UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS - DCET
COLEGIADO DO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT

EDMILSON MARTINS CASTRO

AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO

Ilhéus-Bahia
2018

EDMILSON MARTINS CASTRO

AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO

Dissertação submetida ao Colegiado do PROFMAT da Universidade Estadual de Santa Cruz.

Orientador: Prof. Dr. Cícero Alfredo da Silva Filho.

Ilhéus-Bahia
2018

C355 Castro, Edmilson Martins.
As construções geométricas como metodologia de ensino / Edmilson Martins Castro. – Ilhéus, BA: UESC, 2018.
52f. : il.

Orientador: Cícero Alfredo da Silva Filho
Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
Inclui referências e apêndices.

1. Geometria. 2. Construções geométricas. 3. Ensino – Metodologia. I. Título.

CDD 516

EDMILSON MARTINS CASTRO

AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Trabalho aprovado. Ilhéus, 05 de outubro de 2018

Cícero A. da S. Filho

Prof. Dr. Cícero Alfredo da Silva Filho

Orientador – UESC

Fernanda Gonçalves de Paula

Profª. Dra. Fernanda Gonçalves de Paula

UESC

Aldo Trajano Louredo

Prof. Dr. Aldo Trajano Louredo

Membro Externo – Universidade Estadual da Paraíba - UEPB

Ilhéus, 2018.

"Jamais considere seus estudos como uma obrigação, mas como uma oportunidade invejável para aprender a conhecer a influência libertadora da beleza do reino do espírito, para seu próprio prazer pessoal e para proveito da comunidade à qual seu futuro trabalho pertencer." ***(Albert Einstein)***

Agradecimentos

A Deus, a honra, a glória e louvor, Ele que me deu animo e perseverança para não desistir no meio do caminho, Ele que é o centro e fonte de toda a vida, que forneceu-me a capacidade de superar todas as diversidades encontradas nesta longa caminhada.

Agradeço a minha esposa e filhos, que são um presente de Deus em minha vida. Eles que compreenderam a minha ausência em vários momentos que o curso exigiu, que foram o consolo e o incentivo para prosseguir até o fim.

Agradeço aos meus pais, que deram a vida por mim, mas além de tudo foram exemplos para que eu tivesse hombridade e sabedoria para superar os obstáculos que a vida propôs, souberam me animar e incentivar em todos os momentos de minha vida.

Agradeço a todas as pessoas que direta ou indiretamente contribuíram para que eu pudesse continuar caminhando a procura de novos conhecimentos e de certa forma ajudaram na aquisição de informações que foram de suma importância para a elaboração dessa dissertação, em especial agradeço ao meu orientador, Cícero Alfredo, por sua dedicação, empenho e colaboração em todo o processo.

Por fim, mas tão importante quanto, agradeço a todos os professores do curso PROFMAT da Universidade Estadual Santa Cruz - UESC, que com muita competência, me deu a honra de adquirir os conhecimentos nas diferentes áreas ao longo do processo.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de financiamento 001.

Resumo

A matemática é de fundamental importância na vida de cada indivíduo, visto que diariamente nos deparamos com situações que requer habilidades dessa área do conhecimento, seja para resolver situações-problema ou simplesmente para entender passagens em sua vida, tendo influência direta na vida intelectual, social e econômica do indivíduo. Em consequência, temos a geometria como parte fundamental da formação do conhecimento lógico-matemático do discente, assim o domínio dos conteúdos voltados à esta devem ser estimulados nas escolas, a fim de que o aluno possa se apropriar dos conceitos e propriedades, visto que a geometria é o conhecimento no qual fazemos a nossa relação com o espaço em nossa volta. Este trabalho aborda questões voltadas ao ensino da geometria nas escolas e a aplicação das construções geométricas como uma metodologia de ensino para a formação de um conhecimento mais sólidos na área da geometria. Com o objetivo de evidenciar a eficiência das construções geométricas como metodologia de ensino nas aulas de matemática, foi feito uma oficina com alunos do 9º ano do ensino fundamental do Centro Educacional de Alcobaça e uma observação da evolução apresentada pelos alunos durante a execução das atividades propostas.

Palavras-chave: Geometria; Construções Geométricas; Metodologia de Ensino .

Abstract

Mathematics is of fundamental importance in the life of each individual, since daily we are faced with situations that require skills in this area of ??knowledge, either to solve problem situations or simply to understand passages in their life, having a direct influence on intellectual, social life and economic development of the individual. As a consequence, we have geometry as a fundamental part of the formation of the student's logical-mathematical knowledge, so the domain of the contents oriented to it must be stimulated in the schools, so that the student can appropriate the concepts and properties, since the geometry is the knowledge in which we make our relationship with the space around us. This work deals with questions related to the teaching of geometry in schools and the application of geometric constructions as a teaching methodology for the formation of a more solid knowledge in the area of ??geometry. In order to demonstrate the efficiency of geometric constructions as a teaching methodology in mathematics classes, a workshop was held with students from the 9th grade of the Centro Educacional de Alcobaça and an observation of the evolution presented by the students during the execution of the proposed activities .

Keywords: Geometry; Geometric Constructions; Teaching Methodology.

Sumário

Lista de Figuras

Introdução

Dentre as disciplinas ministradas no ensino básico, a matemática é a que mais causa aflição entre os alunos, no entanto é uma das áreas do conhecimento humano mais importante para o bom desenvolvimento do mesmo em sua vida quotidiana. Porém há uma enorme lacuna desenvolvida pela escola entre a matemática aplicada em sala de aula e aquela necessária para o bom desenvolvimento do estudante em sua vida diária.

Uma lacuna maior se forma quando se quer analisar a geometria dentro da matemática, pois se perguntarmos aos alunos o que eles entendem por matemática, provavelmente surgirão respostas que envolvam, números, frações, tempo e operações básica. Dificilmente ouviremos alunos falarem de matemática citando forma, dimensões e posições de objetos, apesar desses aspectos fazerem parte da geometria e a mesma sendo parte integrante e essencial da matemática.

Atualmente os planejamentos escolares na área de matemática priorizam o ensino da aritmética e da álgebra, deixando a geometria em segundo plano, fazendo com que a mesma pouco a pouco seja descartada do foco escolar. A pouco tempo atrás a geometria vinha ocupando os últimos capítulos dos livros didáticos, sendo deixada de lado caso o professor não conseguisse cumprir todo o seu cronograma do curso, isto causou um efeito dominó nos professores, já que em sua formação não foi dada a importância devida à geometria, não sendo o mesmo preparado e qualificado para ministrar aulas da mesma no Ensino Fundamental I e II. O conhecimento básico da geometria é fundamental para os indivíduos interagirem em seu meio, esse conhecimento compreende conceitos, propriedades e relações simples, os quais deveriam ser introduzidos nas séries iniciais, para que na sequência do ensino fundamental os alunos pudessem compreender de forma significativa seus fundamentos. Assim os professores dessas séries precisam conhecer as ideias fundamentais da geometria e as diferentes maneiras de propiciar contextos favoráveis que levem os alunos à sua aprendizagem.

A aritmética é parte fundamental da matemática que fornece conceitos e propriedades para desenvolver operações de ordem prática e essencial para o domínio de situações mais complexas; a álgebra é igualmente importante para o indivíduo, pois fornece a capacidade de abstrair e generalizar números e medidas. No entanto é com a geometria que a matemática fica mais perto da realidade, pois a mesma é a forma menos abstrata desta área de conhecimento.

É sabido que o principal objetivo da escola é fazer com que os alunos possam resolver problemas que apareçam a ele no seu dia-a-dia, no entanto, algumas vezes alunos e professores seguem uma linha de pensamento onde procuram dar fórmulas algébricas fechadas para resolver problemas geométricos, que leva o aluno a solução do problema, porém sem fazer com que o mesmo procure raciocinar e ter curiosidade de analisar os fatos. Isso leva o discente a não desenvolver corretamente seus conhecimentos e habilidades, pois aprender está além de analisar casos e aplicar fórmulas para a resolução, na verdade deve ser importante a análise da forma que a curiosidade e o raciocínio estejam presentes nos fatos da resolução do problema.

A geometria é a parte da matemática que pode e deve estimular o interesse dos discentes pela ciência, pela criatividade, podendo também revelar a realidade que o rodeia, pois a partir da manipulação de formas geométricas, análises de modelos ou fazendo dobraduras, os mesmos podem constatar importantes propriedades geométricas.

Sendo assim, temos a geometria como uma poderosa ferramenta para minimizar a distância da matemática aplicada nas escolas e a matemática prática, fazendo uma ponte entre o conhecimento abstrato e a aplicação desses. No entanto, não basta somente trabalhar a geometria expondo seus teoremas, propriedades e axiomas, é preciso fazer com que a mesma seja desenvolvida no discente de forma que ele possa visualizar na prática os elementos que formam cada dedução geométrica. Assim, uma forma de trabalhar a geometria fazendo com que o aluno produza seu conhecimento é através das construções geométricas.

> "os problemas de construção geométricas são motivadores, às vezes intrigantes e frequentemente conduzem à descoberta de novas propriedades. São educativos no sentido que em cada um é necessária uma análise da situação onde se faz o planejamento da construção, seguindo-se a execução dessa construção, a posterior conclusão sobre o número de soluções distintas e também sobre a compatibilidade dos dados."(EDUARDO WAGNER)

Entretanto, é observado que as construções geométricas estão cada vez mais ausentes dos currículos escolares, por vários motivos, desde a ausência de materiais para o trabalho até a falta de qualificação dos docentes para ministrar aulas desta temática. Assim, essa dissertação pretende trabalhar o assunto de modo a mostrar a importância dessa ferramenta na construção do conhecimento geométrico dos discentes, através da exposição dos conteúdos elencados e de um relato de oficina de construções geométricas aplicada em uma turma do 9º ano do ensino fundamental no CEA - Centro Educacional de Alcobaça, na cidade de Alcobaça no estado da Bahia.

No primeiro capítulo será feita uma análise da geometria numa visão educacional, onde serão detalhados os aspectos que os PCN's expõem e os vivenciados nas escolas de ensino fundamental e médio, assim como uma maior visão de como as construções geométricas podem contribuir para o desenvolvimento dos saberes dos discentes. No segundo capítulo, será feita a fundamentação teórica dos conteúdos trabalhados na oficina, assim como acontecerá uma abordagem destes através das construções geométricas. Por fim no terceiro capítulo será relatado a situação do CEA no que diz respeito ao ensino de geometria e a aplicação do desenho geométrico nos trabalhos com os alunos, bem como um relato da oficina executada e dos resultados obtidos nas mesmas.

Capítulo 1

O Ensino da Geometria numa visão Educacional

Neste capítulo iremos fazer uma pequena abordagem sobre o desenvolvimento do ensino e utilização das construções geométricas nas escolas do Brasil nos últimos anos, assim como o parecer dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN‘s, sobre as construções geométricas. Por último será feita uma colocação das construções geométricas como metodologia de ensino de geometria no Ensino Básico.

1.1 O Ensino das Construções Geométricas das Escolas do Brasil

Com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1961, foi colocada como opcional a disciplina de desenho Geométrico, proporcionando opções de currículos diferenciados onde a mesma não era uma disciplina obrigatória, ficando a cargo das instituições de ensino a oferta ou não dessa disciplina. Porém mesmo com isso o ensino de desenho geométrico permaneceu oficial durante 40 anos, de 1931 a 1971. No entanto, aparecia neste momento os primeiros sinais da desvalorização da disciplina no contexto escolar.

Para Zuin,

> “...a partir da década de 60 de século XX, não só as construções geométricas vinham sendo desprezadas, o ensino da geometria Euclidiana também sofreu corte de diversos tópicos no Brasil.”

Com a promulgação da Lei n.° 5692 - Lei de Diretrizes e bases da Educação Nacional de 1971 aconteceram grandes mudanças no currículo escolar, acarretando modificações na grade escolar, onde a mesma passou a ser composta por um núcleo de disciplinas obrigatórias e outro núcleo de disciplinas diversificadas formadas por disciplinas opcionais. Assim sendo, a disciplina Educação Artística, por imposição da legislação escolar, tornou-se obrigatória em todas as séries do 1º e 2º grau, deixando a disciplina de desenho geométrico como optativa, daí muitas escolas deixaram de ofertar a disciplina.

No entanto, deve ser destacado que algumas instituições de Ensino, mesmo após a promulgação da lei citada acima, continuaram a ofertar o desenho geométrico nas aulas de Educação artística, havendo até algumas edições de livros de Educação artística que contemplavam as Construções Geométricas, e ainda, por causa da grande redução de publicações referentes a essa área, haviam instituições educacionais que produziam seu próprio material. Nos anos 80 algumas editoras lançaram coleções de livros de Desenho Geométrico para ser utilizados nas séries finais do 1º grau, porém as construções Geométricas continuavam sendo uma disciplina opcional, ficando, na maioria das vezes, ausente do currículo escolar.

Podemos citar também como um potencial fator para a mudança do foco no ensino da matemática e consequentemente da geometria a criação do chamado "Movimento da Matemática Moderna"que começou a ser formado a partir do Primeiro Congresso Brasileiro de Matemática no Curso Secundário, em 1955 na cidade de Salvador, Bahia, que influenciados por mudanças no ensino nos Estados Unidos, começou a crescer nos educadores uma necessidade de ensinar a matemática em virtude das necessidades sociais do indivíduo.

A partir daí houve a criação do grupo de Estudos do ensino de Matemática, acontecendo várias capacitações de professores afim de adequa-los para o ensino da Matemática Moderna. Como consequência aconteceram mudanças significativas para o ensino da matemática a partir do Movimento da Matemática Moderna. Para Miguel e Brito (1996) isso aconteceu devido à:

> "... adoção por parte dos diferentes grupos que se formaram visando à operacionalidade do ideário desse movimento, de uma concepção estruturalista da matemática e de uma concepção quase sempre tecnicista do modo de organização do ensino."

Consequentemente o ensino da Geometria Euclidiana foi drasticamente reduzido ou excluído das instituições de ensino. Os livros didáticos, seguindo uma linha revolucionária, foram modificados afim de se tornar mais atraentes para os discente, com mais ilustrações e menos demonstrações de teoremas sendo mais objetivos nas fórmulas e tentando ser mais contextualizado com a realidade do discente. Assim sendo, aumentou consideravelmente o descaso pela geometria dedutiva, pois influenciados pelos livros didáticos, os professores seguem essa linha, em virtude que os mesmos na maioria das vezes têm o livro didático como único meio para planejar as suas aulas.

Para Costa (1981),

> "...a falta da geometria repercute seriamente em todo o estudo das ciências exatas, da arte e da tecnologia. Mas o desenho geométrico foi afetado na sua própria razão de ser, já que em si é uma forma gráfica de estudo da geometria e de suas aplicações. Muito antes de desaparecer, como matéria obrigatória no ensino do 1º grau, o desenho geométrico já havia sido transformado numa coleção de receitas memorizadas, onde muito mal se aproveitava o mérito da prática no manejo dos instrumentos de desenho, pois geralmente estes se reduziam à régua e compasso."(Costa, 1981, p. 89-90).

É importante neste momento citar que o desprestígio da Geometria Euclidiana aconteceu principalmente nas escolas públicas que atendiam as classes mais baixas da sociedade. As escolas de elite, em sua maioria, continuaram com o ensino de geometria regularmente.

Fazendo uma análise mais ampla das mudanças acontecidas no ensino da matemática e consequentemente da geometria, pode ser afirmado que a mesma se tornou mais acessível a todos os discentes, trazendo um pouco mais de aplicabilidade quotidiana para os conhecimentos adquiridos na escola. Porém, em contrapartida a isso, o ensino da geometria euclidiana foi muito prejudicado, perdendo no desenvolvimento de deduções e demonstrações geométricas, deixando o discente mais focado em resultados e aplicações dos teoremas e propriedades. No geral percebe-se que, em um olhar pedagógico, o ensino da geometria ficou mais objetivo, porém foram perdidos alguns conteúdos e princípios importantes do mesmo durante o desenvolvimento do processo.

Outro problema que fez com que houvesse um descaso pelo desenho geométrico nos últimos anos nas escolar do Ensino Fundamental e Médio foi a falta de capacitação e conhecimento dos docentes para executar tais conteúdos e também, a partir deles, procurar desenvolver no discente a capacidade de dedução e raciocínio lógico, utilizando para isso as propriedades da geometria Euclidiana.

Contudo, nos últimos anos, apesar de não se tornar uma disciplina obrigatória nem tão pouco comumente presente na grade curricular das escolas, nota-se uma pequena retomada no ensino e aplicação das construções geométricas nas séries finais do ensino fundamental, visto que em algumas publicações de livros didáticos as mesmas vem sendo abordadas. Porém isso acontece de forma bem discreta e sem muito resultado prático, pois mesmo que os livros didáticos abordem esse tema o mesmo não é aplicado pelos docentes em suas aulas ou quando executado, não produz o resultado esperado por motivos variados, que vão desde a não capacitação adequada dos docentes até a falta de material didáticos para a execução das atividades, como é relatado no PCN de matemática para o 3º e 4º ciclo:

> "Entre os obstáculos que o Brasil tem enfrentado em relação ao ensino de Matemática, aponta-se a falta de uma formação profissional qualificada, as restrições ligadas às condições de trabalho, a ausência de políticas educacionais efetivas e as interpretações equivocadas de concepções pedagógicas."(PCN, matemática p. 21)

Em geral, nota-se que a questão relativa ao não ensino e aplicação das Construções Geométricas nas escolas do Brasil é ampla e muito complexa, pois, como já relatado nesta redação, o desprestígio ou a não aplica destas nas aulas vem acontecendo desde a décadas atrás tornado, ao passar dos dias, um pouco mais difícil o aparecimento de uma solução. Percebe-se que muitos professores não fazem uso dessa metodologia de ensino em suas aulas simplesmente por não terem o conhecimento necessário em virtude de não terem feito uso da mesma em toda sua formação colegial e acadêmica.

No entanto, esforços estão sendo feitos para uma mudança no quadro atual deste tema, já existindo instituições de ensino superior que incluem a disciplina Desenho Geométrico como optativa ou até mesmo obrigatória, visto também que neste curso (PROFMAT) todo o conteúdo de geometria plana vem sendo abordado em conjunto com as construções geométricas.

1.2 A Geometria nos Parâmetros Curriculares Nacionais

Em 1998 surge a proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN´s) visando a criação de um referencial no ensino nas escolas públicas, com a finalidade de orientar os docentes em suas práticas pedagógicas afim de que, no caso da matemática, possibilite aos discentes o acesso ao conhecimento matemático, fazendo com que o indivíduo possa assumir seu papel de cidadão dentro da sociedade de forma plena, melhorando simultaneamente a introdução do mesmo no mundo do trabalho e suas relações sociais e culturais.

Para tal, o mesmo sugere mudanças de aspectos metodológicos, físicos e burocráticos, que buscam melhorar a prática pedagógica de professores em todas as áreas do conhecimento, propondo novas formas de abordagem dos conteúdos afim de atingir objetivos previamente definidos. Assim temos que os PCN´s estabelecem:

> "(...) uma meta educacional para a qual devem convergir as ações políticas do Ministério da Educação e do Desporto, tais como os projetos ligados a sua competência na formação inicial e continuada de professores, à análise e compra de livros e outros materiais didáticos e à avaliação nacional. Têm como função subsidiar a elaboração ou a revisão curricular dos Estados e Municípios, dialogando com as propostas e experiências já existentes, incentivando a discussão pedagógica interna das escolas e a elaboração de projetos educativos, assim como servir de material de reflexão para a prática de professores."(BRASIL, 1998 P. 36)

Assim sendo, o PCN propõe uma discussão sobre o papel da matemática na formação integral do cidadão, para tal ressalta a importância de relacionar os conteúdos de matemática, ministrados nas escolas, com os temas transversais - Ética, Pluralidade Cultural, Orientação Sexual, Meio Ambiente, Saúde, Trabalho e Consumo.

Com intuito de respeitar as diversidades regionais, culturais e políticas do país os PCN´s apresentam propostas em que tais aspectos são levados em consideração em todo o processo de ensino-aprendizagem. Contudo, apesar do país apresentar tamanha diversidade cultural, procura-se montar uma base comum de conhecimento de modo a atender as características de cada região e ao mesmo tempo não privar os discentes de qualquer tipo de conhecimento necessário para o bom desenvolvimento de sua vida social e econômica.

Com relação à matemática os PCN´s afirmam que:

> "(...) a matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar. A aprendizagem em matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; aprender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática."(BRASIL, 1998)

Com o intuito de desenvolver melhor a capacidade de raciocínio do discente e principalmente estreitar a lacuna existente entre a teoria e a prática, os PCN´s de matemática propõem a introdução novamente do desenho geométrico com régua e compasso como forma não tão somente de trabalhar conteúdos de geometria, mais também para serem utilizados em conteúdos diversos na matemática, até mesmo na área da álgebra.

Neste momento há um crescimento da importância do desenho geométrico no olhar de muitos estudiosos no assunto e também por parte legal e estrutural do ensino de matemática, visto que desde a década de 60 , quando o mesmo deixou de ser obrigatório, acontece o primeiro reconhecimento formal de sua necessidade na formação dos saberes matemáticos.

O PCN de matemática traz orientações quanto a organização e formação dos conteúdos ministrados, estes por sua parte são divididos em blocos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação, onde a utilização das Construções Geométricas é citada nos conteúdos que dizem respeito à Espaço e Forma, onde afirma que:

> "O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações."(PCN, p. 51)

Assim, é interessante que as atividades desenvolvidas com régua e compasso sejam trabalhadas de forma conjunta com outros conteúdos matemáticos, envolvendo conhecimentos métricos, numéricos e com noções de proporcionalidade.

O PCN de matemática com relação ao terceiro ciclo e ao pensamento geométrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem, define como um dos seus objetivos:

> "Estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações."(PCN, p. 65)

Neste momento se faz necessário destacar os objetivos que o PCN traz para o quarto ciclo, para o pensamento geométrico:

- interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano;

- produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança;

- ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularidade e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais.

A partir da análise dos objetivos citados acima, o docente pode fazer uso das Construções Geométricas como instrumento metodológico para chegar ao resultado esperado, principalmente quando o mesmo se refere a situações que envolvem, ampliação, redução, paralelismo, perpendicularidade, congruência e semelhança.

De uma forma mas ampla, não só para o ensino de matemática, mas para todas as áreas de conhecimento, os PCN´s trazem uma proposta com uma visão diferenciada do ensino e dos objetivos a serem almejados, porém não devemos tratar isso como a resposta para todos os problemas da educação, mesmo porque existem muitos outros, de vários aspectos distintos a que se tratam esses PCN´s. Cada professor deve aplicar sua própria metodologia que satisfaça as necessidades e anseios dos seus discente. A utilização das Construções Geométricas é uma caminho que pode e deve ser explorado pelos professor em aulas de geometria e também em conteúdos diversos.

1.3 As Construções Geométricas na Construção dos Saberes

Quando pensamos no ensino de geometria nas escolas, surgem algumas perguntas onde cabem sérias reflexões sobre as mesmas: O que está sendo ensinado aos nossos aluno? Como estão sendo ensinados os conteúdos ministrados? O que esta sendo aprendido e aplicado por esses alunos?

É observado que, nas escolas de ensino fundamental e médio no Brasil os alunos estão sendo preparados unicamente para serem aprovados, adquirindo uma nota ao final de um processo. A aprendizagem em si, pouco a pouco, está tornando um objetivo secundário na formação do discente. Percebe-se que o processo ensino-aprendizagem passou a ser olhado simplesmente como um dado estatístico, onde é avaliado somente a quantidade de alunos aprovados ou reprovados.

O ensino de matemática não foge muito a isso, principalmente nas aulas em que se trabalham com a geometria. Em alguns casos os alunos são preparados mecanicamente para reproduzir respostas em uma avaliação escrita onde o que importa é meramente os acertos e/ou erros cometidos pelos mesmos, desconsiderando a necessidade real da aplicação desses conceitos e conhecimentos na sua vida. O PCN em matemática indica que:

> "Em nosso país o ensino de Matemática ainda é marcado pelos altos índices de retenção, pela formalização precoce de conceitos, pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão."(PCN, matemática p.19)

Muito dos discentes estão sendo preparados indevidamente, sendo desconsiderado o desenvolvimento intelectual. Quando o professor prioriza os meios mecânico em suas aulas, está limitando seu aluno a ser um mero reprodutor de resultados, sem que ele seja capaz de aplicar os conceitos em outras situações e principalmente tornando-se incapaz de utilizar os conhecimentos adquiridos na escola em sua vida quotidiana.

O conhecimento matemático deve ser socializado afim de que os indivíduos possam fazer uso dos mesmo de forma plena, enxergando o mundo com um olhar diferenciado. A geometria é uma ponte que, trabalhada corretamente, pode fazer com que o discente perceba toda a matemática existente por traz das coisas, a mesma pode funcionar como uma ligação entre extremos, do real ao abstrato.

Mas, ministrar aulas com conteúdos de geometria não basta, a forma que esses conteúdos chegam ao conhecimento do discente é de fundamental importância, pois nessa etapa é que se define a formação destes como um mero reprodutor de fórmulas e resultados ou um indivíduo questionador com um olhar matemático para a vida e com um pensamento lógico-matemático desenvolvido.

As construções Geométricas são ferramentas poderosas para minimizar a distância existente entre a teoria e a prática. Com ela o discente tem a oportunidade de evidenciar, praticar e descobrir propriedades de figuras e elementos da geometria plana. Contudo, o fato de utilizar as construções geométrica em sua aulas não garante ao docente que o resultado alcançado seja pleno. É de muita importância que o discente construa seu conhecimento a parti dessas construções e evidencie propriedades e teoremas a partir da utilização de desenhos geométricos.

Com as Construções Geométricas, torna-se mais fácil a visualização de propriedades de figuras e elementos geométricos antes meramente abstratos ao olhar do discente, assim é desenvolvido as habilidades motoras dos mesmos através do manuseio da régua e compasso. Tendo, o educando, uma preparação prévia no manuseio do material de desenho, possibilita também o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo destes na resolução de problemas propostos, pois com essa metodologia o professor oferece ao discente a oportunidade de materializar o conhecimento provocando uma melhor situação para a sua resolução.

Vale lembrar que, no trabalho com as construções geométricas, em algumas situações, é necessário que o docente venha citar conteúdos já ministrados, pois, neste tipo de trabalho acontecerão muitas vezes avanços e retrocessos, buscas e descobertas que as vezes através de erros bem trabalhados é construido o conhecimento. Segundo Itzcovich:

> “... não basta apresentar aos alunos os nomes, as particularidade ou os elementos e as propriedades que caracterizam as figuras. Deve fazer parte do processo ir identificando estas questões no conjunto de problemas que será proposto aos alunos para ser resolvido. E esta trama não é linear, nem está determinada completamente por mais problemas. Apela-se constantemente a relações entre os conhecimentos que os alunos dispõem, as atividades de construção propostas, os palpites, os ensaios, os erros, os acertos apresentados, os aportes do docente, as discussões entre os alunos etc.”(ITZCOVICH, 2012, p.11)

Utilizando as Construções Geométricas em suas aulas o professor faz com que desenvolva no seu aluno o raciocínio lógico-matemático, proporcionando que estes tenham uma melhor compreensão de conteúdos já ministrados, aprofundando estes e adquirindo novos conhecimentos matemáticos. Segundo Wagner:

> “As construções Geométricas continuam até hoje a ter grande importância na compreensão da matemática elementar. Seus problemas desafiam o raciocínio e exigem sólido conhecimento dos teoremas de geometria e das propriedades das figuras e não é exagero dizer que não há nada melhor para aprender geometria do que praticar as construções geométricas.”(WAGNER, 2009, P.5)

Na utilização da metodologia das construções geométricas para a resolução de problemas é válido lembrar que a resolução muitas vezes não é única, podendo ter variações na construção e na ordem que o procedimento é desenvolvido, nessa etapa é fundamental que os discentes estejam cientes das regras que possibilita uma construção válida. De acordo com Carneiro:

> “Para abordar o problema de quais construções são possíveis com régua e compasso, comecemos por lembrar que as construções ”permitidas”são: traçar uma reta, conhecendo dois de seus pontos; traçar um círculo, conhecendo o deu centro e um ponto do círculo; determinar as intersecções de retas ou círculos já construidos com retas ou círculos já conhecidos. Não são permitidos: traçar um círculo de raio ou centro ”arbitrários”; usar uma graduação previamente preparada da régua ou do compasso; tomar sobre uma reta um ponto ”arbitrário”; deslizar a régua até uma certa posição; etc.”(CARNEIRO, apud WAGNER, 2007, p.105)

Na necessidade de comprovar e desenvolver alguns resultados, surge naturalmente a relação da geometria com a álgebra, onde ambas as áreas podem ser trabalhados mutuamente. Existem conteúdos algébricos que podem ser demonstrados e trabalhados com o auxilio da geometria e consequentemente das construções geométrica, sendo a recíproca verdadeira, existem vários conceitos geométricos que podem ser demonstrados e trabalhados com auxilio da álgebra. De acordo com Itzcovich:

> “Em geral, o problema principal não é o de se desenhar o que se solicita, mas de demonstrar que, mediante o uso da régua e do compasso, a solução pode ser encontrada. E é neste ponto que o recurso à álgebra pode mostrar sua fertilidade. Efetivamente, é apelando a determinadas expressões algébricas - que identificam as relações que são colocadas em jogo - que se podem apresentar as condições de possibilidade da construção, da validade do construído, da quantidade de soluções.”(ITZCOVICH, 2012, p.55)

Ao trabalhar em sala de aula com as construções geométricas, o professor está proporcionando ao aluno a oportunidade de desenhar e construir com suas próprias mãos figuras geométricas. O ato de desenhar por si só já e agradável para os discentes, sendo assim as construções geométricas se tornam uma ferramenta interessante para aprender e de interagir com a matemática, antes distante ao olhar de muitos deles.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica, com uma Abordagem nas Construções Geométricas

Neste capítulo, será feita uma abordagem histórica da influência das Construções Geométricas para o desenvolvimento da geometria e consequentemente da matemática. também será feita uma abordagem teórica de alguns conteúdos da geometria plana e suas construções geométricas que podem ser trabalhados nas séries finais do ensino fundamental.

É importante salientar que no desenvolvimento das demonstrações, optaremos por um método lógico-dedutivo, sem ter a preocupação de listar os conjuntos de postulados dos quais possamos construir axiomaticamente a geometria.

2.1 Um Pouco da História

A palavra Geometria de origem grega (Geo= terra, metria=medir, sendo, medir terra) esta diretamente ligada a necessidade de medir áreas rurais, e foram os antigos egípcios que iniciaram o processo de desenvolvimento dessa disciplina afim de resolver problemas de medição de terras para evitar conflitos em proprietários rurais vizinhos.

Conta a história que, todos os anos acontecia a enchente do rio Nilo, fazendo com que toda a sua margem, e consequentemente as propriedades ali situadas, ficassem inundadas. Isso trazia algumas consequências, pois de um lado, após a baixa das águas, as terras ficavam mais férteis, porém as marcações que dividiam as mesmas desapareciam, causando muitos conflitos entre os proprietários vizinhos. No antigo Egito, se apropriar da terra do vizinho era considerado um pecado punível como ter o coração comido por uma besta chamada "devorador", como é relatado no Livro dos Mortos do Egito. Sendo assim, após a baixa das águas os faraós tinham muitos problemas a resolver quanto as demarcações das terras, então os mesmo nomeavam funcionários chamados "agrimensores", que tinham a função de restabelecer as fronteiras entre as propriedades, onde eram chamados de esticadores de cordas, pois utilizavam instrumentos de medidas e cordas entrelaçadas afim de medir ângulos retos, dividindo as propriedades em triângulos e retângulos.

> Tanto entre os sumérios como entre os egípcios, os campos primitivos tinham

> forma retangular. Também os edifícios possuíam plantas regulares, o que obrigava os arquitetos a construírem muitos ângulos retos (90°). Embora de bagagem intelectual reduzida, aqueles homens já resolviam o problema como um desenhista de hoje. Por meio de duas estacas cravadas na terra assinalavam um segmento de reta. Em seguida prendiam e esticavam cordas que funcionavam à maneira de compassos: dois arcos de circunferências se cortam e determinam dois pontos que, unidos, seccionam perpendicularmente a outra reta, formando os ângulos retos. (SITE: www.somatemática.com.br/geometria.php)

Portanto, é notório que a origem da geometria está intimamente ligada à necessidade do quotidiano das pessoas, podendo ser para medir terras, construir casas ou até mesmo entender e observar o movimento dos astros. Porém foi na Grécia que a geometria desenvolveu de uma forma definitiva com grandes matemáticos como, Euclides, Arquimedes, Apolônio e Tales de Mileto.

Conforme Putinok,

> "Foram os gregos que deram um molde dedutivo à matemática. A obra Elementos, de Euclides (323-285 a.c), é um marco de valor inestimável, na qual a Geometria é desenvolvida de modo bastante elaborada. É na geometria grega que nasce o Desenho Geométrico. Na realidade, não havia entre os gregos uma diferenciação entre Desenho Geométrico e Geometria. O primeiro aparecia simplesmente na forma de problemas de construções geométricas, após a exposição de um item teórico dos textos de Geometria. Essa conduta Euclidiana é seguida até hoje em países como a França, Suíça, Espanha, etc., mas infelizmente, os problemas de construções foram há muito banidos dos nossos livros de Geometria."(PUTINOK, 1993, p. 8)

Percebe-se que as construções geométricas já aparecem desde o século V AC, época dos pitagóricos e estabeleceu enorme influência no desenvolvimento da matemática. Na Grécia antiga, os números eram utilizados somente para representar inteiros, sendo uma fração considerada uma razão entre números. Portanto a ideia de números reais estava muito longe de ser atingida, porém, no tempo de Euclides (século III aC), surgiram ideias novas, onde grandezas ao invés de ser associada a números foram associadas a segmentos de reta, nascendo assim nessa época, uma nova álgebra, completamente geométrica, onde para resolver um determinado problema os estudiosos utilizavam as construções geométricas para tal.

2.2 Ângulos

Faremos agora algumas definições formais, que nos auxiliaram para o desenvolvimentos de alguns conceitos. No entanto assumiremos as noções primitivas de ponto, reta e plano, sendo adotadas sem definição.

Definimos um segmentos de reta como sendo:

Definição 2.1 *Dados dois pontos distintos, a reunião do conjunto desses dois pontos com o conjunto de todos os pontos que estão entre eles é um segmento de reta.*

Assim, dados os pontos A e B, $A \neq B$, o segmento de reta AB (indicado por $\overline{AB}$) é o que segue:

Figura 2.1: Segmento de reta $\overline{AB}$

$$\overline{AB} = \{A, B\} \cup \{X \mid X \text{ está entre A e B }\}.$$

Os pontos A e B são chamados extremidades do segmento $\overline{AB}$ e os pontos que estão entre A e B são chamados pontos internos do segmento $\overline{AB}$.

Definição 2.2 *Dados dois pontos distinto A e B, definimos a semirreta $\overline{AB}$ como sendo a reunião do segmento de reta com o conjunto dos pontos X tais que B está entre A e X.*

Sendo o ponto A a origem da semirreta $\overrightarrow{AB}$ temos:

Figura 2.2: Semirreta

$$\overrightarrow{AB} = \overline{AB} \cup \{X|B \text{ está entre A e X }\}$$

Definição 2.3 *A distância do ponto A ao ponto B é o comprimento do segmento $\overline{AB}$ que chamaremos de $d(A, B)$.*

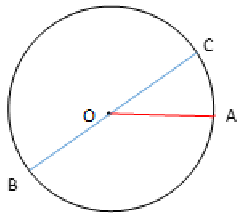
Definição 2.4 *Circunferência é um conjunto dos pontos cuja distância a um ponto dado desse plano é igual a uma distância (não nula) dada. O ponto dado é o centro e a distância dada é o raio da circunferência.*

Dada uma circunferência α de centro O, denominamos **raio** da mesma, todo segmento de reta que une o centro O a um ponto da circunferência e **diâmetro** como sendo todo segmento que une dois pontos quaisquer da circunferência e passa pelo centro da mesma.

Na figura (2.3), $\overline{OA}$ é um raio da circunferência e $\overline{BC}$ é um diâmetro da mesma.

Definição 2.5 *Uma região R do plano é dita* ***convexa*** *quando, para quaisquer dois pontos A, $B \in R$, apresentar $\overline{AB}$ contido em R. Caso contrário, diremos que R é uma região* ***não convexa***

Figura 2.3: Elementos de uma Circunferência



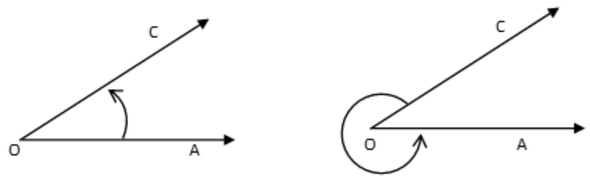
Assim sendo, para que uma região não seja convexa, basta que existam pontos A e B $\in R$, tais que ao menos um ponto pertencente ao segmento $\overline{AB}$ não pertença a R.

Uma reta r de um plano qualquer divide o mesmo em dois semiplanos delimitados por r. Pegando dois pontos A e B cada um em um semi-plano temos que, $\overline{AB} \cap r \neq \emptyset$ assim sendo temos que $\overline{AB} \cap r = O$, sendo O o ponto de intersecção da reta r com o segmento $\overline{AB}$.

Então, dado um ponto $C \in r$, temos as semirretas $\overline{OA}$ e $\overline{OC}$.

Definição 2.6 *Dadas, no plano, duas semirretas $\overrightarrow{OC}$ e $\overrightarrow{OA}$, um ângulo (ou região angular) de vértice O e lados $\overrightarrow{OC}$ e $\overrightarrow{OA}$ é uma das duas regiões do plano limitadas pelas semirretas $\overrightarrow{OC}$ e $\overrightarrow{OA}$.*

Figura 2.4: Regiões angulares no plano



(a) Ângulo convexo (b) Ângulo não-convexo

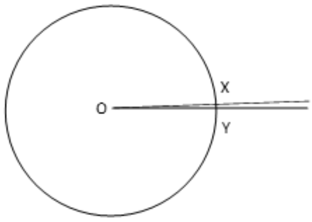
Temos que um ângulo $\angle COA$ pode ser convexo ou não-convexo, como visto na figura acima. Então falta associarmos a medida da região que o ângulo ocupa a um número real. Assim sendo tomemos um círculo α de centro O e dividiremos esse círculo em 360 arcos iguais e tomemos os pontos XeY como extremidades desse arco. Assim dizemos que a medida do ângulo $\angle XOY$ é igual a 1 grau.

$$\widehat{XOY} = 1^o$$

Em consequência, podemos afirmar que qualquer diâmetro de uma circunferência divide a mesma em duas partes iguais, portanto dados dois pontos A e B pertencentes a um diâmetro de uma circunferência de centro O, temos que o ângulo $\widehat{AOB} = 180^o$. Seguindo, dizemos que um ângulo $\angle AOB$ é agudo quando $0^o < \widehat{AOB} < 90^o$, reto quando $\widehat{AOB} = 90^o$ e obtuso quando $90^o < \widehat{AOB} < 180^o$.

Definição 2.7 *A Bissetriz de um ângulo $\widehat{AOB}$ é uma semireta $\overrightarrow{OC}$ tal que $\widehat{AOC} = \widehat{COB}$.*

Figura 2.5: Grau como unidade de medida de ângulo



2.2.1 Contruções de Ângulos

Ângulo reto - 90º

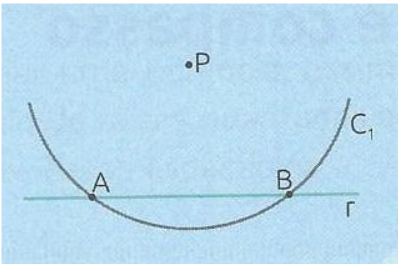
Dado uma reta r e um ponto P, onde P não pertença a r, pode ser adotado os seguintes passos para a construção de uma perpendicular a r que passa por P:

1º passo: Com a ponta-seca do compasso em P, trace o arco C_1, que intercepte a reta r nos pontos A e B.

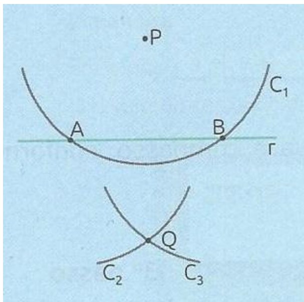
2º passo: Mantendo a mesma abertura do compasso, trace o arco C_2 com centro em A, e o arco C_3, com centro em B, de maneira que C_2 e C_3 se interceptem no ponto Q.

3º passo:Com uma régua, trace a reta s, que passa pelos pontos P e Q. Dessa maneira, as retas r e s serão perpendiculares.

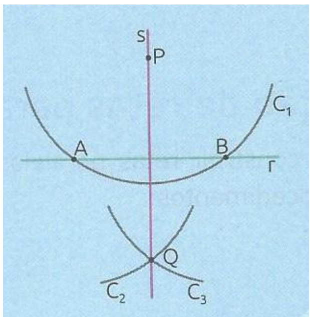
Figura 2.6: Construção de uma perpendicular



(a) 1º passo



(b) 2º passo



(c) 3º passo

Bissetriz de um ângulo

Dado um ângulo $\widehat{DAB}$ qualquer, podem ser desenvolvidos os seguintes passos para a construção de uma bissetriz a esse ângulo dado.

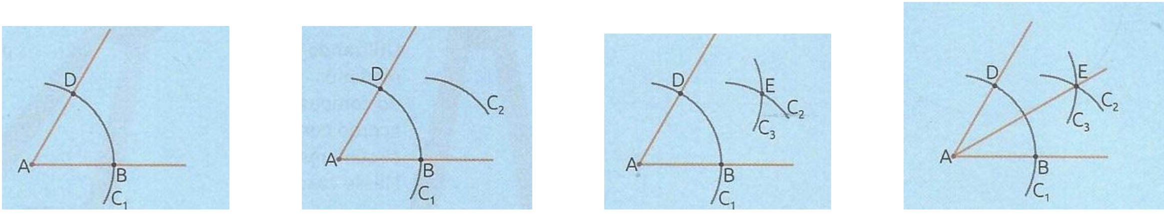
1º passo: Com a ponta-seca centrada no vértice A, trace o arco C_1 que interceptam os lados do ângulo em B e D.

2º passo: Utilizando a mesma abertura do compasso e com a ponta-seca em B trace o arco C_2.

3º passo Utilizando a mesma abertura do compasso e com a ponta-seca em D, trace o arco C_3, que intercepta C_2 no ponto E.

4º passo: Com a régua, construa o segmento que passa pelos pontos A e E, dessa forma a semirreta $\overrightarrow{AE}$ será a bissetriz do ângulo $\angle DAB$.

Figura 2.7: Construção de uma bissetriz



(a) 1º passo (b) 2º passo (c) 3º passo (d) 4º passo

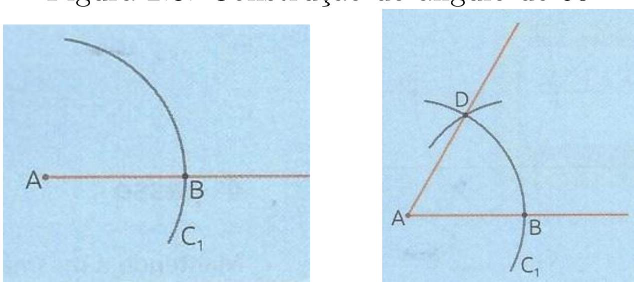
Ângulo de 60º

1º passo: Com a ponta-seca do compasso em uma extremidade A de um segmento em abertura qualquer, trace o arco C_1 que instercepta o segmento no ponto B.

2º passo: Utilizando a mesma abertura do compasso e com a ponta-seca em B, trace o arco que intercepta C_1 no ponto D. Construa o outro lado do ângulo com vértice em A e passando por D.

Daí teremos que o ângulo $\widehat{DAB} = 60°$

Figura 2.8: Construção do ângulo de 60º



(a) 1º passo (b) 2º passo

Ângulos congruentes

Dado um ângulo com vértice no ponto O, construiremos um ângulo com vértice em P de modo que os mesmos sejam congruentes.

1º passo: Represente um dos lados do ângulo com vértice em P, utilizando uma régua.

2º passo: Com a ponta-seca do compasso em O, trace um arco C_1 que intercepte os dois lados de ângulo $\widehat{O}$.

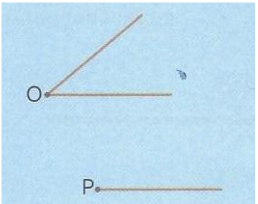
3º passo: Mantendo a mesma abertura do compasso, trace um arco C_2 com centro no ponto P que intercepta o segmento no ponto A.

4º passo: Ajuste a abertura do compasso com as extremidades nos pontos de intersecção do arco C_1 com os lados do ângulo, como mostra a figura (d).

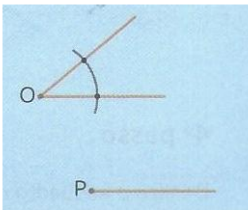
5º passo: Mantendo essa abertura, e fixando a ponta-seca no ponto A, trace um arco C_3 de modo a interceptar o arco C_2 em um ponto B, como mostra a figura (e).

6º passo: Com o auxilio da régua, construa o segmento $\overrightarrow{PB}$, assim sendo o ângulo $\widehat{O}$ será congruente ao ângulo $\widehat{P}$.

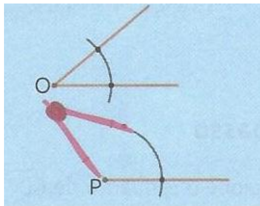
Figura 2.9: Construção de ângulos congruentes



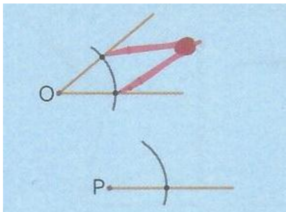
(a) 1º passo



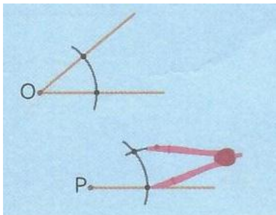
(b) 2º passo



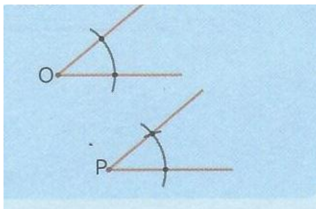
(c) 3º passo



(d) 4º passo



(e) 5º passo



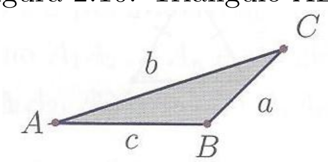
(f) 6º passo

2.3 Estudo de Triângulos

Dados três pontos coplanares A, B e C, se os mesmos pertencerem a uma mesma reta, dizemos que eles são colineares, caso contrário serão não colineares.

Quaisquer três pontos não colineares formam um polígono chamado de triângulo, ou uma região triangular, delimitada pelos segmentos que unem os três pontos dois a dois. Se A, B e C forem esses três pontos, dizemos que A, B e C são **vértices** do triângulo ABC.

Figura 2.10: Triângulo ABC



Assim sendo, dizemos que o triângulo ABC, possui segmentos $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ e $\overline{BC} = a$ afim de representar o comprimento dos lados do triângulo ABC.

Os ângulos internos do triângulo são: $\angle A = \angle BAC$, $\angle B = \angle ABC$ e $\angle C = \angle ACB$.

A parti daí, podemos classificar os triângulos segundo seus lados e/ou seus ângulos internos:

Definição 2.8 *Em relação aos seus três lados, um triângulo ABC pode ser denominado como:*

- ***Equilátero****: se $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$.*
- ***Isósceles****: se pelo menos dois dos lados do triângulo forem iguais.*
- ***Escaleno****: se $\overline{AB} \neq \overline{AC} \neq \overline{BC}$.*

Definição 2.9 *Em relação aos seus três ângulos internos, um triângulo ABC pode ser denominado como:*

- ***Acutângulo****: quando os três ângulos internos são agudos.*
- ***Obtusângulo****: quando um dos ângulos internos é obtuso.*
- ***Retângulo****: quando um dos ângulos internos é reto.*

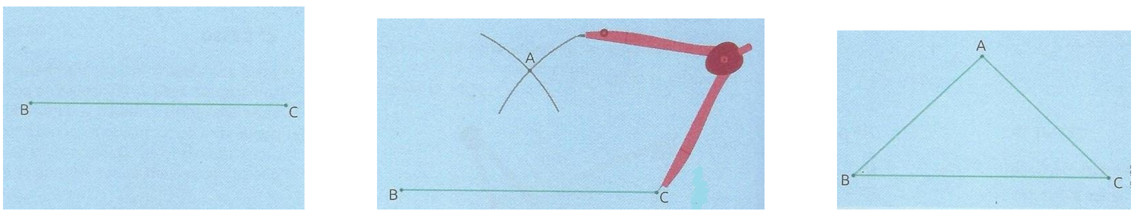
2.3.1 Construção de triângulos

Nesta subseção iremos mostrar como podem ser construidos triângulos equiláteros e isósceles.

Triângulo isósceles

1º passo: Com um régua construa o segmento $\overline{BC}$, que será a base do triângulo isósceles.
2º passo: Com uma abertura maior que a metade do segmento $\overline{BC}$, trace dois arcos, um deles com a ponta-seca em B e o outro com a ponta-seca em C, determinando a intersecção entre eles como o ponto A.
3º passo: Trace os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$, daí obtemos o triângulo ABC.

Figura 2.11: Construção de triângulo isósceles

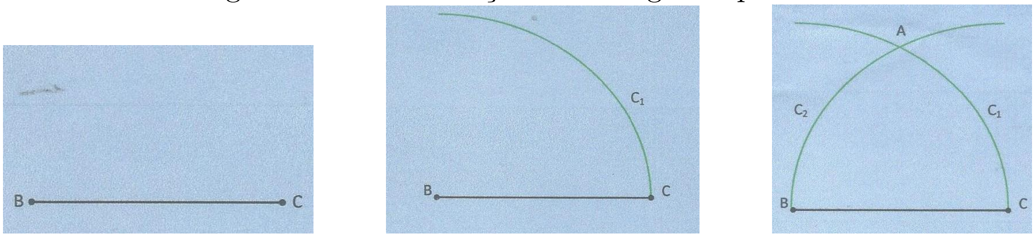


(a) 1º passo (b) 2º passo (c) 3º passo

Triângulo equilátero

1º passo: Com uma régua construa o segmento BC, que será a base do triângulo equilátero.
2º passo: Com uma abertura do compasso igual ao segmento BC e com a ponta-seca no ponto B, trace o arco C_1. Mantendo o compasso aberto e com a ponta-seca no ponto C, trace o arco C_2, obtendo a intersecção entre C_1 e C_2 no ponto A.
3º passo: Trace os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$, daí obtemos o triângulo equilátero ABC.

Figura 2.12: Construção de triângulo equilátero



(a) 1º passo (b) 2º passo (c) 3º passo

2.4 Pontos Notáveis em um Triângulo

Nesta seção, iremos estudar alguns pontos notáveis em um triângulo qualquer, a saber o circuncentro, o incentro, o ortocentro e o baricentro.

Definição 2.10 *Tendo dois pontos A e B no plano, a mediatriz do segmento AB é o lugar geométrico dos pontos do plano que equidistam de A e de B.*

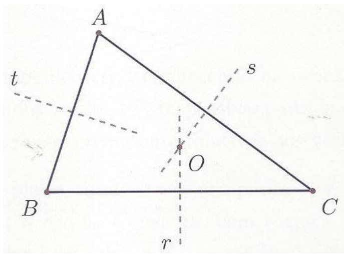
Proposição 2.11 *Em todo triângulo, as mediatrizes dos lados passam todas por um mesmo ponto, o circuncentro desse triângulo.*

Demosntração:

Sejam r, s e t, respectivamente mediatrizes dos lados BC, CA, AB de triângulo qualquer ABC e tendo $r \cap s = O$, temos:

Sendo O a intersecção das mediatrizes r e s, então temos por definição que $\overline{OB} = \overline{OC}$ e $\overline{OC} = \overline{OA}$. Consequentemente, por transitividade temos que $\overline{OB} = \overline{OA}$

Figura 2.13: Circuncentro de um triângulo



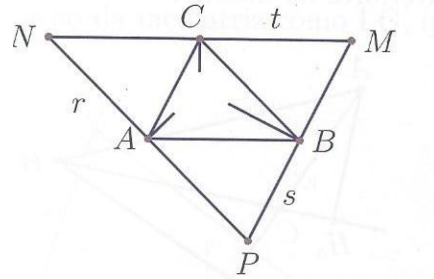
Proposição 2.12 *Em um triângulo qualquer, as três alturas se intersectam em um único ponto, ortocentro deste.*

Demosntração:

1. Triângulo retângulo: digamos que num triângulo retângulo ABC, tenha que $\widehat{BAC} = 90^o$. Assim sendo A é o pé da altura do lado AB e AC. Como a altura de BC passa por A, então segue que as alturas se interceptaram em A.

2. Triângulo Acutângulo: Dado um triângulo acutângulo ABC qualquer, traçaremos pelos ponto A, B e C, retas r, s e t que sejam paralelas aos referidos lados opostos a cada um dos vértices, como é visto na figura abaixo. Assim sendo, temos que $r \cap s = \{P\}$, $s \cap t = \{M\}$ e $t \cap r = \{N\}$. observando que os quadriláteros ABCN e ABMC são paralelogramos, então $\overline{NC} = \overline{AB} = \overline{CM}$, $\overline{MB} = \overline{CA} = \overline{BP}$ e $\overline{NA} = \overline{CB} = \overline{AP}$. Sendo as alturas perpendiculares a seus lados, temos que as alturas do triângulo ABC são iguais às mediatrizes do triângulo NMP. Já sendo provado que as mediatrizes se interceptam em um ponto, então as alturas do triângulo ABC também são concorrentes em um ponto.

Figura 2.14: Ortocentro de um triângulo

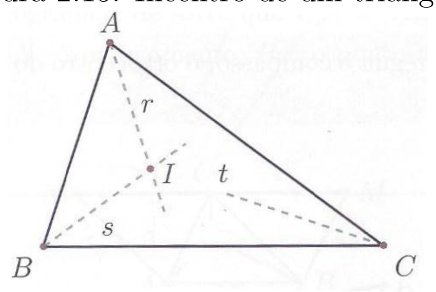


3. Triângulo Obtusângulo: A demonstração desse caso é análogo ao caso anterior.

Proposição 2.13 *As bissetrizes internas de um triângulo qualquer concorrem em um ponto, o incentro do triângulo*

Demonstração Num triângulo ABC, tomemos as retas r, s e t como respectivas bissetrizes internas dos ângulos $\widehat{BAC}$, $\widehat{ABC}$ e $\widehat{ACB}$ e tendo $r \cap s = I$. Sendo r e s bissetrizes internas, então $d(I, \overline{AC}) = d(I, \overline{AB}) = d(I, \overline{BC})$, então se I equidista dos lados AC e BC o mesmo pertencerá a bissetriz interna t.

Figura 2.15: Incentro de um triângulo

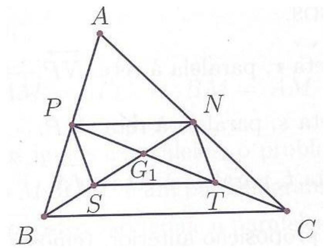


Proposição 2.14 *Em qualquer triângulo as três medianas se interceptam em um único ponto o baricentro do triângulo.*

Demonstração Sejam N e P, respectivamente, os pontos médios dos lados AC e AB, e seja $BN \cap CP = \{G_1\}$. Sejam S e T respectivamente os pontos médios dos segmentos BG_1 e CG_1. Sendo NP é a base média do triângulo ABC relativa a BC e ST é a base média de BCG_1 relativa a BC. Então pelo teorema da base média, NP, ST e BC são paralelas e NP e ST tem o comprimento igual a metade de $\overline{BC}$. Portanto, $\overline{NP} = \overline{ST}$ e $\overline{NP} \parallel \overline{ST}$, assim temos que NPST é um paralelogramo. Segue pois, que $\overline{PG_1} = \overline{G_1T}$ e $\overline{NG_1} = \overline{G_1S}$. Se $\overline{BS} = \overline{SG_1}$ e $\overline{CT} = \overline{G_1T}$ então $\overline{BS} = \overline{SG_1} = \overline{G_1N}$ e $\overline{CT} = \overline{G_1T} = \overline{G_1P}$. Daí podemos concluir que $\overline{BG_1} = 2\overline{G_1N}$ e $\overline{CG_1} = 2\overline{G_1P}$.

Tomemos agora M como ponto médio de BC e se G_2 for ponto de intersecção das medianas AM e BN, conclui-se analogamente , que G_2 divide AM e BN da razão de 2 por 1. Assim segue que G_1 e G_2 são tais que $\overline{BG_1} = 2\overline{G_1N}$ e $\overline{BG_2} = 2\overline{G_2N}$, isso implica que $G_1 \equiv G_2$

Figura 2.16: Baricentro de um triângulo



2.4.1 Construção dos Pontos Notáveis em um Triângulo

Será exposto nesta secção possíveis formas de encontrar, através das construções geométrica, os pontos notáveis em um triângulo qualquer.

Nesta subseção iremos utilizar conceitos e procedimentos já citados anteriormente.

Circuncentro

Para esse procedimento traçaremos as mediatrizes relativas a cada lado do triângulo.

1º passo: Coma abertura do compasso maior que a metade da distância do vértice B ao vértice C, posicione a ponta-seca no vértice B e trace dois arcos como indicado na figura (a).

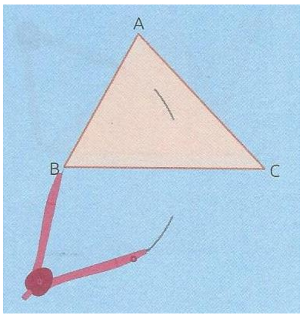
2º passo: Com a ponta-seca do compasso em C e mesma abertura do passo anterior, trace dois arcos que intersectam os arcos já traçados, como indica a figura (b).

3º passo: Posicione a régua nas interseções obtidas anteriormente e trace o segmento do lado $\overline{BC}$ até o outro lado do triângulo, como indica a figura (c). Construindo então a mediatriz do lado BC do triângulo.

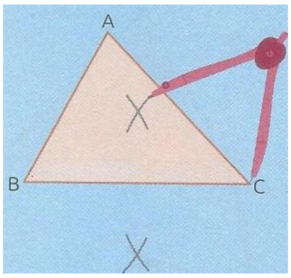
4º passo: Utilizando o procedimento apresentado, determine as mediatrizes relativas aos outros lados do triângulo.

5º passo: Daí obtemos o ponto D, sendo a intersecção entre os segmentos, que é o circuncentro desejado.

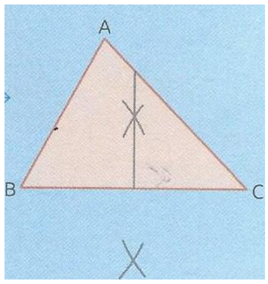
Figura 2.17: Construção do circuncentro



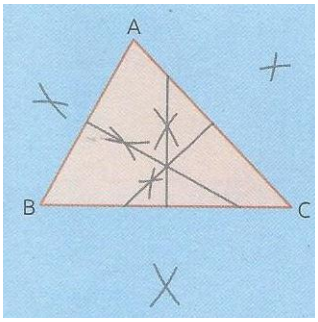
(a) 1º passo



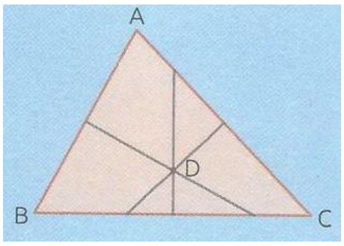
(b) 2º passo



(c) 3º passo



(d) 4º passo



(e) 5º passo

Ortocentro

Sendo o ortocentro o ponto de intersecção entre as altura relativas a cada lado de um triângulo, o nosso procedimento será baseado em traçar essas alturas.

1º passo: Com a abertura do compasso maior que a distância do vértice A ao lado $\overline{BC}$, e com a ponta-seca no vértice A trace um arco que corta $\overline{BC}$ em dois pontos, chamando-os de D e E.

2º passo: Com a ponta-seca do compasso em E e abertura do compasso maior que a metade da distância entre D e E, trace um arco no semiplano oposto ao semiplano do ponto A.

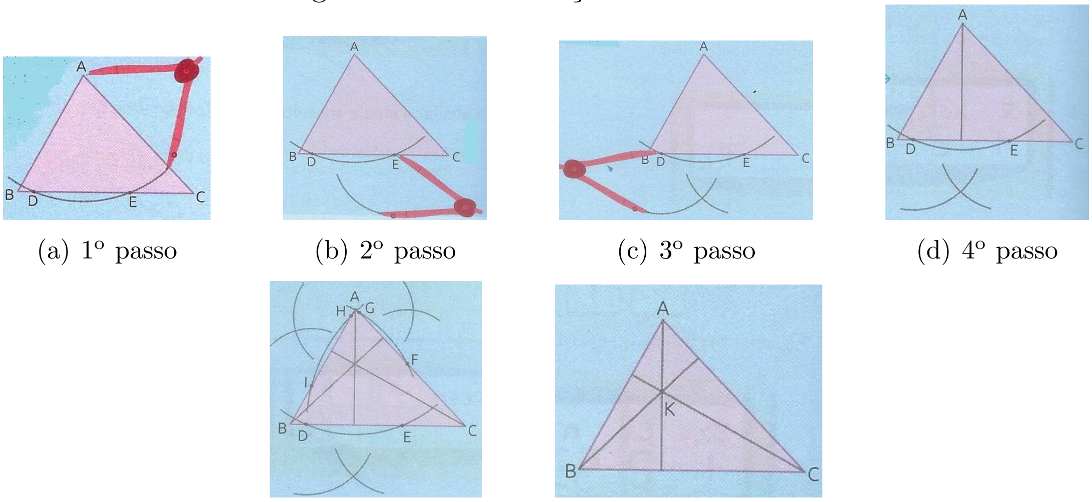
3º passo: Com a ponta-seca do compasso em D e a mesma abertura do passo anterior, trace um arco de forma a obter a intersecção com o arco do passo anterior.

4º passo: Posicionando uma régua no vértice A e na intersecção entre os dois arcos trace o segmento que liga o vértice A ao lado $\overline{BC}$.

5º passo: Utilizando o procedimento apresentado anteriormente, determine a altura relativa aos outros lados do triângulo.

6º passo: Daí obtemos o ponto K, sendo a intersecção entre as alturas do triângulo e o nosso ortocentro procurado.

Figura 2.18: Construção do ortocentro



(a) 1º passo (b) 2º passo (c) 3º passo (d) 4º passo

(e) 5º passo (f) 6º passo

Incentro

1º passo: Com a ponta-seca do compasso em A, trace um arco que intersecta os lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$.

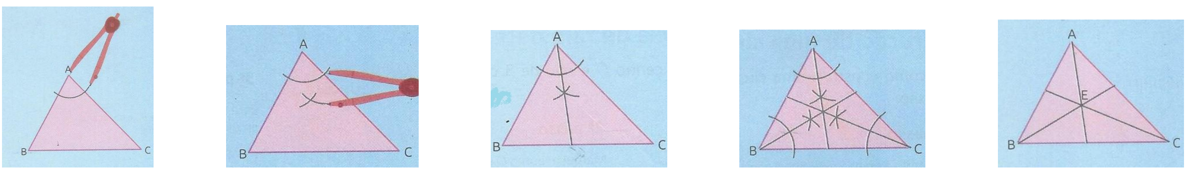
2º passo: Trace dois arcos com a mesma abertura; um com a ponta-seca do compasso no ponto em que o arco corta o lado $\overline{AB}$, e outro, com a ponta-seca do compasso no ponto em que o arco corta o lado $\overline{AC}$. Trace os arcos de maneira que se intersectem.

3º passo: Posicione a régua no vértice A e na interceção dos arcos adquirida no passo anterior e trace o segmento que liga o vértice A ao lado $\overline{BC}$, determinando a bissetriz em relação ao ângulo $\widehat{BAC}$.

4º passo: Utilizando os procedimentos apresentados anteriormente, determine as bissetrizes relativas aos outros dois ângulos internos do triângulo.

5º passo: Assim obtermos o ponto E na intersecção das bissetrizes, que corresponde ao incentro do triângulo ABC.

Figura 2.19: Construção do incentro



(a) 1º passo (b) 2º passo (c) 3º passo (d) 4º passo (e) 5º passo

Baricentro

1º passo: Com a abertura do compasso maior que a metade da distância do vértice B ao vértice C, posicione a ponta-seca no vértice B e trace dois arcos, como indicado na figura.

2º passo: Com a ponta-seca do compasso em C e mesma abertura do passo anterior, trace dois arcos que intersectam os arcos já traçados no passo anterior.

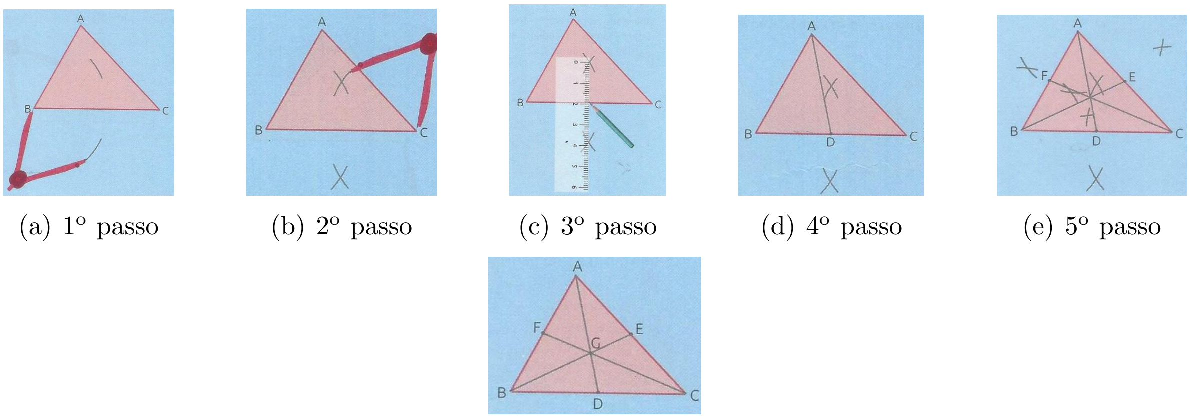
3º passo: Com a régua posicionada nas duas intersecções adquiridas no passo anterior, marque o ponto D, que é o ponto médio do lado $\overline{BC}$.

4º passo: Utilizando a régua, trace o segmento que liga o ponto D ao vértice A do triângulo, determinando a mediana em relação ao lado $\overline{BC}$.

5º passo: Utilizando o procedimento apresentado anteriormente, trace as medianas relativas aos outros dois lados do triângulo.

6º passo: Obtemos assim o ponto G na intersecção das medianas que corresponde ao baricentro do triângulo ABC.

Figura 2.20: Construção do baricentro



(a) 1º passo (b) 2º passo (c) 3º passo (d) 4º passo (e) 5º passo

(f) 6º passo

Capítulo 3

Oficina - Construindo Saberes através das Construções Geométricas

Neste capítulo faremos uma abordagem da escola onde foi aplicada a oficina, o Centro Educacional de Alcobaça - CEA, levando em consideração alguns aspectos estruturais, pedagógicos e humanos, assim como uma análise da situação do ensino de geometria nesta instituição de ensino e a utilização do desenho geométrico pelos docentes. Em seguida,faremos um relato da oficina executada assim como os resultados apresentados na mesma.

3.1 O Ensino de Geometria no Centro Educacional de Alcobaça

É fundamental para uma Instituição de Ensino, uma boa organização e uma direção escolar estruturada para que o processo ensino-aprendizagem aconteça com êxito. Quando isso não acorre, o processo acaba ficando com falhas e por vezes o mesmo não chega nem a acontecer, pois é necessário, para isso uma escola compacta, onde as partes trabalhem buscando um único fim.

A escola, o seu projeto pedagógico e suas propostas educacionais devem ser formuladas não somente por educadores, mas sim por toda uma comunidade educacional, que abrange alunos, professores, coordenadores, membros da direção e, principalmente, a comunidade em que o aluno esta inserido, tendo em vista a realidade que ele evidencia no seu quotidiano e a diversidade do público que esta instituição de ensino acolhe, como podemos evidenciar nos PCN´s de Introdução onde comenta que:

> "A falta de acolhimento é originada muitas vezes pelo fato da escola não reconhecer a diversidade da população a ser atendida, com a consequente diferenciação na demanda. O não reconhecimento da diversidade faz com que toda e qualquer situação que não esteja dentro de um padrão previsto seja tratada como problema do aluno e não como desafio para equipe escolar. Reconhecer a diversidade e buscar formas de acolhimento requer por parte da equipe escolar, disponibilidade, informações, discussões, reflexões e, algumas vezes, ajudas externas."(PCN's, 1998, p.42)

Nessa perspectiva, para que a escola como instituição de ensino, possa participar do processo de desenvolvimento e transformação do discente, necessita revisar e redefinir papéis até agora existentes porém não exercidos com eficiência, afim de adaptar-se às novas exigências sociais, transformando a educação escolar em um instrumentos de desenvolvimento individual, social e econômico.

Assim, temos que o processo de ensino-aprendizagem é amplo e complexo, passando por vários níveis e aspectos que vão, direta ou indiretamente, influenciar no aprendizado do discente em sua vida escolar. Portanto, é essencial que uma escola ideal tenha uma boa estrutura física para atender os discentes, com instalações que possa fazer com que estes desenvolvam plenamente suas capacidades; professores qualificados e capacitados, empenhados na aplicação de conteúdos que possam fornecer ao aluno conhecimento para serem utilizados em sua vida profissional e social; além de toda uma comunidade escolar visando alcanças os objetivos propostos no PPP escolar.

No entanto, vários desses itens citados acima não são atendidos plenamente no Centro Educacional de Alcobaça. No presente, apesar de ter passado por uma enorme reforma no período de 2012 à 2013, as instalações físicas não mais atendem às necessidades básicas dos discentes e docentes em suas atividades, faltando desde ventiladores nas salas de aula até mesmo carteira apropriada para a execução de tarefas escolares (muitas delas estão sucateadas e impróprias para a utilização).

Com relação ao aspecto pedagógico e voltado ao ensino de geometria, a escola possui um projeto político pedagógico produzido no ano de 2016, que em nenhum momento cita a importância da geometria e a aplicação das construções geométricas em sala de aula. Como em muitas escolas brasileiras as construções geométricas faziam parte dos conteúdos ministrados na disciplina de Educação Artística anos atrás, por volta da década de 80 e início da década de 90, como foi constatado em relatos informais de professores e alunos antigos desta instituição de ensino, não existindo arquivos legais que comprovem este fato. No presente, a utilização das Construções Geométricas nas aulas de matemática é praticamente inexistente na escola.

Com relação aos professores é sabido que, o sucesso de uma escola depende diretamente de bons professores, os quais têm a tarefa não só de transmitir conhecimentos, mas também de educar e orientar buscando a formação do indivíduo. Este possui talvez o papel principal no processo de ensino-aprendizagem, sendo o diferencial que pode transformar fracassos em sucessos ou vice-versa, mesmo que estes não tenham o reconhecimento devido de seus serviços perante a opinião pública e instâncias superiores da educação básica. A respeito da importância do professor, Neidson Rodrigues também afirma que:

> “À medida que o educador, enquanto educador compreende a importância social do seu trabalho, a dimensão transformadora da sua ação, a importância social, coletiva e política da sua tarefa, o seu compromisso cresce.”(RODRIGUES, 1992, P.66)

Atualmente o quadro docente da escola é constituído por 08 professores de matemática dos quais 06 possuem licenciatura na área, porém mesmo sendo licenciados, nenhum deles faz uso das construções geométricas em aulas.

Alguns fatores podem ser colocados como complicadores para o uso dessa metodologia nas aulas de matemática, como:

- Falta de capacitação e qualificação dos docentes, que mesmo sendo graduados na disciplina de matemática, não dominam o manuseio e utilização de instrumentos de desenho, assim como métodos de aplicar o desenho geométrico em suas aulas;

- Inexistência de uma boa estrutura física e material para que possa ser desenvolvida as atividades com desenho geométricos, sendo que a escola não possui carteiras em bom estado para os alunos e não fornece material de desenho para os mesmos;

- As construções geométricas ainda não fazem parte do planejamento das aulas de matemática. Neste caso, a coordenação pedagógica apesar de presente na escola, não assume o papel de cobrança e estimulação dos professores para que os mesmos procurem novas técnicas e metodologias para alcançar objetivos mais proveitosos para o aluno;

- A dificuldade no manuseio do material de desenho (régua e compasso) por parte dos discente. Sendo que as Construções geométricas deixaram de ser aplicadas na escola há muitos anos atrás, a maioria dos alunos não possui nenhum tipo de contato com estes instrumentos de desenho.

Muitos desses fatores são fortalecidos por uma vontade muito presente em parte dos profissionais atuantes no processo de ensino-aprendizagem nesta instituição, de não sair de sua zona de conforto. Novas metodologias requerem trabalho, tempo, estudo e preparo para que as mesmas possam atingir os objetivos propostos. Para muitos, o novo é estranho e incorreto, o medo de sair das mesmas aulas de sempre e atuar de forma diferenciada faz com que alguns profissionais da educação fiquem estáticos em sua prática pedagógica, não abrindo os olhos para situações que possam dar melhor proveito com os discentes.

A falta de preparação adequada dos profissionais da área de educação é um dos fatores que influenciam no nível de aproveitamento do ensino, como comenta Piaget:

> "A preparação dos professores, constitui realmente a questão primordial de todas as reformas pedagógicas em perspectiva, pois, enquanto não for à mesma resolvida de forma satisfatória, será totalmente inútil organizar pelos programas ou construir pelas teorias a respeito do que deveria ser realizado."(PIAGET, 1988, p. 25)

Em consequência disso, as aulas de geometria no Centro Educacional de Alcobaça se restringem a fórmulas e teoremas aplicados no quadro e de repetidas resoluções de questões propostas para os alunos. Sendo assim os alunos ficam mecanizados em sua prática, preparados somente para resolver questões que na maioria das vezes não possuem aplicações.

Contudo, percebe-se uma vontade de mudança por parte de alguns profissionais da instituição, porém as mesmas acontecem de forma bem lenta, pois para que as mesmas aconteça requer muito empenho e vontade de sair da estagnação de metodologias que não estão funcionando como meio de preparação do educando para os desafios de uma vida social.

3.2 A Oficina de Construções Geométricas

Nesta sessão iremos inicialmente fazer uma abordagem dos conhecimentos geométricos e de desenho geométrico dos discentes que participaram da oficina, traçando um perfil dos mesmos e posteriormente será feito um relato do desenvolvimento da oficina.

3.2.1 Perfil dos discente da oficina

A oficina foi realizada com 23 alunos do 9º ano, turma B, do turno matutino do Centro Educacional de Alcobaça, tais alunos possuíam faixa etária dos 13 aos 15 anos, com aproveitamentos variados nas aulas de matemática, desde aqueles com raciocínio lógico-matemático muito desenvolvido como outros que nem tanto, sendo feita esta análise pelo professor de matemática destes e também sendo o autor deste trabalho.

Como muito alunos da atualidade, o conhecimento destes sobre geometria se limitava a desenvolver fórmulas e apresentar resultados em questões propostas mecanicamente. Isso é facilmente comprovado quando eles preferem a utilização de meio mecanizado e/ou decorado para resolver uma questão de geometria ou de qualquer outra área do conhecimento matemático, descartando o raciocínio e a aplicação de conceitos geométricos, algébricos e aritméticos.

Sendo feito alguns questionamentos sobre conceitos e propriedades geométricas, percebeu-se que a maioria não possuía tais informações ou as mesmas eram vagas e imprecisas. Contudo, é sabido que alguns desses conceitos já foram apresentados a eles em aulas na séries anteriores. Assim sendo, é notório que as informações são transmitidas aos discente, porém as mesmas não são assimiladas de forma adequada. Se o aluno não consegui fixar e apropriar-se do conhecimento, este passa a ser um conhecimento de aluguel, sendo necessário e utilizado somente para ser aprovado em determinadas avaliações escolares.

Em se tratando à Construções Geométricas, os discentes que participaram da oficina nunca tiveram contato com os instrumentos de desenho, sendo o compasso um objeto estranho para os mesmo, para alguns alunos, havia até mesmo o desconhecimento do que eram estes instrumentos, tendo que ser feito algumas apresentações não formais deste.

Com o fato do despreparo dos alunos com relação ao manuseio e a ciência das propriedades do compasso, houve a necessidade de algumas orientações prévias para que a oficina pudesse acontecer sem muitos entraves.

3.2.2 O desenvolvimento da oficina

A oficina foi aplicada no Centro Educacional de Alcobaça durante o turno matutino, tendo a duração de 4 horas, onde foram desenvolvidas sete atividades de Construções Geométricas, voltadas sempre para que o discente pudesse analisar e desenvolver seus conhecimentos a partir das deduções das construções feitas. Os materiais necessários para a aplicação da oficina foram os seguintes: compassos, réguas, lápis, borracha, folha de ofício, régua e compasso de madeira.

As atividades desenvolvidas na oficina foram as seguintes:

1. Construção da mediatriz de um segmento de reta;

2. Construção de uma perpendicular em uma extremidade de um segmento de reta;

3. Construção de uma perpendicular a um segmento passando por um ponto que não pertence a ele;

4. Determinação da bissetriz de um ângulo;

5. Construção de triângulos isósceles e equilátero;

6. Construção de ângulo notáveis - 30°, 45° e 60°;

7. Determinação dos pontos notáveis em um triângulo qualquer:

   - Incentro;
   - Baricentro;
   - Circuncentro;
   - Ortocentro;

Com muita surpresa, notou-se uma boa receptividade por parte dos alunos com relação a realização da oficina. Por ser algo novo para o olhar deles, os mesmo a cada instante mostravam empolgação com relação a realização da oficina.

A oficina foi planejada de modo que os alunos pudessem construir e desenvolver seus conhecimentos geométricos de forma conjunta e sólida, observando e utilizando as propriedades das figuras e traçados para resolver situações existentes, assim os mesmos puderam se apropriar do conhecimento de forma mais objetiva e significativa, como pode ser observado no planejamento em anexo a este trabalho. A seguir faremos um relato detalhado de duas atividades desenvolvidas na oficina:

Construção da Mediatriz e de uma Perpendicular

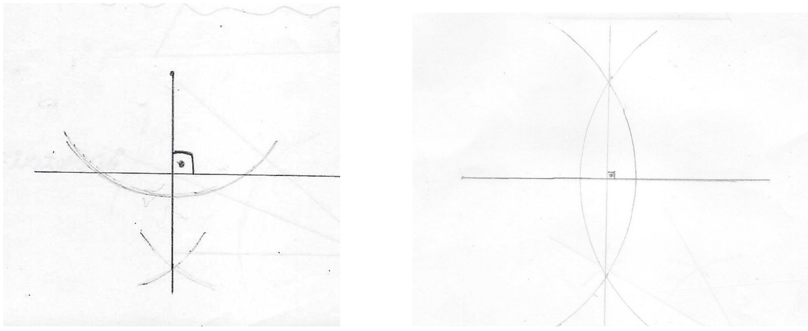
Inicialmente, como muitos não tinham tido ainda um contato prévio com o compasso, foi dado alguns minutos para que os mesmos se familiarizassem com o instrumento. Percebeu-se que a maioria dos alunos tinham este instrumento simplesmente como uma ferramenta para produzir circunferências. Porém isso não se tornou um problema, pois as atividades foram desenvolvidas em duplas ou trios, sendo que os alunos com maior dificuldade no manuseio dos instrumentos eram auxiliados por seus colegas até o ponto deles se adaptarem à situação.

Para dar início às atividades foi pedido que os mesmos desenhassem um segmento de reta, fato que ocorreu sem problemas. Após, foi pedido que eles traçassem a mediatriz desse segmento. Este ato não ocorreu tão facilmente, pois não sabiam o que era uma mediatriz. Foi então que o professor mediador explicou as propriedades da mediatriz, sendo a reta que passa pelo ponto médio do segmento e que é perpendicular ao mesmo. Imediatamente eles tentaram utilizar a escala da régua para achar o ponto médio do segmento e a partir dele tentar traçar uma reta perpendicular ao segmento simplesmente por tentativa, sem nenhuma marcação.

A partir dessas suposições é que foi gerado toda a motivação para o desenvolvimento das outras atividade, os alunos perceberam de forma informal que o compasso conseguia determinar o conjunto de pontos equidistantes a um ponto qualquer. Com isso houve uma notável melhora significativa no desenvolvimento da oficina

Em seguida, foi apresentado a eles o conceito de mediatriz como sendo o lugar geométrico dos pontos equidistantes às extremidades do segmento. Não demorou muito para que algumas duplas começassem a enxergar como poderiam construir a mediatriz.

Figura 3.1: Atividade construindo uma mediatriz



(a) Construção errada (b) Construção correta

Inicialmente nem todos os alunos conseguiram realizar a atividade corretamente, tendo que, em algumas situações, a necessidade de acontecer uma intervenção do professor na atividade, como pode ser percebido nas figuras apresentadas acima:

Depois de todos os alunos concluírem a atividade e ter sido feita, pelo professor mediador, a construção de uma mediatriz no quadro, foi perguntado para os alunos o que garantia que a reta era perpendicular ao segmento e porque cada ponto dela era equidistante às extremidades do mesmo. Mediante este questionamento a turma ficou sem uma resposta imediata, porém após alguns comentários não formais de alunos houve uma formação conjunta de conceitos geométricos, principalmente de segmentos congruentes, que passou a ser observada com maior cuidado pelos mesmos, de forma que, a turma conseguiu observar a formação de um triângulo isósceles na construção realizada. Em consequência desta dedução observaram que poderiam construir a mediatriz com qualquer triângulo isósceles formado, assim, qualquer ponto pertencente a mediatriz poderia ser um vértice do triângulo.

É importante mencionar neste momento que o professor não deve oferecer respostas prontas para os alunos, estes devem construir o conhecimento e desenvolver suas habilidades em conjunto, afim de que dessa forma os saberes fiquem mais consolidados.

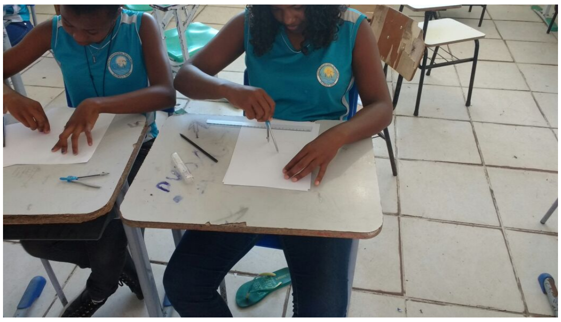
Sabendo que, os saberes são formados não somente de forma linear e constante. Nesta atividade, foi percebido este fato, pois na construção da mediatriz os alunos perceberam a construção do triângulo isósceles e ainda, alguns também observaram que poderiam formar triângulos equiláteros.

A grande dificuldade encontrada pelos alunos foi fazer a transcrição formal dos passos realizados na construção geométrica. Por vezes, eles sabiam explicar as ações porém não possuíam o domínio de uma linguagem matematicamente correta para enunciar os atos realizados.

A partir desse momento, os discentes já estavam mais familiarizados com os instrumentos e com as situações propostas a eles. Com isso o desenvolvimento da construção de uma perpendicular a um segmento que passa por um ponto não pertencentes a ele e de uma perpendicular na extremidade de um segmento se tornou mais desafiador e ao mesmo tempo menos complexos para os alunos.

Ao ser proposto o problema de construir uma perpendicular na extremidade de um segmento, a turma já se encontrava em uma situação mas tranquila com relação às decisões a serem tomadas para resolver o problema. Inicialmente, tentaram fazer alguns arcos com o

Figura 3.2: Atividades da Oficina



(a)

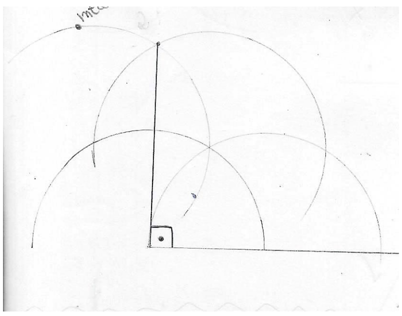
(b)

(c)

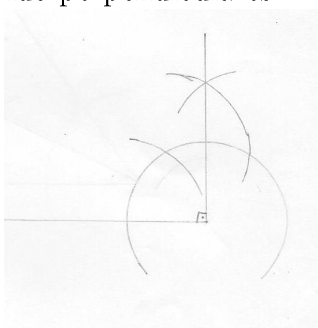
(d)

compasso para achar algum tipo de congruência entre segmentos com o objetivo de traçar a perpendicular, após várias tentativa e muitos erros, um grupo de alunos percebeu que a grande chave para solucionar a questão eram os triângulos equiláteros formados pelo compasso.

Figura 3.3: Atividade construindo perpendiculares



(a) correto



(b) incorreto

Percebe-se ainda que em algumas construções, apesar de já terem a ideia fixada, os discentes pecam na execução do desenho, causando algumas imperfeições, como pode ser observado na figura (b) acima, onde notoriamente o discente alterou a abertura do compasso na execução da construção. No entanto, foi percebido um grande progresso da turma com relação a observação dos elementos de uma construção e também nas situações possíveis ou não e aquelas permitidas ou não em uma construção geométrica.

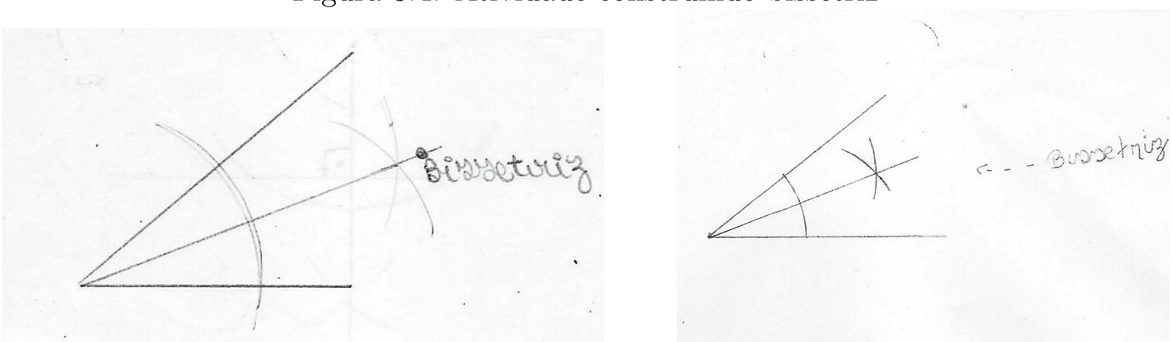
Determinação da Bissetriz de um Ângulo

A atividade foi iniciada com o questionamento feito pelo professor mediador sobre o que era uma bissetriz, onde esta era aplicada e se os alunos já tinham visto este conteúdo em algum momento da vida escolar. Ao término da fala e percebendo que todos não lembravam da definição da bissetriz (este conteúdo esta contemplado no plano de curso do 8° ano desta instituição de ensino), houve a necessidade que fosse feito uma definição deste elemento para a turma.

Tendo a definição em mãos, foi pedido que os alunos construíssem um ângulo qualquer e, a parti dele traçasse a bissetriz. Foi interessante que neste momento nenhum aluno tentou burlar as regras das construções geométricas fazendo uma divisão aleatória do ângulo sem medição devidas.

Seguindo as ações, foi percebido que os alunos procuravam algum tipo de intersecção entre arcos formados com o compasso, não se prendendo aos elementos geométricos que formam uma construção. Foi preciso que em dado momento fizessem uma ação coletiva afim de achar a solução. Foi muito interessante como as idéias foram surgindo (algumas certas outras erradas) de forma totalmente conjunta, até que o grupo percebeu um caminho para chegar a solução. Daí cada dupla desenvolveu a sua construção a partir das pré-soluções adquiridas no grupo geral da turma.

Figura 3.4: Atividade construindo bissetriz

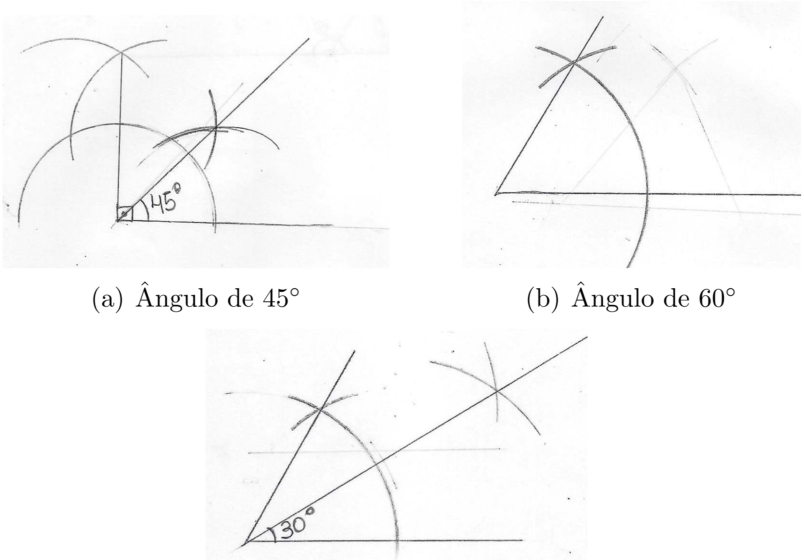


(a) (b)

Ficou evidente nas resoluções que, como já foi citado no capítulo 1, as soluções não são únicas, havendo muitos caminhos e sequências de ações para chegar a uma solução do problema.

A partir do momento em que os discentes já estavam dominando as construções de perpendiculares, triângulos equiláteros e bissetrizes, se tornou quase automático a construção de ângulos notáveis (30º, 45º e 60º), como pode ser visto nas figuras abaixo. No entanto estas ações não serão relatadas neste trabalho.

Figura 3.5: Atividade construindo ângulos notáveis



(a) Ângulo de 45°

(b) Ângulo de 60°

(c) Ângulo de 30°

3.3 Os Resultados Apresentados

Afim de adquirir possíveis resultados da oficina no desenvolvimento do discente, foram utilizados os seguintes procedimentos: foram aplicados dois questionários para aferir o nível de conhecimento dos mesmos quanto a alguns conteúdos de geometria, principalmente ligados à propriedades de figuras e elementos geométricos, sendo que um foi aplicado antes da oficina e o outro uma semana após o término da mesma, com isso pôde ser verificado se os conteúdos foram ou não assimilados corretamente; foi feito também registros de atividades das Construções Geométricas desenvolvidas pelos alunos na oficina, caracterizando seus acertos e erros além da observação de alguns relatos escritos de alunos sobre a experiência com as construções geométrica; por fim foi feita observações realizadas pelo professor pesquisador a cerca do desenvolvimento das atividades na oficina.

Com a análise dos dados adquiridos na oficina, percebeu-se um grande avanço no conhecimento e desenvolvimento dos alunos, mesmo por que era evidente que as atividades estavam sendo desenvolvidas com prazer e dedicação pelos mesmos, sendo motivados pelo desafio de desenvolver, na prática, os conceitos geométricos e verificarem concretamente que as propriedades geométricas são mesmo evidentes. Com isso o conhecimento foi construído conjuntamente e de forma mais sólida por todos os participantes da oficina.

De forma surpreendente, alguns alunos que não apresentavam um rendimento satisfatório nas aulas de matemática da turma (foi feita uma análise do histórico de notas dos discente), desenvolveram as atividades de construções com melhor rendimento que outros, sendo que uma dessas alunas se destacou nessas atividades.

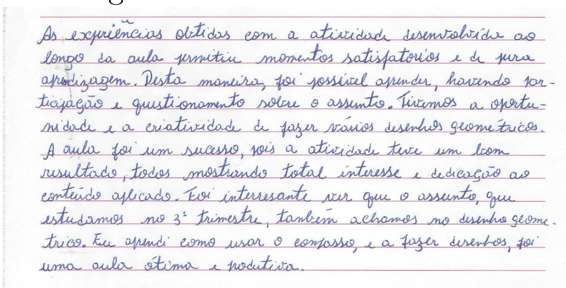
A satisfação e a empolgação dos alunos com algo novo para eles, ficou evidente em alguns relatos adquiridos no final da oficina:

"...tive a oportunidade de conhecer melhor sobre a geometria e ver como os desenhos são óbvios..."

"As experiência obtidas com a atividade desenvolvida ao longo da aula permitiu momentos satisfatórios e de pura aprendizagem. Desta maneira, foi possível aprender, havendo participação e questionamento sobre o assunto."

"... A aula foi de um rendimento extraordinário, conseguimos aprender muito e até mesmo como usar um compasso da maneira correta."

Figura 3.6: Relato do Discente



As experiências obtidas com a atividade desenvolvida ao longo da aula permitiu momentos satisfatorios e de pura aprendizagem. Desta maneira, foi possível aprender, havendo participação e questionamento sobre o assunto. Tivemos a oportunidade e a criatividade de fazer vários desenhos geométricos. A aula foi um sucesso, pois a atividade teve um bom resultado, todos mostrando total interesse e dedicação ao conteúdo aplicado. Foi interessante ver que o assunto, que estudamos no 3º trimestre, também achamos no desenho geométrico. Eu aprendi como usar o compasso, e a fazer desenhos, foi uma aula ótima e produtiva.

Mais do que simplesmente pela assimilação de conteúdos, a oficina fez com que os participantes tivessem um olhar diferenciado para a geometria e consequentemente para a matemática, tornando-a mais concreta e acessível aos discentes, mesmo aqueles que em aulas diárias não tinham muito afinidade com números e cálculos apresentou um bom rendimento nas atividade, sendo relatados por muitos a vontade de fazer uma nova etapa da oficina.

Capítulo 4

Discussão e considerações finais

4.1 Considerações finais

As construções geométricas foram descartadas da grade curricular das escolas públicas sem que os autores deste fato dessem conta da importância da mesma para a formação e desenvolvimento do conhecimento do discente. Em consequência disso, esta área da geometria foi praticamente extinta das escolas públicas, deixando o ensino de geometria cada dia mais empobrecido.

Com a retirada das construções geométricas da grade escolar, foi dado início a um efeito dominó que atingiu desde a formação do discente até a graduação e capacitação dos atuais professores de matemática do ensino fundamental e médio das escolas públicas, pois existem profissionais que não utilizam as construções geométricas em suas aulas simplesmente por desconhecer tal metodologia em consequência de que as mesmas não foram utilizadas em sua vida colegial e também na sua qualificação profissional.

Com o passar dos anos, percebeu-se que as construções geométricas podem ser utilizadas como uma eficiente ferramenta metodológica para o ensino de geometria e também para alguns cálculos voltados para outros áreas da matemática, como a aritmética e a álgebra. Porém para que isso ocorra, os profissionais de educação (professores, coordenadores e direção escolar) devem sair de sua área de conforto em sua prática pedagógica e buscar metodologias que melhor se adaptem às necessidades e condições dos discentes.

Em contrapartida, existem também outros entraves que impedem a utilização de metodologias como as construções geométricas, dentre eles há necessidade da a citação de duas vertentes que não conseguem ser solucionadas conjuntamente, sendo uma delas a quantidade de aulas necessárias para a execução das atividades de desenho geométrico, que em sua maioria requer um número de aulas superior ao gasto com a execução de aulas normais e o extenso programa de conteúdos destinados a disciplina de matemática que por muitas vezes não é trabalhado em sua totalidade. Ainda em tempo, cabe relatar que na última década houve uma redução do número de aulas de matemática na grade das disciplinas do ensino fundamental II, reduzindo de 5 para 4 aulas semanais e do ensino médio, reduzindo de 4 para 3 aulas semanais.

Como já relatado, houve uma grande perda quando as construções geométricas deixaram de ser uma disciplina obrigatória. No entanto, há a necessidade que, mesmo por doses homeopáticas, esta disciplina ou metodologia venha a fazer parte novamente das aulas de matemática.

Assim, apesar de muitas dificuldades encontradas, a utilização das construções geométricas como meio de transmissão de conhecimentos geométricos, algébricos e aritméticos se faz necessária, pois estas estreitam a lacuna existente entre o real e o abstrato. Dentre outros ganhos percebe-se a alegria, motivação e o sentido de desafio voltando a estar presente no educando.

Quando o professor ministra aulas onde não acontece uma plena assimilação dos conteúdos dados, cria-se uma lacuna no conhecimento do aluno, prejudicando seu rendimento futuro e inviabilizando a assimilação de novos saberes. Por vezes é passado para os discentes uma educação meramente burocrática, onde o que importa é tão somente o resultado em uma avaliação no final do processo, assim sendo os conceitos e definições apresentados são normalmente esquecidos ao longo do dias. Existe ainda a descrença, por parte dos alunos, que os conhecimentos matemáticos adquiridos em sala de aula não servirão a eles em sua vida quotidiana.

A aplicação das construções geométricas como uma metodologia de ensino da geometria pode e deve ser utilizada de modo que os discente venham a formular conceitos mais sólidos e duradouros com relação à geometria e outros conteúdos de matemática, além de fazer com que os alunos possam ter prazer em construir e verificar conceitos, propriedades e teoremas antes simplesmente transcrito em quadro na sala de aula.

Referências Bibliográficas

[1] BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução. Brasília: MEC/SEF, 1997. v.1.

[2] BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática - 3º e 4º ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998.

[3] CHAVANTE, Eduardo Rodrigues. *Matemática: anos finais do ensino fundamental.* 1ª edição. São Paulo. Editora SM.

[4] COSTA, Mário Duarte da. *O desenho básico na área tecnológica. In: CONGRESSO NACIONAL DE DESENHO.* Florianópolis, 1981. Anais... Florianópolis: UFSC, 1981. p.89-93.

[5] ITZCOVICH, H. *Iniciação do Estudo Didático da Geometria: das construções às demonstrações.* São Paulo: Anglo, 2012.

[6] MIGUEL, Antonio. BRITO, Arlete J. *A história da matemática na formação do professor de matemática.* In: Caderno CEDES: História e Educação Matemática. São Paulo: Papirus, 1996. p.47 - 61.

[7] MUNIZ NETO, Antonio Caminha. *Geometria.* Coleção PROFMAT, Rio de Janeiro: SBM, 2013.

[8] PIAGET, Jean.*Para onde vai a Educação?.* Tradução Ivete Braga. 10ª edição. Rio de Janeiro: José Olympio, 1988.

[9] PUTNOKI, J.C. *Elementos de Geometria e Desenho Geométrico.* São Paulo: Spicione, 1993, p. 192.SANTANA, José Rogério. Novas e velhas tecnologias no ensino de Matemática: uma discussão sobre os aspéctos cognitivos no ensino de geometria mediado por recursos computacionais. Fortaleza, 2002. Disponível em: $< http : //www.multimeios.ufc.br/arquivos/pc/pre - print/novas_velhas_tecnologias.pdf >$. Acesso em: 16/02/2018.

[10] RODRIGUES, Nedson. *Da mistificação da escola à escola necessária.* 6ª edição. São Paulo: editora Cortez, 1992.

[11] SITE: ¡https://www.somatematica.com.br/geometria.php¿, acesso em 03/02/2018.

[12] WAGNER, Eduardo.*Construções geométricas* / Eduardo Wagner com a colaboração de José Paulo Q. Carneiro. 6 edição - Rio de Janeiro: SBM, 2007

[13] WAGNER, Eduardo. *Uma Introdução às Construções Geométricas.* Rio de Janeiro: OBMEP, 2009

[14] ZUIN, Elenice de Souza Lodron. *Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil.* 2001. 206 f. Dissertação (Mestrado em Educação) ? Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

[15] ZUIN,Elenice de S. L. *Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 3º e 4º Ciclo do Ensino Fundamental e o Ensino das Construções Geométricas entre outras considerações.* PUC MINAS, GT 19 . EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.

Apêndice A

PLANEJAMENTO DA OFICINA

Construindo Saberes Através das Construções Geométricas

OBJETIVO GERAL

- Desenvolver a curiosidade e o conhecimento geométrico dos discentes através do uso e manipulação de instrumentos de desenhos geométricas - régua e compasso - realizando construções geométricas afim que os mesmos, a partir da utilização de materiais concretos possam adquirir os conhecimentos antes desconhecidos e realmente entender as propriedades, definições e teoremas que serão trabalhados.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desenvolver competências na manipulação de instrumentos para a construção geométrica;
- Construir ângulos e figuras planas evidenciando suas propriedades e características;
- Determinar e verificar algumas propriedades, teoremas e definições de figuras planas através das construções geométricas;
- Identificar, caracterizar e construir bissetrizes de ângulos apresentados;
- Identificar os pontos notáveis em um triângulo, assim como aplicações e definições dos mesmos;

PÚBLICO ALVO

- A oficina descrita será apresentada para um rol de 30 alunos do 9º ano do ensino fundamental do Centro Educacional de Alcobaça na cidade de Alcobaça - Bahia.

CRONOGRAMA

ATIVIDADE	DATA
Seleção dos conteúdos a serem trabalhados na oficina	de 11-09 à 22- 09
Comunicação à escola sobre a realização da oficina	28 - 09
Planejamento da oficina	02-10 à 13-10
Aquisição de recursos materiais e pedagógicos	23-10 à 03-11
Execução	25-11
Levantamentos dos resultados obtidos	27-11 à 01-12

Todas as atividades foram desenvolvidas no ano de 2017

RECURSOS

- Quadro;
- Instrumentos de desenho geométrico - régua e compasso;
- Lápis e borracha;
- Folha de papel ofício

METODOLOGIA

Todo o trabalho será desenvolvido de modo que os discentes possam descobrir e evidenciar as propriedades dos conteúdos a serem vistos neste encontro. Para isso os mesmos serão, a todo momentos, questionados e motivados a realizarem as construções a partir de conceitos e ideias próprias.

Com intuito de seguir esse perfil e sabendo que a maioria dos discentes nunca tiveram contato com instrumentos de desenho geométrico visando de realizar as construções, inicialmente será ministrado uma pequena exposição das utilidades da régua e compasso procurando também desenvolver um melhor manuseio dos instrumentos por parte dos discentes.

No desenvolvimento da oficina, serão propostas algumas construções para os alunos sem que os mesmos saibam o conteúdo trabalhado e/ou a propriedade geométrica evidenciada no momento. Em tempo, é importante dizer que todas as atividades serão feitas em grupo de 3 ou 4 alunos. Na conclusão de cada construção serão feitos comentários coletivos (professor e alunos) sobre o que foi construído e principalmente suas características, atingindo assim o objetivo desejado em cada conteúdo.

Os conteúdos a serem ministrados são os elencados abaixo:

- Construção de perpendiculares;
- Bissetriz de um ângulo;
- Ângulos notáveis - 30°, 45° e 60°;

- Classificação dos triângulos;
- Pontos notáveis em um triângulo
  - Incentro;
  - Baricentro;
  - Circuncentro;
  - Ortocentro;

Sendo uma oficina planejada inicialmente para uma duração de 4 horas, o desenvolvimento das atividades pode sofrer alguma alteração no que diz respeito à ordem de aplicação, pois isso será determinado essencialmente pelo desempenho dos discente nas atividades e também pela forma em que as dúvidas, deduções e conclusões apareceram.

AVALIAÇÃO

A avaliação do processo será desenvolvida a partir de:

- Observação do desempenho dos discentes no desenvolvimento das atividades;
- Recolhimento de algumas construções feitas pelos discentes;
- Relatos escritos de alunos sobre os pontos positivos e negativos da oficina assim como a exposição do que foi aprendido ou não;
- Observação do progresso dos discentes na resolução do questionário sobre o conteúdos ministrados na oficina.

Apêndice B

QUESTIONÁRIO PARA OS DISCENTES

As questões de 1 a 4 apresentam uma, e somente uma, alternativa correta.

1. Das alternativas abaixo, qual elemento geométrico é o conjunto de pontos equidistantes a dois ponto em uma reta?

   (a) ângulo
   (b) bissetriz
   (c) perpendicular
   (d) mediatriz
   (e) altura

2. Qual o ângulo formado por duas retas perpendiculares?

   (a) $30°$
   (b) $45°$
   (c) $180°$
   (d) $60°$
   (e) $90°$

3. Qual das propriedades abaixo se refere a um triângulo equilátero?

   (a) Possui todos os ângulos interno distinto;
   (b) Possui os três lados congruentes;
   (c) Um de seus ângulos internos será igual a $90°$;
   (d) Os três ângulos internos serão iguais a $50°$;
   (e) Terá uma das alturas congruente a um dos lados;

4. Com relação aos pontos notáveis em um triângulo, podemos afirmar que:?

(a) O ortocentro sempre será um ponto pertencente a região interna de um triângulo qualquer;

(b) O ortocentro será o ponto de intersecção entre as mediatrizes referentes a cada lado de um triângulo;

(c) Os pontos notáveis de um triângulo se coincidem em um triângulo isósceles;

(d) Os pontos notáveis de um triângulo se coincidem em um triângulo equilátero;

(e) Os pontos notáveis de um triângulo se coincidem em um triângulo escaleno;

5. No espaço abaixo, desenhe, somente utilizando lápis e régua, um ângulo agudo:

6. No espaço abaixo, desenhe, somente utilizando lápis e régua, um ângulo reto:

7. No espaço abaixo, desenhe, somente utilizando lápis e régua, um ângulo obtuso: