução de problemas, a comunicação é essencial, seja ela oral, escrita, ou através de desenhos. Isso possibilita ao professor, observar as mudanças de atitudes e acompanhar o progresso do aluno, bem como, interferir nas dificuldades encontradas, seja para o desenvolvimento das estratégias planejadas, ou mesmo para entender determinados conceitos.

Pode-se dizer que os alunos ao resolverem problemas podem descobrir fatos novos, sendo motivados a encontrarem várias outras maneiras de resolverem o mesmo problema, despertando a curiosidade e o interesse pelos conhecimentos matemáticos e assim, desenvolverem a capacidade de solucionar as situações que lhes são propostas. Portanto, não é muito afirmar, ainda, que ao despertar no aluno o gosto pela resolução de problemas não é tarefa fácil, muitos são os momentos de dificuldade, obstáculos e erros. Isto acontece porque professores e alunos não conseguem distinguir um problema matemático de um exercício matemático. Outro fator importante, que deve estar dentro do leque de preocupações de um professor durante a resolução de problemas, é se o aluno possui ou não pré-requisitos para execução do problema proposto.

“É relativamente recente a atenção ao fato de que o aluno é agente da construção do seu conhecimento, pelas conexões que estabelece com seu conhecimento prévio num contexto de resolução de problemas” (PCN, 1998). Assim, devemos propor situações que os estudantes tenham condições de resolver. Caso contrário, poderemos estar nutrindo sentimentos de aversão à Matemática. O professor deve levar seu aluno a superar os procedimentos padronizados, próprios de uma didática desvinculada de situações reais, considerando a nova relação do aluno com o conhecimento adquirido na resolução de problemas.

4 O ÁBACO COMO UM RECURSO HISTÓRICO E DIDÁTICO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Este capítulo traz como proposta caracterizar o ábaco tanto como um recurso histórico, - pois ele foi inventado a partir da evolução dos instrumentos de contagem -, bem como um recurso didático.

Como esclarece Souza (2017, p.2), “a Matemática em sua origem está relacionada às necessidades cotidianas como medir, pesar, entre outras que o homem realizava tendo em vista sua sobrevivência”.

Contudo, esclarece Souza, com a ampliação das atividades humanas as representações utilizadas para calcular já não davam conta das grandes quantidades com as quais os homens trabalhavam, o que exigiu que os homens pensassem em novas formas de calcular, para além da representação um a um, para quantificar.

4.1 O ÁBACO COMO RECURSO HISTÓRICO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Desde a antiguidade existiu entre os homens a necessidade de controle e comunicação das quantidades, sendo esta necessidade que permite a compreensão do surgimento do ábaco como instrumento de contagem historicamente construído e, posteriormente visando atender a essa necessidade.

Como destaca Silva (2014), quando o homem passa a pensar em uma maneira de contar e calcular, primeiramente ele parte do mundo, para em seguida, por em prática e, assim, concretizar a necessidade de controle das quantidades a partir do uso de vários objetos: pedras, conchas, nós e outros recursos que ajudaram na estruturação do pensamento.

Mas, é certo afirmar que essa necessidade não para por aí, pois que as atividades humanas com a evolução das sociedades se ampliam, portanto, é certo afirmar ainda, que as representações necessitavam mudar para atender quantidades cada vez maiores.

Como esclarecem Neves et al., (2017), o Ábaco é um dos primeiros dispositivos mecânicos computacionais, em suas versões primitivas já eram utilizadas desde 2500 a.C. no Oriente Médio e que seu nome deriva do grego abax ou abaikon, e em sua forma primitiva era composto de um tabuleiro com areia espalhada, onde eram feitos sulcos e colocados pedrinhas.

Mas, como ressaltam Soares e Silva (2011, p.6239) a criança, igualmente os povos antigos também utilizam objetos e, através de sua manipulação vão assimilando a noção de quantidade:

> Da mesma forma, a criança utiliza-se da manipulação de objetos no início da aquisição de habilidades para realizar operações aritméticas. Segundo os estudos do psicólogo suíço Jean Piaget (1983), a criança utiliza-se da manipulação de objetos no início da aquisição de habilidades em realizar operações aritméticas. É essa experiência com materiais concretos que lhe permite, posteriormente, o raciocínio abstrato, porém, não basta oferecer objetos concretos para que ela crie o conceito de contagem: é necessário envolvê-la em situações-problema que lhe permita raciocinar e também em atividades nas quais sejam possíveis as ações e reflexões que auxiliem a compreensão.

Neves et al., (2017) afirmam, ainda, que há vários tipos de Ábaco: o Suam Pan chinês, o Abacus romano, Abax grego, Nepohualtzitzin asteca, Soroban japonês, e o modelo russo. Estes autores afirmam, também, que o modelo chamado aberto é originário das tribos de Madagascar, que tinham o costume de 'contar' seus guerreiros fazendo-os passar um a um por uma passagem estreita e para cada um colocavam uma pedra em um buraco no chão e quando completava a quantia de dez guerreiros as pedras do buraco eram trocadas por uma única pedra, que correspondia a uma dezena, que passava a ser posta em outro buraco e assim iam fazendo até o total de dez dezenas, quando, então, trocavam por outra pedra, reiniciando a contagem até passar o ultimo guerreiro

Para Silva (2014), a evolução da sociedade dependeu das relações que foram estabelecidas entre si e as pessoas a partir da necessidade de sobrevivência e da busca de assegurar melhores condições de vida e o ábaco foi criado para atender a esses objetivos.

Como defende a autora, o que em um primeiro momento parece um simples recurso, hoje é um recurso que é capaz de promover a compreensão do Sistema de Numeração Decimal (SND), já que a sua manipulação e uso pelos alunos promove a aprendizagem dos conhecimentos, sendo estes, a resolução de problemas de equivalência, valor posicional e decimal, a compreensão das quatro operações básicas, o que acaba por despertar no aluno o interesse pela Matemática.

A Figura 3 ilustra os tipos de ábacos desenvolvidos ao longo do tempo por diferentes sociedades:

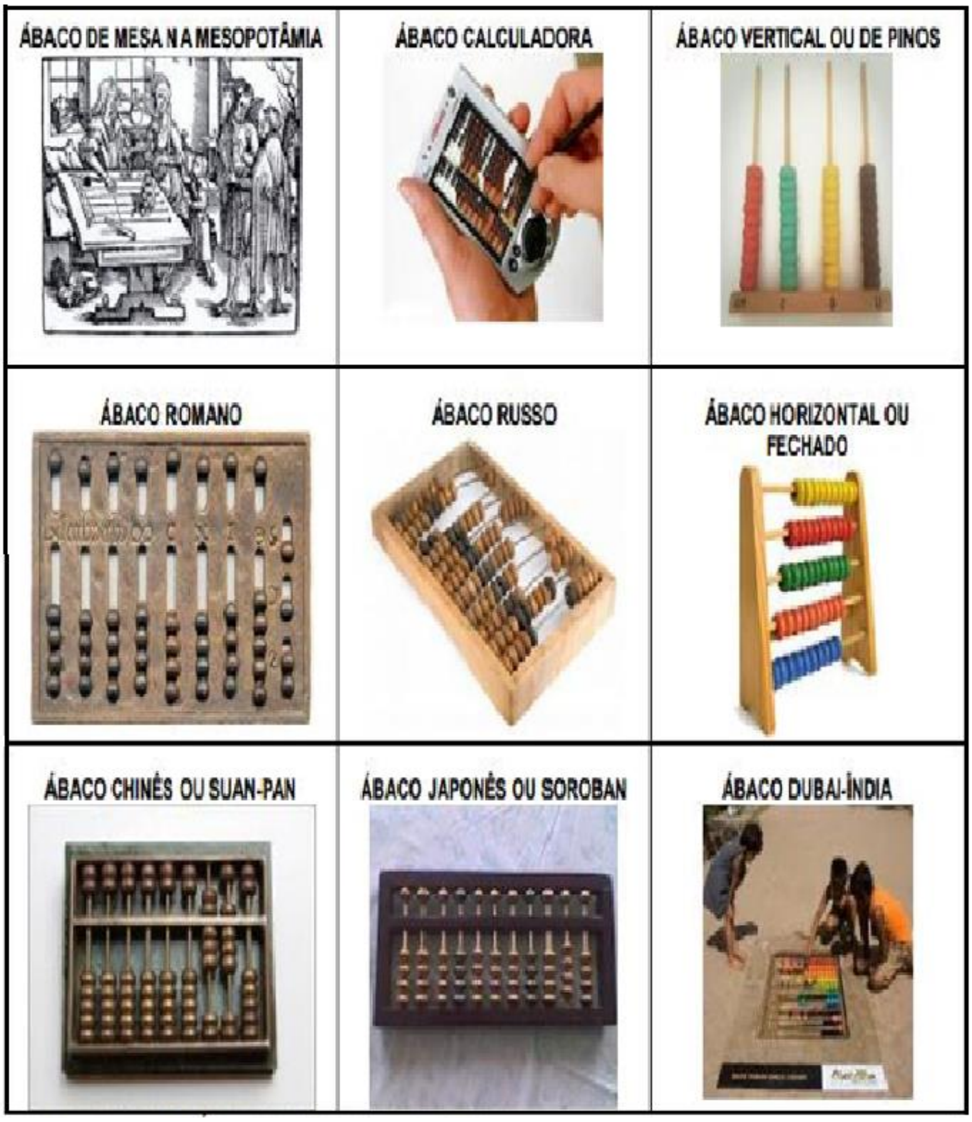


Figura 3 - Tipos de Ábacos

Fonte: Silva, 2014.

O ábaco é um instrumento milenar utilizado para realizar cálculos, inicialmente criado e utilizado no oriente, hoje é mundialmente conhecido e frequentemente utilizado no processo de ensino-aprendizagem do sistema de numeração decimal, sendo este, geralmente, composto por uma base, argolas e quatro hastes - (Figura 1 – ábaco vertical ou de pinos) -, comumente utilizadas para representar as unidades, dezenas, centenas e unidades de milhar do sistema de numeração decimal.

Figura 4 - Ábacos vertical ou de pinos
Fonte: Silva, 2014.

O ábaco de pinos é um material utilizado como recurso para os trabalhos de Matemática para desenvolver atividades envolvendo o Sistema de Numeração Decimal, na base 10 e o valor posicional dos algarismos, além de realizar operações matemática.

4.2 O ABÁCO COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Silva, Coqueiro e Ceolim (2011) defendem que estudos no âmbito da Educação Matemática evidenciam que grande parte das pessoas não compreendem a Matemática em seu no cotidiano, o que não é diferente do que ocorre na escola em relação ao professor e aluno nos processos de ensino e aprendizagem.

Nesta perspectiva, Sousa e Oliveira (2010, p. 1) destacam duas situações importantes: o desinteresse do aluno por não entender os conteúdos matemáticos trabalhados pelo professor em sala de aula e, também, o fato do professor, o qual vem aos poucos perdendo o prazer na prática docente em consequência das práticas pedagógicas que usa e que não vem despertando o interesse em seus alunos.

Assim, para a formação destes professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, Fiorentini e Lorenzato (2006) ressaltam que em sala de aula, o professor deve oferecer inúmeras e adequadas oportunidades para as crianças experimentem, observem e verbalizem, para isso é necessário possuir materiais didáticos apropriados, as atividades a serem trabalhadas devem ser escolhidas de acordo com os objetivos da aula.

Uma das tendências matemática com o intuito de mudar esse cenário de ensino apresentada na maioria das escolas, é a utilização de recursos didáticos no ensino e aprendizagem da matemática.

Neste contexto, Gerhardt (2013) destaca que o ábaco pode ser indicado como uma estratégia para trabalhar a dificuldade que os alunos têm para construir o sistema de numeração decimal, pois facilita a compreensão de construir (composição e decomposição) do número a partir do valor posicional dos algarismos.

Em geral este instrumento serve para estudar o sistema de numeração decimal, mas também pode servir como ferramenta para o estudo das operações com números inteiros.

Neste contexto, Silva (2014, p.13) destaca que "o ábaco precisa estar aliado a outras estratégias didáticas, ao planejamento e as atividades em si, e, em especial, nas ações de ensino do professor", contudo, ressalta que este não é percebido nas aulas de matemática de modo significativo, apesar de colaborar com o processo de ensino e aprendizagem, não é usado adequadamente nas aulas de Matemática.

Afirma, ainda, que uso do ábaco permite a construção da noção real do número inteiro, na passagem da unidade para a dezena, da dezena para a centena, da centena para a unidade de milhar, da unidade de milhar para a dezena de milhar, etc., e, ainda ser usado para executar a adição, da subtração, a divisão e a multiplicação.

5 A PESQUISA

5.1 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este capítulo destina-se à apresentação dos resultados encontrados durante a pesquisa de campo. Tem como propósito realizar as interfaces com os dados obtidos e o aporte teórico. Esta etapa traz a discussão dos resultados buscando dialogar com os autores de referência e literatura pertinentes.

Primeiramente, apresentamos os dados físicos e sociais da comunidade, a descrição da estrutura de funcionamento da escola e os resultados do IDEB.

No segundo momento, apresentamos os resultados da pesquisa aplicada aos alunos com as referidas análises. Em seguida, o resultado da pesquisa com os professores que ensinam matemática, nos anos finais do Ensino Fundamental. Ao final, apresentamos as nossas considerações a partir do aporte teórico e da realização da atividade prática.

5.2 CARACTERÍSTICAS DO CAMPO DE PESQUISA

Esta fase teve início com a visita à escola, quando fomos recebidos pela gestora a qual foram feitos os devidos esclarecimentos quanto ao objetivo de nossa presença na escola. O projeto de pesquisa foi apresentado à direção, equipe técnica e professores.

Esta etapa da pesquisa teve como objetivo solicitar a permissão para a pesquisa, assim como a autorização para realização da observação participante do trabalho a ser realizado com os alunos da escola.

A escola tem aproximadamente 1300 alunos estudando nos três turnos. Pela manhã a escola tem, efetivamente, dezessete turmas de aula, à tarde doze, e a noite oito salas de Educação de Jovens e Adultos (EJA). Também desenvolve as atividades do Projeto Mais Educação com as atividades de reforço escolar de Português e Matemática. O IDEB da escola referente ao ano de 2017, foi de 5,1 (8ª série/9ºano Ensino Fundamental) e 4,4 (3º ano Ensino Médio).

A escola possui o programa de climatização, um auditório, um refeitório, um laboratório de informática, uma sala de leitura e uma quadra de esporte coberta. A escola possui um espaço agradável, arborizado, muito organizado, bem sinalizado.

A escola possui o Projeto Político Pedagógico (PPP), que vem sendo atualizado anualmente. A gestão da escola é exercida por um diretor e a equipe técnica pedagógica, composta por um coordenador de ensino e três coordenadores pedagógicos. A equipe técnica-pedagógica, neste momento, está completa.

A gestão é exercida de forma participativa e os atores envolvidos no processo educacional possuem voz, pois se fazem representar através de reuniões e registro em ata, onde expressam suas ideias e expectativas para a solução de questões a serem resolvidas pela escola, com objetivo de melhorar as condições do trabalho educacional.

A escola encontra-se na zona urbana no município de Rio Branco, e é formada por uma comunidade de baixa e média renda, sendo predominante a economia informal. A renda familiar gira em torno de um a três salários mínimos, e o nível de escolaridade da maioria é Ensino Fundamental completo.

As atividades laborais que predominam são: diarista e doméstica para mulheres e para os homens, construção civil, vendedores ambulantes, manicure.

O acesso a eventos culturais e esportivos pela comunidade é muito restrito, possuindo somente alguns locais para promovê-los, como algumas praças e igrejas no bairro. A escola disponibiliza o espaço escolar para uso da comunidade em eventos e atividades, nos finais de semana, conforme suas necessidades e interesses, em comum acordo com a direção. A quadra da escola é muito utilizada para o futsal.

No que diz respeito à saúde pública, a comunidade não conta com nenhuma unidade de saúde. Contudo, conta com o Centro de Atenção Psicossocial (CAPS), que atende usuários de álcool e outras drogas.

5.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Cabe ressaltar que uma avaliação diagnóstica ajuda na identificação das causas de dificuldades específicas dos estudantes na assimilação do conteúdo, o que estes já sabem, sendo estes pontos importantes para o planejamento docente.

Cabe ao professor verificar o conhecimento prévio de cada um, constatando as condições necessárias para garantir a aprendizagem. Além disso, ela também funciona como uma análise do ensino na escola, já que os resultados das salas de aula de uma mesma série podem promover reflexões importantes para o replanejamento das propostas e atividades que devem ser oferecidas a todos.

Além disto, a tabulação dos dados obtidos oferece um mapa da turma e permite identificar quais são os alunos que precisam de uma orientação maior. O plano de trabalho precisa ser definido para atender às necessidades desses estudantes e, muitas vezes torna-se necessário fazer uma intervenção pedagógica. O docente também não pode deixar de lado aqueles que têm mais facilidade, contemplando a todos em seu planejamento.

Em nível nacional, a Prova Brasil, do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB é uma avaliação em larga escala aplicada aos alunos de 5º e 9º ano do Ensino Fundamental, nas redes estaduais, municipais e federais, de área rural e urbana.

Como resultado, a Prova Brasil fornece médias de desempenho com base na avaliação de conteúdos de Língua Portuguesa e Matemática para cada uma das escolas participantes e esses índices de desempenho também são utilizados para compor o cálculo do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - IDEB.

Tanto os testes de desempenho quanto os questionários do Saeb seguem matrizes estabelecidas em 2001, as quais reúnem os conhecimentos e processos cognitivos a serem aferidos em cada disciplina e série/ano, conferindo maior transparência ao processo de avaliação.

O conhecimento de Matemática na Avaliação Nacional da Educação Básica (Aneb) e na Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc ou Prova Brasil) é demonstrado por meio da resolução de problemas. São consideradas capacidades, como observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos, estimulando formas de raciocínio, como intuição, indução, dedução e estimativa.

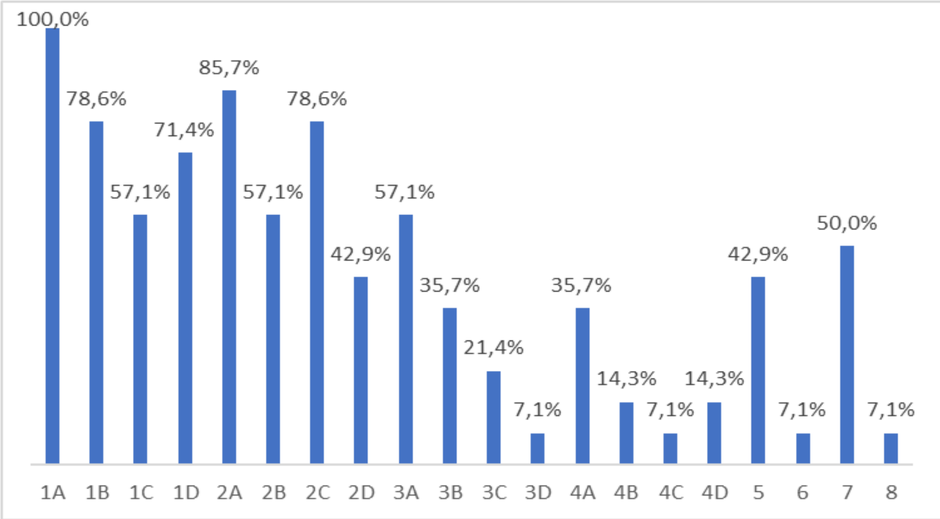
A matriz de Matemática foi estabelecida a partir do pressuposto de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução, o que não exclui totalmente a possibilidade da proposição de alguns itens com o objetivo de avaliar se o aluno tem domínio de determinadas técnicas.

A matriz de referência de Matemática (Anexo 1) é composta por quatro temas, relacionados a habilidades desenvolvidas pelos estudantes. Dentro de cada tema há um conjunto de descritores ligados às competências desenvolvidas.

A avaliação diagnóstica nesta pesquisa (Apêndice A), como o próprio nome indica e de conformidade com o exposto, teve como propósito diagnosticar o que os alunos apresentam ou não domínio e, também, a caracterização de eventuais problemas de aprendizagem e suas possíveis causas (cognitivo).

Os resultados na avaliação diagnóstica inicial (Gráfico 2) apontaram para o fato de que os alunos demonstram não ter domínio das habilidades relacionadas às operações básicas da aritmética, envolvendo os números naturais (adição, subtração, multiplicação e divisão). O que evidencia a necessidade de estabelecer propostas de intervenções pedagógicas específicas que auxiliem o aluno a superar essas dificuldades.

Gráfico 2 – Percentual de desempenho dos alunos por questão da avaliação diagnóstica inicial.



Fonte: Autoria própria.

As questões: 1A, 1B, 1C, 1D, 2A, 2B, 2C e 2D envolvem a habilidade do descritor D17 - Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.

As questões: 3A, 3B, 3C, 3D, 4A, 4B, 4C, 4D, envolvem a habilidade do descritor D18 - Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.

As questões: 5 e 7, envolvem a habilidade do descritor D19 - Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).

As questões: 6 e 8, envolvem a habilidade do descritor D20 - Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.

5.4 APRESENTAÇÃO E A PRÁTICA DO EXPERIMENTO

Os educandos que fizeram parte deste estudo apresentaram um baixo desempenho nas avaliações bimestrais, de Matemática, na escola. Nesse sentido, o nível apresentado nas situações-problema, em cada encontro, levou em conta tudo aquilo que estes trazem de conhecimento matemático, como ponto de partida para o estudo envolvendo as operações básicas da aritmética com o ábaco.

Iniciaremos com uma breve retomada aos números naturais e sistema de numeração decimal aplicado ao ábaco. Depois, serão apresentados os conceitos e propriedades relacionados às operações básicas da aritmética, e problemas que serão resolvidos com o auxílio do ábaco, de modo a possibilitar ao aluno desenvolver as habilidades da matriz do 5º ano, de matemática, da prova Brasil, dos descritores: D17, D18, D19 e D20.

A retomada dos conhecimentos prévios dos alunos e as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais, com auxílio do ábaco, foram trabalhadas em dez encontros, apresentados a seguir:

5.4.1 Metodologia dos Encontros

Ao todo foram dez encontros com duração de 3 horas cada.

➢ Primeiro encontro

Iniciou-se com a apresentação dos objetivos dos encontros, depois um pouco da história do ábaco, e por fim, a aplicação de uma avaliação para sondar os conhecimentos dos alunos (Apêndice A), no que tange aos descritores da Prova Brasil, matriz do 5º ano, relacionados às operações com números naturais (D17, D18, D19 e D20). Ver Anexo 1.

- Objetivos:

✓ Relatar sobre a história do ábaco;

✓ Sondar os conhecimentos dos alunos em relação aos descritores: D17, D18, D19 e D20, conforme Matriz do 5º ano da Prova Brasil (Pois, os alunos do 6º ano já deveriam dominar as habilidades de Matemática dos referidos descritores.)

➢ Segundo encontro:

Trabalhando com alguns conhecimentos prévios dos alunos.

De posse do resultado obtido na avaliação diagnóstica inicial (Gráfico 2), pude constatar o que inicialmente, que os alunos apresentavam dificuldades no que tange aos descritores avaliados. Nesse sentido, percebi a necessidade de retomar os conteúdos envolvendo os números naturais e o sistema de numeração decimal, depois apresentei o ábaco, e fizemos algumas representações de algarismos mais variados.

Objetivos:

- ✓ Conhecer os números naturais;
- ✓ Fazer a composição ou decomposição de um número natural;
- ✓ Representar número naturais no ábaco;
- ✓ Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal.

Números Naturais

Os números naturais são os primeiros que se estudam na escola, sendo utilizado para contar objetos. O conjunto dos números naturais são representados pelo símbolo ℕ, cujos elementos se apresentam de modo ordenado. Ou seja:

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,11,12,13,14, ...\}$

Sistema de numeração decimal

O sistema de numeração que utilizamos é o sistema decimal posicional, onde todo número natural é representado por uma sequência formada pelos algarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, que são dez. É posicional, pois, cada algarismo, além de seu valor próprio, possui um peso (uma potência de dez) que depende de sua posição na sequência.

Exemplos:

1) $38 = 3 \times 10^1 + 8 \times 10^0$

$= 3 \times 10 + 8 \times 1$

$= 3 \times 10 + 8$ (três dezenas + oito unidades)

2) $425 = 4 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0$

$= 4 \times 100 + 2 \times 10 + 5 \times 1$

$= 4 \times 100 + 2 \times 10 + 5$ (quatro centenas + duas dezenas + cinco unidades)

Questões 3 e 4, a seguir, os alunos devem resolver, em dupla.

3) (Caderno de Atividades – PR) Uma papelaria, em janeiro, tendo em vista o início das aulas, comprou uma remessa grande de cadernos. Ao receber a encomenda, a papelaria recebeu 2 caixas de 1000 cadernos, 3 caixas de 100 cadernos, 2 pacotes de 10 cadernos. Quantos cadernos a papelaria comprou?

4) Uma das características do sistema de numeração indo-arábico que é utilizado por nós, é ser um sistema posicional. Isso quer dizer que um mesmo algarismo pode ocupar posições diversas em um número e representar quantidades diferentes. Tendo como base esse princípio, no número 90 080 o algarismo 9 ocupa a ordem da:

a) unidade simples

b) dezena simples

c) centena simples

d) dezena de milhar

Conhecendo e representando números no ábaco

No ábaco, cada fileira corresponde a uma ordem, a primeira fileira corresponde a das unidades simples, a segunda fileira, a das dezenas, a terceira, das centenas e assim em diante. A cada grupo de três ordens temos uma classe, a primeira é a classe das unidades simples, a segunda, dos milhares, a terceira, dos milhões, a quarta, dos bilhões, e assim sucessivamente.

Figura 5 – Ábaco zerado

A cada grupo de dez argolas no ábaco, corresponde a uma argola na fileira imediatamente abaixo, de modo que:

10 unidades = 1 dezena

10 dezenas = 1 centena

10 centenas = 1 unidade de milhar

10 unidades de milhar = 1 dezena de milhar

10 dezenas de milhar = 1 centena de milhar

E assim em diante.

Representação de alguns números naturais no ábaco

O zero

Para representar o zero no ábaco escolar, basta deslocar todas as argolas para a direita ou esquerda. Para as situações apresentadas neste trabalho, o ábaco estará zerado, quando todas as argolas estiverem deslocadas para a direita.

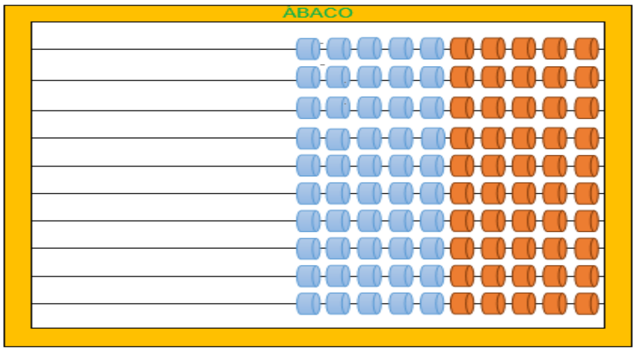


Figura 6 - Representação do zero no ábaco

Para representar o algarismo 1(um) no ábaco, basta deslocar uma argola, da primeira fileira, para a esquerda, o que corresponde a uma unidade.

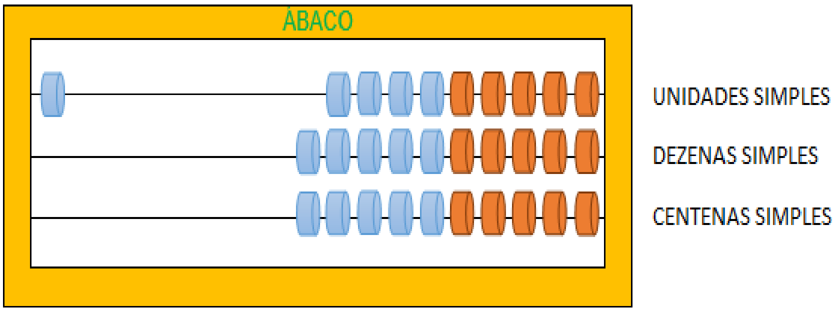


Figura 7 - Um

Para representar o algarismo 2 no ábaco, basta deslocar 2 argolas, da primeira fileira, para a esquerda, o que corresponde a 2 unidades.

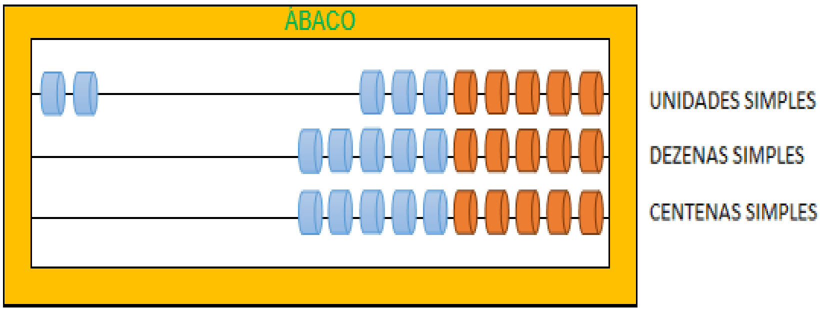


Figura 8 - Dois

Para representar o algarismo 10 no ábaco, basta deslocar 1 argola, da segunda fileira, para a esquerda, o que corresponde a 1 dezena.

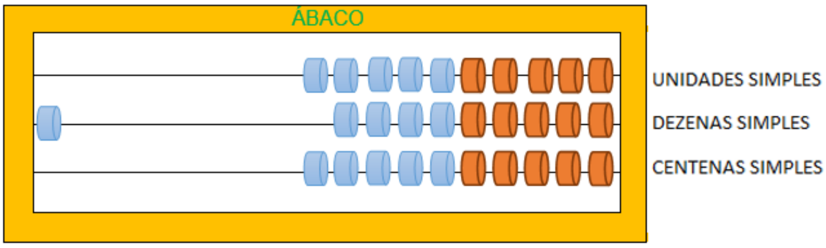


Figura 9 – Dez

Representando o algarismo 15 no ábaco. O 15 corresponde a uma 1 mais cinco unidades, portanto, basta deslocar 1 argola, da segunda fileira, para a esquerda, o que corresponde a 1 dezena e 5 argolas da primeira fileira, para a esquerda.

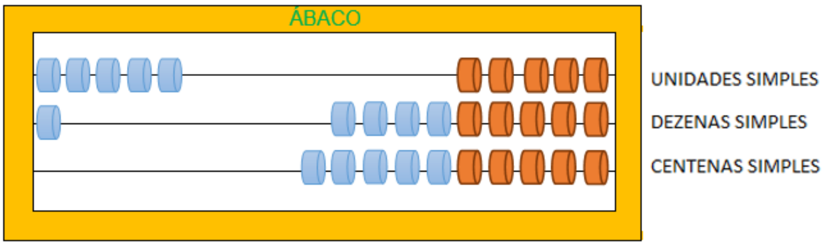


Figura 10 - Quinze

Representando o algarismo 20 no ábaco, basta deslocar 2 argolas, da segunda fileira, para a esquerda, o que corresponde a 2 dezenas.

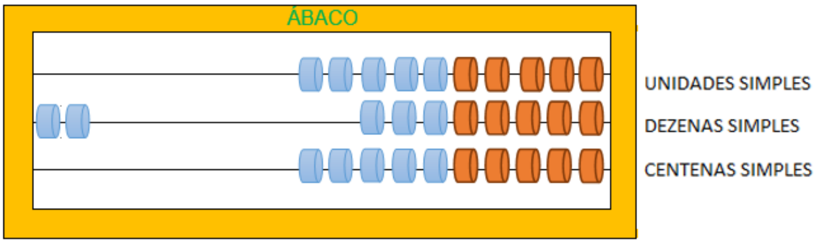


Figura 11 - Vinte

Representando o algarismo 99 no ábaco. O noventa e nove corresponde a nove dezenas mais nove unidades. Portanto, basta deslocar 9 argolas, da segunda fileira, para a esquerda e 9 argolas, da primeira fileira, para a esquerda. Ou seja, 9 dezenas mais 9 unidades.

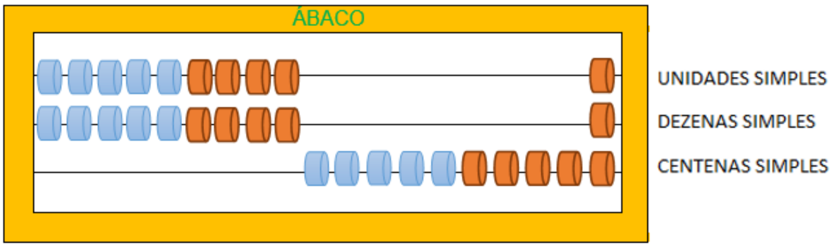


Figura 12 – Noventa e nove

Representando o algarismo 104 no ábaco. O 104 corresponde a 1 centena mais 4 unidades. Portanto, basta deslocar 1 argola, da terceira fileira, para a esquerda e 4 argolas, da primeira fileira, para a esquerda.

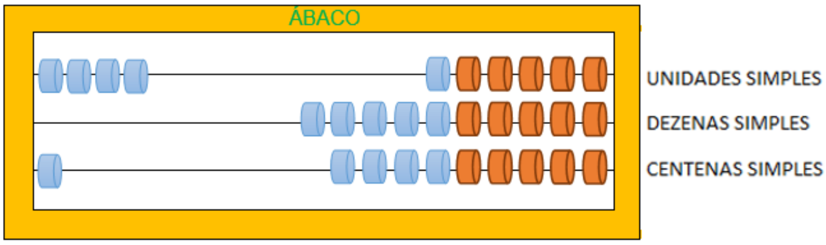


Figura 13 – Centro e quatro

Representando o algarismo 140 no ábaco. O 140 corresponde a 1 centena mais 4 dezenas. Portanto, basta deslocar 1 argola, da terceira fileira, para a esquerda e 4 argolas, da segunda fileira, para a esquerda.

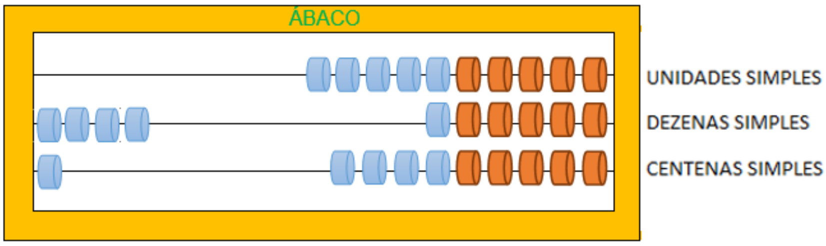


Figura 14 – Cento e quarenta

Representando o algarismo 401 no ábaco. O 401 corresponde a 4 centenas e 1 unidade. Portanto, basta deslocar 4 argolas, da terceira fileira, para a esquerda e 1 argola, da primeira fileira, para a esquerda.

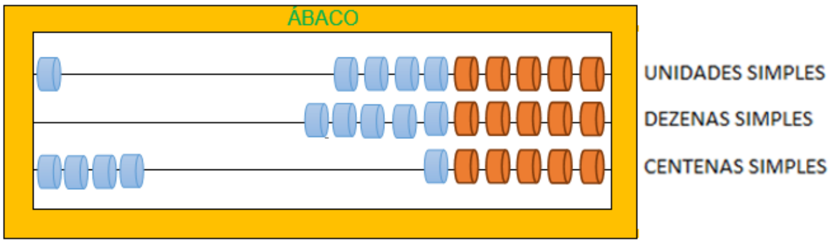


Figura 15 – Quatrocentos e um

Representando o algarismo 2017 no ábaco. O 2017 corresponde a 2 unidades de milhar mais 1 dezena, mais 7 unidades. Portanto, basta deslocar 2 argolas, da quarta fileira, para a esquerda, 1 argola, da segunda fileira, para a esquerda e 7 argolas, da primeira fileira, para a esquerda.

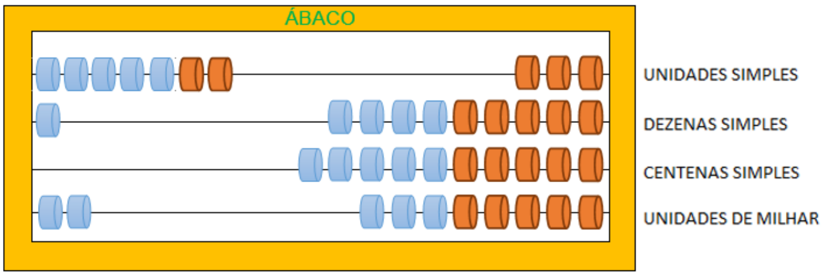


Figura 16 – Dois mil e dezessete

- Terceiro encontro

Revendo conceitos e propriedades relacionados à adição com números naturais e resolução de situações-problema com auxílio do ábaco.

Neste dia, fizemos uma pequena retomada em relação ao encontro passado, de modo a superar algumas dificuldades relacionadas a representação de algarismo no ábaco, posteriormente iniciamos a parte que aborda a operação de adição e propriedade em relação aos números naturais. Os alunos foram desafiados a resolver alguns problemas, utilizando o ábaco como recurso. Depois, socializamos a resolução.

- Objetivo:
- ✓ Definir adição;
- ✓ Compreender algumas propriedades da adição;
- ✓ Calcular o resultado de uma adição;
- ✓ Resolver problemas envolvendo diferentes significados da adição;

OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS

As definições das operações e propriedades relacionadas com números naturais, apresentadas aqui, estão em conformidade com Hefez (2015).

Adição

Qualquer que seja um número natural a, o sucessor de a será representado por $a + 1$:

Dados dois números naturais a e b, quaisquer. Ao deslocarmos a de b posições para a direita, encontraremos um número natural que será denotado por $a + b$. Essa operação entre números naturais é chamada de adição e o número $a + b$ é chamado soma de a e b.

Ou seja, fazer a soma de a com b, significa deslocar a para a direita b posições ou deslocar b para a direita a posições.

Na adição de a com b, a e b são as parcelas.

Propriedade comutativa da adição

Dados os números naturais a e b, temos que:

$a + b = b + a$. (Propriedade comutativa)

Ou seja, fazer a soma de a com b, significa deslocar a para a direita b posições equivale deslocar b para a direita a posições.

Propriedade elemento neutro da adição:

Dado a um número natural qualquer, existe 0, também natural, de modo que se deslocarmos 0 de a posições a direita obtemos número a.

$0 + a = a$

Pela comutatividade podemos afirmar que:

$0 + a = a + 0 = a$

Propriedade associativa da adição:

Dados os números naturais a, b e c, temos que:

$(a + b) + c = a + (b + c)$

Se deslocarmos $(a + b)$ a direita c posições, equivale ao deslocamento de a pela direita $(b + c)$ posições.

Exemplos de situações que envolvam a adição de números naturais com o ábaco:

Exemplo 1.1: José ganhou cinco bolas de gude de seu pai. No dia seguinte, ganhou três bolas de gude da sua mãe. Quantas bola de gude José ganhou?

Ábaco zerado

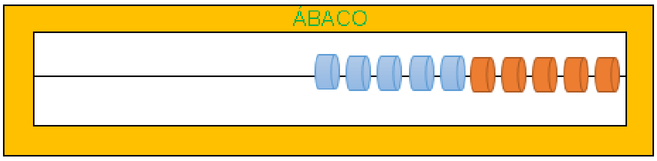


Figura 17 - Ábaco zerado

Deslocando 5 argolas para a esquerda, passamos a representar 5 unidades no ábaco.

Figura 18 - Cinco

Para adicionar 3 unidades, basta deslocar para a esquerda 3 argolas, totalizando 8 argolas o que corresponde a 8 unidades.

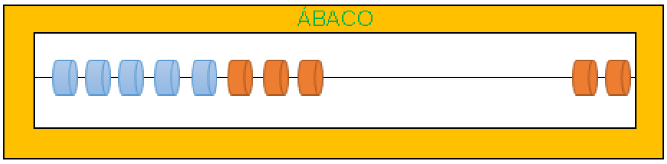


Figura 19 – Cinco mais três

Exemplo 1.2: José ganhou 3 bolas de gude de seu pai. No dia seguinte, ganhou 5 bolas de gude da sua mãe. Quantas bola de gude José ganhou?

Ábaco zerado

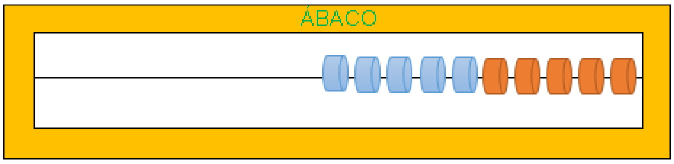


Figura 20 - Ábaco zerado

Deslocando 3 argolas para a esquerda, passamos a representar 3 unidades no ábaco.

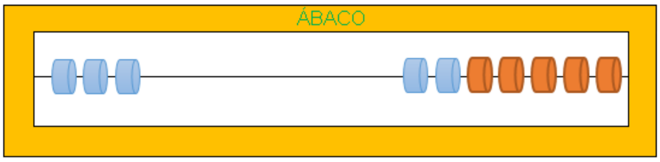


Figura 21 - Três

Para adicionar 5 unidades, basta deslocar para a esquerda 5 argolas e totalizando 8 argolas.

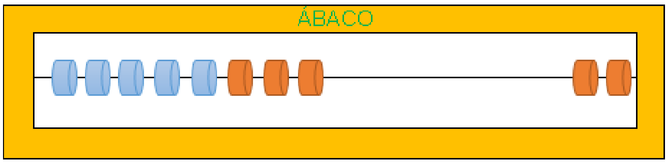


Figura 22 – Três mais cinco

Portanto, José ganhou 8 bolas de gude de seus pais.

Pode-se constatar que José recebeu a mesma quantidade nas duas situações. Pois, 3 + 5 = 5 + 3 (propriedade comutativa). Nos exemplos 1.1 e 1.2, foi utilizado uma única linha do ábaco. Pois, a soma de 3 unidades com 5 unidades resulta num algarismo com apenas um digito.

Exemplo 1.3: Em 3 dias de caminhada, um garoto percorreu 3 quilômetros no primeiro dia, 4 quilômetros, no segundo e 5 quilômetros no terceiro. Qual a distância percorrida nos dois primeiros dias, e nos três dias?

No problema acima, deve-se calcular (3 + 4) + 5. Deve-se, nesse caso, resolver a operação que está entre parênteses. O ábaco deve estar sempre zerado antes de iniciar o processo de resolução.

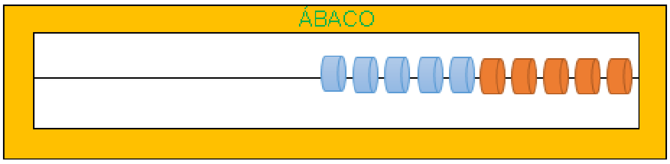


Figura 23 – Ábaco zerado

Deslocando 3 argolas para a esquerda, tem-se a representação de 3 unidades no ábaco.

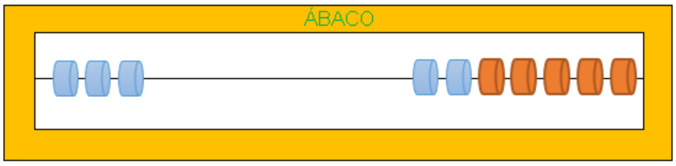


Figura 24 – Três

Para adicionar 4 unidades, basta deslocar para a esquerda 4 argolas, totalizando 7 argolas o que corresponde a 7 unidades.

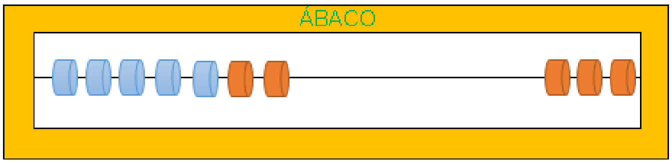


Figura 25 – Três mais quatro

Já obtemos o resultado de (3 + 4), agora vamos adicionar 5 unidades a esse resultado. Observe que restam apenas três unidades, na Figura 25, para serem deslocadas para a esquerda e precisamos de 5 argolas. Para satisfazer essa condição, deveremos utilizar um ábaco com duas linhas, ou seja, com unidades e dezenas. Acrescentando as 3 argolas restantes, obtém-se 1 dezena.

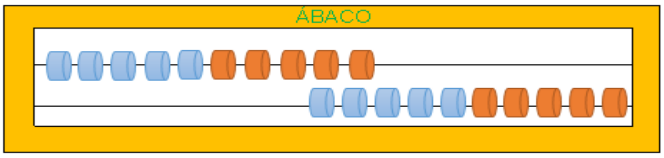


Figura 26 – Dez unidades

Sendo assim, trocaremos as 10 unidades por uma argola na segunda fileira que corresponde a 1 dezena.

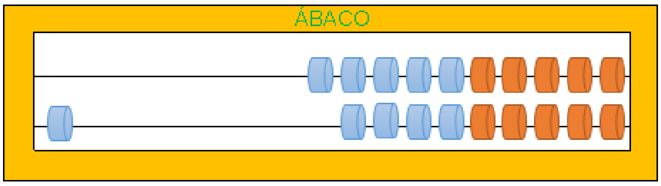


Figura 27 – Uma dezena

Das 5 argolas , foi acrescentada 3 argolas, conforme passagem da Figura 25 para Figura 26. Deve-se acrescentar as 2 argolas restantes. Resultando em 1 dezena e 2 unidades, ou seja, 12 unidades.

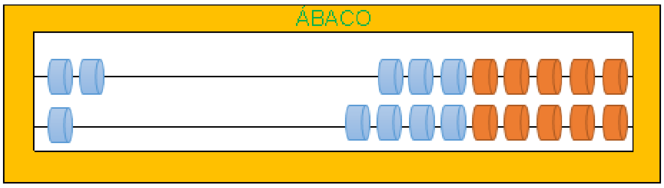


Figura 28 – Dez mais dois

Portanto, nos dois primeiros dias a garoto percorreu 7 quilômetros, e 12 quilômetros nos três dias.

Exemplo 1.4: Em 3 dias de caminhada, um garoto percorreu 4 quilômetros no primeiro dia, 5 quilômetros, no segundo e 3 quilômetros no terceiro. Qual a distância percorrida nos dois primeiros dias, e nos três dias?

No problema acima, deveremos calcular 3 + (4 + 5). Os parênteses indicam que operação matemática deve ser resolvida primeiro.

Ábaco zerado

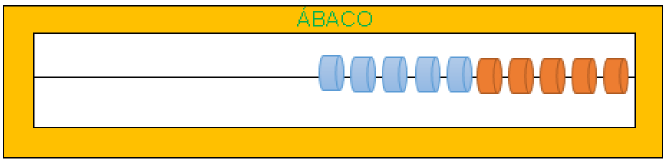


Figura 29 – Ábaco zerado

Deslocando 4 argolas para a esquerda passamos a representar 4 unidades no ábaco.

Figura 30 - Quatro

Para adicionar 5 unidades, basta deslocar para a esquerda, na primeira fileira argolas, totalizando 9 argolas, o que corresponde a 9 unidades.

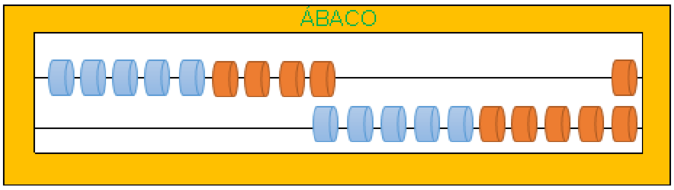


Figura 31 – Quatro mais cinco

Deve-se deslocar, na primeira linha, 3 argolas para a esquerda. Porém, tem apenas 1 argola restante na primeira fileira, conforme Figura 39, nesse caso, desloca-se essa argola para a esquerda, de modo a formar 10 unidades. Sempre que se completar 10 argolas numa fileira, deve-se deslocar essas 10 argolas para a direita e deslocar 1 argola da fileira imediatamente abaixo para a esquerda.

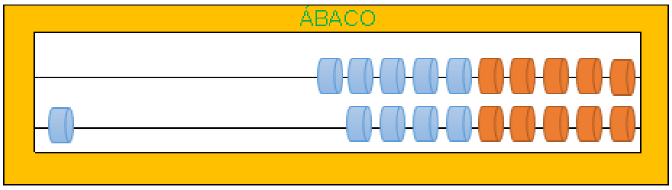


Figura 32 – Uma dezena

Resta agora, deslocar 2 argolas, na primeira fileira, para a esquerda. De modo a formar 1 dezena e 2 unidades, ou seja, 12 unidades.

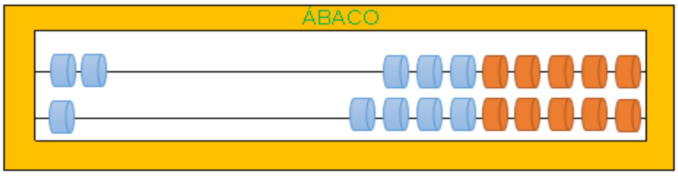


Figura 33 – Uma dezena mais duas unidades

Conforme resultado obtido nos exemplos 1.3 e 1.4, temos que:

(3 + 4) + 5 = 3 + (4 + 5) = 12 (Propriedade associativa em relação a adição)

O que demonstra que na adição envolvendo números naturais, não existe prioridade.

Exemplo 1.5: (Prova Brasil - 2011) No mapa abaixo está representado o percurso de um ônibus que foi de Brasília a João Pessoa e passou por Belo Horizonte e Salvador.

Quantos quilômetros o ônibus percorreu ao todo?

(A) 1670 km. (B) 2144 km. (C) 2386 km. (D) 3100 km.

No problema acima deve-se calcular o resultado de (714 + 1430 + 956)

Utilizaremos a estratégia de somar as unidades, depois, as dezenas, centenas e por fim, a unidade de milhar.

Calculando no ábaco (4 + 0 + 6) unidades

Representando 4 unidades no ábaco, basta deslocar 4 argolas da primeira fileira para a esquerda.

Figura 34 - Quatro

Para somar 6 unidades, basta deslocar 6 unidades da primeira fileira para a esquerda.

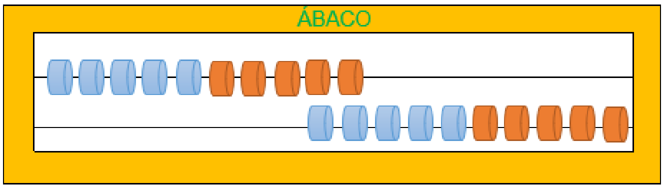


Figura 35 – Dez unidades

Obtendo 10 unidades ou seja 1 dezena

Como 10 unidades equivalem a 1 dezena, então deveremos deslocar as 10 argolas da primeira fileira para a direita e deslocar 1 argola da segunda fileira para a esquerda.

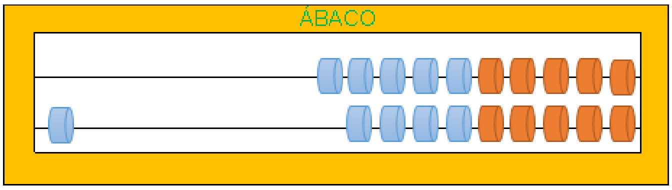


Figura 36 – Uma dezena

Agora, somando (1 + 3 + 5) dezenas ao resultado obtido anteriormente. Ou seja: (1 + 3 + 5 + 1) dezenas

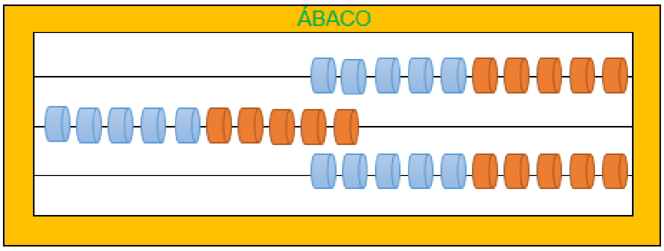


Figura 37 – Dez dezenas

Obtendo 10 dezenas, ou 1 centena

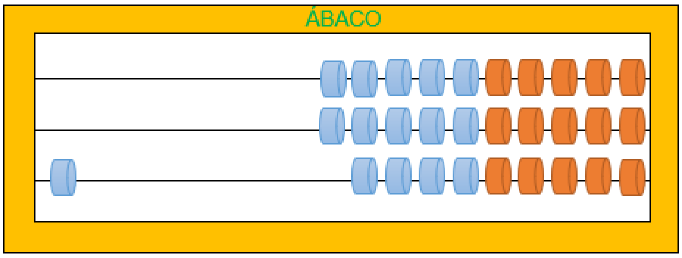


Figura 38 – Uma centena

Agora, somando (7 + 4 + 9) centenas ao resultado obtido anteriormente. Ou seja: (7 + 4 + 9 + 1) centenas = 21 centenas = 10 centenas + 10 centenas + 1 centena

= 1 unidade de milhar + 1 unidade de milhar + 1 centena

= 2 unidades de milhar + 1 centena

Obtendo 21 centenas = 2 unidades de milhar + 1 centena

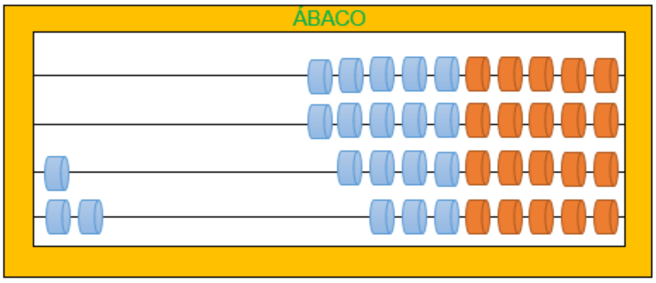


Figura 39 – Dois mil e cem

E finalmente, somando 1 unidade de milhar ao resultado obtido anteriormente.

(2 + 1) unidades de milhar + 1 centena = 3 unidades de milhar + 1 centena

= 3100

Figura 40 – Três mil e cem

Portanto, o ônibus percorreu 3100 km.

➢ Quarto encontro

Revendo conceito relacionado à subtração com números naturais e resolução de situações-problema com auxílio do ábaco.

No quarto encontro, fizemos uma retomada às dificuldades apresentadas no encontro passado, depois, apresentamos o conceito relacionado a operação de subtração. Foi proposto aos alunos, que resolvessem alguns problemas que envolvam a ideia de subtração, utilizando o ábaco como recurso. Ao final, apresentamos uma lista de atividades aos alunos para que eles resolvessem (Apêndice B).

- Objetivo:

✓ Definir subtração;

✓ Calcular o resultado de uma subtração;

✓ Resolver problemas envolvendo diferentes significados da subtração.

Subtração

Sejam a e b dois números naturais de modo que $a \leq b$, diferença entre b e a, denotada por $b - a$, corresponde ao número de deslocamentos de a para a direita até atingir b.

Dados a, b e c números naturais. Se $a = b + c$, então $c = b - a$

Na subtração de b por a, b é denominado minuendo e a o subtraendo.

Em situações envolvendo a subtração, podemos tirar, completar ou comparar quantidades.

Exemplos de situações que envolvam a subtração utilizando o ábaco

Exemplo 2.1: João tinha 9 bolas de gude. Jogando com seu irmão, Pedro, perdeu 4 bolas. Com quantas bolas de gude João ficou?

Ábaco zerado

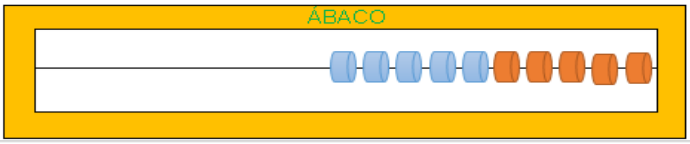


Figura 41 – Ábaco zerado

Para representar 9 unidades no ábaco, basta deslocar 9 argolas da primeira fileira para a esquerda.

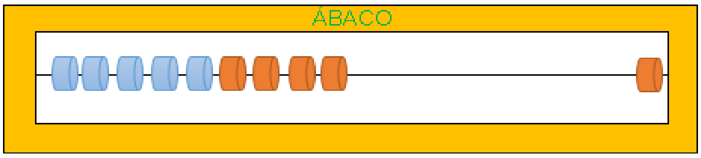


Figura 42 – Nove unidades

Para subtrair 4 unidades, deve-se deslocar 4 argolas da fileira que corresponde as unidades simples para a direita.

Figura 43 – Nove menos quatro

Restando 5 argolas o que corresponde a 5 unidades.

Portanto: João ficou com 5 bolas de gude.

Exemplo 2.2: Paulo tinha 16 figurinhas. Foi a banca de revistas e comprou algumas figurinhas. Ficando com um total de 35 figurinhas. Quantas figurinhas Paulo comprou?

Ábaco zerado

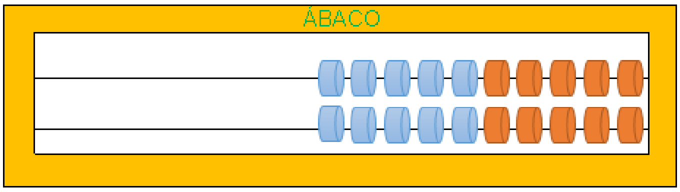


Figura 44 – Ábaco zerado

Para adicionar 35 no ábaco, ou seja, 3 dezenas e 5 unidades, deve-se deslocar para a esquerda, 5 argolas da primeira fileira que corresponde a 5 unidades, e depois, deslocar 3 argolas, da segunda fileira, para a esquerda, que corresponde a 3 dezenas.

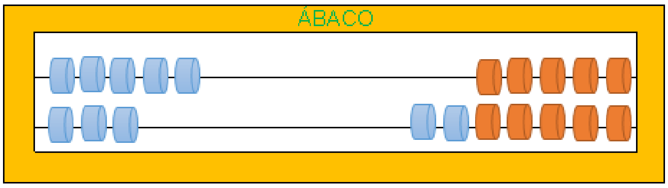


Figura 45 – Três dezenas e cinco unidades

Para subtrair 16 unidades, que no ábaco, equivale a 1 dezena mais 6 unidades. Basta deslocar, para a esquerda, 6 argolas da primeira fileira e 1 argola da segunda fileira.

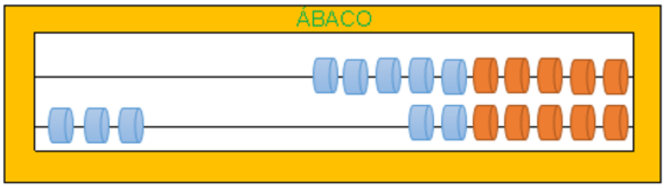


Figura 46 – Três dezenas

Foram deslocadas apenas cinco argolas das seis (não se pode retirar seis unidades de cinco unidades), para continuar, deveremos deslocar para a direita uma argola da segunda fileira, ou seja, 1 dezena e depois deslocar para a esquerda 10 argolas da primeira fileira, pois, 1 dezena equivale a 10 unidades. Esse procedimento foi utilizado para satisfazer a condição de deslocar a unidade restante para a esquerda. Sempre que deslocamos 1 argola de uma fileira, imediatamente, inferior, deve-se deslocar 10 argolas da fileira imediatamente superior a essa.

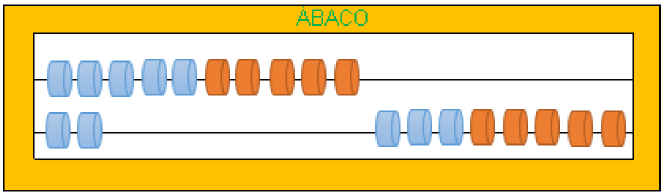


Figura 47 – Duas dezenas mais dez unidades

Agora, deve-se fazer o procedimento final, que é deslocar 1 argola da primeira fileira para a esquerda e 1 argola das dezenas para a esquerda. O que resulta em 1 dezena e 9 unidades, ou seja, 19 unidades.

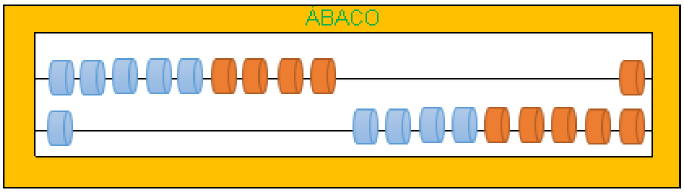


Figura 48 – Uma dezena e nove unidades

Portanto, Paulo comprou 19 figurinhas.

Exemplo 2.4: Um motorista de caminhão tinha que transportar uma carga para outra cidade, cuja distância é de 802 km. Parou para almoçar no km 351. Quantos quilômetros faltam para ele chegar no seu destino?

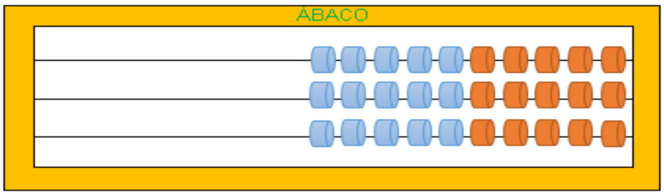


Figura 49 – Ábaco zerado

Para representar o algarismo 802 no ábaco, deve-se adicionar 8 centenas, que é deslocar 8 argolas, da terceira fileira para a esquerda. E depois, deslocar 2 argolas da primeira fileira para a esquerda. Observe que, não houve nenhum deslocamento de argolas da segunda fileira para a esquerda, pois, não há dezenas no algarismo 802, ou seja, 8 centenas e 2 unidades.

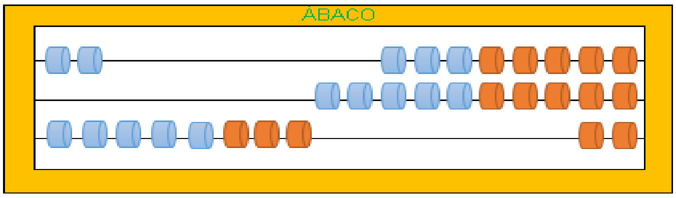


Figura 50 – Oito centenas e duas unidades

Para subtrair 351, que é composto por 3 centenas, 5 dezenas e 1 unidade, deveremos deslocar 3 argolas, da terceira fileira para a direita.

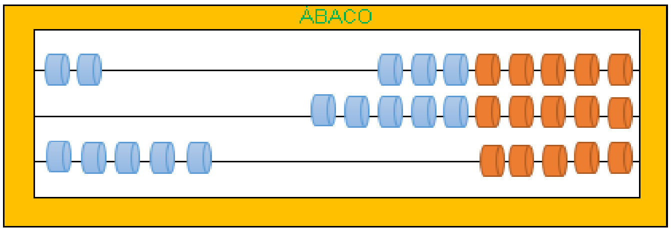


Figura 51 – Cinco centenas e duas unidades

Em relação às dezenas, não é possível retirar 5 dezenas de zero, no entanto, sabemos que 1 centena corresponde a 10 dezenas. Então, deslocaremos 1 argola da terceira fileira, que corresponde a 1 centena para a direita, e para mantermos a equivalência, deve-se deslocar 10 argolas, da segunda fileira para a esquerda, ou seja, 10 dezenas.

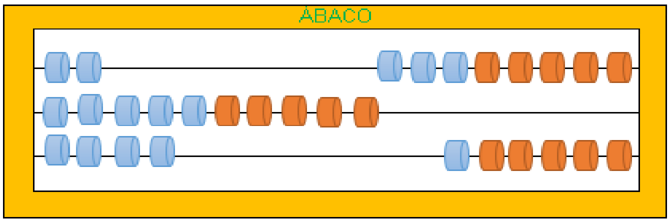


Figura 52 – Quatro centenas mais dez dezenas mais duas unidades

Agora, é possível fazer o cálculo com as dezenas, ou seja, 10 menos 5. Basta deslocar 5 argolas, da segunda fileira para a direita

Figura 53 – Quatro centenas mais cinco dezenas mais duas unidades

Para finalizar, basta efetuarmos o cálculo com as unidades, ou seja, 2 menos 1. O que se resume em deslocar uma argola, da primeira fileira, para a direita. Resultando em 4 centenas, 5 dezenas e 1 unidade. O que corresponde ao algarismo 451.

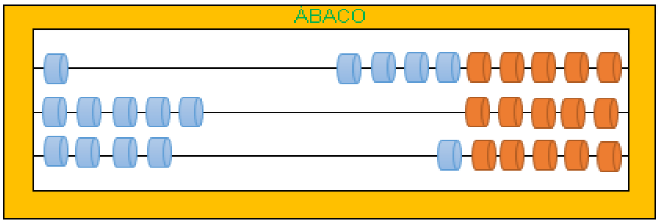


Figura 54 – Quatro centenas mais cinco dezenas mais uma unidade

Portanto, faltam 451 km para o motorista chegar ao seu destino.

Exemplo 2.5: (Prova Brasil - 2011) Na escola de Ana há 3 879 alunos. Na escola de Paulo há 2 416 alunos. Então, a diferença entre elas é de 1 463 alunos. Se, no próximo ano, 210 alunos se matricularem em cada escola, qual será a diferença entre elas?

Inicia-se representando o algarismo, 1463 no ábaco. Lembre-se, o ábaco deve estar zerado. Observe que: 1000 + 400 + 60 + 3 = 1 463

Então, vamos representar o 1000, deslocando-se 1 argola da quarta fileira para a esquerda. Já para o 400, desloca-se quatro argolas da terceira fileira para a esquerda. Para o 60, desloca-se 6 argolas da segunda fileira para a esquerda e por fim, o 3, basta deslocar 3 argolas da primeira fileira para a esquerda.

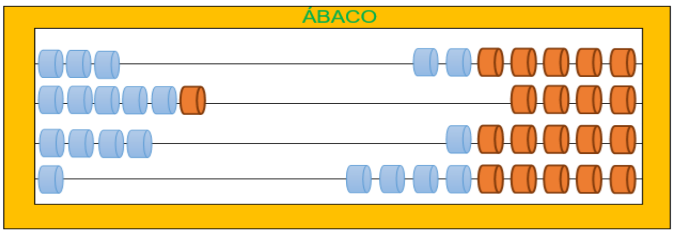


Figura 55 – Mil quatrocentos e sessenta e três

Agora, vamos adicionar 210 a 1463.

Como: 200 + 10 = 210. Desloca-se 2 argolas da terceira fileira para a esquerda e deslocar 1 argola da segunda fileira para a esquerda. Obtendo como resultado 1673.

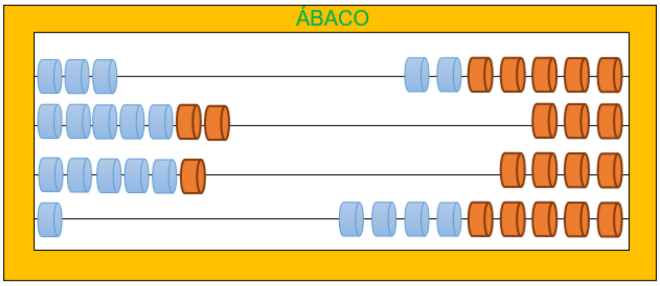


Figura 56 - Mil seiscentos e setenta e três

Agora, deve-se subtrair 210 de 1673.

Como: 200 + 10 = 210. Desloca-se 2 argolas da terceira fileira para a direita e deslocar 1 argola da segunda fileira para a direita. Obtendo como resultado mil quatrocentos e sessenta e três. A diferença do quantitativo de alunos das duas escolas se manteve a mesma. Isso se deve ao fato que, se adicionarmos e retirarmos uma mesma quantidade de um certo valor, esse valor não se altera.

Portanto, 1463 + 210 – 210 = 1463.

- Quinto encontro

Revendo o conceito e propriedades relacionadas a multiplicação entre números naturais.

No quinto encontro, fizemos uma retomada em relação ao que os alunos tinham estudado nos encontros anteriores. Resolvemos algumas questões da lista de atividade (Apêndice B), entregue no encontro passado. Iniciamos o estudo com a multiplicação entre números naturais. Apresentamos a definição matemática e propriedades, propomos a resolução alguns problemas envolvendo a multiplicação aos alunos, duplas, fazendo uso do ábaco. Ao final, foi realizada a resolução de cada problema, pelos alunos, como forma de socializar as estratégias utilizadas.

- Objetivo:
- ✓ Definir multiplicação;
- ✓ Compreender algumas propriedades da multiplicação;
- ✓ Calcular o resultado de uma multiplicação;
- ✓ Resolver problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação.

A definição e propriedades apresentadas estão em conformidade com Hefez (2015).

Multiplicação

Tomar múltiplos define uma operação em relação ao conjunto dos números naturais. $a \times b$, cuja leitura é *a vezes b*, representando o múltiplo de *a* vezes *b* de *b*. Podemos afirmar que:

$a \times b = 0$, se $a = 0$,

$a \times b = 0$, se $b = 0$,

$a \times b = \underbrace{b + b + b + \cdots + b}_{a \text{ vezes}}$, se $a > 1$.

Na multiplicação de *a* por *b*, *a* e *b* são denominados fatores e o resultado da multiplicação de *a* por *b* é o produto.

Propriedade comutativa da multiplicação

Dados os números naturais *a* e *b*, temos que:

$a \times b = b \times a$. (Propriedade comutativa)

Propriedade elemento neutro da multiplicação

Decorre da própria definição de multiplicação.

Se $a \times b = b$, então $a = 1$. Ou seja:

$1 \times b = b$

Pela comutatividade podemos afirmar que:

$1 \times b = b \times 1 = b$

Propriedade associativa da multiplicação

Dados os números naturais *a*, *b* e *c*, temos que:

$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição

Dados os números naturais *a*, *b* e *c*, temos que:

$(a + b) \times c = a \times c + b \times c$

Propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtração

Dados os números naturais *a*, *b* e *c*, com $b < a$, temos que:

$(a - b) \times c = a \times c - b \times c$

Exemplos de situações que envolvam a multiplicação no ábaco:

Em cada situação a seguir, omitiremos o ábaco zerado. Porém, sempre que iniciarmos um cálculo com o ábaco essa condição deverá ser realizada.

Exemplo 3.1: Se um determinado tipo de caneta custa R$ 2,00. Qual o valor a pagar por 4 dessas canetas?

Partindo da definição na qual a multiplicação pode ser obtida a partir da soma de parcelas iguais, temos:

$4 \times 2 = 2 + 2 + 2 + 2$

Para adicionarmos 2 unidades, basta deslocar 2 argolas para a esquerda. O que resulta em dois.

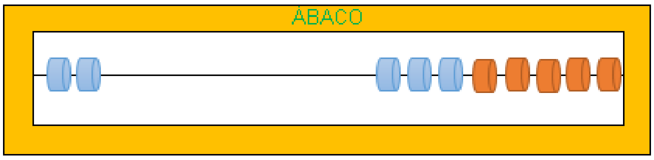


Figura 57 – Dois

Para adicionarmos 2 unidades, basta deslocar 2 argolas para a esquerda. O que resulta em 4.

Figura 58 – Dois mais dois

Para adicionarmos 2 unidades, basta deslocar 2 argolas para a esquerda. O que resulta em 6.

Figura 59 – Quatro mais dois

Para adicionarmos 2 unidades, basta deslocar 2 argolas para a esquerda. Após repetirmos a adição por 2, quatro vezes obtemos o resultado 8 unidades.

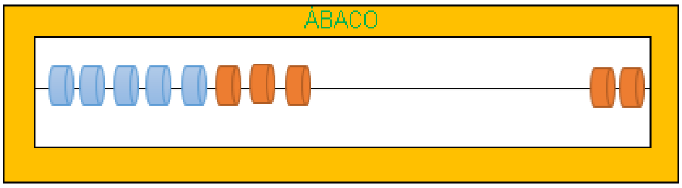


Figura 60 – Seis mais dois

Portanto, 4 canetas custam R$ 8,00.

- Sexto encontro:

No sexto encontro, retomamos ao tema multiplicação entre números naturais. Apresentamos situações bem simples, para serem resolvidas sempre com o auxílio do ábaco.

- Objetivo:

✓ Definir multiplicação;

✓ Compreender algumas propriedades da multiplicação;

✓ Calcular o resultado de uma multiplicação;

✓ Resolver problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação.

Exemplo 3.2: Maria foi a uma papelaria e viu que uma lapiseira custava R$ 4,00. Se Maria comprou duas dessas lapiseiras. Quanto ela gastou?

Partindo da definição na qual a multiplicação pode ser obtida a partir da soma de parcelas iguais, temos:

$2 \times 4 = 4 + 4$

Para adicionarmos 4 unidades no ábaco, basta deslocar 4 argolas para a esquerda. O que resulta em quatro.

Figura 61 - Quatro

Para adicionarmos 4 unidades no ábaco, basta deslocar 4 argolas para a esquerda. O que resulta em 8.

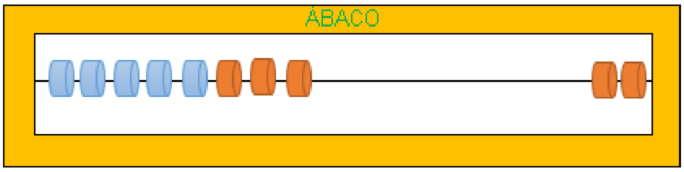


Figura 62 – Duas vezes quatro

Portanto, Maria gastou R$ 8,00.

Conforme resultados apresentados nos exemplos 3.1 e 3.2, temos que:

$4 \times 2 = 2 \times 4$ (Propriedade comutativa da multiplicação)

Exemplo 3.3: Uma sorveteria oferece 10 sabores de sorvete. Sendo que o cliente pode escolher um tipo de cobertura, das duas opções disponíveis. De quantas maneiras diferentes uma pessoa pode escolher um sorvete de um determinado sabor, com um tipo de cobertura?

Como: $2 \times 10 = 10 + 10 = 20$ unidades = 2 dezenas. Então, para representar o resultado da multiplicação de dois por dez, no ábaco, basta deslocar duas argolas da segunda linha para a esquerda.

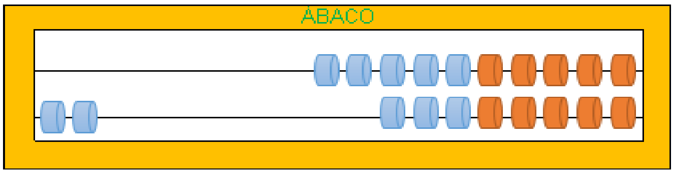


Figura 63 – Duas vezes dez

O que corresponde a 2 dezenas ou 20 unidades.

Portanto, o cliente tem 20 opções de escolha.

Exemplo 3.4: Numa sala de aula, as cadeiras dos alunos estavam dispostas em 5 fileiras, sendo que em cada fileira têm 10 cadeiras. Qual o total de cadeiras na sala de aula?

Como: $5 \times 10 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 50$ unidades = 5 dezenas. Então, para representar o resultado da multiplicação de 5 por 10, no ábaco, basta deslocar 5 argolas, da segunda linha, para a esquerda. O que corresponde a 5 dezenas ou 50 unidades.

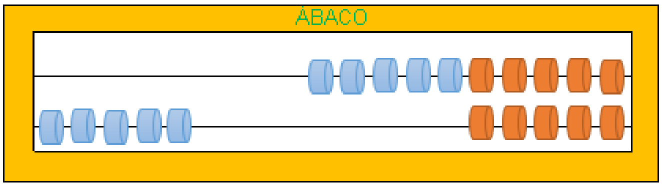


Figura 64 – Cinco vezes dez

Portanto, $5 \times 10 = 50$

Exemplo 3.5: Alice pretende passear no parque da cidade e deseja usar uma saia, uma sandália e uma camiseta. Ela tem como opção de escolha: 3 camisetas, 4 sandálias e 5 saias. De quantas maneiras distintas ela pode se vestir?

Para resolver esse problema basta calcular o resultado de $(3 \times 4) \times 5$

Calculando o resultado da multiplicação de 3 por 4. Como $3 \times 4 = 4 + 4 + 4$.

Para adicionar quatro unidades no ábaco, basta deslocar 4 argolas, da primeira fileira, para a esquerda. Resultando em 4 unidades.

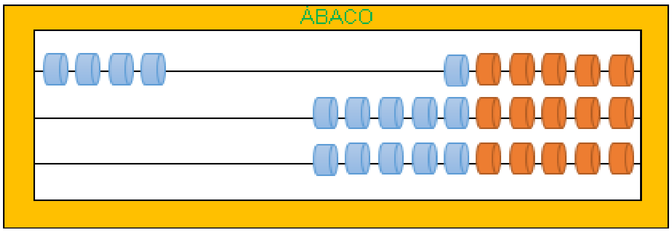


Figura 65 – Quatro

Adicionando 4 unidades ao ábaco da figura 58, basta deslocar 4 argolas, da primeira fileira para a esquerda. Resultando em 8 unidades.

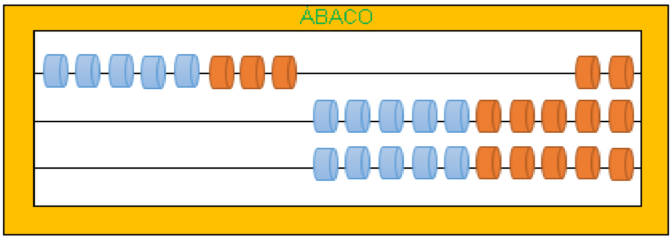


Figura 66 – Quatro mais quatro

Para adiciona 4 unidades no ábaco, basta deslocar 4 argolas, da primeira fileira, para a esquerda. Porém, temos apenas 2 argolas na primeira fileira para ser deslocada para a esquerda. Ao deslocar as duas argolas restantes, da primeira fileira para a esquerda, completamos 10 unidades na primeira fileira. Lembrando que ainda temos que acrescentar 2 unidades na primeira fileira.

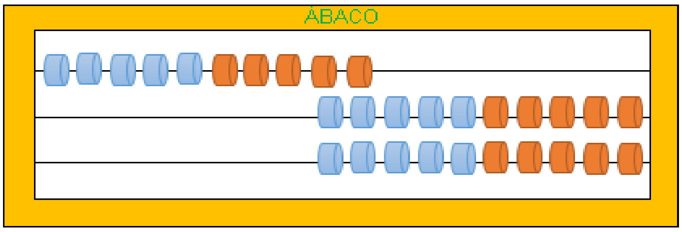


Figura 67 – Oito mais dois

Como 10 unidades equivalem a 1 dezena, faremos a mudança no ábaco. Deslocaremos as 10 argolas da primeira fileira, para a direita e deslocaremos 1 argola da segunda fileira para a esquerda. Resultando em 1 dezena.

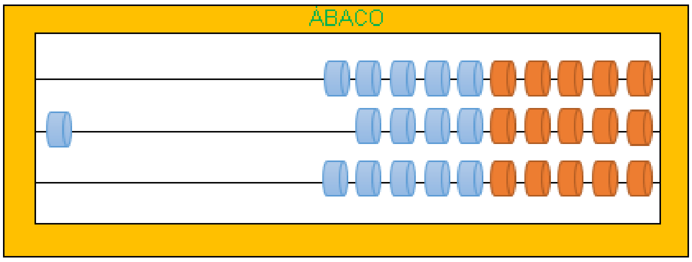


Figura 68 - Dez

Deslocando as 2 argolas (que estavam faltando) da primeira fileira, para a esquerda, encontraremos o resultado da multiplicação de 3 por 4. Ou seja, 1 dezena e 2 unidades, 12.

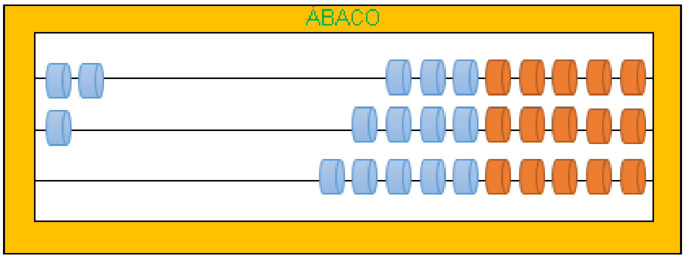


Figura 69 – Dez mais dois

Calculando 12×5.

Observe que:

$12 \times 5 = (10 + 2) \times 5$ (aplicando a propriedade distributiva em relação a adição)

$= 10 \times 5 + 2 \times 5$

Calculando 10×5

Como $10 \times 5 = 5 \times 10$ (pela comutatividade) $= 5 \times 1$ dezena $= 5$ dezenas

Deveremos deslocar 5 argolas da segunda fileira para a esquerda

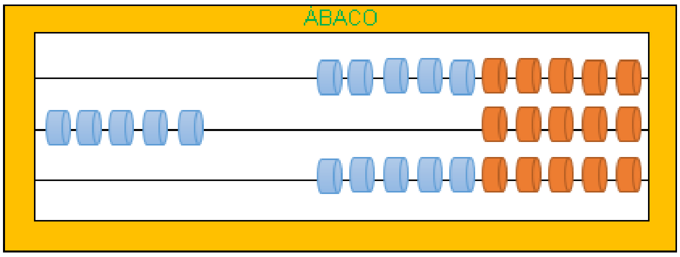


Figura 70 - Cinquenta

Adicionando duas vezes cinco com cinco dezenas.

Como $2 \times 5 = 10$ unidades = 1 dezena. Deveremos deslocar uma argola na segunda fileira do ábaco para a esquerda. Fazendo isto estaremos adicionando com o resultado de 2 vezes 5 com as 5 dezenas, obtendo 6 dezenas. Ou seja, 60 unidades.

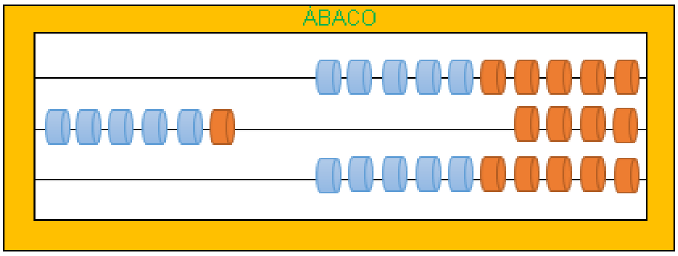


Figura 71 – Cinquenta mais duas vezes cinco

Exemplo 3.6: Resolvendo o problema anterior considerando o cálculo de: $3 \times (4 \times 5)$

Calculando o resultado da multiplicação de 4 por 5.

Observe que: $4 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5$.

Para adicionar 5 unidades no ábaco, basta deslocar 5 argolas, da primeira fileira, para a esquerda. Esse processo deve ser repetido quatro vezes.

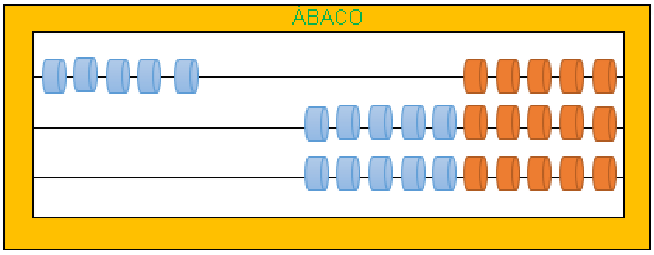


Figura 72 – Cinco

Para adicionar 5 unidades no ábaco, basta deslocar 5 argolas, da primeira fileira, para a esquerda. Resultando em 10 unidades.

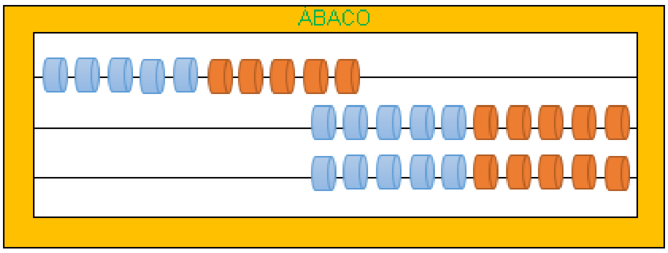


Figura 73 – Cinco mais cinco

Porém, sempre que completarmos as dez argolas de uma determinada fileira, deveremos deslocar todas as argolas para a direita e deslocar, para a esquerda, uma argola da fileira imediatamente abaixo. Conforme figuras 66 e 67.

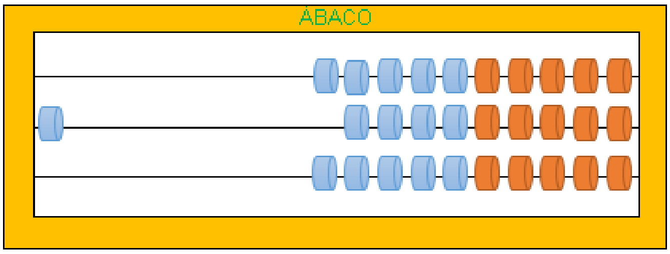


Figura 74 – Dez

Para adicionar 5 unidades no ábaco, basta deslocar 5 argolas, da primeira fileira, para a esquerda. Resultando em 1 dezena e 5 unidades ou 15 unidades.

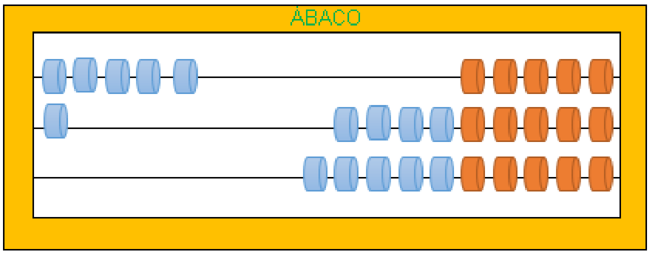


Figura 75 – Dez mais cinco

Para adicionar 5 unidades no ábaco, basta deslocar 5 argolas, da primeira fileira, para a esquerda. Observe que, ao adicionarmos 5 unidades, completamos a primeira fileira com todas as argolas.

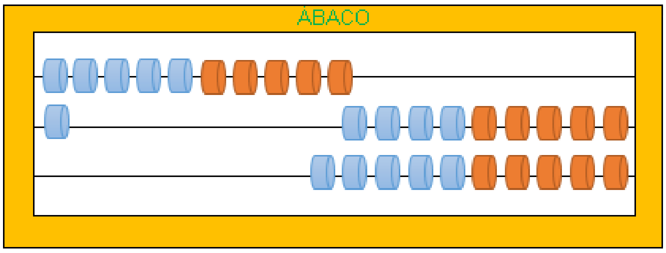


Figura 76 – Quinze mais cinco

Deveremos deslocar todas as argolas da primeira fileira para a direita e deslocar 1 argola da fileira imediatamente abaixo para a esquerda. Resultando em 2 dezenas ou 20 unidades.

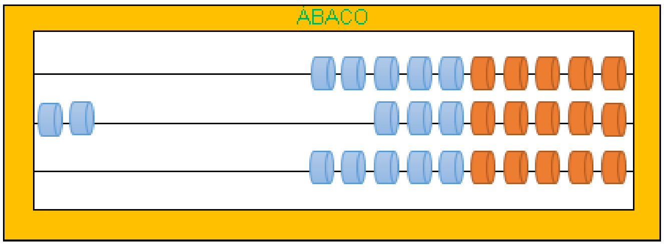


Figura 77 – Duas dezenas

Obtemos o resultado de $4 \times 5 = 20$.

Falta agora calcular 3×20

Como $3 \times 20 = 20 + 20 + 20$

Para adicionar 20 unidades no ábaco, basta deslocar 2 argolas, da segunda fileira, para a esquerda. Resultando em 2 dezenas ou 20 unidades. Esse mesmo processo deve ser repetido 3 vezes.

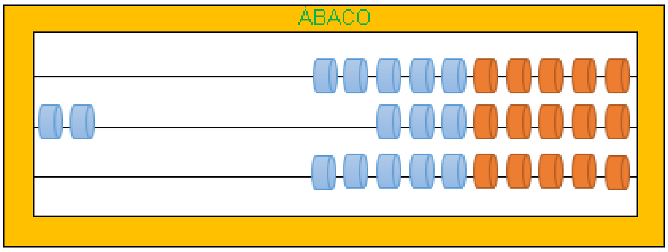


Figura 78 – Vinte mais vinte

Para adicionar 20 unidades no ábaco, basta deslocar 2 argolas, da segunda fileira, para a esquerda. Resultando em 4 dezenas ou 40 unidades.

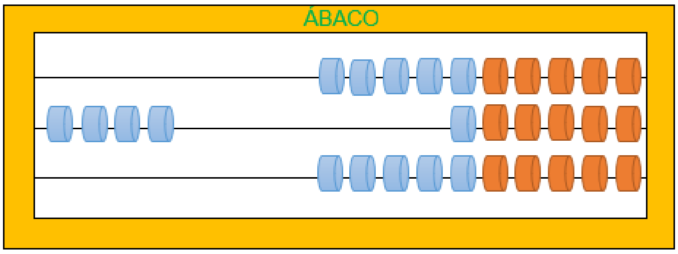


Figura 79 – Vinte mais vinte

Para adicionar 20 unidades no ábaco, basta deslocar 2 argolas, da segunda fileira, para a esquerda. Resultando em 6 dezenas ou 60 unidades.

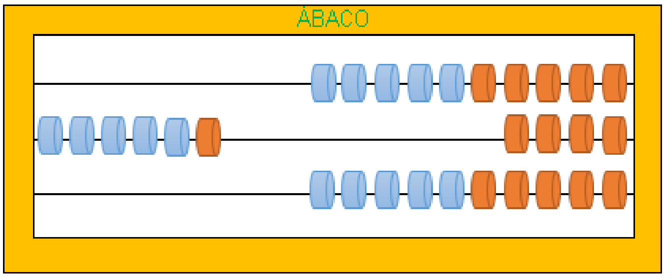


Figura 80 – Quarenta mais vinte

Portanto, Alice tem 60 opções diferentes de se vestir

De acordo com os resultados obtidos nos exemplos 3.8 e 3.9, podemos constatar a propriedade associativa da multiplicação, ou seja, não existe prioridade de cálculos em relação aos fatores, para esses casos.

$(3 \times 4) \times 5 = 60$

$3 \times (4 \times 5) = 60$

Exemplo 3.7: Num auditório as cadeiras estão dispostas em 12 fileiras, com 15 cadeiras em cada fileira. Quantas cadeiras tem nesse auditório?

Observe que:

$12 \times 15 = 12 \times (10 + 5)$, aplicando a propriedade distributiva em relação a adição, temos:

$12 \times (10 + 5) = 12 \times 10 + 12 \times 5$

Deveremos adicionar os resultados de 12×10 com 12×5.

Calculando o resultado de 12×10

Como: $12 \times 10 = (10 + 2) \times 10 = 10 \times 10 + 2 \times 10$ (propriedade distributiva em relação a adição).

O que no ábaco consiste em somar 10 dezenas com 2 dezenas. Sabemos que 10 dezenas equivalem a 1 centena. Então, basta representar 1 centena mais 2 dezenas no ábaco, para obtermos o resultado da multiplicação de 12 por 10.

Representando 10 dezenas no ábaco, o que corresponde a 1 centena.

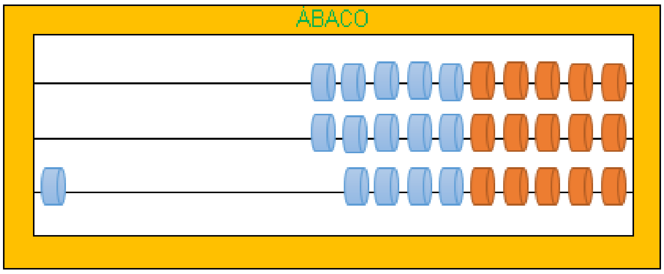


Figura 81 - Cem

Adicionando 2 dezenas a 1 centena. Basta deslocar 2 argolas, da segunda fileira para a esquerda. Obtemos 1 centena e 2 dezenas, ou seja, 120 unidades. Observe que a primeira fileira não possui argolas deslocadas para a esquerda, o que corresponde a zero unidade.

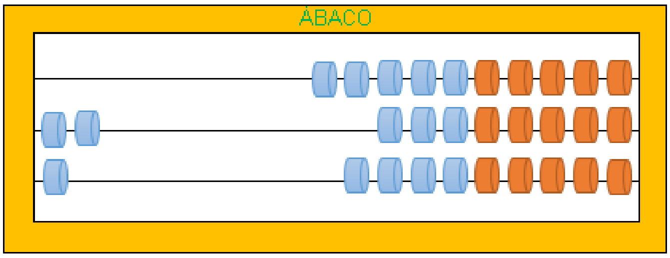


Figura 82 – Cento e vinte

Portanto, $12 \times 10 = 120$

Calculando o resultado de 12×5

Como: $12 \times 5 = (10 + 2) \times 5 = 10 \times 5 + 2 \times 5$ (propriedade distributiva em relação a adição).

O que no ábaco consiste em somar 5 dezenas com 10 unidades. Sabemos que 10 unidades equivalem a 1 dezena. Então, basta representar a adição de 5 dezenas com 1 dezena.

Para representar 5 dezenas no ábaco, basta deslocar 5 argolas da segunda fileira para a esquerda.

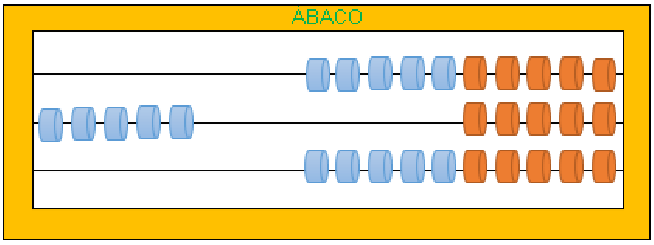


Figura 83 - Cinquenta

Para somar 5 dezenas com 1 dezena no ábaco, basta deslocar 1 argola da segunda fileira para a esquerda. Obtendo 6 dezenas ou 60 unidades.

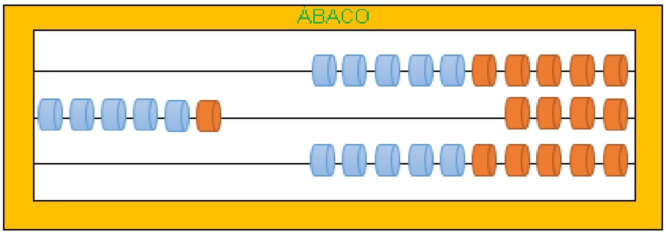


Figura 84 - Sessenta

Determinando o valor de 12×15

Como: $12 \times 15 = 12 \times (10 + 5) = 12 \times 10 + 12 \times 5$ (Propriedade distributiva em relação a adição)

Sabemos que:

$12 \times 10 = 120$

$12 \times 5 = 60$

Basta somar cento e vinte com sessenta.

Representando 120 no ábaco, basta deslocar, 1 argola da terceira fileira para a esquerda e depois deslocar 2 argolas da segunda fileira para a esquerda.

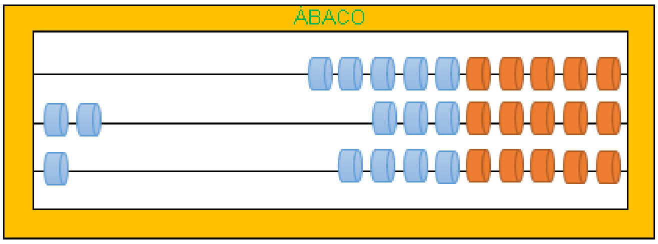


Figura 85 – Cento e vinte

Fazendo a adição de 60 com 120. Como 60 unidades são 6 dezenas. Portanto, para adicionar 60 no ábaco, deveremos deslocar 6 argolas, da segunda fileira para a esquerda. O que resulta em uma centena, oito dezenas e zero unidade, ou seja, cento e oitenta.

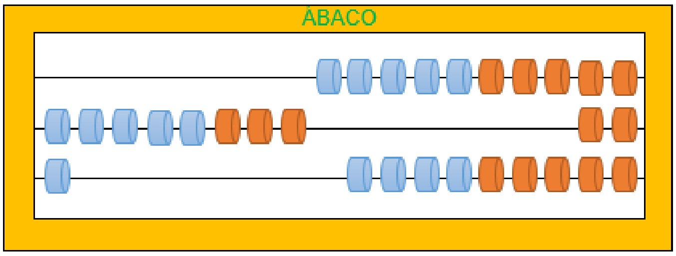


Figura 86 – Cento e oitenta

Portanto, $12 \times 15 = 180$

Resolvendo o mesmo exemplo de outra maneira, utilizando o ábaco.

Observe que:

$12 \times 15 = 12 \times (10 + 5) = 12 \times 10 + 12 \times 5$ (Aplicando a propriedade distributiva em relação a adição).

Analogamente:

$12 \times 10 = (10 + 2) \times 10 = 10 \times 10 + 2 \times 10$

$12 \times 5 = (10 + 2)$ x $5 = 10 \times 5 + 2 \times 5$

Como $12 \times 15 = 12 \times (10 + 5) = 12 \times 10 + 12 \times 5$, então:

$12 \times 15 = (10 + 2) \times (10 + 5) = 10 \times 10 + 2 \times 10 + 10 \times 5 + 2 \times 5$

Realizando o cálculo de doze vezes quinze, no ábaco.

Levando-se em conta que o ábaco está zerado, representaremos os fatores 12 e 15, no ábaco. Nas duas primeiras fileiras o 12, pulamos uma fileira e representamos o fator 15 depois.

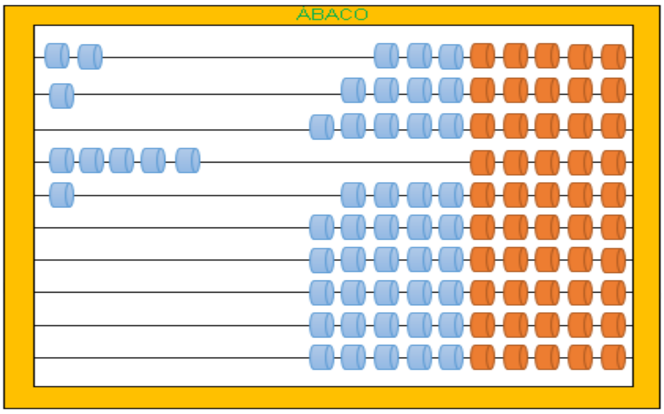


Figura 87 – Doze vezes quinze

O 15 corresponde a 1 dezena mais 5 unidades. O 12 corresponde a 1 dezena mais 2 unidades, ou seja, deveremos multiplicar, nesse caso, unidade com unidade, dezena com dezena, unidade com dezena, dezena com unidade e representando os resultados obtidos no ábaco. Ou seja, deveremos calcular:

$12 \times 15 = (10 + 2) \times (10 + 5) = 10 \times 10 + 2 \times 10 + 10 \times 5 + 2 \times 5$

Observe que:

$10 \times 10 = 100$ unidades = 1 centena

$2 \times 10 = 20$ unidades = 2 dezenas

$10 \times 5 = 50$ unidades = 5 dezenas

$2 \times 5 = 10$ unidades = 1 dezenas

Com o entendimento das propriedades da multiplicação e um certo tempo de repetição, uma pessoa adquire certas habilidades que possibilitam esse tipo de cálculo ser realizado mentalmente.

Para finalizar, basta somar os resultados obtidos pelos produtos de unidade com unidade, dezena com dezena, unidade com dezena, dezena com unidade. Na qual obtemos:

O resultado será representado na segunda fileira (7ª), abaixo do segundo fator multiplicativo (15). Apenas como forma de separar os fatores dos produtos obtidos. Nessa linha será representa as unidades, a mais abaixo, as dezenas e assim por diante.

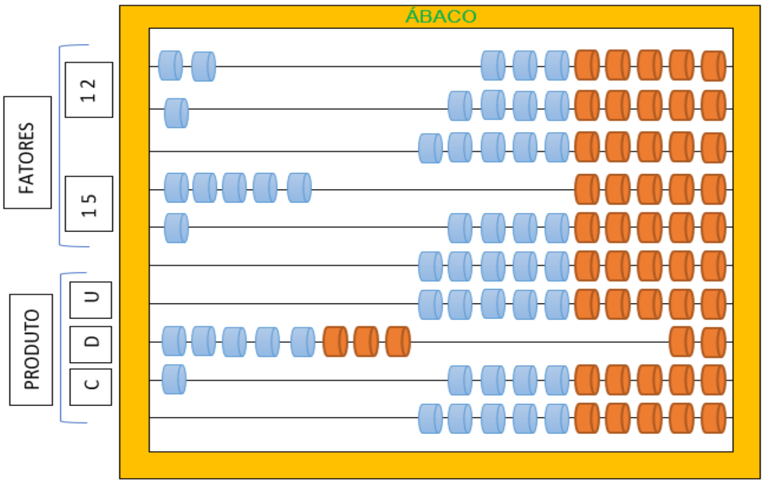


Figura 88 – Resultado de doze vezes quinze

Portanto, $12 \times 15 = 180$

- Sétimo Momento

Revendo conceito relacionado a divisão entre números naturais e resolução de situações-problema com auxílio do ábaco.

No sétimo encontro, iniciamos o tema divisão entre números naturais, com apresentação de algumas situações no ábaco, de modo que fizesse algum sentido para os alunos. Apresentamos, ao final, a segunda lista de atividade (Apêndice C), para que os alunos respondessem.

- Objetivo:
- ✓ Definir divisão;
- ✓ Calcular o resultado de uma divisão entre números naturais;
- ✓ Resolver problemas envolvendo a divisão.

Divisão

Apresentaremos a definição de divisão, a partir da ideia de divisor de um número. Diremos que um número natural d é divisor de outro número natural *a*, se *a* é múltiplo de *d*. Ou seja:

$$a = c \times d \quad \Leftrightarrow a \div d = c \qquad (1)$$

Denota-se a divisão entre dois números naturais *a* e *b* (com b $\neq 0$) por: $\frac{a}{b}$ ou $a : b$ ou $a \div b$.

Entretanto, para divisões, nem sempre d é múltiplo de a, para situações como essa pode-se aplicar a divisão euclidiana.

Dados *a*, *b*, *q* e *r* números naturais, de acordo com a divisão euclidiana podemos afirmar que:

$$b = a \times q + r, \text{ com } 0 \leq r < a. \qquad (2)$$

Onde *b* é o dividendo, *a* é o divisor, *q* é o quociente e *r* é o resto.

Para os alunos do 6º ano deveremos, inicialmente, mostrar que o processo de divisão em relação aos números naturais, parte do princípio de quantas vezes um determinado número cabe no outro.

Ao determinar o quociente de 12 ÷ 3,

12 – 3 = 9

9 – 3 = 6

6 – 3 = 3

3 – 3 = 0

Ou seja, ao realizar subtrações sucessivas verificou-se que: o 3 foi subtraído 4 vezes até chegar em zero.

Observe que: 4 × 3 = 12

12 ÷ 3 = 4

A multiplicação e a divisão são operações inversas.

A ideia de subtrair é oposta de adicionar. Quando adicionamos no ábaco, realizamos o deslocamento de argolas a esquerda. No entanto, quando subtraímos, o deslocamento de argolas passa a ser à direita. No caso de divisões, será escolhida uma fileira para indicar quantas vezes subtraímos o divisor do dividendo, ou adicionamos o divisor um certo número de vezes até se aproximar, sem ultrapassar, ou igualar ao dividendo.

Exemplo 4.1: Mariana recebeu uma caixa com 12 chocolates, e deseja repartir, igualmente, com três irmãs. Com quantos chocolates ficou cada uma?

Determinando o quociente de 12 ÷ 4 no ábaco.

Utilizaremos o processo na qual deveremos subtrair o quatro de doze até resultar em zero, ou num número menor que quatro (resto). Nesses processos envolvendo as divisões, omitiremos a representação do ábaco zerado. Porém, quando for utilizar o ábaco como ferramenta de cálculo, deveremos sempre partir dessa condição.

Representaremos o 12 no ábaco.

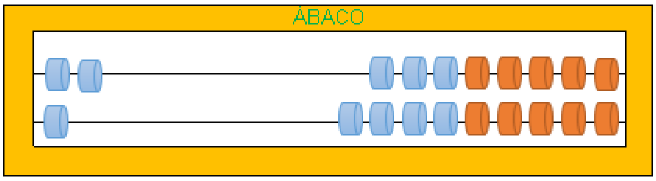


Figura 89 - Doze

Subtraindo 4 de 12, obtemos 8. Observe que, não será possível deslocar quatro argolas para a direita, se tínhamos, na fileira das unidades, apenas 2 argolas, o que corresponde a 2 unidades. Lembrando que ficou faltando deslocar 2 argolas da fileira das unidades para a direita.

Figura 90 – Uma dezena

Como uma dezena corresponde a 10 unidades, utilizaremos essa mudança no ábaco. Ou seja, quando deslocamos 1 argola numa fileira inferior, para a direita, deveremos deslocar 10 argolas para a esquerda na fileira imediatamente acima.

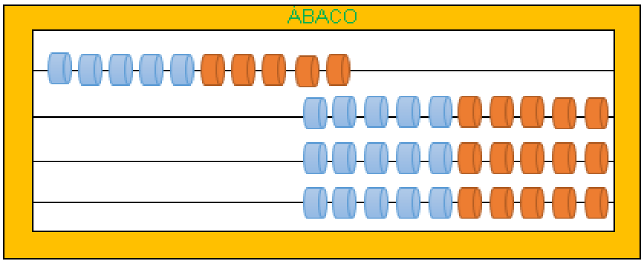


Figura 91 – Dez unidades

Deslocaremos 2 argolas, da primeira fileira para a direita, de modo a concluir a primeira diferença por quatro. Resultando em 8. Pois, 12 menos 4 são 8. Na última fileira, nesse caso, registraremos a quantidade de vezes, que subtraímos 4 de 12.

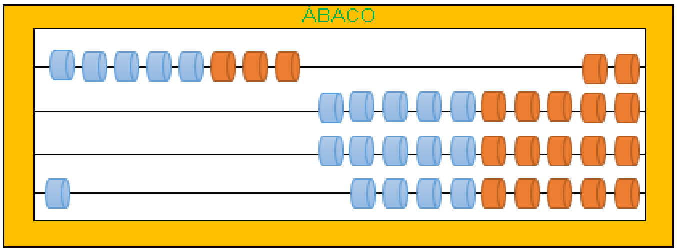


Figura 92 – Doze menos quatro

Subtraindo 4, agora, de 8. Basta deslocar 4 argolas, da primeira fileira para a direita. Obtendo como resultado o 4. E deslocamos mais 1 argola na última fileira para a esquerda, apenas para denotar que realizamos uma outra subtração por 4.

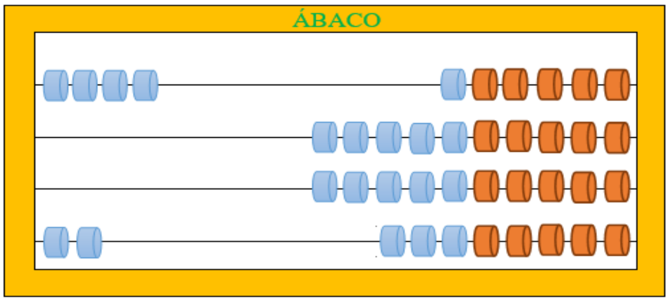


Figura 93 – Oito menos quatro

Finalmente, subtraindo 4 de 4. Basta deslocar as 4 unidades restantes, da primeira fileira para a direita. Na qual ficou sem argolas, o que indica que a divisão é exata (resto igual a zero). Deslocamos uma argola da última fileira para a esquerda para denotar uma outra subtração por 4. Ou seja, por 3 vezes subtraímos o 4, essa quantidade de vezes que subtraímos por 4, indica o quociente (3).

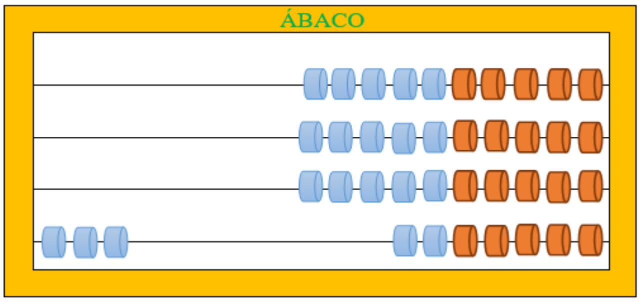


Figura 94 - Quatro menos quatro e resto três

Portanto, $12 \div 4 = 3$. Pois, $3 \times 4 = 12$.

Exemplo 4.2: A professora de matemática do 6º ano, trouxe 48 figurinhas para serem distribuídas, igualmente, entre 12 garotos da turma A. Quantas figurinhas cada garoto recebeu?

Nesse caso, deveremos determinar o quociente de $48 \div 12$.

Para resolver esse problema, utilizaremos uma outra estratégia no ábaco. Ou seja, quantas vezes deveremos adicionar o 12 de modo resulte em 48 ou o mais próximo sem ultrapassá-lo. O que corresponde responder qual o número que multiplicado por 12 resulta em 4.

Adicionamos o 12 no ábaco. Partindo, é lógico, do ábaco zerado. Observe que o algarismo 12 pode ser decomposto em 1 dezena e 2 unidades. Para representá-lo, basta deslocar 1 argola da segunda fileira para a esquerda e depois, deslocar 2 argolas da primeira fileira para a esquerda. Deveremos repetir esse procedimento, de modo de que resulte em 48.

Se não for possível, o total igual a 48 (dividendo), que a soma resulte num valor o mais próximo de 48 (dividendo), de modo que não seja maior que ele. A quantidade de vezes que adicionamos 12 no ábaco, ficará registrada na última fileira, deslocando uma argola para a esquerda.

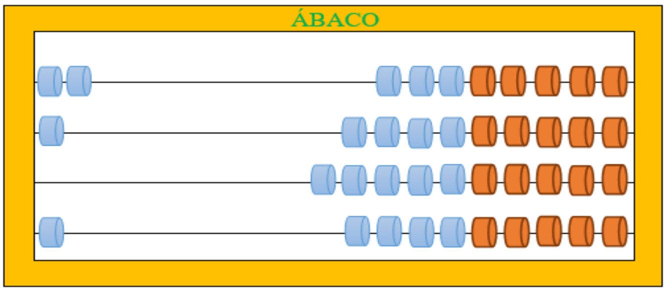


Figura 95 - Doze

Adicionando 12 ao doze, basta deslocar 1 argola da segunda fileira para a esquerda e depois, deslocar 2 argolas da primeira fileira para a esquerda. O que resultará em 24, que é menor que 48. A quantidade de vezes que adicionamos 12 no ábaco, ficará registrada na última fileira, deslocando uma argola para a esquerda. Deslocaremos mais uma argola na última fileira para a esquerda, como forma de denotar uma adição com doze.

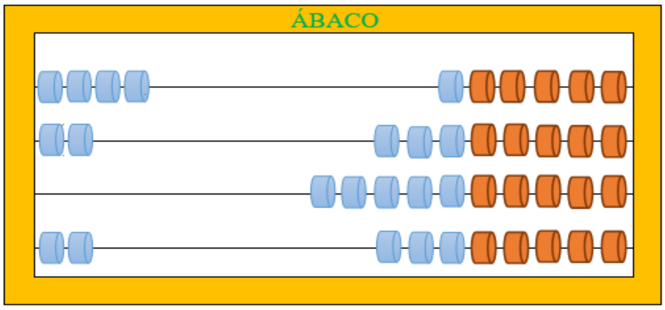


Figura 96 – Vinte e quatro

Adicionando 12 a 24, basta deslocar uma argola da segunda fileira para a esquerda e depois, deslocar 2 argolas da primeira fileira para a esquerda. O que resultará em 36, que é menor que 48. Deslocaremos mais uma argola na última fileira para a esquerda, como forma de denotar uma adição com 12.

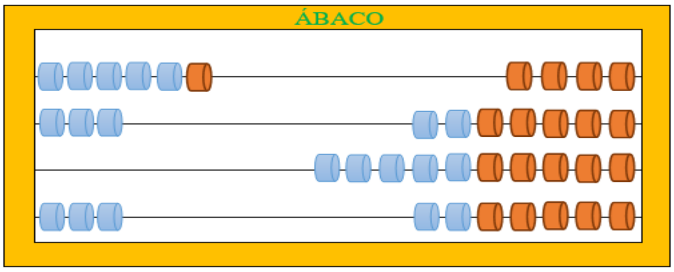


Figura 97 – Trinta e seis

Adicionando 12 a 36, basta deslocar uma argola da segunda fileira para a esquerda e depois, deslocar 2 argolas da primeira fileira para a esquerda. O que resultará em 48, ou seja, a conta terminou. Deslocaremos mais uma argola na última fileira para a esquerda, como forma de denotar uma adição com 12.

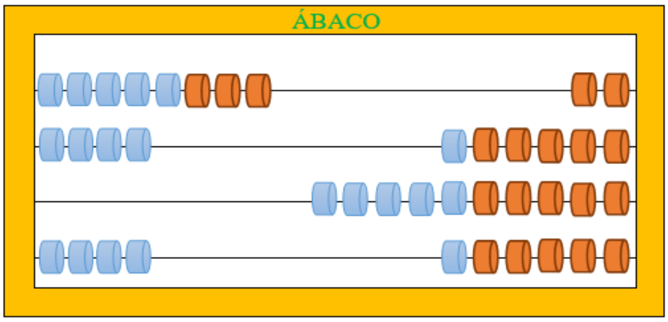


Figura 98 – Quarenta e oito

Observe que na última fileira temos 4 argolas, ou seja, o 12 foi adicionado 4 vezes até totalizar 48. Nesse caso, o 4 corresponde ao quociente e o resto é zero.

Portanto, cada garoto do 6 ano A, recebeu quatro figurinhas.

Observe que: $48 \div 12 = 4$. Pois, $4 \times 12 = 48$.

Exemplo 4.3: Cinco crianças estavam brincando num parque, quando uma delas encontrou, próximo a um balanço, um cofrinho com 23 moedas de um real. Porém, esta criança resolveu dividir igualmente a quantia encontrada com seus coleguinhas. Responda:

a) Qual a quantidade de moedas de um real que cada criança ganhou?

b) Essa divisão foi exata?

Nem sempre quando efetuamos a divisão entre números naturais, a divisão é exata, ou seja, com resto igual a zero. Mostraremos como proceder nesses casos no ábaco.

Sabemos que:

$4 \times 5 = 20$

$4 \times 6 = 24$ (não serve, pois, é maior que vinte e três)

Ou seja, acabamos de descobrir quantas vezes posso subtrair 5 de 20, de modo que continue apresentando, como resultado dessa subtração, um número natural. Ou simplesmente, quantas vezes posso adicionar o 5, de modo que não ultrapasse 20. Veremos como fica esse processo no ábaco.

Representando o 23 no ábaco. Suponhamos agora, que o alunos saibam representar algarismos no ábaco, nesse sentido omitiremos os detalhes explicativos, para esse procedimento.

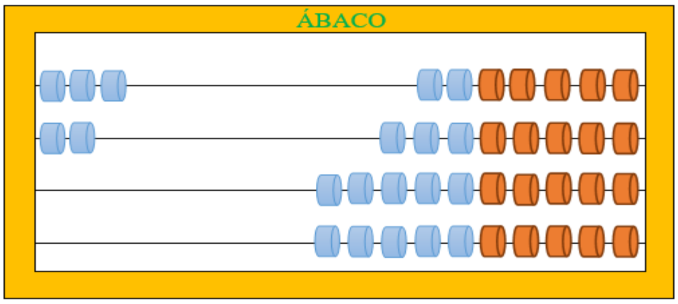


Figura 99 – Vinte e três

Como $4 \times 5 = 20$

O número máximo de vezes que o 5 cabe no 20 é igual a 4 (quociente). Para obter o resto precisamos calcular a diferença entre 23 e 20. Ou seja, 2 dezenas menos 2 dezenas é igual a zero dezenas e 3 unidades menos zero unidades é igual a 3 unidades. Logo, o resto é 3 unidades.

Portanto, cada criança recebeu 4 moedas de 1 real. A divisão não foi exata, pois, sobraram, três moedas de um real.

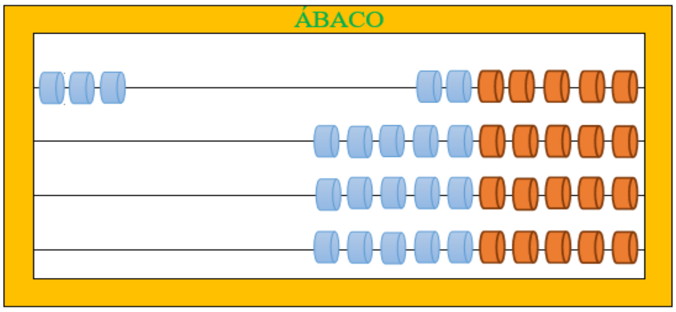


Figura 100 - Três

Pela divisão euclidiana, temos que:

$b = a \times q + r$, com $0 \leq r < a$.

Onde b é o dividendo, a é o divisor, q é o quociente e r é o resto.

Como o dividendo é igual a vinte e três, o divisor é cinco, o quociente é quatro e o resto é três.

$23 = 5 \times 4 + 3 = 20 + 3$

Portanto, cada criança recebeu 4 reais. A divisão não é exata, pois, o resto é 3 (diferente de zero).

➢ **Oitavo Momento**:

- Objetivo:

✓ Resolver problemas que envolvam as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais, com auxílio do ábaco.

Neste momento, os alunos, em duplas, utilizaram os conhecimentos adquiridos nos encontros anteriores, no sentido de resolver cada um dos problemas apresentados numa lista (Apêndice D).

É importante que o professor observe às estratégias utilizadas pelos alunos, e fazer algum tipo de intervenção, caso necessário.

➢ Nono encontro

- Objetivo:

✓ Socializar as soluções dos problemas apresentados nas três listas, que os alunos apresentaram dificuldades na resolução.

Neste momento, cada aluno apresentou a sua dificuldade de acordo com as listas. Iniciamos pela primeira (Apêndice B), e depois com as demais (Apêndices C e D).

Foi sugerido que a socialização fosse realizada pelos próprios alunos. Com um mínimo de intervenção do professor.

➢ Décimo encontro

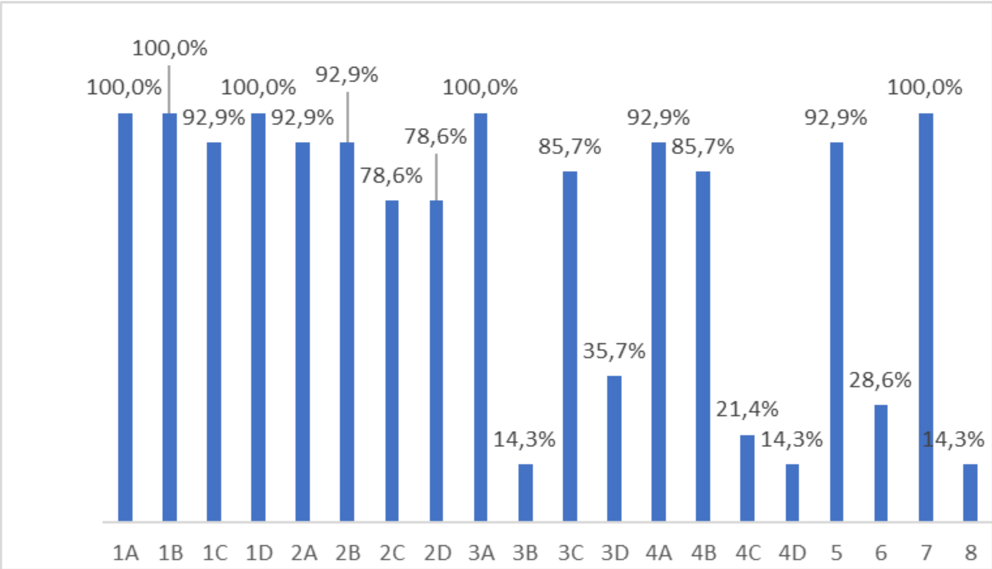
Sondagem final

O décimo encontro, realizado no dia 30 de novembro, fizemos um breve resumo dos assuntos estudados e depois, solicitamos que cada aluno respondesse uma avaliação diagnóstica final (Apêndice E), encerrando, portanto, a parte prática da pesquisa.

- Objetivo:

✓ Realizar uma sondagem dos conteúdos estudados.

Gráfico 3 - Percentual de desempenho dos alunos por questão da avaliação diagnóstica final



Fonte: Autoria própria.

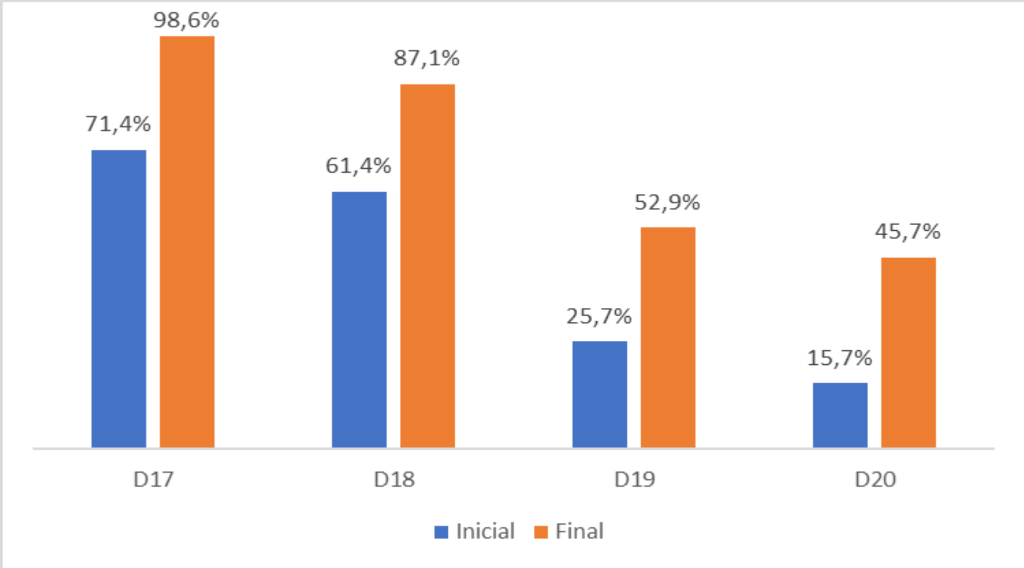
As questões: 1A, 1B, 1C, 1D, 2A, 2B, 2C e 2D, envolvem a habilidade do descritor D17 - Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.

As questões: 3A, 3B, 3C, 3D, 4A, 4B, 4C e 4D, envolvem a habilidade do descritor D18 - Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.

As questões: 5 e 7, envolvem a habilidade do descritor D19 - Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).

As questões: 6 e 8, envolvem a habilidade do descritor D20 - Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.

Gráfico 4 – Percentual médio de acertos por descritor nas avaliações diagnósticas inicial e final



Fonte: Autoria própria.

Quando se faz uma análise em relação aos gráficos 2 e 3, percebe-se um crescimento quando se compara o desempenho dos alunos apresentados na avaliação diagnóstica inicial em relação a avaliação diagnóstica final. Ou quando comparamos os resultados por descritores (Gráfico 4), o que também apresenta crescimento. O que demonstra um aprendizado significativo, nesse período, dos alunos em relação aos descritores estudados.

5.5 RESULTADO DA PESQUISA COM PROFESSORES

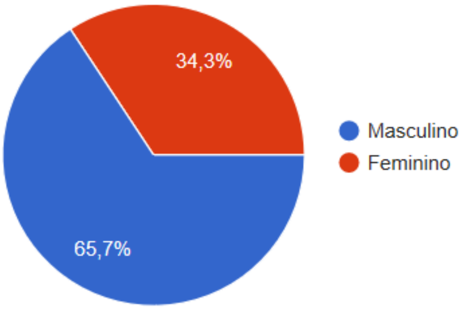
Cabe ressaltar que a pesquisa foi realizada a partir de um formulário via online. Participaram desta pesquisa 35 professores de matemática da rede pública estadual regular, do ensino fundamental, da zona urbana, do município de Rio Branco, capital do Estado do Acre, o que corresponde a 27,34% do quadro atual (2018), de acordo com informações prestadas pelo setor de recursos humanos da Secretaria Estadual de Educação. Para uma maior compreensão são usadas categorias de análise na apresentação dos resultados. No Apêndice F, consta a tabulação completa da pesquisa.

5.5.1 Perfil

Em relação ao sexo dos participantes da pesquisa, a maioria é do sexo masculino.

Conforme Gráfico 5.

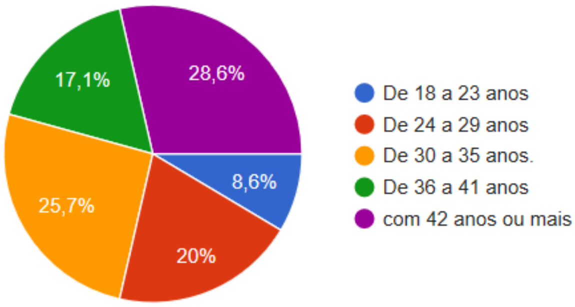
Gráfico 5 – Sexo dos professores da pesquisa



Fonte: Autoria própria.

Em ralação a faixa etária dos professores pesquisados, cerca de 70% possui idade igual ou superior a 30 anos. Conforme Gráfico 6.

Gráfico 6 - Faixa-etária dos professores da pesquisa

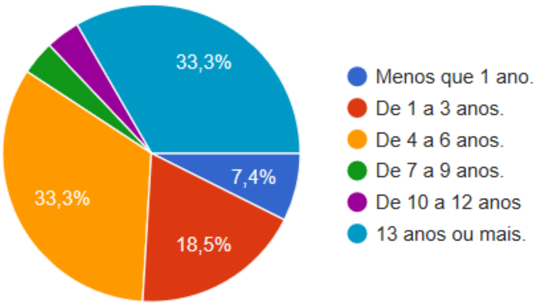


Fonte: Autoria própria.

Dos participantes, 97% são licenciados em matemática e 3% tem formação em física, sendo que 3% ainda estão cursando a faculdade, não tendo concluído, ainda, o nível superior e, no geral, 22,8% estão cursando uma pós graduação.

Quanto ao tempo de experiência, a pesquisa revela que quase 60% do professores entrevistados possui, no máximo, 6 anos de experiência como professor de Matemática. Conforme evidencia o Gráfico 7.

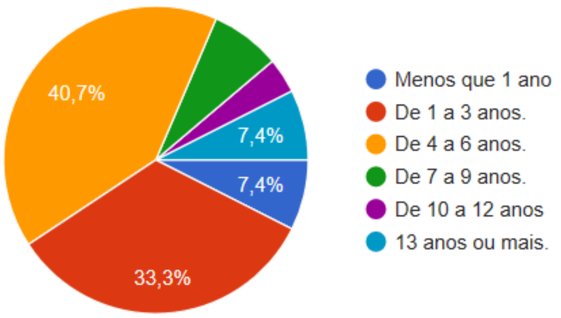
Gráfico 7 - Tempo de experiência como professor de Matemática



Fonte: Autoria própria.

Em relação de experiência como professor de matemática, nos anos finais do Ensino Fundamental, a pesquisa revela que um pouco mais de 87% desses possui, no máximo 6 anos na referida etapa de escolaridade. Conforme Gráfico 8.

Gráfico 8 - Tempo de experiência como professor de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental



Fonte: Autoria própria.

Quanto ao ano escolar para o qual estes professores lecionam, os resultados apontam que no 6º ano atuam 42,9% dos entrevistados, no 7º são 48,6% dos entrevistados e no 8º são 45, 7% dos professores e no 9º ano, 45,7%. Lembrando que os professores podem lecionar em mais de um ano escolar de forma concomitante.

5.5.2 Recursos Didáticos e Prática Docente

Este tópico tem como objetivo identificar se o ábaco é um dos recursos, que os professores participantes utilizam em suas aulas de matemática. Os resultados apontam que somente 20% dos entrevistados contam com este recurso na escola onde trabalham e, quanto ao fato destes usarem o ábaco em suas aulas, somente 3% afirmam fazer uso deste nos conteúdos como recurso didático quando a aula de matemática envolve as operações básicas da aritmética

Quanto às estratégias que estes utilizam para facilitar o processo ensino-aprendizagem do aluno e tornar a aula mais dinâmica, os resultados apontam o seguinte dado:

Tabela 2 - Estratégias utilizadas pelos professores

Estratégias	%
Relacionando a Matemática ao cotidiano do aluno	77,1
Com abordagens à história da Matemática	74,3
Uso de jogos	65,7
Envolvendo temas transversais	42,9
Com o uso de materiais didáticos manipuláveis	40,0
Usa o livro didático	25,7
Uso de recursos tecnológicos	25,7
Aula expositiva	22,9

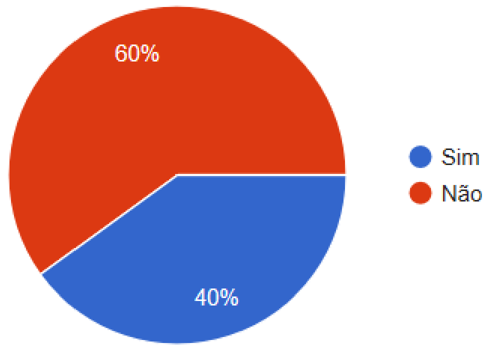
Fonte: Autoria própria.

Quando questionados se consideravam que o uso de materiais didáticos manipuláveis, no processo ensino-aprendizagem de matemática, propicia ao aluno uma situação favorável à aprendizagem por, entre outras coisas, permitir que o conteúdo passe a ter mais significado, os dados apontam que 82,8% destes consideram que sim, 8,6 % que talvez os recursos didáticos utilizados venham a propiciar sim uma situação mais favorável para que o ensino e a aprendizagem sejam mais significativo para o aluno e 8,6% dos professores acreditam que não.

5.5.3 O ábaco como recurso didático

Foi questionado aos participantes se estes conhecem o ábaco, instrumento que ajuda a contar e registrar quantidades. Os dados evidenciam que 83% destes conhecem este recurso e que somente 17% não. Quanto ao fato destes já terem utilizado o ábaco como recurso didático no processo de ensino-aprendizagem da matemática, os dados apontam que 60% ainda não fizeram uso deste recurso como uma estratégia de ensino, e somente 40% dos que conhecem o ábaco e fizeram uso deste instrumento em suas aulas. Conforme Gráfico 9.

Gráfico 9 - Utilizou o ábaco como recurso didático?



Fonte: Autoria própria.

Para os que já fizeram uso do ábaco, foi questionado qual a avaliação que faziam em relação a esse instrumento, como recurso didático, no processo de ensino-aprendizagem da matemática. As respostas revelam o seguinte:

Tabela 3 - Avaliação dos professores em relação ao uso do ábaco

Avaliação dos professores	Resultado
Péssimo	29,4%
Ruim	5,9%
Regular	11,8%
Bom	23,5%
Excelente	29,4%

Fonte: Autoria própria.

Também para os que fizeram uso do ábaco foi questionado se os alunos tiveram algum tipo de dificuldade em relação ao uso do ábaco e 69,2% destes afirmaram que os alunos não apresentaram nenhuma dificuldade e 30,8% afirmaram que os alunos apresentaram sim alguma dificuldade. Quanto às dificuldades encontradas pelos alunos foram destacadas as seguintes:

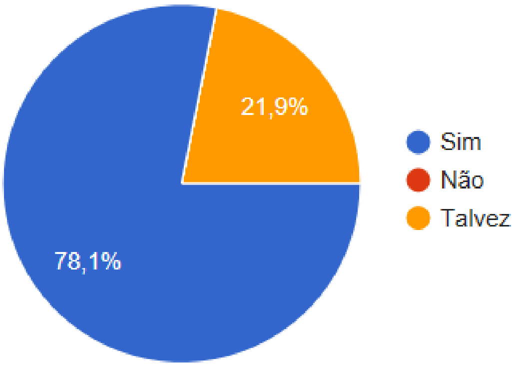
Quadro 1 - Dificuldades apresentadas pelos alunos quanto ao uso do ábaco

Dificuldades dos alunos
Compreender o sistema de numeração
A dificuldade foi só no início
Compreensão de como o instrumento foi elaborado.

Fonte: Autoria própria.

Também foi questionado se estes acreditam ser possível construir um ábaco, com os alunos, e realizar atividades com eles em sala de aula. O resultado se encontra no Gráfico 9.

Gráfico 10 - É possível construir um ábaco e realizar atividades com os alunos?



Fonte: Autoria própria.

Quanto às habilidades que podem ser desenvolvidas pelos alunos a partir do uso do ábaco, na opinião dos professores pesquisados, os dados apontam:

Tabela 4 - Habilidades desenvolvidas com o uso do ábaco

Habilidades relacionadas a	Resultado
Compreensão o sistema de numeração decimal	83,3%
O desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático	76,7%
Resolução de problemas de matemática, envolvendo as operações básicas da aritmética	76,7%
Desenvolvimento dos aspectos cognitivos	53,3%

Fonte: Autoria própria.

As habilidades apresentadas na Tabela 4, foram adaptadas de Souza (2017).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao término deste trabalho ao refletir sobre tudo o que foi lido, do experimento realizado junto aos alunos, da pesquisa realizada com os professores, me reporto à máxima que diz que "em educação não existem fórmulas mágicas". De fato, senão à custa de muito esforço, do professor utilizar de várias estratégias, não se consegue, efetivamente, proporcionar um ensino e consequentemente, uma aprendizagem significativa.

Há um consenso entre os diversos autores que a educação precisa se aproximar do cotidiano do aluno e, neste sentido, a base fundamental de usar o cotidiano como estímulo para o aprendizado em sala de aula, baseia-se no interesse do aluno, em relação ao que ele entende, convive, vivencia e pode argumentar e questionar a partir de seus conhecimentos prévios.

O uso do contexto para ensinar matemática, consiste em elaborar uma representação do mundo, utilizando conceitos matemáticos, para melhor compreendê-lo, possibilitando assim a articulação dos alunos para resolução de problemas reais.

Neste universo de subsídios para o ensino, propõe-se ao professor que faça uso dos recursos que lhes são possíveis de manipular, para que consiga a atenção dos alunos e possa mostrar como os conhecimentos podem ser atrativos e significativos.

Deste modo, pensamos que o ábaco como um instrumento manipulativo servirá de instrumento de aprendizagem para os alunos nas operações matemáticas como, por exemplo, das operações de adição e subtração com (re) agrupamento, minimizando as incógnitas dos termos "vai um, empresta um", utilizado até hoje aparentemente sem significado para o aluno.

Com relação à pesquisa com os professores evidencia que estes têm formação específica para trabalhar a matemática e que o tempo médio de atuação destes nos permite afirmar que estes já têm muita bagagem na área da educação. Contudo, também aponta para a necessidade destes se apropriarem mais de outras estratégias para além do quadro ou do livro didático.

Ao propor-se uma pesquisa cujo tema traz o ábaco como ferramenta estratégica para uma aprendizagem matemática significativa se visa favorecer a relação professor-conteúdo-aluno-recurso pedagógico, considerando, pois, que o ábaco é um instrumento milenar criado pelo homem que, dada a sua potencialidade, não pode ser desprezado pela escola, pois se considera que este se constitui em uma ferramenta importante na compreensão de alguns dos conceitos matemáticos que permeiam as operações matemáticas e que são importantes para a compreensão e apropriação destes pelos alunos, contribuindo, assim, para que as atividades desenvolvidas tenham mais significação para os alunos.

Portanto, defendemos, assim como os estudos acessados com esta pesquisa, que esse recurso pedagógico deve ser explorado muito mais nas aulas de matemática quando o professor trabalha os conceitos envolvidos no sistema de numeral decimal e os problemas envolvendo as operações matemáticas, assim como ficou evidente através do experimento realizado.

Consideramos, assim, que nossa questão inicial foi respondida e nossos objetivos alcançados, pois tanto os estudos acessados quanto o experimento realizado com os alunos, em que pese todas as dificuldades enfrentadas, evidenciam que o uso do ábaco auxilia no processo de ensino e aprendizagem da matemática nos anos iniciais, trazendo muito mais significado para os alunos.

Quanto às dificuldades citadas acima, considera-se importante relatá-las para que, em estudos futuros, algumas ponderações sejam feitas em cima destas. Uma destas dificuldades é em relação à presença dos alunos durante as aulas do experimento, dificultando a continuidade dos assuntos a serem abordados, o que levou a uma retomada, em todas as aulas, do conteúdo anterior. Também com relação ao tempo, pois se considera muito pouco o tempo gasto no experimento, havendo a necessidade de estar mais com os alunos, pois para eles tudo aquilo era novo, e não é com um dia ou dois de encontro que estes vão conseguir manipular com mais familiaridade o ábaco, muito embora estes tenham uma grande potencial, mas necessitam de mais tempo para compreender algumas situações. Por isso, trabalhou-se com outras situações para essas dificuldades lá no momento da atividade, de modo que ele pudesse tirar essas dúvidas, sanando-as. Inclusive, foram os descritores que se apresentarem com menor aproveitamento foi exatamente os que envolviam as situações problemas, já que estes requerem, por parte dos alunos, outras habilidades como a de leitura, de raciocínio, entre outras. Por isso, se achou pertinente tratar, também nas considerações finais, das dificuldades, pois se falarmos somente das coisas boas ou que deram certo, como buscar alternativas, ou um encaminhamento do que deve ser feito?

Assim, a presença dos alunos, principalmente aqueles que apresentam dificuldades em sala de aula, na disciplina de matemática, para participarem do experimento e o tempo com o qual se contou para a sua realização, se constituíram em dificuldades, ou limitações que não nos permitiram ter o êxito esperado.

Pois, talvez o professor que trabalha todos os dias, com liberdade maior de tempo, sem necessidade de convocar os pais para que os alunos possam participar do reforço, tenham maior êxito, mas, no final, mesmo diante destas, pode-se afirmar que o ábaco se constitui em um importante recurso, pois, o aluno terá um material prático, concreto, que pode incentivar positivamente na sua aprendizagem, mostrando-lhe que a matemática pode ser muito mais interessante quando se aprende de forma lúdica, cabendo somente ao professor ser a pessoa facilitadora neste processo, oportunizando as condições para que o aluno tenha acesso aos materiais didáticos práticos.

REFERÊNCIAS

BIEGER, Glaucia Regina**. A Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**: ideias e entendimentos apresentados nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática. Disponível em: http://bibliodigital.unijui.edu.br:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/1644/Glaucia%20-%20Artigo.pdf?sequence=1. Acesso em 10 de junho de 2017.

BIANCHINI, Edwaldo; MIANI, Marcos. **Construindo conhecimentos em Matemática.** 6ª série. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2000.

BOYER, Carl Benjamin. – **História da Matemática**: tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Biucher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1996. Disponível em: http://www.ebah.com.br/content/ABAAAg3mIAL/boyer-carl-b-historia-matematica. Acesso em 10 de junho de 2017.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. Investigação qualitativa em Educação: fundamentos, métodos e técnicas. In: **Investigação qualitativa em educação**. Portugal: Porto Editora, 1994, p. 15-80. Disponível em: https://docente.ifrn.edu.br/albinonunes/disciplinas/pesquisa-em-ensino/investigacao-qualitativa. Acesso em 10 de junho de 2017.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF. 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf. Acesso em 15 de junho de 2017.

______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf. Acesso em 15 de junho de 2017.

______. Ministério da Educação. PDE : Plano de Desenvolvimento da Educação : Prova Brasil : ensino fundamental : matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília : MEC, SEB; Inep, 2011. 200 p. : il. p.135. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil_matriz2.pdf. Acesso em 15 de junho de 2017.

CAMARGO, Paulo. **Quando o Problema não é o Al**uno, 2003. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/folha/sinapse/ult1063u723.shtml> Acesso em 15 de junho de 2017. CERVO, Amado Luiz; BERVIAN, Pedro Alcino. **Metodologia Científica**. 3 ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1983.

CHAGAS, Elza Marisa P. de Figueiredo. Educação matemática na sala de aula: Problemáticas e possíveis soluções. **Revista Partes**, Ribeirão Preto, n. , p.1-4, 01 jul. 2001. Disponível em: <http://www.ipv.pt/millenium/Millenium29/31.pdf >. Acesso em: Acesso em 15 de junho de 2017.

D´AMBRÓSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**, SBEM, ano II, n. 2. 1989. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/1953133/mod_resource/content/1/%5B1989%5D%20DAMBROSIO%2C%20B%20%20Como%20Ensinar%20Matem%C3%A1tica%20Hoje.pdf. Acesso em 15 de junho de 2017.

D’AMBRÓSIO, Ubiratan. **Uma história concisa da matemática no Brasil**. Petrópolis: Vozes, 2011. Disponível em: https://recyt.fecyt.es/index.php/LLUL/article/viewFile/19124/11117. Acesso em 15 de junho de 2017.

DINIZ, M. I. Resolução de Problemas e Comunicação. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.) **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. 1. ed. reimp. São Paulo: Artmed, 2006. p. 87-97.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Org. Tânia M. M. Campos. Trad. Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

FABRÍCIO, Anelise Diehl. *O ensino da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental*: concepções e práticas docentes / Anelise Diehl Fabrício. – Porto Alegre, 2006. Disponível em: http://tede2.pucrs.br/tede2/bitstream/tede/3689/1/386378.pdf. Acesso em 15 de junho de 2017.

FIORENTINI, D. . **Rumos da Educação Matemática**: O professor e as mudanças didáticas e curriculares. In: II Seminário de Avaliação das Feiras Catarinenses de Matemática, 2001, Brusque. Rumos da Educação Matemática: O professor e as mudanças didáticas e curriculares, 2001.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. – Campinas, SP: Autores Associados, 2006. – (coleção Formação de Professores).

______. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. 2ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. 6. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1978.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

GERHARDT, Eliane. **Ábaco**, 2013. Disponível em: http://descobrindoamatematica6na.blogspot.com.br/2013/10/pesquisa-em-livro-didatico-de.html. Acesso em: 10 de julho de 2017.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

GOLDBERG, Marco César. Educação e qualidade: repensando conceitos. **Revista brasileira de estudos pedagógicos.** São Paulo, v. 79. 1998, p. 35-45, set./dez. Disponível em: http://rbep.inep.gov.br/index.php/rbep/article/view/1017/991. Acesso em: 10 de julho de 2017.

GOMES, Maria Laura Magalhães**. História do Ensino da Matemática**: uma introdução.2012. Disponível em: http://www.mat.ufmg.br/ead/acervo/livros/historia%20 do %20 ensino%20da%20matematica.pdf . Acesso em: 20 de maio de 2017.

HEFEZ, Abramo. **Iniciação à Aritmética.** Impa, Rio de Janeiro, 2015. Disponível em: http://www.obmep.org.br/docs/apostila1.pdf. Acesso em 17 de janeiro de 2018.

HENRIQUE, Lídia dos Santos. **Trabalhando multiplicação e divisão com números naturais através de métodos históricos**/ Lídia dos Santos Henrique. – Coremas, PB, 2015. Disponível: http://rei.biblioteca.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/1350/1/LSH30092016.pdf. Acesso em: 15 de junho de 2017.

KRÜGER, Letícia M. & ENSSLIN, Sandra R. Método Tradicional e Método Construtivista de Ensino no Processo de Aprendizagem: Uma Investigação com os Acadêmicos da Disciplina Contabilidade III do Curso de Ciências Contábeis da Universidade Federal de Santa Catarina. **Organizações em contexto**, São Bernardo do Campo, ISSNe 1982-8756 • Vol. 9, n. 18, jul.-dez. 2013. Disponível em: https://www.metodista.br/revistas/revistas-ims/index.php/OC/article/view/4306. Acesso em 15 de junho de 2017.

LIMA, Cristiane Scheffer da Silveira de. **As Dificuldades Encontradas por Professores no Ensino de Conceitos Matemáticos nas Séries Iniciais**. (Monografia) Especialização em educação Matemática, Universidade do Extremo Sul Catarinense- UNESC. Criciúma, 2014. Disponível em: http://www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/00002C/00002CCB.pdf. Acesso em 15 de junho de 2017.

MAIOR, Ludovico; TROBIA, José. T**endências metodológicas de ensino-aprendizagem**

em educação matemática: resolução de problemas - um caminho. s/d. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1785-8.pdf. Acesso em 15 de junho de 2017.

MIGUEL, José Carlos. O **Ensino de Matemática na Perspectiva da Formação de Conceitos:** Implicações Teórico-Metodológicas. 2005, p. 387. Disponível em: http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2003/O ensino de matematica.pdf. Acesso em 15 de junho de 2017.

______. et al. Algumas notas históricas sobre a emergência e a organização da pesquisa em educação matemática, nos Estados Unidos e no Brasil. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização**. Revista Brasileira de Educação**. n. 27, p. 70-93, set.-dez., 2004. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n27/n27a05.pdf. Acesso em 15 de junho de 2017.

MINAYO, M.C.S.(Org) **Pesquisa Social:** Teoria Método e Criatividade. 29ª Ed. Petrópolis: Vozes, 2010. Disponível em: https://wp.ufpel.edu.br/franciscovargas/files/2012/11/pesquisa-social.pdf. Acesso em: 15 de junho de 2017.

NETO, João Freire Dantas; MATOS, Efraim de Alcântara; JÚNIOR, Carlos Magno Oliveira. Contribuições midiáticas para a construção do preconceito matemático. **VII CONNEPI**, 2012. Disponível em: http://propi.ifto.edu.br/ocs/index.php/connepi/vii/paper/ viewFile/5371 /2800. Acesso em 20 de junho de 2017.

NEVES, José Edielson da Silva; LIMA, Elisiane Santana de; LIMA, Wanderson Magno P. B. de. Ábaco: um recurso didático no ensino da adição e subtração de números naturais. **COPRESIS,** 2017. Disponível em: https://www.editorarealize.com.br/revistas/coprecis/trabalhos/TRABALHO_EV077_MD1_SA17_ID183_21082017230311.pdf. Acesso em: Acesso em: 10 de julho de 2017.

PARANÁ. Departamento de Educação Básica. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica Matemática**. Curitiba: 2008. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/diretrizes/dce_mat.pdf . Acesso em: 15 de junho de 2017

______. Departamento de Educação Básica. Secretaria de Estado de Educação do Paraná. **Caderno de Atividades**: matemática / Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Curitiba: 2009. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/cadernos_pedagogicos/ativ_mat1.pdf. Acesso em 20 de junho de 2017.

PERNANBUCO. NUPEP – Núcleo de Ensino, Pesquisa e Extensão em Educação de Jovens e Adultos e em Educação Popular. Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco.

Matemática – Ensino Fundamental – Módulo II**:** A Sociabilidade do Ser Humano. Recife: 1999.

PINTO, Neuza Bertoni Marcas históricas da matemática moderna no Brasil**. Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 5, n.16, p.25-38, set./dez. 2005. https://remgads.uerr.edu.br/index.php/home/article/download/14/29/ . Acesso em: 10 de julho de 2017.

POLIT, D. F.; BECK, C. T.; HUNGLER, B. P. Fundamentos de pesquisa em enfermagem: métodos, avaliação e utilização. Trad. de Ana Thorell. 5. ed. Porto Alegre: Artmed, 2004.

SHIGUNOV NETO, a.; MACIEL, l. s. b. O Ensino Jesuítico no Período Colonial. Educar, Curitiba, n. 31, p. 169-189, 2008. Editora UFPR. Acesso em: 10 de julho de 2017. http://www.scielo.br/pdf/er/n31/n31a11.

SILVA, R.; COQUEIRO, V.; E CEOLIM, A. Material dourado para o ensino das quatro operações básicas com o curso de Formação de Docentes. In: **IV ENIEDUC** – Encontro Interdisciplinar de Educação – Campo Mourão: FECILCAM, 2011. Disponível em: http://www.fecilcam.br/nupem/anais_vi_epct/PDF/ciencias_exatas/13-SILVA_COQUEIRO_CEOLIM.pdf Acesso em: 10 de julho de 2017.

SILVA, Daniely Freitas. **Ábaco como recurso para o ensino do sistema de numeração Decimal**. (Monografia). Graduação em Pedagogia pela Universidade Estadual de Maringá, Paraná, 2014. Disponível em: http://www.dfe.uem.br/TCC-2014/DANIELY_FREITAS_SILVA.pdf. Acesso em 15 de junho de 2017.

SILVA, José Augusto Florentino da. **Refletindo sobre as Dificuldades de APRENDIZAGEM na Matemática:** algumas considerações. 2005. Disponível em: https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/2005/JoseAugustoFlorentinodaSilva.pdf. Acesso em: 20 de julho de 2017.

SILVEIRA, Denise Tolfo; CÓRDOVA, Fernanda Peixoto. A Pesquisa Científica. II Unidade. In **MÉTODOS DE PESQUISA** / [organizado por] Tatiana Engel Gerhardt e Denise Tolfo Silveira ; coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf Acesso em: 10 de março de 2018.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu. **"Matemática é difícil"**: Um sentido pré-constituído evidenciado na fala dos alunos. 2002. Disponível em:

http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_25/matematica.pdf Acesso em: 20 de outubro de 2017.

SOARES, Fátima Aparecida; SILVA, Mário Roberto da. **A Alfabetização matemática do projeto ábaco**. 2011. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/140019/ISSN2236-9708-2011-6236-6247.pdf?sequence=1. Acesso em: 10 de julho de 2017.

SOUSA, Giselle Costa de; OLIVEIRA, José Damião Souza de. O uso de materiais manipuláveis e jogos no ensino de matemática. In: **X ENEM** – Encontro Nacional de Educação Matemática – Salvador, BA: UCSal, 2010. Disponível em: http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/CC/T11_CC468.pdf. Acesso em: 10 de julho de 2017.

SOUZA, Kátia do Nascimento Venerando de. **As Operações de Multiplicação e Divisão nas Séries Iniciais do Ensino fundamental**. (dissertação), Curso de Pedagogia, UNESP – Universidade Estadual Paulista Faculdade de Filosofia e Ciências – 17525-0900- Marília – SP, 2010. Disponível em: http://www2.marilia.unesp.br/revistas/index.php/ric/article/viewFile/272/258 . Acesso em: 15 de junho de 2017.

SOUZA, S. E. **O uso de recursos didáticos no ensino escolar**. In: I Encontro de Pesquisa em Educação, IV Jornada de Práticas de Ensino, XIII Semana de Pedagogia da UEM: Infância e Práticas Educativas. Maringá-PR, 2007. Disponível em: http://www.dma.ufv.br/downloads/MAT%20103/2015-II/slides/Rec%20Didaticos%20-%20MAT%20103%20-%202015-II.pdf Acesso em: 10 de julho de 2017.

SOUZA, Sabrina Moreira de. O USO DO ÁBACO NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA NA FORMAÇÃO EM NÍVEL MÉDIO DE DOCENTES. **Ensino da Matemática em Debate (ISSN 2358-4122)**, [S.l.], v. 3, n. 2, p. 1-10, jan. 2017. ISSN 2358-4122. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/31635>. Acesso em: 15 jun. 2017.

TRIPP, David. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educ. Pesqui**. [online]. 2005, vol.31, n.3, pp.443-466. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1517-97022005000300009. Acesso em: 10 de julho de 2017.

VYGOTSKY, L. S. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In: VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. (Org.). **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone, 1978, p. 57.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa**: como ensinar; trad. Ernani F. da F. da Rosa – Porto aegre: ArtMed, 1998, p. 100.

APÊNDICES

APÊNDICE A – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA INICIAL

Escola:____

Aluno(a):____

6º Ano Turma:____ Data: 17/10/2017

Questões

1) Determine o resultado de cada uma das somas a seguir:

a) 12 + 4=

b) 28 + 15 =

c) 362 + 4533 =

d) 18580 + 7399 =

2) Determine o resultado de cada uma das subtrações a seguir:

a) 9 – 7 =

b) 84 – 7 =

c) 59 – 21 =

d) 632 – 295 =

3) Determine o resultado de cada uma das multiplicações a seguir:

a) 4 x 8 =

b) 40 x 37 =

c) 54 x 9 =

d) 295 x 61 =

4) Determine o quociente e o resto em cada uma das divisões a seguir:

a) $27 \div 3 =$

b) $60 \div 20 =$

c) $84 \div 12 =$

d) $126 \div 6 =$

5) Um ônibus está fazendo uma viagem de Rio Branco a Brasiléia. Em determinado momento o pneu do ônibus furou no km 125. Quantos quilômetros ainda falta para chegar ao destino se a distância entre as duas cidades é de 219 km?

6) Um certo cinema possui 15 filas com 20 assentos cada uma. Quantos ingressos no máximo, podem ser vendidos?

7) Uma determinada escola, possui quatro turmas de 6º anos. Assim distribuídas: Turma A, com 35 alunos, a turma B, com 36, a turma C, com 33 e a turma D com 29. Quantos alunos estão matriculados nos 6º anos da escola?

8) Dezesseis alunos compraram um presente para a professora de Matemática, que custou R$ 48,00 reais. Se o valor da contribuição foi igual para cada aluno, com quanto reais cada um contribuiu?

APÊNDICE B – ATIVIDADE 1

Escola:					
Aluno(a):					
Série: 6º Ano	Turma:		Data:	/ 10 / 2017	

ATIVIDADE 1

1 - Represente cada numeral a seguir no ábaco e, se possível, faça um desenho dessa representação:

a) 35
b) 73
c) 602
d) 1049
e) 85326
f) 400530

2 - Utilizando os algarismos de 1 a 9. Represente no ábaco:

a) O maior número com duas ordens, sem repetir os algarismos;
b) O maior número com duas ordens, podendo repetir os algarismos;
c) O menor número com duas ordens, sem repetir os algarismos;
d) O menor número com duas ordens, podendo repetir os algarismos.

3 - Numa cidade há 51.838 habitantes do sexo feminino e 47.338 do sexo masculino.

Quantos habitantes há nessa cidade?

4 - Represente o numeral correspondente a cada item no ábaco e, se possível, faça um desenho de como ficou no verso da folha:

a) Uma dezena e nove unidades

b) Três centenas e cinco dezenas e nove unidades

e) Seis dezenas e quatro unidades

f) Duas unidades de milhar e uma dezena e sete unidades

5 – (NUPEP - PE) Mariana e Joaquim encontraram conchinhas na praia. Mariana achou 18 conchinhas e Joaquim achou 12. Quantas conchinhas Mariana achou a mais que Joaquim?

6 – (NUPEP - PE) Para assistir uma palestra chegaram 318 pessoas a um auditório. Só que o auditório tem capacidade para 235 pessoas sentadas. Quantas pessoas assistiram a palestra em pé?

7 - (Caderno de Atividades – PR) Para distribuir na festa do dia das crianças, a professora Marisa comprou uma caixa com 935 balas: 108 são de abacaxi, 325 são de framboesa e as restantes são de morango. Quantas balas de morango a Professora Marisa comprou?

8 – (NUPEP - PE) Rômulo tem 36 anos e seu irmão, Denis, 27. Quantos anos Denis tem a menos que Rômulo?

APÊNDICE C - ATIVIDADE 2

Escola:					
Aluno(a):					
Série: 6º Ano	Turma:		Data:	/ 11 / 2017	

ATIVIDADE 2

1 - Represente cada soma como uma multiplicação:

a) 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 =
b) 10 + 10 + 10 + 10 =
c) 25 + 25 + 25 =
d) 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 =
e) 992 + 992 =

2 - Num pacote de balas contêm, exatamente, 30 unidades. Quantas balas há em 15 pacotes?

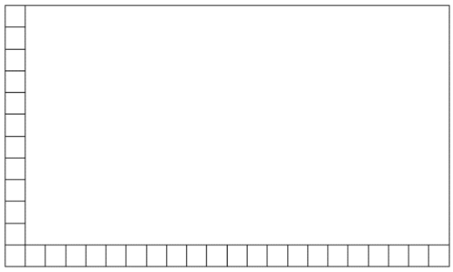
3 - Com auxílio do ábaco, complete a tabela pitagórica

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1															
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															

4 - (NUPEP - PE) Uma loja do centro comercial da cidade oferece uma blusa por R$ 15,00. Quanto custam três blusas nessa loja?

5 - (Adaptado - Caderno de Atividades – PR) Joana alugou um carro para fazer uma viagem de 36 km. Sabendo que o carro percorre 12 km com 1 litro de gasolina. Quantos litros de gasolina foram utilizados na viagem?

6 - (NUPEP - PE) Jurandir já assentou a 1ª fileira e a 1ª coluna de azulejos na parede da cozinha (veja figura abaixo). Quantos azulejos serão gastos ne revestimento de toda a parede?



7 - (NUPEP - PE) Numa lanchonete, um freguês querendo um sanduíche, pode escolher entre três tipos de pão: pão de forma, pão francês e pão de hambúrguer. E, para o recheio, quatro opções: salame, queijo, presunto ou mortadela. Quantos tipos de sanduíche o freguês tem para escolher?

8 - (Adaptado - Caderno de Atividades – PR) Uma escola tem 350 alunos e a cantina vendeu 3850 hambúrgueres em setembro. Qual foi o consumo médio por aluno, nesse mês?

9 - (NUPEP - PE) Um barco tem capacidade para 30 pessoas. Quantas pessoas, 7 desses barcos podem transportar?

10 - (NUPEP - PE) Um micro-ônibus tem 5 bancos de 4 lugares e um banco de três lugares. Quantos passageiros, no máximo, ele pode transportar?

APÊNDICE D – ATIVIDADE 3

Escola:					
Aluno(a):					
Série: 6º Ano	Turma:		Data:	/ 11 / 2017	

ATIVIDADE 3

1 - (NUPEP - PE) Maria é feirante e comprou 4 sacos de laranjas, cada um com 122 laranjas. Quantas laranjas Maria comprou?

2 - (NUPEP - PE) Na casa de Adalberto existem 13 árvores e na de Roberto 7. Quantas árvores Roberto precisa plantar para ficar com a mesma quantidade de árvores que Adalberto?

3 - (Souza, Joamir Roberto de, p.66 - adaptado) Alberto deseja cadastrar uma senha de acesso para seu computador. Para isso, ele pretende utilizar um número natural par menor que 7 e uma vogal do nosso alfabeto. De quantas maneiras diferentes Alberto pode compor a senha?

4 - (NUPEP - PE) Na minha plantação de verduras, na primeira safra, colhi 2578 legumes. Na segunda safra colhi 1465 legumes a mais. Quantos legumes colhi nessas duas primeiras safras?

5 - (NUPEP - PE) Numa lanchonete, um freguês querendo um sanduíche, pode escolher entre três tipos de pão: pão de forma, pão francês e pão de hambúrguer. E, para o recheio, quatro opções: salame, queijo, presunto ou mortadela. Quantos tipos de sanduíche o freguês tem para escolher?

6 - (NUPEP - PE) Certa máquina embala chocolates em pacotes de 5. Havendo 516 chocolates, quantos pacotes a máquina fará? Quantos chocolates ficarão fora dos pacotes?

7 - (Souza, Joamir Roberto de, p.65) Um conjunto habitacional é formado por 12 prédios residenciais de 4 andares cada. Sabendo que há 4 apartamentos em cada andar, quantos apartamentos há nesse conjunto habitacional?

8 - (Adaptado - Caderno de Atividades – PR) Um feirante levou dois centos de laranjas para vender na feira, dessas, vendeu um cento, quatro dezenas e oito unidades. Quantas laranjas sobraram?

9 - (NUPEP - PE) Para assistir uma palestra chegaram 318 pessoas a um auditório. Só que o auditório tem capacidade para 235 pessoas sentadas. Quantas pessoas assistiram a palestra em pé?

10 - (Souza, Joamir Roberto de, p.69) Célio tem arquivado em seu computador 117 músicas que comprou em um *site*. Ele pretende gravar essas músicas em 9 CDs, com quantidades iguais em cada CD. Quantas músicas Célio gravará em cada CD?

11 - (Souza, Joamir Roberto de, p.65) O autódromo de Interlagos, na cidade de São Paulo, onde são disputadas diversas provas automobilísticas, tem 4309 m de extensão. Nesse autódromo, quantos metros percorre um veículo ao completar 8 voltas?

12 - (NUPEP - PE) No jogo de abertura do campeonato de futebol da minha cidade compareceram ao estádio 597 pessoas e no primeiro jogo, logo após o jogo de abertura, compareceram 358 pessoas. Quantas pessoas compareceram a esses dois jogos?

APÊNDICE E – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA FINAL

Avaliação Diagnóstica Final

Escola: ____

Aluno(a):____

6º Ano Turma: ______ Data: 30 / 11 / 2017

Questões

1) Determine o resultado de cada uma das somas a seguir, se necessário, utilize o ábaco.
   a) 17 + 8 =
   b) 35 + 26=
   c) 453 + 8027 =
   d) 35784 + 6871 =

2) Determine o resultado de cada uma das subtrações a seguir, se necessário, utilize o ábaco.
   a) 32 – 9 =
   b) 16 – 10 =
   c) c) 79 – 28 =
   d) d) 630 – 459 =

3) Determine o resultado de cada uma das multiplicações a seguir, se necessário, utilize o ábaco.
   a) 4 × 8 =
   b) 54 × 9 =
   c) 40 × 37
   d) 295 × 61 =

4) Determine o quociente e o resto em cada uma das divisões a seguir, se necessário, utilize o ábaco.
   a) 36 ÷ 9 =
   b) 384 ÷ 9 =
   c) 90 ÷ 30 =
   d) 128 ÷ 11 =

5) Um ônibus está fazendo uma viagem de Rio Branco a Brasiléia. Em determinado momento, o motorista fez uma parada no km 138. Quantos quilômetros ainda faltam para chegar ao destino, se a distância entre as duas cidades é de 219 km?

6) O auditório de uma determinada escola, de Rio Branco, possui 12 filas com 15 assentos cada uma. Quantas pessoas podem ser acomodadas nesses assentos?

7) Uma determinada escola de Rio Branco, possui cinco turmas de 6º ano, assim distribuídas: a turma A com 35 alunos, a turma B com 36, a turma C com 33, a turma D com 29 e a turma E com 31 alunos. Quantos alunos estão matriculados no 6º ano dessa escola?

8) Dezesseis alunos compraram um presente, de R$ 64,00, para a professora de matemática. Se o valor da contribuição foi igual para cada aluno, com quantos reais cada um contribuiu?

APÊNDICE F – PESQUISA COM PROFESSORES

Pesquisa com Professores de Matemática da Rede de Estadual de Ensino de Rio Branco

---

Prezado (a) Professor (a),
Sou Wladimir Melo Rebouças, estou desenvolvendo uma pesquisa, nas escolas públicas, do município de Rio Branco, acerca do uso do ábaco como instrumento de aprendizagem matemática. Cujo objetivo é de levantar dados para o meu trabalho de conclusão do curso de Mestrado Profissional em Rede – PROFMAT, que é um programa de mestrado semipresencial na área de Matemática com oferta nacional coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), com apoio do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA). Onde visa o aprimoramento da formação profissional, prioritariamente professores de Matemática em exercício na Educação Básica, especialmente de escolas públicas.
Conto com a sua colaboração no sentido de responder as questões abaixo, com toda sinceridade, as quais poderão me ajudar a entender como vem se dando o uso do ábaco, no ensino fundamental. Lembrando que eu me comprometo, quanto ao sigilo do participante e suas informações pessoais.

INFORME O SEU E-MAIL:

PERFIL DO(A) PROFESSOR(A)

1- Informe o seu sexo
( ) Masculino ( ) Feminino

2- Qual a sua faixa etária?
( ) De 18 a 23 anos ( ) De 24 a 29 anos ( ) De 30 a 35 anos.
( ) De 36 a 41 anos ( ) com 42 anos ou mais

3- Informe a sua formação acadêmica a nível de graduação
( ) Licenciatura em matemática
( ) Outra formação. Qual? ____

4- Em relação a sua área de formação acadêmica
( ) Já concluiu ( ) Estou cursando

5-Tens curso de especialização relacionado à sua prática docente?
( ) Sim. Qual? _________________________ ( ) Não

6- Qual o seu tempo de experiência como professor de matemática?
( ) menos que 1 ano ( ) De 1 a 3 anos ( ) De 4 a 6 anos
( ) De 7 a 9 anos ( ) De 10 a 12 anos ( ) 13 anos ou mais

7- Quanto desse tempo ocorreu no ensino fundamental II (6º ao 9º ano)?
( ) menos que 1 ano ( ) De 1 a 3 anos ( ) De 4 a 6 anos
( ) De 7 a 9 anos ( ) De 10 a 12 anos ( ) 13 anos ou mais
8- Qual série/ano, do ensino fundamental II, você está lecionando?
( ) 6º ano ( ) 7º ano ( ) 8º ano ( ) 9º ano

RECURSOS DIDÁTICOS E PRÁTICA DOCENTE

9- Segundo Souza (2007, p. 111), "recurso didático é todo material utilizado como auxílio no ensino-aprendizagem do conteúdo proposto para ser aplicado pelo professor a seus alunos". Nesse sentido, segue uma lista abaixo, de alguns recursos didáticos extraclasse. Assinale os que a escola onde você trabalha disponibiliza para as aulas de matemática.

( ) Aparelho de DVD ( ) Ábaco ( ) Ampulheta
( ) Bússola ( ) Calculadora ( ) Computador
( ) Datashow ( ) Filmes com conteúdo matemático
( ) papelaria (cartolinas, papel cartão, papel madeira, papel milimetrado, etc.)
( ) Jogos matemáticos ( ) Jornais ( ) Revistas
( ) Kit geométrico (régua, compasso, esquadro, transferidor, metro, trenas, etc.)
( ) Livros de matemática (didático, paradidático, histórias, etc.)
( ) Material dourado ( ) Relógio ( ) Termômetro ( ) Televisão

10- Informe os recursos didáticos que você utiliza, quando a aula de matemática envolve as operações básicas da aritmética

____

____

11- Que tipo de estratégia você utiliza para facilitar o processo ensino-aprendizagem do aluno e tornar a aula mais dinâmica?

( ) Com abordagens à história da matemática;
( ) Utilizo apenas o livro didático;
( ) Somente com aulas expositivas;
( ) Relacionando a matemática ao cotidiano do aluno;
( ) Envolvendo temas transversais;
( ) Com o uso de materiais didáticos manipuláveis;
( ) Uso de jogos;
( ) Uso de recursos tecnológicos;
( ) Outra estratégia. Qual? ____

12 - Assinale o grau de dificuldade dos alunos em relação às habilidades associadas às operações básicas da aritmética

	1	2	3	4	5	
Nenhuma dificuldade	☐	☐	☐	☐	☐	Muita dificuldade

13- Você considera que o uso de materiais didáticos manipuláveis no processo ensino-aprendizagem de matemática, propicia ao aluno uma situação favorável à aprendizagem, por entre outras coisas, permitir que o conteúdo passe a ter mais significado?

( ) Sim ( ) Não ( )Talvez

ÁBACO COMO RECURSO DIDÁTICO

14- Os problemas que se levantam em relação ao ensino da matemática, em todos os níveis, não são novos e se apresentam de forma variada e com grau de complexidade distinto, quase sempre difíceis de se resolver. Um dos problemas que se destaca é quanto a utilização de novos recursos pedagógicos. Nesse sentido, você conhece o ábaco, instrumento que ajuda a contar e registras quantidades?

( ) Sim ( ) Não

14.1. Se sim, você já utilizou o ábaco como recurso didático no processo de ensino-aprendizagem da matemática?

( ) Sim ( ) Não

14.1.1. Se sim, qual a sua avaliação em relação ao ábaco, como recurso didático, no processo de ensino-aprendizagem da matemática?

( ) Péssimo ( ) Ruim ( ) Regular ( ) Bom ( ) Excelente

14.1.2. Os alunos tiveram algum tipo de dificuldade em relação ao uso do ábaco?

( ) Sim ( ) Não

14.1.2.1. Se sim, qual foi a dificuldade encontrada?
____
____
____

15- Você acredita ser possível construir um ábaco, com os alunos, e realizar atividades com eles em sala de aula?

( ) Sim ( ) Não ( ) Talvez

16- Você considera que o uso do ábaco pode ajudar os alunos no desenvolvimento de habilidades relacionadas
( ) a compreensão do sistema de numeração decimal;
( ) ao desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático;
( ) a resolução de problemas de matemática, envolvendo as operações básicas da aritmética;
( ) aos aspectos cognitivos.
( ) Outra(s) habilidade(s). Informe:____

Obrigado pela sua participação!

APÊNDICE G – TABULAÇÃO DA PESQUISA COM PROFESSORES

PERFIL

QUESTÃO 1	SEXO		
	M	F	
	65,7%	34,3%	

QUESTÃO 2	FAIXA ETÁRIA		
	18 A 23 ANOS	24 A 29 ANOS	30 A 35 ANOS
	8,6%	20%	25,7%
	36 A 41 ANOS	42 ANOS OU MAIS	
	17,1%	28,6%	

QUESTÃO 3	FORMAÇÃO ACADÊMICA (GRADUAÇÃO)	
	LICENCIATURA EM MATEMÁTICA	OUTROS
	97,1%	2,9%

QUESTÃO 4	FORMAÇÃO ACADÊMICA	
	CONCLUIU	CURSANDO
	97,1%	2,9%

QUESTÃO 5	PÓS GRADUAÇÃO	
	SIM	NÃO
	22,8%	77,2%

QUESTÃO 6	TEMPO DE EXPERIÊNCIA DOCENTE		
	MENOS DE 1 ANO	1 A 3 ANOS	4 A 6 ANOS
	8,6%	17,2%	31,4%
	7 A 9 ANOS	10 A 12 ANOS	13 ANOS OU MAIS
	5,7%	5,7%	31,4%

QUESTÃO 7	TEMPO DE EXPERIÊNCIA NO ENSINO FUNDAMENTAL II		
	MENOS DE 1 ANO	1 A 3 ANOS	4 A 6 ANOS
	8,6%	31,4%	37,1%
	7 A 9 ANOS	10 A 12 ANOS	13 ANOS OU MAIS
	8,6%	5,7%	8,6%

QUESTÃO 8	ANO ESCOLAR QUE LECIONA			
	6º ANO	7º ANO	8º ANO	9º ANO
	42,9%	48,6%	45,7%	45,7%

RECURSOS DIDÁTICOS E PRÁTICA DOCENTE

QUESTÃO 9	RECURSO DIDÁTICO DISPONÍVEL NA ESCOLA	
	ÁBACO	20%

QUESTÃO 10	ÁBACO COMO RECURSO EM SALA DE AULA	
	UTILIZOU O ÁBACO COM OS ALUNOS	2,9%

QUESTÃO 11	ESTRATÉGIAS NO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM	
	ABORDAGENS A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA	74,3%
	USO DO LIVRO DIDÁTICO	22,9%
	AULAS EXPOSITIVAS	25,7%
	RELACIONANDO A MATEMÁTICA COM O COTIDIANO DO ALUNO	77,1%
	ENVOLVENDO TEMAS TRANSVERSAIS	42,9%
	COM MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS	40,0%
	COM AUXÍLIO DE JOGOS	65,7%
	COM AUXÍLIO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS	25,7%

QUESTÃO 12	GRAU DE DIFICULDADE DOS ALUNOS EM RELAÇÃO AS OPERAÇÕES BÁSICAS DA ARITMÉTICA	
	GRAU 1 (Nenhuma dificuldade)	0,0%
	GRAU 2	8,6%
	GRAU 3	42,8%
	GRAU 4	28,6%
	GRAU 5 (Muita dificuldade)	20,0%

QUESTÃO 13	O USO DE MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS FAVORECE A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA		
	SIM	NÃO	TALVEZ
	82,8%	8,6%	8,6%

ÁBACO COMO RECURSOS DIDÁTICO

QUESTÃO 14	CONHECE O ÁBACO?		
	SIM	NÃO	
	82,9%	17,1%	

QUESTÃO 14.1	UTILIZOU O ÁBACO COM O ALUNOS?		
	SIM	NÃO	
	40%	60%	

QUESTÃO 14.1.1	AVALIAÇÃO QUANTO AO USO DO ÁBACO		
	PÉSSIMO	RUIM	REGULAR
	29,4%	5,9%	11,8%
	BOM	EXCELENTE	
	23,5%	29,4%	

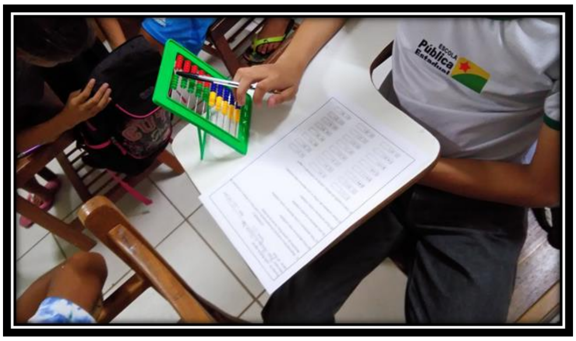
QUESTÃO 14.1.2	DIFICULDADE EM RELAÇÃO AO USO DO ÁBACO		
	SIM	NÃO	
	30,8%	69,2%	

QUESTÃO 14.1.2.1	DIFICULDADES
	COMPREENDER O SISTEMA DE NUMERAÇÃO
	A DIFICULDADE FOI SÓ NO INÍCIO
	NA COMPREENSÃO DE COMO O INSTRUMENTO FOI ELABORADO

QUESTÃO 15	É POSSÍVEL CONSTRUIR UM ÁBACO E UTILIZAR COM OS ALUNOS?		
	SIM	NÃO	TALVEZ
	78,1%	0%	21,9%

QUESTÃO 16	HABILIDADES QUE PODEM SER DESEMVOLVIDAS A PARTIR DO USO DO ÁBACO	
	COMPREENSÃO DO SISTEMA DECIMAL	83,3%
	DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO	76,7%
	RESOLVER PROBLEMAS DA ARITMÉTICA	76,7%
	RELACIONDAS AO COGNITIVO DO ALUNO	53,3%

APÊNDICE H – ALUNOS RELIZANDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS UTILIZANDO O ÁBACO



APÊNDICE I – MOMENTO DE SOCIALIZAÇÃO DA APRENDIZAGEM

ANEXO

ANEXO 1 – Prova Brasil - Matriz de Referência de Matemática 5º Ano do Ensino Fundamental

Tema I. Espaço e Forma

Descritores	4ª/5º EF
Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.	**D1**
Identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações.	**D2**
Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados e pelos tipos de ângulos.	**D3**
Identificar quadriláteros observando as relações entre seus lados (paralelos, congruentes, perpendiculares).	**D4**
Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.	**D5**

Tema II. Grandezas e Medidas

Descritores	4ª/5º EF
Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medidas convencionais ou não.	**D6**
Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, l/ml.	**D7**
Estabelecer relações entre unidades de medida de tempo.	**D8**
Estabelecer relações entre o horário de início e término e/ou o intervalo da duração de um evento ou acontecimento.	**D9**
Num problema, estabelecer trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores.	**D10**
Resolver problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.	**D11**
Resolver problema envolvendo o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.	**D12**

Tema III. Números e Operações/Álgebra e Funções

Descritores	4ª/5º EF
Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.	**D13**
Identificar a localização de números naturais na reta numérica.	**D14**
Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens.	**D15**
Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial.	**D16**
Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.	**D17**
Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.	**D18**
Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).	**D19**
Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, idéia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.	**D20**
Identificar diferentes representações de um mesmo número racional	**D21**
Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.	**D22**
Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro.	**D23**
Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.	**D24**
Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal, envolvendo diferentes significados de adição ou subtração.	**D25**
Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).	**D26**

Tema IV. Tratamento da Informação

Descritores	4ª/5º EF
Ler informações e dados apresentados em tabelas.	**D27**
Ler informações e dados apresentados em gráficos (particularmente em gráficos de colunas).	**D28**

Disponível em: http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil_matriz2.pdf