



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências

Instituto de Matemática e Estatística

Marcio Alle Wanous

**A Modelagem matemática no processo de aprendizagem no ensino
fundamental na rede pública**

Rio de Janeiro

2017

Marcio Alle Wanous

**A Modelagem matemática no processo de aprendizagem no ensino fundamental
na rede pública**



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Orientadora: Prof.^a Dra. Jeanne Denise Bezerra de Barros

Rio de janeiro

2017

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC-A

W249

Wanous, Marcio Alle.

A modelagem matemática no processo de aprendizagem no ensino fundamental na rede pública / Marcio Alle Wanous. – 2017.
122f.

Orientador: Jeanne Denise Bezerra de Barros.

Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional - PROFMAT) -
Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística.

1. Modelagem matemática- Teses. 2. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino - Teses. 3. Escolas públicas - Estudo e ensino - Teses. I. Barros, Jeanne Denise Bezerra de. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática e Estatística. III.Título.

CDU 519.1

Autorizo para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação, desde que citada a fonte

Assinatura

Data

Marcio Alle Wanous

**A Modelagem matemática no processo de aprendizagem no ensino fundamental
na rede pública**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada em 12 de maio de 2017.

Banca Examinadora:

Prof.^a Dra. Jeanne Denise Bezerra de Barros (Orientadora)
Instituto de Matemática e Estatística – UERJ

Prof.^a Dra. Cláudia Ferreira Reis Concordido
Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Prof.^a Dra. Lilian Nasser
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro

2017

DEDICATÓRIA

A minha filha Julia.

AGRADECIMENTOS

À DEUS, por ter me dado a oportunidade de iniciar e me concedido forças para prosseguir até o fim do mestrado.

À Professora Jeanne, pela atenção e paciência, estando sempre pronta para ajudar, independente do momento complicado pela qual a Universidade vem passando.

Aos professores do PROFMAT por todo o conhecimento adquirido durante as aulas.

À amiga Ive Machareth, pela ajuda na parte da formatação e no aparato em relação a língua inglesa.

Aos colegas de profissão e amigos Marcio Pereira e Bruno Amaro, pelas dicas e ideias que contribuíram na realização deste trabalho.

Aos colegas da turma de Mestrado, em especial, Fernando Gomes e Sérgio Santos que sempre me apoiaram em todos os momentos durante o curso.

Aos alunos da turma 1601 (2016) da Escola Municipal Araújo Porto Alegre, pelo empenho e envolvimento.

Aos meus amigos e familiares, que compreenderam a minha ausência.

À minha filha, minha principal fonte de inspiração.

Um monstro ou uma bela senhora, a forma como vemos a Matemática é produto dos
nossos esforços

Prof. Jerriomar Ferreira

RESUMO

WANOUS, Marcio Alle. *A modelagem matemática no processo de aprendizagem no ensino fundamental na rede pública*. 2017. 122f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), PROFMAT - Instituto de Matemática e Estatística. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

O presente trabalho tem por objetivo apresentar a Modelagem Matemática como uma ferramenta pedagógica alternativa, visando um aprendizado significativo em uma turma do 6º ano do ensino fundamental da Escola Municipal Araújo Porto Alegre, localizada na área metropolitana da cidade do Rio de Janeiro. O trabalho apresenta um cenário histórico da Modelagem Matemática e a sua ligação com a metodologia de Resolução de Problemas, enfatizando o uso da Modelagem em sala de aula. O trabalho relata também a definição de Modelagem Matemática e as suas etapas assim como a função do professor na utilização dessa ferramenta pedagógica no processo ensino/aprendizagem. Além disso, este trabalho serve como material de apoio para outros professores da disciplina que desejam utilizar esta ferramenta em suas aulas, uma vez que apresenta diversas atividades. Os conhecimentos matemáticos abordados neste trabalho foram desenvolvidos a partir do tema Olimpíadas 2016, trabalhando o bloco tratamento de informações (gráficos e tabelas) como conteúdo principal do trabalho. A aplicação da Modelagem Matemática foi desenvolvida em sete atividades, todas realizadas durante o ano de 2016. Este trabalho apresenta uma abordagem mais detalhada das atividades, discutindo o resultado de cada questão, utilizando a metodologia de análise de erros nas que apresentaram um índice baixo de acertos, como forma de investigação. Além dessa análise das questões, foi apresentada também uma análise geral dos resultados, dando ênfase aos percentuais de aproveitamento, assim como um levantamento das questões deixadas em branco. O software IRAMUTEQ foi utilizado com o propósito de analisar as redações feitas pelos alunos em duas atividades, destacando as palavras que apareceram com maior frequência. Com isso, concluiu-se que a Modelagem Matemática como metodologia alternativa atingiu bons índices de aproveitamento nos resultados e, o mais importante, serviu como uma ferramenta motivadora, atraindo a atenção dos alunos na realização das atividades dando um maior significado na aprendizagem matemática.

Palavras - chave: Modelagem matemática. Resolução de problemas. Aprendizagem. Motivação.

ABSTRACT

WANOUS, Marcio Alle. *A modelagem matemática no processo de aprendizagem no ensino fundamental na rede pública*. 2017. 122f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), PROFMAT - Instituto de Matemática e Estatística. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

The goal of the present study is to introduce the Mathematical Modelling as an alternative pedagogic tool, aiming a significant learning in a group of the 6th grade elementary school of the Escola Municipal Araújo Porto Alegre, located in the metropolitan area of the city of Rio de Janeiro. The study presents a historical setting of Mathematical Modelling and its connection with the methodology of Problems Solutions, emphasizing the use of modelling in classroom. The work also reports the Mathematical Modelling definition with its stages, and the importance of using this pedagogical tool in the teaching / learning process. Besides that, this study serves as support material for other teachers of the discipline who wish to use this tool in their classes, once it presents several activities. The mathematical knowledge approached in this study was developed from the Olympics 2016 theme, labouring the information treatment block (graphs and tables) as main content of the study. The Mathematical Modelling application was developed by seven activities, all of them realized during 2016. This paper presents a more detailed approach of activities, arguing the result of each question using the methodology of errors analysis in those that presented a low index of hits, as a form of investigation. Besides that questions analysis, a general analysis of the results was also presented, emphasizing the exploitation percentages, and also a survey of the questions left blank. The IRAMUTEQ software was used with the purpose of analysing the essays written by the students in two activities, highlighting the words that appeared most frequently. Thereby, it was concluded that Mathematical Modelling as an alternative methodology reached a good index of exploitation in the results and, the most important goal, served as a motivating tool, attracting students attention in the accomplishment of activities, also giving a greater meaning in mathematical learning.

Keywords: Mathematical modelling. Problems Solutions. Learning. Motivation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Etapas da Modelagem Matemática	30
Figura 2 - Processo de Modelagem.....	31
Figura 3 - Divisão de atividades intelectuais.....	32
Figura 4 - Livros didáticos utilizados na elaboração da atividade VI.....	37
Figura 5 - IRAMUTEQ 1.....	45
Figura 6 - Resposta de um aluno referente a pergunta 9 - Atividade II.....	55
Figura 7 - Resposta de um aluno referente a pergunta 9 - Atividade II.....	55
Figura 8 - Resposta de um aluno referente a pergunta 9 - Atividade II.....	55
Figura 9 - Resposta de um aluno referente a pergunta 4 - Atividade III.....	63
Figura 10 - Resposta de um aluno referente a pergunta 4 - Atividade III.....	63
Figura 11 - Resposta de um aluno referente a pergunta 4 - Atividade III.....	64
Figura 12 - Resposta de um aluno referente a pergunta 4 - Atividade.....	64
Figura 13 - Resposta de um aluno referente a pergunta 7 - Atividade III.....	68
Figura 14 - Resposta de um aluno referente a pergunta 7 - Atividade III.....	68
Figura 15 - Resposta de um aluno referente a pergunta 7 - Atividade III.....	69
Figura 16 - Resposta de um aluno referente a pergunta 10 - Atividade III.....	73
Figura 17 - Resposta de um aluno referente a pergunta 10 - Atividade III.....	73
Figura 18 - Resposta de um aluno referente a pergunta 4 - Atividade IV.....	79
Figura 19 - Resposta de um aluno referente a pergunta 4 - Atividade IV.....	79
Figura 20 - Resposta de um aluno referente a pergunta 4 - Atividade VI.....	90
Figura 21 - Resposta de um aluno referente a pergunta 4 - Atividade VI.....	90
Figura 22 - Resposta de um aluno referente a pergunta 7 - Atividade VI.....	93
Figura 23 - Resposta de um aluno referente a pergunta 7 - Atividade VI.....	93
Figura 24 - Resposta de um aluno referente a pergunta 7 - Atividade VI.....	94
Figura 25 - Resposta de um aluno referente a pergunta 8 - Atividade VI.....	96
Figura 26 - Resposta de um aluno referente a pergunta 8 - Atividade VI.....	96
Figura 27 - Resposta de um aluno referente a pergunta 8 - Atividade VI.....	96
Figura 28 - Resposta de um aluno referente a pergunta 8 - Atividade VI.....	97
Figura 29 - IRAMUTEQ 2.....	99

LISTA DE GRÁFICOS E TABELA

Gráfico 1 - Resultado da pergunta 1 - Atividade II.....	47
Gráfico 2 - Resultado da pergunta 2 - Atividade II.....	49
Gráfico 3 - Resultado da pergunta 3 - Atividade II.....	49
Gráfico 4 - Resultado da pergunta 4 - Atividade II.....	50
Gráfico 5 - Resultado da pergunta 5 - Atividade II.....	51
Gráfico 6 - Resultado da pergunta 6 - Atividade II.....	52
Gráfico 7 - Resultado da pergunta 7 - Atividade II.....	53
Gráfico 8 - Resultado da pergunta 8 - Atividade II.....	54
Gráfico 9 - Resultado da pergunta 9 - Atividade II.....	56
Gráfico 10 - Resultado da pergunta 10 - Atividade II.....	58
Gráfico 11 - Percentual de acertos da atividade III.....	59
Gráfico 12 - Resultado da pergunta 4 - Atividade III.....	62
Gráfico 13 - Frequência das classes erros – Pergunta 4 - Atividade III.....	65
Gráfico 14 - Resultado da pergunta 7- Atividade III.....	67
Gráfico 15 - Frequência das classes erros – Pergunta 4 - Atividade III.....	70
Gráfico 16 - Resultado da pergunta 10 – Atividade III.....	72
Gráfico 17 - Frequência das classes erros – Pergunta 10 - Atividade III.....	74
Gráfico 18 - Percentual de acertos da atividade IV.....	75
Gráfico 19 - Resultado da pergunta 4 – Atividade IV.....	78
Gráfico 20 - Frequência das classes de erros - Pergunta 4 - Atividade IV.....	80
Gráfico 21 - Percentual de acertos da atividade V.....	82
Gráfico 22 - Percentual de acertos da atividade VI.....	86
Gráfico 23 - Resultado da pergunta 7 – Atividade VI.....	92
Gráfico 24 - Frequência das classes de erros - Pergunta 7 - Atividade VI.....	94
Gráfico 25 - Frequência das classes de erros - Pergunta 8 - Atividade VI.....	97
Gráfico 26 - Porcentagem dos alunos com notas maiores que 5.....	101
Gráfico 27 - Análise dos resultados - Questões com aproveitamento maior ou igual a 50 %	102
Gráfico 28 - Análise de resultados - Questões em branco x total de questões.....	103
Tabela 1 - Roteiro de atividades propostas.....	21

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SEEDUC/RJ	Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro
SME/RJ	Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro
<i>SAEB</i>	<i>Sistema de Avaliação da Educação Básica</i>
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
EF	Ensino Fundamental
EBC	Empresa Brasil de Comunicação
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	14
1	OBJETIVOS	18
1.2	Organização do trabalho	18
2	METODOLOGIA	20
2.1	Análises de erros	23
3	O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA?	26
3.1	História da Modelagem Matemática	27
3.2	Definição da Modelagem Matemática	29
3.3	Resolução de Problemas	33
3.4	Conexão entre a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas	34
4	PRESSUPOSTOS TEÓRICOS	36
4.1	O livro didático na abordagem de modelagem matemática	36
4.2	A utilização da Modelagem Matemática no processo ensino/aprendizagem..	38
4.3	A função do professor no uso da modelagem matemática em sua pratica docente	40
5	APLICAÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES EM SALA DE AULA	43
5.1	Atividade I: Redação Inicial	45
5.2	Atividade II: Questionário Prático aos alunos	47
5.3	Atividade III: Quadro de medalhas da Rio 2016	60
5.4	Atividade IV: Quantidade de atletas Brasileiros nas ultimas dez edições dos jogos olímpicos	77
5.5	Atividade V: Número de atletas Brasileiros em dez modalidades na Rio 2016	83
5.6	Atividade VI: Matemática nos esportes	87
5.7	Atividade VII: Redação Final	100
5.8	Resultado das aplicações das atividades trabalhadas	102
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	106
	REFERÊNCIAS	108
	ANEXO A - Atividade 2: questionário aplicado aos alunos.....	112
	ANEXO B – Atividade 3: quadro de medalhas rio 2016	113

ANEXO C - atividade 4 – quantidade de atletas brasileiros nas ultimas dez edições olímpicas	115
ANEXO D – Atividade 5 - quantidade de atletas brasileiros em dez modalidades da rio 2016	116
ANEXO E – Atividade 6 – questões dos livros didáticos	117
ANEXO F – Tabela da atividade 3	119
ANEXO G – Tabela da atividade 4	120
ANEXO H – Tabela da atividade 5	121
ANEXO I – Tabela da atividade 6	122
ANEXO J – Termo de consentimento informado	123

INTRODUÇÃO

Este estudo oferece uma metodologia de ensino voltada para a modelagem matemática, visto que é visível que as pessoas sempre buscaram a compreensão das coisas que acontecem no mundo e suas respectivas transformações.

Nos tempos atuais, a escola tem deixado de ser uma instituição de mera transmissão de conhecimentos para assumir uma postura de compromisso com a formação do cidadão em consonância com os anseios do mercado de trabalho, desenvolvendo habilidades e técnicas onde a construção do conhecimento é realizada por quem aprende, deixando de ser o aluno um mero expectador para se tornar o personagem principal na estruturação do seu conhecimento. A lei de diretrizes e bases da educação nacional (LDB-1996) em seu art. 2 reforça que “A educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho”.

Niemann e Brandoli (2012) afirmam que:

Diante da concepção construtivista de que as práticas pedagógicas desenvolvidas na escola promovem o desenvolvimento na medida em que o aluno, como sujeito ativo, participa das atividades de maneira construtiva, cabe ao ensino da Matemática, além de promover a aprendizagem de diferentes procedimentos de resolução, seja na aritmética, álgebra ou geometria, proporcionar situações em que o aluno compreenda tais procedimentos e construa seus próprios significados.

Esta visão da escola como instituição construtivista também pode ser aplicada ao ensino da matemática, mais especificamente aos anos finais do ensino fundamental, uma vez que grande parte do conteúdo ensinado em sala de aula pelo professor será esquecido pelos alunos e uma grande minoria saberá utilizar ou se lembrará de apenas uma pequena parcela dos conhecimentos ensinados. Dessa forma é importante aliar os conhecimentos escolares com as experiências e vivências das crianças. Esta articulação é uma tarefa trabalhosa visto que o ensino da matemática está cada vez mais distante da rotina e do interesse dos discentes.

Diversas vezes os alunos questionam seus professores por qual razão estão estudando certos conteúdos de matemática, para que servem tais conteúdos e, ainda, se algum dia esses conteúdos serão úteis em suas vidas. Essas questões têm sido levantadas porque atualmente estamos em um cenário educacional onde em grande parte das escolas o ensino da matemática

se faz de forma automática e mecânica, isto é, os alunos são obrigados a estudar aquilo que o professor espera ser importante na formação do aluno. Sadovsky (2007) afirma que:

A Matemática, não só no Brasil, é apresentada sem vínculos com os problemas que fazem sentido na vida das crianças e dos adolescentes. Os aspectos mais interessantes da disciplina, como resolver problemas, discutir ideias, checar informações e ser desafiado, são pouco explorados na escola. O ensino se resume a regras mecânicas que ninguém sabe, nem o professor, para que servem.

Vivemos em um contexto em que não convém fazer uso de técnicas antigas e ultrapassadas do ensino da Matemática, visto que dificulta a interação no processo de ensino aprendizagem para o aluno, tornando a escola um ambiente sem nenhuma atratividade, e por fim extremamente desgastante. É indispensável aos educadores estimular o saber matemático apresentando a conexão entre o cotidiano do aluno e a disciplina, abrindo novas frentes para reflexão, proporcionando o debate de novas ideias e acarretando com isso aos alunos o desenvolvimento de novas competências que os tornam mais preparados para a vida.

O educador de forma rotineira se utiliza em sala de aula de situações que não pertencem à realidade do aluno, nas quais o estudante não consegue se ver; não consegue atribuir significado para tal ‘problema’ em sua vida, o que dificulta a interação do mesmo na evolução do processo ensino-aprendizagem. É preciso fazer a matemática ir além de uma disciplina chata e cansativa, em que o aluno frequentemente questiona o por quê e para que está aprendendo determinado conteúdo. Sadovsky (2007) defende que: “É preciso aumentar a participação das crianças na produção do conhecimento, pois elas não suportam mais regras e técnicas que não fazem sentido”.

Discussões sobre alternativas pedagógicas para promover a aprendizagem matemática vêm sendo realizadas (Seminários e Congressos) no intuito de motivar os alunos e viabilizar a interação entre professor e aluno no processo de aprendizagem, criando um ambiente propício no qual os alunos são componentes da reflexão e participam na construção do conhecimento.

As pesquisas na área de educação matemática propõem diversas metodologias de ensino que levam o professor a trabalhar atividades com os alunos que caminhem na formação do pensamento matemático, contribuindo para a melhora no processo de aprendizagem. Biembengut (2009) exemplifica que empregar acontecimentos do dia a dia podem colaborar para uma melhor formação dos alunos em alguma fase escolar. Entre tais metodologias estão: Modelagem Matemática, História da Matemática, Resolução de Problemas, Etnomatemática, o Uso de Novas Tecnologias, entre outras.

Dentre as alternativas pedagógicas apresentadas, concentraremos nossa atenção para a Modelagem Matemática, como estratégia de aprendizagem nesta pesquisa. Assim, conforme Bassanezi (1994):

Modelagem Matemática é um processo que consiste em traduzir uma situação ou tema do meio que vivemos para uma linguagem matemática. Essa linguagem que denominamos modelo matemático pressupõe um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam o fenômeno em questão.

A contribuição da Modelagem Matemática está na oportunidade que os alunos têm de trabalhar estratégias e habilidades inseridas em problemas reais, estando mais próximo da vivência dos alunos, despertando assim o interesse dos alunos em resolver tais problemas com o auxílio da matemática, tornando assim, uma disciplina mais atrativa e interessante.

A escolha do tema tem uma importância significativa na vida escolar e profissional do autor, visto que o mesmo foi aluno no Ensino Fundamental e no Ensino Médio de instituições públicas e, atualmente, é professor efetivo nas redes estadual (SEEDUC/RJ) e municipal (SME/RJ).

Entrar numa sala de aula para ensinar matemática e verificar que, desde o tempo que era aluno até os dias de hoje, a matemática é ensinada da mesma maneira, tendo alunos desmotivados e cansados de realizarem exercícios repetitivos com o uso de fórmulas e técnicas ultrapassadas motivou o autor para a elaboração deste trabalho. Ao iniciar as aulas, como professor, por diversas vezes foi possível constatar que a matemática que ali estava sendo ensinada não passava de uma disciplina sem nenhuma referência à vida cotidiana dos alunos.

Em relação à matemática, o aluno do ensino fundamental traz em seu histórico escolar uma marca negativa, pois a reconhece como uma disciplina de entendimento difícil. Silveira (2002) afirma que:

Independente da beleza das formas, das constantes regularidades geométricas encontradas na natureza, do uso da matemática nas belas obras arquitetônicas, nas composições das partituras musicais e até mesmo no lazer proporcionado por um jogo de bilhar que está impregnado de geometria, nos deparamos com as restrições que o rigor da matemática nos impõe. A matemática da sala de aula perde esta beleza, para alguns estudantes, pois não conseguem enxergá-la, quando têm dificuldades em entendê-la e desta forma, a disciplina transforma-se num “bicho de sete cabeças”.

Dessa maneira, esta pesquisa teve por motivação a necessidade de mudança da visão que o aluno do Ensino Fundamental possui em relação ao aprendizado de matemática, e para tal, por meio de atividades de Modelagem Matemática, os conceitos matemáticos podem ser melhor compreendidos e sua concepção em relação a essa disciplina melhorada. Bassanezi (2002) ratifica que a matemática apresentada através de estímulos externos à matemática desenvolve com mais facilidade o gostar desta disciplina pelos alunos. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de matemática no Ensino Fundamental apresentam, dentre os seus princípios, que as atividades matemáticas na escola não devem só usar coisas definitivas e prontas e sim a estruturação e a adaptação do aprendizado pelo aluno que irá servir para que o mesmo compreenda e modifique a sua realidade.

1 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo ratificar a modelagem matemática como uma metodologia eficaz e potente, sendo assim, uma alternativa de ensino para as aulas de matemática no Ensino Fundamental em uma escola pública do estado do Rio de Janeiro, além de compartilhar algumas experiências vivenciadas em sala de aula com o auxílio dessa metodologia. Apresentar a modelagem matemática como um método de ensino no processo de aprendizagem configura uma forma de motivar o aluno a aprender matemática, vendo a aplicabilidade da matemática em fatos reais e elucidáveis.

Os objetivos específicos são:

- Envolver os alunos com a matemática inserida no meio esportivo e olímpico;
- Estimular a aprendizagem de matemática fazendo uso de uma ferramenta pedagógica alternativa;
- Motivar os alunos na aprendizagem matemática;
- Fazer com que os alunos percebam que a matemática vai além de uma disciplina onde decorar fórmulas e repetir exercícios resolvidos seja sua única utilidade;
- Contribuir para formar cidadãos capazes de compreender a importância da matemática na sociedade.

1.2 Organização do trabalho

O presente trabalho de conclusão está dividido em 5 (cinco) capítulos organizados da seguinte maneira: o capítulo 1 (um) traz a introdução do assunto abordado com a extensão e a profundidade do tema Modelagem Matemática com os objetivos, justificativas, metodologias utilizadas e a organização do trabalho.

No segundo capítulo, expõe-se o que é Modelagem Matemática e, logo em seguida, há apresentação de um pequeno relato histórico sobre o aparecimento e o desenvolvimento da Modelagem Matemática no âmbito internacional e também no Brasil, além de mostrar

definições a respeito de modelo matemático e Modelagem Matemática, descrevendo as etapas de uma atividade de modelação. Este capítulo termina fazendo uma relação entre a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas.

No capítulo 3 (três) são apresentados os pressupostos teóricos que mostram as teorias oferecidas por outros autores, tais como abordagem de Modelagem Matemática nos livros didáticos, a Modelagem Matemática no ensino de matemática com as etapas dessa metodologia e a função do professor no uso dessa ferramenta, expondo os obstáculos e os benefícios de se trabalhar com essa metodologia.

O capítulo 4 (quatro) expõe as aplicações das atividades que foram trabalhadas e os resultados dessas aplicações.

Por último, no capítulo que trata das considerações finais, é descrito um breve relato do que era esperado com a pesquisa realizada, além de alguns detalhes importantes que foram percebidos no decorrer do trabalho. É possível encontrar parte do material utilizado com referência, bem como a apresentação desta pesquisa à banca examinadora, anexados ao texto escrito em formato digital.

2 METODOLOGIA

A metodologia aqui apresentada foi desenvolvida através da aplicação de atividades envolvendo o tratamento da informação, com tabelas e gráficos, e sua relação direta com situações-problema encontradas nos meios olímpicos e esportivos. Segundo os PCN (1997, p.25):

A compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e sociais também dependem da leitura e interpretação de informações complexas, muitas vezes contraditórias, que incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação. Ou seja, para exercer a cidadania, é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente, etc.

A proposta deste trabalho foi aplicada em uma turma do Ensino Fundamental, turma 1601 sexto ano da Escola Municipal Araújo Porto Alegre, no decorrer do ano de 2016, com base em um roteiro de aula dividido em sete (7) atividades. As atividades aqui expostas foram elaboradas com base na matriz de referência que norteia os testes de matemática do SAEB e da prova Brasil. Oliveira (2007) ratifica que vários documentos aconselham ensinar matemática através do tratamento de informação, visto a importância e o valor social da mesma no cenário educacional.

Veja o que dizem as habilidades das provas do 5º ano e do 9º ano:

- Tema IV. Tratamento da Informação, Descritores 4ª/5º EF

Ler informações e dados apresentados em tabelas, Descritor 27;

Ler informações e dados apresentados em gráficos (particularmente em gráficos de colunas), Descritor 28;

- Tema IV. Tratamento da Informação, Descritores 8ª/9º EF

Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos, Descritor 36;

Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa, Descritor 37.

Dessa forma, entende-se que o conteúdo “tratamento de informações” esteja presente

em todos os ciclos do Ensino Fundamental, daí a aplicabilidade neste trabalho, voltada para uma aprendizagem significativa, torna-se ainda mais relevante.

A Tabela 1 é o plano que determina o quantitativo de aulas utilizadas na execução das atividades elaboradas neste projeto. A atividade 1 foi aplicada nas quatro turmas do Ensino Fundamental do turno da manhã (total de alunos 116), enquanto que as demais atividades foram aplicadas somente na turma 1601 (total de alunos 31).

Tabela 1 - Roteiro de atividades propostas

Atividades	Turmas	Descrição	Duração	Data
Atividade 1	1601,1701, 1801 e 1901	Redação Inicial	11 dias	De 28/06 até 08/07
Atividade 2	1601	Questionário prático aplicado aos alunos	1 tempo de 50 min	09/09
Atividade 3	1601	Quadro de medalhas, Rio 2016	2 tempos de 50 min	12/09
Atividade 4	1601	Quantidade de atletas brasileiros nas últimas 10 edições dos jogos olímpicos.	2 tempos de 50 min	22/09
Atividade 5	1601	Número de atletas por modalidade no rio 2016	2 tempos de 50 min	29/09
Atividade 6	1601	Matemática nos esportes	2 tempos de 50 min	17/11
Atividade 7	1601	Redação final	5 dias	De 28/11 até 02/12

Fonte: Oautor, 2016.

Abaixo, de maneira mais cautelosa, é possível entender melhor o roteiro de atividades que foram trabalhadas ao longo das sete atividades do presente trabalho, de acordo com a sequência de aula relatada anteriormente:

1: Explicação do projeto da escola e aplicação de uma redação inicial com o tema matemática nas olimpíadas

Foi solicitado no dia 28/06/16 que os alunos realizassem uma redação com o tema matemática no meio esportivo/olímpico para ser entregue até o dia 08/07, com o mínimo de 10 linhas. A proposta dessa atividade foi verificar de que forma cada aluno conseguia ver a matemática inserida no meio esportivo ou olímpico e a sua importância nesse contexto, sem nenhuma contribuição do professor.

2: Aplicação de questionário prático aos alunos contendo dez perguntas, sendo oito objetivas e duas discursivas, para análise e compreensão do que os alunos pensam a respeito da disciplina Matemática e em relação à aprendizagem de um modo geral;

3: Realização de uma atividade com dez perguntas envolvendo o quadro de medalhas das olimpíadas Rio 2016

Esta atividade tem o propósito de trabalhar com os números existentes no quadro de medalhas das olimpíadas Rio 2016. Trabalhar as operações básicas com esses números levando os alunos a analisarem e interpretarem informações por meio de tabela.

4: Aplicação de atividade, com seis perguntas, abrangendo a quantidade de atletas brasileiros nas últimas 10 edições dos jogos olímpicos. Gráficos de colunas;

O objetivo desta atividade é trabalhar a matemática de uma maneira mais observadora com questões que levem os alunos a pensarem a matemática sem se preocuparem tanto com contas e cálculos.

5: Aplicação de atividade, contendo seis perguntas, compreendendo o número de atletas por modalidade no rio 2016. Gráfico de barras;

OBS: Nas atividades 3, 4 e 5, foi trabalhado como interpretar as informações que são ofertadas através de gráficos e tabelas.

6: Aplicação de atividade envolvendo a matemática no meio esportivo. As questões trabalhadas nesta atividade foram todas extraídas de dois livros didáticos.

Por meio de exercícios extraídos de livros didáticos, foi elaborada uma lista com nove exercícios, que serviu como avaliação do bimestre, onde os alunos responderam perguntas referentes aos mais diversos tipos de esportes;

7: Realização de uma redação final com o intuito de avaliar o que os alunos aprenderam com as atividades realizadas e, por fim, verificar de que forma este trabalho teve sua importância.

De acordo com Frota e Nasser (2009), no caso específico da matemática, o objetivo principal do ensino é levar o aluno a resolver problemas reais, desenvolver o raciocínio e ler e compreender informações apresentadas em gráficos e tabelas. Essas habilidades devem constar sempre do trabalho da sala de aula. Só assim podemos ter certeza de que estamos preparando nossos alunos para exercer a cidadania e ocupar um lugar atuante na comunidade.

2.1 Análises de erros

Na etapa de apreciação das atividades aplicadas, em algumas questões onde o índice de acertos se apresentou de forma insatisfatória, a metodologia de análise de erros foi empregada buscando investigar os motivos para esse índice. Por isso, a seguir, é exibida uma breve descrição sobre esta.

É uma metodologia de investigação onde são examinadas as soluções dos alunos, dividida em três etapas:

- Pré-análise
- Exploração de material
- Tratamento dos resultados.

Essas três etapas fornecem dados que permitem avançar nos conhecimentos das principais causas dos erros. Quando se decide empregar a proposta de análise de erros como metodologia de investigação, não se pode deixar que a confunda com um procedimento de avaliação, isto é, não se tem o objetivo de conceber uma nota ou um conceito com esta abordagem, e sim, utilizar os erros cometidos pelos alunos como estratégia de ensino no decorrer do planejamento, podendo o mesmo ser revisto, se o professor acreditar que haja necessidade, fazendo desse objeto uma análise aprofundada e ordenada.

Abaixo são expostas as três etapas e as suas principais características nesse processo.

1) Pré-análise: Consiste em classificar as respostas fazendo uma leitura de todo o material agrupando-as em classes. De acordo com Cury (2008), as classes podem ser separadas em “totalmente corretas”, “parcialmente corretas” e “incorretas”. Há ainda, de acordo com o tipo de questão, como separar em apenas duas classes, as “corretas” e as “incorretas”.

2) Exploração do material: Como o propósito de utilizar essa metodologia é fazer uma análise de erros, é importante que, para esta etapa, já se tenham separadas as respostas nas quais nos dedicaremos. Essa etapa limita-se a uma categorização das respostas obtidas fornecendo uma representação descomplexificada dos dados.

3) Tratamento dos resultados: Esta última etapa resume-se em apresentar os resultados obtidos por meio de gráficos e tabelas, indicando a frequência e a porcentagem de cada classe e, ainda, essas informações estatísticas também podem aparecer com a produção de um breve texto que retrate cada classe.

A partir dessas três etapas, é recomendado que a metodologia de análise de erros seja empregada com o objetivo de explorar os erros, ao lado dos estudantes, para realizar descobertas sobre os assuntos em questão, ou apenas tentar remediá-los, fornecendo táticas de ensino para retomar os conteúdos nos quais os alunos mostram apresentam dificuldades.

De acordo com Cury (2008), para seguir a recomendação de Borasi (1996), é necessário que seja realizada a interpretação dos dados da investigação que será feita mediante a apresentação das categorias citadas. Essa interpretação engloba uma apreciação das respostas para que, posteriormente, seja plausível uma elucidação dos erros.

A proposta de trabalhar estas atividades envolvendo Modelagem Matemática em uma turma de sexto ano é uma tentativa de buscar encontrar as reais dificuldades que os alunos possuem, acreditando sempre ser admissível remediar os conteúdos utilizando, se possível, outras estratégias de ensino.

3 O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA?

O interesse em empregar a Modelagem Matemática como metodologia de ensino nas aulas de matemática do Ensino Fundamental baseia-se na busca da melhoria do rendimento dos alunos no decorrer do curso e conseqüentemente formar alunos mais conscientes de que a matemática é uma ferramenta necessária em suas vidas. A Modelagem Matemática utilizada como estratégia educacional relaciona a aprendizagem dos alunos com problemas reais, onde se faz necessário levantar problemas trazidos pelos alunos para a sala de aula e encontrarmos soluções que contemplem as condições iniciais dos fatos que estão sendo trabalhados.

De acordo com Burak (1992) “modelagem matemática é definida como um conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões”. Modelagem Matemática é uma metodologia de ensino que visa despertar nos alunos uma participação ativa na construção do seu próprio conhecimento. Dessa forma, facilita a aprendizagem visto que o conteúdo matemático passa a ter um significado real, deixando a matemática de ser uma ciência abstrata. Desenvolver o raciocínio lógico e dedutivo, formar um cidadão crítico e observador, compreendendo o papel sócio cultural da matemática em sua realidade, são alguns dos benefícios de utilizar essa metodologia como alternativa pedagógica, já que as tomadas de decisões são baseadas em números e análises de resultados.

Barbosa (2001) entende que a modelagem se trata de um momento para “os alunos indagarem casos através da matemática sem algoritmos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento onde irão explorar conceitos e ideias matemáticas à medida que os alunos desenvolvam a atividade”. Existem várias maneiras de compreender uma atividade de Modelagem Matemática. Romper barreiras entre a matemática tradicional e mecânica e a matemática da vida, do dia a dia das pessoas, é uma forma de aplicar a modelagem matemática.

Para Machado Jr. (2005), “A Modelagem Matemática é uma metodologia pedagógica por meio da qual a construção de conhecimento se dá pela aplicabilidade deste conhecimento no cotidiano do aluno e não por imposição”.

Para Biembengut (2014):

Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de Matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.

Percebe-se que, do ponto de vista teórico, é possível afirmar que não há uma única definição do que seja Modelagem Matemática, tanto nas declarações de pesquisadores quanto na fala de educadores do tema.

Este trabalho tem a finalidade de apresentar a Modelagem Matemática como uma alternativa para facilitar o processo de ensino aprendizagem de matemática.

3.1 História da Modelagem Matemática

Segundo Beltrão (2012), para traçar um roteiro histórico em relação à Modelagem Matemática se faz necessário um amplo esforço e, ainda assim, pode não alcançar o resultado esperado. A dificuldade em realizar um panorama histórico em relação a esse tema se faz por causa das inúmeras interpretações existentes desse nome. A Modelagem Matemática faz parte do cotidiano da sociedade desde o início da história da humanidade, visto que, sempre se procuraram alternativas para entender o ambiente em que se vive a fim de encontrar resultados para aperfeiçoar sua vida.

De acordo com Biembengut (2009), trabalhar Modelagem Matemática é uma alternativa pedagógica para melhorar o rendimento dos alunos. Essa metodologia vem sendo debatida no cenário internacional desde a década de 1960, com o movimento chamado “utilitarista”, marcante pela aplicação prática dos conhecimentos matemáticos para a ciência e a sociedade que originou o desenvolvimento de grupos de pesquisas sobre o assunto.

Um dos eventos que impulsionaram a Modelagem Matemática no cenário internacional foi o “Lousanne Symposium”. Esse evento ocorreu na Suíça, em 1968, tendo como tópico de discussão “*Como ensinar matemática de modo que seja útil*”, com oportunidades de relacionar temas do cotidiano do aluno, fugindo de situações padronizadas e

valorizando a habilidade matemática com problemas e aplicações da realidade (BIEMBENGUT, 2009).

No Brasil, debates sobre esse tema foram iniciados no final dos anos 70, com a ajuda de professores que representavam o Brasil na comunidade internacional de Educação Matemática. Ainda de acordo com Biembengut (2012), as primeiras ideias de se trabalhar Modelagem Matemática no Brasil são oriundas de professores de matemática de cursos de graduação, mais especificamente os de cursos de engenharia que procuravam responder às indagações dos alunos a respeito de ‘para que serve a matemática’. Além disso, os professores desses cursos recebiam inúmeras críticas em relação ao conhecimento matemático adquirido dos recém-formados do curso de engenharia.

Biembengut (2009) menciona alguns dos pioneiros na introdução de atividades a propor Modelagem Matemática no Brasil. São de suma importância Aristides Camargo Barreto e Rodney C. Bassanezi. Barreto utilizou o processo de Modelagem Matemática em suas turmas de Cálculo Diferencial Integral e Análise Matemática nos cursos de Matemática e Engenharia na década de 70 e, além disso, representou o país em congressos internacionais com trabalhos sobre o tema. Bassanezi foi um dos maiores propagadores desse tema em cursos que lecionou de formação continuada e em pós-graduação, foi coordenador em diversas faculdades espalhadas em vários estados brasileiros. Ainda conforme Biembengut (2009), Barreto e Bassanezi nunca atuaram na esfera da educação básica, desenvolvendo todos os seus trabalhos em cursos de graduação e especialização. Foi devido a esses precursores que discussões de como se implementar um modelo matemático em aulas de matemática possibilitaram o progresso da Modelagem Matemática no ensino no Brasil.

Biembengut (2009) relata também que a Modelagem Matemática na educação brasileira teve a participação de professores que influenciaram sua consolidação, a partir do início da década de 1980, conquistando cada vez mais simpatizantes por todo o Brasil.

A autora Biembengut (2009) ainda ratifica que:

Não há como subestimar o mérito e a validade das propostas dos precursores. Importa, antes de tudo, reconhecer as contribuições positivas oriundas pelos precursores da modelagem na educação; daquele pequeno grupo de professores que teve a iniciativa em realizar propostas de ensino de matemática por outros vieses e, por consequência, se motivou a contar sobre esta realização para outro

professor, e para tantos outros. E qualquer que seja o ponto teórico em questão, é fato que impulsionaram a Educação Matemática e, por recorrência, crenças matemáticas que permeiam o contexto social.

3.2 Definição de Modelagem Matemática

Neste tópico, são dadas a definição de Modelagem Matemática e as suas etapas como uma metodologia alternativa no processo de ensino aprendizagem.

A importância do aprendizado em matemática não se restringe apenas à sala de aula, onde o aluno só pensa em “passar de ano” na disciplina, de acordo com Bassanezi (2002): “A matemática não deve ser considerada importante simplesmente por alguma definição arbitrária ou porque mais tarde ela poderá ser aplicada. Sua importância deve residir no fato de poder ser tão agradável quanto interessante”.

Ainda sobre a Modelagem Matemática no meio educacional, Bassanezi (2002) afirma: “No setor educacional, a aprendizagem realizada por meio da modelagem facilita a combinação dos aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações”.

Barbosa (2001) aponta três perspectivas que a modelagem matemática pode apresentar de acordo com os objetivos que são almejados, a saber: “a pragmática, com ênfase no desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas, a científica, com ênfase na aprendizagem dos conceitos matemáticos e a sócio crítica, que sublinha a análise do papel dos modelos matemáticos na sociedade”.

Em relação à Modelagem Matemática, abrangeram-se os trabalhos de BURAK (1992), BASSANEZZI (2002), BARBOSA (2001), CALDEIRA (2009) e BIENBEMGUT (1990).

Na visão de Biembengut & Hein (2003), a interação que admite deve mudar uma situação real em um “modelo matemático” pertinente deve seguir três etapas básicas, sendo cada etapa subdividida em duas sub-etapas:

- *“Interação”*
 - Reconhecimento da situação-problema;
 - Familiarização com o assunto a ser modelado.

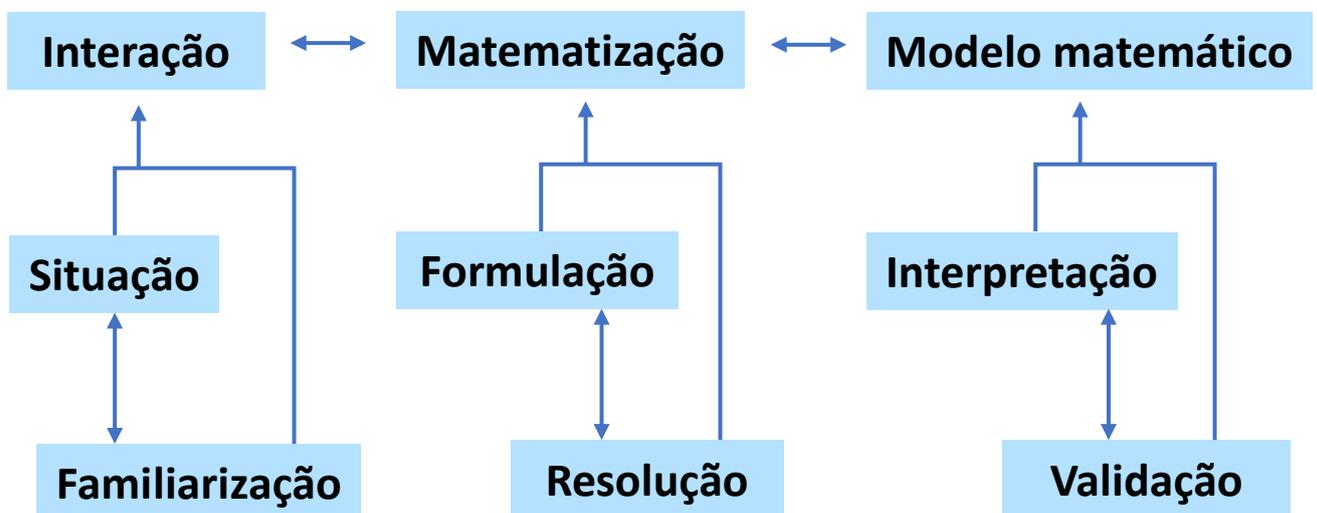
- *“Matematização”*

- Formalização do problema;
- Resolução do problema em termos do modelo.

➤ “*Modelo Matemático*”

- Interpretação da solução;
- Validação do modelo.

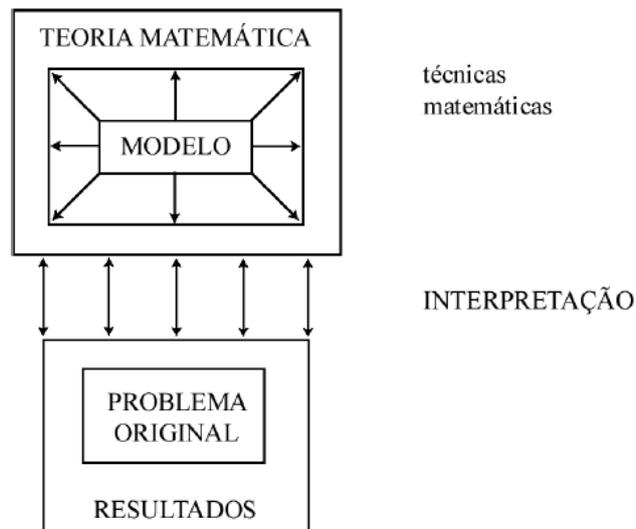
Figura 1 - Etapas da Modelagem Matemática



Fonte: Adaptado de BIEMBENGUT e HEIN, 2003.

Na concepção de Bassanezi (2002), o processo de Modelagem Matemática é uma “via de mão dupla”, onde o problema de alguma realidade é interpretado e escrito na linguagem matemática, sendo tratado e analisado através de técnicas matemáticas próprias e, no sentido oposto, por meio da matemática, alcançamos os resultados do problema na sua forma original. Este processo pode ser esquematizado pelo diagrama da Figura 2.

Figura 2 - Processo de Modelagem.



Fonte: Bassanezi, 2002.

Em relação às etapas do processo de Modelagem Matemática, Bassanezi (2002) as divide em: Experimentação, Abstração, Resolução, Validação, Modificação.

De maneira resumida, eis como Bassanezi as define:

1) Experimentação: É a etapa onde se pratica a obtenção das informações. Nessa etapa, a participação de um matemático pode ser essencial para o direcionamento da pesquisa no sentido de facilitar o processo.

2) Abstração: Nesta etapa, objetiva-se a formulação do Modelo Matemático, estabelecendo as variáveis, o problema na linguagem matemática, as hipóteses relacionando as variáveis e simplificar o problema tornando-o menos complexo.

3) Resolução: É a etapa que depende exclusivamente do matemático, não precisando estar necessariamente relacionado com o problema matemático em questão. O grau de dificuldade dessa etapa está sempre atrelado com a formulação que foi executada, podendo ser empregados métodos computacionais para desenvolver a resolução.

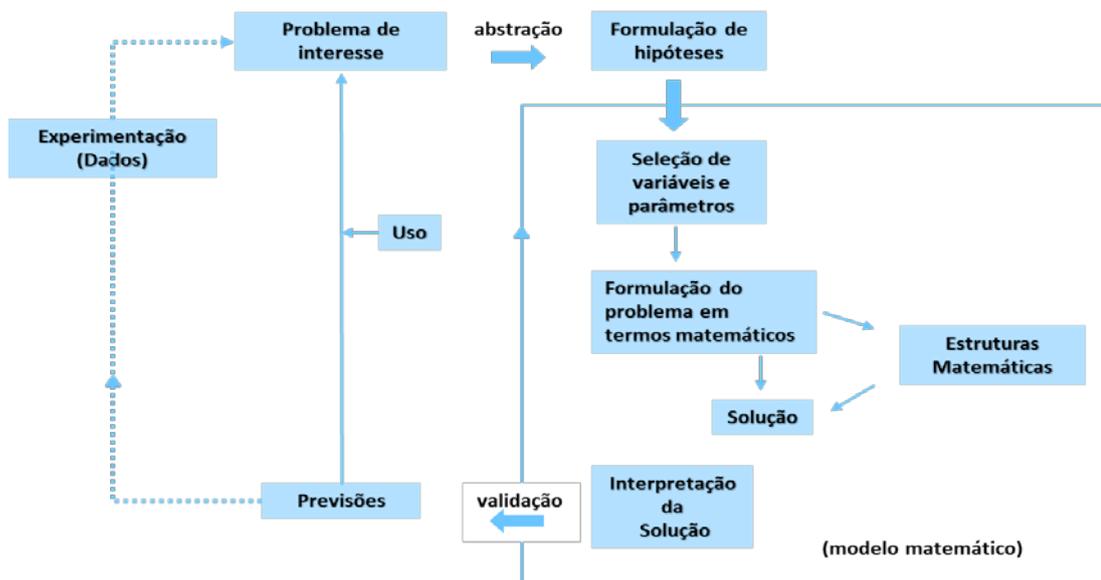
4) Validação: Bassanezi define essa etapa como um processo de aceitação ou não do modelo proposto. Além disso, nesta etapa são feitos os testes, confrontando os resultados obtidos com os valores obtidos no sistema real, isto é, os resultados devem ser

satisfatoriamente simples e representem de forma plausível o problema estudado.

5) Modificação: Bassanezi descreve esta última etapa como a de aceitação ou rejeição do modelo matemático em estudo. Ele ratifica ainda que todo modelo matemático é passível de modificações, podendo sempre ser melhorado.

O quadro abaixo exemplifica o processo de Modelagem Matemática por Bassanezi.

Figura 3 - Divisão de atividades intelectuais



Fonte: Adaptado de Bassanezi, 2002.

3.3 Resolução de Problemas

A Resolução de Problemas despontou no final dos anos 70, surgindo como uma metodologia de ensino a ser desenvolvida nas escolas. A principal referência bibliográfica dessa metodologia é George Polya, nascido em 13 de dezembro de 1887, na cidade de Budapeste e falecido em 7 de setembro de 1985, na região da Califórnia. Desde os tempos de aluno, Polya não se satisfazia apenas nas resoluções dos problemas, estando sempre a procurar motivações e procedimentos de resolução.

Sendo assim, Polya (1944) publicou em seu livro “A arte de resolver Problemas”, quatro etapas para organizar o processo de resolução de problemas:

1. Compreensão do problema;
2. Estabelecimento de um plano;
3. Execução do plano;
4. Retrospecto.

Dante (2002) cita alguns objetivos de utilizar a metodologia de resolução de problemas no ensino da matemática:

- Fazer o aluno pensar produtivamente;
- Desenvolver o raciocínio do aluno;
- Dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da matemática;
- Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas;
- Dar uma boa base matemática às pessoas.

Mediante a leitura e interpretação dos problemas é esperado que o aluno possua um envolvimento na procura por táticas de Resolução do Problema, na insistência em achar uma solução e na expansão de conceitos e ideias que ele já contém. Com base nisso, é importante que o professor realize a seleção do problema de acordo com os objetivos a serem almeçados, fazendo uso adequado dessa metodologia, seja para praticar alguns conceitos ou ideias já desenvolvidas, ou mesmo, elaborar problemas que possibilitem aos alunos pensarem e que os coloque frente a diferentes situações.

3.4 Conexão entre a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas

Diante do que foi visto na seção anterior, percebe-se a conexão entre a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas que, de modo geral, tem as seguintes etapas:

- 1^a: definição do problema;
- 2^a: simplificação e formulação de hipóteses;
- 3^a: dedução do modelo matemático;
- 4^a: resolução do problema matemático;
- 5^a: validação;
- 6^a: aplicação do modelo.

Essa relação entre essas duas linhas de pesquisa como metodologia do processo de ensino e aprendizagem de matemática é ressaltado pelas orientações curriculares (2006; p.84-85):

(...) A Modelagem Matemática percebida como estratégia de ensino, apresenta fortes conexões com a ideia de resolução de problemas (...) Ante uma situação problema ligada ao mundo real, com sua inerente complexidade, o aluno precisa mobilizar um leque de competências: selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar, ou seja, formular o problema teórico na linguagem do campo matemático envolvido; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado, o que, muitas vezes, requer um trabalho de simplificação quando o modelo originalmente pensado é matematicamente muito complexo; validar, isto é, confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes; e eventualmente ainda, quando surge a necessidade, modificar o modelo para que esse melhor corresponda à situação real, aqui se revelando o aspecto dinâmico da construção do conhecimento.

Segundo o autor, estas duas linhas de pesquisa divergem no que diz respeito a trabalhar conceitos e ideias que atentem para a realidade e o dia a dia do aluno, visto como um aspecto motivacional e emocional, fatores esses que pesam positivamente e colaboram no processo de aprendizagem.

4 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

4.1 O livro didático na abordagem de modelagem matemática

De acordo com Brum (2013), os principais amplificadores que potencializam o fracasso da aprendizagem matemática são: os professores de matemática, os manuais, a família, as políticas educacionais e a formação inicial e continuada. Diante desse cenário, os PCN (BRASIL, 1998) destacam que o estudo da matemática é uma poderosa ferramenta e desempenha um papel importantíssimo na formação básica no cidadão brasileiro. Porém, estudos têm apontado que os alunos não conseguem utilizar os conhecimentos matemáticos adquiridos para solucionar novas situações, evidenciando que a matemática que está sendo ensinada não possui significado por parte dos alunos.

Para ensinar um determinado conteúdo, a ferramenta mais utilizada pelos professores é o livro didático. É nele que o aluno obtém as teorias registradas que irão estudar ao longo do ano letivo. Brum (2013) faz uma breve descrição das características dos livros didáticos na educação matemática, afirmando que:

(...) em sua quase totalidade, apresentam um descompasso entre os conteúdos abordados e a realidade em que o estudante está inserido. Carregados de imagens superficiais e ausências de contextualização, o livro didático parece mais um telefone com mensagem eletrônica que informa: “Se precisar de apoio, olhe o fim do livro ou fique atento aos macetes”.

Muitos professores elaboram seus planejamentos anuais copiando o sumário do livro didático que irão adotar no referido ano, sem observarem a importância de cada conteúdo e a sua real necessidade de ser abordado naquele momento. Outro fato que também deve ser citado é a forma como os livros didáticos são escolhidos, as editoras oferecem suas coleções às escolas e estas fazem suas escolhas pelo mais votado por cada professor de forma individual, não havendo uma discussão por área para que a escolha seja decidida por um grupo. Ainda sobre a escolha dos livros didáticos, Pereira et al (2015) corroboram que:

Em muitas escolas o livro é imposto ao corpo docente, por causa de convênios entre as instituições de ensino e as editoras ou ainda, a escolha se limita ao (pré) conceito

que o professor tem sobre as editoras: “editoras grandes” apresentam livros bons, enquanto “editoras pequenas” apresentam livros ruins.

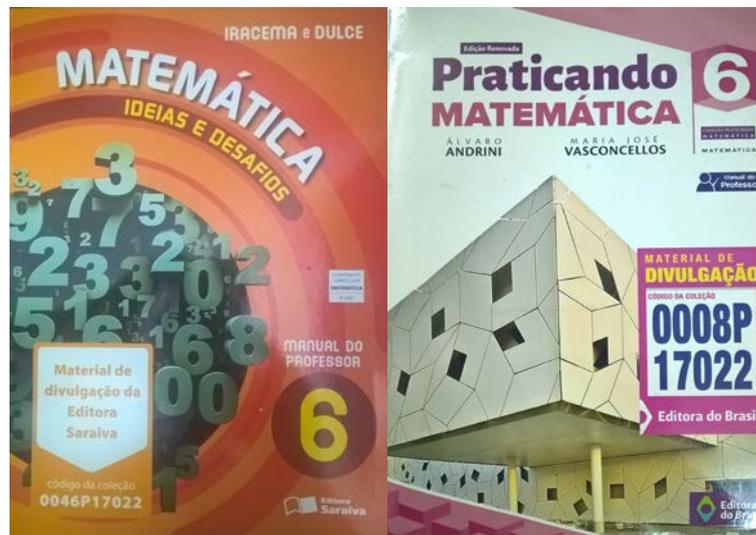
O livro didático não é um instrumento encaminhado prioritariamente ao aluno e sim uma iniciativa comercial, nos países capitalistas, com a proposta de vender o livro conquistando certo público alvo, não formado mais por alunos e sim por professores, pois são eles que realizam as escolhas e indicam o mesmo em suas respectivas listas de materiais. Mas como pode o livro didático ser elaborado para conquistar professores se os mesmos não estiverem enquadrados nas realidades vividas pelos diferentes grupos de alunos que utilizarão o mesmo? É com esta proposta da utilização do livro didático, que Oliveira (2007, p.29) menciona:

O uso do livro didático na escola deve fornecer a aprendizagem do aluno, levando-o ao domínio e reflexão dos conhecimentos escolares para que possa ampliar a compreensão da realidade, formulando hipóteses de solução para os problemas atuais, ou seja, o livro deve ser um subsídio para promover o exercício da cidadania.

É com esta perspectiva que o livro didático foi utilizado nesta pesquisa, procurando trabalhar conceitos matemáticos ligados à realidade do aluno, promovendo o exercício da cidadania visando atingir uma aprendizagem significativa, onde o aluno saiba empregar conhecimentos matemáticos nas resoluções dos problemas atuais.

Para encerrar este tópico, vale lembrar que todas as questões da atividade 6 foram extraídas de dois livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental, ilustrados pela figura 4.

Figura 4 - Livros didáticos utilizados na elaboração da atividade 6



Fonte: O autor, 2016.

4.2 A utilização da Modelagem Matemática no processo ensino/aprendizagem

Várias pesquisas apontam que a disciplina em que os alunos apresentam maiores dificuldades é a matemática. Segundo os PCN (BRASIL,1997, p.22) “Frequentemente, a Matemática tem sido apontada como disciplina que contribui significativamente para elevação das taxas de retenção”. Oliveira (2007) ratifica que: “A matemática não é a única matéria que os jovens se deparam com dificuldades, mas é a matéria em que são maiores as dificuldades dos alunos”. Além das dificuldades mentais, psicológicas e pedagógicas, existe a falta de percepção dos alunos em compreender a importância da matemática fora da sala de aula. Segundo a agência brasileira EBC, no último Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) divulgado em 2013, o Brasil ficou em 58º lugar dos 65 países que foram comparados no desempenho matemático.

O PCN (BRASIL,1997, p.25) realça a importância da matemática no ensino fundamental, vejamos:

Para tanto, é importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares.

Pensando em melhorar as atitudes dos alunos em relação à matemática, Bassanezi (2009) aponta seis motivos para a inclusão da Modelagem no ensino:

- Motivação;
- Facilidade para compreender melhor os argumentos matemáticos e valorizá-los;
- Preparação para utilizar a matemática em diversas áreas;
- Desenvolvimento do raciocínio, lógico e dedutivo em geral;
- Desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e competência crítica;
- Compreensão do papel sociocultural da matemática.

Empregar a Modelagem Matemática, segundo Bassanezi, é uma nova forma de enfrentar a Matemática e tem se mostrado uma ferramenta de ensino eficaz. Na esfera educacional, a Modelagem Matemática se apresenta como uma metodologia capaz de trabalhar o senso crítico do aluno, tornando um sujeito questionador de sua realidade. Sobre isso, Barbosa (2001) diz: “Isso não significa que os alunos possam desenvolver complexas análises sobre a matemática no mundo social, mas que Modelagem possui o potencial de gerar algum nível de crítica”.

O processo ensino aprendizagem de matemática nas escolas da rede pública, e até mesmo na rede particular, vem sendo desenvolvido de maneira desmotivadora, tradicional e mecânica. Assim os alunos não enxergam a indispensabilidade de estudar matemática, perdendo a motivação e o interesse nesta disciplina. Diante desta prática, a importância da matemática vem sendo debatida de forma constante e o uso de novas metodologias de ensino está cada vez mais em pauta no cenário educacional como potencializadores neste processo. Em relação à aplicabilidade da Modelagem Matemática na aprendizagem, Carminati (2007,

p.4) diz: “A modelagem matemática tem como pressuposto que o ensino e a aprendizagem da Matemática podem ser potencializados ao se problematizarem situações do cotidiano.”

De acordo com Lima (1999), o ensino da matemática deve englobar três elementos essenciais: Conceituação, Manipulação e Aplicação. Estes elementos são fundamentais na organização do ensino da matemática contribuindo positivamente na aprendizagem. A conceituação consiste na familiarização progressiva dos alunos com as técnicas matemáticas. Já a manipulação representa o abastecimento aos alunos de competências para efetuar, sem maiores complicações, os cálculos matemáticos que aparecerão. O último dos elementos, a aplicação, utiliza a Modelagem Matemática, pois compreende um elemento que fornece condições aos alunos para saberem aplicar seus conhecimentos em situações do cotidiano e de suas realidades. Esses elementos são etapas do processo de aprendizagem que, quando trabalhadas de forma equilibrada, tendem a despertar o interesse dos alunos pela matemática, tornando-o um cidadão crítico que sabe pensar e agir matematicamente, atributos que são desenvolvidos quando a dosagem adequada desses elementos é respeitada e balanceada. Em relação a esse interesse, Lima diz:

As aplicações constituem, para muitos alunos de nossas escolas, a parte mais atraente (ou menos cansativa) da matemática que estudam. Se forem formuladas adequadamente, em termos realísticos, ligados a questões e fatos da vida atual, elas podem justificar o estudo, por vezes árido, de conceitos e manipulações, despertando o interesse da classe.

4.3 A função do professor no uso da modelagem matemática em sua prática docente

A matemática que vem sendo ministrada em sala de aula por muitos professores, na prática, não possui finalidade no dia a dia do aluno, se resumindo na maioria das vezes em decorar fórmulas prontas e a execução de algoritmos mecânicos e, em consequência disto, os professores raramente criam condições para que os alunos utilizem os ensinamentos que lhes foram passados na resolução de problemas na prática do seu dia a dia. Em relação a isso, Oliveira (2013, p.10) completa: “... quem de fato convive com a matemática sabe que o verdadeiro problema que assola o ensino dessa disciplina tem origens na má formação inicial e continuada dos professores”.

Nesse sentido, torna-se necessário e urgente que o professor assuma a postura de um orientador em sala de aula e não, supostamente, o único a ter a palavra no processo de aprendizagem. Vários obstáculos contribuem para uma aprendizagem defasada no ensino da matemática e, em relação aos professores Brum (2013) afirma que:

Os professores de Matemática, pressionados muitas vezes pelos pais de estudantes que não acompanham o ritmo de aprendizagem e por governantes que instituem estratégias utópicas e salvadoras, como a progressão automática e a teoria dos ciclos, ainda sofrem com a desvalorização salarial e com as múltiplas funções que precisa exercer em sala de aula.

Trabalhar com Modelagem Matemática como ferramenta metodológica requer três coisas primordiais: entusiasmo, criatividade e flexibilidade, tanto dos alunos como também dos professores, pois neste processo, pode-se deparar com obstáculos que podem interferir no uso desta ferramenta. De acordo com Sadovsky (2007), hoje vemos um profissional que trabalha de manhã, de tarde e de noite para ganhar um salário decente. Nessa rotina, fica muito difícil fazer capacitação, refletir constantemente e atualizar-se. Além disso, a capacitação inadequada dos professores se faz presente e é citado nos PCN (BRASIL,1997, p.22) como um item de justificativa ao baixo aprendizado matemático. Vejamos:

Parte dos problemas referentes ao ensino de Matemática estão relacionados ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada. Decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que, infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória. A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho.

Com base no que foi dito neste item, fica visível que o fracasso da aprendizagem matemática nas escolas não está atrelado apenas à falta de interesses dos alunos, ou, como muitos docentes gostam de dizer, “a culpa é sempre dos alunos”. Grande parte desse fracasso está condicionada à formação dos professores e a conduta que os mesmos tomam nas escolhas de suas metodologias, sem se preocupar em se qualificar e utilizando métodos obsoletos à nossa sociedade. Ainda segundo o PCN (1997, p.30) ratifica que “Naturalmente, à medida que se redefine o papel do aluno perante o saber, é preciso redimensionar também o papel do professor que ensina Matemática”.

5 APLICAÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES EM SALA DE AULA

Seria conflitante escrever sobre modelagem matemática e não utilizar a mesma em sala de aula. Neste capítulo será exibida uma aplicação de modelagem matemática em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental do turno da manhã da Escola Municipal Araújo Porto Alegre. No turno matutino, a escola oferece o ensino fundamental do 1º ao 9º ano. Muitos desses alunos da escola são oriundos da comunidade do Borel e veem no esporte uma forma de se divertirem e até quem sabe, de ascensão social.

A ideia de trabalhar Modelagem Matemática através dessas atividades foi fugir dos métodos tradicionais, rompendo as barreiras nas quais os professores pensam que o mais importante ao final do ano letivo é ter cumprido todo o currículo escolar. Nesse sentido, Bassanezi (2002, p.43) ratifica:

A maior dificuldade que notamos para a adoção do processo de modelagem, pela maioria dos professores de matemática, é a transposição da barreira naturalmente criada pelo ensino tradicional onde o objeto de estudo apresenta-se quase sempre bem delineado, obedecendo a uma sequência de pré-requisitos e que vislumbra um horizonte claro de chegada – tal horizonte é muitas vezes o *cumprimento do programa da disciplina*.

A escola em questão que leciono tem a proposta de trabalhar projetos extraclases. No ano de 2016, o tema gerador foram as Olimpíadas. Estes projetos foram desenvolvidos com os professores de maneira interdisciplinar e apresentados no centro de estudos que acontece na escola uma vez por bimestre. De acordo com os PCNs a relação da matemática com temas transversais é um procedimento inovador e que a cada dia mais tem sido praticada em projetos nas escolas. Ainda no que diz respeito à utilização dos projetos como alternativa de ensino, os PCNs (BRASIL, 1997, p.26) corrobora que:

Os projetos proporcionam contextos que geram a necessidade e a possibilidade de organizar os conteúdos de forma a lhes conferir significado. É importante identificar que tipos de projetos exploram problemas cuja abordagem pressupõe a intervenção da Matemática, e em que medida ela oferece subsídios para a compreensão dos temas envolvidos.

Em um estudo realizado com seus alunos, Alves (2016) realizou a seguinte indagação: “De que maneira você acha que seu professor deveria ensinar Matemática para que você pudesse aprender melhor”? Diversas respostas foram obtidas, mas as que mais se destacaram foram aquelas em que apareceram atividades práticas como proposta de ensino, validando a perspectiva de que a matemática na sala de aula deve ter associação com a matemática do dia a dia do aluno.

Com as informações acima, criou-se uma situação favorável para se trabalhar com a Modelagem Matemática. No primeiro encontro com a turma 1601, conversei com os alunos sobre o projeto e o tema gerador. Escutei inúmeras coisas, até que o estado islâmico já estaria infiltrado no Brasil para cometer atentados terroristas. Então sugeri à turma ideias de temas para serem trabalhados nesse projeto. Com muita euforia e vários alunos falando ao mesmo tempo, percebi que o plano inicial não estava dando certo. Foi aí que surgiu a ideia da primeira atividade, a redação inicial. Em seguida, foi elaborado um questionário com perguntas relacionadas à disciplina matemática, com o propósito de conhecer um pouco de como os alunos veem a matemática inserida como disciplina. As atividades 3, 4 e 5 foram elaboradas com base no que foi coletado na atividade 1, onde, com o emprego do software IRAMUTEQ, foi percebido que algumas palavras se repetiram com maior frequência nas redações analisadas. As palavras que mais se repetiam e que escolhemos trabalhar nestas atividades foram medalhas, atletas e esportes. Na atividade 6, foram extraídas questões de dois livros didáticos do sexto ano, já citados na metodologia, onde foram trabalhadas questões que tivessem alguma relação com o cenário esportivo. A última atividade, a redação final, foi pensada para tentar perceber de alguma forma, se houve uma mudança de como os alunos enxergam a matemática após a aplicação de todas as atividades anteriores.

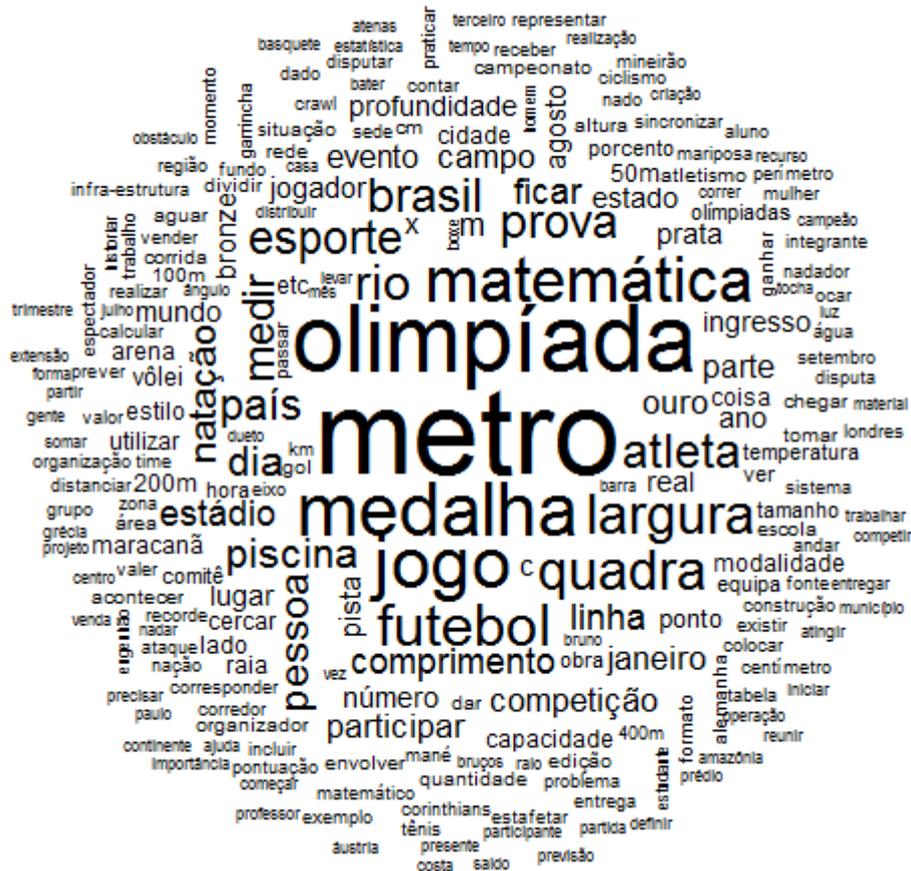
5.1 Atividade I: Redação Inicial

Esta primeira atividade teve como propósito conhecer um pouco como os alunos veem a matemática inserida no meio olímpico e esportivo e, assim, tomar essas redações como ponto de partida na elaboração das demais atividades de Modelagem Matemática. Esta atividade foi a única aplicada nas quatro turmas de ensino fundamental II da escola no turno da manhã, pois, como a maioria dos alunos são oriundos de uma mesma comunidade, tendo entre eles parentes inclusive, percebi que aplicando esta atividade para todos, eu teria um retorno mais amplo, com mais ideias que me ajudariam a elaborar as demais atividades. Bassanezi (2002, p.46) corrobora que: “É muito importante que os temas sejam escolhidos pelos alunos que, desta forma, se sentirão corresponsáveis pelo processo de aprendizagem, tornando sua participação mais efetiva”.

Nesta etapa inicial, foi solicitado aos alunos das 4 turmas (1601,1701,1801 e 1901) no dia 28/06 que realizassem uma redação cujo tema fosse a matemática inserida no meio olímpico ou esportivo, informei que poderiam pesquisar na internet ou até mesmo pedir ajuda a parentes e amigos, com algumas regras básicas, tais como mínimo de 10 linhas, que fosse feita à caneta e a data limite de entrega, que foi dia 08/07.

Foram entregues até o dia proposto 62 redações das quatro turmas do ensino fundamental do turno da manhã. Alguns alunos relacionaram em suas redações mais de uma ideia com a matemática, por isso o número total de ideias é maior que o número total de redações. Com o auxílio do software IRAMUTEQ, foi possível detectar as principais palavras das redações elaboradas pelos alunos. A seguir, a figura 5 apresenta um quadro com estas palavras.

Figura 5 – IRAMUTEQ 1



Fonte: O autor, 2017.

Com base nesses dados retirados das redações dos alunos, foram elaboradas as demais atividades para dar continuidade à pesquisa. Antes de trabalhar com as principais ideias dos alunos, foi elaborado um questionário para conhecer um pouco mais do que os alunos pensam em relação à matemática. Já as atividades de números 3, 4 e 5 foram elaboradas tendo como referencial as ideias que os alunos escreveram em suas redações. Todas as próximas atividades foram aplicadas somente na turma 1601 do turno da manhã.

5.2 Atividade II: Questionário Prático aos alunos

Ao final da primeira atividade, foi realizada uma pesquisa de campo por meio de um questionário (Anexo A) aplicado no dia 12/09 contendo dez perguntas, todas respondidas de forma individual, cujo objetivo foi analisar como os alunos enxergam a matemática, sendo esta, uma disciplina sempre muito temida por eles. Dessas dez perguntas, oito são do tipo objetivas com opções de Sim ou Não como respostas e as duas últimas são questões discursivas, onde procuro extrair um pouco mais da dificuldade deles nesta disciplina. Para uma melhor interpretação das respostas obtidas, os resultados das perguntas objetivas virão acompanhados de um gráfico de barras juntamente com o percentual para cada resposta, onde as cores verde e vermelha equivalem às respostas SIM ou NÃO, respectivamente. Após cada gráfico seguem algumas observações pertinentes a cada questão. Para as duas questões discursivas, serão esboçados gráficos (de colunas e de setor) para facilitar a leitura dos resultados obtidos e, logo abaixo, também poderão aparecer algumas considerações referentes a cada pergunta. Assim, seguindo essas regras de apresentação e, mediante as respostas dadas pelos alunos que participaram da pesquisa, são exibidas as perguntas do questionário correlacionando o número de alunos com suas respectivas respostas (gráfico 1- 8, no qual o eixo horizontal representa o número de alunos e o eixo vertical a porcentagem das respostas SIM ou NÃO). Para esta etapa da pesquisa, participaram 28 alunos.

Pergunta 1 - Em sua opinião, a matemática é importante na sua vida?

Para a primeira pergunta, todos os 28 alunos responderam que sim.

Gráfico 1 - Resultado da pergunta 1 - Atividade II



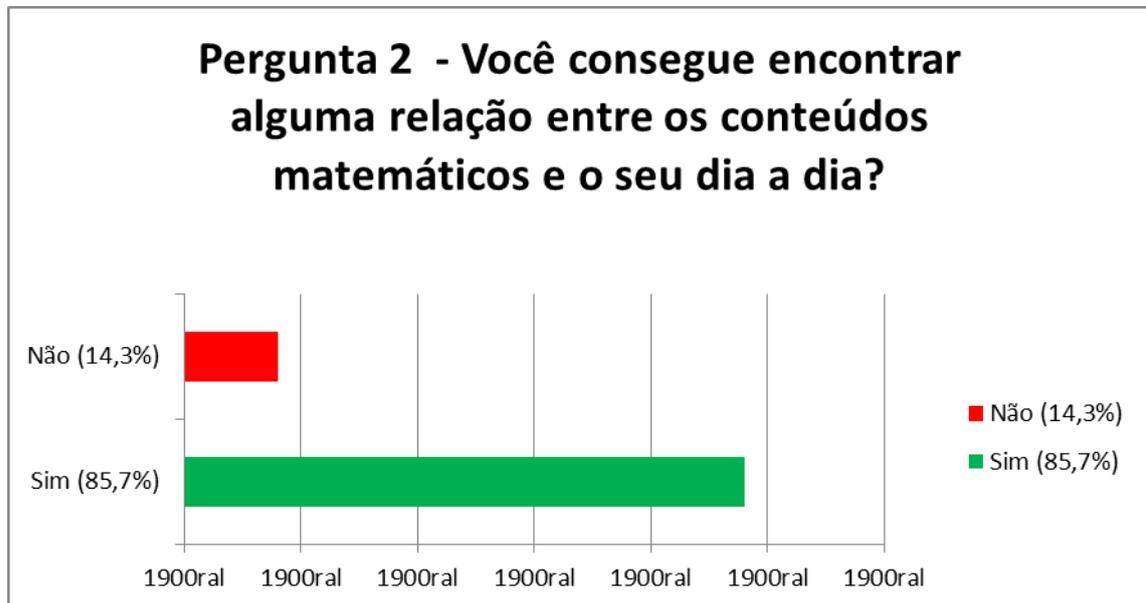
Fonte: O autor, 2016.

Todos os alunos, ou seja, 100%, responderam que a matemática é importante em suas vidas, mesmo não tendo a real noção do papel da matemática como formadora de opiniões. Além disso, a matemática é a ciência que prepara o homem para ser bem-sucedido em suas carreiras.

Pergunta 2 - Você consegue encontrar alguma relação entre os conteúdos matemáticos e o seu dia a dia?

Para a segunda pergunta, 24 alunos responderam Sim e 4 NÃO.

Gráfico 2 - Resultado da pergunta 2 - Atividade II



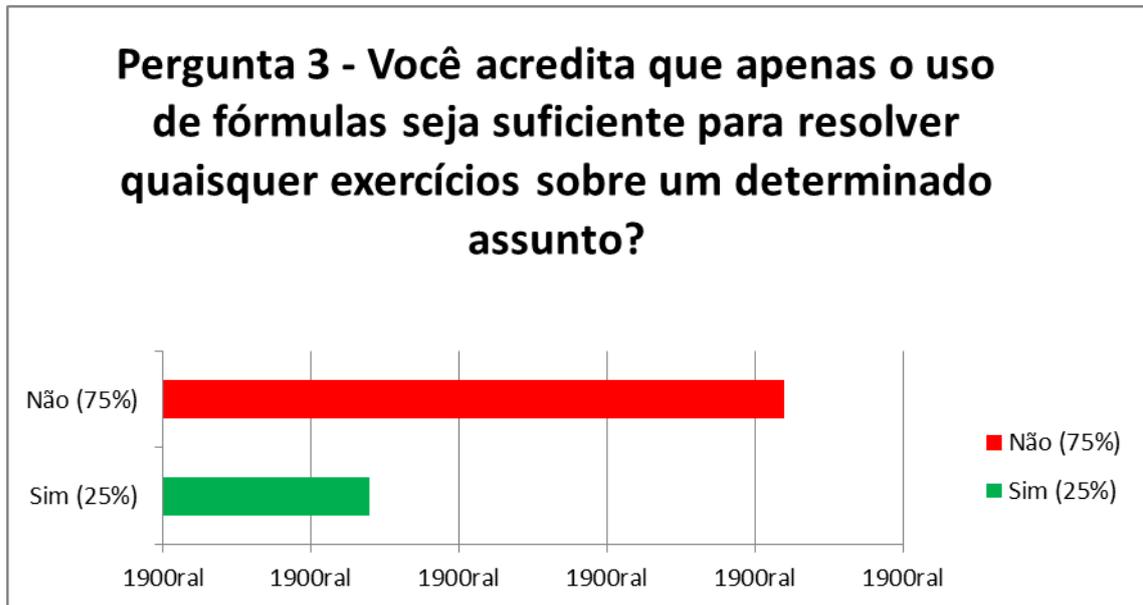
Fonte: O autor, 2016.

A grande maioria dos alunos (85,7%) respondeu que conseguem encontrar relação entre a matemática e o seu cotidiano, o que me leva a crer que, além de a considerarem uma disciplina importante, também conseguem perceber que a mesma está além da sala de aula apenas.

Pergunta 3 - Você acredita que apenas o uso de fórmulas seja suficiente para resolver quaisquer exercícios sobre um determinado assunto?

Para a terceira pergunta, 7 alunos responderam SIM e 21 NÃO

Gráfico 3 - Resultado da pergunta 3 - Atividade II



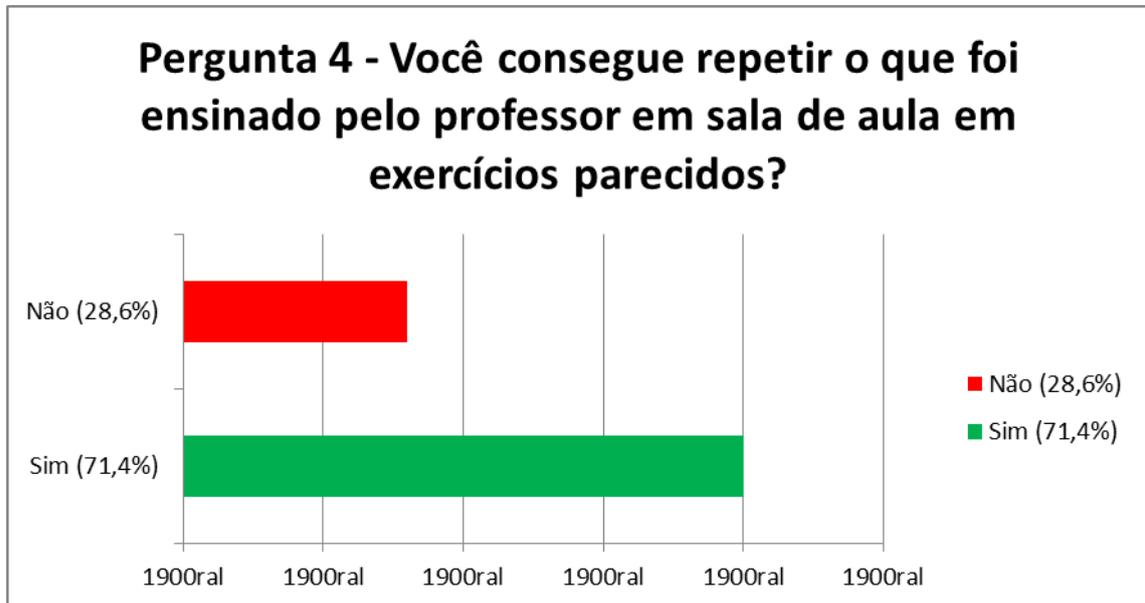
Fonte: O autor, 2016.

Apenas 25% da turma acredita que a matemática seja resumida apenas em utilizar fórmulas. Tal percentual representa que os alunos têm esperança de aprenderem uma matemática desligada de fórmulas e mecanismos que não os levem a pensar matematicamente e sim, uma matemática mais voltada para a sua realidade.

Pergunta 4 - Você consegue repetir o que foi ensinado pelo professor em sala de aula em exercícios parecidos?

Para a quarta pergunta, 20 alunos responderam SIM e 8 NÃO.

Gráfico 4 – Resultado da pergunta 4 – Atividade II



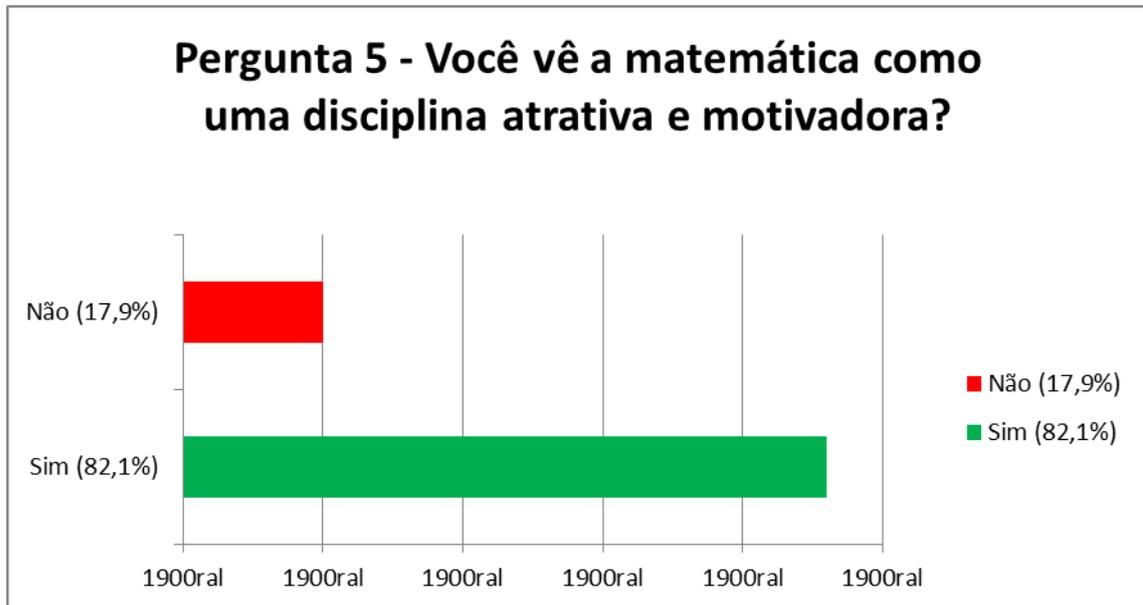
Fonte: O autor, 2016.

Para esta pergunta, 71,4% dos alunos responderam que conseguem repetir o que ensinado pelo professor, pensando assim a matemática como uma disciplina mecânica, onde os alunos veem a repetição dos exercícios como algo que está relacionado a aprender matemática.

Pergunta 5 - Você vê a matemática como uma disciplina atrativa e motivadora?

Para a quinta pergunta, 23 alunos responderam SIM e 5 NÃO.

Gráfico 5 – Resultado da pergunta 5 – Atividade II



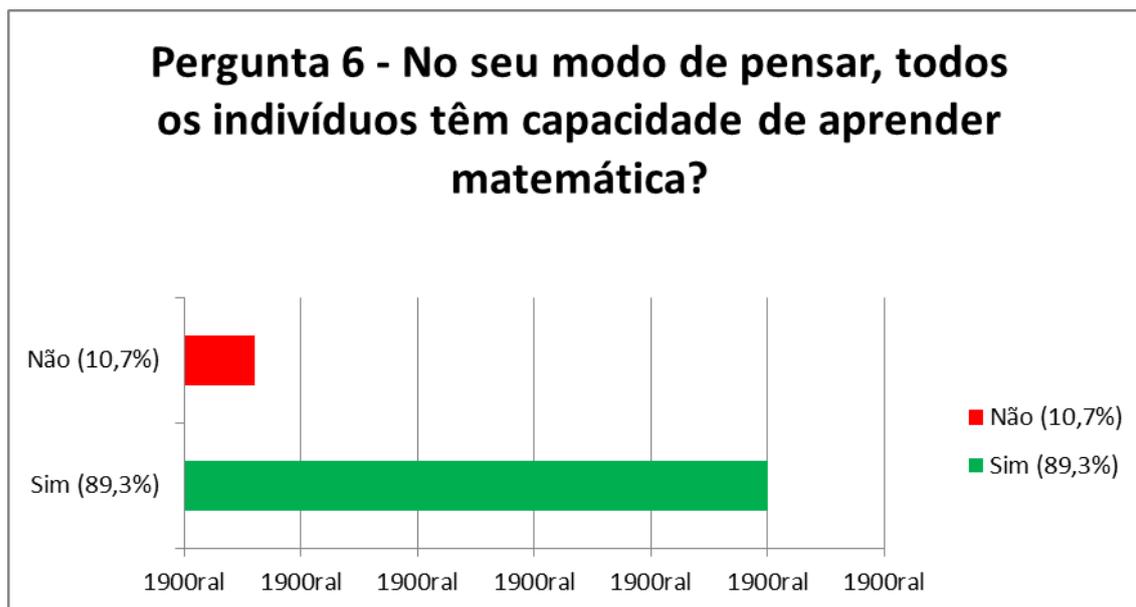
Fonte: O autor, 2016.

Para esta resposta, obtive 82,1% dos alunos dizendo que a consideram uma disciplina atrativa e motivadora, o que nos leva a crer que a dificuldade que muitos apresentam em matemática esteja diretamente ligada com a forma que está vem sendo ensinada ao longo dos tempos.

Pergunta 6 - No seu modo de pensar, todos os indivíduos têm capacidade de aprender matemática?

Para a sexta pergunta, 25 alunos responderam que SIM e 3 NÃO.

Gráfico 6 – Resultado da pergunta 6 – Atividade II



Fonte: O autor, 2016.

Para esta pergunta, apenas 10,7% dos alunos pesquisados consideram que nem todos conseguem aprender matemática, revelando que uma esmagadora parte dos alunos creem que todos possuem capacidade de aprender esta disciplina. Além de acreditarem nesta indagação, percebi também que eles possuem muita vontade de aprender e acabar com esse mito que a matemática é um “bicho de 7 cabeças”.

Pergunta 7 - Você já utilizou a matemática em suas brincadeiras ou atividades físicas/esportivas?

Para a sétima pergunta, 19 alunos responderam SIM e 9 NÃO.

Gráfico 7 – Resultado da pergunta 7 – Atividade II



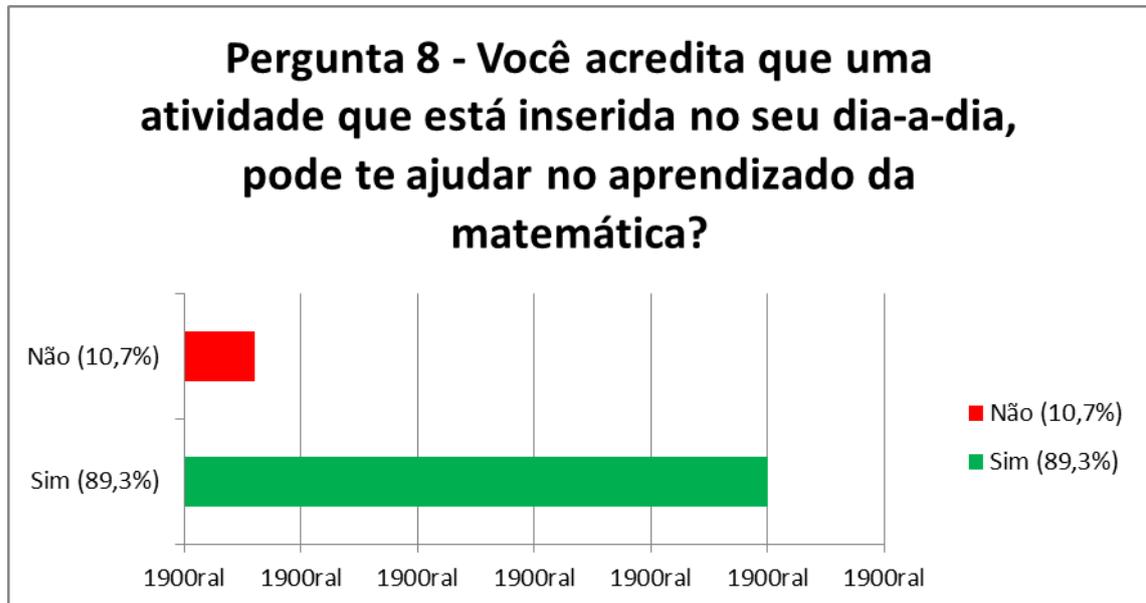
Fonte: O autor, 2016.

Ao serem questionados quanto à utilização da matemática em suas brincadeiras, 67,8% já a utilizaram, sendo assim, os mesmos conseguem enxergar a aplicabilidade da mesma além da sala de aula. Considero essa informação sendo de suma importância, pois é interessante perceber que mais da metade de uma turma de 6º ano já vivenciou e percebeu a matemática fora da sala de aula, e mais importante que isso, utilizaram a mesma em suas recreações, fortalecendo a ideia de que a matemática vai muito além dos quatro cantos de uma sala de aula.

Pergunta 8 - Você acredita que uma atividade que está inserida no seu dia a dia pode te ajudar no aprendizado da matemática?

Para a oitava pergunta, 25 alunos responderam SIM e 3 NÃO.

Gráfico 8 – Resultado da pergunta 8 – Atividade II



Fonte: O autor, 2016.

Perguntados se acreditam que uma atividade que está inserida no seu dia a dia pode ajudar no aprendizado matemático, 89,3% responderam que sim, indicando que uma aula diferente dos moldes tradicionais e mecânicos facilitaria a aprendizagem e tornaria a matemática mais atrativa e motivadora. Vale ressaltar que, muitas das vezes, o professor não está capacitado para aderir a essa metodologia de trabalhar a matemática inserida no contexto da vivência do aluno, utilizando os mesmos recursos pedagógicos em suas aulas há anos, não percebendo a necessidade de evoluir e tornar suas aulas mais interessantes.

Pergunta 9 - Qual a sua maior dificuldade em aprender matemática?

Para esta pergunta, as respostas foram divididas em três grupos, grupo 1, grupo 2 e grupo 3. O grupo 1 engloba os alunos que não responderam à pergunta de maneira satisfatória, ou melhor, não apresentaram clareza em suas respostas, escrevendo coisas do tipo: Sim, mais ou menos, nenhuma e até mesma uma resposta que apresentava uma incoerência com a pergunta feita, que pode ser melhor vista na figura abaixo.

Figura 6 – Resposta de um aluno referente a pergunta 9 - Atividade II

9) Qual a sua maior dificuldade em aprender matemática?

Não tenho muitas dificuldades
maior eu tenho

Fonte: o Autor, 2017.

Já o grupo 2 compreende os alunos que, para esta pergunta, citaram algum tópico matemático que possuem dificuldades, tais como: divisão, medidas, porcentagem, tabuada, raiz quadrada e MMC. Para esta pergunta, destaco a resposta de dois alunos de números, que possuíam dúvidas em mais de um assunto, sendo o primeiro na divisão e MMC e o segundo também na divisão e na raiz quadrada como seguem as imagens.

Figura 7 – Resposta de um aluno referente a pergunta 9 - Atividade II

9) Qual a sua maior dificuldade em aprender matemática?

É minha maior dificuldade em matemática
e sobre divisões um pouco e M.M.C.

Fonte: o Autor, 2017.

Figura 8 – Resposta de um aluno referente a pergunta 9 - Atividade II

9) Qual a sua maior dificuldade em aprender matemática?

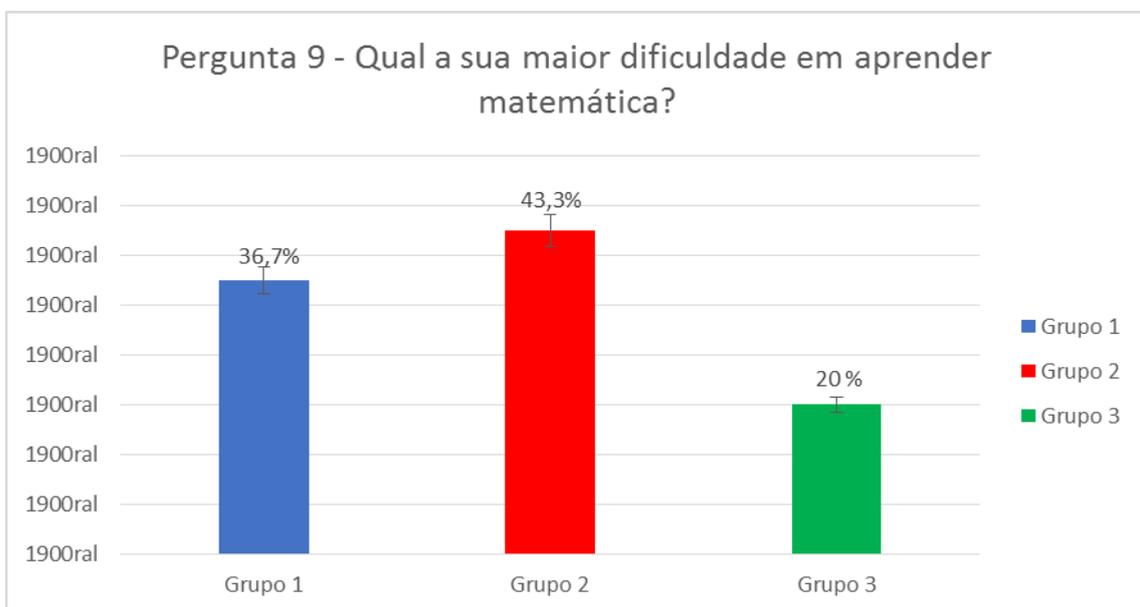
É a raiz quadrada e contas de divisão

Fonte: o Autor, 2017.

O grupo 3 abrange as respostas em que o aluno justificou sua dificuldade por algum motivo que não sejam especificamente conteúdos matemáticos, seja pela quantidade excessiva de faltas, seja por comportamento da turma durante a realização de tarefas e até mesmo por desvio de atenção na hora da explicação do professor.

Das 28 respostas para esta pergunta, 11 foram enquadradas no grupo 1, 13 no grupo 2 e 6 no grupo 3. Vale destacar que logo abaixo do gráfico observaremos algumas informações pertinentes.

Gráfico 9 - Resultado da pergunta 9 – Atividade II



Fonte: O autor, 2016.

Podemos observar que houve um equilíbrio entre as respostas dos grupos 1 e 2, apontando que muitos apresentam dificuldades em conteúdos matemáticos, mas também uma parcela significativa da turma não soube expressar nem a dificuldade que apresentam nesta disciplina que, culturalmente, é a que apresenta maiores índices de retenção.

Pergunta 10 – O que você acha da disciplina matemática?

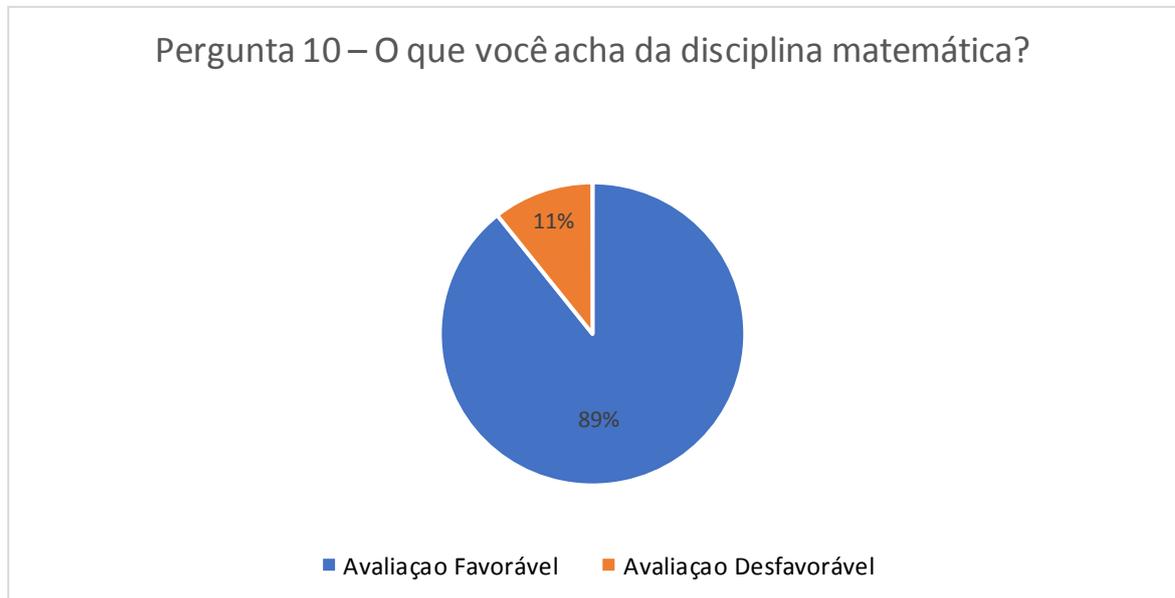
Para facilitar a interpretação dos resultados a essa pergunta, dividi as 28 respostas obtidas dos alunos pesquisados em duas classes:

Classe A - Avaliação Favorável: compreende os alunos que, de alguma maneira, se colocaram de forma positiva perante a matemática, englobando as respostas “muito boa”, “boa”, “legal”, “importante”, “interessante”, “que merece respeito” e “até que é boa para testar o cérebro”.

Classe B - Avaliação Desfavorável: representa os alunos que, de certa forma, não consideram esta disciplina satisfatória para ser estudada por eles, tendo como respostas “mais ou menos boa”, “ruim, embora boa” e que “apresenta dificuldade, mas a acha legal”.

Dos 28 alunos que participaram da atividade II, 25 avaliaram a matemática de forma positiva (área azul) e apenas 3 (área laranja) a avaliaram de forma não tão satisfatória. Vejamos o gráfico 10.

Gráfico 10 - Resultado da pergunta 10 – Atividade II



Fonte: O autor, 2016.

5.3 Atividade III: Quadro de medalhas da Rio 2016

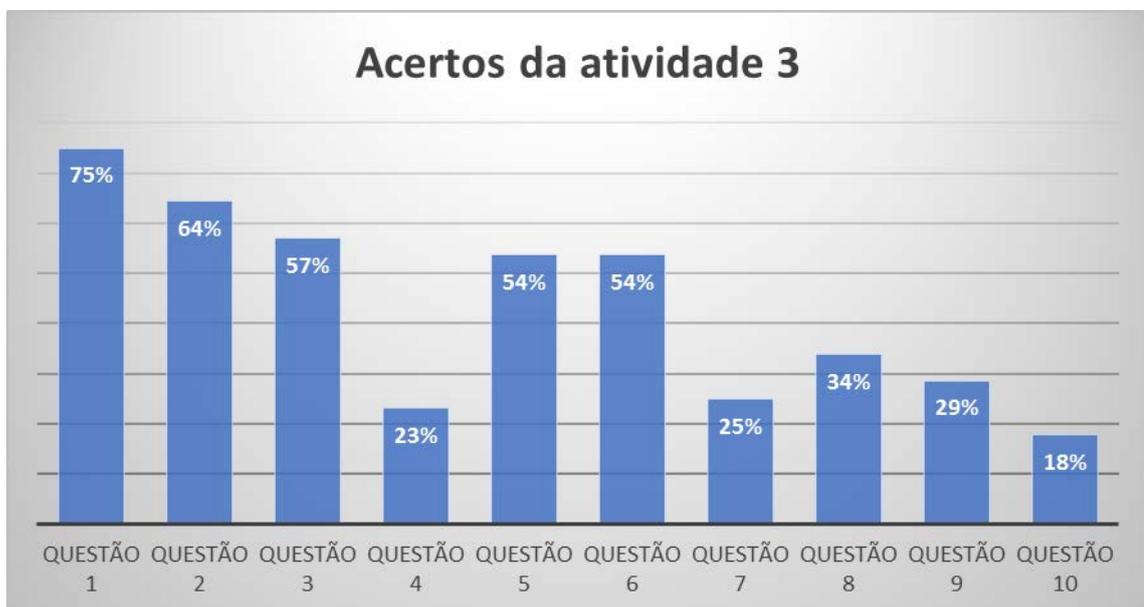
A fase seguinte (atividade III) foi aplicada no dia 12/09/2016 durante dois tempos seguidos de aula, cada tempo contendo 50 minutos. Os alunos realizaram esta atividade de forma individual e, para esta atividade estiveram presentes os mesmos 28 alunos que realizaram a atividade anterior.

Para a atividade III, que consiste em trabalhar a matemática utilizando o quadro de medalhas das olimpíadas 2016, foi apresentada uma tabela com os 16 países mais bem colocados nas olimpíadas RIO 2016. Esta atividade (Anexo B) teve início a partir do que foi coletado na atividade 1, pois nela, a palavra “medalha” se deu como uma palavra que apareceu com uma frequência considerável entre as redações dos alunos, onde os mesmos relacionaram o número as medalhas olímpicas com a matemática, tendo isso, uma importância significativa para o autor. Esta atividade consistiu em um quadro de medalhas com a quantidade de medalhas (ouro, prata, bronze e o total) conquistadas por cada país, tendo logo abaixo desta tabela um breve texto onde é explicado o critério utilizado para

definir a colocação de cada país. Neste caso, esta se dá pelo número de medalhas de ouro que cada país conquista, revelando também o critério de desempate que é utilizado, em caso de empate no número de medalhas de ouro, onde este se dá pela quantidade de medalhas de prata, permanecendo ainda assim empatado, o número de medalhas de bronze será também utilizado. Esta atividade tem o propósito de trabalhar conceitos já vistos pelos alunos, tais como as quatro operações básicas, os conceitos de múltiplos e divisores, análise de informações através de gráficos e tabelas, entre outros, mas talvez nunca aplicados em temas ligados aos interesses dos mesmos.

Abaixo, no gráfico 11, apresentamos um gráfico de colunas que retrata o percentual de acertos para cada questão da atividade em questão. Logo após esse gráfico será exposto uma análise sobre o aproveitamento de cada questão, algumas com algumas considerações mais importante. Além disso, apresentaremos uma análise dos erros das questões cujo percentual de rendimento se deu em menor número.

Gráfico 11 - Percentual de acertos da atividade III



Fonte: O autor, 2017.

Nesta parte, será detalhado questão por questão, analisando o conteúdo que foi exigido em cada questão, assim como um diagnóstico com o intuito de justificar o índice de aproveitamento apresentado no gráfico 11. Para as três questões que tiveram menor índice de acertos entre os alunos, será abordada a metodologia de investigação de análise de erros. As questões que foram selecionadas para esta análise foram as de números 4, 7 e 10.

Pergunta 1 - Quantas medalhas de ouro os Estados Unidos conquistaram a mais que a Grã-Bretanha?

Esta pergunta teve como objetivo trabalhar expressões do tipo “mais que”, onde bastava o aluno perceber que a diferença entre o número de medalhas de ouro dos países mencionados na questão traria a resposta correta para a mesma. As respostas dadas pelos alunos nessa questão foram divididas em “corretas” e “incorretas”. Para esta pergunta, 75% dos alunos responderam de forma correta, ou seja, 19. Segundo exame do autor, o índice de acertos dessa questão se deu em um percentual favorável, haja vista que o grau de dificuldade da mesma é considerado fácil, onde além de interpretar de forma correta a pergunta, bastava o aluno ter domínio na operação de subtração. Apesar do percentual de acertos desta questão ter sido positivo, quando se trabalha com o conceito de “mais que” é comum que o aluno queira realizar a operação de adição, visto a proximidade da expressão que está em destaque com o sinal de mais.

Pergunta 2 - Dentre os dez primeiros colocados no ranking de medalhas, quais países conquistaram a mesma quantidade de medalhas de ouro? E de prata?

Era esperado para esta pergunta que o aluno tivesse a habilidade de localizar e comparar informações na tabela (neste caso, os países que conquistaram as mesmas quantidades de medalhas de ouro e prata entre os dez primeiros colocados). As respostas foram agrupadas em “corretas”, “parcialmente corretas” e “incorretas” e o índice de acerto se deu em 64,3%. Foram consideradas corretas as respostas em que o aluno respondeu às duas perguntas de forma completa, ou seja, para as medalhas de ouro, os países que conquistaram a mesma quantidade entre os 10 primeiros colocados foram Itália e Austrália e para as medalhas de prata foram China, Rússia e França. Já as parcialmente incorretas foram consideradas aquelas respostas em que o aluno respondeu de forma incompleta ou acertou apenas uma das

duas perguntas. Foram consideradas incorretas aquelas em que o aluno não conseguiu localizar de maneira correta nenhuma das perguntas acima na tabela. Para o autor, esta pergunta foi considerada fácil, visto que para respondê-la de maneira correta, não se fazia necessário realizar nenhum tipo de operação matemática.

Pergunta 3 - Quantas medalhas de ouro o Brasil conquistou a menos que os Estados Unidos?

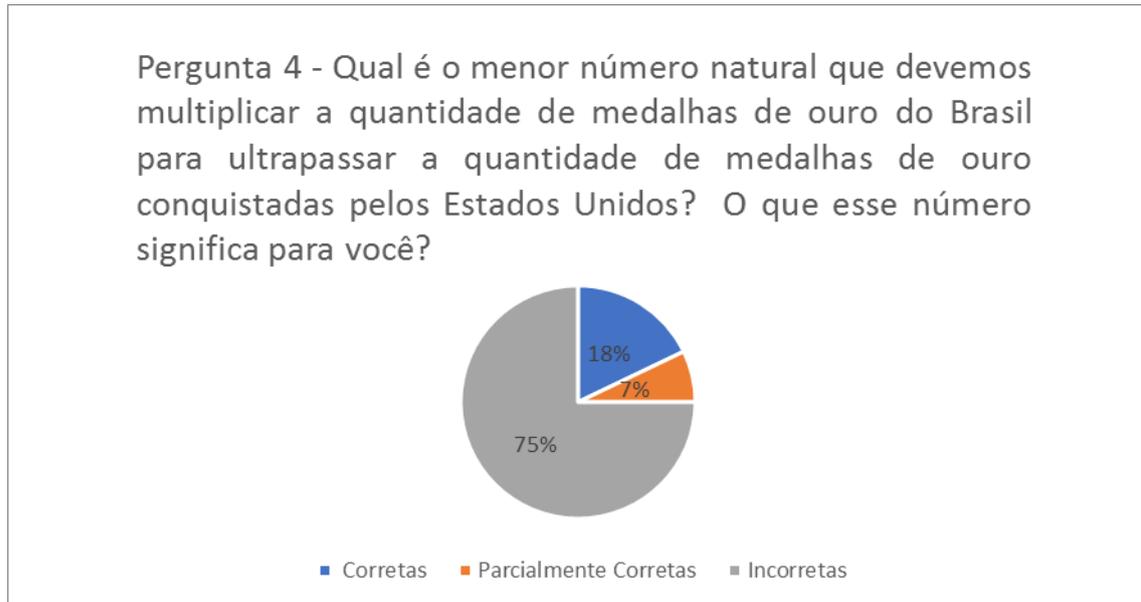
O propósito desta pergunta foi trabalhar o conceito de “menos que”, onde, igual à primeira questão desta atividade, bastava o aluno perceber que a solução para este problema estava em efetuar a subtração das quantidades de medalhas de ouro dos países citados na questão. Esta pergunta foi classificada em “corretas” e “incorretas”, sendo consideradas corretos aqueles alunos que responderam 39 e considerados incorretos quaisquer respostas cujos resultados diferiram de 39. Apesar do percentual de acertos ainda ser considerado favorável, visto que 57,1% dos alunos acertaram esta questão, para o autor, este número se deu em um percentual abaixo do esperado, visto que a expressão “menos que” está ligada diretamente com a operação de subtração, o que levaria a turma a ter um aproveitamento maior do que a primeira pergunta.

Pergunta 4 - Qual é o menor número natural que devemos multiplicar a quantidade de medalhas de ouro do Brasil para ultrapassar a quantidade de medalhas de ouro conquistadas pelos Estados Unidos? O que esse número significa para você?

Com essa questão, queríamos verificar se os alunos reconhecem que o menor número natural que multiplicado por 7 (número de medalhas de ouro do Brasil) gera um número maior que 46 (número de medalhas de ouro dos EUA) é o número 7 e percebessem a noção de “7 vezes maior que” ou “7 vezes menor que”.

Inicialmente foram lidas todas as respostas dadas e, a partir disso, foi considerado que, para este tipo de questão tínhamos a possibilidade de agrupá-las em “corretas”, “parcialmente corretas” e “incorretas”. Em seguida, foi realizada a frequência para cada tipo de resposta, conforme o gráfico 12:

Gráfico 12 - Resultado da pergunta 4- Atividade III



Fonte: O autor, 2017.

Como podemos verificar no gráfico 12, apenas 5 (17,8%) dos alunos responderam essa questão de maneira correta, 2 alunos (7%) acertaram essa questão de forma parcial e a grande maioria, 21 alunos (75%) responderam a mesma de forma incorreta. O material sobre o qual nos empenhamos foram as 21 respostas erradas.

Na fase de exploração do material, a partir dos tipos de respostas erradas, criamos algumas classes para representar e melhor ilustrar esses erros. As respostas erradas foram agrupadas em 4 classes apresentadas a seguir com a frequência de cada classe ilustrada com exemplos.

Classe A: Cinco alunos demonstraram através de suas respostas que não entenderam a questão de maneira correta, havendo em suas respostas, erros do tipo:

- A troca da operação de multiplicação pela adição;
- A multiplicação do número de medalhas de ouro do Brasil com o número de medalhas de ouro dos EUA;
- Um produto maior que 46 (número de medalhas de ouro dos EUA) foi encontrado sem que seus fatores tivessem relação com o quadro de medalhas.

- Inversão de expressões, encontrando o maior menor ao invés de determinar o menor maior;

Abaixo seguem algumas imagens que melhor ilustrarão alguns desses erros citados acima.

Figura 9– Resposta de um aluno referente a pergunta 4 - Atividade III

- 4) Qual é o menor número natural que devemos multiplicar a quantidade de medalhas de ouro do Brasil para ultrapassar a quantidade de medalhas de ouro conquistadas pelos Estados Unidos? O que esse número significa para você?
- para ultrapassar preciso de 39 medalhas.
significa que o Brasil tem que se esforçar mais para conseguir esse número.*

Fonte: o Autor, 2017.

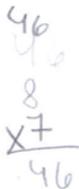
Figura 10– Resposta de um aluno referente a pergunta 4 - Atividade III

- 4) Qual é o menor número natural que devemos multiplicar a quantidade de medalhas de ouro do Brasil para ultrapassar a quantidade de medalhas de ouro conquistadas pelos Estados Unidos? O que esse número significa para você?
- 370016
significa muito para mim*

Fonte: o Autor, 2017.

Classe B - Erros de conta: Dois alunos demonstraram nesta questão que possuem uma deficiência na operação de multiplicação, cometendo erros de tabuada.

Figura 11 – Resposta de um aluno referente a pergunta 4 - Atividade III

	<p>4) Qual é o menor número natural que devemos multiplicar a quantidade de medalhas de ouro do Brasil para ultrapassar a quantidade de medalhas de ouro conquistadas pelos Estados Unidos? O que esse número significa para você?</p> <p><i>Significa muita coisa para mim</i></p>
---	---

Fonte: O autor, 2017.

Classe C – Questão em Branco: Sete alunos deixaram esta pergunta sem resposta, demonstrando assim uma “falta de coragem” em responder a mesma e não acertar seja por preguiça ou por falta de entendimento/conhecimento.

Classe D - Respostas sem sentido: Sete alunos responderam esta questão, como se para não deixarem a mesma em branco, escreveram quaisquer coisas. Abaixo segue uma dessas respostas desenvolvidas por eles.

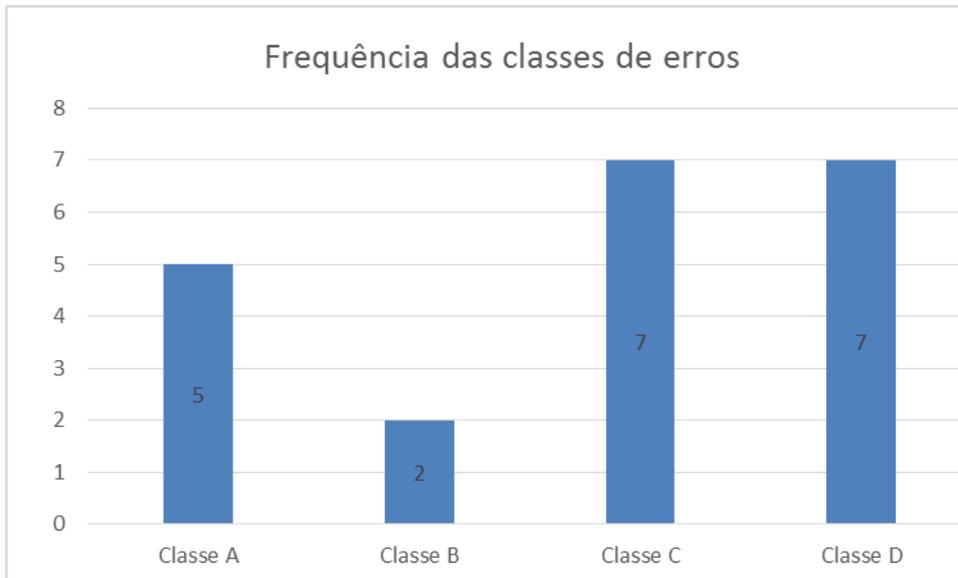
Figura 12 – Resposta de um aluno referente a pergunta 4 - Atividade III

<p>4)</p>	<p>Qual é o menor número natural que devemos multiplicar a quantidade de medalhas de ouro do Brasil para ultrapassar a quantidade de medalhas de ouro conquistadas pelos Estados Unidos? O que esse número significa para você?</p> <p><i>O Brasil está com 80 de ouro e o estado onde está na frente. Que o Brasil fique em 13 lugar</i></p>
-----------	---

Fonte: O autor, 2017.

Na fase tratamento dos resultados, após um breve texto retratando cada classe, segue um gráfico de colunas que melhor ilustra a frequência de cada classe.

Gráfico 13 - Frequência das classes de erros – Pergunta 4 - Atividade III



Fonte: O autor, 2017.

Após realizar a análise de erros seguindo as etapas de pré-análise, exploração de material e tratamento da informação para esta questão, entraremos na fase de investigar os dados obtidos, procurando de alguma forma explicar e sanar esses erros encontrados. Fica nítido que dos 21 alunos que responderam esta questão de forma incorreta, 19 deles confirmaram que uma das grandes dificuldades da matemática é a interpretação de uma pergunta de maneira correta. Sobre esta dificuldade, Lopes e Kato (2011, p.1 e 2) ratificam que: “... Em geral a principal dificuldade, desses alunos, encontra-se na leitura e interpretação da situação-problema, e nesse caso recusam-se a pensar sobre a questão e insistem para que o professor indique os procedimentos necessários para chegar à resposta desejada”. Como uma possível solução, o autor apresenta trabalhar com mais constância problemas que exijam uma interpretação matemática, iniciando de maneira mais fácil e aumentando o nível de exigência de acordo com o desempenho da turma. Os dois alunos que não integram essa categoria de problemas com interpretação, e sim erraram a questão por erros na operação de multiplicar, trabalhar com jogos matemáticos que estimulem a memorização da tabuada seria uma alternativa de buscar solucionar tal problema.

Pergunta 5 - Quais países conquistaram mais que o dobro de medalhas de ouro do Brasil?

O objetivo deste quesito é trabalhar o significado da expressão “o dobro de”. Para responder este ponto de maneira correta, bastava o aluno localizar a quantidade de medalhas de ouro conquistadas pelo Brasil na tabela dada e calculasse o dobro deste valor. A partir daí seria só localizar na tabela os países cuja quantidade de medalhas de ouro foi maior do que o dobro calculado. As respostas deste quesito foram classificadas em “corretas”, “parcialmente corretas” e “incorretas”. Para se enquadrar no quesito correta, o aluno deveria ter listado em sua resposta os cinco países (Estados Unidos, Grã-Bretanha, China, Rússia e a Alemanha) que tiveram o número de medalhas de ouro maior que o dobro da quantidade de medalhas de ouro do Brasil. Foram consideradas respostas parcialmente corretas respostas incompletas. Ainda sobre a classificação das respostas, todas as respostas diferentes das citadas anteriormente foram enquadradas como incorretas. O índice de rendimento desta questão foi de 53,6%, um índice considerado satisfatório para o autor visto que o grau de dificuldade desta questão de deu maior do que as questões anteriores.

Pergunta 6 - Podemos afirmar que a China conquistou mais que o triplo de medalhas de ouro em relação ao Brasil? Justifique sua resposta.

Assim como na questão anterior foi abordado o conceito de dobro, para este item, o conceito que foi empregado foi “o triplo de”. Levando em consideração que o Brasil conquistou 7 medalhas de ouro e que o triplo de 7 é 21, a resposta correta para esta questão seria sim e a justificativa seria que 26 (número de medalhas de ouro da China) é maior que 21. Esta pergunta foi classificada em “corretas”, “parcialmente corretas” e “incorretas” e teve um percentual de aproveitamento idêntico ao da questão anterior, o que também surpreendeu o autor de forma satisfatória.

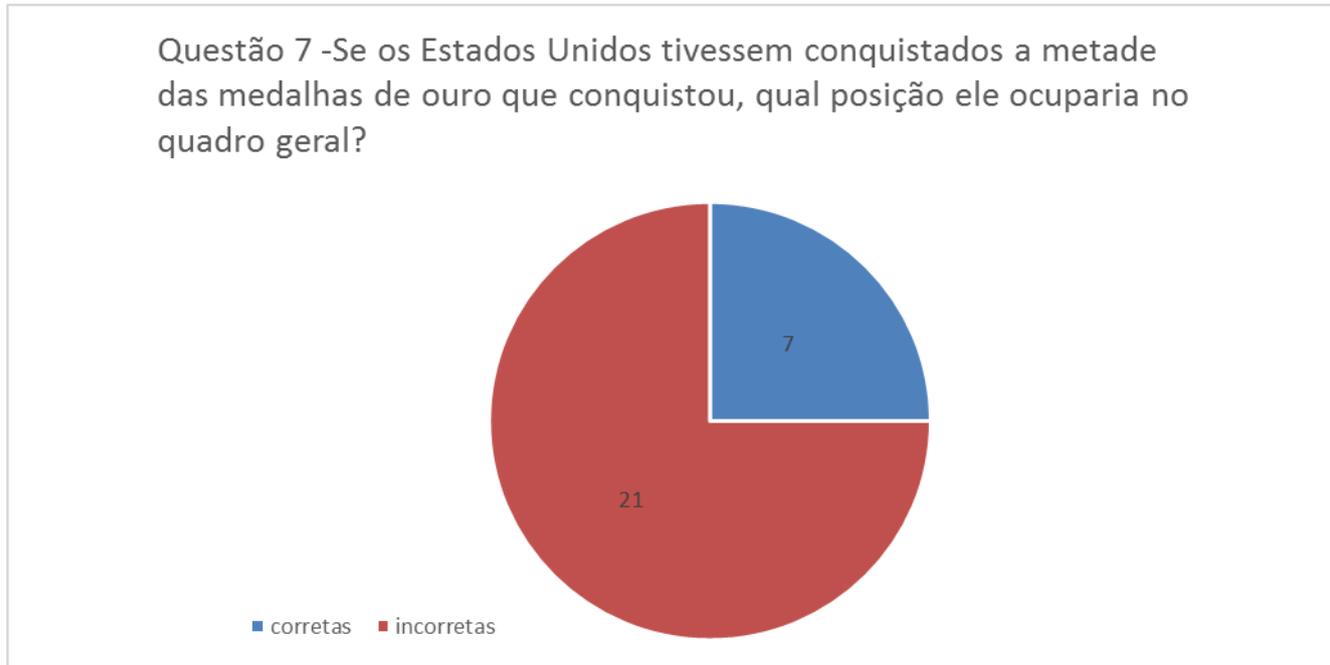
Pergunta 7 - Se os Estados Unidos tivessem conquistado a metade das medalhas de ouro que conquistou, qual posição ele ocuparia no quadro geral?

O objetivo dessa questão foi trabalhar o conceito de metade (divisão) e o de localizar informações em tabelas após realizar a conta apropriada à questão, bastava o aluno perceber que os Estados Unidos ocupariam a terceira colocação no quadro de medalhas.

Para realizar a análise de erros dessa questão, primeiramente foram lidas todas as respostas dadas e, a partir disso, foi considerado que, para este tipo de questão tínhamos a

possibilidade de agrupá-las em “corretas” e “incorretas”. Em seguida, foi realizada a frequência para cada tipo de resposta, conforme o gráfico abaixo:

Gráfico 14 - Resultado da pergunta 7- Atividade III



Fonte: O autor, 2017.

Verificando o gráfico acima podemos constatar que apenas 7 alunos, o que representa 25% responderam de forma correta esta questão e uma grande maioria, 21 alunos, que representa 75% dos alunos, responderam de maneira incorreta. O instrumento sobre o qual aplicamos nossos esforços foram as 21 respostas incorretas.

Na fase seguinte, a de exploração de material, mediante todas as respostas incorretas, foram criadas classes para agrupar e ilustrar melhor os tipos de erros. As 21 respostas incorretas foram agrupadas em 4 classes apresentadas a seguir juntamente com sua frequência, sendo muitas das vezes, ilustrada com exemplos, valendo ressaltar que a interpretação dos erros é realizada segundo o autor.

Classe A: Erros sem justificativa: Quatro alunos demonstraram com suas respostas que se encontram “perdidos” no conceito de localização de dados em tabelas. Para melhor representar essa classe segue abaixo uma figura que ilustra uma dessas respostas.

Figura 13– Resposta de um aluno referente a pergunta 7 - Atividade III

- 7) Se os Estados Unidos tivessem conquistados a metade das medalhas de ouro que conquistou, qual posição ele ocuparia no quadro geral?

Em 8 oitavo lugar

$$\begin{array}{r} 216 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

Fonte: o Autor, 2017.

Classe B: Erros de interpretação: Três alunos mostraram através de suas respostas que não compreenderam corretamente o significado da pergunta. Esta análise pode ser levantada mediante as contas que os mesmos apresentavam em suas respostas, conforme ilustra a figura abaixo.

Figura 14 – Resposta de um aluno referente a pergunta 7 - Atividade III

- 7) Se os Estados Unidos tivessem conquistados a metade das medalhas de ouro que conquistou, qual posição ele ocuparia no quadro geral?

10 medalhas de ouro

$$\begin{array}{r} 128 \\ + 18 \\ \hline 146 \end{array}$$

Fonte: O autor, 2017.

Classe C: Respostas sem sentido: Sete alunos escreveram em suas respostas frases que não fazem o menor sentido para a pergunta em questão. Fica difícil até de avaliar esses alunos em relação ao conceito de metade e de localização de informações em tabelas, pois estes mostraram que apresentam uma “barreira inicial” na leitura de problemas matemáticos. Para melhor exemplificar está “barreira” será apresentada uma resposta dada por eles.

Figura 15 – Resposta de um aluno referente a pergunta 7 - Atividade III

- 7) Se os Estados Unidos tivessem conquistados a metade das medalhas de ouro que conquistou, qual posição ele ocuparia no quadro geral?

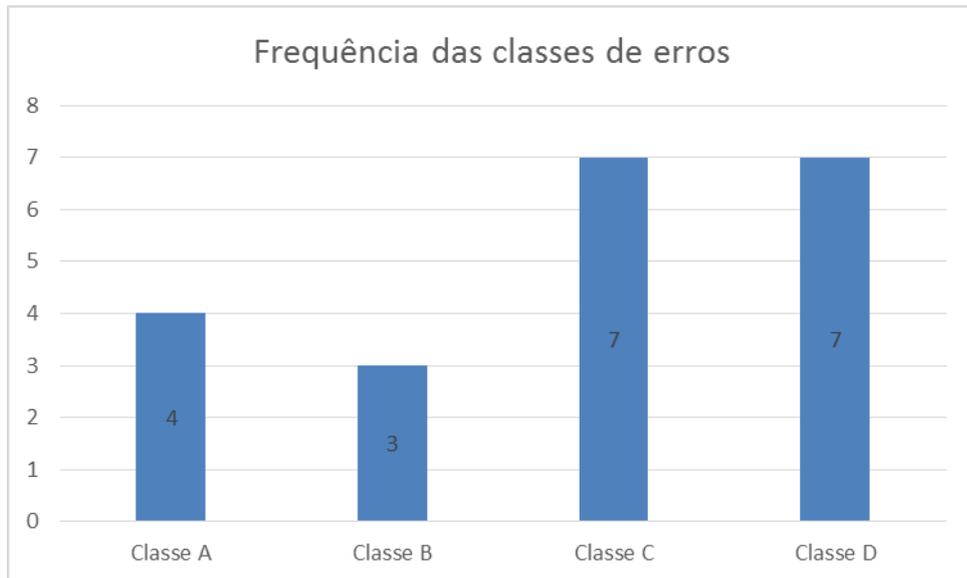
conquista a medalha porque eles que tudo a ter a 7 e 8 medalha no maximo!

Fonte: O autor, 2017.

Classe D: Respostas com erros de raciocínio: Nesta classe encontram-se sete alunos que apresentaram erros de raciocínio, escrevendo em suas respostas que a nova colocação da seleção americana seria o quarto lugar. O aluno que faz parte dessa classe cometeu um erro crucial, ele verificou que a metade de 46 é 23, verificou também que a nova colocação da seleção dos EUA seria logo atrás da seleção da China, porém se equivocou na hora de lembrar de tirar a seleção dos EUA da Primeira colocação.

Na última fase, a de tratamento dos resultados, após um breve texto explicando cada classe, segue um gráfico de colunas que melhor ilustra a frequência de cada classe.

Gráfico 15 - Frequência das classes erros – Pergunta 4 - Atividade III



Fonte: O autor, 2017.

Pergunta 8 - Podemos afirmar que se multiplicarmos todas as medalhas conquistadas pela República da Coreia por 3, a mesma ocuparia a segunda colocação? Justifique sua resposta.

O item 8 teve por finalidade explorar alguns conceitos importantes na matemática, tais como: localização e comparação de dados em uma tabela e a multiplicação de números naturais. As respostas desta questão foram classificadas em “corretas”, “parcialmente corretas” e “incorretas”. Para responder de maneira correta, o aluno deveria perceber que mesmo multiplicando por 3 o número de medalhas da Coreia, a mesma não alcançaria a segunda colocação, tendo como justificativa para este item que o número de medalhas de ouro ficaria igual à da Grã-Bretanha e o que determinaria o desempate seria o número de medalhas de pratas, tendo ainda assim a Grã-Bretanha vantagem neste quesito, como explicado no início da atividade em um breve texto abaixo do quadro de medalhas. As respostas consideradas parcialmente incorretas foram aquelas sem justificativas ou com a justificativa errada. Para todos os alunos que responderam que sim, as mesmas foram classificadas como incorretas. O índice de acerto dessa questão não se deu de uma forma favorável ficando apenas em 33,9%, levando o autor a crer que se fazem necessárias mais atividades

envolvendo localização e comparação de informações em tabelas para tentar melhorar este índice.

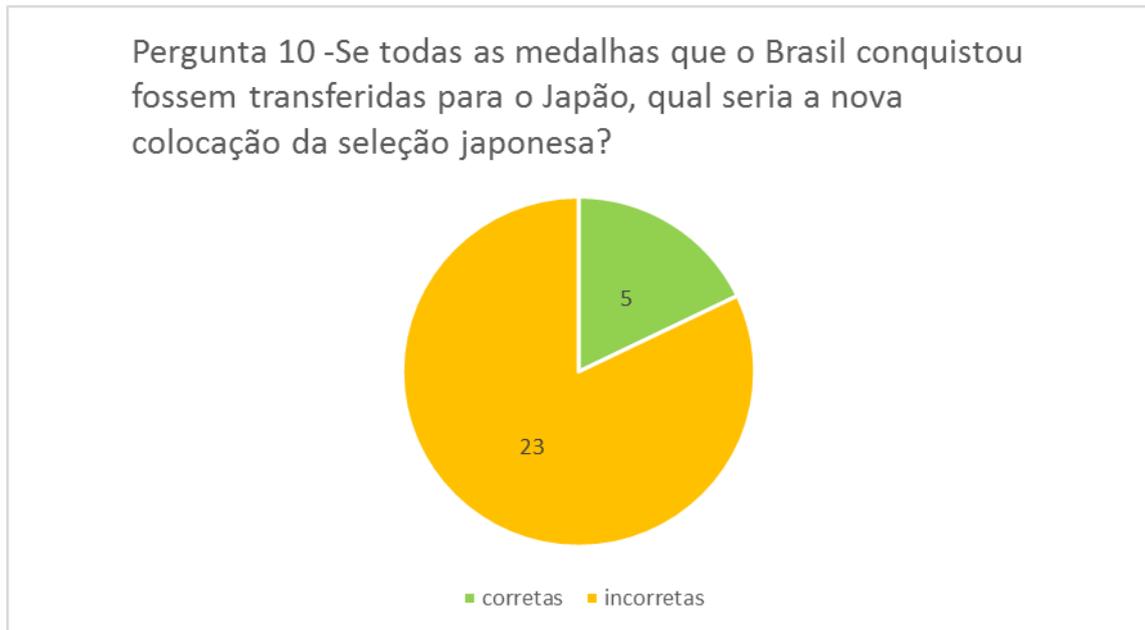
Pergunta 9 - Se as medalhas de prata que o Brasil conquistou fossem transformadas em medalhas de ouro, qual seria a nova posição ocupada pelo Brasil?

Para este item, além de localizar dados na tabela, o aluno deveria ser capaz de realizar o somatório do número de medalhas de ouro com o número de medalhas de prata do Brasil e em seguida, localizar a nova colocação da seleção do Brasil. Este item foi classificado em “corretas” e “incorretas”, sendo as corretas aquelas que realizaram o somatório de maneira correta e conseguiram perceber que a seleção brasileira obteria 13 medalhas de ouro superando a seleção japonesa ocupando assim o sexto lugar. Qualquer outra resposta diferente do sexto lugar foi classificada como incorreta. O índice de aproveitamento deste item se deu em um número baixo, ficando com apenas 28,6% de acertos o que surpreendeu o autor, visto que esta era considerada uma questão fácil, pois além de efetuar a operação da adição de maneira correta, bastava o aluno perceber que 13 (6+7) é maior que 12, logo a seleção brasileira ultrapassaria a seleção japonesa.

Pergunta 10 - Se todas as medalhas que o Brasil conquistou fossem transferidas para o Japão, qual seria a nova colocação da seleção japonesa?

Esta questão teve o objetivo de abordar um simples somatório, onde o aluno deveria constatar que a soma da quantidade de medalhas conquistadas pelo Brasil com a quantidade de medalhas do Japão daria a nova posição da seleção japonesa, utilizando o critério de desempate citado logo abaixo do quadro de medalhas, visto que após a soma, a seleção japonesa ficaria com o mesmo número de medalhas da seleção da Rússia e, de acordo com o critério de desempate, o número de medalhas da seleção japonesa seria menor que a da seleção da Rússia, o que colocaria o Japão na quinta colocação. O índice de acertos foi o menor desta atividade, ficando com 17,8% de acertos apenas, por isso iremos desenvolver a metodologia de análise de erros para esta questão. As respostas para este item foram classificadas em “corretas” e “incorretas”, onde qualquer resposta diferente da quinta colocação foi enquadrada como incorreta.

Gráfico 16 – Resultado da pergunta 10 – Atividade III



Fonte: O autor, 2017.

Conferindo o gráfico acima podemos constatar que apenas 5 alunos, o que representa 17,8% responderam de forma correta esta questão e a grande maioria, 23 alunos, que representa 82,2%, responderam de forma incorreta. O instrumento sobre o qual aplicamos nossos esforços foram as 23 respostas incorretas.

Na fase posterior (de exploração de material), analisando todas as respostas incorretas, foram criadas algumas classes para agrupar e ilustrar melhor os tipos de erros. As 23 respostas incorretas foram agrupadas em 4 classes apresentadas a seguir juntamente com sua frequência, sendo muitas das vezes, ilustrada com exemplos, valendo ressaltar que a interpretação dos erros é realizada segundo o autor.

Classe A: Respostas sem sentido: Três alunos apresentaram respostas totalmente sem padrão algum com a resposta correta, mostrando através de suas respostas que não interpretaram de maneira correta o enunciado da questão. Para ilustrar melhor esta classe segue uma figura que simboliza estas respostas.

Figura 16 – Resposta de um aluno referente a pergunta 10 - Atividade III

- 10) Se todas as medalhas que o Brasil conquistou fossem transferidas para o Japão, qual seria a nova colocação da seleção japonesa?

Seria em China porque as medalhas que o Brasil conseguiu mas o Brasil fica em 13 lugar

Fonte: O autor, 2017.

Classe B: Respostas em branco: Dois alunos deixaram esta questão sem resposta, mostrando certo desleixe com a pergunta em questão. Por mais difícil que este aluno tenha achado a questão, ficou bem claro que ele deveria indicar apenas a nova colocação da seleção japonesa e este se recusou a fazer.

Classe C: Respostas aleatórias: Dez alunos se enquadraram neste quesito com respostas que aparentemente entenderam o enunciado da questão de forma satisfatória, dando uma nova colocação à seleção japonesa, porém se perderam em seus raciocínios e escolheram a nova posição da seleção do Japão aleatoriamente. Segue abaixo uma figura que melhor ilustrara esta classe.

Figura 17 – Resposta de um aluno referente a pergunta 10 - Atividade III

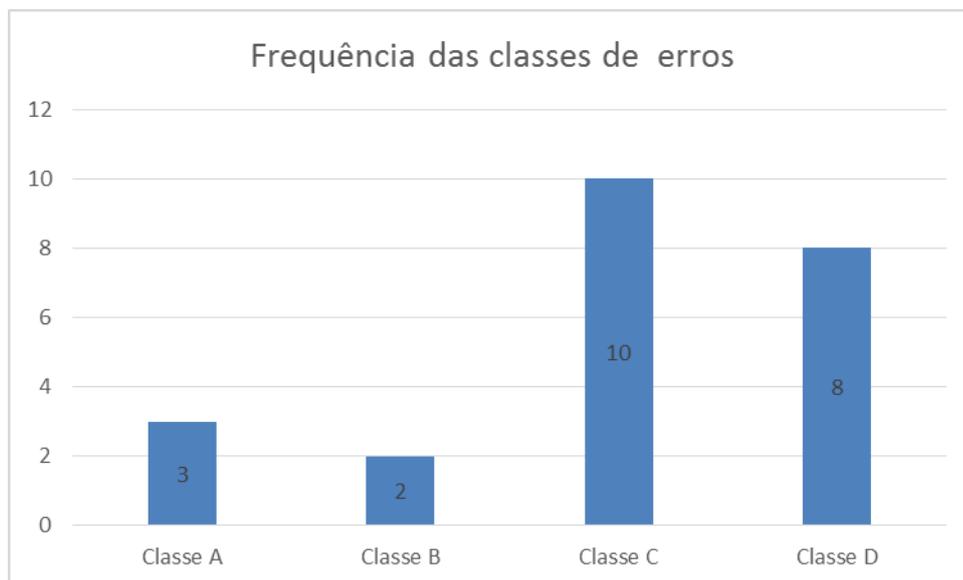
- 10) Se todas as medalhas que o Brasil conquistou fossem transferidas para o Japão, qual seria a nova colocação da seleção japonesa? *Seria 7º*

Fonte: O autor, 2017.

Classe D: Respostas próximas: Oito alunos expressaram através de suas respostas que, além de interpretarem o enunciado da questão de forma satisfatória, responderam de forma incorreta por um simples deslize, não percebendo que a nova posição da seleção japonesa se daria mediante o critério de desempate com a seleção da Rússia em número de medalhas de prata. Foram consideradas como resposta próxima da correta aquelas dos alunos que

indicaram que a nova colocação seria o quarto lugar. Além dessa resposta, uma outra também foi enquadrada como próxima, mas o aluno fez referência ao total de medalhas resultante da soma entre as duas seleções e não à nova posição, respondendo assim um total de 60 medalhas. Abaixo segue um gráfico que estampa de maneira a tornar mais clara as classes e as suas frequências.

Gráfico 17 - Frequência das classes erros – Pergunta 10 - Atividade III



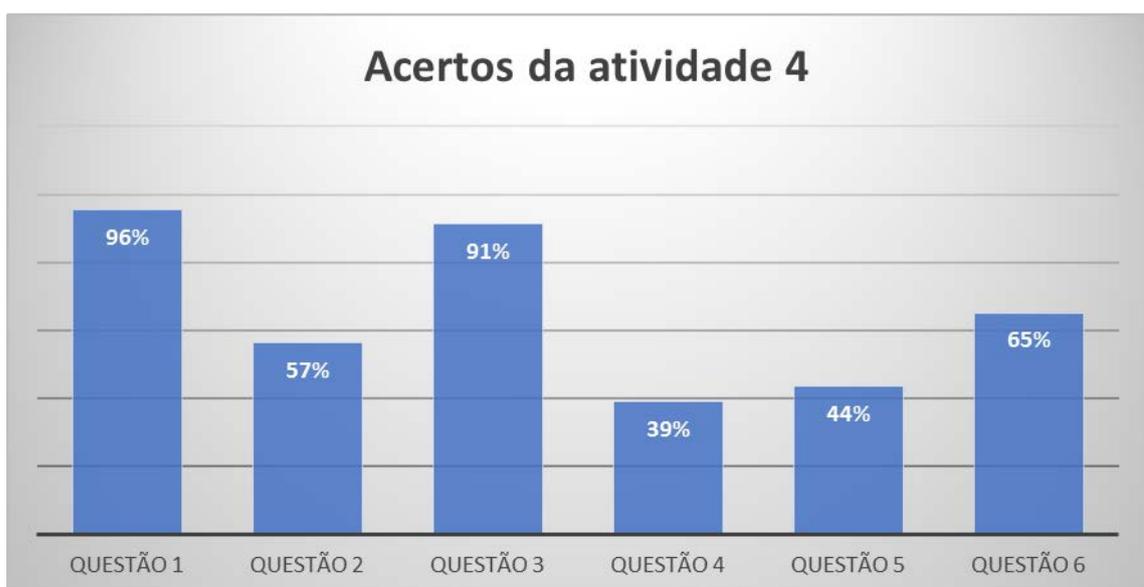
Fonte: O autor, 2017.

Ainda para esta questão, apesar da mesma ter o menor percentual de acertos, foi possível notar uma evolução nos erros dos alunos diminuindo duas quantidades: as de questões deixadas em branco e o número de respostas sem sentido, mostrando que a grande parte dos alunos que errou esta questão entendeu ao menos o enunciado de maneira satisfatória.

5.4 Atividade IV: Quantidade de atletas Brasileiros nas ultimas dez edições dos jogos olímpicos

A atividade 4 foi aplicada no dia 22/09/2016 durante dois tempos seguidos de aula, tendo 50 (cinquenta) minutos cada tempo, para a turma 1601 do turno da manhã e foi realizada de forma individual pelos alunos. Para esta atividade (ANEXO C), o número de alunos presentes foi de 23, tendo em relação às atividades anteriores 5 alunos faltosos. A mesma foi elaborada visando empregar a palavra atletas, mostrando através de um gráfico de colunas a quantidade de atletas brasileiros que participaram das últimas dez edições olímpicas, suas respectivas cidades sede e os anos que foram realizadas. Foram elaboradas pelo autor, seis questões discursivas, sendo destas, uma se enquadrando como uma questão interdisciplinar. Logo abaixo será exibido um gráfico de colunas com o percentual de acertos de cada questão vindo logo abaixo deste, uma análise e discussão de cada questão, apresentando o conceito que foi possível trabalhar com cada questão tentando também justificar o percentual de acertos para cada questão. Nesta atividade também será empregada a metodologia de investigação de análise de erros procurando fazer um exame de maneira mais complexa nas questões com os menores índices de acertos.

Gráfico 18 - Percentual de acertos da atividade IV



Fonte: O autor, 2017.

Pergunta 1 - Qual foi o ano em que o Brasil teve o menor número de atletas participantes?

Para esta primeira pergunta da atividade 4, foi abordado o conceito de análise e localização de informações em gráficos, onde, para responder a mesma de forma correta, o aluno deveria perceber que, através de um breve exame no gráfico, a maior quantidade de atletas brasileiros se deu no ano de 2016 na edição que foi disputada no Rio de Janeiro. Esta questão ainda teve como propósito mostrar para os alunos que, quanto maior for a coluna, maior quantidade de atletas terá aquela edição olímpica. O índice de acertos deste item foi de 95,6%, sendo classificado em “corretas” e “incorretas”, tendo dos 23 alunos que participaram desta atividade, apenas 1 respondeu de maneira incorreta, o que mostra, segundo o autor, que a matemática quando trabalhada inserida em assuntos que favorece a aprendizagem, torna-se uma matemática mais atrativa e motivadora, elevando os índices de rendimento.

Pergunta 2 - Observando duas edições consecutivas (vizinhas), qual foi o intervalo que teve o maior crescimento na quantidade de atletas?

Esta pergunta foi classificada em “corretas” e “incorretas”, tendo como resposta correta o intervalo de maior crescimento se dando na edição de 2012, disputada na cidade de Londres para a edição de 2016, disputada na cidade do Rio de Janeiro. O percentual de acertos para esta questão foi de 56,5%, tendo dos 23 alunos participantes, 13 responderam de forma correta. Para este item, buscou-se abordar a noção de crescimento e de comparação entre números naturais de qualquer grandeza. Para responder de maneira correta, o aluno poderia usar diferentes estratégias, sendo uma delas observar, através das colunas no gráfico, que todas as nove edições olímpicas antes da RIO 2016 tinha praticamente o mesmo tamanho, dando um salto enorme da edição de 2012 para a de 2016, encontrando assim o maior crescimento. Outra forma de obter a resposta correta seria efetuar todas as subtrações onde houve crescimento entre edições vizinhas e verificar qual resultava em maior número. O autor acredita que o índice de acertos se apresentou abaixo do esperado, acreditando que o facilitador para esta causa tenha sido a interpretação que alguns alunos fizeram nesta questão.

Pergunta 3 - Podemos concluir que as olimpíadas acontecem de quanto em quantos anos?

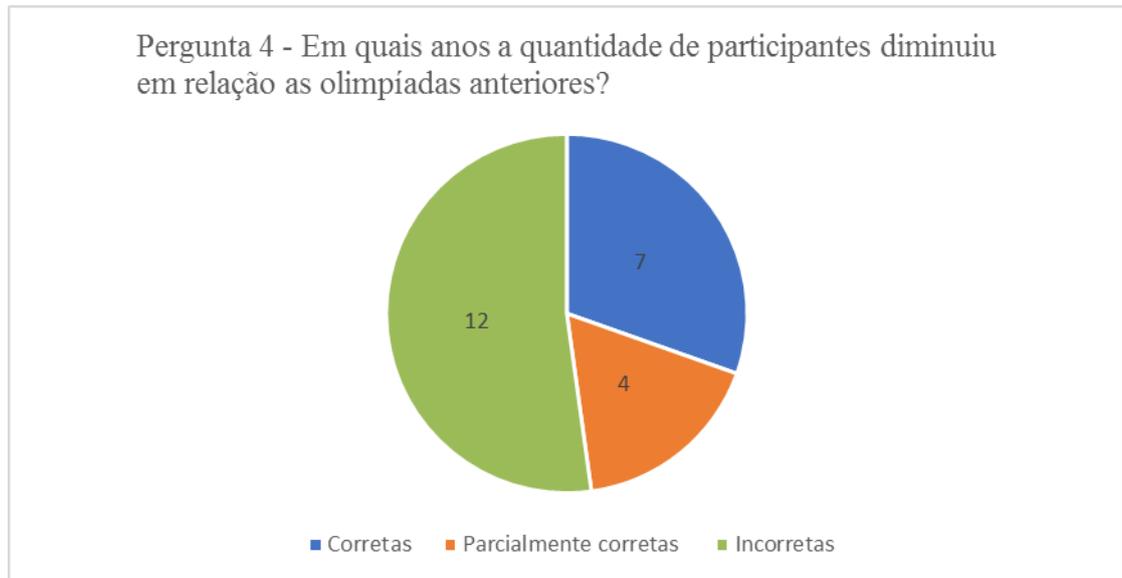
Esta questão teve o propósito de trabalhar a noção de sequência numérica e identificar uma regularidade. Esta questão também foi classificada em “corretas” e “incorretas” e teve um percentual de acertos de 91,3%, onde apenas 2 alunos responderam a mesma de maneira incorreta. Foram consideradas respostas corretas todos aqueles que perceberam no gráfico que está sendo trabalhado nesta atividade, que as edições olímpicas acontecem de 4 em 4 anos. Para o autor, este tipo de questão quando abordada em series iniciais do ensino fundamental II, torna o aluno apto para desenvolver um aprendizado mais significativo em relação a sequência numérica, conteúdo que será abordado de maneira mais complexa no ensino médio por meio dos estudos das progressões aritméticas e geométricas.

Pergunta 4 - Em quais anos a quantidade de participantes diminuiu em relação às olimpíadas anteriores?

Esta pergunta teve o intuito de empregar a noção de redução e de comparação de dados fornecidos pelo gráfico, onde, para localizar os anos em que aconteceram as reduções, bastava o aluno comparar o tamanho da coluna em questão com a coluna anterior, sendo esta menor, ali se encontravam as reduções procuradas. Este item teve um índice de acertos de 39,1%, o menor índice de acertos desta atividade. Por este motivo, será empregada a metodologia de análise de erros a fim de investigar as causas que levaram a este índice tão baixo.

As respostas para este item foram agrupadas em “corretas”, “parcialmente corretas” e “incorretas”, sendo consideradas respostas corretas as que perceberam que esta diminuição se deu nos anos de 2000 e 2012. Os alunos que responderam apenas um dos anos citados acima foram considerados como respostas parcialmente corretas e qualquer outro tipo de resposta diferente das citadas até então foram consideradas respostas incorretas.

Gráfico 19 - Resultado da pergunta 4 – Atividade IV



Fonte: O autor, 2017.

Examinando o gráfico acima podemos constatar que 7 alunos responderam de forma correta esta questão, 4 responderam de forma parcialmente correta e uma grande parcela, 12 alunos responderam de forma incorreta. O instrumento sobre o qual aplicamos nossos esforços foram as 12 respostas incorretas.

Na etapa seguinte, a de exploração de material, considerando todas as respostas incorretas, foram empregadas algumas classes para agrupar e ilustrar melhor os tipos de erros. As 12 respostas incorretas foram agrupadas em 4 classes apresentadas a seguir ao lado de sua frequência, sendo muitas das vezes, ilustrada com exemplos, valendo indicar que a interpretação dos erros é realizada de acordo com o autor.

Classe A: Respostas sem sentido: Esta classe teve uma frequência de três alunos e os mesmos apresentaram respostas completamente sem padrão quando comparadas com a resposta correta, demonstrando com isso que não entenderam de modo correto o enunciado da questão. Para ilustrar melhor esta classe segue uma figura que simboliza estas respostas.

Figura 18– Resposta de um aluno referente a pergunta 4 - Atividade IV

- 4) Em quais anos a quantidade de participantes diminuiu em relação as olimpíadas anteriores?

Foi em Los Angeles

Fonte: O autor, 2017.

Classe B: Respostas em branco: Dois alunos deixaram esta questão sem resposta, mostrando certo desleixe com a pergunta em questão. Por maior que tenha sido a dificuldade encontrada por estes alunos, ele deveria indicar apenas alguns dos anos de edição olímpica apresentado no gráfico.

Classe C: Respostas aleatórias: Três alunos se enquadraram neste quesito com respostas mostrando que aparentemente entenderam o enunciado da questão de forma satisfatória, porém na hora de responder à questão, não souberam localizar a resposta correta, colocando como respostas anos que não possuem nenhuma relação com a resposta correta. Abaixo uma figura que serve como exemplo.

Figura 19 – Resposta de um aluno referente a pergunta 4 - Atividade IV

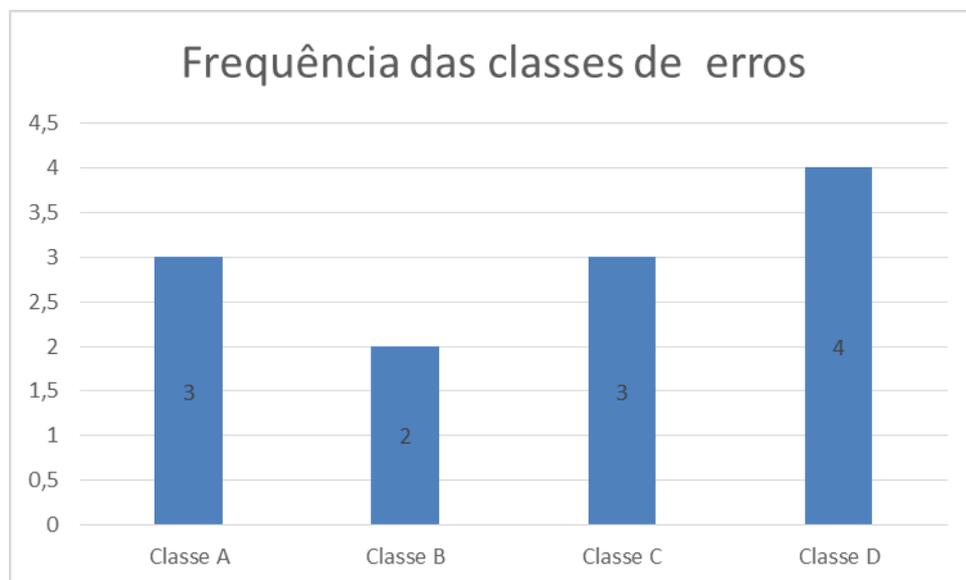
- 4) Em quais anos a quantidade de participantes diminuiu em relação as olimpíadas anteriores? ~~1988~~ 1984

Fonte: O autor, 2017.

Classe D: Respostas próximas: Quatro alunos expressaram através de suas respostas que, além de interpretarem o enunciado da questão de forma satisfatória, responderam de forma incorreta por uma simples falta de atenção, não percebendo que a resposta correta não tinha relação com a menor quantidade de atletas em uma edição olímpica. Esses quatro alunos responderam 1980 sendo o ano que teve a menor diminuição, pois entenderam que a palavra diminuir faz sinônimo com a palavra menor.

Abaixo segue um gráfico de colunas que ajuda a ilustrar de forma mais satisfatória a frequência de cada classe de erros relacionada à pergunta 4

Gráfico 20 - Frequência das classes de erros - Pergunta 4 - Atividade IV



Fonte: O autor, 2017.

Pergunta 5 - Em qual ano o Brasil teve, pela primeira vez, mais do que o dobro de atletas do que nas olimpíadas de Moscou?

O intuito deste quesito foi trabalhar o conteúdo de comparação de informações em gráficos utilizando ideias de multiplicação (múltiplos). As respostas desta questão foram classificadas em “corretas” e “incorretas” e teve um índice de acertos de 43,5%. Foi considerado como resposta correta o ano de 1996 pois foi o primeiro ano que teve um número maior que 218 (109×2) atletas. Qualquer resposta diferente de 1996 foi enquadrada como resposta incorreta.

Pergunta 6 - Na sua opinião, quais fatores colaboraram para o aumento do número de atletas brasileiros na Rio 2016?

Nesta última questão da atividade 4, o autor teve a intenção de analisar como os alunos discorriam de assuntos pertinentes ao tema proposto, porém sem relação com a disciplina matemática. Para este item, o índice de acertos foi de 65,2% e este foi classificado em “corretas” e “incorretas”, sendo consideradas incorretas apenas as questões deixadas em branco ou as que mostraram um não entendimento na pergunta proposta.

5.5 Atividade V: Número de atletas Brasileiros em dez modalidades na Rio 2016

Dando continuidade à aplicação das atividades com o intuito de empregar a Modelagem Matemática como estratégia de ensino, a atividade 5 (Anexo D) fora aplicada no dia 29/09/2016 em dois tempos seguidos de aula, contendo 50 (cinquenta) minutos cada tempo, para a turma 1601, no turno da manhã, tendo sido a mesma a única atividade que eles realizaram em dupla. O propósito de empregar essa atividade em dupla, além de acreditar que duas cabeças pensam melhor que uma, o autor quis verificar como os alunos se comportavam em uma atividade que trabalhassem em equipe, visto que durante o ano letivo, os mesmos mostraram ter uma certa competitividade em um querer aprender mais que o outro. Para esta atividade estiveram presentes 27 alunos, tendo apenas um como faltoso. Vale ressaltar que como a quantidade de alunos se deu em número ímpar e a atividade foi proposta para ser feita em dupla, um aluno (o de número 14) realizou a mesma de forma individual, por livre e espontânea vontade, pois o autor sugeriu que o mesmo formasse um trio e o aluno não o quis fazer.

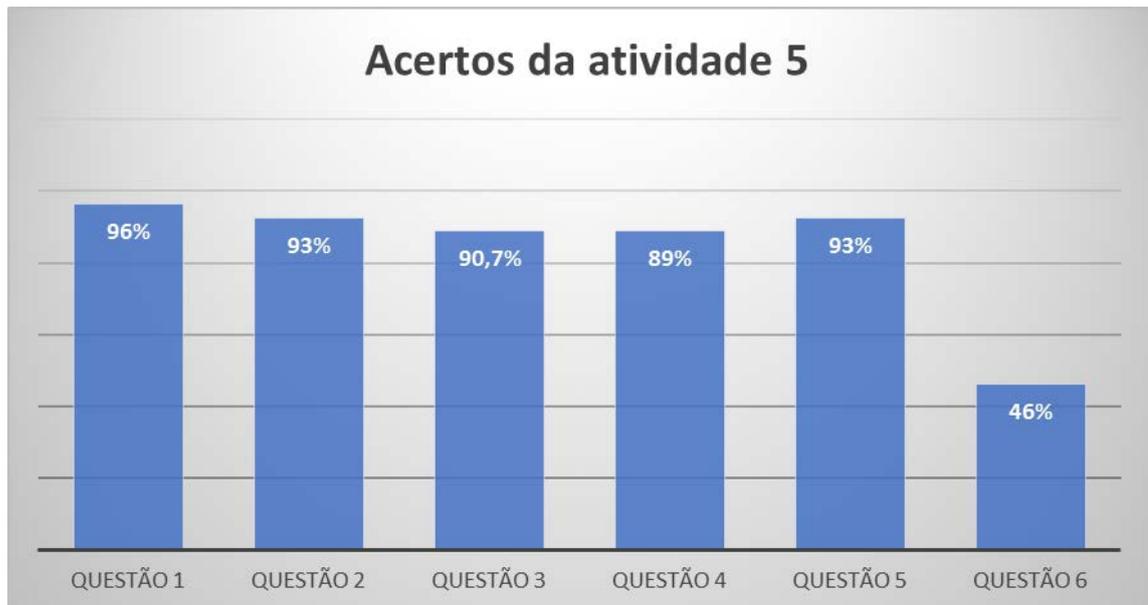
Esta atividade foi elaborada buscando empregar a palavra esporte no contexto matemático, onde através do gráfico de barras foi colocada a quantidade de atletas de 10 (dez) modalidades esportivas da RIO 2016. A escolha dessas modalidades foi feita pelo autor, adotando o seguinte critério: as 7 (sete) modalidades olímpicas em que o Brasil conquistou as suas 7 (sete) medalhas de ouro e as outras 3 (três) foram escolhidas porque tiveram as maiores quantidades de atletas, tirando as 7 (sete) modalidades já inseridas no trabalho.

Foram desenvolvidas pelo autor, 6 (seis) questões do tipo discursivas,

relacionando conceitos matemáticos com as modalidades esportivas e suas respectivas quantidades de atletas na RIO 2016. Destas 6 (seis) questões elaboradas pelo autor, duas possuem caráter interdisciplinar confrontando o tema (modalidades esportivas) com a vivência que os alunos possuem.

Em seguida, será apresentado um gráfico de colunas com a porcentagem de acertos de cada questão. Logo abaixo deste gráfico, será exibida uma breve análise de cada questão, detalhando o que foi trabalhado, o alvo a ser atingido, assim como uma justificativa para tal percentual de acertos. Para esta atividade também será empregada a metodologia de investigação de análise de erros.

Gráfico 21 - Percentual de acertos da atividade V



Fonte: O autor, 2017.

Pergunta 1 - Das dez modalidades que estão no gráfico cite pelo menos 3 modalidades que o Brasil conquistou medalhas de ouro.

A primeira pergunta da atividade V, foi uma das duas questões em que o autor buscou trabalhar a interdisciplinaridade, associando as modalidades olímpicas exibidas no gráfico com as quantidades de medalhas de ouro conquistadas pelo Brasil na RIO 2016. Das dez modalidades expostas, apenas três (natação, handebol e basquete) o Brasil não conquistou medalhas de ouro, não podendo configurar como resposta correta para esta pergunta. Para este item, as respostas foram classificadas em “corretas”, “parcialmente corretas” e “incorretas”. Foram classificadas como corretas as respostas em que foram citadas três modalidades corretas das dez expostas. As respostas incompletas foram classificadas como parcialmente corretas. O percentual de acerto deste item foi 96,3%, tendo nenhuma resposta sido respondida de forma totalmente incorreta, o que, segundo o autor, mostra que a grande maioria dos alunos acompanharam as conquistas realizadas pelo Brasil na edição da RIO 2016.

Pergunta 2 - Observando o gráfico, qual a modalidade que teve mais atletas brasileiros?

Com esta questão, o autor teve a intenção de trabalhar o conceito de estabelecer a relação de ordem e de comparação entre os números naturais de qualquer grandeza. As respostas para esta questão foram classificadas em “corretas” e “incorretas”. O índice de acertos desta foi de 92,6%, sendo enquadrada como questão correta aqueles que responderam a modalidade do atletismo. Qualquer outra resposta diferente desta foi encaixada como resposta incorreta. O aluno para responder de forma correta esta questão, poderia raciocinar de duas maneiras: a primeira, bastava verificar qual das barras que representava sua modalidade era a mais comprida e a segunda, comparando os números naturais apresentados ao lado de cada modalidade esportiva onde o maior traria a resposta correta. Ainda segundo o autor, é de suma importância trabalhar com assuntos que envolvam esse tipo de raciocínio desde as series iniciais do ensino fundamental I para que nossos alunos já venham a se acostumar a interpretar informações apresentadas em quaisquer tipos de gráficos.

Pergunta 3 - Você acredita que quanto mais atleta em uma modalidade, mais chance o país tem de conquistar medalhas nessa modalidade? Justifique

As respostas para esta questão foram classificadas em “corretas”, “parcialmente corretas” e “incorretas” e teve um índice de 90,7 % de acertos. Para o autor, a ideia de abordar esta questão teve dois princípios fundamentais, o primeiro, trabalhar a noção de probabilidade de um evento analisando a chance desse evento ocorrer a partir da análise dos dados apresentados e a segunda, empregar a interdisciplinaridade, onde se esperava que mesmo sem ter ainda algum conhecimento de probabilidade, o aluno, através de uma resposta pessoal, pudesse expressar o que pensava em relação à expressão “ter mais chances”.

Na avaliação do autor, todas as respostas (sim ou não) foram consideradas corretas, sendo consideradas parcialmente corretas aquelas cujas justificativas não faziam o menor sentido no contexto da questão.

Pergunta 4 - Escreva as modalidades abaixo na ordem crescente de quantidade de atletas, separando com o símbolo < (menor que).

Estabelecer a noção de desigualdade entre números naturais de qualquer grandeza foi o conteúdo trabalhado neste tópico. Para este, as respostas foram classificadas também em “corretas”, “parcialmente corretas” e “incorretas” tendo 88,9% de acertos. Fazer o aluno do sexto ano utilizar os sinais < e >, comparando os números naturais, é uma maneira de fazer o mesmo ir se habituando com estes sinais, quando mais à frente, for empregado o conceito de equações e inequações, o mesmo saiba diferenciar uma da outra.

Pergunta 5 - Ao somar a quantidade de atletas de 2 modalidades é encontrado um valor maior do que a quantidade de atletas do Atletismo. Quais modalidades são essas?

As respostas para esta questão foram classificadas em “corretas” e “incorretas” e teve um percentual de acerto de 92,6%, índice bastante favorável segundo o autor visto a dificuldade que a mesma apresenta. Para esta questão foi abordada a habilidade de comparar números naturais utilizando estratégias de cálculo mental, onde o aluno deveria perceber quais eram as duas modalidades que, quando juntas, ultrapassaria a quantidade de atletas da modalidade atletismo. As duas modalidades que configuravam a resposta correta eram natação e futebol, pois $33+36=69 > 67$.

Pergunta 6 - Qual a quantidade de atletas, citados nesta tabela, que praticam esportes coletivos? E lutas? E esportes aquáticos?

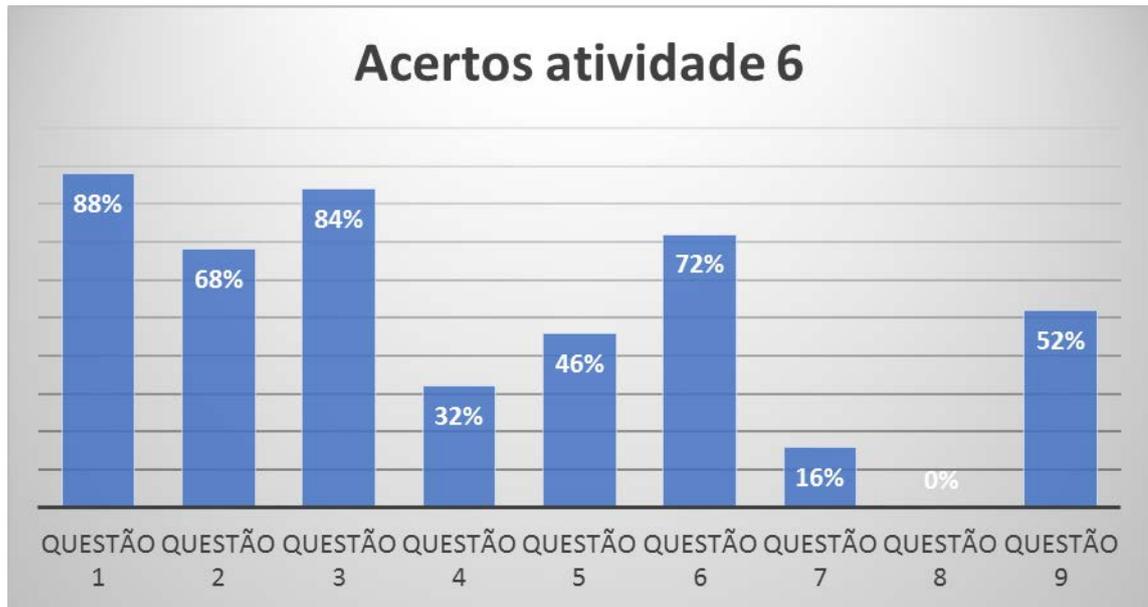
Este item teve o objetivo de trabalhar as modalidades olímpicas apresentadas no gráfico agrupadas em suas respectivas categorias, como lutas, esportes aquáticos e coletivos, além de associar a ideia de adição. Para as categorias lutas e esportes aquáticos, foram consideradas como respostas corretas 23 e 48, respectivamente. Estes números foram encontrados, para a categoria luta, somando a quantidade de atletas do boxe (9) e do judô (14) e para a categoria esportes aquáticos, a soma entre a quantidade de atletas da vela (15) e da natação (33). Já a quantidade de atletas que compõem os esportes coletivos, estas foram corrigidas pelo autor com um pouco mais de compreensão dos erros, visto que modalidades como atletismo, natação e vela são esportes disputados tanto na categoria individual como em grupo, tendo apenas as modalidades de judô e boxe se enquadrando apenas em modalidades individuais. Este item teve um aproveitamento de 46,3%, a menor porcentagem desta atividade. O autor acredita que a pergunta não deixou claro o que vem a ser esportes coletivos. E, por este motivo, não foi considerado necessário empregar a metodologia de investigação de análise de erros.

5.6 Atividade VI: Matemática nos esportes

A atividade VI (Anexo E) foi realizada no dia 17/11/2016 em dois tempos seguidos de 50 minutos cada, sendo constituída de 9 questões extraídas de dois livros didáticos já citados no item 3.1. Vale ressaltar que esta foi a única atividade que não foi elaborada pelo autor. Estas 9 questões foram selecionadas por apresentarem vínculos com o tema que está sendo trabalhado nesta pesquisa, o esporte.

Após trabalhar com três atividades arquitetadas pelo autor (atividade 3,4 e 5) a proposta desta atividade teve como objetivo perceber e analisar o desempenho da turma em questões do livro didático com o caráter esportivo. Abaixo, no gráfico 22, segue a porcentagem de acertos de cada questão.

Gráfico 22 - Percentual de acertos da atividade VI



Fonte: O autor, 2017.

Após exibir o aproveitamento da turma nesta atividade, será apresentado um breve texto em cada questão, expondo as habilidades trabalhadas em cada uma delas, suas respectivas respostas corretas e, em algumas delas, podem constar observações pertinentes feitas pelo autor. Além disso, será aplicada a metodologia de análise de erros nas questões 7 e 8, buscando investigar as causas e motivos que levaram essas questões a terem os piores resultados desta atividade.

1) O Campeonato Mundial de Futebol acontece a cada 4 anos. A primeira Copa do Mundo de futebol foi realizada em 1930, no Uruguai, e a última em 2010, na África do Sul.

a) Complete a tabela, indicando os anos em que aconteceram as últimas quatro Copas do Mundo antes de 2010.

Ano	País
	Estados Unidos
	França
	Japão- Coréia
	Alemanha
	África do Sul
2014	Brasil

Para este primeiro tópico da questão 1, o aluno deveria perceber, através da leitura do texto, que as copas do mundo de futebol acontecem de quatro em quatro anos e, através desta informação, preencher os anos em que aconteceram as copas solicitadas na tabela regredindo sempre quatro anos em cada edição. Sendo assim, neste item foi trabalhado o conceito de identificar regularidades em sequências numéricas.

b) Dívida por 4 cada um dos números da tabela acima. Essas divisões são exatas?

Neste segundo tópico, após efetuar a divisão de dois ou mais valores por 4, era esperado que o aluno percebesse que para todos os anos de edições de copa do mundo, quando divididas por 4, o resto encontrado sempre será 2, sendo sempre divisões não exatas.

c) O que há em comum nessas divisões?

Para este terceiro item, fora esperado que os alunos observassem as regularidades nos resultados obtidos no item anterior.

d) Está prevista uma Copa do Mundo para o ano 2022? Por quê?

Para este último item da questão 1, o aluno poderia utilizar duas estratégias para responder a mesma de forma correta. A primeira, o aluno poderia somar 4 a cada edição olímpica a partir do ano de 2014 e verificar se o ano de 2022 seria encontrado em suas somas e a segunda, bastava o aluno efetuar a divisão de 2022 por 4 e verificar que o resto também seria 2, logo, iria manter a regularidade do item anterior. Para esta questão 1, o índice de acertos se deu de forma satisfatória, atingindo 88% de acertos pelos alunos.

2) A tabela abaixo indica o número de medalhas que alguns países receberam nas Olimpíadas de 1996.

País	Bronze	Prata	Bronze	Total
EUA	25	32	43	100
França	15	7	15	37
Alemanha	27	18	20	65
Brasil	9	3	3	15

Analisando as informações da tabela, é correto afirmar que:

- a) os Estados Unidos obtiveram 73 medalhas a mais que a França.
- b) a França obteve exatamente o dobro de medalhas em relação ao Brasil.
- c) a Alemanha ganhou 50 medalhas a mais que o Brasil.
- d) o Brasil obteve 12 medalhas a menos que a França.

Ler e interpretar informações em uma tabela fora o conceito trabalhado nesta questão. Para alcançar a resposta correta, a opção c, o aluno poderia ir eliminando as opções anteriores, pois não faziam sentido até alcançar a resposta correta, verificando que a seleção da Alemanha conquistou exatamente 50 medalhas a mais que a seleção do Brasil. Para este item o percentual de acertos se deu de forma regular, atingindo 68% de acerto.

3) Uma medalha de ouro e outra de prata foram distribuídas ao final de um campeonato de basquete. Consulte as informações sobre pontos marcados pelos jogadores no quadro abaixo e responda à questão.

	Semifinal	Final
Cadu	18	40
Heitor	39	38
Pedro	25	25

Ganhou a medalha de ouro o jogador que somou mais pontos nos dois jogos e ganhou a medalha de prata quem marcou mais pontos em um único jogo. Qual foi o jogador que não ganhou medalha?

De acordo com o enunciado da questão, para responder a mesma de maneira correta, o aluno inicialmente deveria encontrar quem conquistou a medalha de ouro e, em seguida, a medalha de prata, para aí sim, conseguir determinar qual dos três não ganhou medalha. Para determinar quem conquistou a medalha de ouro, o aluno deveria encontrar o somatório dos pontos dos três participantes e o que tivesse o maior valor seria o medalhista de ouro. Já para a medalha de prata, bastava o aluno verificar qual dos três jogadores marcou mais pontos em uma única partida. Sendo assim, o medalhista de ouro foi o Heitor com 77 pontos (39+38) e o medalhista de prata foi o Cadu, que marcou 40 pontos na partida da final, por isso, para esta questão a resposta correta foi o Pedro, que não conquistou nenhuma medalha. O aproveitamento desta questão se deu de forma satisfatória, alcançando 84% de acertos por parte dos alunos.

4) Resolvi praticar exercícios. No primeiro dia da semana, andei 2 quilômetros. Nos demais dias, andei em cada dia 3 quilômetros a mais que no primeiro dia. Quantos quilômetros andei em uma semana?

Este problema trabalhou a habilidade de identificar regularidades, utilizando a adição em situações matemáticas, aplicando propriedades para efetuar o cálculo. Além disso, o aluno deveria saber que uma semana possui sete dias. Esta questão teve um índice de acertos de 32%, e as respostas para este item foram agrupadas em “corretas” e “incorretas”, sendo considerada correta aqueles alunos que responderam 32 quilômetros. Fora percebido alguns erros de interpretação no enunciado desta questão, tais como:

- Quantidade de dias da semana;
- Desconsideraram a informação que no primeiro dia foram andados 2 quilômetros;
- Fora somado 3 quilômetros a cada dia da semana, tendo como início 2 quilômetros, como se fosse uma progressão aritmética

Abaixo, seguem duas imagens que melhor ilustram esses erros.

Figura 20 – Resposta de um aluno referente a pergunta 4 - Atividade VI

- 4) Resolvi praticar exercícios. No primeiro dia da semana, andei 2 quilômetros. Nos demais dias, andei em cada dia 3 quilômetros a mais que no primeiro dia. Quantos quilômetros andei em uma semana?

$$\begin{array}{ccccccc}
 1^{\circ} & 2^{\circ} & 3^{\circ} & 4^{\circ} & 5^{\circ} & 6^{\circ} & 7^{\circ} \\
 2 & 5 & 8 & 11 & 14 & 17 & 20 \\
 \hline
 & & & & & & 77 \text{ Km}
 \end{array}$$

Fonte: O autor, 2017.

Figura 21 – Resposta de um aluno referente a pergunta 4 - Atividade VI

- 4) Resolvi praticar exercícios. No primeiro dia da semana, andei 2 quilômetros. Nos demais dias, andei em cada dia 3 quilômetros a mais que no primeiro dia. Quantos quilômetros andei em uma semana? 35 quilômetros

$$\begin{array}{r}
 + \\
 2 \\
 + 35 \\
 \hline
 37
 \end{array}$$

Fonte: O autor, 2017.

5) O nadador brasileiro Thiago Pereira obteve a medalha de prata nos 400 m medley nos jogos olímpicos de Londres 2012 com o tempo de 4 min 8,86s. Escreve como se lê o tempo obtido por Thiago.

Nesta questão, foi abordado o conceito de unidades de tempo, tendo como habilidade ler as unidades de tempo, envolvendo seus submúltiplos como décimos e centésimos do segundo. Esta questão teve um índice de acertos de 46% tendo sido classificada em “corretas” e “incorretas” as respostas dadas pelos alunos. As respostas corretas foram aquelas que escreveram quatro minutos, oito segundos e oitenta e seis centésimos de segundos. Questão apontada pelo autor como difícil, visto que não é usual que se utilizem números decimais envolvendo unidades de medida de tempo.

6) Durante as olimpíadas Rio 2016, um bolão esportivo de R\$ 2540,00 foi dividido igualmente entre 26 pessoas. Quanto cada pessoa recebeu?

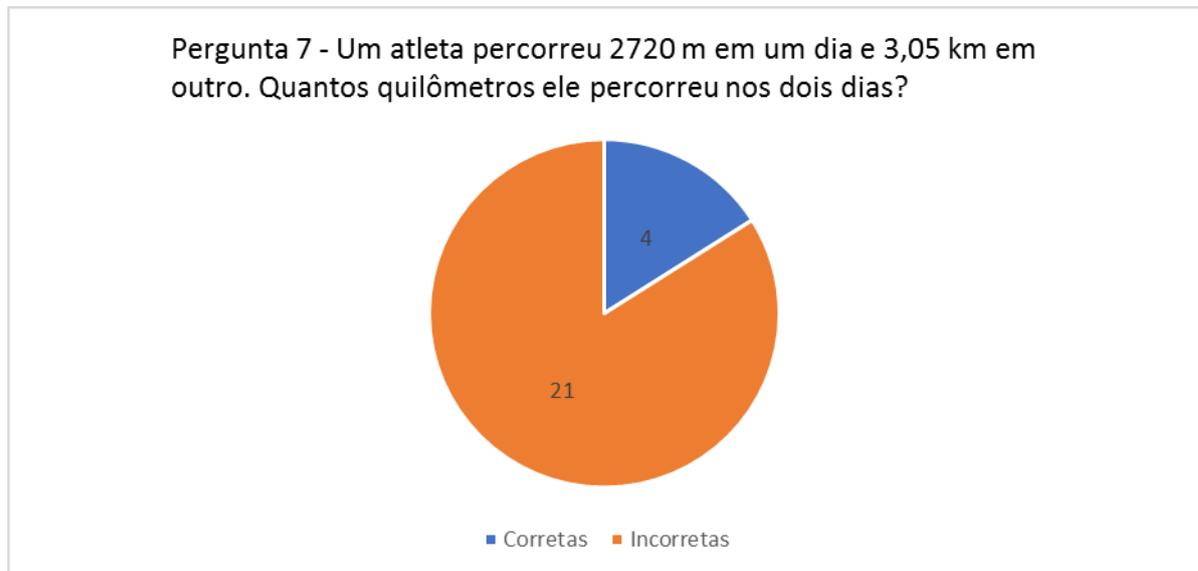
Resolver situações problemas que envolva o conceito de divisão foi a habilidade proposta nesta questão. Para esta questão, o índice de acertos se deu em 72%, o que mostrou que a dificuldade em dividir está sendo superada por grande parte dos alunos desta turma. As respostas foram classificadas em “corretas” e “incorretas”, sendo consideradas corretas todas que responderam R\$ 97,00. Não foram considerados as casas decimais nesta questão, visto que o autor ainda não havia ensinado divisão com números decimais.

7) Um atleta percorreu 2720 m em um dia e 3,05 km em outro. Quantos quilômetros ele percorreu nos dois dias?

Esta pergunta procurou estabelecer relações entre unidades de medidas e seus múltiplos e submúltiplos. Além disso, para responder a mesma de forma correta, era necessário que o aluno transformasse a medida de metros para quilômetros, visto que a resposta deveria ser dada em quilômetros.

O índice de acertos desta pergunta foi de 16% e, por este motivo, será utilizada a metodologia de análise de erros para averiguar os motivos que ocasionaram este índice tão baixo. As respostas foram agrupadas em “corretas” e “incorretas”, sendo consideradas corretas aqueles que responderam 5,77 quilômetros ($2,72 + 3,05$). Qualquer resposta diferente dessa foi considerada incorreta.

Gráfico 23 - Resultado da pergunta 7 – Atividade VI



Fonte: O autor, 2017.

Observando o gráfico 23, é possível constatar que apenas 4 alunos acertaram esta questão e, a grande maioria, 21 alunos a responderam de forma incorreta. A metodologia de análise de erros será empregada nessas 21 respostas incorretas.

Na próxima etapa, de exploração de material, levando em consideração todas as respostas incorretas, foram criadas algumas classes com o intuito de agrupar e ilustrar melhor esses erros. As 21 respostas em estudo foram agrupadas em 3 classes exibidas abaixo, ao lado de suas respectivas frequências, sendo ilustrada com exemplos. Antes de apresentar as classes, é importante frisar que a análise de erros é feita de acordo com o autor.

Classe A: Respostas em branco: Nove alunos deixaram esta pergunta em branco, apresentando assim que a grande maioria da turma possui dificuldades em trabalhar com unidades de medidas e, nem tentaram responder a mesma.

Classe B: Erros matemáticos: Oito alunos expressaram através de suas respostas que interpretaram o enunciado de forma satisfatória, porém apresentaram erros matemáticos em suas respostas, tais como:

- Adição;
- Em contas com números decimais;
- Não consideraram as unidades de medidas e somaram tudo.

Abaixo, seguem duas respostas ilustrativas dos erros supracitados:

Figura 22 – Resposta de um aluno referente a pergunta 7 - Atividade VI

- 7) Um atleta percorreu 2720 m em um dia e 3,05 km em outro. Quantos quilômetros ele percorreu nos dois dias?

Fonte: O autor, 2017.

Figura 23 – Resposta de um aluno referente a pergunta 7 - Atividade VI

- 7) Um atleta percorreu 2720 m em um dia e 3,05 km em outro. Quantos quilômetros ele percorreu nos dois dias? 3025m

Fonte: O autor, 2017.

Classe C: Respostas sem sentido: Quatro alunos se enquadraram nesta classe com respostas que não entenderam o enunciado da questão, colocando respostas absurdas para a questão em análise.

Figura 24 – Resposta de um aluno referente a pergunta 7 - Atividade VI

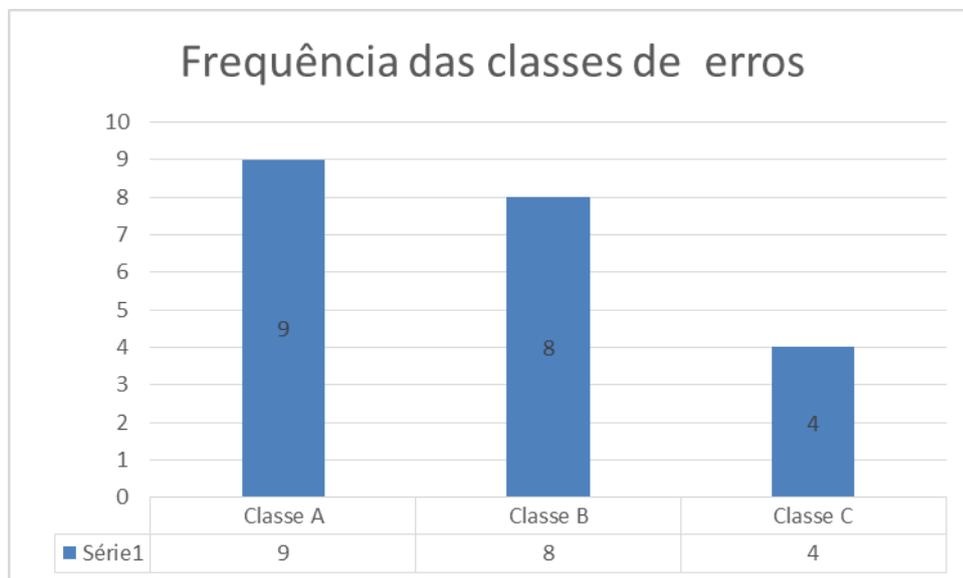
- 7) Um atleta percorreu 2720 m em um dia e 3,05 km em outro. Quantos quilômetros ele percorreu nos dois dias?

3,05 K de 2720

Fonte: O autor, 2017.

Abaixo, o gráfico 24 ajudará a exibir a frequência de cada classe de erros relacionados a pergunta 7.

Gráfico 24 - Frequência das classes de erros - Pergunta 7 - Atividade VI



Fonte: O autor, 2017.

8) Numa competição de natação a partida foi dada às 9h20min22s e o primeiro colocado chegou às 9h27min15s. qual foi o tempo do campeão?

Estabelecer relação utilizando a subtração para o cálculo da duração de um evento foi a habilidade trabalhada nesta questão. Para chegar a resposta correta para esta pergunta, o aluno deveria subtrair o tempo de chegada do tempo de partida, encontrando assim o tempo do campeão. Para esta pergunta, nenhum aluno respondeu a mesma de maneira correta e por este motivo será empregada a metodologia de análise de erros, buscando encontrar as causas que geraram esse índice de 0% de acertos. As respostas desta questão foram classificadas em “corretas” e “incorretas” e seriam consideradas respostas corretas aqueles alunos que efetuassem a subtração e apresentasse como resposta o tempo de 6 minutos e 53 segundos. Como nesse caso, não houve sequer uma resposta correta, a metodologia de análise de erros será aplicada a todas as 25 respostas apresentadas.

Na fase seguinte, a de exploração do material, as 25 respostas foram agrupadas em três classes afim de melhor esclarecer os erros que ocorreram nas respostas desta questão. Apesar do índice de acertos ter sido nulo, nenhum aluno deixou esta pergunta sem resposta, ou seja, não houve resposta em branco para esta questão.

Classe A: 1 minuto = 100 segundos: Quatorze alunos entraram nesta classe, mostrando que entenderam o enunciado da questão de forma correta, porém, no momento que efetuaram a subtração de 9h 27 m e 15 s por 9h 20 m e 22 s, perceberam que 15 não dá pra diminuir 22, pedindo “um emprestado” para os minutos (até ai, tudo correto). Porém, se confundiram e, consideraram 1 minuto tendo 100 segundos, ocasionando o erro da questão. O que mais chamou atenção, que efetuando a conta desta maneira, os alunos encontraram como resposta 6 minutos e 93 segundos e para minha surpresa, alguns deles, perceberam que não existe 93 segundos no relógio, converteram 93 segundos para 1 minuto e 33 segundos, apresentando como resposta do tempo de duração 7 minutos e 33 segundos. Abaixo, segue exemplo de duas respostas que melhor ilustrarão esta classe.

Figura 25 – Resposta de um aluno referente a pergunta 8 - Atividade VI

- 8) Numa competição de natação a partida foi dada às 9h20min22s e o primeiro colocado chegou às 9h27min15s... Qual foi o tempo do campeão?

O tempo do campeão foi de 7 min e 33 seg.

$$\begin{array}{r} 9:20:22 \\ - 9:27:15 \\ \hline 0:06:93 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 93 \\ - 60 \\ \hline 33 \end{array}$$

7 minutos e 33 segundos

Fonte: O autor, 2017.

Figura 26 – Resposta de um aluno referente a pergunta 8 Atividade VI

- 8) Numa competição de natação a partida foi dada às 9h20min22s e o primeiro colocado chegou às 9h27min15s... Qual foi o tempo do campeão?

O tempo do campeão foi, 06 min 93 seg.

$$\begin{array}{r} 9:20:22 \\ - 9:27:15 \\ \hline 0:06:93 \end{array}$$

Fonte: O autor, 2017.

Classe B: Inversão na subtração: Quatro alunos, no momento que efetuaram a subtração, ao perceberem que 15 não dá para subtrair 22, ao invés de pedir emprestado, simplesmente inverteram a conta, fazendo assim, 9h – 9h, 27 m – 20 m e 22 s – 15 s, encontrando em suas respostas 7 m e 7 s. Abaixo, segue uma resposta que melhor justificará esta classe.

Figura 27 – Resposta de um aluno referente a pergunta 8 - Atividade VI

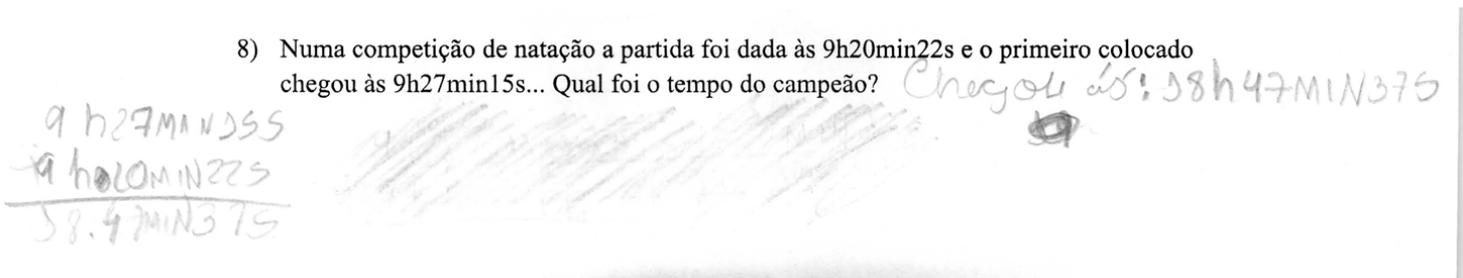
- 8) Numa competição de natação a partida foi dada às 9h20min22s e o primeiro colocado chegou às 9h27min15s... Qual foi o tempo do campeão?

7 min e 7 segundos. X

Fonte: O autor, 2017.

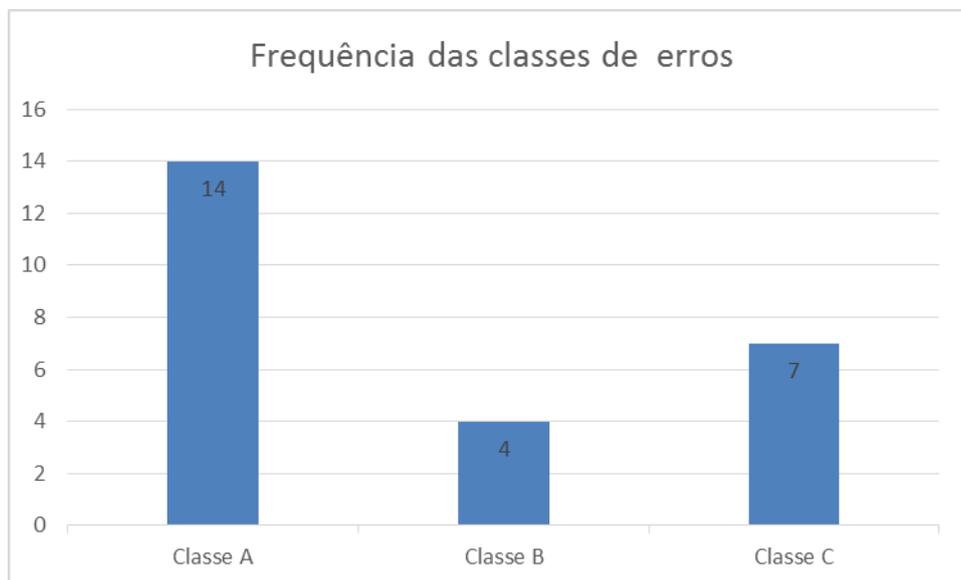
Classe C: Respostas sem sentido: Sete alunos se enquadraram nesta classe, mostrando através de suas respostas que não compreenderam de maneira satisfatória o enunciado da questão, apresentando respostas absurdas para a questão proposta. Abaixo segue uma imagem para ilustrar melhor esta classe.

Figura 28 – Resposta de um aluno referente a pergunta 8 - Atividade VI



Fonte: O autor, 2017.

Gráfico 25: Frequência das classes de erros - Pergunta 8 - Atividade VI



Fonte: O autor, 2017.

Vale ressaltar que, devido à dificuldade apresentada pelos alunos nestas duas últimas questões, os conceitos de unidade de tempo e de medidas foram trabalhados novamente, de forma mais intensificada e com situações - problemas mais voltados à realidade

9) Em um campeonato de futebol, o jogo da final começará às 16h30min... Uma partida de futebol tem normalmente dois tempos de 45min cada e um intervalo de 15 min entre esses dois tempos. Se não houver nenhum contratempo, a que horas terminará o jogo?

O conteúdo trabalhado nesta questão foi unidade de medida de tempo, utilizando neste caso, a operação de adição. Além de efetuar a adição, o aluno deveria perceber que 60 minutos equivale a 1 hora, utilizando sempre essa relação em suas contas. As respostas para este item foram classificadas em “corretas” e “incorretas”, sendo as corretas, aquelas repostas cujo resultado foi 18h15min ($16h30min + 45min + 15 min + 45 min$). Esta questão teve um índice de acertos de 52%, o que mostra que o conteúdo unidade de tempo não é tão desastroso quanto pareceu na questão 7.

5.7 Atividade VII: Redação Final

Para esta última atividade da pesquisa, o autor teve o propósito de avaliar o que os alunos pensam em relação à disciplina matemática, onde, após realizarem todas as atividades propostas, os alunos deveriam produzir uma redação expondo o que pensam e como enxergam a disciplina matemática como um todo. A ideia inicial desta atividade fora perceber se houve uma mudança em relação às redações da atividade 1. Esta atividade foi passada para os alunos no dia 28/11/2016, tendo como prazo de entrega o dia 02/12/2016.

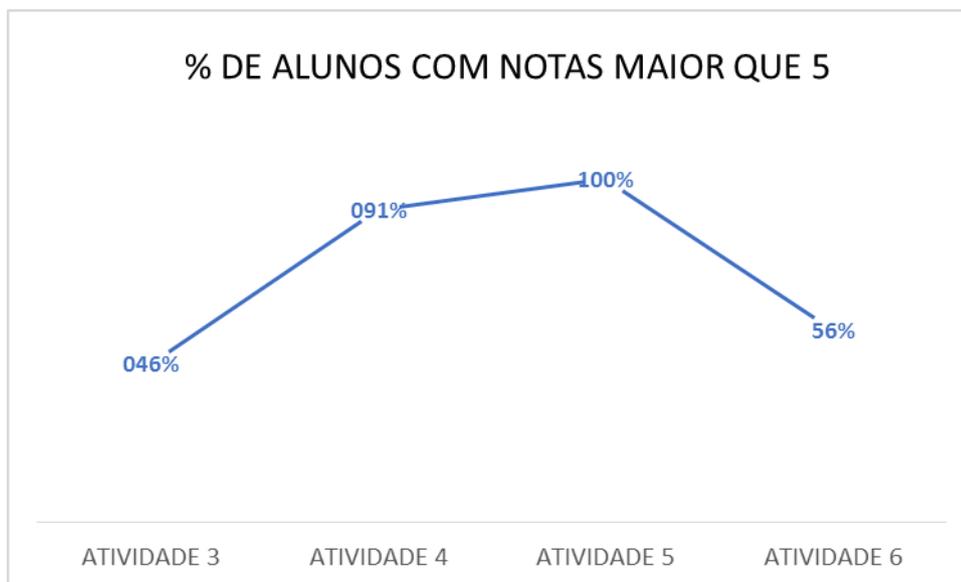
Para esta atividade também foi utilizado o *software* IRAMUTEQ para novamente coletar as palavras que apareceram com maior frequência. Abaixo, segue a figura 29 que ilustra estas palavras.

5.8 Resultado das aplicações das atividades trabalhadas

Neste tópico, serão realizadas algumas considerações sobre o uso da modelagem no processo de ensino da matemática e as suas colaborações no que diz respeito à aprendizagem. Além dessas considerações, iremos explorar as atividades de modelagem matemática que foram realizadas como um todo. A prática como professor tem requisitado inúmeras reflexões acerca da aprendizagem de matemática, devido ao propósito de obedecer às cobranças de futuras profissões e na formação de cidadãos conhecedores do seu papel no meio em que estão inseridos. Nestes pensamentos, é notório que o ensino de matemática utilizando os métodos tradicionais, que compreendem apenas o decorar fórmulas e teoremas sem qualquer tipo de contextualização, já está superado, não contribuindo para a formação dos nossos alunos como cidadãos, causando assim uma enorme desmotivação pela matemática.

Analisando os resultados das atividades de modelagem empregadas foi possível observar uma evidente melhora, tanto nos índices de acertos por parte dos alunos quanto também nos índices de acertos por cada questão. Afora dessas melhoras citadas anteriormente, também foi percebido que o número de questões deixadas em branco pelos alunos nas atividades que eles realizaram se deu em um percentual muito baixo. Estas melhoras nesses índices serão apresentadas em gráficos. Primeiramente será abordada a melhora nos índices de aproveitamento dos alunos com o transcorrer das atividades que foram trabalhadas nesta pesquisa. A fim de averiguar o aproveitamento dos alunos, foi analisado o rendimento de todos os alunos nas atividades 3, 4, 5 e 6 relacionando o número de alunos que obtiveram um rendimento maior ou igual a 50% de acertos em cada atividade com o total de alunos examinados, conforme apresenta o gráfico 26.

Gráfico 26 - Porcentagem dos alunos com notas maiores que 5

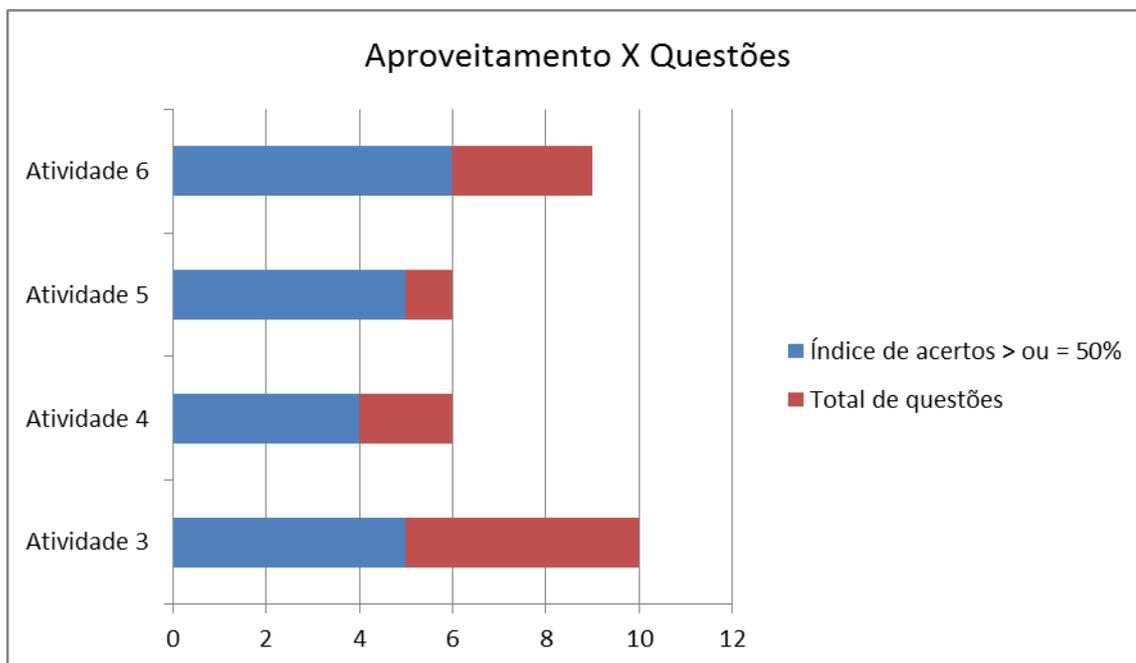


Fonte: O autor, 2017.

Realizando uma breve análise do gráfico acima, foi verificado que em apenas uma atividade, a atividade 3, mais da metade da turma teve um aproveitamento inferior a 50%, indicando que houve uma melhora de 20,69% da atividade inicial (atividade 3) em relação a atividade final (atividade 6). Ainda sobre a análise do gráfico acima, podemos verificar que nas atividades 4 e 5 o aproveitamento da turma se deu em um percentual bem elevado, tendo na atividade 5 todos os alunos com um percentual de acertos maior que a metade, o que faz o autor deduzir que houve um comprometimento maior dos alunos no decorrer das atividades.

Continuando a análise sobre os resultados das atividades, será examinado agora, o quantitativo de questão por atividade que apresentou um índice de acertos maior ou igual a 50%. O gráfico 27 traz esses resultados, tendo logo abaixo, suas respectivas considerações e comentários feitos pelo autor.

Gráfico 27 - Análise dos resultados - Questões com aproveitamento maior ou igual a 50%.

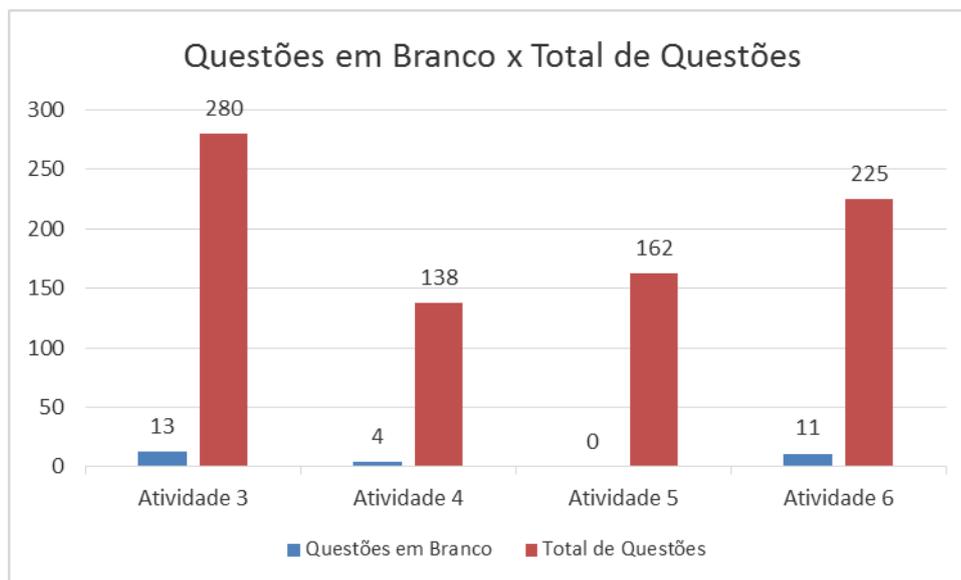


Fonte: O autor, 2017.

O gráfico 27 mostra que, em todas as atividades consideradas, o índice de acertos das questões se deu de forma satisfatória e crescente em relação à primeira atividade examinada (atividade 3). Na atividade 3, de 10 questões trabalhadas, 5 obtiveram um índice de acertos maior ou igual a 50%. Já na atividade 4, de 6 questões analisadas, 4 apresentaram um índice de acerto maior ou igual a 50%. Agora em relação a atividade 5, a única atividade realizada em dupla, de 6 questões no total, apenas uma apresentou um índice de acerto menor que 50%. A última atividade analisada, a atividade 6, cujas questões foram retiradas de livros didáticos, de 9 questões, 6 tiveram um aproveitamento maior ou igual a 50%, mostrando assim uma evolução significativa no que diz respeito ao desempenho por questão.

Encerrando esta etapa de análise dos resultados, será exibido um gráfico de colunas relacionando a quantidade de questões em branco com o total de questões de cada atividade. Em seguida, o autor discorre sobre o principal aspecto encontrado no gráfico.

Gráfico 28 - Análise de resultados – Questões em branco x total de questões



Fonte: O autor, 2017.

Averiguando o gráfico 28, foi possível perceber um baixo índice de questões em branco. Este baixo índice se justifica pelo envolvimento que os alunos tiveram com as atividades que realizaram, motivando os mesmos a estar sempre à procura da resposta correta, pois se tratava de assuntos mais voltados aos seus interesses pessoais.

Em relação à utilização da metodologia de análise de erros, além dos erros matemáticos percebidos na correção das atividades, foi detectado também que é necessário um aprofundamento no quesito leitura e interpretação dos enunciados de uma questão, pois é quase impossível um aluno conseguir responder uma pergunta de maneira correta sem interpretar a mesma de forma satisfatória.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A matemática não deve ser vista como uma disciplina sem importância para o dia a dia do aluno, não devendo ser empregada apenas por um repertório de fórmulas e conceitos que não possuem significado com prática do cotidiano que a sociedade exige. Compreender informações em gráficos ou tabelas é um conteúdo importante na matemática, que vai acompanhar os alunos em toda a sua escolaridade, inclusive em outras disciplinas. Exercícios envolvendo o tratamento de informações é preciso se fazer sempre presente no ensino da matemática. Trabalhar este conteúdo a partir de jornais e revistas é uma ótima oportunidade de um contato significativo do aluno com a matemática, além de colaborar na formação de um cidadão mais consciente e responsável. Neste contexto, os PCN (1997, p.19) para a área de matemática no ensino fundamental ratifica que: “A atividade matemática escolar não é olhar para coisas prontas e definitivas”, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender de e transformar sua realidade”.

Esta pesquisa teve a finalidade de expor a Modelagem Matemática como uma ferramenta pedagógica que pode ser utilizada no ensino fundamental em escolas públicas. Além de conseguir atrair a atenção dos alunos com a inserção da matemática em um tema que se fez presente para todos no ano de 2016, as olimpíadas, foi possível perceber uma diferença nos rendimentos dos alunos para positivo no decorrer das aplicações das atividades. Além da melhora do rendimento, foram percebidos outros aspectos considerados importantes para o processo de aprendizagem, como também na formação de um cidadão mais pensante, possibilitando que os alunos percebam que a matemática vai muito além de uma simples disciplina que é abordada apenas em sala de aula por meio de regras e mecanismos ultrapassados para se tornar uma disciplina que tem um significado na vida dos mesmos.

Foi percebido também nesta turma de sexto ano algo inimaginável: alunos atraídos por atividades matemáticas, tirando dúvidas, questionando a veracidade dos dados que lhes eram apresentados nas atividades, muito diferente da primeira impressão que tive ao iniciar o ano letivo de 2016.

Trabalhar Modelagem Matemática com crianças, quase todas na sua maioria oriundas de comunidade, foi algo totalmente prazeroso e imensurável. Observar os alunos envolvidos em atividades matemáticas, motivados em realizar tais atividades inseridas no meio esportivo foi algo totalmente sensacional. Bassanezi (2002, p.44) também afirma que:

Por exemplo, se vamos utilizar o processo de modelagem matemática para motivar o aprendizado de certos conteúdos matemáticos ou o reconhecimento do valor da própria matemática, muitas vezes a *validação dos modelos* não é um critério fundamental para sua qualificação.

Como primeira aplicação dessa metodologia no ensino da matemática, algumas falhas podem ter existido, ficando assim um aprendizado para futuras aplicações. Bassanezi (2002, p.43) diz que “Da mesma forma que só se pode aprender a jogar futebol, jogando, só se aprende Modelagem, modelando!”.

Trabalhar com Modelagem Matemática, para nós professores, é também uma pouco de aventura, adrenalina, de não sabermos exatamente onde vamos chegar, diferente de uma aula que nós já damos, mas que sabemos a resposta daquele exercício que já fizemos em algum momento, ou algum outro semelhante.

REFERÊNCIAS

- ALVES, R. Novas perspectivas para o uso da História da Matemática. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT). Universidade Estadual do Rio de Janeiro - UERJ. Rio de Janeiro, 2016.
- ANDRINI, A & VASCONCELLOS, MJ. Praticando Matemática. 3ª ed., Ed. Do Brasil, São Paulo, 2002.
- BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, Caxambu, 2001.
- BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma Nova Estratégia. 3ª ed. São Paulo: Contexto. 2009.
- BASSANEZI, RC. Ensino-Aprendizagem Com Modelagem Matemática. Ed. Contexto, São Paulo, 2002.
- BASSANEZI, RC. Modelagem como Metodologia de Ensino da Matemática. Boletim de Educação da SBMAC. IMECC/Unicamp. São Paulo, 1994.
- BELTRÃO, MEP. Aplicações e Modelagem Matemática: Aspectos Históricos. Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Petrópolis, Rio de Janeiro, 2012.
- BIEMBENGUT, M. S. Modelação Matemática como método de ensino-aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus. Dissertação (Mestrado em Matemática). IGCE/UNESP. Rio Claro, 1990.
- BIEMBENGUT, MS & HEIN, N. Modelagem matemática no ensino. 3ª Ed. São Paulo: contexto, 2003.
- BIEMBENGUT, MS. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das Propostas Primeiras às Propostas Atuais. Alexandria. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.7-32, Julho 2009.
- BIEMBENGUT, MS. Concepções e tendências de modelagem matemática na educação básica. Tópicos Educacionais, Recife, n.2, Janeiro 2012.
- BIEMBENGUT, MS. Modelagem Matemática & Resolução de Problemas, Projetos e Etnomatemática: Pontos Confluentes. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.7, n.2, p.197-219, Novembro 2014.
- BORASI, R. Reconceiving mathematics Instruction: a Focus on Errors. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation, 1996.
- BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Brasília, 23 dez. 1996. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/lei9394_ldbn1.pdf. Acessado em 09 de setembro de 2016.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – Brasília: Ministério da Educação, p. 84-85, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. PCN - Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASILEIROS CLASSIFICADOS NAS OLIMPÍADAS DO RIO 2016. Disponível em: <http://olimpiadas.uol.com.br/brasileiros-classificados/>. Acessado em 22 de agosto de 2016.

BRUM, WP. CRISE NO ENSINO DE MATEMÁTICA? OS AMPLIFICADORES QUE POTENCIALIZAM O FRACASSO DA APRENDIZAGEM; VI congresso internacional de matemática; ULBRA, Canoas, Rio Grande do Sul, Brasil, 2013.

BURAK, D. Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese (Doutorado em Matemática), FE/UNICAMP, Campinas, 1992.

CALDEIRA, AD. Modelagem Matemática: Um Outro Olhar. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia. Alexandria (2), 33-54. Fev, 2009.

CARMINATI, NL. Modelagem Matemática: Uma Proposta de Ensino Possível na Escola Pública. Artigo Científico (conclusão do Plano de Desenvolvimento da Educação -PDE 2007- de Formação Continua do Professor), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2007.

CURY, H. N. Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. 1ª ed. Coleção Tendências em Educação Matemática, p. 112. Autêntica. Belo Horizonte: 2008.

DANTE, LR. Didática da Resolução de Problemas de Matemática, 1ª a 5ª séries : para estudantes do curso de magistério e professores do 1º grau. 12. ed., Ática. São Paulo, 2002.

ESTUDO MOSTRA MELHORA DO DESEMPENHO DE JOVENS BRASILEIROS EM MATEMÁTICA. Disponível em: <http://agenciabrasil.ebc.com.br/educacao/noticia/2016-02/estudo-mostra-melhora-do-desempenho-de-jovens-brasileiros-em-matematica>. Acessado em 31 de agosto de 2016.

FROTA, MCR & NASSER, L. Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates. Ed. 5, v:1, Editora SBEM. Recife: 2009.

GRANDES MATEMÁTICOS. Disponível em: <http://giga-mat.blogspot.com.br/p/frases.html>. Acessado em 23 de agosto de 2016.

HISTÓRICO DE MEDALHAS DAS OLIMPÍADAS DE 1896 A 2012. Disponível em: <http://olimpiadas.uol.com.br/quadro-de-medalhas/historico/#quadro-de-medalhas>. Acessado em 12 de agosto de 2016.

LIMA, EL. Conceituação, Manipulação e Aplicações: Os Três Componentes do Ensino da Matemática. Revista do Professor de Matemática, 41. IMPA-RJ, 1999.

LOPES, SE; KATO, LA. A Leitura e a Interpretação de Problemas de Matemática no Ensino Fundamental: Algumas Estratégias de Apoio. Curitiba: SEED/PR, 2011.

MACHADO JR, AG. Modelagem Matemática no Ensino-Aprendizagem e Resultados. Dissertação (Mestrado em Matemática) Universidade Federal do Pará. Belém - PA, 2005.

MATRIZ DA PROVA BRASIL. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil_matriz2.pdf. Acessado em 08 de setembro de 2016.

MEDALHAS DAS OLIMPÍADAS DO RIO 2016. Disponível em: <https://www.rio2016.com/quadro-de-medalhas-paises>. Acessado em 22 de agosto de 2016.

MORI, I & ONAGA, DS. Matemática, Ideias e Desafios. 18ª ed., Ed. Saraiva, Abril, 2016.

NIEMANN, FA & BRANDOLI, F. Jean Piaget: Um Aporte Teórico Para o Construtivismo e Suas Contribuições Para o Processo de Ensino e Aprendizagem da Língua Portuguesa e da Matemática; IX Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul, 2012. Acessado em 22 de agosto de 2016.

OLIVEIRA, AJS. O Ensino e a Aprendizagem de Função Exponencial em Um Ambiente de Modelagem Matemática. Dissertação (Mestrado em Matemática), Universidade Federal Rural do Semi-Árido. Mossoró-RN: 2013.

OLIVEIRA, RJ. O Bom Professor de Matemática segundo a Percepção de Alunos do Ensino Médio. Trabalho de Conclusão de Curso de Matemática, Universidade Católica de Brasília. Brasília, 2007.

PEREIRA, ACC; PEREIRA, DE; MELO, EAP. Livros Didáticos de Matemática: Uma Discussão Sobre Seu Uso em Alguns Segmentos Educacionais - UFRN/SEDUC-PA, 2015.

PISA: PROGRAMA INTERNACIONAL DE AVALIAÇÃO DE ALUNOS. Disponível em: http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2014/relatorio_nacional_pisa_2012_resultados_brasileiros.pdf. Acessado em 12 de dezembro de 2016.

POLYA, G. A Arte de Resolver Problemas. Princetown University Press. Trad. e adapt.: Heitor Lisboa de Araújo. Interciência. Rio de Janeiro, 1978.

SADOVSKY, P. Falta Fundamentação Didática no Ensino de Matemática. Revista Novaescola, Ed. Especial 14. p.08-10. Editora Abril, São Paulo. Jul.2007.

SILVEIRA, MRA. “MATEMÁTICA É DIFÍCIL”: UM SENTIDO PRÉ-CONSTRUÍDO EVIDENCIADO NA FALA DOS ALUNOS, 2002. Disponível em: http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_25/matematica.pdf. Acesso em: 23 de Agosto de 2016.

ANEXO A - Atividade 2: questionário aplicado aos alunos:

Escola Municipal Araújo Porto Alegre

Professor: Marcio Alle

Matemática

Nome:

Turma:

- 1) Em sua opinião, a matemática é importante na sua vida?
() SIM () NÃO
- 2) Você consegue encontrar alguma relação entre os conteúdos matemáticos e o seu dia a dia?
() SIM () NÃO
- 3) Você acredita que apenas o uso de fórmulas seja suficiente para resolver quaisquer exercícios sobre um determinado assunto?
() SIM () NÃO
- 4) Você consegue repetir o que foi ensinado pelo professor em sala de aula em exercícios parecidos?
() SIM () NÃO
- 5) Você vê a matemática como uma disciplina atrativa e motivadora?
() SIM () NÃO
- 6) No seu modo de pensar, todos os indivíduos têm capacidade de aprender matemática?
() SIM () NÃO
- 7) Você já utilizou a matemática em suas brincadeiras ou atividades físicas/esportivas?
() SIM () NÃO
- 8) Você acredita que uma atividade que está inserida no seu dia-a-dia, pode te ajudar no aprendizado da matemática?
a. () SIM () NÃO
- 9) Qual a sua maior dificuldade em aprender matemática?
- 10) O que você acha da disciplina matemática?

ANEXO B - Atividade 3: quadro de medalhas rio 2016

Escola Municipal Araújo Porto Alegre

Professor: Marcio Alle

Matemática

Nome:

Turma:

						TOTAL
1	 USA	ESTADOS UNIDOS	46	37	38	121
2	 GBR	GRÃ-BRETANHA	27	23	17	67
3	 CHN	CHINA	26	18	26	70
4	 RUS	FEDERAÇÃO DA RÚSSIA	19	18	19	56
5	 GER	ALEMANHA	17	10	15	42
6	 JPN	JAPÃO	12	8	21	41
7	 FRA	FRANÇA	10	18	14	42
8	 KOR	REPÚBLICA DA CORÉIA	9	3	9	21
9	 ITA	ITÁLIA	8	12	8	28
10	 AUS	AUSTRÁLIA	8	11	10	29
11	 NED	PAÍSES BAIXOS	8	7	4	19
12	 HUN	HUNGRIA	8	3	4	15
13	 BRA	BRASIL	7	6	6	19
14	 ESP	ESPAÑA	7	4	6	17
15	 KEN	QUÊNIA	6	6	1	13
16	 JAM	JAMAICA	6	3	2	11

O número de medalhas de ouro que um país conquista é o que define sua posição na classificação geral. Se houver empate de número de medalhas de ouro conquistadas por dois ou mais países, o desempate é feito pelo número de medalhas de prata. Se o empate continuar, o que decide a classificação é o número de medalhas de bronze. Com base nessas informações e a tabela acima, responda às perguntas abaixo:

- 1) Quantas medalhas de ouro os Estados Unidos conquistaram a mais que a Grã-Bretanha?
- 2) Dentre os dez primeiros colocados no ranking de medalhas, quais países conquistaram a mesma quantidade de medalhas de ouro? E de prata?
- 3) Quantas medalhas de ouro o Brasil conquistou a menos que os Estados Unidos?
- 4) Qual é o menor número natural que devemos multiplicar a quantidade de medalhas de ouro do Brasil para ultrapassar a quantidade de medalhas de ouro conquistadas pelos Estados Unidos? O que esse número significa para você?
- 5) Quais países conquistaram mais que o dobro de medalhas de ouro do Brasil?
- 6) Podemos afirmar que a China conquistou mais que o triplo de medalhas de ouro em relação ao Brasil? Justifique sua resposta.
- 7) Se os Estados Unidos tivessem conquistados a metade das medalhas de ouro que conquistou, qual posição ele ocuparia no quadro geral?
- 8) Podemos afirmar que se multiplicarmos todas as medalhas conquistadas pela República da Coreia por 3, a mesma ocuparia a segunda colocação? Justifique sua resposta.
- 9) Se as medalhas de prata que o Brasil conquistou fossem transformadas em medalhas de ouro, qual seria a nova posição ocupada pelo Brasil?
- 10) Se todas as medalhas que o Brasil conquistou fossem transferidas para o Japão, qual seria a nova colocação da seleção japonesa?

ANEXO C - Atividade 4 – quantidade de atletas brasileiros nas últimas dez edições olímpicas.

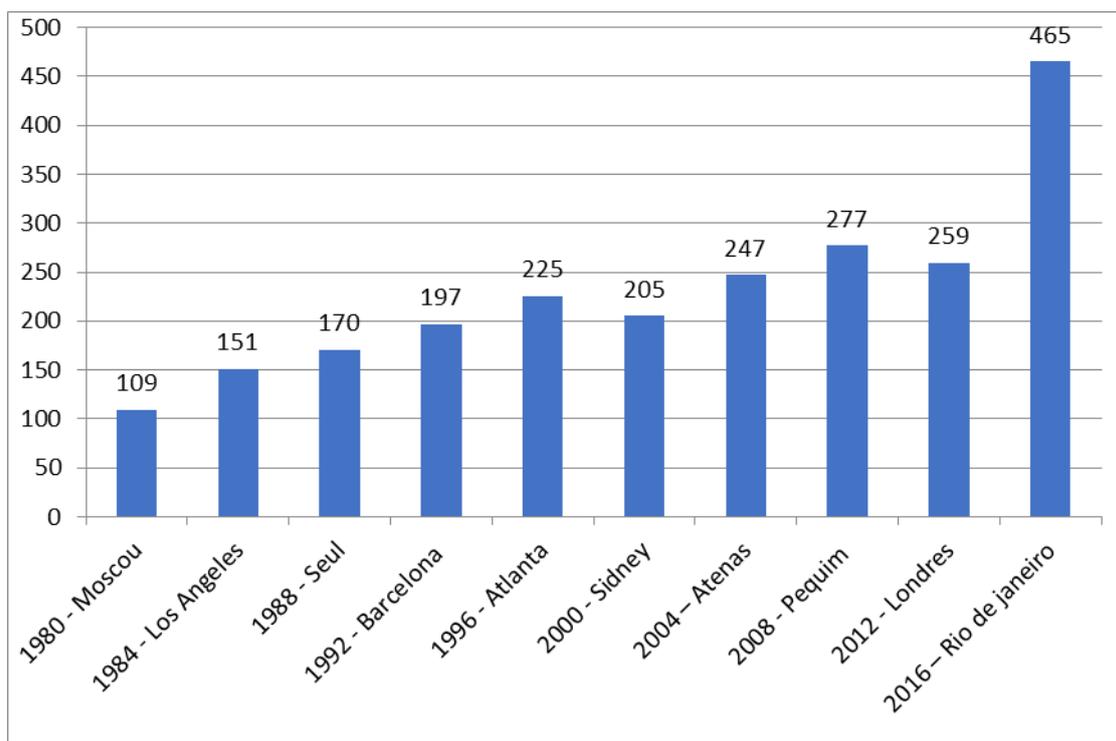
Escola Municipal Araújo Porto Alegre

Professor: Marcio Alle

Matemática

Nome:

Turma:



Com base no gráfico acima, responda:

- 1) Qual foi o ano em que o Brasil teve o menor número de atletas participantes?
- 2) Observando duas edições consecutivas (vizinhas), qual foi o intervalo que teve o maior crescimento na quantidade de atletas?
- 3) Podemos concluir que as olimpíadas acontecem de quanto em quantos anos?
- 4) Em quais anos a quantidade de participantes diminuiu em relação às olimpíadas anteriores?
- 5) Em qual ano o Brasil teve, pela primeira vez, mais do que o dobro de atletas do que nas olimpíadas de Moscou?
- 6) Na sua opinião, quais fatores colaboraram para o aumento do número de atletas brasileiros na Rio 2016?

ANEXO E - Atividade 6 – questões dos livros didáticos .

 <p>PREFEITURA DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO Secretaria Municipal de Educação Subsecretaria de Ensino 2ª Coordenadoria Regional de Educação Escola Municipal Araújo Porto Alegre Estrada Velha da Tijuca, 181 - Usina - Rio de Janeiro - RJ - CEP.: 20531-081 Telefone: (21) 2278-7320 Correio Eletrônico: empalegre@rioeducar.net</p>	 	Professor: Marcio Alle	Disciplina: Matemática
		Nome: _____	Turma: _____

- 1) O Campeonato Mundial de Futebol acontece a cada 4 anos. A primeira Copa do Mundo de futebol foi realizada em 1930, no Uruguai, e a última em 2010, na África do Sul.
- a) Complete a tabela, indicando os anos em que aconteceram as últimas quatro Copas do Mundo antes de 2010.

Ano	País
	Estados Unidos
	França
	Japão- Coréia
	Alemanha
	África do Sul
2014	Brasil

- b) Divida por 4 cada um dos números da tabela acima. Essas divisões são exatas?
- c) O que há em comum nessas divisões?
- d) Está prevista uma Copa do Mundo para o ano 2022? Por quê?

- 2) A tabela abaixo indica o número de medalhas que alguns países receberam nas Olimpíadas de 1996.

País	Bronze	Prata	Bronze	Total
EUA	25	32	43	100
França	15	7	15	37
Alemanha	27	18	20	65
Brasil	9	3	3	15

Analisando as informações da tabela, é correto afirmar que:

- a) os Estados Unidos obtiveram 73 medalhas a mais que a França.
- b) a França obteve exatamente o dobro de medalhas em relação ao Brasil.
- c) a Alemanha ganhou 50 medalhas a mais que o Brasil.
- d) o Brasil obteve 12 medalhas a menos que a França.

- 3) Uma medalha de ouro e outra de prata foram distribuídas ao final de um campeonato de basquete. Consulte as informações sobre pontos marcados pelos jogadores no quadro abaixo e responda à questão.

	Semifinal	Final
Cadu	18	40
Heitor	39	38
Pedro	25	25

Ganhou a medalha de ouro o jogador que somou mais pontos nos dois jogos e ganhou a medalha de prata quem marcou mais pontos em um único jogo. Qual foi o jogador que não ganhou medalha?

- 4) Resolvi praticar exercícios. No primeiro dia da semana, andei 2 quilômetros. Nos demais dias, andei em cada dia 3 quilômetros a mais que no primeiro dia. Quantos quilômetros andei em uma semana?
- 5) O nadador brasileiro Thiago Pereira obteve a medalha de prata nos 400 m medley nos jogos olímpicos de Londres 2012 com o tempo de 4 min 8,86s. Escreva como se lê o tempo obtido por Thiago.
- 6) Durante as olimpíadas Rio 2016, um bolão esportivo de R\$ 2540,00 foi dividido igualmente entre 26 pessoas. Quanto cada pessoa recebeu?
- 7) Um atleta percorreu 2720 m em um dia e 3,05 km em outro. Quantos quilômetros ele percorreu nos dois dias?
- 8) Numa competição de natação a partida foi dada às 9h20min22s e o primeiro colocado chegou às 9h27min15s... Qual foi o tempo do campeão?
- 9) Em um campeonato de futebol, o jogo da final começará às 16h30min... Uma partida de futebol tem normalmente dois tempos de 45min cada e um intervalo de 15 min entre esses dois tempos. Se não houver nenhum contratempo, a que horas terminará o jogo?

ANEXO F - Tabela da atividade 3

Aluno	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	%
1	✓	✗ ✓	✓	✗✗	✓INC	✓✓	✗	✓✓	✓	✗	60
2	✗	✗ ✓	✗	✗✗	✗	✗✗	✗	✗✗	✗	✗	5
3	✓	✓✗	✓	✗✗	✓INC	✗✗	✗	✓✗	✗	✗	35
4	✓	✗✗	✓	✗✗	✗	✓✓	✗	✗✗	✗	✗	30
5	✓	✓✓	✗	✗✗	✓	✓✓	✗	✗✗	✗	✗	40
6	✓	✓✓	✗	✓✗	✓	✓✗	✗	✗✗	✓	✓	60
7	✓	✓✗	✓	✗✗	✓INC	✓✓	✗	✗✗	✗	✗	40
8	✓	✓✓	✓	✓✓	✓	✓✓	✗	✗✗	✓	✗	70
9	✓	✗✓	✓	✗✗	✓	✗✓	✗	✓✗	✗	✗	45
10	✓	✓✗	✓	✓✓	✓	✓✓	✓	✓✓	✓	✓	95
11	✗	✗✗	✗	✗✗	✗	✗✗	✗	✗✗	✗	✗	0
12	✓	✓✓	✓	✓✓	✓INC	✓✓	✓	✗✗	✓	✗	75
13	✓	✓✓	✓	✗✓	✓INC	✓✓	✗	✓✓	✗	✓	70
14	✓	✓✓	✓	✗✗	✓	✓✗	✗	✓✗	✓	✗	60
15	✗	✓✓	✓	✗✗	✗	✗✗	✗	✗✗	✗	✓	30
16	✗	✗✗	✗	✗✗	✗	✗✗	✗	✗✗	✗	✗	0
17	✗	✗✗	✗	✗✗	✗	✓✓	✗	✗✗	✗	✗	10
18	✗	✗✗	✗	✗✗	✓	✗✗	✓	✗✗	✗	✗	20
19	✓	✓✓	✓	✓✗	✗	✗✗	✓	✓✗	✗	✗	50
20	✓	✓✓	✓	✗✗	✗	✓✓	✓	✗✗	✗	✗	50
21	✗	✓✗	✗	✗✗	✗	✓✗	✗	✗✗	✗	✗	10
22	✓	✓✗	✓	✗✗	✓INC	✓✓	✓	✗✗	✗	✗	50
23	✓	✓✓	✗	✗✗	✓	✗✗	✗	✓✓	✗	✓	50
24	✓	✓✓	✓	✗✗	✗	✗✗	✗	✓✓	✗	✗	40
25	✓	✓✓	✗	✓✓	✓	✓✓	✓	✓✓	✓	✗	80
26	✓	✓✓	✗	✗✗	✗	✓✓	✗	✓✓	✓	✗	50
27	✓	✓✓	✓	✓✓	✗	✗✗	✗	✓✗	✗	✗	45
28	✓	✗✗	✗	✗✗	✗	✓✓	✗	✗✗	✗	✗	20
% de acertos	75%	64,3%	57,1%	23,2%	53,6%	57,1%	25%	33,9%	28,6%	17,8%	

ANEXO G - Tabela da atividade 4

Aluno	P1	P2	P3	P4	P5	P6	%
1	✓	✓	✓	✓	✓	✗	83,3%
2	✓	✓	✓	✗	✗	✗	50%
3	F	F	F	F	F	F	F
4	✓	✓	✓	✗	✓	✓	83,3%
5	✓	✗	✓	✓	✗	✗	50%
6	F	F	F	F	F	F	F
7	✓	✓	✓	✓	✓	✗	83,3%
8	F	F	F	F	F	F	F
9	✓	✗	✓	✗	✓	✓	66,7%
10	✓	✓	✓	✗	✗	✓	66,7%
11	✓	✓	✓	✗	✗	✗	50%
12	✓	✗	✓	✗	✓	✓	66,7%
13	✓	✓	✓	✓	✗	✓	83,3%
14	✓	✗	✓	✓✗	✗	✓	58,3%
15	✓	✗	✓	✗	✗	✗	50%
16	✗	✗	✓	✗	✗	✓	33,3%
17	✓	✓	✓	✗	✓	✓	83,3%
18	✓	✗	✓	✗	✗	✓	50%
19	✓	✗	✓	✓✗	✓	✓	75%
20	✓	✗	✓	✓✗	✗	✗	41,7%
21	✓	✓	✓	✗	✗	✗	50%
22	✓	✗	✗	✓	✓	✓	66,7%
23	F	F	F	F	F	F	F
24	✓	✓	✓	✗	✓	✗	66,7%
25	✓	✓	✓	✓	✓	✓	100%
26	✓	✓	✗	✓✗	✗	✓	58,3%
27	F	F	F	F	F	F	F
28	✓	✓	✓	✓	✗	✓	83,3%
%	95,6%	56,5%	91,3%	39,1%	43,5%	65,2%	

ANEXO H - Tabela da atividade 5

Aluno	P1	P2	P3	P4	P5	P6	%
1	✓	✓	✓	✓	✓	✓ x	91,7%
2	✓ x	✓	✓	✓	✓	✓ x	83,3%
3	✓	✓	✓ x	✓	✓	✓ x	50%
4	✓	✓	✓	✓	✓	x	83,3%
5	✓	✓	✓	✓	✓	✓ x	91,7%
6	✓	✓	✓	✓	✓	✓ x	91,7%
7	✓	✓	✓	x	✓	✓ x	75%
8	✓	✓	✓	✓	✓	✓ x	91,7%
9	✓	✓	✓	x	✓	✓ x	75%
10	✓	✓	✓	✓	✓	✓	100%
11	✓	✓	✓	✓ x	✓	✓ x	83,3%
12	✓	✓	✓	✓ x	✓	✓ x	83,3%
13	✓	✓	✓	✓	✓	✓ x	91,7%
14	✓	✓	x	✓	✓	✓ x	75%
15	✓	✓	✓	✓	✓	✓ x	91,7%
16	✓	✓	✓	✓	✓	✓	100%
17	✓	✓	✓ x	✓	✓	✓ x	83,3%
18	✓	✓	✓ x	✓	✓	✓ x	83,3%
19	✓ x	✓	✓	✓	✓	✓ x	83,3%
20	F	F	F	F	F	F	F
21	✓	✓	✓	✓	✓	✓ x	91,7%
22	✓	✓	✓	✓	✓	x	83,3%
23	✓	✓	✓	✓	✓	✓ x	91,7%
24	✓	✓	✓	✓	✓	✓ x	91,7%
25	✓	✓	✓	✓	✓	✓ x	91,7%
26	✓	✓	✓	✓	✓	✓ x	91,7%
27	✓	x	✓ x	✓	x	✓ x	50%
28	✓	✓	✓	✓	✓	✓ x	91,7%
%	96,3%	92,6%	88,9%	88,9%	92,6%	46,3%	

ANEXO I - Tabela da atividade 6

Aluno	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	%
1	✓✓✓✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓	77,8%
2	✓✓✓✓	✓	✓	✓✗	✓	✓	✓	✗	✗	72,2%
3	✓✓✓✓	✓	✓	✓✗	✗	✓	✗	✗	✓	61,1%
4	✓✗✓✓	✓	✓	✗	✓✗	✓	✗	✗	✓	58,3%
5	✓✓✓✓	✗	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✗	22,2%
6	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F
7	✓✓✓✓	✗	✓	✗	✗	✗	✓	✗	✗	33,3%
8	✓✓✓✓	✓	✓	✗	✓	✓	✗	✗	✓	66,6%
9	✓✓✗✓	✓	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✗	30,5%
10	✓✓✗✓	✓	✓	✓✗	✓	✓	✗	✗	✓	69,4%
11	✓✓✓✓	✓	✓	✗	✓	✓	✗	✗	✓	66,6%
12	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F
13	✓✓✓✓	✓	✓	✗	✓	✓	✗	✗	✗	55,5%
14	✓✗✓✓	✗	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✓	30,5%
15	✓✗✗✓	✓	✓	✗	✗	✗	✓	✗	✓	50%
16	✓✓✓✓	✓	✓	✗	✓	✓	✗	✗	✓	66,6%
17	✓✗✗✓	✗	✓	✗	✗	✓	✗	✗	✗	27,8%
18	✓✗✗✓	✗	✓	✗	✗	✓	✗	✗	✗	27,8%
19	✓✗✓✓	✗	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✗	19,4%
20	✓✗✓✓	✓	✓	✗	✗	✓	✗	✗	✗	41,7%
21	✓✓✓✓	✓	✓	✗	✗	✓	✗	✗	✓	55,5%
22	✓✓✓✓	✓	✓	✗	✓	✗	✗	✗	✓	55,5%
23	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F
24	✓✗✓✓	✓	✓	✗	✓	✗	✗	✗	✗	41,7%
25	✓✓✓✓	✓	✓	✗	✓	✓	✗	✗	✓	66,6%
26	✓✓✓✓	✗	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✗	22,2%
27	✓✓✓✗	✓	✓	✗	✓	✓	✗	✗	✓	63,9%
28	✓✓✓✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	8,3%
%	88%	68%	84%	6%	46%	72%	16%	0%	52%	

ANEXO J – Termo de consentimento informado

Eu, _____, por meio deste termo, declaro que concordo com minha participação na pesquisa de dissertação de Mestrado do Professor Marcio Alle Wanous, com temática criptografia aplicada ao ensino básico, para o Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, sob a orientação da Professora Dra. Jeanne Denise Bezerra de Barros. Estou ciente de que esta pesquisa tem finalidade acadêmica e suas conclusões poderão contribuir para o aperfeiçoamento de estudos sobre o ensino de matemática, e para uma melhora na qualidade da educação.

Rio de Janeiro, ____ de _____ de 2016

Assinatura do Informante

Assinatura do Pesquisador

Assinatura do Orientador