

## MATEMÁTICA FINANCEIRA: PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO MÉDIO SOB UMA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Autor: Akauã de Avila Guimarães

Orientadora: Flávia Landim









## MATEMÁTICA FINANCEIRA: PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO MÉDIO SOB UMA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para aprimoramento da formação profissional de professores de educação básica pela Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Flávia Landim

Rio de Janeiro - RJ Julho de 2018

### CIP - Catalogação na Publicação

GG963m

Guimarães, Akaua de Avila

Matemática Financeira: Proposta de atividades para o Ensino Médio sob uma perspectiva da Educação Financeira / Akaua de Avila Guimarães. -- Rio de Janeiro, 2018.

64 f.

Orientadora: Flávia Maria Pinto Ferreira Landim. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Matemática, 2018.

1. Matemática Financeira. 2. Educação Financeira. 3. Eixo de Setas. 4. Fatores Multiplicativos. I. Landim, Flávia Maria Pinto Ferreira, orient. II. Título.

## MATEMÁTICA FINANCEIRA: PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO MÉDIO SOB UMA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Autor: Akauã de Avila Guimarães

Orientadora: Flávia Landim

Dissertação submetida ao corpo docente do programa PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Matemática.

Banca Examinadora:

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Flávia Landim

Instituto de Matemática - UFRJ

Orientadora / Presidente da Banca Examinadora

Prof<sup>a</sup>. Dr ✓ Angela Cássia Biazutti

Instituto de Matemática - UFRJ

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Lílian Nasser

UFRJ / SENAI / CETIQT

#### Resumo

Esta dissertação apresenta uma proposta de atividades relacionada à Matemática Financeira sob uma perspectiva da Educação Financeira no Ensino Básico, realçando temas considerados importantes na formação do cidadão como inflação, poder de compra, juros, cartão de crédito, imposto de renda e investimento. Com o propósito de facilitar a resolução das atividades propostas, duas ferramentas da Matemática Financeira serão apresentadas: fatores multiplicativos (1+i) e (1-i), para o cálculo de porcentagem e a utilização do eixo de setas para atualização de valores no tempo sem o uso de fórmulas. O uso da calculadora será estimulado na resolução dos problemas propostos nas atividades.

Palavras-chave: Matemática Financeira, Educação Financeira, eixo de setas, fatores multiplicativos.

#### Abstract

This thesis presents a proposal of activities related to Financial Mathematics from a Financial Education perspective in Basic Education, highlighting the issues considered important in the formation of the citizen, such as inflation, power of purchase, interest, credit card, income tax and investment. Suggesting to facilitate the resolution of the proposed activities, two financial math tools will be presents: multiplicative factors, (1+i) and (1-i), for percentage calculation and the use of arrow axis to update values without using formulas. The use of the calculator will be stimulated by solving proposed problems in the activities.

**Keywords**: Financial Mathmatics, Financial Education, Arrow axis, Multiplication factors.

## Conteúdo

1	Intr	oduçã	0	1
2	Edu	ıcação	Financeira	4
3	Mat	temátic	ca Financeira	12
	3.1	O que	é inflação?	12
	3.2	Porcer	ntagem	14
	3.3	Eixo d	le Setas	17
	3.4	Crédit	o rotativo do cartão de crédito	23
		3.4.1	Regra antiga	23
		3.4.2	Regra Nova	26
4	Ativ	vidades	S	33
	4.1	Ativid	ades de Reforço	33
		4.1.1	Calculadora	33
		4.1.2	Porcentagem	36
		4.1.3	Eixo de Setas	38
	4.2	Ativid	ades de Educação Financeira	41
		4.2.1	Inflação, Deflação e Poder de Compra	41
		4.2.2	Imposto de Renda	44
		4.2.3	Investimento	46
5	Con	ısidera	ções Finais	50
Bi	bliog	grafia .		53
$\mathbf{A}$	Res	postas	das Atividades	55

# Lista de Figuras

Figura 1 –	Teste de Alfabetização Financeira-Pisa, pergunta nível 1	5
Figura 2 –	Teste de Alfabetização Financeira-Pisa, pergunta nível 2 $\ .$	6
Figura 3 –	Teste de Alfabetização Financeira-Pisa, pergunta nível 3 $$	7
Figura 4 –	Teste de Alfabetização Financeira-Pisa, pergunta nível 4 $$	8
Figura 5 –	Teste de Alfabetização Financeira-Pisa, pergunta nível $5 \dots$	9
Figura 6 –	Meses do ano - Período de maio de 1993 até novembro de 1994	13
Figura 7 –	Eixo de Setas para um problema de juros simples	18
Figura 8 –	Boleto de Pagamento	19
Figura 9 –	Eixo de Setas para um problema de multa de mora	20
Figura 10 –	Eixo de Setas para um problema de juros compostos	21
Figura 11 –	Comparação entre o salário mínimo e a inflação	22
Figura 12 –	Taxa de juros de algumas instituições brasileiras antes da regra	
	nova do rotativo	24
Figura 13 –	Resolução do problema da regra antiga do cartão de crédito por	
	eixo de setas	25
Figura 14 –	Folheto informativo de uma fatura cartão de crédito sob a regra	
	nova	27
Figura 15 –	Taxa de juros de algumas instituições brasileiras na regra nova	
	do rotativo	28
Figura 16 –	Resolução do problema da regra antiga do cartão de crédito por	
	eixo de setas	29
Figura 17 –	Alterações de medidas no cartão de crédito que entrará em vigor	
	$1^\circ$ de junho de 2018	30
Figura 18 –	Tabela de preços	39
Figura 19 –	Atividade de Eixo de Setas	40
Figura 20 –	Tabela de incidência progressiva anual, ano base 2016	45
Figura 21 –	Tabela de Imposto de Renda sobre o CDB	48

### LISTA DE FIGURAS

Figura 22 – Televisão	9
Figura 23 – Celular	9
Figura 24 – Notebook	9
Figura 25 — Relógio	9
Figura 26 – Automóvel	0
Figura 27 – Geladeira	0
Figura 28 – Viagem	0
Figura 29 – Parcela da televisão	1
Figura 30 – Empréstimo	1
Figura 31 – Mega Sena	1
Figura 32 – Aplicação Financeira	2
Figura 33 – Cheque Especial	2
Figura 34 – Aumentos sucessivos 1	2
Figura 35 – Aumentos sucessivos 2	3

## 1 Introdução

A Matemática Financeira está presente em diversas situações do nosso cotidiano, fornecendo ferramentas que podem ser utilizadas para facilitar nossa vida financeira e social. Por essa razão, não há, na Matemática Financeira, a chance de um aluno questionar por que ele tem que estudar esse assunto. De acordo com o PCNEM (Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio) a proposta de Matemática é que cada escola e grupo de professores proponham um trabalho pedagógico que permita o desenvolvimento das competências almejadas. Uma dessas competências é reconhecer, utilizar, interpretar e propor modelos para situações-problema, fenômenos ou sistemas naturais ou tecnológicos.

"Ao se estabelecer um primeiro conjunto de parâmetros para a organização do ensino de Matemática no Ensino Médio, pretende-se contemplar a necessidade da sua adequação para o desenvolvimento e promoção de alunos, com diferentes motivações, interesses e capacidades, criando condições para a sua inserção num mundo em mudança e contribuindo para desenvolver as capacidades que deles serão exigidas em sua vida social e profissional. Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional." (BRASIL,1998,p40)

Lecionar nos dias de hoje está sendo uma tarefa difícil, já que o desinteresse dos alunos em relação aos estudos está ficando maior a cada dia. Concorremos com celulares, internet e redes sociais. Assim, trabalhar e ensinar Matemática para alunos do Ensino Médio tem sido um grande desafio. Acreditamos que trabalhar com atividades

que envolvam situações reais cuja solução faça uso de ferramentas simples, evitando fórmulas complicadas, pode ser uma fonte de motivação para os alunos.

O objetivo central deste trabalho é usar estratégia proposta em Fernandes (2017), de se trabalhar com fatores multiplicativos (1+i) e (1-i) e o eixo de setas para o deslocamento de quantias no tempo sem o uso de fórmulas, propondo-se atividades visando à Educação Financeira dos alunos. As atividades propostas foram testadas em turmas de Educação de Jovens e Adultos (EJA) e primeiro ano do Ensino Médio na rede estadual do Rio de Janeiro em escolas onde leciono.

Os PCN's estão sendo substituídos pela Base Nacional Comum Curricular(BNCC), documento normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.

De acordo com a BNCC em referência às séries finais do Ensino Fundamental, o estudo de conceitos básicos da economia e finanças, visa à educação financeira dos alunos e estimula a interdisciplinaridade, incluindo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro. Assim, aprender a lidar com as ferramentas da Matemática Financeira é apenas uma etapa para alcançar a educação financeira básica. Conhecer os significados de termos financeiros pode ser útil para compreender o mundo capitalista. Os significados de palavras como: inflação, deflação, juros, empréstimo, financiamento, taxa de juros, rotativo do cartão de crédito, investimento, nem sempre são conhecidos. De acordo com a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) educação financeira é:

"o processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram a sua compreensão em relação aos conceitos e produtos financeiros, de maneira que, com informação, formação e orientação, possam desenvolver os valores e as competências necessários para se tornarem mais conscientes das oportunidades e riscos neles envolvidos e, então, poderem fazer escolhas bem informadas, saber onde procurar ajuda e adotar outras ações que melhorem o seu bem-estar. Assim, podem contribuir de modo mais consistente para a formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro".(OCDE,2005)

Para alcançar o objetivo, este trabalho foi estruturado de tal modo que no capítulo 1 apresentam-se objetivos e motivação. No capítulo 2, uma definição de educação financeira e os níveis de alfabetização financeira, de acordo com os critérios da OCDE, são apresentados. As ferramentas fundamentais da Matemática Financeira: cálculo de porcentagens com os fatores multiplicativos (1+i) e (1-i), e o uso do eixo de setas sugerido pelo Projeto Fundão (Nasser, 2010), para atualização de valores no tempo sem o uso de fórmulas, são discutidas no capítulo 3. Neste capítulo ainda será apresentado um exemplo sobre as novas regras do crédito rotativo do cartão de crédito. As atividades propostas estão no capítulo 4. No capítulo 5 apresentam-se as considerações finais do trabalho, destacando-se a descrição sobre a prática das atividades propostas em sala de aula e a reação dos alunos. Além disso, sugerem-se práticas sobre como lidar com a Educação Financeira nos Ensinos Fundamental II e Médio.

## 2 Educação Financeira

Educação Financeira, uma combinação de duas palavras que está sendo muito utilizada por instituições, jornais, telejornais. Mas o que define essa combinação de palavras? Educação Financeira é um conhecimento que possibilita o consumo consciente e a oportunidade de poupar com finalidades preestabelecidas.

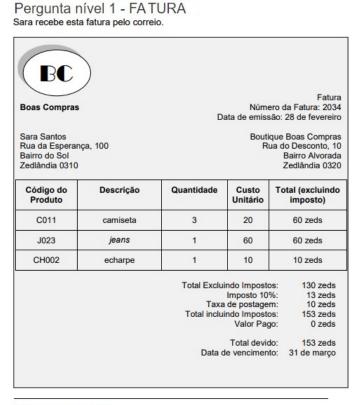
No Brasil, a Educação Financeira está em fase de aperfeiçoamento. A população em geral está em um nível abaixo de outros países emergentes, como por exemplo Chile e Peru. Um fato para essa conclusão é o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) que é coordenado pela OCDE. O PISA é uma avaliação que é aplicada trienalmente a estudantes de 15 anos em mais de 70 países em diferentes áreas como leitura, matemática e ciências. O objetivo dessa avaliação é oferecer aos países participantes indicadores de comparação internacional capazes de subsidiar políticas de melhoria de educação.

A pesquisa feita pela OCDE em escala menor, levantou o nível de Educação Financeira de 15 países, no qual o Brasil mostrou o pior resultado entre todos. O teste foi aplicado em 2015 com estudantes de 15 anos. As notas foram estruturadas em 5 diferentes níveis, e cada pergunta representava um nível.

A seguir são apresentados os objetivos, a natureza da tarefa, o processo de alfabetização financeira de cada nível e as questões às quais os alunos foram submetidos. Cada questão representa um nível, assim, a questão de número 1 corresponde ao nível 1, questão de número 2 corresponde ao nível 2 e assim sucessivamente até a questão de número 5.

No nível 1 os alunos podem identificar produtos e termos financeiros comuns e interpretar informações relacionadas a conceitos financeiros básicos. Eles podem reconhecer a diferença entre necessidade e desejo e podem tomar decisões simples sobre os gastos diários. Podem reconhecer o propósito dos documentos financeiros diários, como uma fatura e aplicar operações numéricas únicas e básicas (adição, subtração ou

multiplicação) em contextos financeiros que provavelmente terão experimentado pessoalmente. A natureza dessa tarefa é reconhecer o propósito de uma fatura. Não são necessários cálculos neste item. O processo de alfabetização financeira é identificar informações financeiras e reconhecer sua relevância.



Questão 1: FATURA

Por que esta fatura foi enviada para Sara?

- A Porque Sara precisa pagar esta conta para a Boutique Boas Compras.
- B Porque a Boutique Boas Compras precisa pagar esta conta para Sara.
- C Porque Sara já pagou esta conta para a Boutique Boas Compras.
- D Porque a Boutique Boas Compras já pagou esta conta para Sara.

Figura 1 – Teste de Alfabetização Financeira-Pisa, pergunta nível 1

No nível 2 os alunos começam a aplicar seu conhecimento de produtos financeiros e conceitos financeiros comumente usados. Podem usar informações fornecidas para tomar decisões financeiras em contextos que são imediatamente relevantes para eles. Também podem reconhecer o valor de um orçamento simples e interpretar características proeminentes dos documentos financeiros diários. Além de conseguirem aplicar em operações numéricas básicas, incluindo divisão, para responder perguntas sobre finanças, mostram uma compreensão das relações entre diferentes elementos financeiros, como a quantidade de uso e os custos incorridos. A natureza da tarefa é

identificar o custo do frete em uma fatura. O processo de alfabetização financeira é identificar informações financeiras ou reconhecer sua relevância.

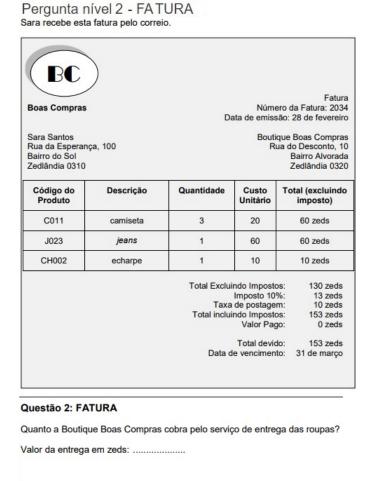


Figura 2 – Teste de Alfabetização Financeira-Pisa, pergunta nível 2

No nível 3 os alunos podem aplicar sua compreensão de conceitos, termos e produtos financeiros comumente usados em situações que são relevantes para eles. Começam a considerar as consequências de suas decisões financeiras e como podem fazer planos financeiros simples em contextos familiares. Podem fazer interpretações diretas de uma variedade de documentos financeiros e aplicar uma série de operações numéricas básicas, incluindo o cálculo de porcentagens. Além de escolher as operações numéricas necessárias para resolver problemas de rotina em contextos de alfabetização financeira relativamente comuns, como cálculos de orçamento. A natureza da tarefa é analisar informações em um contexto financeiro, considerando as informações em um gráfico de linha sobre um produto de investimento. O gráfico mostra como o preço das ações mudaram ao longo de um ano. A primeira parte da questão avalia a compreensão

de um estudante de que as ações devem ser compradas quando o preço for baixo. A segunda parte da questão avalia se os alunos podem identificar corretamente o aumento dos preços das ações e calcular a variação percentual ao longo do tempo. O processo de alfabetização é analisar a informação em um contexto financeiro que inclui interpretar, comparar, constatar, sintetizar e extrapolar a partir de informações fornecidas, e envolve o reconhecimento de algo que não é explícito.



Figura 3 – Teste de Alfabetização Financeira-Pisa, pergunta nível 3

No nível 4 os alunos podem aplicar sua compreensão de conceitos e termos financeiros menos comuns para contextos que serão relevantes para eles à medida que avançam para a idade adulta, como o gerenciamento de contas bancárias e o interesse composto em salvar produtos. Podem interpretar e avaliar uma variedade de documentos financeiros detalhados, como extratos bancários, e explicar as funções dos produtos financeiros menos utilizados. Além de tomar decisões financeiras, levando em consideração as consequências a longo prazo, como a compreensão da implicação geral de custos de reembolsar um empréstimo durante um período mais longo, podem resolver problemas de rotina em contextos financeiros menos comuns. A natureza da tarefa é identificar o salário líquido em um boleto de pagamento. A resposta correta

requer uma compreensão da diferença entre o salário bruto e o salário líquido, ou seja, a diferença entre o salário antes e depois de terem sido feitas deduções (como deduções para cuidados de saúde ou impostos). Não são necessários cálculos neste item. O processo de alfabetização financeira é identificar informações financeiras ou reconhecer sua relevância.

#### Pergunta Nível 4 - Contra-Cheque

A cada mês, o salário de Jane é pago em sua conta bancária. A seguir temos o contra-cheque de Jane refrente ao mês de julho.

CONTRA-CHEQUE DO FUNCIONÁRIO: Jane Citizen

Posição: Gerente 1 de julho a 31 de julho de 2015

Salário Bruto 2800 zeds
Deduções 300 zeds
Salário Líquido 2500 zeds

Bruto acumulado do ano de 2015 19 600 zeds

#### Questão

Quanto dinheiro o empregador de Jane pagou em sua conta bancária em 31 de julho?

- A. 300 zeds
- B. 2500 zeds
- C. 2800 zeds
- D. 19 600 zeds

Figura 4 – Teste de Alfabetização Financeira-Pisa, pergunta nível 4

No nível 5 os alunos podem aplicar sua compreensão de uma ampla gama de termos e conceitos financeiros para contextos que só podem se tornar relevantes para suas vidas a longo prazo. Eles podem analisar produtos financeiros complexos e também levar em consideração as características dos documentos financeiros que são significativos, mas não declarados ou não são imediatamente evidentes, como custos de transação. Podem trabalhar com um alto nível de precisão e resolver problemas financeiros não rotineiros, e descrever os resultados potenciais das decisões financeiras, mostrando uma compreensão do cenário financeiro mais amplo, como o imposto de renda. A natureza da tarefa é avaliar uma fraude financeira e responder um e-mail de fraude financeira. O processo de alfabetização financeira é avaliar as questões financeiras e as opções apresentadas para reconhecer qual é a melhor opção para tomada de decisão.

#### Pergunta nível 5

#### ERRO BANCÁRIO

David é cliente do Banco Zed. Ele recebe esta mensagem de e-mail.

Prezado Cliente do Banco Zed,

Ocorreu um erro no servidor do Banco Zed e os seus dados de acesso à internet foram perdidos.

Portanto, você não tem acesso ao serviço de Internet Banking.

O mais importante é que sua conta não está mais segura.

Por favor, clique no link abaixo e siga as instruções para restaurar o acesso. Você será solicitado a fornecer seus dados bancários pela internet.

https://ZedBank.com/

#### Questão

Qual das afirmações abaixo seria um bom conselho para David?

Circule "Sim" ou "Não" para cada afirmação.

Afirmação	Essa afirmação é um bom conselho para David?
Responder à mensagem de <i>e-mail</i> e fornecer seus dados bancários pela <i>internet</i> .	Sim / Não
Responder à mensagem de <i>e-mail</i> e pedir mais informações.	Sim / Não
Contatar o seu banco para saber sobre a mensagem do e-mail.	Sim / Não
Se o <i>link</i> é o mesmo que consta no endereço eletrônico do seu banco, clicar no <i>link</i> e seguir as instruções.	Sim / Não

Figura 5 – Teste de Alfabetização Financeira-Pisa, pergunta nível 5

No critério da OCDE os estudantes de 15 anos devem atingir no mínimo o nível 2, o qual representa conhecimentos financeiros necessários para se integrar na sociedade. Ficar abaixo desse nível significa que os alunos não são capazes de enfrentar situações financeiras diárias para tomada de decisões.

De acordo com o estudo, 53% dos estudantes brasileiros não atingiram o mínimo necessário, isto é, ficaram abaixo do nível 2. Apenas 3% dos alunos brasileiros obtiveram resultado nível 5. Entre os 15 países ou províncias que participaram do estudo, o Brasil foi o país que apresentou o pior resultado.

Uma razão para esse resultado pode ser o currículo escolar que não valoriza a Matemática Financeira e também a Educação Financeira nas escolas. A rede estadual de educação do Rio de Janeiro, onde leciono, baseia-se no currículo mínimo, que é um

documento que serve de referência para todas as escolas da rede, apresentando competências e habilidades que devem estar nos planos das aulas. Como o nome já diz "currículo mínimo", é o ponto de partida mínimo, no qual a complementação de conteúdo pode ser feita em cada escola e com cada professor. Em linha com esse princípio a Educação Financeira pode ser trabalhada como uma forma de complementação.

O currículo mínimo em relação à Matemática no ensino básico (Fundamental II e Médio) de competência do estado do Rio de Janeiro tem uma exploração limitada em relação à Matemática Financeira. No 7° ano do Ensino Fundamental consta a utilização de razão para calcular porcentagem, também a utilização de porcentagem para calcular acréscimos e descontos sucessivos e cálculo de juros. No 2° ano do Ensino Médio tem-se como habilidades e competências, distinguir juros simples do composto e utilizar a Matemática Financeira para resolver problemas do dia a dia.

Percebe-se que o conteúdo relacionado à Matemática Financeira é bem limitado e com grande espaço de tempo, pois o intervalo entre 7° ano Ensino Fundamental II e o 2° ano do Ensino Médio é de pelo menos 4 anos. Além desse fato, o tempo disponível para abordar esses temas não é suficiente. Na nova matriz curricular, Matemática tem 4 tempos no 7° ano e 4 tempos no 2° ano. Na prática, pode-se dizer que em geral o aluno se forma no ensino básico, conhecendo conceitos de juros e porcentagem. Mas, no dia a dia, um cidadão pleno precisa de um conhecimento mais amplo nessa área para poder ser capaz de tomar decisões sensatas.

Para melhorar essa situação sugere-se propor atividades relacionadas ao cotidiano do estudante. Termos financeiros básicos como inflação, deflação, poder de compra, juros de cartão de crédito, investimentos e rentabilidade são de extrema importância no estudo da Matemática Financeira e aparecem constantemente na mídia. Discutir e trabalhar com esses termos no ensino básico pode motivar e ajudar os jovens de hoje a compreender o básico sobre a economia do país e participar conscientemente desse sistema econômico, tomando decisões para si e para as organizações em que estiver inserido.

De acordo com o documento preparado pelo Departamento de Educação Financeira do Banco Central do Brasil, que tem como objetivo oferecer um guia sobre Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF), os aspectos sociais e econômicos mudaram bastante entre 2002 e 2007. A classe média subiu de 32% para 47% da população total. Além disso, a pobreza extrema passou de 12% para 5% da população entre 1992 e 2007. Outra mudança significativa foi a expectativa de vida que era 50 anos em 1950 e foi para 73 anos em 2008. Estas mudanças têm impacto direto nos padrões de consumo. Um exemplo foi o rápido crescimento do crédito entre 2002 e 2008 que saiu de 22% do PIB(Produto Interno Bruto) para 40%. Praticamente dobrou em apenas 6 anos. O rápido acesso ao crédito e o fato de não saber administrar a própria vida financeira, tem uma consequência desastrosa, chamada endividamento.

De acordo com o Banco Central entre 2015 e 2016, o segmento de baixa renda teve o maior percentual de comprometimento de renda dentre os tomadores de crédito, ou seja, essa faixa de renda compromete mensalmente parcela mais substancial de sua renda para pagamento de dívidas.

Por conta do que foi relatado neste capítulo, fica clara a necessidade de apresentar o conteúdo previsto no currículo de forma objetiva, dado o tempo disponível, mas mais focado nas necessidades da vida moderna. Isto será exposto no capítulo a seguir.

## 3 Matemática Financeira

A Matemática Financeira contribui diretamente na formação do aluno no Ensino Básico, o que está de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) que define e regulariza o sistema brasileiro de educação presente na Constituição de 1988, temos no Art. 1° "A educação deverá vincular-se ao mundo de trabalho e à prática social".

Nesse capítulo iremos abordar duas ferramentas da Matemática Financeira, que irão facilitar a resolução das atividades propostas: o uso do fator multiplicativo para cálculos de porcentagens e o uso do eixo de setas para atualização de valores no tempo. O capítulo inicia com uma seção, contendo breve explicação sobre inflação, assunto que interfere diretamente na vida de todo cidadão.

## 3.1 O que é inflação?

No Brasil, o sistema monetário atual, o real, foi implementado em julho de 1994. O Plano Real, teve como objetivos principais conter a inflação e estabilizar a economia brasileira. No início dos anos 90 do século 20 antes do Plano Real, o país enfrentava altas taxas de inflação (figura 2.1), chegando a registrar 5153,26% em 12 meses, um mês antes da implementação do real. No primeiro mês de vigência do Plano Real, a inflação caiu aproximadamente 86,94% em relação ao mês anterior.

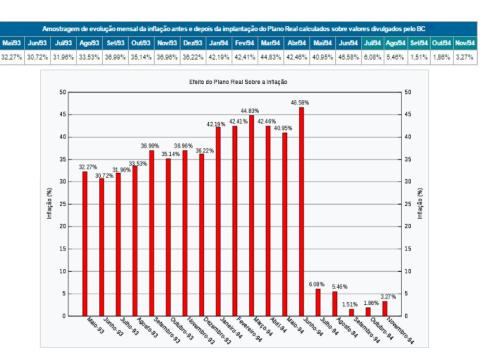


Figura 6 – Meses do ano - Período de maio de 1993 até novembro de 1994

A inflação é o aumento no nível de preços, ou seja, é uma média do crescimento dos preços de um conjunto de bens e serviços em um determinado período. Por outro lado, caso esse nível de preço tenha uma queda, teríamos o que é chamado de deflação.

Para medir o índice de inflação, é necessário, escolher uma cesta de produtos e serviços representativos. Assim, baseados em pesquisa de orçamento familiar, os institutos que calculam os índices montam uma cesta de produtos que representam a realidade de consumo de cada parcela da população. Como cada família tem uma cesta diferente de consumo, fica impossível fazer o cálculo para todos. Logo escolhe-se usar um índice que de certa forma se aproxima dos padrões de consumo da população de um modo geral. O processo de medição de inflação é complexo, demandando escolhas iniciais como produtos e serviços que serão usados na cesta, tipo de médias que serão consideradas, faixa de renda da população analisada, período de pesquisa de preços.

Alguns índices utilizados no Brasil ganharam maior importância como IPCA (Índice de Preço ao Consumidor Amplo) do IBGE, que é usado pelo governo para se guiar nas metas da inflação, ou IGP-M( Índice Geral de Preços de Mercado) e o IGP-DI(Índice Geral de Preços – Disponibilidade Interna) do FGV, que são usados em

muitos reajustes comerciais.

Mas, como a inflação impacta tanto nossas vidas? Como vimos a inflação é o aumento de preço de uma cesta de produtos e serviços, e é medida mensalmente. Logo se a inflação aumenta muito de um mês para o outro, nosso poder de compra diminui, já que com o mesmo capital do mês anterior, não conseguimos comprar a mesma quantidade de serviços e produtos no mês vigente. Suponha por exemplo um período em que a inflação mensal era muito alta, junho de 1994, no qual a inflação foi de 48,58%.

Suponha que no início do mês de junho de 1994, você pudesse comprar com um capital C, x produtos de preço unitário p. E que ao final desse mesmo mês quisesse comprar a mesma quantidade desse produto.

$$C = x.p \rightarrow \frac{C}{p} = x$$
 início do mês

$$\frac{C}{1,4858p} = 0,673x \qquad \text{final do mês}$$

Logo temos que o capital C ao final do mês, compraria apenas 67,3% dos produtos do que poderia comprar se o fizesse no início do mês. Esse cálculo é útil para avaliar o poder de compra de uma pessoa em um período de tempo fixado, conhecendo a inflação no período. Nesse exemplo houve perda do poder de compra de cerca de 33,7% em relação ao mês anterior, se o capital disponível permanecesse igual. No período em que a inflação era muito alta, havia perda mensal no poder de compra dos salários recebidos, embora os salários fossem reajustados com frequência.

### 3.2 Porcentagem

Em Matemática Financeira usa-se muito a escala percentual, pois é um modo de comparar números usando proporção direta. Para apresentar uma definição de proporção será utilizada uma comparação de salário mínimo em dois anos diferentes.

3.2. Porcentagem 15

Em abril de 2002 o salário mínimo era R\$ 200,00, um ano depois passou a ser R\$240,00. Pode-se comparar esses dois valores dizendo que sua diferença é 40 reais. No entanto, a diferença não nos oferece uma idéia relativa do crescimento do salário mínimo. Uma forma mais eficaz de comparar esses dois salários seria dividir o salário mínimo de 2003 pelo salário de 2002, que é igual 1,2. Assim, o salário de 2003 é 1,2 maior que o salário de 2002. Essa comparação é chamada razão.

Dados dois valores x e y, com  $y \neq 0$ , definimos razão como o quociente entre x e y, indicado por  $\frac{x}{y}$  ou x:y.

O salário mínimo do ano de 1995 era R\$100,00 e o de 1997 era R\$120,00, a razão entre o salário de 1997 e 1995 é 1,2, essa razão equivale a razão dos salários de 2003 e 2002, que pode ser representado por:

$$\frac{240}{200} = \frac{120}{100}$$

A igualdade de duas razões é chamada de proporção. Esta proporção pode ser lida da seguinte forma: "240 está para 200 assim como 120 está para 100". Uma porcentagem é a razão entre dois valores com denominador igual a 100. Analisando os salários de 1997 e 1995, e os salários de 2003 e 2002, vimos que o aumento foi de R\$ 20,00 (97/95) e de R\$ 40,00 (03/02), valores diferentes, mas o aumento em proporção foi o mesmo. E qual foi o aumento em termos percentuais? A resposta a essa pergunta é simples: basta igualar a razão do aumento em relação ao salário com o valor que se quer em relação a 100, isto é:

$$\frac{40}{200} = \frac{x}{100}$$

$$x = 20 \rightarrow \frac{20}{100} = 20\%$$

Logo o aumento foi de 20%. O símbolo % significa porcentagem, que vem do latin per centun, significando "por cento". A porcentagem é utilizada há muito tempo. Relatos históricos datam seu surgimento em I a.C, na cidade de Roma. O objetivo

da sua utilização foi a cobrança de impostos, que era denominado centésimo rerum venalium. Os comerciantes eram obrigados a pagar impostos ao imperador romano sobre a mercadoria vendida no mercado, o valor do imposto era de um centésimo, isto é, a mercadoria era dividida em 100 partes iguais e uma parte ia para chefe romano. Mesmo com o avanço do comércio e a utilização da porcentagem, o símbolo de porcentagem passou por várias transformações até o que utilizamos hoje em dia. Um dos símbolos para denotar porcentagem era "X p cento" ou "X p c".

Em muitos livros didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio, calculam-se porcentagens de um modo simples, mas não muito eficaz. A seguir está a resolução de um problema comum em livros didáticos do Ensino Básico:

Uma geladeira é vendida por R\$1200,00. Se seu preço sofrer um acréscimo igual a 8% desse preço, quanto passará a custar?

$$\frac{8}{100} \times 1200 = (0,08) \times 1200 = 96$$

Dessa forma, o preço (em reais) após o acréscimo será:

$$1200 + 96 = 1296$$

O exemplo resolvido no livro é bem simples, mas seria interessante introduzir os fatores multiplicativos, da seguinte forma:

$$1200.(100\% + 8\%) = 1200 \times (1 + 0.08) = 1200 \times (1.08) = 1296$$

Esse método é mais fácil, quando se usa fatores multiplicativos.

 $(1+i) \rightarrow \text{para aumento}$ 

 $(1-i) \rightarrow \text{para desconto}$ 

em que i é a taxa em forma decimal.

Os alunos do Ensino Básico em geral têm muita dificuldade em lidar com porcentagem. Uma forma de tentar sanar este problema é introduzir o uso de fatores multiplicativos 1+i e 1-i no sexto ano, pois nessa fase de ensino o aluno já lida com números decimais. Quando eu lecionei na rede privada de ensino, ao ensinar o uso dos fatores multiplicativos, alunos do 3° do Ensino Médio apresentaram dificuldade, pois apenas calculavam porcentagens usando regra de três.

3.3. Eixo de Setas

A proposição de exercícios de porcentagem, nos quais trabalham-se aumentos e descontos de valores, auxilia e torna trivial a resolução de problemas envolvendo porcentagem.

Neste trabalho, o foco é auxiliar o aluno a compreender e usar as ferramentas da Matemática Financeira de um modo prático, que o permitam calcular e interpretar de maneira eficaz termos financeiros e econômicos do seu cotidiano, colaborando com a formação do cidadão que saiba administrar sua vida financeira. Fazem parte desse conjunto de temas para a formação do cidadão: Imposto de Renda, inflação, deflação, poder de compra, investimentos, rentabilidade, juros, entre outros.

### 3.3 Eixo de Setas

A Matemática Financeira estuda o valor do dinheiro no tempo e muitas vezes são usadas fórmulas complexas para resolver problemas simples. Um método eficaz e dinâmico é o método denominado Eixo de Setas: uma abordagem que utiliza a visualização de setas para resolver problemas relacionados a operações financeiras no tempo.

Esse método foi sugerido pelo professor Morgado (Morgado; Wagner; Zani, 2005) e desenvolvido pelo Projeto Fundão (Nasser, 2010) e tema da dissertação de Rosa N. Novaes (2009). Sua estratégia é a visualização da situação financeira representada em um eixo de setas. Sua estrutura consiste de um eixo horizontal, representando uma escala de tempo que evolui da esquerda para direita, setas verticais sobre datas indicando valores, que podem ser de pagamentos ou recebimentos. Lembrando que a unidade de tempo deverá coincidir com o período de capitalização de juros, isto é, o tempo combinado (por exemplo, ao mês) para, a cada passagem de uma unidade deste tempo, o capital inicial ter acrescentado os juros devidos.

O Eixo de Setas pode ser usado em problemas envolvendo juros simples e juros compostos. A seguir apresentamos exemplos relacionados a esses dois tipos de juros.

Um capital de R\$4000,00 foi aplicado durante 4 meses à taxa de juros simples de 10% a.m.( ao mês). Calcule os juros e o montante recebido.

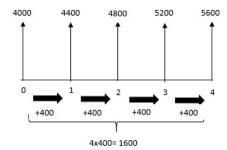


Figura 7 – Eixo de Setas para um problema de juros simples

Como trata-se de um problema de juros simples, basta calcular 10% de 4000, para saber os juros mensais da aplicação e ir adicionando a cada mês o valor de 400, para saber o montante acumulado até o quarto mês. Com esta ferramenta o aluno interage para saber qual foi o valor adicionado a cada mês e ao final soma todos valores adicionados, para saber os juros totais.

Este problema poderia ser resolvido como na maioria dos livros, por meio de fórmula.

 $J = C.i.t \rightarrow$  fórmula de juros simples

 $J \to Juros$ 

 $C \rightarrow Capital Inicial$ 

 $i \to Taxa$  de Juros

 $t \to Período$ 

 $M \rightarrow Montante$ 

J = 4000.0, 1.4

J = 1600

 $M = J + C \rightarrow$  fórmula do montante

M = 1600 + 4000

M = 5600

A resolução por meio de fórmula não estimula o aprendizado do aluno. A fórmula produz o resultado final, ignorando o meio do processo. Com o eixo de setas, o aluno constrói o problema mês a mês, ganhando melhor percepção do problema.

3.3. Eixo de Setas

Os juros simples são pouco utilizados no nosso cotidiano, pois as aplicações financeiras, juros do cartão de crédito, juros do cheque especial, juros de empréstimo e financiamento são calculados por juros compostos. Um exemplo do nosso cotidiano em que usam-se os juros simples, é a multa de mora. Cobrança desse tipo de juros é feita quando o pagamento não ocorre conforme o combinado, garantindo que a Instituição Financeira que recebe tenha o direito de efetuar o acréscimo da porcentagem sobre o valor original da compra com o período menor que uma unidade.

No boleto a seguir em nome de Paulo Roberto (Fictício), no valor de R\$2000,00 e na data de vencimento de 10/05/2017, Paulo esqueceu de pagar o boleto e só pagou no dia 15/05/2017. Sabendo que não pagando o boleto na data de vencimento se paga uma multa fixa de 2% do valor original do boleto e a multa de mora que é de 3% a.m., calcule o valor total que Paulo irá pagar no dia 15/05/2017.

W	co Brasileiro	000	000	0	0000.00000	00000 0 0000000000	
Local de Pagamento PAGÁVEL EM QUALQUER BANCO ATÉ O VENCIMENTO					Vencimento 10/05/2017		
Cedente Paulo Roberto						Agência / Código Cedente	
01/01/2017		000	Espécie RC	Aceite	Data do Processamento 07/01/2017	Nosso Número / Código do Documento	
Uso do Banco	Carteira E	spécie Moeda RS	Quanti	dade Moeda	IValor Moeda X	(=) Valor do Documento 2.000,00	
Após o Vencir  Unidade Cedente	nento Cobrar <mark> Mora de 3</mark> %	a.m				(+) Mora / Multa (+) Outros Acréscimo (=) Valor Cobrado	
SACADO						Código de Baixa	
SACADOR/AVALIST						Congo de Barsa Autenticação Mecânica - FICHA DE COMPENSAÇÃO	

Figura 8 – Boleto de Pagamento.

Como a multa de mora é calculada por juros simples, para saber qual é a taxa diária basta dividir a taxa mensal 3% pelo número de dias no mês 30, logo:

$$\frac{3\%}{30} = 0,1\% = 0,001$$

Então a multa diária vai ser:

2000.0,001 = 20

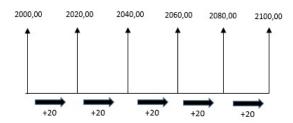


Figura 9 – Eixo de Setas para um problema de multa de mora.

Lembrando de calcular a multa fixa de 2% do valor original da fatura:

2000.2% = 2000.0, 02 = 40

Valor total a ser pago por Paulo será de R\$2140,00.

Para Dante(1999) a resolução de problemas, tem como necessidade determinadas estratégias. Propor conceitos do cotidiano do aluno favorece esse desenvolvimento.

"A oportunidade de usar conceitos matemáticos no seu diaa-dia favorece o desenvolvimento de uma atitude positiva do aluno em relação à Matemática, não basta fazer mecanicamente as operações de adição, subtração e divisão. È preciso saber como e quando auxiliá-los convenientemente na resolução de situações problemas, aprenderem a resolver problemas matemáticos deve ser o maior objetivo da instrução matemática, certamente outros objetivos da Matemática devem ser procurados mesmo para atingir o objetivo da competência em resolução de problemas. (DANTE, 1999, p.14)

Por exemplo, podemos trabalhar com os juros cobrados do cheque especial. De acordo com o Banco do Brasil cheque especial é:

"O cheque especial é destinado a clientes com limite de crédito aprovado. Ele pode ser utilizado sempre que não houver saldo suficiente para pagamento de contas, cheques ou saques em dinheiro. Serão cobrados encargos mensais somente se houver utilização do limite. Para pagar o seu cheque especial basta fazer um depósito na conta corrente.

3.3. Eixo de Setas 21

Suponha que um cliente do Banco do Brasil use R\$1000,00 do cheque especial e que a taxa de juros dessa linha de crédito seja de 11% a.m. Suponha também que esse cliente só quitará totalmente essa dívida em três meses. Quanto esse cliente pagará de juros nessa operação?

$$11\% = 0,11$$

A cada mês acrescentando 0,11 do valor inicial mais o valor inicial, temos que: 1+0,11=1,11

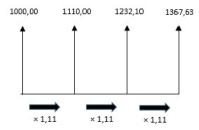


Figura 10 – Eixo de Setas para um problema de juros compostos.

O fator multiplicativo é 1, 11 a cada mês, que multiplicados considerando os 3 meses resultam em  $(1,11)^3 = 1,36763$ . Assim, ao final do terceiro mês, a dívida de João é de R\$1367,63. Nesse problema, resolvido com o auxílio do eixo de setas, o aluno visualiza a dívida a cada mês, ganhando maior familiaridade com a situação.

A solução tradicional apresentada nos livros em geral é da forma:

 $M=C.(1+1)^n\to {\sf F\'ormula}$ do Juros Compostos

 $M \rightarrow Montante$ 

 $C \rightarrow Capital Inicial$ 

 $i \to Taxa$  de Juros

 $n \rightarrow Período$ 

 $M = 1000.(1,11)^3$ 

M = 1000.1, 36763

M = 1367, 63

Utilizando o eixo de setas podemos também trabalhar com os alunos o valor do dinheiro no tempo. A inflação é uma das causas que leva à desvalorização do dinheiro com o decorrer do tempo. Um exemplo que representa bem essa situação e é de fácil entendimento, é perguntar se com R\$10,00 se compra nos dias de hoje as mesmas coisas que se compravam há 5 anos atrás. A pergunta é vaga, mas provavelmente o aluno responderá que se compraria mais coisas há 5 anos atrás, devido à inflação acumulada no período.

Em setembro de 1994 o salário mínimo era de R\$ 70,00 e a partir dessa data, teve um aumento por ano. Já a inflação é calculada por mês, e o índice oficial do Governo brasileiro atual é o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA). Tomando por base o salário e o índice de inflação de julho de 1999 até julho de 2016, temos que:

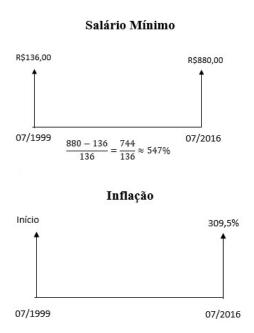


Figura 11 – Comparação entre o salário mínimo e a inflação

O aumento do salário mínimo neste período foi de 547% e a inflação acumulada no mesmo período foi de 309,5%. Portanto, para calcular o aumento real do salário mínimo neste período é necessário descontar a inflação acumulada. Em termos percentuais o aumento do salário mínimo foi de:

$$\frac{1 + \frac{547}{100}}{1 + \frac{309,5}{100}} - 1 = 1,58 - 1 = 0,58 \text{ ou } 58\%$$

Logo, o aumento real do salário mínimo em termos percentuais foi de 58% no decorrer desses 17 anos, descontando a inflação do período.

### 3.4 Crédito rotativo do cartão de crédito

O crédito rotativo do cartão de crédito é um crédito emergencial para a pessoa física ou jurídica, que pode ser utilizado de acordo com as necessidades de cada pessoa. Geralmente é usado quando o cliente não consegue pagar o valor total da fatura e o restante da dívida é transferido para o mês seguinte com a taxa de juros do rotativo. A taxa de juros do rotativo encerrou o ano de 2016 em 484,6% ao ano, segundo dados do Banco Central, que considera a média de todas as instituições financeiras.

As instituições financeiras têm o lucro como principal objetivo, e o crédito do rotativo é um meio das instituições lucrarem com a incapacidade do cliente conseguir quitar toda sua dívida. Os juros do rotativo são bem elevados, tornando a dívida maior a cada mês para o cliente que adere ao pagamento mínimo. Com a crise no Brasil que se alastra pelo seu quarto ano, o Governo Federal criou uma regra nova do crédito do rotativo com o objetivo de controlar o endividamento com o cartão de crédito.

### 3.4.1 Regra antiga

Sob a regra antiga, o cliente podia ficar pagando o mínimo meses consecutivos. Por exemplo, se o banco cobrasse 15% ao mês, o valor não pago da fatura teria essa incidência de juros na cobrança do mês seguinte. Logo, se o cliente pagasse somente o mínimo de uma fatura de R\$1.000,00 o valor de R\$850,00 ficaria pendente. Sobre o valor pendente seria cobrado na próxima fatura um acréscimo de 15%. Assim, o cliente pagaria R\$127,50 apenas de juros pelo uso do crédito rotativo. A dívida total no mês seguinte seria de R\$ 977,50 (850+127,5), sem considerar novas compras realizadas durante o mês.

Como pode ser notado o valor R\$977,50, é elevado e praticamente o mesmo valor da dívida inicial de R\$ 1000,00. Por isso, é fundamental evitar esse tipo de encargo. O ideal é sempre pagar o valor total do cartão. Caso não seja possível, existe a opção

de financiar a dívida com taxas de juros menores que as do rotativo, mas ainda assim elevadas. Na tabela a seguir estão algumas taxas cobradas pelos bancos com a regra antiga.

	REGR/	AANTIGA		
	ROTATIV AO MÊS	O AO ANO	1.000	CELADO AO ANO
BRADESCO CARTÕES S.A.	15,40%	457,58%	6,50%	112,99%
SANTANDER (BRASIL) S.A.	17,29%	578,18%	8,22%	158,07%
ITAUCARD S.A.	15,31%	452,56	8,40%	163,30%
CAIXA ECONOMICA FEDERAL	17,12%	565,91%	7,43%	136,31%
BANCO DO BRASIL S.A.	13,12%	338,98%	5,68%	94,12%

Figura 12 – Taxa de juros de algumas instituições brasileiras antes da regra nova do rotativo

As taxas de juros do rotativo e do parcelado nas instituições acima, como se pode notar são bastante elevadas, podendo pôr em risco o orçamento familiar. Como um exemplo suponha a situação a seguir.

Um indivíduo que tem sua fatura do banco Bradesco a vencer no valor de R\$ 2000,00 e que só pagará o mínimo de 15% do total durante dois meses. Suponha também que esse indivíduo tenha despesas fixas de R\$ 250,00 reais mensais no cartão e que até o final do desse período ele não usará o cartão com nenhum tipo de compra. Se ele quitar toda a fatura, quanto irá pagar no terceiro mês? Quanto pagará de juros nesse período?

$$1^{\circ}$$
 Mês 
$$P = 2000 \times 0, 15$$
 
$$P = 300 \text{ reais}$$

No primeiro mês como o cliente só pagará o mínimo de 15%, ele pagará R\$ 300,00. Ficando uma dívida para o mês seguinte de R\$ 1700,00.

$$D = 1700 + 1700 \times 0,1540 + 250$$
 
$$D = 1700 + 261,8 + 250$$
 
$$D = 2211,8 \text{ reais}$$

Como a taxa cobrada pelo banco BRADESCO do rotativo é de 15,40% ao mês, a dívida acumulada no segundo mês é R\$1700,00 do primeiro mês mais R\$ 261,8 dos juros em relação à dívida do primeiro mês e R\$ 250,00 de dívida fixa mensal. No segundo mês, o cliente só pagará o mínimo da dívida de R\$ 2211,8.

$$P = 2211, 80 \times 0, 15$$
  
 $P = 331, 77 \text{ reais}$ 

Logo ele pagará R\$ 331,77 e sua dívida para mês seguinte será de R\$ 1880,03.

$$3^{\circ}$$
 Mês 
$$D = 1880, 03 + 1880, 03 \times 0, 154 + 250$$
 
$$D = 1880, 03 + 289, 52 + 250$$
 
$$D = 2419, 55 \text{ reais}$$

O problema pode ser resolvido também usando-se o eixo de setas como ilustra a figura a seguir.

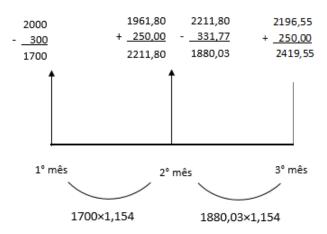


Figura 13 – Resolução do problema da regra antiga do cartão de crédito por eixo de setas.

Supondo que o cliente pagasse o total da fatura no primeiro mês e tivesse os gastos de R\$ 250,00 nos meses seguintes, ao total desse período ele pagaria R\$ 2500,00, mas

o cliente pagou ao total R\$ 3051,32.

Em termos percentuais, a taxa de juros acumulada nessa operação foi de:

$$i = \frac{551,32}{2500} \times 100 = 22,05\%$$

Nenhuma aplicação financeira de baixo risco tem essa rentabilidade anual, muito menos em 2 meses. Assim, é de suma importância não usar o crédito do rotativo do cartão de crédito, a melhor opção é pagar o total da fatura ou pagar o máximo possível.

### 3.4.2 Regra Nova

Na regra nova, o consumidor que não conseguir fazer o pagamento integral de sua fatura do cartão de crédito poderá fazer o pagamento mínimo de 15% apenas por um mês. Na fatura seguinte, ele não poderá repetir o processo, pois o banco é obrigado a oferecer uma linha de crédito com taxas menores para que o consumidor parcele a sua dívida.

Na prática, em vez de alongar indefinidamente sua dívida fazendo o pagamento mínimo da fatura por vários meses consecutivos, o cliente terá de assumir o financiamento de sua dívida com prazo determinado e juros menores. É importante destacar, que pela nova regra, o cliente ainda pode fazer o pagamento integral de sua dívida a qualquer momento mesmo antes do vencimento da próxima parcela.

A imagem a seguir ilustra o informe de uma instituição financeira para explicar aos clientes como funciona a regra nova e quais são as opções de pagamentos.



Figura 14 – Folheto informativo de uma fatura cartão de crédito sob a regra nova

Observe na opção de pagamento B que após pagar o mínimo ( 15% do total da fatura) no mês de abril, no mês de maio o mínimo não é 15% do total da fatura, e sim, 15% dos encargos do saldo devedor mais 15% dos gastos do mês atual mais o saldo devedor do mês anterior. Além dessa nova regra e outras formas de pagamentos as instituições financeiras mudaram suas taxas do rotativo e do parcelado. Na tabela, a seguir algumas dessas instituições e suas respectivas taxas de juros são apresentadas.

ſ	ROTATIVO	PARCELADO
	AO MÊS	AO MÊS
BRADESCO CARTÕES S.A.	De 3,60% e 9,80%	De 3,60% e 9,80%, de até 24 parcelas
SANTANDER (BRASIL) S.A.	Ainda está revisando a política de juros do rotativo	De 2,99% a 9,99%, de 4 a 18 vezes
ITAUCARD S.A.	De 1,99% a 9,90%	De 0,99% e 8,90%, em ate 12 vezes
CAIXA ECONOMICA FEDERAL	Não informou	Não informou
BANCO DO BRASIL S.A.	De 1,92% a 9,79%	De 1,91% a 9,38%, em ate 24 meses

Figura 15 – Taxa de juros de algumas instituições brasileiras na regra nova do rotativo

Os juros do rotativo tiveram redução em todas as instituições financeiras da tabela, mas os juros do parcelado não podem ser comparados, já que na regra nova as taxas estão em um intervalo em que os valores máximos de cada instituição são maiores que as taxas fixas das instituições correspondentes na regra antiga.

Suponha que cliente que pagou por dois meses seguidos o mínimo do cartão de crédito na regra antiga escolha a opção de pagamento B (figura 14)da regra nova. Quanto ele pagará ao final do terceiro mês?

$$1^{\circ}$$
 Mês 
$$P = 2000 \times 0, 15$$
 
$$P = 300 \text{ reais}$$

No primeiro mês como o cliente só pagará o mínimo de 15%, ele pagará R\$ 300,00. Ficando uma dívida para o mês seguinte de R\$ 1700,00, no qual não tem diferença do caso anterior.

$$2^{\circ}$$
 Mês 
$$D = 1700 + 1700 \times 0,098 + 250$$
 
$$D = 1700 + 166, 6 + 250$$

$$D = 2116, 6 \text{ reais}$$

Nesse exemplo o banco continua sendo BRADESCO, e a taxa usada foi de 9,80% (no qual é a maior taxa que o banco poderá cobrar, de acordo com a tabela). O total da fatura é R\$ 2116,6, mas o cliente pagará o mínimo dos gastos do mês, isto é, mínimo de R\$250,00 (gasto fixo do mês), o mínimo de R\$166,6 (juros do rotativo)e a dívida de R\$1700,00 (mês anterior) o cliente terá que pagar em sua totalidade.

$$P = 250 \times 0, 15 + 166, 6 \times 0, 15 + 1700$$
 
$$P = 37, 5 + 24, 99 + 1700$$
 
$$P = 1762, 49 \text{ reais}$$

Logo, o saldo devedor será de R\$ 354,11 para o terceiro mês.

$$3^{\circ}$$
 Mês 
$$D = 354, 11 + 354, 11 \times 0,098 + 250$$
 
$$D = 354, 11 + 34, 70 + 250$$
 
$$D = 638, 81 \text{ reais}$$

A seguir temos o problema resolvido pelo eixo de setas:

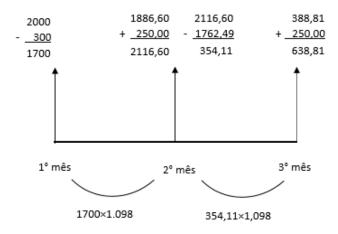


Figura 16 – Resolução do problema da regra antiga do cartão de crédito por eixo de setas.

O pagamento total da fatura no  $3^{\circ}$  mês foi de R\$ 638,81 eo juros acumulado nesse três meses foi:

$$J = 166, 6 + 34, 70$$
  
 $J = 201, 3 \text{ reais}$ 

Em termos percentuais, a taxa de juros acumulada nessa operação foi de::

$$i = \frac{201, 2}{2500} \times 100 = 8,05\%$$

A taxa nesses dois meses de pagamento mínimo comparada com a taxa sob a regra antiga teve uma redução significativa, mas lembre-se que neste regime o cliente teve que pagar um valor bem maior na fatura do segundo mês, já que foi necessário quitar o saldo devedor do mês anterior. Mesmo com essa redução a taxa de juros continua alta em relação às aplicações financeiras. A poupança, por exemplo, rendeu no ano de 2016, 8,3480%.

Em junho de 2018 entraram em vigor algumas medidas aprovadas pelo Conselho Monetário Nacional (CMN). Entre as novas medidas está a limitação no valor dos encargos em caso de atraso e o fim da exigência de pagamento mínimo de 15% da fatura para o cliente entrar no chamado "rotativo regular".

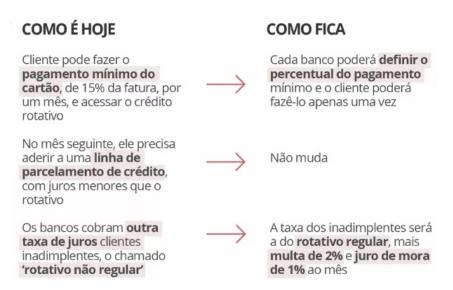


Figura 17 – Alterações de medidas no cartão de crédito que entrará em vigor  $1^{\circ}$  de junho de 2018

Com a implementação das novas medidas, a exigência de pagamento mínimo de 15% será extinta e os bancos e empresas de cartões de créditos poderão definir o pagamento mínimo, de acordo com o perfil dos clientes e sua política de crédito.

Rotativo regular é a taxa utilizada por clientes que optam por não fazer o pagamento mínimo e financiam o restante da fatura não paga. Os clientes que ficam inadimplentes no rotativo regular, acabam no chamado "rotativo não regular", em que as taxas de juros são mais elevadas. A nova medida aprovada pelo CMN obriga as instituições de cartões de créditos a aplicar a mesma taxa vigente no contrato de crédito do rotativo regular. Com isso, as únicas taxas que serão permitidas pelo CNM, são a multa de mora de 2% sobre o valor e juros de mora de 1% ao mês.

Outra forma de pagamento oferecida pelas instituições financeiras é o parcelamento da dívida ou o financiamento, que na prática funcionam do mesmo modo, pois as taxas de juros são iguais, mas no financiamento o cliente deve pagar o valor de entrada no qual o saldo devedor será parcelado. Na nova regra do rotativo o cliente que optar pelo pagamento mínimo e no mês seguinte não quitar a dívida do mês anterior com acréscimo do juros automaticamente é enquadrado no empréstimo ou financiamento. O financiamento e o parcelado são calculados pela Tabela Price (Sistema francês de amortização) em que as prestações calculadas sob este sistema são constantes. Cada prestação é composta de uma cota de amortização e juros, que variam em sentido inverso ao longo do prazo de financiamento. Por exemplo, suponha que a dívida do cartão seja de R\$ 1000,00, e o banco propõe ao cliente que pague em 3 vezes de R\$ 392,00 a uma taxa de juros mensal de 8,5%.

Mês	Parcela	Taxa de Juros	Juros	Amortização	Dívida
					1000,00
1	392,00	0,085	85,00	307,00	693,00
2	392,00	0,085	58,91	333,10	359,91
3	392,00	0,085	30,59	361,41	0,00

Nota-se que na tabela os juros com o tempo vão diminuindo e a amortização vai aumentando (no qual a amortização é o valor que é abatido da dívida e é o resultado da diferença entre o valor da parcela e dos juros).

Como vimos neste capítulo, problemas da vida real podem se tornar ótimas atividades para exercitar os conceitos matemáticos ligados à Matemática Financeira. No próximo capítulo serão apresentadas outras atividades deste tipo.

# 4 Atividades

Neste capítulo, as atividades são divididas em duas partes: na primeira parte o objetivo é ajudar o aluno a fazer bom uso da calculadora e das ferramentas da Matemática Financeira e na segunda o objetivo é aprofundar e tornar mais atraente a Educação Financeira.

## 4.1 Atividades de Reforço

#### 4.1.1 Calculadora

O objetivo desta atividade consiste em: aperfeiçoar o uso da calculadora; desenvolver habilidades de raciocínio; descobrir regularidades; verificar resultados, estimativas e fazer auto avaliação. Nessa atividade os cálculos são mais focados em multiplicação, divisão, potenciação e radiciação, pois são os cálculos mais comuns. Será explorada também nessa atividade saber diferenciar ponto e vírgula nos números, já que muitos dos cálculos envolvem números decimais.

#### Atividade 4.1.1.1

- 1. Observando a sua calculadora, responda:
  - a) Quantos dígitos a sua calculadora tem e quais são eles?
  - b) Quais são as operações que sua calculadora faz?
- 2. Digite o número 123456789.
  - a) O que você observou no visor?
  - b) Sua calculadora aceita números de até quantos dígitos?
  - c) Qual é o maior número que você pode escrever em sua calculadora?
  - d) Qual é o maior número de algarismos ou dígitos distintos que você pode escrever em sua calculadora?

#### Atividade 4.1.1.2

- 1. Com apenas 6 toques encontrar a resposta 40.
- 2. Descobrir 2 números consecutivos cujo produto dá 600.
- 3. Criar uma expressão em que o resultado seja exatamente 196.
- 4. Descobrir qual número multiplicado por ele mesmo tem resultado igual a 676?
- 5. Descobrir qual número multiplicado por ele mesmo três vezes tem resultado igual a 216?
- 6. Descobrir qual número multiplicado por ele mesmo 8 vezes é igual a 256?
- 7. Quais operações poderiam ser usadas nos números 4, 5 e 6 para obter resultado 77?

#### Atividade 4.1.1.3

1. A calculadora pode ser usada para calcular potências. Na calculadora, entre com as teclas:

$$5 x = = =$$

Que resultado obteve?

- 2. Sem usar a calculadora, calcule 5<sup>4</sup>. Compare com o resultado obtido no item anterior. Explique o que a calculadora fez?
- 3. Usando as teclas x = 0, calcule:
  - a)  $2^4 =$
  - b)  $2^6 =$
  - c)  $2^{10} =$
  - d)  $3^4 =$
  - e)  $4^3 =$
  - f)  $5^4 =$
  - g)  $35^2 =$
  - h)  $10^3 =$

35

4. Usando a calculadora, encontre o número desconhecido:

a) 
$$5^? = 3125$$

b) 
$$?^3 = 1331$$

c) 
$$3^? = 6561$$

d) 
$$4^? = 4096$$

e) 
$$?^7 = 78125$$

#### Atividade 4.1.1.4

1. Digite na calculadora cada um dos números indicados na tabela e o sinal de igual (=). Em seguida, escreva o número que apareceu no visor da calculadora:

3,20 =	30,20 =
$3,\!02 =$	3,200 =
$0,\!32 =$	30,2=
3,020 =	$0,\!320 =$
3,2 =	$0,\!302 =$

- 2. Após digitar os números e o sinal de igual (=), o que aconteceu aos zeros do final dos números? O que isso significa?
- 3. Isso também aconteceu aos zeros que estão:
  - $\bullet$  entre dois algarismos?
  - antes da vírgula?
- 4. Dos números acima, escreva os que são iguais a:

$$3,2=$$
 $0,32=$ 
 $3,02=$ 
 $30,2=$ 

#### Atividade 4.1.1.5

- 1. Usando a tecla %, calcule:
  - a) 560 x 12 %
  - b) 375 x 6 %

- c) 480 x 20 %
- d) 180 x 25 %
- 2. Como calcular na calculadora essas porcentagens na calculadora, sem usar a tecla %?
- 3. Refaça os exercícios do item "a"com número decimal.

#### Atividade 4.1.1.6

- 1. Usando a tela %, calcule:
  - a)80+80%
  - b)120+40%
  - c)320+12%
  - d)150-30%
  - e)200-70%
  - f)1260-45%
- 2. O que significam esses cálculos? Que outro método poderia ser usado para calcular os mesmos valores? tecla de %.
- 3. Refaça os exercícios do item anterior sem usar a tecla de %.

#### 4.1.2 Porcentagem

Essa atividade tem como objetivo exercitar e adaptar o aluno a trabalhar com o cálculo de porcentagem. Conscientizar o aluno para as diferentes formas de representar a porcentagem e também que a divisão entre dois números é uma razão e quando o resultado é multiplicado por 100 calculamos a porcentagem de um em relação a outro. Conscientizar o aluno também a usar os fatores multiplicativos (1+i) e (1-i), no qual i é a taxa percentual em forma decimal, na resolução de problemas de acréscimos e descontos de valores.

#### Atividade 4.1.2.1

- 1. Em que situações do dia a dia as porcentagens aparecem?
- 2. É possível calcular 10% de uma quantia fazendo só uma divisão. Que divisão?

- 3. E para calcular 50% de uma quantia, que divisão se pode fazer?
- 4. Calcule mentalmente:
  - a)10% de 120
  - b)50% de 300
  - c)5% de 1200
  - d)60% de 100
  - e)70% de 200
  - f)80% de 300

#### 5. Complete a tabela:

Porcentagem	50%	10%	15%			125%
Fração com denominador 100						
Número Decimal				3	0,03	

- 6. Podemos calcular "quantos por centos" de dois números, dividindo-os e multiplicando o resultado por 100. Veja: 20 é quantos por cento de 50?", dividindo 20 por 50 obtemos 0,4 e multiplicando por 100 o resultado é 40. Logo dizemos que 20 são 40% de 50. De acordo com esse cálculo, calcule: 40 correspondem a quantos por cento de 160?
- 7. Responda com auxílio da calculadora e usando o método do item anterior.
  - a) 14 correspondem a quantos por cento de 20?
  - b) 30 correspondem a quantos por cento de 50?
  - c) 140 correspondem a quantos por cento de 200?
  - d) 300 correspondem a quantos por cento de 400?
  - e) 500 correspondem a quantos por cento de 400?
  - f) 300 correspondem a quantos por cento de 200?
  - g) 450 correspondem a quantos por cento de 300?
- 8. No item a, vimos que 14 são 70% de 20, mas suponha que um produto custava R\$20,00 e como estava em promoção passou a custar R\$14,00. Qual foi o desconto em termos percentuais?

Como 14 são 70% de 20 e 20 é 100% de 20, o desconto foi de 100%-70%=30%. Agora calcule os descontos ou aumentos do exercício 7 da mesma forma.

#### Atividade 4.1.2.2

Programa de Integração Social (PIS): É uma contribuição social destinada a pagar abonos e seguro-desemprego a trabalhadores de entidades e órgãos governamentais. É como se ele fosse uma garantia ao FGTS. Foi implantado em 1988 e seu objetivo é melhorar a distribuição de renda em todo o Brasil.

Contribuição para Financiamento da Seguridade Social (COFINS): É uma contribuição social aplicada sobre o valor bruto apresentado por uma empresa e seu objetivo é financiar a Seguridade Social, ou seja, áreas fundamentais como a Previdência Social, Assistência Social e Saúde Pública.

- 1. A alíquota do PIS e Cofins, ficou mais alta para gasolina, etanol e diesel. No caso da gasolina a tributação mais que dobrou, passando de R\$ 0,38 para R\$ 0,79, esse aumento foi de R\$ 0,41. Alguns postos situados no Rio de Janeiro repassaram totalmente para o consumidor esse aumento. Suponha que a gasolina custava R\$3,65 antes do aumento e agora custa R\$ 4,06. Quanto foi o aumento em termos percentuais em relação ao preço da gasolina antes do aumento do imposto?
- 2. Suponha que em outro posto a gasolina custava R\$ 3,50 e teve um aumento de 10%. Logo a gasolina passou a custar R\$ 3,85. Como se pode obter esse resultado fazendo uma única multiplicação?
- 3. Usando o mesmo raciocínio da questão anterior, suponha que um produto custe R\$ 4,00 e teve um desconto de 20%. Logo, com o desconto o produto custará R\$3,20. Como se pode calcular o resultado fazendo uma única multiplicação?

#### 4.1.3 Eixo de Setas

Essa atividade tem como objetivo apresentar um método simples para resolver problemas de Matemática Financeira. Segundo MORGADO(2005) a Matemática Financeira se resume ao deslocamento de quantias no tempo. Esta atividade foi proposta em 2009 pelo Projeto Fundão, na qual o método de aprendizagem tem sido

bem eficiente, pois se trata de uma explicação visual, utilizando diagrama denominado de eixo de setas. Este diagrama consiste de um eixo horizontal, funcionando como escala de tempo que evolui da esquerda para direita e setas verticais, posicionadas sobre datas indicando valores, que podem ser recebimentos ou pagamentos. A unidade de tempo deve estar na mesma unidade da taxa de acréscimo ou desconto.

A atividade a seguir teve como base a atividade aplicada no Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio de Janeiro, pelo professor Armando Freitas, autor da mesma.

#### Atividade 4.1.3.1

1. Construa o eixo de setas em cada situação:

			65 65 65	
Produto	Valor	N° de Prestações	Valor da entrada	Vencimento da
A 400 MARCH 1997 MARCH	0243930000			primeira prestação
Televisão	R\$ 1500,00	5	R\$100,00	1° mês
Celular	R\$1200,00	8	R\$0,00	2° mês
Notebook	R\$2400,00	6	R\$0,00	1° mês
Relógio	R\$1099,99	8	R\$199,99	3° mês
Automóvel	R\$48000,00	10	R\$8000,00	1° mês
Geladeira	R\$1750,30	4	R\$0,00	3° mês
Viagem	R\$3200,00	5	R\$1200,00	2° mês

Figura 18 – Tabela de preços.

2. Suponha que a televisão do item anterior teve um desconto de R\$500,00, mas só pode ser parcelado em 4 vezes, sendo a primeira no ato da compra e com valor de R\$250,00, pois é o resultado de 1000 dividido por 4. A partir da 2° parcela incidem juros do saldo devedor de 10% ao mês. Com base no cálculo da primeira parcela e as informações fornecidas, construa o eixo de setas e calcule o valor das parcelas restantes. Use a tabela e a calculadora para ajudar a definir o valor de cada parcela.

N° da Prestação	Saldo Devedor	Prestação	Saldo devedor após pagamento da prestação
1	R\$1000,00	R\$250,00	R\$750,00
2	1		
3			
4	9		
1	Î	1	

Figura 19 – Atividade de Eixo de Setas.

- 3. Um trabalhador adquiriu um empréstimo de R\$2000,00 para pagar em um mês com a taxa de juros de 5% ao mês, qual é valor pago por esse trabalhador ao final do mês?
- 4. Suponha que um ganhador da mega sena tenha pego seu prêmio e investido na poupança durante um mês com juro mensal de 0,5% a.m. E ao final desse mês ele tenha sacado R\$12.060.000,00. Qual foi o valor do prêmio da mega sena?
- 5. Resolva os problemas a seguir.
  - a) Se uma quantia de R\$3200,00 for aplicada a uma taxa de 14% a.a, qual será o valor do montante ao final de um ano?
  - b) Suponha que João usou cheque-especial da sua conta e pagou ao final de um mês o valor de R\$1400,00. Sabendo que a taxa de juros do cheque-especial é de 15%, qual foi o valor que João usou do cheque-especial no início do mês?
  - c) Dividir os alunos em duplas e cada um propor um problema para calcular o montante depois de um mês ou o capital inicial. E depois expor o problema para o restante da turma.

#### Atividade 4.1.3.2

Aumentos sucessivos ou descontos sucessivos são casos em que os alunos possuem muita dificuldade, pois os mesmos automaticamente somam ou subtraem, isto é, suponha que um produto aumente 5% em um mês e 7% no mês seguinte. Se perguntar em uma sala de aula qual foi aumento nesses dois meses, a resposta da maioria dos alunos será que foi 12%. Logo essa atividade tem como objetivo o aluno desconstruir

esse conceito errôneo e praticar o cálculo utilizando o eixo de setas.

- 1. Um produto sofreu dois aumentos em meses consecutivos, um de 5% e outro de 7%. Qual foi o aumento total desse produto nesses dois meses?
- 2. Usando o valor do produto no instante 0 de R\$ 10,00, use o eixo de setas para saber o valor do produto ao final do 1° mês e depois ao final 2° mês.
- 3. Compare em forma percentual o valor do aumento ao final do segundo mês com o preço inicial do produto. Qual a percentual encontrada? É o mesmo que você respondeu no item 1?
- 4. Dividir a turma em trios e cada aluno propor para um do seu grupo uma das seguintes situações: Aumento e Aumento, Desconto e Desconto, Aumento e desconto. Todas situações têm que ser resolvidas por eixo de setas.
- 5. Ao final do item anterior fazer uma breve discussão sobre as situações propostas e no que atividade contribuiu para a visão deles sobre aumento e desconto.

## 4.2 Atividades de Educação Financeira

## 4.2.1 Inflação, Deflação e Poder de Compra

O Brasil desde 2014 tem passado por uma crise profunda, em que a população tem sofrido com desemprego, falta de salário, carência dos serviços públicos como: saúde, segurança e educação. Como consequência dessa crise, em 2015 o Brasil teve o Índice Nacional de Preços ao Consumidor - Amplo(IPCA), que é o índice de inflação oficial brasileiro calculado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) de 10,67%, resultado 4,17% acima do teto da meta inflacionária fixada pelo Banco Central, em que a meta do Banco Central era 4,5% com intervalo de tolerância de menos dois pontos percentuais e mais dois pontos percentuais.

Com o teto da meta da inflação não sendo respeitado, o assunto inflação mais uma vez começou a assustar a população, já que pesa no bolso do consumidor imediatamente e o poder de compra diminui bastante. Sendo assim essa atividade tem como objetivo conscientizar os alunos sobre o que é inflação, deflação e poder de compra. São palavras que estão presentes no cotidiano de todos, mas nem sempre são conhecidos. O cálculo do IPCA é complexo para um aluno de ensino fundamental e médio, mas em um vídeo do IBGE (www.youtube.com/watch?v=JVcDZOlIMBk) o aluno pode assistir a uma explicação clara sobre o cálculo desse índice. Essa atividade tem como objetivo introduzir a noção de inflação.

A atividade 4.2.1.1 é um questionário que tem como objetivo obter e analisar o conhecimento prévio dos alunos sobre inflação, deflação e poder de compra.

A atividade 4.2.1.2 tem como objetivo proporcionar ao aluno uma noção básica de como se calcula um índice de inflação, interpretado como uma taxa média de variação de preços. Nessa atividade o aluno escolhe sua cesta de produtos com base na lista a seguir e compara seus respectivos preços em dois períodos distintos. Os alunos também irão ter um salário mínimo, o qual será baseado no mesmo período de comparação relacionado aos preços dos produtos. Os preços dos produtos foram pesquisados em encartes dos seus respectivos períodos, alguns preços foram criados com base na realidade do período, pois não foram encontrados seus respectivos preços.

#### Atividade 4.2.1.1

- 1. O que é inflação?
- 2. Uma inflação alta é boa para o país? Justifique.
- 3. O que é deflação?
- 4. Deflação é bom para o país?
- 5. Você acha que R\$ 1,00 compraria as mesmas coisas nos dias atuais que em 1994? Por que?
- 6. O salário mínimo no final de 1994 era de R\$ 70,00, hoje o salário mínimo é de R\$ 937,00. Em qual época você acha que daria para comprar mais coisas? Justifique.

Atividade 4.2.1.2

Observe a tabela de preços e a tabela de salários e responda as questões a seguir.

	2012	2013	2014	2015	2016
Salário	R\$622,00	R\$678,00	R\$724,00	R\$788,00	R\$880,00

	2012	2013	2014	2015	2016
Arroz (5kg)	R\$9,95	R\$10,35	R\$12,50	R\$13,20	R\$11,99
Feijão (1Kg)	R\$3,39	R\$3,39	R\$4,00	R\$7,99	R\$3,49
Café (500g)	R\$6,98	R\$7,98	R\$6,98	R\$10,00	R\$7,98
Açúcar (1kg)	R\$1,84	R\$2,49	R\$1,89	R\$2,40	R\$2,49
Frango (1Kg)	R\$6,49	R\$8,49	R\$9,99	R\$11,99	R\$7,98
Salsicha (1kg)	R\$4,99	R\$5,49	R\$5,99	R\$7,69	R\$6,99
Macarrão (1kg)	R\$2,99	R\$2,69	R\$2,99	R\$3,49	R\$2,49
Molho de tomate (340g)	R\$0,89	R\$1,39	R\$1,09	R\$1,99	R\$1,29
Atum (lata)	R\$3,39	R\$3,00	R\$3,39	R\$4,30	R\$3,58
Manteiga (200g)	R\$12,90	R\$15,90	R\$18,90	R\$19,50	R\$18,12
Requeijão(200g)	R\$2,29	R\$3,29	R\$3,49	R\$3,79	R\$3,89
Creme de leite (200g)	R\$1,39	R\$1,09	R\$1,15	R\$1,49	R\$1,69
Todinho (200g)	R\$1,09	R\$1,19	R\$1,29	R\$1,99	R\$1,59
Pasta de dente (90g)	R\$0,90	R\$0,99	R\$1,38	R\$1,89	R\$2,06
Amaciante (21)	R\$2,49	R\$3,50	R\$5,19	R\$6,29	R\$6,98
Detergente (500ml)	R\$0,89	R\$0,99	R\$0,95	R\$1,25	R\$1,29
Sandália Ipanema	R\$9,99	R\$8,98	R\$13,99	R\$14,99	R\$15,99
Azeite (500ml)	R\$9,99	R\$13,99	R\$12,99	R\$14,99	R\$17,99
Iorgute (320g)	R\$2,19	R\$2,29	R\$3,00	R\$3,75	R\$4,29
Maionese (500g)	R\$4,29	R\$3,19	R\$4,78	R\$5,30	R\$6,08
Pão de forma (500g)	R\$6,08	R\$4,49	R\$4,99	R\$6,50	R\$4,98
Sabão (1Kg)	R\$3,57	R\$4,50	R\$5,99	R\$8,49	R\$6,98
Papel Higiênico (12 unid.)	R\$6,49	R\$8,99	R\$8,98	R\$12,98	R\$11,79
Shampoo (400ml)	R\$8,99	R\$10,00	R\$8,99	R\$11,50	R\$11,00
Condionador (400ml)	R\$9,99	R\$12,00	R\$10,99	R\$14,69	R\$11,99

Trakinas	R\$1,69	R\$1,69	R\$1,79	R\$1,99	R\$1,59
Leite (11)	R\$1,99	R\$3,09	R\$3,50	R\$4,99	R\$2,99
Sorvete (2l)	R\$14,99	R\$16,98	R\$18,99	R\$22,99	R\$19,98

- 1. Calcule a variação percentual dos salários ano a ano, de 2012 até 2016.
- 2. Qual foi a maior variação percentual de anos consecutivos em relação aos salários?
- 3. Escolha um produto e calcule a variação de seu preço ano a ano, de 2012 até 2016.
- 4. Compare a variação de preço do produto escolhido e a variação dos salários e relate qual teve a maior variação nos seus respectivos anos.
- 5. Suponha que você terminou a escola e começou em um emprego antes de ingressar na faculdade. Nesse emprego você receberá um salário mínimo por mês. Escolha dois anos distintos e itens na tabela que caibam no seu orçamento mensal (salário mínimo do ano que escolheu). Nos anos escolhidos seu poder de compra aumentou ou diminuiu?
- 6. Discuta com seus colegas de classe os resultados obtidos.

## 4.2.2 Imposto de Renda

O imposto de renda é um tributo cobrado pelo governo de vários países. Nele é cobrado um valor percentual de ganhos tributáveis, isto é, dinheiro ganho com salário, aposentadoria, prestação de serviços, aluguel são alguns exemplos de ganhos tributáveis. O percentual cobrado pelo governo brasileiro depende da alíquota dos ganhos tributáveis, que está ilustrado na figura a seguir, no qual as faixas são: isento, 7,5%, 15%, 22,5% e 27,5%. Parcela a deduzir significa que se uma pessoa ganhou R\$ 100000,00 no ano de 2016, observando a tabela o declarante está na alíquota de 27,5%, assim teria que pagar 27500, mas com a parcela deduzir que é de R\$10432,32 o declarante paga a diferença que é de R\$17067,68. O cidadão que declara o imposto de renda tem duas opções de declarações, simplificada ou completa. A simplificada recebe um desconto de 20% no valor total dos ganhos, sendo que esse benefício tem

um custo, o declarante não pode deduzir nenhuma despesa na declaração (gastos com saúde, educação, dependentes, previdência). Já a completa pode deduzir os gastos, sendo que praticamente todas têm limite, apenas os gastos com saúde são ilimitados.

Muitos assuntos de importância para os cidadãos são pouco debatidos em sala de aula, pois os professores não têm tempo para abordar outros assuntos que extrapolam sua disciplina. O imposto de renda é um assunto importante que pode ser debatido com os alunos "fontes de arrecadação do Governo Federal", além disso problemas que envolvem cálculo do imposto podem ser facilmente resolvidos com fatores multiplicativos e operações básicas.

#### Atividade 4.2.2.1

A tabela a seguir mostra as respectivas faixas e o percentual cobrado pelo governo no ano de 2017, ano base 2016, isto é, o imposto cobrado dos ganhos tributáveis do ano de 2016, mas declarado em 2017.

BASE DE CÁLCULO (R\$)	ALÍQUOTA (%)	PARCELA A DEDUZIR DO IRPF (R\$)
Até 22.847,76	-	-
De 22.847,77 até 33.919,80	7,5	1.713,58
De 33.919,81 até 45.012,60	15	4.257,57
De 45.012,61 até 55.976,16	22,5	7.633,51
Acima de 55.976,16	27,5	10.432,32

Figura 20 – Tabela de incidência progressiva anual, ano base 2016

João é professor, na tabela a seguir mostra seus respectivos ganhos tributáveis e suas respectivas despesas que podem ser deduzidas em sua declaração de imposto de renda.

Total de Rendimentos	R\$76.000,00
Imposto sobre renda retido na fonte	R\$4.000,00
Contribuição previdênciária oficial	R\$ 8.000,00
Gastos com Educação (limite de R\$3561,50)	R\$7.000,00
Gastos com Saúde	R\$6.0000,00
Número de Dependente (R\$ 2275,00 por dependente)	1

- 1. De acordo com a tabela progressiva de incidência anual, sem considerar seus respectivos gastos, a qual alíquota João pertence?
- 2. Suponha que João decida escolher a opção da declaração de imposto de renda simplificada. Qual será o valor total do imposto a ser pago? E considerando o que já foi retido na fonte?
- 3. Qual foi o total de gastos que João obteve que podem ser deduzidos na declaração de imposto de renda?
- 4. Sabendo os gastos dedutíveis, faça a declaração completa e calcule o valor do imposto de renda total a ser pago por João nessa modalidade.
- Compare as duas opções de declarações e responda qual é a melhor modalidade para João.
- 6. Suponha que João não guardou os recibos de gastos com saúde, logo não poderá deduzir seus gastos na declaração. Qual é o valor que João pagará de imposto sem deduzir esses gastos na opção de declaração completa? E qual será a melhor opção de declaração depois desse fato?

#### 4.2.3 Investimento

As taxas de juros no Brasil são elevadas comparadas à de outros países, como foi visto na atividade sobre rotativo de cartão de crédito. Os juros do rotativo antes da nova regra eram bastante elevados e mesmo depois da implementação da nova regra ficaram elevados. Os investimentos hoje oferecidos no Brasil com baixo risco, isto é, o cliente corre o risco mínimo de perder o dinheiro investido tem baixa rentabilidade. Por exemplo a caderneta de poupança que é o investimento mais popular entre os brasileiros e com baixo risco rendeu no ano de 2017 sem o desconto da inflação 6,93% a.a.. A caderneta de poupança tem um ponto positivo, que sua rentabilidade é isenta de imposto de renda. Na maior parte dos outros investimentos incide imposto de renda. Esta atividade tem como objetivo comparar duas modalidades de investimentos, no qual uma é isenta de imposto de renda com a rentabilidade menor (poupança) e a outra (Certificado de Depósitos Bancários) tem incidência de imposto de renda com rentabilidade maior.

Os Certificados de Depósitos Bancários (CDB) têm a finalidade de captar recursos para os bancos, isto é, o cliente empresta dinheiro para a instituição financeira emprestar para outros clientes. Da mesma forma que o banco cobra juros quando empresta dinheiro, o mesmo efetua o pagamento com juros quando recebe uma determinada quantia de algum cliente.

Existem dois tipos de modalidades de CDB, os prefixados e os pós-fixados. O primeiro tipo ocorre quando já são informadas as taxas de remuneração no momento da contratação. Portanto, elas serão fixas no seu contrato. No CDB pós-fixado a remuneração pode sofrer alterações de acordo com o indexador contratado, portanto não se sabe sobre a sua remuneração na contratação. O valor somente será informado no vencimento da aplicação, calculado através do CDI (Certificado de Depósito Interbancário).

Na atividade serão apresentadas as taxas de rentabilidade e as alíquotas de imposto de renda que incidem no CDB. Os alunos irão calcular a rentabilidade líquida de cada investimento em diferentes prazos de tempo, onde o objetivo central da atividade é a tomada de decisão com base nos seus próprios cálculos e em suas análises.

A rentabilidade da poupança depende de uma série de fatores, como a taxa básica de juros (SELIC) e a taxa referencial, logo ela tem uma variação mensal. O foco da atividade não é entender o funcionamento da rentabilidade da poupança, e sim, usar as ferramentas da Matemática Financeira para calcular a rentabilidade e tomar a melhor decisão sobre os investimentos disponíveis. O CDB também tem rentabilidade variável, pois além de depender do Certificado de Depósito Interbancário (CDI), que na prática é um valor bem próximo da taxa SELIC, sua rentabilidade depende das instituições financeiras, pois cada uma oferece rentabilidade diferente para os seus clientes. Por exemplo, uma instituição financeira calcula a rentabilidade em percentual da CDI. Suponhamos que o Banco X pague uma rentabilidade de 100% da CDI, logo se a CDI está em 6,5% a.a., a rentabilidade do CDB é 6,5% a.a. e o Banco Y pague uma rentabilidade de 90% da CDI, isto é, 5,85% a.a..

As taxas utilizadas na atividade para calcular as rentabilidades serão usadas de um aplicativo do Banco Central do Brasil chamado Calculadora do Cidadão. Esse aplicativo simula operações do cotidiano financeiro a partir de informações fornecidas pelo usuário. O aplicativo, disponível para download, pode ser encontrado no site https://www.bcb.gov.br/calculadora/calculadoracidadao.asp.

#### Atividade 4.2.3.1

Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R\$ 10.000,00. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). O jovem observou que a poupança é isenta de imposto de renda e o CDB tem incidência de imposto de renda sobre o rendimento como ilustra a tabela a seguir:

Prazo de Aplicação	Alíquota de IR
Até 180 dias	22,5%
De 181 dias até 360 dias	20,0%
De 361 dias até 720 dias	17,5%
Acima de 721 dias	15,0%

Figura 21 – Tabela de Imposto de Renda sobre o CDB.

Depois de pesquisar a incidência de imposto sobre o rendimento dos investimentos, o jovem pesquisou a taxa de rendimento mensal das duas modalidades, como ilustra na tabela a seguiu:

Investimento	Rendimento Mensal (%)
Poupança	0,3715
CDB	0,5175

De acordo com as informações pesquisadas pelo jovem investidor, responda as perguntas a seguir:

- 1. Qual é o rendimento se a quantia for aplicada na poupança no prazo de um mês?
- 2. E se fosse aplicada no CDB por um mês?
- 3. Qual é a mais rentável no prazo de um mês?
- 4. Complete a tabela com os rendimentos de cada investimento no prazo estipulado:

	Poupança	CDB
5 meses		
9 meses		
15 meses		
27 meses		
40 meses		

- 5. Com base na tabela responda qual é a melhor aplicação em um prazo curto de tempo, isto é, menor que 6 meses? E se fosse em um prazo maior de tempo, isto é, maior que 6 meses?
- 6. Suponha que o funcionário do banco cobre uma taxa fixa de 1,5% do valor investido para administrar o dinheiro do jovem investidor no CDB. Depois de cobrada essa taxa, o CDB continua sendo a aplicação mais rentável em qualquer período de tempo?

No próximo e último capítulo será feita uma análise do que ocorreu quando as atividades descritas foram aplicadas para alunos de turmas do EJA e do 1° Ano do Ensino Médio em escola Estadual do Rio de Janeiro.

# 5 Considerações Finais

As turmas em que foram aplicadas as atividades são de escolas da rede Estadual do Rio de Janeiro. O quantitativo de alunos do EJA era de 20, com média de idade de 22 anos. Já a turma de 1º Ano do Ensino Média era composta de 30 alunos com média de 16 anos. A apresentação do conteúdo somada a aplicação das atividades levaram em média 10 aulas de 50 minutos, pois foi necessário revisar conceitos e operações básicas. A primeira atividade, de familiarização da calculadora, teve como objetivo principal a realização de cálculos com números decimais, pois a maioria dos problemas de porcentagem necessita de cálculos decimais. Uma vez familiarizados com o uso da calculadora e cálculos com decimais, as dificuldades com este tipo de operação deixaram de ser um entrave para lidar com problemas da Matemática Financeira. Destaca-se, nessa atividade, que os alunos usaram sem dificuldade os fatores multiplicativos 1+i e 1-i nos problemas de descontos e aumentos de porcentagem na calculadora.

A Matemática Financeira visando à Educação Financeira é um assunto pouco abordado em sala de aula, mas de grande relevância na formação da cidadania. O trabalho com temas relacionados à Educação Financeira em sala despertou muito mais interesse do aluno, comparando com outros tópicos da Matemática. Os temas abordados nas atividades incitaram a uma maior participação dos alunos nas aulas em que foram trabalhados. Nas turmas de EJA as dúvidas foram maiores já que os alunos, em geral são mais velhos e trabalham, tendo maior convivência com problemas que envolvam: inflação, poder de compra, juros do cartão de crédito e investimento. Essa familiaridade com tais temas aumenta a vontade de aprender, tornando mais simples o trabalho do professor.

De acordo com uma matéria publicada em 01/07/2018 pelo jornal O Globo a expansão do uso do cartão de crédito junto à população de baixa renda mostrou seu lado negativo. Estudo recente do Banco Central mostra que de um universo de 2,6 milhões de pessoas que não conseguem pagar o valor mínimo da fatura de cartão de crédito, 29,6% (769,6 mil) são beneficiários do Bolsa Família, que é um benefício pago

a quem tem renda mensal menor que R\$ 170,00. O estudo ainda mostra que 77,9% das pessoas que tem dívidas de pelo menos de R\$ 200,00 e estão no rotativo não regular tem apenas até o ensino médio. Essa reportagem reforça a importância da Educação Financeira no Ensino Básico, de modo a proporcionar ao egresso do Ensino Médio ferramentas para lidar com questões financeiras em sua vida, mas também para funcionar como multiplicador desse conhecimento para pessoas que não tiveram acesso à educação.

Por exemplo, uma aluna do EJA que entrou no mercado de trabalho há pouco tempo, adquiriu um cartão de crédito e não sabia que pagar o mínimo da fatura implicaria na incidência de juros do saldo devedor no mês seguinte. A aluna percebeu que os juros de 10% ao mês são elevados e têm como consequência o endividamento rápido. Essa percepção relativamente simples por parte da aluna é fundamental em sua formação financeira.

"A contribuição mais importante da Educação Financeira é ajudar o aluno, desde cedo, a desenvolver a capacidade de planejar sua vida, sua família, e tomar decisões financeiras." (Cláudia Forte superintendente da AEF Brasil, 2018)

A BNCC do Ensino Médio, que ainda não foi homologada, também reforça a Educação Financeira no trecho destacado a seguir.

"cabe aos sistemas e redes de ensino, assim como às escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora. Entre esses temas, destacam-se: (...) educação para o consumo, educação financeira e fiscal, trabalho, ciência e tecnologia e diversidade cultural (Parecer CNE/CEB nº 11/2010 e Resolução CNE/CEB nº 7/2010. Na BNCC, essas temáticas são contempladas em habilidades dos componentes curriculares, cabendo aos sistemas de ensino e escolas, de acordo com suas especificidades, tratá-las de forma contextualizada."

A BNCC realça que a Educação Financeira não deve ser abordada apenas na disciplina de Matemática. Por exemplo, na disciplina de História seria interessante um trabalho conjunto, visando ao estudo do dinheiro e sua função na sociedade, da relação entre dinheiro e tempo, dos impostos em sociedades diversas, do consumo em diferentes momentos históricos, incluindo estratégias atuais de marketing. Na disciplina de Língua Portuguesa, uma das habilidades incluídas prevê que os estudantes aprendam a ler e compreender, com autonomia, boletos, faturas e carnês. Em disciplinas de Ciências Naturais, a Base destaca habilidades relacionadas ao cálculo do consumo de energia elétrica de eletrodomésticos e a avaliação do impacto do uso no orçamento mensal da família. Tais habilidades previstas na BNCC são importantes na formação financeira do cidadão. Essa última discussão revela o caráter interdisciplinar que deve ser destacado em sala de aula.

# Bibliografia

- [1] BANCO CENTRAL. Caderno de Educação Financeira Gestão de Finanças Pessoais. Disponível em: <a href="https://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/caderno-cidadania-financeira.pdf">https://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/caderno-cidadania-financeira.pdf</a>>. Acesso em 13 de novembro de 2017.
- [2] BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Base nacional comum curricular. Brasília,DF, 2016. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em 20 de abril de 2018.
- [3] BRASIL, Ministério de Educação e Cultura. Parâmetros Curriculares Nacionais:

  Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998.
- [4] BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/cienciah.pdf>. Acesso em 10 de abril de 2017.
- [5] BRÊTAS, Pollyanna. Entenda as novas regras do rotativo do cartão de crédito. Extra. Rio de Janeiro. 20 de março de 2017. Disponível em: <a href="https://extra.globo.com/noticias/economia/entenda-as-novas-regras-do-rotativo-do-cartao-de-credito-21082533.html">https://extra.globo.com/noticias/economia/entenda-as-novas-regras-do-rotativo-do-cartao-de-credito-21082533.html</a>. Acesso em 25 de junho de 2017.
- [6] DANTE, Luiz Roberto. Didática da Resolução de Problemas de Matemática, 12ed. São Paulo: Editora Ática, 1999.
- [7] FERNANDES, Rafael. Matemática Financeira: Uma Proposta de Construção do Conceito de Juros na Educação Básica, Rio de Janeiro, PROFMAT-UFRJ, 2017.
- [8] IEZZI, Gelson; HAZZAN, Samuel; DEGENSZAJN, David. Fundamentos da Matemática Elementar 11: Matemática Comercial, Matemática Financeira, Estatística Descritiva, 1.ed. São Paulo. Atual, 2004.
- [9] INEP. Programa Internacional de Avaliação de alunos (Pisa): Resultados Nacionais Pisa 2000. Brasília: Inep, 2001.

54 BIBLIOGRAFIA

[10] INSTITUTO DE ECONOMIA AGRÍCOLA(IEA). Disponível em: <a href="http://ciagri.iea.sp.gov.br/precosdiarios/precosdiariosatacado.aspx?cod-sis=24">http://ciagri.iea.sp.gov.br/precosdiarios/precosdiariosatacado.aspx?cod-sis=24</a>. Acesso em 11 de novembro de 2017.

- [11] MORGADO, Augusto; CARVALHO, Paulo. Matemática Discreta. Sociedade Brasileira de Matemática, Coleção PROFMAT, 2014.
- [12] NASSER, Lílian. Matemática Financeira para a Educação Básica: Uma Abordagem Prática e Visual.Ed. IM-UFRJ, 2010.
- [13] NOVAES, Rosa. Uma abordagem Visual para o Ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio. Dissertação de Mestrado apresentada ao PEMAT, IM-UFRJ, 2009.
- [14] OCDE. Programme for International Student Assessment(PISA) 2015 Students' Financial Literacy. 2016.Disponível em: <a href="http://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-volume-iv-9789264270282-en.htm">http://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-volume-iv-9789264270282-en.htm</a>. Acesso em 06 de dezembro de 2017.
- [15] VALENTE, Gabriela. Expansão sem critério. Reportagem do jornal "O Globo". Rio de Janeiro. 07 de julho de 2018.

# A Respostas das Atividades

## Atividade 1.1

- 1. a) 10. 0,1,2,3,4,5,6,7,8 e 9.
  - b) adição, subtração, multiplicação, divisão, potência, radiciação.
- 2. a) 123456789?
  - b) Depende da calculadora.
  - c) Depende da calculadora
  - d) Depende da calculadora.

#### Atividade 1.2

- 1. 18 + 22 = .
- 2. 24 e 25.
- 3. 100 + 48 + 48.
- 4. 26.
- 5. 6.
- 6. 2.
- 7. Uma opção de resposta:  $4^2 + 5^2 + 6^2$ .

## Atividade 1.3

- 1.625
- $2. \ 5 \times 5 \times 5 \times 5$
- 3. a) 16.
  - b) 64.
  - c) 1024.
  - d) 81.

- e) 64.
- f) 625.
- g) 1225.
- h) 1000.
- 4. a) 5.
  - b) 11.
  - c) 8.
  - d) 6.
  - e) 5.

## Atividade 1.4

- 1. 3,2
  - 3,02
  - 0,32
  - 3,020
  - $^{3,2}$
  - 30,2
  - 3,2
  - 30,2
  - 0,32
  - 0,302
- 2. Sumiram. Representam o mesmo número.
- 3. Não
  - Não
- 4. 3,20; 3,200.
  - 0,320.
  - 3,020.
  - 30,20.

### Atividade 1.5

- 1. a) 67,2
  - b) 22,5
  - c) 96
  - d) 45
- 2. Multiplicando pela forma decimal.
- 3. a) 67,2
  - b) 22,5
  - c) 96
  - d) 45

#### Atividade 1.6

- 1. a)144
  - b)168
  - c)358,4
  - d)105
  - e)60
  - f)693
- 2. Significam aumento e desconto de valores. Poderiam ser utilizados os fatores multiplicativos (1+i) ou (1-i), em que i é a porcentagem na forma decimal.

## Atividade 2.1

- 1. Resposta pessoal.
- 2. Sim. Dividindo por 10.
- 3. Dividindo por 2.
- 4. a)12
  - b)150
  - c)60
  - d)60

e)140

f)240

	Porcentagem	50%	10%	15%	300%	3%	125%
5.	Fração com denominador 100	$\frac{50}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{300}{100}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{125}{100}$
	Número Decimal			ĺ	3	0,03	1,25

6.25%

- 7. a) 70%
  - b) 60%
  - c) 70%
  - d) 75%
  - e) 125%
  - f) 150%
  - g) 150%
- 8. a) Desconto de 30%
  - b) Desconto de 40%
  - c) Desconto de 30%
  - d) Desconto de 25%
  - e) Aumento de 25%
  - f) Aumento de 50%
  - g) Aumento de 50%
- 9. Aproximadamente 11,23% de aumento.

10. 
$$3,50 \times (1+0,1) = 3,5 \times 1,1 = 3,85.3$$

11. 
$$4 \times (1 - 0, 2) = 4 \times 0, 8 = 3, 2$$
.

## Atividade 3.1

1.

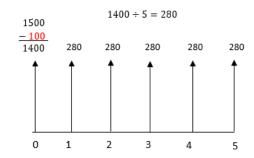


Figura 22 – Televisão



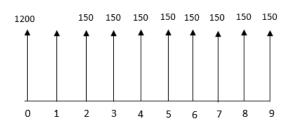
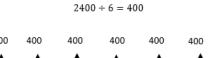
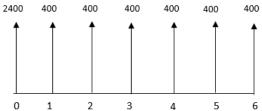


Figura 23 – Celular





 $Figura\ 24-Notebook$ 

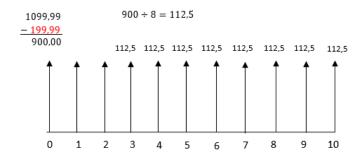


Figura 25 – Relógio

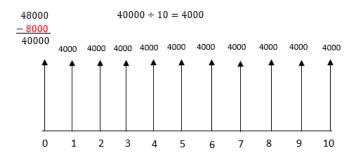
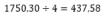


Figura 26 – Automóvel



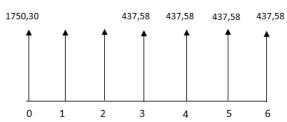


Figura 27 – Geladeira

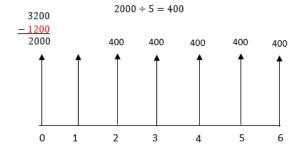
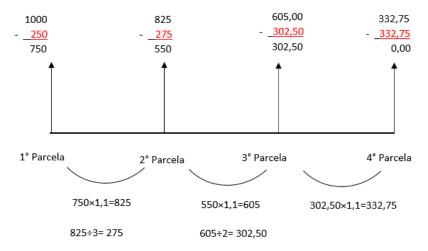


Figura 28 – Viagem

2.



N° da Prestação	Saldo Devedor	Prestação	Saldo	devedor	após
			pagamento da prestação		ação
1	R\$1000,00	R\$250,00		R\$750,00	
2	R\$825,00	R\$275,00		R\$550,00	
3	R\$605,00	R\$302,50		R\$302,50	
4	R\$332,75	R\$332,75		R\$0,00	

Figura 29 – Parcela da televisão

## 3. Empréstimo

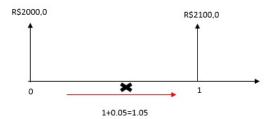


Figura 30 – Empréstimo.

## 4. Mega Sena

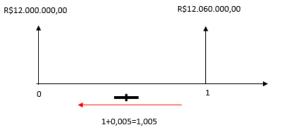


Figura 31 – Mega Sena.

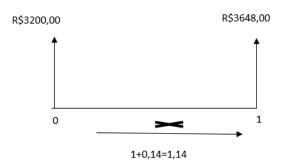


Figura 32 – Aplicação Financeira.

b)

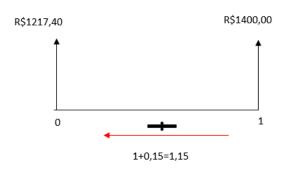


Figura 33 – Cheque Especial.

## Atividade 3.2

1. O aumento foi de 13,4%.

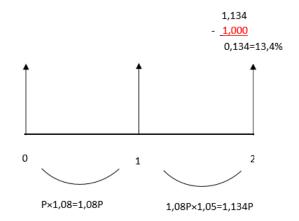


Figura 34 – Aumentos sucessivos 1.

2. Primeiro mês 10,80. Segundo mês 11,34.

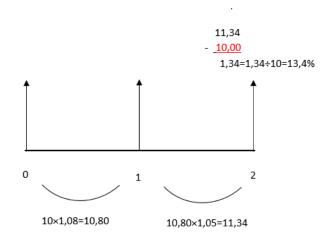


Figura 35 – Aumentos sucessivos 2.

3. 13,4%. Sim.

#### Atividade 4.2

- 1.  $2012 \text{ à } 2013 \rightarrow 9,0032\%.$ 
  - $2013 \text{ à } 2014 \rightarrow 6,7847\%.$
  - $2014 \text{ à } 2015 \rightarrow 8,8398\%.$
  - $2015 \text{ à } 2016 \rightarrow 11,6751\%.$
- 2. 2015 para 2016

#### Atividade 5.1

- 1. Alíquota de 27,5%
- Total a ser pago será R\$6287,68.
   Descontando o imposto já pago será R\$2287,68.
- 3. R\$23275,00
- 4. R\$4229,62
- 5. A melhor opção de imposto de renda para João é a completa.
- 6. R\$5717,06. Mesmo sem deduzir os gastos com saúde a completa é a melhor opção para João.

## Atividade 6.1

- 1. R\$37,15.
- 2. R\$40,11.
- 3. CDB.

		Poupança	CDB
	5 meses	R\$187,14	R\$202,17
4.	9 meses	R\$339,36	R\$378,83
4.	15 meses	R\$571,98	R\$659,84
	27 meses	R\$1053,03	R\$1258,21
	40 meses	R\$1598,90	R\$1919,30

- 5. No curto prazo CDB e no longo prazo CDB.
- 6. Sim.