Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências

Instituto de Matemática e Estatística

Rafael de Souza

Uma proposta para o ensino de estatística no 9º ano do ensino fundamental

Rio de Janeiro

2017

Rafael de Souza

Uma proposta para o ensino de estatística no 9º ano do ensino fundamental

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Alfonso Olivares Jara.

Rio de Janeiro

2017

CATALOGAÇÃO NA FONTE

UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC-A

S729 Souza, Rafael de.
Uma proposta para o ensino de estatística no 9º ano do ensino fundamental / Rafael de Souza. – 2017.
115 f.

Orientador: Roberto Alfonso Olivares Jara.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística.

1. Estatística – Estudo e ensino - Teses 2. Matemática (Ensino fundamental) – Teses. I. Jara, Roberto Alfonso Olivares. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática e Estatística. III. Título.

CDU 519.2:37

Rosalina Barros *CRB/7 - 4204* - Responsável pela elaboração da ficha catalográfica.

Rafael de Souza

Uma proposta para o ensino de estatística no 9º ano do ensino fundamental

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada em 24 de agosto de 2017.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Roberto Alfonso Olivares Jara (Orientador)
Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Prof. Dr. Sérgio Luiz Silva
Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Prof. Dr. Marcelo Leonardo dos Santos Rainha
Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Rio de Janeiro
2017

DEDICATÓRIA

À minha esposa Gabrielle e à minha filha Julia pela confiança que depositaram sobre mim.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus por me abençoar e iluminar sempre no decorrer dessa vida.

À minha esposa Gabrielle e à minha Julia pela compreensão nos momentos de dificuldade e desespero.

Aos professores do PROFMAT / UERJ que me proporcionaram conhecimentos e experiências essenciais para minha vida docente.

Ao professor Roberto pela orientação, paciência e dedicação a esse trabalho.

Aos meus alunos que fazem parte diária da minha vida docente.

Por fim agradeço a CAPES pelo apoio financeiro de extrema importância nessa caminhada.

Existe uma coisa que uma longa existência me ensinou: toda a nossa ciência comparada à realidade, é primitiva e inocente; e, portanto, é o que temos de mais valioso.

Albert Einstein

RESUMO

SOUZA, Rafael de. *Uma proposta para o ensino de estatística no 9º ano do ensino fundamental.* 2017. 115f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Matemática e Estatística. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

Este trabalho tem como objetivo apresentar um material que possa ajudar aos professores de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental no ensino da Estatística de forma que através da coleta dos dados feita pelos próprios alunos possa influenciar, positivamente, na interação do aluno com o conteúdo a ser aplicado em sala tais como seus próprios dados pessoais serem usados no exercício do conteúdo. Apresentamos também um Plano de Aula para uma boa sequência de explicações. As atividades criadas nesse trabalho trazem uma abordagem histórica e interdisciplinar não esquecendo o aspecto lúdico.Todo o processo de aplicação do conteúdo de estatística no 9º. Ano do Ensino Fundamental foi realizado na Escola Municipal Auto Rodrigues de Freitas na cidade de Itaboraí, no Estado do Rio de Janeiro. Porém, esse trabalho pode ser aplicado em qualquer instituição de ensino.

Palavras-chave: Estatística. Matemática. Plano de aula. Ensino fundamental.

ABSTRACT

SOUZA, Rafael de. A proposal for the teaching of statistics in the nineth grade of elementary school. 2017. 115f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Matemática e Estatística. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

This paper aims to present a material that can help teachers of Mathematics of the 9th grade of Elementary Education in the teaching of Statistics, so that through the collection of data made by the students themselves can positively influence the interaction of the student with the content to be applied in classroom, such as your own personal data to be used in the exercise of the content. We also present a Lesson Plan for a good sequence of explanations. The activities created in this paper bring a historical and interdisciplinary approach, not forgetting the ludic aspect.The entire process of applying the statistical content in the 9th. Year of Elementary School was held at the Auto Rodrigues de Freitas Municipal School in the city of Itaboraí, State of Rio de Janeiro. However, this work can be applied in any educational institution.

Keywords: Statistics. Mathematics. Class plan. Elementary education.

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEB	Avaliação Nacional da Educação Básica
ANRESC	Avaliação Nacional do Rendimento Escolar
CAGED	Cadastro Geral de Empregados e desempregados
ni	Frequência absoluta do valor i
n	Frequência total
fi	Frequência relativa onde $f_i = n_i / n$
fac	Frequência acumulada.
IBGE	INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA
IDEB	Índice de Avaliação da Educação Básica
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação
LDBEN	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
PCN’S	Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN’S)
PISA	*Programa Internacional de Avaliação de Estudantes*
SAC	Setor de Atendimento ao Cliente
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SEEDUC	Secretaria Estadual de Educação e Cultura

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O presente estudo surgiu da preocupação com as estatísticas apresentadas pelo *Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA*), de iniciativa internacional ao realizar uma avaliação comparada, com estudantes na faixa dos 15 anos, em término da escolaridade básica em que o Brasil ocupou a quinquagésima posição o que é confirmado o grande índice de dificuldades dos alunos em turmas em que se leciona há algum tempo.

PINTO; BAZÁN; APARICIO; LOUZADA (2015) apresentaram revisão do conteúdo de Estatística e Probabilidade que fazem parte da grade curricular brasileira para o ensino fundamental, considerando os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) em que os conteúdos são organizados como "Tratamento da Informação" e dessa maneira, propõem a incorporação dos conteúdos na escola, sem, entretanto ofertar justificativa na compreensão do significado da denominação.

Os mesmos autores *op. cit.* citam LOPES; MEIRELLES (2005) ao dizer que:

> A Estatística nos dias de hoje é uma ferramenta indispensável para o exercício da cidadania. Ela permite analisar informações e subsidiar a tomada de decisão, seja na vida pessoal seja no mundo do trabalho. A sua presença é tão marcante que se pode até pensar que seus métodos e técnicas são frutos exclusivos do mundo contemporâneo, porém a história nos informa que a estatística já era utilizada como base para a tomada de decisões no mundo antigo. (LOPES; MEIRELLES, 2005, p. 2 *apud* PINTO; BAZÁN; APARICIO; LOUZADA 2015, p.11).

Segundo os autores *op. cit.* é relevante a presença da estatística no desenvolvimento sócio histórico ao longo do tempo e se torna imprescindível o conhecimento do seu conceito e etimologia do vocábulo registrado de forma italiana desde os anos de 1633 como *statistica,* significando "ciência do estado"; da Alemanha *Statistik,* originada da palavra francesa *Statistique (1*771); Espanha *Stadística* (1776); Inglaterra *statistics* (1787) e, em língua portuguesa *Estatística* (Século XIX).

PINTO; BAZÁN; APARICIO; LOUZADA (2015) afirmam que a Estatística deriva de "*Status*" (Estado) porque possui em sua epistemologia dados que se relaciona ao Estado se tornando por isso ferramenta administrativa como por exemplo o Censo que vem do latim *census*, significando "conjunto dos dados estatísticos dos habitantes de uma cidade, província, estado, nação" (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2010)

A perspectiva histórica da estatística aponta para a invenção dos sistemas de numeração e ao homem que desde os primórdios quantifica o mundo a fim de planejar as suas ações de forma a atingir melhores objetivos.

A palavra estatística evoca sempre a dados numéricos que se apresenta em forma de Quadros e/ou Gráficos de dados quantitativos coletados e que são de interesse daqueles que os produzem ou publicam devido a interesses públicos ou privados. Atualmente, autores diversos, tais como os descritos por NOGUEIRA; VICTER; NOVIKOFF (2015)[1] consideram a estatística necessária ao (...) ao tratamento de dados numéricos afetados por uma multiplicidade de causas, incluindo as probabilidades que envolvem a "coleta, apresentação, análise e interpretação de dados quantitativos". (NOGUEIRA; VICTER; NOVIKOFF, 2015, p.10).

A partir dessas ideias introdutórias surge o objetivo de familiarizar o aluno com o ensino de estatística no 9º ano do ensino fundamental através da coleta de dados feita por eles mesmos. Uma pesquisa com a aplicação de questionário como técnica de levantamento de dados, e a partir desses dados introduzirmos o ensino da estatística no 9º ano e claro levando sempre em consideração a alguns conhecimentos prévios. Posteriormente será aplicado uma avaliação diagnóstica dando suporte às análises e sínteses que levam aos resultados da investigação.

No primeiro capítulo da dissertação apresenta-se o referencial teórico que embasou o estudo e nele são citados os principais autores que defendem as ideias sobre o estudo da estatística no ensino fundamental e no qual se acredita como verdadeiras. Nele se apresenta um pequeno histórico sobre a estatística e sobre a legislação escolar que dá sustento ao trabalho de investigação realizada; a seguir, mostrar a importância do Ensino de Estatística no 9º ano do Ensino Fundamental.

No segundo capítulo apresenta-se com algumas definições e exemplos extremamente necessários para o ensino estatístico tais como variáveis, tabelas de frequências, gráficos e medidas. Além disso, alguns exercícios resolvidos para um maior entendimento do conteúdo.

No terceiro capítulo apresentamos a aplicação do conteúdo programático com o levantamento dos dados, as tabelas de frequências e alguns resultados obtidos com o processo de ensino aprendizagem.

---

[1] NOGUEIRA, Paulo Apolinário; VICTER, Eline das Flores; NOVIKOFF, Cristina. **Roteiro didático para o ensino de estatística:** a cidadania na/pela matemática. Escola de Educação, ciências, letras, artes e humanidades. Universidade Unigranrio. http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/relatorios/produto-paulo-apolinario.pdf

No quarto capítulo apresentamos o plano de aula com todo procedimento realizado na aplicação desse conteúdo de Estatística tal como diversos exercícios resolvidos.

Posteriormente apresentamos a conclusão do trabalho, sintetizando as considerações sobre a aplicação conteúdo de estatística no segundo segmento do ensino fundamental.

Por fim, as referências bibliográficas, os apêndices e anexo.

1. A IMPORTÂNCIA DO ENSINO DA ESTATÍSTICA BÁSICA NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.

Em nosso dia a dia somos confrontados com situações que nos exigem leitura e interpretação de dados estatísticos, expressos em tabelas e gráficos representados das mais variadas formas. A necessidade de avaliar dados e tomar decisões a partir deles torna a estatística uma ferramenta de auxílio no tratamento da informação.

O Brasil, em 2010 encontrava-se na quinquagésima quinta posição no desempenho em Matemática de alunos de 15 anos, segundo o relatório do *Programme for Internacional Student Assessment* (PISA)[2], causando grande prejuízo para o exercício pleno da cidadania.

Segundo IMENES; LELLIS (1994, p. 10), a cidadania necessita da educação e da informação em sua construção a educação porque “toda informação prescinde de interpretação e, para isso, é fundamental certo nível de educação para ser construída” e a informação porque “possibilita escolha e decisão”.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN, 1996) diz:

> *Art. 2º - A educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho.* (LDBEN, 1996)

Assim, os alunos necessitam desenvolver suas habilidades e domínio dos conceitos básicos matemáticos para que tenha garantido o acesso à informação.

BORBA; SKOVSMOSE (2001) aponta para dificuldades para o acesso à informação:

> *Resultados matemáticos e dados estatísticos são uma referência constante durante debates na sociedade. Eles fazem parte da estrutura da argumentação. Dessa forma, a matemática é usada para dar suporte ao debate político. Mas não apenas isso. Ela se torna parte da linguagem com a qual sugestões políticas, tecnológicas e administrativas são apresentadas. A matemática torna-se parte da linguagem do poder.* (BORBA e SKOVSMOSE, 2001, p. 127).

Assim, a Estatística se torna relevante para planejar, coletar dados, organizar e analisar informações, interpretar e divulgar resultados com rigor científico.

---

[2] O *Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA*) de iniciativa internacional para avaliação comparada, aplicada a estudantes na faixa dos 15 anos, idade pressupondo o término da escolaridade básica obrigatória na maioria dos países. (Fonte: http://g1.globo.com/mundo/noticia/2010/12/classificacao-por-paises-no-relatorio-pisa-da-ocde.html).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997, p. 27) diz que:

> *Também é importante salientar que a compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e sociais dependem da leitura crítica e interpretação de informações complexas, muitas vezes contraditórias, que incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação. Ou seja, para exercer a cidadania é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente etc.*(PCNs, 199, p. 27)

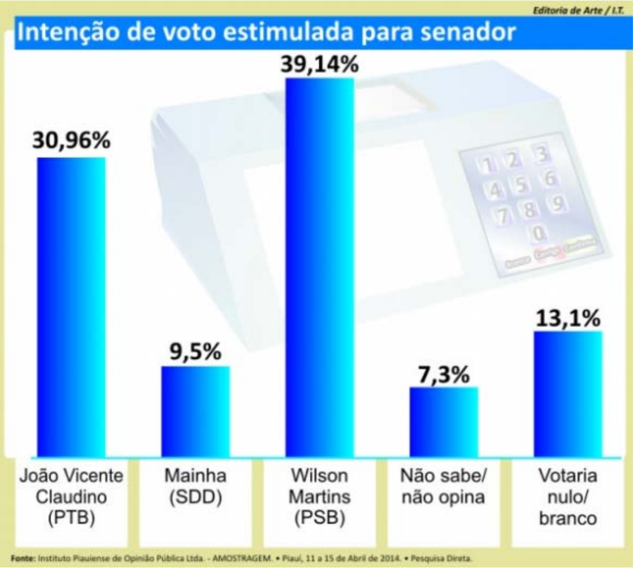
Dessa maneira, a Estatística colabora na formação de um cidadão crítico que passa a compreender o mundo a sua volta em seu dia a dia e o Currículo Mínimo de Matemática[3] que é adotado pela Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro, o campo do "Tratamento da Informação", está previsto em todos os quatro anos do segundo segmento do ensino fundamental, sempre no último bimestre, o ensino da estatística.

1.1. **A importância da análise gráfica no ensino fundamental**

Existem diferentes formas de representação de dados obtidos em pesquisas estatísticas; dentre elas estão os gráficos. Uma boa interpretação dos gráficos é de suma importância em vista que nos jornais, revistas, e ENEM, entre outros, estão sempre aparecendo. Na política, por exemplo, a pesquisa de intenção de voto, em geral, é feita através de uma coleta de dados e expostas em gráficos.

Exemplo: Num jornal foi apresentada a representação a seguir mostrando a intenção de votos para senador em determinada região.

[3] O Currículo Mínimo de Matemática serve como referência a todas as escolas da rede estadual de ensino, apresentando as competências, habilidades e conteúdos básicos que devem estar contidos nos planos de curso e nas aulas. Sua finalidade é orientar, de forma clara e objetiva, os itens que não podem faltar no processo de ensino-aprendizagem, em cada ano de escolaridade e bimestre.
Fonte: http://www.conexaoprofessor.rj.gov.br/curriculo_identificado.asp.

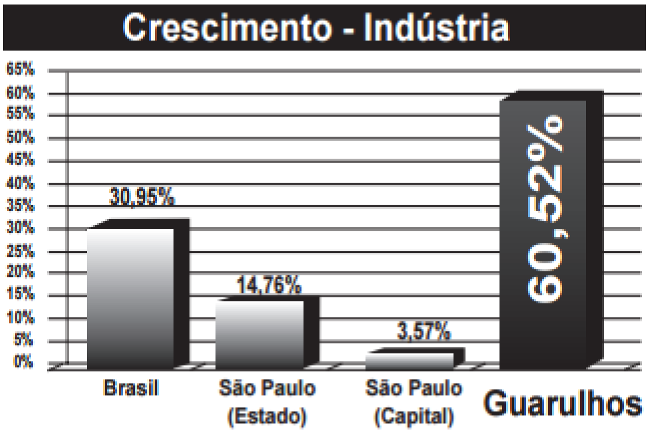


Será que o aluno que já está prestes a ganhar o direito a voto consegue interpretar corretamente essa informação?

A interpretação gráfica é extremante abordada no Exame Nacional do Ensino Médio, o ENEM. Veja a situação a seguir.

Exemplo: **(ENEM 2013)**

A cidade de Guarulhos (SP) tem o 8º PIB municipal do Brasil, além do maior aeroporto da América do Sul. Em proporção, possui a economia que mais cresce em indústrias, conforme mostra o gráfico.



Fonte: IBGE, 2002-2008 (adaptado).

Analisando os dados percentuais do gráfico, qual a diferença entre o maior e o menor centro em crescimento no polo das indústrias?

a) 75,28

b) 64,09

c) 56,95

d) 45,76

e) 30,07

Nesse caso, é necessária uma interpretação correta do gráfico de barras a fim de verificar o maior e o menor valor do mesmo.

Assim, a diferença é dada por: 60,52% - 3,57% = 56,95%.

Entre os diversos tipos de gráficos, foram trabalhados na turma do 9º ano do Ensino Fundamental os Gráficos de Colunas, Gráficos de Barras e Gráfico de Setores. Porém, vale ressaltar a importância de posteriormente ser trabalhado em séries adiantes, outros tipos de gráficos tais como Gráficos de Linhas, histogramas entre outros.

No 9º ano do Ensino Fundamental além da análise dos gráficos damos ênfase ao estudo das medidas de tendências centrais e uma rápida vista pelas medidas de dispersão.

Posterior ao estudos dos gráficos damos ênfase no 9º ano do Ensino Fundamental ao estudo das medidas de tendências centrais: Média, moda e mediana. Entretanto, explicamos de forma branda as medidas de dispersão: Amplitude, variância e desvio padrão.

1.2 **A importância das medidas de tendências centrais no 9º ano do ensino fundamental**

Nem sempre uma tabela ou um gráfico é suficiente para a síntese de um fenômeno medido quantitativamente. Nesse caso, devemos representar o fato de maneira mais sistemática, usando medidas descritivas tais como as medidas de posição: média, moda e mediana, conhecidas também como medidas de tendências centrais, em vista que os dados tendem a ser numerosos e giram em torno do valor central da amostra, embora não seja obrigatório essa tendência.

1.2.1 Por que usar a média aritmética?

A Média aritmética, denotada por M, é calculada pela soma de todos os termos de um conjunto dividido pelo número de elementos desse conjunto. O resultado obtido é chamado de média aritmética ou simplesmente média que é um valor que pode representar todos os elementos do conjunto.

Exemplo: Na disciplina *CALCULANDO* de uma determinada escola, cada estudante recebe uma nota em cada um dos quatro bimestres e, para ser aprovado, sem a realização do exame, deve obter média igual, ou superior a 7,0. Suponha que um estudante obteve as notas 6,0; 6,3; 7,0 e 7,5.

$$M = \frac{6{,}0 + 6{,}3 + 7{,}0 + 7{,}5}{4} = 6{,}7$$

Nesse caso, a média serviu para verificar que o estudante precisa fazer o exame, pois não alcançou o mínimo que é a nota 7,0.

O valor da média sempre estará entre o maior e o menor dos valores do conjunto podendo se igualar, ou não a um dos termos da amostra.

Exemplo: **(ENEM 2016)**

A permanência de um gerente em uma empresa está condicionada à sua produção no semestre. Essa produção é avaliada pela média do lucro mensal do semestre. Se a média for, no mínimo, de 30 mil reais, o gerente permanece no cargo, caso contrário, ele será despedido. O quadro mostra o lucro mensal, em milhares de reais, dessa empresa, de janeiro a maio do ano em curso.

Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio
21	35	21	30	38

Qual deve ser o lucro mínimo da empresa no mês de junho, em milhares de reais, para o gerente continuar no cargo no próximo semestre?

Solução. Calculando a média semestral temos:

$$M = \frac{21+35+21+30+38+x}{6} \geq 30$$

$$145 + x \geq 180$$

$$x \geq 35$$

Neste caso, a média mínima foi importante para calcularmos o lucro mínimo da empresa no mês de julho para o gerente continuar no cargo.

1.2.2 Por que usar a moda?

A Moda, denotada por Mo, é o valor que ocorre com maior frequência em conjunto de dados. Essa não necessariamente existe e, se existir, pode não ser único.

Exemplo: As notas de 11 estudantes na disciplina de *CÁLCULO* foram as seguintes:

4,5 – 5,1 – 5,5 – 6,0 – 6,0 – 7,0 – 7,0 – 7,0 – 7,5 – 8,0 – 8,5

Nessa coleta verificamos que a moda é dada por Mo = 7,0 o que nos permite dizer que é a nota com a maior frequência.

1.2.3 Por que usar a mediana?

A Mediana, denotada por Md, é o valor central de uma série, isto é, é a medida que divide o rol (observações colocadas em ordem crescente) em duas partes iguais, com a mesma quantidade de observações. Essa medida é muito utilizada na análise de dados, especialmente quando se atribui pouca importância às observações extremas da variável.

Caso a quantidade n de observações em um rol seja ímpar, a mediana é exatamente o termo central. Caso n seja par, a mediana é a média aritmética dos dois termos centrais.

Exemplo 1: Conforme o exemplo anterior: As notas de 11 estudantes na disciplina de *CÁLCULO* foram as seguintes:

4,5 – 5,1 – 5,5 – 6,0 – 6,0 – 7,0 – 7,0 – 7,0 – 7,5 – 8,0 – 8,5

Neste caso, a mediana é o 6º termo, logo Md=7,0.

Exemplo 2: As temperaturas mínimas durante dez dias do mês de julho /2013, em determinado município, foram muito baixas e estão expressas abaixo em graus centígrados (^{o}C).

9 – 6 – 7 – 7 – 4 – 5 – 2 – 4 – 8 – 7

Primeiramente devemos observar que os valores não estão em ordem. Colocando em ordem crescente temos:

$$2 – 4 – 4 – 5 – 6 – 7 – 7 – 7 – 8 – 7$$

Assim, a medida é a média aritmética dos dois termos centrais:

$Md = \frac{6+7}{2} = 6{,}5.$

Neste caso podemos concluir que 50% das temperaturas foram menores ou iguais a 6,5 ^{o}C e os outros 50% foram iguais a ou maiores que 6,5 ^{o}C.

1.3 **O que diz o currículo mínimo de matemática**

O Currículo Mínimo é ofertado às escolas e aos professores desde 2012 pela Secretaria Estadual de Educação e Cultura (SEEDUC) e faz parte do conjunto de ferramentas que auxiliam no planejamento das atividades escolares, servindo como referência nas competências e habilidades básicas que devem ser desenvolvidas pelos alunos no ensino fundamental e médio.

Ao acessar o documento encontra-se a citação de PIRES (2000):

> *A organização Curricular deve criar um ambiente escolar que possa ser caracterizado como um espaço em que, além de buscar dados e informações, as pessoas tenham possibilidade de construir seu conhecimento e desenvolver sua inteligência com suas múltiplas competências. (PIRES, 2000, p. 203*)[4]

Assim, sua finalidade é a de orientação objetiva dos itens indispensáveis no processo de ensino e de aprendizagem em cada disciplina e, de acordo com o Currículo Mínimo de Matemática, no 4^{o} Bimestre do 9º. Ano do Ensino Fundamental apresenta conforme o Quadro 01 apresentado também por SANTOS (2014, p. 7), para desenvolvimento de Habilidades e Competências, no campo da informação, a Análise de gráficos e tabelas com os objetivos de Resolver problemas e associar informações contidas em tabelas e/ou gráficos.

[4] PIRES, Célia Maria Carolino. **Currículos de Matemática: da Organização Linear a Ideia de Rede**. São Paulo: FTD, 2000; p. 203.

Campo da Informação	**Análise de gráficos e tabelas**
Habilidades e Competências	-Resolver problemas envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos. - Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice versa.

Fonte: Currículo mínimo de matemática. Disponível em: http://www.conexaoprofessor.rj.gov.br/curriculo_identificado.asp.

Segundo SANTOS (2014) o aluno ao terminar o ensino fundamental necessita ter construído um domínio da estatística com um nível de aprendizado e possibilidades de utilização de suas ferramentas tanto de coleta de dados como de análise e construções de gráficos e tabelas visto que segundo o mesmo autor, o aluno tem possibilidades de investigar, pesquisar e, assim, tornar-se crítico no seu cotidiano.

A capacidade crítica após a análise de determinados dados de acordo com os argumentos selecionados com habilidades da lógica gera autonomia que direciona o aluno no campo profissional escolhido.

LOPES (2008) aponta para importância que tem para os alunos a utilização de temas atuais, da vida social, da realidade do aluno e afirma:

> (...) o trabalho com estatística e probabilidade torna-se relevante ao possibilitar ao estudante desenvolver a capacidade de coletar, organizar, interpretar e comparar dados para obter e fundamentar conclusões, que é a grande base do desempenho de uma atitude científica. Esses temas são essenciais na educação para a cidadania, uma vez que possibilitam o desenvolvimento de uma análise crítica sobre diferentes aspectos científicos, tecnológicos e/ou sociais. (LOPES, 2008, p.61).

O processo de ensino e aprendizagem tem passado por transformações e os professores de matemática buscam aprofundamento das concepções mais recentes que levam os alunos a apresentarem melhores rendimentos, através de uma prática pedagógica atualizada e que segundo NOGUEIRA; VICTER; NOVIKOFF [5] (s/d, p.28) somente será alcançada através de

[5] Escreveram o **Roteiro didático para o ensino de estatística:** a cidadania na/pela matemática. Editado pela Escola de Educação, ciências, letras, artes e humanidades. Universidade Unigranrio. Disponível em: http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/relatorios/produto-paulo-apolinario.pdf Acesso em 10 de julho de 2016.

reflexões sobre a relação do ensino e da pesquisa com base em FREIRE (1996) ao afirmar que não “há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino” que é uma visão significativa da aprendizagem no processo ensino e aprendizagem.

1.4 **Visão significativa da aprendizagem**

NOGUEIRA; VICTER; NOVIKOFF (s/d) igualam as ideias de Freire às de GADOTTI (2003) ao citar que "a ação transformadora só pode ser eficiente quando fundada nas relações entre teoria e prática”, ou seja, na “vinculação de qualquer ideia com suas raízes sociais" e assim, os professores precisam desenvolver o conteúdo programático vinculado à cultura e a realidade do aluno. (NOGUEIRA; VICTER; NOVIKOFF, s/d, p.29).

As reflexões realizadas no autor *op. cit.* leva a compreensão da necessidade que tem o professor não somente ensinar, mas também transmitir cultura porque esta faz gerar a criatividade e a ação transformadora que os alunos necessitam para se tornarem autônomos em sua aprendizagem.

FREIRE (1996, p. 12) diz que “Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender” e acrescenta-se, GADOTTI (2003, p.39) ao apontar aos professores que não basta ser um profissional reflexivo, mas sim, que é necessário dar sentido às reflexões realizadas e, desta maneira, a reflexão se torna um meio, um instrumento para autonomia do aluno visto que sua aprendizagem se torna significativa na vida cotidiana.

> Para o educador não basta ser reflexivo. É preciso que ele dê sentido à reflexão. A reflexão é meio, é instrumento para a melhoria do que é específico de sua profissão que é construir sentido, impregnar de sentido cada ato da vida cotidiana, como a própria palavra latina “insignare” (marcar com um sinal), significa. (GADOTTI, 2003, p. 39)

NOGUEIRA; VICTER; NOVIKOFF (s/d) apontam para a reflexão das ideias propostas de que na escola tradicional, a aprovação de tudo o que será ensinado, em geral, é dada pela utilidade que terá no futuro aquele ensinamento para o aluno e, justifica a dificuldade que o aluno sente em aprender e aplicar os conteúdos que os professores selecionam para ensiná-los. Atividades distantes da sua vida diária e que não vão contribuir para uma aplicação no presente levando a alienação do aluno em face ao que é proposto.

Os autores *opcit* apontam para o contexto conforme compreensão freireana que enfatiza a relação dialógica em sala de aula para que o professor que educa seja ainda educado e, ambos – professor e alunos- se tornam sujeitos do processo ensino e aprendizagem visto que conforme diz FREIRE (1996) (...) agora ninguém educa ninguém, como tampouco ninguém se educa a si mesmo: os homens se educam em comunhão, mediatizados pelo mundo. Mediatizados pelos objetos cognoscíveis que, na prática "bancária", os professores são possuidores e assim, descrevem para os alunos que os acolhem sem a devida compreensão ou vivência. (FREIRE, 1996, p.68).

O professor na perspectiva apontada por FREIRE (1996), GADOTTI (2003) permite envolver o aluno num clima de satisfação ao realizar suas atividades. Ao assumir esta metodologia o professor terá que ter sua educação profissional continuada visto que ele se torna um professor pesquisador em busca de estar junto ao aluno, conhecendo suas especificidades.[6]

Partindo do princípio que não se pode afirmar que alunos são educados e professores são os educadores, busca-se dinamizar o trabalho pedagógico na interação aluno/professor e também, aluno/aluno, em uma perspectiva de colaboração na construção dos significados entre os que participam da aula.

LOPES (2008, p. 62) diz:

> A resolução de problemas, que é o princípio norteador da aprendizagem da matemática, pode possibilitar o desenvolvimento do trabalho com estatística e probabilidade em sala de aula, pois da mesma forma que a matemática, a estatística também se desenvolveu através da resolução de problemas de ordem prática na história da humanidade.
> Assim, é preciso entender que problema não é um exercício de aplicação de conceitos recém-trabalhados, mas o desenvolvimento de uma situação que envolve interpretação e estabelecimento de uma estratégia para a resolução. (LOPES, 2008, p. 62)

Segundo o mesmo autor *op. cit.* as atividades de estatística trabalhadas conforme o exposto, com o professor planejando situações problemas criativos, em acordo com a realidade dos seus alunos coloca em ação capacidades de inferência e raciocínio lógico matemático dos conceitos utilizados.

---

[6] Para que o ensino da estatística e da probabilidade contribua para a efetivação desse fato, é importante que se possibilite aos alunos o confronto com problemas variados do mundo real e que tenham possibilidades de escolherem suas próprias estratégias para solucioná-los. (LOPES, 2008, p. 61). Disponível em http://www.cedes.unicamp.br.

1.5 **Sobre avaliação escolar**

A avaliação faz parte de todo e qualquer planejamento e, na escola, segundo ARAUJO (2015) é:

> Ação inerente à prática docente, constituindo a garantia do padrão de qualidade do ensino um dos princípios estabelecidos na Constituição, cabendo à União, conforme o art. 9º da LDB, assegurar processo nacional de avaliação do rendimento escolar no Ensino Fundamental, médio e superior, em colaboração com os sistemas de ensino, objetivando a definição de prioridades e a melhoria da qualidade. (ARAUJO, 2015, p. 18).

Assim, conforme o autor *op. cit.* a reflexão que se realiza é toda avaliação deve partir de um princípio simplificador cuja preocupação central é sobre o sujeito que vai ser avaliado, sua especificidades sociais, econômicas, políticas e/ou culturais, para que o melhor resultado seja possibilitado e se obtenha melhoria real para o processo do ensino e aprendizagem da matemática o que certamente se confirma pela compreensão da palavra avaliação que contém intrínseca a palavra “valor”, acrescida da palavra “ação”.

BRANDALISE (2010, p.316) afirma que não é possível, portanto, afastar-se da concepção valorativa da ação educacional e a determinação deste valor depende da finalidade de cada avaliação o que se reflete que há um vínculo entre os processos avaliativos e o de planejamento, o primeiro, um ato crítico que subsidia o planejamento construído pela proposta escolar e as atividades realizadas com professor e seus alunos.

PAVANELLO; NOGUEIRA (2006) afirma:

> Há consenso nos estudos sobre avaliação escolar no sentido de ser essencial à prática educativa e indissociável desta, uma vez que é por meio dela que o professor pode acompanhar se o progresso de seus alunos está ocorrendo de acordo com suas expectativas ou se há necessidade de repensar sua ação pedagógica. Quanto ao aluno, a avaliação permite que ele saiba como está seu desempenho do ponto de vista do professor, bem como se existem lacunas no seu aprendizado às quais ele precisa estar atento. (PAVANELLO; NOGUEIRA, 2006, p. 30).

Assim, devido a importância descrita pelos autores estudados, a avaliação necessita ser tema recorrente em educação e não pode estar associada a “desânimo, frustração e abandono escolar, constatando-se, no nível da sala de aula, dificuldades em relação à concepção e à operacionalização de instrumentos que sejam adequados aos estudantes”. (ARAUJO, 2015).

Um alerta é dado pelo autor *op. cit.* para que de forma alguma o aluno tenha desconhecimento do seu desempenho escolar e, este precisa ser passado ao mesmo, de forma clara, constante e amigável, através de um diálogo qualitativo envolvendo ainda família e gestores com objetivo em colocar os envolvidos em ação na compreensão do que o aluno "aprendeu e não aprendeu" e dessa maneira, estabelecer metas que venham levem à superação.

O Decreto 6.094/2007 veio estabelecer qualidade da Educação Básica e que a mesma seja aferida com base no IDEB, calculado e divulgado periodicamente pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas (INEP) e com base nos dados sobre rendimento escolar, combinados com o desempenho dos alunos, constantes do censo escolar e do SAEB, composto pela Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB) e a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC), mais conhecida como Prova Brasil.[7]

Com base nas ideias descritas se objetivou a implementação de uma prática metodológica que levasse em conta as ideias apresentadas.

Assim, no próximo capítulo, se apresenta com mais detalhes as etapas da investigação realizada para conhecer melhor as especificidades dos alunos envolvidos, as atividades desenvolvidas como conteúdo programático e uma avaliação com os resultados obtidos.

---

[7] Nos anos em que a Prova Brasil e o Saeb são aplicados, as secretarias estaduais e municipais de educação e as escolas públicas da educação básica, que possuem turmas de quinto e nono anos do ensino fundamental, recebem os cadernos Matrizes de Referência, Temas, Tópicos e Descritores. http://portal.mec.gov.br/prova-brasil/matrizes-da-prova-brasil-e-do-saeb .

2 ALGUMAS DEFINIÇÕES

Apresentamos nesse capítulo algumas definições previamente necessárias para o entendimento do conteúdo de Estatística no 9º ano do ensino fundamental.

2.1 Coleta e distribuição dos dados

Para a realização de uma boa pesquisa, é necessário conhecer, inicialmente, o conjunto universo ou a população – pessoas ou objetos que tenham em comum a característica pesquisada. Em seguida, se o conjunto universo é grande, tornando o custo operacional inviável, define-se uma amostra, que é um subconjunto da população. A escolha da amostra é de fundamental importância, pois esta representará toda a população.

A amostra é definida previamente e obtida com a consideração de alguns critérios, a fim de que seja significativa (quanto ao número de elementos) e se mostre representativa a população.

Cada item da pesquisa chama-se variável, que pode ser classificada da seguinte maneira:

Variáveis qualitativas – são aquelas que apresentam como resposta uma preferência, um atributo ou uma qualidade do entrevistado.

Exemplos: seu time do coração, o curso para o qual prestará vestibular, turma (A ou B), sexo (masculino ou feminino), classe social (baixa, media ou alta), etc.

As variáveis qualitativas podem ser classificadas como “nominal” ou “ordinal”, conforme a escala usada para caracterização que se diferenciam pela existência “Ordinal” ou não “nominal” de hierarquia entre as categorias. Em uma escala nominal existe apenas a possibilidade de estabelecimento de relação de semelhança ou diferença entre os elementos mensurados. Já na escala ordinal, além desse tipo de relação, também é possível estabelecer relação de superioridade ou inferioridade entre os elementos mensurados.

O modelo de um carro (*Chiconaultla, SpaceShuttle, Delteforce3,...*) é um exemplo de variável qualitativa nominal. Mas a opinião sobre o veículo (*insatisfeito, satisfeito, muito satisfeito* ...) é um exemplo de variável qualitativa ordinal.

Variáveis quantitativas – são aquelas que podem ser expressas por números, ou seja, são mensuráveis.

Exemplos: altura, massa, idade, salário, quantidade de filhos etc.

As variáveis quantitativas podem ser classificadas como “discreta” ou “contínua”. Se os valores numéricos podem ser enumerados, a variável é dita discreta, caso contrário é contínua.

A quantidade de filhos que um casal pode ter (*0, 1, 2, 3, 4, ...*) é um exemplo de variável quantitativa discreta. Agora, a idade dos funcionários de uma empresa ($18 \leq x \leq 65$) é um exemplo de variável quantitativa contínua.

Os dados obtidos numa pesquisa de campo, seja quantitativa, sejam qualitativamente, geralmente são organizados em forma de tabela. À primeira tabela de organização dos dados, denomina-se **tabela de dados brutos.**

Exemplo: Uma pesquisa realizada com 10 clientes da Oliveto Gastronomia revelou uma série de dados, os quais estão representados na tabela a seguir. Aos entrevistados foram feitas as seguintes perguntas:

Qual é sua idade?

Qual é o seu prato favorito?

Tabela 2.1- Tabela com as informações obtidas

Idade	Prato favorito
47	Lasanha
54	Lasanha
38	Risoto
55	Carne
50	Risoto
56	Lasanha
61	Risoto
58	Carne
55	Lasanha
69	Lasanha

Fonte: O autor, 2016.

Nota-se que, das duas variáveis pesquisadas, a primeira (idade) representa uma variável quantitativa, ao passo que a segunda (prato preferido) representa uma variável qualitativa.

Os dados coletados numa pesquisa estatística, inicialmente distribuídos na tabela de dados brutos, necessitam ser organizados numa nova tabela com as informações resumidas, para cada variável. Essa tabela será denominada de **tabela de frequência**, e como o nome indica, conterá os valores da variável e suas respectivas contagens, as quais são denominadas **frequências absolutas** ou simplesmente **frequências.** A frequência absoluta será representada por **Fa**.

Exemplo: *Numa academia, foi realizada uma pesquisa, coletando-se informações relacionadas a altura (em m) e massa (em kg) de um grupo de 10 idosos que praticavam exercícios físicos no período da tarde. A seguir está a tabela (de dados brutos) que reúne as informações coletadas.*

Tabela 2.2 - Tabela das variáveis Massa e Altura

Massa (kg)	Altura (m)
61	1,68
65	1,75
62	1,79
65	1,55
63	1,64
64	1,60
62	1,58
62	1,74
65	1,70
62	1,56

Fonte: O autor, 2016.

Conforme a Tabela 2.2, a tabela de frequência para a variável Massa é a seguinte:

Tabela 2.3 - Tabela da frequência para a variável Massa

Massa	Frequência (F_a)
61	1
62	4
63	1
64	1
65	3
Soma	$\sum F_a = 10$

Fonte: O autor, 2016.

Para efeitos de comparação com outros grupos ou conjuntos de dados, será conveniente acrescentarmos uma coluna na tabela de frequência contendo o calculo da **frequência relativa**, definida pela razão $F_r = \frac{F_a}{n}$ entre a frequência absoluta Fa e o número total de dados (n). A frequência relativa também é representada em porcentagem, bastando para isso multiplicar o resultado da divisão por 100.

Note que quando estivermos comparando dois grupos com relação às frequências de ocorrências dos valores de uma dada variável, grupos com um número total de dados maior tendem a ter maiores frequências de ocorrências dos valores das variáveis. Desta forma, o uso da frequência relativa vem resolver este problema.

Exemplo: *A seguir, a Tabela de frequência para a variável Massa (incluindo as frequências absolutas e relativas) baseada na Tabela 2.2 do exemplo da academia citado anteriormente.*

Tabela 2.4 - Tabela de frequência e porcentagem para a variável Massa

Massa	Frequência absoluta (F_a)	Frequência relativa (F_r)	Porcentagem (%)
61	1	$\frac{1}{10}=0,10$	10
62	4	$\frac{4}{10}=0,40$	40
63	1	$\frac{1}{10}=0,10$	10
64	1	$\frac{1}{10}=0,10$	10
65	3	$\frac{3}{10}=0,30$	30
Total	$\sum F_a = 10$	$\sum F_r = 1$	$\sum = 100\%$

Fonte: O autor, 2016.

Tabela de frequências com variáveis distribuídas em classes

Comparando os valores da variável massa com os valores da variável altura na tabela 2.2, pode-se notar que a apesar que as duas variáveis serem quantitativas, a primeira apresenta valores inteiros e a segunda, valores reais não inteiros. Esta diferença faz com que a variável altura possua um grande número de valores diferentes de modo que, se sua tabela de frequência fosse feita nos moldes da variável massa obteríamos praticamente os valores originais da tabela de dados brutos. Este fato acontece frequentemente com todas as variáveis quantitativas que assumem valores reais não necessariamente inteiros. Daí que é necessário construir **classes** ou intervalos e contar o número de ocorrência em cada classe. As classes são denotadas por a ⊢ b, que inclui todos os valores maiores ou iguais que a e menores que b. A amplitude da classe é o número b-a. A tabela 2.5 a seguir, mostra a tabela de frequência para a variável altura, segundo os dados fornecidos na tabela 2.2. Foram usadas classes de amplitude 5 iniciando em 155.

Tabela 2.5 - Tabela de frequência para a variável Altura

Altura cm	Frequência absoluta (F_a)	Frequência relativa (F_r)	Porcentagem (%)
155 ⊢ 160	3	$\frac{3}{10}=0{,}30$	30
160 ⊢ 165	2	$\frac{2}{10}=0{,}20$	20
165 ⊢ 170	1	$\frac{1}{10}=0{,}10$	10
170 ⊢ 175	2	$\frac{2}{10}=0{,}20$	20
175 ⊢ 180	2	$\frac{2}{10}=0{,}20$	20
Total	$\sum F_a = 10$	$\sum F_r = 1$	$\sum = 100\%$

Fonte: O autor, 2016.

Em algumas tabelas de frequência será usada a frequência acumulada (f_{ac}) que é a soma da frequência relativa até o valor escolhido.

Por exemplo, na tabela 2.5 no intervalo 160 ⊢ 165 a frequência acumulada é de 50%, ou seja, 30% + 20% = 50%. Já no intervalo 170 ⊢ 175 a frequência acumulada é de 80%, ou seja, 30% + 20% + 10% + 20% = 80%.

Existem diferentes formas de representação de dados obtidos em pesquisas estatísticas; dentre elas estão os gráficos. Esses são uma opção utilizada diariamente pelos meios de comunicação, pois se trata de uma representação visual dos dados estatísticos.

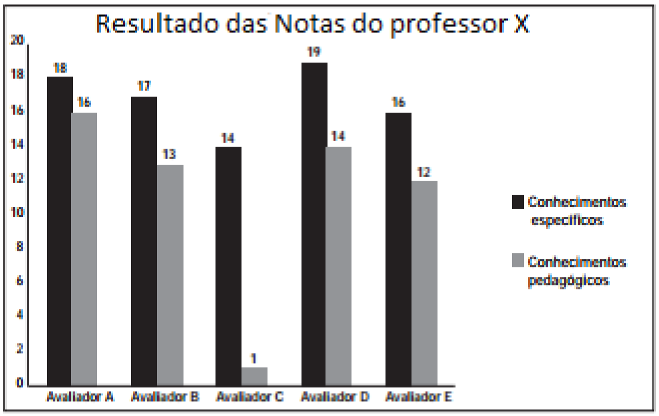
No Ensino da Estatística no 9º ano do ensino fundamental, propomos iniciar com a apresentação de alguns tipos de gráficos para alunos. Na explanação desse conteúdo damos ênfase aos gráficos de colunas, gráficos de barras, gráficos de setores e aos histogramas. Entretanto citamos outros tipos de gráficos embora não nos aprofundamos.

2.2 **Alguns tipos de gráficos**

2.2.1 <u>Gráficos de colunas</u>

Nesse tipo de gráfico traçamos várias colunas ou barras verticais, uma para cada categoria devendo apresentar a mesma largura. A altura deve ser proporcional a sua frequência absoluta e os espaços entre elas costumam variar de metade até 2/3 de sua largura.

O gráfico de colunas abaixo representa as notas recebidas por um professor X em um determinado exame na qual cada avaliador (A, B, C, D e E) atribuiu uma nota para conhecimentos específicos e uma nota para conhecimentos pedagógicos.

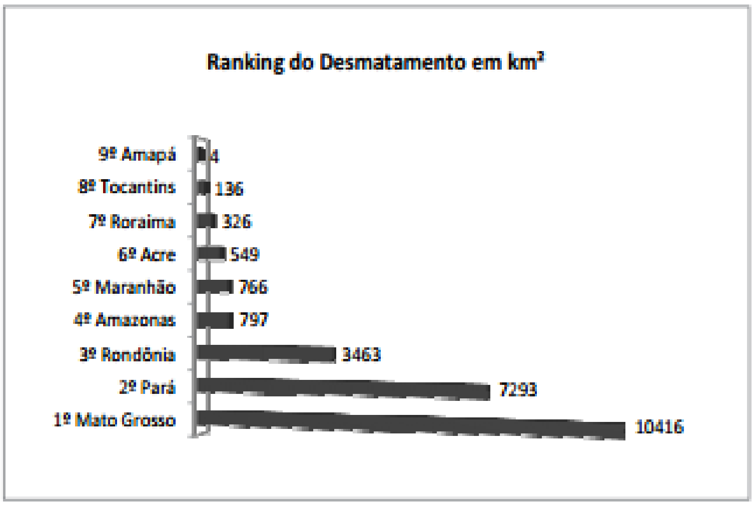


Fonte: O autor, 2016.

2.2.2 <u>Gráfico de Barras</u>

No gráfico de barras, a formação das barras horizontais segue o mesmo padrão do gráfico de colunas. A escolha entre barras e colunas, em geral, é feita em função da forma de identificação (nome) das categorias. Se forem extensas são usadas barras, caso contrário, colunas.

O gráfico de barras abaixo mostra o ranking de desmatamento em 2004, chamada de Amazônia Legal, que é integrada por 9 estados.

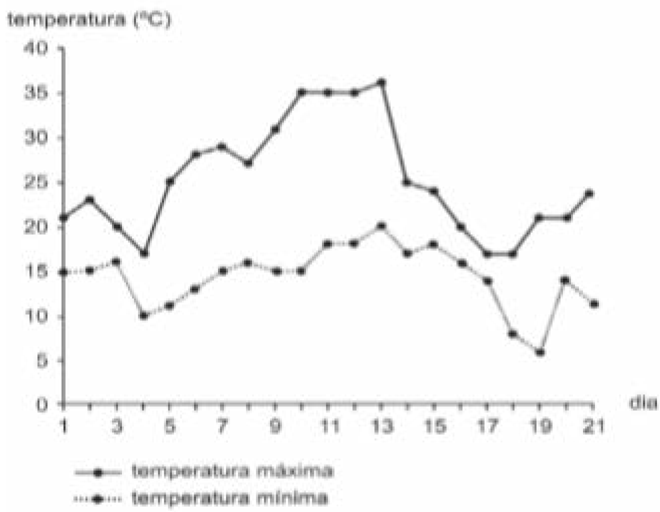


Disponível em: www.folhaonline.com.br. Acesso em: 30 abr. 2010 (adaptado).

2.2.3 Gráfico de Segmentos

O gráfico de Segmentos ou Linhas é construído marcando os pontos no eixo cartesiano para, em seguida, uni-los por meio de segmentos de retas. É mais comum nas séries cronológicas, em que a variável tempo fica representada no eixo horizontal, e as quantidades respectivas, no eixo vertical. Esse tipo de gráfico pode apresentar uma ou mais linhas, dependendo da situação descrita.

O gráfico a seguir mostra o registro das temperaturas máximas e mínimas em uma cidade, nos primeiros 21 dias do mês de setembro de 2013.

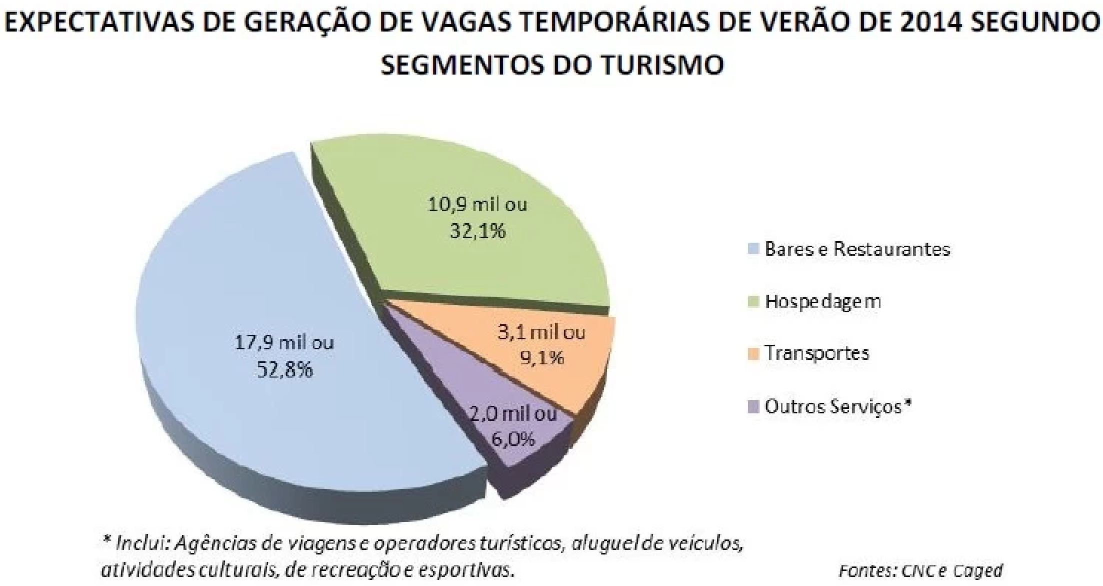


Fonte: Prova da UFRGS, 2004.

2.2.4 Gráfico de Setores

O gráfico de setores, também conhecido como gráfico de disco ou pizza é usado quando se deseja evidenciar as frequências percentuais (frequências relativas apresentadas em porcentagem) associadas a cada classe de uma variável quantitativa. Usamos um círculo, representando o total de observações (360^{o}) e é dividido em setores associados a cada uma das categorias, com tamanhos proporcionais às suas frequências de ocorrência. O tamanho de cada setor é obtido através de uma simples regra de 3 transformando cada frequência em graus.

O gráfico de setores abaixo mostra a expectativa de geração de vagas temporárias de verão de 2014 segundo os segmentos de turismo.



2.2.5 Histogramas

O Histograma consiste em retângulos justapostos cujas bases localizam-se nas classes de valores da variável e com área igual à frequência relativa da respectiva classe. Desta forma, a altura de cada retângulo é definida pelo quociente da área pela amplitude da classe. Os pontos médios dos retângulos coincidem com os pontos médios dos intervalos de classe. Os histogramas são geralmente utilizados para representar dados expressos em tabelas organizados em classes.

A seguir faremos um exemplo detalhado mostrando o passo a passo da elaboração deste tipo de gráfico visto que diferencia dos gráficos anteriores, estes não foram vistos pelos alunos nos anos anteriores.

Exemplo: Considere que os salários dos funcionários de uma empresa estão registrados na seguinte tabela de frequências:

Salário	F_a	F_r	F_{ac}
600 ⊢ 700	5	0,08	0,08
700 ⊢ 800	8	0,12	0,20
800 ⊢ 900	12	0,19	0,39
900 ⊢ 1000	14	0,22	0,61
1000 ⊢ 1100	13	0,20	0,81
1100 ⊢ 1200	7	0,11	0,92
1200 ⊢ 1300	5	0,08	1,00
Total	64	1	

Para confeccionar o histograma precisamos, primeiramente, determinar a altura h_i de cada retângulo, i = 1,2,3,4,5,6,7.

Como a área de cada retângulo se encontra na coluna F_r e como a amplitude de cada classe é 100, então:

$$h_1 = \frac{0{,}08}{100} = 0{,}0008$$

$$h_2 = \frac{0{,}12}{100} = 0{,}0012$$

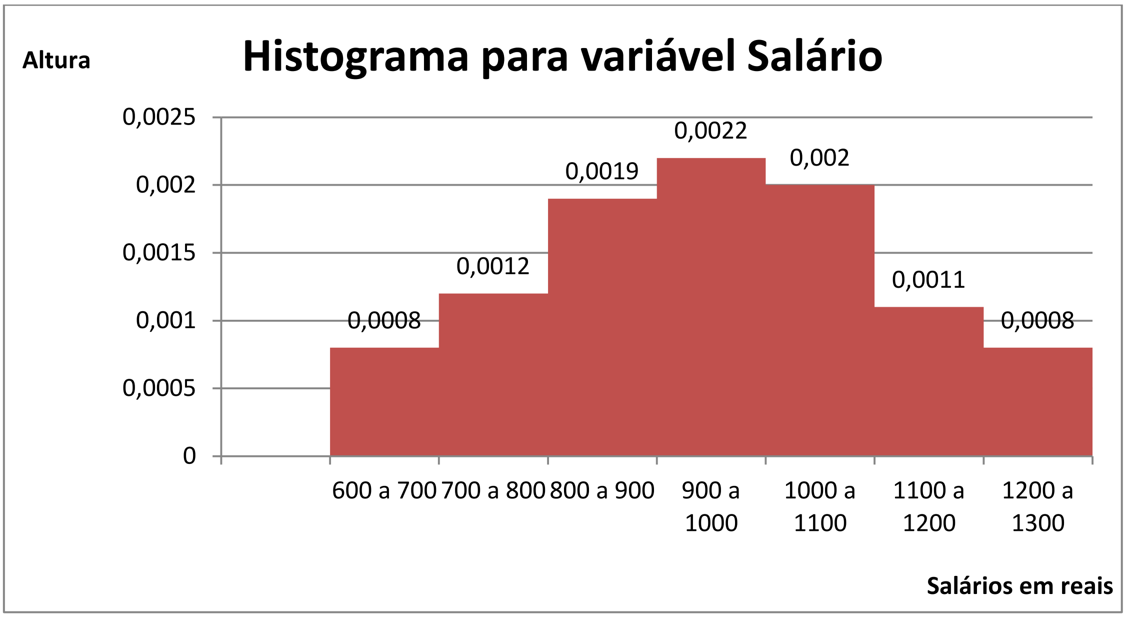
$$h_3 = \frac{0{,}19}{100} = 0{,}0019$$

$$h_4 = \frac{0{,}22}{100} = 0{,}0022$$

$$h_5 = \frac{0{,}20}{100} = 0{,}0020$$

$$h_6 = \frac{0{,}11}{100} = 0{,}0011$$

$$h_7 = \frac{0{,}08}{100} = 0{,}0008$$



Fonte: o autor, 2016.

Desta forma, pode–se dizer por exemplo que 19% dos salários dos funcionários dessa empresa são maiores ou iguais a R$ 800,00 e menores que R$ 900,00.

Observe que a soma da áreas dos 7 retângulos é 1.

Os outros tipos de gráficos poderão ser apresentados apenas nominalmente e com uma ilustração para os alunos da turma.

Em seguida, entramos no estudo das medidas de tendências centrais.

2.3 **Medidas de tendências centrais**

Após o estudo sobre os gráficos entramos na discussão sobre as medidas de tendências centrais. Nosso interesse agora é caracterizar o conjunto de dados através de medidas que resumam a informação, por exemplo, se estamos numa parada de ônibus urbano e nos pedem informação sobre a demora em passar um determinado ônibus, que diremos? Não vamos dar como resposta uma tabela de frequências. Quem perguntou deseja uma resposta breve e rápida que sintetize a informação que dispomos e não uma completa descrição dos dados coletados. Nesta seção definiremos as medidas de posição ou medidas de tendência central para um conjunto de dados qualquer: Médias aritméticas, Moda e Mediana que são medidas que orientam quanto à posição da distribuição dos dados em relação a um eixo horizontal. De maneira geral os dados tendem a ser mais numerosos em torno de um valor central, diminuindo gradativamente, sua frequência à medida que se afastam desse valor. Assim as medidas de tendências centrais tentam localizar esse valor central.

2.3.1 Média aritmética simples

A primeira medida de tendência central estudada foram as médias aritméticas simples, que vamos denotar por M. A média aritmética simples de um conjunto de dados é o quociente entre a soma desses dados pelo total de dados da amostra. Assim, numa amostra de x_1, x_2, x_3, ..,x_n elementos, a média aritmética simples entre esses valores é dada por:

$$M = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$$

Exemplo: Em uma escola, a média final a ser alcançada por qualquer aluno no intuito de obter aprovação é 7,0. Carlos obteve as seguintes notas na disciplina de Matemática durante o ano letivo:

1º Bim 5,5

2º Bim 7,0

3º Bim 9,0

4º Bim 8,0

Carlos foi aprovado ou reprovado?

Solução: Calculando a média de Carlos obtemos:

$$M = \frac{5{,}5 + 7{,}0 + 9{,}0 + 8{,}0}{4} = \frac{29{,}5}{4} = 7{,}4$$

Portanto, Carlos foi aprovado.

Exemplo: Na revisão de prova de uma turma de quinze alunos, apenas uma nota foi alterada, passando a ser 7,5. Considerando-se que a média da turma aumentou em 0,1, a nota do aluno antes da revisão era:

a) 7,6

b) 7,0

c) 7,4

d) 6,0

e) 6,4

Essa questão possui um nível de dificuldade maior.

Solução: Vamos Chamar de Ma a média antiga, portanto :

Ma = $\frac{\text{soma das 14 notas}(S_{14}) + \text{Nota anterior}(N)}{15}$

Ma = $\frac{S_{14}+N}{15}$

Chamando de Mn a média nova, temos que Mn – Ma = 0,1. Daí,

$$\frac{S_{14} + 7{,}5}{15} - \frac{S_{14} + N}{15} = 0{,}1$$

Então,

7,5 – N = 15 . 0,1 e, portanto N = 6,0. Logo, a nota que foi alterada era 6,0.

Resposta: Alternativa correta letra D.

2.3.2 Média aritmética ponderada

Na média aritmética simples todos os dados da amostra tem a mesma importância, entretanto, algumas vezes é preciso atribuir maior importância para alguns dados. O cálculo da média aritmética ponderada é similar a uma média aritmética com termos repetidos.

A média aritmética ponderada, que chamaremos de M_p , é dada por:

M_p = $\frac{x_1p_1+x_2p_2+\cdots\ldots+x_kp_k}{p_1+p_2+\cdots\ldots p_k} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i.p_i}{\sum_{i=1}^{k} p_i}$

Onde x_i é o i-ésimo dado da variável; p_i é o peso associado ao i-ésimo dado e k é a quantidade de diferentes dados na amostra.

Exemplo: Um estudante de Ciências tirou as seguintes notas nos quatro bimestres: 6,0; 6,3; 7,0 e 7,5. Sendo que cada nota tinha os respectivos pesos: 1, 1, 3 e 4. Qual a média desse estudante?

Solução: $M_p = \frac{6{,}0\,.1 + 6{,}3.1 + 7{,}0.3 + 7{,}5.4}{1+1+3+4} = \frac{63{,}3}{9} = 7{,}03$

Exemplo: Um comerciante de frutas possuía 70 dúzias de laranjas de uma mesma qualidade para vender num dia ensolarado do mês de outubro. Inicialmente, começou vendendo a dúzia dessa laranja por R$ 3,70 e, conforme as vendas não correspondiam às suas expectativas, foi reduzindo o preço para garantir a venda de toda a mercadoria. Dessa forma, o preço da laranja foi reduzido em três ocasiões. A tabela informa a quantidade de dúzias de laranjas vendidas em cada horário daquele dia e os respectivos preços cobrados pelo comerciante. Qual foi o preço médio da dúzia da laranja vendida naquele dia?

Solução:

Periodo	Preço por dúzia	Nº de dúzias vendidas
Das 8h às 10h	3,70	10
Das 10h às 12h	3,20	15
Das 12h às 14h	2,80	30
Das 14h às 16h	2,50	15

$$M_p = \frac{3{,}7.10 + 3{,}2.15 + 2{,}8.30 + 2{,}5.15}{10 + 15 + 30 + 15} = \frac{206{,}5}{70} = 2{,}95.$$

Logo, o preço médio da dúzia era de R$ 2,95.

2.3.3 Mediana

A mediana é o valor central de uma série, ou seja, é a medida que divide o rol (dados colocados em ordem crescente) em duas partes iguais e com mesma quantidade de dados. Em geral, usamos a mediana quando damos pouca importância aos dados extremos da variável. Chamaremos a mediana de Md.

Observe que se uma variável tiver um número ímpar de dados então a mediana será o termo central. Entretanto, se a variável tiver um número par de dados, então a mediana é a média aritmética simples dos dois dados centrais da amostra.

Exemplo: A idade dos 11 alunos de uma turma de Matemática foram colocados em ordem de acordo com a lista de chamada:

11 – 11 – 13 – 12 – 12 – 13 – 11 – 11 – 16 – 15 – 13

Encontre a mediana desses 11 valores.

Solução: Colocando em ordem crescente, temos

11 – 11 – 11 – 11 – 12 – 12 – 13 – 13 – 13 – 15 – 16

Assim , a mediana é Md = 12, ou seja, o 6º termo do rol.

Exemplo: Os salários dos funcionários de uma empresa estão distribuídos na tabela abaixo:

Salário	Freqüência
$400,00	5
$600,00	2
$1.000,00	2
$5.000,00	1

Determine o salário mediano de um funcionário dessa empresa.

Solução: De acordo com a tabela de frequência podemos colocar os valores dos salários em ordem crescente: 400 – 400 – 400 – 400 – 400 – 600 – 600 – 1000 – 1000 – 5000. Assim, a mediana é dada por:

$$Md = \frac{400+600}{2} = 500$$

Portanto, o salário mediano é de R$ 500,00.

2.3.4 Moda

A moda é o valor de uma amostra com maior frequência. Essa não necessariamente existe, e se existir, não precisa ser necessariamente única. Denotaremos a moda por Mo. Assim uma amostra de dados será chamada de amodal quando não apresentar moda, ou seja, quando todos os dados aparecerem com a mesma frequência. E será chamada de plurimodal, quando tiver mais de uma moda.

Exemplo: A tabela adiante apresenta o levantamento das quantidades de peças defeituosas para cada lote de 100 unidades fabricadas em uma linha de produção de autopeças, durante um período de 30 dias úteis.

Dia	Nº de peças defeituosas	Dia	Nº de peças defeituosas	Dia	Nº de peças defeituosas
1	6	11	1	21	2
2	4	12	5	22	6
3	3	13	4	23	3
4	4	14	1	24	5
5	2	15	3	25	2
6	4	16	7	26	1
7	3	17	5	27	3
8	5	18	6	28	2
9	1	19	4	29	5
10	2	20	3	30	7

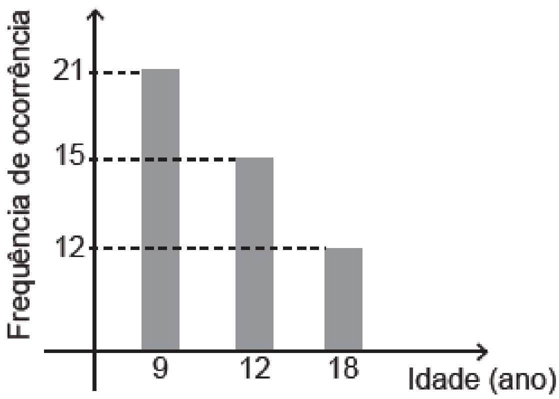
Considerando S a série numérica de distribuição de frequências de peças defeituosas por lote de 100 unidades, determine a moda dessa série de dados.

Analisando a tabela acima, verificamos que o número de peças com maior frequência é o 3, logo, a moda é Mo = 3.

Questões envolvendo conhecimento básico de estatística têm sido bem frequentes no Exame Nacional do Ensino Medio-ENEM. Para incentivar e encorajar desde cedo aos alunos a prestar esse exame incluímos a seguinte questão:

ENEM 2015

Uma pessoa, ao fazer uma pesquisa com alguns alunos de um curso, coletou as idades dos entrevistados e organizou esses dados em um gráfico.



Qual a moda das idades, em anos, dos entrevistados?

a)9

b)12

c)13

d)15

e)21

Solução: Analisando o gráfico, percebemos que a idade com maior frequência é 9, portanto a moda é Mo = 9.

Resposta: alternativa correta letra A.

Após o estudo sobre as medidas de tendências centrais, citamos de forma branda, as medidas de posição: amplitude, variância e desvio padrão, sem darmos muita ênfase nesse momento. Pois achamos que esse conteúdo é mais apropriado para séries posteriores do Ensino Médio e não no 9º ano do ensino Fundamental.

2.4 **Medidas de dispersão**

Quando a variabilidade dos dados de uma amostra é grande o entorno sobre um valor central passa a ter um grau de confiabilidade bem pequeno. Nesses casos torna-se mais viável o uso das medidas de dispersão. No estudo em sala de aula, foi visto de forma branda as medidas de dispersão: Amplitude, variância e desvio padrão.

2.4.1 Amplitude

A amplitude, referente a certa variável, é definida como a diferença entre o maior e o menor valor do conjunto de dados. Exemplo: A tabela abaixo apresenta a quantidade de filhos de cada um dos 20 funcionários de uma empresa.

indivíduo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Nº de filhos	0	2	3	2	1	4	5	3	6	7	4	3	2	1	3	5	6	3	2	1

Fonte: Dados fictícios

A amplitude da quantidade de filhos é 7 – 0 = 7

2.4.2 Variância

Antes de definirmos a Variância, vamos primeiramente definir o que é desvio.

O desvio é a mensuração dos dados em função do afastamento dos mesmos em relação a média aritmética M. Assim, o desvio é a diferença entre os dados e a média aritmética dos mesmos.

A variância, que vamos chamar de V, é a média aritmética dos quadrados dos desvios, ou seja, numa amostra de $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ elementos, a variância é dada por:

$$V = \frac{(x_1-M)^2+(x_2-M)^2+(x_3-M)^2...+(x_n-M)^2}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(M-x_i)^2$$

onde M é a média da amostra.

Exemplo: Os dados a seguir foram obtidos em indivíduos contaminados pelo veneno de certo tipo de inseto e submetidos a tratamento. A variável de interesse RECUP é definida como o tempo (em horas) entre a administração do tratamento e a recuperação do indivíduo. Os valores de RECUP são: **{3, 20, 20, 10, 4, 10, 10, 3, 12, 8, 5, 1, 3, 3, 8}**.

Determine a variância, com até duas casas decimais.

Solução. Primeiramente observe que a média dos dados acima é M = $\frac{120}{15}$ = 8.

A tabela mostra o cálculo do quadrado dos desvios:

Tempo (x_i)	(frequência)	$(M - X_i)^2$
1	1	$(8 - 1)^2 = 49$
3	4	$(8 - 3)^2 = 25$
4	1	$(8 - 4)^2 = 16$
5	1	$(8 - 5)^2 = 9$
8	2	$(8 - 8)^2 = 0$
10	3	$(8 - 10)^2 = 4$
12	1	$(8 - 12)^2 = 16$
20	2	$(8 - 20)^2$ 144
Total	15	

Assim,

$$V = \frac{49.1+25.4+16.1+9.1+0.2+4.3+16.1+144.2}{15} = \frac{490}{15} = 32,67$$

2.4.3 Desvio padrão

O desvio é usado para mensurações mais precisas da variabilidade de um conjunto de observações, pois mantém a mesma unidade dos dados originais. Sendo assim, o desvio padrão é a raiz quadrada da variância. Denotando o desvio padrão por D_p temos que:

$$D_p = \sqrt{variância} = \sqrt{V}$$

Da mesma forma citada anteriormente, as medidas de dispersão também são muito recorrentes no Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM.

ENEM 2012

Um produtor de café irrigado, em Minas Gerais, recebeu um relatório de consultoria estatística, constando, entre outras informações, o desvio padrão das produções de uma safra dos talhões de suas propriedades. Os talhões têm a mesma área de 30000m^2 e o valor obtido para o desvio padrão foi de 90 kg/talhão. O produtor deve apresentar as informações sobre a produção e a variância dessas produções em sacas de 60 kg por hectare (10000m^2). A variância das produções dos talhões expressa em (sacas/hectare)^2 é:

a) 20,25

b) 4,50

c) 0,71

d) 0,50

e) 0,25

Solução. $D_p = \frac{90\text{kg}}{\text{talhão}} = \frac{\frac{90}{60}\text{sacas}}{\frac{30000}{10000}\text{hectare}}$ = 0,5 saca/hectare. Como $D_p = \sqrt{V}$, tem-se que

$V = (D_p)^2 = (0{,}5\ \text{saca/hectare})^2 = 0{,}25\ (\text{saca/hectare})^2$

Resposta: Alternativa correta letra E.

3. APLICAÇÃO DO CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

A nossa proposta consiste em iniciar o ensino da estatística descritiva no 9º ano do ensino Fundamental da Escola Pública. Propomos que o ensino seja feito aplicando os conceitos estatísticos em pesquisas realizadas pelos próprios alunos com a supervisão do professor, buscando usar as variáveis relacionadas à vida familiar dos alunos, tal como idade, sexo, número de irmãos entre outros, a fim de envolver ele com o processo de aprendizagem fazendo com que participe da coleta de dados, preenchimento de tabelas, construção de gráficos e cálculos de algumas medidas, ou seja, usar os próprios dados nos conceitos ensinados.

Testamos nossa proposta com ótimos resultados. Para tanto, foi tomada como população todos os 84 alunos que compunham as turmas 901, 902 e 903 (9º. Ano) do primeiro trimestre do ano letivo de 2016 do Ensino Fundamental da Escola Municipal Auto Rodrigues de Freitas, localizada no Bairro de Manilha, na cidade de Itaboraí, Estado do Rio de Janeiro. O alvo para o ensino de estatística foi a turma 901 com 31 alunos. O professor elaborou um questionário, aplicou nessa turma e a mesma aplicou em todo o resto da população. Posteriormente os dados foram organizados e estudados, permitindo a explanação de todo o conteúdo programático de estatística proposto. Finalizamos este capítulo aplicando e analisando uma avaliação de aprendizagem a turma 901.

3.1 Sobre o questionário

Foi elaborado um questionário contendo 15 questões (Apêndice A). Em seguida, o mesmo foi aplicado na turma 901 e posteriormente essa turma teve a tarefa de aplicá-lo nas outras duas turmas do nono ano (turmas 902 e 903). Essas informações coletadas serão fundamentais nas etapas seguintes, onde junto com os alunos organizamos esses dados de maneira a facilitar a quantificação das informações, classificá-las e analisá-las. Ou seja, será utilizado um conjunto de técnicas básicas da estatística descritiva, tais como percentagem, média, moda, mediana e frequências, a fim que possamos tirar conclusões a respeito de características de interesse conforme necessário.

3.2 **Tabela bruta dos dados levantados no questionário**

Com as informações contidas nos questionários confeccionamos em sala de aula, com os alunos da turma 901, a tabela de dados brutos de maneira a organizar as informações coletadas. Veja essa tabela no apêndice B deste trabalho.

3.3 IDENTIFICAÇÃO E CLASSIFICAÇÃO DAS VARIÁVEIS

Cada uma das características perguntadas aos alunos no questionário tais como idade, sexo, número de irmãos, entre outros, e que se encontram disponíveis na tabela de dados brutos, representam as variáveis da pesquisa.

As variáveis são as seguintes:

Idade: idade em anos.

Sexo: F se feminino, M se masculino.

Irmãos: número de irmãos.

Tipo de Escola: Sim se sempre estudou em escola pública, Não se já estudou em alguma escola particular.

Repetência: Sim se já repetiu alguma série, Não caso nunca tenha repetido.

Série da Repetência: Caso tenha repetido alguma série, assinale a opção (1º ao 5º ano, 6º ano, 7º ano, 8º ano ou 9º ano).

Desistência: Sim se já abandonou a escola por algum motivo seja em qualquer época do ano, Não caso nunca.

Dependência: Sim se já ficou em dependência em alguma disciplina, Não caso nunca.

Disciplina em Dependência: Caso já tenha ficado em dependência, assinale a disciplina (português, história, matemática, ciências, inglês, geografia ou artes).

Tempo: Tempo de duração da ida da residência do aluno até a escola, assinalando a opção em minutos (até 10 min, de 10 min a 20 min, de 20 min a 30 min, de 30 min a 60 min ou mais de 60 min).

Classificação: Classificação do ensino público (ruim, regular, bom ou ótimo).

Disciplina Preferida: Disciplina que mais gosta (português, história, matemática, ciências, inglês, geografia ou artes).

Grade: Disciplina que gostaria que fosse incorporada a grade curricular (dança, música, moda, culinária ou nenhuma).

Disciplina Indesejada: Disciplina que menos gosta (português, história, matemática, ciências, inglês, geografia ou artes).

Ensino Superior: Sim se deseja cursar o ensino superior, Não caso não deseja.

E segundo sua natureza, as variáveis acima são classificadas como segue:

Classificação das Variáveis (Tabela 3.3.1)

Variável	Classificação
Turma	Qualitativa
Idade	Quantitativa
Sexo	Qualitativa
Irmãos	Quantitativa
Tipo de Escola	Qualitativa
Repetência	Qualitativa
Série da Repetência	Qualitativa
Desistência	Qualitativa
Dependência	Qualitativa
Disciplina em Dependência	Qualitativa
Tempo	Quantitativa
Classificação	Qualitativa
Disciplina Preferida	Qualitativa
Grade	Qualitativa
Disciplina Indesejada	Qualitativa
Ensino Superior	Qualitativa

3.4 **Tabela de distribuição de frequências e representação gráfica das variáveis**

Nesta seção, baseados na tabela de dados brutos e no tipo de variável, serão feitas a seguir a tabela de frequência e o gráfico de cada uma das variáveis de nossa pesquisa.

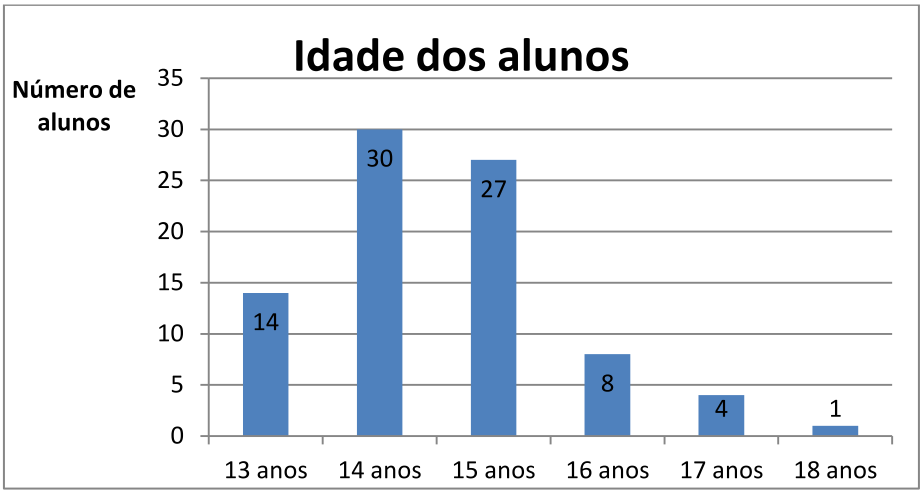
A primeira questão do questionário aplicado levantou dados sobre a variável quantitativa idade (Tabela 3.4.1).

Tabela 3.4.1 - Distribuição de frequência para a variável Idade

Idade	f_a	f_r	f_{ac}
13	14	0,17	0,17
14	30	0,36	0,53
15	27	0,32	0,85
16	8	0,09	0,94
17	4	0,05	0,99
18	1	0,01	1,00

Observe por exemplo que: 30 alunos dos 84 pesquisados apresentaram a idade 14 anos. A frequência relativa dos alunos com 15 anos foi de 0,32, ou seja, 32% é o percentual de alunos com idade de 15 anos e, 17% dos alunos tem idade de 13 anos.

Gráfico 3.4.1 – Idade dos Alunos



Fonte: O autor, 2015.

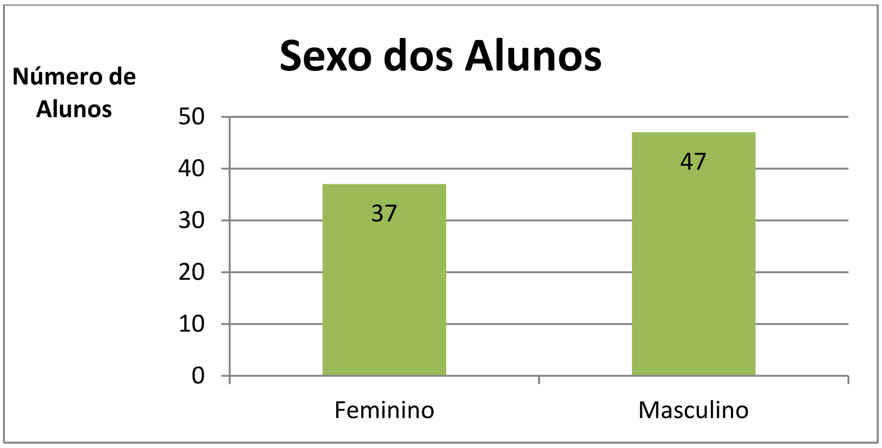
A segunda questão do questionário aplicado levantou dados sobre a variável qualitativa Sexo. (Tabela 3.4.2).

Tabela 3.4.2 - Distribuição de frequência para a variável Sexo

Sexo	f_a	f_r
Feminino	37	0,44
Masculino	47	0,56
Total	84	1,00

Nota: Foi usado Gráfico de colunas 3.4.2 cuja moda é os alunos do sexo masculino.

Gráfico 3.4.2 – Sexo dos Alunos



Fonte: O autor, 2015.

A terceira questão do questionário aplicado levantou dados sobre a variável quantitativa Irmãos. (Tabela 3.4.3).

Tabela 3.4.3 - Distribuição de frequência para a variável Irmãos

Irmãos	f_a	f_r	f_{ac}
0	7	0,08	0,08
1	31	0,37	0,45
2	23	0,28	0,73
3	12	0,14	0,87
4 ou mais	11	0,13	1,00
total	84	1,00	

Observe que 31 alunos possuem apenas 1 irmão e que 8% dos alunos são filhos únicos.

Foi usado o Gráfico de colunas 3.4.3 cuja moda está em 31 alunos com um 1 irmão.

Gráfico 3.4.3 – Números de irmãos dos alunos

Fonte: O autor, 2015.

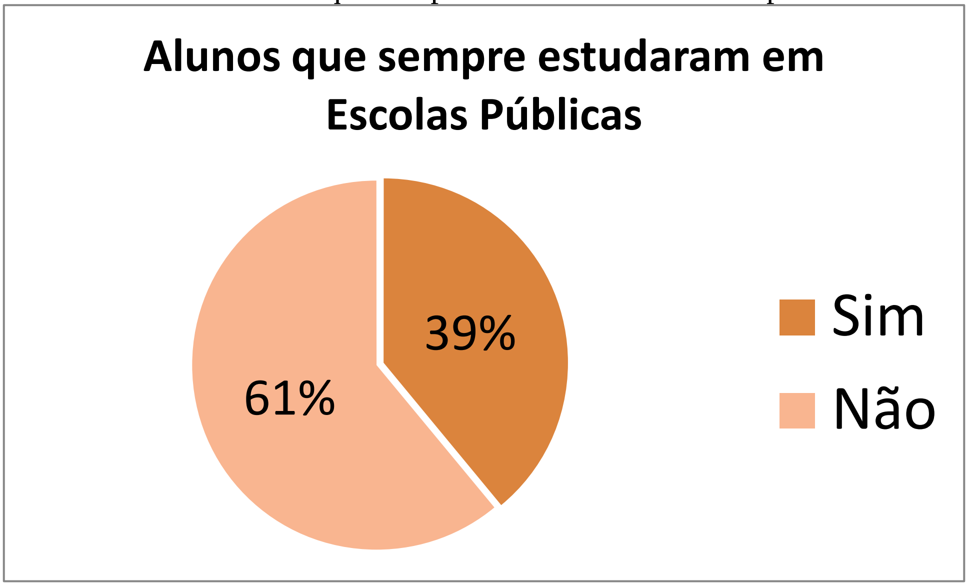
A quarta questão do questionário aplicado levantou dados sobre a variável qualitativa Escola, que representa o número de alunos que sempre estudou somente em escolas públicas (Tabela 3.4.4).

Tabela 3.4.4 - Distribuição de frequência para a variável Tipo de Escola

Tipo de Escola	f_a	f_r	Porcentagem
Sim	33	0,39	39%
Não	51	0,61	61%
total	84	1,00	100%

Podemos observar que a maioria dos alunos, 51% nem sempre estudaram em Escolas Públicas. Foi usado o Gráfico de setores 3.4.4.

Gráfico 3.4.4 – Alunos que sempre estudaram em escolas públicas



Fonte: O autor, 2015.

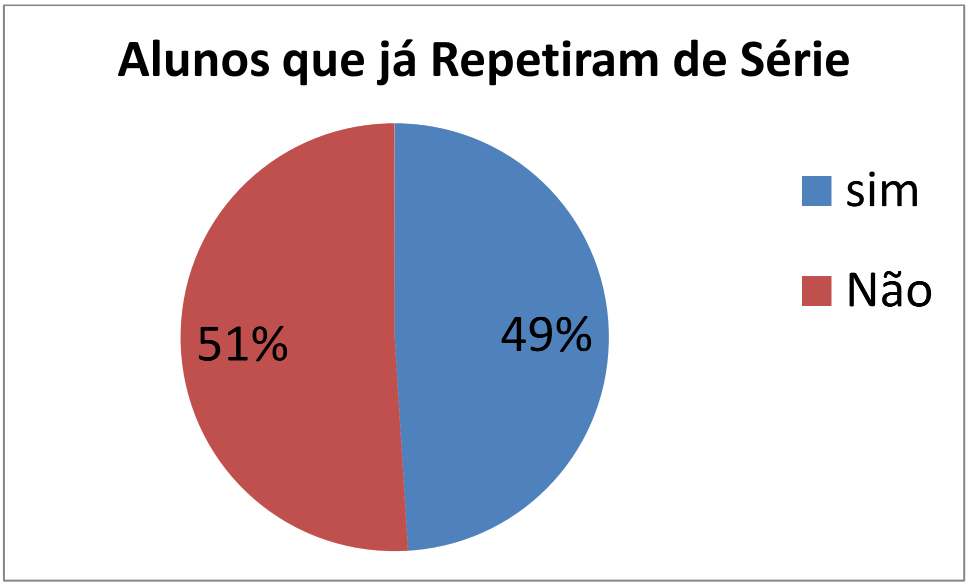
A quinta questão do questionário aplicado levantou dados sobre a variável qualitativa Repetência. (Tabela 3.4.5).

Tabela 3.4.5 - Distribuição de frequência para a variável Repetência

Repetência	f_a	f_r	Porcentagem
Sim	41	0,49	49%
Não	43	0,51	51%
total	84	1,00	100%

Observamos que um pouco mais da metade dos alunos nunca repetiu de série. Foi usado o Gráfico de setores 3.4.5.

Gráfico 3.4.5 – Alunos que já repetiram de série



Fonte: O autor, 2015.

A sexta questão do questionário aplicado, levantou dados sobre a variável qualitativa Repetição, que consiste em identificar qual ou quais séries foram as reprovadas pelos 41 alunos repetentes (Tabela 3.4.6).

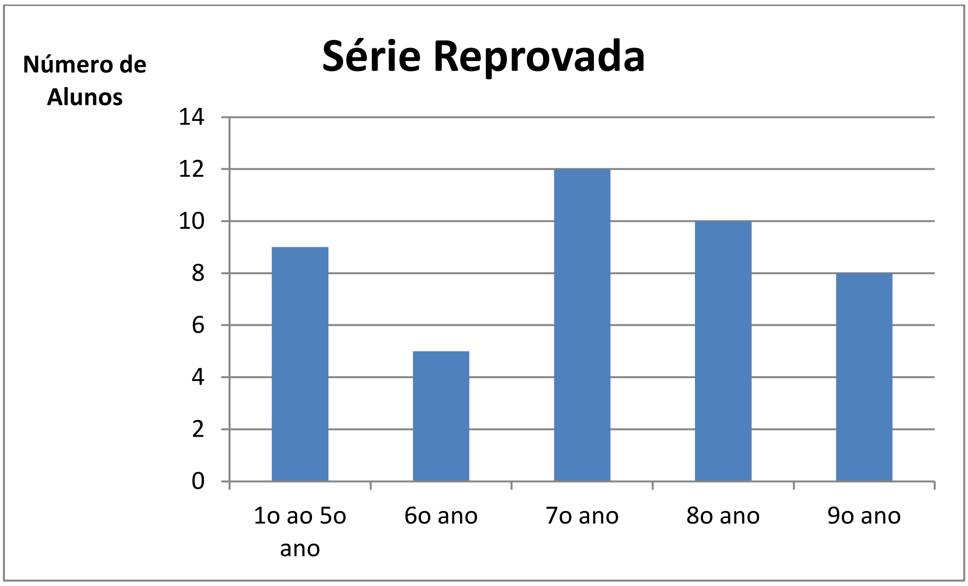
Tabela 3.4.6 - Distribuição de frequência para a variável Série da Repetência[8]

Série da Repetência	f_a	f_r	Porcentagem
1º ao 5º ano	9	0,21	21%
6º ano	5	0,11	11%
7º ano	12	0,27	27%
8º ano	10	0,23	23%
9º ano	8	0,18	18%
Total	44	1,00	100%

Podemos observar que dos alunos que já repetiram de série, 23% repetiram o 8º ano e a maioria repetiu o sétimo ano. Foi usado o Gráfico de colunas 3.4.6.

[8] Apenas alguns alunos repetiram de série e, além disso podem ter repetido mais de uma série e a tabela representa as respostas dada pelos 84 alunos.

Gráfico 3.4.6 – Série reprovada



Fonte: O autor, 2015.

A sétima questão do questionário aplicado aos alunos levantou dados sobre a variável qualitativa Desistência, ou seja, desistiu alguma vez de estudar e consequentemente abandonou o ano letivo. (Tabela 3.4.7).

Tabela 3.4.7 - Distribuição de frequência para a variável Desistência

Desistência	f_a	f_r	Porcentagem
Sim	2	0,02	2%
Não	82	0,98	98%
total	84	1,00	100%

Percebemos que a grande maioria dos alunos não abandonou os estudos em nenhum momento da vida escolar. Foi usado o Gráfico de setores 3.4.7.

Gráfico 3.4.7 – Alunos que já desistiram de estudar

Fonte: O autor, 2015.

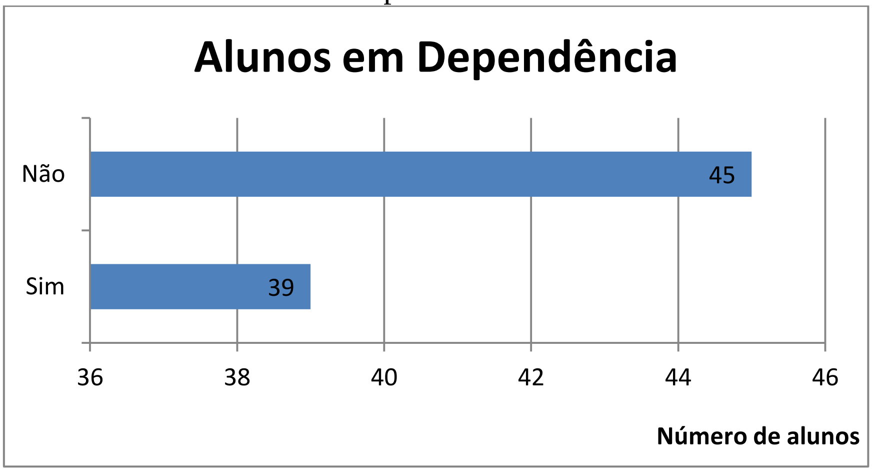
A oitava questão do questionário aplicado, levantou dados sobre a variável qualitativa Dependência. (Tabela 3.4.8).

Tabela 3.4.8 - Distribuição de frequência para a variável Dependência

Dependência	f_a	f_r	Porcentagem
Sim	39	0,46	46%
Não	45	0,54	54%
total	84	1,00	100%

Podemos verificar que 46% dos alunos já ficaram em dependência na escola em alguma disciplina. Foi usado o Gráfico de barras 3.4.8.

Gráfico 3.4.8 – Alunos em dependência



Fonte: O autor, 2015.

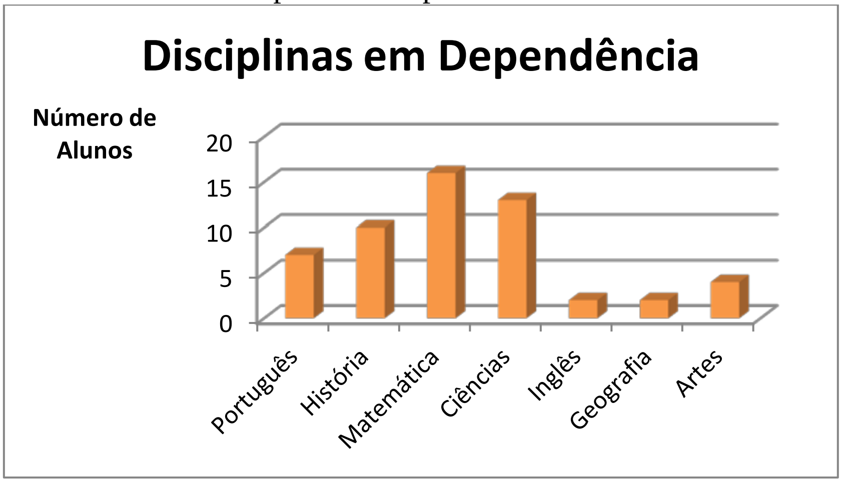
A nona questão do questionário aplicado, levantou dados sobre a variável qualitativa Disciplina, procurando saber em qual disciplina foi realizada a dependência. (Tabela 3.4.9).

Tabela 3.4.9 - Distribuição de frequência para a variável Disciplina em dependência[9]

Disciplina em dependência	f_a	f_r	Porcentagem
Português	7	0,13	13%
História	10	0,19	19%
Matemática	16	0,30	30%
Ciências	13	0,25	25%
Inglês	2	0,04	4%
Geografia	2	0,04	4%
Artes	4	0,05	5%
total	54	1,00	100%

Observe que a disciplina que mais teve alunos em dependência foi matemática com 16 alunos e que 13% dos alunos ficaram em dependência em Português. Foi usado o Gráfico de colunas 3.4.9.

Gráfico 3.4.9 – Disciplina em dependência



Fonte: O autor, 2015.

A décima questão do questionário aplicado aos alunos levantou dados sobre a variável quantitativa Tempo e buscou saber o tempo que o aluno gasta para chegar à escola. (Tabela 3.4.10).

---

[9] Apenas alguns alunos já ficaram em dependência em sua vida escolar e além disso podem ter ficado em mais de uma matéria; a tabela representa as respostas dada pelos 84 alunos.

.

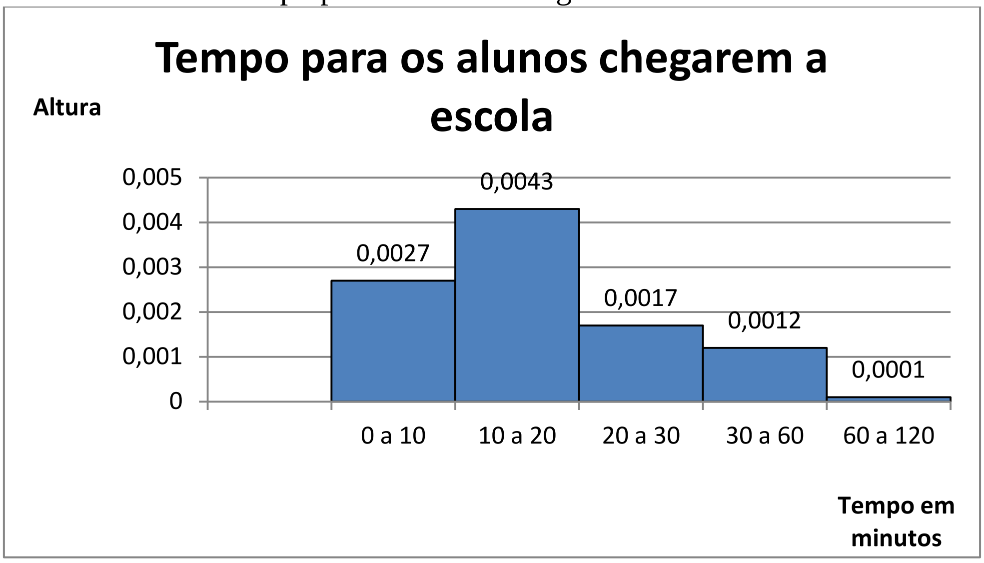
Tabela 3.4.10 - Distribuição de frequência para a variável Tempo (em minutos)

Tempo	f_a	f_r	f_{ac}
0 ⊢ 10	23	0,27	0,27
10 ⊢ 20	36	0,43	0,70
20 ⊢ 30	14	0,17	0,87
30 ⊢ 60	10	0,12	0,99
60 ⊢ 120	1	0,01	1,00
total	84	1,00	

Podemos perceber que 23 alunos levam de 0 a menos de 10 minutos para ir de sua casa até a escola.

Foi usado o histograma 3.4.10 cuja moda do tempo em que os alunos entrevistados gastam para chegar à escola é de 10 ⊢ 20 minutos para 36 alunos.

Gráfico 3.4.10 – Tempo para os alunos chegarem a escola



Fonte: O autor, 2015.

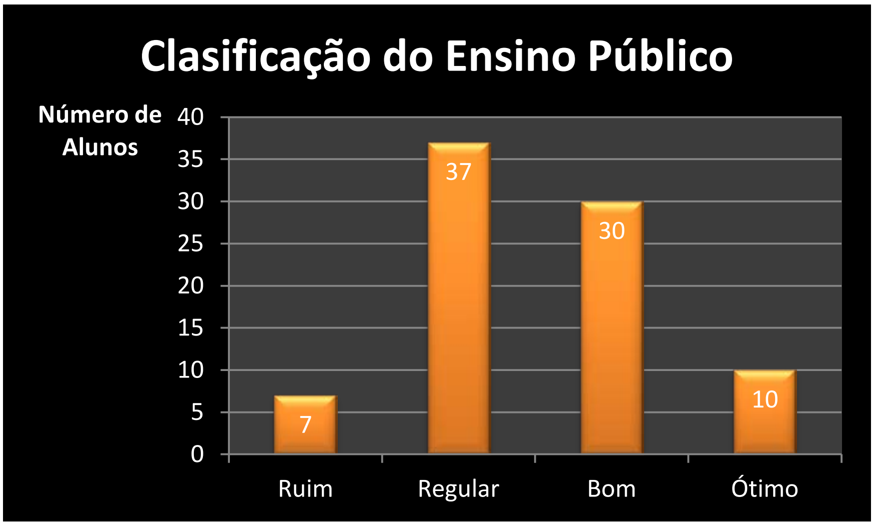
A décima primeira questão do questionário aplicado aos alunos levantou dados sobre a variável qualitativa Classificação do ensino público. (Tabela 3.4.11).

Tabela 3.4.11 - Distribuição de frequência para a variável Classificação

Classificação	f_a	f_r
Ruim	7	0,08
Regular	37	0,44
Bom	30	0,36
Ótimo	10	0,12
total	84	1,00

Podemos observar que apenas 7 alunos consideram o ensino público ruim e 10 o consideram ótimo. Foi usado o Gráfico de colunas 3.4.11.

Gráfico 3.4.11 – Classificação do ensino público



Fonte: O autor, 2015.

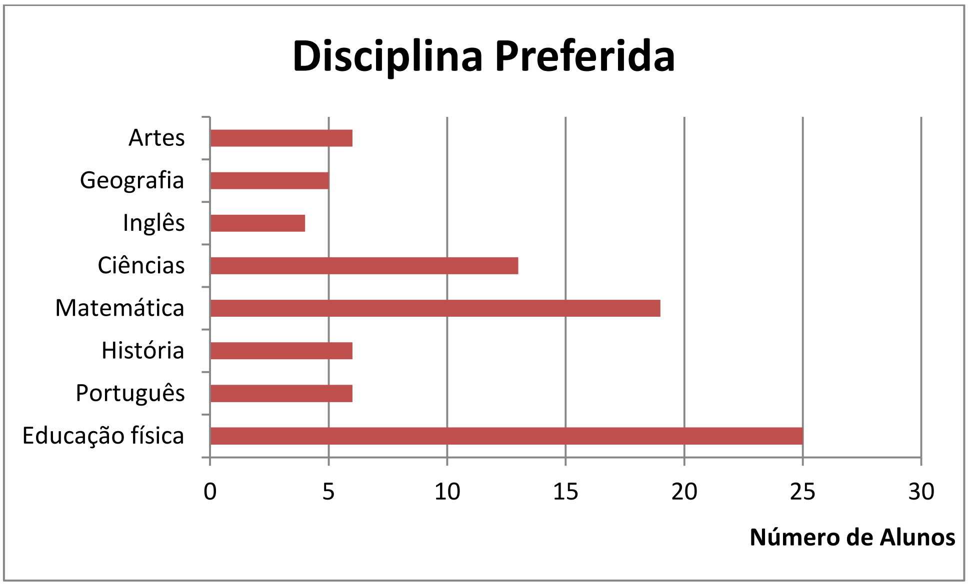
A décima segunda questão do questionário aplicado aos alunos levantou dados sobre a variável qualitativa Disciplina Preferida, para a disciplina que mais gosta de estudar. (Tabela 3.4.12).

Tabela 3.4.12 - Distribuição de frequência para a variável Disciplina Preferida

Disciplina Preferida	f_a	f_r
Educação física	25	0,30
Português	6	0,07
História	6	0,07
Matemática	19	0,23
Ciências	13	0,15
Inglês	4	0,05
Geografia	5	0,06
Artes	6	0,07
total	84	1,00

A disciplina Preferida pelos alunos foi Educação Física com 26 alunos a preferindo. Matemática com 19 alunos tem 23% da preferência desses alunos. Foi usado o Gráfico de barras 3.4.12.

Gráfico 3.4.12 – Disciplina preferida



Fonte: O autor, 2015.

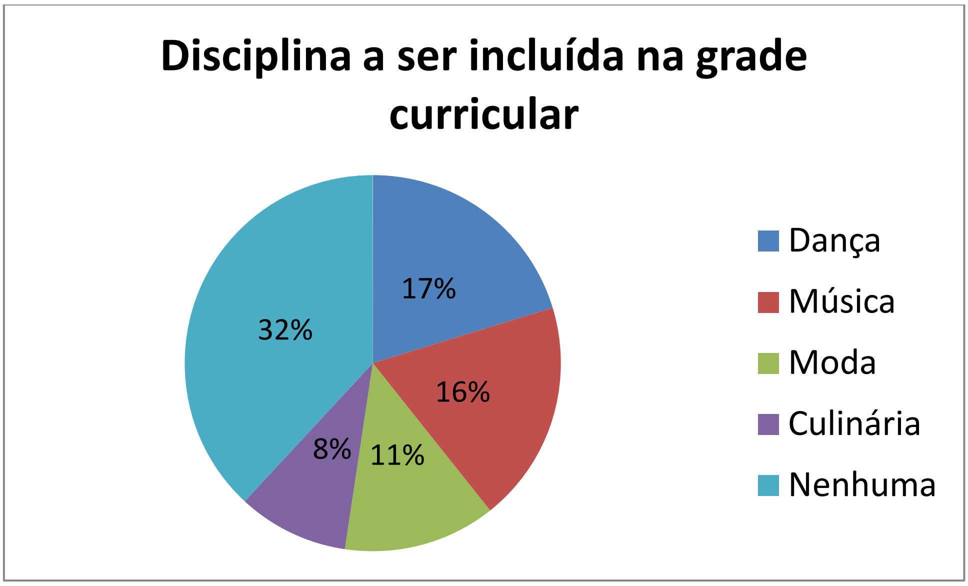
A décima terceira questão do questionário aplicado aos alunos levantou dados sobre a variável qualitativa Grade, procurando saber a disciplina que o aluno gostaria que fosse incorporada na grade curricular. (Tabela 3.4.13).

Tabela 3.4.13 - Distribuição de frequência para a variável Grade

Grade	f_a	f_r	Porcentagem
Dança	17	0,20	20%
Música	16	0,19	19%
Moda	11	0,13	13%
Culinária	8	0,10	10%
Nenhuma	32	0,38	38%
total	84	1,00	100%

Observamos que 32 alunos não gostariam de acrescentar nenhuma dessas disciplinas a grade curricular, embora 20% dos entrevistados gostariam de acrescentar Dança a grade. Foi usado o Gráfico de setores 3.4.13.

Gráfico 3.4.13 – Disciplina a ser incluída na grade curricular



Fonte: O autor, 2015.

A décima quarta questão do questionário aplicado aos alunos levantou dados sobre a variável qualitativa Disciplina Indesejada, procurando saber a disciplina que o aluno menos gosta. (Tabela 3.4.14).

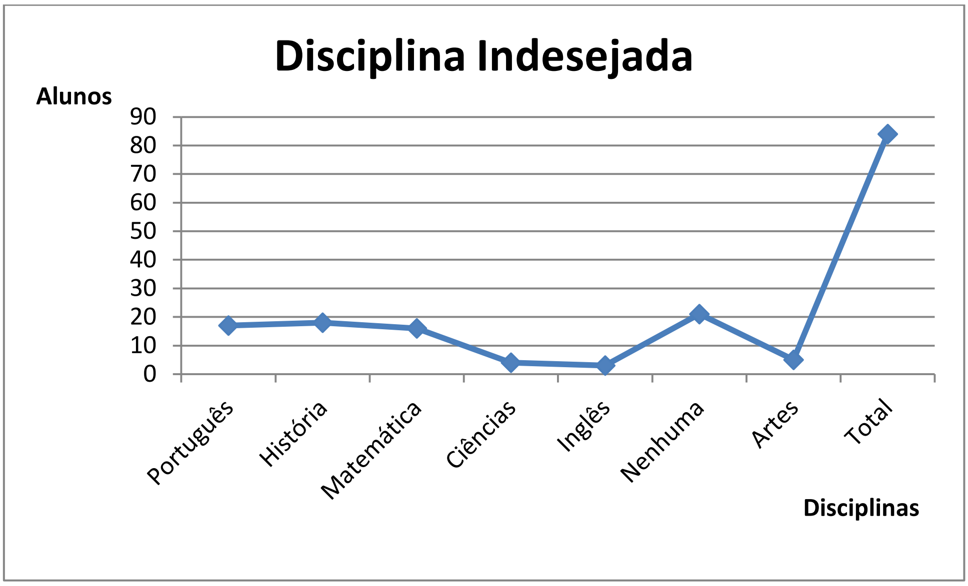
Tabela 3.4.14 - Distribuição de frequência para a variável Disciplina Indesejada

Disciplina Indesejada	f_a	f_r
Português	17	0,20
História	18	0,21
Matemática	16	0,19
Ciências	4	0,05
Inglês	3	0,04
Nenhuma	21	0,25
Artes	5	0,06
Total	84	1,00

Nota: Observe que para 21 alunos (25% da amostra) não tem disciplina que eles menos gostam.

A matemática é a disciplina mais indesejada por 16 dos alunos entrevistados. Inglês é dentre as disciplinas a menos citada com 4% de frequência. Foi usado o Gráfico 3.4.14.

Gráfico 3.4.14 – Disciplina Indesejada



Fonte: O autor, 2015.

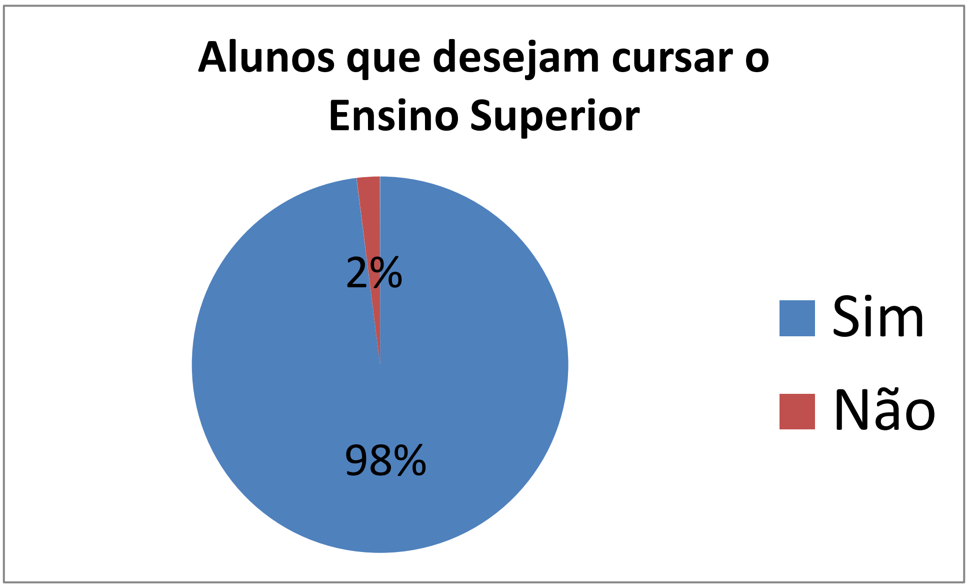
A décima quinta e última questão do questionário aplicado aos alunos levantou dados sobre a variável qualitativa Ensino Superior, procurando saber se o aluno tem o desejo de cursar o ensino superior. (Tabela 3.4.15).

Tabela 3.4.15 - Distribuição de frequência para a variável Ensino Superior

Ensino Superior	f_a	f_r	Porcentagem
Sim	82	0,98	98%
Não	2	0,02	2%
total	84	1,00	100%

Podemos observar que a grande maioria dos alunos deseja cursar o Ensino Superior. Foi usado o Gráfico de setores 3.4.15.

Gráfico 3.4.15 – Alunos que desejam cursar o ensino superior



Fonte: O autor, 2015.

3.5 Achando as medidas de tendências centrais

Nesta seção foram determinadas, junto com os alunos, as medidas de tendências centrais das 15 variáveis (apresentadas na seção 3.3) de nossa pesquisa. Isto é, foram calculadas a média aritmética (M), mediana (Me) e a moda (Mo) das 3 variáveis quantitativas (Idade, Irmãos e Tempo) e a moda das restantes 12 variáveis qualitativas. Para isso, foram usadas as respectivas tabelas de frequência e ou, os gráficos, que foram apresentados na seção 3.4 acima. Observe que tanto nas tabelas de frequência quanto nos gráficos os dados já se encontram agrupados e ordenados o que facilita as contas. Para a média basta multiplicar cada observação pela sua frequência, somar esses resultados e finalmente dividir esse valor por 84. Para obter a mediana, primeiramente foi observado que o número n = 84 de observações é par e, portanto a posição central é dada pela media das duas posições centrais: $\frac{n}{2}$ (que corresponde à posição 42º) e, $\frac{n}{2}$ +1 (que é a posição 43º). É importante ressaltar que a média e mediana só são definidas para variáveis quantitativas.

3.5.1 Variável idade.

Do gráfico 3.4.1 tem-se que a media aritmética é:

$$M = \frac{14.13+30.14+27.15+8.16+4.17+1.8}{14+30+27+8+4+1} = \frac{1221}{84} = 14{,}5 \text{ anos}$$

Assim, a idade média dos alunos é de 14,5 anos.

Para a mediana, Como na posição 42 encontramos 14 anos e na posição 43 também achamos 14 anos, tem-se que:

$$Md = \frac{14+14}{2} = 14 \text{ anos (de idade).}$$

Com isso percebemos que 50% dos alunos apresentam idade inferior ou igual a 14 anos de idade.

Para a moda, basta observar o gráfico 3.4.1 onde se aprecia que o valor mais frequente é 14. Logo:

Mo = 14 anos (de idade).

Verificamos então que a idade mais frequente na pesquisa foi de 14 anos.

Assim, verificamos que independente da medida central usada os valores giram em torno do valor central 14.

3.5.2 Variável sexo

No gráfico 3.4.2, pode-se observar que a moda é sexo masculino, pois tem a maior frequência de 47.

3.5.3 Variável Irmãos

Do gráfico 3.4.3 temos os seguintes dados:

$$M = \frac{7.0+31.1+23.2+12.3+12.3+11.4}{7+31+23+12+11} = \frac{157}{84} = 1{,}8 \text{ irmão}$$

Podemos perceber que o número médio de irmãos dos alunos é de 1,8 irmãos.

Para a Mediana, como em ambas as posições 42º e 43º tem-se o valor 2, segue que

Md = $\frac{2+2}{2}$ = 2 irmãos.

Percebemos que 50% dos alunos possuem 2 ou menos de 2 irmãos.

Como o valor mais frequente é 1, aparecendo em 31 observações, segue que

Mo = 1 irmão.

Conclui-se que o número de irmãos com maior frequência é 1.

3.5.4 Variável tipo de escola

No gráfico 3.4.4, observa-se que nesta variável qualitativa a maioria dos alunos (61% da amostra) já estudou em alguma escola particular. Da tabela 3.4.4 também se pode concluir que a maioria dos alunos (51 dos 84) já estudaram em escola particular. Logo.

Mo = Não (a maioria dos alunos já estudou em escola particular).

3.5.5 Variável repetência

No gráfico 3.4.5 desta variável qualitativa podemos observar que a maioria dos alunos já repetiu alguma vez de série, com uma frequência de 43, sendo Sim a moda. Logo

Mo = sim (já repetiu alguma série).

3.5.6 Variável série da repetência

É imediato do gráfico 3.4.6, que o valor mais frequente desta variável qualitativa é o 7º ano, sendo assim,

Mo = 7º ano (do ensino fundamental II).

3.5.7 Variável desistência

No gráfico 3.4.7 da variável qualitativa Desistência, pode-se observar que a maioria dos alunos nunca desistiu de estudar em algum momento, com uma frequência de 82. Logo

Mo = não (nunca desistiram de estudar).

3.5.8 Variável dependência

No gráfico 3.4.8, desta variável qualitativa, pode-se observar que um pouco mais da metade dos alunos nunca ficaram em dependência em alguma matéria, daí,

Mo = não (nunca ficou em dependência).

3.5.9 Variável disciplina em dependência

No gráfico 3.4.9, desta variável qualitativa, podemos observar que dentre as disciplinas que os alunos já ficaram em dependência, matemática é aquela com maior frequência, ou seja,

Mo = matemática.

3.5.10 Variável tempo

Olhando a tabela de frequência 3.4.10 ou o gráfico 3.4.10 desta variável quantitativa, observa-se que seus valores aparecem em faixas e, portanto não podem ser efetivamente observados. Para contornar esta situação e poder calcular as medias toma-se como representante de cada faixa seu ponto médio. Com essa alternativa o cálculo é feito nos mesmos moldes das outras variáveis quantitativas como a seguir:

Tempo	Média do intervalo	n_i	Média x frequência
0 ⊢ 10	(0+10)/2=5	23	5x23=115
10 ⊢ 20	(10+20)/2=15	36	15x36=540
20 ⊢ 30	(20+30)/2=25	14	25x14=350
30 ⊢ 60	(30+60)/2=45	10	45x10=450
60 ⊢ 120	(60+120)/2=90	1	90x1=90

$$M = \frac{115+540+350+450+90}{84} = \frac{1545}{84} = 18{,}38 \text{ minutos}$$

Ou seja , a média está no intervalo de 10 à 20 minutos (10 ⊢ 20).

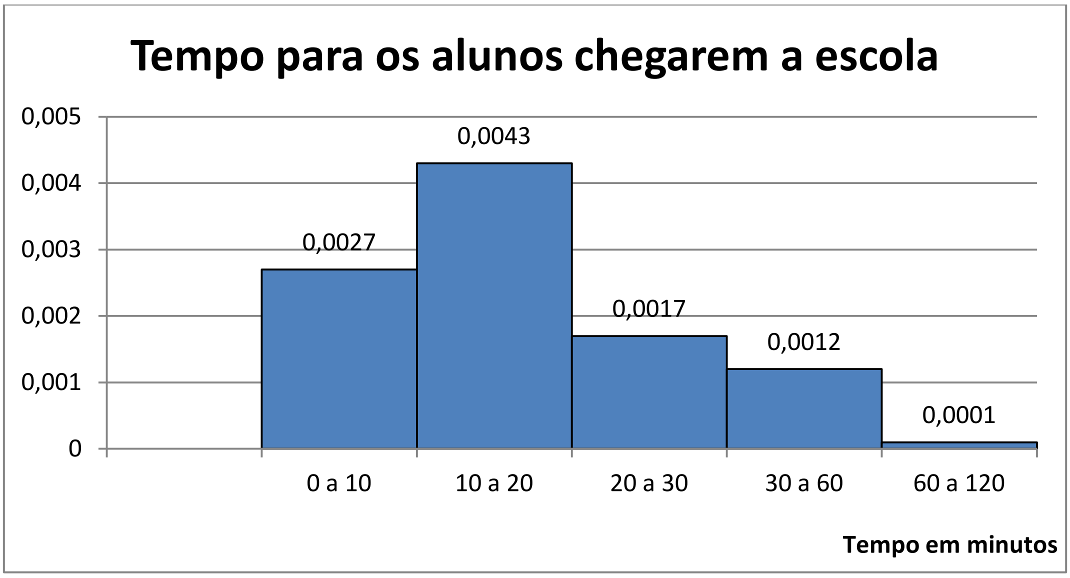
A Moda acontece claramente no intervalo 10 ⊢20, pois ele possui a maior frequência absoluta que é 36. Logo:

Mo = 15.

Para mediana, temos que dos 84 alunos, os termos centrais são o 42º e o 43º. Pela tabela acima, para uma frequência de 23 temos a indicação de 5 minutos e para uma frequência de 36 uma indicação de 15 minutos. Portanto, tanto 42º e o 43º indicam 15 minutos. Assim, a mediana equivale a:

Md = $\frac{15+15}{2}$ = 15.

Gráfico 3.5.10 – Tempo para os alunos chegarem a escola



Fonte: O autor, 2015.

As restantes cinco variáveis: Classificação, Disciplina Preferida, Grade, Disciplina Indesejada e Ensino Superior são todas qualitativas e sua moda se obtém diretamente de cada um de seus respectivos gráficos. Desta forma, a moda da variável:

Classificação é Mo = regular (a qualidade do ensino público).

Disciplina Preferida é Mo = educação física (disciplina que mais gosta).

Grade é Mo = nenhuma (disciplina a ser incorporada).

Disciplina Indesejada é Mo = nenhuma (disciplina que menos gosta).

Ensino Superior é Mo = sim (desejo cursar o ensino superior).

No próximo capítulo vamos descrever todo o plano de aula executado com os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

4. PLANO DE AULA

Nesse capítulo será apresentado o plano de aula das atividades que foram realizadas no capítulo anterior. Foram usadas algumas das 15 variáveis como exemplos e atividades. Pode ser usado o recurso de um softwear para apresentação de slides. Caso o professor não possua esse recurso poderá ser usado material impresso.

Na 1ª aula foram usados dois tempos de 50 minutos.

Na 2ª aula foram usados 2 tempos de aula de 50 minutos e foram feitas 2 atividades.

Na 3ª aula foram usados 2 tempos de aula de 50 minutos e foram feitas 3 atividades.

Na 4ª aula foi usado 2 tempo de aula de 50 minutos e foram feitas 2 atividades.

Na 5ª aula foi usado 2 tempo de aula de 50 minutos.

Na 6ª aula foram usados 2 tempos de aula de 50 minutos sendo aplicado a avaliação diagnóstica.

Na 7ª aula foram usados 2 tempos de 50 minutos para amostra dos resultados.

4.1 1ªAULA

Data: xx/xx/xxxx

Professor(a): xxxxx

Matemática

Tema: Apresentação do projeto de ensino e pesquisa. Questionário e amostra.

Objetivos: O aluno ficar ciente do que será feito e como será feito. Apresentar e preencher o questionário que está no apêndice A.

Nessa 1ª aula, iniciar explicando aos alunos todo o procedimento que será feito durante este processo de Ensino da Estatística tais como: coleta e organização de dados, construção de tabelas, análise de gráficos e medidas de tendências centrais. Em seguida, apresentar o questionário aos alunos da turma do 9º ano do ensino Fundamental para seu preenchimento e posteriomente encaminhar eles para as outras turmas do 9º ano a fim de que essas turmas também preencham o formulario. Caso na escola não hajam outras turmas do 9º ano, completar a amostra com turmas de outros anos. Recomendamos uma amostra com aproximadamente 200 alunos.

4.2 2ª AULA

Data: xx/xx/xxxx

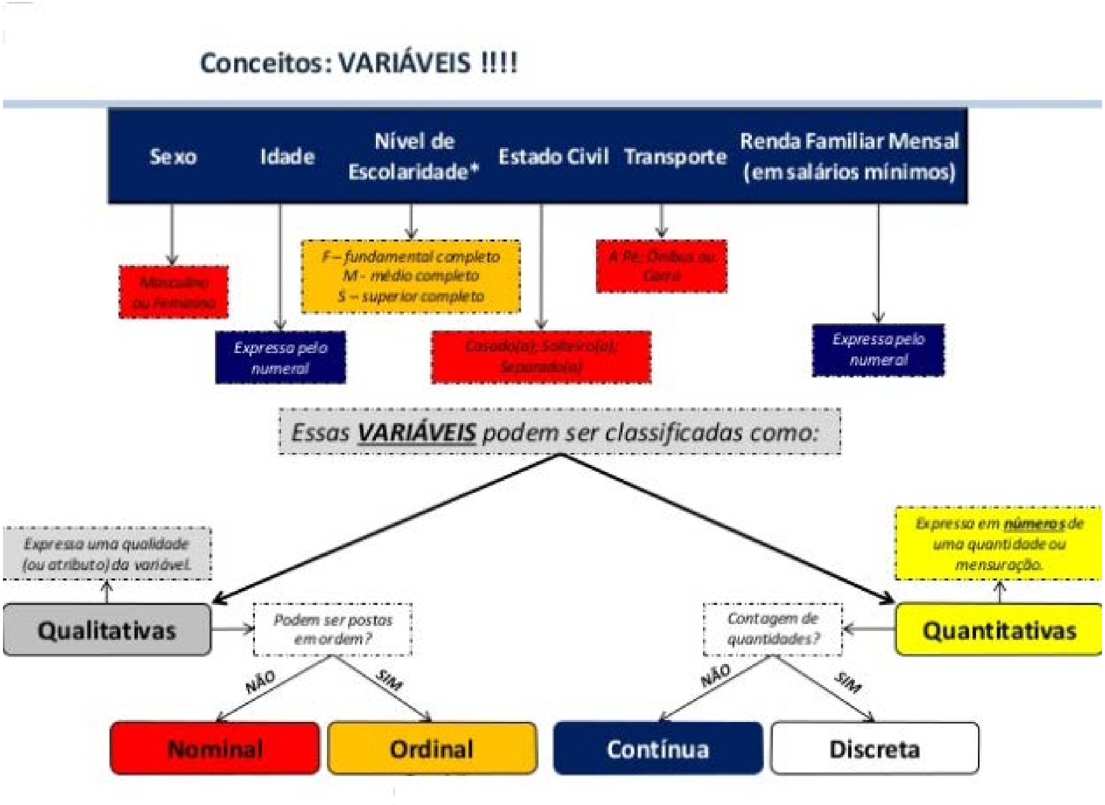
Professor(a): xxxxx

Matemática

Temas: Classificando as variáveis. Construindo Tabelas

Objetivos: Saber reconhecer e classificar as variáveis. Organizar os dados coletados em tabelas.

Nessa aula são classificadas as variáveis. São construidas a tabela de dados brutos e algumas tabelas de frequência para algumas das variáveis do questionario.



Slide 1

Conceitos: TABELAS DE FREQUÊNCIA

Tabelas de Frequência - consiste em uma tabela em que a distribuição da informação acontece de acordo com a frequência do evento de uma variável. Pode ser expressa, em quantidade absoluta, relativa ou percentual.

Uma aplicação possível para melhor entender a utilidade pode ser verificada no exemplo da pesquisa do cinema. Observe a tabela ao lado.

Sexo	Idade	Nível de Escolaridade*	Estado Civil	Transporte	Renda Familiar Mensal (em salários mínimos)
Masculino	28	M	Casado(a)	Carro	11,8
Masculino	38	M	Casado(a)	Carro	13,9
Feminino	24	S	Solteiro(a)a	Carro	12,4
Masculino	43	M	Casado(a)	Carro	19,5
Feminino	32	S	Separado(a)	Ônibus	12,1
Feminino	19	M	Solteiro(a)a	A pé	5
Masculino	22	S	Solteiro(a)a	Ônibus	8,9
Masculino	25	M	Solteiro(a)a	Ônibus	13,3
Masculino	41	S	Casado(a)	A pé	14,7
Feminino	40	F	Solteiro(a)a	Carro	16,6
Feminino	35	S	Solteiro(a)a	Carro	9,3
Masculino	29	F	Casado(a)	Carro	11,6
Masculino	31	F	Separado(a)	Carro	10,2
Feminino	36	S	Solteiro(a)a	Carro	16
Feminino	48	M	Casado(a)	Carro	18,8
Feminino	23	M	Casado(a)	A pé	15,4
Masculino	27	S	Solteiro(a)a	A pé	10,7
Masculino	26	S	Solteiro(a)a	Ônibus	8,2
Masculino	29	S	Separado(a)	Ônibus	12,5
Masculino	30	F	Casado(a)	Carro	7,6

Slide 2

Conceitos: TABELAS DE FREQUÊNCIA

Sexo	Idade	Nível de Escolaridade*	Estado Civil	Transporte	Renda Familiar Mensal (em salários mínimos)
Masculino	28	M	Casado(a)	Carro	11,8
Masculino	38	M	Casado(a)	Carro	13,9
Feminino	24	S	Solteiro(a)a	Carro	12,4
Masculino	43	M	Casado(a)	Carro	19,5
Feminino	32	S	Separado(a)	Ônibus	12,1
Feminino	19	M	Solteiro(a)a	A pé	5
Masculino	22	S	Solteiro(a)a	Ônibus	8,9
Masculino	25	M	Solteiro(a)a	Ônibus	13,3
Masculino	41	S	Casado(a)	A pé	14,7
Feminino	40	F	Solteiro(a)a	Carro	16,6
Feminino	35	S	Solteiro(a)a	Carro	9,3
Masculino	29	F	Casado(a)	Carro	11,6
Masculino	31	F	Separado(a)	Carro	10,2
Feminino	36	S	Solteiro(a)a	Carro	16
Feminino	48	M	Casado(a)	Carro	18,8
Feminino	23	M	Casado(a)	A pé	15,4
Masculino	27	S	Solteiro(a)a	A pé	10,7
Masculino	26	S	Solteiro(a)a	Ônibus	8,2
Masculino	29	S	Separado(a)	Ônibus	12,5
Masculino	30	F	Casado(a)	Carro	7,6

* F-ensino fundamental completo; M-ensino médio completo; S-ensino superior completo

Analisando o Estado Civil ...

Estado civil	Frequência absoluta (ni)	Frequência relativa (fi)	Porcentagem
Solteiro	9	9/20=0,45	45%
Casado	8	8/20=0,40	40%
Separado	3	3/20=0,15	15%
Total	20	1	100%

Analisando Renda Familiar em SM ...

Classes de valores	Frequência absoluta (n_i)	Frequência Relativa (n_i/n)	Porcentagem
5 ⊢ 8	2	2/20=0,10	10%
8 ⊢ 11	5	5/20=0,25	25%
11 ⊢ 14	7	7/20=0,35	35%
14 ⊢ 17	4	4/20=0,20	20%
17 ⊢ 20	2	2/20=0,10	10%
Total	$\sum n = 20$	$\sum fi = 1,00$	100%

Slide 3

Atividade 1

Construir a Tabela de dados Brutos com os dados coletados.

Solução:

A tabela Bruta com os dados coletados encontra-se no Apêndice B.

Atividade 2

Classificar as seguintes variáveis como quantitativas ou qualitativas**:** Turma, Idade, Sexo, Irmãos e Tempo.

Solução:

Classificação das Variáveis

Variável	Classificação
Turma	Qualitativa
Idade	Quantitativa
Sexo	Qualitativa
Irmãos	Quantitativa
Tempo	Quantitativa

Atividade 3

Construir a tabela de Distribuição de frequências para as variáveis: *Idade, Sexo e Irmãos*.

Solução:

Distribuição de frequência para a variável Idade

Idade	f_a	f_r	f_{ac}
13	14	0,17	0,17
14	30	0,36	0,53
15	27	0,32	0,85
16	8	0,09	0,94
17	4	0,05	0,99
18	1	0,01	1
Total	84	1	

Distribuição de frequência para a variável Sexo

Sexo	f_a	f_r
Feminino	37	0,44
Masculino	47	0,56
Total	84	1

Distribuição de frequência para a variável Irmãos

Irmãos	f_a	f_r	f_{ac}
0	7	0,08	0,08
1	31	0,37	0,45
2	23	0,28	0,73
3	12	0,14	0,87
4 ou mais	11	0,13	1
total	84	1	

4.3 3ª AULA

Data: xx/xx/xxxx

Professor(a): xxxxx

Matemática

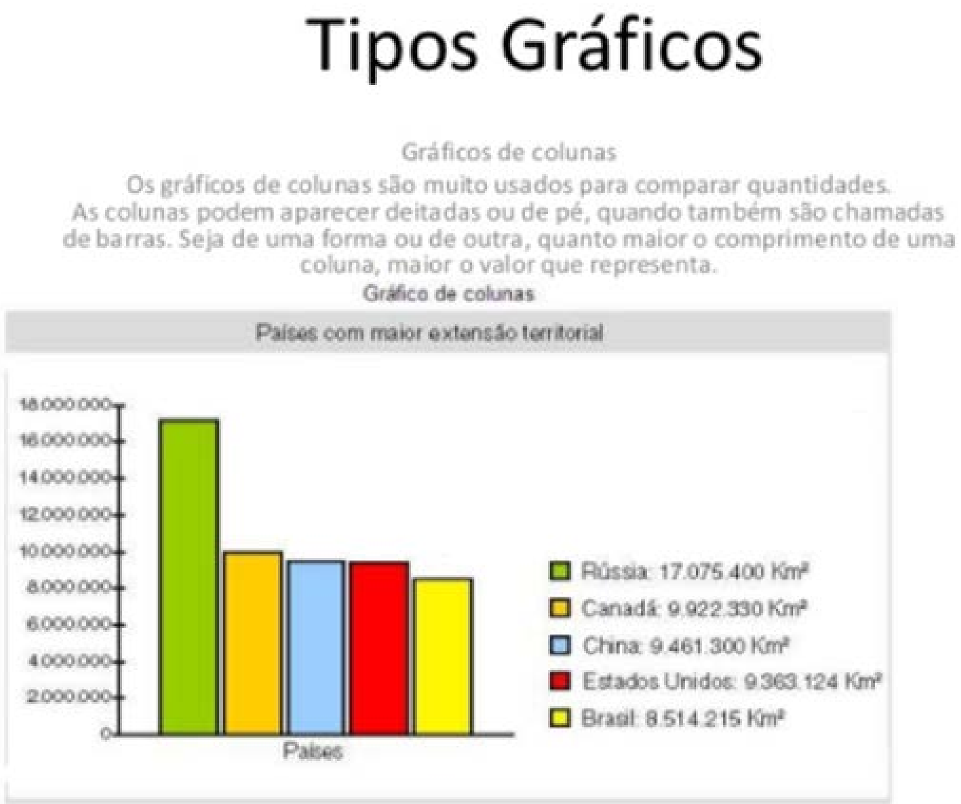
Tema: Alguns tipos de gráficos

Objetivos: Mostrar alguns tipos de gráficos tais como: colunas, barras e setores. Interpretação de gráficos.

Conteúdo: Gráficos

Organização e Métodos: Aula expositiva através de slides

Nessa aula damos enfase a interpretação dos gráficos, em vista que, a construção dos mesmos é vista em séries anteriores.

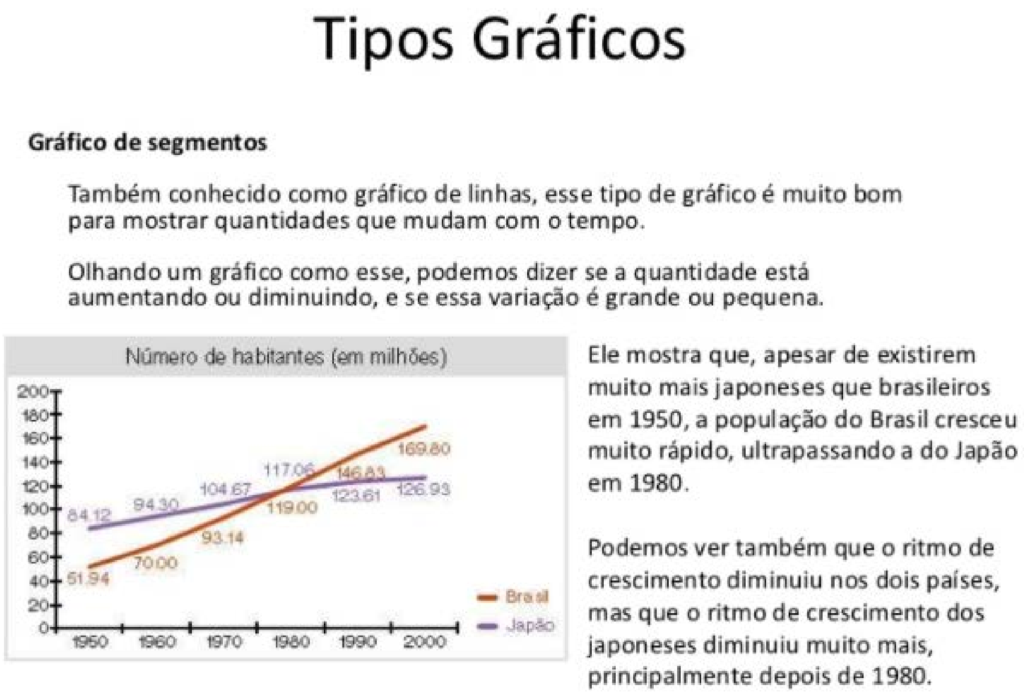


Fonte: O autor, 2015.

Slide 1

Fonte: O autor, 2015.

Slide 2



Fonte: O autor, 2015.

Slide 3

Fonte: O autor, 2015.

Slide 3

Atividade 1

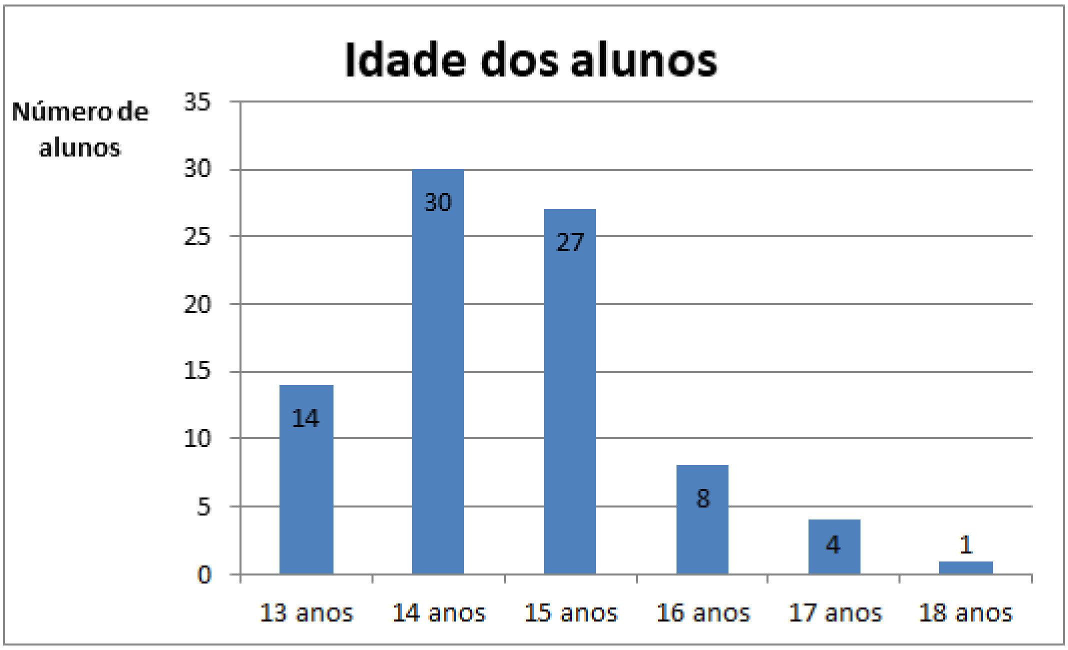
Construa um gráfico de colunas que represente a variável *Idade* do questionário e resposnda as perguntas.

a) Quantos alunos possuem 15 anos ?

b) Qual a idade mais frequente entre os entrevistados ?

Solução:

Como a tabela de frequência já foi feita na aula anterior, apenas construimos o gráfico de colunas.



a) Quantos alunos possuem 15 anos ?

Pelo gráfico 27 alunos possuem 15 anos

b) Qual a idade mais frequente entre os entrevistados ?

Pelo gráfico 14 anos é a idade mais frequente com 30 alunos.

Atividade 2

Construa um gráfico de barras que represente a variável *Disciplina Preferida* do questionário e responda as perguntas.

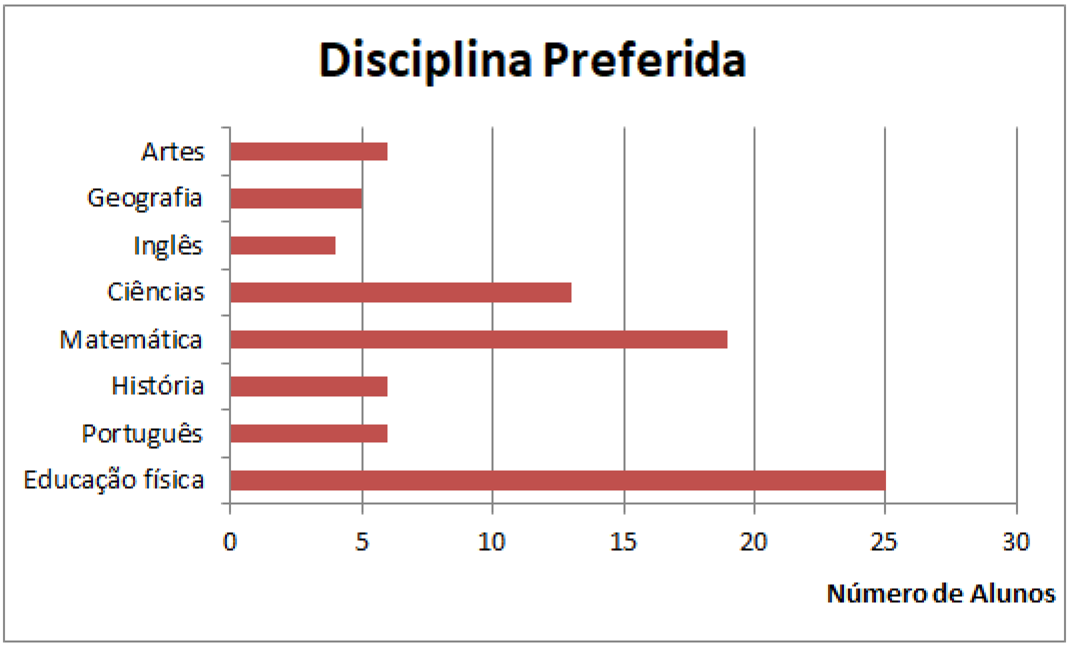
a) Qual disciplina teve maior preferência pelos alunos?

b) Qual o percentual da preferência pela disciplina Ciências?

Solução:

No primeiro momento construimos a tabela de frequência e em seguida o gráfico.

Disciplina Preferida	f_a	f_r
Educação fisica	25	0,30
Português	6	0,07
História	6	0,07
Matemática	19	0,23
Ciências	13	0,15
Inglês	4	0,05
Geografia	5	0,06
Artes	6	0,07
total	84	1



a) Pelo gráfico foi Educação física com 25 alunos.

b) Fazendo a porcentagem temos: 13/84 = 0,15. Logo a preferencia para Ciências é de um 15%.

Atividade 3

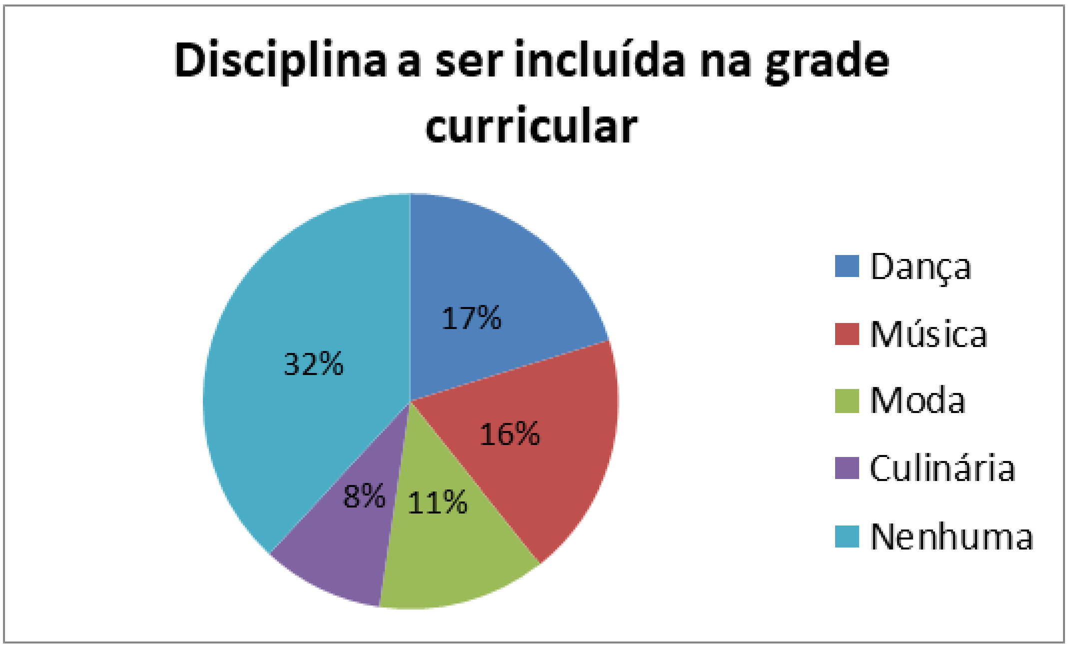
Construa um gráfico de setores que represente a variável *Grade* do questionário.

Solução:

No primeiro momento construimos a tabela de frequência e em seguida o gráfico.

Distribuição de frequência para a variável Grade

Grade	f_a	f_r	Porcentagem
Dança	17	0,20	20%
Música	16	0,19	19%
Moda	11	0,13	13%
Culinária	8	0,10	10%
Nenhuma	32	0,38	38%
total	84	1	100%



Para o cálculo das porcentagens fizemos o seguinte procedimento:

Dança: 17/84 = 0,20

Música: 16/84 = 0,19

Moda: 11/84 = 0,13

Culinária: 8/84 = 0,10

Nenhuma: 32/84 = 0,38

E esses resultados foram multiplicados por 100 para obter as respectivas porcentagens.

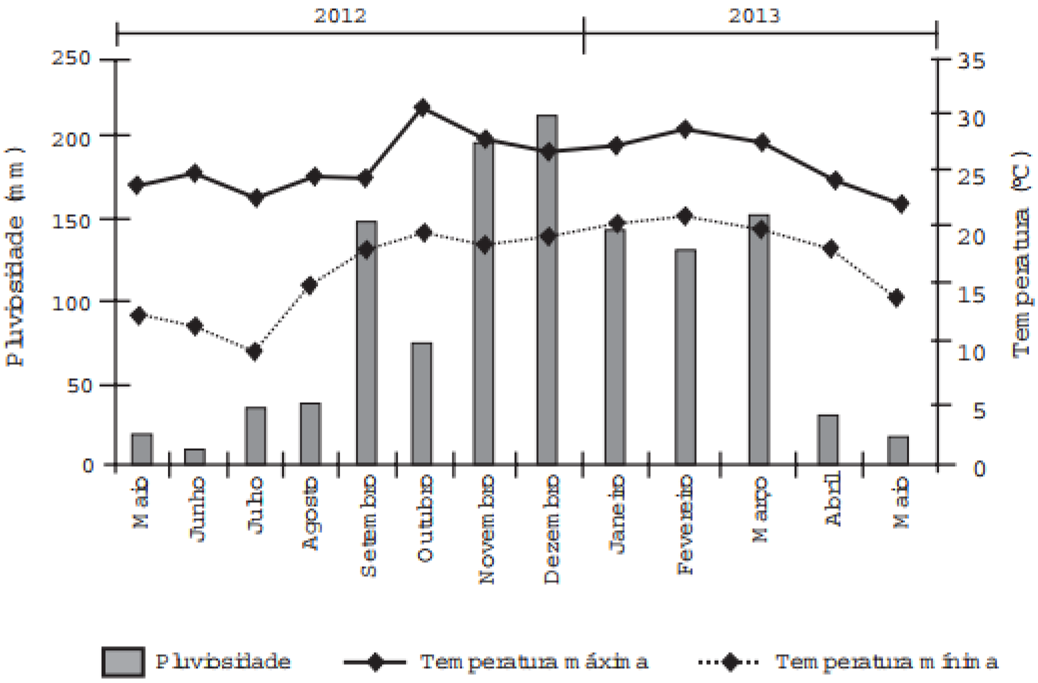
Atividade 4

O cultivo de uma flor rara só é viável se do mês do plantio para o mês subsequente o clima da região possuir as seguintes peculiaridades:

• a variação do nível de chuvas (pluviosidade), nesses meses, não for superior a 50 mm;

• a temperatura mínima, nesses meses, for superior a 15 °C;

• ocorrer, nesse período, um leve aumento não superior a 5 °C na temperatura máxima. Um floricultor, pretendendo investir no plantio dessa flor em sua região, fez uma consulta a um meteorologista que lhe apresentou o gráfico com as condições previstas para os 12 meses seguintes nessa região.



Com base nas informações do gráfico, o floricultor verificou que poderia plantar essa flor rara. O mês escolhido para o plantio foi:

a) janeiro.

b) fevereiro.

c) agosto.

d) novembro.

e) dezembro.

Solução:

Os pares de meses em que ocorre um aumento não superior a 5 ^{o}C na temperatura máxima são maio/junho, julho/agosto, dezembro/janeiro e janeiro/fevereiro. Nos dois primeiros pares de meses, a temperatura mínima em algum deles é menor do que 15 ^{o}C, e a variação do nível de chuvas entre dezembro e janeiro é superior a 50 mm. Assim, o único par de meses que satisfaz as três condições é janeiro/fevereiro, e o mês de plantio escolhido é janeiro. Letra A.

4.4 4ª AULA

Data: xx/xx/xxxx

Professor(a): xxxxx

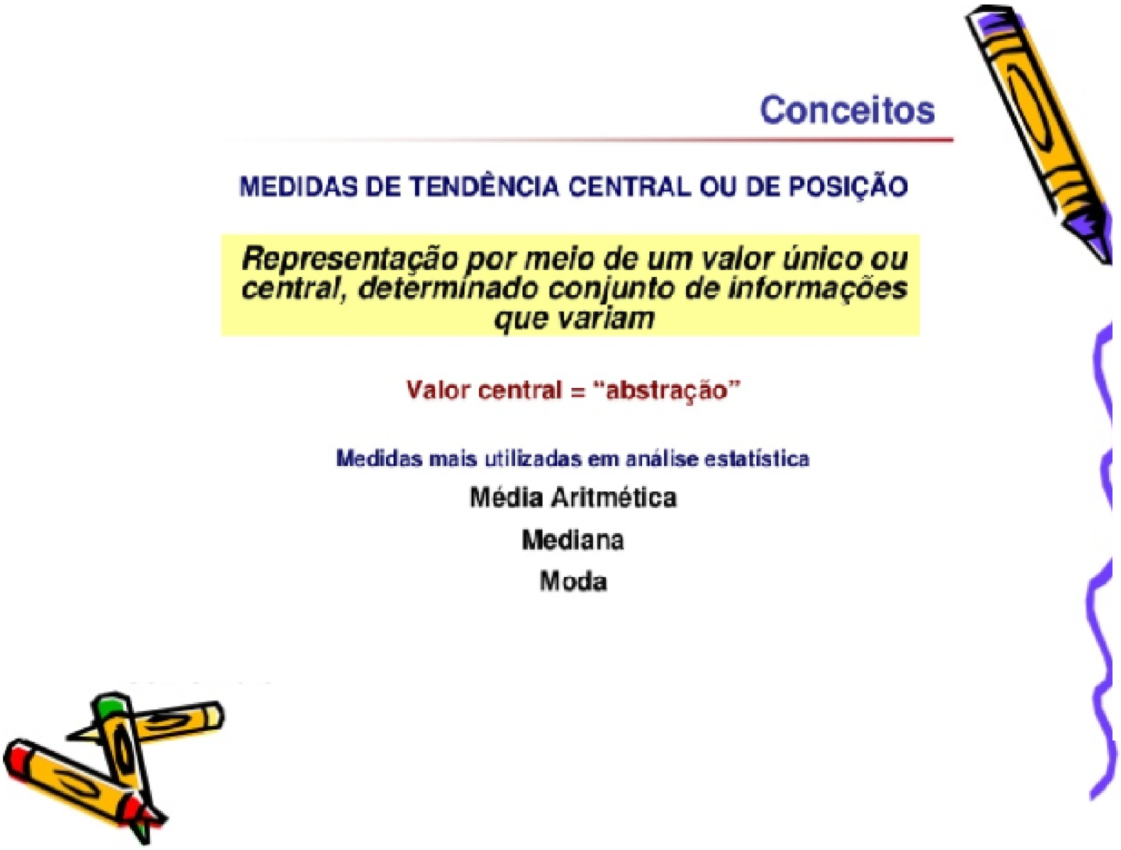
Matemática

Tema: Algumas Medidas Centrais

Objetivo: Mostrar o conceito de Média, moda e mediana.

Conteúdo: Medidas de Tendências Centrais

Organização e Métodos: Aula expositiva através de slides



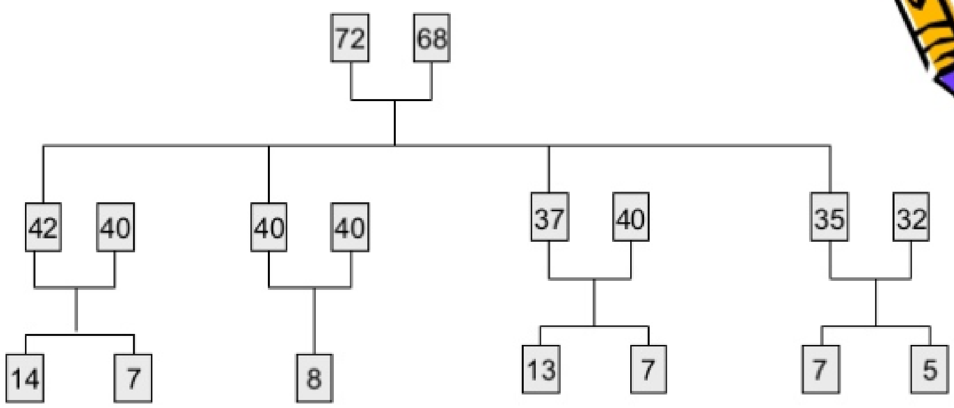
Slide 1

O que é Média Aritmética?

Média Aritmética de um conjunto de números é o valor que se obtém dividindo a soma dos seus elementos pelo número de elementos do conjunto.

Slide 2

Vamos calcular a média de idade da família de Silvana?

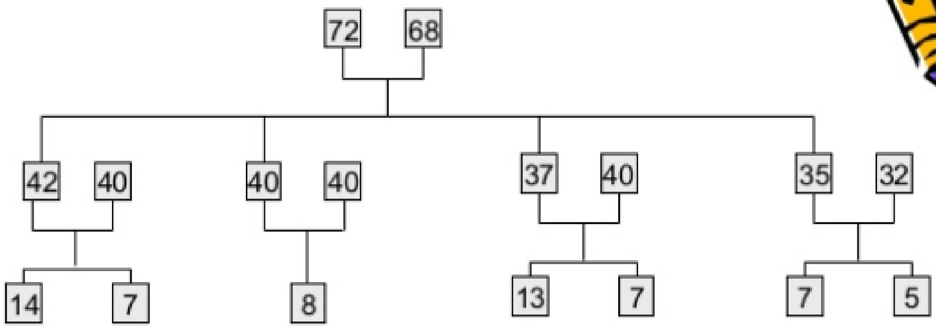


Vamos somar todas as idades:

5+7+7+7+8+13+14+32+35+37+40+40+40+40+42+68+72= 507

Slide 3

Quantos integrantes há na família de Silvana?



São 17 pessoas, então:

Basta dividir a soma das idades pelo número de integrantes:

507:17= 29,8 é a média aritmética

Slide 4

Média Aritmética Ponderada – é a soma dos produtos de cada um dos eventos multiplicados por seus respectivos pesos, dividida pela soma dos pesos.

Exemplo: Cinco baldes contêm 4 litros de água cada um, três outros contêm 2 L de água cada um, e, ainda, dois outros contêm 5 L de água cada um. Se toda essa água fosse distribuída igualmente entre esses baldes, com quantos litros ficaria cada um?

A quantidade de água de cada um seria razão da quantidade total da água para o número de baldes, isto é:

$$\frac{(4 \times 5) + (2 \times 3) + (5 \times 2)}{10} = 3{,}6\ell$$

O resultado 3,6 L é chamado de média aritmética ponderada dos valores 4 L, 2 L e 5 L, com pesos (fatores de ponderação) 5, 3 e 2, respectivamente.

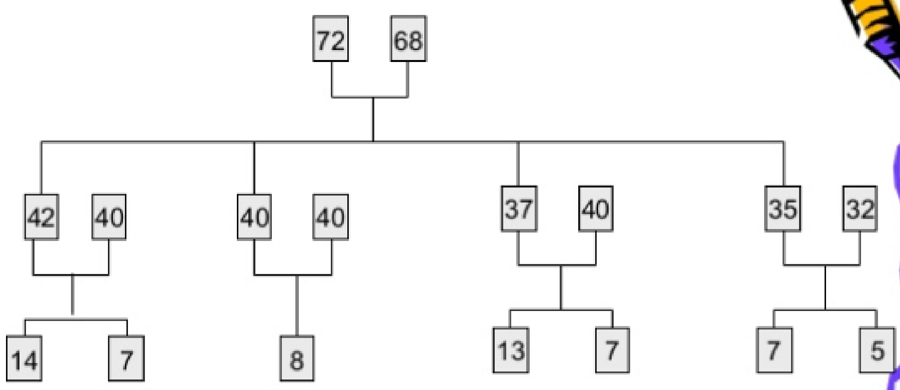
Slide 5

O que é Mediana?

Mediana de um conjunto finito de valores, dispostos em ordem crescente ou decrescente de grandeza, é o **valor central**, se o conjunto tiver um número ímpar de elementos, ou é a **média aritmética dos dois valores centrais,** se o conjunto tiver um número par de elementos.

Slide 6

Qual é a Mediana da idade da família de Silvana?



Colocando as idades em ordem crescente teremos:

5, 7, 7, 7, 8, 13, 14, 32, 35, 37, 40, 40, 40, 40, 42, 68, 72

Slide 7

Para saber o valor da mediana basta saber qual número está no meio:

$$\underbrace{5, 7, 7, 7, 8, 13, 14, 32}_{\text{8 termos}}, 35, \underbrace{37, 40, 40, 40, 40, 42, 68, 72}_{\text{8 termos}}$$

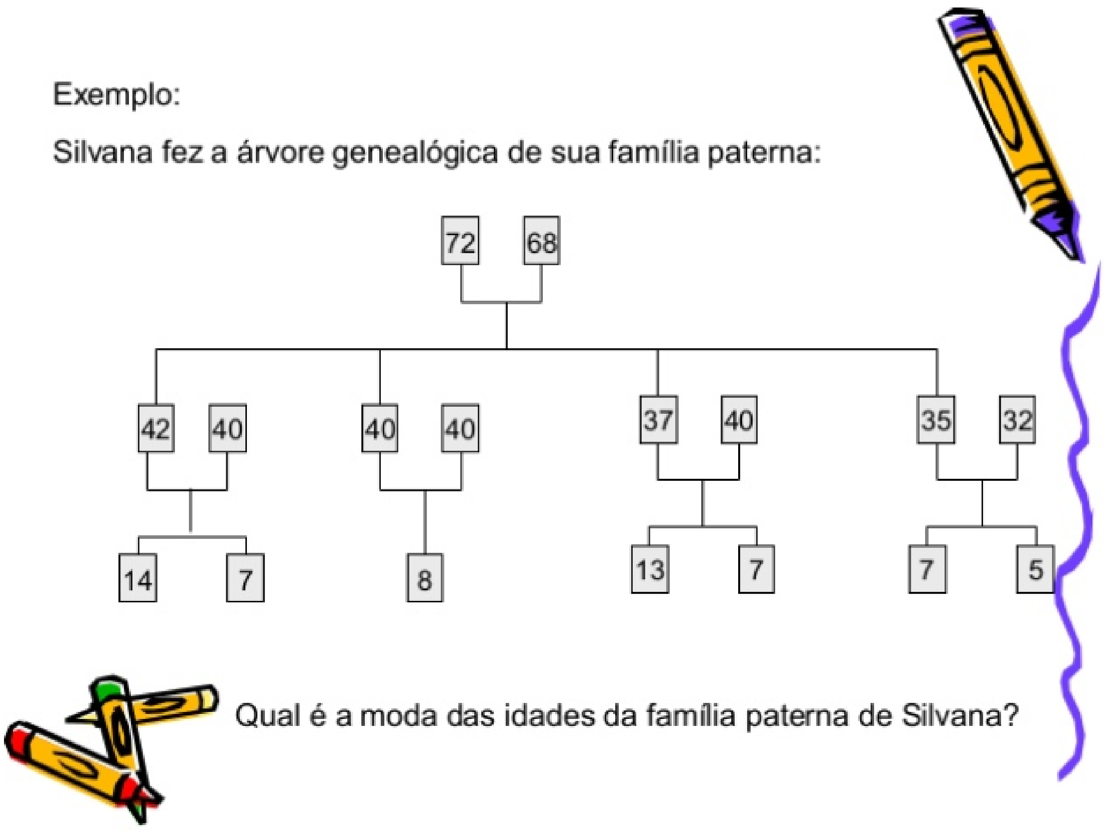
O Termo do meio é a Mediana, nesse caso 35

Slide 8

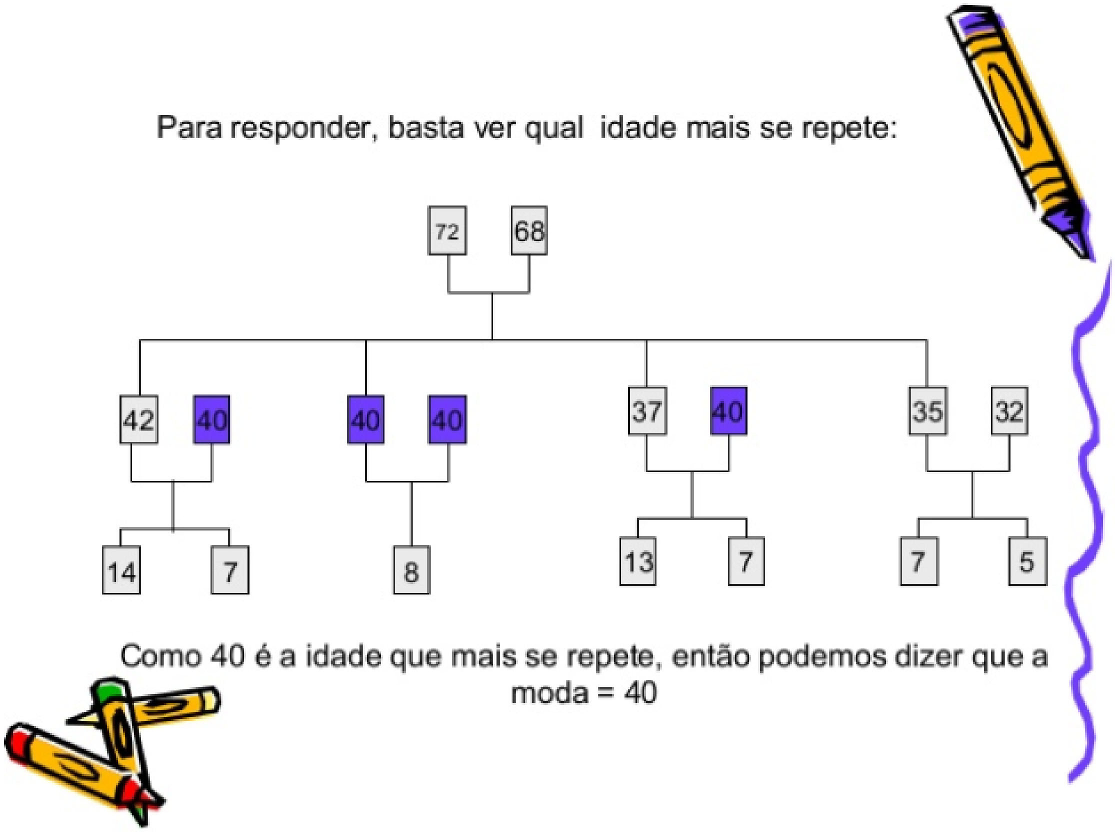
O que é Moda?

Moda de um conjunto de valores é o elemento que ocorre **mais frequentemente** dentro desse conjunto.

Slide 9



Slide 10



Slide 111

Atividade 1

Observe a tabela de distribuição de frequências da variável *Idade (em anos)* e calcule a média, mediana e moda das idades dos alunos.

Solução:

Idade	Alunos
13	14
14	30
15	27
16	8
17	4
18	1
Total	84

Pela tabela tem-se que a media aritmética é:

$$M = \frac{14.13+30.14+27.15+8.16+4.17+1.8}{14+30+27+8+4+1} = \frac{1221}{84} = 14,5 \text{ anos.}$$

Assim, a idade média dos alunos é de 14,5 anos.

Para a mediana, com o número de termos é igual a 84, os dois termos centrais são o 42º e o 43º. Portanto como são 14 alunos com 13 anos e 30 com 14 anos (totalizando 44 alunos) o 42º e o 43º tem 14 anos. Logo a mediana é:

$$Md = \frac{14+14}{2} = 14$$

Assim, a mediana das idades é 14 anos.

Para a moda, basta observar que a idade que aparece com mais frequente é 14. Logo:

Mo = 14

Assim, a moda das idades é 14 anos.

Atividade 2

Observe a tabela de distribuição de frequências da variável Irmãos e calcule a média, mediana e moda das quantidades de irmãos dos alunos.

Solução:

Idade	Alunos
13	14
14	30
15	27
16	8
17	4
18	1
Total	84

Pela tabela, a média aritmética é:

$$M = \frac{7.0+31.1+23.2+12.3+12.3+11.4}{7+31+23+12+11} = \frac{157}{84} = 1{,}8 \text{ irmão}$$

Podemos perceber que o número médio de irmãos é de 1,8 irmão.

Para a Mediana, como em ambas as posições 42º e 43º tem-se o valor 2, segue que

$$Md = \frac{2+2}{2} = 2 \text{ irmãos.}$$

Para a moda, como o valor mais frequente é 1, aparecendo em 31 observações, segue que

Mo = 1 irmão.

Observamos que o número de irmãos com maior frequência é 1.

4.5 5ª AULA

Data: xx/xx/xxxx

Professor(a): xxxxx

Matemática

Tema: Algumas Medidas de Dispersão

Objetivo: Mostrar o conceito de Amplitude, variância e desvio padrão.

Conteúdo: Medidas de Dispersão

Organização e Métodos: Aula expositiva através de slides

Conceitos

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Amplitude de Variação
Variância
Desvio Padrão

Slide 1

AMPLITUDE

A amplitude é a diferença entre o máximo e o mínimo do conjunto de dados (os extremos).

A = máximo – mínimo

Nome	1.º TESTE	2.º TESTE	3.º TESTE	4.º TESTE	5.º TESTE	6.º TESTE	MÉDIA	MODA
António	85	75	65	75	70	80	75%	75%
Bárbara	75	74	75	73	76	77	75%	75%
Carlos	50	75	100	90	60	75	75%	75%
...	...	...	...	...	...	...	...	...

António
Amplitude = 85 – 65 = 20

Bárbara
Amplitude = 77 – 73 = 4

Carlos
Amplitude = 100 – 50 = 50

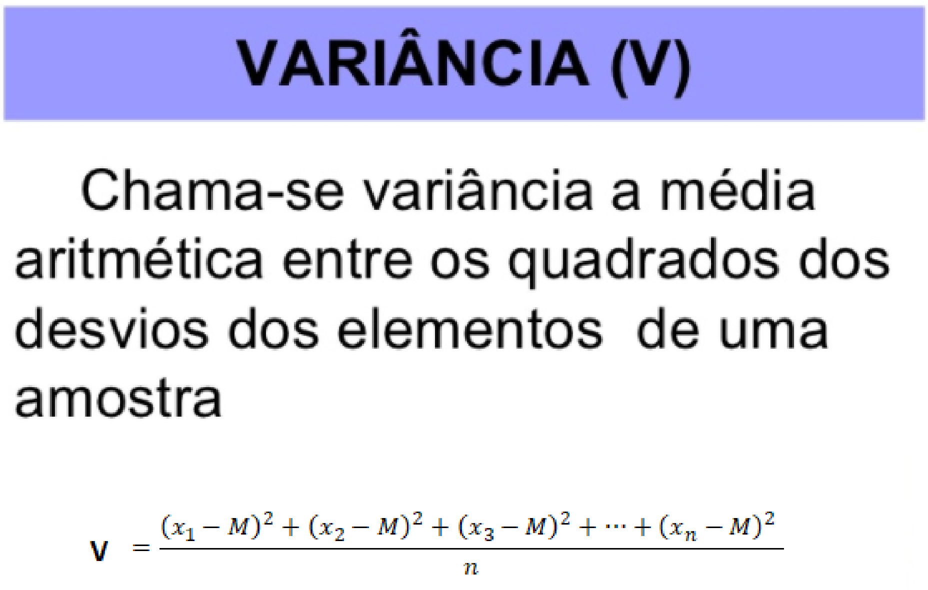
A amplitude é a medida que mostra a variabilidade dos dados

Slide 2

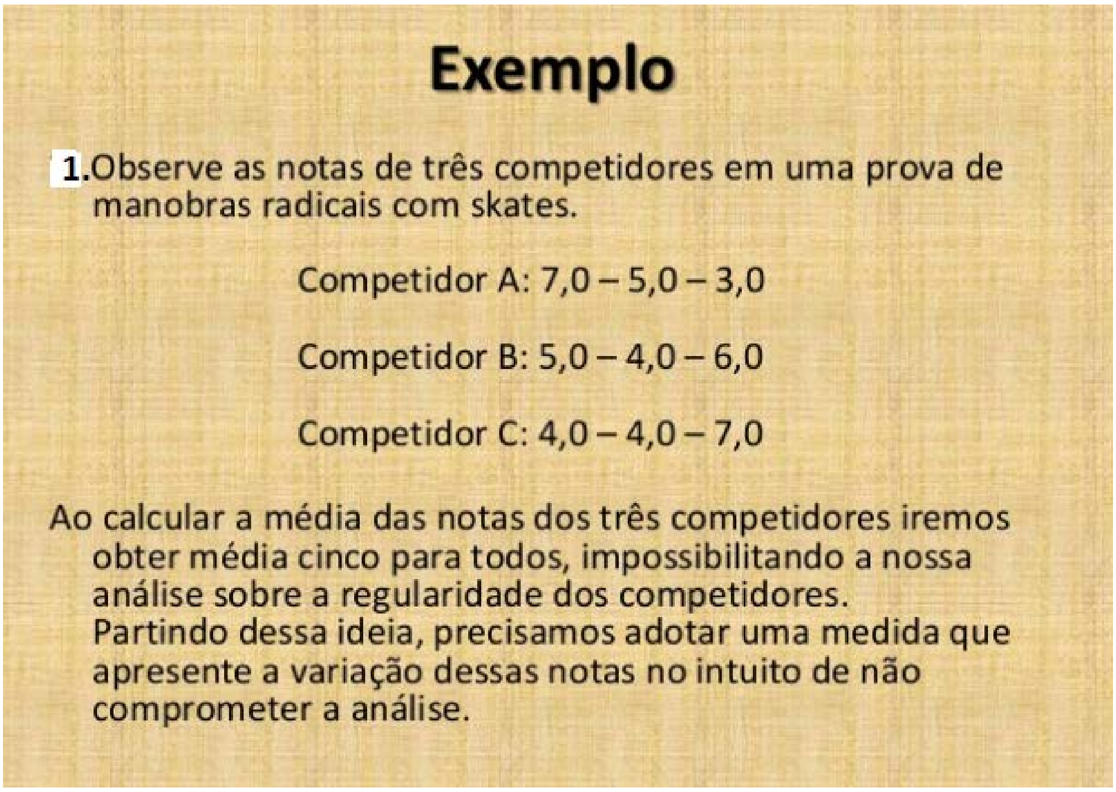
DESVIO MÉDIO

- É a diferença entre cada elemento x_i da amostra e a média M

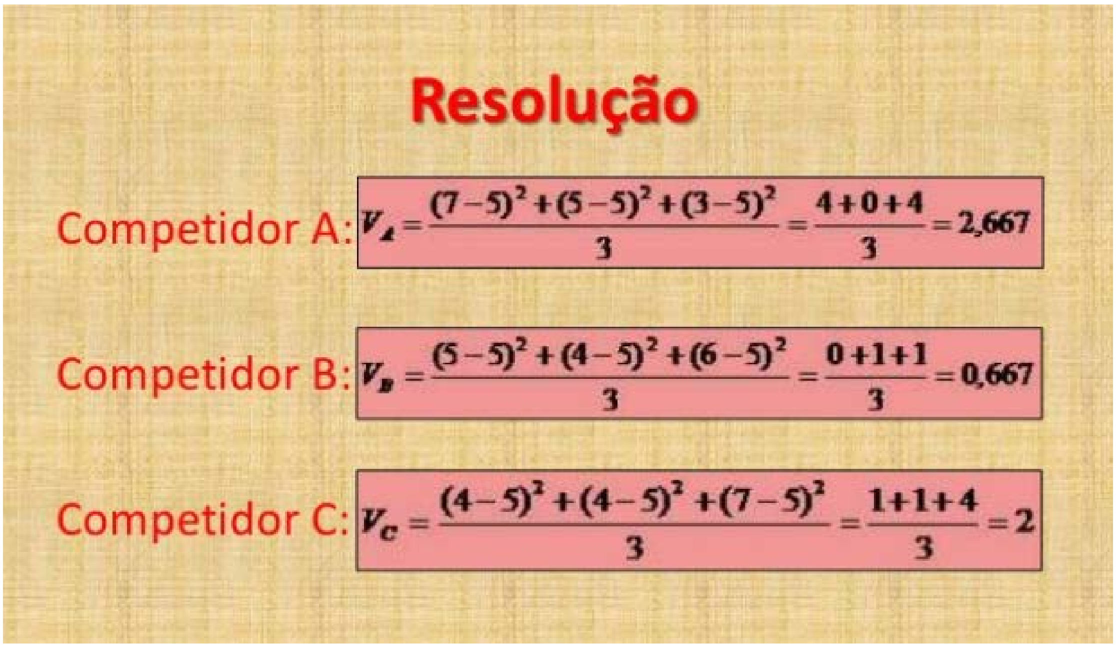
Slide 3



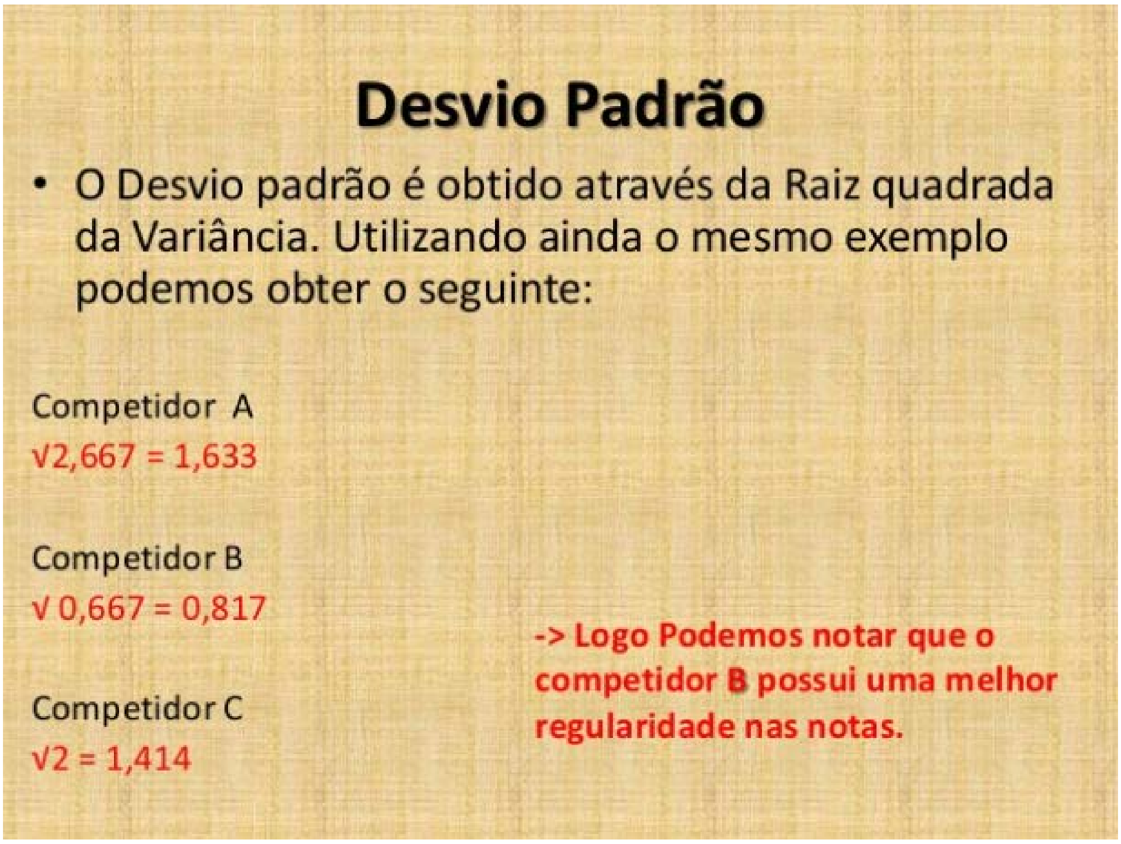
Slide 4



Slide 5



Slide 6



Slide 7

Nessa aula não serão feitas atividades em vista que esse conteúdo será enfatizado no Ensino Médio.

4.6 6ª AULA

Data: xx/xx/xxxx

Professor(a): xxxxx

Matemática

Tema: Avaliando o Aprendizado

Objetivo: Veificar o grau de aprendizado.

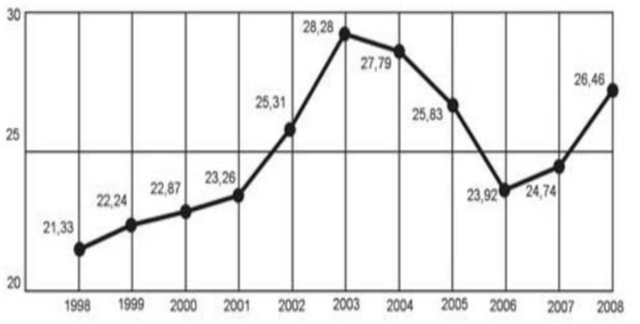
Organização e Métodos: Avaliação por escrito e objetiva.

Neste dia foi aplicado a avaliação diagnóstica que está no Apêndice C para verificar o aprendizado dos alunos da trma 901.

Segue a resolução das questões da avaliação.

Questão 01: O termo agronegócio não se refere apenas à agricultura e à pecuária, pois as atividades ligadas a essa produção incluem fornecedores de equipamentos, serviços para a zona rural, industrialização e comercialização dos produtos.

O gráfico seguinte mostra a participação percentual do agronegócio no PIB brasileiro:



Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA). Almanaque abril 2010. São Paulo: Abril, ano 36 (adaptado). (Foto: Reprodução/Enem)

Esse gráfico foi usado em uma palestra na qual o orador ressaltou uma queda da participação do agronegócio no PIB brasileiro e a posterior recuperação dessa participação, em termos percentuais. Segundo o gráfico, o período de queda ocorreu entre os anos de:

a) 1998 e 2001

b) 2001 e 2003

c) 2003 e 2006

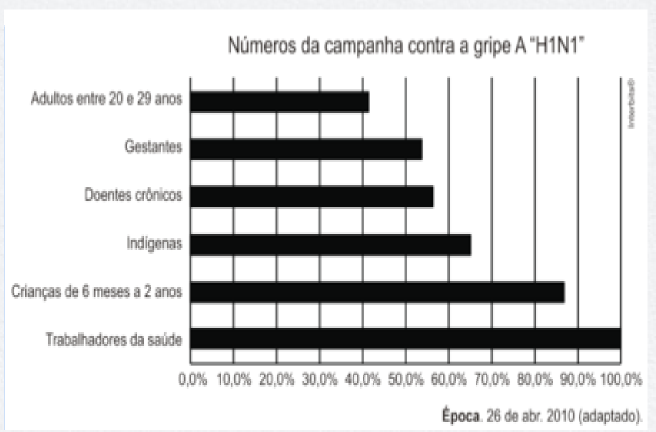
d) 2003 e 2007

e) 2003 e 2008

Resolução:

Analisando o gráfico vemos que o peíodo de queda foi 2003 até 2006. Letra C

Questão 02: O gráfico expõe alguns números da gripe A-H1N1. Entre as categorias que estão em processo de imunização, uma já está completamente imunizada, a dos trabalhadores da saúde.



De acordo com o gráfico, entre as demais categorias, a que está mais exposta ao vírus da gripe A-H1N1 é a categoria de:

a) indígenas.

b) gestantes.

c) doentes crônicos.

d) adultos entre 20 e 29 anos.

e) crianças de 6 meses a 2 anos.

Resolução:

Pelo gráfico a categoria que está mais exposta ao vírus é aquela que está menos imunizada, portanto, adultos entre 20 e 29 anos. Letra D.

Questão 03: O dono de uma farmácia resolveu colocar à vista do público o gráfico mostrado a seguir, que apresenta a evolução do total de vendas (em Reais) de certo medicamento ao longo do ano de 2011.

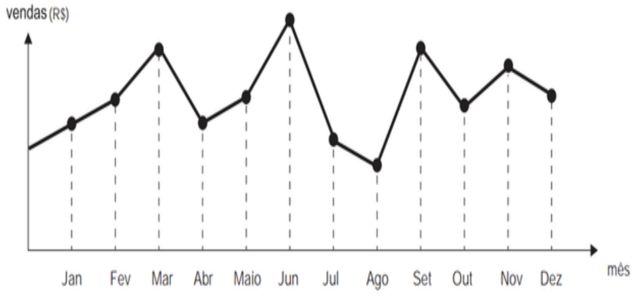


Gráfico da questão 148 do Enem 2012 (Foto: Reprodução/Enem)

De acordo com o gráfico, os meses em que ocorreram, respectivamente, a maior e a menor venda absoluta em 2011 foram:

a) março e abril

b) março e agosto

c) agosto e setembro

d) junho e setembro

e) junho e agosto

Resolução:

Pelo gráfico, a maior venda foi em junho e a menor venda foi em agosto. Letra E.

Questão 04: Em uma seletiva para a final dos 100 metros livres de natação, numa olimpíada, os atletas, em suas respectivas raias, obtiveram os seguintes tempos:

Raia	1	2	3	4	5	6	7	8
Tempo (segundo)	20,90	20,90	20,50	20,80	20,60	20,60	20,90	20,96

A mediana dos tempos apresentados no quadro é:

a) 20,70.

b) 20,77.

c) 20,80.

d) 20,85.

e) 20,90.

Resolução:

Colocando os dados em ordem temos:

20,50 – 20,60 – 20,60 – 20,80 – 20,90 – 20,90 – 20,90 – 20,96

Logo

A mediana é dada por $\frac{20,80+20,90}{2}$ = 20,85. Letra D.

Questão 05: A participação dos estudantes na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) aumenta a cada ano. O quadro indica o percentual de medalhistas de ouro, por região, nas edições da OBMEP de 2005 a 2009.

Região	2005	2006	2007	2008	2009
Norte	2%	2%	1%	2%	1%
Nordeste	18%	19%	21%	15%	19%
Centro-Oeste	5%	6%	7%	8%	9%
Sudeste	55%	61%	58%	66%	60%
Sul	21%	12%	13%	9%	11%

Disponível em: http://www.obmep.org.br. Acesso em: abr. 2010 (adaptado).

Em relação as edições de 2005 a 2009 da OBMEP, qual o percentual médio de medalhistas de ouro da região Nordeste:

a) 14,6%

b) 18,2%

c) 18,4%

d) 19,0%

e) 21,0%

<u>Resolução:</u>

Fazendo a média da região Nordeste:

Média = $\frac{18\%+19\%+21\%+15\%+19\%}{5}$ = 18,4. Letra C.

Questão 06: Na tabela, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008.

Mês	Cotação	Ano
Outubro	R$ 83,00	2007
Novembro	R$ 73,10	2007
Dezembro	R$ 81,60	2007
Janeiro	R$ 82,00	2008
Fevereiro	R$ 85,30	2008
Março	R$ 84,00	2008
Abril	R$ 84,60	2008

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a:

a) R$ 73,10.

b) R$ 81,50.

c) R$ 82,00.

d) R$ 83,00.

e) R$ 85,30.

<u>**Resolução:**</u>

Colocando em ordem crescente temos:

73,10 – 81,60 – 82,00 – 83,00 – 84,00 – 84,60 – 85,30

Portanto a mediana é 83,00. Letra D.

Questão 07: Os candidatos K, L, M, N e P estão disputando uma única vaga de emprego em uma empresa e fizeram provas de português, matemática, direito e informática. A tabela apresenta as notas obtidas pelos cinco candidatos.

Candidatos	Português	Matemática	Direito	Informática
K	33	33	33	34
L	32	39	33	34
M	35	35	36	34
N	24	37	40	35
P	36	16	26	41

Segundo o edital de seleção, o candidato aprovado será aquele para o qual a mediana das notas obtidas por ele nas quatro disciplinas for a maior. O candidato aprovado será:

a) K

b) L

c) M

d) N

e) P

<u>**Resolução:**</u>

K : 33 – 33 – 33 – 34

A mediana é 33.

L: 32 – 33 – 34 – 39

A mediana é $\frac{33+34}{2}$ = 33,5.

M: 34 – 35 – 35 – 36

A mediana é 35.

N: 24 – 35 – 37 – 40

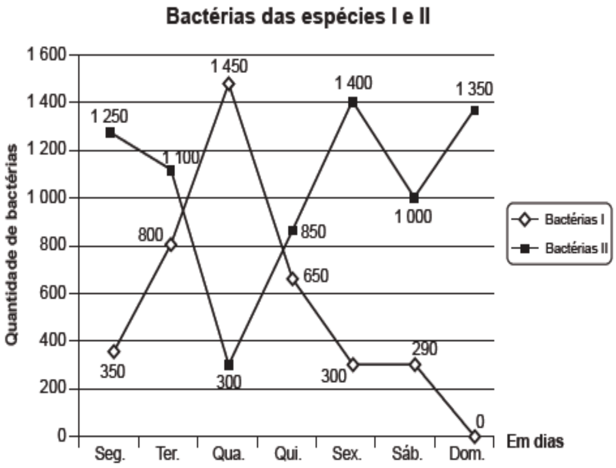
A mediana é $\frac{35+37}{2}$ = 36.

P: 16 – 26 – 36 – 41

A mediana é $\frac{26+36}{2}$ = 31.

Portanto a maior mediana é 36 do candidato N. Letra D.

Questão 08: Um cientista trabalha com as espécies I e II de bactérias em um ambiente de cultura. Inicialmente, existem 350 bactérias da espécie I e 1.250 bactérias da espécie II. O gráfico representa as quantidades de bactérias de cada espécie, em função do dia, durante uma semana.



Em que dia dessa semana a quantidade total de bactérias nesse ambiente de cultura foi máxima?

a) terça-feira

b) quarta-feira

c) quinta-feira

d) sexta-feira

e) domingo

Resolução:

Considerando os dois tipos de bactérias e as opções temos que:

Terça: 800 + 1100 = 1900 bactérias.

Quarta: 300 + 1450 = 1750 bactérias.

Quinta: 650 + 850 = 1500 batérias.

Sexta: 300 + 1400 = 1700 bactérias.

Domingo: 0 + 1350 = 1350 bactérias.

Portanto, terça –feira foi o dia com quantidade máxima de bactérias. Letra A.

Questão 09: Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos. As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

Dia do mês	Temperatura (em °C)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a:

a) 17°C, 17°C e 13,5°C.

b) 17°C, 18°C e 13,5°C.

c) 17°C, 13,5°C e 18°C.

e) 17°C, 18°C e 21,5°C.

e) 17°C, 13,5°C e 21,5°C.

<u>**Resolução:**</u>

Média: Não precisa fazer pois todas as opções tem a mesma resposta, 17 ^{o}C.

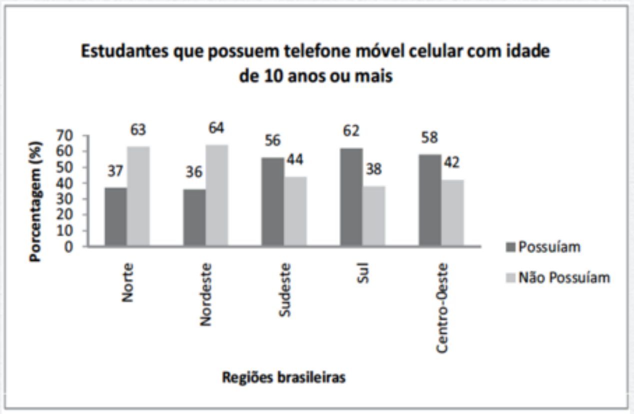
Mediana: 13,5 – 13,5 – 13,5 – 13,5 – 14 – 18 – 18 – 20 – 20 – 20 – 15,5 – 16 – 18,5 - 19,5 – 21,5

Portanto, o termo central é 18^{o}C.

Moda: O termo com maior frequência é 13,5.

Letra B.

Questão 10: Os dados do gráfico foram coletados por meio da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios.



Fonte: IBGE.Disponível em: http://www.ibge.gov.br. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).

Supondo-se que, no Sudeste, 14 900 estudantes foram entrevistados nessa pesquisa, quantos deles possuíam telefone móvel celular?

a) 5 513

b) 6 556

c) 7 450

d) 8 344

e) 9 536

Resolução:

Pelo gráfico 56% dos estudantes da reião sudeste possuíam telefone móvel com idade de 10 ou mais, logo:

56% . 14900 = $\frac{56}{100}$ **.** 14900 = 56 . 149 = 8344. Letra D.

4.7 7ª AULA

Data: xx/xx/xxxx

Professor(a): xxxxx

Matemática

Tema: Resultados da avaliação da aula anterior.

Objetivo: Mostrar o resultado da Avaliação diagnóstica através de tabelas, gráficos e medidas centrais.

Organização e Métodos: Aula expositiva e folhas.

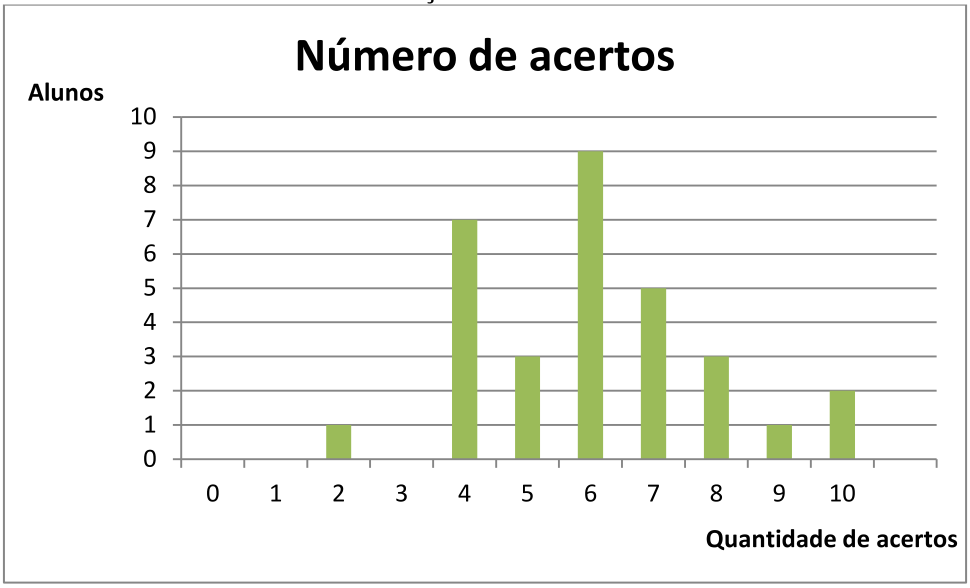
A seguir apresentamos os gráficos do resultado de cada questão da avaliação diagnóstica e posteriormente uma análise através das medidas de tendências centrais.

Tabela 4.7.1 - Distribuição de Frequência da variável Acertos

Acertos	F_a	F_r	Porcentagem
0	0	0,00	0%
1	0	0,00	0%
2	1	0,03	3%
3	0	0,00	0%
4	7	0,23	23%
5	3	0,10	10%
6	9	0,29	29%
7	5	0,16	16%
8	3	0,10	10%
9	1	0,03	3%
10	2	0,06	6%
total	31	1,00	100%

Podemos interpretar pela tabela de frequência que todos os alunos acertaram pelo menos 2 questões da avaliação. O número de acertos mais frequente foi o de 6 questões com 9 alunos. Além disso, se somarmos os percentuais a partir de 5 acertos, temos que 74% da turma acertou pelo menos metade das questões da avaliação. Foi feito o gráfico 4.7.1.

Gráfico 4.7.1 - Acertos na avaliação



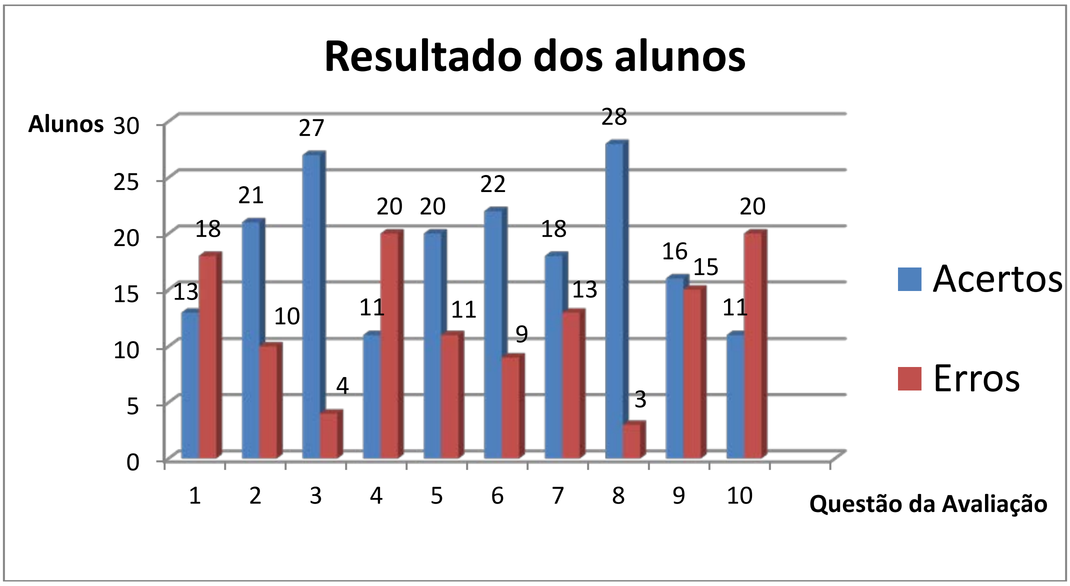
Fonte: O autor, 2016.

Em seguida, fizemos uma tabela com o número de acertos e erros de cada questão.

Tabela 4.7.2 - Tabela com Resultado dos alunos

Questões	Acertos	Erros
Questão 1	13	18
Questão 2	21	10
Questão 3	27	04
Questão 4	11	20
Questão 5	20	11
Questão 6	22	09
Questão 7	18	13
Questão 8	28	03
Questão 9	16	15
Questão 10	11	20
Total	187	123

Gráfico 4.7.2 - Resultado dos Alunos



Fonte: O autor, 2016.

Pelo gráfico 4.7.2 vemos que a questão 8 foi aquela com maior número de acertos, 28, seguida da questão 3, com 27.

As questões com maior número de erros foram as questões 4 e 10 com 20 cada, seguidas da questão 1 com 18.

Foram analisadas ainda:

A média do número de acertos da turma na avaliação e que forma a amostra da investigação e para tanto somados os valores e efetuada a divisão pela quantidade de acertos.

<u>Média do número de acertos da turma:</u>

$$M = \frac{1.2 + 7.4 + 3.5 + 9.6 + 5.7 + 3.8 + 1.9 + 2.10}{1 + 7 + 3 + 9 + 5 + 3 + 1 + 2} = \frac{187}{31} = 6{,}032$$

A mediana do número de acertos da turma na avaliação realizada utilizou-se a distribuição de frequências dos acertos e, após determinou-se os valores relativos. A mediana foi reconhecida como a nota que possui a menor frequência relativa acumulada.

Mediana do número de acertos da turma:

2 – 4 – 4– 4 – 4– 4 – 4– 4 – 5– 5 – 5– 6 – 6– 6 – 6– 6 – 6– 6 – 6– 6 – 7– 7 – 7– 7 – 7– 8 – 8– 8 – 9– 10 – 10

Md = 6

A moda da distribuição de dados de acertos da turma na avaliação realizada foi reconhecida.

Moda do número de acertos da turma:

Mo = 6

A variância dos dados quantitativos sobre os acertos da turma na avalição realizada apresentou como resultado,

Variância do número de acertos da turma:

V= $\underline{(26,03)^2 + 7.(4 – 6,03)^2 + 3.(5 – 6,03)^2 + 9,(6 – 6,03)^2 + 5.(7\text{-}6,03)^2 + 3.(8 – 6,03)^2 + (9\text{-}6,03)^2 + 2.(10 – 6,03)^2}$ / 31

V= $\underline{4.03^2 + 7.\ 2,03^2 + 3.\ 1,03^2 + 9.\ 0,03^2 + 5.\ 0,97^2 + 3.1,97^2 + 2,97^2 + 2.\ 3,97^2}$ = $\underline{104,9679}$ /31= 3,3860

O desvio-padrão dos acertos da turma na avalição realizada foi alcançada pela raiz quadrada da variância do número de acertos da turma e apresentou como resultado,

Desvio padrão do número de acertos da turma:

Dp = $\sqrt{V}$ = $\sqrt{3,3860}$ = 1,8401

Assim, o desvio padrão relativo aos acertos da turma na avaliação foi de 1,8401.

Contudo, podemos observar um relativo bom resultado na turma aplicada, ainda mais levando em consideração a realidade que encontramos com defasagem de conteúdos, infraestrutura entre outros fatores. Essa avaliação diagnóstica foi aplicada em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Auto Rodrigues de Freitas no município de Itaboraí no Rio de Janeiro. Mas pode ser aplicada em qualquer instituição de Ensino.

CONCLUSÃO

Quando tive que escolher o assunto da dissertação, meu principal interesse foi de escolher algum tema que pudesse ter aplicação direta nas minhas atividades em sala de aula. Algum tema que estivesse ao nível de entendimento dos alunos, que permitisse aplicar alguns conceitos matemáticos e que pudesse ser ensinado de um jeito diferente, onde a matemática envolvida surgisse naturalmente e se tornasse ferramenta indispensável nas atividades.

Ao surgir a possibilidade de trabalhar com Estatística Descritiva logo reparei que esse assunto seria muito apropriado para minhas pretensões. Embora atualmente esse tema faça parte do currículo da 3ª série do Ensino Médio, sempre achei que ele poderia ser adiantado para o nono ano do ensino fundamental I, melhorando o pouco desse conteúdo que eles veem e mais ainda, se seu método de ensino fosse aprimorado com caráter de pesquisa com a participação direta dos alunos. Isto por vários motivos: a matemática envolvida (operações elementares básicas de adição e multiplicação de números reais, regra de três simples, porcentagens, raiz quadrada e gráficos) já deve ser de conhecimento desses alunos; do ponto de vista pedagógico, estariam mais precocemente capacitados para entender os gráficos que aparecem em outras disciplinas e perceberiam a matemática contextualizada a situações do seu cotidiano.

O foco teórico deste trabalho leva em conta a legislação escolar vigente e autores que se preocupam em estudar a aplicação da estatística no ensino fundamental e a metodologia faz parte de uma pesquisa quantitativa com aplicação de questionário como técnica de levantamento de dados para atrair o interesse do aluno, explanação do conteúdo através de atividades de estatística e aplicação de uma avaliação composta de 10 questões envolvendo tabelas e gráficos estatísticos para verificar o aprendizado.

Após a aplicação de nossa proposta pedagógica e da posterior avaliação diagnóstica podemos concluir que tivemos um bom resultado, que se não foi melhor, podemos considerar, em parte, devido ao grau de dificuldade das questões da avaliação que foram todas retiradas do Exame Nacional do Ensino Médio, o ENEM e destacar, principalmente, a parte motivacional, pois os alunos participaram ativamente na pesquisa. Alguns problemas apareceram quando foi necessário aplicar conceitos que supostamente já sabiam, como por exemplo, elaboração de gráficos e cálculo de porcentagens. Esse foi um desafio que fez perder um tempo a mais do planejado, mas de alguma forma foi benéfico, pois permitiu preencher lacunas e poder recuperar o interesse de vários desses alunos para o estudo da matemática. Acreditamos que essas dificuldades serão recorrentes na maioria da rede pública de ensino quando forem aplicados esses conteúdos de estatística. Foi necessário limitarmos a poucos gráficos de forma a não desestimular e não transmitir conteúdos de forma excessiva. Porém esse trabalho pode ser aplicado em qualquer instituição de ensino fundamental.

A reflexão proposta recai também com a busca de indícios para as mudanças na prática pedagógica dos professores de matemática que trabalham com a estatística em suas turmas de modo que haja melhoria nos resultados da aprendizagem. Um ponto importante a ser considerado é que os alunos iniciando a aprendizagem da estatística no segundo segmento do ensino fundamental terão oportunidade em desenvolver mais cedo sua visão de mundo o que, para tanto, a escola e seus professores deverão proporcionar-lhes os instrumentos de conhecimento reflexivo.

O próprio professor precisa no decorrer do processo de ensino e aprendizagem buscar seu desenvolvimento profissional com prática de atividades atualizadas, significativas e contextualizadas de acordo com a cultura dos alunos e, cujo alcance está na utilização de critérios avaliativos ao final das atividades propostas à turma de alunos o que vai além do que centraliza as políticas públicas com seus documentos oficiais.

A Estatística trabalhada no 9º. Ano do ensino fundamental é um grande desafio visto que o estudo exige habilidade de leitura e interpretação, porém trabalhada de maneira significativa à cultura dos alunos fará com que as atividades sejam compreendidas devido à familiaridade com os temas o que os levará a reconhecer a importância do estudo.

REFERÊNCIAS

ARAUJO, Orlando de. **A avaliação da OBMEP como indutor de mudanças na prática pedagógica dos professores de matemática.** Dissertação de Mestrado. UERJ, 2015.

BORBA, Marcelo de Carvalho & SKOVSMOSE, Olé**. A ideologia da certeza em Educação Matemática.** In: Educação Matemática Crítica: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001.

BRANDALISE, Mary Ângela Teixeira. **Avaliação institucional da escola: conceitos, contextos e práticas**. Olhar de Professor, Ponta Grossa, v. 13, n. 2, 2010.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF: Senado, 1988.

_______. Decreto nº 6.094, de 24 de abril de 2007. **Dispõe sobre a implementação do Plano de Metas Compromisso Todos pela Educação, pela União Federal, em regime de colaboração com Municípios, Distrito Federal e Estados**. Brasília: Imprensa Nacional, 2007.

_________ **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei 9.394/96. Brasília: Imprensa Oficial, Diário Oficial, v. 134, n. 248, 1996.

_________ . **Parâmetros Curriculares Nacional** (PCN). Brasília, Documento Oficial, 1997.

_________**Currículo Mínimo de Matemática** 2013 do Estado do Rio de Janeiro - Acesso: http://www.conexaoprofessor.rj.gov.br/cm_materia.asp?M=10

CARVALHO, Eduardo Rebouças. ROCHA, Alexandre Lima. **Medidas de Tendência Central. F**aculdade de Medicina. Universidade Federal do Ceará.
http://www.epidemio.ufc.br/files/02MedidasdeTendenciaCentral.pdf

CIRAUDO, R. de M. **O uso da Estatística como ferramenta de análise de resultado de avaliação.** TCC de Mestrado. IMPA, 2015.

COSTA NETO, Pedro L. de O. **Estatística**. São Paulo: Edgard Blücher, 1977.

CURY, C. R. J. **Direito à educação**: direito à igualdade, direito à diferença. Cadernos de Pesquisa, n.116, p.245-262, jun. 2002.

DRABACH, André; PINOTTI, Carolina de Almeida Santos. Extensivo matemática: livro do professor; livro 2 / SAE DIGITAL S/A. – 1. ed. –. Curitida: SAE DIGITAL S/A: 2017.

FREIRE, P.- **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa, 23ª edição, São Paulo, Paz e Terra, 1996.

GADOTTI, Moacir. **Diversidade Cultural e Educação para Todos**. Juiz de Fora: Graal. 1992.

___________. **Boniteza de um sonho**: ensinar-e-aprender com sentido. Novo Hamburgo: Feevale, 2003.

LELIS, Marcelo; IMENES, Luiz Márcio P. **O Ensino de Matemática e a Formação do Cidadão.** Temas & debates. São Paulo: Atual e Scipione, ano 7, n. 05, 1994.

LOPES, C.A.E. **O ensino de estatística e da probabilidade na educação básica e a formação de professores**. Centro de Estudo Educação e Sociedade - UNICAMP, Campinas, 2008.Vol.28, nº 78, p. 57-73, jan/abr. Disponível em <http//www.cedes.unicamp.br>. Acesso em 18 de Maio de 2016.

LOUZADA. Francisco; CORDANI, Lisbeth K.; BAZAN, Jorge Luis; BARBOSA, Maria Tereza S. **Reflexões a respeito dos conteúdos de probabilidade e Estatística na escola no Brasil –** uma proposta. Associação Brasileira de Estatística (ABE), 2015.

MAGALHÃES, Marcos N.; LIMA, Antonio Carlos P. de. **Noções de probabilidade e estatística.** São Paulo: EDUSP, 2002.

MATTOS, Viviane Leite Dias; KONRATH, Andréa Cristina; AZAMBUJA, Ana Maria Volkmer de. **Introdução à estatística: aplicações em ciências exatas**. – 1. ed. - Rio de Janeiro: LTC, 2017.

MINAYO M.C. **O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde**. Rio de Janeiro: Abrasco; 2007.

NOGUEIRA, Paulo Apolinário; VICTER, Eline das Flores; NOVIKOFF, Cristina. **Roteiro didático para o ensino de estatística:** a cidadania na/pela matemática. Escola de Educação, ciências, letras, artes e humanidades. Universidade Unigranrio.
http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/relatorios/produto-paulo-apolinario.pdf

PAVANELLO, Regina Maria, NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. **Avaliação em Matemática: algumas Considerações**. In: Revista Estudos em Avaliação Educacional, São Paulo, v. 17, n. 33, jan./abr. 2006.

PIRES, Célia Maria Carolino. **Currículos de Matemática: da Organização Linear a Ideia de Rede**. São Paulo: FTD, 2000.

SANTOS, Daniel da Conceição. **Combatendo o analfabetismo estatístico**: a plataforma Mangahigh. Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, IMPA. Dissertação. Rio de Janeiro, RJ. 2014.

SILVA, Ermes Medeiros da... et al. **Estatística 1**. São Paulo: Atlas, 1996.

APÊNDICE A – Questionário aplicado nas turmas do 9º ano

1. Idade: Idade em anos.
2. Sexo: Feminino (...) ou Masculino (...)
3. Irmãos: Número de irmãos que possui: 0 (...) 1 (...) 2 (...) 3 (...) 4 ou mais (...)
4. Tipo de Escola: estudo sempre em escolas públicas: sim (...) ou não (...).
5. Repetência: repetiu alguma série: sim (...) ou não (...).
6. Série da Repetência: caso tenha repetido alguma série: 1º ao 5º ano (...) 6º ano (...) 7º ano (...) 8º ano (...) 9º ano (...)
7. Desistência: desistiu de estudar (abandonou a escola), por qualquer motivo: Sim (...) ou não (...).
8. Dependência: ficou em dependência: Sim (...) ou não (...)
9. Disciplina em Dependência: disciplina em dependência: português (...) história (...) matemática (...) ciências (...) inglês (...) geografia (...) artes (...)
10. Tempo: demora ao chegar à escola: Até 10 min (...) de 10 min a 20 min (...) de 20 min a 30 min (...) de entre 30 min e 1h (...) mais de 1 h (...)
11. Classificação: classifica do ensino público: ruim (...) regular (...) bom (...) ótimo (...)
12. Disciplina Preferida: disciplina que mais gosta: português (...) história (...) matemática (...) ciências (...) inglês (...) geografia (...) artes (...).
13. Grade: disciplina que gostaria que fosse incorporada na grade curricular: Dança (...) musica (...) moda (...) culinária (...) nenhuma (...)
14. Disciplina Indesejada: disciplina que menos gosta: português (...) história (...) matemática (...) ciências (...) inglês (...) geografia (...) artes (...)
15. Ensino Superior: desejo de cursar ensino superior: Sim (...) não (...).

APÊNDICE B – Tabela bruta de dados da aplicação do questionário.

id	idade	sexo	irm	escola	repa	repo	desist	dep	discip	tempo	clas	pref	gra	insat	sup
1	14	F	1	não	não	-	não	não	-	20-30	reg	his	dan	port	sim
2	13	M	1	não	não	-	não	sim	por	20-30	oti	his	cul	mat	sim
3	14	M	1	não	não	-	não	não	-	30-60	reg	por	mu	mat	sim
4	13	M	1	não	não	-	não	sim	cie	20-30	bom	edf	dan	mat	sim
5	14	F	3	não	não	-	não	não	-	10	rui	his	cul	nen	sim
6	14	M	1	não	não	-	não	não	-	10-20	bom	edf	nen	nen	sim
7	14	M	2	não	não	-	não	não	-	20-30	bom	mat	nen	cie	sim
8	13	F	0	não	sim	-	não	não	-	10-20	bom	mat	nen	nen	sim
9	13	F	4	sim	não	-	não	sim	po/ma	10-20	reg	mat	nen	nen	sim
10	14	M	1	não	não	-	não	sim	por	10-20	bom	edf	nen	mat	não
11	16	M	2	sim	sim	ef1	não	sim	his	10-20	bom	mat	dan	his	sim
12	14	F	2	sim	não	-	não	sim	his	30-60	reg	mat	dan	his	sim
13	14	F	2	não	não	-	não	não	-	20-30	oti	mat	mu	por	sim
14	13	F	1	não	não	-	não	não	-	10	reg	cie	mu	mat	sim
15	13	F	1	não	não	-	não	não	-	10-20	reg	cie	mo	ing	sim
16	13	F	1	não	não	-	não	não	-	10-20	reg	art	nen	por	sim
17	13	F	2	não	não	-	não	sim	por	30-60	bom	art	dan	por	sim
18	14	M	4	não	não	-	não	não	-	30-60	bom	mat	mu	art	sim
19	14	F	3	não	não	-	não	não	-	30-60	reg	edf	dan	por	sim
20	13	F	3	sim	não	-	não	não	-	10-20	bom	por	dan	his	sim
21	13	F	4	sim	não	-	não	não	-	20-30	reg	mat	dan	his	sim
22	14	F	1	sim	não	-	não	não	-	20-30	reg	mat	cul	nen	sim
23	14	F	1	sim	não	-	não	não	-	20-30	bom	mat	dan	nen	sim
24	15	M	2	sim	sim	ef1	não	não	-	10-20	oti	Cie	nen	nen	sim
25	18	F	1	sim	sim	ef1	não	sim	por	10-20	bom	mat	dan	por	sim
26	14	F	1	não	sim	8º	não	sim	his	10-20	bom	Art	mo	his	sim
27	15	M	2	sim	sim	7º	não	não	-	10-20	oti	Ing	cul	nen	sim
28	15	F	1	sim	sim	ef1	não	não	-	10	bom	Cie	mo	mat	sim
29	13	F	2	não	não	-	não	não	-	10	bom	Cie	mu	nen	sim
30	13	M	0	não	não	-	não	não	-	10-20	reg	edf	nen	por	sim
31	14	M	0	não	não	-	não	sim	his	60	oti	edf	mu	por	sim
32	16	M	3	não	sim	ef/7	não	não	-	10-20	oti	Cie	cul	his	sim
33	15	F	1	não	sim	9o	não	sim	ci/ma	10	reg	Ing	mu	nen	sim
34	13	M	2	não	não	-	não	não	-	10	reg	mat	nen	his	sim
35	14	M	3	não	sim	7o	não	sim	his	10-20	oti	cie	mu	his	sim
36	15	M	1	não	sim	9o	não	sim	por	10	reg	edf	nen	mat	sim
37	14	F	2	sim	não	-	não	não	-	10	reg	cie	dan	art	sim
38	17	M	2	sim	sim	7o	não	sim	cie	10	reg	edf	nen	mat	sim
39	13	F	1	não	não	-	não	não	-	20-30	bom	ing	nen	his	sim
40	15	M	2	sim	sim	6/9	não	sim	mat	20-30	bom	geo	mo	his	não
41	16	M	1	sim	sim	6o	não	sim	ci/hi	10	regm	edf	nen	mat	sim
42	15	M	2	sim	sim	9o	não	sim	cie	10-20	bom	edf	mo	cie	sim
43	15	M	1	sim	sim	ef1	não	sim	mat	10	reg	edf	nen	por	sim
44	16	M	4	não	sim	8o	não	não	-	20-30	rui	edf	cul	his	sim

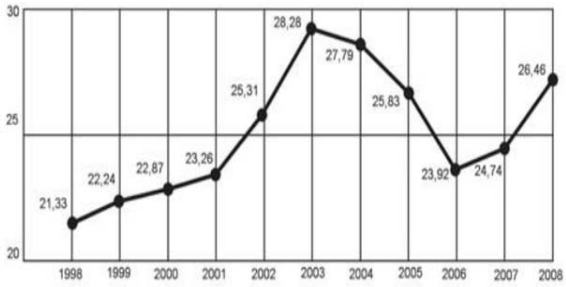
45	15	M	3	não	sim	8o	não	não	-	10-20	rui	edf	nen	his	sim
46	15	M	1	não	sim	8o	não	não	-	10	rui	edf	nen	his	sim
47	15	M	3	sim	sim	8o	não	não	-	10-20	reg	art	mo	por	sim
48	14	F	2	sim	não	-	não	não	-	10	bom	mat	nen	cie	sim
49	14	M	2	não	não	-	não	não	-	10-20	bom	edf	mu	mat	sim
50	16	M	2	não	sim	7/8	não	sim	cie	20-30	reg	mat	mu	por	sim
51	14	M	1	sim	não	-	não	não	-	10-20	reg	edf	nen	por	sim
52	15	F	4	sim	sim	ef1	não	sim	hi/ar	20-30	bo	por	mu	nen	sim
53	14	M	1	não	sim	8o	não	sim	art	10-20	reg	cie	nen	art	sim
54	14	M	1	não	não	-	não	não	-	10-20	oti	art	mu	nen	sim
55	14	F	1	não	não	-	não	não	-	30-60	reg	mat	mo	his	sim
56	15	F	0	sim	sim	7o	não	não	-	10-20	reg	por	dan	mat	sim
57	15	F	4	sim	sim	9o	sim	sim	h/ma	30-60	reg	por	nen	mat	sim
58	14	F	3	não	não	-	não	sim	m/ar	10-20	reg	cie	dan	his	sim
59	16	F	4	não	sim	7o	não	não	-	10	reg	por	mu	his	sim
60	15	M	2	não	sim	6o	não	sim	mat	10-20	reg	geo	nen	por	sim
61	15	M	0	sim	sim	7o	não	sim	c/ma	10	reg	edf	nen	ing	sim
62	14	M	1	não	não	-	não	não	-	10-20	bom	cie	mu	art	sim
63	15	F	4	sim	sim	8o	não	sim	mat	20-30	rui	cie	dan	mat	sim
64	17	M	0	não	sim	8o	não	sim	mat	20-30	reg	mat	mu	nen	sim
65	16	M	0	não	sim	7/9	não	sim	mat	10	reg	edf	nen	mat	sim
66	14	M	1	sim	não	-	não	não	-	30-60	reg	edf	cul	cie	sim
67	14	M	1	não	sim	ef1	não	não	-	10	bom	edf	nen	por	sim
68	15	M	3	não	não	-	não	sim	m/p/g	10	bom	mat	cul	mat	sim
69	15	M	2	não	sim	9o	não	sim	h/i/c	10-20	bom	geo	mo	ing	sim
70	14	M	1	sim	não	-	não	não	-	10	bom	ing	nen	nen	sim
71	14	M	4	sim	não	-	não	sim	cie	10-20	bom	edf	nen	nen	sim
72	15	F	3	sim	não	-	não	não	-	10-20	bom	geo	mu	his	sim
73	17	M	3	não	sim	7o	sim	sim	i/m	10	reg	edf	mu	por	sim
74	16	M	4	sim	sim	6o	não	sim	mat	10-20	rui	his	mo	por	sim
75	15	F	1	não	sim	9o	não	sim	h/c	20-30	bom	edf	dan	mat	sim
76	15	M	2	não	não	-	não	não	-	10-20	ot	his	dan	nen	sim
77	15	M	3	não	sim	ef1	não	não	-	10-20	reg	his	nen	por	sim
78	14	F	2	sim	não	-	não	sim	mat	10	rui	art	dan	nen	sim
79	15	M	1	sim	não	-	não	não	-	10-20	bom	geo	nen	art	sim
80	15	F	2	não	não	-	não	não	-	10	bom	mat	mo	nen	sim
81	15	F	2	não	sim	7o	não	sim	cie	10-20	oti	mat	cul	nen	sim
82	15	M	1	não	sim	8o	não	sim	a/ci/g	10-20	re	edf	nen	nen	sim
83	17	M	2	sim	sim	7o	não	sim	cie	10	re	edf	nen	nen	sim
84	14	M	4	sim	sim	6o	não	sim	mat	10-20	re	cie	dan	his	sim

APÊNDICE C: Modelo da Avaliação Diagnóstica aplicada

E. M. Auto Rodrigues de Freitas
Itaboraí, ____ de ______________________ de _________
Professor(a): Disciplina:
Aluno (a): ____
AVALIAÇÃO DE ESTATÍSTICA
No: _____________ Turma: ___________

01. O termo agronegócio não se refere apenas à agricultura e à pecuária, pois as atividades ligadas a essa produção incluem fornecedores de equipamentos, serviços para a zona rural, industrialização e comercialização dos produtos.

O gráfico seguinte mostra a participação percentual do agronegócio no PIB brasileiro:



Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA). Almanaque abril 2010. São Paulo: Abril, ano 36 (adaptado). (Foto: Reprodução/Enem)

Esse gráfico foi usado em uma palestra na qual o orador ressaltou uma queda da participação do agronegócio no PIB brasileiro e a posterior recuperação dessa participação, em termos percentuais. Segundo o gráfico, o período de queda ocorreu entre os anos de:

a) 1998 e 2001

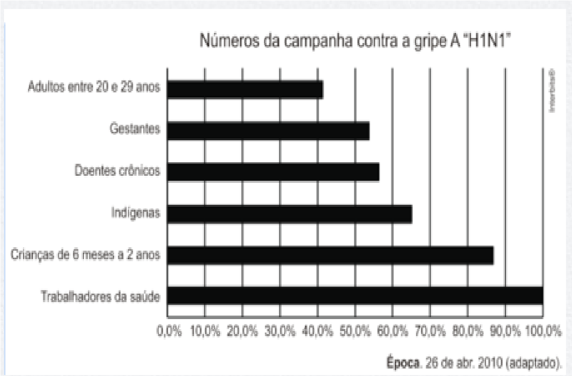
b) 2001 e 2003

c) 2003 e 2006

d) 2003 e 2007

e) 2003 e 2008

02. O gráfico expõe alguns números da gripe A-H1N1. Entre as categorias que estão em processo de imunização, uma já está completamente imunizada, a dos trabalhadores da saúde.



Época. 26 de abr. 2010 (adaptado).

De acordo com o gráfico, entre as demais categorias, a que está mais exposta ao vírus da gripe A-H1N1 é a categoria de:

a) indígenas.

b) gestantes.

c) doentes crônicos.

d) adultos entre 20 e 29 anos.

e) crianças de 6 meses a 2 anos.

03. O dono de uma farmácia resolveu colocar à vista do público o gráfico mostrado a seguir, que apresenta a evolução do total de vendas (em Reais) de certo medicamento ao longo do ano de 2011.

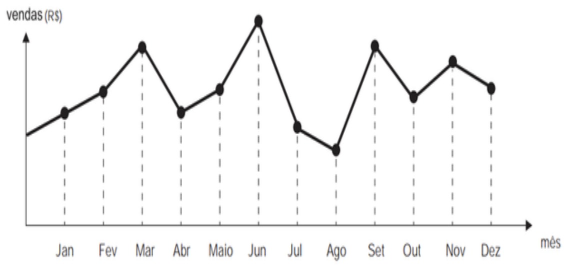


Gráfico da questão 148 do Enem 2012 (Foto: Reprodução/Enem)

De acordo com o gráfico, os meses em que ocorreram, respectivamente, a maior e a menor venda absoluta em 2011 foram:

a) março e abril

b) março e agosto

c) agosto e setembro

d) junho e setembro

e) junho e agosto

04. Em uma seletiva para a final dos 100 metros livres de natação, numa olimpíada, os atletas, em suas respectivas raias, obtiveram os seguintes tempos:

Raia	1	2	3	4	5	6	7	8
Tempo (segundo)	20,90	20,90	20,50	20,80	20,60	20,60	20,90	20,96

A mediana dos tempos apresentados no quadro é:

a) 20,70.

b) 20,77.

c) 20,80.

d) 20,85.

e) 20,90.

05. A participação dos estudantes na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) aumenta a cada ano. O quadro indica o percentual de medalhistas de ouro, por região, nas edições da OBMEP de 2005 a 2009.

Região	2005	2006	2007	2008	2009
Norte	2%	2%	1%	2%	1%
Nordeste	18%	19%	21%	15%	19%
Centro-Oeste	5%	6%	7%	8%	9%
Sudeste	55%	61%	58%	66%	60%
Sul	21%	12%	13%	9%	11%

Disponível em: http://www.obmep.org.br. Acesso em: abr. 2010 (adaptado).

Em relação às edições de 2005 a 2009 da OBMEP, qual o percentual médio de medalhistas de ouro da região Nordeste:

a) 14,6%

b) 18,2%

c) 18,4%

d) 19,0%

e) 21,0%

06. Na tabela, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008.

Mês	Cotação	Ano
Outubro	R$ 83,00	2007
Novembro	R$ 73,10	2007
Dezembro	R$ 81,60	2007
Janeiro	R$ 82,00	2008
Fevereiro	R$ 85,30	2008
Março	R$ 84,00	2008
Abril	R$ 84,60	2008

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a:

a) R$ 73,10.

b) R$ 81,50.

c) R$ 82,00.

d) R$ 83,00.

e) R$ 85,30.

07. Os candidatos K, L, M, N e P estão disputando uma única vaga de emprego em uma empresa e fizeram provas de português, matemática, direito e informática. A tabela apresenta as notas obtidas pelos cinco candidatos.

Candidatos	Português	Matemática	Direito	Informática
K	33	33	33	34
L	32	39	33	34
M	35	35	36	34
N	24	37	40	35
P	36	16	26	41

Segundo o edital de seleção, o candidato aprovado será aquele para o qual a mediana das notas obtidas por ele nas quatro disciplinas for a maior. O candidato aprovado será:

a) K

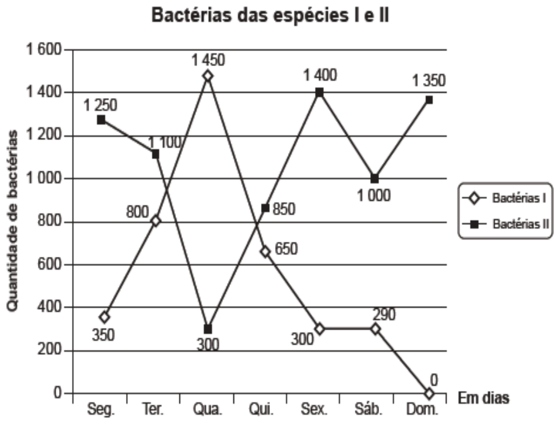
b) L

c) M

d) N

e) P

08. Um cientista trabalha com as espécies I e II de bactérias em um ambiente de cultura. Inicialmente, existem 350 bactérias da espécie I e 1.250 bactérias da espécie II. O gráfico representa as quantidades de bactérias de cada espécie, em função do dia, durante uma semana.



Em que dia dessa semana a quantidade total de bactérias nesse ambiente de cultura foi máxima?

a) terça-feira

b) quarta-feira

c) quinta-feira

d) sexta-feira

e) domingo

09. Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos. As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

Dia do mês	Temperatura (em °C)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a:

a) 17°C, 17°C e 13,5°C.

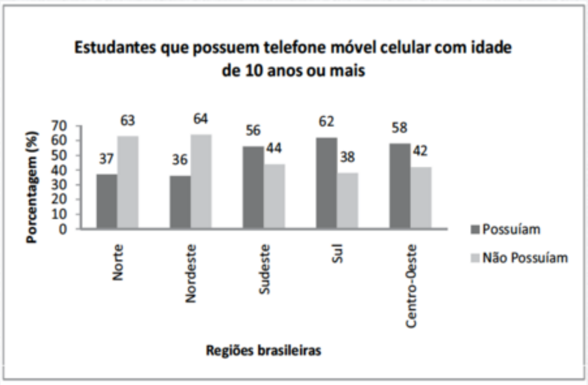
b) 17°C, 18°C e 13,5°C.

c) 17°C, 13,5°C e 18°C.

e) 17°C, 18°C e 21,5°C.

e) 17°C, 13,5°C e 21,5°C.

10. Os dados do gráfico foram coletados por meio da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios.



Fonte: IBGE.Disponível em: http://www.ibge.gov.br. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).

Supondo-se que, no Sudeste, 14 900 estudantes foram entrevistados nessa pesquisa, quantos deles possuíam telefone móvel celular?

a) 5 513

b) 6 556

c) 7 450

d) 8 344

e) 9 536

APÊNDICE D - Tabela bruta dos erros e acertos coletados na avaliação

Identificação	**No de Acertos**	**No de erros**
1	7	3
2	6	4
3	4	6
4	7	3
5	7	3
6	4	6
7	6	4
8	2	8
9	5	5
10	4	6
11	4	6
12	6	4
13	8	2
14	9	1
15	10	0
16	5	5
17	4	6
18	5	5
19	6	4
20	6	4
21	7	3
22	6	4
23	10	0
24	6	4
25	6	4
26	8	2
27	8	2
28	4	6
29	6	4
30	7	3
31	4	6