UFRRJ

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO (UFRRJ)

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

(PROFMAT)

DISSERTAÇÃO

O uso do Geoplano Digital em sala de aula como proposta para cálculo de áreas dos Quadriláteros

PAULO SÉRGIO DE MELLO FERREIRA

Seropédica, RJ

2013

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO (UFRRJ)

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

(PROFMAT)

PAULO SÉRGIO DE MELLO FERREIRA

O uso do Geoplano Digital em sala de aula como proposta para cálculo de áreas dos Quadriláteros

Sob a Orientação do Professor:

PEDRO CARLOS PEREIRA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática.

Seropédica, RJ

2013

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO (UFRRJ)

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

(PROFMAT)

PAULO SÉRGIO DE MELLO FERREIRA

Dissertação/Tese submetida como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática, no Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 15/04/2013

Prof. Dr. Pedro Carlos Pereira - UFRRJ
(Orientador)

Prof. Dr. Orlando dos Santos Pereira - UFRRJ

Prof. Dr. Wallace Vallory Nunes - IFRJ

RESUMO

FERREIRA, Paulo. **O uso do Geoplano Digital em sala de aula como proposta para cálculo de áreas dos Quadriláteros.** Seropédica, RJ. 53 p. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2013.

Esta pesquisa teve por objetivo apontar um caminho diferente para o ensino de geometria, utilizando para isso o Geoplano Digital como elemento mediador no processo de ensino-aprendizagem. A ideia construtivista está presente em todo o momento na apresentação deste projeto, onde o educando é estimulado a construir seu conhecimento, ao contrário do método tradicional, com imposições de teorias onde o aluno aparece como um sujeito passivo. O trabalho realizado constitui uma tentativa de despertar um maior interesse do discente em relação à Matemática, especificamente, a Geometria, convergindo, então, para que este faça suas próprias descobertas tornando e despertando a curiosidade dos estudantes para esta aprendizagem. Este projeto fundamentou-se nos teóricos Vygotsky, Piaget e Dewey, que forneceram subsídios para seu desenvolvimento e para o alcance dos objetivos. A eficácia da metodologia de ensino proposta foi comprovada com a realização do trabalho de campo, onde nota-se a extraordinária contribuição do software Geoplano Digital como recurso pedagógico, além da grande importância da interação entre aluno-aluno e professor-aluno na construção do conhecimento individual.

Palvras-chave: geometria, geoplano digital, quadriláteros.

FERREIRA, Paulo. **The use of Geoplano Digital Classroom as a proposal for calculating areas of Quadrilaterals**. Seropédica, RJ. 53 p. Dissertation (Master in Mathematics). Federal Rural University of Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2013.

ABSTRACT

This research aimed to point out a different path for the teaching of geometry, using for this the Digital Geoplano as a mediator in the process of teaching and learning. The constructivist idea is present at all times in the presentation of this project, where the student is encouraged to build their knowledge, unlike the traditional method, with imposition of theories where the pupil appears as a taxpayer. The work is an attempt to arouse greater interest of the student in relation to mathematics, specifically geometry, converging, then, for this to make your own discoveries and becoming aroused the curiosity of students for this learning. This project was based on the theoretical Vygotsky, Piaget and Dewey, which provided subsidies for their development and for achieving the goals. The effectiveness of the teaching methodology proposed was proven with the completion of field work, where we note the extraordinary contribution of software Digital Geoplano as a pedagogical resource, besides the great importance of the interaction between student-student and student-teacher knowledge construction individual.

Keywords: geometry, digital geoboard, quadrilaterals.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O aprender e o ensinar da Matemática têm sido motivos de preocupação ao longo dos tempos. É comum que muitos acreditem que aprender e ensinar Matemática são um dom divino, exclusivo de uns poucos privilegiados com uma inteligência acima do normal.

A inquietação com as causas das dificuldades do ensino e de aprendizagem em Matemática em todos os níveis de ensino tem sido objeto de inúmeros estudos e, já há algum tempo, várias são as tentativas de solucionar este problema que assola nossa educação escolar.

Pode-se observar que existe uma grande insatisfação por parte dos professores da Educação Básica com relação à maneira como os alunos assimilam as noções básicas da Matemática, da forma que lhes são apresentadas. Com base em várias pesquisas, constata-se que a baixa assimilação se dá por conta de como lhes são expostos os problemas matemáticos, em toda fase inicial do Ensino Fundamental, trazendo consequências para o Ensino Médio.

A busca constante em como proporcionar ao educando condições de trabalhar com o raciocínio matemático e chegar onde se deseja, ou seja, solucionar uma situação-problema, ou um problema do dia-a-dia, apresentada pelo educador, é um dos interesses desse trabalho.

Tomando a Geometria como referência, até por ser muito rica em aplicações, pode-se com ela desenvolver um brilhante trabalho, onde educador e educando constroem juntos o conhecimento. De acordo com Nasser (1997, p. 8) deve-se "d*ar ao professor elementos que possibilitem mudanças em sua atuação didática e onde o aluno seja o agente da construção de seu conhecimento".*

Com os conteúdos da Geometria, o educador e o educando juntos, podem construir o conceito de área de uma figura geométrica, aproveitando o que se já conhece.

Em nossa pesquisa, que tem como base de estudo a Geometria, utilizaremos o Geoplano Virtual como um elemento mediador para a construção de conceito de área dos principais quadriláteros, visando permitir uma melhor materialização para os discentes e, principalmente, a importância da interação entre alunos, aluno e professor e entre os alunos e o computador. Princípios estes defendidos por Vygotsky e que, segundo MOYSÉS (1997):

> *"A atividade compartilhada ativa o desenvolvimento cognitivo e favorece a aquisição do conhecimento. No entanto, não é qualquer tipo de situação interpessoal que permite que essa formação se dê".* (p. 57)

Já MATUÍ (1995) nos diz:

> *"O próprio indivíduo constrói o seu conhecimento a partir de experiências anteriores; Essa construção de conhecimentos implica também em reconstruções, na medida em que as estruturas mentais se desenvolvem, isto é, o conhecimento que um indivíduo tem de determinado objeto modifica-se e torna-se mais próximo da realidade; A construção do conhecimento se faz num processo de interação do sujeito com o mundo, consistindo, portanto, numa relação recíproca de ação do sujeito sobre o mundo e do mundo sobre ele; O indivíduo vai organizando esses conhecimentos de modo a construir um conceito novo e ampliar um anteriormente construído". (p. 23)*

A Metodologia utilizada foi a pesquisa qualitativa, buscando entender um fenômeno específico em profundidade. Ao invés de estatísticas, regras e outras generalizações, a qualitativa trabalha com descrições, comparações e interpretações.

O Trabalho de Conclusão de Curso que ora apresentamos, está constituído de três capítulos. No primeiro fazemos um levantamento do referencial teórico e metodológico. Já no segundo capítulo demos um aporte histórico sobre o cálculo de área e no terceiro e, no último capítulo, discutimos como trabalhar com o Geoplano Virtual e como realizar o cálculo dos quadriláteros fundamentais. E, finalmente, fazemos as considerações finais do trabalho onde apresentamos algumas sugestões.

I – PARA UM INÍCIO DE CONVERSA

A Matemática é vista de forma assustadora por grande parte dos alunos, e por nossa sociedade, devido aos métodos de ensino e de aprendizagem utilizados em sala de aula. A linguagem matemática, comumente usada, é tão afastada da realidade que não é de espantar serem poucos os que, satisfatoriamente, conseguem dominá-la. É neste distanciamento, entre a realidade e a Matemática na sala de aula que caminham os alunos por longos anos, quando não desistem pelo meio da trajetória.

Particularmente, a Geometria é um tópico da Matemática que, em algumas escolas, ainda hoje, fica em segundo plano, sendo apresentada aos alunos quando a carga horária permite, porque parece não ser considerada como vital ao desenvolvimento e conhecimento do aluno, e, desta forma, nem sempre é desenvolvida durante o ano letivo como deveria ser, não permitindo ao estudante o desenvolvimento da visão e raciocínio geométricos.

Em geral quando ministrada é, muitas vezes, dada de forma inadequada devido à pressa do educador em desenvolver o conteúdo programático. Fato este que leva ao surgimento de dúvidas pelo educando, pois o professor apenas reproduz o conhecimento apresentado nos livros didáticos, não possibilitando ao estudante a construção dos seus próprios conceitos, de forma prazerosa e explorando a beleza que é inerente à Geometria.

É muito importante que o professor utilize diferentes método que propiciem a construção do conhecimento de forma mais agradável. Para tanto, os objetivos escolares devem ser reformulados, os conteúdos revistos e as metodologias de ensino devem se adequar para atender os anseios da sociedade atual, como é aconselhado pelo MEC nos ***Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental – PCN's*** *(BRASIL, 1997)* – que afirmam:

> *Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino da Matemática era aquela em que o professor apresentava o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação e pressupunha que o aluno aprendia pela reprodução. Essa prática de ensino mostrou-se ineficaz, pois a reprodução correta poderia ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir, mas não aprendeu o conteúdo. (p. 39)*

Reconhece-se que reverter este quadro não é uma tarefa fácil e nem pode ser feita isoladamente. É necessário que, além de estabelecer uma boa interação com outros profissionais das diferentes áreas do conhecimento, o professor esteja calçado em teorias e concepções que facilitem a aprendizagem de seus alunos. Segundo COLL (1997):

> *"Assim, parece que precisamos de teorias que forneçam instrumentos de análise e reflexão sobre a prática, sobre como se aprende e como se ensina". (p. 12)*

Porém, os PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL (ibdem, 1998), nos dizem que:

> *"A Matemática é uma ciência viva, não apenas no cotidiano dos cidadãos, mas também nas universidades e centros de pesquisas, onde se verifica, hoje, uma impressionante produção de novos conhecimentos que, a par de seu valor intrínseco, de natureza lógica, têm sido instrumentos úteis na solução de problemas científicos e tecnológicos da maior importância". (p. 24)*

Entende-se que para que haja aprendizagem, o professor deve criar um ambiente de trabalho que estimule seus alunos a interagir, criar, rever, comparar, perguntar e discutir idéias. Assim, os conteúdos matemáticos passam a ter significado e sentido para quem aprende, e os objetivos das atividades se tornam claros, assim como as condições de realização de determinada atividade. Segundo COLL (1997):

> *"Trata-se de que os alunos não apenas conheçam os propósitos que norteiam uma atividade, mas que os tornem seus, que participem do planejamento dessa atividade, de sua realização e de seus resultados de forma ativa, o que não supõe unicamente que façam, que atuem e que realizem: também exige que compreendam o que estão fazendo, que se responsabilizem por isso, que disponham de critérios para avaliar e modificar isso se for necessário". (p. 51)*

O interesse e a necessidade de calcular a área de uma figura geométrica plana já são muito antigos. No Egito antigo, o imposto era cobrado proporcionalmente à extensão de terra cultivada, isto motivou os matemáticos da época a se dedicarem ao cálculo das áreas das figuras geométricas.

Em nossos dias, o cálculo da área de uma superfície é usado, por exemplo, para saber o tamanho da casa que se pretende comprar, adquirir a quantidade de piso necessário para se revestir os cômodos de uma casa e, além disso, todo o orçamento ao construir uma casa é calculado em vista do número em metros quadrados (m²) de construção. Assim, o estudo da área de uma figura geométrica plana é de grande importância para nossa realidade.

O trabalho em Geometria deve proporcionar aos alunos atividades em que possam recortar, dobrar, medir, comparar, classificar, desenhar à mão livre ou com instrumentos, acompanhar demonstrações simples e compreender o seu vocabulário específico. Para isso, o trabalho deverá partir de situações práticas e de observações necessárias para que os alunos possam estabelecer relações e chegar, de forma gradativa, às suas próprias conclusões. Compete ao professor programar atividades de forma a motivar o estudante para a aprendizagem. IMENES (1991) descreve que:

> *"Hoje não é importante fazer cálculos imensos com lápis e papel. As máquinas podem fazê-lo por nós. O importante é preparar-se para tomar decisões, pensar globalmente, compreender linguagens variadas, raciocinar de forma criativa, tudo o que as máquinas não fazem por nós". (p. 3)*

Por sua forma e utilização o geoplano tem uma forte ligação com o lúdico o que pode ser muito influente no método de ensino das áreas das figuras planas. De acordo com DOHME (2003):

> *"[...] existem características atribuídas às atividades lúdicas comuns a todas as suas aplicações e são elas: Participação ativa do aluno no processo de ensino – aprendizagem; Diversidade de objetivos permitindo o atendimento de uma ampla gama de características individuais e desenvolvimento de habilidades em diversas áreas; Exercício do aprender fazendo; Aumento da motivação em participar "(p. 111)*

Acredita-se que o professor, lançando mão de recursos extras como a tecnologia da informação, por exemplo, possa auxiliar o estudante na compreensão de determinados conteúdos, pois o uso de software permite uma melhor visualização do conceito matemático na mente do educando.

Quando o aluno tem a oportunidade de manipular objetos concretos, como é o caso do computador, e assim obter informações necessárias para seu conhecimento, ele sente-se seguro e ao mesmo tempo desafiado, o que facilita a aprendizagem. O computador permite maior interação entre educador&aluno e aluno&aluno.

Segundo HAIDT (1994), isto é uma das consequências pedagógicas da teoria de PIAGET (ANO):

> *"Proporcionar aos alunos situações nas quais tenham a possibilidade de manipular objetos concretos, aplicando seus esquemas mentais às situações reais (tendo em vista uma maior compreensão da realidade) e exercitando as operações concretas. Portanto, para tornar a aprendizagem mais significativa, recomenda-se a manipulação de objetos concretos na solução de problemas". (p. 49)*

Um ponto marcante é o fato do discente não ser um mero receptador das informações passadas pelo docente. Cabe ao educador incentivar o estudante a se interessar pelo assunto, para que ele possa ouvir, refletir e questionar sem medo de errar.

As atividades lúdicas podem induzir o aluno a pesquisar, experimentar, desenvolver suas habilidades e perceber suas limitações. Cabe ao professor a utilização no momento exato destes instrumentos, o que será recebido de forma prazerosa e ainda, o educador sendo visto de outra maneira pelos educandos conforme descreve DOHME (2003):

> *Normalmente utiliza-se o lúdico porque dá prazer e, por isso, é bem recebido pela criança. Esta situação pode dar uma sensação de estar em oposição a uma situação séria, de aprendizado. Mas, pelo contrário, a situação de dar prazer e alegria colabora com o processo educacional porque coloca o aluno em uma situação de boa receptividade; ele está fazendo algo que gosta, se dispersa menos e concentra-se para aproveitar ao máximo estes momentos. O aluno passa a ver o adulto (professor) de uma forma mais próxima, não é o adulto que espera dele um comportamento sério que o faça compreender as 'coisas difíceis' que eles estão ensinando. Mas é o*

> *adulto que de forma leve e alegre entra "no mundo da criança" para transmitir aquilo que sabe. (p. 114)*

Através da utilização destes métodos os alunos serão motivados a raciocinar sem fugir do seu universo, conforme a orientação de DOHME (2003):

> *Deve-se, em primeiro lugar, aceitar a natureza viva da criança: sua predisposição ao movimento, ao riso, à fantasia, à espontaneidade. Assim, as atividades lúdicas não aparecem simplesmente como algo que vai agradar às crianças, mas como algo que vai aumentar a sua motivação em participar, consequentemente, que vai aumentar a sua capacidade de assimilação, o seu aproveitamento. (p. 120)*

O software Geoplano Digital pode ter sua contribuição quando tratamos de um olhar lúdico e, também, serve como uma válvula de escape dos métodos tradicionais utilizados com o apoio de livros e cadernos, servindo como elemento mediador do ensino e da aprendizagem, o que é defendido e acordo com a Teoria de Vygotsky, apud Oliveira (1997, p. 33), quando afirma que o *uso de mediadores aumentou a capacidade de atenção e de memória e, sobretudo, permitiu maior controle voluntário do sujeito sobre sua atividade."*

MACHADO (2008), em seus artigos, reforça a ideia da utilidade do geoplano:

> *Geoplano: é um recurso didático-pedagógico dinâmico e manipulativo (construir, movimentar e desfazer). Contribui para explorar problemas geométricos e algébricos, possibilitando a aferição de conjecturas e podendo-se registrar o trabalho ou reproduzi-lo em papel quadriculado. Além disso, o geoplano facilita o desenvolvimento das habilidades de exploração espacial, comparação, relação, discriminação, sequência, envolvendo conceitos de frações e suas operações, simetria, reflexão, rotação e translação, perímetro, área. O geoplano é um meio, uma ajuda didática, que oferece um apoio à representação mental e uma etapa para o caminho da abstração, proporcionando uma experiência geométrica e algébrica aos estudantes. (p. 1)*

Ainda em seus relatos, Machado dá ênfase à relação do geoplano com a representação geométrica dos números, à associação entre Geometria e a Aritmética, representada pelos pitagóricos.

Em seu livro Oliveira (1997, p. 33) relata que *"a mediação é um processo essencial para tornar possíveis atividades psicológicas voluntárias, intencionais, controladas pelo próprio indivíduo".* Já Vygotsky, apud Oliveira, (p. 26), afirma que *é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação; a relação deixa então de ser direta e passa a ser mediada por esse elemento.*

MOREIRA (1999), ao escrever sobre as fases do desenvolvimento mental consoante as ideias de Piaget comenta sobre a capacidade de assimilação das crianças no período operacional-concreto, que se inicia aos 07 e pode se estender até os 12 anos. Nessa fase existe uma grande importância na introdução de elementos concretos como mediadores podendo-se observar que:

> *Durante este período, a criança ganha precisão no contraste e comparação de objetos reais e torna-se capaz, por exemplo, de predizer qual o recipiente que contém mais água. [...] Ela não é ainda capaz de operar com hipóteses, com as quais poderia raciocinar independentemente de saber se são falsas ou verdadeiras. A criança recorre a objetos e acontecimentos concretos, presentes no momento. Somente de maneira limitada é que seu sistema operacional-concreto a leva em direção ao ausente. Para antecipar o ausente ela tem que partir do concreto, contrariamente ao que ocorre no período seguinte, quando o real é percebido como um caso particular do possível (p. 98)*

Olhando pelo ponto de vista construtivista, entende-se que os conhecimentos matemáticos não devem ser abordados partindo de uma definição, mas sim de um problema ou de uma situação. Os alunos têm que interpretar e estruturar os problemas propostos, comparando diferentes caminhos e desenvolvendo estratégias para obter a solução. Neste caso, a resposta correta deixa de ser o alvo principal, o método de resolução torna-se o mais importante.

Quando o processo de ensino e de aprendizagem acontece desta forma, o aluno sente-se capaz, motivado e interessado. Ele utiliza seus conhecimentos anteriores e através de algumas transferências e retificações estabelecem uma relação com o novo conteúdo.

Segundo Piaget *"o ensino deve ser acompanhado de ações e demonstrações e, sempre que possível, deve dar aos alunos a oportunidade de agir (trabalho prático)."* (apud MOREIRA).

Para KUBLI (1999), apud MOREIRA:

> *[...] estas ações e demonstrações devem estar sempre integradas à argumentação, ao discurso, do professor. Seria uma ilusão acreditar que ações e demonstrações, mesmo realizadas pelos alunos, têm em si mesmas o poder de produzir conhecimento: elas podem gerá-lo somente na medida em que estiverem integradas à argumentação do professor. (p.104)*

Piaget sugere que se deve procurar sempre outros caminhos para atingir o ápice em relação à introdução do conhecimento devido às variadas formas de interpretação dos assuntos abordados, observadas dentro da sala de aula. Para Vygotsky, em sua teoria, a ideia do uso de instrumentos como elementos facilitadores no desenvolvimento humano, pode ser refletido no ambiente escolar.

OLIVEIRA (1997) concorda com este pensamento quando escreve:

> *O instrumento é um elemento interposto entre o trabalhador e o objeto de seu trabalho, ampliando as possibilidades de transformação da natureza. [...] O instrumento é feito ou buscado especialmente para um certo objetivo. Ele carrega consigo, portanto, a função para a qual foi criado e o modo de utilização desenvolvido durante a história do trabalho coletivo. É, pois, um objeto social e mediador da relação entre o indivíduo e o mundo. (p. 29)*

Devemos destacar também que o uso do geoplano possibilita desenvolver a capacidade de interação dos alunos, observando-se o desenvolvimento individual e coletivo, incentivando, assim, o apoio de uns aos outros.

É interessante que os educadores estabeleçam uma interação concreta com os alunos, inserindo atividades significativas, possibilitando a participação do aluno, criando um clima de confiança e introduzindo modificações específicas, ou seja, devem atuar na Zona de Desenvolvimento Proximal desses alunos.

Segundo VYGOTSKY (1987):

> *"a Zona de Desenvolvimento Proximal é definida como a distância entre o nível de resolução de uma tarefa que uma pessoa pode alcançar com a ajuda de um colega mais competente ou experiente nessa tarefa." (p.127)*

O incentivo à interação e à introdução de mecanismos que possam despertar o interesse nos alunos é um fator muito importante para que atinja um bom desempenho no processo de ensino e da aprendizagem. OLIVEIRA (1997) enfatiza esta ideia na seguinte passagem:

> *Como na escola o aprendizado é um resultado desejável, é o próprio objetivo do processo escolar, a intervenção é um processo pedagógico privilegiado. O professor tem o papel explícito de interferir na zona de desenvolvimento proximal dos alunos, provocando avanços que não ocorreriam espontaneamente. O único bom ensino, afirma Vygotsky, é aquele que se adianta ao desenvolvimento. Os procedimentos regulares que ocorrem na escola – demonstração, assistência, fornecimento de pistas, instruções – são fundamentais na promoção do bom ensino. Isto é, a criança não tem condições de percorrer, sozinha, o caminho do aprendizado. A intervenção de outras pessoas – que, no caso específico da escola, são o professo e as demais crianças – é fundamental para a promoção do desenvolvimento do indivíduo. (p. 62)*

DEWEY (1936) diz que o indivíduo aprende não só pelos resultados de sua ação individual mas, também, pela combinação com as ações do grupo. Os livros e a conversa em sala de aula não devem ser o único recurso utilizado. É preciso criar atividades em grupos para que os alunos interajam e compreendam o valor da interação social.

Entendemos que para que ocorra mudança será necessário que existam profissionais dispostos para isso, e é importante que o professor de Matemática, além de saber e gostar de Matemática, a disciplina que vai ensinar, seja capaz de adequar o conteúdo a uma situação problema, buscando sempre a aplicabilidade deste à realidade do aluno, tornando assim, os assuntos interessantes e atraentes para que os estudantes sintam prazer e vontade de descobrir algo diferente e de continuar estudando Matemática.

Para tanto, acreditamos que o educador deva mudar sua atitude em sala de aula e acreditar que ele é corresponsável pela formação de uma geração de jovens, levando-os a ter um comprometimento com o mundo e com as pessoas que o cerca e, assim, com uma colaboração para um futuro social mais justo.

II – DIALOGANDO COM A HISTÓRIA

De acordo com os historiadores, a Geometria sempre foi utilizada pela humanidade, desde as antigas civilizações, por exemplo, os egípcios e os mesopotâmicos, na resolução de problemas envolvendo questões agrárias. Quando o homem sentiu a necessidade de estabelecer uma relação entre os conceitos de número, medida, grandeza e forma, percebeu a importância em se criar unidades padrões, como, por exemplo, comparar distâncias e determinar dimensões de corpos que estavam à sua volta. Assim:

> *[...] as primeiras unidades de medida referiam-se direta ou indiretamente ao corpo humano: palmo, pé, passo, braça, cúbito. Por volta de 3500 a.C. – quando na Mesopotâmia e no Egito começaram a ser construídos os primeiros templos – seus projetistas tiveram de encontrar unidades mais uniformes e precisas. Adotaram a longitude das partes do corpo de um único homem (geralmente o rei) e com essas medidas construíram réguas de madeira e metal, ou cordas com nós, que foram as primeiras medidas oficiais de comprimento.* (Dicionário Enciclopédico Conhecer, disponível em *www.somatematica.com.br/geometria.php)*

Durante séculos o homem manteve uma forte ligação entre a Matemática e os fenômenos da natureza. Podemos observar isto na seguinte descrição de BOYER (1974):

> *[...] foi somente no século dezenove que a matemática pura se libertou das limitações sugeridas por observações da natureza. É claro que a matemática originalmente surgiu como parte da vida diária do homem, e se há validade no princípio biológico da 'sobrevivência do mais apto' a persistência da raça humana provavelmente tem relação com o desenvolvimento no homem de conceitos matemáticos. (p. 1)*

O homem, como se sabe, distingue-se dos outros animais devido a sua racionalidade e um dos fatores mais marcantes desta distinção é a linguagem. Vários estudiosos da linguística aplicada afirmam que este fato contribui muito para formação da arte de pensar matematicamente, ou seja, como os conceitos matemáticos estão implícitos, ou explícitos, em situação problema, seja do nosso cotidiano ou não. Tal fato pode ser justificado que, para se chegar ao conceito de números existiram algumas barreiras, pois determinados povos já tinham a sua concepção de quantidade e, segundo BOYER (1974), o desenvolvimento do conceito de número foi um processo contínuo e complexo, já que a maioria das línguas atuais só diferenciavam em "número" singular e plural. Até hoje, muitos povos primitivos contam objetos por meio de grupos de dois.

Os agrimensores egípcios utilizavam fórmulas para calcular áreas de terras para o plantio e volumes de silos para o armazenamento de grãos, pois tinham seu sustento na agricultura desenvolvida às margens do Rio Nilo. As medidas das terras para o plantio eram feitas periodicamente, devido às inundações do Rio Nilo. Para chegarem a essas fórmulas os medidores de terras passaram por um processo interessante, como ilustrado na seguinte história:

> *Os sacerdotes encarregados de arrecadar os impostos sobre a terra provavelmente começaram a calcular a extensão dos campos por meio de um simples golpe de vista. Certo dia, ao observar trabalhadores pavimentando com mosaicos quadrados uma superfície retangular, algum sacerdote deve ter notado que, para conhecer o total de mosaicos, bastava contar os de uma fileira e repetir esse número tantas vezes quantas fileiras houvesse. Assim nasceu a fórmula da área do retângulo: multiplicar a base pela altura. Já para descobrir a área do triângulo, os antigos fiscais seguiram um raciocínio extremamente geométrico. Para acompanhá-lo, basta tomar um quadrado ou um retângulo e dividi-lo em quadradinhos iguais. Suponhamos que o quadrado tenha 9 'casas' e o retângulo 12. Esses números exprimem então a área dessas figuras. Cortando o quadrado em duas partes iguais, segundo a linha diagonal, aparecem dois triângulos, cuja área, naturalmente, é a metade da área do quadrado. Quando deparavam com uma superfície irregular de terra (nem quadrada, nem triangular), os primeiros cartógrafos e agrimensores apelavam para o artifício conhecido como triangulação: começando num ângulo qualquer, traçavam linhas a todos os demais ângulos visíveis do campo, e assim este ficava completamente dividido em porções triangulares, cujas áreas somadas davam a área total. Esse método – em uso até hoje – produzia pequenos erros, quando o terreno não era plano ou possuía*

> *bordos curvos. (Dicionário Enciclopédico Conhecer, disponível em www.somatematica.com.br/geometria.php)*

Já EVES (2004) comenta sobre algumas das ideias egípcias referentes ao cálculo de determinadas medidas de superfície:

> *Assume-se que a área de um círculo é igual a de um quadrado de lado igual a 8/9 do diâmetro e que o volume de um cilindro reto é o produto da área da base pelo comprimento da altura. Investigações recentes parecem mostrar que os egípcios sabiam que a área de um triângulo qualquer é o semi-produto da base pela altura. [...] Em fontes egípcias posteriores usava-se a fórmula incorreta K = (a + c)(b + d)/4 para a área de um quadrilátero arbitrário cujas medidas dos lados sucessivos eram a, b, c, d. (p. 75)*

Ainda no que se refere às fórmulas relativas às áreas das figuras planas, um egípcio chamado Ahmes, postou-se diante de um círculo desenhado com o raio traçado, com o propósito de calcular sua área. Narra a história que Ahmes buscou determinar a área de um quadrado e calcular o número de vezes que essa mesma área caberia na área de um círculo. A partir desse pensamento, comprovou que o quadrado estava contido no círculo maior de 3 vezes e menos de quatro, ou aproximadamente, o que diz-se hoje 3,14. Pode concluir, desta forma, que bastava calcular a área de um quadrado construído sobre o raio e multiplicar a respectiva área por 3,14. (Dicionário Enciclopédico Conhecer, disponível em *www.somatematica.com.br/geometria.php*)

Muitas das informações relativas aos estudos geométricos desenvolvidos pelo povo do Egito podem ser encontradas em documentos que são compostos por exposições de problemas e suas resoluções. O mais importante é o ***"Papiro de Ahmes"***, datado de 1650 a.C., escrito pelo escriturário egípcio chamado Ahmes, em escrita hierática. Este papiro foi encontrado na cidade de Luxor, no Egito, em 1858, pelo egiptólogo inglês Alexandre Henry Rhynd, que por este motivo o periperiaçu também é conhecido como ***"Papiro de Rhind"***. Desde 1865 este documento encontra-se no acervo do Museu Britânico.

Um fato interessante sobre a História da Geometria é que os primeiros passos no seu estudo foram dados com base na hipótese de que a Terra era plana, o que sabemos hoje ser falsa. Mesmo assim, a várias pesquisas que foram realizadas com base nessa crença tem validade até os dias de hoje, o que não impediu o seu desenvolvimento.

Os registros do conhecimento geométricos dos babilônicos nos remetem ao período de 2000 a.C. a 1600 a.C., e segundo EVES (2004), “as regras básicas do retângulo, da área do triângulo retângulo e do triângulo isósceles, da área de um trapézio retângulo, do volume de um paralelepípedo reto-retângulo, do volume de um prisma reto de base trapezoidal”.

De acordo com BOYER (1974):

> *Até alguns anos atrás costumava-se dizer que os babilônicos eram melhores que os egípcios na álgebra mas que tinham contribuído menos na geometria. [...] No vale mesopotâmio a área do círculo era achada em geral tomando três vezes o quadrado do raio, e em precisão isso é bem inferior à medida egípcia. [...] Em 1936 um grupo de tabletas matemáticas foi desenterrado em Susa, a uns trezentos quilômetros da Babilônia, e essas incluem resultados geométricos significativos. Seguindo o gosto mesopotâmico de fazer tabletas e listas, uma tableta do grupo de Susa compara as áreas e os quadrados dos lados de polígonos regulares de três, quatro, cinco e seis lados. [...] a tableta de Susa é um bom exemplo de comparação sistemática de figuras geométricas. Fica-se quase tentado a ver nela a genuína origem da geometria, mas é importante notar que não era tanto o contexto geométrico que interessava aos babilônios quanto as aproximações numéricas que usavam na mensuração. A geometria para eles não era uma disciplina matemática no nosso sentido, mas uma espécie de álgebra ou aritmética aplicada em que números são ligados a figuras. (p. 28)*

Tanto na geometria egípcia, quanto na geometria algebrizada dos babilônios, percebe-se uma atenção voltada para medidas. Portanto, havia um problema, não tinham clareza quanto à diferença entre exatidão e aproximação de medidas. Em BOYER (1974 29) podemos observar que para achar a área do quadrilátero precisava tomar o produto das médias aritméticas dos pares opostos, sem que contudo avisasse que isso não passava de uma aproximação grosseira.

De acordo com os estudiosos da História da Matemática, os gregos começaram a se destacar no desenvolvimento da Geometria devido ao interesse do matemático e filosofo Tales de Mileto (624 a.C., 558 a.C.), criador da Escola Jônica, em discutir os conceitos matemáticos desenvolvidos por outras culturas.

> *[...] os egípcios eram capazes de executarem cálculos e medidas de dimensionamento da terra e através destes conhecimentos assimilaram seus princípios empíricos, procurando encontrar demonstrações dedutivas rigorosas das leis acerca do espaço. A este conhecimento os gregos deram o nome de GEOMETRIA (http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/material/112008-08-23-19-21-16.pdf)*

Uma curiosidade dos estudos dos matemáticos gregos é sobre o número Pi (π), que tem esse nome por ser tirado da primeira letra da palavra grega ***peripheria*** que significa circunferência. Outro fato a destacar é que Pitágoras de Samos (570 a.C., 496 a.C.), discípulo de Tales de Mileto, considerado o *"Pai da Matemática"*, foi o criador da palavra Matemática, *Mathematike*, em grego, onde *Mathema – significa "a arte de pensar" e tike* - *que é "técnica",* portanto ***"Matemática é a técnica da arte de pensar",*** ou seja, foi o primeiro a concebê-la como um sistema de pensamento, fulcrado em provas dedutivas.

> *Por volta de 500 a.C., as primeiras universidades eram fundadas na Grécia. Tales e seu discípulo Pitágoras coligiram todo o conhecimento do Egito, da Etúrria, da Babilônia, e mesmo da Índia, para desenvolvê-los e aplicá-los à matemática, navegação e religião. A curiosidade crescia e os livros sobre Geometria eram muito procurados. Um compasso logo substituiu a corda e a estaca para traçar círculos, e o novo instrumento foi incorporado ao arsenal dos geômetras. O conhecimento do Universo aumentava com rapidez e a escola pitagórica chegou a afirmar que a Terra era esférica, e não plana. Surgiram novas construções geométricas, e suas áreas e perímetros eram agora fáceis de calcular. (http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/material/112008-08-23-19-21-16.pdf)*

Os estudos pitagóricos promoviam uma forte relação entre a Geometria e a Aritmética que é relatada por EVES (2004), que mostra a discordância entre os historiadores matemáticos em atribuir a Pitágoras os números amigáveis e perfeitos. No entanto, concordam para o fato de que os números figurados surgiram com os mais antigos da escola.

KEPLER apud BOYER (1974) afirma que os dois grandes feitos da geometria são o teorema de Pitágoras e a divisão de um segmento em média e extrema razão. Outro diferencial na Matemática grega, segundo BOYER (1974), é que ao contrário dos babilônicos e egípcios, havia uma grande dedicação no ponto de vista intelectual. Para os gregos, a matemática estava mais voltada para a filosofia do que para os negócios.

A Geometria chega ao seu apogeu com o matemático Euclides de Alexandria (360 a.C., 295 a.C.), considerado por muitos como o *"Pai da Geometria"*, quando escreve o livro ***"Os Elementos".*** Um compêndio de 13 volumes dedicados ao fundamento e desenvolvimento lógico e sistemático da Matemática, onde foram enunciados os principais axiomas, postulados e teoremas da Matemática. Segundo BOYER (1974):

> *Os Elementos de Euclides superaram de tanto seus competidores que foram os únicos a sobreviver. Não eram, como se pensa às vezes, um compêndio de todo o conhecimento geométrico; ao contrário, trata-se de um texto introduzido cobrindo toda a matemática elementar – isto é, aritmética (no sentido de "teoria dos números"), geometria sintética (de pontos, retas, círculos e esferas), e álgebra (não no sentido simbólico moderno, mas um equivalente em roupagem geométrica). (p. 76)*

Após a morte de Euclides, o matemático Arquimedes de Siracusa (287-212 a.C.) contribuiu com a coleção "Os Elementos" ao publicar sua obra sobre os círculos, as esferas e os cilindros. Outra colaboração está com Apolônio ao apresentar seus estudos envolvendo as cônicas. Este período da Matemática é denominado período áureo da Matemática.

A queda da soberania dos estudos matemáticos gregos, após oito séculos de permanência no mundo, inicia com o absolutismo da civilização romana que tinha seus interesses voltados para a conquista militar, administração civil e o enriquecimento.

Durante o mandato do império romano, a Matemática que vem a tona é a das civilizações da China e da Índia. Algumas das informações referentes à China são imprecisas, mas Chou Pei Suang Ching é considerado o mais antigo dos seus matemáticos. Com relação à Geometria pode-se perceber algumas semelhanças entre as ideias chinesas e egípcias, o que é enfatizado em BOYER (1974):

> *Nas obras chinesas, como nas egípcias, chama a atenção à justaposição de resultados precisos e imprecisos, primitivos e*

> *elaborados. São usadas regras corretas para as áreas de triângulos, retângulos e trapézios. A área do círculo era calculada tomando três quartos do quadrado sobre o diâmetro ou um doze avos do quadrado da circunferência – resultado correto caso se adote o valor três para π. (p. 144)*

Se não fossem as barreiras encontradas pela divulgação da cultura chinesa, acredita-se que o desenvolvimento da Matemática seguiria outro rumo em consequência das notáveis antecipações dos métodos modernos atribuídos a este povo. Em BOYER (1974) encontramos o seguinte relato:

> *"Em 213 a.C., o Imperador da China mandou queimar livros. Algumas obras evidentemente escaparam, seja pela persistência de cópias seja por transmissão oral; e o aprendizado de fato continuou com ênfase, quanto à matemática, em problemas de comércio e calendário." (pp. 144-145)*

A Índia contribuiu para o desenvolvimento do sistema de notação para os inteiros. Outra grande contribuição deste país foi introduzir um equivalente da função seno na trigonometria para substituir a tabela grega de cordas (BOYER, 1974).

Outra cultura divulgada neste período é a árabe e a hindu. Graça a esses povos temos o nosso sistema de numeração, que é conhecido como ***indo-arábico***. Os árabes, no início não tinham interesses intelectuais, mas, assim como os gregos, tinham uma grande vontade de absorver e desenvolver a cultura dos povos por eles conquistados.

A esse respeito BOYER (1974) diz que:

> *"O 'milagre árabe' não está tanto na rapidez com que surgiu o império político como no entusiasmo com que, uma vez despertado seu gosto, os árabes absorveram a cultura de seus vizinhos". (p. 168)*
>
> *(1) uma aritmética, derivada presumivelmente da Índia e baseada no princípio posicional; (2) uma álgebra que, embora viesse de fontes gregas, hindus e babilônicas, tomou nas mãos dos muçulmanos uma forma caracteristicamente nova e sistemática; (3) uma trigonometria cuja substância vinha principalmente da Grécia, mas à qual os árabes aplicaram a forma Hindu e acrescentaram novas funções e fórmulas; (4)*

> *uma geometria que vinha da Grécia, mas para a qual os árabes contribuíram com generalizações aqui e ali. (pp. 174-175)*

Mesmo passando por todas essas intempéries, a Geometria Euclidiana permanece inalterada por, aproximadamente, 20 séculos. No início do século XX, o matemático russo Nicolai Ivanovich Lobachevsky (nasc., morte), por muitos denominado o *"Copérnico da Geometria"*, desenvolve novos estudos em Geometria ao questionar o quinto postulado da Geometria Euclidiana, popularmente conhecido como postulado das paralelas. Sob este olhar, quando KASNER (1976, p. 135) diz que *"por um ponto de um plano, pode-se traçar uma, e apenas uma, linha paralela à outra linha dada",* se faz necessário desenvolvê-la em uma superfície não-plana. Todos esses questionamentos culminaram nos estudos de um novo ramo da Geometria, atualmente denominada Geometrias Não-Euclidianas.

Após este breve relato histórico, nos é possível concluir que o estudo da Geometria está presente em várias faces da evolução da nossa humanidade.

III – O GEOPLANO DIGITAL E SUA APLICAÇÃO NA SALA DE AULA

O mundo atualmente nos exige, cada vez mais, conhecimentos tecnológicos. Neste sentido, a escola deve estar preparada para proporcionar meios para que seus alunos possam ser inseridos nesse contexto. Assim, as metodologias aplicadas à educação devem estar aptas a preparar os educandos em desenvolver suas competências e habilidades, visando as necessidades do presente século. Portanto, a educação atual deve tornar os alunos em seres humanos com mais *"sociabilização, flexibilidade, a criatividade, responsabilidade, informação, comunicação e tecnologia"* (MUSSAK, 2003, p. 49).

Em reuniões pedagógicas e conselhos de classes nas escolas, sempre ouvimos dizer que nossos alunos estão dispostos a aprender tudo o que lhes é oferecido. Neste sentido, cabe a escola proporcionar a maior e mais variada gama de conhecimento aos estudantes, para que tenham todas as condições necessárias e suficientes para a inclusão social e no mercado de trabalho aconteça de forma digna.

VALENTE (1999) adverte que o educador deve apropriar-se de conhecimentos, os mais variados possíveis, bem como o uso de ferramentas tecnológicas, para levar os discentes a ter condições de fazer suas escolhas de forma mais apropriada as suas condições e a seu cotidiano. Acreditamos que estas condições possam levar os alunos a estar preparados, ou seja, aptos e competentes, para enfrentar o mundo atual.

Vários autores, dentre eles MORAN (2004), afirmam que o uso da tecnologia, como recurso pedagógico, pode contribuir para o desenvolvimento das habilidades e competências dos alunos nos dias de hoje. Para o autor, o computador no contexto educativo *"permite pesquisar, simular situações, testar conhecimentos específicos, descobrir novos conceitos, lugares e ideias".*

A utilização de tecnologias em sala de aula não apenas promove o conhecimento aos alunos, mas os insere na modernidade. Isto deve ser realizado de forma lúdica, visando à participação e a interação entre eles, despertando habilidades e competências, atitudes, valores, motivando o diálogo. Esta condição vai ao encontro do que afirma NETO (1999) quando diz que o papel da escola é o de democratizar o acesso ao computador, promovendo a inclusão sócio-digital de seus alunos. Devendo ser de maneira prazerosa, pois a arte de brincar com o computador contribui muito para que as crianças aprendam.

Em nossa pesquisa procuramos desenvolver atividades aonde os alunos viessem a utilizar o computador. Em um primeiro momento ficou decidido trabalharmos com o cálculo de áreas dos principais quadriláteros. Para tanto, utilizamos um software livre, e o escolhido foi o Geoplano Virtual.

Segundo FENATO (2002):

> *O computador tem provocado uma revolução na educação por causa de sua capacidade de "ensinar". As possibilidades de implantação de novas técnicas de ensino são praticamente ilimitadas, e contamos, hoje, com um custo financeiro relativamente baixo para implantar laboratórios de informática. É importante ressaltar que, no paradigma instrucionista, o uso do computador na educação consistiria simplesmente na informatização dos meios tradicionais de instrução. No entanto, o computador pode enriquecer ambientes de aprendizagem onde o aluno, interagindo com os objetos desse ambiente, tem chance de construir seu conhecimento.(p.1)*

O Geoplano, segundo BAIRRAL (2005) é:

> *"um material didático que foi desenvolvido pelo matemático e psicólogo egípcio Caleb Gattegno (1911-1988), criador de vários materiais e situações didático-pedagógicas." (p. 30)*

De acordo com BASSO (2003), o computador permite um ensino centralizado no aluno e não no professor, como é o foco do ensino convencional. No entanto, como afirma NETO (2007):

> *"[...] não adianta virtualizar o ensino tradicional. A tecnologia como apoio ao ensino é limitada e até desnecessária. O que se pretende é que a tecnologia seja usada como uma ferramenta para a aprendizagem. A postura pedagógica do professor define qual a utilização será feita". (p. 110)*

Assim, a utilização dos recursos digitais contribui para um melhor ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos e um bom exemplo é o uso de software educativo. Como já citado anteriormente faremos o uso Geoplano Virtual, que foi desenvolvido no Instituto de Tecnologia de Massachussets (MIT), por Seymour Papert, chegando no Brasil sob a responsabilidade do Ambiente de Aprendizagem Baseado em Computador (AABC), desenvolvido no Laboratório de Software Educacional da Universidade Federal de Santa Catarina.

O software Geoplano Digital dispõe de dois tipos de geoplano: o quadricular e o circular. O geoplano quadricular disponível no software é um 12x12, ou seja, doze linhas e doze colunas, em um total de 144 pontos (Figura 1). Já o circular é composto por 4 circunferências concêntricas, onde estão distribuídos 81 pontos.

Para DWYER (apud Gomes, 2002), há dois grupos para este tipo de software. O primeiro é a ser considerado é o algoritmo, onde há o que sabe, aquele que vai elaborar as atividades que serão seguidas pelos alunos para o desenvolvimento da aprendizagem, e aquele que quer aprender. Já o segundo é o heurístico, onde o aluno aprende descobrindo, sem seguir os passos pré-estabelecidos pelo professor. Em ambos os casos o Geoplano Digital servirá como instrumento para que o aluno aprenda através da manipulação dos recursos oferecidos por um ambiente que lhe é tão gratificante, o digital. Outro ponto positivo deste dispositivo é o fácil manuseio e a rapidez com que as figuras ficam prontas, podendo os alunos se expandir sua criatividade com a escolha de cores para colorir as partes internas que são importantes. Além do mais, o software permite a rotação e ampliação/redução dos gráficos.

Sobre o Geoplano, GATTEGNO (apud FIOREZI et al, 2009) descreve:

> *Todos os geoplanos têm indubitável atrativo estético e foram adotados por aqueles professores que os viram ser utilizados. Podem proporcionar experiências geométricas a crianças desde cinco anos, propondo problemas de forma, dimensão, simetria, semelhança, teoria de grupos, geometria projetiva e métrica que servem como fecundos instrumentos de trabalho, qualquer que seja o nível de ensino.(p. 1)*

No segundo passo, fizemos a instalação deste software, sendo primordial que se tenha alojado no computador o JRE e, por ser um Applet, executável em uma página Web, há a necessidade de um browser.

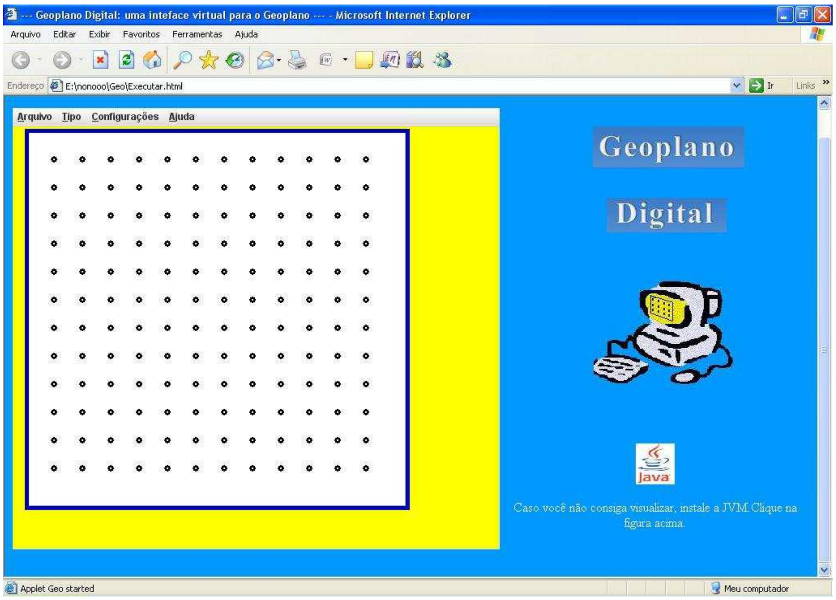


Figura 1 – Tela inicial do Geoplano Digital
Fonte: GRAÇA et al (2009).

Após a instalação e o conhecimento das ferramentas básicas do Geoplano Digital, pedimos que os alunos traçassem vários polígonos. Em seguida discutimos sobre o perímetro das figuras desenhadas. Ao perguntar aos alunos o que é perímetro, a resposta foi dada de como calcular, ou seja, a soma das medidas de seus lados. No sentido de esclarecer esta dúvida dividimos a palavra em duas partes: peri – metro; depois falamos sobre o significado da palavra periferia e concluímos que *peri* é contorno e metro, medida. Assim, *perímetro é a medida do contorno de um polígono* e, para calcularmos devemos somar as medidas dos seus lados.

Dando continuidade em nossa atividade, ficou decidido que a unidade de medida de comprimento é à distância entre os pontos e, assim, nos foi possível determinar o perímetro das várias figuras planas por eles traçadas.

Depois de todas essas discussões, passamos para o cálculo de área das figuras planas. Inicialmente fizemos as perguntas: o que é área de uma figura plana? e como podemos calculá-las? Foram feitas várias colocações e por fim chegamos a conclusão que *área é à medida da superfície de uma região fechada*. No sentido de expandirmos o conceito de área, fizemos uma leitura na geografia e cartografia, onde o termo "área" corresponde à projeção num plano horizontal de uma parte da superfície terrestre. Assim, a superfície de uma montanha poderá ser inclinada, mas a sua área é sempre medida num plano horizontal.

Voltando para o Geoplano Digital, tomamos como unidade de medida de área a superfície do menor quadrado, como mostra a figura 2, e em seguida calculamos á área de algumas figuras traçadas pelos alunos.

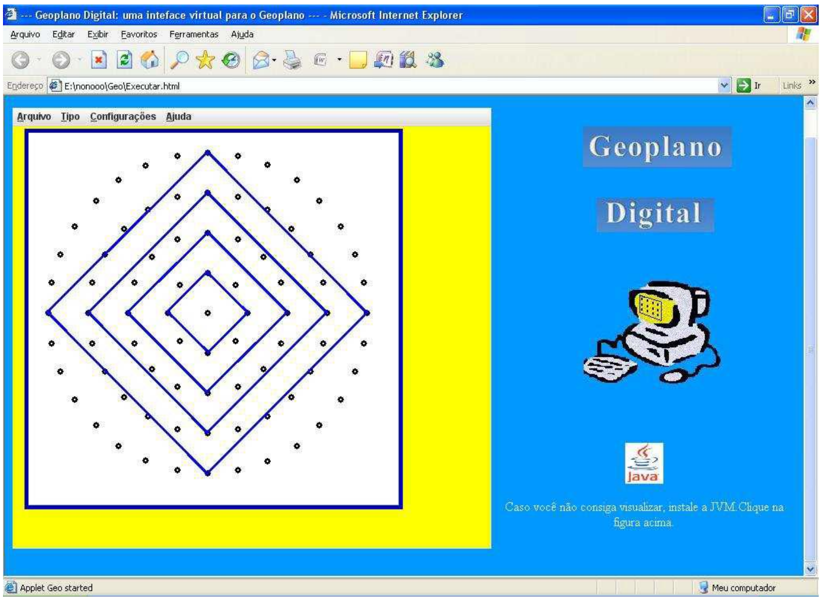
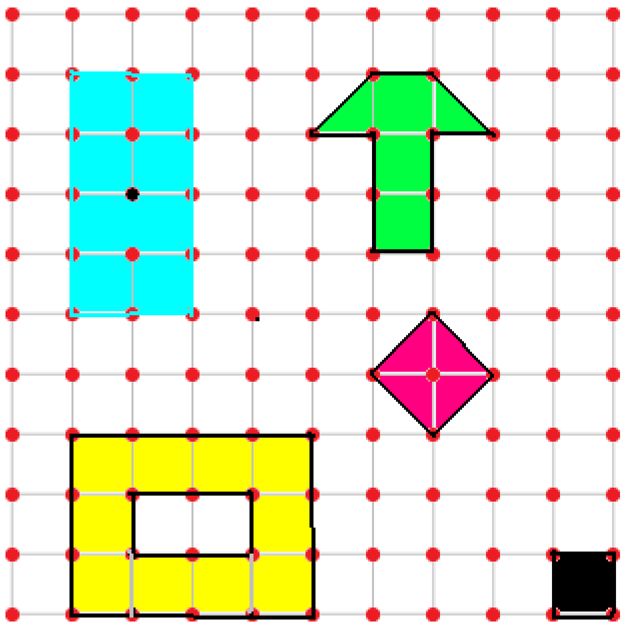


Figura 2 – Uso do Geoplano Digital
Fonte: GRAÇA et al (2009).

3.1 Construindo o Conceito de Área e sua Unidade de Medida

Em nossa sala de aula, para construirmos o conceito de área, tomamos com referência uma folha de papel quadriculado, que no nosso caso, o Geoplano Digital, onde desenhamos as quatro figuras apresentadas abaixo.

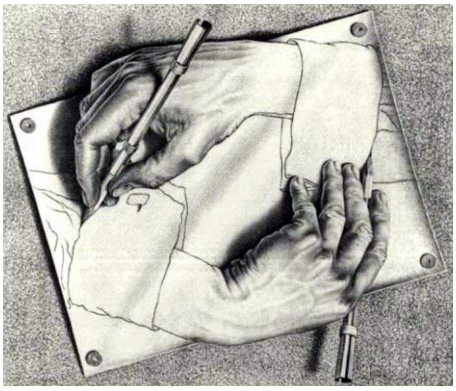


Para determinarmos a medida de área de cada uma dessas figuras, adotamos como unidade padrão de medida de área um dos quadradinhos, em nosso caso, a figura pintada de preto. Assim, a área da figura azul, é de oito quadradinhos. Já a da figura verde, será de 4 quadradinhos, a da figura amarela, de 10 quadradinhos e, por fim, a da figura rosa é de 2 quadradinhos. Vejamos a tabela:

FIGURA	ÁREA (quadradinhos)
azul	8
verde	4
amarela	10
rosa	2

Para concluirmos, vimos que segundo vários autores afirmam que *área de uma figura geométrica plana é o número que expressa a medida da superfície dessa figura numa certa unidade*. E que a *superfície pode ser considerada como a parte visual de um corpo*.

Para ilustrar melhor seu significado, toma-se uma folha de papel e percorrem-se os dedos por ela. Portanto, a superfície desta folha é onde os dedos estão tocando.



Fonte: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/escher/index.html

Os alunos falaram que há quadrados de diferentes tamanhos e, portanto, várias unidades de medida de área. Para sanar esta dúvida falamos da necessidade de termos uma unidade de medida padrão, ou seja, a que deve ser utilizada por todos Sem restrição. Dizemos que a unidade padrão para cálculo de área mais utilizada atualmente é o ***metro quadrado*** **(m^2)**. As outras muito usadas são as medidas agrárias. Assim, esclarecemos que "***um are é*** *equivalente a cem metros quadrados"*; e que seu múltiplo *hectare* equivale a *dez mil metros quadrados*. Ainda comentamos que na área rural há vendas e compras de terras em acre e alqueire. Concluímos que, a medida de áreas mais utilizada atualmente é o metro quadrado (m²), centímetro quadrado (cm²), milímetro quadrado (mm²), quilômetro quadrado (km²), alqueire e hectare.

Portanto, a unidade fundamental, ou seja, unidade padrão, para se medir superfície é o *metro quadrado (m²)* e O *metro quadrado é a medida da superfície de um quadrado de um metro de lado*, como apresentado na figura 5.

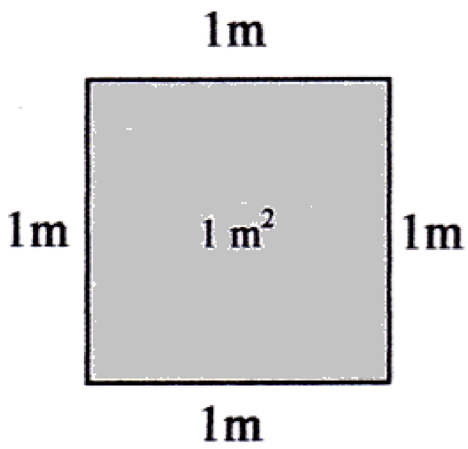


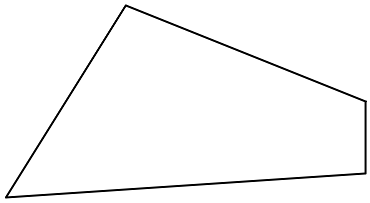
Figura 5

Se considerarmos que, no exemplo das figuras apresentadas acima, a medida do lado de cada quadrado na malha seja 1 metro, as áreas passarão a ter as seguintes medidas:

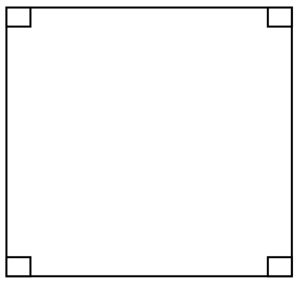
FIGURA	ÁREA (quadradinho)	ÁREA(m^2)
Azul	8	8
Verde	4	4
amarela	10	10
Rosa	2	2

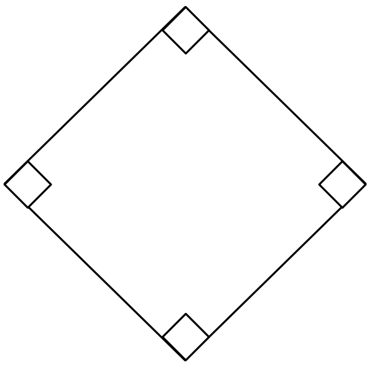
3.2 Os Quadriláteros: como são?

Define-se por quadrilátero o polígono que possui quatro lados, cuja soma dos ângulos internos é 360º, e a soma dos ângulos externos, assim como qualquer outro polígono, é 360º.

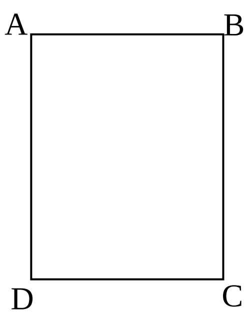


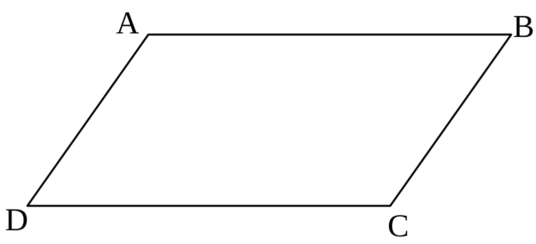
Um fato curioso é que muitos alunos só reconhecem, o quadrado como um quadrilátero. E este, quando rotacionado vira um losango. Os alunos não levam em consideração as características de cada um deles.

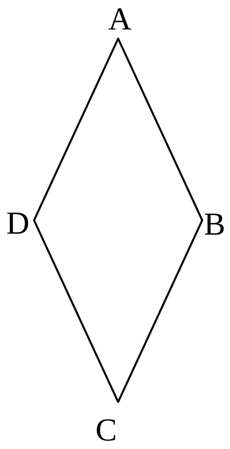


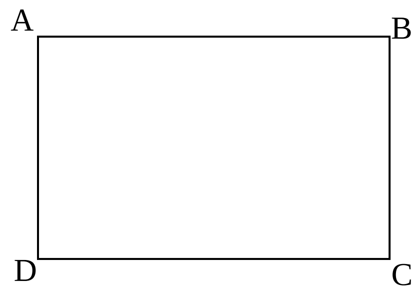


No sentido de eliminar estas dúvidas, se faz necessário que o professor discuta com seus alunos as características de cada quadrilátero. No primeiro momento, propomos realizar uma atividade de reconhecimento dos quadriláteros, pedindo que os alunos façam um quadrado, um retângulo, um paralelogramo e um losango, onde, pelo menos uma, das medidas de seus lados sejam iguais. Como por exemplo, no quadrado, losango, paralelogramo e retângulo consideramos AD = BC = 3 u.m. e no paralelogramo e retângulo, AB= DC = 5 u.m.

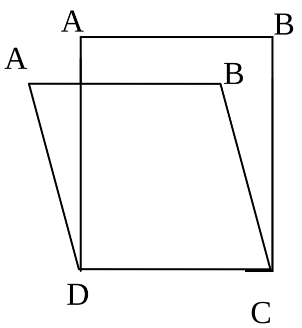


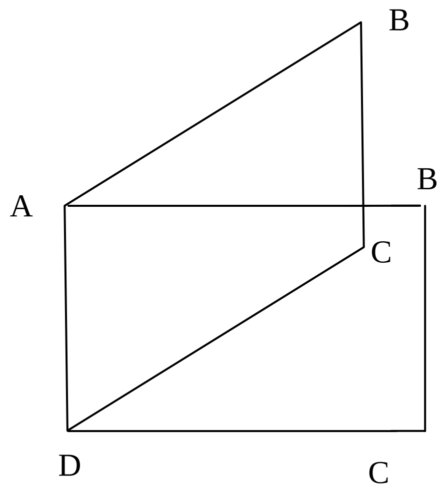






Podemos observar que no momento em que os alunos sobrepuseram as figuras, eles começaram a identificar as características de cada quadrilátero.





Os alunos perceberam que o retângulo e o paralelogramo têm uma das mesmas medidas de seus lados iguais, mas seus ângulos internos são diferentes. Notaram que os ângulos internos do retângulo são todos iguais, isto é, medem 90º, todos ângulos retos. Já o paralelogramo tem ângulos opostos iguais. O mesmo acontecendo para o quadrado e o losango.

Dando prosseguimento a esta discussão, pedimos aos alunos que descrevessem as características de cada um desses quadriláteros. Neste momento ficou claro para eles que um quadrado é um losango, mas, que nem todo losango é um quadrado. O mesmo para o retângulo e o quadrado, bem como o paralelogramo e o retângulo.

Terminando este debate com alunos, pedimos que eles traçassem, em cada um dos quadriláteros as suas diagonais. Concluímos que, para todas as figuras, as diagonais cortam-se ao meio e que no quadrado e losango elas são perpendiculares entre si.

QUADRILÁTERO	LADOS	ÂNGULOS	DIAGONAIS
Quadrado	iguais	retos	iguais e perpendiculares
Retângulo	opostos iguais	retos	iguais
Paralelogramo	opostos iguais	opostos iguais	diferentes
Losango	iguais	opostos iguais	perpendiculares

Então, após interpretar os significados acima, pode-se concluir que todo quadrado é também um retângulo e losango; retângulos e losangos são paralelogramos; e pelas considerações, todo quadrado é paralelogramo. Assim podemos dizer que:

- Todo quadrado é um losango, mas nem todo losango é um quadrado.
- Todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado.
- Todo retângulo é um paralelogramo, mas nem todo paralelogramo é um retângulo.

Com base nessas observações, chegamos a definição de cada um dos quadriláteros:

- **Quadrado** – quadrilátero que possui todos os lados iguais, quatro ângulos iguais e retos, diagonais iguais e perpendiculares entre si.

- **Retângulo** – quadrilátero que possui os lados opostos paralelos e iguais, quatro ângulos retos e diagonais iguais.

- **Paralelogramo** – quadrilátero que tem dois lados opostos paralelos e iguais; e ângulos opostos iguais.

- **Losango** – quadrilátero que tem os quatro lados iguais, ângulos opostos iguais e diagonais perpendiculares entre si.

Após este momento passamos a discutir sobre a existência do Trapézio. Pedimos que os alunos falassem o que é um trapézio. Depois de tantas idas e vindas, desenhamos os três tipos de trapézio e novamente eles passaram a observar as características de cada um deles.

TRAPÉZIO	LADOS	ÂNGULOS	DIAGONAIS
Isósceles	não paralelos iguais	das bases iguais	iguais
Escaleno	diferentes	diferentes	diferentes
Retângulo	diferentes	dois retos	diferentes

Assim, o trapézio é um quadrilátero se pelo menos dois dos seus lados forem paralelos, ou seja, o que possui um par de lados paralelos. No caso de serem exatamente dois os seus lados paralelos, trata-se de um Trapézio propriamente dito.

Considerando todas essas observações e, segundo TINOCO (1999), podemos perceber que a ordem de inclusão dos quadriláteros pode diferir das mais utilizadas em sala de aula e nos livros didáticos. Portanto, nota-se que todas as figuras são trapézios, como apresentado no esquema abaixo:

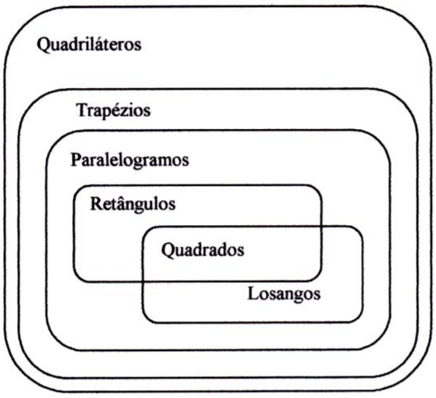


Figura 3

Ainda, dependendo da definição do autor para o trapézio, quando este é considerado como *"um quadrilátero com exatamente um par de lados paralelos"*, o paralelogramo deixa de ser trapézio, assim o diagrama terá a seguinte representação:

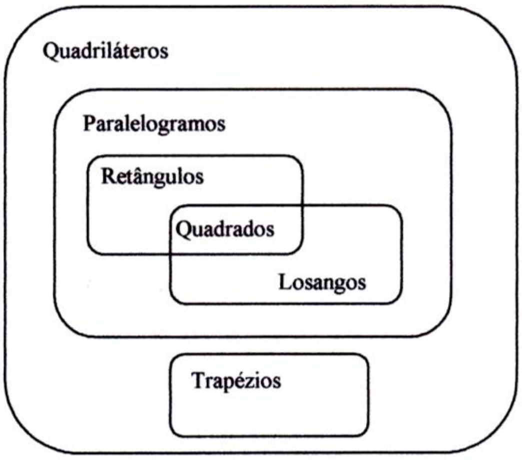


Figura 4

Depois de todas essas considerações, começamos a conversar com os alunos sobre como calcular a medida das áreas desses quadriláteros. Eles foram dizendo as formulas e, aí veio a pergunta: porque a fórmula $A = l^2$ é utilizada para calcular a área de um quadrado? Todos afirmaram que sempre foi assim. Depois de algumas colocações, passamos a ver como essas fórmulas foram determinadas apresentando uma sugestão.

3.2.1 RETÂNGULO

Tomando como base o contexto histórico em que a medida de área é o produto de duas dimensões, temos a área do retângulo como a mais simples e pode ser calculada como sendo o produto entre as medidas do comprimento e da largura, ou seja, **A = b.h**

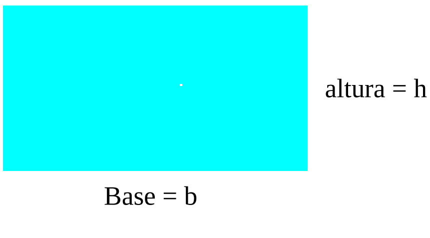


Figura 6

3.2.2 PARALELOGRAMO

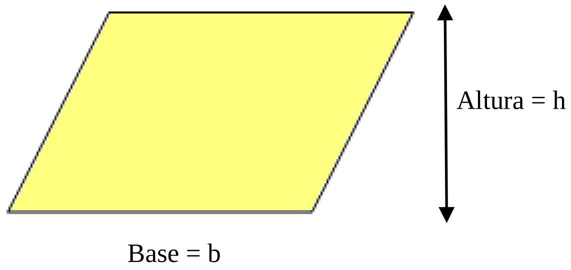


Figura 7

Podemos observar que, ao realizarmos um corte, em uma das extremidades, conforme a figura 7a, obtemos a parte em vermelho. Transferindo-a para a outra extremidade, conforme a figura 7b, o paralelogramo será transformado em um retângulo:

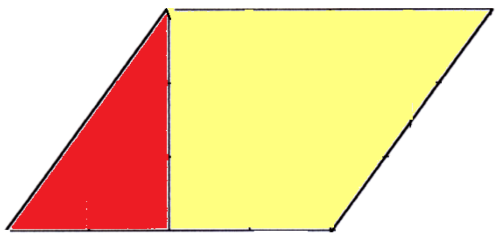


Figura 7a

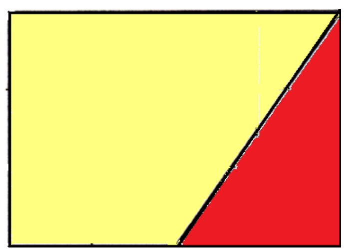


Figura 7b

Assim, a área do paralelogramo é: $\boldsymbol{S = b.h}$

3.2.3 LOSANGO

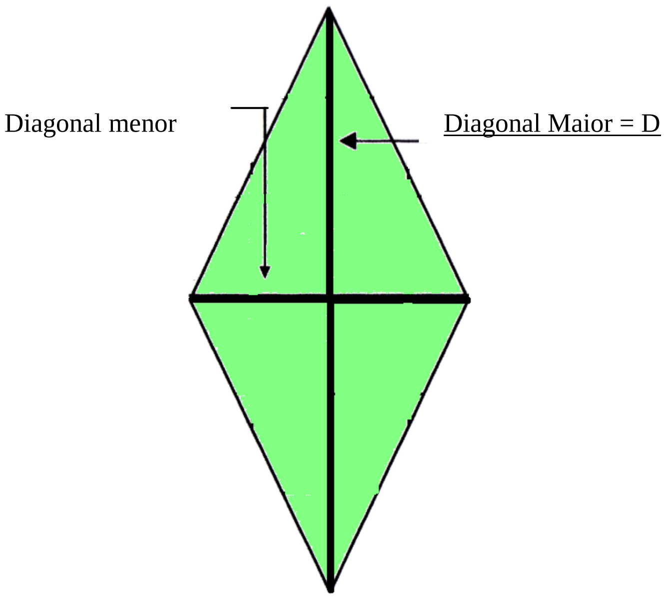


Figura 8

Fazendo um corte na parte superior do losango, como mostra a figura 8a, e fazendo uma translação, obtemos a figura 8b. Assim, construímos um paralelogramo, em que a sua base é a diagonal menor e a altura a metade da diagonal maior.

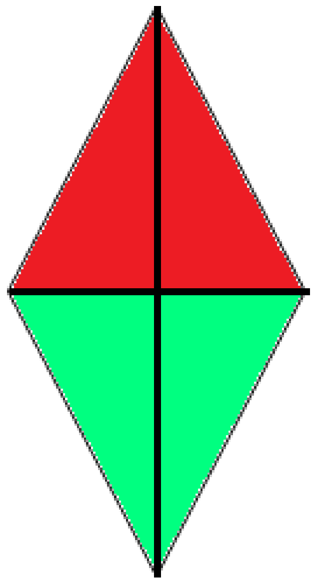


Figura 8a

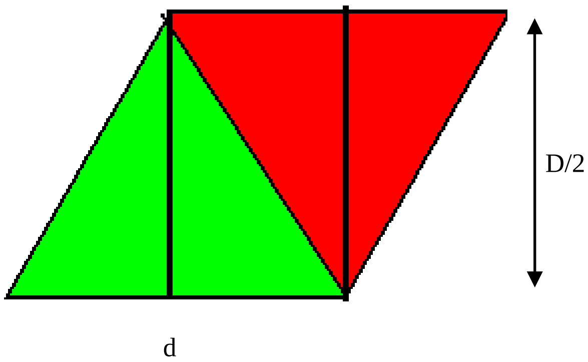


Figura 8b

Portanto, a medida da área do losango é: ***S = d.D/2*** **=** $\frac{D \cdot d}{2}$

3.2.4 QUADRADO

Sendo o quadrado um retângulo equilátero, ou seja, a medida da base é igual a da altura, podemos concluir que: S = b.h $\Rightarrow$ S = L.L $\Rightarrow$ $\boldsymbol{S = L^2}$

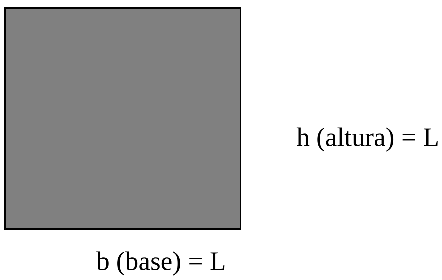


Figura 10

3.2.5 TRAPÉZIO

Para definirmos a fórmula da área do trapézio, devemos traçar a base média do trapézio, formando um novo trapézio, como mostra a figura 11a. Em seguida, aplicando uma rotação e uma translação obtém a figura 11b.

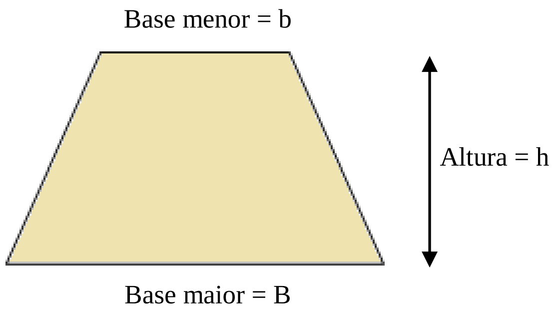


Figura 11

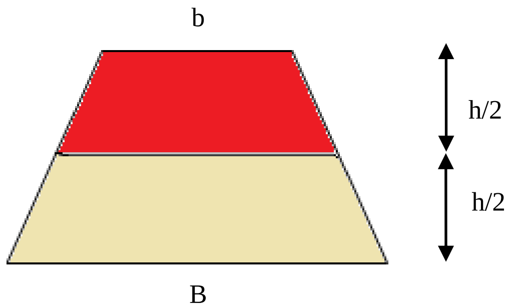


Figura 11a

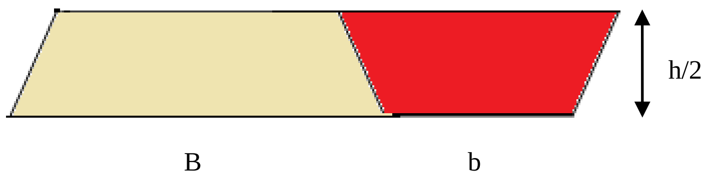


Figura 11b

A nova figura é um paralelogramo de base (B + b) e altura h/2. Logo, a área do trapézio é:

$$S = (B + b).h/2 = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$$

Depois de realizarmos esta etapa, um aluno perguntou: *porque a área de um triângulo é a metade da área do retângulo?* Procurando responder a esta pergunta, procedemos da seguinte maneira:

- traçamos a base média do triangulo e obtemos um novo triângulo como mostra a figura 12a.

- em seguida, ao rotacionarmos e transladarmos este triângulo, formamos a figura 12b.
- a figura final é um paralelogramo de base b e altura h/2.

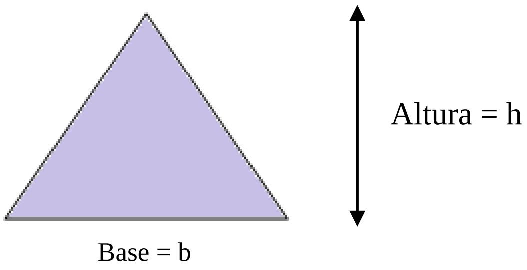


Figura 12

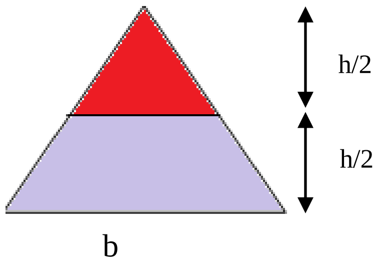


Figura 12a

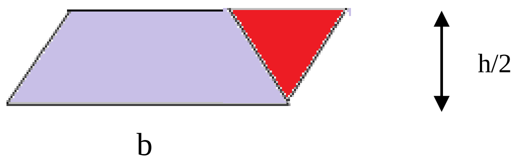


Figura 12b

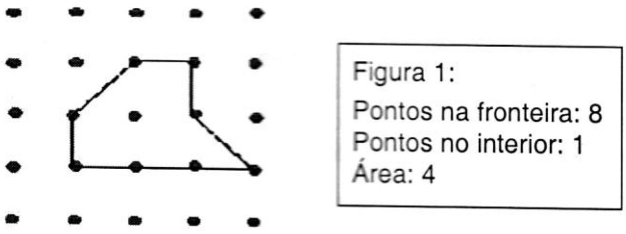
Assim, podemos concluir que a área do triângulo é :

S = b . h/2 ou $\boldsymbol{S = \dfrac{b \cdot h}{2}}$

3.3 O Geoplano e o Cálculo de Áreas: atividade investigativa

O Geoplano Digital, usado como recurso para nossa atividade de investigação, no Ensino Fundamental, pode proporcionar interessantes experiências. Num estágio inicial, normalmente as áreas são calculadas através da simples contagem de “quadradinhos” ou pelas formulas. Aqui, mostraremos que se pode inferir o valor dessa área, a partir da quantidade de pontos existentes no contorno, ou fronteira, e também no interior do polígono.

O primeiro problema pedia que os alunos desenhassem um hexágono em um Geoplano.



Em seguida, contamos a quantidade de pontos internos e no contorno da figura. Constatamos que são 8 pontos em sua fronteira e 1 ponto interno. Através dessa quantidade de pontos determinamos a medida da sua área. Assim:

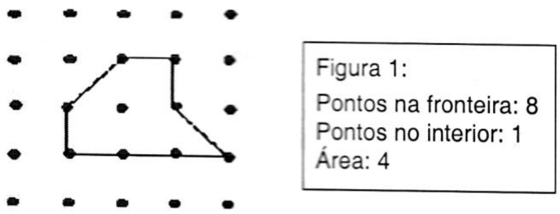
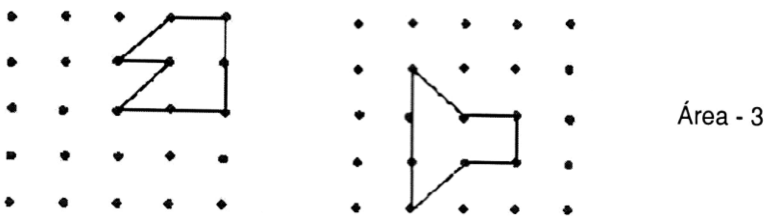


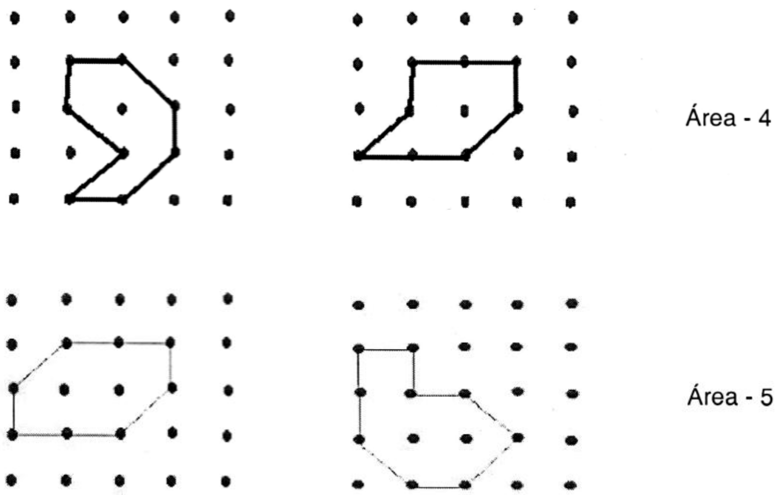
Figura 13

Um aluno perguntou qual a medida da área da figura que ele criou com os oitos pontos, porém não havia pontos internos.



Pode-se observar que, em ambos os casos, a área é de 3 quadradinhos.

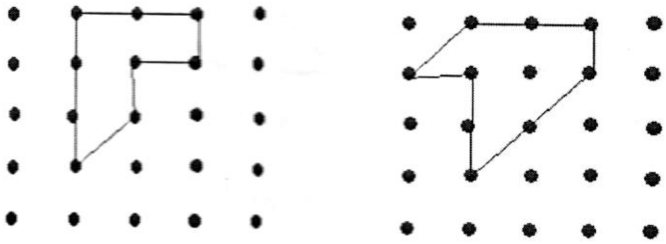
A partir daí, pedimos que os alunos desenhassem figuras com oito pontos de contorno, mas com um ponto interno, depois com dois e assim sucessivamente.



Podemos resumir as nossas conclusões até agora:

8 pontos na fronteira								
Nº de pontos no interior	0	1	2	3	4	5	6	7
Área	3	4	5	6	7	8	9	10

Continuando nossa investigação, agora com 9 pontos na fronteira, encontramos:



Área - 3,5
nenhum ponto interno

Área - 4,5
1 ponto interno

9 pontos na fronteira								
Nº de pontos no interior	0	1	2	3	4	5	6	7
Área	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5

Agora com 10 pontos na fronteira.

10 pontos na fronteira								
Nº de pontos no interior	0	1	2	3	4	5	6	7
Área	4	5	6	7	8	9	10	11

Procurando encontrar um termo geral, perguntamos aos alunos: qual será a área de um polígono com "n" pontos na fronteira e "m" pontos no interior?

Para ajudar, organizamos tabelas:

1 ponto no interior

f	Área
8	4
9	4,5
10	5

$$A = \frac{f}{2} + 0$$

2 pontos no interior

f	Área
8	5
9	5,5
10	6

$$A = \frac{f}{2} + 1$$

3 pontos no interior

f	Área
8	6
9	6,5
10	7

$$A = \frac{f}{2} + 2$$

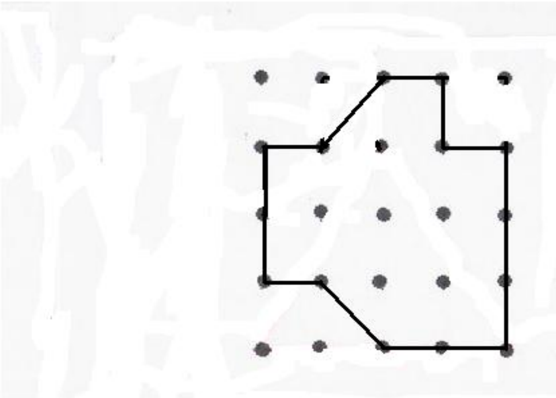
Depois de todas as discussões, concluímos:

$$\text{Área} = \frac{\text{Nº pontos na fronteira}}{2} + \text{nº pontos no interior} - 1$$

No entanto, se designarmos por ***f*** a quantidade de pontos na fronteira (perímetro) e, por ***i*** a quantidade de pontos no interior do polígono encontra-se a fórmula denominada **FÓRMULA DE PICK**:

$$\boxed{S = \frac{f}{2} + i - 1}$$

Depois dessa conclusão pedimos que os alunos desenhassem um polígono com **14 pontos na fronteira e 6 pontos no interior** e perguntamos q**ual a área desse polígono? Após a construção da figura no Geoplano Digital aplicamos a fórmula de Pick.**



$$A = \frac{14}{2} + 6 - 1 = 7 + 5 = 12$$

Procurando aumentar nossa familiaridade com o Geoplano Digital, propomos outras atividades para que os alunos pudessem trabalhar mais ainda com o software. Neste sentido, apresentamos como proposta as atividades elaboradas por ROSATO E SILVA (2012). Desenhamos um triângulo e foi pedido para os alunos ampliar ou reduzir a figura, porém, tenham a preocupação em manter a proporcionalidade das medidas dos lados do triângulo.

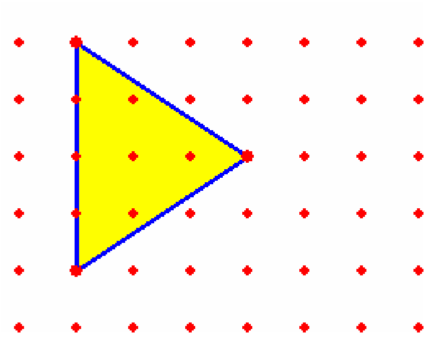


Figura 14

Em seguida apresentamos as atividades:

- ✓ Esta atividade tem como objetivo introduzir os Conceitos Básicos de Geometria:
- Identificar ponto, reta e plano como ideias intuitivas;
- Reconhecer e representar no plano;
- Identificar reta e plano como um conjunto infinito de pontos;

- Verificar, de modo intuitivo, quantas retas passam por um ponto e quantas semirretas passam por um ponto e quantas retas passam por dois pontos distintos;
- Classificação de pontos sobre e fora da reta;
- Identificar retas paralelas e retas concorrentes.

Após o questionamento sobre estes pontos pedimos aos alunos para:

- Representar retas no Geoplano retilíneo;
- Representar as retas no caderno ou numa folha;
- Representar no Geoplano Digital todas as retas que passam por um ponto dado, com cores diferentes;
- Representar no caderno as retas anteriores;
- Verificar que dada uma reta existem pontos que pertencem a reta e pontos que não pertencem a reta.

✓ Nesta atividade o objetivo é Medir Distâncias e mostrar ao aluno a utilidade desse conhecimento no cotidiano:

- Definir a distância de um ponto a outro ponto.
- Definir a distância de ponto a reta.
- É possível determinar a distância entre um ponto e uma reta utilizando o Geoplano, para isso, represente no Geoplano uma reta e tome um ponto fora desta reta. Una este ponto aos diversos pontos da reta com cores diferentes.
- Qual o segmento de menor distância do ponto à reta?
- Represente no papel e faça novamente o mesmo questionamento.
- Formule a definição de distância de ponto à reta.

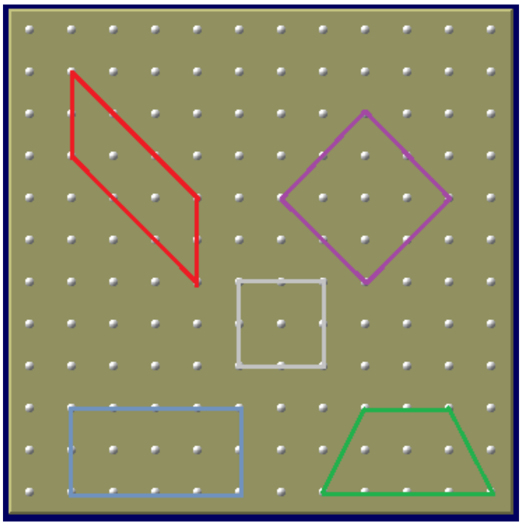
✓ Esta atividade trata dos conceitos sobre Triângulos:

- Identificar e representar triângulos;
- Representar e reconhecer os vértices, os lados e os ângulos;
- Verificar a existência ou não de um triângulo;
- Reconhecer quando três segmentos podem ser lados de um triângulo;

- Estabelecer as relações de desigualdade entre ângulos e lados de um triângulo e classificá-los;
- Desenhem no Geoplano triângulos. Cada um deve registrar no papel o seu.
- Perguntamos se esses três pontos sempre formarão um triângulo?
- Quando isso não ocorrerá?
- Use o Geoplano virtual e represente triângulos isósceles em que o lado diferente mede 3 unidades e a altura mede, 4u, 3u, 2u, 1u. Isto é possível? Justifique.

✓ Nesta atividade tratamos dos conceitos sobre Quadriláteros:

- Definir quadriláteros;
- Definir os quadriláteros notáveis: trapézio, paralelogramo, losango, retângulo e quadrado;
- Reconhecer um retângulo como um paralelogramo de ângulos congruentes;
- Reconhecer um losango como um paralelogramo de lados congruentes;
- Reconhecer um quadrado como um paralelogramo com quatro lados e quatro ângulos congruentes;
- Demonstrar as propriedades das diagonais: no paralelogramo, no retângulo, no losango e no quadrado;
- Relação entre áreas e perímetros das figuras;
- Definir, representar e identificar trapézios.
- Tendo em vista o esquema anterior, classifique cada um dos quadriláteros.



CONCLUSÃO

Entende-se que é tempo de renovar e inovar os conceitos sobre o ensino da Matemática, é hora de deixar de lado aquele antigo pensamento onde a Matemática era vista como algo chato e estático. O conceito que na Matemática tudo já foi descoberto, de que nada pode ser mudado tem de ser substituído pela ideia de que o professor faz a educação acontecer.

Pode-se trocar o enfadonho pelo divertido, o estático pelo dinâmico, basta para isso, aceitar-se que o educador deve exercer seu papel com amor e fazê-lo de forma inovadora sempre que possível, daí a constante busca à prática construtivista.

A utilização da informática, através do software Geoplano Digital, mostrou-se, neste trabalho, um meio eficaz para motivar o aluno à aprendizagem, auxiliando na construção do conhecimento, possibilitando a interação com o computador, fazendo o aluno participar de forma mais ativa.

Quando se aplica prática como a referida nesse trabalho, tem-se muita chance de despertar no aluno um interesse maior pela Matemática, nesse caso, pela Geometria. E fazendo isso, podemos ver nos olhos de cada um o quanto são capazes, basta oferecer-lhes a oportunidade para que demonstrem suas aptidões adormecidas.

Acredita-se que alguns professores, em sua minoria, já tenham ensinado o conceito de áreas de figuras geométricas planas desta maneira. Mas é muito mais simples desenhar no quadro e fazer o aluno aprender ali mesmo. É claro que é possível o entendimento por parte do aluno, mas, se existe uma maneira mais interessante e atraente de ensinar, por que não tirar proveito dela? Continua-se defendendo que o ser humano absorve de maneira mais rápida e significativa as coisas que manuseia na prática, sendo agente do seu conhecimento.

Segundo Piaget, a criança se desenvolve seguindo estímulos e cabe aos educadores oferecer esses estímulos e ver-se-á florescer o interesse em cada aluno. Pequenos passos como os apresentados neste trabalho podem contribuir para uma nova educação matemática, e, dessa forma se conseguir chegar a uma educação inovadora, onde cada aluno construirá seu conhecimento a cada atividade, interagindo socialmente, discutindo e concluindo as idéias e princípios matemáticos, evitando, assim, sua imposição de forma estática. A mediação feita pelo professor ou colega que já domine o assunto é primordial neste momento.

Esse trabalho foi desenvolvido dando ênfase ao lúdico, às descobertas e à diversão, usando para tal o software geoplano digital.

Concluiu-se que o trabalho em grupo é também uma poderosa ferramenta para desenvolver a interatividade entre aluno-aluno e professor-aluno, entretanto o professor deve ser apenas o mediador, orientando e não informando as respostas prontas, antecipando-se às conclusões dos educandos.

É claro que uns alunos sentem mais interesse que outros, o que é absolutamente normal, pois é muito difícil agradar a todos ao mesmo tempo. Porém, ao vê-los fazendo descobertas, deduzindo naturalmente a conservação da área, tudo é recompensado. Sente-se um bem-estar tão grande, uma sensação de dever cumprido, e assim, concluiu-se que valeu a pena.

Sempre vale a pena tentar, sonhar nunca é demais, e sonha-se com uma educação renovada onde o educando e o educador fazem seu papel com amor.

Sabe-se que não é tão simples fazer uma renovação pedagógica. Compreende-se que tudo leva tempo. Tem-se consciência de que é muito difícil todas as escolas usarem, por exemplo, o geoplano para conceituar área, ou o uso do software em si para construção do conhecimento. Por enquanto, torna-se difícil essa realidade, uma vez que se tem um enorme planejamento a se cumprir, e em curto espaço de tempo. Necessita-se de muito mais tempo nas escolas para se conseguir colocar tais planos em prática. Porém, tem-se ciência de que se não for dado um pontapé inicial, nunca se chegará a um ideal e acredita-se que, se cada profissional da educação fizer sua parte, o objetivo será alcançado.

Este trabalho mostrou que aulas de Matemática dinâmicas onde o aluno tem espaço para participar são viáveis desde que seja respeitada a individualidade de cada um e, principalmente, suas experiências de vida, pois só com aulas que buscam realmente melhorar a capacidade do educando num todo, e não com aulas que tenham como único objetivo a simples transmissão de informações, o educador conseguirá mudar a situação do ensino atual da Matemática, que entre todas as disciplinas o aluno tem o pior desempenho e aceitação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

__________ **Vida e educação**. Rio de Janeiro: Fename, 1936.

___________; LELLIS, Marcelo. **Matemática**. São Paulo: Scipione, 1997.

BAIRRAL, Marcelo Almeida. **Instrumentação de ensino de geometria.** Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2005.

BORGES NETO, H. Uma classificação sobre a utilização do computador pela escola. Fortaleza, **Revista Educação em Debate**, ano 21, v. 1, n. 27. 1999.

BOYER, Carl Benjamim. **História de Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1906.

BRASIL, PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL, Matemática. MEC/SEF, 1997.

BRASIL, PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL, Matemática. MEC/SEF, 1998.

COLL, César Etal. **O construtivismo em sala de aula**. São Paulo: Nacional, 1936.

DOHME, Vania. **Atividades lúdicas na educação** – o caminho dos tijolos amarelos do aprendizado. Petrópolis: Vozes, 2003.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Unicamp, 2004

FENATO, J. T. G. **O uso do computador aliada como ferramenta educativa**, 2002. Disponível em: http://www.maxiprint.com.br/?colunista/5. Acesso em 20 de fevereiro de 2013.

GIOVANNI, José Rui; CASTRUCCI, Benedito. **A Conquista da Matemática**. São Paulo: FTD, 1985.

GRAÇA, Vagner Viana da; TORRES, Marcelo Felix Martins; MORAES, Mônica Suelen Ferreira de. Uma proposta de ensino de conceitos geométricos por meio do software geoplano digital. Trabalhos X EGEM. Comunicação Científica. **X Encontro Gaúcho de Educação Matemática**, Ijuí/RS, jun., 2009.

GUELLI, Oscar. **Matemática** – Uma Aventura do Pensamento. São Paulo: Ática, 1998.

HAIDT, Regina Célia Cazaux. **Curso de Didática Geral**. São Paulo: Ática, 1994.

HISTÓRIA DA GEOMETRIA ESPACIAL, 2008. Disponível em: <http://calculomatematico.vilabol.com.br/geoespecial.htm>. Acesso em: fev., 2013.

IMENES, Luis e outros. **Matemática**. São Paulo: Scipione, 1991.

KASNER, Edward; NEWMAN, James. **Matemática e Imaginação**. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

LEMBO, John M. **Por que falham os professores**. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1975.

MACHADO, Rosa maria. **Minicurso: Explorando o Geoplano,** 2008. Disponível em: <http://www.unicamp.com.br/>. Acesso em: fev., 2013.

MATUÍ, Jiron. **construtivismo**: teoria construtivista aplicada ao ensino. São Paulo: Moderna, 1995.

MAURICIO'S PAGE. **A ciência dos gregos,** 2008. Disponível em: <http://portalmatematico.com/historia2.shtml>. Acesso em: fev. 2013.

MOISE, Edwin E.; DOWNS, Floyd L. **Geometria Moderna**. São Paulo: Edgard Blücher, 1971.

MORAN, J. M., MASETTO, M. ; BEHRENS, M. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 7 ed. São Paulo: Papirus, 2004.

MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: Pedagógica e Universitária, 1999.

MUSSAK, E. **Metacompetência**: Uma nova visão do trabalho e da realização pessoal. São Paulo: Gente, 2003.

NAME, Miguel Assis. **Vencendo com a Matemática**. São Paulo: Brasil, 2005.

NETTO, Scipione di Pierro. **Matemática**. São Paulo: Scipione, 1991.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento. Um processo sócio-histórico**. São Paulo: Scipione, 1997.

RIBAS, J. H. ; CORDOBA, L. P. ; MATOS, S. N. Análise das Técnicas de Ensino Aplicadas no Projeto de Inclusão Digital: Um Estudo de Caso no Projeto VIDA. In: 1º **Seminário de Extensão e Inovação da UTFPR**, Curitiba. 2011.

ROSSATO, S. L.; SILVA, E. V. Geoplano: uma ferramenta de apoio ao ensino da Geometria, 2012. Disponível em https://docs.google.com/viewer?a=v&q=cache:9p7ZG1SvXEMJ:www.sieduca.com.br/admin/upload/150_geoplano_uma_ferramenta_de_apoio_ao_ensino_de_geometria.doc+atividades+para+o+geoplano+computacional&hl=ptBR&gl=br&pid=bl&srcid=ADGEESilGKUNST2cyd2p4X_aXTg8_QG08sksRhjCjX37VxNDEVtld74dvKUMgOs5HUWFLLrafg0vyByM9hjcNvXKAyYUW_og53quZgO8f0KIjzGN4wIbYjhCCd2rh_jgg7y_hMr&sig=AHIEtbRXGmiW1OKyZ7IO2wFR7fGlkvC0Nw. Acesso em 02 de março de 2013.

SÁ, Ilydio Pereira de. **A Magia da Matemática: Atividades Investigativas, Curiosidades e História da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2007.

SÓ MATEMÁTICA – PORTAL MATEMÁTICO. **História da Geometria,** 2008. Disponível em: <http://www.somatematica.com.br/geometria.php>. Acesso em: fev. 2013.

TINOCO, Lucia Arruda de Albuquerque. **Geometria Euclidiana por Meio da Resolução de Problemas**. Rio de Janeiro: UFRJ/IM, Projeto Fundão, 2004.

VALENTE, J.A **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: NIED/UNICAMP, 1999.

VYGOTSKY, Lev S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1987.