



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ

**PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL - PROFMAT**

TAMIRI PINTO SOARES

**PRODUTOS NOTÁVEIS: APLICAÇÃO DA ATIVIDADE
ORIENTADORA DE ENSINO A PARTIR DA RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS**

Ilhéus

2018

TAMIRI PINTO SOARES

**PRODUTOS NOTÁVEIS: APLICAÇÃO DA ATIVIDADE
ORIENTADORA DE ENSINO A PARTIR DA RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática sob a orientação da Profa. Dra. Flaviana dos Santos Silva.

Ilhéus

2018

S676 Soares, Tamiri Pinto.
Produtos notáveis: aplicação da atividade orientadora de ensino a partir da resolução de problemas / Tamiri Pinto Soares. – Ilhéus, BA: UESC, 2018.
73 f. : il.

Orientadora: Flaviana dos Santos Silva.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.
Inclui referências e apêndices.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Matemática (Ensino fundamental). 3. Resolução de problemas. 4. Produtos notáveis. I. Título.

CDD 510.7

TAMIRI PINTO SOARES

**PRODUTOS NOTÁVEIS: APLICAÇÃO DA ATIVIDADE ORIENTADORA DE
ENSINO A PARTIR DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Trabalho aprovado. Ilhéus, 22 de outubro de 2018.



Prof. Dra. Flaviana dos Santos Silva (UESC)

Orientadora



**Prof. Dr. Vinicius Augusto Takahashi Arakawa
(UESC)**



**Prof. Ma. Aline Gobbi Dutra
(IF Goiano - Campus Rio Verde)**

Ilhéus, 2018

À minha mãe, Zenildes; ao meu pai, Idelfonso (*in memoriam*); à minha irmã Sâmara; ao meu irmão Thonirrom; e à minha sobrinha Maria Eduarda.

AGRADECIMENTOS

Um sentimento que define e expressa, com enorme dimensão, este trabalho e esse curso é a Gratidão.

Sou imensamente grata a Deus, pois sem ele nada seria possível. Ele é a razão de tudo na minha vida. Meu Deus, obrigada!

Aos meus pais, Zenildes Cruz Pinto e Idelfonso Prates Soares (*in memoriam*), por me ensinarem a caminhar na retidão, por confiarem em mim, e serem meus companheiros nessa minha jornada.

Aos meus irmãos queridos, Sâmara e Thonirrom, por todo o apoio, incentivo, a compreensão, e por serem sempre os primeiros a torcer e vibrar pelas minhas conquistas. Essa vitória, sem dúvida alguma, é também de vocês. Agradeço também à minha sobrinha querida, Maria Eduarda, por ser meu anjo de luz. Obrigada por toda a companhia de sempre. Ao meu cunhado Warley, pelo incentivo e por todo o carinho.

À minha vizinha, Maria Cruz, por todo o incentivo e toda a preocupação.

Às minhas amigas queridas, Tâmilis Berto, Ludmila Mattos, Ludimilla Carvalho, Fernanda Paganoto, pela compreensão nas minhas ausências; por todo o carinho, e incentivo, que, com certeza, fez a diferença e tornou-se essencial. Esse momento de plena realização quero compartilhar com vocês; essa vitória não é só minha.

Aos meus companheiros de turma, obrigada pelo companheirismo, pela parceria. Vocês foram essenciais nesta etapa, em especial, Edmilson Martins, Lucas França, Watila, Marivaldo, Robson, Adenilson.

À minha professora orientadora, Flaviana Santos, pela colaboração, e toda a aprendizagem. Aos meus professores, que participaram da jornada desse programa, o meu muito obrigada.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), pelo apoio financeiro.

RESUMO

O conteúdo de produtos notáveis é um componente curricular do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental e é notório que a sua assimilação pelos alunos é considerada um requisito para a aprendizagem de conteúdos, como: fatoração, equação e função do segundo grau, polinômios, dentre outros. No entanto, muitos alunos apresentam dificuldade em compreender e aplicar os produtos notáveis em situações cotidianas e de aprendizagem. Devido a essa situação, cabe ao professor desenvolver estratégias de ensino, com situações-problema que tragam desafios e permitam a compreensão e aplicação do conteúdo. Pensando nisso, o objetivo deste trabalho foi desenvolver uma atividade orientadora de ensino, tendo como base a resolução de problemas para promover a aprendizagem de produtos notáveis. O embasamento teórico está articulado com o resgate histórico e a definição dos produtos notáveis; atividades orientadoras de ensino; e da resolução de problemas. A pesquisa é de natureza qualitativa e foi realizada de outubro de 2017 a setembro de 2018, em uma escola da rede municipal de ensino, contando com 16 participantes dos 8º e 9º anos. Como resultados, evidenciou-se que a atividade orientadora de ensino, aliada à resolução de problema, possibilitou aos alunos a aprendizagem dos produtos notáveis de forma significativa. Além disso, o desenvolvimento do trabalho mostrou a importância de o professor trazer situações-problema em sala de aula para tornar a matemática mais contextualizada. Foi possível verificar melhoria de desempenho dos alunos no decorrer das atividades e nos testes aplicados em ambas as turmas, potencializando o trabalho efetuado.

Palavras-chave: Produtos notáveis. Resolução de problemas. Atividade orientadora de ensino.

ABSTRACT

The content of notable products is a curricular component of the 8th and 9th year of elementary school and it is well known that the assimilation of students in relation to this content is considered a requirement for the learning of other contents such as: factorization, equation and function of the second degree, polynomials, among others. However, many students find it difficult to understand and apply remarkable products in everyday situations and learning. Due to this situation it is up to the teacher to develop teaching strategies with problematic situations that bring challenges allowing the understanding and application of the content. Thinking about it, the objective of this work was to develop a teaching-oriented activity based on problem solving to promote the learning of remarkable products. The theoretical background was articulated with the historical rescue and definition of notable products, teaching orienting activities and problem solving. The research is of a qualitative nature and was carried out during the months of October 2017 to September 2018 in a school of the municipal school network counting on 16 participants from the 8th and 9th years. As results, it was evidenced that the teaching orientation activity together with the problem solving allowed the students to learn the remarkable products in a significant way. In addition, the development of the work showed the importance of the teacher to bring situations problems in the classroom to make the mathematics more contextualized. It was possible to verify a better performance of the students in the activities carried out and in the tests applied in both classes, thus enhancing the work done.

Keywords: Notable products. Problem solving. Instructional activity.

LISTAS DE FIGURAS

Figura 1: Representação do quadrado da soma	16
Figura 2: Representação do produto da soma pela diferença	16
Figura 3: Representação do quadrado da soma de dois termos	17
Figura 4: Representação do quadrado da diferença de dois termos	18
Figura 5: Produto da soma pela diferença	19
Figura 6: AOE na relação entre atividade de ensino e atividade de aprendizagem	26
Figura 7: Construção 1 da resolução do problema do quadrado da soma	32
Figura 8: Construção 2 da resolução do problema do quadrado da soma	32
Figura 9: Construção 3 da resolução do problema do quadrado da soma	33
Figura 10: Construção da definição do quadrado da soma	33
Figura 11: Construção 1 da resolução do problema do quadrado da diferença	34
Figura 12: Construção da definição do problema do quadrado da diferença.....	35
Figura 13: Construção 1 da resolução de problemas do produto da soma pela diferença	36
Figura 14: Construção 2 da resolução de problemas do produto da soma pela diferença	37
Figura 15: Construção da definição do produto da soma pela diferença	37
Figura 16: Amostra de resposta dada à questão 1 por aluno do 8º ano	39
Figura 17: Amostra de resposta dada à questão 1 por aluna do 9º ano.....	40
Figura 18: Amostra de resposta dada à questão 1 por aluno do 8º ano	41
Figura 19: Amostra de resposta à questão 3 dada por aluno/a do 8º e 9º ano	42
Figura 20: Amostra de resposta à questão 4 dada por alunos do 8º e 9º anos	43
Figura 21: Amostra de erros detectados na questão 4	46
Figura 22: Amostra de erros detectados na questão 4	47
Figura 23: Amostra de resolução da questão 1 por alunos do 8º ano	48
Figura 24: Amostra de interpretação da questão 2 por alunos do 8º e 9º anos	49
Figura 25: Amostra de interpretação da questão 3 por alunos do 8º e 9º anos	50
Figura 26: Amostra de cálculo da questão 4 por alunos do 8º e 9º anos.....	51

LISTAS DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Análise de acertos em AD e AA do 8º ano	52
Gráfico 2: Total geral (%) da turma do 8º ano.....	53
Gráfico 3: Análise de acertos em AD e AA do 9º ano.	54
Gráfico 4: Total geral (%) dos acertos em AD e AA dos alunos do 9º ano	54

LISTAS DE TABELAS

Tabela 1: Distribuição dos alunos por gênero	2828
Tabela 2: Distribuição dos alunos participantes da pesquisa	28

LISTA DE SIGLAS

- AA Atividade Avaliativa
- AD Atividade Diagnóstica
- AOE Atividade Orientadora de Ensino
- PCN Parâmetros Curriculares Nacionais

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
1 PRODUTOS NOTÁVEIS.....	15
1.1 CONTEXTO HISTÓRICO DOS PRODUTOS NOTÁVEIS	15
1.2 CONTEXTO MATEMÁTICO: PRODUTOS NOTÁVEIS.....	16
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
2.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	20
2.2 ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO (AOE).....	24
3 METODOLOGIA DE PESQUISA	27
3.1 APRESENTAÇÃO TEÓRICA DA PESQUISA.....	27
3.2 CONTEXTO DA PESQUISA	28
3.3 INSTRUMENTOS DA COLETA	29
3.4 ORGANIZAÇÃO DA ANÁLISE DOS DADOS COLETADOS.....	29
3.5 DESENVOLVIMENTO	30
3.5.1 Quadrado da Soma	31
3.5.2 Quadrado da diferença	33
3.5.3 Produto da Soma pela Diferença	35
4 ANÁLISE DOS DADOS COLETADOS	38
4.1 Atividade Diagnóstica (AD).....	38
4.2 Atividade Avaliativa (AA).....	48
REFERÊNCIAS	56
APÊNDICE A – ATIVIDADE DIAGNÓSTICA (AD)	59
APÊNDICE B – DIÁRIO DE CAMPO.....	64
APÊNDICE C – ATIVIDADE AVALIATIVA (AA)	66
APÊNDICE D – GABARITO DA ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO (AOE)	71

INTRODUÇÃO

A matemática é uma disciplina classificada, pelos alunos, como complexa e abstrata, devido a vários fatores, como: dificuldade em entender e assimilar os conceitos; falta de uma base bem formada nas séries iniciais; entre outros. E uma das consequências desses fatores é o baixo rendimento. Esses aspectos ficam explícitos no 8º ano, quando tem início o conteúdo específico de álgebra. Para muitos alunos, a álgebra é uma parte da matemática de difícil compreensão e assimilação, tendo em vista que muitos não enxergam a necessidade e a utilidade de estudá-la.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1998, p.115) trazem que:

O estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas.

Tendo em vista essa realidade, iniciei os estudos com os produtos notáveis devido à minha experiência ao ministrar o tema em salas de aula do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, no ano de 2012, até o presente. Ao vivenciar as situações, pude perceber as dificuldades encontradas pelos alunos para lidar com os produtos notáveis e resolver os exercícios por mim propostos. Muitos alunos cometiam erros, ao aplicar os produtos notáveis, como o quadrado da soma, para obter um trinômio quadrado perfeito. Alguns alunos apresentavam o cálculo de forma incompleta, ou seja, somente a soma entre o quadrado do primeiro termo e o quadrado do segundo termo e o restante, até chegar ao trinômio, era desprezado.

Diante dessa constatação, verifiquei que um espaço da álgebra que requer mais atenção dos professores são os produtos notáveis, que são utilizados na matemática no decorrer de todos os anos seguintes e necessários para a compreensão dos conteúdos de fatoração, equação do segundo grau, funções, etc. A não compreensão e a falta da assimilação desse conteúdo, pelos alunos, portanto, comprometerá o desenvolvimento do raciocínio lógico para entender outros objetos matemáticos, posteriormente.

Para amenizar essas dificuldades, os PCN (1998, p.122) preveem a adoção de atividades algébricas articuladas às situações-problema, para dar significado à aprendizagem:

As atividades algébricas propostas no ensino fundamental devem possibilitar que os alunos construam seu conhecimento a partir de situações-problema

que confiram significados à linguagem, aos conceitos e procedimentos referentes a esse tema, favorecendo o avanço do aluno quanto às diferentes interpretações das letras. Os contextos dos problemas deverão ser diversificados para que eles tenham oportunidade de construir a sintaxe das representações algébricas, traduzir as situações por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis), e construir as regras para resolução de equações.

Justifica-se, assim, a importância de o professor buscar possibilidades pedagógicas para promover a construção do conhecimento por meio da resolução de problemas, propiciando a assimilação e compreensão desse objeto matemático, e colaborando para o desenvolvimento das competências e habilidades necessárias ao cidadão contemporâneo.

Pensando nesse contexto, o objetivo geral deste trabalho é:

Desenvolver uma atividade orientadora de ensino tendo como base a resolução de problemas para promover a aprendizagem de produtos notáveis.

Para tanto, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- Selecionar situações-problema que envolvam o objeto matemático produtos notáveis;
- Elaborar e aplicar uma intervenção de ensino a partir das atividades orientadoras de ensino;
- Identificar como a resolução de problemas pode auxiliar na construção do conceito;
- Verificar a aprendizagem dos alunos com relação aos produtos notáveis.

Para isso, foi proposta uma atividade orientadora de ensino, na qual constavam questões envolvendo o objeto matemático, tendo como base uma situação-problema. Além disso, foram criados cenários contextualizados, para gerar um desafio, ou impasse, que possibilitasse a reflexão e reformulação da definição do objeto matemático.

Buscou-se levar à construção do conceito, em cada caso do produto notável, em uma situação-problema para incentivar a compreensão do caso quadrado da soma; do quadrado da diferença; e o produto da soma pela diferença, permitindo a reflexão e o

desenvolvimento do raciocínio lógico, a partir da procura pela resolução dos problemas, bem como a caracterização dos produtos notáveis.

É necessário destacar a relevância deste trabalho, uma vez que dificilmente é possível encontrar estudos publicados com produtos notáveis articulados à atividade orientadora de ensino e com situações de resolução de problemas.

Este trabalho poderá trazer contribuições aos professores que almejam uma alternativa pedagógica para inserir os produtos notáveis, de forma contextualizada, aos alunos.

Com esse fim, a dissertação foi organizada da seguinte forma: o primeiro capítulo traz uma exposição da história da álgebra e da definição matemática dos produtos notáveis, mostrando suas características e representações geométricas.

No capítulo seguinte, abordam-se a resolução de problemas; o que é um problema; e apontam-se as características para uma prática metodológica que leve o aluno a ser pensante. No terceiro capítulo, apresentam-se o percurso metodológico e o desenvolvimento da atividade orientadora de ensino: onde aconteceu, como ocorreu e como se desenvolveu. E, por último, no quarto capítulo, consta a análise dos dados coletados, seguida das considerações finais.

1 PRODUTOS NOTÁVEIS

1.1 CONTEXTO HISTÓRICO DOS PRODUTOS NOTÁVEIS

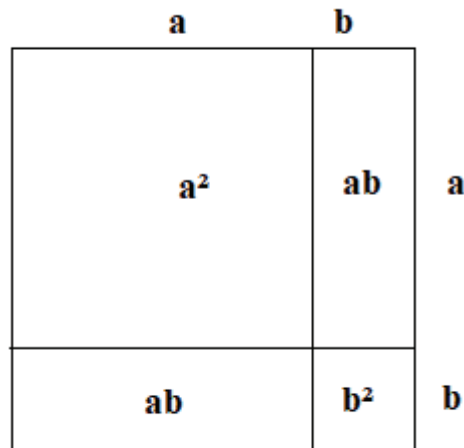
Por um longo período, a palavra álgebra representava uma parte da matemática que se preocupava em estudar as operações entre números, números desconhecidos para resolver problemas com a resolução de equações. Há registros de que a álgebra passou a ser utilizada a partir da descoberta da escrita (MORETTI, 2007).

Sabendo que a dedução lógica foi infundida na matemática no século IV a.C., ou até mesmo no século VI a.C., com a incomensurabilidade, em 400 anos a.C., seu surgimento gerou modificações na matemática grega, na época de Platão. Para Moretti (2007), os antigos problemas que informavam a soma e o produto de dois lados de um retângulo, ou seja, o semi-perímetro e a área do retângulo, e pediam as dimensões, já não se resolviam com os algoritmos numéricos dos babilônios. Com a tentativa de solucionar esses problemas, surgia a “álgebra geométrica”, diferente da álgebra aritmética (PAIM, 2015).

A álgebra é o campo da matemática que se ocupa de incógnitas e variáveis advindas de generalizações. Assim como as demais áreas da matemática, a álgebra foi criada por várias civilizações e vários povos, devido aos problemas que surgiam. No decorrer da história, as ideias a respeito foram sendo experimentadas, desenvolvidas e aprimoradas (MORETTI, 2007).

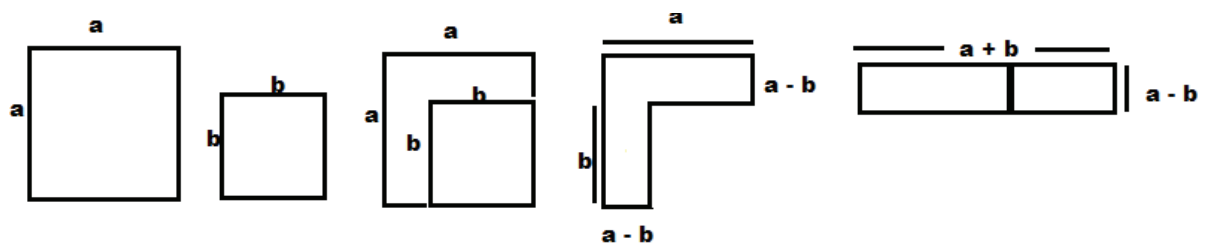
Atualmente, a álgebra geométrica grega configura-se, para o nosso aluno, de maneira excessivamente artificial e difícil; os povos que se serviam da álgebra, a tornaram eficaz no processo de suas operações. A álgebra surgiu por meio da procura para resolver problemas e deve ter parecido um instrumento conveniente; situação que é diferente para os nossos alunos. Somas de números utilizando segmentos, diferenças, produtos e quocientes, podem ser simplesmente construídas com régua e compasso. No caso da identidade $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ torna-se evidente verificá-la com um diagrama que mostra os três quadrados e os dois retângulos iguais na identidade (Fig. 1); a diferença de dois quadrados $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ era também representada pelos gregos como áreas de figuras geométricas (Fig. 2).

Figura 1: Representação do quadrado da soma



Fonte: Autora.

Figura 2: Representação do produto da soma pela diferença



$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Fonte: Autora

1.2 CONTEXTO MATEMÁTICO: PRODUTOS NOTÁVEIS

Conforme Paim (2015), os produtos notáveis são expressões algébricas que resultam de multiplicações entre a soma e subtração de dois termos elevados ao quadrado, e também o produto entre uma soma e uma diferença de dois termos, envolvendo incógnitas.

Dessa forma, as expressões algébricas utilizando letras possuem a finalidade de generalizar a fórmula, isto é, $a + b$ representa a soma de dois termos, ou seja, números quaisquer, $a - b$ representa a diferença de dois números quaisquer e $a.b$ representa o produto entre dois números (PAIM, 2015).

Logo, os produtos notáveis são: o quadrado da soma de dois números; o quadrado da diferença entre dois números; o produto da soma pela diferença de dois números; o cubo da soma de dois termos; e, por fim, o cubo da diferença de dois termos. A seguir, serão ilustrados apenas os três primeiros deles.

- **O quadrado da soma de dois termos**

Considere a e b números reais, onde a soma é representada por $(a + b)$. O quadrado dessa soma pode ser definido pela propriedade distributiva e pela operação de multiplicação. Efetuando o quadrado da soma de dois números a e b , obtém-se:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b$$

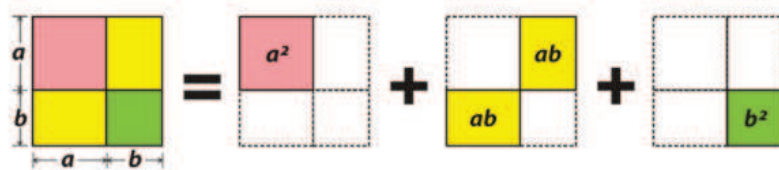
$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2, \text{ onde } a \text{ é o primeiro termo e}$$

b é o segundo termo.

Essa expressão pode ser lida como: “o quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro número mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo mais o quadrado do segundo número” (PAIM, 2015, p.16).

Geometricamente, o quadrado da soma de dois números representa a área do quadrado de lado $(a + b)$, ou seja a área representa a adição das quatro partes que formam a Figura 3.

Figura 3: Representação do quadrado da soma de dois termos



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Fonte: Autora

- **Quadrado da diferença de dois termos**

Sejam a e b quaisquer números reais, onde o quadrado da diferença entre a e b seja denotado por $(a - b)^2$. Para desenvolver o quadrado da operação de diferença, usa-se da propriedade distributiva no produto de $(a - b)(a - b)$.

Realizando o quadrado da diferença de dois números, obtém-se:

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$$

$$(a - b)^2 = a \cdot a - a \cdot b - b \cdot a - b \cdot (-b)$$

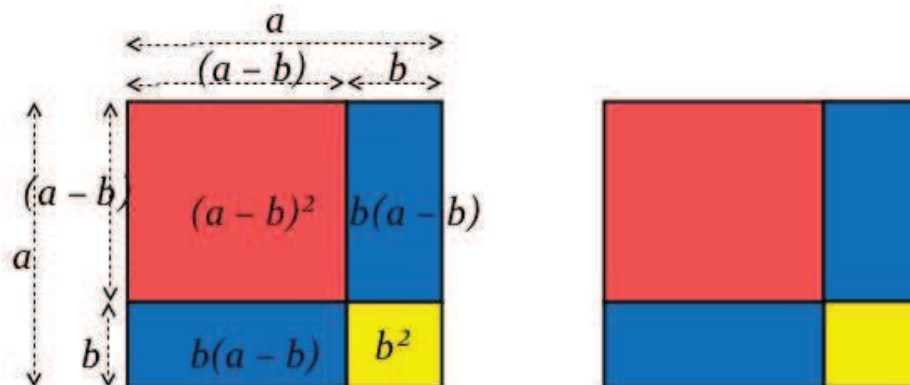
$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$, em que o a é o primeiro número e b é o segundo número.

Dessa forma, para Paim (2015, p.16), “o quadrado da diferença de dois números quaisquer é igual ao quadrado do primeiro número, menos duas vezes o produto do primeiro número pelo segundo, mais o quadrado do segundo número”.

Geometricamente, podemos explicar o quadrado da diferença como a área de um quadrado de lado $(a - b)$, representado na Figura 4, em que a representa a medida do lado de um quadrado de área a^2 , em que foi retirada a medida b , e retirando, assim, dois retângulos com área $b \cdot (a - b)$ e um quadrado de área b^2 , ou seja:

$$\begin{aligned} a^2 - b \cdot (a - b) - b \cdot (a - b) - b^2 &= a^2 - b \cdot a + b^2 - b \cdot a + b^2 - b^2 \\ &= a^2 - 2 \cdot b \cdot a + b^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (a - b)^2 \end{aligned}$$

Figura 4: Representação do quadrado da diferença de dois termos



$$\begin{aligned} (a - b)^2 &= a^2 - b(a - b) - b(a - b) - b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

Fonte: Autora

- **Produto da soma pela diferença**

Considere dois números a e b reais, para os quais são definidas a soma e também a diferença. Então, o produto da soma, pela diferença desses números, $(a + b) \cdot (a - b)$, é definido pela propriedade distributiva da operação de multiplicação. Efetuando o produto da soma pela diferença, temos:

$$(a + b) \cdot (a - b) = a \cdot a + a \cdot (-b) + b \cdot a + b \cdot (-b)$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - a \cdot b + b \cdot a - b^2$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - a \cdot b + a \cdot b - b^2$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2, \text{ onde } a \text{ é o primeiro termo e } b$$

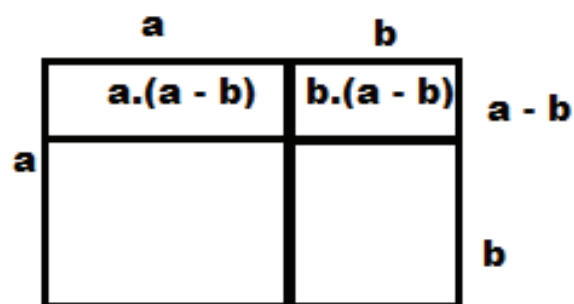
é o segundo termo.

Pode-se, assim, dizer, que o produto da soma pela diferença de dois números quaisquer é o quadrado do primeiro número menos o quadrado do segundo número.

A representação geométrica do produto da soma pela diferença está apresentada como na Figura 5, sendo a área de um retângulo de lados $(a + b)$ e $(a - b)$, isto é, a área desse retângulo é igual à área do quadrado de lado a menos a área do quadrado de lado b .

$$\begin{aligned} a \cdot (a - b) + b \cdot (a - b) &= a \cdot a - a \cdot b + b \cdot a - b \cdot b = a^2 - a \cdot b + b \cdot a - b^2 \\ &= a^2 - a \cdot b + a \cdot b - b^2 = a^2 - b^2 \end{aligned}$$

Figura 5: Produto da soma pela diferença



Fonte: Autora.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A matemática pode ser definida como a ciência que procura soluções para problemas que surgem no decorrer do dia a dia. Souza (2005, p.1) “defende que a essência da Matemática é a resolução de problemas e que muitas descobertas na Matemática foram devido à resolução de problemas que surgiram na humanidade”.

Nesse sentido, a prática matemática de resolução de problemas possui características e métodos que são empregados de acordo com cada problema tratado. Uma pergunta inevitável é: O que é um problema?

Um problema pode ser qualquer situação ou exercício que exige do aluno um raciocínio, uma interpretação de dados; pode ser uma questão; uma tarefa que nunca tenha sido realizada; algo desconhecido para o aluno (POLYA, 1978).

O problema pode ser considerado como uma atividade que leve o aluno a pensar; a criar estratégias, que possibilite diferentes formas de resolução; que promova discussão em aula; que estimule a curiosidade do aluno. O problema pode ser também considerado como algo que desafia a compreensão do conteúdo do aluno, algo que o tire da zona de conforto do conhecimento.

De acordo com os PCN (1998, p. 32),

O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada.

Diante disso, é possível destacar alguns passos, em forma de questionamentos, para a resolução de problemas, quais sejam:

- Compreensão do problema: Qual a incógnita? quais são os dados? qual é a condição? o que se tem de informação? o que se pede?
- Elaboração de um plano: Já encontrou problema semelhante? conhece um problema relacionado com este? conhece algum teorema que possa lhe ser útil? possui só esta maneira de resolver? pode-se resolver de outra forma?
- Execução do plano: Empregou todos os dados? empregou toda a condição? faça um desenho, se necessário.

- Retrospecto: Pode-se ver claramente que o passo é correto? pode demonstrá-lo? as diferentes maneiras de resolução chegaram no mesmo resultado?

Essas são algumas questões que podem ser levantadas durante a aplicação de uma situação-problema que pode despertar a curiosidade do aluno para a prática de resolver problemas.

Desse modo, a resolução de problemas permite colocar o aluno diante de questionamentos, possibilitando a aplicação do raciocínio lógico e da interpretação. O método de resolução pode variar de acordo com a interpretação de cada aluno. Devido a esses fatores, a resolução de problemas tem muito poder motivador, pois envolve situações novas e diferentes atitudes e conhecimentos.

Com a metodologia questionadora prevista na resolução de problemas, muitos dos problemas procuram trabalhar com a aplicação do conceito e do conteúdo. Assim, é possível despertar a curiosidade do aluno, criando um aspecto e um espírito de incentivo e tornando a matemática atrativa para os alunos.

Segundo Dante (1991, p. 25),

É possível por meio da resolução de problemas desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia a dia, na escola ou fora dela.

A resolução de problemas, que procura estimular no aluno o sentido de correlação com diversos conteúdos, por meio de curiosidades, da interpretação, é diferente dos exercícios que, muitas vezes, têm a função de fixar o conteúdo, memorizar fórmulas e o conceito, agindo apenas como um algoritmo (DANTE, 1991).

É necessário que os alunos consigam interpretar o enunciado, os seus dados, a sua proposta, e considerar que estruturar as informações é fundamental para criar estratégias de resolução de diferentes modos, incluindo a verificação das soluções. Desta forma, o aluno tem em mãos um problema matemático, entretanto, segundo Souza (2005, p. 25), se “é uma atividade de treinamento no uso de alguma habilidade/conhecimento matemático já conhecido pelo resolvidor como a aplicação de um algoritmo conhecido, de uma fórmula conhecida, o aluno tem em mãos um exercício”.

Devido a diferentes interpretações, Soares (2001) alerta que um mesmo problema desperta, nos diversos alunos, métodos de resolução distinta; vale salientar que o resultado alcançado nem sempre é o mais importante, mas sim o caminho percorrido, e as estratégias. Deve-se valorizar todo tipo de interpretação, todo tipo de assimilação e correlação com os outros conteúdos, pois a resolução de problemas é abrangente. Nesse sentido, Dante (1991, apud SOUZA, 2005, p. 40),

Sugere trabalhar com todos os alunos de uma mesma turma, apresentando um problema desafiador, real e interessante, e que não seja resolvido diretamente por um ou mais algoritmos e que estimule os alunos, verifique se todos compreenderam, procure criar nos alunos um clima de busca, exploração e descobertas, deixando claro que mais importante que obter a resposta correta é pensar e trabalhar no problema durante o tempo necessário para resolvê-lo.

Assim, apreende-se que o método de estudo utilizando a resolução de problemas é um modo de desenvolver no aluno sua competência de aprender a aprender, condicionando-o a descobrir, por si próprio, respostas para as questões que apresentam dúvidas e dificuldades, sejam elas questões escolares ou da vida pessoal.

Devido às exigências da sociedade moderna, por cidadãos capazes de ser sujeitos da sua própria história, despertar no aluno uma independência no pensar, por meio das diferentes interpretações e formas de resolver o mesmo problema (DANTE, 1991), é fundamental.

Para Polya (1978), a resolução de problemas deve estar associada e conectada com os objetivos didáticos, objetivos gerais e específicos de cada conteúdo, relacionando-se com a realidade escolar e a experiência própria dos alunos. A resolução de problemas deve estar conexa com o assunto trabalhado em sala de aula e com o currículo da disciplina, de acordo com a série e o ano escolar.

Uma metodologia de ensinar que emprega a resolução de problemas a uma prática de ensino merece atenção dos professores. Infundido nessa tática, pode-se envolver o aluno em situações que exige dele mais raciocínio, uma interpretação maior, construindo nele uma maneira crítica do pensar matemático, tendo em vista que a motivação existe por que a matemática está relacionada com os problemas reais da vida humana.

Segundo Dante (1988), na prática de ensino que opera com a situação-problema, o professor exerce a função de mediador; tem o papel de conduzir a resolução do problema; conduzir as interpretações com as indagações; incentivar as ideias dos alunos; valorizar os erros, as tentativas, as diversas opções; direcionar o foco do conteúdo; e fazer alguma

correlação interdisciplinar, se for necessário. Nessa perspectiva, a função do professor é ser facilitador no processo de ensino e aprendizagem e o aluno tem a independência de aprender a aprender (SOARES, 2001).

Na metodologia de ensino de resolução de problemas, por ser um trabalho em grupo, ou às vezes individual, é importante que o professor incentive a leitura e compreensão do texto do problema, proporcionando a interpretação de cada um; promova a discussão entre os alunos; não responda diretamente às perguntas feitas durante o trabalho, mas incentive-os com novos questionamentos e ideias.

O professor, em seu espaço mediador, deve valorizar os diferentes caminhos, os possíveis erros, as diversas tentativas, promovendo e fomentando o processo de ensino e aprendizagem por meio da situação-problema; e ainda explorar e exercitar a assimilação do conteúdo. Dante (1988 apud CARNEIRO; PINTO, p. 9) sugere

Diferentes estratégias para a resolução de problemas de modo que possa diversificar a ação. São elas: 1. Tentativa e erro organizados. 2. Procura de padrões ou generalizações. 3. Resolvendo antes um problema mais simples. 4. Reduzindo à unidade. 5. Fazendo o caminho inverso.

A situação-problema é uma prática de ensino que proporciona essa diversidade no processo de aprendizagem, e pode ajudar a cultivar o interesse dos alunos pela matemática, ao tornar a aula atrativa e, devido às possibilidades de distinções, nos problemas, não existe um padrão para as resoluções; não existe um roteiro, mas apenas a metodologia de ensino, as práticas e técnicas. Além do mais, a mesma situação-problema apresentada em diferentes turmas, pode gerar diversos métodos de resolução, e diferentes interpretações por parte dos alunos (DANTE, 1988).

Deve-se tomar cuidado com a quantidade excessiva de problemas, optando somente pelo necessário para explorar o conteúdo; com linguagem complexa; nível de dificuldade elevado; e apresentar problemas com grau de dificuldades diferenciado (POLYA, 1978).

Nesse contexto, a atividade orientadora de ensino poderá ser um instrumento pedagógico para desenvolver a resolução de problemas. No item a seguir será tratada a atividade orientadora de ensino.

2.2 ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO (AOE)

É pertinente observar que as atividades desenvolvidas no entendimento do processo da realização de algoritmos, ou apenas um exercício de fixação, são, de certa forma, preestabelecidas, e não exigem tanta análise dos alunos, assim, também, não potencializam o mecanismo de aprender a aprender. Segundo Garnier (1996, p. 16), o objetivo da atividade de aprendizagem é “dar forma ao modo teórico através do qual um problema pode ser resolvido em uma situação de aprendizagem”.

É possível perceber o crescimento do conhecimento adquirido pelo aluno, por meio de uma atividade educativa que o leve a pensar e criticar, e como o processo de ensino pode evoluir com a prática de exercícios (NASSER, 2017).

Segundo Moura (2001, p. 157), “tomar o ensino como uma atividade implica em definir o que se busca concretizar com a mesma, isto é, a atividade educativa tem por finalidade aproximar os sujeitos de um determinado conhecimento”, no sentido de proporcionar uma evolução nos estudos e na vida social.

Na AOE, deve-se envolver os alunos com os conhecimentos teórico-científicos. Entretanto, tais conhecimentos não são o fator mais importante, e, sim, o problema e a ação durante a resolução da atividade. É o que Leontiev (1983, p. 87) garante. Na Teoria da Atividade, segundo ele, dois conceitos devem ser explorados como fundamentais: a ação e a operação. A ação está associada aos objetivos das atividades; e a operação está ligada às condições em que foi executada a atividade. Ou seja, as operações seriam responsáveis pela forma como é realizada uma ação. Em Matemática, tal teoria consiste em pensar sobre qual método o aluno usou para resolver o problema proposto; qual caminho foi percorrido; quais as estratégias usadas; e se os objetivos foram alcançados, isto é, se a ação foi concluída.

A AOE é uma prática de ensino que proporciona aprendizagem para ambos os sujeitos, professor e aluno. Esses sujeitos são indivíduos que possuem conhecimentos e ideias próprias, que podem interferir de modo produtivo ou não na realização das ações que têm por objetivo a compreensão de algo novo (RIPARDO, 2011). Considerar o sujeito como indivíduo pensante é essencial para ponderar a AOE como um procedimento para a construção do objeto: adquirir ou desenvolver entendimento em assuntos novos.

Dessa forma, a AOE exerce função mediadora entre os sujeitos, no processo de ensino e aprendizagem que, ao estarem inseridos em uma ação de aquisição de conteúdo, se modificam e são os próprios construtores do conhecimento novo adquirido.

A relação de sujeitos, aluno e professor, se constitui através da coletividade e do convívio durante a operação de resolução de problemas. É decorrente dos fatos do professor, pela metodologia de ensino, se os objetivos serão alcançados ou não, e do aluno, pela assimilação do conteúdo por meio da resolução dos problemas propostos na atividade orientada de ensino.

Nesse sentido, a AOE vai ao encontro da necessidade do professor de, segundo Moura (2010, p. 96), “organizar o ensino, de modo que o processo educativo escolar se constitua como atividade para o professor e para o aluno. Para o aluno como estudo, para o professor como trabalho”.

Ainda segundo Moura (2001, p.155), a “atividade orientadora de ensino é aquela que se estrutura de modo a permitir que os sujeitos interajam, mediados por um conteúdo, negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema”.

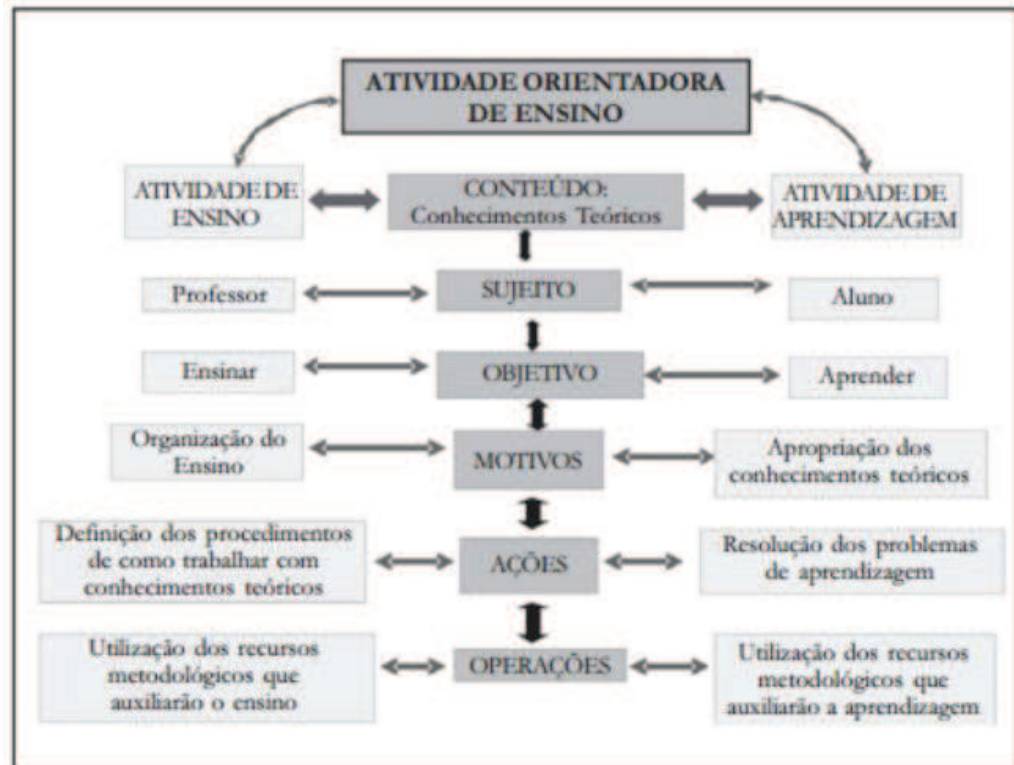
No ensino de Matemática, a AOE possui um papel principal no processo de ensino. Conforme afirma Moura (1992, p. 68), a busca da resolução de um problema se constitui como “o problema desencadeador, a busca de ferramentas intelectuais para solucioná-lo, o surgimento das primeiras soluções e a busca de otimização destas soluções”.

A AOE, na função do sujeito professor, é de suma importância para contribuir para desenvolver no aluno a atividade de aprendizagem, e garantir que o conteúdo seja entendido e compreendido pelos sujeitos alunos (RIPARDO, 2011).

Na preparação da AOE, o professor deve ter em mente o conteúdo do currículo escolar; seu contexto histórico; os materiais didáticos que poderão ser relacionados com a prática da atividade orientada de ensino; a finalidade de suas ações e seus objetivos.

A Figura 6 demonstra como os dois sujeitos se comportam mediante a AOE; como a assimilam e operam. A figura simplifica e caracteriza os elementos principais da AOE; identifica e relaciona a atividade de ensino; a função do professor; a atividade de aprendizagem, que é o espaço em que o aluno se constitui, e a construção do conhecimento acontece. Proposta feita, primeiramente, por Moura (2010).

Figura 6: AOE na relação entre atividade de ensino e atividade de aprendizagem



Fonte: Moura et al. (2010, p. 98).

A Figura 6 também ilustra que a AOE para o professor é uma atividade de ensino e, para o aluno, uma atividade de aprendizagem. Ambos são agentes sujeitos nesse processo. O objetivo do professor é ensinar e o do aluno aprender. Os motivos para o professor se resumem na organização do ensino e, para o aluno, em uma apropriação do conhecimento; as ações, para o aluno, consistem na resolução de problemas, o que evidencia a AOE para o aluno (RIPARDO, 2011).

3 METODOLOGIA DE PESQUISA

Neste capítulo, serão delineados os aspectos teóricos e metodológicos que foram utilizados para o desenvolvimento da presente pesquisa em relação ao aprendizado dos produtos notáveis por meio de situações-problema.

3.1 APRESENTAÇÃO TEÓRICA DA PESQUISA

Uma pesquisa qualitativa pode ser caracterizada, segundo Minayo (1996, p. 21 e 22) , como aquela que possibilita a valorização do “[...] universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis”.

Em seu trabalho, Ludke e André (1986) contribuíram com o esclarecimento das características básicas de uma pesquisa qualitativa, resgatando as ideias construídas pelos autores Bodgan e Biklen (1994). Segundo eles, uma fonte direta de dados da pesquisa qualitativa é o ambiente natural; o principal instrumento é o pesquisador; os dados coletados devem ser descritos, pois o importante é como se dá o processo e não somente o produto; além disso, a pesquisa deve estar se relacionando sempre com os objetivos, com as hipóteses estabelecidas *a priori* e durante o processo da pesquisa, e convergindo para o mesmo foco de interesse do pesquisador.

Assim, na pesquisa qualitativa, as atividades a serem desenvolvidas podem ser: relatos de experiência, observações, fotografias, entrevistas, análise bibliográfica de documentos, dentre outros. Ludke e André (1986, p.90) defendem, sobre o processo da pesquisa, que:

[...] o pesquisador deve estar sempre atento à acuidade e veracidade das informações que vai obtendo, ou melhor, construindo. Que ele coloque nessa construção toda a sua inteligência, habilidade técnica e uma dose de paixão para temperar (e manter a tempera!). Mas que cerque o seu trabalho com o maior cuidado e exigência, para merecer a confiança do que necessitam dos seus resultados.

Desse modo, as ferramentas utilizadas e construídas durante o processo de investigação devem ser combinadas e comparadas, de forma a assegurar a valia da pesquisa de natureza qualitativa. Oliveira (2002, p.10) acredita ser fundamental, para essa validade ocorrer:

[...] o confronto de fontes, a complementaridade de instrumentos metodológicos e referenciais teóricos; a revisão colaborativa de entrevistas e registros de observações, o debate constante sobre princípios interpretativos e resultados que emergem do processo de pesquisa.

3.2 CONTEXTO DA PESQUISA

A pesquisa sucedeu-se com alunos da Escola Municipal Gilberto da Silva Cardoso, Rua da Juventude, s/n, Monte Castelo, Teixeira de Freitas/BA. Atualmente, a escola conta com aproximadamente 500 alunos e funciona em dois turnos, atendendo ao Ensino Fundamental II nos períodos vespertino e matutino, como mostra a Tabela 1.

Tabela 1: Distribuição dos alunos por gênero

I. Gênero	II. Quantidade	III. Faixa Etária
Feminino	230	Entre 11 e 19 anos
Masculino	302	Entre 11 e 19 anos

Fonte: Autora.

Para a realização da pesquisa, os sujeitos foram 16 estudantes do turno vespertino, do 8º e 9º anos, escolhidos para participar pela professora regente das turmas. A caracterização dos sujeitos pode ser observada na Tabela 2.

Tabela 2: Distribuição dos alunos participantes da pesquisa

Gênero	8º ano	9º ano	Faixa Etária
Feminino	5	4	Entre 13 e 19 anos
Masculino	3	4	Entre 13 e 19 anos

Fonte: Autora.

3.3 INSTRUMENTOS DA COLETA

Para realizar a coleta dos dados, nesta pesquisa, optou-se por utilizar os seguintes instrumentos e técnicas:

- Atividade Diagnóstica (Apêndice A);
- Diário de Campo – Intervenção de Ensino (Apêndice B);
- Atividade Avaliativa (Apêndice C).

O instrumento diagnóstico foi apresentado, num primeiro momento, com o objetivo de identificar o nível de conhecimento dos alunos, e os graus de instrução que possuíam.

O diário de campo é um método da pesquisa qualitativa, cuja finalidade é registrar e descrever todos os caminhos percorridos e as estratégias utilizadas no processo da pesquisa. O objetivo é detalhar o percurso da pesquisa, a forma e a maneira trabalhada, durante a aplicação das AOE e as principais discussões.

A AA foi a última a ser proposta à turma, e teve a finalidade de identificar como o grupo aprendeu o conteúdo trabalhado, e se os participantes fizeram a associação das situações-problema com os produtos notáveis.

3.4 ORGANIZAÇÃO DA ANÁLISE DOS DADOS COLETADOS

A análise dos dados envolve o processo de catalogar e comparar as informações, de modo que esses dados e essas informações levantadas possam ser inspecionadas e examinadas no processo de baixo para cima. No caso da presente pesquisa, se dá desde a atividade diagnóstica até a atividade avaliativa.

Os alunos participantes da pesquisa foram classificados pelas letras do alfabeto, como maneira de identificá-los. As atividades diagnósticas foram constituídas por quatro questões. As questões foram avaliadas e catalogadas da seguinte maneira:

- Da 1ª questão à 3ª questão, pontuou-se como zero ou um. O valor atribuído zero ocorreu quando o aluno não executou a questão; quando desempenhou de forma errada; ou incompleta. O valor um correspondeu à questão solucionada corretamente;
- A questão 4 foi constituída de seis itens e a resposta avaliada como zero, quando o aluno não realizou, ou quando estavam errados os seis itens. Atribui-se 0,5 quando

foram resolvidos até três itens corretamente e um quando foram efetuados acima de três itens sem erros.

As atividades diagnóstica e avaliativa foram catalogadas em tabelas, pontuadas com porcentagens para melhor comparação entre as atividades diagnóstica e avaliativa, analisando o rendimento por questão.

A partir dos resultados apresentados nas tabelas, foram construídos os gráficos para análise. O detalhamento da análise será apresentado no capítulo 4.

3.5 DESENVOLVIMENTO

Para o desenvolvimento da pesquisa, foi necessário cumprir as seguintes etapas:

1. Preparação de instrumento diagnóstico;
2. Aplicação de instrumento diagnóstico (Atividade Diagnóstica - AD);
3. Intervenção (aplicação da atividade orientada de ensino);
4. Aplicação do instrumento avaliativo (Atividade Avaliativa - AA).

A AOE retratada neste texto consiste em apresentar um problema para cada tipo de produto notável, ou seja, quadrado da soma, quadrado da diferença e produto da soma pela diferença, e, em seguida, procurar e investigar a resolução com o grupo de alunos.

A partir das características discutidas e analisadas por eles, apresentar e caracterizar o produto notável relacionado e explorar, assim, a representação geométrica. Foram realizadas duas atividades, uma no início (AD), antes da execução da AOE, e uma após (AA), para avaliar o desenvolvimento dos alunos.

A AD contava com quatro questões e três problemas, representando, cada um, o tipo de produto notável. A quarta questão explorou a fixação do conteúdo usando o método de repetição.

A aplicação da AOE ocorreu durante duas semanas e em oito aulas, no mesmo turno. Duas aulas foram dedicadas às ADs, a primeira e a última, e seis aulas para a exploração do conteúdo de produtos notáveis por meio da resolução de problemas; ficando, duas aulas, para o caso de quadrado da soma; duas aulas para o caso de quadrado da diferença; e duas aulas para a exploração do produto da soma pela diferença.

As próximas questões fazem parte da AOE e foram os problemas desencadeadores. Para solucionar esses problemas, trabalhamos somente com números inteiros.

3.5.1 Quadrado da Soma

A aula foi iniciada com a discussão da seguinte situação-problema:

Situação-Problema 1:

Marcos possui uma horta, cujo terreno é um quadrado, e vai dividir o terreno em quatro regiões: dois quadrados de áreas diferentes e dois retângulos de mesma área. No quadrado de maior área, plantará cebolinha; no de menor área, salsa, e nos retângulos, alface.

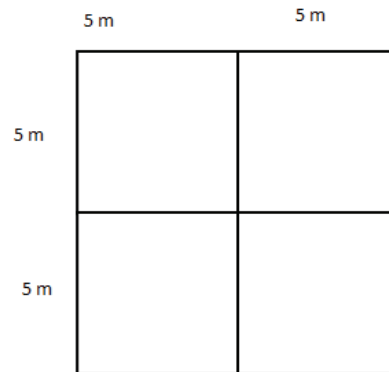
- a) Como Marcos poderá efetuar essa divisão, sabendo que a área total do terreno é de 100 metros quadrados?
- b) Em qual dessas alternativas a área destinada à alface é maior?
- c) E em qual dessas alternativas o lucro de Marcos é máximo, considerando que o seu lucro é dado por metro quadrado, onde o lucro por metro quadrado da alface é R\$ 10,00, da salsa é R\$ 12,00, e da cebolinha é R\$ 15,00?

No primeiro momento, esse problema foi trabalhado com o uso de *datashow*, e explorado com perguntas para inserir os alunos na situação-problema. As perguntas elaboradas pela pesquisadora foram: Qual a melhor maneira de realizar as divisões do terreno no formato de quadrado? E quais as possíveis medidas?

Sabendo que o lado do terreno é de 10 metros, a primeira resposta foi a divisão de 5 metros, no caso, o terreno, em quatro quadrados de lado com 5 metros (Fig. 7). Valendo-se das respostas, foram propostas outras formas de divisão 9 metros e 1 metro (Fig. 8), 8 metros e 2 metros, 7 metros e 3 metros, 6 metros e 4 metros, e construídas todas as possíveis divisões, e assim calcular as áreas de cada repartição, o que foi solicitado no item a).

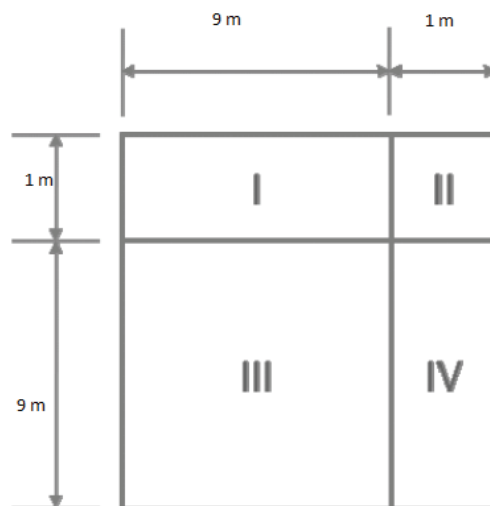
Em seguida, as áreas foram calculadas e verificado em qual tipo de divisão a alface obteve maior área, conforme solicitado no item b). No item c), os alunos resolveram a questão, utilizando os dados já realizados, em conjunto, para efetivar os cálculos.

Figura 7: Construção 1 da resolução do problema do quadrado da soma



Fonte: Autora.

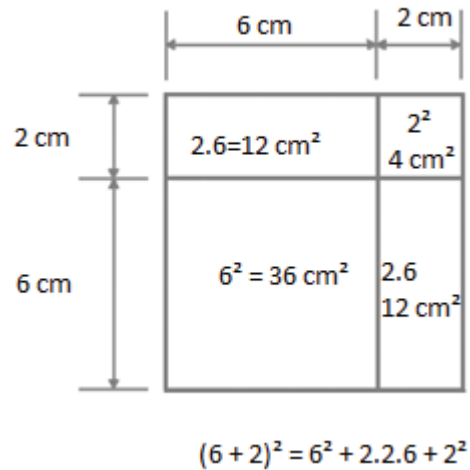
Figura 8: Construção 2 da resolução do problema do quadrado da soma



Fonte: Autora.

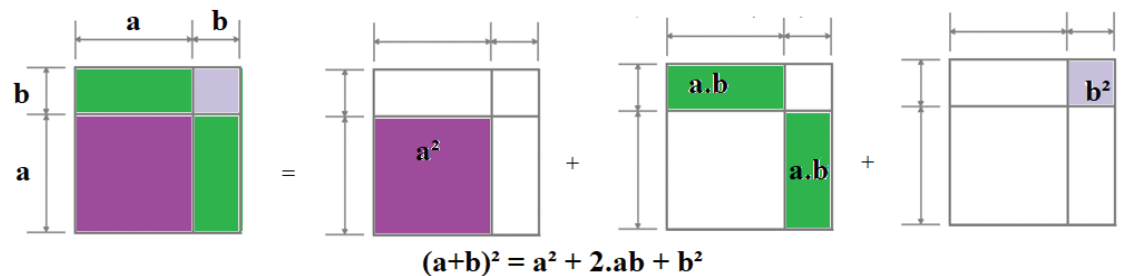
Utilizando essa situação-problema, foi inserido o conceito de quadrado da soma, dispondo-se da representação geométrica, exercitando primeiramente com números, isto é, $(6 + 2)^2$, (Fig. 9), para, em seguida, explorar $(a + b)^2 = a^2 + 2.a.b + b^2$, (Fig. 10). Ainda foram trabalhados alguns outros exemplos de fixação e assimilação do quadrado da soma.

Figura 9: Construção 3 da resolução do problema do quadrado da soma



Fonte: Autora.

Figura 10: Construção da definição do quadrado da soma



Fonte: Autora.

3.5.2 Quadrado da diferença

A aula foi iniciada com a discussão da seguinte situação-problema:

Situação-Problema 2:

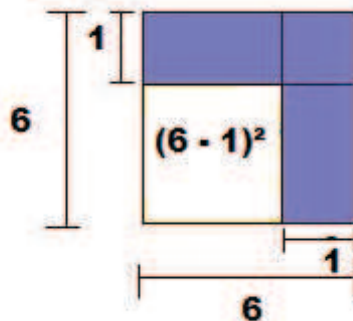
O Sr. João trabalha com projetos de arquitetura e da área civil em uma empresa de construção civil. Atualmente, ele e sua equipe estão trabalhando na construção de salas comerciais. O tamanho padrão das salas é de 6 metros de comprimento por 6 metros de largura. Em determinada sala, ocorrerá uma divisão no ambiente; na verdade, será uma diminuição, devido às instalações do almoxarifado, e do setor de produtos. A área destinada ao almoxarifado corresponde à maior área da divisão e as outras áreas serão destinadas aos serviços de repartição. Pergunta-se:

- a) Quais as possíveis divisões que o Sr. João poderá realizar?
- b) Qual a divisão que representa o problema e que mantém o almoxarifado com a maior área possível?

Inicialmente, os alunos assimilaram esse problema com a situação-problema do quadrado da soma; expressaram-se por meio da divisão de 4 metros e 2 metros; 3 metros e 3 metros; e também falaram em 5 metros e 1 metro. Servindo-se dessas participações, foi sugerido que trabalhassem com a divisão de: $(6 - 2)^2$, $(6 - 3)^2$ e $(6 - 1)^2$. A professora/pesquisadora usou material concreto para representar, no quadro, as possíveis medidas do almoxarifado, utilizando-se do recurso da representação geométrica. Os alunos concluíram, então, que a maior área possível destinada ao almoxarifado seria de 25 metros quadrados, na representação de $(6 - 1)^2$ mostrado na Figura 11.

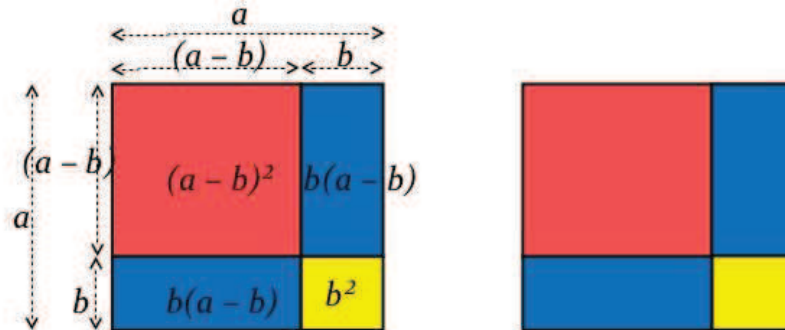
Empregando essa situação-problema, foi adentrado o conceito de quadrado da diferença, valendo-se das representações geométrica e numérica, como $(7 - 3)^2$ e, conseqüentemente, explorar $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (Fig. 12). No decorrer da explicação, houve importante indagação de um aluno sobre o porquê de $+b^2$. Portando-se da geometria, a professora/pesquisadora explicou que, na retirada dos dois retângulos $-2ab$, o quadrado de lado b o foi duas vezes e, apesar de haver, deste, somente um quadrado, então, por esse motivo, soma-se o b^2 . Foram realizados exemplos numéricos e geométricos para demonstrar que o quadrado de lado b é retirado duas vezes. Em seguida, foi trabalhado com exercícios de fixação, assimilação e representação geométrica do assunto.

Figura 11: Construção 1 da resolução do problema do quadrado da diferença



Fonte: Autora.

Figura 12: Construção da definição do problema do quadrado da diferença



$$\begin{aligned} (a - b)^2 &= a^2 - b(a - b) - b(a - b) - b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

Fonte: Autora.

3.5.3 Produto da Soma pela Diferença

A aula foi iniciada com a discussão da seguinte situação-problema:

Situação-Problema 3:

Jane vai realizar uma reforma em sua casa, para a construção de uma área de lazer, constituída de três partes: Piscina, salão de jogos e área *gourmet*. A maior área será destinada à piscina; o salão de jogos e a área *gourmet* terão áreas iguais. Sabendo que o terreno é no formato quadrado, com 16 metros de lado, responda:

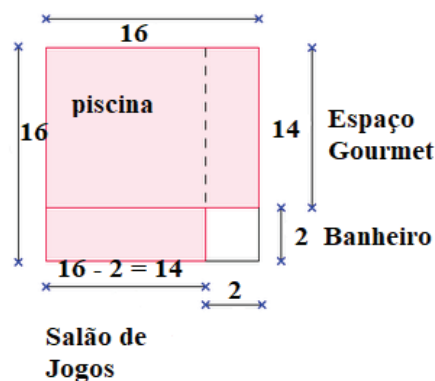
- Procure representar por desenho o terreno de Jane.
- Sabendo que na área total destinada ao lazer, Jane construirá um banheiro, com área de 4 metros quadrados, qual área sobrar para o lazer?
- Como representar essa situação usando o produto da soma pela diferença?
- Qual medida da área destina-se à piscina? E a medida de área destinada ao salão de jogos? E ao espaço *gourmet*?
- Quais as dimensões da piscina?

Ao expor esse problema, muitos alunos apresentaram indignação, por conter três partes na divisão. E eles não tinham ideia de como começar. Foi perguntado como desenhar, da melhor forma, a piscina, a área *gourmet* e o salão de jogos. Eles decidiram colocar três retângulos representando as três áreas. Para representar a retirada do banheiro, a

professora/pesquisadora usou material concreto e, explorando a representação geométrica, iniciou a construção do conceito de produto da soma pela diferença. Concluiu-se que a área destinada ao lazer será de 252 metros quadrados, ou seja, $(256 - 4)$ metros quadrados. Deduziu-se, do recorte do material concreto, que as dimensões destinadas são 14 metros e 2 metros, para as áreas *gourmet* e salão de jogos, já que possuem áreas iguais, isto é, 28 metros quadrados, ficando 14 metros por 14 metros as medidas destinadas à piscina, com área de 196 metros quadrados (Fig. 13).

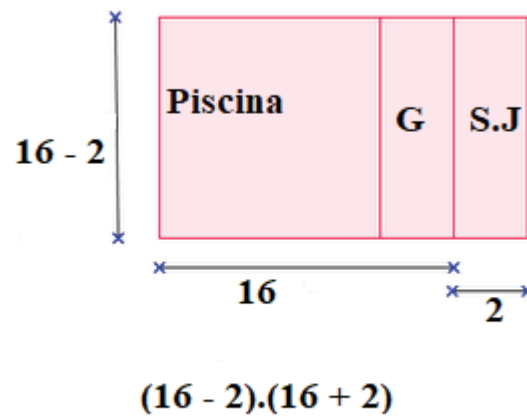
Sob outra perspectiva, as dimensões poderiam ser 18 metros por 14 metros, isto é, $(16 + 2)$ e $(16 - 2)$, ou seja, um retângulo com essas medidas, mas não faria sentido para a situação-problema antes descrita, pois o terreno possuía dimensão de 16 metros por 16 metros. Foi analisada, e discutida com os alunos, essa contrapartida (Fig. 14).

Figura 13: Construção 1 da resolução de problemas do produto da soma pela diferença



Fonte: Autora.

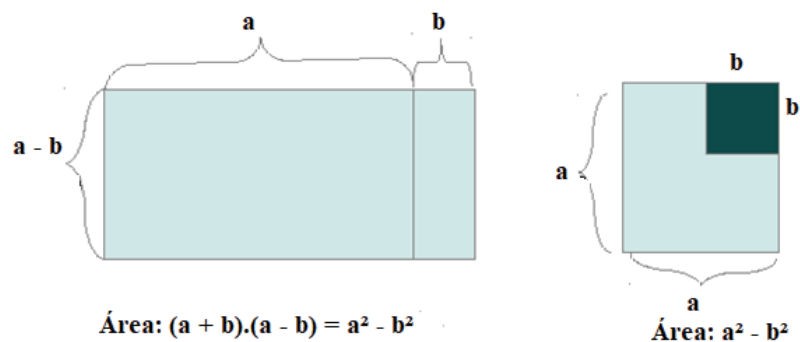
Figura 14: Construção 2 da resolução de problemas do produto da soma pela diferença



Fonte: Autora.

Após as diversas análises da situação-problema anterior, a professora orientadora/pesquisadora inseriu alguns exemplos numéricos como: $(15 + 5).(15 - 5)$ e, como desenvolvimento, construiu o conceito de produto da soma pela diferença: $(a + b).(a - b) = a^2 - b^2$. Foram feitos alguns exemplos de fixação e assimilação (Fig. 15) do assunto.

Figura 15: Construção da definição do produto da soma pela diferença



Fonte: Autora.

No próximo capítulo, serão apresentados os resultados e a análise dos dados coletados durante a intervenção realizada.

4 ANALISE DOS DADOS COLETADOS

Neste capítulo, é apresentada a análise dos dados coletados a partir das atividades realizadas com os alunos de ambos os anos. A análise inicial foi feita a partir da AD e, em seguida, da AA.

4.1 Atividade Diagnóstica (AD)

Por meio da análise do erro, um alicerce importante, no processo de ensino e aprendizagem, tanto para o aluno como para o professor, foi possível identificar as dificuldades e dúvidas dos alunos. O aluno, quando corrigido o erro, pode assimilar e solucionar as dificuldades existentes, sendo assim uma maneira de sanar as imprecisões do conteúdo (POLYA, 1978).

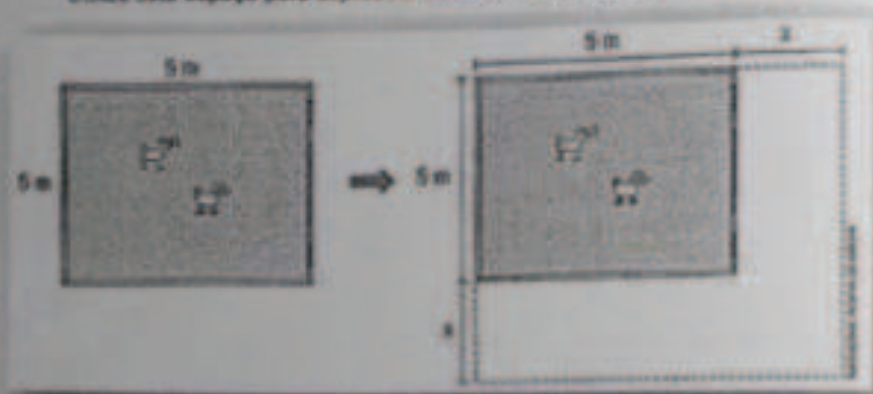
Os poucos alunos do 8º ano, que resolveram a primeira questão, mesmo sem conseguir explicar o raciocínio, atribuíram valor à variável, de acordo com os dados do problema. Para isso, usaram o conceito de área, mas não relacionaram com o produto notável quadrado da soma e também não identificaram o valor a ser acrescentado, como pode ser observado na Figura 16.

Figura 16: Amostra de resposta dada à questão 1 por aluno do 8º ano

QUESTÃO 1

O Sr. João cria muitas aranhas em seu quintal. Com o nascimento de alguns cachorrinhos como ilustrado na figura a seguir, será necessário aumentar o seu terreno. De acordo com a figura qual o cálculo que melhor representará o crescimento do seu terreno? Qual medida deverá ser aumentada em cada lado para que se tenha uma área de 49 m^2 ?

Utilize este espaço para expressar suas ideias e resposta.



A: $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$

Na amostra de alunos do 9º ano, somente uma aluna procurou resolver a primeira questão, mas não identificou a situação-problema como solução de produtos notáveis; não conseguiu interpretar os dados do problema; exercitou por meio de equação e potência, mas não concluiu corretamente. Assim mostra a Figura 17.

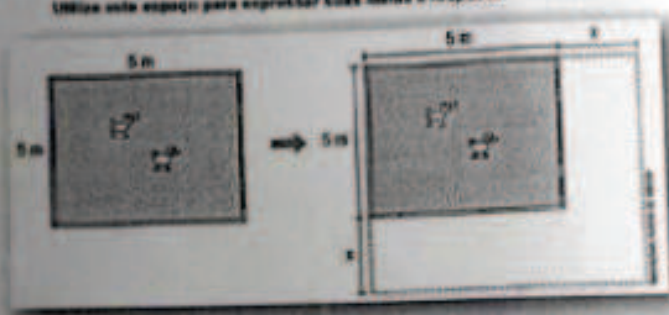
Figura 17: Amostra de resposta dada à questão 1 por aluna do 9º ano

Atividade DIAGNÓSTICA

QUESTÃO 1

O Sr. João tem muitos animais em seu quintal. Com o nascimento de alguns cachorrinhos como ilustrado na figura a seguir, será necessário aumentar o seu terreno. De acordo com a figura qual o cálculo que melhor representará o crescimento do seu terreno? Qual medida deverá ser aumentada em cada lado para que se tenha uma área de 49 m²?

Utilize este espaço para expressar suas ideias e resposta.



Handwritten solution:

$$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$$

$$5x + 5x$$

$$25x$$

$$x = \frac{25}{5} = 5$$

Fonte: Autora.

Na segunda questão da AD aplicada aos alunos do 8º ano e o 9º ano, embora a questão fosse objetiva, poucos acertaram, e os que acertaram não justificaram a resposta, como mostra a Figura 18.

Figura 18: Amostra de resposta dada à questão 1 por aluno do 8º ano


Atividade Diagnóstica

QUESTÃO 2

COMENTE: Na figura abaixo temos dois quadrados. O maior tem lado $a + b$, e o menor lado a . Qual é a área da região colorida?

a) a^2
 b) b^2
 c) $a^2 + 2ab$
 d) $2ab + b^2$

Utilize este espaço para responder.

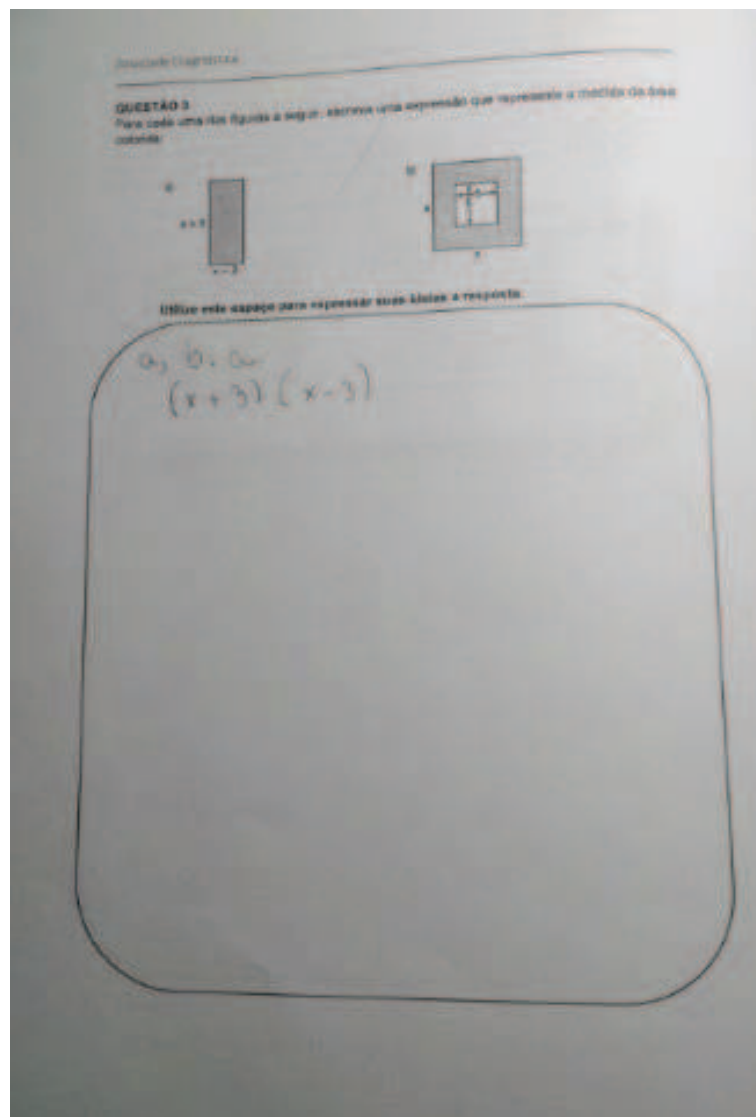


$A_2 = 2 \times 2 = 4$
 $B = 5 + 4 = 32$

Fonte: Autora.

Sobre a questão 3 da AD, os alunos do 8º ano não conseguiram expressar nenhum tipo de raciocínio, interpretação do problema e de dados. Somente uma aluna do 9º ano conseguiu interpretar o item a) e o identificou como produto da soma pela diferença. Já o item b), a aluna não conseguiu expressar. Uma segunda aluna, também do 9º ano, conseguiu expressar a resposta do item a), mas não soube resolvê-la; não conseguiu identificar como uma subtração de dois quadrados, processo inverso do produto da soma pela diferença. Como pode ser observado na Figura 19.

Figura 19: Amostra de resposta à questão 3 dada por aluno/a do 8º e 9º ano




Fonte : Autora.


Na questão 4, observaram-se alguns tipos de erros comuns, em ambos os anos. Em questões numéricas, os alunos apresentaram raciocínio lógico, mas não realizaram uma correspondência com o conteúdo de produtos notáveis e usaram a operação de multiplicação, como mostra a Figura 20.

Figura 20: Amostra de resposta à questão 4 dada por alunos do 8º e 9º anos

Resolva o seguinte problema:

QUESTÃO 2
 Para cada uma das figuras a seguir, escreva uma expressão que represente a medida de seus lados.

a) 

b) 

Escreva suas respostas para cada uma das partes a e b.

a) $(a+5) \cdot b$
 $5b + ab$
 $9b$

b) $a \cdot (b+5)$
 $5a + ab$
 $25a$

Fonte: Autora.

Alguns erros detectados foram:

1. Troca de operação: O aluno confundiu as operações de potência com multiplicação de fatores diferentes, um número elevado ao quadrado; na verdade, realizou a operação do dobro do número (Fig. 22).
2. Erro de operação: O aluno realizou a operação de adição incorretamente (Fig. 22).
3. Em ambos os casos, quadrado da diferença e quadrado da soma, em questões totalmente numéricas, o aluno conseguiu resolver, mas, quando possuía incógnita, multiplicou somente o coeficiente da variável, como se observa na Figura 22.
4. O quadrado da soma e o quadrado da diferença, quando possuíam variável, o aluno apresentou, como resultado, somente dois termos e não três termos; o termo dobro do primeiro vezes o segundo, não foi identificado; ou, ainda, só elevou ao quadrado o primeiro termo, sem considerar a variável, e realizou a operação entre os números (Fig. 21).
5. Realizou operação entre coeficientes de incógnitas com expoentes diferentes.

Figura 21: Amostra de erros detectados na questão 4

Atividade Diagnóstica

QUESTÃO 4
 Realize os cálculos necessários para determinar a igualdade:

A) $(5+12)^2 = 32$
 B) $(2x+1)^2 = 25$
 C) $(12-2)^2 = 100$
 D) $(3x-2)^2 = 49$
 E) $(21-1)(21+1) =$
 F) $(x-1)(x+1) =$

Utilize este espaço para expressar suas ideias e resposta.

A. $(5+12)^2 =$
 $18^2 = 18 \cdot 18 = 36$

B. $(2x+1)^2 =$
 $4+1 = 5^2 = 5 \cdot 5 = 25$

C. $(12-2)^2 =$
 $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$

D. $(3x-2)^2 =$
 $9-2 = 7^2 = 7 \cdot 7 = 49$

E. $(21-1)(21+1)$

Fonte: Autora.

Figura 22: Amostra de erros detectados na questão 4

Atividade Diagnóstica

QUESTÃO 4
 Realize os cálculos necessários para determinar a quantidade:

A) $(5+12)^2 = 289$
 B) $(2x+1)^2 =$
 C) $(12-2)^2 =$
 D) $(3x-2)^2 =$
 E) $(21-1)(21+1) =$
 F) $(x-1)(x+1) =$

Utilize este espaço para expressar suas ideias e respostas:

a) $(5+12)^2 =$
 $17^2 =$
 $17 \cdot 17 = 289$
 $0(2x+1)^2 =$

c) $(12-2)^2 =$
 $10^2 =$
 $10 \cdot 10 = 20$

d) $(3x-2)^2 =$
 $9x^2 = 9x^2 - 12x + 4 = 9x^2 - 12x + 4$

e) $(21-1) \cdot (21+1) =$
 $20 \cdot 22 =$
 440

f) $(x-1) \cdot (x+1) =$
 $x^2 - 1$
 $x^2 - 1$

Fonte: Autora.

4.2 Atividade Avaliativa (AA)

A AA foi direcionada aos alunos após a AOE, como forma de concluir o trabalho e identificar se houve crescimento conceitual e de aprendizado por meio dos problemas trabalhados.

Na questão 1 da atividade para os alunos do 8º ano, somente três não conseguiram interpretá-la. Todos os outros realizaram com veemência os dados questionados. Alguns alunos interpretaram de forma direta, sem responder item por item, identificando logo que se tratava de quadrado da soma. Já os alunos do 9º ano demonstraram melhor interpretação da questão e dos dados questionados. Somente uma aluna desse ano não realizou a atividade, e nem apresentou qualquer tipo de raciocínio e interpretação (Fig. 23).

Figura 23: Amostra de resolução da questão 1 por alunos do 8º ano

QUESTÃO 1
De acordo com a figura responda os itens a seguir:

a) Qual a área que representa o banheiro?
b) Qual a área do quarto 1? Qual a área da cozinha? São iguais?
c) Qual a área que representa o quarto 2?
d) Qual a área total destinada a construção da casa em função de a e b ?

Utilize este espaço para expressar suas ideias e resposta.

a) A área que representa o banheiro é a área $b \cdot b$

b) a área do quarto 1 é $a \cdot b$
e a área da cozinha é $b \cdot b$

c) a área do quarto 2 é $a \cdot a$

d) $a^2 + 2 \cdot b^2 + b^2$

Fonte: Autora.

Na questão 2, para os alunos do 8º ano, apenas cinco não conseguiram boa interpretação. Em relação à área de 900 centímetros quadrados da mesa, antes da redução, uma aluna não conseguiu identificar que o lado do quadrado seria a raiz quadrada da área, e interpretou o lado como o próprio valor da área. Os demais alunos conseguiram interpretar a questão perfeitamente, usando o artifício da representação geométrica. Dentre os alunos do 9º ano, apenas quatro não resolveram a questão, ou apresentaram algum tipo de interpretação coerente da questão (Fig. 24).

Figura 24: Amostra de interpretação da questão 2 por alunos do 8º e 9º anos


Atividade Complementar

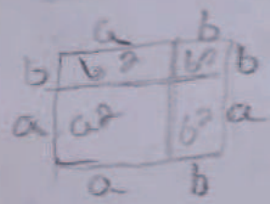
QUESTÃO 2
Paulo é marceneiro. Ele está com um problema. Um cliente encomendou uma mesa com tampo de forma quadrada. Porém, depois de pronta, o cliente verificou que a mesa deveria ser um pouco menor.

a) a expressão que representa a área da mesa que Paulo construiu é?
b) A expressão que representa a área que essa mesa ocupará após a redução de suas medidas é?
c) Sabendo que a mesa que Paulo construiu ocupa uma área de 900 cm^2 , qual é a medida de seus lados?
d) Que área a mesa ocupará após Paulo fazer a redução necessária?

Utilize este espaço para expressar suas ideias e resposta.

Como vai ficar a área se eu reduzir 10 cm na medida dos lados mesa?

a)  $A = a^2$

b)  $= a^2 - 2 \cdot b^2 + b^2$

c) $a = 30$

d) A ocupará $20 \cdot 20$

Na questão 3, sobre o produto da soma pela diferença, os alunos do 8º ano recorreram a recursos do desenho geométrico para explorar a interpretação. Um aluno respondeu de forma direta, de acordo com os dados do problema; outro aluno identificou a questão como o quadrado da diferença, incorretamente; e cinco alunos não apresentaram raciocínio correto. Já quatro alunos do 9º ano não conseguiram apresentar nenhum tipo de raciocínio sobre a questão, e os demais conseguiram concluir a questão com uma linha de pensamento bem objetiva e clara, demonstrando total afinidade com o conceito (Fig. 25).

Figura 25: Amostra de interpretação da questão 3 por alunos do 8º e 9º anos

Atividade Complementar

QUESTÃO 3
 O grupo de José achou na Internet a figura perfeita para colocar no mural sobre astronomia que está sendo montado em sua escola. Porém, para que caiba perfeitamente, José vai formatar a imagem acrescentando 2 cm na largura e retirando 2 cm no comprimento.

a) Supondo que a figura é quadrada de lado y , a expressão algébrica que representa a superfície que ela vai ocupar no mural após ser formatada é?
 b) Se $y = 10$ cm, a área que a figura ocupará no mural é de? 10×8

Utilize este espaço para expressar suas ideias e resposta.

A) $(y-2) \cdot (y+2)$
 $(10-2) \cdot (10+2)$
 $8 \cdot 12$
 96

b) 10×8

Fonte: Autora.

A questão 4 foi constituída por itens que não requeriam interpretação, somente cálculos dos produtos notáveis e demonstração do que foi aprendido. Na turma do 8º ano, cinco alunos não conseguiram desenvolver corretamente as respostas; em contrapartida, houve alunos que apresentaram o cálculo corretamente, desenvolveram o produto notável perfeitamente, de modo bem específico; já outros recorreram ao desenho para identificar os itens e concluir o pensamento. Os alunos do 9º ano conseguiram finalizar a questão; um aluno desenhou em todos os itens; outro aluno conseguiu resolver somente as questões que envolviam apenas números, e, mesmo assim, conseguiram evoluir na questão. Houve aluno que resolveu as questões puramente aritméticas de maneira direta, e alguns alunos recorreram à definição de produtos notáveis (Fig. 26).

Figura 26: Amostra de cálculo da questão 4 por alunos do 8º e 9º anos

Atividade Complementar

QUESTÃO 4

Realize os cálculos necessários para determinar a igualdade:

A) $(5+10)^2 =$
 B) $(3x+2)^2 =$
 C) $(11-3)^2 =$
 D) $(3x-1)^2 =$
 E) $(11-1)(11+1) = 11^2 - 1^2 = 121^2 - 1^2$
 F) $(2x-1)(2x+1) = 2x^2 - 1^2 = 4x^2 - 1^2$

Utilize este espaço para expressar suas ideias e respostas.

A) $36 + 2 \cdot 60 + 100$
 $36 + 120 + 100$
 256

B) $9x^2 + 2 \cdot 6x + 4$
 $9x^2 + 12x + 4$

C) $(11-3)^2$ $11^2 - 2 \cdot 33 + 9$
 $11^2 - 66 + 9$
 $55 + 9$
 64

D) $(3x-1)^2$ $9x^2 - 2 \cdot 3 + 1$
 $9x^2 - 6 + 1$

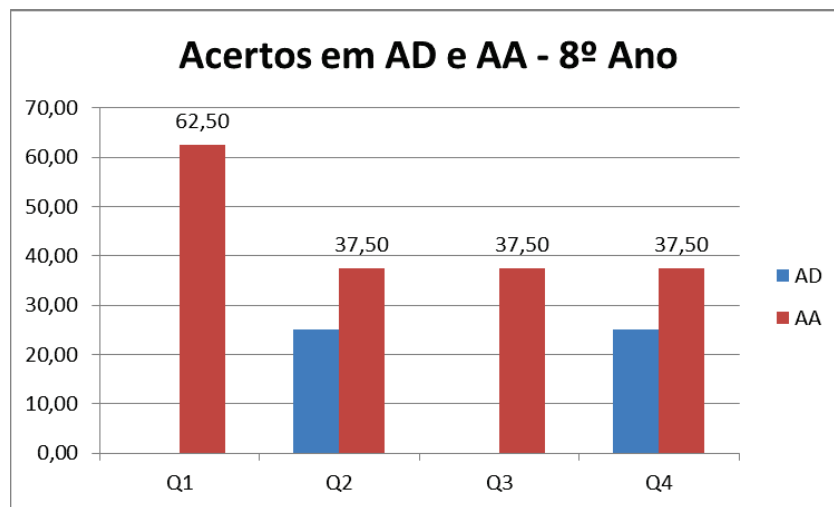
BIBLIOGRAFIA:
<http://www0.rio.rj.gov.br/ame/downloads/coordenadoriaEducao/2caderno/8Ano/8AnoMatProf2Caderno.pdf>

Fonte: Autora.

Pôde-se identificar, nessas comparações, que os alunos sempre recorrem ao desenho para alinhar a forma de pensamento e identificar qual o caso de produto notável e, a considerar assim, desenvolver e concluir o produto notável. O método de trabalho desenrolado usando situação-problema, alinhado à interpretação geométrica, proporcionou aos alunos melhor fixação e assimilação do conteúdo e dos conceitos.

Uma comparação quantitativa foi possível observando-se o aproveitamento da 8ª turma, descrito nos Gráficos 1 e 2. Na questão 1 da AD, não houve quem conseguisse interpretar e fazer algum procedimento da resolução do problema e na AA o número cresceu para 62,5% dos alunos, que conseguiram um avanço consideravelmente bom. Na questão 3, também houve progresso de 37,50%, comparado ao fato de que, na primeira atividade, os alunos não efetivaram nenhum cálculo.

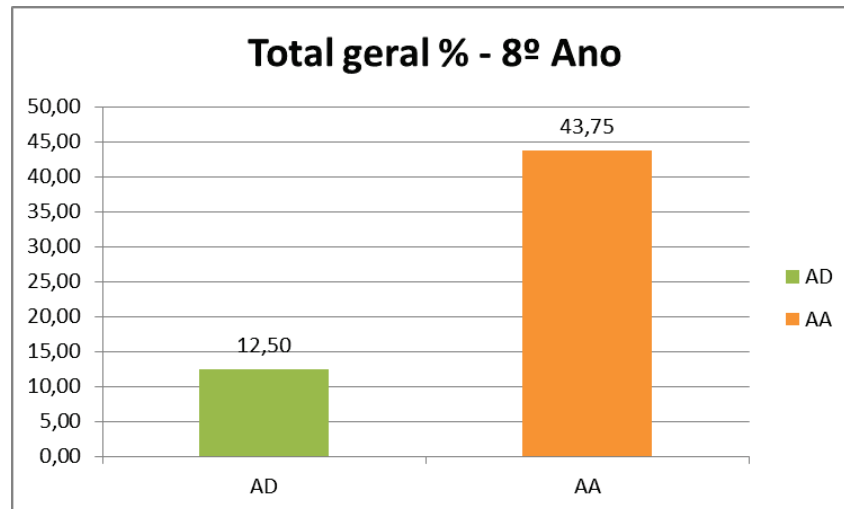
Gráfico 1: Análise de acertos em AD e AA do 8º ano



Fonte:

Observa-se no Gráfico 2, da análise geral da turma do 8º ano, que os alunos apresentaram melhoria de 31,25% de evolução, aproveitamento e crescimento no aprendizado e conteúdo de produtos notáveis por meio da resolução de problemas. A turma em geral mostrou entusiasmo no decorrer da atividade orientadora de ensino. Os alunos cumpriram as etapas de identificação do problema e de resolução com clareza e perspicácia, procurando compreender os conteúdos.

Gráfico 2: Total geral (%) da turma do 8º ano

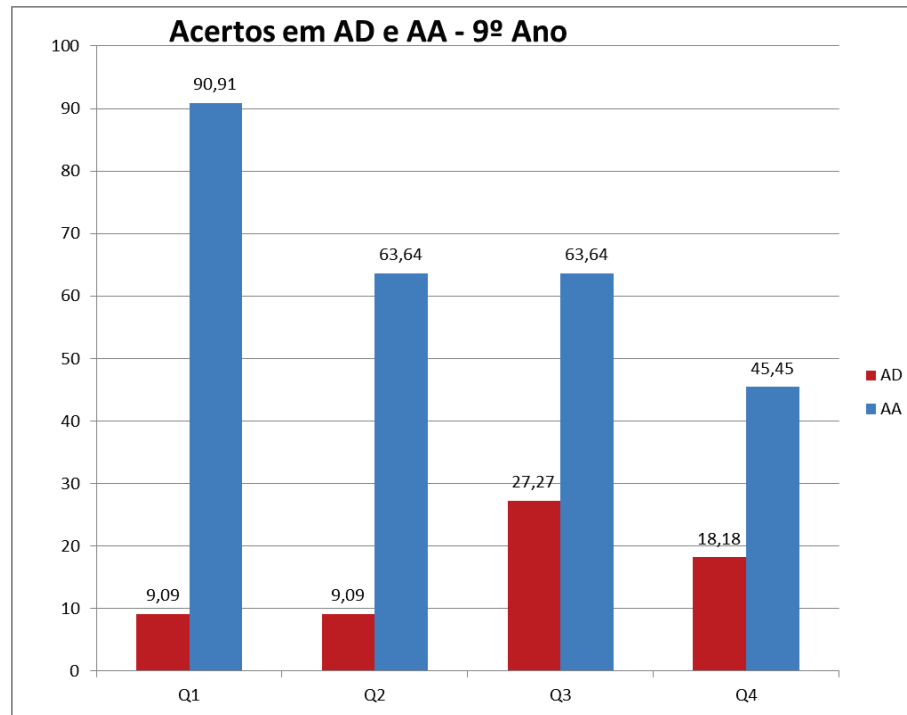


Fonte:

Os alunos do 9º ano, embora compusessem uma turma que já conhecia o produto notável, demonstraram, durante a aplicação da atividade diagnóstica, não se recordar do conteúdo e não indentificar sua aplicação para resolução dos problemas. Durante a atividade orientadora de ensino, demonstraram ser uma turma madura, com percepção, e mostraram evolução no decorrer das atividades e dos problemas. A questão 1 evidenciou maior crescimento, de 81,82%, de aprendizagem e assimilação do conteúdo. Nas demais questões, a turma também demonstrou ter adquirido compreensão e avanço na interpretação para a resolução de problemas; crescimento acima de 50%, na questão 2, o que mostra mais uma vez como a turma melhorou em critérios de fixação e informação.

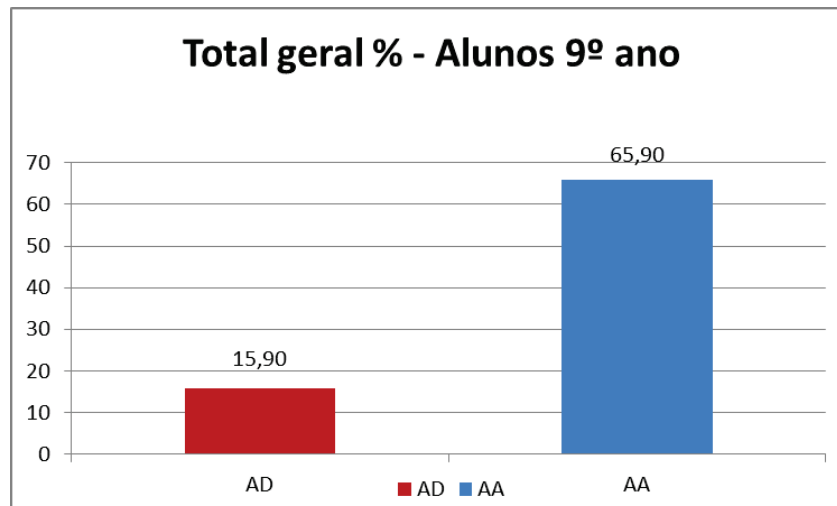
Os Gráficos 3 e 4 mostram os resultados desse progresso, e permitem relacioná-los à prática de resolução de problemas que desencadeou positivamente o avanço cognitivo, e interpretativo, do conteúdo de produto notável apropriado da resolução de problemas.

Gráfico 3: Análise de acertos em AD e AA do 9º ano



Fonte: Autora

Gráfico 4: Total geral (%) dos acertos em AD e AA dos alunos do 9º ano



Fonte: Autora

Como observado nos Gráficos 3 e 4, é notório que as duas turmas apresentaram crescimento produtivo; uma evolução de grande valia para o desenvolvimento dos alunos como seres pensantes, críticos e observadores, capazes de interpretar fatos, dados e resolver problema envolvendo a matemática e sua aplicação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os professores são desafiados constantemente, no processo de ensino e aprendizagem, a alcançar os objetivos das disciplinas no decorrer dos estudos, principalmente quando se trata de raciocínio algébrico. Os conhecimentos e as habilidades algébricas são extremamente importantes para o entendimento das generalizações matemáticas, que se dão em muitos conteúdos aritméticos e analíticos, e as dificuldades se apresentam desde o Ensino Fundamental II até o Ensino Médio.

Diante do exposto nesta pesquisa, avistamos, com a prática metodológica da AOE, e por meio de recursos da resolução de problemas, como os professores podem modificar e explorar o raciocínio do aluno, utilizando-se da interpretação, construção do conceito, e com a aplicação das atividades diagnósticas e avaliativas evidenciar as dificuldades dos alunos e como houve acréscimo na concepção do conteúdo e, portanto, o alcance do objetivo.

Com o auxílio e a exploração do recurso de resolução de problemas na aplicação da AOE no decorrer da pesquisa, procurou-se reparar os impedimentos de construção do conceito, no que diz respeito à compreensão e ao uso dos produtos notáveis, fazendo, assim, alavancar os níveis de entendimento na área da matemática. Os dados coletados foram examinados e considerados atingidos os objetivos, uma vez que a AA permitiu identificar crescimento de conhecimento dos alunos no conteúdo de produtos notáveis, na interpretação dos problemas, e nas técnicas para realizar a resolução das questões.

Para o alcance de tais objetivos, constatou-se a eficácia da utilização da metodologia da AOE, que foi de suma importância para a realização e concretização da evolução do entendimento sobre o conteúdo de produtos notáveis, com a resolução de problemas, que auxilia no processo de construção do conceito, devido à técnica de procurar por uma solução, verificar se satisfaz o problema, e, ainda, se é a melhor forma de solução.

REFERÊNCIAS

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais. Matemática (PCN)**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DANTE, L. R. **Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática**. Tese (Livre-Docência)- Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 1988.

_____. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 2. ed. São Paulo: Ática: 1991.

GARNIER, C.; BEDNARZ, N.; ULANOVSKAYA. Duas diferentes visões da pesquisa em Didática. In: _____. (Org.). **Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista escolas russa e ocidental**. Trad. Eunice Gruman. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

LEONTIEV, A. Uma contribuição à teoria de desenvolvimento da psique infantil. In: _____. **O desenvolvimento do psiquismo**. São Paulo: Moraes, 1978.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D.A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MINAYO, M. C. S. Ciência, técnica e arte: o desafio da pesquisa social. In: _____; DESLANDES, F.; NETO, O. C.; GOMES, R. (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis: Vozes, 1996.

MORETTI, V. D. **Professores de matemática em atividade de ensino. Uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente**. Tese (Doutorado)- Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

MOURA, M. O de. **A construção do signo numérico em situação de ensino**. 1992a. Tese (Doutorado)- Faculdade de Educação, USP, São Paulo, 1992.

_____. A atividade de ensino como ação formadora. In: _____. **Ensinar a ensinar**: didática para a escola. São Paulo: Pioneira, 2001.

_____ et al. A atividade orientadora de ensino como unidade entre o ensino e aprendizagem. In: _____. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Liber, 2010.

_____. (Coord.). **Controle da variação de quantidades**: atividades de ensino. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1996.

NASSER, L. **II caderno de apoio pedagógico**: matemática. Rio de Janeiro. Disponível em: <<http://www0.rio.rj.gov.br/sme/downloads/coordenadoriaEducacao/2caderno/8Ano/8AnoMatAluno2Caderno.pdf>>. Acesso em: 9 nov. 2017.

OLIVEIRA, M. L. C. L. Enfrentando desafios relacionados à saúde de crianças e adolescentes: Encontros e desencontros dos “Missionários da Higiene” e dos Mensageiros da Esperança-ação: Um estudo sócio-histórico sobre o papel dos professores da educação pública. In: MONTEIRO, R. A.; FICHTNER, B.; FREITAS, M. T. A. (Eds.). **Documento base**. 1^o PAINEL INTERINSTITUCIONAL DE INVESTIGAÇÃO QUALITATIVA – Crianças e adolescentes em perspectiva: a ótica das abordagens qualitativas. Universidade Federal de Juiz de Fora & Universität Siegen. Juiz de Fora, MG, 2002.

PAIM, E. T. **Matemática para portadores de deficiência visual**: uma prática para o ensino de produtos notáveis. (Monografia)- Universidade Federal de São João Del Rei, São João Del Rei, MG, 2015.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

RIPARDO, R. B. Atividade orientadora de ensino e produção textual em matemática: possibilidade pedagógica. **Educação por Escrito**, v. 2, n. 2, 2011.

SOARES, M. T. C.; PINTO, N. B. **Metodologia da resolução de problemas**. 24^a REUNIÃO ANPEd, Caxambu, MG, 2001.

SOUSA, A. B. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática**. São Paulo: Ática, 2005.

APÊNDICE A – ATIVIDADE DIAGNÓSTICA (AD)



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA -
PROFMAT

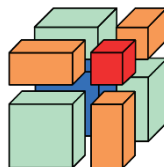
ESCOLA: GILBERTO DA SILVA CARDOSO

ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

Nome do aluno (a): _____

Turma: _____

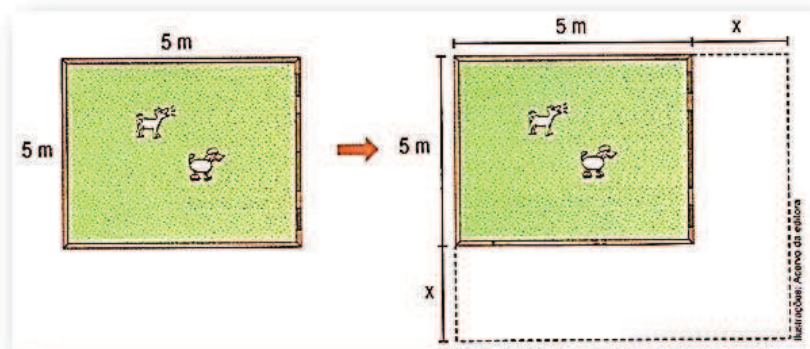
Data: _____



2017

QUESTÃO 1

O Sr. João cria muitos animais em seu quintal. Com o nascimento de alguns cachorrinhos, como ilustrado na figura a seguir, será necessário aumentar o seu terreno. De acordo com a figura, qual o cálculo que melhor representará o crescimento do seu terreno? Qual medida deverá ser aumentada em cada lado para que se tenha uma área de 49 m^2 ?



Utilize este espaço para expressar suas ideias e resposta.

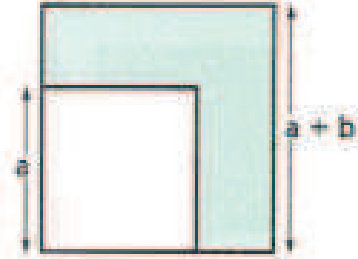
Empty space for writing the answer.

QUESTÃO 2

(OBMEP) Na figura abaixo, temos dois quadrados. O maior tem lado $a + b$ e o menor lado

a. Qual é a área da região colorida?

- a) b^2
- b) $a + b$
- c) $a^2 + 2ab$
- d) $2ab + b^2$

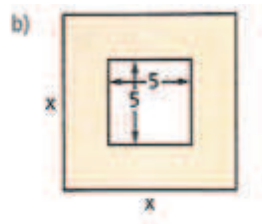
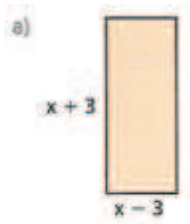


Utilize este espaço para expressar suas ideias e resposta.

Área de resposta para o aluno.

QUESTÃO 3

Para cada uma das figuras a seguir, escreva uma expressão que represente a medida da área colorida:



Utilize este espaço para expressar suas ideias e resposta.

QUESTÃO 4

Realize os cálculos necessários para determinar a igualdade:

A) $(5+12)^2 =$

B) $(2x + 1)^2 =$

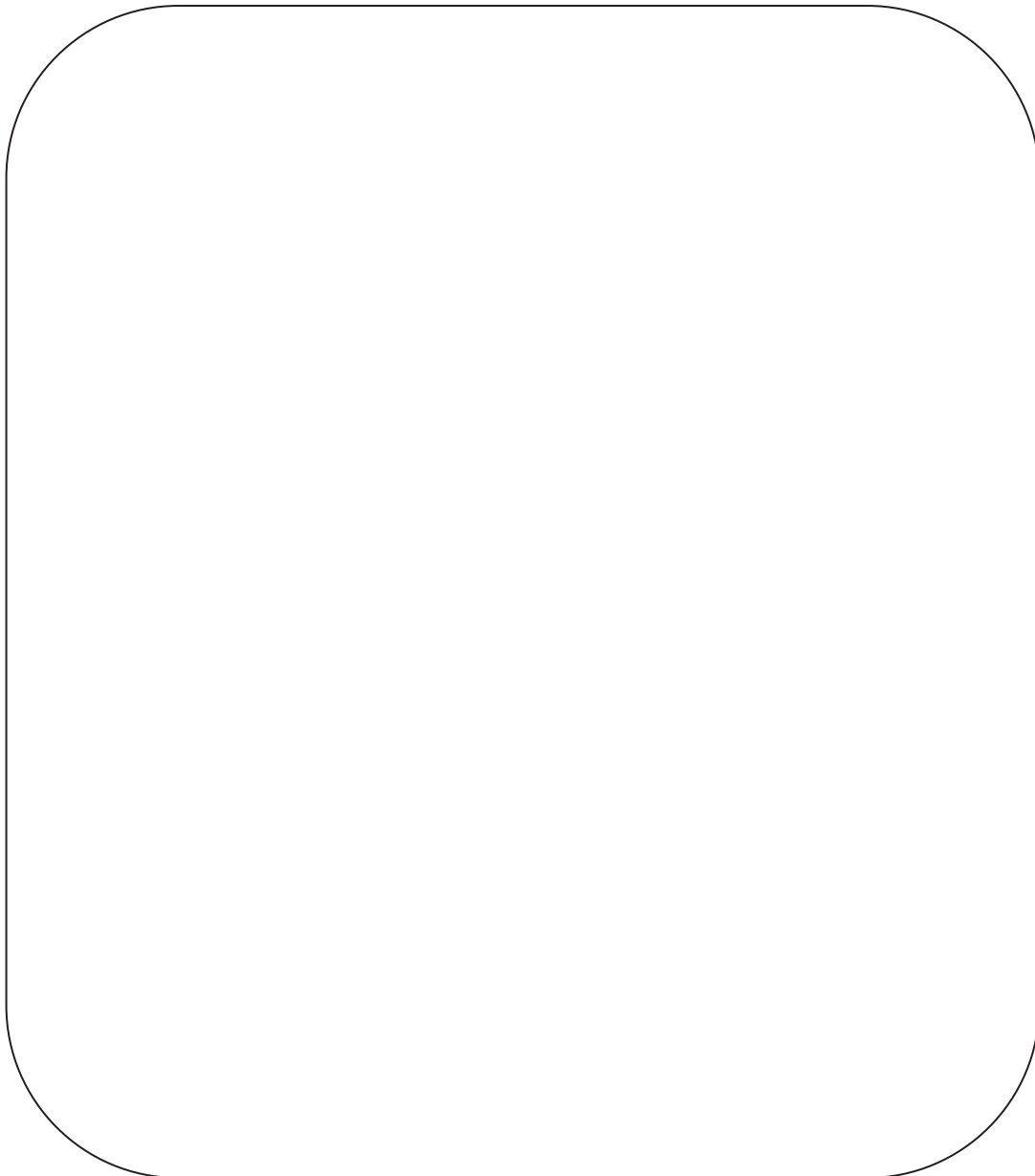
C) $(12 - 2)^2 =$

D) $(3x - 2)^2 =$

E) $(21 - 1)(21 + 1) =$

F) $(x - 1)(x + 1) =$

Utilize este espaço para expressar suas ideias e resposta.



APÊNDICE B – DIÁRIO DE CAMPO

PLANO DE AÇÃO Período: 4/12/2017 a 11/12/2017

- 4/12/2017 – 13:00 as 14:40

Com o grupo do 9º ano, na primeira aula, isto é, das 13:00 às 13:50, foi realizada a atividade diagnóstica.

Na segunda aula, apresentou-se a primeira situação-problema, o caso do quadrado da soma.

- 4/12/2017 – 14:40 – 15:30

Com o grupo do 8º ano, foi realizado o primeiro contato com a atividade diagnóstica.

- 4/12/2017 – 15:50 às 16:40

Com o grupo do 8º ano, apresentou-se a primeira situação-problema, o caso do quadrado da soma.

- 5/12/2017 – 13:00 às 14:40

Com o grupo do 8º ano, foi feita uma revisão do quadrado da soma apresentado no dia anterior. Em seguida, apresentou-se o caso quadrado da diferença, através da situação-problema.

- 5/12/2017 – 14:40 às 15:30 e 15:50 às 16:40

Com o grupo do 9º ano, foi feita uma revisão do quadrado da soma apresentado no dia anterior. Em seguida, apresentou-se o caso quadrado da diferença, através da situação-problema.

- 6/12/2017 – 13:00 às 14:40

Com o grupo do 9º ano foi feita uma revisão do quadrado da diferença, utilizando exemplos apresentados no dia anterior. Em seguida, apresentou-se o caso produto da soma pela diferença através da situação-problema.

- 6/12/2017 – 14:40 às 15:30 e 15:50 às 16:40

Com o grupo do 8º ano, foi feita uma revisão do quadrado da diferença utilizando exemplos apresentados no dia anterior. Em seguida, apresentou-se o caso do produto da soma pela diferença, através da situação-problema.

- 11/12/2017 - 13:00 às 14:40

Atividade avaliativa com o grupo do 9º ano.

- 11/12/2017 - 14:40 às 15:30 e 15:50 às 16:40

Atividade avaliativa com o grupo do 8º ano.

APÊNDICE C – ATIVIDADE AVALIATIVA (AA)



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC

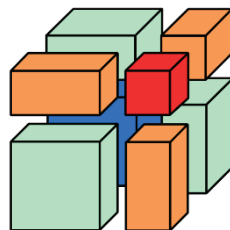
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA -
PROFMATESCOLA: GILBERTO DA SILVA CARDOSO

ATIVIDADE AVALIATIVA

Nome do aluno (a): _____

Turma: _____

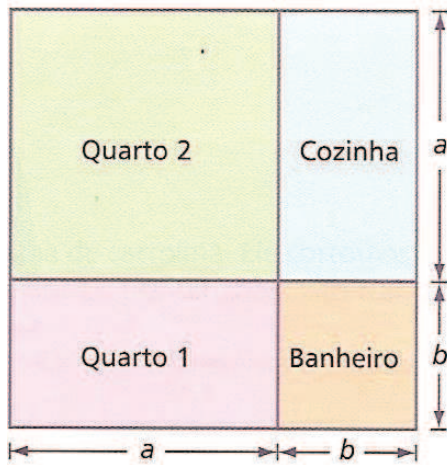
Data: _____



2017

QUESTÃO 1

De acordo com a figura, responda os itens a seguir:



- Qual a área que representa o banheiro?
- Qual a área do quarto 1? Qual a área da cozinha? São iguais?
- Qual a área que representa o quarto 2
- Qual a área total destinada à construção da casa em função de a e b ?

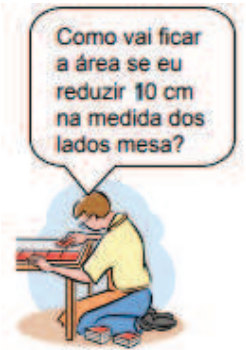
Utilize este espaço para expressar suas ideias e resposta.

QUESTÃO 2

Paulo é marceneiro. Ele está com um problema. Um cliente encomendou uma mesa com tampo de forma quadrada. Porém, depois de pronta, o cliente verificou que a mesa deveria ser um pouco menor.

- a) A expressão que representa a área da mesa que Paulo construiu é?
- b) A expressão que representa a área que essa mesa ocupará após a redução de suas medidas é?
- c) Sabendo que a mesa que Paulo construiu ocupa uma área de 900 m^2 , qual é a medida de seus lados?
- d) Que área a mesa ocupará após Paulo fazer a redução necessária?

Utilize este espaço para expressar suas ideias e resposta.



QUESTÃO 3

O grupo de José achou na Internet a figura perfeita para colocar no mural sobre astronomia que está sendo montado em sua escola. Porém, para que caiba perfeitamente, José vai formatar a imagem acrescentando 2cm na largura e retirando 2cm no comprimento.

- a) Supondo que a figura é quadrada de lado y , a expressão algébrica que representa a superfície que ela vai ocupar no mural após ser formatada é?
- b) Se $y = 10$ cm, a área que a figura ocupará no mural é de?



Utilize este espaço para expressar suas ideias e resposta.

A large, empty rounded rectangular box intended for the student to write their answers to the questions.

QUESTÃO 4

Realize os cálculos necessários para determinar a igualdade:

A) $(6+10)^2 =$

B) $(3x + 2)^2 =$

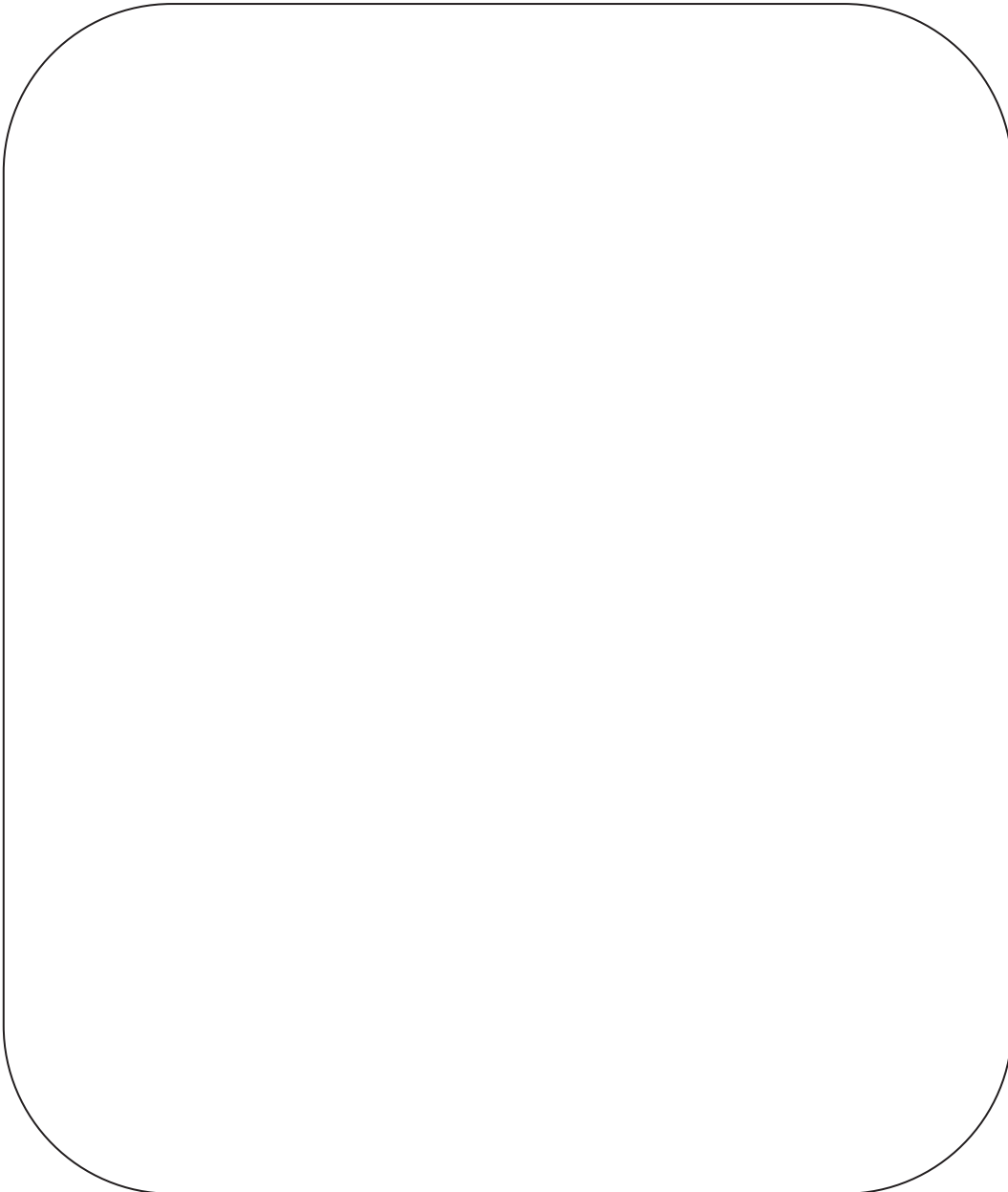
C) $(11 - 3)^2 =$

D) $(3x - 1)^2 =$

E) $(11 - 1)(11 + 1) =$

F) $(2x - 1)(2x + 1) =$

Utilize este espaço para expressar suas ideias e resposta.



APÊNDICE D – GABARITO DA ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO AOE**1ª Situação-problema: Quadrado da soma**

Marcos possui uma horta, cujo terreno é um quadrado, e vai dividir o terreno em quatro regiões, dois quadrados de áreas diferentes e dois retângulos de mesma área. No quadrado de maior área, plantará cebolinha; no de menor área, salsa, e nos retângulos, a alface.

- a) Como Marcos poderá efetuar essa divisão, sabendo que a área total do terreno é de 100 m^2 ?

R: O lado do quadrado é 10m, a divisão pode ser: 9m e 1m; 8m e 2m; 7m e 3m; 6m e 4m.

- b) Em qual dessas alternativas a área destinada à alface é maior?

R: Como a alface será plantada nos dois retângulos, a divisão que apresenta maior área dos retângulos é 6m por 4m e a área da alface será de 48m^2 .

- c) E em qual dessas alternativas o lucro de Marcos é máximo, considerando que o seu lucro é dado por m^2 , onde o lucro por m^2 da alface é R\$ 10,00, da salsa é R\$ 12,00, e da cebolinha é R\$ 15,00?

R: A melhor opção para o lucro seria a divisão de 9m por 1m, com o lucro total de R\$ 1.407,00.

2ª Situação-problema: Quadrado da diferença

O Sr. João trabalha com projetos de arquitetura e da área civil em uma empresa de construção civil. Atualmente ele e sua equipe estão trabalhando na construção de salas comerciais. O tamanho padrão das salas é de 6 m de comprimento por 6 m de largura. Em uma determinada sala, ocorrerá uma divisão no ambiente, sendo na verdade uma diminuição, devido às instalações do almoxarifado, e do setor de produtos. A área destinada ao almoxarifado corresponde à maior área da divisão e as outras áreas serão destinadas aos serviços de repartição. Pergunta-se:

a) Quais as possíveis divisões que o Sr. João poderá realizar?

R: As possíveis divisões são de 6m e 1m; 6m e 2m; e 6m e 3m.

b) Qual a divisão que representa o problema e que mantém o almoxarifado com maior área possível?

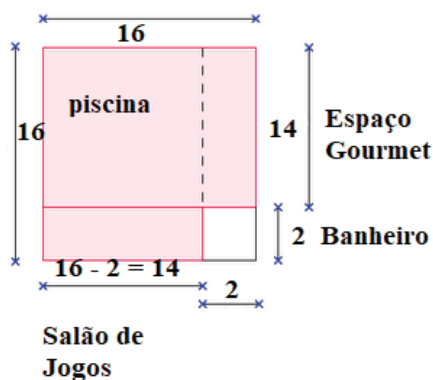
R: A divisão que satisfaz a condição é 6m 1m, deixando o almoxarifado com área de 25m².

3ª Situação-problema: Produto da soma pela diferença

Jane vai realizar uma reforma em sua casa, para a construção de uma área de lazer, constituída de três partes: Piscina, salão de jogos e área *gourmet*. A maior área será destinada à piscina; o salão de jogos e a área *gourmet* possuirão áreas iguais. Sabendo que o terreno é no formato quadrado, de medida 16 m de lado, responda:

a) Procure representar por desenho o terreno de Jane.

R:

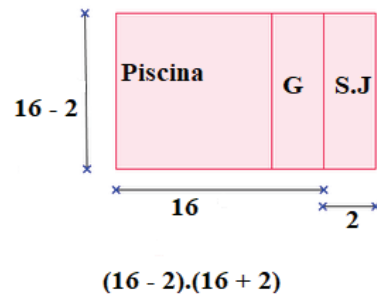


b) Sabendo que na área total, destinada ao lazer, Jane construirá um banheiro, onde a área do banheiro é de 4m², qual é a área que sobrar para o lazer?

R: $256 - 4 = 252\text{m}^2$

c) Como podemos representar essa situação usando o produto da soma pela diferença?

R:



- d) Qual a medida da área destinada à piscina? E a medida de área destinada ao salão de jogos? E ao espaço *gourmet*?

R: A piscina possui medidas 14m por 14m com área de 196m^2 ; o salão de jogos e o espaço *gourmet* possuem áreas iguais, com medidas de 14m por 2m e área de 28m^2 .

- e) Quais as dimensões da piscina?

R: A piscina possui medidas de 14m por 14m