



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

“APRENDIZAGEM DA OPERAÇÃO DE DIVISÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL:

Estudo do nível de compreensão e capacidade de resoluções de problemas”

CLÁUDIO MARQUES DA SILVA

Orientador: Prof. Dr. Ezequias Matos Esteves

Coorientador: Prof. Me. Wilbert José de Oliveira Moura

FLORIANO - PI

2018

CLÁUDIO MARQUES DA SILVA

APRENDIZAGEM DA OPERAÇÃO DE DIVISÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática do Instituto Federal do Piauí, como parte integrante dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática Profissional.

Área de concentração: Ensino e Aprendizagem

Orientador: Prof. Dr. Ezequias Matos Esteves

Coorientador: Prof. Me. Wilbert José de Oliveira Moura

FLORIANO - PI

2018

FICHA CATALOGRÁFICA

Sistema de Bibliotecas

Gerada automaticamente com dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S586a Silva, Cláudio Marques da
APRENDIZAGEM DA OPERAÇÃO DE DIVISÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL :
estudo do nível de compreensão e capacidade de resoluções de problemas / Cláudio
Marques da Silva - 2018.
60 p. : il. color.

Trabalho de conclusão de curso (Mestrado) - Instituto Federal de Educação, Ciência
e Tecnologia do Piauí, Campus Floriano, Mestrado Profissional em Matemática, 2018.

Orientador : Prof Dr. Ezequias Matos Esteves.
Coorientador : Prof Me. Wilbert José de Oliveira Moura.

1. Gérard Vergnaud. 2. Divisão. 3. Aprendizagem. I. Título.

CDD 510

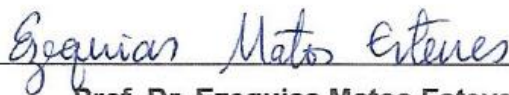
CLÁUDIO MARQUES DA SILVA

APRENDIZAGEM DA OPERAÇÃO DE DIVISÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL

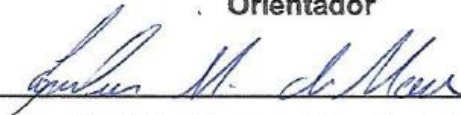
Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática do Instituto Federal do Piauí, como parte integrante dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática Profissional.

Aprovada em: 26/10/2018.

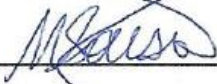
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Ezequias Matos Esteves
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI
Orientador



Prof. Dr. Egnilson Miranda de Moura
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI
Avaliador Interno



Prof.^a Dr.^a Maria Cezar de Sousa
Universidade Federal do Piauí - UFPI
Avaliadora Externa

"Só conhecendo a forma como os
alunos aprendem é possível ensinar."
(Gérard Vergnaud)

DEDICATÓRIA

Aos meus pais **Teresinha de Jesus Marques** e **Francisco José da Silva** por tudo que fizeram e continuam fazendo por mim e pelos meus irmãos, que vindo de família humilde, conseguiram nos passar o que é ser Família por meio de palavras e gestos, e nunca mediram esforços para nos orientar no caminho da educação e do respeito ao próximo, a vocês a minha gratidão.

AGRADECIMENTOS

Muitos são os agradecimentos que tenho a pedir por ter chegado até aqui, primeiramente a Deus, por nunca ter me deixado desistir desde os primeiros obstáculos dessa caminhada. A Capes pelo auxílio financeiro, muito importante para o custeio de dois anos de curso. A Seduc-Pi por ter disponibilizado um turno do meu trabalho para que me dedicasse aos estudos. Aos meus pais, pela certeza que poderia contar com eles caso viesse a fraquejar. Aos meus irmãos, mesmo aqueles que não puderam acompanhar de perto essa trajetória, mas tive a confiança que estavam torcendo por mim e que com eles eu poderia confiar, às minhas irmãs Ana Cléia, Ana Cleide e Ana Cláudia, por saberem o real significado desse trabalho e, assim, me encorajarem a seguir em frente.

À minha mulher, por me ter proporcionado a alegria de ser pai de dois anjos pelo qual a vida fez sentido, Caio Victor e Anne Camille, então, para eles o meu eterno amor.

Aos meus amigos de infância e os que conheci durante essa caminhada, em especial o Rafael Freire que me ajudou bastante com sua experiência acadêmica, e de estar disponível para me ouvir nas horas difíceis, tanto profissional quanto pessoal. Ao Salatiel, pessoa humilde e intelectual, que tive o prazer de conviver por esses dois anos de curso, e que me passou valiosos aprendizados, tanto acadêmico quanto pessoal. À Medina, pelas suas palavras de motivação e com a convicção de que eu iria conseguir vencer não somente essa etapa, mas outras que por ventura viria a surgir. Então, a vocês o meu muito obrigado.

A todos os professores, cada um com sua peculiaridade, que além de serem pessoas profissionais e de grande intelecto, foram humildes e nos mostraram que ali era uma nova família que estávamos formando.

O meu agradecimento vai também para uma pessoa que mostrou ser não somente um professor, mas também um amigo que fez com que este trabalho tivesse sentido para mim, principalmente, quando já faltavam poucos meses para ser concluído. Suas sugestões foram valiosas e me deram base para aquilo que eu queria desenvolver, o meu agradecimento é para o professor Dr. Ezequias Matos Esteves, que tive o prazer de tê-lo escolhido como meu orientador.

Resumo

O presente trabalho, baseado nos campos conceituais de Gérard Vergnaud, visou identificar o nível de compreensão e de capacidade de resoluções de problemas matemáticos usando a operação da divisão. O trabalho foi desenvolvido na escola municipal Delmira Coelho Machado, no município de Teresina, com alunos ingressos e egressos do 6º ano do ensino fundamental II. Os alunos foram submetidos a um questionário com sete problemas subjetivos de divisão com níveis de dificuldades diferentes. Para identificar o nível de capacidade e de compreensão dos alunos, foram analisados todos os questionários categorizando os diferentes tipos de erros cometidos, como também, os acertos, observando se o aluno sabe aplicar corretamente o algoritmo da divisão com um e dois algarismos no divisor, se sabe operar corretamente com o valor posicional dos algarismos do dividendo. Também foi verificado se o aluno sabe aplicar o algoritmo da divisão em uma situação-problema de quotição ou partição com resto igual a zero, além de ser observado a capacidade de interpretação dos dados inseridos no enunciado pelos alunos. Após a análise, concluiu-se que tanto a turma de 6º ano quanto a de 7º ano tiveram dificuldades nas resoluções dos problemas obtendo baixo nível de capacidade e de compreensão em problemas matemáticos envolvendo a operação de divisão. A pesquisa ainda mostrou que eles tiveram maior dificuldade em duas vertentes: na compreensão do sistema de numeração decimal, principalmente, nas transformações entre valor posicional e na interpretação dos problemas, quando os mesmos não souberam colher os dados corretamente.

Palavras-chave: Gérard Vergnaud. Divisão. Aprendizagem

Abstract

The present work, based on the conceptual fields of Gérard Vergnaud, aimed to identify the level of understanding and ability of mathematical problem solving using the division operation. The work was carried out in the Delmira Coelho Machado elementary school, in the city of Teresina, with students entering and leaving the 6th year of elementary school II. The students were submitted to a questionnaire with seven subjective problems of division with different levels of difficulty. In order to identify the level of capacity and comprehension of the students, all the questionnaires were analyzed, categorizing the different types of mistakes made, as well as the correct answers, observing if the student knows correctly to apply the algorithm of division with one and two digits in the divisor, one knows to operate correctly with the positional value of the dividend digits. It was also verified if the student knows how to apply the division algorithm in a quotient problem situation or partition with rest equal to zero, in addition to being able to interpret the data inserted in the statement by the students. After the analysis, it was concluded that both the 6th grade and the 7th grade had difficulties in solving the problems, obtaining low level of ability and comprehension in mathematical problems involving the division operation. The research also showed that they had greater difficulties in two ways: in the understanding of the decimal number system, mainly in the transformations between positional value and in the interpretation of the problems, when they did not know how to collect the data correctly.

Keywords: Gérard Vergnaud. Division. Learning

Lista de ilustrações

FIGURA 1 – ESTRUTURA MULTIPLICATIVA.....	18
FIGURA 2 - DISPOSIÇÃO DO ALGORITMO DA DIVISÃO	20
FIGURA 3 – SOLUÇÃO DO ITEM N4 POR MEIO DA ADIÇÃO.....	38
FIGURA 4 - SOLUÇÃO DO ITEM N6 POR MEIO DO CÁLCULO MENTAL	41
FIGURA 5 - SOLUÇÃO DO ITEM N6 USANDO TÉCNICA DIFERENTE.....	41
FIGURA 6 - ERRO DE CÁLCULO MENTAL NO ITEM N6.....	46
FIGURA 7 - ERRO PRIMITIVO NO ITEM N5	46
FIGURA 8 - ERRO DE CRIAÇÃO DE VALOR NO ITEM N3	47
FIGURA 9 - ERRO DE SEM NOÇÃO DE CÁLCULO NO ITEM N5.....	48
FIGURA 10 - ERRO DE OPERAÇÃO NO ITEM N2.....	49
FIGURA 11 - ERRO DE NÃO COMPREENSÃO DO ALGORITMO DA DIVISÃO NO ITEM N3	50
FIGURA 12 - APLICANDO O ALGORITMO DA ADIÇÃO INAPROPRIADAMENTE NO ITEM N4	51
FIGURA 13 - APLICANDO O ALGORITMO DA SUBTRAÇÃO INAPROPRIADAMENTE NO ITEM N7	52
FIGURA 14 - APLICANDO O ALGORITMO DA MULTIPLICAÇÃO INAPROPRIADAMENTE.....	52
GRÁFICO 1 - RELAÇÃO ENTRE ACERTO E ERRO DE COMPREENSÃO GRAFICAMENTE NO 6º ANO	44
GRÁFICO 2 - RELAÇÃO ENTRE ACERTO E ERRO DE COMPREENSÃO GRAFICAMENTE NO 7º ANO	44
GRÁFICO 3 - COMPARATIVO ENTRE ERRO DE NÃO COMPREENSÃO DO ALGORITMO DA DIVISÃO ENTRE AS TURMAS DO 6º E 7º ANO	51
GRÁFICO 4 - COMPARATIVO ENTRE QUESTÕES CERTAS SEM CÁLCULO, QUESTÕES ERRADAS SEM CÁLCULO E QUESTÕES EM BRANCO.....	53
QUADRO 1 - DISTRIBUIÇÃO DAS TURMAS NO TURNO MANHÃ E TARDE.....	31

Lista de Tabelas

TABELA 1 - RELAÇÃO ENTRE ACERTO E ERRO DE COMPREENSÃO (EC) NO ITEM N1	36
TABELA 2 - RELAÇÃO DE ACERTOS E EC NA QUESTÃO N2 EM TERMOS PERCENTUAIS	37
TABELA 3 - RELAÇÃO DE ACERTOS E ERROS DE COMPREENSÃO NO ITEM N3	37
TABELA 4 - ACERTOS E ERROS DE COMPREENSÃO NO ITEM N4 EM RELAÇÃO AO 6º E 7º ANO.....	39
TABELA 5 - ACERTO E ERRO DE COMPREENSÃO NO ITEM N5.....	40
TABELA 6 - ACERTO E ERRO DE COMPREENSÃO NO ITEM N6.....	42
TABELA 7 - ACERTO E ERRO DE COMPREENSÃO NO ITEM N7.....	43
TABELA 8 - COMPARATIVO ENTRE QUESTÕES CERTAS SEM CÁLCULO, QUESTÕES ERRADAS SEM CÁLCULO E QUESTÕES EM BRANCO	53

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	12
2 REFERENCIAL TEÓRICO	15
3 MATERIAL E MÉTODO.....	31
4 RESULTADOS E ANÁLISES	35
4.1 APLICAÇÃO DO ALGORITMO DA DIVISÃO.....	35
4.2 RELAÇÃO ENTRE ACERTO E ERRO DE COMPREENSÃO NOS ITENS QUE EXIGEM OUTRA OPERAÇÃO ALÉM DA DIVISÃO	37
4.3 ANÁLISE DOS ERROS	45
4.3.1 Erro no Cálculo Mental	45
4.3.2 Cálculo Primitivo	46
4.3.3 Criação de Valores	47
4.3.4 Sem Noção de Cálculo	48
4.3.5 Erro de Operação	49
4.3.6 Não compreensão do algoritmo da divisão.....	50
4.3.7 Adição, Subtração e Multiplicação dos Dados indevidos	51
4.3.8 Questões sem cálculo e em branco	53
5 CONCLUSÃO	55
REFERÊNCIAS	58

1 INTRODUÇÃO

A matemática aparece na vida de uma pessoa desde a infância e permanece, por toda a sua vida, por meio de situações do cotidiano, como contar o número de amigos, comparar quantidades entre meninos e meninas, repartir doces, dentre outras situações, e vai se aprimorando à medida que a criança vai amadurecendo e tendo nova visão de mundo.

A criança não necessariamente precisará ir à escola para ganhar esse amadurecimento intelectual, mas é na escola, quando trabalhada de modo adequado que a matemática ganha sentido na visão da criança, pois o conhecimento advém da maturação do indivíduo, de sua vivência e aprendizagem.

A matemática tem como base as suas quatro operações, a saber: a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão. Dessas, a divisão é vista por muitos como a mais complexa e, conseqüentemente, a mais difícil de ser assimilada. Essa dificuldade tende a aumentar à medida que a criança muda de série, principalmente se não houver uma intervenção por um profissional capacitado para diminuir essa dificuldade por parte dos alunos.

A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud trata da aprendizagem da criança relacionada a conceitos matemáticos e, nesse sentido, a pesquisa ora desenvolvida está embasada nessa teoria e nos trabalhos de Sandra Magina (2014) e Terezinha Nunes (1997). Essa teoria está dividida em dois grandes grupos: os das estruturas aditivas, que abordam o conceito de adição e subtração; e o das estruturas multiplicativas, abordando o conceito de multiplicação e divisão.

Neste trabalho, damos ênfase às estruturas multiplicativas por se tratar da aprendizagem da operação matemática da divisão, visto que, a divisão, no conceito de Vergnaud (2014), é o inverso da multiplicação, denominada assim de inverso multiplicativo.

Várias são as queixas de colegas de trabalho em relação à dificuldade que alunos sentem com operações básicas da matemática, em especial a divisão. Isso ocorre, principalmente, quando o aluno começa a cursar o 6º ano do ensino fundamental, visto que nessa série os assuntos abordados em matemática ganham mais abstração.

Desse modo, é fundamental que o professor identifique o que os alunos sabem e o que eles precisam aprender, com o intuito de manter uma turma com grau de conhecimento semelhante e que os mesmos não levem essa dificuldade para as séries seguintes, uma vez que a matemática é uma ciência que abrange várias áreas do conhecimento e, caso ela não seja bem assimilada, o aluno terá grande chance de não se desenvolver em áreas afins.

A constatação da sua importância apoia-se no fato de que a Matemática desempenha papel decisivo, pois permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares (BRASIL, 1997, p.15).

Na citação acima, os (Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental) PCN fortalece a importância do ensino da matemática na vida de uma pessoa indo ao encontro do que já havíamos argumentado anteriormente, nesse sentido, se aprimorarmos o embasamento teórico, teremos alunos capacitados para terem bons resultados em outras áreas e também na sua vida cotidiana, desse modo, é fundamental que possamos fazer um trabalho de melhoramento do aprendizado da matemática.

Nesta perspectiva, este trabalho intenciona desenvolver uma pesquisa com alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental II no intuito de mensurar o nível de conhecimento e as dificuldades enfrentadas nos conteúdos das operações básicas na matemática e, assim, contribuir para que os jovens tenham melhores expectativas futuras.

Pensando nisso, nos veio a seguinte indagação: Como está o nível de compreensão e de capacidade de resoluções de problemas envolvendo a operação matemática da divisão dos alunos que ingressam no 6º ano do Ensino Fundamental, bem como dos alunos que acabaram de concluir o 6º ano do Ensino Fundamental?

Levando em consideração o presente problema, buscaremos identificar os níveis de compreensão e de capacidade dos alunos ingressos e egressos do 6º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Delmira Coelho Machado em relação a problemas de divisão para que o professor desse nível de ensino, tendo em mãos o resultado dessa pesquisa, possa trabalhar junto a seus alunos atividades que busque melhorar os níveis de compreensão e a capacidade de resolução de problemas envolvendo as quatro operações básicas.

Para isso, foi feita uma lista com 7 questões, cada uma com grau de dificuldade diferente e relacionadas à operação de divisão. Elas foram aplicadas para quarenta e um alunos do 6º ano e trinta e três alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, com o intuito de analisar os acertos e erros produzidos pelos alunos, bem como analisar se o aluno sabe aplicar corretamente o algoritmo da divisão com um e dois algarismos no divisor, operar corretamente com o valor posicional dos algarismos do dividendo e também se ele é capaz de aplicar o algoritmo da divisão em uma situação-problema de quotição ou partição com resto igual a zero, além da observação da capacidade de interpretação dos dados inseridos no enunciado pelos alunos.

Tal análise nos deu condições de identificar os níveis de compreensão e de capacidade de resolução de problemas de divisão.

Além da presente introdução, este trabalho consiste de mais 4 capítulos. O segundo trata da revisão da literatura. Essa revisão apresenta os teóricos que dão embasamento para aprendizagem da matemática pela criança e adolescente, além de referenciar as pesquisas relativas ao tema pesquisado. No capítulo 3, será situado o ambiente onde se desenvolverá a pesquisa e apresentação dos materiais e métodos utilizados na pesquisa. Serão detalhadas as questões aplicadas aos alunos pesquisados e os objetivos a serem alcançados por cada uma delas.

No capítulo 4, serão apresentados os resultados e análise da pesquisa, nele dividimos a análise em dois tópicos, sendo o primeiro a análise dos acertos e erros de compreensão, que são erros na interpretação dos dados por parte do aluno, e ou, na falta de compreensão do sistema de numeração decimal relativo a transformações entre valores posicionais e, na segunda parte, analisamos os erros, que classificamos aqui em 10 tipos, a saber: Cálculo Mental; Cálculo Primitivo; Criação de Valores; Sem Noção de Cálculo; Erro de Operação; Sem Cálculo; Multiplicação dos Dados; Não Compreensão do Algoritmo da Divisão; Subtração dos dados e Soma dos Dados.

Dentre esses erros, alguns tem a mesma categorização dos erros identificados no trabalho de artigo desenvolvido por Freire, Cabral e Castro Filho (2004) em relação a problemas matemáticos algébricos. Todos esses erros estão acompanhados de recortes do questionário para dar mais compreensão ao leitor. O capítulo 5, dedica-se às conclusões e finaliza-se com as referências utilizadas.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Gérard Vergnaud é um psicólogo francês de grande prestígio na área do ensino de matemática e vários são os trabalhos acadêmicos embasado na sua Teoria dos Campos Conceituais (TCC), que se concentra na análise do entendimento do raciocínio das crianças quanto ao aprendizado da matemática, já que segundo Vergnaud (1993, p.1): “Sua principal finalidade é propor uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos, em crianças e adolescentes.”

Vale ressaltar que a teoria dos campos conceituais, embora tenha surgido inicialmente para explicar o processo de conceitualização progressiva das estruturas aditivas e multiplicativas, das relações números e espaço e da álgebra, ela não é específica da matemática (VERGNAUD, 1993).

A Teoria dos Campos Conceituais pode ser entendida como um estudo constante em busca de entender a lógica do raciocínio matemático desenvolvido pelos estudantes. Tal estudo é importante, pois busca obter formas eficazes de ministrar conteúdos. Isso porque “o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas.” (BRASIL, 1997, p. 33).

Além disso, o campo conceitual é assim denominado porque para apropriar-se de um conceito é necessário integrá-lo em várias situações, e uma simples situação, por si só, já integra vários conceitos, sendo assim, podemos concluir que um conceito é um conjunto composto por vários outros conceitos, por isso, o nome campo conceitual.

Dessa forma, podemos nos referir a um campo conceitual como sendo um conjunto de problemas ou situações, cuja análise e tratamento requerem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, os quais se encontram em estreita conexão uns com os outros (MAGINA, et.al, 2014, p.520).

Pelo exposto acima, um conceito não pode ser reduzido a uma definição, especialmente se a pessoa estiver interessada em estudar tal conceito de modo a aprendê-lo ou ensiná-lo, já que, é através de situações e problemas que um conceito faz sentido para uma criança, além disso, devemos levar em consideração a linguagem e o simbolismo para construir a conceitualização (VERGNAUD, 1993).

Para Vergnaud (1993) um conceito pode ser considerado como uma trinca de conjunto, representado por: **S, I, Y**, onde, **S** representa o conjunto das situações que dão sentido ao conceito, ou seja, a referência, o **I** como sendo o conjunto das invariantes em que se baseia a operacionalidade dos esquemas, no caso, o significado e, por último, o **Y** representando o conjunto das formas de linguagem (ou não) que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento, denominado de significante.

Um outro aspecto importante na TCC são as relações, pois pode ser que o sujeito envolvido tenha certas competências que facilite no tratamento da situação envolvida, ou então, pode acontecer que o sujeito envolvido não disponha de habilidades necessárias para a situação imposta, assim, ele será levado a resolver a situação por tentativas e erros podendo o mesmo ter sucesso ou fracasso.

No entanto, nos dois casos ele poderá usar “esquema” que Vergnaud define como, “a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada” (VERGNAUD, 1993, p.2, grifo do autor), lembrando que é nos esquemas que devemos buscar a lógica do raciocínio do sujeito frente à situação, também conhecida como conhecimento em ação ou teorema em ação.

Quando trabalhamos com problemas matemáticos temos a facilidade de relacionarmos as grandezas envolvidas principalmente se elas forem de mesma natureza, observando isso e, sabendo que as relações são constatações feitas da realidade ou, então, deduzidas ou tomadas como verdade, Vergnaud (2014) diz que nada seriam das relações se dependessem apenas das constatações, já que a inteligência ficaria restrita a elas, sendo assim, o profissional precisará trabalhar também com as inferências e as deduções para que a inteligência se desenvolva melhor.

Ao relacionar ideias matemáticas entre si, podem reconhecer princípios gerais, como proporcionalidade, igualdade, composição e inclusão e perceber que processos como o estabelecimento de analogias, indução e dedução estão presentes tanto no trabalho como números e operações como em espaço, forma e medidas (BRASIL, 1997, p. 29).

Nesse sentido, é fundamental que o professor sempre faça um elo entre os conteúdos abordados instigando o aluno a fazer uma ramificação entre eles e conseqüentemente relacionando-os entre si.

Para Vergnaud (2014) o professor só terá o poder de compreender as dificuldades encontradas pelas crianças e as etapas pelas quais ela passa, em relação a aprendizagem matemática, igualmente como à aprendizagem da língua ou de outras disciplinas, se o mesmo tiver um conhecimento claro das noções a ensinar.

com efeito, a criança, como qualquer outro sujeito, regula sua conduta sobre as relações que ela apreende e sobre o cálculo relacional que faz. A noção de cálculo relacional contribui para esclarecer e explicar a noção, muito vaga, de raciocínio (VERGNAUD, 2014, p.37).

Nesse sentido, o professor deve apropriar-se das etapas de aprendizagem da criança de modo geral para que o mesmo possa construir atividades para serem aplicadas em sala de aula de modo a criar um elo entre o que ela sabe e o que ela precisa saber, diminuindo assim as dificuldades entre essas etapas.

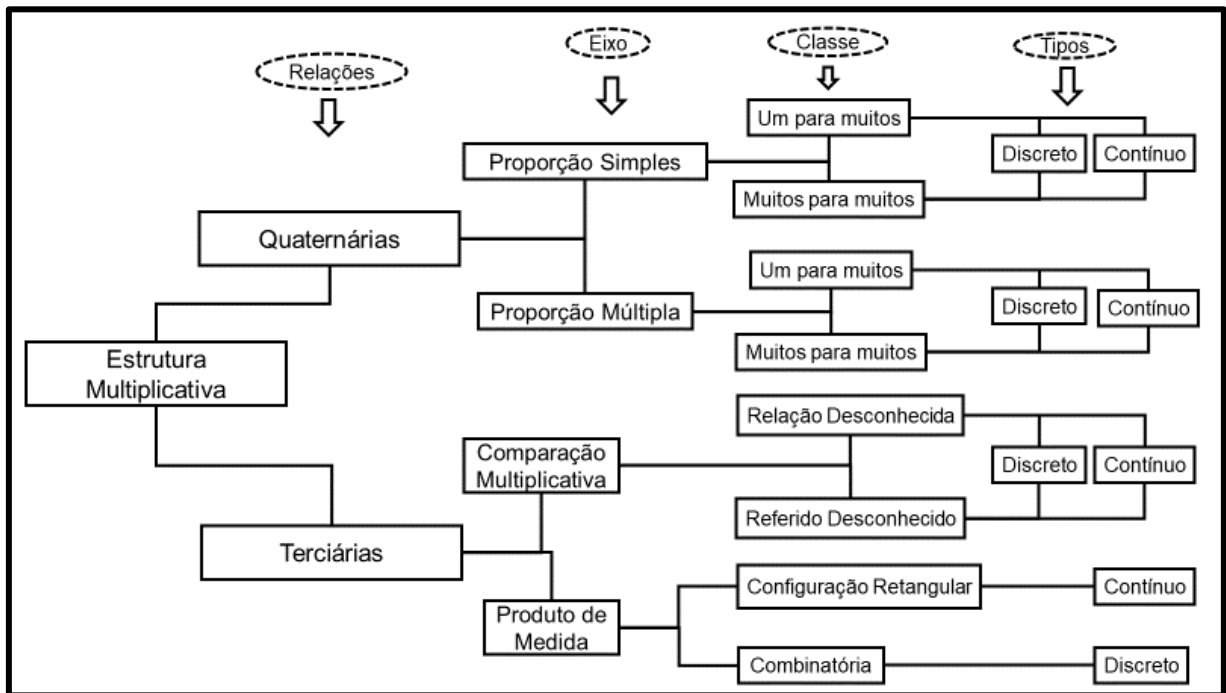
Gérard Vergnaud dividiu o estudo dos campos conceituais em dois grandes grupos, o grupo denominado estruturas aditivas onde é trabalhado o conceito de adição e subtração, ou seja, situações-problema envolvendo a adição, a subtração ou uma combinação das duas, e, um segundo grupo denominado de estruturas multiplicativas abordando o conceito de multiplicação e divisão, por meio de situações-problema de cunho multiplicativo, divisível ou uma combinação dos dois.

A nossa pesquisa está voltada para os campos conceituais de Gérard Vergnaud das estruturas multiplicativas, já que se trata da aprendizagem da operação de divisão. Nesse contexto, iremos expor do que trata essas estruturas segundo Vergnaud.

Para Vergnaud (2014) as estruturas multiplicativas estão voltadas diretamente para as situações de proporcionalidade, visto que essas situações necessariamente irão exigir uma multiplicação ou uma divisão ou, então, uma sequência dessas operações como exposto anteriormente.

A figura a seguir mostra de modo resumido toda a estrutura multiplicativa. Segundo Magina (2014) esse esquema estrutural foi criado inicialmente por ela, Santos e Merline no ano de 2010 e ajustado pelos mesmos em 2012. Vale ressaltar que fizemos uma reestruturação em relação ao original reorganizando os dados no sentido vertical, diferente do original, que se encontra na horizontal.

Figura 1 – Estrutura Multiplicativa



Fonte: Magina (2014)-modificado

De acordo com o esquema, as estruturas multiplicativas são divididas em dois grupos, as de relações quaternárias e as de relações terciárias. Entende-se por quaternárias situações-problema que envolvem quatro elementos (variável) onde um é desconhecido e busca-se identificá-lo. Já na terciária, o desenvolvimento das situações-problemas é semelhante, porém envolvem-se apenas três variáveis.

Quanto às quaternárias, podem ser de Proporção Simples ou Proporção Múltipla, ambas divididas em classe de um para muitos ou muitos para muitos, e nesses dois casos os elementos envolvidos podem ser contínuos (racional) ou discretos (inteiro). Já as Terciárias, podem ser de Comparação Multiplicativa envolvendo Relação Desconhecida ou Referido Desconhecido, sendo que ambos podem ser elementos contínuos ou discretos, e temos ainda as de Produto de Medida, subdivididas em problemas de Configuração Retangular envolvendo elementos contínuos e problemas combinatórios em que se envolvem problemas discretos.

As estruturas multiplicativas são vistas por muitos professores, em especial àqueles que trabalham em séries menores, como um assunto em que os alunos sentem um pouco de dificuldade, principalmente quando envolve números com mais

de um algarismo no multiplicador, e essa dificuldade só aumenta se o mesmo vier acompanhado de vírgula.

Para Vergnaud (2014), o professor poderá trabalhar com material concreto para explorar a multiplicação e diminuir essa dificuldade, mas irá exigir dele um pouco de cautela, já que o multiplicando passa a ser uma medida, pois a multiplicação será tratada como uma adição de parcelas iguais. Sendo assim, o multiplicador será apenas um fator operador sem dimensão alguma, ficando o educador limitado a trabalhar com operadores simples de um algarismo apenas, de modo a facilitar a compreensão do aluno.

Mesmo considerando a propriedade comutativa, é preciso que o professor deixe claro que tanto o multiplicando quanto o multiplicador representam grandezas distintas, dentro de certo problema matemático, assim, resolver problemas operacionais matemáticos com material concreto é sem dúvida um meio bastante eficaz para a fixação da aprendizagem das crianças.

Em suma, os cuidados a tomar são numerosos. O esquema do isomorfismo da medida, utilizado com as quantidades presentes, particularmente com material de base múltipla, é sem dúvida, o meio mais eficaz para simular materialmente as regras operatórias da multiplicação e divisão (VERGNAUD, 2014, p.184).

Para o autor, o material de base múltipla, no caso o material dourado, é eficiente em virtude de mostrar para a criança que quando se multiplica pela base há uma troca de ordem da grandeza de uma posição para outra imediatamente a esquerda, assim sendo, no caso da base dez, temos que a unidade multiplicada por dez passa a ser dezena, a dezena multiplicada por dez passa a ser centena, a centena multiplicada por dez passa a ser unidade de milhar e, assim, sucessivamente. Lembrando que no material dourado, a unidade é representada por um cubinho; a dezena por uma barra formada por dez cubinhos; a centena é representada por uma placa formada por dez barras, e o milhar é representada por um cubo maior composto por dez placas.

Também, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) recorrer à contextualização histórica dos números e ao apoio dos ábacos e calculadoras poderá contribuir para um trabalho significativo com os números e, especialmente, com o sistema de numeração, visto que a base do cálculo está na compreensão do sistema de numeração decimal, pois “ os sistemas de numeração

amplificam nossa capacidade de registrar, lembrar e manipular quantidades.” (NUNES, et.al, 2005, p. 19).

Vale ressaltar que, todas essas observações relatadas para a operação da multiplicação são estendidas para as operações da divisão, foco principal da pesquisa, haja vista que o dividendo e o quociente, na maioria das vezes, representam uma medida, enquanto o divisor, um operador sem dimensão. Além disso, esses elementos não são assimilados de imediato por grande parte dos alunos.

Para que o aluno tenha um pouco mais de facilidade com essa operação Vergnaud (2014) sugere que as informações devem ser organizadas de modo que façam com que o aluno não se perca diante da operação e, caso ele cometa alguma falha, que essa organização facilite ao mesmo encontrar o ponto em que errou, não precisando refazer todo o cálculo novamente.

Nesta organização, segundo Vergnaud (2014, p.188), deve ter “um quadro quadriculado para o dividendo e para o quociente; a escrita completa das subtrações necessárias; indicação dos cálculos acessórios para buscar o algarismo que convém ao quociente”, como pode ser observado na figura abaixo.

Figura 2 - disposição do algoritmo da divisão

UM	C	D	U,	d			
2	4	5	3,	6	1	7	
-1	7						
<hr/>							
0	7	5				17 x 1 = 17	
	-6	8				x 2 = 34	
	<hr/>					x 3 = 51	
	0	7	3		1	4	
		-6	8		c	D	
		<hr/>				U,	d
		0	5	6		x 4 = 68	
			-5	1		x 5 = 85	
			<hr/>				x 6 = 102
			0	5		x 7 = 119	
						x 8 = 136	
						x 9 = 153	

Fonte: Vergnaud (2014) - modificado

Logo, para ele “qualquer disposição que permita marcar as ordens de grandezas e, em particular, o enquadramento utilizado – barras – placas, ... favorece

a compreensão das operações em jogo” (VERGNAUD, 2014, p.189). Uma outra observação feita por ele é que o professor deve mostrar como se opera com base menores que dez, afirmando que o aluno assemelhe a operação, porém, não pode abusar nas exemplificações, em razão de o foco ser a base dez.

A maior dificuldade encontrada pelos estudantes, em relação à operação de divisão é quando aparece vírgula no divisor ou então no caso, “em que o divisor, tendo n algarismos, os n primeiros algarismos do dividendo formam um número inferior ao divisor” (VERGNAUD, 2014, p.189). Nesses dois casos, o aluno deverá ter uma noção de números decimais para que o mesmo possa operar nessas situações, além disso, eles devem tomar cuidado com as transformações necessárias entre os valores posicionais.

No plano das regras operatórias propriamente ditas, a divisão evidentemente é a mais complexa das quatro operações porque implica, ao mesmo tempo, a subtração, a multiplicação e a busca por teste ou enquadramento dos algarismos do quociente. Não é surpreendente se inúmeras crianças a dominam mal, no final do ensino elementar. A divisão por um número com vírgula, por exemplo, parece fora do alcance da maioria das crianças de 10 ou 11 anos. (VERGNAUD, 2014, p.190).

Se pensarmos bem, a criança desde cedo se depara com situações reais envolvendo problemas de relações e proporções simples. Podemos citar, por exemplo, a relação entre qualquer animal quadrúpede e o total de patas, também na mesma linha de pensamento, temos a relação entre motocicletas estacionadas em um pátio e a quantidade de rodas, ou vice-versa.

Um outro exemplo pode ser explicado da seguinte maneira: Em um galinheiro há 12 pés de galinhas, quantas galinhas há neste galinheiro? Todos os exemplos citados acima podem ser resolvidos de modo simples aplicando as operações de multiplicação e divisão.

Esses tipos de problemas podem ser resolvidos por várias crianças sem que precise de um conceito formal dessas operações, e é nesse sentido que os professores devem estimular seus alunos a terem uma empatia pelas operações de multiplicação e, em especial, a divisão.

Segundo os PCN (1997), os conteúdos matemáticos muitas vezes poderiam ser abordados por meio de ideias de proporcionalidades, equivalências, dentre outros, ferramentas bastantes proveitosas para a resolução de problemas do cotidiano do aluno e até para o desenvolvimento do raciocínio, no entanto, essas ideias nem sempre são levadas em consideração pelo educador.

Ainda em relação à multiplicação e divisão, Wood (2003) diz que muitas crianças preferem a multiplicação à divisão, e isso leva a muitos profissionais argumentarem que esse fato acontece por ser a divisão mais difícil que a multiplicação, levando a mesma a ter uma estratégia diferente de resolução. Porém, se compararmos a adição e a subtração, temos que as duas têm estratégias diferentes de resolução e, no entanto, as crianças não sentem tantas dificuldades nessas operações.

Para o mesmo autor, o que está faltando para o aluno é uma abordagem clara dessa operação. Já Gitirana et.al, (2014, p.14), diz que “realmente não é fácil transmitir, em uma linguagem suficientemente clara e compreensível a outra pessoa, uma ideia que está na cabeça de quem está elaborando”, principalmente se essa pessoa nunca tenha visto o assunto ou, então, tenha visto de modo superficial.

Para Wood (2003), a criança precisa entender de modo claro que qualquer quantidade a ser dividida, em quanto mais partes ela for dividida, menor será o valor de cada parte, ou seja, ela precisa saber como as três quantidades (quantidade a ser dividida - número de partes - valor de cada parte) se relacionam entre si.

Outra questão diz respeito às concepções que se têm das operações de multiplicação e divisão nas resoluções de problemas envolvendo tais operações. Quando se trata dessas operações nos vem logo a ideia de adição de partes iguais para se referir a multiplicação e subtrações sucessivas para se referir a divisão. Segundo Cunha (1997) essas ideias já estão internalizadas nos estudantes, pois os mesmos têm uma concepção de que a multiplicação sempre aumenta e a divisão sempre diminui.

Para a autora, o que justifica tais concepções é o fato desses conceitos geralmente serem repassados para os alunos dessa maneira pelos professores de matemática. Porém, quando se trata de situações multiplicativas, há muito mais do que essas duas ideias, como por exemplo, correspondência de um para muitos, que traz consigo o conceito de proporção e fator escalar, que é quando usamos a multiplicação para manter invariável o fator de proporção.

Ainda temos situações envolvendo relações entre variáveis trazendo o conceito de multiplicação como por exemplo a autonomia de um carro que relaciona a quilometragem percorrida por litro de combustível. Temos ainda situações envolvendo distribuições que buscam o raciocínio multiplicativo, além disso, a ideia

de que a multiplicação sempre aumenta e a divisão sempre diminui só é válida para os números naturais, deixando de ser verdadeira quando se opera com os números racionais.

Segundo Piaget (1965 apud Bryant e Nunes 1997), as crianças entre 5 e 6 anos de idade já podem compreender alguns aspectos relacionados ao raciocínio multiplicativo, não em situações em que ela precisará obter totais em problemas, mas sim, problemas relacionados a correspondência termo a termo e um para muitos.

Em suma, parece que crianças tão novas quanto as de 5 anos (mas mesmo uma boa porcentagem das de 4 anos, se elas recebem apoio) podem ter sucesso em resolver uma variedade de problemas que envolvem correspondência termo-a-termo: elas podem entender inferências transitivas com base em correspondência um-para-muitos, podem ordenar conjuntos com base em sua proporção com relação a um conjunto de referência e podem desenvolver procedimentos para obter conjuntos iguais quando os números são pequenos e as taxas mantêm uma relação simples entre si. (NUNES E BRYANT, 1997, p.157).

Pelo exposto acima, fica claro que não devemos subestimar a capacidade de resolução de problemas matemáticos por crianças entre 4 e 5 anos, pois quando acompanhadas de modo adequado são capazes de resolverem variados tipos de problemas simples envolvendo a correspondência termo a termo.

Quando se tratar da operação de divisão, Nunes (1997) retrata que há uma diferença entre divisão e distribuição, embora muitas crianças pensem que são equivalentes, no entanto, para ela enquanto a distribuição tem como invariante a correspondência termo-a-termo entre os conjuntos distribuídos, a divisão tem como invariante as relações entre o dividendo, o divisor e o quociente, e que a criança só terá compreensão dessas relações se as mesmas entenderem a existência de uma relação inversa entre o divisor e o quociente.

Assim, Nunes relatou uma experiência feita por Jane Correia (1995) quando a mesma buscou estudar a compreensão sobre a relação inversa entre o divisor e o quociente compreendida pelas crianças, concluindo que mais da metade das crianças entre 6 e 7 anos entendem essa relação.

Em suma, aproximadamente metade das crianças de 6 anos e a maioria das de 7 anos poderiam entender o efeito do tamanho de n em uma situação n -corte e poderiam raciocinar sobre a relação inversa entre quociente e divisor, mesmo que não soubessem como calcular totais de divisão. (NUNES E BRYANT, 1997, p.196).

Pela afirmação da autora, podemos concluir que a maioria das crianças entre seis e sete anos entendem que se dividirmos 10 bolinhas de gude entre duas pessoas, cada uma irá receber mais bolinhas de gude do que se as 10 bolinhas de gude fossem divididas para cinco pessoas. Também de acordo com o PCN (1997), os alunos entre 7 e 8 anos tem capacidade de trabalhar com cálculos de multiplicação e divisão por meio de estratégias pessoais em situações associadas a comparação, proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.

O professor tem uma função importante na aprendizagem do aluno, tendo como obrigação saber identificar e analisar se o aluno está aplicando corretamente, de forma clara ou não, os conhecimentos adquiridos.

Outro ponto importante na aprendizagem dos alunos é a análise dos erros cometidos pelos mesmos nas resoluções de problemas. Através do erro podemos entender qual o caminho que o levou a cometer tal erro, já que o erro não quer dizer necessariamente que o aluno não aprendeu, pois até chegar ao resultado final há várias etapas.

Além disso, pode ser que em uma dessas etapas o aluno possa ter errado, não significando que ele não adquiriu tal habilidade, nesse sentido, cabe ao mediador identificar qual foi essa etapa. Além disso, “na aprendizagem escolar o erro é inevitável e, muitas vezes, pode ser interpretado como um caminho para buscar o certo.” (BRASIL, 1997, p.41).

É característico de vários professores analisarem apenas os acertos quando estão corrigindo as avaliações elaboradas por eles, e dessa avaliação atribui um conceito para o aluno, no entanto, o processo de avaliação é todo o teste, e não somente os itens certos, assim, é importante que leve em consideração as resoluções erradas dos alunos, visto que, “o erro não é fruto da ignorância, pois, sendo ele cometido em função de um desconhecimento parcial, mesmo assim, ele possibilita a reconstrução do conhecimento.” (RAMOS, 2015, p.134).

Na relação ensino e aprendizagem entre professor e aluno, Davis e Oliveira afirmam que o professor pode tirar muito proveito de soluções erradas vinda de atividades respondidas por seus alunos, como pode ser observado a seguir:

Na verdade, as “soluções erradas” são ricas de informações para o professor: através delas é possível perceber a forma por meio da qual a criança pensa, suas hipóteses sobre um determinado assunto, sua maneira de operar cognitivamente os significados que atribui a um tema ou acontecimento. (DAVIS E OLIVEIRA, 1994 p.93).

Quanto às atividades propostas para as crianças, Vergnaud (2014) diz que os acertos devem ser analisados buscando saber os meios que levaram para aquela solução, mesmo aquelas que exigiam apenas uma solução, já que segundo ele, há vários caminhos para se chegar a ela, enquanto aos erros, Vergnaud garante que a análise deve ser ainda mais importante, pois é a partir dele que teremos condições de saber as dificuldades encontradas por ela nos encorajando a buscar estratégias para sanar tal dificuldade.

Ramos (2015) salienta também que os erros não podem ser esquecidos pelos professores e muito menos ser usados como pegadinhas nas avaliações feitas por eles, mas sim, categorizados e analisados para que se busque as causas e as dificuldades dos alunos. A mesma destaca ainda que a análise do erro não é o objetivo central, porém, não pode ser descartada sem antes fazer uma análise da construção da sua resolução em razão de, após ser detectada, buscar sua eliminação.

De acordo com Rico (1995), Radatz (1979) estabeleceu cinco categorias para os erros em matemática, a saber: dificuldade linguística, afirmando que a aprendizagem dos conceitos matemáticos para muitos estudantes é similar ao aprendizado de um idioma com aglomerados de regras levando facilmente ao erro; dificuldades na obtenção de informações espaciais, para o autor, o aluno tem grande dificuldade em pensar por meio de imagens e figuras espaciais; má aprendizagem de fatos, habilidades e conceitos anteriores, ou seja, deficiências do conhecimento sobre o conteúdo como a ignorância dos algoritmos, o conhecimento inadequado dos fatos básicos, procedimentos incorretos na aplicação de técnicas e domínio insuficiente de símbolos e conceitos necessários; associações incorretas, como por exemplo, tentar resolver um problema matemático semelhante a um outro feito anteriormente imaginando que levará ao êxito e, por último, tem a aplicação de regras ou estratégias irrelevantes, esse erro é mais cometido quando o aluno tenta usar uma regra aprendida em determinado conteúdo para responder um problema de outro conteúdo imaginando que irá servir.

Rico (1995) diz também que uma pesquisa mais recente que a de Radatz, feita pelos pesquisadores Movshovitz, Zaslavsky e Inbar (1987) com alunos do ensino médio sobre erros matemáticos, os levaram a categorizarem os erros observados em seis tipos, como: dados inutilizados, entrando nessa categoria a adição de dados estranhos na solução, esquecimento de dados necessários para a solução, resposta

desnecessária, parte da solução é inconsistente com a afirmação, uso de valores numéricos para variáveis diferentes e leitura errada do problema; interpretação incorreta da língua, esse erro é recorrente quando se transfere problema em linguagem materna para a linguagem matemática por meio de símbolos; inferências inválidas logicamente produzido por raciocínio errado, e não ao conteúdo específico; teoremas ou definições deformadas como a aplicação de um teorema sem as condições necessárias; não verificação da solução e os erros técnicos incluindo os erros de cálculo, erros ao tomar dados da tabela, erros na manipulação de símbolos algébricos e outros derivados da execução de algoritmos básicos.

Quando se tratar de aprendizagem da criança devemos nos ater que para cada faixa etária, há maneiras diferentes delas absorverem certos conhecimentos, além disso, essa faixa etária não é igual, para todas as crianças.

Segundo a teoria da aprendizagem de Jean Piaget, existem quatro estágios de desenvolvimento do conhecimento. O primeiro destes estágios transcorre no âmbito da motricidade; o segundo, na atividade representativa; o terceiro e o quarto, no pensamento operatório. Embora, nos dois últimos estágios o desenvolvimento cognitivo transcorra no âmbito do pensamento operatório, a diferença entre eles é constatada pelo fato de que no terceiro, o pensamento operatório ainda esteja ligado ao concreto, enquanto que, no quarto, este mesmo pensamento tem ligação ao abstrato e formal.

Nesses dois últimos estágios, que acontece por volta dos 10 aos 14 anos, a criança ou adolescente é capaz de operar com hipóteses, pensando sobre possíveis variáveis e até deduzindo relações potenciais, vindo mais tarde a ser verificadas pelo experimento ou pela observação. Assim, podemos dizer que os sujeitos de nossa pesquisa se enquadram nesses dois últimos estágios, sendo capazes de operar com problemas matemáticos mais abstratos.

Na tese de doutorado intitulada de “As dificuldades das crianças com a divisão: um estudo de intervenção”, da professora mestre Sitria Labres Lautert (2005) a mesma pesquisa crianças desse quarto estágio. A tese investigou os efeitos de uma intervenção específica sobre o conceito de divisão voltada para a superação dessas dificuldades.

Primeiramente, ela aplicou um teste com 12 questões envolvendo problemas de divisão para duzentos e seis alunos de baixa renda da periferia de Recife, crianças

e adolescentes entre 8 e 15 anos cursando a 3ª série do ensino fundamental. O intuito desse teste foi selecionar os alunos que tinham dificuldade com problemas de divisão. Após o teste, foram selecionados cem alunos e divididos em dois grupos com quantidades iguais.

Os grupos foram caracterizados como grupo de controle e grupo experimental, logo após a divisão, os mesmos foram submetidos a um pré-teste específico que envolvia três tarefas. O grupo experimental teve uma intervenção de um examinador que tinha a função de fornecer feedback e explicações durante todo o processo de resolução adotado pela criança, ressaltando os princípios invariantes da divisão que estavam presentes na resolução do problema.

Logo após a intervenção, os dois grupos foram submetidos a um pós-teste geral e específico. Os dados, tanto no pré-teste quanto no pós-teste, foram analisados em função do desempenho e das justificativas oferecidas pelas crianças em relação a resolução que adotavam.

De acordo com a autora, no pré-teste geral e específico, os dois grupos não diferenciaram em relação às respostas, mostrando que ambos tiveram o mesmo grau de dificuldade, porém em relação ao pós-teste o grupo experimental além de apresentar um desempenho melhor, em relação ao grupo de controle, teve ainda uma sofisticação nas justificativas mostrando que obteve uma compreensão das invariantes da divisão.

Assim, a autora concluiu que a intervenção ajudou as crianças a superarem as dificuldades com a divisão, sendo capazes de identificarem e analisarem os princípios invariantes necessários para a compreensão dessa operação matemática, bem como a desenvolver habilidades metacognitivas cruciais para a aprendizagem de conteúdo específicos, no caso, conceitos matemáticos.

Dentro da mesma temática, a mestranda Luciana Cardoso Benvenuti (2008) desenvolveu a dissertação fundamentada na teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud intitulada “A operação divisão: um estudo com alunos de 5ª série”. Essa dissertação teve como propósito caracterizar as estratégias de resolução escritas para a solução de problemas de divisão, envolvendo partição e quotição.

Os sujeitos da pesquisa foram quarenta e um alunos de uma escola pública estadual de Camboriú-SC que cursavam a 5ª série do ensino fundamental. Para a

obtenção dos dados foi usado um questionário subjetivo com quatro problemas de divisão, sendo dois de partição e dois de quociação com resto e sem resto.

Para a análise dos dados, a autora categorizou as estratégias de resolução e os erros cometidos levando a observar que embora muitos tenham utilizados o algoritmo da divisão para resolver os problemas tiveram alguns que utilizaram de outras técnicas e operações matemáticas diferentes da divisão, porém a autora considerou tal atitude normal, devido ao grau de instrução dos alunos. Quanto aos erros, ela afirmou que tiveram alguns, como: erro de tabuada, de execução, troca de algoritmo e até algumas em língua materna que desprezava os dados da questão.

Logo, a autora concluiu que embora eles tenham usado como estratégia o algoritmo da divisão, e poucos tenham errado a solução ao resolverem problemas de partição e quociação, nem sempre mobilizaram os esquemas intelectuais próprios que tem à sua disposição.

O trabalho de dissertação de Maria Carolina Cascino da Cunha (1997), intitulada de “As operações de multiplicação e divisão junto a alunos de 5ª e 7ª série”, teve como objetivo verificar a concepção dos alunos de que a multiplicação sempre aumenta e a divisão sempre diminui e se as mesmas interferem quando os alunos trabalham com estas operações no domínio dos decimais.

Inicialmente, foi feito um teste diagnóstico que resultou no fato de que os alunos realmente têm uma concepção de que a multiplicação sempre aumenta e a divisão sempre diminui, em seguida, foram elaboradas atividades para serem trabalhadas com os alunos no intuito de diversificar essa ideia. Ao término das atividades, foi desenvolvido um teste final e uma entrevista individual de forma a verificar se os alunos tinham mudado essas concepções.

No entanto, a autora concluiu que as concepções de que multiplicação sempre aumenta e divisão sempre diminui estão muito interiorizadas pelos alunos e que provavelmente uma mudança de concepções só ocorreria se desde o início da vida escolar dos alunos a multiplicação e a divisão fossem introduzidas e trabalhadas por meio de diversas abordagens, não somente como adição e como subtrações sucessivas.

Temos também o artigo desenvolvido por Magina, Santos e Merlini (2014) intitulado por “O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas”. Esse artigo teve como foco analisar o

desempenho e as estratégias de estudantes dos 3º e 5º anos do Ensino Fundamental na resolução de duas situações do campo multiplicativo de Vergnaud, uma abordando a correspondência um para muitos, e a outra, envolvendo a correspondência muitos para muitos e, posteriormente, identificar os níveis de raciocínio empregados nas resoluções, além de descrever e categorizar as estratégias desenvolvidas pelos alunos.

Para a análise, foram aplicados um teste com 13 questões para trezentos e quarenta e nove alunos de uma escola pública de São Paulo. Durante as análises, os autores encontraram quatro níveis de raciocínios e categorizaram como: Incompreensível, Pensamento Aditivo, Transição de Pensamento Aditivo para Multiplicativo e Pensamento Multiplicativo.

Eles concluíram que houve uma evolução limitada dos alunos, visto que, o desempenho nas situações de muitos para muitos foi muito baixo, se comparado com a situação de um para muitos. Em relação as estratégias adotadas, os alunos do 5º ano usaram, principalmente, os procedimentos multiplicativos, enquanto os alunos do 3º ano, usaram os procedimentos aditivos em sua maioria.

O artigo de Freire, Cabral e Castro Filho (2004), “Estratégias e Erros Utilizados na Resolução de Problemas Algébricos”, propôs identificar e investigar as estratégias e os tipos de erros que os alunos cometem durante resoluções de problemas algébricos, eles aplicaram um teste com 6 questões envolvendo o cálculo algébrico para noventa e um alunos de uma rede pública da cidade de Fortaleza.

Para a análise dos erros, eles categorizaram em: soma dos dados (quando o aluno soma os valores numéricos encontrado no problema); interpretação (o aluno interpreta o problema de modo diferente do que é proposto, resolvendo corretamente ao seu modo); erro no algoritmo (organiza corretamente o algoritmo, mas erra na execução); outras operações (o aluno resolve o problema usando operações de forma aleatória) e erro não identificado (o erro não pode ser identificado por que o aluno insere apenas a resposta errada sem os devidos cálculos). De acordo com os autores, o erro mais frequente foi o de outras operações e, em seguida, o de soma dos dados.

Os mesmos concluíram que, embora o desempenho dos alunos tenha sido baixo para a série em que estão, é importante que os professores conheçam essas formas de pensamento dos alunos e adote como um ponto de partida para a elaboração do pensamento algébrico.

Outro ponto importante, que irá facilitar o entendimento do raciocínio matemático, é a sua fundamentação histórica, pois a história da matemática é fundamental para que o aluno encontre base nos conteúdos da mesma, porque mostrando o surgimento das coisas é que podemos buscar o interesse dos alunos na disciplina, já que tudo fica com mais sentido.

“Quando os alunos obtiveram uma visão histórica da matemática, os conceitos apresentados e discutidos influenciaram na formação do seu pensamento, de modo que teorias e fórmulas não ficam mais sem sentido.” (SALES, 2013, p.01).

Também, as diretrizes curriculares da educação básica do Paraná, ressaltam que a história da matemática, quando inserida dentro do ensino, fortalece sua aprendizagem como pode ser observado na citação abaixo.

A História da Matemática é um elemento orientador na elaboração de atividades, na criação das situações-problema, na busca de referências para compreender melhor os conceitos matemáticos. Possibilita ao aluno analisar e discutir razões para aceitação de determinados fatos, raciocínios e procedimentos. (PARANÁ, 2008, p.66).

Nesse sentido, podemos observar que não devemos deixar de lado o contexto histórico da matemática, pois “possibilita ver a matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui para a compreensão do lugar que ela tem no mundo” (BRASIL, 1997, p.15), além de ser uma base de sustentação para os conteúdos que há de vir a surgir dentro da matemática.

3 MATERIAL E MÉTODO

O presente trabalho teve como finalidade verificar os níveis de compreensão e de capacidade de resolução de problema de divisão dos alunos ingressos e egressos do 6º ano de uma escola pública municipal de Teresina. A pesquisa é de natureza aplicada, considerando que objetiva gerar conhecimento de aplicação prática à solução de um problema específico (SILVA & MENEZES, 2005). Além disso, ele teve um cunho quantitativo, visto que fizemos uso de dados quantitativos por meio de tabelas, gráficos e de números estatísticos.

A coleta dos dados ocorreu na Escola Municipal Delmira Coelho Machado, localizada no bairro Buenos Aires, zona norte de Teresina, estado do Piauí. Segundo dados da prefeitura de Teresina (2014), o bairro tem uma área de 1,34 km², equivalente a 134 hectares, e uma população de 7308 habitantes sendo em termos de porcentagem 53% mulheres e 47% homens e desse total 3042 são jovens entre 0 e 24 anos e 90% das famílias vivem com no máximo 2 salários mínimos.

Além da Escola Municipal Delmira Coelho Machado, o bairro possui duas escolas estaduais que ofertam o ensino fundamental e médio e três CMEI. No entanto, a escola Delmira Coelho é a única escola municipal do bairro que oferta Ensino Fundamental do 6º ao 9º ano, resultando em turmas superlotadas. Por outro lado, mesmo nestas condições adversas, o bairro possui 91,4% da população com mais de 10 anos alfabetizadas.

A escola Delmira Coelho Machado oferece o ensino do 1º ao 9º Ano do ensino fundamental, nos turnos manhã ou tarde, sendo 8 turmas do ensino fundamental I e 3 turmas do ensino fundamental II pelo turno da manhã, e 5 turmas do ensino fundamental I e 6 do ensino fundamental II pelo turno da tarde como pode ser observado no quadro abaixo:

Quadro 1 - Distribuição das turmas no turno manhã e tarde

Fundamental I			Fundamental II		
Turmas	Quantidades		Turmas	Quantidades	
	Manhã	Tarde		Manhã	Tarde
1º Ano	1	1	6º Ano	1	2
2º Ano	1	1	7º Ano	1	1
3º Ano	2	1	8º Ano	1	1
4º Ano	2	1	9º Ano	0	2
5º Ano	2	1			

Fonte: Escola Municipal Delmira Coelho Machado

A escola conta com 11 professores que ministram aulas no ensino fundamental I e 16 professores que ministram aulas no ensino fundamental II, perfazendo juntamente com os demais funcionários, como zeladores e secretários, um total de 40 colaboradores, atuante na educação de 683 alunos matriculados no ano letivo de 2018.

A escola Delmira Coelho Machado é o local de trabalho do próprio pesquisador, que ministra aula no 6º, 7º e 8º ano do Ensino Fundamental no turno manhã. Esse trabalho teve como sujeitos participantes 41 alunos do 6º ano do ensino fundamental com faixa etária entre 10 e 16 anos, sendo 26 alunos do sexo masculino e 15 do sexo feminino. Destes, 5 eram repetentes e apenas um tinha 16 anos e não era repetente da série. No 7º ano do ensino fundamental participaram da coleta de dados 33 alunos entre 11 e 16 anos, sendo 12 do sexo feminino e 21 do sexo masculino.

Também nessa turma tinha apenas um aluno com 16 anos de idade, no entanto, o mesmo não era repetente dessa série. Dentre os 33 alunos, quatro estavam repetindo a série. Todos estudavam no turno da manhã e as atividades da pesquisa ocorreram no turno da manhã no horário da aula de matemática, visto que as três primeiras semanas do ano letivo foram disponibilizadas para o professor desenvolver testes diagnósticos e atividades de nivelamento da turma.

Para obter os dados da pesquisa foram desenvolvidas quatro aulas de 1 hora para cada uma das turmas. As duas primeiras aulas tiveram como objetivo relembrar o conceito e termos da divisão, porém, com o cuidado de não ser tendencioso de modo a não prejudicar a pesquisa, já que o intuito foi relembrar, e não ensinar.

Embasado nos campos conceituais de Gérard Vergnaud, referencial teórico principal deste trabalho, foi elaborado e aplicado aos alunos, com duração máxima de duas horas, um questionário com sete problemas subjetivos de matemática envolvendo a operação de divisão com variados graus de dificuldades.

Em cada item, foram analisados os acertos e os erros cometidos por cada aluno, caso existissem. Também foi analisado o desenvolvimento do aluno em cada questão, mesmo que o raciocínio não tivesse sido o esperado pela pesquisa e, por fim, foram identificados que parte do processo não foi apropriado pelos alunos.

Segue abaixo a descrição de cada questão e os objetivos pretendidos com cada uma:

N1. Resolva as divisões abaixo:

a) $185 \div 3$ b) $753 \div 15$ c) $2531 \div 5$

O primeiro item consta de três problemas que devem ser resolvidos diretamente com a aplicação do algoritmo usual da divisão. Este item visa analisar se os alunos participantes do teste sabem aplicar corretamente o algoritmo da divisão com um e dois algarismos no divisor, além de verificar se sabem operar corretamente com o valor posicional dos algarismos do dividendo.

N2 - Em uma embalagem cabem 12 biscoitos. Quantas embalagens de 12 biscoitos podem ser feitas se tivermos 60 biscoitos?

Esse item tem como finalidade verificar se o aluno sabe aplicar o algoritmo da divisão em uma situação-problema de quotição com resto igual a zero.

N3 - Os alunos e professores do 5º ano farão uma excursão cultural. São 120 alunos e 5 professores, que irão em 5 ônibus alugados. Quantas pessoas deverão ir em cada ônibus, sabendo-se que em cada um deve ir o mesmo número de pessoas?

Essa questão do tipo partição busca verificar se o aluno tem compreensão do que a questão está exigindo, ou seja, verificar a capacidade de interpretação dos dados inseridos no enunciado.

N4 - Mariana comprou 3 canetas e uma lapiseira, gastando ao todo 60 reais. A lapiseira custou 24 reais. Quanto custou cada caneta, se elas têm o mesmo preço?

Essa questão exige que o aluno realize a operação de subtração antes da aplicação do algoritmo da divisão, novamente tem como objetivo verificar o grau de percepção ou interpretação junto a problemas de divisão do tipo partição com resto zero.

N5 - Eu e mais quatro amigos fomos a um restaurante. A conta de 80 reais foi dividida igualmente entre nós. Quanto cada um dos meus amigos pagou?

Esse item trata de uma questão de partição sem resto, no entanto, exige que o aluno tenha uma interpretação do enunciado de modo a obter o divisor coerentemente.

N6 - Um garoto e uma garota coletaram 120 tampinhas de refrigerantes. O garoto coletou duas vezes mais tampinhas que a garota. Quantas tampinhas cada um coletou?

Esse item, diferentemente dos outros, exige do aluno um grau de interpretação um pouco mais elevado em virtude de não tratar de uma divisão de partição em partes iguais (a princípio), mais sim, de proporcionalidade.

N7 - Roberto foi comprar 8 máquinas. O vendedor verificou o preço de cada máquina e, como o pagamento era à vista, fez um desconto de 200 reais. Com isso, Roberto pagou 1800 reais pelas 8 máquinas. Qual era o preço de cada máquina antes do desconto?

Esse item trata de um problema de partição sem resto, no entanto, exige um grau de interpretação mais elevado, já que a questão poderá ser interpretada de duas maneiras, a saber, uma adição antes da divisão, ou então, duas divisões e logo em seguida uma adição.

Os sete itens foram organizados em ordem crescentes de grau de dificuldade, sendo o N1 de aplicação do algoritmo. Já os outros itens, buscavam uma interpretação do aluno antes da aplicação do algoritmo, assim sendo, o item N2 foi classificado como o mais elementar, os itens N3, N4 e N5, que deveria ser realizada uma operação de adição, subtração e adição, respectivamente, antes da aplicação do algoritmo da divisão, foram consideradas como intermediárias, e os itens N6 e N7, por exigirem por partes dos alunos uma maior destreza, foram classificadas como avançadas.

4 RESULTADOS E ANÁLISES

O presente capítulo irá expor o resultado do questionário aplicado aos alunos juntamente com a análise dos erros e acertos cometidos pelos mesmos. Primeiramente, foram analisados os acertos e erros de compreensão. Os erros de compreensão consistem na interpretação do problema, ou então, erro na compreensão do sistema de numeração decimal. Sendo assim, os erros de compreensão não indicam que o aluno não saiba operar com o algoritmo da divisão, portanto, não foi tratado juntamente com os outros tipos de erros que irão ser descritos posteriormente. Além dos erros de compreensão, foram categorizados, ainda, dez tipos de erros.

4.1 APLICAÇÃO DO ALGORITMO DA DIVISÃO

Dentre os itens do questionário, tivemos uma questão em que a sua solução era apenas a aplicação direta do algoritmo da divisão e outra, que embora fosse contextualizada, na sua resolução, o aluno deveria aplicar somente o algoritmo da divisão. Estas questões foram nomeadas de N1 e N2.

Em relação a esses dois itens, tivemos os seguintes resultados:

No item N1 que constava de três subitens, sendo o primeiro, a divisão de 185 por 3, tivemos um total de 14 acertos no 6º ano e 17 no 7º ano e nenhum erro de compreensão nessas turmas. Já no segundo item, onde propomos a divisão de 753 por 15, apenas dois alunos do 6º ano e um do 7º ano acertaram.

Além disso, tivemos dois alunos do 6º ano e dezoito do 7º ano que compreenderam o algoritmo, mas erraram por falta de compreensão do sistema de numeração decimal e suas possíveis transformações. Segundo Vergnaud (1993), os alunos mal sucedidos nesta etapa do ensino não sabem conciliar a informação recebida em termos de dezenas, centenas e milhares.

Fato semelhante ocorreu no último subitem, em que pedimos que efetuassem a divisão de 2531 por 5. Com os alunos do 6º ano, obtivemos 3 acertos e 8 erros de compreensão do sistema de numeração decimal; enquanto no 7º ano, tivemos 2 acertos e 15 erros de compreensão do sistema de numeração decimal.

Tabela 1 - Relação entre acerto e erro de compreensão (EC) no item N1

	Item a		Item b		Item c	
	Acerto	EC	Acerto	EC	Acerto	EC
6º Ano	34%	0%	4,9%	4,9%	7,3%	19,5%
7º Ano	51,5%	0%	3%	54,5%	6%	45,4%

Fonte: dados da pesquisa

No item N1, foi observado que os alunos do 6º ano ainda sentem grande dificuldades com a aplicação do algoritmo da divisão, principalmente quando o problema exige que sejam feitas as transformações de valores posicionais adequadamente. Benvenuti (2008, p.48), justifica que “provavelmente essas dificuldades estão associadas a não compreensão do valor posicional dos algarismos, o que demonstra que o sujeito não construiu ainda uma clara compreensão do sistema de numeração decimal”.

Em relação aos alunos do 7º ano, observamos que a maior dificuldade deles é com respeito à compreensão do valor posicional do sistema de numeração decimal e suas possíveis transformações, visto que, se essa dificuldade fosse inexistente, teríamos em média 54,45% de acertos nos subitens 2 e 3. No entanto, segundo Lautert (2005), essas dificuldades encontradas nesses alunos podem ser sanadas se os mesmos tiverem um trabalho supervisionado por um profissional capacitado de modo a desenvolver atividades específicas com esses alunos.

No item N2 pode ser observado que, embora seja um problema contextualizado, a finalidade seria que os alunos efetuassem a divisão de 60 por 12, ou seja, aplicassem diretamente o algoritmo da divisão. Nesse item, tivemos um total de 12 acertos com os alunos do 6º ano, sendo que, desse total, tivemos dois alunos que obtiveram a resposta correta por meio da adição de parcelas iguais, e não, aplicando o algoritmo da divisão como foi observado nos outros dez alunos que obtiveram êxito no problema. Quanto aos erros de compreensão não houve nenhum.

Em relação aos alunos do 7º ano, obtivemos um total de 17 acertos, valor acima do obtido no 6º ano. Sendo que, destes, um aluno resolveu o problema pelo método da adição de parcelas iguais e outro resolveu pelo método das tentativas e erros. Os demais acertos foram obtidos aplicando corretamente o algoritmo da divisão. Também no 7º ano não teve erro de compreensão.

Tabela 2 - Relação de acertos e EC na questão N2 em termos percentuais

	Acerto	EC
6º Ano	29,3%	0%
7º Ano	51,5%	0%

Fonte: dados da pesquisa

Observamos nesse item N2 que os alunos têm grandes dificuldades de compreender o que o problema requer, considerando que apenas 29,3% dos alunos do 6º ano acertaram o problema. Apesar dos alunos do 7º ano ter obtido um percentual de pouco mais que 51%, ainda é um percentual baixo se comparado ao nível da questão e à série que os mesmos se encontram.

4.2 RELAÇÃO ENTRE ACERTO E ERRO DE COMPREENSÃO NOS ITENS QUE EXIGEM OUTRA OPERAÇÃO ALÉM DA DIVISÃO

Analisando a questão N3, em que para obter êxito o aluno teria que usar outra operação além da divisão, no 6º Ano tivemos um total de 9 acertos, sendo que um aluno usou o método de adição de parcelas iguais, outro usou a multiplicação para obter a resposta e os demais usaram o algoritmo da divisão corretamente. Tivemos 11 erros de compreensão em que o aluno não atentou para o total de pessoas, mas sim, para o total de alunos, vindo a obter como resposta 24 e não 25 como era de se esperar.

Já o 7º Ano teve um total de 8 acertos, no entanto, todos aplicaram o algoritmo da divisão corretamente, não usando de outro método para obter êxito. Dos erros desta série, treze alunos cometeram erro de compreensão, não atentando para o número total de pessoas que iriam participar da excursão, considerando apenas o total de alunos. Os treze alunos desenvolveram o algoritmo corretamente.

A tabela abaixo mostra a relação de acertos e erros de compreensão no item N3 em termos percentuais obtidos pelas turmas do 6º e 7º ano.

Tabela 3 - relação de acertos e erros de compreensão no item N3

	Acerto	EC
6º Ano	22%	26,8%
7º Ano	24,2%	39,4%

Fonte: dados da pesquisa

Pelo exposto acima, observamos que aproximadamente 50% dos alunos do 6º Ano souberam operar com o algoritmo da divisão corretamente. Quando além do algoritmo exigia também uma interpretação, esse índice caiu para menos de 1/4 (22%) de acertos.

Comparando esses valores com os 63,6% obtidos pelos alunos do 7º Ano, observamos uma melhora nos resultados destes últimos, pois mostraram saber operar com o algoritmo da divisão. No entanto, quando a questão exigia uma interpretação antes da aplicação do algoritmo, esse índice caiu em 39,4%, ficando em 24,2% o número de acertos. Um pouco maior que o obtido no 6º Ano, mostrando que os alunos precisam saber interpretar e isso não é competência apenas da matemática, mas das outras disciplinas, e que para obter uma melhoria no ensino da matemática são necessárias atividades interdisciplinares.

Para o item N4, o aluno teria que efetuar uma subtração para em seguida operar com a divisão. Neste item, os alunos do 6º Ano obtiveram um total de 11 acertos, sendo que na sua maioria foram usadas outras estratégias de resoluções diferentemente da divisão, como mostra a figura 2.

Nesta resolução o aluno pensou em um valor que somado três vezes e acrescido do valor de R\$ 24,00 da lapiseira resultava no valor total gasto de R\$ 60,00. Percebe-se potencial capacidade de resposta do aluno, no entanto, ainda carece do desenvolvimento de formalização e treino na resolução de problemas que envolvem as operações básicas da aritmética.

Figura 3 – solução do item N4 por meio da adição

N4 - Mariana comprou 3 canetas e uma lapiseira, gastando ao todo 60 reais. A lapiseira custou 24 reais. Quanto custou cada caneta, se elas têm o mesmo preço?

$$\begin{array}{r}
 12 \\
 + 12 \\
 + 12 \\
 + 24 \\
 \hline
 60
 \end{array}$$

Fonte: questionário aplicado aos alunos

Dentre os alunos, seis usaram esse raciocínio para obter êxito e um que realizou o cálculo mental para chegar a 36 e acrescentá-lo a 24, obtendo a resposta correta. Nos demais, quatro alunos aplicaram o algoritmo da divisão corretamente.

Quanto aos erros de compreensão, tivemos dois alunos que efetuaram a divisão de 24 por 3 de modo correto, porém, não era essa a estratégia que levava à solução da questão. Houve um outro que também efetuou corretamente a divisão de 60 por 3, porém, como os dois anteriores, usou de estratégias erradas.

Quanto aos alunos do 7º Ano, tivemos um total de 11 acertos, desses, três usaram como estratégias o cálculo mental, a multiplicação e a adição, e os outros oito aplicaram o algoritmo da divisão corretamente. Além desses, tivemos três alunos que aplicaram o algoritmo corretamente na divisão de 60 por 3, no entanto, não era essa a estratégia que levava o aluno ao êxito.

A tabela abaixo apresenta de modo sucinto, em termos percentuais, o total de acertos e erros de compreensão no item N4 em relação ao 6º e 7º ano.

Tabela 4 - acertos e erros de compreensão no item N4 em relação ao 6º e 7º ano

	Acertos	EC
6º Ano	26,8%	7,3%
7º Ano	33,3%	9%

Fonte: dados da pesquisa

A tabela mostra que tanto no 6º ano quanto no 7º ano os alunos tiveram desempenho parecido, ocorrendo uma diferença de menos de 7% na resolução correta do problema.

A questão N5, semelhante a N4, também deveria ser feita uma operação antes da aplicação do algoritmo da divisão, no entanto, essa operação alterava o divisor, e não o dividendo, como no item N4.

Analisando os acertos e os erros de compreensão dos alunos foi constatado, no 6º Ano, um total de 8 acertos, sendo a metade com aplicação correta do algoritmo da divisão, três alunos usando como estratégia o algoritmo da adição e um aluno aplicando o algoritmo da multiplicação.

Quanto ao erro de compreensão, em que o aluno considerou apenas os quatro amigos, esquecendo-se de acrescentar o interlocutor na repartição, tivemos

dez alunos que aplicaram corretamente o algoritmo da divisão e três que aplicaram a adição de parcelas iguais, no entanto, eles não obtiveram êxito por que repartiram o valor apenas entre os quatro estudantes, obtendo como solução o valor de R\$ 20,00 que não era a resposta correta.

Já no 7º Ano, tivemos um total de 7 acertos, em que todos usaram a estratégia da divisão para encontrar a solução da questão. Por outro lado, quatorze alunos erraram devido a erros de compreensão da questão, sendo que dez aplicaram o algoritmo da divisão corretamente, mas com os termos errados, e quatro usaram a estratégia da adição de parcelas iguais, mas com a solução errada.

A tabela abaixo mostra de forma percentual os números acima.

Tabela 5 - Acerto e erro de compreensão no item N5

	Acerto	EC
6º Ano	19,5%	31,7%
7º Ano	21,2%	42,4%

Fonte: dados da pesquisa

Observando os acertos e os erros de compreensão, que não são erros de operação, teríamos uma média de 51% de acertos no 6º Ano e 63% no 7º Ano, número considerável, já que mais da metade estariam compreendendo sem dificuldade esta operação, vista por muitos como difícil de compreender. Assim, podemos observar que a dificuldade não está apenas na aplicação do algoritmo, como muitos pensam, mas sim, na interpretação das informações apresentadas no problema.

No item N6, aparece um problema que envolve comparação de quantidades de objetos coletados por duas crianças, no entanto, no enunciado aparece a expressão que uma criança coletou duas vezes mais objetos que a outra. Portanto, se o aluno não tem uma boa interpretação e um bom domínio das operações aritméticas, essa questão pode trazer certo erro de compreensão, visto que, embora tenha a palavra “duas vezes mais” trata-se de um problema de cunho inverso multiplicativo.

Isso foi o que aconteceu nas resoluções dos alunos, pois analisando os acertos e erros de compreensão na turma de 6º Ano, vimos que houve apenas 1 acerto e, no entanto, esse acerto foi adquirido por meio de outro método de resolução,

diferente daquela que esperávamos, a saber: foi usado o cálculo mental e comprovado pelo algoritmo da subtração. Esse fato pode ser observado na figura abaixo:

Figura 4 - solução do item N6 por meio do cálculo mental

N6 - Um garoto e uma garota coletaram 120 tampinhas de refrigerantes. O garoto coletou duas vezes mais tampinhas que a garota. Quantas tampinhas cada um coletou?

$$\begin{array}{r} 120 \\ - 80 \\ \hline 40 \end{array}$$

O garoto colheu = 80 tampinhas
A garota colheu = 40 tampinhas

Fonte: questionário aplicado aos alunos

Observando o erro de compreensão, vimos que quinze alunos interpretaram a questão como sendo de abordagem multiplicativa, já que todos afirmaram que o garoto tinha colhido 240 tampinhas, ou seja, em virtude do termo “duas vezes mais” multiplicaram 120 por 2 levando os mesmos ao erro.

No 7º Ano, a realidade foi semelhante, visto que, tivemos 1 acerto e esse acerto também foi por meio de outro tipo de estratégia diferente do algoritmo da divisão, sendo usado o algoritmo da divisão em conjunto com a adição e a subtração, como pode ser observado na figura abaixo.

Figura 5 - solução do item N6 usando técnica diferente

N6 - Um garoto e uma garota coletaram 120 tampinhas de refrigerantes. O garoto coletou duas vezes mais tampinhas que a garota. Quantas tampinhas cada um coletou?

$$\begin{array}{r} 120 \overline{) 12} \\ \underline{-12} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ -20 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ +20 \\ \hline 80 \end{array}$$

O menino pegou 80 tampinhas
e a menina pegou 40 tampinhas

$$\begin{array}{r} 80 \\ +40 \\ \hline 120 \end{array}$$

Fonte: questionário aplicado aos alunos

Observando a resolução pelo aluno da questão N6 podemos comprovar que os alunos muitas vezes usam, implicitamente, relações lógicas sofisticadas e que demonstram grande potencial para matemática. Gitirana et.al, (2014).

Já em relação aos erros de compreensão, tivemos um número bastante expressivo, pois vinte e dois alunos imaginaram que o problema se tratava de uma multiplicação direta, igualmente como imaginaram os alunos do 6º Ano, levando também eles ao erro. A tabela abaixo resume em termos de percentuais os dados descritos acima em relação ao item N6

Tabela 6 - Acerto e erro de compreensão no item N6

	Acerto	EC
6º Ano	2,44%	36,6%
7º Ano	3%	66,67%

Fonte: dados da pesquisa

Gitirana et.al, (2014) realizaram uma pesquisa com quinhentos e quatro alunos do 1º ao 9º Ano do ensino fundamental da rede pública da cidade de São Paulo (SP), no ano de 2009, com o intuito de verificarem os desempenhos nos diferentes níveis de ensino quando abordados sobre questões de estruturas multiplicativas.

Dentre os alunos, setenta e três eram do 6º Ano e cinquenta e sete do 7º Ano do Ensino Fundamental. No desenvolvimento do trabalho destes autores, foi aplicada a seguinte pergunta para os alunos destes dois níveis: “A idade de Paulo é 5 vezes maior que a idade do seu filho. Paulo tem 30 anos. Qual a idade do seu filho?”.

Os alunos do 6º Ano obtiveram um acerto de 57% e do 7º Ano de 58%. Segundo os autores, os alunos só mostraram ter conhecido nesse nível de questão a partir do 5º ano, no entanto, foi no 6º ano que eles conseguiram um desenvolvimento mediano permanecendo até o 7º ano.

Os percentuais de acertos obtidos pelos alunos na pesquisa dos referidos autores foram maiores que os obtidos pelos alunos da nossa pesquisa, no entanto, mostraram que ainda não é um percentual bom, e que os alunos ainda têm dificuldade de interpretar questões desse nível, em que aparece algum termo que lembra uma multiplicação e, no entanto, a operação utilizada na resolução é a operação inversa.

É recomendável utilizar esse tipo de situação, por exemplo, certo tempo depois de o aluno já dominar os problemas de multiplicação, até mesmo para incentivar o seu potencial crítico em perceber que nem toda situação que parece ser multiplicativa, o é de fato. (GITIRANA et.al, 2014, p.22).

Como sugere Gitirana, uma forma de diminuir ou até mesmo sanar esse tipo de erro, seria a aplicação de inúmeras atividades abordando esse tipo de raciocínio, no qual apareceriam palavras de sentido multiplicativo, no entanto, a sua resolução seria pela aplicação do inverso multiplicativo, ou seja, da divisão, e com essa prática o aluno já se familiarizava com questões desse tipo não cometendo mais os mesmos erros.

Analisando o item N7, em relação aos acertos e erros de compreensão, em que o aluno deveria aplicar uma adição antes da aplicação do algoritmo da divisão, ou então, duas divisões e logo após deveria somar os quocientes, tivemos no 6º Ano 2 acertos e 0 erro de compreensão, onde eles poderiam pensar que a divisão deveria ser feita apenas com o valor após o desconto, no entanto, nessa série ninguém raciocinou dessa forma.

Observando agora o 7º Ano, tivemos 3 Acertos, no qual todos aplicaram primeiramente a adição e em seguida a divisão, obtendo êxito, e 10 erros de compreensão, visto que, aplicaram diretamente o algoritmo da divisão sem levar em consideração as operações que deveriam fazer anteriormente à divisão.

Tabela 7 - Acerto e erro de compreensão no item N7

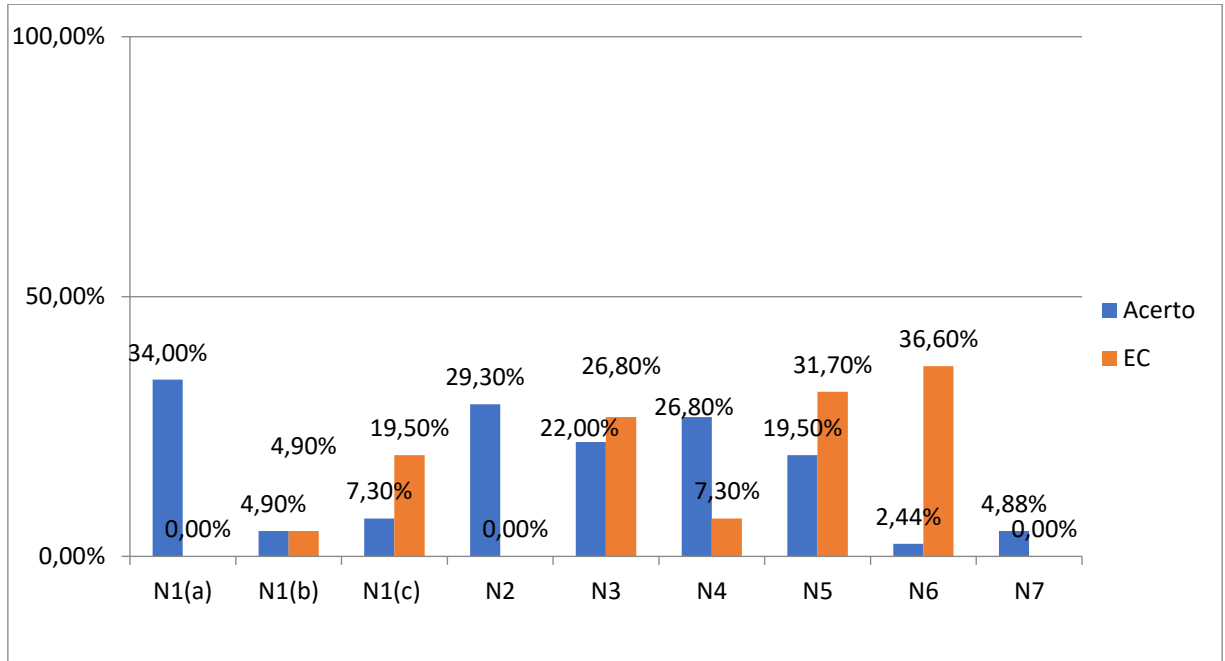
	Acerto	EC
6º Ano	4,88%	0%
7º Ano	9%	21,2%

Fonte: dados da pesquisa

Pelos dados acima, pudemos observar que os alunos têm dificuldades com questões que requerem outras operações além da divisão, principalmente no 6º ano em que apenas dois alunos compreenderam a questão, enquanto no 7º ano, embora tivessem apenas 3 acertos, tivemos dez alunos que erraram por não compreender o enunciado, no entanto, é um erro que pode ser diminuído se forem trabalhadas questões de mesmo raciocínio.

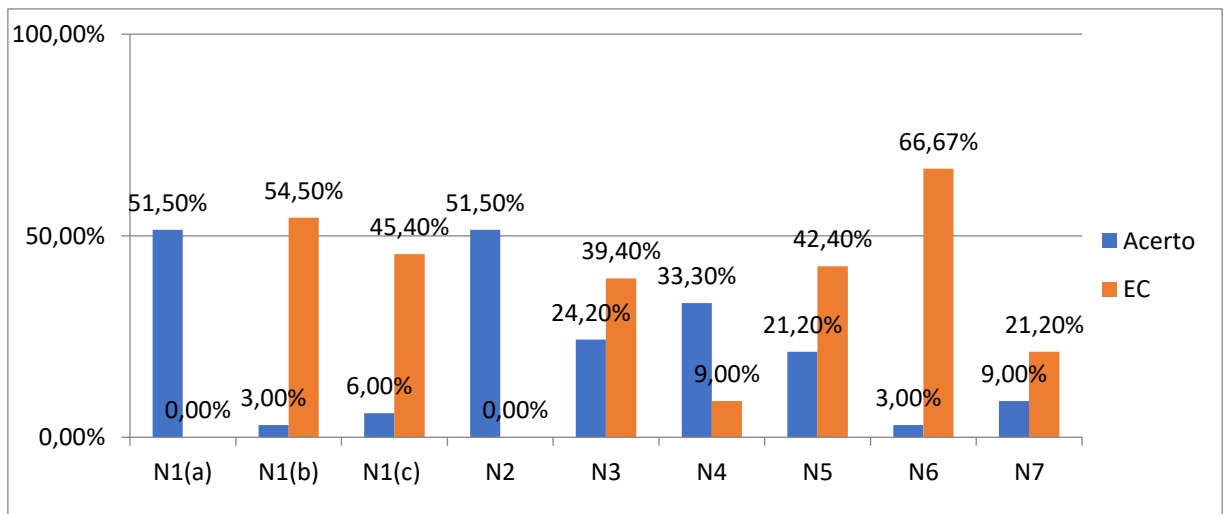
Os gráficos a seguir mostram de formas sucintas, em termos percentuais, as relações entre questões certas e erros de compreensão nos sete itens que foram propostos para os alunos do 6º e 7º Ano.

Gráfico 1 - relação entre acerto e erro de compreensão graficamente no 6º Ano



Fonte: dados da pesquisa

Gráfico 2 - relação entre acerto e erro de compreensão graficamente no 7º Ano



Fonte: dados da pesquisa

De acordo com os gráficos, observamos que no 6º ano, em nenhum dos itens a turma chegou aos 40%, e mesmo nos itens em que se exigiam apenas a aplicação do algoritmo da divisão, como no item N1 e N2 eles não se saíram bem, chegando a 34% no item N1(a), e nos itens em que eles deveriam fazer uma outra operação antes da divisão, como nos itens N3, N4, N5, N6 e N7 tiveram um resultado ainda mais baixo chegando a um máximo de 26,8% no item N4 que corresponde a 11 acertos.

Já na turma do 7º ano, tivemos uma melhora moderada, principalmente nos itens em que se exigiam a aplicação direta do algoritmo da divisão, chegando a um percentual de 51,5% no item N2, também a turma foi melhor nos itens N3, N4, N5, N6 e N7 em relação ao 6º ano, no entanto, eles ficaram abaixo da metade chegando a um máximo de 33,3% no item N4.

4.3 ANÁLISE DOS ERROS

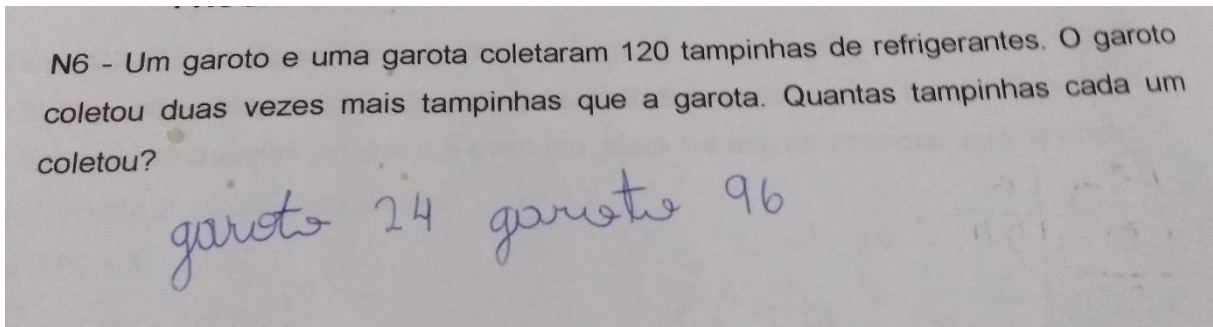
Analisar os erros é de fundamental importância para quem deseja saber como anda o aprendizado de seu aluno e busca melhorar e, ou até mesmo sanar o erro que está fazendo o aluno ter um baixo rendimento de aprendizagem, visto que, segundo De La Torre (2007) quando o professor se depara com o erro do aluno ele pode tomar a atitude de analisar sua causa, adotar uma atitude compreensiva, pode ainda propor situações ou processos de modo que o aluno descubra as suas falhas. Assim, o professor estará usando o erro como meio de aprendizagem.

Para a pesquisa, os erros foram classificados em 10 tipos, e designados por: Cálculo Mental; Cálculo Primitivo; Criação de Valores; Sem Noção de Cálculo; Erro de Operação; Sem Cálculo; Multiplicação dos Dados; Não Compreensão do Algoritmo da Divisão; Subtração dos dados e Soma dos Dados.

4.3.1 Erro no Cálculo Mental

Classificamos o erro do cálculo mental nos itens em que o aluno procura mentalmente valores que possam satisfazer o enunciado da questão, no entanto, tal valor encontrado pelo aluno não é o que torna a questão verdadeira, como pode ser observado na figura abaixo, na qual a resposta do aluno mostra dois valores, sendo um o dobro do outro como sugere o enunciado, porém, ele não se atentou que o somatório deveria ser 120.

Figura 6 - Erro de cálculo mental no item N6



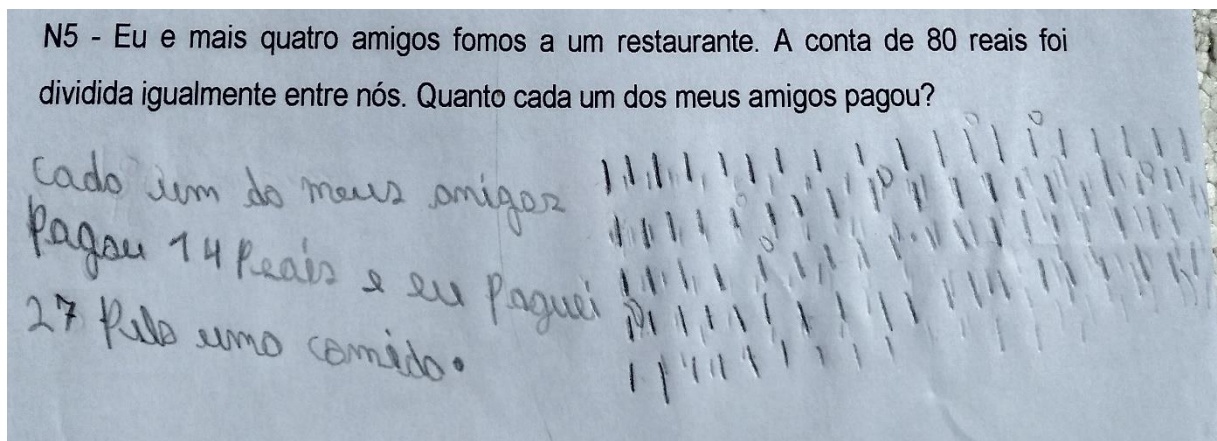
Fonte: questionário aplicado aos alunos

Nesse tipo de erro, não necessariamente com esses números, tivemos um total de 6 no 6º Ano sendo um no item N3, dois no N5 e três no N6 e no 7º Ano tivemos 4 desses erros, no qual um foi no item N2, um no N4 e dois no N6.

4.3.2 Cálculo Primitivo

O cálculo primitivo em nossa classificação foi baseado nas respostas feitas por meio de desenhos do tipo traço ou bolinhas, porém, mesmo o aluno usando desse artifício primário não obteve êxito em nenhum deles. A imagem em seguida ilustra um item resolvido por meio do cálculo primitivo.

Figura 7 - Erro Primitivo no item N5



Pela imagem, observamos que o aluno compreendeu que os 80 reais deveriam ser divididos para cinco pessoas, pois o mesmo usa a figura de um círculo para separar os traços em cinco grupos, mas ele não compreendeu que todos

deveriam pagar o mesmo valor, além disso, coloca 3 traços a mais perfazendo 83, e não 80, como sugere o enunciado.

Além do erro obtido na imagem da figura 6, da resolução da questão N5 de um aluno do 6º ano, ainda tivemos, na mesma série, mais seis soluções com essas mesmas características, sendo uma no item N1a), outra no item N1b) e outra no item N1c), todas cometidas por um mesmo aluno. Além disso, tivemos um outro aluno que cometeu esse tipo de erro nos itens N5 e N6, e um terceiro aluno que fez esse mesmo tipo de erro no item N2.

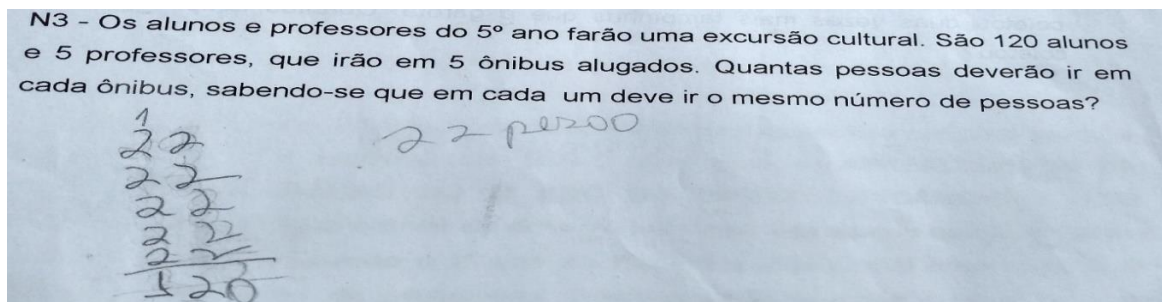
Já no 7º ano, obtivemos apenas três erros desse tipo: nos itens N1a), N1b) e N3, todos cometidos por um mesmo aluno. No entanto, é um tipo de solução que não deveria ser mais usada pelos alunos deste grau de ensino, já que a solução dos problemas para este nível exige técnicas de resolução mais compatível com os elevados valores dos dados que aparecem nos problemas. Resolvê-los, por esse meio, será exaustivo e poderá facilmente levar o aluno ao erro.

4.3.3 Criação de Valores

Nas observações dos erros dos alunos do 6º ano, encontramos três soluções de itens diferentes, além de alunos diferentes que usaram de outros valores distintos do enunciado da questão para respondê-la. O que se pôde observar é que o aluno não sabia responder o item e, para não deixá-lo em branco, inventou qualquer solução.

Um dos alunos respondeu o item N2 somando o número 24 seis vezes e encontrando como resposta 144 embalagens; já um segundo aluno respondeu o item N3 somando o número 22 cinco vezes obtendo erroneamente 120, sendo assim, concluiu que em cada ônibus deverá levar 22 pessoas, como mostra a imagem abaixo:

Figura 8 - Erro de Criação de Valor no item N3



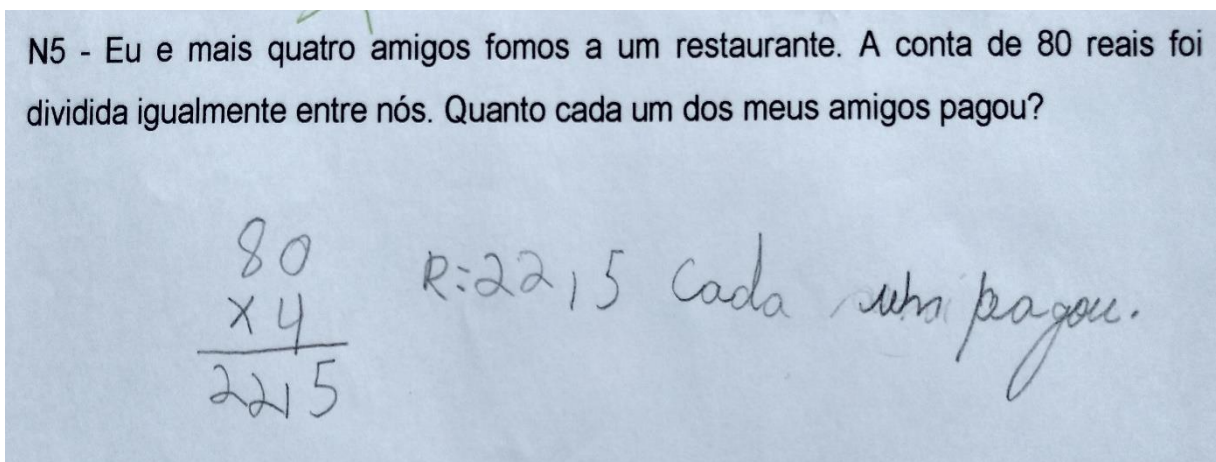
Fonte: questionário aplicado aos alunos

Analisando a solução do terceiro aluno, no item N4, observamos que ele criou três valores de 23 reais e somou-os obtendo erroneamente 79 reais, concluindo, assim, que cada caneta custou 79 reais. Esse tipo de erro, principalmente no último caso, mostra que vários alunos não sabem o que responder, e isso pode ser visto também nas soluções dos outros itens desses mesmos alunos, em que vários itens estavam apenas com a resposta errada e sem cálculo ou, então, em branco. Não houve erro desse tipo no 7º ano.

4.3.4 Sem Noção de Cálculo

Nesse tipo de erro o aluno colhe os dados do enunciado e efetua qualquer operação matemática diferente daquela que a questão sugere, além disso, muitas vezes tal operação leva a conclusões de valores absurdos, como mostra a figura abaixo:

Figura 9 - Erro de Sem Noção de Cálculo no item N5



Fonte: questionário aplicado aos alunos

Esse é um tipo de resposta que leva a concluir que o aluno não compreende o que está lendo e, muito menos, sabe operar com cálculos simples de multiplicação, visto que, embora o item não exigisse uma operação de multiplicação, o cálculo efetuado poderia estar certo. Na análise das soluções dos problemas aplicados, encontramos 7 erros desse tipo no 6º Ano cometido por cinco alunos, sendo que dois dos alunos cometeram esse erro em duas questões, um deles nos itens N4 e N5 e o outro nos itens N5 e N7.

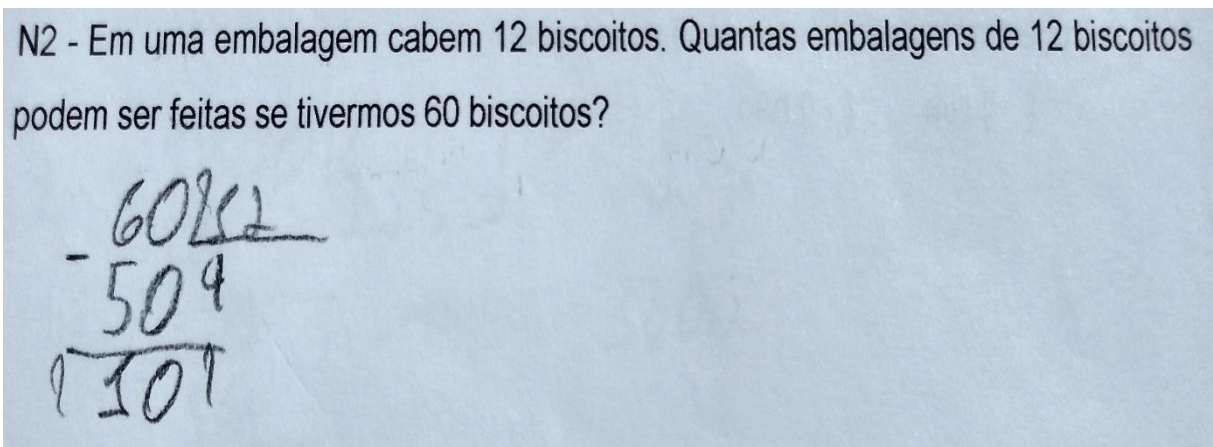
Os demais cometeram os erros nos itens N3, N5 e N6. O 7º Ano teve um total de 10 erros desse tipo, no entanto, o número de alunos que cometeram esses erros

foi o mesmo em termo de quantidades observados no 6º Ano, cinco alunos. Um dos alunos cometeu o erro nos itens N2 e N3, o segundo nos itens N5 e N6 e o terceiro nos itens N5 e N7, um outro aluno cometeu o erro nos itens N3, N4 e N6 e um último aluno cometeu o erro no item N2.

4.3.5 Erro de Operação

O erro de operação, diferentemente do erro de compreensão, que foi discutido paralelamente com os acertos, são erros em que o aluno compreende o enunciado da questão, esquematiza corretamente o algoritmo, no entanto, erra durante a execução dos cálculos, como pode ser visto a seguir:

Figura 10 - Erro de Operação no item N2



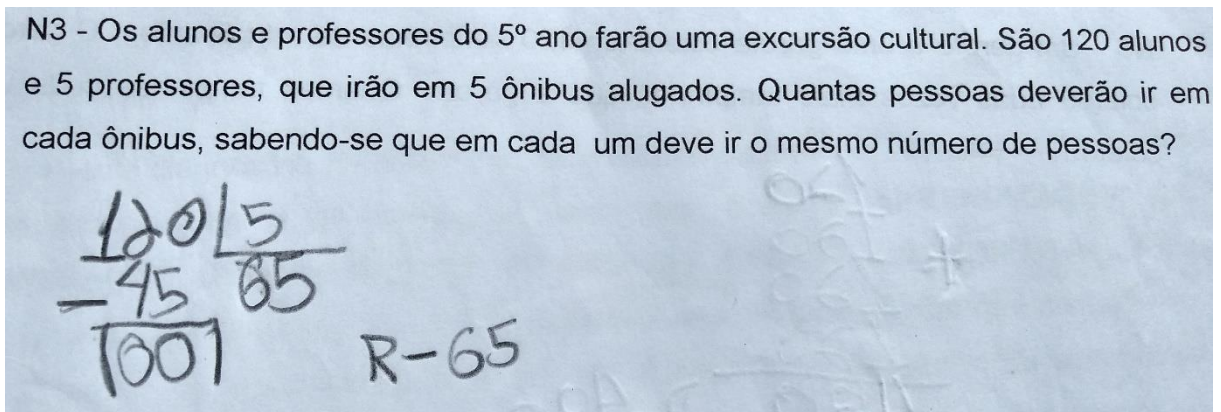
Fonte: questionário aplicado aos alunos

Pela imagem podemos observar que o aluno compreendeu o enunciado da questão, no entanto, na resolução não atentou que o quociente poderia ser 5. Além disso, errou na multiplicação de 12 por 4 obtendo 50 em vez de 48. Para esse tipo de erro foram encontrados 30 nas soluções feitas pelos alunos do 6º ano sendo que a maior quantidade foi nos itens N1a) e N1c) com 7 erros cada e o item N1b) com um total de 13 erros, os outros erros foram distribuídos entre os itens N3, N5 e N7 com um erro em cada. Já no 7º ano, teve 11 no qual 4 foi no item N1a), 2 no item N1b), 2 no item N5 e 01 no item N2 e N3. Esse tipo de erro é de fácil superação, basta que o aluno domine a tabuada e o problema estará superado.

4.3.6 Não compreensão do algoritmo da divisão

Esse tipo de erro foi encontrado em grande quantidade nas soluções dos problemas das duas séries. Nesse erro, o aluno pode até, aparentemente, organizar corretamente o posicionamento dos termos da divisão, mas não tem nenhum sentido os valores posicionados no quociente e no resto. A figura abaixo ilustra a situação descrita acima:

Figura 11 - erro de não compreensão do algoritmo da divisão no item N3



Fonte: questionário aplicado aos alunos

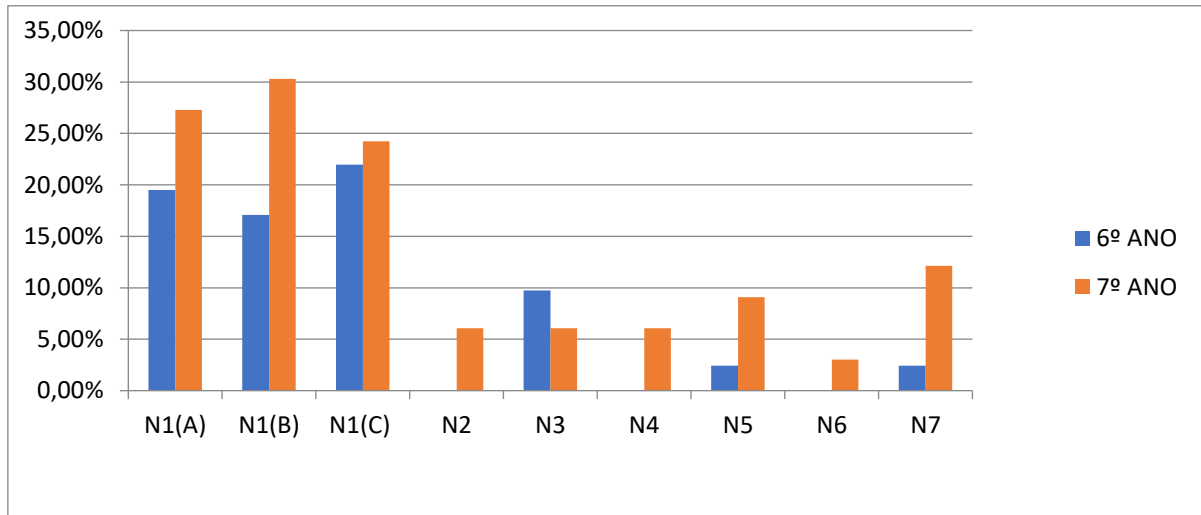
Observamos pela imagem que o aluno compreende o que é uma operação de divisão, no entanto, tem problemas com a interpretação correta de quais dados deve usar e com o significado de cada termo da divisão. Podemos observar que o valor 65 não pode ser obtido por nenhuma operação simples entre os dados da questão. Outra observação que mostra a não compreensão do algoritmo da divisão é quando o mesmo tenta obter o resto subtraindo o 45 de 120.

Na turma do 6º ano, tivemos um total de 30 erros onde 8 foi no N1a), 7 no N1b), 9 no N1c), 4 no N3, 1 no N5 e outro no N7, vale ressaltar que dois alunos cometeram esse erro em 4 itens, outros quatro alunos cometeram o erro nos três subitem do N1 e mais três alunos cometeram o erro em dois itens, assim temos que 26 erros foram cometidos por esses nove alunos.

No 7º Ano foram 41 erros sendo 9 no item N1a), 10 no N1b), 8 no N1c), 2 em cada um dos itens N2, N3 e N4, teve ainda 3 no item N5, 4 no N7 e 1 no N6, no entanto um aluno cometeu 7 desses erros, cinco cometeram o erro 3 vezes, e outros dois cometeram o erro 4 vezes, assim, oito alunos foram responsáveis por 30 erros. Esse resultado mostra que mesmo os alunos em séries mais avançadas ainda têm grandes dificuldades com a operação do algoritmo da divisão.

O gráfico abaixo mostra de forma resumida os erros de não compreensão do algoritmo da divisão em relação às duas séries em termos percentuais em cada item.

Gráfico 3 - comparativo entre erro de não compreensão do algoritmo da divisão entre as turmas do 6º e 7º Ano



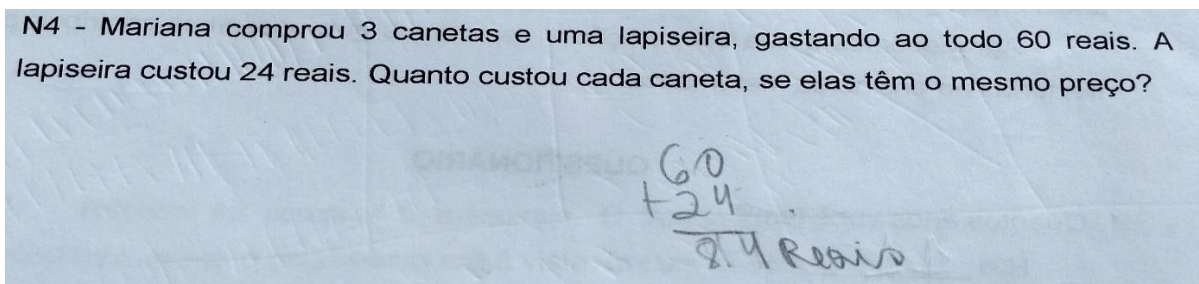
Fonte: dados da pesquisa

4.3.7 Adição, Subtração e Multiplicação dos Dados indevidos

Dentre os vários erros encontrados tivemos aqueles em que o aluno colhe os dados do enunciado e aplica uma adição, uma subtração ou uma multiplicação no intuito de tentar responder à questão ou, simplesmente, para não deixar a questão em branco. Esse erro pode ser um dos mais sérios, visto que subte-se que o aluno não compreendeu a questão ou que o mesmo não sabe o algoritmo da divisão, aplicando, então, o algoritmo que mais ele domina, neste caso, a adição em primeiro lugar, vindo em segundo a subtração e, por último, a multiplicação. A figura abaixo mostra um exemplo do erro da aplicação da adição.

Figura 12 - aplicando o algoritmo da adição inapropriadamente no item N4

N4 - Mariana comprou 3 canetas e uma lapiseira, gastando ao todo 60 reais. A lapiseira custou 24 reais. Quanto custou cada caneta, se elas têm o mesmo preço?



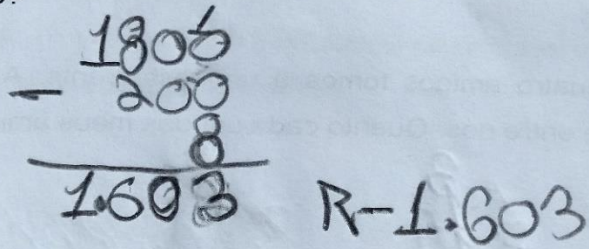
Fonte: questionário aplicado aos alunos

Foi observado um total de 40 erros do tipo aplicação da operação de adição, sendo 19 nas turmas de 6º Ano e 21 nas turmas de 7º Ano.

Em relação aos erros com a aplicação inadequada do algoritmo da subtração, como mostra a imagem abaixo, foi obtido um total de nove erros no 6º Ano e 11 no 7º Ano.

Figura 13 - Aplicando o algoritmo da subtração inapropriadamente no item N7

N7 - Roberto foi comprar 8 máquinas. O vendedor verificou o preço de cada máquina e, como o pagamento era à vista, fez um desconto de 200 reais. Com isso, Roberto pagou 1800 reais pelas 8 máquinas. Qual era o preço de cada máquina antes do desconto?



$$\begin{array}{r} 1800 \\ - 200 \\ \hline 1600 \\ \div 8 \\ \hline 200 \end{array} \quad R-1.603$$

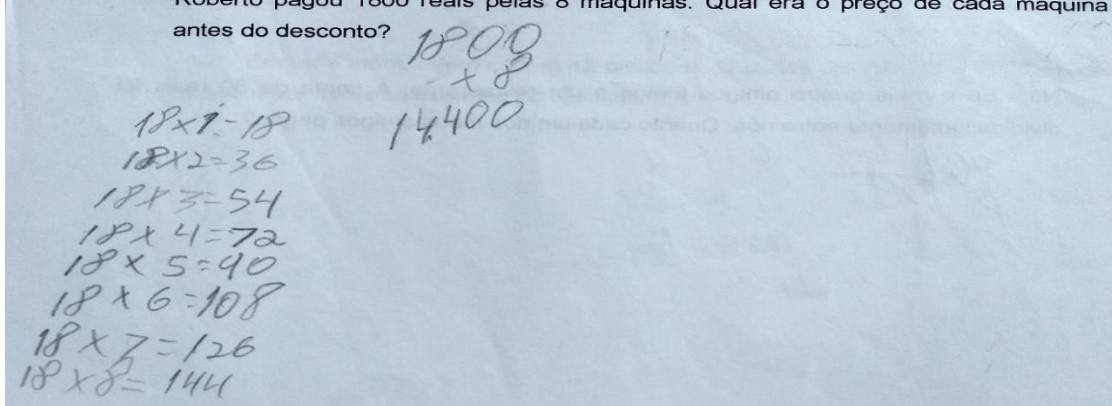
Fonte: questionário aplicado aos alunos

Podemos observar na figura que o aluno subtrai todos os dados que encontra no enunciado e, ainda, erra durante o processo mostrando que nem mesmo a subtração ele a domina direito.

Por último, temos os erros da aplicação do algoritmo da multiplicação inadequadamente como pode ser observado a seguir.

Figura 14 - Aplicando o algoritmo da multiplicação inapropriadamente

N7 - Roberto foi comprar 8 máquinas. O vendedor verificou o preço de cada máquina e, como o pagamento era à vista, fez um desconto de 200 reais. Com isso, Roberto pagou 1800 reais pelas 8 máquinas. Qual era o preço de cada máquina antes do desconto?



$$\begin{array}{l} 18 \times 1 = 18 \\ 18 \times 2 = 36 \\ 18 \times 3 = 54 \\ 18 \times 4 = 72 \\ 18 \times 5 = 90 \\ 18 \times 6 = 108 \\ 18 \times 7 = 126 \\ 18 \times 8 = 144 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1800 \\ \times 8 \\ \hline 14400 \end{array}$$

Fonte: questionário aplicado aos alunos

Nesse tipo de erro tivemos um total de 5 na turma de 6º Ano e 9 nas do 7º Ano.

4.3.8 Questões sem cálculo e em branco

Analisando os itens que não tiveram solução por parte dos alunos encontramos aqueles em que o aluno coloca apenas a resposta correta, porém, não há uma justificativa por meio de cálculos ou algo semelhante, o mesmo aconteceu com itens em que o aluno insere um valor errado como resposta, mas sem justificativa, e encontramos, também, muitas questões em branco. O quadro abaixo irá mostrar esses valores em dados numéricos com um comparativo entre as duas séries analisadas na pesquisa.

Tabela 8 - comparativo entre questões certas sem cálculo, questões erradas sem cálculo e questões em branco

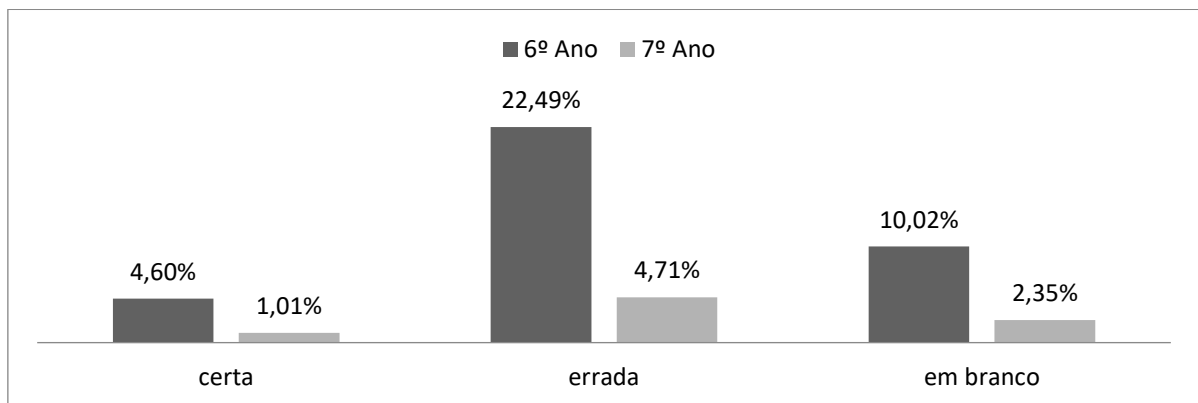
	Resposta certa	Resposta errada	Questão em branco
6º Ano	17	83	37
7º Ano	3	14	7

Fonte: dados da pesquisa

Pela tabela acima, podemos observar que o 6º ano, em sua maioria, não soube analisar as questões tomando, assim, a atitude de inserir um valor qualquer que justificasse a resposta da questão, ou então, simplesmente não respondeu nada a deixando em branco

Em termos percentuais temos os seguintes valores graficamente:

Gráfico 4 - comparativo entre questões certas sem cálculo, questões erradas sem cálculo e questões em branco.



Fonte: dados da pesquisa

O gráfico está ilustrando que 4,6% dos 369 itens analisados no 6º Ano o aluno inseriu a resposta correta sem deixar o cálculo, enquanto 22,49% inseriram a resposta errada e 10,02% deixaram em branco, perfazendo um total de 137 itens que corresponde a uma média de 37,12% dos itens analisados que os alunos não souberam desenvolver o cálculo, mesmo que erradamente. Enquanto no 7º Ano, esse número chegou a 24 itens, de um total de 297 itens, correspondendo uma média de 8,08% valor muito abaixo do obtido no 6º Ano.

5 CONCLUSÃO

O presente trabalho buscou identificar os diferentes níveis de compreensão e capacidade dos alunos ingressos e egressos do 6º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Delmira Coelho Machado em relação a problemas de divisão. Durante a análise dos resultados, identificamos que o percentual dos erros foi maior que o percentual de acertos, tanto no 6º ano quanto no 7º ano, embora o 7º ano tenha sido um pouco melhor que o 6º ano.

Quanto à análise dos itens que exigia uma aplicação direta do algoritmo da divisão, foi observado que poucos alunos souberam efetuar corretamente o algoritmo e que muitos erraram devido ao fato de não ter uma compreensão clara das transformações entre os valores posicionais do sistema de numeração decimal, sobretudo, quando a operação exigia que acrescentasse um zero no quociente durante as transformações, visto que muitos não conseguiram prosseguir ou, simplesmente, não acrescentaram o zero no quociente. Essa falta de compreensão foi mais acentuada na turma do 7º ano, já que no 6º ano apenas dois tiveram esse erro de compreensão e o restante erraram por meio de outros tipos de erros.

Assim, podemos observar que haverá uma melhora significativa se esse erro for sanado ou, então, diminuído, no entanto para essa melhora acontecer é necessário que o professor foque nesse tipo de erro trabalhando com materiais concretos de base múltipla como sugere Vergnaud e, também, trabalhar com questões semelhantes como sugere Gitirana (2014), pois segundo Lautert (2005) uma intervenção por meio de acompanhamento ajuda no aprendizado do aluno.

Ao analisarmos os itens que exigiam uma outra operação matemática antes da operação da divisão, percebemos um baixo índice de acerto que pode ser justificado pelas dificuldades dos alunos de interpretação dos problemas, pois alguns até que operaram com o algoritmo corretamente, no entanto, coletaram os dados errados fazendo com que não obtivesse êxito.

Parte desses erros ocorrem, principalmente, por falta de compreensão na leitura, mostrando que a matemática não é apenas operação e se o aluno não souber ler de forma compreensiva não obterá sucesso nas resoluções de problemas. Sendo assim, é necessário que a escola faça um trabalho pedagógico com os professores para que os mesmos possam trabalhar com atividades interdisciplinares em que o

aluno tenha capacidade de integrar os conceitos matemáticos em outras disciplinas e aprimorando o seu desempenho em situações problemas de matemática, como também, em outras áreas do conhecimento e na sua vida cotidiana.

Pelo item N4, que está no mesmo grau de dificuldade do N3, foi observado uma melhora na compreensão do problema por parte dos alunos do 7º ano, pois embora o resultado tenha sido baixo, os alunos que obtiveram êxito aplicaram corretamente o algoritmo da divisão, ao contrário dos alunos do 6º ano em que aqueles que obtiveram êxito usaram, na sua maioria, de outros métodos de resolução diferente da divisão, assim, pudemos observar que houve um amadurecimento por parte dos alunos no decorrer do ano letivo no 6º Ano.

O item N5 mostra claramente que os alunos, independentemente do 6º ou 7º ano, sentem grandes dificuldades com a compreensão da leitura, em alguns casos até mais que operar corretamente com o algoritmo da divisão, pois pelos resultados vimos que se essa dificuldade fosse inexistente teríamos mais de 50% de acerto no 6º ano e chegando pouco mais de 63% no 7º ano, assim, mais uma vez o resultado mostra que o professor deverá focar nas leituras dos enunciados, já que não adianta o aluno saber operar com os algoritmos matemáticos se o mesmo não tiver capacidade de coletar os dados corretamente nos problemas propostos.

Os itens N6 e N7 foram considerados, na pesquisa, como os itens em que o aluno poderia ter mais dificuldades pelo nível de interpretação e, realmente, os resultados obtidos mostraram que os alunos das duas séries tiveram dificuldades nesses dois itens já que no 6º ano teve apenas um acerto no item N6 e dois no item N7.

Resultado semelhante foi obtido no 7º ano em que teve apenas um acerto no item N6 e três acertos no item N7, no entanto, o resultado mostrou que no item N6 o erro de compreensão da leitura foi expressivo sendo 15 no 6º ano e 22 no 7º ano, erro causado pela frase “duas vezes mais” levando os mesmos a interpretar como uma multiplicação direta dos valores colhidos no problema. No item N7, o resultado foi parecido com os obtidos no item N6 e, mais uma vez, tal erro foi condicionado a falta de leitura coerente.

Levando em consideração as duas séries pesquisadas, o 7º ano obteve melhor resultado, no entanto, eles erraram bastante na compreensão dos dados, já o 6º ano errou tanto na compreensão dos dados quanto na execução do algoritmo. Fica

evidente que o alunado está com deficiência na leitura dos problemas, além de dificuldades na utilização do sistema de numeração decimal. Muitos não sabem fazer as transformações devidas e, muito menos, sabem quando deve ser acrescentado o zero no quociente ao executar o algoritmo, já que esse foi um dos erros mais cometidos tanto no 6º quanto no 7º ano.

De modo geral, pelas discussões apresentadas podemos concluir que o nível de compreensão e de capacidade de resolução de problemas envolvendo a operação de divisão dos alunos analisados na pesquisa está baixo. Os tipos de erros cometidos mostram que os alunos, na sua maioria, não sabem identificar o objetivo da questão, levando o mesmo a escrever algum cálculo de modo aleatório ou, até mesmo, deixando a questão em branco.

Apesar disso, tivemos alguns alunos no 6º ano e no 7º ano que demonstraram ter total compreensão e capacidade nas resoluções dos problemas, em virtude dos mesmos terem organização na coleta correta dos dados e habilidades na execução do algoritmo da divisão, sendo que houveram alguns que usaram de métodos diferentes aplicando outro tipo de algoritmo, porém tiveram domínio, levando-o à solução correta do problema.

Identificadas as duas dificuldades que tiveram maior peso na pesquisa, como contribuição, sugere-se que o professor trabalhe com atividades que foque, principalmente, nessas duas vertentes, possibilitando ao aluno condições de melhorar na compreensão e capacidade de resolução de problemas matemáticos, não só de divisão, mas também, em outros tipos de problemas.

REFERÊNCIAS

- BENVENUTTI, Luciana Cardoso. **A Operação Divisão: um estudo com alunos de 5ª série**, 2008, 60p. (Dissertação de Mestrado). Universidade do Vale do Itajaí-UNIVALI, Itajaí.
- BRASIL, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros curriculares nacionais. Matemática: Ensino de primeira à quarta série**. I. ed. Brasília: MEC/SEF, v. 3, 1997.
- CUNHA, Maria Carolina Cascino. **As Operações de Multiplicação e Divisão junto a alunos de 5ª e 7ª séries**, 1997, p.127. (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo-PUC, São Paulo.
- DAVIS, Cláudia; OLIVEIRA, Zilma de Moraes Ramos de, **Psicologia da Educação**, 2ª edição, São Paulo, Cortez, 1994.
- DE LA TORRE, Saturnino. **Aprender com os Erros: o Erro Como Estratégia de Mudança**. 1ª. ed. Porto Alegre: Artmed, v. I, 2007.
- FREIRE, R. S., CABRAL, B. D. S., FILHO, J. A. D. C. Estratégias e erros utilizados na resolução de problemas algébricos. In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM COMPROMISSO SOCIAL**, Recife, 15 a 18 de Julho de 2004.
- GITIRANA, Verônica; CAMPOS, Tânia Maria Medonça; MAGINA, Sandra; SPINILLO, Alina Galvão. **Repensando multiplicação e divisão: contribuições da teoria dos campos conceituais**. 1ª. ed. São Paulo: PROEM, v. I, 2014.
- LAUTERT, Síntria Labres. **As dificuldades das crianças com a divisão: um estudo de intervenção**, 2005, 271p. (Tese de Doutorado). Universidade Federal de Pernambuco-UFPE, Recife.
- MAGINA, Sandra Maria Pinto; SANTOS, Aparecido dos; MERLINI, Vera Lucia. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciênc. educ. (Bauru)**, Bauru, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-73132014000200517&lng=pt&nrm=iso>. acessos em 29 jul. 2018.
- NUNES, Terezinha.; BYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática**. 1ª. ed. Porto Alegre: ARTMED, v. I, 1997.
- NUNES, Terezinha; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; MAGINA, Sandra; BRYANT, Peter. **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: Números e operações numéricas**. 1ª edição. São Paulo, Cortez, 2005, 206p.
- PARANÁ, SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO, **Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná**. Curitiba: [s.n.], 2008.

RAMOS, Maria Luiza Perdigão Diz. A importância da análise didática dos erros matemáticos como estratégia de revelação das dificuldades dos alunos. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, V. 10, nº 1, p. 132-149, setembro. 2015. ISSN 1981-1322. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/19811322.2015v10n1p132>>. Acesso em: 29 jun. 2018.

RICO, Luis. Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas In: KILPATRICK, J., GOMES, P. e RICO, L. **Educación Matemática**. Colômbia: Grupo Editorial Iberoamérica, p.69-108, 1995.

SALES, Daisy Aparecida Rodrigues. A SUPERACÃO DA DIFICULDADE EM APRENDER A OPERAÇÃO DA DIVISÃO. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. Os desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE, 2013. Curitiba: SEED/PR, 2016. V.1 (Cadernos PDE) disponível em: <http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=20>. Acesso em: 08 fev. 2018

SILVA, Edna Lúcia da; MENEZES, Estera Muszkat. **Metodologia da Pesquisa e Elaboração de Dissertação**. 4ª ed. rev. atual. Florianópolis: UFSC, 2005, p. 140.

TERESINA, Prefeitura de. Perfil dos Bairros Regional SDU Centro Norte: Bairro Buenos Aires. TERESINA-PI, 2014, 7p.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. 3ª. ed. Curitiba: UFPR, v. I, 2014.

VERGNAUD, Gérard. Teoria dos campos conceituais. **Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**, Rio de Janeiro, 1993. P.26.

WOOD, D. **como as crianças pensam e aprendem**: os contextos sociais do desenvolvimento cognitivo. São Paulo: Loyola, 2003.