



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

MARCUS VINÍCIUS DE OLIVEIRA LIMA

**A ANÁLISE COMBINATÓRIA COM O JOGO DE
DOMINÓ: o Lustrado**

Orientador: Francisco Cristiano da Silva Macêdo

Outubro/2018
Floriano/PI

MARCUS VINÍCIUS DE OLIVEIRA LIMA

**A ANÁLISE COMBINATÓRIA COM O JOGO DE
DOMINÓ: o Lustrado**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Matemática

Orientador: Prof. Dr. Francisco Cristiano da Silva Macêdo

Outubro/2018
Floriano/PI

Catálogo na Fonte: Andreina Alves de Sousa Virginio
Bibliotecária
CRB3 1055

F732a Lima, Marcus Vinícius de Oliveira.

A análise combinatória com o jogo de dominó : o Lustrado.
– [manuscrito] / Marcus Vinícius de Oliveira Lima. – 2018.

96 f.

Cópia de computador (printout)

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI, 2018.

“Orientação: Prof. Dr. Francisco Cristiano da Silva Macêdo”.

1 Análise combinatória. 2. Jogo de dominó Lustrado.
3. Metodologias de ensino. I. Título

CDD 511.6



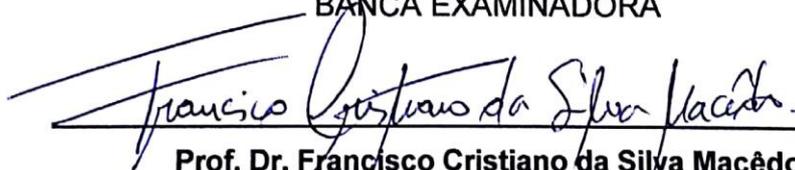
MARCUS VINÍCIUS DE OLIVEIRA LIMA

“A análise combinatória com jogos de dominó: lustrado”

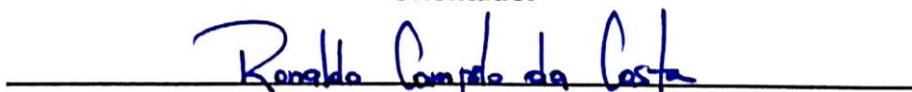
Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí, como parte integrante dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 26/10/2018.

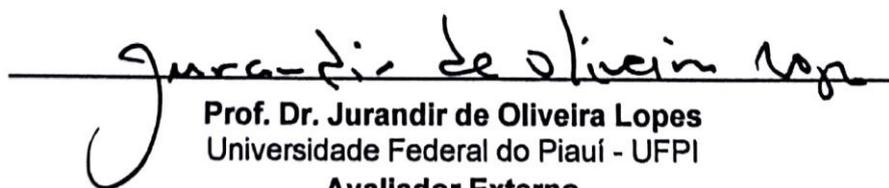
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Francisco Cristiano da Silva Macêdo
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI
Orientador



Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI
Avaliador Interno



Prof. Dr. Jurandir de Oliveira Lopes
Universidade Federal do Piauí - UFPI
Avaliador Externo

*À minha Mãe, Normandia de Oliveira Lima
por todos os ensinamentos e pela pessoa
maravilhosa que é e sempre será. Meu
alicerce e meu porto seguro.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, meu Eterno e Supremo Senhor, com sua presença constante, inspirando-me, fortalecendo-me e honrando-me com vitórias sobre todos os obstáculos surgidos ao longo do meu caminho e pelas bênçãos e graças dadas a mim e a quem me rodeia.

À minha querida Mãe, Normandia, que em todos os momentos deste trabalho esteve presente, dando-me força e ajuda nas horas difíceis, e, acima de tudo, o exemplo da grande professora que é. Obrigado, Mamãe!

À minha Esposa, Maura da Costa Andrade Lima, minha companheira de todas as horas e nos momentos fáceis e difíceis, pela tolerância, paciência de esperar quando não podia estar presente ao seu lado. Agradeço a Deus todos os dias por ter te colocado no meu caminho.

À minha filha, minha menininha, meu amorzinho, Maria Isabella Andrade Lima por ser uma das razões de estar aqui e dar o meu melhor como um pai.

Ao meu filho (a) que virá a nascer o qual também espero ansioso.

Ao meu Pai, José Alberto e aos meus irmãos Fernanda, José Alberto, Ana Paula, Marcio José, Dennyse, Giselle, pelo carinho que me dedicam. Aos Sobrinhos, Cunhados e demais familiares.

À minha Tia Joaninha, por ter me acolhido durante todo o processo do mestrado em sua casa, como também durante meu ensino médio me ajudando em toda minha caminhada do conhecimento.

A todos os colegas amigos da turma do Mestrado do PROFMAT, colegas e professores, pelo companheirismo e troca de experiências durante todo o curso, em especial, Valdeci Nunes, Nilmar Fonseca, Miguel Rodrigues e meu orientador Prof. Dr. Cristiano Macêdo.

Aos meus alunos do 2º ano do curso Técnico em Agroindústria do Instituto Federal do Piauí – IFPI, campus Uruçuí.

A todos aqueles que, direta ou indiretamente, participaram deste trabalho.

Muito obrigado a Todos!

RESUMO

LIMA, M. V. O. **A análise combinatória com o jogo de dominó: o lustrado.** 2018. 96 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano, Floriano, 2018.

Destaca os aspectos relevantes perceber no jogo de dominó pontas de cinco para elaboração de um modelo didático de ensino como contribuição para aprendizagem do conteúdo de análise combinatória para estudantes do ensino médio. Tem como objetivo investigar os aspectos relevantes no jogo de dominó Lustrado para composição de modelo didático para o ensino e aprendizagem do conteúdo de Análise Combinatória pelos estudantes do ensino médio. Foi constituída por 36 estudantes do Instituto Federal de Ciência e tecnologia do Estado do Piauí – IFPI – Campus Uruçuí durante o ano letivo de 2018. O levantamento dos dados da pesquisa foi através da intervenção do professor com o uso do jogo de dominó Lustrado, o conteúdo ministrado e pelo questionário impresso. Realiza-se uma contextualização do jogo de dominó Lustrado com a análise combinatória onde se demonstra as combinações evidenciadas pelo jogo por meio de tabelas e se analisa os aspectos relevantes para a composição de um modelo didático de ensino com o dominó. Analisam-se as atividades realizadas com os estudantes na escola, relaciona a estruturas do conhecimento como as limitações e as possibilidades para esse modelo didático para ensinar análise combinatória. Tem como resultado a aceitação do jogo como ferramenta para o entendimento de Análise combinatória, bem como estratégias e um modelo de ensino que pode ser utilizadas para auxiliar esse entendimento. A pesquisa mostra que o jogo influenciou na aprendizagem dos estudantes de forma significativa, foi possível entender as dificuldades dos estudantes na compreensão de significados e das aplicações no cotidiano dos conceitos e ideias analisados.

Palavras-chave: Ensino e Aprendizagem. Jogo de Dominó Lustrado. Análise Combinatória.

ABSTRACT

LIMA, M. V. O. **The combinatorial analysis with the domino game: the Lustrado.** 2018. 96p. Dissertation (Master degree) – Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano, Floriano, 2018.

Highlights the relevant aspects perceived in the dominoes game of five to elaborate a didactic model of teaching as contribution to learning the content of combinatorial analysis for high school students. It aims to investigate the relevant aspects in the domino game Lustrado for composition of didactic model for the teaching and learning of the content of Combinatorial Analysis by high school students. It was constituted by 36 students from the Federal Institute of Science and Technology of the State of Piauí – IFPI – Campus Uruçuí during the academic year of 2018. The survey data was collected through the teacher's intervention using the Lustrado domino game, content and the printed questionnaire. A contextualisation of the domino game is carried out. This is illustrated by the combinatorial analysis, which demonstrates the combinations evidenced by the game through tables and analyzes the relevant aspects for the composition of a didactic teaching model with dominoes. The activities carried out with the students in the school are analyzed, related to knowledge structures as limitations and possibilities for this didactic model to teach combinatorial analysis. It results in the acceptance of the game as a tool for the understanding of Combinatorial Analysis, as well as strategies and a teaching model that can be used to assist this understanding. The research shows that the game influenced students' learning in a meaningful way, it was possible to understand the students' difficulties in understanding meanings and applications in the daily life of the concepts and ideas analyzed.

Keywords: Teaching and Learning. Lustrado Domino Game. Combinatorial Analysis.

CONBRAD – Confederação Brasileira de Dominó

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Peças de um Dominó tradicional.....	25
Figura 2 – Disposição das peças no jogo tradicional.	26
Figura 3 – Soma de duas extremidades com um camburão.	28
Figura 4 – Disposição de jogadas com três extremidades.	28
Figura 5 – Disposição de jogadas com quatro extremidades.	29
Figura 6 – Aplicação do questionário sobre o desenvolvimento do trabalho.....	33
Figura 7 – Aplicação do questionário sobre o desenvolvimento do trabalho.....	34
Figura 8 – Aplicação do questionário sobre o desenvolvimento do trabalho.....	34
Figura 9 – Aplicação do questionário sobre o desenvolvimento do trabalho.....	35
Figura 10 – Apresentação do Dominó para os estudantes	37
Figura 11 – Apresentação de possíveis combinações do Jogo para os Estudantes.	38
Figura 12 – Estudante calculando combinações do Jogo	38
Figura 13 – Estudante resolvendo combinações de determinada opção do Jogo	39
Figura 14 – Exemplo de combinações de uma situação de soma 10 pontos com duas extremidades	40
Figura 15 – Estudantes executando o Jogo de dominó Lustrado.....	60
Figura 16 – Estudantes aplicando jogadas com o Lustrado	60
Figura 17 – Estudantes executando o Jogo de dominó Lustrado.....	61
Figura 18 – Estudantes executando o Jogo de dominó Lustrado.....	61
Figura 19 – Estudantes executando o Jogo de dominó Lustrado.....	62
Figura 20 – Estudantes executando o Jogo de dominó Lustrado.....	62
Figura 21 – Estudantes executando o Jogo de dominó Lustrado.....	63
Figura 22 – Disposição de uma jogada com peças estabelecidas	80
Figura 23 – Disposição de uma situação com peças estabelecidas	82
Figura 24 – Mudança de uma peça para obtenção de 20 pontos	83
Figura 25 – Mudança de uma peça para obtenção de 10 pontos	83

LISTAS DE TABELAS

Tabela 1 – Combinações com duas extremidades de soma 5 pontos	42
Tabela 2 – Combinações com duas extremidades de soma 10 pontos	43
Tabela 3 – Combinações com duas extremidades de soma 15 e 20 pontos	44
Tabela 4 – Combinações com três extremidades de soma 5 pontos	45
Tabela 5 – Combinações com três extremidades de soma 10 pontos	46
Tabela 6 – Combinações com três extremidades de soma 15 pontos	47
Tabela 7 – Combinações com três extremidades de soma 20 pontos	48
Tabela 8 – Combinações com três extremidades de soma 25 e 30 pontos	48
Tabela 9 – Combinações com quatro extremidades de soma 5 pontos	49
Tabela 10 – Combinações com quatro extremidades de soma 10 pontos que apresentam pelo menos uma pedra branca na extremidade	50
Tabela 11 – Combinações com quatro extremidades de soma 10 pontos sem peças brancas nas extremidades	51
Tabela 12 – Combinações com quatro extremidades de soma 15 pontos com, pelo menos, uma peça branca nas extremidades.....	52
Tabela 13 – Combinações com quatro extremidades de soma 15 pontos sem peças brancas e com número 1 em, pelo menos, uma extremidade.....	53
Tabela 14 – Combinações com quatro extremidades de soma 15 pontos sem peças brancas e sem número 1 nas extremidades.....	54
Tabela 15 – Combinações com quatro extremidades de soma 20 pontos com, pelo menos, uma peça branca nas extremidades.....	54
Tabela 16 – Combinações com quatro extremidades de soma 20 pontos sem peças brancas nas extremidades (1ª parte).	55
Tabela 17 – Combinações com quatro extremidades de soma 20 pontos sem peças brancas nas extremidades (2ª parte).	56
Tabela 18 – Combinações com quatro extremidades de soma 25 pontos.....	57
Tabela 19 – Combinações com quatro extremidades de soma 30 e 35 pontos	58
Tabela 20 – Possibilidades de jogadas com uma situação estabelecida	81

LISTAS DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Conhecimento sobre o Jogo de Dominó Lustrado	64
Gráfico 2 – Compreensão do objetivo do jogo de Dominó Lustrado	65
Gráfico 3 – Aprendizagem da Análise combinatória com o jogo de Dominó Lustrado	66
Gráfico 4 – Entendimento do real sentido do jogo de Dominó Lustrado	67
Gráfico 5 – Percepção das combinações durante o Jogo de Dominó Lustrado	68
Gráfico 6 – Percentual de estudantes que aprenderam jogando.	69
Gráfico 7 – Atividade diferenciada.....	70
Gráfico 8 – Aprendendo jogando.....	71
Gráfico 9 – Nível de Habilidade de montar estratégias durante o jogo	72
Gráfico 10 – Um jogo desafiador.....	73
Gráfico 11 – Uso do conhecimento matemático no decorrer das partidas	75
Gráfico 12 – Aplicação de análise combinatória durante as partidas	75
Gráfico 13 – O jogo e o conhecimento a cerca da análise combinatória.....	77
Gráfico 14 – Motivação sobre o conhecimento de análise combinatória.....	78
Gráfico 15 – Melhoramento do conhecimento sobre combinatória com o jogo.	79

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	18
2.1 A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA NA PERSPECTIVA DE DAVID AUSUBEL	18
2.2 JOGOS NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA	19
3 CONTEXTUALIZANDO O JOGO DE DOMINÓ	24
3.1 O JOGO DE DOMINÓ CLÁSSICO	26
3.2 DOMINÓ E A ANÁLISE COMBINATÓRIA.....	26
3.3 REGRAS DO LUSTRADO OU PONTAS DE CINCO	27
4 METODOLOGIA	30
4.1 APRESENTAÇÃO DO JOGO DE DOMINÓ LUSTRADO – 1º ENCONTRO ..	31
4.2 EXECUÇÃO DO JOGO DE DOMINÓ LUSTRADO PELOS ESTUDANTES EM SALA DE AULA – 2º ENCONTRO	32
4.3 APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO AOS ESTUDANTES RELATIVO AO JOGO DE DOMINÓ LUSTRADO E A ANÁLISE COMBINATÓRIA – 3º ENCONTRO	33
5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	36
5.1 PERCEPÇÃO SOBRE A ADEQUAÇÃO DO JOGO LUSTRADO PARA TRABALHAR OS CONTEÚDOS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA	36
5.1.1 Preparação que antecede a percepção do jogo de dominó Lustrado e o conteúdo de análise combinatória.....	36
5.2 PLANEJAMENTO DE UMA ATIVIDADE EDUCATIVA EM SALA DE AULA ENVOLVENDO ANÁLISE COMBINATÓRIA COM O USO DO JOGO LUSTRADO ..	41
5.2.1 Cálculo das combinações com duas extremidades.....	41
5.2.2 Cálculo das combinações com três extremidadeS.....	44
5.2.3 Cálculo das combinações com quatro extremidades	49

5.3 ANÁLISE DAS ATIVIDADES REALIZADAS COM OS ESTUDANTES NA ESCOLA PARA APRENDIZAGEM DE ANÁLISE COMBINATÓRIA COM O JOGO DE LUSTRADO.....	59
5.4 PERCEPÇÃO DAS RELAÇÕES DE ESTRUTURAÇÃO DO CONHECIMENTO: AS LIMITAÇÕES RELEVANTES E AS POSSIBILIDADES	73
5.4.1 Análise das Situações de Limitações do jogo de Lustrado para um modelo para ensinar Análise Combinatória com dominó	73
5.4.2 Análise das situações do jogo de Lustrado como possibilidade para um modelo para ensinar Análise Combinatória com dominó	76
5.5 ELABORAÇÃO DE MODELO DIDÁTICO PARA ENSINAR ANÁLISE COMBINATÓRIA COM O LUSTRADO	79
5.5.1 Modelo 1 – Peças estabelecidas.....	80
5.5.2 Modelo 2 – Mudança da disposição das peças estabelecidas.....	82
6 CONSIDERAÇÕES.....	85
REFERÊNCIAS.....	87
APÊNDICE	89
ANEXO.....	91

1 INTRODUÇÃO

Quando refletimos sobre o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo matemático de Análise Combinatória, nos deparamos com a inquietação: será que os estudantes aprendem de fato este conteúdo ou apenas decifram e decoram fórmulas e equações?

Apesar dos avanços obtidos no campo educacional e a evidência de que herdamos os fazeres docentes de uma estrutura tradicional e, mesmo com as facilidades e/ou dificuldades das céleres transformações tecnológicas do modelo de sociedade atual, ainda nos deparamos com situações complexas para ensinar análise combinatória aos estudantes de ensino médio.

É notório que ao longo dos anos os professores foram considerados detentores do conhecimento, sendo a autoridade maior em sala de aula, os estudantes eram passivos, indiferentes, repetidores de processos mentais e temerosos em relação à ação docente, sobretudo a área de ciências exatas em que a matemática está inserida, imprimidas pelas leituras tradicionais positivista da época. Entretanto, com os avanços das pesquisas científicas no campo do conhecimento humano e da aprendizagem – que surgiram a partir do século XX –, novas abordagens teóricas epistemológicas tornaram obsoleto o modelo educativo supracitado.

Nesta direção, Ghedin (2011), descreve que,

Durante o século XX, o movimento educacional permeou no rompimento do modelo tradicional – fundamentado nas concepções psicológicas de estímulo resposta ($S \leftrightarrow R$) da psicologia tradicional – para outros que começam a desvelar compreensões mais apropriadas dos processos cognitivos humanos, como a superação de que a memória seria a única unidade da estrutura mental capaz de propiciar a aprendizagem, mas coexiste com outras unidades mentais como: o pensamento, a reflexão, a imaginação, a inteligência e outras (GHEDIN, 2011, vídeo).

Freire (1987, p. 58), coaduna ao parafrasear que “em lugar de comunicar-se, o educador faz comunicados”.

Estes aspectos supracitados, sobre práticas positivistas e tradicionais ainda são presentes em diversas formas nas práticas de ensinar e aprender, como é o caso do conteúdo de análise combinatória.

Assim sendo, é relevante e necessário desenvolver formas para ensinar análise combinatória aos estudantes de modo que sejam capazes de contribuir com a construção significativa deste conhecimento matemático pelos estudantes, que supere a decoração de equações e fórmulas matemáticas.

Dentre os inúmeros aspectos que possivelmente contribuam para uma aprendizagem de real significado aos estudantes, encontram-se na literatura: colocar o estudante como sujeito ativo protagonista de sua própria aprendizagem; relacionar os conhecimentos científicos ao cotidiano social; oferecer oportunidades para o desenvolvimento de atividades referentes aos conteúdos no plano sociocultural, dentre algumas outras. Estes aspectos podem ser encontrados nas teorias de David Ausubel, Vygotsky e Jean Piaget. No entanto, no que concerne aos conhecimentos de análise combinatória encontramos aspectos na teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel que possivelmente possa contribuir com a aprendizagem dos estudantes, como a relação com os conhecimentos prévios por exemplo.

Percebemos que na cidade de Uruçuí/PI o jogo de dominó é bastante apreciado por seus moradores, estando presentes jogadores, nas praças públicas, residências, nas escolas durante o intervalo de aulas e outros lugares de lazer. Ou seja, o jogo está inserido na cultura social local, sendo o *Lustrado* ou *Pontas de Cinco*, como conhecido em algumas regiões brasileiras, o que nos instigou a perspectiva de relacionar o jogo de dominó como ferramenta para ensinar análise combinatória aos estudantes.

A partir do exposto, elaboramos o seguinte problema científico: Quais aspectos são relevantes perceber no jogo de dominó, em particular aquele que está inserido no contexto social, para elaboração de um modelo didático como contribuição para o ensino e aprendizagem do conteúdo de análise combinatória para estudantes do ensino médio?

Deste modo, o presente trabalho tem como objetivo investigar os aspectos relevantes no jogo de dominó (*Lustrado*) para composição de modelo didático para o ensino e aprendizagem do conteúdo de Análise Combinatória pelos estudantes do ensino médio.

Para alcançar este objetivo, primeiramente, procuramos perceber se o jogo Lustrado se mostrava adequado para trabalhar os conteúdos de análise combinatória.

Posteriormente, procuramos planejar uma atividade educativa com o uso do jogo Lustrado, para desenvolver com os estudantes o relacionar dos conteúdos científicos com os do cotidiano, como também colocar os estudantes na perspectiva de sujeitos ativos no processo de aprendizagem.

Procuramos perceber as relações de estruturação do conhecimento, possibilidades e limitações na busca de aspectos relevantes para estruturar a prática sob a luz da teoria da aprendizagem significativa.

Com base nestas premissas, procuramos avaliar os tipos de situações de jogos com Lustrado que apresentam aplicabilidade com os conceitos da Análise Combinatória para construção de uma efetiva proposta.

O presente trabalho é apresentado em 07 capítulos que se encontram elencados do seguinte modo: No capítulo I, a introdução elencando o problema científico, bem como os objetivos, geral e específicos, da presente pesquisa evidenciando a relação entre o dominó e a análise combinatória.

No capítulo II, aborda-se a Aprendizagem significativa de David Ausubel como perspectiva teórica de ligação do Jogo e a Análise Combinatória no qual se trouxe a conexão do jogo de dominó, sua jogabilidade que este jogo proporciona.

No capítulo III, realiza-se a contextualização do jogo de dominó com a análise combinatória, bem como, o tratamento do Lustrado ou Pontas de Cinco como uma difusão do jogo clássico, porém, com mudanças necessárias à aplicação da metodologia para o estudo de tópico da análise combinatória e sobre as suas regras e as possíveis combinações e jogadas.

No capítulo IV, registra-se a metodologia aplicada evidenciando os encontros onde se apresenta o jogo de Lustrado, executa-se o jogo e aplica-se o questionário relativo ao jogo e a análise combinatória.

No capítulo V, apresenta-se a abordagem metodológica utilizada na pesquisa quanto à natureza, tratamento do problema, quanto aos objetivos, procedimentos técnicos, população e amostra e local do estudo. Neste capítulo faz-se a demonstração do jogo, suas especificidades e peculiaridades, sua jogabilidade e sua ligação com o assunto de análise combinatória. Também se analisa as

combinações com relação às suas possibilidades, emprego de equações afins à análise combinatória que permitem fazer o seu cálculo e as observações importantes sobre cada combinação de acordo com a quantidade de extremidades. Analisam-se alguns dos aspectos relevantes no jogo de dominó Lustrado para composição de um modelo didático de ensino com Dominó, como contributo para a aprendizagem do conteúdo de Análise Combinatória pelos estudantes do ensino médio. Ainda nesse capítulo, apresenta-se um modelo didático para ensinar análise combinatória com o Lustrado.

No capítulo VI, apresentaremos as considerações sobre o trabalho e sobre ao que se remete a pesquisa.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA NA PERSPECTIVA DE DAVID AUSUBEL

Um dos grandes estudiosos a enfatizar a aprendizagem significativa é certamente David Ausubel. A aprendizagem significativa busca entender o processo de como ele é na sua essência dando significados àquilo que se venha a aprender.

Para Ausubel, a aprendizagem é mais relevante à proporção que determinada informação é acrescentada a algum conhecimento prévio relativo ao conteúdo a ser ministrado onde ele passa a dar um significado ao novo conhecimento.

Para Pivatto (2013).

“[...] a ideia central de aprendizagem significativa é uma reorganização clara da estrutura cognitiva, isto é, um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante na estrutura do conhecimento do estudante. A aprendizagem significativa é uma tentativa de fornecer sentido ou estabelecer relações de modo não arbitrário e substancial (não ao pé da letra) entre os novos conhecimentos e os conceitos que existem no estudante”. (PIVATTO, 2013, p.04)

A partir do momento que esse significado da informação não venha a ter relevância ela se tornará uma “aprendizagem mecânica” ou “Aprendizagem repetitiva”. Segundo Santos (2008), se o conhecimento se passar de forma isolada ou por meio de informações arbitrária o estudante não incorporará e não atribuirá um significado.

Por ‘aprendizagem significativa’, entende-se essencialmente um tipo distinto de processo de aprendizagem, bem como um resultado de aprendizagem significativa – alcance de um novo significado – apenas num plano secundário, que reflete necessariamente a operação e o acabamento de tal processo. (AUSUBEL, 2003, p.56)

Santos (2008) corrobora que quando o conteúdo escolar a ser aprendido não consegue ligar-se a algo já conhecido ocorre a aprendizagem mecânica pois as informações não interagem com os conceitos existentes na estrutura cognitiva. Isso significa que o que foi decorado pode ser esquecido dias após as referidas avaliações.

Por esse motivo, buscou-se estabelecer uma relação de uma atividade cotidiana, nesse caso, um jogo, que permitisse que os estudantes interligassem um conhecimento prévio com um conteúdo matemático, nesse caso, a análise combinatória, para auxiliar todo esse processo de aprendizagem dando um significado para esse conteúdo.

E Ausubel (2003) ainda reitera:

A aprendizagem significativa como processo pressupõe, por sua vez, que os aprendizes empreguem quer um mecanismo de aprendizagem significativa, quer que o material que apreendem seja potencialmente significativo para os mesmos, ou seja, passível de se relacionar com as ideias relevantes ancoradas nas estruturas cognitivas dos mesmos. (AUSUBEL, 2003, p.56)

A ideia de trazer um jogo de dominó para fazer uma interligação entre o conhecimento de análise combinatória com os conhecimentos já existentes no cotidiano dos estudantes com simples combinações nas quais, estes não utilizavam a análise com conceitos técnicos, mas apenas com conceitos comuns os quais não necessitariam de cálculos matemáticos propriamente ditos.

Dessa forma, tenta-se buscar a construção desse conhecimento usando expressões como as dos cálculos de combinações simples, demonstrando todas as possíveis possibilidades que o jogo permite para que essa “aprendizagem mecânica” deixe de existir e que se tenha uma aprendizagem realmente significativa.

2.2 JOGOS NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Os jogos em aulas de matemática são capazes de colocar o estudante em atividade de observação e de elaborar estratégias, assim como propiciar o estímulo de estruturas mentais além da memória possivelmente capazes de promover o desenvolvimento da aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

De forma semelhante compreende Mendonça (2016), ao afirmar que:

Os jogos no ensino da Matemática têm se caracterizado como um recurso que permite a motivação para aprender e o desenvolvimento de outros aspectos importantes para o aluno, tais como o raciocínio lógico, a linguagem, a criatividade e a memorização de alguns conceitos matemáticos. Da utilização dos jogos incorre ainda a mudança de postura docente que passa a ser o mediador do processo de ensino e, atrelado a isso, passa a valorizar as ações dos alunos. (MENDONÇA, 2016, p.01).

Ainda segundo o autor, uma mudança na postura docente diante da atividade de ensinar, o que promove uma maior interação entre o professor e seus estudantes, entretanto, deve-se perceber que a ação de jogar atrelada ao conteúdo matemático não garantem por si só a aprendizagem. Pois é preciso saber fazer e o que está se fazendo e, este atributo, ou melhor, esta habilidade cabe ao professor, por isto é necessário que tanto o jogo quanto conteúdos e ações e operações docentes estejam coadunados, ou seja, combinados a uma teoria do conhecimento que os sustentem.

Mendonça (2016), ainda parafraseia que “o jogo por si pode não representar um artifício metodológico eficaz se não for acompanhado de uma teoria que justifique sua aplicação diante do saber a ser ensinado em determinada sessão didática”.

Ainda no mesmo raciocínio, Moura (1992), afirma que:

O jogo para ensinar Matemática deve cumprir o papel de auxiliar no ensino do conteúdo, propiciar a aquisição de habilidades, permitir o desenvolvimento operatório do sujeito e, mais, estar perfeitamente localizado no processo que leva a criança do conhecimento primeiro ao conhecimento elaborado. (MOURA, 1992, p. 47).

Observa-se que a aprendizagem matemática por meio do jogo não se trata apenas de um processo a ser desenvolvido em sala de aula, como técnica, como articulação entre o jogo e o conhecimento matemático. Mas, uma atividade de maior complexidade. Isto porque o conteúdo no sentido de assunto matemático, ou seja, como conhecimento conceitual da matemática, não supera a aprendizagem memorística, porque despreza o conteúdo matemático enquanto procedimental e atitudinal e acaba em não promover o desenvolvimento de habilidades e competências para o conteúdo matemático, mas o hábito de jogar. É no desenvolvimento das ações e das operações de jogar, vinculadas a ações e operações matemáticas que se desenvolvem as habilidades teóricas e práticas, e surge a personalidade que, vinculados à prática do jogar um jogo presente no meio sociocultural do aprendiz, como conhecimento prévio ou âncora, auxiliarão na atividade do aprender o novo conteúdo matemático.

Por meio da utilização de jogos, o aluno constrói seu conhecimento de maneira ativa e dinâmica e os sujeitos envolvidos estão geralmente mais propícios à ajuda mútua e à análise dos erros e dos acertos, proporcionando uma reflexão em profundidade sobre os conceitos que estão sendo discutidos. Isto proporciona ao professor condições de analisar e de compreender o desenvolvimento do raciocínio do aluno e de dinamizar a relação entre ensino e aprendizagem, por meio de reflexões sobre as jogadas realizadas pelos jogadores. (TEIXEIRA, 2014, p. 304).

O que se observa em sala de aula atualmente é a necessidade não apenas de ferramentas, mas do conhecimento de formas coerentes e sólidas que possam proporcionar de fato o aproveitamento dos conteúdos da matemática que são abordados no ensino médio.

Com o conteúdo de análise combinatória não é diferente, em que se ensina começando por princípios no plano conceitual básicos como o aditivo e multiplicativo, até os conceitos mais refinados, como é o caso das permutações completas. Conceitos estes, dos quais os estudantes do 2º ano não chegam com uma bagagem nem sequer teórica para que eles compreendam a partir de determinado ponto de partida que são assumidos em livros e pelos professores como, por exemplo, em casos de combinações, fatoriais, além de operações básicas com frações.

Os jogos chamam a atenção desses estudantes e ajudam a enxergar os conceitos envolvidos, como por exemplo, os conceitos de contagem. Desse modo, deve-se trazer jogos que possibilitem, de forma clara e objetiva, selecionando-os de acordo com o conteúdo a ser ministrado. Ao mesmo tempo em que se faz isso, busca-se uma simplificação dos conceitos trabalhados.

Outro motivo para a introdução de jogos nas aulas é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos, que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva. Notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos jogam apresentam um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem. (BORIN, 1996, p.9).

A aplicação dos jogos amplia a coletividade e proporciona motivação, diferença para construção de conhecimento. Dessa forma, pode-se intermediar, sempre que possível, um jogo como estratégia de ensino.

Jogando o aluno vai refletir, analisar, levantar hipóteses e testá-las para conseguir vencer o jogo, por isso os jogos devem ser utilizados ocasionalmente para completar as atividades produzidas durante as aulas diárias, ocupando um horário dentro do planejamento da aula, de modo que o educador possa explorar todo o potencial do jogo. (SILVA, 2007, p. 04).

Neste sentido Grandó (2004) comenta:

Ao analisarmos os atributos e/ou características do jogo que pudessem justificar sua inserção em situações de ensino, evidencia-se que este representa uma atividade lúdica, que envolve o desejo e o interesse do jogador pela própria ação do jogo, e mais, envolve a competição e o desafio que motivam o jogador a conhecer seus limites e suas possibilidades de superação de tais limites na busca pela vitória, adquirindo confiança e coragem para se arriscar. (GRANDÓ, 2004, p. 24).

Pode-se propiciar um jogo que evidencie a análise combinatória e suas possibilidades de combinações. Nesse sentido, Ferreira (2013) afirma sobre a análise combinatória:

O ensino da Análise Combinatória, quando explorado através de uma utilização adequada e diversificada da metodologia de resolução de problemas; colocando o aluno numa posição de ação e de participação efetiva na construção de seu conhecimento, valorizando seu pensamento, suas ideias, experiências formais e informais e o trabalho em grupo, contribui para desenvolver no educando o raciocínio lógico-matemático, a criatividade e a capacidade de resolver problemas, colaborando com o desenvolvimento de processos cognitivos e aquisição de atitudes, características essenciais na formação do cidadão atuante e crítico. Além disso, compreender os conceitos da Combinatória é fundamental no estudo de outros ramos da Matemática, como o de Probabilidades e Estatística. Tendo aplicabilidade, também, em outras áreas do conhecimento: Biologia, Informática, Engenharia, Química, entre outras. (FERREIRA, 2013, p. 16).

Deve-se salientar que os jogos aplicados nesta pesquisa poderão ser adquiridos de forma artesanal, industrializados ou virtuais. E todos os jogos aplicados deverão ter cunho combinatório.

Como afirma Teixeira (2013):

Um jogo combinatório é um jogo sequencial com informação completa, isto é, jogos onde os jogadores jogam alternadamente e sabem tudo sobre a posição corrente do jogo e os possíveis lances a cada momento. Em particular, "informação completa" significa que o elemento de sorte/azar/probabilidade não pode estar presente no jogo, nem pode haver "cartas escondidas" ou algo do gênero. (TEIXEIRA, 2013, p. 1).

Afirma Lorezanto (2009) que:

Os recursos didáticos nas aulas de matemática envolvem uma diversidade de elementos utilizados principalmente como suporte experimental na organização do processo de ensino e aprendizagem. Entretanto, considero que esses materiais devem servir como mediadores para facilitar a relação professor/aluno/conhecimento no momento em que um saber está sendo construído. (LOREZANTO, 2009, p.78)

3 CONTEXTUALIZANDO O JOGO DE DOMINÓ

O jogo de dominó tradicional tem origem incerta. Ao que se sabe, é que era um jogo bastante popular na Europa e na Ásia.

Assim como outros jogos populares – o xadrez e os jogos de cartas – o dominó, possui origem incerta. Há quem acredite que ele foi criado pelos chineses, há três séculos. Alguns historiadores acreditam que ele foi introduzido na Europa, primeiramente na Itália, no século XVIII, chegando à Inglaterra algumas décadas depois. (SILVA, 2006, p. 01)

Por sua vez, Menino afirma,

A origem do jogo é incerta; o próprio nome Dominó, conforme o dicionário enciclopédico Larousse, é oriundo da expressão latina “Benedicamus Domino”, cujo significado é “Bendigamos ao Senhor”. Outros localizam a origem em “Domino Gratias” (Graças ao Senhor). As cores, preto e branco, em geral empregadas em suas peças, parecem estar relacionadas com a pele da morsa, utilizada na murça dos trajes de alguns dignatários eclesiásticos. (MENINO, 2007, p.01).

De maneira geral, quando se quer saber quantas peças diferentes podem ser formadas em um jogo de dominó, poderíamos usar quantidades diferentes para saber real necessidade sobre o número de peças, ou seja, se usando os números 0, 1, 2, 3, 4, ..., n, pode-se calcular pois, como se sabe, peças de dominó contém sempre dois números: [1|2], [0|0], [5|4], [6|6], [0|n], e etc. Para contá-las, pode-se proceder da seguinte forma:

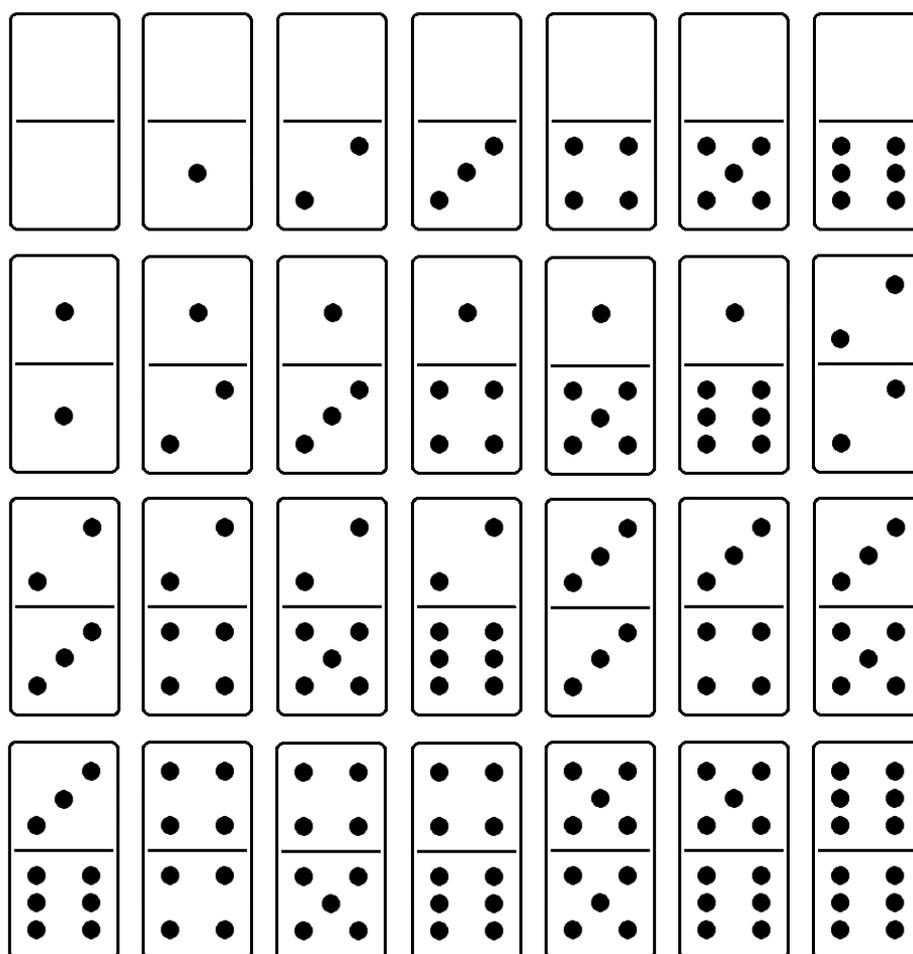
1° caso: peças com números diferentes. Basta contar de quantas maneiras podemos escolher os dois números para pôr na peça, na equação (I):

$$C_{(n+1),2} = \frac{(n+1).n}{2} \quad (I)$$

2° caso: peças com número iguais. Agora são $(n + 1)$ peças, pois vai do zero ao n : [0|0], [1|1], [2|2], ..., [n|n]. Assim, o total de peças será calculado em (II) por:

$$\frac{(n+1).n}{2} + (n+1) = \frac{(n+1).(n+2)}{2} \quad (II)$$

Figura 1 – Peças de um Dominó tradicional.



Fonte: LIMA, M. V. O. (Mar/2018)

Como mostra a figura 1, observa-se 28 peças divididas em duas partes identificando 7 números que variam de 0 a 6, havendo, assim, uma combinação de todos os números entre si podendo haver repetição. Como existem 8 possibilidades de cada número (valor), pois de um lado ela pode ser distribuída 7 vezes, inclusive por ela mesmo (totalizando 8 aparições), essa combinação é gerada a partir da expressão (III) ou da (IV):

$$C_{8,2} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28 \quad (\text{III})$$

ou

$$CR_{7,2} = \frac{7 \cdot 8}{1 \cdot 2} = 28 \quad (\text{IV})$$

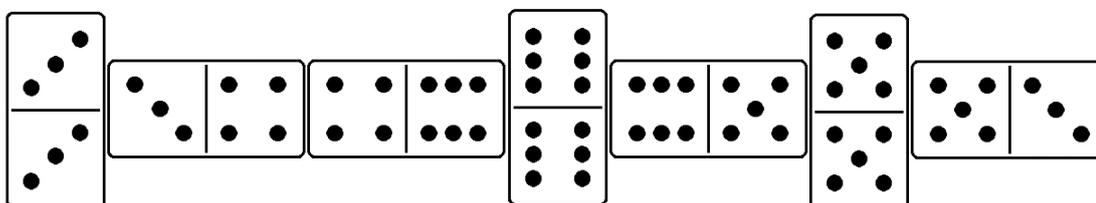
3.1 O JOGO DE DOMINÓ CLÁSSICO

O dominó é um jogo que existe uma gama de maneiras de se jogar. Isso depende da criatividade e da versatilidade dos jogadores, podendo haver a necessidade de 2 a 4 jogadores em sua normalidade. E existem também algumas regras que mudam de região para região, assim como de pessoas para pessoas. Só depende das regras que sejam especificadas ao início de cada partida, rodada ou disputa.

No Brasil, a Confederação Brasileira de Dominó – CONBRAD especifica as Regras Brasileiras do Dominó em Competições Oficiais em outubro de 2012 (vide ANEXO) estabelecendo e esclarecendo sobre como proceder em tais competições.

Tais regras são para o jogo convencional e clássico que a maioria das pessoas estão acostumadas a jogar. Cabe aqui ressaltar que existem possibilidades diversas para se jogar dominó.

Figura 2 – Disposição das peças no jogo tradicional.



Fonte: LIMA, M. V. O. (Mar/2018)

3.2 DOMINÓ E A ANÁLISE COMBINATÓRIA

O jogo de dominó possui 28 peças distintas. Quatro jogadores repartem entre si essas 28 peças, ficando cada um com 7 peças. Desse modo, cabe o questionamento: de quantas maneiras distintas pode-se fazer tal distribuição?

O primeiro recebe 7 peças de 28.

$$C_{28,7} = \frac{28!}{7!(28-7)!} = \frac{28!}{7! \cdot 21!} = \frac{28 \cdot \dots \cdot 22}{7!} \quad (I)$$

O segundo recebe 7 peças de 21.

$$C_{21,7} = \frac{21!}{7!(21-7)!} = \frac{21!}{7! \cdot 14!} = \frac{21 \cdot \dots \cdot 15}{7!} \quad (\text{II})$$

O terceiro recebe 7 peças de 14.

$$C_{14,7} = \frac{14!}{7!(14-7)!} = \frac{14!}{7! \cdot 7!} = \frac{14 \cdot \dots \cdot 8}{7!} \quad (\text{III})$$

Pelo princípio fundamental da contagem e multiplicando (I), (II) e (III), o total será:

$$\frac{28 \cdot \dots \cdot 22}{7!} \cdot \frac{21 \cdot \dots \cdot 15}{7!} \cdot \frac{14 \cdot \dots \cdot 8}{7!} = \frac{28 \cdot \dots \cdot 8}{(7!)^3} \quad (\text{IV})$$

Multiplicando (IV) por $\frac{7!}{7!}$, temos:

$$\frac{28 \cdot \dots \cdot 8}{(7!)^3} \cdot \frac{7!}{7!} = \frac{28!}{(7!)^4} \quad (\text{V})$$

3.3 REGRAS DO LUSTRADO OU PONTAS DE CINCO

O jogo de Lustrado ou Pontas de Cinco segue a mesma ideia do jogo de dominó tradicional, mas com algumas especificidades. Assim como o dominó tradicional, o Lustrado tem suas variações que dependem da região ou de acordos previamente estabelecidos.

Dessa forma, em um jogo normal com quatro jogadores e estes com sete peças nas mãos, estabeleceremos as seguintes regras:

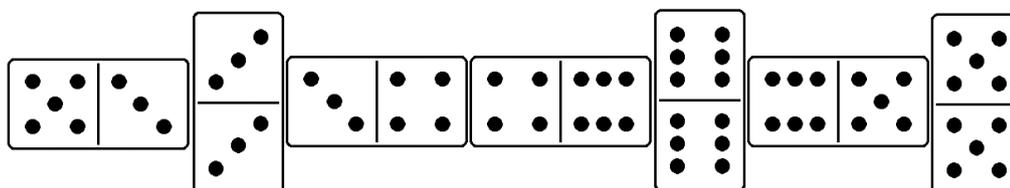
a) Segue a saída aquele que tiver o camburão (ou carrilhão) de 6 (sena). Nota-se que nunca na saída inicial do torneio alguém marca pontos, uma vez que o *camburão de sena* tem extremos 6 com 6, portanto 12, que não é múltiplo de 5. Dessa forma a probabilidade é nula de marcar pontos.

b) Ao passo que as peças forem jogadas, somam-se as extremidades e verificando se as somas são múltiplas de 5. Cada vez que for somado um múltiplo de 5, marca-se *um* ponto para soma igual a 5; *dois* pontos para soma igual a 10; três pontos para

soma igual a 15; *quatro* para a soma igual a 20; *cinco* pontos para soma igual a 25; *seis* pontos para a soma igual a 30 e *sete* pontos (pontuação possível máxima) para soma igual a 35 para o referido jogador que jogou a peça em questão. Lembrando que a anotação dos pontos cabe a um dos participantes do jogo.

c) Se um dos extremos for um camburão (ou carrilhão), este deve ser contabilizado com os dois extremos da peça, ou seja, sua soma deverá ser em sua totalidade. Por exemplo na *figura 3*, onde um extremo é um camburão de 5 (quina), conta-se o camburão com o outro extremo, totalizando 15, ou seja, 3 pontos para o jogador.

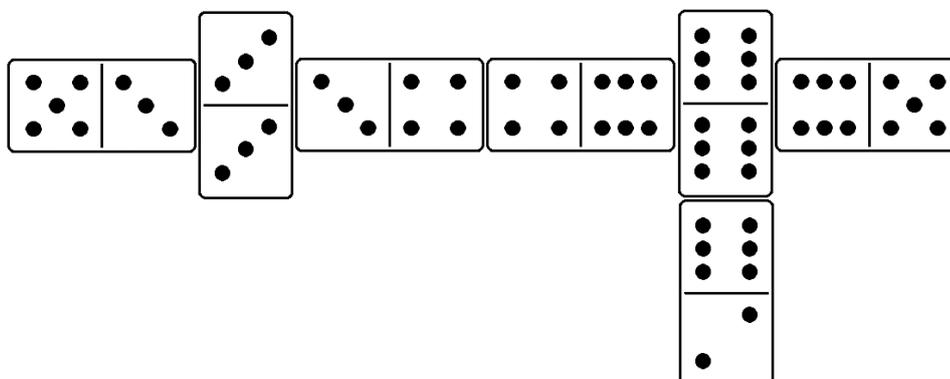
Figura 3 – Soma de duas extremidades com um camburão.



Fonte: LIMA, M. V. O. (Mar/2018)

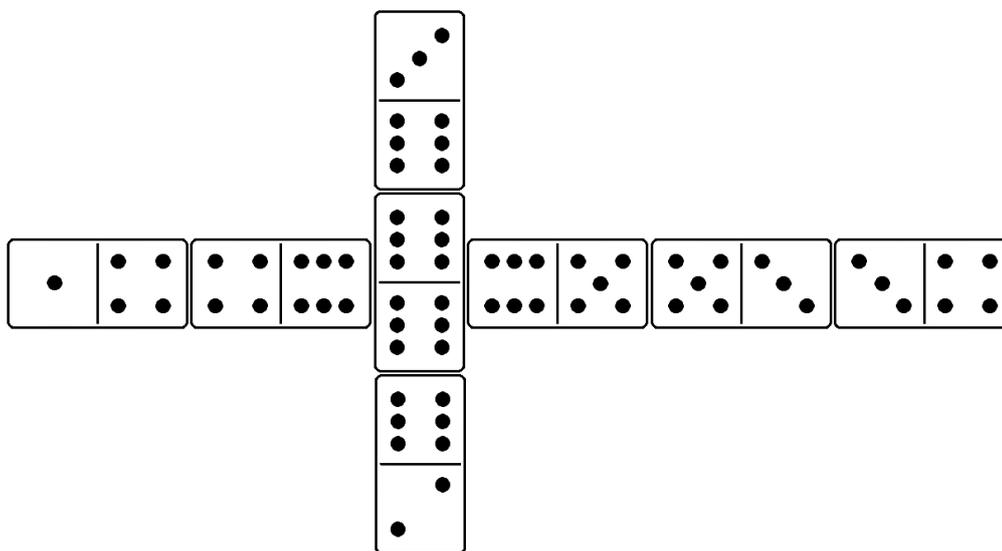
d) Fato interessante do Lustrado é que a disposição das peças não fica restrita a apenas duas extremidades, podendo ter três ou quatro extremidades que se iniciarão na primeira peça com Camburão (ou carrilhão) que se dispôr na mesa. Em outras palavras, no camburão de sena se for na jogada inicial do torneio ou nas rodadas subsequentes do torneio, como mostram as *figuras 4 e 5*.

Figura 4 – Disposição de jogadas com três extremidades.



Fonte: LIMA, M. V. O. (Mar/2018)

Figura 5 – Disposição de jogadas com quatro extremidades.



Fonte: LIMA, M. V. O. (Mar/2018)

- e) Ao batedor caberá a ele a soma do maior múltiplo inferior ou igual a soma das peças dos outros jogadores que não bateram. Por exemplo: se ao final a soma dos outros jogadores for 23, o jogador receberá 4 pontos pois, nesse caso, o primeiro múltiplo anterior ao 23 será o 20; se a soma for exatamente a 15, este receberá 5 pontos.
- f) Para recomeçar, da segunda partida em diante, o batedor da partida anterior poderá jogar a peça que bem entender, mesmo sendo camburão ou não. Até porque ele já poderá sair somando pontos, desde que a soma das extremidades seja um múltiplo de 5.
- g) Caso o batedor da partida anterior queira recomeçar com uma peça que não seja camburão, a peça que será a cruzada será o primeiro camburão que venha a sair.
- h) O torneio termina quando um jogador alcançar a meta de pontos preestabelecidos inicialmente pelos jogadores. Por exemplo, soma igual a 100, 150, 200 ou a critérios de metas estabelecidas.

4 METODOLOGIA

O presente trabalho trata-se de uma pesquisa qualitativa em virtude do objeto do estudo se tratar critérios da subjetividade. A população foi caracterizada pelos estudantes do 2º ano do ensino médio, em que o conteúdo de análise combinatória é estudado nas escolas como composta nos livros didáticos de matemática. A amostra caracterizou-se em 36 alunos do 2º ano do curso técnico em Agroindústria do Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI do Campus Uruçuí. Os dados foram levantados por meio de questionário semiestruturado e observações realizadas pelo pesquisador durante a aplicação o desenvolvimento das atividades propostas neste estudo. O foco das observações para análise caracterizou-se nas ações dos pesquisados a fim de compreender suas atitudes e seus comportamentos diante da prática do jogo para o relacionamento teórico-prático da aprendizagem da análise combinatória durante as atividades. As análises e os resultados são apresentados de forma descritiva, reforçados por gráficos, tabelas e discussões com a literatura eleita a respeito do conhecimento estudado no que se refere ao jogo e a análise combinatória.

De acordo com Macêdo & Evangerlandy (2018, p.73), mencionando sobre a pesquisa qualitativa afirma,

“Trata de critérios subjetivos aos objetivos que buscam compreender fenômenos sociais (educação, sociologia, psicologia, antropologia, dentre inúmeras outras áreas do conhecimento), mas em partes da pesquisa podem-se utilizar critérios objetivos.

Os dados são coletados na maioria das vezes por meio de questionários, entrevistas, grupos focais, reuniões observação com a participação do pesquisador, dentre algumas outras formas”. (MACÊDO & EVANGERLANDY, 2018, p. 73)

Procura-se introduzir sentidos aos problemas buscando significados às fórmulas e compreendê-las. Tenta-se inserir um contexto no jogo de dominó Lustrado ou Pontas de Cinco ao conteúdo de Análise combinatória buscando a interligação de um jogo com um conteúdo de matemática.

Assim sendo, foram ministradas aulas, bem como, práticas com o jogo e suas peculiaridades. Em seguida, aplicou-se um questionário sobre o referido jogo e o conteúdo buscando as opiniões e estratégia para um melhor entendimento do assunto. O questionário foi aplicado no dia 18 de abril de 2018 às 10 h 40 min, na

sala 05 do bloco 08 do Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Piauí – Campus Uruçuí com os 36 estudantes do 2º ano do curso técnico em Agroindústria após todas as atividades aplicação do jogo na turma.

Durante as atividades foram utilizados o livro texto e jogos de dominós nas práticas de sala de aula e durante os intervalos entre turno e outro, uma vez que o referido Instituto Federal dispõe de aulas nos dois turnos (matutino e vespertino).

Tais exposições e desenvolvimentos das atividades foram divididas em etapas, as quais foram intercaladas em encontros no decorrer das aulas de matemática, sejam elas na forma tradicional (expondo os conteúdos através de aulas expositivas na lousa) e através do jogo fazendo a sua ligação com a análise combinatória.

Nos primeiros encontros foi apresentado o conteúdo de análise combinatória aos estudantes através do livro texto adotado pela escola, intitulado *Contato Matemática*, volume 2. Nesta etapa foram necessárias 10 aulas divididas em cinco encontros de duas aulas cada, nos quais expostos os tipos de agrupamentos (Arranjos, Combinações e Permutações e suas diferenças) bem como a resolução de exercícios.

Passada essa etapa teórica, passa-se a ser desenvolvida a etapa da prática do jogo de dominó Lustrado. Esta fase foi dividida em encontros, dos quais são apresentados a seguir:

4.1 APRESENTAÇÃO DO JOGO DE DOMINÓ LUSTRADO – 1º ENCONTRO

Nesse encontro, apresenta-se o jogo aos estudantes em duas aulas mostrando as diferenças entre o jogo tradicional e o Lustrado ou pontas de cinco. A ocasião destina-se para apreciação da nova modalidade de jogo e as suas possibilidades de jogadas e estratégias.

Ainda nesse encontro, procura-se evidenciar as possibilidades de combinações e a sua ligação com a análise combinatória com seus referidos cálculos e processos para obtenção da quantidade de jogadas possíveis, uma vez que os estudantes já estavam familiarizados com o conteúdo em questão.

Em segundo momento, mostra-se o desenvolvimento de possibilidades de cálculos de determinadas jogadas evidenciando a quantidade de combinações possíveis. Cabe salientar que objetivo, nesse momento, era de demonstrar a quantidade de combinações através de um cálculo aplicado na Análise Combinatória. Acrescenta-se que na hora do jogo, não necessariamente, o estudante deveria se ater a esse cálculo, mas sim da aplicabilidade de determinada jogada, pois este já teria noção de possibilidades que o jogo o propiciava na ocasião.

4.2 EXECUÇÃO DO JOGO DE DOMINÓ LUSTRADO PELOS ESTUDANTES EM SALA DE AULA – 2º ENCONTRO

Esse encontro é o momento em que os estudantes passam a jogar. Mesmo ainda em fase de adaptação ao novo jogo, acredita-se que muitos estudantes que possam apresentar dificuldades de desenvolver o jogo com seus possíveis cálculos. No decorrer desse encontro terá apenas o jogo sem a preocupação de envolvimento de nenhum cálculo de combinações.

O desenvolvimento da atividade passa-se com dominós trazidos pelo professor e pelos alunos os quais se dividem em dois tabuleiros com quatro grupos mistos (podendo ter dois, três ou, até mesmo quatro estudantes) formando quatro equipes. O jogo decorre com as equipes trocando ideias entre si a fim de executar a melhor jogada para a obtenção do máximo de pontos que a jogada permite.

É nessa fase que a adaptação do Lustrado passa a ser evidenciada se sobressaindo ao jogo tradicional, deixando o estudante com o objetivo de obter mais pontos durante a partida do que a própria batida.

Mas no segundo momento, o professor passa a ser o mediador do processo, pedindo aos estudantes a aplicação de conhecimentos de análise combinatória sempre que houver.

Tem-se a busca de novas opções de jogadas, ou mesmo, novas modalidades de jogos que o Lustrado pode permitir. Essas modalidades são sugeridas como opções ou novos modelos para a aplicação do conhecimento de análise combinatória.

4.3 APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO AOS ESTUDANTES RELATIVO AO JOGO DE DOMINÓ LUSTRADO E A ANÁLISE COMBINATÓRIA – 3º ENCONTRO

Nesse encontro, destina-se às discussões a cerca do jogo e sua relação com a análise combinatória, bem como as ideias de melhorias do processo-aprendizagem que o jogo propunha. Em seguida, iniciou-se a aplicação de um questionário (Apêndice 1) com quesitos pertinentes ao que o modelo de trabalho e obtenção dos objetivos evidenciados inicialmente.

As figuras a seguir evidenciam o momento da aplicação do questionário aos estudantes em sala logo após todas as explanações possíveis quanto ao jogo de dominó Lustrado, suas possíveis combinações, sua jogabilidade e sua ligação com conteúdos da Análise Combinatória.

Figura 6 – Aplicação do questionário sobre o desenvolvimento do trabalho



Fonte: Lima, M. V. O. (Abr/2018)

Observa-se nas figuras a seguir, o momento em que foi distribuído o questionário sobre o que foi sugerido com o jogo buscando a opinião dos estudantes sobre o jogo de Lustrado e a sua relação com a análise combinatória.

Figura 7 – Aplicação do questionário sobre o desenvolvimento do trabalho



Fonte: Lima, M. V. O. (Abr/2018)

Figura 8 – Aplicação do questionário sobre o desenvolvimento do trabalho



Fonte: Lima, M. V. O. (Abr/2018)

Observa-se o momento do desenvolvimento da obtenção das opiniões que se registra com o auxílio do questionário.

Figura 9 – Aplicação do questionário sobre o desenvolvimento do trabalho



Fonte: Lima, M. V. O. (Abr/2018)

Na oportunidade, ao final do questionário o estudante teve a oportunidade de fazer comentários sobre o jogo de Dominó Lustrado e sua relação com a Análise Combinatória.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

5.1 ANÁLISE DA ADEQUAÇÃO DO JOGO LUSTRADO PARA TRABALHAR OS CONTEÚDOS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

O jogo de dominó tradicional é um jogo que apresenta processos matemáticos por si só. Desde a contagem das peças, ao encaixe de cada uma delas e suas possíveis combinações.

Além do jogo tradicional, existem vários outros jogos que podem ser obtidos através do dominó. Um deles, o chamamos de Lustrado ou Pontas de Cinco, que é uma adaptação do jogo tradicional, mas que exige a habilidade de combinar as peças a fim de que a soma das extremidades sejam múltiplos do número 5, além da possibilidade de ter uma ou duas pontas a mais que o tradicional.

Essa possibilidade de pontas a mais é que torna o jogo com agrupamentos de peças a mais, como também, aumenta o “leque” de combinações a serem calculadas como mostradas em capítulos seguintes e suas respectivas tabelas.

Uma vez observado isso, foi percebido que existia a possibilidade de interligar o jogo com o conteúdo de análise combinatória de uma forma aprazível e desafiadora, pois se tratava de uma novidade entre os estudantes que valorizava o conhecimento prévio destes, mesmo do senso comum sobre as combinações intrínsecas realizadas pela operação de jogar dominó. Como também o estudante pôde se colocar como sujeito ativo do processo de ensino e aprendizagem e protagonista desta última, pela possibilidade de ancorar o conhecimento prévio ao novo, do cotidiano ao científico, do simples ao complexo em busca de oferecer uma aprendizagem significativa de análise combinatória.

5.1.1 Preparação que antecede a percepção do jogo de dominó Lustrado e o conteúdo de análise combinatória

Durante as aulas que foram aplicadas como expostas na metodologia dessa pesquisa, trabalha-se, inicialmente, o conteúdo de análise combinatória como preliminar da aprendizagem e da percepção para a adequação do conteúdo ao jogo de dominó Lustrado.

5.2 PLANEJAMENTO DE UMA ATIVIDADE EDUCATIVA EM SALA DE AULA ENVOLVENDO ANÁLISE COMBINATÓRIA COM O USO DO JOGO LUSTRADO

Inicialmente foi necessário sistematizar todas as combinações possíveis do jogo Lustrado. O jogo de dominó tem como característica as combinações de peças que cada jogador recebe inicialmente. Tais peças deverão ser combinadas e jogadas de acordo com as que estão no tabuleiro. No jogo tradicional cada jogada vai depender das peças disponíveis na mão do jogador.

Já no jogo de Lustrado ou Pontas de Cinco tais jogadas deverão ocorrer como no jogo tradicional, mas, com uma ressalva, tais jogadas dependem das combinações de efetuadas por cada jogador a fim de fazer as pontuações as quais o jogo se dispõe.

Existem várias possibilidades de combinações, dentre as quais, podemos destacar que essa quantidade pode aumentar quando se aumenta a quantidade de pontas que podem ser duas, três ou quatro.

A seguir, descrevem-se as possibilidades de combinações e as fórmulas de cada cálculo que as jogadas dispõem, organizadas em tabelas.

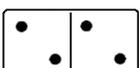
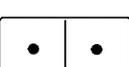
5.2.1 Cálculo das combinações com duas extremidades

Como indicado na figura 3, o jogador não se preocupará em apenas jogar, mas em fazer a conferência de seu jogo para fazer as devidas e disponíveis pontuações. Um pouco de sorte é necessário, mas a habilidade nas jogadas para fazer as combinações é importante.

A seguir, evidenciaremos todas as possíveis jogadas e combinações para obter as possíveis somas com os seus respectivos cálculos de combinações. Cabe salientar que as somas das extremidades podem variar de 0 a 36 pontos, sendo que as somas de valores 5, 10, 15, 20, 25, 30 e 35 são as que irão ser evidenciadas e calculadas, pois são as que somam pontos (1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 pontos, respectivamente) no referido jogo ao participante que fizer a referida jogada.

A tabela 1 indica todas as combinações possíveis para obter 5 como soma de suas extremidades. Onde se evidencia a soma, as peças (6 peças de cada naipe e seu camburão), a fórmula das suas respectivas combinações, o total de cada combinação e o total geral.

Tabela 1 – Combinações com duas extremidades de soma 5 pontos

Soma	Extremidades		Fórmula	Total de possibilidades
5 pontos			$C_{6,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$6.6 - 1 = 35$
			$C_{1,1} \cdot C_{6,1}$	$1.6 = 6$
			$C_{6,1} \cdot C_{1,1}$	$6.1 = 6$
			$C_{6,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$6.6 - 1 = 35$
			$C_{1,1} \cdot C_{6,1}$	$1.6 = 6$
			$C_{6,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$6.6 - 1 = 35$
Total Geral da soma resultante em 5 pontos nas extremidades				123

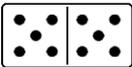
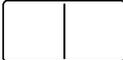
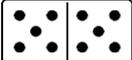
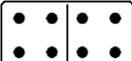
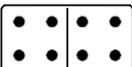
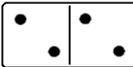
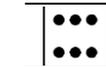
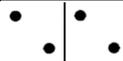
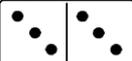
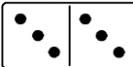
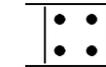
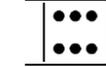
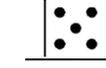
Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

Como se pode observar, existem, por exemplo, 6 peças de valor 1 (também chamado de Ás ou Pio) que será combinado apenas uma peça (daí a combinação de 6 peças tomadas 1 a 1) com a peça de valor 4 (também chamada de Quadra) que terá as mesmas características da outra peça e também terá o mesmo cálculo, totalizando 6 possibilidades para cada peça.

Dessa forma, a combinação terá o princípio multiplicativo de cada combinação pela outra, pois elas se combinam entre si, o que resultaria em 36 possibilidades no total. Todavia, observa-se que existe uma peça em comum, nesse caso, e ela foi contada uma vez a mais e que deverá ser subtraída (pois existe a peça **1:4**) o qual resultará em 35 possibilidades no total.

O mesmo será feito com as somas das extremidades sendo 10, 15 e 20, como mostram as tabelas 2, e 3 respectivamente. Cabe salientar que a soma máxima das duas extremidades seria de 22 pontos (o que não seria necessário representar, pois não marcaria pontos) ficando restrito apenas ao máximo de pontuação possível que seria 20 pontos ao total (portanto, 4 pontos marcados pelo participante).

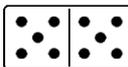
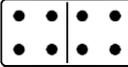
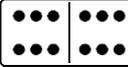
Tabela 2 – Combinações com duas extremidades de soma 10 pontos

Soma	Extremidades		Fórmula	Total de possibilidades
10			$C_{6,1} \cdot C_{1,1}$	$6 \cdot 1 = 6$
			$C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$1 \cdot 1 = 1$
			$C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$1 \cdot 1 = 1$
			$C_{6,1} \cdot C_{1,1}$	$6 \cdot 1 = 6$
			$C_{1,1} \cdot C_{6,1}$	$1 \cdot 6 = 6$
			$C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$1 \cdot 1 = 1$
			$C_{1,1} \cdot C_{6,1}$	$1 \cdot 6 = 6$
			$C_{6,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$6 \cdot 6 - 1 = 35$
			$C_{6,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$6 \cdot 6 - 1 = 35$
Total Geral da soma resultante em 10 pontos nas extremidades				97

Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

Como descritos no exemplo dado para o caso anterior, o mesmo cabe às demais combinações.

Tabela 3 – Combinações com duas extremidades de soma 15 e 20 pontos

Soma	Extremidades		Fórmula	Total de possibilidades
15			$C_{6,1} \cdot C_{1,1}$	$6 \cdot 1 = 6$
			$C_{6,1} \cdot C_{1,1}$	$6 \cdot 1 = 6$
20			$C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$1 \cdot 1 = 1$
Total Geral da soma resultante em 15 e 20 pontos nas extremidades				13

Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

Como se observa, a somatória total das possibilidades com duas extremidades somando-se as pontuações de 5, 10, 15 e 20, será das 123 com as 97 e as 13 possibilidades, respectivamente, que resultará em 233 possibilidades de pontuação.

5.2.2 Cálculo das combinações com três extremidades

A novidade dessa modalidade é o fato de se ter mais uma opção de jogada como mostrado na *figura 4*. Nesse caso as possibilidades aumentam consideravelmente, pois ocorrem casos de mais peças se combinarem entre si, e, por conseguinte, tornar os cálculos mais sofisticados.

Cabe salientar que a soma máxima das duas extremidades seria de 30 pontos ao total (portanto, 6 pontos marcados pelo participante), portanto, aumentam dois casos para serem estudados além dos demais já citados: o de 25 e de 30 pontos.

Tabela 4 – Combinações com três extremidades de soma 5 pontos

Soma	Extremidades			Fórmula	Total de possibilidades
5				$C_{6,2} \cdot C_{6,1} - C_{5,1}$	$15 \cdot 6 - 5 = 85$
				$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$6 \cdot 1 \cdot 6 - 1 = 35$
				$C_{7,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$7 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 41$
				$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$7 \cdot 1 \cdot 6 - 1 = 41$
				$C_{7,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{6,1} - 3 \cdot C_{6,1}$	$7 \cdot 6 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 234$
				$C_{7,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{6,1} - 3 \cdot C_{6,1}$	$7 \cdot 6 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 234$
				$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$6 \cdot 1 \cdot 6 - 1 = 35$
				$C_{6,2} \cdot C_{6,1} - C_{5,1}$	$15 \cdot 6 - 5 = 85$
				$C_{6,1} \cdot C_{6,2} - C_{5,1}$	$6 \cdot 15 - 5 = 85$
Total Geral da soma resultante em 5 pontos nas extremidades					875

Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

Salienta-se que nos casos com (*) da tabela 4, estes foram incluídos às peças em branco o seu respectivo camburão (também chamado de Barata), daí a quantidade passou a ser uma combinação de 7 elementos tomados 1 a 1.

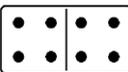
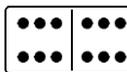
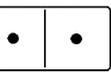
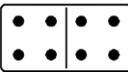
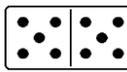
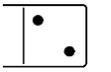
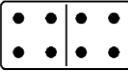
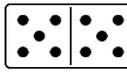
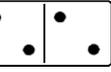
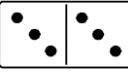
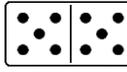
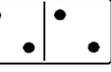
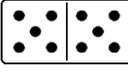
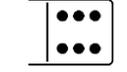
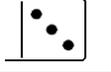
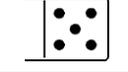
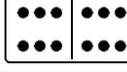
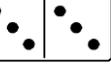
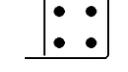
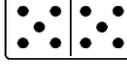
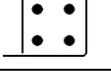
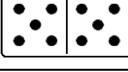
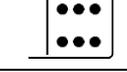
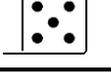
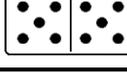
Tabela 5 – Combinações com três extremidades de soma 10 pontos

Soma	Extremidades			Fórmula	Total
10				$C_{6,2} \cdot C_{1,1}$	$15 \cdot 1 = 15$
				$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$6 \cdot 1 \cdot 1 = 6$
				$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$7 \cdot 1 \cdot 1 = 7$
				$C_{7,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$7 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 41$
				$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$7 \cdot 1 \cdot 1 = 7$
				$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$7 \cdot 1 \cdot 6 - 1 = 41$
				$C_{7,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$7 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 41$
				$C_{7,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{6,1} - 3 \cdot C_{6,1}$	$7 \cdot 6 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 234$
				$C_{7,1} \cdot C_{6,2} - 1$	$7 \cdot 15 - 1 = 104$
				$C_{6,2} \cdot C_{1,1}$	$15 \cdot 1 = 15$
				$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$6 \cdot 1 \cdot 6 - 1 = 35$
				$C_{6,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 35$
				$(C_{6,1})^3 - 3 \cdot C_{6,1}$	$6 \cdot 6 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 198$
				$(C_{6,1})^3 - 3 \cdot C_{6,1}$	$6 \cdot 1 \cdot 6 - 1 = 35$
				$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1}$	$1 \cdot 1 \cdot 6 = 6$
				$C_{6,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 35$
				$C_{1,1} \cdot C_{6,2}$	$1 \cdot 15 = 15$
				$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$6 \cdot 1 \cdot 6 - 1 = 35$
				$(C_{6,1})^3 - 3 \cdot C_{6,1}$	$6 \cdot 6 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 198$
				$C_{6,1} \cdot C_{6,2} - 1$	$6 \cdot 15 - 1 = 89$
				$C_{1,1} \cdot C_{6,2}$	$1 \cdot 15 = 15$
			$C_{6,2} \cdot C_{6,1} - 1$	$15 \cdot 6 - 1 = 89$	
Total Geral da soma resultante em 10 pontos nas extremidades					1.296

Tabela 6 – Combinações com três extremidades de soma 15 pontos

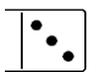
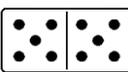
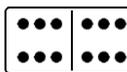
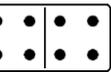
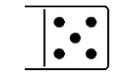
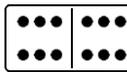
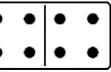
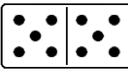
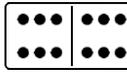
Soma	Extremidades			Fórmula	Total de possibilidades
15				$C_{7,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$7.6.1 - 1 = 41$
				$C_{7,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$7.6.1 - 1 = 41$
				$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$6.1.1 = 6$
				$C_{6,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.6.1 - 1 = 35$
				$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$6.1.1 = 6$
				$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$6.1.1 = 6$
				$C_{6,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.6.1 - 1 = 35$
				$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$6.1.6 - 1 = 35$
				$C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1}$	$15.6 - 5 = 85$
				$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1}$	$1.1.6 = 6$
				$C_{6,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.6.1 - 1 = 35$
				$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$6.1.6 - 1 = 35$
				$C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1}$	$1.6.1 = 6$
				$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1}$	$1.1.6 = 6$
				$C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$1.6.6 - 1 = 35$
				$C_{6,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.6.1 - 1 = 35$
				$C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$1.6.6 - 1 = 35$
				$(C_{6,1})^3 - 3 \cdot C_{6,1}$	$6.6.6 - 3.6 = 198$
				$C_{6,3}$	20
	Total Geral da soma resultante em 15 pontos nas extremidades				

Tabela 7 – Combinações com três extremidades de soma 20 pontos

Soma	Extremidades			Fórmula	Total de possibilidades
20				$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$7.1.1 = 7$
				$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$1.1.1 = 1$
				$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$6.1.1 = 6$
				$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$1.1.1 = 1$
				$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1}$	$1.1.6 = 6$
				$C_{6,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.1.6 - 1 = 35$
				$C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1}$	$1.6.1 = 6$
				$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$6.1.6 - 1 = 35$
				$C_{6,2} \cdot C_{1,1}$	$15.1 = 15$
Total Geral da soma resultante em 20 pontos nas extremidades					112

Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

Tabela 8 – Combinações com três extremidades de soma 25 e 30 pontos

Soma	Extremidades			Fórmula	Total de possibilidades
25				$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$6.1.1 = 6$
				$C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1}$	$6.1.1 = 6$
30				$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$1.1.1 = 1$
Total Geral da soma resultante em 25 e 30 pontos nas extremidades					13

Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

5.2.3 Cálculo das combinações com quatro extremidades

Com o jogo passando a ter quatro extremidades, as possibilidades aumentam ainda mais, pois ocorrem casos de mais peças se combinarem entre si, e, por conseguinte, tornar os cálculos mais sofisticados.

Cabe salientar que a soma máxima das duas extremidades seria de 35 pontos ao total (portanto, 7 pontos marcados pelo participante), portanto, aumenta um caso para serem estudados além dos demais já citados.

Tabela 9 – Combinações com quatro extremidades de soma 5 pontos

Soma	Extremidades				Fórmula	Total de possibilidades
5					$C_{6,3} \cdot C_{5,1} + C_{5,3} \cdot C_{1,1}$	$20 \cdot 5 + 10 \cdot 1 = 110$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{5,1} + C_{5,3} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 5 + 20 \cdot 1 \cdot 1 = 95$
					$C_{7,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{5,1} + C_{6,3} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$21 \cdot 1 \cdot 5 + 15 \cdot 1 \cdot 1 = 120$
					$C_{7,2} \cdot C_{6,1} \cdot C_{6,1} - 2 \cdot C_{6,1} - C_{7,1}$	$21 \cdot 6 \cdot 6 - 2 \cdot 6 - 7 = 737$
					$C_{7,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{5,1} + C_{6,3} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$21 \cdot 1 \cdot 5 + 15 \cdot 1 \cdot 1 = 120$
					$C_{7,2} \cdot C_{6,1} \cdot C_{6,1} - 2 \cdot C_{6,1} - C_{7,1}$	$21 \cdot 6 \cdot 6 - 2 \cdot 6 - 7 = 737$
					$C_{7,1} \cdot C_{6,2} \cdot C_{6,1} - 2 \cdot C_{6,1} - C_{7,1}$	$7 \cdot 15 \cdot 6 - 2 \cdot 6 - 7 = 611$
					$C_{7,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{5,1} + C_{6,3} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$21 \cdot 1 \cdot 5 + 15 \cdot 1 \cdot 1 = 120$
					$C_{7,1} \cdot C_{6,2} \cdot C_{6,1} - 2 \cdot C_{6,1} - C_{7,1}$	$7 \cdot 6 \cdot 15 - 2 \cdot 6 - 7 = 611$
					$C_{6,3} \cdot C_{1,1}$	$20 \cdot 1 = 20$
					$C_{6,3} \cdot C_{5,1} + C_{5,3} \cdot C_{1,1}$	$20 \cdot 5 + 10 \cdot 1 = 110$
Total Geral da soma resultante em 5 pontos nas extremidades						3.391

Tabela 10 – Combinações com quatro extremidades de soma 10 pontos que apresentam pelo menos uma pedra branca na extremidade

Soma	Extremidades				Fórmula	Total
10					$C_{7,3} \cdot C_{1,1}$	$35 \cdot 1 = 35$
					$C_{7,2} \cdot C_{6,2} - C_{6,2} - C_{5,2}$	$21 \cdot 15 - 15 - 10 = 290$
					$C_{7,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$21 \cdot 1 \cdot 1 = 21$
					$C_{7,2} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$21 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 125$
					$C_{7,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$21 \cdot 1 \cdot 1 = 21$
					$C_{7,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$21 \cdot 1 \cdot 6 - 1 = 125$
					$C_{7,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$21 \cdot 1 \cdot 6 - 1 = 125$
					$C_{7,2} \cdot C_{6,1} \cdot C_{6,1} - 2 \cdot C_{6,1} - C_{7,1}$	$21 \cdot 6 \cdot 6 - 2 \cdot 6 - 7 = 737$
					$C_{7,1} \cdot C_{6,2} \cdot C_{1,1} - 1$	$7 \cdot 15 \cdot 1 - 1 = 104$
					$C_{7,1} \cdot (C_{6,1})^2 \cdot C_{1,1} - 3 \cdot C_{6,1}$	$7 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 1 - 3 \cdot 6 = 234$
					$C_{7,1} \cdot (C_{6,1})^2 \cdot C_{1,1} - 3 \cdot C_{6,1}$	$7 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 1 - 3 \cdot 6 = 234$
					$C_{7,1} \cdot (C_{6,1})^3 - 12 \cdot C_{6,1} - C_{7,1}$	$7 \cdot 216 - 12 \cdot 6 - 7 = 1224$
					$C_{7,1} \cdot (C_{6,1})^3 - 12 \cdot C_{6,1} - C_{7,1}$	$7 \cdot 216 - 12 \cdot 6 - 7 = 1224$
					$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 - 1 = 41$
					$C_{6,2} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$15 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 89$
					$C_{7,1} \cdot (C_{6,1})^2 \cdot C_{1,1} - 3 \cdot C_{6,1}$	$7 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 1 - 3 \cdot 6 = 234$
					$C_{7,1} \cdot C_{6,2} \cdot C_{1,1} - 1$	$7 \cdot 15 \cdot 1 - 1 = 104$
					$C_{7,1} \cdot C_{6,2} \cdot C_{6,1} - 2 \cdot C_{6,1} - C_{7,1}$	$7 \cdot 15 \cdot 6 - 2 \cdot 6 - 7 = 611$
					$C_{7,1} \cdot (C_{6,1})^2 \cdot C_{1,1} - 3 \cdot C_{6,1}$	$7 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 1 - 3 \cdot 6 = 234$
					$C_{7,1} \cdot (C_{6,1})^3 - 12 \cdot C_{6,1} - C_{7,1}$	$7 \cdot 216 - 12 \cdot 6 - 7 = 1224$
					$C_{7,1} \cdot C_{6,2} \cdot C_{6,1} - 2 \cdot C_{6,1} - C_{7,1}$	$7 \cdot 15 \cdot 6 - 2 \cdot 6 - 7 = 611$
					$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,2} - 1$	$7 \cdot 1 \cdot 15 - 1 = 104$
					$C_{7,1} \cdot C_{6,2} \cdot C_{6,1} - 2 \cdot C_{6,1} - C_{7,1}$	$7 \cdot 15 \cdot 6 - 2 \cdot 6 - 7 = 611$
Total Geral da soma resultante em 10 pontos nas extremidades						8.362

Tabela 11 – Combinações com quatro extremidades de soma 10 pontos sem peças brancas nas extremidades

Soma	Extremidades				Fórmula	Total de possibilidades
10					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 1 = 15$
					$C_{6,2} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$15 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 89$
					$C_{6,2} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$15 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 89$
					$C_{6,2} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$15 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 89$
					$C_{6,2} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$15 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 89$
					$(C_{6,1})^2 \cdot C_{6,2} - 3 \cdot C_{6,1}$	$6 \cdot 6 \cdot 15 - 3 \cdot 6 = 522$
					$C_{6,2} \cdot C_{5,2} + C_{5,2} \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 10 + 10 \cdot 5 = 200$
					$C_{1,1} \cdot (C_{6,1})^3 - 3 \cdot C_{6,1}$	$1 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 198$
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 35$
					$C_{1,1} \cdot (C_{6,1})^3 - 3 \cdot C_{6,1}$	$1 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 198$
					$(C_{6,1})^2 \cdot C_{6,2} - 3 \cdot C_{6,1}$	$6 \cdot 6 \cdot 15 - 3 \cdot 6 = 522$
					$C_{1,1} \cdot (C_{6,1})^3 - 3 \cdot C_{6,1}$	$1 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 198$
					$(C_{6,1})^4 - 12 \cdot C_{6,1}$	$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 - 12 \cdot 6 = 1224$
					$C_{6,3} \cdot C_{5,1} + C_{5,3} \cdot C_{1,1}$	$20 \cdot 5 + 10 \cdot 1 = 110$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 1 = 15$
					$C_{6,2} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$15 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 89$
					$C_{6,2} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$15 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 89$
					$C_{6,3} \cdot C_{1,1}$	$20 \cdot 1 = 20$
					$C_{6,3} \cdot C_{5,1} + C_{5,3} \cdot C_{1,1}$	$20 \cdot 5 + 10 \cdot 1 = 110$
					$(C_{6,1})^2 \cdot C_{6,2} - 3 \cdot C_{6,1}$	$6 \cdot 6 \cdot 15 - 3 \cdot 6 = 522$
Total Geral da soma resultante em 10 pontos nas extremidades						4.423

Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

Tabela 12 – Combinações com quatro extremidades de soma 15 pontos com, pelo menos, uma peça branca nas extremidades.

Soma	Extremidades				Fórmula	Total
15					$C_{7,2} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1 \cdot C_{6,1}$	$21 \cdot 6 \cdot 1 - 1 \cdot 6 = 120$
					$C_{7,2} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1 \cdot C_{6,1}$	$21 \cdot 6 \cdot 1 - 1 \cdot 6 = 120$
					$C_{7,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$7 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 1 - 1 = 41$
					$C_{7,1} \cdot (C_{6,1})^2 \cdot C_{1,1} - 3 \cdot C_{6,1}$	$7 \cdot 36 \cdot 1 - 3 \cdot 6 = 234$
					$C_{7,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$7 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 1 - 1 = 41$
					$C_{7,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$7 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 1 - 1 = 41$
					$C_{7,1} \cdot (C_{6,1})^2 \cdot C_{1,1} - 3 \cdot C_{6,1}$	$7 \cdot 36 \cdot 1 - 3 \cdot 6 = 234$
					$C_{7,1} \cdot (C_{6,1})^2 \cdot C_{1,1} - 3 \cdot C_{6,1}$	$7 \cdot 36 \cdot 1 - 3 \cdot 6 = 234$
					$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$7 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 41$
					$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 - 1 = 41$
					$C_{7,1} \cdot (C_{6,1})^2 \cdot C_{1,1} - 3 \cdot C_{6,1}$	$7 \cdot 36 \cdot 1 - 3 \cdot 6 = 234$
					$C_{7,1} \cdot (C_{6,1})^3 - 12 \cdot C_{6,1} - C_{7,1}$	$7 \cdot 216 - 12 \cdot 6 - 7 = 1224$
					$C_{7,1} \cdot (C_{6,1})^2 \cdot C_{1,1} - 3 \cdot C_{6,1}$	$7 \cdot 36 \cdot 1 - 3 \cdot 6 = 234$
					$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$7 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 41$
					$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 - 1 = 41$
					$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot (C_{6,1})^2 - 3 \cdot C_{6,1}$	$7 \cdot 1 \cdot 36 - 3 \cdot 6 = 234$
					$C_{7,1} \cdot (C_{6,1})^2 \cdot C_{1,1} - 3 \cdot C_{6,1}$	$7 \cdot 36 \cdot 1 - 3 \cdot 6 = 234$
					$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot (C_{6,1})^2 - 3 \cdot C_{6,1}$	$7 \cdot 1 \cdot 36 - 3 \cdot 6 = 234$
					$C_{7,1} \cdot (C_{6,1})^3 - 12 \cdot C_{6,1} - C_{7,1}$	$7 \cdot 216 - 12 \cdot 6 - 7 = 1224$
					$C_{7,1} \cdot C_{5,3} + C_{5,2} \cdot C_{6,1}$	$7 \cdot 10 + 10 \cdot 6 = 130$
Total Geral da soma resultante em 15 pontos nas extremidades						4.977

Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

Tabela 13 – Combinações com quatro extremidades de soma 15 pontos sem peças brancas e com número 1 em, pelo menos, uma extremidade.

Soma	Extremidades				Fórmula	Total
15					$C_{6,3} \cdot C_{1,1}$	$20 \cdot 1 = 20$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 5 = 85$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 1 = 15$
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 35$
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 6$
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 - 1 = 35$
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 35$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 5 = 85$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 5 = 85$
					$C_{6,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 1 - 1 = 35$
					$C_{1,1} \cdot (C_{6,1})^3 - 3 \cdot C_{6,1}$	$1 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 198$
					$(C_{6,1})^3 \cdot C_{1,1} - 3 \cdot C_{6,1}$	$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 1 - 3 \cdot 6 = 198$
					$(C_{6,1})^2 \cdot C_{6,2} - 3 \cdot C_{6,1}$	$6 \cdot 6 \cdot 15 - 3 \cdot 6 = 522$
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 - 1 = 35$
					$C_{1,1} \cdot (C_{6,1})^3 - 3 \cdot C_{6,1}$	$1 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 198$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 5 = 85$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 5 = 85$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 5 = 85$
					$(C_{6,1})^2 \cdot C_{6,2} - 3 \cdot C_{6,1}$	$6 \cdot 6 \cdot 15 - 3 \cdot 6 = 522$
					$C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$1 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 6 - 1 = 35$
					$C_{1,1} \cdot (C_{6,1})^3 - 3 \cdot C_{6,1}$	$1 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 198$
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 6$
					$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$1 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 6 - 1 = 35$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 5 = 85$
Total Geral da soma resultante em 15 pontos nas extremidades						2.723

Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

Tabela 14 – Combinações com quatro extremidades de soma 15 pontos sem peças brancas e sem número 1 nas extremidades.

Soma	Extremidades				Fórmula	Total
15					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 5 = 85$
					$C_{6,2} \cdot (C_{6,1})^2 - 3 \cdot C_{6,1}$	$15 \cdot 6 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 522$
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 35$
					$C_{1,1} \cdot (C_{6,1})^3 - 3 \cdot C_{6,1}$	$1 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 198$
					$(C_{6,1})^2 \cdot C_{6,2} - 3 \cdot C_{6,1}$	$6 \cdot 6 \cdot 15 - 3 \cdot 6 = 522$
					$C_{6,3} \cdot C_{5,1} + C_{5,3} \cdot C_{1,1}$	$20 \cdot 5 + 10 \cdot 1 = 110$
Total Geral da soma resultante em 15 pontos nas extremidades						1.472

Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

Tabela 15 – Combinações com quatro extremidades de soma 20 pontos com, pelo menos, uma peça branca nas extremidades.

Soma	Extremidades				Fórmula	Total
20					$C_{7,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$21 \cdot 1 \cdot 1 = 21$
					$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 7$
					$C_{7,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$7 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 1 - 1 = 41$
					$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 7$
					$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1$	$7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 - 1 = 41$
					$C_{7,1} \cdot (C_{6,1})^2 \cdot C_{1,1} - 3 \cdot C_{6,1}$	$7 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 1 - 3 \cdot 6 = 234$
					$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$7 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 1 - 1 = 41$
					$C_{7,1} \cdot (C_{6,1})^2 \cdot C_{1,1} - 3 \cdot C_{6,1}$	$7 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 1 - 3 \cdot 6 = 234$
					$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,2} - 1 \cdot C_{5,1}$	$7 \cdot 1 \cdot 15 - 1 \cdot 5 = 100$
					$C_{7,1} \cdot C_{6,2} \cdot C_{1,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$7 \cdot 15 \cdot 1 - 1 \cdot 5 = 100$
Total Geral da soma resultante em 20 pontos nas extremidades						826

Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

Tabela 16 – Combinações com quatro extremidades de soma 20 pontos sem peças brancas nas extremidades (1ª parte).

Soma	Extremidades				Fórmula	Total
20					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$15.1.1 = 15$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15.1.6 - 1.5 = 85$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$15.1.1 = 15$
					$C_{1,1} \cdot (C_{6,1})^3 - 3 \cdot C_{6,1}$	$6.6.6.1 - 3.6 = 198$
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.6.1.1 - 1 = 35$
					$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1}$	$6.1.1.1 = 6$
					$C_{1,1} \cdot (C_{6,1})^3 - 3 \cdot C_{6,1}$	$6.6.6.1 - 3.6 = 198$
					$C_{1,1} \cdot (C_{6,1})^3 - 3 \cdot C_{6,1}$	$6.6.6.1 - 3.6 = 198$
					$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1}$	$6.1.1.1 = 6$
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.6.1.1 - 1 = 35$
					$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1}$	$6.1.1.1 = 6$
					$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1}$	$6.1.1.1 = 6$
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.6.1.1 - 1 = 35$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$15.1.1 = 15$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$15.1.1 = 15$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$15.1.1 = 15$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$15.1.1 = 15$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$15.1.1 = 15$
					$C_{6,3} \cdot C_{1,1}$	$1.20 = 20$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$15.1.1 = 15$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15.1.6 - 1.5 = 85$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$15.1.1 = 15$
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.6.1.1 - 1 = 35$
					$C_{1,1} \cdot (C_{6,1})^3 - 3 \cdot C_{6,1}$	$6.6.6.1 - 3.6 = 198$
Total da soma resultante em 20 pontos nas extremidades						1.266

Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

Tabela 17 – Combinações com quatro extremidades de soma 20 pontos sem peças brancas nas extremidades (2ª parte).

Soma	Extremidades				Fórmula	Total
20					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 5 = 85$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 5 = 85$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 5 = 85$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 5 = 85$
					$C_{6,3} \cdot C_{5,1} + C_{5,3} \cdot C_{1,1}$	$20 \cdot 5 + 10 \cdot 1 = 110$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 1 = 15$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 1 = 15$
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 1 - 1 = 35$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 1 = 15$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 5 = 85$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 5 = 85$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 1 = 15$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 5 = 85$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 5 = 85$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 5 = 85$
					$C_{6,3} \cdot C_{1,1}$	$20 \cdot 1 = 20$
					$C_{6,2} \cdot C_{5,2} - C_{5,2} \cdot C_{5,1}$	$15 \cdot 10 + 10 \cdot 5 = 200$
					$(C_{6,1})^2 \cdot C_{6,2} - 3 \cdot C_{6,1}$	$6 \cdot 6 \cdot 15 - 3 \cdot 6 = 522$
					$C_{6,4}$	15
	Total da soma resultante em 20 pontos nas extremidades					

Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

Tabela 18 – Combinações com quatro extremidades de soma 25 pontos

Soma	Extremidades				Fórmula	Total	
25					$C_{7,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$7.6.1.1 - 1 = 41$	
					$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$7.6.1.1 - 1 = 41$	
					$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1}$	$6.1.1.1 = 6$	
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.6.1.1 - 1 = 35$	
					$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1}$	$6.1.1.1 = 6$	
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.6.1.1 - 1 = 35$	
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.6.1.1 - 1 = 35$	
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15.1.6 - 1.5 = 85$	
					$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1}$	$6.1.1.1 = 6$	
					$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1}$	$6.1.1.1 = 6$	
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.6.1.1 - 1 = 35$	
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.6.1.1 - 1 = 35$	
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.6.1.1 - 1 = 35$	
					$C_{1,1} \cdot (C_{6,1})^3 - 3 \cdot C_{6,1}$	$6.6.6.1 - 3.6 = 198$	
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.6.1.1 - 1 = 35$	
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.6.1.1 - 1 = 35$	
					$C_{1,1} \cdot (C_{6,1})^3 - 3 \cdot C_{6,1}$	$6.6.6.1 - 3.6 = 198$	
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15.1.6 - 1.5 = 85$	
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15.1.6 - 1.5 = 85$	
						$6.6.1.1 - 1 = 35$	
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15.1.6 - 1.5 = 85$	
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} - 1 \cdot C_{5,1}$	$15.1.6 - 1.5 = 85$	
					$C_{6,3} \cdot C_{1,1}$	$20.1 = 20$	
	Total da soma resultante em 25 pontos nas extremidades						1.262

Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

Tabela 19 – Combinações com quatro extremidades de soma 30 e 35 pontos

Soma	Extremidades				Fórmula	Total de possibilidades
30					$C_{7,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$7.1.1.1 = 7$
					$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$1.1.1.1 = 1$
					$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1}$	$1.1.6.1 = 6$
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$6.1.1.1 = 6$
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.1.1.6 - 1 = 35$
					$C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$1.6.1.1 = 6$
					$C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} - 1$	$6.1.6.1 - 1 = 35$
					$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,1}$	$1.1.1.6 = 6$
					$C_{6,2} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$15.1.1 = 15$
					$C_{1,1} \cdot C_{6,2} \cdot C_{1,1}$	$1.15.1 = 15$
					$C_{1,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{6,2}$	$1.1.15 = 15$
35					$C_{1,1} \cdot C_{6,1} \cdot C_{1,1} \cdot C_{1,1}$	$1.6.1.1 = 6$
Total Geral da soma resultante em 30 e 35 pontos nas extremidades						153

Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

A partir das tabelas supras podemos observar que existem, somando-se todas as possibilidades, são 33.903 combinações possíveis para quem joga, desde as somas de 5 a 35, com duas, três ou quatro pontas, desde as jogadas mais simples com duas extremidades às mais valiosas com quatro extremidades. Cabe a cada jogador procurar as melhores estratégias para conseguir vencer o jogo.

Essa análise foi de fundamental relevância para estruturação da atividade a ser desenvolvida com os estudantes, para que em outro momento analisássemos os aspectos mais relevantes como também limitantes para elaboração de um modelo de jogo de Lustrado como uma ferramenta para ensinar análise combinatória aos estudantes de forma significativa.

Com base nas combinações elencadas acima com o jogo de Lustrado aplicamos a atividade em sala de aula como mencionado na metodologia desse estudo de modo que os estudantes pudessem jogar sem a preocupação com cálculos de combinação permitindo qualquer uma das possibilidades que se apresentavam durante o jogo, como qualquer uma das possibilidades descritas nas tabelas supracitadas. Para o jogo, as possíveis combinações eram relevantes, mas o cálculo de análise combinatória não. A ideia inicial era promover situações de jogabilidade durante a execução da atividade para verificação de aspectos limitantes e possibilidades de aprendizagem durante o jogo.

No tópico a seguir, apresentamos as análises dos aspectos encontrados.

5.3 ANÁLISE DAS ATIVIDADES REALIZADAS COM OS ESTUDANTES NA ESCOLA PARA APRENDIZAGEM DE ANÁLISE COMBINATÓRIA COM O JOGO DE LUSTRADO.

Nas figuras a seguir apresentam-se grupos de estudantes colocando em prática a atividade mencionada previamente sobre o jogo de dominó Lustrado (ou Pontas de Cinco). Nesses grupos os alunos se organizaram em duplas, trios ou, até mesmo em quartetos ajudando uns aos outros na execução das jogadas.

Na figura 15 é possível notar uma dupla de estudantes executando o cálculo mental sobre qual seria a melhor jogada para a obtenção de pontos uma vez que o tabuleiro estava disposto com quatro pontas. Tais jogadas podem ser observadas nas tabelas com as suas respectivas possibilidades.

Figura 15 – Estudantes executando o Jogo de dominó Lustrado



Fonte: LIMA, M. V. O. (Abr/2018)

O desenvolvimento é notado nas figuras 16 e 17 quando outros estudantes executam as jogadas para adquirir a maior quantidade de pontos que a jogada permite, pois, cabe salientar que o fator sorte também é importante para tal, uma vez que o jogo e a combinação da jogada depende das peças no tabuleiro e da mão do jogador.

Figura 16 – Estudantes aplicando jogadas com o Lustrado



Fonte: LIMA, M. V. O. (Abr/2018)

Figura 17 – Estudantes executando o Jogo de dominó Lustrado



Fonte: LIMA, M. V. O. (Abr/2018)

Nas figuras 18, 19 e 20 mostram outros grupos de estudantes desenvolvendo o jogo e executando aquilo que foi demonstrado inicialmente quanto às regras, os cálculos das combinações, a contagem de pontos e as estratégias escolhidas por eles.

Figura 18 – Estudantes executando o Jogo de dominó Lustrado



Fonte: LIMA, M. V. O. (Abr/2018)

Figura 19 – Estudantes executando o Jogo de dominó Lustrado



Fonte: LIMA, M. V. O. (Abr/2018)

Figura 20 – Estudantes executando o Jogo de dominó Lustrado



Fonte: LIMA, M. V. O. (Abr/2018)

Na figura 21, podem-se observar os grupos de estudantes executando o jogo de dominó Lustrado os quais fazem suas anotações no quadro branco de suas pontuações. Nesta oportunidade foi possível organizar dois tabuleiros para a demonstração do jogo.

Figura 21 – Estudantes executando o Jogo de dominó Lustrado



Fonte: Lima, M. V. O. (Abr/2018)

Salienta-se que foram administrados e organizados outros momentos para o jogo. Assim, foram permitidos jogos com grupos individuais, pois o objetivo era observar o quanto foi assimilado pelo que o jogo possibilitaria ao estudante e a ligação com o conteúdo ministrado de Análise Combinatória.

As relações dos conhecimentos prévios dos estudantes com os conhecimentos da análise combinatória antes do início das aulas eram apenas superficiais, pois estes já tinham conhecimentos sobre agrupamentos e sabiam identificar estes agrupamentos. Porém, ainda não conseguiam discernir sobre a classificação de alguns tipos de agrupamentos.

No decorrer das 10 aulas teóricas, foi exposta a classificação quanto à ordem e à natureza de agrupamentos evidenciados, assim, os Arranjos, as Combinações e as Permutações, o que provavelmente reforçou as relações com o conhecimento.

Dessa forma, quando foi proposto o jogo de Dominó Lustrado ou Pontas de Cinco, o conhecimento prévio também foi agregado às aulas teóricas, pois os foram apresentados com o dominó e relações com este e acrescentados algumas aplicações no decorrer dos jogos.

Após as atividades desenvolvidas e a estratégia de observação para análise, realizamos ao final do processo a aplicação do questionário semiestruturado para coletar dados dos estudantes em circunspeção ao nosso objeto e análises das concepções dos estudantes da atividade desenvolvida.

Abaixo apresentamos o gráfico 1, que representa as percepções dos estudantes sobre a atividade desenvolvida. Vejamos:

Gráfico 1 – Conhecimento sobre o Jogo de Dominó Lustrado



Fonte: LIMA, M. V. O. (Set/2018)

Observa-se com base no gráfico que 72% dos estudantes afirmam não conhecer o jogo lustrado e que 14% possuíam algum conhecimento sobre o jogo e outra parcela conhecia em parte. Este aspecto levantado nos ofereceu subsídios.

O Gráfico 2 mostra que foi passado de forma satisfatória, pois 92% dos estudantes entenderam a compreensão do jogo e suas regras, juntamente com a ligação com a análise combinatória, foram passadas inicialmente.

Gráfico 2 – Compreensão do objetivo do jogo de Dominó Lustrado

Fonte: LIMA, M. V. O. (Set/2018)

A atividade foi desenvolvida com 36 estudantes dos quais 92% que compreenderam o objetivo da atividade uma parcela demonstrou compreender de imediato, outra parcela demorou algum tempo, após os referidos encontros. Os 3% que não compreenderam foi por motivos de não terem habilidades com combinações, alguma deficiência em operações matemáticas, entre outras e os 5% em parte, apontaram em depoimento que demoravam entender as combinações, que aprendiam de forma mais lenta ou que não tinham afinidade com o conteúdo.

Nesse aspecto, um estudante fez o seguinte depoimento:

“Antes de ser apresentado fiquei curioso, pois não sabia outro modo de jogar dominó. Quando comecei a jogar percebi a dinâmica e formar as estratégias do jogo. Depois percebi com a apresentação do professor, a contagem de peças e quais as melhores peças pra jogar”. (Depoimento do Estudante AA).

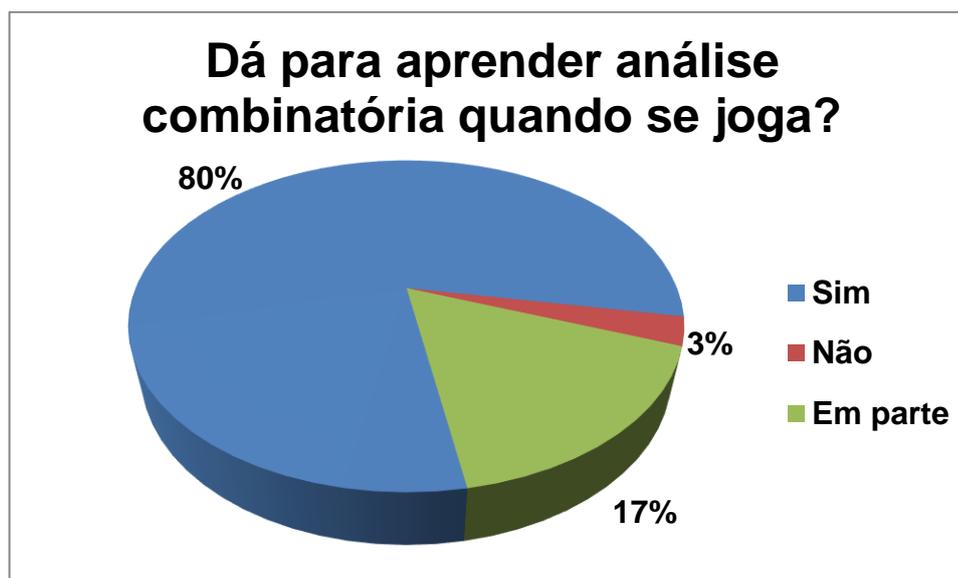
Partindo da análise de alguns depoimentos de estudantes, observa-se que existe a necessidade de esclarecer as regras do jogo, bem como as nuances que o jogo possibilita no que diz respeito ao fator sorte e a habilidade do jogador para fazer a melhor jogada. Nesse caso, cabe ao mediador esclarecer todas as regras e reflexão das possibilidades. Assim, Smole (2008) afirma:

“Ao jogar, o aluno constrói muitas relações, cria jogadas, analisa possibilidades. Algum às vezes tem consciência disso, outras nem

tanto. Pode acontecer de um jogador não passar para uma nova fase de reflexão por não ter percebido determinadas nuances de uma regra, ou mesmo por não ter clareza de todas as regras ainda. Finalmente é preciso que quem acompanhe os jogadores tenha uma avaliação pessoal desses progressos, dos possíveis impasses nos quais eles se encontram.” (SMOLE, 2008, p. 23 e 24)

Nesse contexto evidenciam-se os gráficos 3 e 4 a seguir, mostram a receptividade quanto às novas regras e quanto ao conteúdo ministrado e a jogabilidade apresentada foi assimilada, em sua grande maioria. Nesse momento de regras descritas serviram como estímulo para a elaboração de estratégias elaborada por alguns dos estudantes, embora 80% salientaram que dava pra jogar sem dificuldades e 81% entenderam o que realmente era o objetivo do jogo e o que deveria aprendido.

Gráfico 3 – Aprendizagem da Análise combinatória com o jogo de Dominó Lustrado



Fonte: LIMA, M. V. O. (Set/2018)

Nesse aspecto, alguns estudantes fizeram os seguintes depoimentos:

“O jogo abriu nossa mente para buscar estratégias para fazer mais pontuação. É bom e é uma forma mais fácil de compreender a análise combinatória e suas formas de arranjos e combinações. Aprendi...” (Depoimento do Estudante AB).

“No começo foi difícil para aprender, mas depois eu consegui jogar muito bem” (Depoimento do Estudante BL).

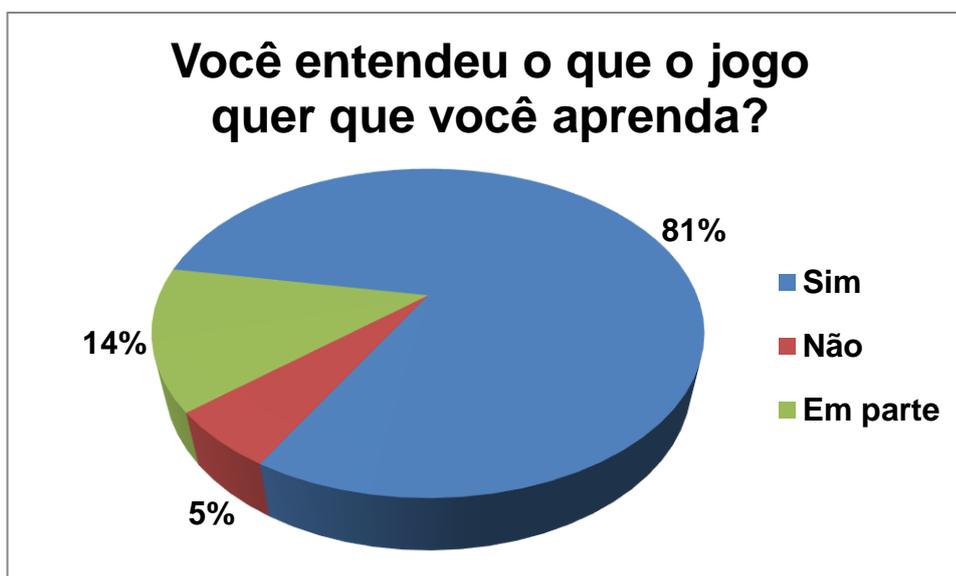
“No início pareceu mais complicado do que realmente é na prática” (Depoimento do Estudante DL).

Quanto ao que o jogo de dominó Lustrado propõe e ao sentido desse estudo, Santos (2008) afirma:

“A aprendizagem profunda ocorre quando a intenção dos alunos é entender o significado do que estudam, o que levam a relacionar o conteúdo com aprendizagens anteriores, com suas experiências pessoais, o que, por sua vez, os leva a avaliar o que vai sendo realizado e a perseverarem até conseguirem um grau aceitável de compreensão sobre o assunto. A aprendizagem profunda se torna tão real, então, quando há a intenção de compreender o conteúdo e, por isso, há forte interação com o mesmo, por meio do constante exame da lógica dos argumentos apresentados” (SANTOS, 2008, p. 68).

Observando o real sentido do jogo, foi questionado aos estudantes sobre modelo didático aplicado a eles no jogo de dominó Lustrado. Dessa forma foi percebido que a grande maioria estava entendendo o que foi proposto, a necessidade da ligação do jogo de dominó com a análise combinatória, como mostra o gráfico 4 a seguir.

Gráfico 4 – Entendimento do real sentido do jogo de Dominó Lustrado



Fonte: LIMA, M. V. O. (Set/2018)

Nesse aspecto, alguns estudantes fizeram os seguintes depoimentos:

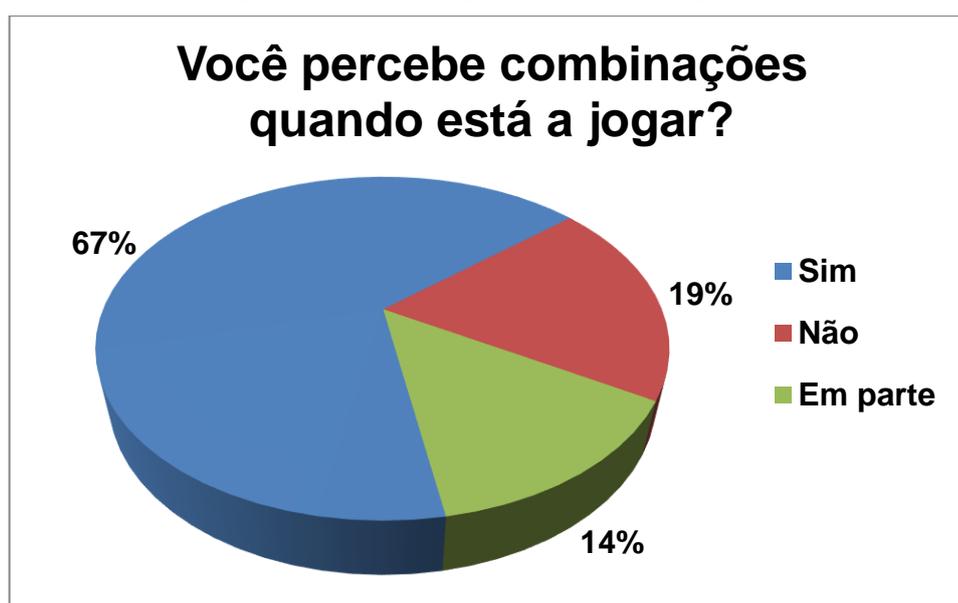
“O jogo foi a melhor maneira que se pode entender o assunto de análise combinatória e de fácil entendimento e conhecimento para o aprendizado”. (Depoimento do Estudante ER).

“Achei o jogo muito interessante propiciando a formação de estratégias de jogo. Além de fazer-nos pensar e de maneira estudantil inspirar-nos no espírito competitivo e na aprendizagem da análise combinatória”. (Depoimento do Estudante GL)

Observando todas essas colocações, tanto as evidenciadas na pesquisa quanto os depoimentos dos estudantes podemos evidenciar um modelo didático para a utilização do jogo de dominó Lustrado na análise combinatória.

Quanto à aceitação da novidade do jogo de dominó Lustrado ou Pontas de Cinco, percebe-se que do entendimento ao fascínio pelo jogo teve uma leve caída pois cerca de 80% entenderam o jogo, porém 67% gostaram realmente do jogo, como mostra o descrito no Gráfico 5, pois tal fato ocorre pelo tempo destinados às jogadas uma vez que requer concentração e escolha da melhor jogada disponível ao jogador. No caso do jogo de dominó tradicional é mais dinâmico e não requer tal habilidade descrita anteriormente.

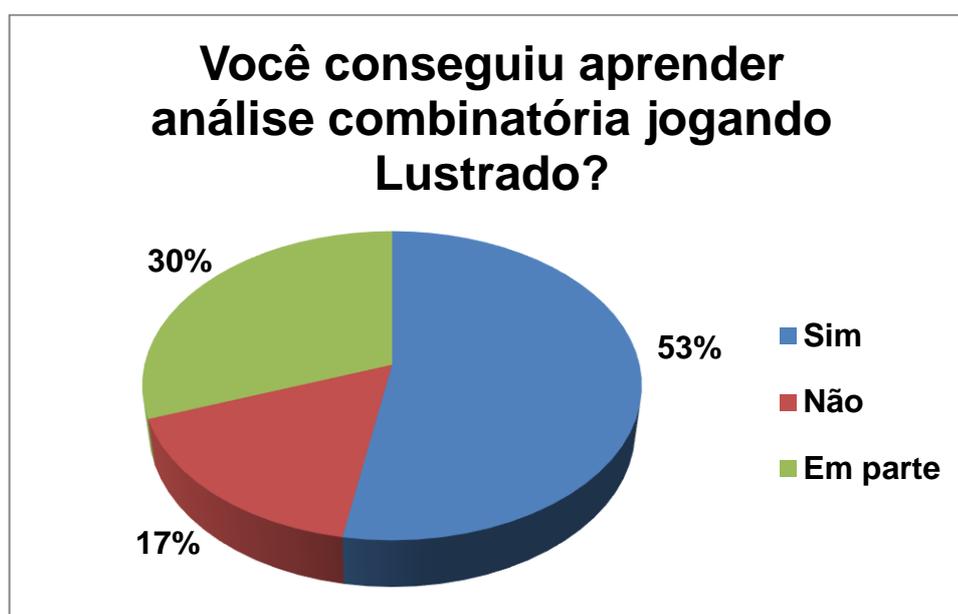
Gráfico 5 – Percepção das combinações durante o Jogo de Dominó Lustrado



Fonte: LIMA, M. V. O. (Set/2018)

Quanto ao nível de entendimento do jogo, quando perguntados sobre a facilidade ou dificuldade do jogo, pode se observar que, basicamente, a metade dos entrevistados entendeu e a outra metade achou dificuldade no decorrer das partidas. Houve também aqueles que não entendiam no início, mas, aos poucos, com ou sem ajuda de colegas, foram aprimorando o seu entendimento a cerca do jogo.

Gráfico 6 – Percentual de estudantes que aprenderam jogando.



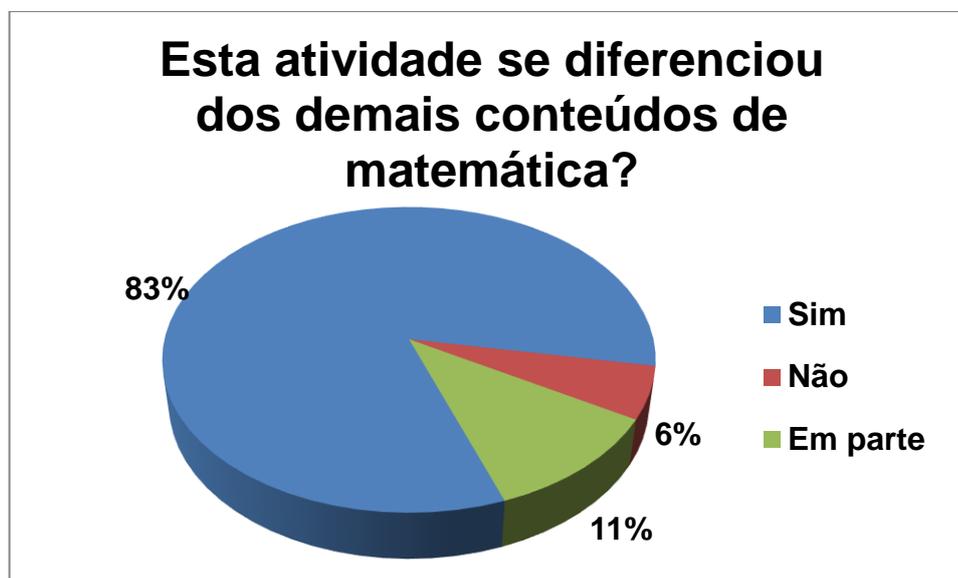
Fonte: LIMA, M. V. O. (Set/2018)

Nesse aspecto, alguns estudantes fizeram os seguintes depoimentos:

“Antes achava o jogo difícil, que não iria aprender e achava muito complicado, mas, durante o jogo, fui me concentrando e usando a análise combinatória e me saindo bem e ajudando os outros” (Depoimento da Estudante GP).

“Antes, não conhecia o jogo, mas gostei de jogar quando o professor trouxe para a gente experimentar. Gostei da proposta e aprendi mais um pouco sobre o assunto de análise combinatória” (Depoimento da Estudante IC).

Gráfico 7 – Atividade diferenciada



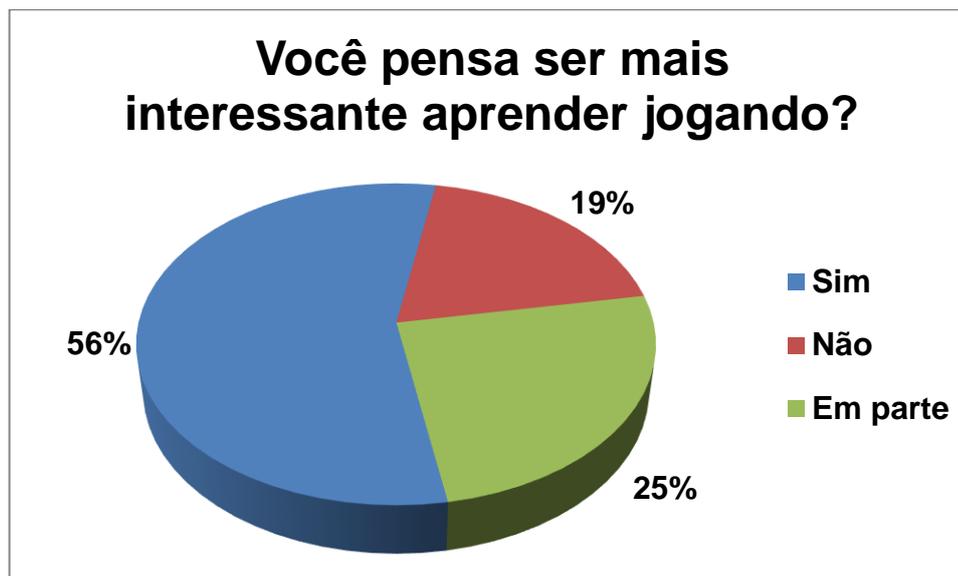
Fonte: LIMA, M. V. O. (Set/2018)

Nesse aspecto, alguns estudantes fizeram os seguintes depoimentos:

“Eu gostei do jogo. Ele me fez entender o assunto, tornando mais divertido” (Depoimento do Estudante JP).

“Eu gostei muito. Fez com que eu obtivesse mais conhecimentos matemáticos. E o jogo fez com que eu visse que a matemática também pode ser divertida” (Depoimento da Estudante KL).

Grande parte dos estudantes evidenciou que suas habilidades iam melhorando no decorrer das partidas, pois como se trata de um modelo de jogo novo, é normal que muitos sintam essa dificuldade inicial.

Gráfico 8 – Aprendendo jogando

Fonte: LIMA, M. V. O. (Set/2018)

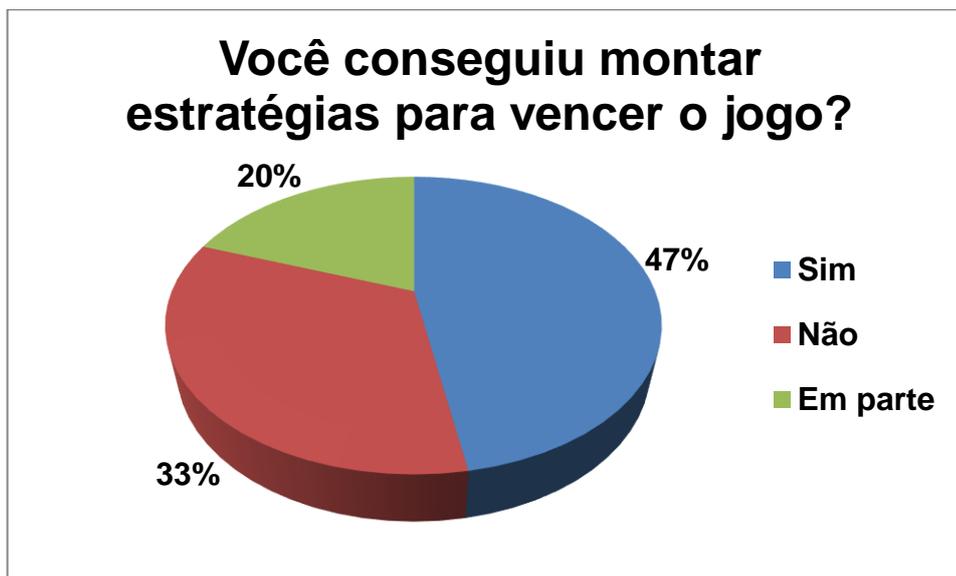
Nesse aspecto, alguns estudantes fizeram os seguintes depoimentos:

“Antes, não compreendi muito bem, pois não gosto de raciocinar cálculos matemáticos, mas depois percebi que é simplesmente uma questão de raciocínio lógico” (Depoimento da Estudante MF).

“No início achei difícil, mas, depois de algumas partidas, comecei a pegar o jeito. É uma maneira interessante de jogar dominó” (Depoimento da Estudante MC).

Após algumas partidas e tendo noção e conhecimento suficiente sobre o jogo e o que ele propunha, muitos estudantes já elaboravam estratégias de jogo sobre os aspectos da análise em si, como do jogo juntamente com o fator sorte. Mas nesse caso, as opiniões foram divididas, pois muitos deles não tinham o censo de lógica como outros. Dessa forma, pode-se observar no gráfico 9 que quase a metade formava estratégias, enquanto que a outra, não.

Gráfico 9 – Nível de Habilidade de montar estratégias durante o jogo



Fonte: LIMA, M. V. O. (Set/2018)

Nesse aspecto, alguns estudantes fizeram os seguintes depoimentos:

“De início o jogo e o assunto pareciam difíceis, mas ao longo das rodadas, vai se tornando menos complicado, e quando já se tem prática, torna-se mais prazeroso montar (ou tentar montar) estratégias” (Depoimento do Estudante ME).

“O jogo nos faz ver uma forma melhor de jogar dominó. O objetivo é marcar mais pontos, então a concentração é muito importante. O jogo é muito legal. Em momento algum me senti entediada e ajudou bastante o assunto de análise combinatória” (Depoimento do Estudante PV).

Já o nível de desafio do jogo teve a maioria Sim como resposta como mostra o gráfico 10. O que mostra que o jogo teve nuance de sorte, raciocínio lógico, estratégias e uma gama de possibilidades de jogadas, do qual revelava os desafios gerados pelas combinações e suas pontuações.

Nessa linha de raciocínio, Santos (2008) afirma:

“O papel do docente de desafiar deve ser insistentemente aperfeiçoado. Precisamos construir nossa forma própria de ‘desequilibrar’ as redes neurais dos alunos. Essa função nos coloca diante de um novo desafio com relação ao planejamento de nossas aulas: buscar diferentes formas de provocar instabilidade cognitiva. Logo, planejar uma aula significativa implica, em primeira análise, buscar formas criativas e estimuladoras de desafiar as estruturas conceituais dos alunos” (SANTOS, 2008, p. 66).

Gráfico 10 – Um jogo desafiador



Fonte: LIMA, M. V. O. (Set/2018)

Nesse aspecto, um estudante fez o seguinte depoimento:

“O jogo apresenta uma proposta interessante que envolve a aprendizagem, diversão e estimula a competição entre os alunos. Resumindo: o jogo viciou metade da turma (inclusive a minha pessoa)” (Depoimento da Estudante HH).

5.4 PERCEPÇÃO DAS RELAÇÕES DE ESTRUTURAÇÃO DO CONHECIMENTO: AS LIMITAÇÕES RELEVANTES E AS POSSIBILIDADES

Observando os aspectos relevantes do jogo de Lustrado como instrumento didático pode-se observar que não se trata de ganhar o jogo juntando peças, mas pelo somatório dos pontos em que os estudantes devem atingir.

Assim, muito do que deve ser estudado tem a ver com as combinações necessárias para pontuar. Dessa forma, podemos evidenciar aspectos limitantes e das possibilidades que o Lustrado propicia como potencialização da aprendizagem.

5.4.1 Análise das Situações de Limitações do jogo de Lustrado para um modelo para ensinar Análise Combinatória com dominó

Quanto às limitações relevantes podemos evidenciar as dificuldades dos estudantes no desenvolver do jogo, pois muitos estavam habituados ao jogo

tradicional e que houve certa complicação para assimilar o real sentido do Lustrado que era a necessidade de realizar as combinações para sair-se vitorioso do jogo.

Alguns estudantes ainda não tem a habilidade de realizar combinações mentais, e até mesmo, a de resolver operações básicas (adição e subtração) a qual se fazem necessárias para as jogadas. Uma dificuldade encontrada durante esse momento era a de quando o estudante executava a jogada, era necessário eliminar uma das pontas em que a sua peça irá substituir e o estudante contava os pontos das extremidades e até a da peça que ele iria jogar.

Nesse aspecto, alguns estudantes fizeram os seguintes depoimentos:

“Pareceu mais complicado do que realmente é...” (Depoimento da Estudante IG).

“O jogo é bom... Só que não entendi nada sobre o jogo feito pra ganhar pontos. Nada!” (Depoimento da Estudante IL).

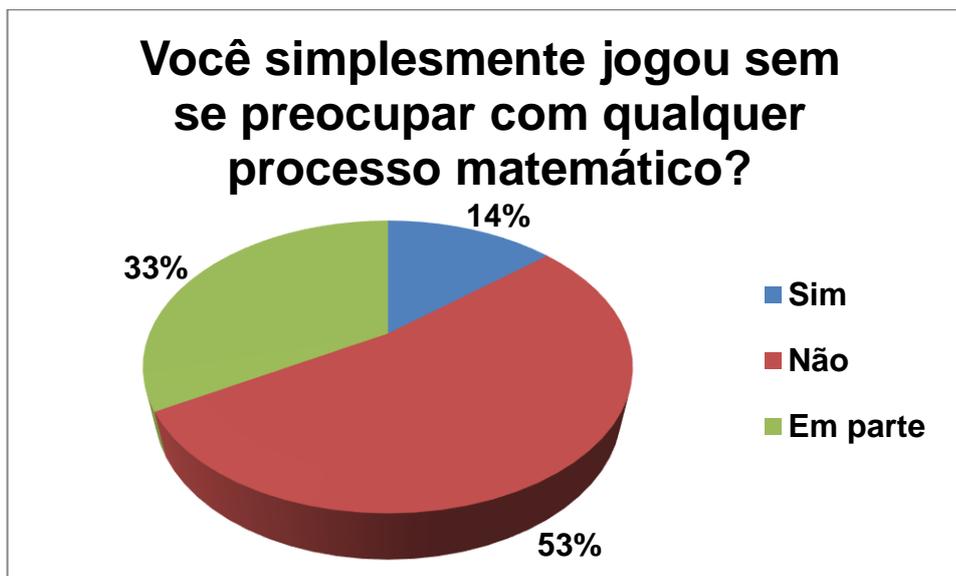
“Eu não entendi o jogo no começo, mas deu pra entender mais ou menos no fim” (Depoimento da Estudante FM).

Por esses comentários, muitos estudantes sentiram a dificuldade no desenvolvimento do jogo e o que ele o propunha. Nessa linha, muitos foram obrigados a pedir ajuda de colegas pra que se houvesse uma jogabilidade de todos. Partindo desde ponto, alguns foram tímidos e não pediram ajuda e jogando por jogar; outros não quiseram ajudar, pois preferiam ganhar o jogo.

A percepção dessa análise é imprescindível, quanto à aprendizagem significativa, pois a troca de ideias entre os estudantes é salutar, como afirma Santos (2008):

“Essa interação deve se concretizar em sala de aula por meio de estímulo para que os alunos troquem ideias e opiniões. Essas trocas devem ser breves e em pequenos grupos (três alunos é o ideal) para se evitar dispersão e a perda do foco. No momento em que um aluno ouve a opinião do colega e reflete sobre o que foi dito, tem a oportunidade de ratificar ou retificar sua opinião, por meio de uma síntese necessária a todo conhecimento” (SANTOS, 2008, p. 72).

Os gráficos 11 e 12 mostram o quanto foi utilizado o conteúdo de análise combinatória pelos estudantes durante o jogo. Pelo percentual, pode-se observar que as respostas foram divididas, ou seja, uma parte usou o conhecimento que foi estabelecido e outra não se ateve ao uso de tal conhecimento.

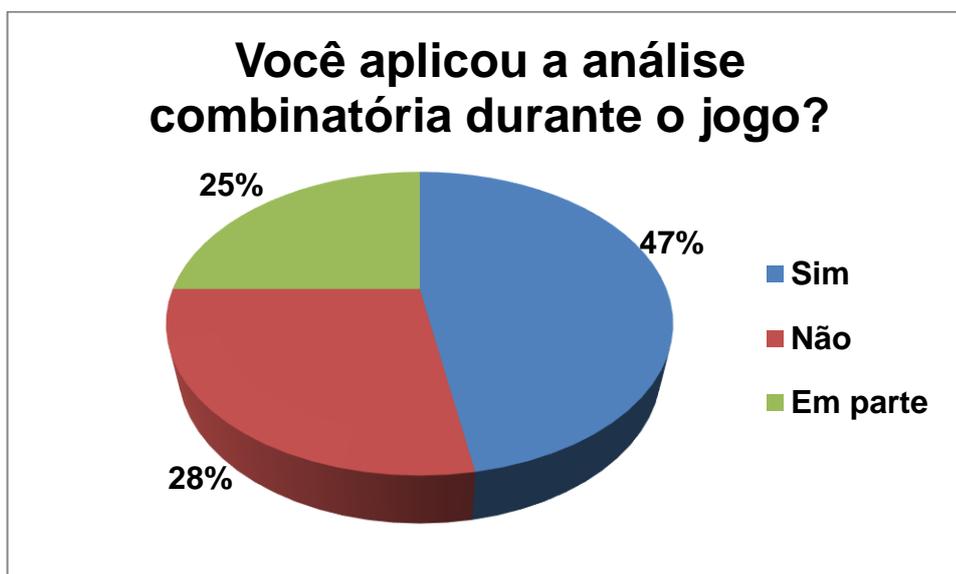
Gráfico 11 – Uso do conhecimento matemático no decorrer das partidas

Fonte: LIMA, M. V. O. (Set/2018)

Nesse aspecto, um estudante fez o seguinte depoimento:

“Eu jogava sem me importar com a contagem, mas nesse modo eu não conseguia jogar (...). Eu até tentei, mas sem sucesso. Até que aprendi um pouco. (...)” (Depoimento da Estudante RD).

Outro aspecto observado durante o foi que alguns estudantes jogavam sem se preocupar com o procedimento matemático, ou mesmo, com a combinação necessária para a obtenção dos pontos e jogavam como o tradicional.

Gráfico 12 – Aplicação de análise combinatória durante as partidas

Fonte: LIMA, M. V. O. (Set/2018)

Nesse aspecto, um estudante fez o seguinte depoimento:

“Ele exige muita concentração e raciocínio, e o melhor era tentar fazer os pontos do processo. Às vezes saia até doendo a cabeça de tanto pensar. E cada vez que jogava, melhor eu ficava” (Depoimento da Estudante TS).

Outra dificuldade encontrada para o desenvolvimento era a quantidade de dominós necessários para as atividades, uma vez que as partidas requeriam certa quantidade de estudantes onde a demanda de dominós não a supria. Nesse sentido, houve a necessidade dos próprios estudantes trazer os seus dominós para suprir essa demanda, uma vez que existiam aqueles estudantes que preferiam executar o jogo sozinho.

Uma dificuldade relevante a ser evidenciada era o tempo de execução das partidas, pois para cada rodada era necessário um tempo a mais para a realização de certas jogadas, uma vez que para tal realização era necessário um tempo para combinar as peças do tabuleiro com as peças da mão do estudante. Sendo assim, muitos demoravam mais que outros e alguns ficavam ociosos.

5.4.2 Análise das situações do jogo de Lustrado como possibilidade para um modelo para ensinar Análise Combinatória com dominó

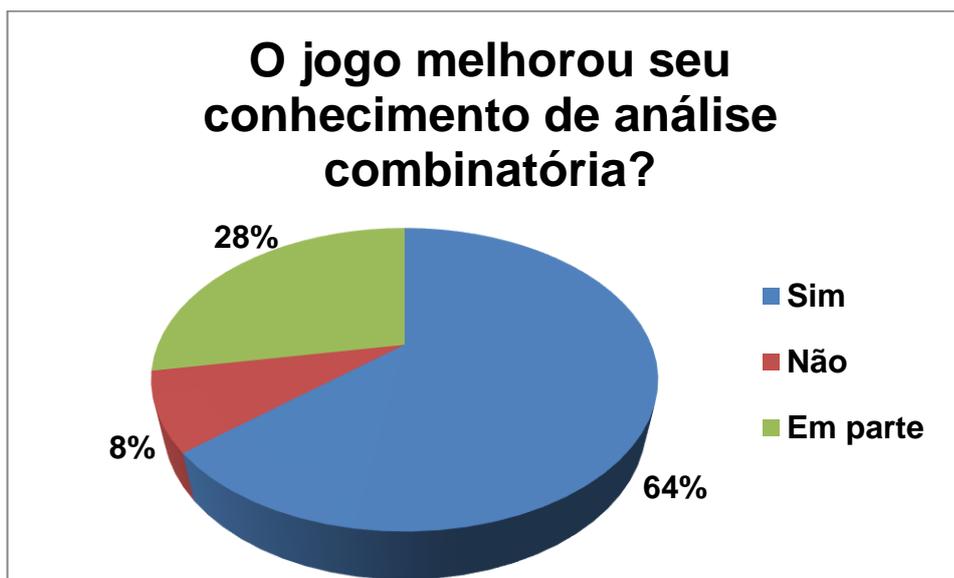
Os jogos matemáticos servem como propostas desencadeadoras de desafios e de introdução de conceitos matemáticos, dependendo da sua natureza, pois instigam aos estudantes uma nova dimensão ou modalidade de absorção de conhecimentos no que ele se propunha. Cabe ao professor/mediador direcionar o rumo a ser tomado no que diz respeito ao modelo didático inicialmente elaborado no projeto.

Na busca desse processo, Moura (1996), afirma:

“O jogo tem fortes componentes da resolução de problemas na medida em que jogar envolve uma atitude psicológica do sujeito que, ao se predispor para isso, coloca em movimento estruturas do pensamento que lhe permitem participar do jogo. [...] O jogo, no sentido psicológico, desestrutura o sujeito que parte em busca de estratégias que o levam a participar dele. Podemos definir jogo como um problema em movimento. Problema que envolve a atitude pessoal de querer jogar tal qual o resolvidor de problema que só os tem quando estes lhes exigem busca de instrumentos novos de pensamento” (MOURA, 1996, p.53).

No gráfico 13, pode-se perceber que muitos estudantes afirmaram que seu conhecimento sobre análise combinatória melhorou, uma vez que, inicialmente, foram exemplificadas jogadas das quais faziam as pontuações do jogo e que essas jogadas se combinavam de várias maneiras propiciando as referidas pontuações.

Gráfico 13 – O jogo e o conhecimento a cerca da análise combinatória



Fonte: LIMA, M. V. O. (Set/2018)

Nesse aspecto, alguns estudantes fizeram os seguintes depoimentos:

“No decorrer do jogo, melhorou o conhecimento da análise combinatória” (Depoimento do Estudante TG).

“O jogo é muito bom, pois você aprende mais sobre análise combinatória” (Depoimento da Estudante VP).

“Foi muito legal porque deixou a aula bastante divertida e deixou fácil o entendimento sobre o assunto” (Depoimento da Estudante AV).

Outra possibilidade que o Lustrado propõe é a motivação a cerca da busca do conhecimento sobre análise combinatória. Questionados sobre a busca desses conhecimentos os estudantes responderam, em quase sua maioria, que iriam conhecer mais sobre a análise combinatória como mostra no gráfico a seguir.

Gráfico 14 – Motivação sobre o conhecimento de análise combinatória

Fonte: LIMA, M. V. O. (Set/2018)

Nesse aspecto, alguns estudantes fizeram os seguintes depoimentos:

“O jogo nos ajuda a querer procurar ter mais conhecimentos de uma forma divertida. À medida que você aprende a saber cada vez mais do jogo, sua mente se abre para várias possibilidades e estratégias” (Depoimento da Estudante LG).

“(…) Quando se terminou de jogar, a gente percebeu que no jogo de dominó tinha combinações e isso é bom, pois é uma aprendizagem de combinações em forma de jogo. E esse jogo pode nos ajudar até em pensar mais em relação à análise combinatória” (Depoimento da Estudante GM).

“Com o jogo, pretendo melhorar meu desempenho no assunto de análise combinatória. Pretendo a cada dia que passo, conhecer mais profundamente o jogo” (Depoimento do Estudante FC).

Outro ponto positivo do jogo de Lustrado relacionado com o ensino da Análise combinatória é que, a grande maioria dos estudantes mencionou que o conhecimento sobre o assunto melhorou. Dessa forma, pode-se observar a grande contribuição do Jogo de Lustrado como modelo didático de ensino de análise combinatória em suas jogadas relativas às combinações.

Gráfico 15 – Melhoria do conhecimento sobre combinatória com o jogo.



Fonte: Lima, M. V. O. (Set/2018)

Nesse aspecto, alguns estudantes fizeram os seguintes depoimentos:

“Foi muito bom, pois nos ajudou a melhorar nossos conhecimentos sobre análise combinatória” (Depoimento da Estudante SB).

“O jogo é bem educativo. Na minha opinião, mexe bastante com a concentração, raciocínio e lógica. Gostei de jogar pois aprimorou e me ajudou nos meus conhecimentos na matéria” (Depoimento do Estudante RR).

5.5 ELABORAÇÃO DE MODELO DIDÁTICO PARA ENSINAR ANÁLISE COMBINATÓRIA COM O LUSTRADO

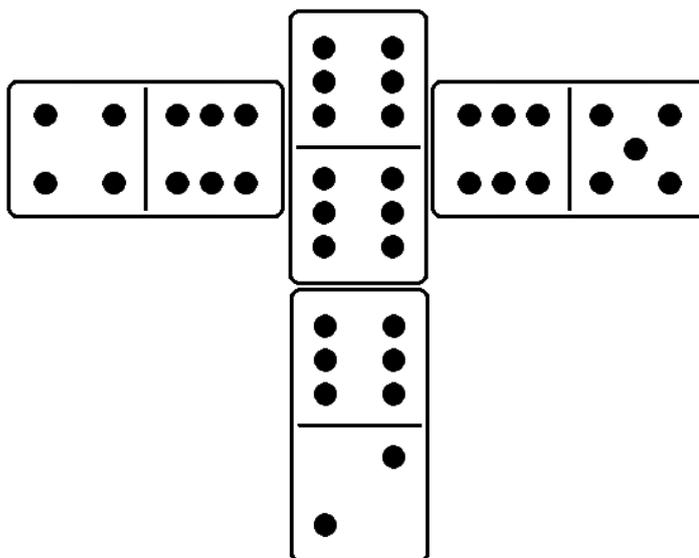
A obtenção dos pontos no jogo de Lustrado requer que o estudante realize combinações e operações matemáticas.

Partindo desse ponto, e observando o desenvolvimento da atividade com os estudantes e as situações que ocorriam nesse momento, pode-se elaborar um Modelo Didático para ensinar Análise Combinatória com o Lustrado.

5.5.1 Primeira Parte – Peças estabelecidas

Sugerimos inicialmente como ponto de partida a preparação de situações de jogo onde as peças são estabelecidas, ou seja, onde o professor pode parar e perguntar ao estudante as possibilidades que aquela situação oferece para que o estudante pontue. Para exemplificar esta situação apresentamos na figura 22 a seguir, como uma situação de jogo onde estão dispostas as peças no tabuleiro, disponíveis com três extremidades. Deste modo, o professor pode questionar os estudantes quais jogadas, e suas respectivas peças, podem fazer pontos que ainda estão disponíveis.

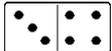
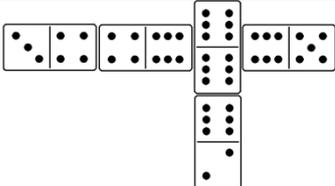
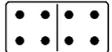
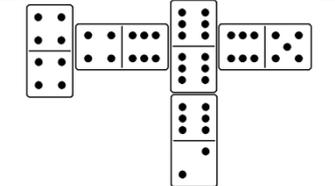
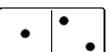
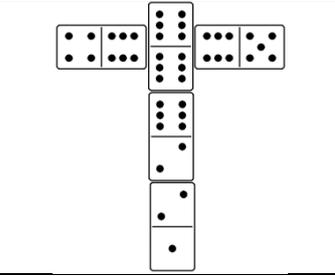
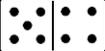
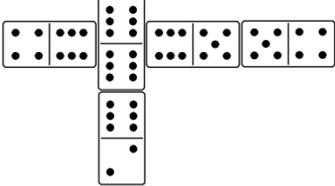
Figura 22 – Disposição de uma jogada com peças estabelecidas



Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

Como se pode observar, ao se executar uma jogada, uma das extremidades é substituída por outra. Dessa forma elaboramos uma tabela que permite observar as possíveis formas de pontuação com essa situação.

Tabela 20 – Possibilidades de jogadas com uma situação estabelecida

Peça a ser substituída	Extremidades			Disposição no Tabuleiro	Total de pontos
					10 pontos
					15 pontos
					10 pontos
					10 pontos

Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

Portanto, existem quatro combinações possíveis na disposição das peças mostradas na figura 22. Convém evidenciar que o estudante deve ser capaz de observar as possibilidades e os impedimentos da não pontuação apresentadas de acordo com a situação.

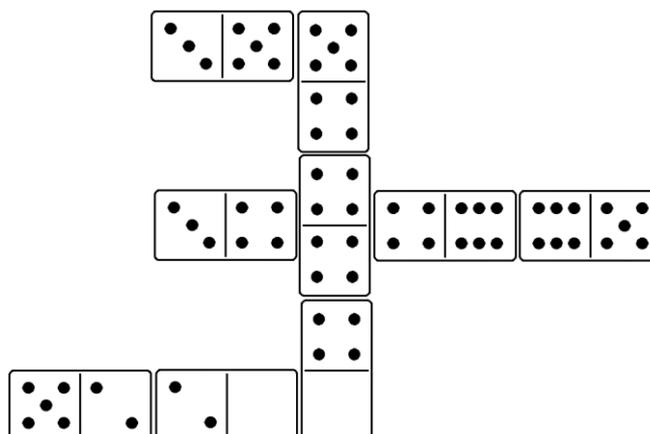
Cabe salientar que ainda existiria a possibilidade de pontuação colocando uma peça na outra extremidade do “Camburão de Sena” abrindo uma nova ponta, mas as peças que fariam pontos seriam as peças **[6|4]** ou **[6|5]** as quais já estão sobre o tabuleiro e não existiria a possibilidade de jogá-las.

5.5.2 Segunda parte – Mudança da disposição das peças estabelecidas

Em seguida, após a atividade de jogo sugerida anteriormente, o professor pode preparar uma nova situação de jogo onde pode questionar os estudantes as possibilidades de situação como apresentado na figura 23 abaixo para que se pontue mudando apenas as peças das extremidades de lugar.

Na figura 23 a seguir apresentamos a situação de jogo mencionada onde estão dispostas as peças no tabuleiro e disponíveis com quatro extremidades. Sugerimos ao professor questionar quais peças podem ser mudadas de lugar e fazer pontos.

Figura 23 – Disposição de uma situação com peças estabelecidas

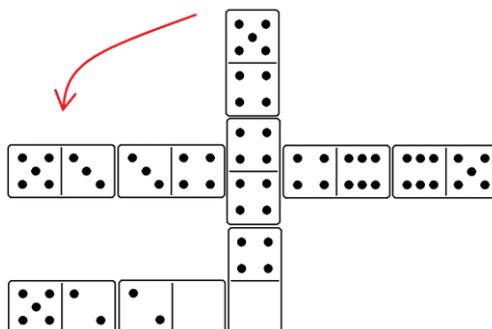


Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

Nesse caso, observa-se que a disposição das peças do tabuleiro não houve marcação de pontos, pois as extremidades se encontram os números 3, 3, 5 e 5 (onde $3 + 3 + 5 + 5 = 11$), e existem duas possibilidades de mudanças na disposição de peças as quais passará a marcar pontos. As figuras a seguir mostram a disposição das peças e suas mudanças às quais passaram a marcar pontos.

A figura 24 nos mostra a mudança da peça **[5|3]** de extremidade para a obtenção de 20 pontos ($5 + 5 + 5 + 5 = 20$ pontos). Este é o momento em que o estudante deve perceber como uma combinação pode ser determinante para a marcação de pontos.

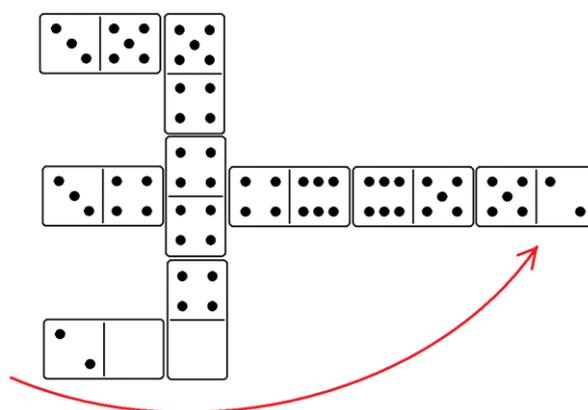
Figura 24 – Mudança de uma peça para obtenção de 20 pontos



Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

A figura 25 nos mostra a mudança da peça [5|2] de extremidade para a obtenção de 10 pontos ($3 + 3 + 2 + 2 = 10$ pontos).

Figura 25 – Mudança de uma peça para obtenção de 10 pontos



Fonte: LIMA, M. V. O. (Out/2018)

Esta atividade também será interessante ao estudante para ele entender que uma simples mudança de peça e combinada com outras geram contagens diferentes. A percepção com relação a esse modo de atividade servirá para aprender as combinações com trocas de peças e reconhecer aquelas que também não geram contagem de pontuação necessária para as que o jogo se propõe, dando significado ao conteúdo pela própria percepção do estudante da necessidade da jogada, o que leva a construção de sua própria aprendizagem.

No contexto geral, as situações podem surgir a partir de como ocorre o desenvolvimento do jogo. Cabe ao professor mediar este processo de forma

coerente e que desenvolva no estudante o senso crítico, a capacidade de refletir, pensar, pela resolução dos problemas oriundos das situações de jogo, assim sendo, melhoram a aprendizagem, isto é, partindo do simples para o complexo, onde o jogo oferece os problemas, e o professor indaga, mas o estudante responde com a atitude de jogar e perceber, raciocinar para melhores situações de jogo, desenvolvendo habilidades cognitivas e aprendendo de forma significativa.

As situações apresentadas acima são fruto das análises deste estudo e se apresentam de forma eficaz uma gama de possibilidades e situações de desenvolvimento de aprendizagem de análise combinatória por meio do lustrado que vão enriquecendo e ficando mais complexas, levando o estudante a utilizar muito mais estruturas mentais que a memória e desenvolver uma aprendizagem de fato significativa.

6 CONSIDERAÇÕES

Todo o processo de ensino-aprendizagem devemos sempre buscar algo em que o educando se sinta desafiado, que busque o sentido da necessidade de tal conhecimento, que ele saiba como discernir o que é necessário e o que pode ser descartado (ou utilizado em outra oportunidade).

A busca de mediar conhecimento nos faz pensar em meios facilitadores ou que procure promover a compreensão de conhecimentos de determinadas situações. Para que se tenham esses conhecimentos, procurou-se inserir ao meio escolar uma situação-problema que incorpora a busca de tais informações.

Nesse caso, o elemento mediador para o conhecimento de análise combinatória foi o uso de dominó, cuja forma utilizada foi uma modalidade diferente do tradicional, como o jogo de Lustrado ou Pontas de Cinco.

No decorrer desta pesquisa, foi possível entender as dificuldades dos estudantes na compreensão de significados e das aplicações no cotidiano dos conceitos e ideias analisadas. A Análise Combinatória não é de difícil observação para o estudante, mas que, em determinadas situações, ele pode encontrar dificuldades na compreensão e na assimilação desses conhecimentos. Então, uma nova abordagem de ensino, como a aplicação de um jogo matemático, como o Lustrado, foi necessária para que se pudessem desenvolver habilidades de combinações na prática para facilitar a aprendizagem significativa.

É importante e interessante que o Educador invista seu tempo com o jogo de dominó Lustrado que foi útil para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Esse jogo pode parecer apenas uma fonte de diversão, ou mesmo, um passatempo. Entretanto, ele leva, na sua essência, várias possibilidades para se aprender, o ato de pensar ou de ser norteador para se adquirirem conhecimentos de análise combinatória.

O Educador deve sempre relacionar o Jogo de Dominó Lustrado ou Pontas de Cinco, com os conceitos matemáticos de análise combinatória envolvidos para que os estudantes tenham a oportunidade de aprender, não apenas na teoria, mas na prática.

Os estudantes, mesmo sem maturidade para compreender as combinações mais complexas sobre aspectos do jogo de Lustrado ou Pontas de Cinco,

observaram que existiu uma ligação sobre a Análise Combinatória e este desenvolveu um raciocínio matemático capaz de resolver ou de, pelo menos, empregar o conteúdo ministrado tendo o jogo de dominó como facilitador.

Este trabalho é apenas uma amostra de como se pode fazer uso de meios facilitadores ou que busquem facilitar a mediação dos conhecimentos de determinada modalidade de ensino ou conhecimento. Não tem a intenção de ser o norteador em relação ao ensino da Análise Combinatória, mas espera-se que ele possa ser usado como ferramenta que o educador terá a sua disposição nessa longa jornada chamada educação matemática.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: Uma perspectiva cognitiva**. Editora Grafo 1.^a Edição PT- 467- Janeiro de 2003.

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática**. São Paulo: IME – USP, 1996.

CONBRAD. **Regras brasileiras de dominó para competições oficiais**. Brasília, DF. 17/10/2012. Disponível em: <<https://unidosdomino.wordpress.com/2012/10/17/conbrad-regras-oficiais-do-dominio>>. Acesso em 29 jan. 2018.

FERREIRA, F. P. **Análise Combinatória no Ensino Médio: uma abordagem sem o uso de fórmulas**. Universidade Federal do Vale do São Francisco - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática. Juazeiro – BA, 2013.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 17.ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

GHEDIN, E. **11Progr. 4 3. Evandro Ghedin entrevistado por Rodrigo Vaughan no Ponto de vista**. Youtube, 20 de julho de 2011. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=AdR5ReoAQg8>>. Acesso em: 10 fev. 18.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004.

LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Sergio Lorenzato (org.). – 2. ed. rev. – Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (Coleção Formação de professores).

MACÊDO, F. C. S.; EVANGERLANDY, G. M. **Pesquisa: passo a passo para elaboração de trabalhos científicos**. Teresina: 2018.

MENDONÇA, A. F.; MENEZES, D. B. **Aplicações de jogos na matemática sob a perspectiva da sequência Fedathi**. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016. Minicurso.

MENINO, F. S.; BARBOSA, R. M. **Dominós: um recurso lúdico na resolução de problemas para a aprendizagem de sucessões**. Disponível em: <http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPEM/Comunicacoes_Orais/co0059.doc> Acesso em 14 mar. 2018.

MOURA, M. O. **O jogo e a construção do conhecimento matemático**. Série Ideias n. 10, São Paulo: FDE, 1992. p. 45-53. Disponível em: <http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_10_p045-053_c.pdf> Acesso em: 09 jul. 2017.

MOURA, M. O. **A séria busca no jogo: do lúdico na matemática.** In: KISHIMOTO, T. M. (Org.). Jogo, brinquedo, brincadeira e educação. São Paulo: Corte, 1996.

PIVATTO, W. **Aprendizagem significativa:** revisão teórica e apresentação de um instrumento para aplicação em sala de aula. Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, SC. Vol. 2, nº 15, 2013.

SANTOS, J. C. F. **Aprendizagem significativa:** modalidades de aprendizagem e o papel do professor. Porto Alegre: Mediação, 2008.

SILVA, A. F.; KODAMA, H. M. Y. **Dominós.** IBILCE – São José do Rio Preto – SP, 2006. Disponível em: <<http://mat.ufg.br/bienal/2006/mini/dominos.pdf>> Acesso em 18 abr. 2018.

SILVA, R. P.; MEDINA, R. D. **A influência dos jogos educacionais do projeto piloto UCA nas aulas de matemática.** Artigo, 2007. Disponível em: <http://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/742/Silva_Roseli_Prestes_da.pdf?sequence=1> Acesso em: 18 abr. 2018.

SILVEIRA, A. A. **Análise combinatória em sala de aula: uma proposta de ensino-aprendizagem, exploração e proposição de problemas.** Dissertação – Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, PB. 2016

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; PESSOA, N.; ISHIHARA, C. **Jogos matemáticos: 1º a 3º ano.** Porto Alegre: Artmed, 2008.

TEIXEIRA, R. C. **Jogos Combinatórios e Números Surreais.** 2º Colóquio da Região Sudeste. Janeiro de 2013.

TEIXEIRA, R. R. P.; APRESENTAÇÃO, K. R. dos S. **Jogos em sala de aula e seus benefícios para a aprendizagem da matemática.** *Revista Linhas*, Florianópolis, v. 15, n. 28, p. 302-323, jan./jun. 2014.

APÊNDICE



**INSTITUTO FEDERAL DO PIAUÍ
CAMPUS FLORIANO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
PROFMAT**



**QUESTIONÁRIO SOBRE A APLICAÇÃO DO JOGO
DE DOMINÓ “LUSTRADO” OU “PONTAS DE CINCO”**

1. Você conhecia o Jogo “Lustrado” (também chamado de “pontas de cinco”) antes desta atividade?
() Sim () não () Em parte
2. Os objetivos do jogo compreendido?
() Sim () não () Em parte
3. Dá para aprender análise combinatória quando se joga?
() Sim () não () Em parte
4. Você entendeu o que o jogo quer que você aprenda?
() Sim () não () Em parte
5. Você gostou do jogo?
() Sim () não () Em parte
6. Você percebe combinações quando está a jogar?
() Sim () não () Em parte
7. Você conseguiu aprender análise combinatória jogando Lustrado?
() Sim () não () Em parte
8. Esta atividade se diferenciou dos demais conteúdos de matemática?
() Sim () não () Em parte
9. Você pensa ser mais interessante aprender jogando?
() Sim () não () Em parte
10. Sua habilidade melhora a cada partida que joga?
() Sim () não () Em parte
11. Você conseguiu montar estratégias para vencer o jogo?
() Sim () não () Em parte
12. Você me sentiu desafiado pelo jogo?
() Sim () não () Em parte
13. Você conseguiu ver combinatória no jogo?
() Sim () não () Em parte
14. O jogo melhorou seu conhecimento de análise combinatória?
() Sim () não () Em parte
15. Você tentou aplicar a análise combinatória durante o jogo?
() Sim () não () Em parte
16. Você simplesmente jogou sem se preocupar com qualquer processo matemático?
() Sim () não () Em parte
17. Você aplicou a análise combinatória durante o jogo?
() Sim () não () Em parte
18. O jogo o motivou a conhecer mais sobre a análise combinatória?
() Sim () não () Em parte
19. Você concorda que essas estratégias melhoram o seu entendimento de conteúdos de Análise Combinatória?
() Sim () não () Em parte
20. De modo geral, comente sobre o jogo de lustrado dando sua opinião sobre suas expectativas, seus conhecimentos quanto ao jogo de dominó “Lustrado”. O antes, o durante e o depois do jogo.

21. Deixe sua opinião sobre a relação sobre o jogo de dominós Lustrado com a análise combinatória.

ANEXO

REGRAS BRASILEIRAS DE DOMINÓ PARA COMPETIÇÕES OFICIAIS

I – COMPETIÇÕES

1º – O jogo do esporte de Dominó, em seu sentido inorgânico, é composto por vinte e oito (28) peças, denominadas pedras (fichas), de cor branca ou similar, de aproximadamente 53 milímetros (53 mm) de comprimento, 27 milímetros (27 mm) milímetros de largura e onze (11 mm) de espessura.

2º – Cada pedra tem duas caras: uma externa, completamente homogênea, sem qualquer sinal distintivo, e outra interior, dividida em 2 (dois) lados (quadrantes), de igual tamanho, separadas entre si, por uma linha reta e escura em toda a largura. Nos quadrantes há buracos ou fendas, de forma circular, de cor escura, cujo quantidade é variável e constituem o número de pontos para cada pedra.

3º – O número de pontos das pedras vai desde a que não tem nenhum (0) ponto, nenhum orifício, que é a bucha (doble) branco, até a que tem seis (6) pontos em cada lado (quadrante), que é a bucha de sena (doble-seis). O número total de pontos das 28 pedras, que compõem o jogo do esporte de Dominó, é 168 (cento e sessenta e oito).

4º – As 28 (vinte e oito) pedras são compostas por 7 (sete) séries numéricas, que vão desde o “0” (branco) até o 6 (sena). Em cada série há 7 pedras, de modo que em cada uma delas, há alguns elementos próprios e exclusivos e outros comuns com as outras séries. As séries numéricas se denominam naipes (palos) e vão desde o “0” (branco) até “6” (sena).

5º – Toda mão (ronda) termina pela batida (dominada) ou por fecha (tranca).

6º – A mão termina pela batida (dominada) quando um dos 4 (quatro) atletas coloca a sua última pedra (ficha).

7º – A mão termina por fecha (tranca) quando um dos 4 (quatro) atletas coloca uma pedra (ficha) que, além de ser a sétima e última de um naipe (palo), faz com que, como consequência, as duas pontas na mesa de jogo, tenha o mesmo naipe (palo).

8º – Em caso de que a mão termine pela batida (dominada), a dupla que venceu, deve anotar em seu favor o número de pontos que somem as pedras (fichas) não jogadas naquela mão: as pedras do parceiro de quem bateu a partida e da dupla que perdeu, ou seja, se contarão todos os pontos das pedras não jogadas naquela mão.

9º – Em caso de que a mão termine por fecha ou tranca, a dupla que tiver ganhado, ou seja, a dupla com menor número de pontos nas pedras não jogadas, se anotarão os pontos somados das pedras não jogadas da dupla perdedora, assim como também das pedras não jogadas da dupla vencedora, ou seja, se contarão todas as pedras não jogadas na mão. No caso em que ambas as duplas tiverem a mesma quantidade de pontos das pedras não jogadas, o fecha ou tranca será considerado um empate. Se anotar um “0” (zero) na coluna da Planilha de Anotação para a dupla que tiver executado o fecha ou tranca, simplesmente com o fim de se controlar as mãos jogadas e saídas futuras.

10 – Todos os pontos ganhos por uma dupla ou outra serão em uma folha, chamada Planilha de Anotação, que deve ser assinada, pelo menos por um membro de cada dupla, ao terminar a partida e por um árbitro.

11 – As partidas terminam quando uma dupla alcança os pontos pré-fixados como meta da organização ou quando se esgotar o tempo estipulado para a mesma. Esgotado o tempo fixado, mesmo se estiver jogando uma mão, a partida terminará ao final daquela mão. Da mesma forma, se o tempo pré-fixado termina no início de uma mão, deve ser concluída. A este respeito, se define como início de uma mão, o instante que ocorre ao finalizar a mão anterior, quer dizer, o momento em que coloque a última pedra, seja batida (dominada) ou fecha ou tranca, contar os pontos, embaralhar, anotar os pontos ganhos e colocar a primeira pedra pelo atleta que lhe corresponda a saída, todas estas ações correspondem a ocorrências do início de uma mão de Dominó. A mão termina quando se coloca a última pedra por qualquer atleta, seja para bater (dominar) ou para fechar o jogo.

12 – Se estabelece como limite máximo de partidas e pontos a jogar-se em Campeonatos Mundiais: 15 (quinze) partidas a 200 (duzentos) pontos e/ou uma duração de 45 minutos cada.

Parágrafo Único.- Em casos excepcionais e a critério da Comissão Organizadora, Comissão Técnica e Diretoria, poderão jogar-se até com um mínimo de 7 (sete) partidas a 300 (trezentos) pontos, com uma duração de 55 (cinquenta e cinco) minutos.

13 – A vitória da partida é para a dupla que alcançar primeiro que a outra, a quantidade pré-fixada como meta da Organização da Competição. Também se declarará vencedora quando for anunciada a conclusão do tempo pré-fixado, à dupla, que no final da mão que se está jogando, se encontre à frente na pontuação na súmula correspondente.

Parágrafo Único – Em toda partida, deve haver uma dupla vencedora, ou seja, em nenhuma maneira haverá empate em pontos, ainda que quando esta for a situação ao concluir o tempo pré-fixado como duração da partida. Se ocorrer esta situação, deverá disputar uma mão extra de desempate, para declarar o vencedor da partida.

II – SISTEMA

14 – Em toda competição de caráter internacional, se utilizará, como sistema de competição e classificação de atletas, o Sistema Suíço, que consiste em ordenar todos os participantes de acordo com os resultados parciais em forma piramidal, divide o grupo em duas metades, que se enfrentam entre si na primeira rodada, então, se toma todos os atletas vencedores, os ordena, divide o grupo em duas metades, que voltam a se enfrentar entre si, fazendo o mesmo com os atletas que perderam.

Parágrafo Único – Os critérios de classificação, a partir da segunda partida até a última, serão os seguintes:

- a) Partidas ganhas;
- b) Efetividade;
- c) Somatório dos pontos obtidos.

15 – Para todos os efeitos do presente regulamento, se denomina Efetividade, o valor numérico acumulado que resulta da subtração entre a meta definida de pontos em uma determinada partida e os pontos ganhos pela dupla perdedora. Não se toma em conta, para esse índice, os pontos ganhos pela dupla ganhadora, independentemente de seu valor. Deve-se notar que, quando se ganha uma partida, a Efetividade obtida será positiva, e, quando se perde, a Efetividade será negativa.

III – SANÇÕES

16 – As sanções a serem aplicadas de acordo com a gravidade da infração são as seguintes:

- Advertência (admoestação) Verbal;
- Imposição de Cartão Amarelo por violação do artigo do Regulamento;
- Imposição de Cartão Vermelho, pelas mesmas razões;
- Imposição de Cartão Negro por violação das normas pertinentes ao Regulamento.

17 – Nas competições oficiais, organizadas pela CONBRAD ou Entidades filiadas a ela, as infrações ou violações ao presente Regulamento serão sancionados pelos árbitros, com a imposição de cartões de acordo com a gravidade da falta. Estes cartões são amarelo, vermelho e negro e têm os seguintes significados:

- Cartão Amarelo: é uma admoestação simples causado por uma falta leve;
- Cartão Vermelho: é uma admoestação causada por uma falta grave e equivale a (2) dois (2) Cartões Amarelos: isso leva à perda da partida, com anotação similar ao caso de Abandono de Jogo;
- Cartão Negro: é uma admoestação motivada por uma falta gravíssima, também equivale a 3 (três) Cartões Amarelos ou 1 (um) Cartão Vermelho e (1) um cartão Amarelo e leva à expulsão da competição.

Parágrafo Único – A imposição de cartões será pessoal, ainda que as consequências imediatas se estendam à dupla ou equipe, e serão acumulativos em uma mão, partida, competição e, inclusive, entre várias competições. Elas deverão ser anunciadas publicamente através do número de identificação do atleta, sem mencionar seu nome, e ser notificadas imediatamente à Comissão Técnica, a qual tomará nota ou aplicará as sanções de acordo com o caso. A acumulação de cartões terão vigência até o 31º (trigésimo primeiro) dia de Dezembro de cada ano. Nos casos em que o Cartão Negro for aplicado, a Diretoria-Executiva da CONBRAD, imporá sanções complementares de suspensão por tempo a critério da mesma, e que não poderão exceder a (1) um ano.

18 – A dupla que, voluntariamente ou não, se apresentar com atraso à mesa de jogo que lhe corresponda, será penalizada da seguinte forma:

- a) De 2 (dois) a 5 (cinco) minutos, será descontado 10% da meta do jogo;
- b) De 5 (cinco) a 10 (dez) minutos, será descontado 20% da meta da partida;
- c) Acima de 10 (dez) minutos, imposição de Cartão Vermelho ao infrator e perda da partida com anotação à dupla vencedora dos pontos pré-fixados a 0 (zero).

Parágrafo Único – No caso das competições individuais, só será penalizado o atleta ausente.

19- O tempo máximo de uma jogada típica, entendendo-se como tal, a colocação de pedras em situações de não estar possibilitada a fecha ou tranca, será de vinte (20) segundos; e o tempo máximo de uma jogada atípica, entendendo-se como tal, a colocação de pedras em situações de fecha ou tranca, será de 1 (um) minuto. Qualquer atraso injustificado nos prazos estabelecidos neste artigo será considerado conduta antidesportiva, e o atleta que cometer essa irregularidade será primeiro: advertência verbal pelo árbitro do encontro. Em caso de reincidência na mesma partida ou partidas diferentes, será imposto um Cartão Amarelo, e se lhe descontará

20% (vinte por cento) da meta da partida. E, se voltar a ocorrer, será imposto Cartão Vermelho, e deduzidos 30% (trinta por cento) da meta do jogo.

20 – Não se poderá fumar, comer ou beber na área do recinto das partidas, antes, durante e depois da realização da competição. Conseqüentemente, é totalmente proibida a colocação de qualquer objeto sobre a mesa, como: copos, garrafas, cinzeiros, isqueiros, telefones celulares ou qualquer outro objeto alheio ao jogo de Dominó, a não ser a súmula de anotação, lápis ou caneta para escrever. A desobediência a esta disposição produzirá a imposição, imediata, ao infrator de um Cartão Vermelha. Também será objeto da mesma sanção, o atleta que evidencie, de maneira notória, uso de álcool ou de substâncias psicotrópicas, que possam prejudicar o desenvolvimento da competição

21 – Está terminantemente proibido ao atleta falar por telefone celular ou outro instrumento similar, durante a celebração do evento. Os participantes devem tomar as precauções correspondentes no caso de que, pela natureza do seu trabalho ou atividade pessoal, devam estar permanentemente em comunicação. O infrator será advertido previamente pelo árbitro e, em caso de reincidência, será penalizado com Cartão Amarelo, descontando-se à dupla os pontos equivalentes a 10% (dez por cento) da meta da partida.

22- Os atletas deverão manter atitude e postura uniformes, durante o curso da partida, com ambas as mãos debaixo da mesa, olhando para a mesma ou para as pedras ali colocadas, e permanecer em completo silêncio, sem fazer quaisquer movimentos, gestos ou sinais anormais, que sejam presumidos como comunicações não permitidas. O árbitro do evento que surpreenda a um atleta com essa atitude, que racionalmente suponha a violação que se refere neste artigo, advertirá verbalmente ao atleta e, em caso de reincidência, lhe imporá ao infrator um Cartão Amarelo, e será descontado da dupla infratora, 20% (vinte por cento) da meta do jogo.

Parágrafo Único – A critério dos organizadores das competições contempladas no presente Regulamento poderão fazer uso de “mataburro” nas mesas de jogo.

23 – Nenhum atleta poderá recriminar diretamente as condutas de seus adversários, nem a posição que adotem. Qualquer reclamação deverá ser feita ao árbitro da partida, que deve garantir o rigoroso cumprimento das regras do jogo.

24.- É expressamente proibido qualquer conversa entre os atletas de ambas as duplas durante o desenvolvimento da mão. Todos os comentários deverão ser efetuados ao se finalizar a mão e, nunca por muito tempo superior a 1 (um) minuto, sem se alterar a voz e nem referir-se aos adversários. Se o árbitro constatar essa irregularidade, decretará a anulação da mão e imporá Cartão Amarelo à dupla infratora, descontando-lhe 20% (vinte por cento da meta do jogo).

25 – As partidas se iniciam de acordo com os seguintes procedimentos:

- a) Em primeiro lugar, se voltam as pedras (fichas) com os pontos para baixo;
- b) Em seguida, quaisquer dos atletas mexe todas as pedras e cada um escolhe a sua. Corresponderá sair aquele que apresentar a pontuação mais alta. No caso de empate na pontuação, o atleta que possuir o naipe mais alto, será o saidor;
- c) Uma vez mexidas (mescladas) as pedras (fichas), cada atleta deve escolher 7 (sete) delas, começando pelo saidor da mão, seguido pelo atleta à sua direita e assim sucessivamente até o último, aquele que mexeu as pedras (fichas). O saidor terá a opção de mesclar novamente as pedras, porém se o fizer, será o último a pegá-las (mesmo assim ele ainda será o saidor da mão). Se algum atleta levanta mais de 7 pedras e as vê todas, se procederá a mesclar novamente todas as pedras

e se, ao contrário, não as vê todas ou nenhuma, o atleta que lhe falta pedras procederá a tomar daquelas não vistas;

d) Em seguida, o saidor colocará a pedra (ficha) inicial, virada para cima, no centro aproximado da mesa, que poderá estar previamente marcada. A pedra (ficha) de saída será colocada de tal forma que, em caso de ser uma bucha (doble), será em sentido paralelo à posição saidor e, em caso de ser uma pedra mista (de duas cabeças), em sentido vertical à posição do saidor, orientada com o maior valor para a frente (lado do parceiro). Depois de colocada a pedra no centro da mesa, nenhum atleta poderá movê-la daquele lugar;

e) As pedras pegadas da mesa deverão ser deixadas como caíam e devem permanecer na mesma posição e ordem que estavam inicialmente, isto quer dizer que os atletas não poderão tocá-las, nem trocá-las de lugar, nem mesmo para fechar os espaços entre elas, durante a mão;

f) As pedras deverão ser colocadas sobre a mesa de maneira suave (sem batê-las nem golpeá-las) e uniforme, devendo ficar encostadas completamente às já existentes (colocadas), sem deixar espaços abertos. Os atletas devem usar sempre a mesma mão, para colocar a pedra na mesma mão, e sempre fazê-lo da mesma forma: se usar dois dedos, três ou quatro dedos, o fará sempre de maneira similar, igualmente se empurrá-la com um dedo, depois deverá colocá-la da mesma forma durante todo o jogo. É expressamente proibido golpear as pedras (fichas) na mesa;

g) Quando se coloca uma pedra (ficha) que deva dobrar o carilhão, por falta de espaço suficiente, se dobrará a pedra (ficha) no sentido anti-horário;

h) No caso de haver o mesmo naipe (palo) nos dois lados da mesa, o atleta, na sua vez de jogar, deve fazê-lo pelo lado mais próximo a ele, e, se estiverem na mesma distância, deverá jogar no lado que está à sua direita. Qualquer violação ao referido neste artigo deverá ser notificada ao Árbitro, que advertirá verbalmente o infrator da mesma. E a reincidência será punida com a imposição de Cartão Amarelo e se descontará à dupla infratora 10% (dez por cento) da meta da partida;

26 – Se, antes do início de uma partida ou durante o seu desenvolvimento, um atleta deixar cair uma ou várias pedras, deverá se proceder com os seguintes critérios:

a) Se a pedra (ficha) virar com os pontos para cima, no momento da mexida (mescla), se voltarão a ser mexidas novamente com todas as demais;

b) Se a pedra (ficha) cair antes do início da mão, mas os atletas já estão com suas 7 (sete) pedras, a dupla adversária decidirá sobre a necessidade de re-misturar todas as pedras (fichas) ou não;

c) Se a queda de uma pedra (ficha) ocorre depois de ter havido a saída, a mesma será colocada à direita do atleta infrator, á vista de todos, e deve ser jogada na primeira oportunidade que couber; se a pedra (ficha) couber nos dois lados, será o atleta dono da mesma, que escolherá onde jogará. Se forem várias ou todas as pedras que virarem, a dupla adversária decidirá se quer continuar a mão ou se procederá uma nova mexida, repetindo a saída ao atleta que fez;

d) No caso de um atleta cometer os mesmos erros deste tipo duas vezes ou mais em uma partida, poderá ser punido pelo árbitro da partida, com Cartão Amarelo, descontando-se da dupla infratora 10% (dez por cento) da meta da mesma.